Zur Beurteilung der Zuverlässigkeit von Massivbrücken auf der Grundlage der Ergebnisse von Überprüfungen am Bauwerk

Thomas Braml

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen
Institut für Konstruktiven Ingenieurbau
Professur für Massivbau

Thema der Dissertation

Zur Beurteilung der Zuverlässigkeit von Massivbrücken auf der Grundlage der Ergebnisse von Überprüfungen am Bauwerk

Von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität der Bundeswehr München genehmigte Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.).

Verfasser:
Dipl.-Ing. Thomas Braml
Georgenschwaigstraße 27
80807 München

Promotionsausschuss:

Vorsitzender:	Univ.-Prof. Dr.-Ing. Ingbert Mangerig
1. Berichterstatter:	Univ.-Prof. Dr.-Ing. Manfred Keuser
2. Berichterstatter:	Univ.-Prof. Dr. techn. Dr. phil. Dipl.-Ing. Konrad Bergmeister M. Sc.

Tag der mündlichen Prüfung: 30. Juli 2010

Neubiberg im August 2010

Zusammenfassung

Die Qualität der Ergebnisse einer visuellen Bauwerksprüfung sowie deren Bewertung hängen wesentlich von der Qualifikation, dem Wissensstand, der Erfahrung sowie dem Verantwortungsbewusstsein der Bauwerksprüfer ab. Die Ergebnisse sind subjektiv und die festgestellten Mängel und Schäden können nur qualitativ bewertet werden.
In dieser Arbeit wird ein auf der Zuverlässigkeitstheorie basierendes probabilistisches Verfahren für Stahlbetonbrücken entwickelt, das den Bauwerksprüfer bei der Bewertung eines Schadens in Hinblick auf dessen Einfluss auf die Tragfähigkeit unterstützt. Für die probabilistische Bewertung werden dabei stochastische Modelle für die infolge Schädigung veränderten Materialparameter für den Beton und für den Betonstahl sowie für veränderte geometrische Abmessungen entwickelt. Aufbauend auf den verschiedenen Grenzzuständen für ein Versagen eines Stahlbetonquerschnitts werden dimensionslose Grenzzustandsfunktionen formuliert, die eine allgemeingültige Bewertung der Tragfähigkeit von geschädigten Stahlbetonbrücken mit Hilfe von Diagrammen erlauben. Der Bauwerksprüfer bewertet die Mängel und Schäden in Anlehnung an das bekannte Verfahren gemäß RI-EBW-PRÜF mit 5 Bewertungskategorien. In der neuen Schadensbewertung Standsicherheit sind die stochastischen Modelle der Basisvariablen je Schadenskategorie für die Zuverlässigkeitsberechnung hinterlegt. Nach Eingabe der Schäden in ein Software-Tool erhält der Nutzer einen Vorschlag für eine ggf. erforderliche Nutzungseinschränkung.
Mit dem Verfahren ist es möglich, eine verbesserte Aussage über die Auswirkung von Schäden und Mängeln an Stahlbetonbrücken auf deren Tragfähigkeit im Rahmen einer handnahen visuellen Bauwerksprüfung zu erreichen. An einem Anwendungsbeispiel wird das Verfahren exemplarisch erläutert.

Abstract

The quality of the assessment on the basis of the results from a visual bridge inspection depends significantly on the qualification, knowledge, experience and sense of responsibility of the bridge inspector. The results are subjective, and any defect or damage which is acertained can only be assessed with regard to quality.
For this reason a probabilistic method based on reliability theory has been developed for reinforced concrete bridges to aid the bridge inspector in the assessment of damage with regard to the influence to the load-bearing capacity. Stochastic models for the changed material parameters of the concrete and the reinforcing steel as well as for the modified geometric dimensions have been developed. On the basis of the various ultimate limit states for the failure of a concrete cross-section, new dimensionless limit states have been formulated to allow a general assessment of the load-bearing capacity of damaged concrete bridges with the help of diagrams. The bridge inspector assesses the damage conditions following the familiar method according to RI-EBW-PRÜF with 5 categories. In the new damage assessment categories for stability, the stochastic models of the basic variables for each category of damage have been deposited for the reliability analysis. After entering the damage conditions into a software tool, the user receives a proposal for any required use restrictions which might apply.
The method allows the improved assessment of a damaged reinforced concrete bridge with respect to the load-bearing capacity based on the results of a visual bridge inspection. The method is shown with an example.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner dreijährigen Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau der Universität der Bundeswehr München.

Mein ganz besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Manfred Keuser für die Anregung zu dieser Arbeit, für die Vermittlung der wissenschaftlichen Denk- und Arbeitsweise sowie für die Betreuung in der Eigenschaft als 1. Berichterstatter. Herr Prof. Keuser verfolgte die Arbeit mit großem Interesse und stand für Diskussionen jederzeit zur Verfügung. Der Erfolg dieser Arbeit gründet auch in der stets sehr wohlwollenden Förderung während der gemeinsamen Zusammenarbeit für die ich Herrn Prof. Keuser sehr danke.

Weiter danke ich Herrn Prof. Dr. techn. Dr. phil. Dipl.-Ing. Konrad Bergmeister, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau an der Universität für Bodenkultur in Wien, für das Interesse an der Arbeit, für den fachlichen Rat und für seine Anregungen in der Eigenschaft als 2. Berichterstatter. Für die Übernahme des Vorsitzes innerhalb des Promotionsausschusses danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Ingbert Mangerig sehr herzlich.

Besonderer Dank gebührt auch meinen Kollegen am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau für die stets harmonische und partnerschaftliche Zusammenarbeit. An dieser Stelle danke ich auch meinen sieben Diplomanden die unter meiner Betreuung wertvolle Teile zur vorliegenden Arbeit beigetragen haben.
Meinem Freund Herr Dipl.-Ing. Alexander Fischer, Fa. Hochtief früher Technische Universität Kaiserslautern, danke ich sehr herzlich für die fachlichen Diskussionen und für die Zusammenarbeit während eines gemeinsamen Forschungsprojektes, die mir sehr große Freude bereitete.

Meiner Mutter Theresia und meinem Vater Anton Braml danke ich für die liebevolle Unterstützung in all den Jahren und für die Ermöglichung der bestmöglichen Ausbildung. Weiterhin sei meinem Bruder Anton Braml gedankt, der stets ein offenes Ohr für mich hatte.

Schließlich bedanke ich mich von Herzen bei meiner liebevollen Frau Tanja für das hohe Maß an Verständnis das sie mir während der zurückliegenden Jahre fortwährend entgegenbrachte. Ihre bedingungslose Unterstützung und ihre Geduld war unverzichtbare Voraussetzung für meinen Erfolg. Ich danke Ihr von ganzem Herzen.

München, im August 2010

Thomas Braml

Meinen Eltern und Tanja

Inhaltsverzeichnis

1. Einführung 1

1.1 Problemstellung 1

1.2 Zielsetzung 1

1.3 Vorgehensweise 2

2. Überwachungsmaßnahmen im Brückenbau 5

2.1 Grundlagen 5

2.1.1 Möglichkeiten einer Überwachung 5

2.1.2 Derzeitig angewandte baupraktische Verfahren 7

2.2 Bewertung der Ergebnisse einer Bauwerksprüfung 8

2.2.1 Durch den Bauwerksprüfer 8

2.2.2 Nachrechnung im Einzelfall 9

2.2.3 Möglichkeiten bei der Anwendung von probabilistischen Verfahren 9

2.3 Konzept eines Ingenieurmodells auf probabilistischer Grundlage 10

3. Grundlagen der Zuverlässigkeitstheorie im Bauwesen 13

3.1 Einführung und Begriffsdefinitionen 13

3.2 Modellierung von Zufallsvariablen 15

3.2.1 Definition und Verteilungsfunktionen stetiger Zufallsvariablen 15

3.2.2 Mehrdimensionale Zufallsgrößen - Zufallsvektor 24

3.2.3 Funktionen von Zufallsvariablen 27

3.2.4 Parameterschätzung und Anpassungstests 30

3.3 Der Grenzzustand als Funktion der Basisvariablen 31

3.4 Lösungsverfahren in der Zuverlässigkeitstheorie 34

3.4.1 Der Sicherheitsindex β als Zuverlässigkeitsmaß 34

3.4.2 Momentenmethode 40

3.4.3 Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung (FORM) 41

3.4.4 Zuverlässigkeitstheorie II. Ordnung (SORM) 43

3.4.5 Simulationsverfahren und numerische Integration 44

3.5 Zielwert der Zuverlässigkeit für den Grenzzustand der Tragfähigkeit 45

3.5.1 Allgemeines und Stand der Forschung 45

3.5.2 Zielwerte für neu zu errichtende Bauwerke 48

3.5.3 Zielwerte für bestehende Bauwerke 50

3.6 Bestimmung der Zuverlässigkeit von bestehenden Bauwerken 51

3.6.1 Vorteile 51

3.6.2 Verwendung zusätzlicher Vorinformationen – Bayes´sches Updating 52

4. Modellierung der Widerstände unter Berücksichtigung von Schädigungen 57
4.1 Identifikation von Schädigungen im Rahmen einer handnahen Prüfung 57
4.1.1 Allgemeines zur Einteilung der Schäden 57
4.1.2 Betonschädigende Merkmale 57
4.1.3 Betonschädigende Merkmale mit Auswirkungen auf den Betonstahl 58
4.1.4 Betonstahlschädigende Merkmale 59
4.2 Auswirkung der Alterung auf die Materialeigenschaften 60
4.3 Mechanische Modelle für die Veränderung der Materialparameter und Abmessungen 61
4.3.1 Beton 61
4.3.2 Betonstahl 63
4.3.3 Änderung der geometrischen Abmessungen infolge Schädigung 70
4.4 Stochastische Modellierung der Materialparameter bei Schädigungen 73
4.4.1 Allgemeines zum Vorgehen 73
4.4.2 Betondruckfestigkeit 76
4.4.3 Betonzugfestigkeit 82
4.4.4 Stahlzugfestigkeit und Querschnittsfläche des Betonstahls 85
4.4.5 Geometrische Abmessungen 92

5. Modellierung der Einwirkungen 109
5.1 Ständige Einwirkungen 109
5.1.1 Eigengewicht 109
5.1.2 Ausbaulasten 110
5.2 Veränderliche Einwirkungen 110
5.2.1 Allgemeines 110
5.2.2 Verkehrslasten 110

6. Probabilistische Berechnungen für ein Querschnittsversagen 117
6.1 Grenzzustandsfunktionen 117
6.1.1 Wahl der Widerstandsmodelle 117
6.1.2 Zentrische Druckkraft 118
6.1.3 Biegebeanspruchung 119
6.1.4 Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung 122
6.1.5 Querkrafttragfähigkeit mit Querkraftbewehrung 124
6.1.6 Tragfähigkeit der Druckstrebe 125
6.1.7 Durchstanzen 126
6.2 Modellunsicherheiten 127
6.2.1 Modellunsicherheiten für Einwirkungen 127
6.2.2 Modellunsicherheiten für Widerstände 128
6.2.3 Unsicherheiten aus der Qualität der Bauwerksprüfung 136
6.3 Deterministische Vergleichsberechnungen 146

7. Baupraktisches Näherungsverfahren 153
7.1 Ziel der Anwendung 153
7.2 Einteilung der Schäden in Kategorien 153
7.2.1 Vorgehen 153
7.2.2 Festlegung der Schadenskategorien und zugehörige stochastische Modelle 153
7.3 Dimensionsanalyse der Grenzzustandsfunktionen 155
7.3.1 Ziel der Dimensionsanalyse 155
7.3.2 Das Buckingham Π – Theorem der Dimensionsanalyse 155
7.3.3 Entwicklung von dimensionslosen Kennwerten 156
7.3.4 Baupraktische Anwendung 161
7.4 Entwicklung eines Software Tools 163
7.4.1 Ziel der programmtechnischen Unterstützung 163
7.4.2 Umsetzung 163
7.5 Anwendungsbeispiel 165

8. Zusammenfassung und Ausblick 171
8.1 Zusammenfassung 171
8.2 Ausblick 173

9. Literaturverzeichnis 175

Verwendete Bezeichnungen 189

Anlage 1 - Schadensbilder für die neue Schadensbewertung „Standsicherheit“ A1

Anlage 2 - Normierte Diagramme für die Bestimmung des Zuverlässigkeitsindex β B1

Anlage 3 - Quellcode für das Software-Tool für das baupraktische Näherungsverfahren für den Grenzzustand der Biegetragfähigkeit C1

1. Einführung

1.1 Problemstellung

Die Bewertung des Zustandes von Brückenbauwerken erfolgt in Deutschland im regelmäßigen Rhythmus gemäß der DIN 1076 [51]. Es werden dabei Mängel und Schäden am Bauwerk aufgenommen und in Hinblick auf deren Einfluss auf die Standsicherheit, Dauerhaftigkeit und Verkehrssicherheit bewertet. Die Bewertung obliegt dabei vor Ort dem Bauwerksprüfer. Er wird durch einen Schadenskatalog mit Beispielschäden sowie der Richtlinie zur einheitlichen Erfassung, Bewertung, Aufzeichnung und Auswertung von Ergebnissen der Bauwerksprüfungen nach DIN 1076, RI-EBW-PRÜF [184] unterstützt. Der Schadenskatalog gibt eine qualitative Hilfestellung für die Einordnung eines Schadens in die zuvor genannten Kategorien. Aufgrund des hohen Bestandes an Brücken mit einer Lebensdauer von 40 Jahren und mehr steigt die Anzahl von stark geschädigten Brücken immer mehr an. Die Auswertungen des Bundes und der Länder, z. B. in NAUMANN [151] und OBB [163], zeigen dies deutlich. Aufgrund der zunehmenden Brückenalterung, der mangelnden Unterhaltsmaßnahmen sowie des stetig steigenden Schwerverkehrs und damit der hohen Beanspruchung der Bauwerke kann davon ausgegangen werden, dass diese Tendenz zunehmend verstärkt wird. Für die zahlreichen Stahlbetonbrücken mit kleinen bis mittleren Stützweiten im kommunalen Bereich liegen vergleichbare Statistiken nicht vor. Hier kann jedoch nicht von besseren Verhältnissen ausgegangen werden, da für diese Bauwerke nicht selten erst seit Kurzem Bauwerksdaten gemäß der Anweisung Straßeninformationsbank [7] erstellt und anschließend entsprechende Bauwerksprüfungen gemäß DIN 1076 durchgeführt werden. Bei nicht ausreichendem bis ungenügendem Bauwerkszustand kommt der Umsetzung und Einleitung von Sofortmaßnahmen noch vor der Durchführung einer Objektbezogenen Schadensanalyse [121], d. h. einer Beurteilung und ggf. statischen Nachberechnung im Einzelfall, große Bedeutung zu. Als sofortige Maßnahme kann neben einer Ertüchtigung eine Nutzungseinschränkung des Bauwerks infrage kommen. Dies kann noch während oder kurz nach der Bauwerksprüfung erforderlich sein. Gerade bei Brücken an untergeordneten Straßen im kommunalen Bereich mit kleinen bis mittleren Stützweiten wird auch bei starken Schäden, die meist aus mangelnden Unterhaltungsmaßnahmen herrühren, aus Kostengründen oft auf weitergehende Untersuchungen wie z. B. eine Objektbezogene Schadensanalyse oder auf den Einsatz von Überwachungsverfahren während des Betriebes verzichtet. Vielfach wird in diesen Fällen eine Nutzungseinschränkung vom Bauwerksprüfer angeordnet. Die visuelle Inspektion ist die Grundlage für eine Zustandserfassung eines Bauwerks. Vor allem bei stark geschädigten Bauwerken kommt der Bewertung eines Schadens in Hinblick auf dessen Einfluss auf die Tragfähigkeit große Bedeutung zu. Die in den letzen Jahren entwickelten teilweise automatisierten Monitoring- und Identifikationssysteme, siehe z. B. BERGMEISTER & WENDNER [14], sind als Ergänzung und nicht als Ersatz für die visuelle Inspektion aufzufassen. Die Qualität der Ergebnisse einer visuellen Bauwerksprüfung sowie deren Bewertung hängen wesentlich von der Qualifikation, dem Wissensstand und der Erfahrung der Bauwerksprüfer ab. Die Ergebnisse sind subjektiv und die Mängel und Schäden können nur qualitativ bewertet werden.

1.2 Zielsetzung

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, ein Hilfsmittel zu entwickeln, das den Bauwerksprüfer bei der Beurteilung eines Schadens im Hinblick auf dessen Einfluss auf die Tragfähigkeit unterstützt und eine quantitative Aussage zulässt. Gerade bei stark geschädigten Brücken sind meist Ertüchtigungen oder als Vorabmaßnahme eine Nutzungseinschränkung erforderlich. Die Art und Weise sowie der Umfang solcher Maßnahmen ist vom Bauwerksprüfer vorzugeben. Die im Rahmen der visuellen handnahen Bauwerksprüfung festgestellten Mängel und Schäden werden in Anlehnung an die Schadenskategorien der RI-EBW-PRÜF [184] zusätzlich in 5 neu entwickelte Kategorien je Schadensgruppe eingeteilt. Die einzelnen Kategorien geben den Einfluss des Schadens auf das Sicherheitsniveau des Bauwerks, d. h. auf die Größe des Zuverlässigkeitsindex β, an. Nach Eingabe der Schadenskategorien in das entwickelte

EDV-Programm und nach dessen Auswertung enthält der Bauwerksprüfer die Angaben für die Höhe der Nutzungseinschränkung bei Beibehaltung des bisherigen Sicherheitsniveaus des Bauwerks.
Ziel des entwickelten Ingenieurmodells ist eine Unterstützung des Bauwerksprüfers, sodass eine möglichst objektive und quantitative Beurteilung eines Schadens oder Mangels in Hinblick auf dessen Einfluss auf die Tragfähigkeit des Bauwerks im Rahmen einer Brückenhauptprüfung gemäß DIN 1076 möglich ist. Die Konzentration dieser Arbeit liegt dabei auf der Beurteilung von Stahlbetonbrücken, die bei kleinen bis mittleren Stützweiten sowie im kommunalen Bereich den Großteil des Bauwerksbestandes ausmachen. Zudem wird davon ausgegangen, dass die Zustandserfassung der Brücke mit der gewöhnlichen Ausstattung eines Brückenprüfers für eine Brückenhauptprüfung gemäß DIN 1076 erfolgt.

1.3 Vorgehensweise

Die Beurteilung des Einflusses eines Schadens auf die Tragfähigkeit des Massivbauwerks erfolgt mit probabilistischen Methoden mit Hilfe der First Order Reliability Method (FORM) und der Second Order Reliability Method (SORM). Die auftretenden Unsicherheiten im Rahmen einer Bewertung des Bauwerkszustandes können dabei durch die Wahl geeigneter stochastischer Modelle sehr gut berücksichtigt werden. Die stochastischen Basisvariablen für den Grenzzustand der Tragfähigkeit werden in Material-, Geometrie- und Lastparameter eingeteilt. Für ungeschädigte Bauwerke mit ungeschädigten Materialien sowie für die Einwirkungen liegen seit einigen Jahren wissenschaftlich abgesicherte stochastische Modelle vor. So z. B. in den international anerkannten Dokumenten des Joint Committee on Structural Safety JCSS [105]. Für die Beurteilung von bestehenden Massivbauwerken mit veränderten Materialparametern und Geometrieparametern infolge von Schädigung oder Alterung liegen noch keine ausreichenden stochastischen Modelle für die Beurteilung des Grenzzustandes der Tragfähigkeit vor. Die Einteilung der im Rahmen einer Überprüfung am Bauwerk feststellbaren Schädigungen erfolgt dabei in betonschädigende Merkmale, wie z. B. Ausblühungen und Betonkorrosion, in betonschädigende Merkmale mit Auswirkungen auf den Betonstahl, wie z. B. Chloridschäden und Karbonatisierung des Betons, sowie in betonstahlschädigende Merkmale, wie z. B. Korrosion des Betonstahls. Auf der Grundlage der mechanischen Modelle für die Veränderung der Materialparameter und Geometrieparameter infolge der genannten Merkmale werden entsprechende stochastische Modelle für die Basisvariablen des Widerstandes vorgeschlagen. Die auftretenden Unsicherheiten bei der Bewertung eines Bauwerkszustandes werden durch eine neu eingeführte Modellunsicherheit für den Bauwerksprüfer berücksichtigt. Diese Modellunsicherheit wird auf der Grundlage der Bayes'schen Statistik entwickelt. Es können damit kleine Stichprobenumfänge mit einer Expertenmeinung oder Experteneinschätzungen im sogenannten Updating-Prozess erweitert werden. Die Kalibrierung selbst erfolgt dann mithilfe der probabilistischen Optimierungsverfahren sowie mit umfangreichen Parameterstudien. Für die probabilistischen Berechnungen werden die Grenzzustandsfunktionen für ein Querschnittsversagen für biegebeanspruchte und querkraftbeanspruchte Stahlbetonbauteile zusammen mit den entsprechenden Modellunsicherheiten für die Widerstände entwickelt. Auf die Kalibrierung und Entwicklung der Modellunsicherheiten für den Querkraftwiderstand eines Bauteils wird dabei besonders Wert gelegt, da im Gegensatz zu biegebeanspruchten Bauteilen trotz umfangreicher wissenschaftlicher Untersuchungen das Tragverhalten für Querkraft mit der Differenzierung in verschiedene Grenzzustände nicht gänzlich geklärt ist. Die einzelnen mechanischen Modelle für den Querkraftabtrag weisen noch immer stark unterschiedliche Zuverlässigkeitsniveaus auf. Auf der Grundlage der probabilistischen Modelle können dann der Zuverlässigkeitsindex β bzw. die Versagenswahrscheinlichkeit P_f geschädigter Stahlbetonbauteile mithilfe der FORM und SORM Methoden berechnet und das Bauwerk entsprechend bewertet werden. Die Grenzzustandsfunktionen werden dabei derart formuliert, dass die Berechnungen für Stahlbetonbrücken mit unterschiedlicher Stützweite durchgeführt werden können. Dies erfolgt mit dem Verfahren der dimensionslosen Kennwerte. Auf der Grundlage der Dimensionsanalyse und dem Buckingham π – Theorem werden Kennwerte entwickelt, die eine dimensionslose Darstellung der Grenzzustandsfunktionen ermöglichen. Die Basisvariablen können dann abhängig voneinander und

dimensionslos definiert werden. Auf der Basis der dimensionslosen Kennwerte werden Diagramme entwickelt die allgemein angewendet werden können. Das entwickelte Verfahren kann dann für Brücken mit unterschiedlichen Stützweiten, statischen Systemen und Baustoffen genutzt werden.
Die Kalibrierung der entwickelten stochastischen Modelle für geschädigte Materialparameter und des baupraktischen Näherungsverfahrens erfolgte auf der Grundlage deterministischer Vergleichsberechnungen. Mithilfe der Finiten Element Berechnungsmethode wurden mit nichtlinearen Berechnungsverfahren insgesamt 7 übliche Stahlbetonbrücken stellvertretend untersucht. Bei den Brücken handelt es sich um ein- oder zweifeldrige Brücken mit Stützweiten von 10 bis 20 m, die im kommunalen Bereich sehr oft anzutreffen sind. Vom Wasserwirtschaftsamt Landshut konnten dafür die Bestandsunterlagen zur Verfügung gestellt werden. Die Baubeschreibung, Bestandspläne sowie die Fotos der Schädigungen können KOŽLIK [117] und FRIEDRICH [75] entnommen werden. Das Vorgehen wird im Detail an der Brücke Wannersdorf in Kapitel 6 erläutert.
Für die baupraktische Anwendung wird ein Ingenieurmodell entwickelt. Dabei erfolgt die Einteilung der Schäden in verschiedene Kategorien in Anlehnung an die Bewertungsverfahren der RI-EBW-PRÜF [184]. Der Bauwerksprüfer gibt die festgestellte Kategorie der Schäden in eine Software ein, die im Rahmen dieses Projektes entwickelt wurde, und erhält Hinweise für die Art und Weise einer ggf. erforderlichen Nutzungseinschränkung des geschädigten Bauwerks. Für jede Schadenskombination wird dabei das Zuverlässigkeitsniveau der Brücke berechnet. Durch die Wahl der Nutzungseinschränkung ist es auch möglich, das Zuverlässigkeitsniveau entsprechend anzupassen.

2. Überwachungsmaßnahmen im Brückenbau

2.1 Grundlagen

2.1.1 Möglichkeiten einer Überwachung

Ingenieurbauwerke müssen die an sie gestellten Anforderungen hinsichtlich der Standsicherheit, Verkehrssicherheit und Dauerhaftigkeit während der geplanten Lebensdauer unter Einhaltung eines gewissen Zuverlässigkeitsniveaus und unter Berücksichtigung der Wirtschaftlichkeit erfüllen. Die Bauwerkserhaltung stellt dabei innerhalb eines Bauwerksmanagements ein zentrales Element dar und beinhaltet die Errichtung des Bauwerks, die Dokumentation und die sich wiederholenden Arbeitsabläufe der Inspektion/Überwachung, Instandsetzung und Erneuerung. Die Grundlagen der Erhaltung und Instandhaltung sind in [52] definiert. Das Bild 2.1 zeigt die Zusammenhänge der Grundmaßnahmen für die Instandhaltung.

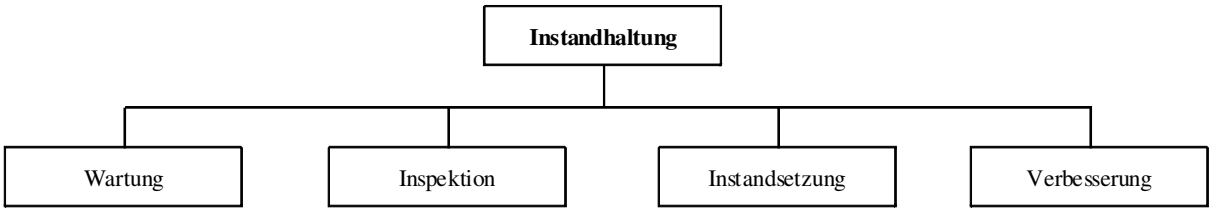


Bild 2.1: Grundmaßnahmen der Instandhaltung [52]

Gemäß [52] ist die Inspektion als „Maßnahmen zur Feststellung und Beurteilung des Ist-Zustandes einer Betrachtungseinheit einschließlich der Bestimmung der Ursachen der Abnutzung und dem Ableiten der notwendigen Konsequenzen für eine künftige Nutzung.“ definiert. Die Aufgabengebiete der Wartung, der Instandsetzung und der Verbesserung sind nicht Gegenstand dieser Arbeit und können [52] entnommen werden. Im Prozess der Datenerfassung bei Brückenbauwerken wird z. B. in Deutschland gemäß DIN 1076 [51] zwischen einer Bauwerksprüfung und einer Bauwerksüberwachung unterschieden. Die Grundlagen dieser Vorgehensweise werden im nachfolgenden Kapitel bei der Vorstellung der derzeit baupraktisch angewandten Verfahren kurz vorgestellt. Im Rahmen einer Überwachung bzw. einer Zustandserfassung eines Bauwerks besteht grundsätzlich die Möglichkeit einer visuellen Inspektion, bei der aus dem äußeren Erscheinungsbild des Bauwerks auf dessen Zustand geschlossen wird, die Möglichkeit einer Inspektion mit Monitoringverfahren und Identifikationssystemen, bei der unter Einsatz von technischen Hilfsmitteln der Trag- und Verhaltenszustand bewertet wird, sowie die Möglichkeit der Zustandserfassung mithilfe eines Belastungsversuchs. Während ein Belastungsversuch meist ein einmaliges Ereignis ist, so werden die visuelle Inspektion regelmäßig und die Messungen mit Monitoring- und Identifikationssystemen auch regelmäßig oder sogar dauerhaft durchgeführt. Die Resultate einer visuellen Inspektion sind stark von der Qualifikation, von der Erfahrung und vom Verantwortungsbewusstsein des zuständigen Ingenieurs abhängig. Das Bauwerk kann nur qualitativ bewertet werden und die Untersuchungsergebnisse sind meist subjektiv. Eine Untersuchung der NDEVC in den USA im Jahre 2001 [169] verdeutlicht dies. Es wurden dabei von 49 Brückenprüfern verschiedene Brücken untersuchten deren Zustand bekannt war. Es zeigte sich eine große Variabilität der Ergebnisse der Untersuchung. So lagen die Bewertungen für einzelne Schäden bis zu 5 Notenstufen, bei insgesamt 10 Notenstufen, auseinander. Ähnliche Ergebnisse können ÄKERMAN [1] entnommen werden, in der die Bewertung von Brücken in den einzelnen Staatlichen Bauämtern in Bayern untersucht wurde. Bei einer Inspektion unter Einsatz von Monitoringverfahren oder Identifikationssystemen können meist quantitative Ergebnisse erzielt werden und die Bauwerke werden objektiv bewertet. Unter dem Begriff Monitoring wird dabei die systematische Erfassung, Beobachtung und Überwachung eines Prozesses mit technischen Hilfsmitteln verstanden. Es werden dabei sowohl Einwirkungen als auch Widerstände betrachtet. Die Identifikationsmethoden dienen zur Aufnahme der mechanischen, dynamischen (modalen) oder anderen

Parameter einer Struktur. Durch die technischen Fortschritte in der Sensortechnik, der Energieversorgung und der Rechenleistung können die genannten Verfahren mittlerweile kosteneffizient und praxisgerecht zur Verfügung gestellt werden. Ein guter Überblick über die aktuellen Möglichkeiten von Monitoring und der Strukturidentifikation von Betonbrücken kann BERGMEISTER & WENDNER [14] entnommen werden. Hier werden die Grundlagen der Prüfverfahren sowie die anwendungsorientierte Strukturidentifikation mit integriertem Monitoring vorgestellt. Monitoring von Brücken mittels dynamischer Methoden sind in WENZEL [224] aufgeführt. In KLINZMANN [112] wurde ein Verfahren für eine computergestützte probabilistische Bauwerksbewertung unter Einbeziehung von Monitoringdaten entwickelt. BERGSTRÖM [16] nutzt die vorhandene Biegesteifigkeit einer bestehenden Stahlbetonbrücke als Tragfähigkeitsindikator. In BIERBRAUER [19] wurde ein Verfahren für die Verifizierung eines abgeschätzten Bewehrungsgehaltes von Bauteilen entwickelt für die keine Bestandsunterlagen und Informationen bzgl. des tatsächlichen Bewehrungsgehalts zur Verfügung stehen. Dies erfolgt auf der Grundlage der Messung von Betonstahldehnungen mit herkömmlichen Dehnmessstreifen. In MANGERIG & LICHTE [132] sind Verfahren zum dauerhaften Temperaturmonitoring aufgezeigt. Verfahren zum Monitoring von Einwirkungen infolge Straßenverkehrs können O´BRIEN & ZNIDARIC [160] und LUBASCH [127] entnommen werden. Das nachfolgende Bild 2.2 zeigt stark vereinfacht diese Zusammenhänge und die Einordnung dieser Arbeit.

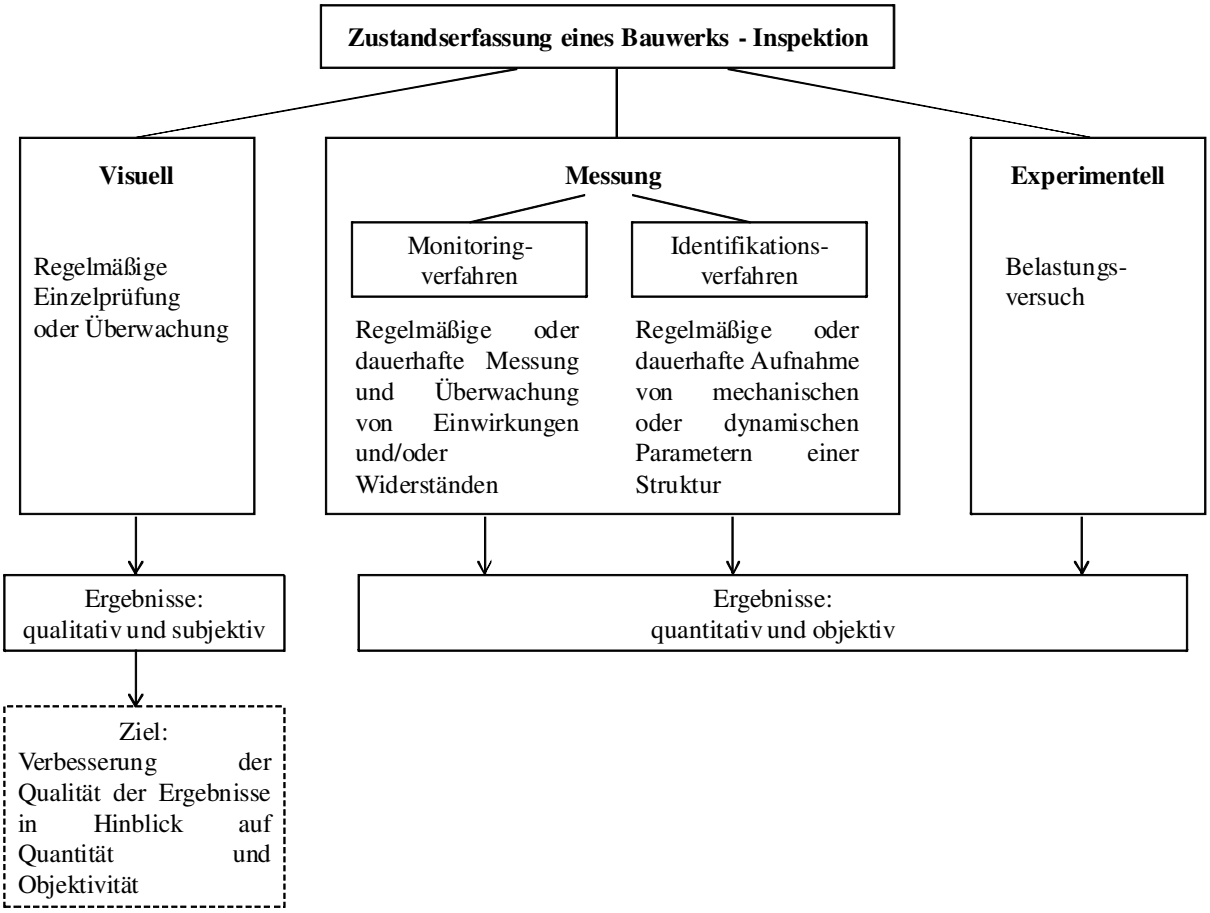


Bild 2.2: Überblick über die Verfahren zur Zustandserfassung eines Bauwerks und Darstellung der Einordnung dieser Arbeit

Die Eingangsdaten für ein Bauwerksmanagementsystem basieren auf den Ergebnissen der visuellen Bauwerksüberwachung und –prüfung und sind die Grundlage für eine Entscheidungsfindung innerhalb des Erhaltungsprozesses eines Bauwerks. Zudem wird von der Bewertung von Einzelbauwerken auf den Netzbestand geschlossen HOLST [96].

2.1.2 Derzeitig angewandte baupraktische Verfahren

Für die Überwachung und Prüfung von Straßenbrücken hat sich die regelmäßig wiederholende visuelle Einzelprüfung bewährt. Die zuvor vorgestellten teilweise automatisierten Systeme für die Bauwerksüberwachung in Form von Monitoring oder Systemidentifikation sind als Ergänzung und nicht als Ersatz für die visuelle Inspektion aufzufassen BERGMEISTER & WENDNER [14].
Im Rahmen einer visuellen Bauwerksinspektion werden die Mängel und Schäden am Bauwerk aufgenommen und anschließend entsprechend bewertet. Die Intervalle für solche Inspektionen sind in Europa unterschiedlich geregelt. Die nachfolgende Tabelle 2.1 gibt einen Überblick über die einzelnen Intervalle der Brückeninspektionen in verschiedenen Ländern. Bei den regelmäßigen Bauwerksprüfungen wird meist zwischen einer einfachen Prüfung und einer Hauptprüfung unterschieden. Im Gegensatz zur Hauptprüfung kann bei einer einfachen Prüfung in der Regel auf ein Brückenuntersichtgerät und damit auf eine sogenannte *handnahe Kontrolle* verzichtet werden. Die Bauwerksüberwachung wird in Form einer Besichtigung meist von Kontrolleuren des Straßenunterhaltes durchgeführt. Die einfache Prüfung und die Hauptprüfung dagegen müssen von einer sachkundigen Person, meist einem Ingenieur, durchgeführt werden.

Tabelle 2.1 Übersicht über die Intervalle von Bauwerksprüfungen in verschiedenen Ländern

Land	Bauwerksüberwachung	Bauwerksprüfung	
		Einfache Prüfung Kontrolle	Hauptprüfung
Deutschland	12 Monate	3 Jahre	6 Jahre
Dänemark	6 Monate	-	6 Jahre
Finnland	12 Monate	-	5 Jahre
Frankreich	12 Monate	3 Jahre	6 Jahre (im Mittel)
Norwegen		12 Monate	5 Jahre
Schweden	6 Monate	3 Jahre	6 Jahre
Schweiz	-	nach Bedarf	5 Jahre
Österreich	12 Monate	2 Jahre	6 Jahre
England	-	2 Jahre	6 Jahre
Südafrika	-	-	3 – 5 Jahre
USA	6 Monate	2 Jahre (jedoch mit Einsatz Untersichtgerät)	5 Jahre

Weitere Einzelheiten zu den Eigenschaften der Prüfung in den einzelnen Ländern kann COST 345 [40] entnommen werden. Die Tabelle zeigt sehr deutlich, dass die Intervalle für eine einfache, d. h. nicht handnahe Prüfung in den verschiedenen Ländern sehr stark variieren. Dagegen sind die Intervalle für eine Hauptprüfung in den einzelnen Ländern sehr ähnlich. In Deutschland ist die Anweisung Straßeninformationsbank ASB-ING [7] die Grundlage für die Erfassung und Verwaltung von Bauwerksdaten. Die Vorgehensweise für die Zustandserfassung von Brücken und für die Verwaltung der Daten ist hier geregelt. Die Umsetzung erfolgt im SIB-Bauwerkeprogramm [201]. Die Überwachung und Prüfung von Ingenieurbauwerken ist in der DIN 1076 [51] geregelt. Es wird dabei zwischen einer Bauwerksprüfung und einer Bauwerksüberwachung unterschieden. Die Bauwerksüberwachung besteht aus einer Besichtigung und einer laufenden Beobachtung. Es sollen dabei ohne Einsatz von Hilfsmitteln im Rahmen der allgemeinen Verkehrsüberwachung außergewöhnliche und erhebliche Mängel und Schäden dokumentiert werden. Bei der Bauwerksprüfung wird zwischen einer einfachen Prüfung, einer Hauptprüfung und einer Prüfung aus besonderem Anlass unterschieden. In der Regel werden die einfache Prüfung und die Hauptprüfung abwechselnd im Rhythmus von 3 Jahren durchgeführt. Nähere Angaben bzgl. Bedeutung, Organisation und Kosten einer Bauwerksprüfung können [31] entnommen werden. Bei komplexen, schwerwiegenden oder unklaren Schadensbildern ist im Rahmen einer Objektbezogenen Schadensanalyse [121] eine detaillierte Untersuchung von Schadensausmaß und –ursache durchzuführen.

In der Schweiz und in Österreich erfolgt die Überwachung und Prüfung von Ingenieurbauwerken mit ähnlichen Ansätzen, die sich gegenüber den Regelungen in Deutschland im Wesentlichen nur durch die Intervalle sowie durch die verbale Beschreibung für die Bewertung von Schäden oder dem Bauwerkszustand unterscheiden. Ein detaillierter Überblick kann hier STRAUSS et al. [209] entnommen werden. In Deutschland sind in DIN 1076 [51] die im Rahmen einer Hauptprüfung durchzuführenden Leistungen, d. h. die zu überprüfenden Bauteile und die Vorgehensweise geregelt. Es werden dabei in der Praxis meist Geräte eingesetzt, die nur eine qualitative Aussage über die gemessenen Materialeigenschaften etc. zulassen. Für die Erzielung von quantitativen Ergebnissen ist eine Einzelfallbetrachtung im Rahmen einer Objektbezogenen Schadensanalyse [121] erforderlich.

2.2 Bewertung der Ergebnisse einer Bauwerksprüfung

2.2.1 Durch den Bauwerksprüfer

Die Zustandsbewertung einer Straßenbrücke erfolgt vom Bauwerksprüfer auf der Grundlage einer qualitativen Schadensbewertung jedes festgestellten relevanten Mangels oder Schadens. Die Regelungen in den in Tabelle 2.1 aufgeführten Ländern für die Bewertung von Schäden unterscheiden sich diesbezüglich meist nur durch die redaktionelle Beschreibung. Siehe hierzu COST 345 [40]. In Deutschland erfolgt die Schadensbewertung auf der Grundlage der RI-EBW-PRÜF [184]. Die nachfolgende Tabelle 2.2 zeigt die Schadensbewertung „Standsicherheit“. Die weiteren Schadensbewertungen in Hinblick auf den Einfluss auf die Verkehrssicherheit und Dauerhaftigkeit können [184] entnommen werden.

Tabelle 2.2 Schadensbewertung „Standsicherheit“ gemäß RI-EBW-PRÜF [184]

Schadensbewertung „Standsicherheit“	
Bewertung	Beschreibung
0	Der Mangel/Schaden hat keinen Einfluss auf die Standsicherheit des Bauteils/Bauwerks.
1	Der Mangel/Schaden beeinträchtigt die Standsicherheit des Bauteils, hat jedoch keinen Einfluss auf die Standsicherheit des Bauwerks. Einzelne geringfügige Abweichungen in Bauteilzustand, Baustoffqualität oder Bauteilabmessungen und geringfügige Abweichungen hinsichtlich der planmäßigen Beanspruchung liegen noch deutlich im Rahmen der zulässigen Toleranzen. Schadensbeseitigung im Rahmen der Bauwerksunterhaltung.
2	Der Mangel/Schaden beeinträchtigt die Standsicherheit des Bauteils, hat jedoch nur geringen Einfluss auf die Standsicherheit des Bauwerks. Die Abweichungen in Bauteilzustand, Baustoffqualität oder Bauteilabmessungen oder hinsichtlich der planmäßigen Beanspruchung aus der Bauwerksnutzung liegen noch im Rahmen der zulässigen Toleranzen. Im Einzelfall können die zulässigen Toleranzen des Bauteils überschritten sein. Schadensbeseitigung mittelfristig erforderlich.
3	Der Mangel/Schaden beeinträchtigt die Standsicherheit des Bauteils und des Bauwerks. Die Abweichungen in Bauteilzustand, Baustoff Qualität oder Bauteilabmessungen oder hinsichtlich der planmäßigen Beanspruchung aus der Bauwerksnutzung übersteigen die zulässigen Toleranzen. Erforderliche Nutzungseinschränkungen sind nicht vorhanden oder unwirksam. Schadensbeseitigung kurzfristig erforderlich. **Nutzungseinschränkung umgehend erforderlich**.
4	Die Standsicherheit des Bauteils und des Bauwerks ist nicht mehr gegeben. Sofortige Maßnahmen sind während der Bauwerksprüfung erforderlich. **Eine Nutzungseinschränkung ist umgehend vorzunehmen**. Die Instandsetzung oder Erneuerung ist einzuleiten.

Für jeden erfassten Einzelschaden erfolgt eine getrennte Schadensbewertung nach den Kriterien der Standsicherheit, der Dauerhaftigkeit und der Verkehrssicherheit. Die Bewertung erfolgt mit Noten von 0 bis 4. Bei der Note 0 hat ein Mangel oder ein Schaden keinen Einfluss auf die zuvor genannten Kriterien. Bei der Bewertung eines Schadens mit der Note 3 und 4 hinsichtlich der Standsicherheit sind Maßnahmen gemäß [184] einzuleiten.
Die Schadensbewertung hat der Bauwerksprüfer vor Ort während der Prüfung vorzunehmen. Er wird unterstützt durch den Anhang der RI-EBW-Prüf [184], in dem Schadensbeispiele mit zugehöriger Einstufung in die zuvor genannten Kategorien aufgeführt sind. Die möglichen Schäden werden dabei nur qualitativ beschrieben. So lautet z. B. die Beschreibung des Zustandes mit korrodierter Bewehrung: „freiliegende Tragbewehrung mit korrodierter Bewehrung (einsetzende Querschnittsminderung)“ oder „stark korrodierte Tragbewehrung (fortgeschrittene Querschnittsminderung)“. Die Einstufung in die Schadensbewertung „Standsicherheit“ wird hier für die genannten Beispiele mit 2 bzw. 3 vorgeschlagen. Zudem wird jeweils die Durchführung einer Objektbezogenen Schadensanalyse gemäß [121] gefordert. Gemäß Tabelle 2.2 ist bei einer Schadensbewertung mit 3 eine „Nutzungseinschränkung umgehend erforderlich“. Diese hat noch vor der Durchführung einer Objektbezogenen Schadensanalyse zu erfolgen.
Die Zustandsbewertung des Bauwerks erfolgt dann durch die Berechnung der Zustandsnote, die sich aus der Überlagerung jeder Bewertung der Einzelschäden HAARDT [88] ergibt. Die Zustandsnote kann jedoch im Rahmen des Bauwerksmanagementsystems nur bedingt für die Beurteilung der erforderlichen Instandhaltungsmaßnahmen herangezogen werden, da in deren Berechnung auch die Schäden in Hinblick auf die Verkehrssicherheit beinhaltet sind. Aus diesem Grunde wurde die sogenannte Substanzkennzahl eingeführt, die ohne Bewertung für die Verkehrssicherheit berechnet wird [184]. Für die Bewertung eines Schadens stehen dem Bauwerksprüfer die gängigen zerstörungsfreien Prüfverfahren zur Verfügung [31]. Diese erlauben eine qualitative Schadensbewertung.

2.2.2 Nachrechnung im Einzelfall

Wurden im Rahmen einer Bauwerksprüfung „komplexe, schwerwiegende oder unklare Schadensbilder“ festgestellt, so ist eine Objektbezogene Schadensanalyse gemäß [121] durchzuführen. Ziel ist dabei die genaue Beurteilung von Schadensausmaß und –ursache. Im Anhang der RI-EBW-Prüf [184] sind Schadensbeispiele aufgeführt, bei denen eine solche Einzelfallbetrachtung vorgeschlagen wird. Im Zuge einer solchen Bewertung im Einzelfall werden meist umfangreiche zerstörende und zerstörungsfreie Prüfverfahren eingesetzt und das Bauwerk wird im Rahmen einer statischen Berechnung neu bewertet.

2.2.3 Möglichkeiten bei der Anwendung von probabilistischen Verfahren

In den letzten Jahren wurden vermehrt probabilistische Verfahren für die Beurteilung der Zuverlässigkeit von bestehenden Brückenbauwerken eingesetzt. In den neueren Arbeiten von STRAUSS [210], EICHINGER [62] und WISNIEWSKI [228] wurden die Grundlagen für die probabilistische Modellierung von Einwirkungen und Widerständen erarbeitet bzw. erweitert und die probabilistischen Methoden bei der Bewertung von Brückenbauwerken angewandt. Bereichsweise wurden neue stochastische Modelle für die Basisvariablen vorgeschlagen oder auf bekannte Modelle des JCSS [105] zurückgegriffen. Eine gute Übersicht über die einzelnen Verfahren sowie die Grundlagen zur Wahl der stochastischen Parameter kann COST 345 [41] entnommen werden. Es zeigten sich dabei die Vorteile beim Einsatz probabilistischer Verfahren. So können von der bestehenden Konstruktion die tatsächlichen Materialeigenschaften sowie die lokale Belastungssituation durch Messungen und durch die Entnahme von Proben bestimmt werden. Die Unsicherheiten und die Streuungen der maßgebenden Variablen auf der Einwirkungs- und Widerstandsseite werden dadurch reduziert und das Bauwerk kann auf der Grundlage der tatsächlichen Eigenschaften beurteilt werden. In der Praxis werden diese Verfahren bereits bei Einzelbauwerken angewandt. Ein Beispiel hierfür ist in O´CONNOR et al. [162] aufgeführt. Hier wird eine bestehende Stahlfachwerkbrücke mithilfe probabilistischer Methoden bewertet. Die probabilistischen Berechnungsverfahren wurden auch bereits in praxistaugliche EDV-Programme eingefügt. So berichten

z. B. SANTA, BERGMEISTER et. al [192] über die probabilistische Bewertung einer Autobahnbrücke mit Hilfe des Finite Element Programms ATENA [35]. Das darin enthaltene probabilistische Analyseprogramm FREET [154] ermöglicht dabei die Berücksichtigung von streuenden Eingangsgrößen. Es ist jedoch zu beachten, dass die Eingabe sowie die Auswertung solcher Berechnungen meist Experten vorbehalten ist. Auch bei der Bewertung der Gebrauchstauglichkeit und bei der Entwicklung von Modellen für ein Lebensdauermanagement wird auf probabilistische Berechnungsverfahren zurückgegriffen. Hier wird auf die Arbeiten von GEHLEN [79] und das DURACRETE Projekt [61] verwiesen. Im Model Code for Service Life Design [144] wurden die wissenschaftlichen Erkenntnisse für die Anwendung aufbereitet. FRANGOPOL [73] nutzt probabilistische Verfahren zur Optimierung der Bauwerksunterhaltung in Bezug auf die Berechnung von Eingriffszeitpunkten für eine Bauwerksprüfung und für Instandhaltungsmaßnahmen und erweitert damit den Ansatz von WICKE et al. [225]. Ein weiterer interessanter Ansatz ist in der Arbeit von LÜCKEN [128] zu finden. Hier wurde mithilfe der Fuzzy-Logik ein computergestützter Ansatz zur Schadensanalyse von Stahlbeton- und Spannbetonbrücken entwickelt, der schwerwiegende, komplexe und unklare Schadensbilder sowohl objektiv als auch umfassend bewertet. Im Rahmen dieser Arbeit stand jedoch die objektive Ermittlung einer Schadensursache und nicht die Bestimmung des Einflusses eines Schadens auf die Tragfähigkeit im Vordergrund, sodass nicht näher darauf eingegangen wird. Es zeigte sich in den zuvor genannten Arbeiten sehr deutlich, dass der Einfluss der Größe der Unsicherheit von Einwirkungen und Widerständen auf die Zuverlässigkeit bestehender Bauwerke mithilfe probabilistischer Verfahren sehr gut beurteilt werden kann.

Wie in den vorangegangenen Kapiteln beschrieben, werden jedoch im Rahmen einer Bauwerksprüfung für die Bewertung eines Schadens keine Messungen durchgeführt oder Proben entnommen, sodass eine stochastische Modellierung der Basisvariablen, d. h. der Materialeigenschaften oder der Einwirkungen, möglich wäre. Es ist auch davon auszugehen, dass die infolge einer Schädigung geänderten Materialeigenschaften des Betons und des Betonstahls meist eine höhere Streuung aufweisen als im ungeschädigten Zustand. Dies muss entsprechend berücksichtigt werden.

Mit probabilistischen Methoden ist es nun möglich, diese größeren Unsicherheiten bei der Bewertung eines Einzelschadens in Hinblick auf dessen Einfluss auf die Tragfähigkeit des Bauwerks auf der Grundlage der Ergebnisse einer Bauwerksprüfung zu berücksichtigen. Die subjektive Bewertung durch den Bauwerksprüfer kann in Form einer sogenannten systembedingten Unsicherheit berücksichtigt werden und die stochastischen Eingangsgrößen für die Material- und Geometrieparameter bei geschädigten Bauwerken können entsprechend den großen Streuungen angepasst werden.

2.3 Konzept eines Ingenieurmodells auf probabilistischer Grundlage

Ziel des Ingenieurmodells ist die objektive und quantitative Beurteilung eines Schadens oder Mangels in Hinblick auf dessen Einfluss auf die Tragfähigkeit des Bauwerks. Diese Bewertung soll selbstständig nach Eingabe des Schadens in ein Erfassungsprogramm, z. B. SIB-Bauwerke [201], durchgeführt werden. Der Bauwerksprüfer erhält dann die qualitative Information, ob eine Nutzungseinschränkung anzuordnen ist. Dies kann in Abhängigkeit eines zu bestimmenden Zuverlässigkeitsniveaus erfolgen, sodass die Möglichkeit gegeben ist, die Nutzungseinschränkung für untergeordnete Bauwerke, z. B. Brücken im kommunalen Bereich im Zuge von Wirtschaftswegen, entsprechend anzupassen. Im Rahmen der Entwicklung eines Ingenieurmodells wird davon ausgegangen, dass nur die Ergebnisse einer üblichen Brückenhauptprüfung gemäß DIN 1076 [51] zur Verfügung stehen. Etwaige Messungen die eine neue stochastische Modellierung von Basisvariablen ermöglichen werden im Allgemeinen in einer solchen Prüfung nicht durchgeführt.

Für eine solche quantitative Bewertung werden zusätzlich zu den bisherigen Bewertungsverfahren und -gruppen gemäß RI-EBW-PRÜF [184] 5 neue Kategorien eingeführt. Diese 5 Kategorien werden für die Schadensbilder mit dem größten Einfluss auf die Tragfähigkeit entwickelt. Im untersuchten Fall von Stahlbetonbrücken sind dies die Betonstahlkorrosion, Abplatzungen sowie die Betonkorrosion. Die Einordnung der Schadensintensität in die jeweilige Kategorie erfolgt nach einer visuellen

Bauwerksprüfung durch den Bauwerksprüfer in die vorgegebenen Gruppen mit den verbalen Bezeichnungen „keine“, „geringfügig“, „vereinzelt“, „ausgeprägt“ und „stark“. Wie zuvor beschrieben, kann mit probabilistischen Berechnungsverfahren der Einfluss von Unsicherheiten bei Einwirkungen und Widerständen sowie bei der subjektiven Bewertung eines Schadens, also bei der Einordnung in eine Schadensintensität, im Hinblick auf die Zuverlässigkeit eines Bauwerks sehr gut berücksichtigt werden. Auf der Grundlage der mechanischen Modelle für die Veränderung der Materialparameter infolge Schädigung oder Alterung werden entsprechende stochastische Modelle für die Basisvariablen des Widerstandes für die einzelnen Schadenskategorien bzw.- intensitäten vorgeschlagen. Mit diesen Modellen wird im Rahmen einer probabilistischen Berechnung auf der Grundlage der Grenzzustandsfunktionen für biegebeanspruchte und querkraftbeanspruchte Stahlbetonbauteile der Zuverlässigkeitsindex β bzw. die Versagenswahrscheinlichkeit P_f geschädigter Stahlbetonbauteile mit Hilfe der First Order Reliability Method (*FORM*) und der Second Order Reliability Method (*SORM*) berechnet und das Bauwerk entsprechend bewertet. Die Grenzzustandsfunktionen werden dabei mit Hilfe von dimensionslosen Kennwerten derart formuliert, dass die Berechnungen für Stahlbetonbrücken mit unterschiedlicher Stützweite durchgeführt werden können. Die einzelnen Kategorien geben den Einfluss des Schadens auf das Sicherheitsniveau des Bauwerks, d. h. auf die Größe des Zuverlässigkeitsindex β, an. Die ggf. anzuordnende Nutzungseinschränkung wird aus dem Zuverlässigkeitsindex β berechnet.

3. Grundlagen der Zuverlässigkeitstheorie im Bauwesen

3.1 Einführung und Begriffsdefinitionen

Wie zuvor erläutert, wird in dieser Arbeit der Grenzzustand der Tragfähigkeit von Stahlbetonquerschnitten untersucht. Bei diesem Grenzzustand kann eine zeitinvariante Zuverlässigkeitsberechnung durchgeführt werden LENTZ et al. [122], da aus einer Überprüfung am Bauwerk auf den aktuellen derzeit vorherrschenden Zustand eingegangen wird. In diesem Kapitel werden für eine solche Berechnung die Grundlagen vorgestellt. Die Kenntnis über die Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie und der Statistik HARTUNG et al. [91] wird dabei weitgehend vorausgesetzt. Für eine umfassende Darstellung bezüglich der Grundlagen der Zuverlässigkeitstheorie im Bauwesen wird auf SPAETHE [203], RACKWITZ [178], FABER [68] und MELCHERS [136] verwiesen.
Immer wieder auftretende Schadensfälle an Bauwerken zeigen sehr deutlich, dass es keine absolute Sicherheit gibt. Traditionell werden und wurden die Sicherheitselemente empirisch festgelegt. Sie sind nicht wissenschaftlich begründet, sondern phänomenologisch orientiert in Anlehnung an die „Trial-and-Error-Methode“ SPAETHE [203]. Die Erfahrung mit früher ausgeführten Bauwerken spielt hier eine große Rolle. Zudem ist Sicherheit nicht messbar, sondern ein Gefühl, das individuell verschieden sein kann. Aus diesem Grunde wird der Grad der Sicherheit durch qualitative Größen ausgedrückt, z. B. durch einen Sicherheitsfaktor oder durch die Versagenswahrscheinlichkeit. Sicherheit ist gewährleistet, wenn die *Beanspruchung* bzw. *Einwirkung* E eines Tragwerks kleiner als seine *Beanspruchbarkeit* bzw. sein *Systemwiderstand* R ist:

$$E < R \tag{3.1}$$

Geht man davon aus, dass all Last-, Geometrie- und Materialparameter deterministische Größen sind, dann sind auch E und R deterministisch. Bei Einführung eines *globalen Sicherheitsfaktors* ν kann die Gleichung (3.1) wie folgt formuliert werden:

$$\nu \cdot E < R \tag{3.2}$$

Die Last-, Geometrie- und Materialparameter sind jedoch keine deterministischen Größen, da ihre aktuellen Werte schwanken. Als einfaches Beispiel ist die Betondruckfestigkeit von mehreren Betonproben nach 28 Tagen genannt, die unterschiedlich sein wird. Die genannten Parameter stellen vielmehr *Zufallsvariablen* dar, wenn die aktuellen Werte als Ergebnis eines zufälligen Ereignisses betrachtet werden. Die Beanspruchbarkeit R und die Beanspruchung E sind dann ebenfalls Zufallsvariablen. Probabilistische Berechnungsverfahren liefern eine Aussage über die *Versagenswahrscheinlichkeit* P_f.

$$P_f = P\,(E < R) \tag{3.3}$$

Die Versagenswahrscheinlichkeit P_f ist die Wahrscheinlichkeit, dass während eines *Bezugszeitraumes* T ein Grenzzustand überschritten wird. Die Überlebenswahrscheinlichkeit P_s ist die Wahrscheinlichkeit, dass während T ein Grenzzustand nicht überschritten wird. P_s ist zu P_f das komplementäre Ereignis, sodass gilt:

$$P_f + P_s = 1 \tag{3.4}$$

P_s kann dann wie folgt berechnet werden:

$$P_s = 1 - P_f \tag{3.5}$$

Die Überlebenswahrscheinlichkeit P_s wird oft auch als Zuverlässigkeit definiert. Die Definition eines *Grenzzustandes* kann Abschnitt 3.3 entnommen werden.
Menschliche Fehlhandlungen sind in diesem theoretischen Wert der Versagenswahrscheinlichkeit P_f nicht enthalten. Zwar wurde früh die Erkenntnis gewonnen, dass die überwiegende Anzahl von Bauwerksversagen auf solche Einflüsse zurückzuführen sind MATOUSEK & SCHNEIDER [134], trotzdem finden sich in der Literatur nur wenige systematische Ansätze zur Modellierung dieser Einflüsse und des Effektes von Qualitätssicherungsmaßnahmen, z. B. STEWART & MELCHERS [206], LIND [125] und HANSEN [90]. Es wurde daher der Begriff der „operativen Versagenswahrscheinlichkeit" eingeführt SPAETHE [203]. Da sich die nachfolgenden Untersuchungen ausschließlich auf diese berechenbare operative Versagenswahrscheinlichkeit beziehen, wird aus Gründen der Übersichtlichkeit in den folgenden Bezeichnungen das Adjektiv weggelassen. Aus umfangreichen Schadensstatistiken z. B. SCHNEIDER [196] wurde ermittelt, dass die tatsächliche Versagenswahrscheinlichkeit $P_{f,real}$ wegen der Einflüsse infolge von Fahrlässigkeit (einschließlich Fehlern und Irrtümern) und höherer Gewalt fast 10-mal so groß ist wie die operative Versagenswahrscheinlichkeit P_f. Als baupraktisches Maß wurde aus der Versagenswahrscheinlichkeit P_f ein *Sicherheitsindex bzw. Zuverlässigkeitsindex* β eingeführt. Dieser ist ein Maß für die Bauwerkssicherheit, das statistisch und wahrscheinlichkeitstheoretisch begründet ist. Die Zusammenhänge und die Herleitung werden in den nachfolgenden Kapiteln erläutert. Die nachfolgende Tabelle 3.1 zeigt einen Überblick über die derzeitigen Sicherheitskonzepte im Bauwesen. Einzelne Berechnungsverfahren, die für die nachfolgenden Untersuchungen verwendet wurden, werden anschließend näher erläutert.

Tabelle 3.1 Überblick über die Sicherheitskonzepte

Sicherheitskonzept	Level	Zuverlässigkeitsmaß	Berechnungsmethoden
Deterministisch	0	Globaler Sicherheitsfaktor v	Empirische Methoden
Semi-probabilistisch	1	Teilsicherheitsbeiwerte γ	Verfahren der Grenzzustände, Kalibrierung
Probabilistisch Näherung	2	Zuverlässigkeitsindex β	Momentenmethode, First Order Reliability Method (*FORM*), Second Order Reliability Method (*SORM*), Anwortflächenverfahren
Probabilistisch „exakt"	3	Versagenswahrscheinlichkeit P_f Überlebenswahrscheinlichkeit P_s	Monte-Carlo Methode, numerische Integration
Ökonomisch optimal	4	Zulässige Versagenswahrscheinlichkeit P_f Erforderlicher Zuverlässigkeitsindex *erf.* β	Optimierungsverfahren unter Einbezug ökonomischer Daten mit den Methoden von Level 2 und 3

Die derzeitigen Normen für die Nachweise im Bauingenieurwesen, z. B. DIN 1055-100 [57], beruhen auf dem semi-probabilistischen Sicherheitskonzept (Level I – Verfahren). Dies ist dadurch gekennzeichnet, dass es deterministische Sicherheitselemente in Form von Teilsicherheits- und Kombinationsbeiwerten verwendet, die mithilfe vereinfachter probabilistischer Methoden (Level II – Verfahren) und empirisch – historischer Kalibrierung bestimmt werden GRÜNBERG [84].
Die Berechnungen in dieser Arbeit werden überwiegend mit den probabilistischen Näherungsverfahren mit *FORM* und *SORM* (Level II – Verfahren) durchgeführt. Einzelne Vergleichsberechnungen wurden mithilfe der Monte-Carlo-Methode (Level III – Verfahren) durchgeführt. Es zeigte sich auf dieser

Grundlage, dass aufgrund der sehr kleinen Zielwerte der Versagenswahrscheinlichkeit im konstruktiven Ingenieurbau die Genauigkeit der Bestimmung des Zuverlässigkeitsindex β ausreichend ist.

3.2 Modellierung von Zufallsvariablen

3.2.1 Definition und Verteilungsfunktionen stetiger Zufallsvariablen

Die stochastisch ungewissen Variablen für die Beschreibung des Grenzzustandes der Tragfähigkeit eines Bauwerks lassen sich in Last-, Material- und Geometrieparameter einteilen. Diese Einflussgrößen werden als *Basisvariablen* bezeichnet [196]. Die Beurteilungsbasis, z. B. die Beschreibung eines Grenzzustandes, soll der Komplexität wegen dabei so gewählt werden, dass nicht zu viele Variablen auftreten. So könnte z. B. die Betondruckfestigkeit f_c unterteilt werden in eine Funktion aus der Qualität von Kies und Zement, des Wasser-Zement-Faktors, der Verdichtungsqualität etc. Es ist leicht zu erkennen, dass die Berücksichtigung aller Einflussgrößen die Berechnung außerordentlich und wahrscheinlich unnötig komplex machen würde. Zudem kann davon ausgegangen werden, dass die Ergebnisse in Hinblick auf die Beurteilung des Grenzzustandes der Tragfähigkeit nicht wesentlich verbessert werden. In den meisten Fällen ist die genaue Größe der Basisvariablen nicht genau bekannt und stellt ein physikalisches Zufallsereignis dar. Sie können zufällig einen Wert in einem vordefinierten Intervall annehmen. Die Werte werden nun mit einer Funktion beschrieben die *Zufallsvariable* genannt wird.
Allgemein versteht man unter einer Zufallsvariable X eine Funktion, die jedem Elementarereignis $\omega \in \Omega$ eine reelle Zahl $X(\omega)$ zuordnet:

$$X\colon\ \omega \ \rightarrow\ X(\omega) \in R$$

Das Ergebnis ω des Zufallsexperiments wird durch den Zufall bestimmt und wird als Realisation von X bezeichnet. Die Funktion X ordnet dann diesem Elementarereignis einen reellen Zahlenwert zu. Die einer bestimmten Zufallsvariable zugeordnete *Grundgesamtheit* Ω umfasst alle Elemente (Werte), die zu ihr gehören sollen, und besteht aus allen Realisationen einer Zufallsvariable, deren Anzahl endlich aber auch unendlich sein kann. Die nachfolgenden Ausführungen beschränken sich auf stetige Zufallsvariablen für die eine Dichtefunktion existiert, d. h., sie kann bei einem Versuch jeden Zahlenwert aus einem oder mehreren vorgegebenen Intervallen einer Zahlenachse annehmen. Die Bezeichnung der Zufallsvariablen erfolgt mit einem Großbuchstaben, Realisierungen einer Zufallsvariable werden mit einem kleinen Buchstaben, ggf. mit einem Index i für die i-te Realisierung, bezeichnet. In diesem Zusammenhang spricht man nicht einfach von einer Wahrscheinlichkeit, sondern von der *Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion* von X, oder kurz *Verteilungsfunktion,* die eine Zufallsvariable X charakterisiert. Die Eigenschaften von Verteilungsfunktionen und deren Parametern werden nachfolgend kurz erläutert, vgl. auch HARTUNG et al. [91] und MELCHERS [136]. Die Verteilungsfunktion F_x einer Zufallsvariable X ist definiert mit:

$$F_x = F(x) = P\ (X\ < x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx \tag{3.6}$$

Der Wert der Funktion $F(x)$ an der Stelle x ist gleich der Wahrscheinlichkeit P, dass die Zufallsvariable X einen Wert annimmt, der kleiner als x ist. Die zugehörige *Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion* f_x, kurz *Verteilungsdichte*, ist die erste Ableitung der Verteilungsfunktion F_x:

$$f_x = f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \tag{3.7}$$

mit den Eigenschaften:

$$f_x \geq 0 \text{ für alle } x \in R$$

$$\int_{-\infty}^{x} f(x)dx = 1 \tag{3.8}$$

$$\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0 \quad \text{und} \quad \lim_{x \to +\infty} F(x) = 1$$

$$F(x) \text{ ist monoton steigend}$$

Bei vielen Anwendungen wird die Zufallsgröße vereinfacht nur durch die ersten beiden statistischen Momente der Verteilungsfunktion charakterisiert. Der Mittelwert μ_X oder Erwartungswert *E[X]* ist gleich dem 1. Moment. Der Erwartungswert einer Verteilung entspricht dem Schwerpunkt der Fläche unter der Verteilungsdichte. Die Varianz σ_x^2 ist gleich dem zweiten zentralen Moment. Die beiden Momente sind definiert durch:

$$\mu_X = E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)dx \tag{3.9}$$

$$\begin{aligned} \sigma_X^2 = E[(X-\mu_X)^2] &= \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu_X)^2 \cdot f(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x)dx - \mu_X^2 \\ &= E[X^2] - E[X]^2 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Die Standardabweichung σ_X und der dimensionslose Variationskoeffizient v_X werden aus den ersten beiden Momenten abgeleitet:

$$\sigma_X = \sqrt{\sigma_X^2} \tag{3.11}$$

$$v_X = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \tag{3.12}$$

Im konstruktiven Ingenieurbau werden weiterhin meist für die Bemessung die Quantilwerte einer Zufallsvariablen *X* benötigt, die dann als charakteristische Werte bezeichnet werden. Der *Quantilwert* oder *q-Quantil* ist der Wert x_q einer Zufallsvariable *X*, der mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit *q* unterschritten und mit der Wahrscheinlichkeit *1-q* überschritten wird. Die Bestimmungsgleichung für x_q ist:

$$\begin{aligned} &P(X < x_q) = F(x_q) = q \\ &x_q = F_X^{-1}(q) = \mu_X + k_X \cdot \sigma_X = \mu_X \cdot (1 + k_X \cdot v_X) \end{aligned} \tag{3.13}$$

Der Faktor k_X gibt dabei an um welches Vielfaches der Standardabweichung sich die q-Quantile vom Mittelwert befindet und ist vom Typ der Verteilungsfunktion abhängig.

Im Bauingenieurwesen werden für die stochastische Modellierung von Unsicherheiten gemäß RACKWITZ [179] in der Praxis am häufigsten folgende in Tabelle 3.2 genannten Modelle angewendet.

Tabelle 3.2 Übersicht über die stochastische Modellierung von Zufallsvariablen im Bauingenieurwesen RACKWITZ [179]

Zufallsvariable	Verteilungsfunktion	Beispiele
Ständige Lasten	Normalverteilung	Eigengewicht einer Konstruktion
Veränderliche Einwirkungen - Die Einzelwerte aus denen die Extremwerte gewonnen werden weisen einen großen Umfang auf	Extremwertverteilung (Gumbel-Verteilung)	Extremwerte für Verkehrslasten auf Brücken bei lang andauernden Messungen
Veränderliche Einwirkungen - Die Extremwerte werden aus einem kleinen Stichprobenumfang gewonnen	Gammaverteilung	Augenblickliche Verkehrslasten und Straßenverkehrslasten, Schneelasten
Festigkeitsgrößen - Als Resultat von Mittelungsvorgängen	Normalverteilung	Druck- und Zugfestigkeit von Beton und Stahl
Festigkeitsgrößen	Lognormalverteilung	Fließspannung von Stahl
Abmessungen	Normalverteilung	Geometrische Abmessungen
Lebensdauer bei Ermüdung	Weibull - Verteilung	Ermüdungsfestigkeit von Stahl, Festigkeit von Holz

In Tabelle 3.2 wird davon ausgegangen, dass es sich für die Beurteilung der stochastischen Modelle für Festigkeiten und Baustoffeigenschaften um ungeschädigte Bauteile handelt. Wie die nachfolgenden Untersuchungen in Kapitel 4 zeigen, können für geschädigte Bauteile mit daraufhin veränderten Materialparametern oder geometrischen Abmessungen bereichsweise abweichende stochastische Modellierungen die Realität noch genauer beschreiben. Nachfolgend werden die Eigenschaften der wichtigsten Verteilungsfunktionen kurz vorgestellt:

- Normalverteilung, N(μ,σ)

Die Normalverteilung ist eine der wichtigsten Verteilungsfunktionen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass in der Natur und in der Technik häufig Größen beobachtet werden, die der Normalverteilung entsprechen oder ihr sehr ähnlich sind. Zudem folgt aus dem Zentralen Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeitstheorie (siehe Kapitel 3.2.3), dass eine Zufallsvariable, die sich additiv aus unabhängigen Einzelwirkungen zusammensetzt, als angenähert normalverteilt angenommen werden kann. Wie Bild 3.1 zeigt, besitzt sie eine Glockenform und wird daher auch manchmal als die *Gaußsche Glockenkurve* bezeichnet.
Die Normalverteilung mit Mittelwert μ_X und Standardabweichung σ_X besitzt die Verteilungsdichte

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}}\, exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X}\right)^2\right] \tag{3.14}$$

und die Verteilungsfunktion

$$F_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \int_{-\infty}^{x} exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X}\right)^2\right] dx \tag{3.15}$$

Da das Integral in (3.15) geschlossen nicht mehr lösbar ist, wird die Verteilungsfunktion der Normalverteilung tabelliert, siehe z. B. HARTUNG [91]. Dies erfordert die Standardisierung der Zufallsvariable. Allgemein wird eine beliebig verteilte Zufallsvariable wie folgt in eine standardisierte Form gebracht:

$$Y = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X} \tag{3.16}$$

Die Verteilungsdichte und die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung haben den Mittelwert Null und die Standardabweichung Eins. Sie wird meist mit N(0,1) bezeichnet:
Verteilungsdichte der Standardnormalverteilung:

$$\phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) \tag{3.17}$$

Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung:

$$\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \int_{-\infty}^{y} exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy \tag{3.18}$$

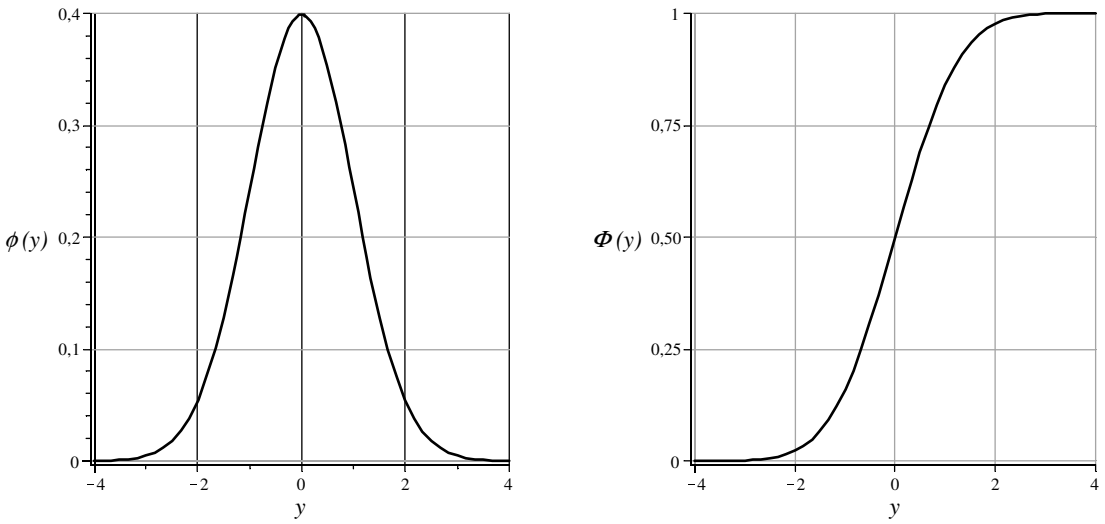


Bild 3.1: Verteilungsdichte (links) und Verteilungsfunktion (rechts) der Standardnormalverteilung N(0,1)

Die Normalverteilung wird allein durch den Mittelwert μ_X und durch die Standardabweichung σ_X vollständig beschrieben. Sie ist beidseitig unbegrenzt und symmetrisch zu ihrem Mittelwert. Es ist dabei zu beachten, dass aufgrund der Unbegrenztheit physikalisch unsinnige Realisierungen einer Zufallsvariable möglich sind (z. B. negative Werte für Querschnittsabmessungen). Allerdings liegen 99,9 % der Werte, denen eine Normalverteilung zugrunde liegt innerhalb der 3,29-fachen Standardabweichung ($3{,}29 \cdot \sigma_X$) links und rechts des Mittelwertes. Es kann jedoch, wie im Falle von sehr kleinen Betondeckungen, auch durchaus erforderlich werden, die Normalverteilung einseitig zu stutzen, da sie sonst zu einer realitätsfremden Beschreibung der Variable führt. Die Berechnung der *Wahrscheinlichkeit q* die einem (*Quantil)Wert* u_q zugrunde liegt ergibt sich wie folgt:

$$\phi(u_q) = q \tag{3.19}$$

und

$$u_q = \phi^{-1} \cdot (q) \tag{3.20}$$

- Logarithmische Normalverteilung, LN(λ, ζ)

Ist nun nicht eine Zufallsvariable selbst, sondern ihr natürlicher Logarithmus normalverteilt, dann spricht man von einer *logarithmischen Normalverteilung*, oder kurz *Lognormalverteilung*. Dies ist z. B. der Fall, wenn die Werte X einer Messreihe nicht symmetrisch um einen Wert angeordnet sind, sondern die Verteilung eine Schiefe aufweist. Es kann dann durch Logarithmieren der Messwerte erreicht werden, dass die Verteilung nahezu symmetrisch und sogar einer Normalverteilung gut angepasst ist.
Zwischen einer normalverteilten Variablen X und einer lognormalverteilten Variablen Y besteht dabei folgende Beziehung:

$$X = \ln Y \tag{3.21}$$

$$Y = \exp X \tag{3.22}$$

Aufgrund der Bedeutsamkeit in der Zuverlässigkeitstheorie wird speziell kurz auf die Transformationsbeziehungen zwischen Normal- und Lognormalverteilung eingegangen. Ist die Zufallsvariable Y lognormalverteilt mit Mittelwert m_y und Variationskoeffizient V_y, dann ist $ln(Y)$ normalverteilt mit den Parametern Mittelwert m_u und Varianz s_u:

$$m_u = ln(m_Y) - 0{,}5 \cdot ln(1 + V_Y^2) \tag{3.23}$$

$$s_u = \sqrt{ln(1 + V_Y^2)} \tag{3.24}$$

Grundsätzlich ist es möglich, dass jede Verteilung derart in eine Normalverteilung transformiert wird, dass diese in bestimmten Bereichen über die gleiche Auftretenswahrscheinlichkeit wie die Ausgangsfunktion verfügen. Hier wird auf HARTUNG [91] verwiesen.

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion einer logarithmischen Normalverteilung ist gegeben durch

$$f(x) = \frac{1}{\zeta \cdot x \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}}\, exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{lnx - \lambda}{\zeta}\right)^2\right] = \frac{1}{\zeta \cdot x} \cdot \phi \cdot \left(\frac{lnx - \lambda}{\zeta}\right) \tag{3.25}$$

und die Verteilungsfunktion mit

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\zeta \cdot x \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}}\, exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{ln\, x - \lambda}{\zeta}\right)^2\right] dx = \Phi \cdot \left(\frac{lnx - \lambda}{\zeta}\right) \tag{3.26}$$

Die Parameter der Lognormalverteilung lauten:

$$\lambda = E[ln\, x] = \mu_{ln\, X} = ln\, \mu_x - \frac{1}{2} \cdot \sigma_{ln\, X}^2 \tag{3.27}$$

$$\zeta^2 = E[(ln\, x - \lambda)^2] = \sigma_{ln\, X}^2 = ln(1 + v_X^2) \tag{3.28}$$

Die ersten beiden statistischen Momente einer lognormalverteilten Zufallsvariable X errechnen sich aus (3.27) und (3.28) zu:

$$\mu_X = E[X] = exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right) \tag{3.29}$$

$$\sigma_X^2 = E[(X - \mu_X)^2] = \mu_X^2 \cdot [exp(\zeta^2) - 1] \tag{3.30}$$

Das nachfolgende Bild 3.2 zeigt die Verteilungsdichte und Verteilungsfunktion einer lognormalverteilten Zufallsvariable.

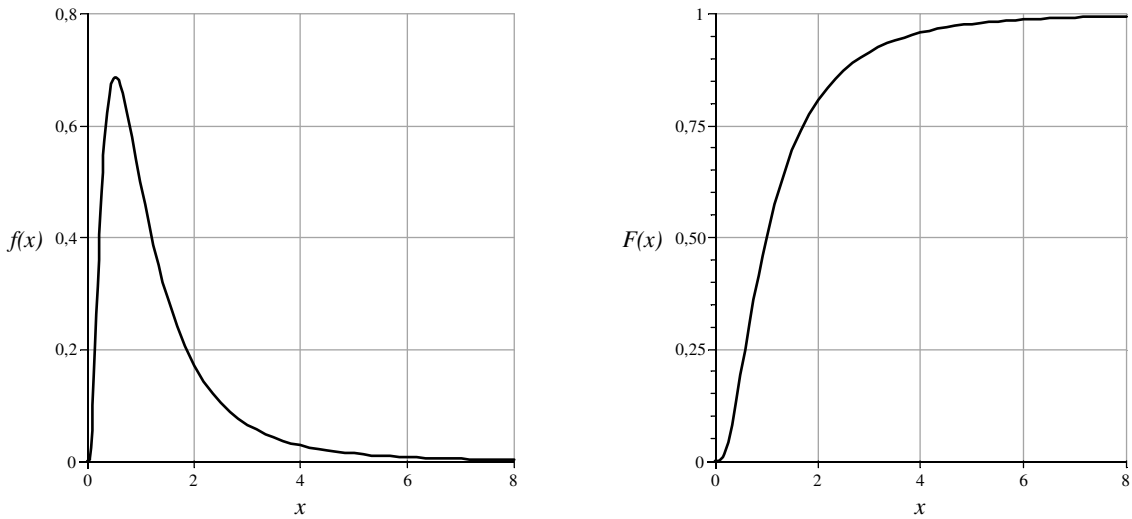


Bild 3.2: Verteilungsdichte (links) und Verteilungsfunktion (rechts) einer lognormalverteilten Zufallsvariable LN(0; 0,8)

Wie bereits erwähnt, besitzt eine logarithmisch normalverteilte Zufallsgröße stets eine positive Schiefe. Zudem kann sie mit einer Wahrscheinlichkeit von 1 niemals negative Werte annehmen und hat einen unteren Endpunkt bei $x = 0$. Wie in Tabelle 3.2 aufgeführt, wird sie oft bei der stochastischen Modellierung von Festigkeitsgrößen verwendet.
Bei Zufallsgrößen mit einem Variationskoeffizienten v_X von 15 % und mehr ist jedoch zu beachten, dass dann der abfallende Ast der Dichtefunktion nur sehr „langsam“ Richtung null verläuft. Selbst bei einer Gumbelverteilung fällt der abfallende Ast schneller auf null ab. Dies ist vor allem bei der Modellierung von Einwirkungen zu beachten. In Kapitel 4 dieser Arbeit wird darauf im Detail nochmals eingegangen.

- Extremwertverteilung Typ I (*Gumbel* – Verteilung), EV-I (u, α)

Für die Zuverlässigkeit von tragenden Konstruktionen haben Größtwerte und Kleinstwerte von Zufallsgrößen eine fundamentale Bedeutung. Die Berechnung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen erfolgt mit der Theorie der Extremwertverteilungen. In der Zuverlässigkeitstheorie im Bauingenieurwesen wird die Extremwertverteilung vom Typ I, Gumbel – Verteilung, häufig zur Darstellung der größten Belastung in längeren Zeitintervallen verwendet (Tabelle 3.2). Weitergehende Informationen, z. B. für die Anwendung bei Kleinstwerten, können GUMBEL [86] entnommen werden. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ist gegeben durch

$$f(x) = \alpha \cdot exp\left[-\alpha \cdot (x-u) - exp\left(-\alpha(x-u)\right)\right] \tag{3.31}$$

und die Verteilungsfunktion mit

$$F(x) = exp\left[-exp\left(-\alpha(x-u)\right)\right] \tag{3.32}$$

Die Parameter der *Gumbel*-Verteilung lauten:

$$u = \mu_X - \frac{\gamma \cdot \sqrt{6}}{\pi} \cdot \sigma_X \tag{3.33}$$

und

$$\alpha = \frac{\pi}{\sigma_X \cdot \sqrt{6}} \tag{3.34}$$

mit:
γ = 0,577215664..... (*Euler*-Konstante)

Die ersten beiden statistischen Momente einer *Gumbel*-verteilten Zufallsvariable X errechnen sich aus (3.33) und (3.34) zu:

$$\mu_X = u + \frac{\gamma}{\alpha} \tag{3.35}$$

$$\sigma_X = \frac{\pi}{\alpha^2 \cdot \sqrt{6}} \tag{3.36}$$

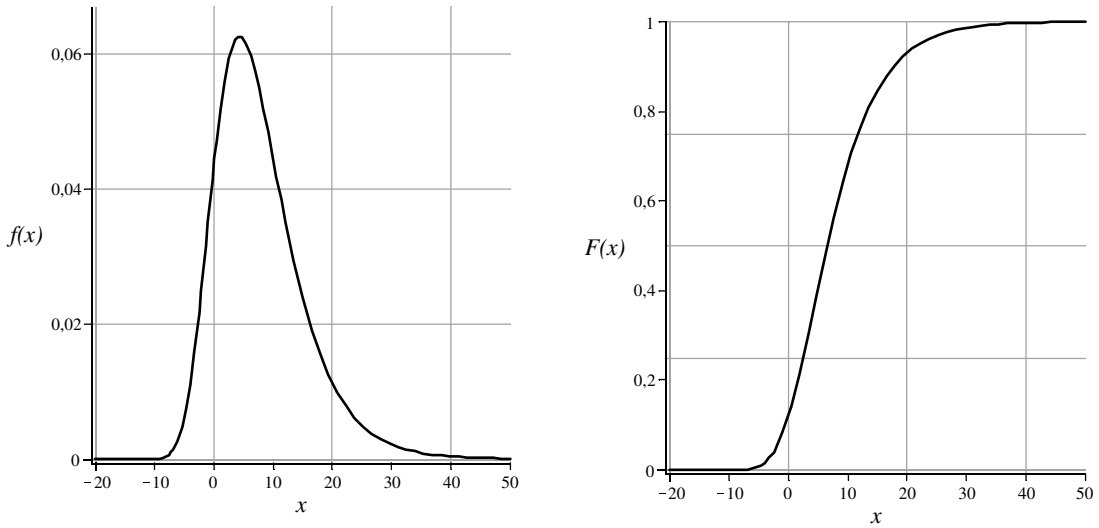


Bild 3.3: Verteilungsdichte (links) und Verteilungsfunktion (rechts) einer *Gumbel*-verteilten Zufallsvariable EV-I (4,4; 0,17)

Die Gumbel-Verteilung ist zudem von einem *Bezugszeitraum T* abhängig, da bei längeren Bezugszeiträumen größere Extremwerte häufiger sind. Die Standardabweichungen sind dagegen unabhängig vom Bezugszeitraum SCHUËLLER [198]. Wie auch das Bild 3.3 zeigt, ist zudem die *Gumbel*-Verteilung in beiden Richtungen unbegrenzt. Gerade im Bauingenieurwesen kann dies bei der Wahl der stochastischen Modellierung einer Zufallsvariable eine entscheidende Rolle spielen. Aus diesem Grunde wurde in den letzten Jahren die *Gumbel – Verteilung* zu einer *verallgemeinerten Gumbel-Verteilung* weiterentwickelt NIEMANN & HÖLSCHER [152]. Es wird zum Mittelwert μ_X und zur Standardabweichung σ_X zusätzlich der *Krümmungsparameter* τ der Zufallsvariablen betrachtet. Die Unterscheidung dieser *verallgemeinerten Gumbel-Verteilung* erfolgt in Abhängigkeit der Größe des Krümmungsparameters τ in Typ I ($\tau = 0$), Typ II ($-0{,}5 < \tau < 0$), und Typ III ($\tau > 0$). Durch diese Betrachtung kann bei $\tau < 0$ eine untere Begrenzung der Extremwerte einer Zufallsvariable X_{min} und bei $\tau > 0$ eine obere Begrenzung X_{max} eingeführt werden. Bei $\tau = 0$ ergeben sich keine Begrenzungen. In den Untersuchungen bzgl. der Widerstandsmodelle wird auf diese Weiterentwicklung der Gumbel-Verteilung zurückgegriffen. Auch die nachfolgend vorgestellte Extremwertverteilung vom Typ III für Kleinstwerte, *Weibullverteilung*, besitzt in Richtung der Extremwerte einen Grenzwert x_0.

- Extremwertverteilung Typ III (*Weibull* – Verteilung), EV-III(x_0, λ, k)

Die Weibull-Verteilung wird meist zur Darstellung von Lasten mit oberen Grenzen und zur Modellierung von Festigkeitseigenschaften und der Lebensdauer bei ermüdungsbeanspruchten Bauteilen verwendet. Im Gegensatz zur asymptotischen Verteilung der Gumbel – Verteilung, ist die Weibull-Verteilung begrenzt und zwar mit dem Wert x_0. Der Wert x_0 wird meist experimentell bestimmt. Bei der Vorhersage der Ermüdungslebensdauer ist dies z. B. die Anzahl der Lastzyklen, vor deren Erreichen überhaupt eine Schädigung des Mikrogefüges der Werkstoffe auftreten kann. Hat man jedoch hierfür keine oder ungenügende Informationen, so kann x_0 auch zu null gesetzt werden. Die nachfolgenden Funktionen beziehen sich auf die Beschreibung von Größtwerten. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ist gegeben mit

$$f(x) = \lambda \cdot k \cdot (x_0 - x)^{k-1} \cdot exp[-\lambda \cdot (x_0 - x)^k] \tag{3.37}$$

und die Verteilungsfunktion mit

$$F(x) = exp[-\lambda \cdot (x_0 - x)^k] \tag{3.38}$$

Mittelwert m_X und Standardabweichung σ_X hängen mit den Parametern wie folgt zusammen:

$$m_X = x_0 - \lambda^{-\frac{1}{k}} \cdot \Gamma_1 \tag{3.39}$$

und

$$\sigma_X = \lambda^{-\frac{1}{k}} \cdot (\Gamma_2 - \Gamma_1^2)^{\frac{1}{2}} \tag{3.40}$$

mit:

$$\Gamma_1 = \Gamma \cdot \left(1 + \frac{1}{k}\right) \tag{3.41}$$

$$\Gamma_2 = \Gamma \cdot \left(1 + \frac{2}{k}\right) \tag{3.42}$$

$$\Gamma = \int_0^\infty t^{x-1} \cdot e^{-t}\, dt \tag{3.43}$$

mit:
Γ = Gammaverteilung
t = Zeitpunkt des Eintretens des Ereignisses

Das nachfolgende Bild 3.4 zeigt die Verteilungsdichte und Verteilungsfunktion der *Weibull*-Verteilung für Größtwerte:

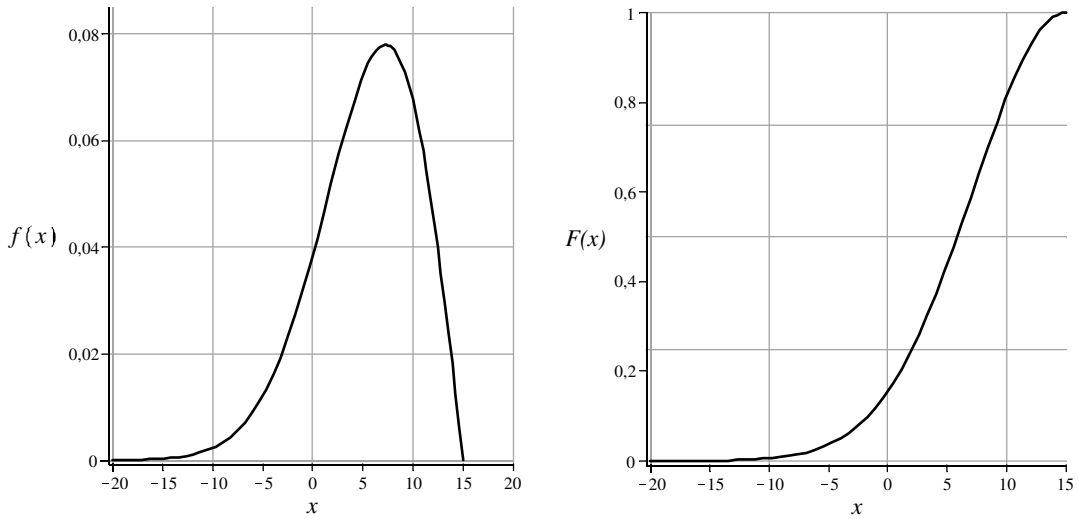


Bild 3.4: Verteilungsdichte (links) und Verteilungsfunktion (rechts) einer *Weibull*-verteilten Zufallsvariable EV-I (15, 4, 2)

3.2.2 Mehrdimensionale Zufallsgrößen - Zufallsvektor

Die zuvor vorgestellten Verteilungsfunktionen und Verteilungsdichten beziehen sich jeweils auf eine Zufallsvariable, die in mathematischer Hinsicht als „skalare“ Zufallsvariable bezeichnet wird. In den meisten Betrachtungen im Ingenieurwesen ist das gemeinsame Verhalten zweier oder mehrerer Zufallsvariablen von Interesse. Dieser Satz von n stetigen Zufallsvariablen X_i wird in einem n-dimensionalen *Zufallsvektor* $\boldsymbol{X}$ zusammengefasst.
Die Verteilungsfunktion F_X eines Zufallsvektors $\boldsymbol{X}$ wird auch als gemeinsame Verteilungsfunktion bezeichnet und kann in Komponentenschreibweise wie folgt dargestellt werden FISCHER [72]:

$$F_{\boldsymbol{X}} = F_{X_1,X_2,\dots,X_n} = F(x_1, x_2, \dots, x_n) = P[(X_1 < x_1) \cap (X_2 < x_2) \cap \dots \cap (X_n < x_n)] \tag{3.44}$$

Oder kürzer in Vektorschreibweise:

$$\mathrm{F}(\mathbf{x}) = P\,(\boldsymbol{X} < \boldsymbol{x}) \tag{3.45}$$

Die Verteilungsdichte, d. h. die gemeinsame Verteilungsdichte ergibt sich zu:

$$f_{\boldsymbol{X}} = f_{X_1,X_2,\dots,X_n} = \frac{\partial^n F(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_1\, \partial x_2 \dots . \partial x_n} \tag{3.46}$$

Im zweidimensionalen Raum kann die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein zufälliger Punkt mit den Koordinaten $\boldsymbol{x}$ innerhalb eines vorgegebenen Flächenelements A befindet mit

$$P(\boldsymbol{X} \in A) = \int_A f(\boldsymbol{x}) d\boldsymbol{x} \tag{3.47}$$

berechnet werden. Ist die gemeinsame Verteilungsdichte (3.46) bekannt, so ist eine eindeutige Charakterisierung der n Zufallsvariablen gegeben. Die Verteilungsfunktion, d. h. die gemeinsame Verteilungsfunktion errechnet sich zu:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} \dots \int_{-\infty}^{x_n} f(x_1, x_2, \dots, x_n)\, dx_1 dx_2 dx_n \tag{3.48}$$

Für jede Komponente X_i des Zufallsvektors $\boldsymbol{X}$ kann eine eindimensionale Verteilungsfunktion berechnet werden, die als *Randverteilungsfunktion* bezeichnet wird. Die Randverteilungsfunktion für die Zufallsvariable X_1 erhält man nach Integration über den gesamten Bereich der Zufallsvariablen X_2, ..., X_n:

$$F(x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi_1, x_2, \dots, x_n)\, d\xi_1 dx_2 dx_n \tag{3.49}$$

Wie bei skalaren Zufallsvariablen kann man auch aus der gemeinsamen Verteilungsdichte der Zufallsvariablen die statistischen Kennwerte wie Erwartungswert μ_i und Varianz σ_i^2 berechnen:

$$\mu_i = E[X_i] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} x_i \cdot f(x_1, x_2, \dots, x_n)\, dx_1 dx_2 \dots dx_n \tag{3.50}$$

und:

$$\sigma_i^2 = Var[X_i] = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} (x_i - \mu_i)^2 \cdot f(x_1, x_2, \dots, x_n)\, dx_1 dx_2 \dots dx_n \tag{3.51}$$

Zwischen zwei Zufallsvariablen X_i und X_j besteht nunmehr die Eigenschaft der *Kovarianz* $Cov(X_i, X_j)$. Sie gibt die stochastische Abhängigkeit zwischen den Zufallsvariablen X_i und X_j an und kann wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned} Cov(X_i, X_j) &= \sigma_{ij} \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} (x_i - \mu_i) \cdot (x_j - \mu_j) \cdot f(x_1, x_2, \dots, x_n)\, dx_1 dx_2 \dots dx_n \end{aligned} \tag{3.52}$$

Aus dem Vergleich von (3.52) mit (3.51) ergibt sich folgender Zusammenhang:

$Cov(X_i, X_i) = Var(X_i)$ und $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$

Die Notation $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$ ist zur Vereinheitlichung der Schreibweise notwendig. Nunmehr besitzt σ_{ii} die Dimension einer Varianz und σ_i die Dimension einer Standardabweichung. Für die Korrelation zwischen X_i und X_j wird der Korrelationskoeffizient ρ_{ij} als normierte Größe eingeführt:

$$\rho_{ij} = \frac{Cov(X_i, X_j)}{\sqrt{Var(X_i) \cdot Var(X_j)}} = \frac{\sigma_{ij}}{\sqrt{\sigma_{ii} \cdot \sigma_{jj}}} \qquad mit \quad -1 \le \rho_{ij} \le +1 \tag{3.53}$$

Wenn $\rho = 0$, dann herrscht keine lineare Abhängigkeit zwischen den betrachteten Zufallsvariablen. Ein anderer, nichtlinearer, Zusammenhang kann jedoch bestehen. Für $\rho = -1$ bzw. $+1$ sind die betrachteten Größen perfekt negativ bzw. positiv korreliert.
Beachtet man nun

$Cov(X_i, X_i) = Var(X_i)$

dann lassen sich die stochastischen Abhängigkeiten zwischen den Komponenten eines n-dimensionalen Zufallsvektors durch die sogenannte Kovarianzmatrix $\mathbf{C}_X$ charakterisieren, mit der Bezeichnung $Cov(X_i, X_i) = \sigma_{ii}$:

$$\boldsymbol{C}_X = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2n} \\ & & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \tag{3.54}$$

Die Kovarianzmatrix ist symmetrisch ($\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$) und positiv definit.

Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte f(***x,y***) von zwei Zufallsvektoren ***X*** und ***Y*** mit den Wahrscheinlichkeitsdichten *f(**x**)* und *f(**y**)* erhält man aus dem Satz über die „bedingte Wahrscheinlichkeit".

$$f(\boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{y}) = \frac{f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}{f(\boldsymbol{y})} = \frac{gemeinsame\ Verteilungsdichte}{Randverteilungsdichte} \quad mit \quad f(\boldsymbol{y}) > 0 \tag{3.55}$$

$$f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = f(\boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{y}) \cdot f(\boldsymbol{y}) \tag{3.56}$$

Sind die beiden Zufallsvektoren ***X*** und ***Y*** statistisch unabhängig, so gilt für die bedingte Wahrscheinlichkeitsdichte:

$$f(\boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{y}) = f(\boldsymbol{x}) \quad \text{und} \quad f(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{x}) = f(\boldsymbol{y}) \tag{3.57}$$

so ergibt sich die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte zu:

$$f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = f(\boldsymbol{x}) \cdot f(\boldsymbol{y}) \tag{3.58}$$

Für einen n-dimensionalen Zufallsvektor gilt dann allgemein analog zu (3.58):

$$f(x_1, x_2, \ldots . x_n) = f(x_1) \cdot f(x_2) \ldots . . f(x_n) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i) \tag{3.59}$$

Mithilfe einer Hauptachsentransformation kann die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für normalverteilte, korrelierte Zufallsvariablen ($\rho_{ij} \neq 0$) berechnet werden.
Das Vorgehen kann KLINGBEIL [111] entnommen werden. Nicht normalverteilte Zufallsvariablen können durch eine geeignete Transformation ROSENBLATT [187] in normalverteilte Zufallsvariablen übergeführt werden, sodass die Berechnung der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion gemäß [111] erfolgen kann. Die nachfolgenden Bilder Nr. 3.5 und Nr. 3.6 zeigen exemplarisch eine bivariante Normalverteilung mit der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion f_{XY} für unkorrelierte und korrelierte Zufallsgrößen *X* und *Y*:

$$f_{XY} = f(x,y) = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y \cdot \sqrt{1-\rho^2}} \cdot exp\left[-\frac{1}{2 \cdot (1-\rho^2)} \cdot \left(\frac{(x-\mu_x)^2}{\sigma_x^2} + \frac{\left(y-\mu_y\right)^2}{\sigma_y^2} - 2 \cdot \rho \cdot \frac{(x-\mu_x) \cdot \left(y-\mu_y\right)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}\right)\right] \tag{3.60}$$

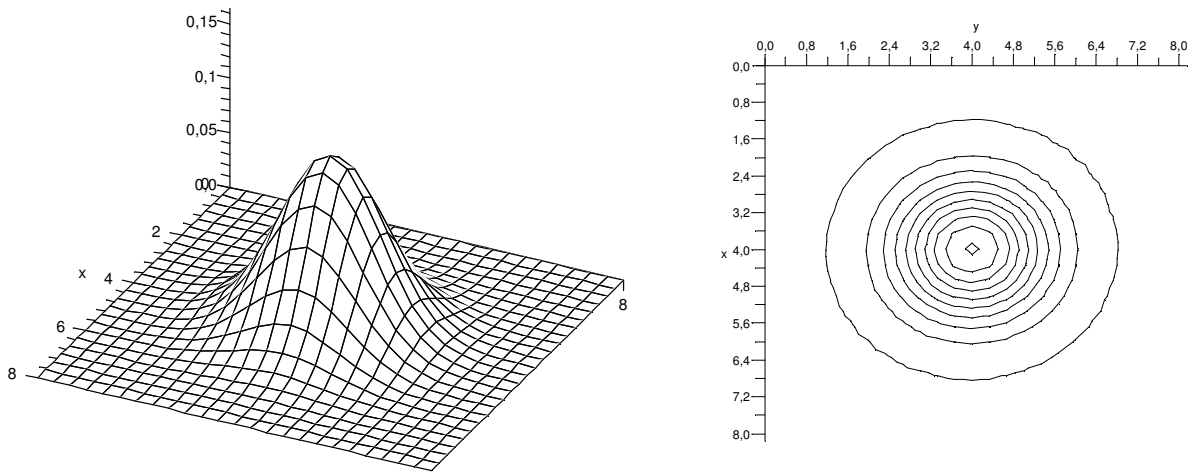


Bild 3.5: Verteilungsdichte einer bivarianten Normalverteilung (3.60) mit den unkorrelierten (ρ = 0) Zufallsgrößen X und Y und mit $\mu_x = \mu_y$=4, $\sigma_x = \sigma_y$ = 1; Darstellung: links Ansicht – rechts Draufsicht

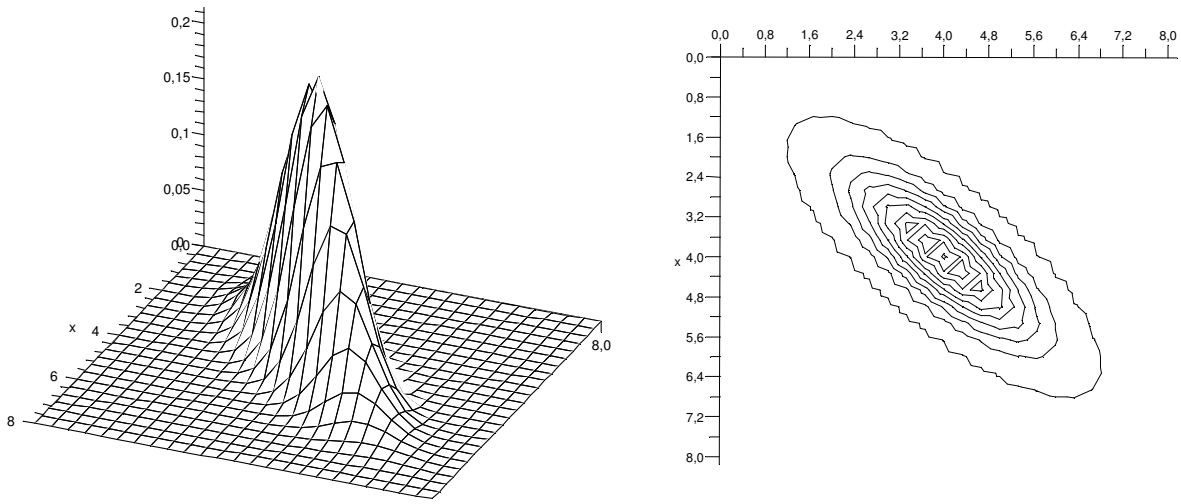


Bild 3.6: Verteilungsdichte einer bivarianten Normalverteilung (3.60) mit den korrelierten (ρ = 0,8) Zufallsgrößen X und Y und mit $\mu_x = \mu_y$ = 4, $\sigma_x = \sigma_y$ = 1; Darstellung: links Ansicht – rechts Draufsicht

3.2.3 Funktionen von Zufallsvariablen

Im Ingenieurwesen stehen die Zufallsvariablen oft in funktionalem Zusammenhang. Einfache Rechenoperationen wie Division oder Multiplikation von Zufallsvariablen können schnell zu relativ komplizierten Ausdrücken führen. Für die Lösung stehen analytische sowie approximative Methoden (siehe Abschnitt 3.4.5 Simulationsverfahren) zur Verfügung. Hat man eine Funktion mit nur einer Zufallsvariable, so kann die Zufallsvariable Y in der einfachsten Form von X wie folgt dargestellt werden:

$$Y = g(X) \tag{3.61}$$

Durch die inverse Transformation von g gilt:

$$f_Y(y)dy = f_X(x)dx \tag{3.62}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass Y einen Wert zwischen y und $y + dy$ annimmt, ist gleich der Wahrscheinlichkeit, dass der Wert X in das Intervall dx fällt, wobei

$$dx = dx \left|\frac{dx}{dy}\right| \tag{3.63}$$

ist. Liegt nun z. B. eine linear elastische Tragwirkung vor, dann bleibt bei einer Transformation der Verteilungstyp erhalten. Dies gilt jedoch nur bei linearen Funktionen $g(X)$. In vielen Fällen handelt es sich aber um Funktionen zweier und mehrerer Zufallsvariablen:

$$Z = g(X, Y) \tag{3.64}$$

Die Verteilungsfunktion für die Funktion Z mit den kontinuierlichen Variablen X und Y ergibt sich dann zu:

$$F_Z(z) = \iint\limits_{\{g(x,y)\leq z\}} f_{X,Y}(x,y)dxdy \tag{3.65}$$

Mit z als Integrationsvariable und $g^{-1} = g^{-1}(z,y)$ ergibt sich die Verteilungsfunktion zu:

$$F_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{z} f_{X,Y}(g^{-1}, y)\left|\frac{\partial g^{-1}}{\partial z}\right| dzdy \tag{3.66}$$

Die Dichtefunktion ist:

$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(g^{-1}, y)\left|\frac{\partial g^{-1}}{\partial z}\right| dy \tag{3.67}$$

In der Mathematik wird diese Operation als *Faltung* bezeichnet, mit der man die Verteilung einer Funktion von beliebig verteilten Zufallsvariablen erhält. Am Beispiel der Summation der Zufallsvariablen X und Y wird die Faltung beispielhaft erläutert FISCHER [72]:

$$Z = X + Y \tag{3.68}$$

Die Zufallsvariablen X und Y haben eine gemeinsame, zweidimensionale Verteilungsdichte $f_{XY}(x,y)$.
Es gilt:

$$\begin{aligned} F_Z(z) &= P\,(Z \leq z) = P\,(X + Y \leq z) \\ &= \iint\limits_{x-y\leq z} f_{XY}(x,y)dxdy = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{z-x} f_{XY}(x,y)dydx \end{aligned} \tag{3.69}$$

Durch die Substitution $y = s - x$ berechnet man die gesuchte Verteilungsfunktion von Z wie folgt:

$$F_Z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{z} f_{XY}(x, s-x) ds dx = \int_{-\infty}^{z} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{XY}(x, s-x)\ dx ds \tag{3.70}$$

Durch Differenzieren nach z erhält man die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von Z:

$$f_Z(s) = \frac{dF_Z(z)}{dz} = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{XY}(x, s-x)\, dx \tag{3.71}$$

Sind die Variablen X und Y stochastisch unabhängig, so kann weiterhin F_Z und f_z wie folgt ausgedrückt werden:

$$F_Z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{z} f_X(x,) f_Y(s-x) ds dx = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) F_Y(z-x) dx \tag{3.72}$$

$$f_Z(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) f_Y(s-x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(s-y) f_Y(y) dy \tag{3.73}$$

Aus den unabhängigen Verteilungsdichten f_X und f_Y, bzw. aus der gemeinsamen Verteilungsdichte f_{XY}, lässt sich wie gezeigt eine neue Verteilungsdichte f_Z bestimmen. Bereichsweise werden hier auch oft numerische Integrationsverfahren oder Simulationsmethoden eingesetzt. Für normalverteilte und lognormalverteilte Zufallsvariablen lassen sich dagegen meist einfach zu lösende Probleme herleiten. Dass diese beiden Verteilungsfunktionen eine wesentliche Rolle in der Statistik spielen, zeigt der Zentrale Grenzwertsatz der Statistik, der folgende Aussage liefert, SCHNEIDER [196]:

- Die Verteilung der Summe von n beliebigen Zufallsvariablen X_i nähert sich, unabhängig von den Verteilungstypen der Variablen, mit wachsendem n der Normalverteilung.
- Die Verteilung des Produkts (oder Quotienten) von n beliebigen Zufallsvariablen X_i nähert sich, unabhängig von den Verteilungstypen der Variablen, mit wachsendem n der Log-Normalverteilung.

Der Grenzwertsatz kann jedoch nur für den Spezialfall $n \rightarrow \infty$ angewendet werden.
Für den Fall der Addition von zwei stochastisch unabhängigen normalverteilten Einzelvariablen X und Y ergibt sich eine normalverteilte Variable Z mit den folgenden Parametern:

$$\mu_Z = E[Z] = \mu_X + \mu_Y \tag{3.74}$$

und

$$\sigma_Z^2 = Var(Z) = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2\ ; \qquad bzw. \quad \sigma_Z = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} \tag{3.75}$$

Ist Z eine Linearkombination der normalverteilten unkorrelierten Zufallsvariablen $X_1, X_2, ..., X_n$, mit den Konstanten $a_i (i = 0, 1, ..., n)$:

$$Z = a_0 + a_1 \cdot X_1 + a_2 \cdot X_2 + \ldots + a_n \cdot X_n = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot X_i \tag{3.76}$$

so lassen sich der Mittelwert μ_Z und die Varianz σ_Z^2 von Z mithilfe der Rechenregeln für die Erwartungswertbildung wie folgt berechnen:

$$\mu_Z = E[Z] = a_0 + a_1 \cdot \mu_{X_1} + a_2 \cdot \mu_{X_2} + \ldots + a_n \cdot \mu_{X_n} = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot \mu_{X_i} \tag{3.77}$$

$$\sigma_Z^2 = E[(Z - \mu_Z)^2] = E[Z^2] - \mu_Z^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_i a_j \sigma_{X_i X_j} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_i a_j \rho_{X_i X_j}\, \sigma_{X_i} \sigma_{Xj} \tag{3.78}$$

Diese Ergebnisse gelten unabhängig vom Verteilungstyp der Zufallsvariablen $X_1, X_2, ..., X_n$. Allerdings kann <u>nur</u> für den oben erwähnten Spezialfall einer Linearkombination von normalverteilten unkorrelierten Zufallsvariablen (3.76) gezeigt werden, dass auch Z normalverteilt ist. Weisen die Zufallsvariablen andere Verteilungstypen auf, so kann bzgl. des Verteilungstyps von Z keine Aussage gemacht werden. Betrachtet man den zweiten Teil des Grenzwertsatzes der Statistik, so ist die Verteilung einer aus dem *Produkt* von n stochastisch unabhängig lognormalverteilten Zufallsvariablen X_i wieder lognormalverteilt. Durch beidseitiges Logarithmieren von (3.44) erhält man eine solche Funktion. Es gilt dann:

$$Z = \prod_{i=1}^{n} X_i \tag{3.79}$$

Der Mittelwert μ_Z und die Varianz σ_Z^2 von Z lassen sich wie folgt errechnen:

$$\mu_{\ln Z} = \sum_{i=1}^{n} \mu_{\ln X_i} \tag{3.80}$$

$$\sigma_{\ln Z}^2 = \sum_{i=1}^{n} \sigma_{\ln X_i}^2 \tag{3.81}$$

3.2.4 Parameterschätzung und Anpassungstests

Im Rahmen der Bestimmung von stochastischen Modellen für geschädigte Materialien oder Geometrieabmessungen wird u. a. auf die Möglichkeiten der Parameterschätzung und der Anpassungstests zurückgegriffen. Diese beiden Methoden bilden ein wichtiges und grundlegendes Gebiet der Statistik und werden nachfolgend nur kurz vorgestellt. Tiefer führende Betrachtungen können u. a. HARTUNG et al. [91] entnommen werden.

- Parameterschätzung

Neben der Momentenmethode ist die Maximum-Likelihood-Methode eines der bekanntesten Verfahren zur Parameterschätzung. Im Allgemeinen ist die Likelihood-Funktion eine Funktion der Verteilungsdichte der Grundgesamtheit, in der die zu schätzenden Parameter enthalten sind. Man erhält eine Schätzung nach der Maximum-Likelihood-Methode, wenn man die Likelihood-Funktion in Abhängigkeit von den Parametern maximiert. Die Wahrscheinlichkeitsfunktion $f(x)$ einer diskreten Zufallsvariable X enthält einen unbekannten Parameter e, sodass gilt, $f(x;e)$. Unter Verwendung einer Stichprobe vom Umfang n mit den Stichprobenwerten $x_1, x_2, ...,x_n$ kann nun ein Schätzwert $\hat{e}$ bestimmt werden.
Nach dem Aufstellen der Likelihood Funktion:

$$L = L(e) = f(x_1, e) \cdot f(x_2, e) \dots f(x_n, e) \tag{3.82}$$

Kann der Schätzwert $\hat{e}$ für den Parameter e aus der Extremwertbildung der Likelihood Funktion $L(e)$ bestimmt werden:

$$\frac{\partial L}{\partial e} = 0 \tag{3.83}$$

$$\hat{e} = g(x_1;\ x_2; \dots . x_{n)} \tag{3.84}$$

Die zugehörige Schätzfunktion $\Theta = g(X_1; X_2; ....; X_n)$ heißt „Maximum-Likelihood Schätzfunktion“ für den unbekannten Parameter e. Bei der Verwendung zusätzlicher Informationen von bestehenden Bauwerken spielt die Likelihood Funktion eine entscheidende Rolle. Im Kapitel 3.6.2 wird hierauf näher eingegangen und die Anwendung an einem Beispiel erläutert.

- Anpassungstests

Beim Anpassungstest wird die Vermutung (Hypothese) getestet, ob die in einer Stichprobe beobachtete Verteilung mit der gewählten Verteilungsannahme übereinstimmt. Der Kolmogoroff-Smirnow-Anpassungstest ist dabei als verteilungsfreies Testverfahren sehr verbreitet und liefert im Allgemeinen sehr gute Ergebnisse. Mit dem Kolmogoroff-Smirnov-Anpassungstest kann anhand von Stichproben vom Umfang n von Zufallsvariablen geprüft werden, ob zwei Zufallsvariablen die gleichen Verteilungsfunktionen besitzen oder ob eine Zufallsvariable einer zuvor angenommenen Wahrscheinlichkeitsverteilung folgt. Für den Test wird die Differenz zwischen der empirischen Verteilungsfunktion und der angenommenen Verteilung als Teststatistik D_n genutzt.

$$D_n := \sup_x |F_n(x) - F_0(x)| \tag{3.85}$$

Die Verteilung der Teststatistik D_n wird mithilfe der Kolmogoroff-Smirnov-Verteilung beschreiben.
Der Kolmogoroff-Smirnov-Anpassungstest läuft sehr stabil und ist unanfällig. Ein großer Vorteil besteht zudem darin, dass jeder einzelne Stichprobenwert ohne Informationsverlust (ohne Klasseneinteilung) benutzt wird.
Für die vorgenommenen Parameterschätzungen und Anpassungstests in dieser Arbeit wurde auf die EDV – Programme STATREL [183] und MAPLE [133] zurückgegriffen.

3.3 Der Grenzzustand als Funktion der Basisvariablen

Als Grenzzustand wird im Allgemeinen ein Zustand definiert, bei dessen Überschreiten ein Tragwerk aufhört, den gestellten Anforderungen zu entsprechen. Gemäß GRUSIBAU [85] werden Grenzzustände in zwei Gruppen eingeteilt. Zur *ersten* Gruppe gehören Grenzzustände, bei deren Überschreiten der Verlust der Tragfähigkeit eintritt (*Grenzzustand der Tragfähigkeit*). Zur *zweiten* Gruppe gehören Grenzzustände,

bei deren Überschreiten die Gebrauchstauglichkeit eingeschränkt wird (*Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit*). Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich ausschließlich mit dem Grenzzustand der Tragfähigkeit für Massivbauwerke, der auch die Phänomene der Ermüdung und Alterung beinhaltet. Insbesondere wird dabei auf das Querschnittsversagen von Stahlbetonkonstruktionen eingegangen. Erste Ansätze für die Betrachtung eines Systemversagens bei Stahlkonstruktionen können KLINZMANN [112] entnommen werden. Für die Betrachtung eines Systemversagens bei Stahlbetonkonstruktionen liegen noch keine nennenswerten und brauchbaren Ergebnisse vor, da die probabilistische Erfassung von Umlagerungsmöglichkeiten bei statisch unbestimmten Systemen eine entscheidende Rolle spielt und probabilistisch schwer zu berücksichtigen ist. Im vorliegenden Fall der Bewertung der Zuverlässigkeit auf der Grundlage von Überprüfungen am Bauwerk können die Möglichkeiten der Umlagerung mit dem in Kapitel 7 entwickelten baupraktischen Näherungsverfahren näherungsweise berücksichtigt werden. Wie in den vorangegangenen Kapiteln dargestellt, lassen sich die stochastisch ungewissen Variablen für die Beschreibung des Grenzzustandes in Last-, Material- und Geometrieparameter einteilen. Sie werden als *Basisvariablen* bezeichnet. Die quantitative probabilistische Untersuchung eines Grenzzustandes erfolgt auf der Grundlage der mechanischen Modelle für ein Querschnittsversagen eines Stahlbetonbauwerks. Die mechanischen Modelle im Stahlbetonbau wurden in den letzten Jahrzehnten stets weiterentwickelt und in den aktuellen Normen DIN 1045-1 [48], MODEL CODE 90 [37] zur Anwendung freigegeben. Im Rahmen einer probabilistischen Berechnung kommt der Bestimmung der Parameter der einzelnen Zufallsgrößen sowie der Modellunsicherheiten des mechanischen Modells große Bedeutung zu. Siehe hierzu Kapitel 6.
Die Basisvariablen werden zu einem Zufallsvektor $\boldsymbol{X}$ zusammengefasst:

$$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ . \\ . \\ . \\ X_n \end{pmatrix} \tag{3.86}$$

Die Realisierung eines Zufallsvektors $\boldsymbol{X}$ wird wie folgt dargestellt:

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ . \\ . \\ . \\ x_n \end{pmatrix} \tag{3.87}$$

Die Gleichung eines Grenzzustandes kann dann allgemein definiert werden zu:

$$g(\boldsymbol{x}) = g(x_1, x_2, \dots., x_n) = 0 \tag{3.88}$$

Ein Versagen des Tragwerks tritt ein wenn:

$$g(x_1, x_2, \dots., x_n) < 0 \tag{3.89}$$

Ein Nicht-Versagen bedeutet:

$$g(x_1, x_2, \dots., x_n) \geq 0 \tag{3.90}$$

Auf der Grundlage der Stellung des Gleichheitszeichens wird der Grenzzustand ($g(\boldsymbol{x}) = 0$) in Anlehnung an SPAETHE [203] zum sicheren Bereich gerechnet. Im Raum der Basisvariablen, d. h. im Raum der gemeinsamen Verteilungsdichte, teilt die Grenzzustandsgleichung (3.88) den Gesamtraum in zwei Teile auf.

Zum einen in einen *Versagensbereich V* oder *unsicheren Bereich*

$$V = \{\boldsymbol{x} \mid g(\boldsymbol{x}) < 0\} \tag{3.91}$$

und zum anderen in den *Sicheren Bereich S* oder *Überlebensbereich*

$$S = \{\boldsymbol{x} \mid g(\boldsymbol{x}) \geq 0\} \tag{3.92}$$

In den im Rahmen dieser Arbeit behandelten Grenzzuständen ist es möglich in der Grenzzustandsgleichung *g=0* den Widerstand *R* und die Einwirkung *E* zu trennen und die Grenzzustandsgleichung kann dann wie folgt dargestellt werden:

$$g(x) = R - E = 0 \tag{3.93}$$

mit:

$$R = g_R\left(X_{R_1}, X_{R_2}, \dots.\right) \tag{3.94}$$

$$E = g_E\left(X_{E_1}, X_{E_2}, \dots.\right) \tag{3.95}$$

Die Differenz

$$Z = R - E \tag{3.96}$$

wird als Sicherheitsabstand bezeichnet.
Das nachfolgende Bild Nr. 3.7 zeigt beispielhaft den *Versagensbereich V* und den *Sicheren Bereich S* die aus der Aufteilung eines Gesamtraumes durch die Grenzzustandsgleichung *g(x)* entstehen. Der Gesamtraum ist als gemeinsame Verteilungsdichte von 2 Zufallsgrößen dargestellt.

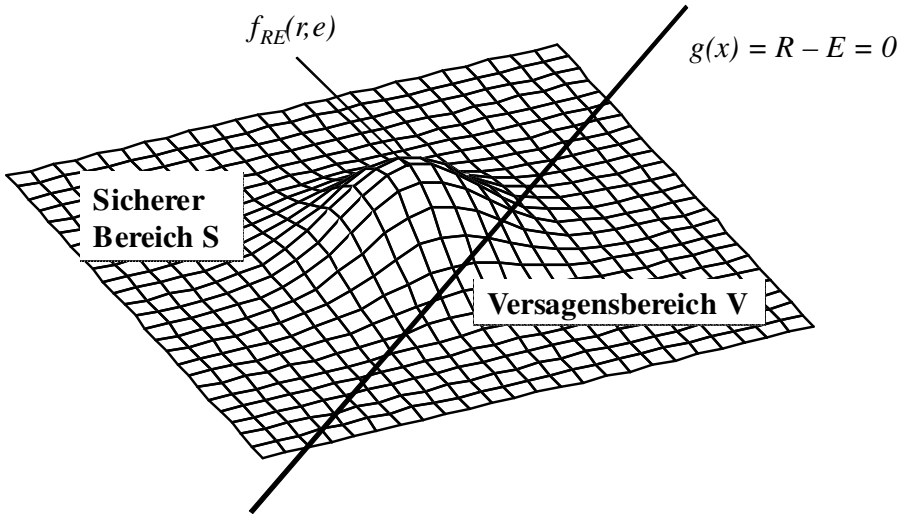


Bild Nr. 3.7: Schematische Darstellung der Aufteilung des Gesamtraumes in den *Sicheren Bereich S* und den *Versagensbereich V* durch die Grenzzustandsfunktion *g(x)*

Für die Zuverlässigkeitsanalyse eines Tragwerks interessiert nun die Verteilungsfunktion des Sicherheitsabstandes *Z*. Sie kann aus der *Faltung* der Zufallsvariablen *R* und *E* gewonnen werden. In Anlehnung an Gleichung (3.72) erhält man die Verteilungsfunktion $F_Z(z)$:

$$\mathrm{F_Z(z)} = P(R - E < z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{z+e} f_{RE}(r,e)drde = \int_{-\infty}^{+\infty} f_E(e)F_R(z+e)ds \tag{3.97}$$

Für den Spezialfall $z=0$, d. h. $Z=R-E=0$, kann die gesuchte Versagenswahrscheinlichkeit P_f aus dem Faltungsintegral nach (3.97) berechnet werden:

$$P_f = P(R - E < 0) = F_Z\,(z = 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{e} f_{RE}(r,e)drde = \int_{-\infty}^{+\infty} f_E(e)F_R(e)de \tag{3.98}$$

Die Versagenswahrscheinlichkeit P_f ist das Integral der Verteilungsdichte über den Versagensbereich *V* und stellt das Volumen unter der gemeinsamen Verteilungsdichte $f_{RE}(r,e)$ im Versagensbereich $R - E < 0$ dar. Das Integral in (3.98) ist nur für einfache Fälle mit wenigen Basisvariablen in geschlossener Form lösbar. Für schwierige Problemstellungen bedient man sich numerischer Lösungsalgorithmen, Simulationsverfahren oder Näherungsverfahren, die im nachfolgenden Kapitel vorgestellt werden. Aus diesen Näherungsverfahren und auf der Grundlage des *R-E-Modells* wurde ein sogenannter *Sicherheitsindex bzw. Zuverlässigkeitsindex* β abgeleitet. Dieser ist im konstruktiven Ingenieurbau ein weitverbreitetes Sicherheitsmaß für die Zuverlässigkeit eines Bauteils.

3.4 Lösungsverfahren in der Zuverlässigkeitstheorie

3.4.1 Der Sicherheitsindex β als Zuverlässigkeitsmaß

Für den Sonderfall, dass die Basisvariablen *R* und *E* unabhängig und normalverteilt sowie die Grenzzustandsgleichung *g(x)* linear ist, so lässt sich die Versagenswahrscheinlichkeit P_f (3.98) in geschlossener Form berechnen. Auf dieser Grundlage wurde 1967 von CORNELL [39] mit der Formulierung der Grenzzustandsgleichung $G = R - E$ der Sicherheitsindex β_C wie folgt definiert. CORNELL [39] formuliert aus der Grenzzustandsgleichung die Sicherheitsmarge:

$$Z = R - E \tag{3.99}$$

Die beiden Zufallsvariablen *R* und *E* sind normalverteilt, sodass *Z* ebenso normalverteilt ist. Für die beiden ersten statistischen Momente gilt dann:

$$\mu_Z = \mu_R - \mu_E \tag{3.100}$$

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2} \tag{3.101}$$

Die Versagenswahrscheinlichkeit P_f kann dann direkt und exakt berechnet werden:

$$P_f = \Phi \cdot \left(-\frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \right) \tag{3.102}$$

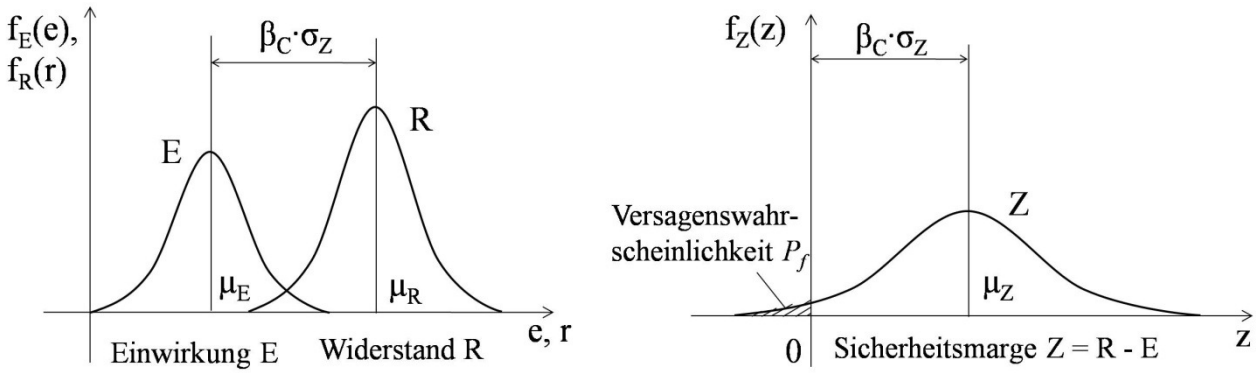


Bild Nr. 3.8: Verteilungsdichte von Einwirkung *E* und Widerstand *R* (links) sowie Sicherheitsmarge *Z* (rechts)

Das Bild Nr. 3.8 zeigt nun den von CORNELL [39] eingeführten Sicherheitsindex β_C mit:

$$\beta_C = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \tag{3.103}$$

Der Sicherheitsindex β_C zeigt die Anzahl der möglichen Standardabweichungen von *Z*, zwischen dem Nullpunkt und dem Mittelwert von *Z*. Die Versagenswahrscheinlichkeit P_f ist gleich der Wahrscheinlichkeit, das *Z* kleiner Null ist:

$$P_f = \Phi(-\beta_C) \tag{3.104}$$

Von Interesse sind die sogenannten *Wichtungsfaktoren* α_i, die angeben, mit welchem Gewicht die entsprechende Variable am Wert der Versagenswahrscheinlichkeit beteiligt ist. Für den Fall von zwei Basisvariablen wird die Berechnung kurz vorgestellt:

$$\alpha_R = \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \tag{3.105}$$

$$\alpha_E = \frac{\sigma_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \tag{3.106}$$

Zudem gilt:

$$\alpha_R^2 + \alpha_E^2 = 1 \tag{3.107}$$

Der Vorteil des Sicherheitsindex von CORNELL β_C liegt darin, dass er nur die ersten beiden statistischen Momente, d. h. Mittelwert μ und Standardabweichung σ der Basisvariablen benötigt. Das Vorgehen nach CORNELL lässt sich auch leicht in eine Bemessungsgleichung weiterentwickeln SCHNEIDER [196]:

$$\mu_R - \mu_E = \beta_C \cdot \sigma_Z \tag{3.108}$$

Nach Einsetzen von (3.101), (3.105) sowie (3.106) folgt:

$$\mu_R - \mu_E = \beta_C \cdot \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \cdot \sigma_R + \beta_C \cdot \frac{\sigma_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \cdot \sigma_E \tag{3.109}$$

$$\mu_R - \mu_E = \beta_C \cdot \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \cdot \sigma_R + \beta_C \cdot \frac{\sigma_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \cdot \sigma_E \tag{3.110}$$

Ordnen der Terme, führt zu:

$$\mu_R - \beta_C \cdot \alpha_R \cdot \sigma_R \geq \mu_E - \beta_C \cdot \alpha_E \cdot \sigma_E \tag{3.111}$$

$$\mu_R \cdot (1 - \beta_C \cdot \alpha_R \cdot \vartheta_R) \geq \mu_E \cdot (1 + \beta_C \cdot \alpha_E \cdot \vartheta_E) \tag{3.112}$$

Diese Bedingung kann wie folgt abgekürzt werden

$$r^* \geq e^* \tag{3.113}$$

und besagt, dass der *Bemessungswert r** des Widerstandes größer sein muss als der *Bemessungswert e** der Einwirkung. Diese Bemessungswerte sind im allgemeinen Fall die Koordinaten des sog. *Bemessungspunktes* SCHNEIDER [196]. Die Ausdrücke in Gleichung (3.112) mit $(1 - \beta_C \cdot \alpha_R \cdot \vartheta_R)$ und $(1 + \beta_C \cdot \alpha_E \cdot \vartheta_E)$ stellen Sicherheitsfaktoren dar, die sich gegenüber den traditionellen Faktoren durch deren transparenten Aufbau unterscheiden. Der Ausdruck ist eine Funktion des angestrebten Sicherheitsniveaus β_C, der Größe der Standardabweichung σ_X der Zufallsvariablen X und gewichtet die Einflüsse mittels der sog. Wichtungsfaktoren α_X.
Die Berechnung des Sicherheitsindex nach Cornell $\beta_C = \mu_Z/\sigma_Z$ ist sehr einfach, beinhaltet jedoch erhebliche Nachteile. Seine Abhängigkeit von der speziellen mathematischen Formulierung der Grenzzustandsgleichung $g(x)$ ist dabei der Entscheidende. Da sich ein Grenzzustand in verschiedene äquivalente mathematische Formulierungen darstellen lässt, ergeben sich für den gleichen Grenzzustand signifikante Unterschiede beim Sicherheitsindex β_C [131]. Der Grund für diese Invarianz liegt darin, dass der Punkt in dem $g(\boldsymbol{x})$ in eine Taylorreihe entwickelt wird, nicht auf $g(\boldsymbol{x})=0$ liegt. Durch eine Transformation vom Originalraum der Basisvariablen X_i (*x-Raum*) in den Raum der standardisierten Basisvariablen Y_i (*y-Raum*) kann das Invarianzproblem gelöst werden. Der Sicherheitsindex wird dann als kürzester Abstand zwischen Koordinatenursprung und der Grenzzustandsgleichung im standardisierten Raum gewählt. Als Koordinatenursprung wird der Bemessungspunkt gewählt. Dieses Verfahren wurde von HASOFER & LIND [92] vorgeschlagen und bildet heute die anerkannte Grundlage für die Zuverlässigkeitstheorie im Bauwesen. Die Bestimmung des kürzesten Abstandes zwischen Koordinatenursprung und Grenzzustandsgleichung im standardisierten Raum kann auf eine Extremwertaufgabe mit Nebenbedingungen, d. h. einer iterativen Optimierungsaufgabe, zurückgeführt werden.

$$\beta_{HL} = min \sqrt{\sum_{i=1}^{n} u_i^2} \tag{3.114}$$

mit:
u_i^2 = Basisvariablen im Standardnormalraum

Die Grenzzustandsfunktion $R - E = 0$ muss nun in den Standardnormalraum transformiert werden. Gemäß (3.16) werden die Zufallsvariablen R und E auf U_1 und U_2 bezogen:

$$U_1 = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad \rightarrow \quad R = U_1 \cdot \sigma_R + \mu_R \tag{3.115}$$

$$U_2 = \frac{E - \mu_E}{\sigma_E} \quad \rightarrow \quad E = U_2 \cdot \sigma_E + \mu_E \tag{3.116}$$

Die neuen Variablen U_1 und U_2 haben nun den Mittelwert 0 und die Standardabweichung 1. Einsetzen in Gleichung (3.93):

$$G = R - E = (U_1 \cdot \sigma_R + \mu_R) - (U_2 \cdot \sigma_E + \mu_E) = 0 \tag{3.117}$$

$$G = R - E = (\mu_R - \mu_E) + U_1 \cdot \sigma_R - U_2 \cdot \sigma_E = 0 \tag{3.118}$$

Aus der Umformung in die *Hessesche* Normalform folgt weiterhin:

$$-\frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \cdot U_1 + \frac{\sigma_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \cdot U_2 - \frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} = 0 \tag{3.119}$$

Daraus erhält man nun den kürzesten Abstand der Grenzzustandsgeraden zum Ursprung des Standardnormalraums:

$$\beta_{HL} = \frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \tag{3.120}$$

Die Vorfaktoren in Gleichung (3.119) entsprechen dem Richtungskosinus der Normalen auf die Grenzzustandsgeraden und stellen die Sensitivitäts- oder Wichtungsfaktoren für die Einwirkungen α_E und Widerstände α_R dar:

$$\alpha_R = cos\psi_R = \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \tag{3.121}$$

und

$$\alpha_E = cos\psi_E = \frac{\sigma_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \tag{3.122}$$

Die Versagenswahrscheinlichkeit P_f kann nun direkt und exakt unter Verwendung der Standardnormalverteilung berechnet werden. Für die weitere Bezeichnung wird nur mehr β anstelle von β_{HL} geschrieben, da dieser die Grundlage der Zuverlässigkeitstheorie darstellt.

$$P_f = \Phi(-\beta) \tag{3.123}$$

Wie in Kapitel 3.2.1 in Gleichung (3.18) gezeigt, ist Φ die Verteilungsfunktion für die standardisierte Normalverteilung.

Für die Überlebenswahrscheinlichkeit P_s gilt:

$$P_s = 1 - \Phi(-\beta) = \Phi(\beta) \tag{3.124}$$

Aus der geometrischen Beziehung ergibt sich zwischen den Sensitivitätsfaktoren α_i der allgemeine Zusammenhang:

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i^2 = 1 \tag{3.125}$$

Das nachfolgende Bild 3.9 stellt die erläuterten Zusammenhänge grafisch dar.

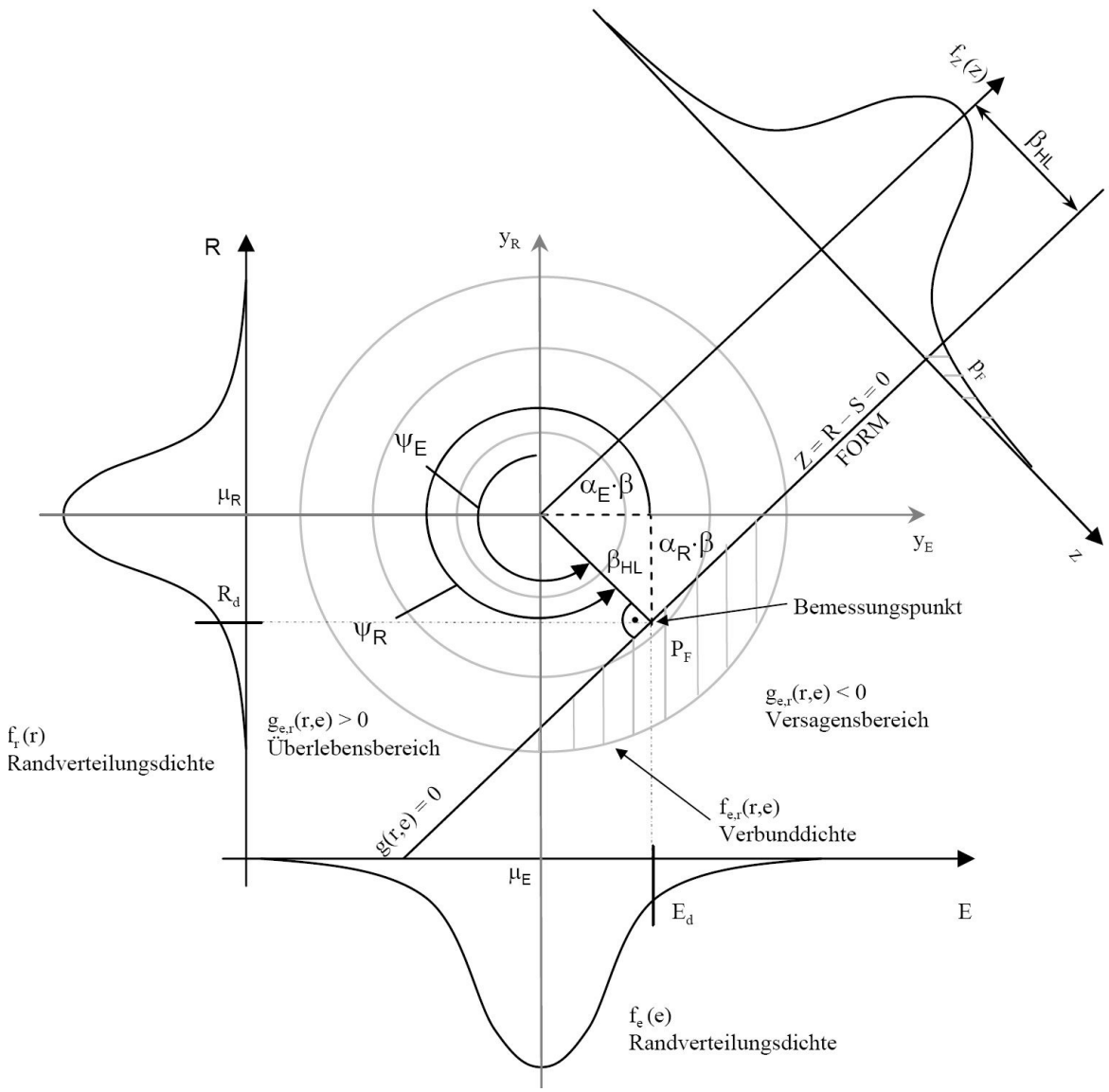


Bild 3.9: Gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte der Beanspruchung E und Tragwiderstand R im standardisierten Raum mit Grenzzustandsgerade und Zuverlässigkeitsindex β_{HL} nach HASOFER & LIND [203]

Die Koordinaten des Bemessungspunktes ergeben sich als Fraktilwert der Normalverteilung durch Rücktransformation der Koordinaten $e = \alpha_E \cdot \beta$ und $r = \alpha_R \cdot \beta$ vom standardisierten Raum (siehe Bild 3.9) in den Originalraum. Der Bemessungspunkt stellt die wahrscheinlichste Kombination der Werte von R und E dar und ist damit der wahrscheinlichste Versagenspunkt.

$$e^* = u_1^* = \mu_E + \alpha_E \cdot \beta \cdot \sigma_E \tag{3.126}$$

$$r^* = u_2^* = \mu_R + \alpha_R \cdot \beta \cdot \sigma_R \tag{3.127}$$

Die Bemessungswerte bei Lognormal- oder Gumbel- verteile Zufallsvariablen können DIN 1055-100 [57] entnommen werden. Die Koordinaten des Bemessungspunktes werden durch vier Größen bestimmt GRÜNBERG [84]:

- Der Erwartungswert $\mu_{Xi} = E[X_i]$ und die Standardabweichung σ_i sind durch die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X_i festgelegt.
- Der Sicherheitsindex β berücksichtigt den Einfluss des Sicherheitsniveaus P_f auf die Lage im Bemessungspunkt.
- Der Wichtungsfaktor α_i ist ein Maß für den relativen Anteil der Streuung von X_i an der Gesamtstreuung des Sicherheitsabstands.

Die nachfolgende Tabelle zeigt den Zusammenhang zwischen der Versagenswahrscheinlichkeit P_f und dem Zuverlässigkeitsindex β. Es ist dabei vorausgesetzt, dass die Zuverlässigkeit bzw. die Basisvariablen auf der Einwirkungs- und Widerstandsseite normalverteilt sind.

Tabelle 3.3 Zusammenhang zwischen dem Sicherheitsindex β und der Versagenswahrscheinlichkeit p_f bei normalverteilten Zufallsvariablen

Sicherheitsindex $\beta = -\Phi^{-1}(p_f)$	Versagenswahrscheinlichkeit P_f in %
0,00	50,0
1,28	10,0
1,50	6,681
1,64	5,00
1,80	3,593
2,00	2,275
3,00	0,135
3,60	0,016
3,80	0,007
4,00	0,003
4,30	0,0009
5,00	0,00003
6,00	0,0000001

Der Wert β wurde zuvor stets mit *Sicherheitsindex* bezeichnet. Mittlerweile hat sich die Bezeichnung von β als *Zuverlässigkeitsindex* durchgesetzt. Diese Bezeichnung wurde auch in den Anwendungsnormen z. B. DIN 1055-100 [57] verwendet. In den nachfolgenden Ausführungen wird der Wert β als *Zuverlässigkeitsindex* bezeichnet. Zudem hat sich durchgesetzt, dass bei Zuverlässigkeitsberechnungen weniger mit der Versagenswahrscheinlichkeit P_f als vielmehr mit dem eingeführten Zuverlässigkeitsindex β gearbeitet wird.

Die gezeigten Verfahren für die Herleitung des Zuverlässigkeitsindex β sind nur streng gültig für lineare Grenzzustandsfunktionen und für stochastisch unabhängige normalverteilte Zufallsvariablen X_i. Für andere Fälle stellen sie jedoch eine gute Näherung dar.
Für die praktische Anwendung sind jedoch noch folgende Erweiterungen von Bedeutung:

- Übergang von zwei Variablen auf mehrere Variablen
- Übergang von linearen Grenzzustandsfunktionen auf nichtlineare Grenzzustandsfunktionen
- Übergang von normalverteilten Funktionen auf beliebige Verteilungen

In den nachfolgenden Kapiteln werden die Lösungsverfahren für diese Anwendungsfälle kurz vorgestellt. Ein detaillierter Überblick ist in SPAETHE [203] und SCHNEIDER [196] wiedergegeben.

3.4.2 Momentenmethode

Wie bereits erwähnt, ist das Integral in Gleichung (3.98) für die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit nur in bestimmten Fällen analytisch lösbar. In den vergangenen Jahrzehnten wurden hierfür 2 Näherungsverfahren entwickelt. Das erste Verfahren geht davon aus, dass die Verteilungsfunktionen der Basisvariablen vollständig bekannt sind, und berechnet die Versagenswahrscheinlichkeit P_f als Integral der Verteilungsdichte über den unsicheren Bereich. Dieses Verfahren wird als Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung bezeichnet. Siehe hierzu Kapitel 3.4.3. Das zweite Verfahren, die Momentenmethode, ist eher pragmatisch orientiert und geht davon aus, dass nur die ersten beiden stochastischen Momente, der Erwartungswert und die Standardabweichung, der Basisvariablen zur Verfügung stehen und die Sicherheit als Verhältnis von Mittelwert zu Standardabweichung, siehe Gleichung (3.103), definiert ist. Bei der Herleitung des Zuverlässigkeitsindex β im vorangegangen Abschnitt wurde bereits auf die Momentenmethode im betrachteten Fall einer linearen Grenzzustandsfunktion und normal verteilten Basisvariablen zurückgegriffen. Handelt es sich nun um eine nichtlineare Grenzzustandsfunktion und um nicht normal verteilte Basisvariablen, so wird im Rahmen der Momentenmethode wie folgt vorgegangen. Die nichtlineare Grenzzustandsfunktion Z wird mithilfe einer Taylor – Reihenentwicklung erster Ordnung linearisiert. Die Taylorreihe wird dabei im iterativ bestimmten Versagenspunkt $u^*(u_1, u_2, ..., u_n)$ entwickelt. Die Tangentialebene wird damit an die Grenzzustandsfunktion im Versagenspunkt angenähert. Zudem wird aus rechentechnischen Gründen und unabhängig von deren wirklicher Verteilung den Basisvariablen eine Normalverteilung unterstellt. Die Berechnung findet im Standardnormalraum statt. Das Bild Nr. 3.10 zeigt einen schematischen Überblick über das Verfahren.

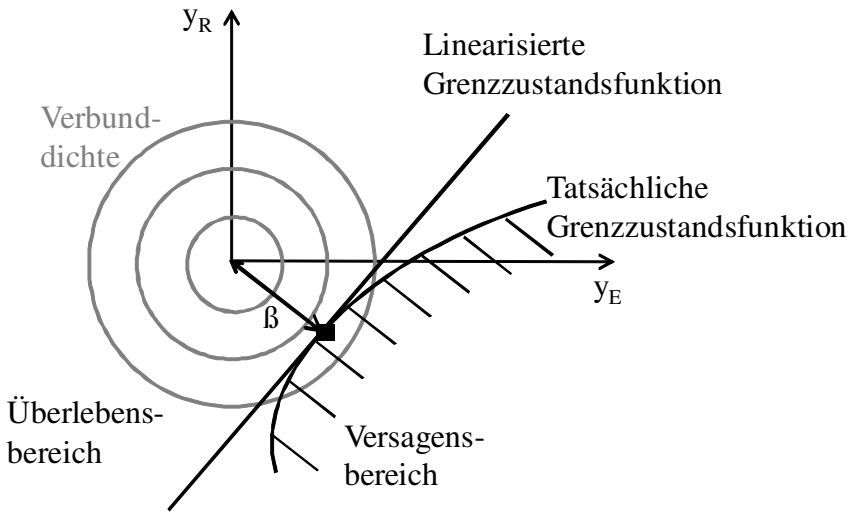


Bild Nr. 3.10: Tatsächliche Grenzzustandsfunktion und linearisierte Grenzzustandsfunktion im standardisierten Raum

Der Zuverlässigkeitsindex β ergibt sich gemäß Definition als kürzester Normalabstand vom Koordinatenursprung zum Versagenspunkt. Dieser Zuverlässigkeitsindex wird in der Literatur als *First-Order-Second-Moment-Mean-Value* bezeichnet. In weiteren Entwicklungen wurde von HASOFER & LIND [92] das bereits in Kapitel 3.4.1 angesprochene Invarianzproblem durch die Linearisierung an einem Punkt der Grenzzustandsfunktion, anstelle des Erwartungswertes, überwunden. Hierdurch wird sichergestellt, dass die Tangentialhyperebene $Z_{Tang}(\boldsymbol{X})$ zum Sicherheitsabstand $Z(\boldsymbol{X})$ auch die Grenzzustandsfunktion tangiert. Für den Zuverlässigkeitsindex ist der kleinste Abstand vom Koordinatenursprung im Standardnormalraum maßgebend. Aus diesem Grund ist sichergestellt, dass die *Taylor*-Reihenentwicklung am Bemessungspunkt erfolgt. Allerdings wird bei dieser Methode der Fehler umso größer, je größer die Versagenswahrscheinlichkeit ist, d. h. je näher sich die Grenzzustandsfunktion am Koordinatenursprung befindet. Zudem ergibt sich ein weiterer Fehler, wenn die Verteilungsfunktion der Basisvariablen stark von der Normalverteilung abweicht, so wie dies im Falle von veränderlichen Einwirkungen, die im Allgemeinen mit einer *Gumbel*-Verteilung stochastisch modelliert werden, der Fall ist.

3.4.3 Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung (FORM)

Die Zuverlässigkeitstheorie erster Ordnung, *First Order Reliability Method (FORM)*, ist eine Erweiterung der Momentenmethode, sodass beliebige Verteilungen der Basisvariablen berücksichtigt werden können. Hierfür müssen nicht normalverteilte, korrelierte Eingangsgrößen X_i in normalverteilte, standardisierte und unkorellierte Basisvariablen Y_i überführt werden. Dabei ist die Voraussetzung, dass Informationen über die Verteilungsfunktion F_{Xi} der Basisvariablen vorhanden sind oder sinnvoll abgeschätzt werden können. Bei der Transformation sollen die Wahrscheinlichkeiten einander entsprechender Punkte gleich sein, sodass für alle Basisvariablen und für alle Punkte gelten muss:

$$F_{X_i}(x_i) = \Phi(y_i) \tag{3.128}$$

Daraus folgen die Transformationsbeziehungen für den Spezialfall unabhängiger, nicht normalverteilter Zufallsvariablen:

$$x_i = F_{X_i}^{-1}\left(\Phi(y_i)\right) \tag{3.129}$$

oder

$$y_i = \Phi^{-1}\left(F_{X_i}(x_i)\right) \tag{3.130}$$

mit:

i = 1, 2, ..., n

Φ^{-1} = inverse Funktion der standardisierten Normalverteilung

$F_{X_i}^{-1}$ = inverse Funktion der Verteilungsfunktion F_{Xi} der Basisvariablen X_i

Die nachfolgende Abbildung Nr. 3.11 zeigt anschaulich diese Transformation.

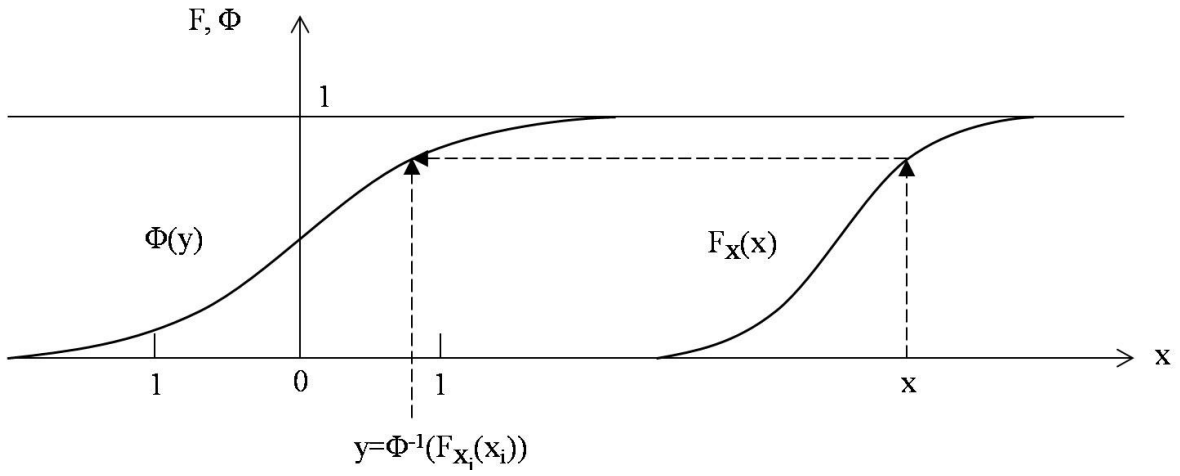


Bild Nr. 3.11: Darstellung der Transformationsbeziehung aus Gleichung (3.127)

Setzt man nun die Transformationsgleichung (3.129) in die Funktion des Grenzzustandes $g(x) = g(x_1, x_2, ..., x_n) = 0$ gemäß Gleichung (3.88) ein, dann ergibt sich:

$$g\left(F_{X_i}^{-1}\left(\Phi(y_1)\right), \ldots., F_{X_n}^{-1}\left(\Phi(y_n)\right)\right) = 0 \tag{3.131}$$

oder abgekürzt geschrieben:

$$h(\boldsymbol{y}) = h(y_1, y_2, \ldots, y_n) = 0 \tag{3.132}$$

$h(\boldsymbol{y}) = 0$ ist eine Hyperfläche, die den n-dimensionalen standardisierten Raum in den sicheren und den unsicheren Bereich aufteilt. Die Versagenswahrscheinlichkeit P_f ist das Integral der n-dimensionalen Verteilungsdichte über den unsicheren Bereich. Der Vektor $\boldsymbol{y}$ definiert dabei die Basisvariablen (Y_1, Y_2, ..., Y_n).
Das Versagenskriterium V wird nun wie folgt definiert:

$$V = \{h(\boldsymbol{y}) \leq 0\} \tag{3.133}$$

Gemäß RACKWITZ [179] kann die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit P_f wie folgt allgemein dargestellt werden:
Es wird dabei angenommen, dass eine eindeutige Transformation $\boldsymbol{x}=T(\boldsymbol{u})$ und ihre Umkehrung $\mathbf{u}=T^{-1}(\mathbf{x})$ vom Raum der ursprünglichen Variablen in den Standardraum unabhängiger standardnormalverteilter Variablen derart existiert, dass:

$$P_f = P(\boldsymbol{X} \in V_x) = P(h(\boldsymbol{X}) \leq 0) = P(\boldsymbol{U} \in V_u) = P\big(h\big(T(\boldsymbol{U})\big) \leq 0\big) = P(g(\boldsymbol{U}) \leq 0) \tag{3.134}$$

Dann ist:

$$P_f = \int_{V_x} f_X(x)dx = \int_{V_u} \boldsymbol{\varphi_U}(\boldsymbol{u})d\boldsymbol{u}$$
$$\approx \Phi(-\beta)\prod_{i=1}^{n-1}(1-\beta\cdot\kappa_i)^{-1/2} \approx \Phi(-\beta) \tag{3.135}$$

Die Bestimmung von β ist ein Optimierungsproblem mit Nebenbedingungen:

$$\beta = \| \boldsymbol{u}^* \| = min\{\| \boldsymbol{u} \|\} \text{ für } \{\boldsymbol{u}: g(\boldsymbol{u}) \leq 0\} \tag{3.136}$$

hierin ist:

β	=	der geometrische Zuverlässigkeitsindex
Φ	=	Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung
$\| \boldsymbol{u} \|$	=	die Euklidische Norm des Vektors $\boldsymbol{u}$
κ_i	=	die Hauptkrümmungen von $g(\boldsymbol{u}) = 0$ in $\boldsymbol{u}^*$
u*	=	der β – Punkt (wahrscheinlichster Versagenspunkt)

Im Gegensatz zur Momentenmethode können jetzt Näherungswerte für die Versagenswahrscheinlichkeit angegeben werden. Die Zuverlässigkeitstheorie erster Ordnung *FORM* führt also die für die Bestimmung der Versagenswahrscheinlichkeit P_f notwendige mehrdimensionale Integration über den Versagensbereich auf eine Optimierungsaufgabe mit Nebenbedingungen zurück. Vorausgesetzt wird, dass die Grenzzustandsfunktion h in der Umgebung des Bemessungspunktes **u*** stetig und mindestens einmal differenzierbar ist. Für die Lösung der Extremwertaufgabe mit Nebenbedingungen, Gleichung (3.133), können nun alle numerischen mathematischen Verfahren verwendet werden. Für ausschließlich normalverteilte Basisvariablen wurde von HASOFER & LIND [92] eine geschlossene Lösung angegeben, die bereits in Kapitel 3.4.1, Gleichung (3.114) ff., ausführlich erläutert wurde.
Von RACKWITZ & FIESSLER [174] wurde die Lösung von HASOFER & LIND [92] für beliebig verteilte Variablen verallgemeinert. Die Lösung wird als *Rackwitz-Fießler-Algorithmus* oder als *Normal-Tail-Approximation* bezeichnet und ist die heute am weitest verbreitetste Lösungsmethode. Die Transformation in den standardisierten Raum wird hier so vorgenommen, dass nicht normalverteilte Zufallsvariablen durch Normalverteilungen so angenähert werden, dass beide Verteilungen in der Umgebung des Bemessungspunktes **u*** möglichst gut übereinstimmen. Ein Beispiel für die Durchführung des *Rackwitz-Fießler-Algorithmus* ist in SPAETHE [203] aufgeführt. Wie gezeigt, stellt im Rahmen der First Order Reliability Method *FORM* die Transformation der Zufallsvariablen in den standardisierten Raum eine große Rolle dar. Für den Spezialfall von unabhängigen, nicht normalverteilten Zufallsvariablen kann die Transformation gemäß Gleichung (3.130) durchgeführt werden. Für stochastisch abhängige, nicht normalverteilte Zufallsvariablen sind die Transformationsgleichungen untereinander gekoppelt. Für die Lösung dieses Problems stehen zwei Algorithmen zur Verfügung, die *Rosenblatt* – Transformation [187] und die *Nataf*-Transformation [148]. Für eine detaillierte Darstellung der genannten Transformationsmethoden in Verbindung mit *FORM* wird auf HOHENBICHLER & RACKWITZ [95] und MELCHERS [136] hingewiesen.

3.4.4 Zuverlässigkeitstheorie II. Ordnung (SORM)

Die Linearisierung der Grenzzustandsfunktion mit einer Taylor – Reihenentwicklung gemäß der *First Order Reliability Method FORM* liefert für nichtlineare Probleme nur eine Näherung für den Zuverlässigkeitsindex β, da die Annäherung an die nichtlineare Grenzzustandsfunktion nur durch eine

Funktion erster Ordnung erfolgt. Weiterhin können Abweichungen auftreten, wenn die Verteilungsfunktionen der Basisvariablen wesentlich von der einer Normalverteilung abweichen. Eine Verbesserung kann erzielt werden, wenn die nichtlineare Grenzzustandsfunktion durch eine Funktion höherer Ordnung angenähert wird. In der Zuverlässigkeitstheorie II. Ordnung (*SORM*) wird nun die Krümmung der Grenzzustandsfunktion durch die quadratischen Glieder der Taylorreihe miterfasst. Die Grenzzustandsfunktion wird im Bemessungspunkt nicht mehr durch eine Tangentialhyperebene, siehe Gleichung (3.132), sondern durch eine Fläche zweiter Ordnung approximiert. Der Rechenaufwand steigt damit sehr stark an. Bei einer Berechnung mit *SORM* muss die Grenzzustandsfunktion mindestens zweimal stetig differenzierbar sein. *SORM* verlangt die Lösung eines Eigenwertproblems, um die Krümmungen aus der Matrix der zweiten Ableitungen zu berechnen. Zudem muss der Lösungspunkt **u***, d. h. der Bemessungspunkt, in Gleichung (3.136), eindeutig sein. Die Schwierigkeit besteht neben der Suche dieses Bemessungspunktes auch in der Berechnung des Wahrscheinlichkeitsvolumens über ein derart, d. h. gekrümmtes, Versagensgebiet MELCHERS [136]. Die Zuverlässigkeitstheorie II. Ordnung dient meist zur Kontrolle von Ergebnissen der Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung. Für die Aufgabenstellungen im Bauingenieurwesen ist die Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung in der Regel ausreichend SPAETHE [203].

3.4.5 Simulationsverfahren und numerische Integration

Die Zuverlässigkeitsordnung I. und II. Ordnung stellen Näherungsverfahren für die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit, d. h. für die Lösung der Gleichung (3.98), dar. Die exakte Integration der Gleichung (3.98) ist nur in einfachen Sonderfällen möglich. Auch die Anwendung der numerischen Integration ist auf eine geringe Anzahl von Zufallsvariablen beschränkt. Mit den Methoden der Simulationsverfahren, z. B. Integration mit der Monte – Carlo Simulation, wird die Versagenswahrscheinlichkeit mittels stochastischer Simulation der Basisvariablen durch Zufallszahlen direkt aus der Grenzzustandsfunktion im Originalraum berechnet. Das Ergebnis nähert sich dabei mit wachsender Anzahl N der Simulationen ($N \rightarrow \infty$) dem exakten Resultat an. Der Nachteil der numerischen Integration und der Monte – Carlo – Simulation liegt im Berechnungsaufwand, der überproportional mit der Variablenanzahl zunimmt. In RACKWITZ [178] wurde verdeutlicht, dass eine große Anzahl von Simulationen erforderlich wird, um einen vertrauenswürdigen Schätzwert mit kleinem Variationskoeffizienten berechnen zu können. Grundsätzlich ergibt sich die Versagenswahrscheinlichkeit P_f bei der Monte-Carlo-Simulation aus der Anzahl der simulierten Versagensereignisse x, geteilt durch die Gesamtanzahl der Simulationen N:

$$P_f = \frac{x}{N} \tag{3.137}$$

Der Variationskoeffizient der Schätzung $V(P_f)$ kann nun gemäß RACKWITZ [178] in Analogie zum Bernoulli-Experiment berechnet werden:

$$V(P_f) \approx \frac{1}{\sqrt{N \cdot P_f}} \tag{3.138}$$

Daraus sieht man, dass man gute Ergebnisse nur bei großem N, d. h. $N >> 1/P_f$ erhalten kann. Aufgrund der Tatsache, dass der Zielwert der Versagenswahrscheinlichkeit P_f im konstruktiven Bauwesen sehr klein ist (z. B. 10^{-6}), ist eine sehr hohe Simulationsanzahl erforderlich um einen Schätzwert mit angemessenen Konfidenzintervall berechnen zu können. Mit steigender Rechnerkapazität tritt das Konvergenzproblem des Verfahrens zwar weiter in den Hintergrund, dennoch können bei der „einfachen“ Monte-Carlo-Simulation in einigen Fällen bei komplizierten Grenzzustandsfunktionen unakzeptable Rechenzeiten auftreten. Aus diesem Grunde wurden varianzmindernde Simulationsverfahren entwickelt. Dabei wird die mithilfe einer gewichteten Monte-Carlo-Simulation erzeugte Stichprobe auf den

wichtigsten Bereich der Funktion, der den größten Teil der Versagenswahrscheinlichkeit beiträgt, konzentriert (RUBINSTEIN [190], MELCHERS [136]. Auf diese Verfahren wie z. B. *Importance Sampling*, *Adaptive Sampling*, *Stratified Sampling*, *Latin Hypercube Sampling*, etc. wird im Rahmen dieser Arbeit nicht näher eingegangen. Es wird auf MELCHERS [136] und RACKWITZ [178] verwiesen.

3.5 Zielwert der Zuverlässigkeit für den Grenzzustand der Tragfähigkeit

3.5.1 Allgemeines und Stand der Forschung

Ein Sicherheitsnachweis auf probabilistischer Grundlage setzt voraus, dass die Sicherheitsforderungen als zulässige Versagenswahrscheinlichkeit *zul.* P_f oder als erforderlicher Zuverlässigkeitsindex β formuliert werden. Diese Aufgabe ist ein zentrales Thema der Zuverlässigkeitstheorie. In SPAETHE [203] wurden Vorgehensweisen für die komplexe Lösung dieser Problematik aufgezeigt. Im Einzelnen sind dies:

- Nachrechnung bestehender Normen
- Vergleich mit individuellen Unfall- und Todeshäufigkeiten
- Risikobetrachtungen
- Ökonomisch optimale Versagenswahrscheinlichkeit

Aus dem Vergleich mit individuellen Unfall- und Todeshäufigkeiten gibt SPAETHE [203] eine untere Grenze der Versagenswahrscheinlichkeit P_f im Grenzzustand der Tragfähigkeit für Bauwerke von 10^{-7} bis 10^{-8} pro Jahr an. Die absolute obere Grenze wird mit $P_f = 10^{-3}$ / Jahr genannt.
In den letzten Jahren wurden sowohl die Risikobetrachtungen als auch die Bestimmung der ökonomisch optimalen Versagenswahrscheinlichkeit näher betrachtet und entsprechend weiterentwickelt. Der Begriff des Risikos und die klassische Risikoformel (3.139) sind aus dem Versicherungswesen entstanden:

$$R_f = P_f \cdot V_f \tag{3.139}$$

Das Risiko R_f berechnet sich aus dem Produkt aus Versagenswahrscheinlichkeit P_f und den zu erwartenden Versagensfolgen V_f. Ein Zielwert der Versagenswahrscheinlichkeit P_f ergibt sich demnach aus dem Optimum aus Risiko und Kosten, wenn die sozialen und gesellschaftlichen Aspekte im Rahmen der Versagensfolgen in Geldeinheiten ausgedrückt werden. ROSENBLUETH & MENDOZA [189] geben eine Optimierungsstrategie an, in der der Nutzen aus der Existenz des Bauwerks maximiert werden soll:

$$Z(\vec{p}) = B(\vec{p}) - C(\vec{p}) - D(\vec{p}) \tag{3.140}$$

hierin sind:

$\vec{p}$ = Vektor der Bemessungsparameter stellvertretend für alle sicherheitsrelevanten Aufwendungen
$B(\vec{p})$ = Erwartungswert des Nutzens = B; da der Nutzen meist von den Bemessungsparametern unabhängig ist
$C(\vec{p})$ = Erwartungswert der Errichtungskosten
$D(\vec{p})$ = Erwartungswert der Schadensfolgen einer baulichen Anlage
$Z(\vec{p})$ = Zielfunktion in Abhängigkeit der Kostenanteile

Der Nutzen, die Errichtungskosten und die Schadenskosten werden dabei von den Beteiligten einer Baumaßnahme, d. h. dem Hersteller, dem Nutzer und der Öffentlichkeit unterschiedlich bewertet. Ein Bauwerk ist also dann optimal, wenn für jeden der Beteiligten die Gesamtkosten positiv sind. Anderenfalls sollte das Bauvorhaben nicht durchgeführt werden.

Das nachfolgende Bild zeigt die Zielfunktion $Z(\vec{p})$ in grafischer Darstellung.

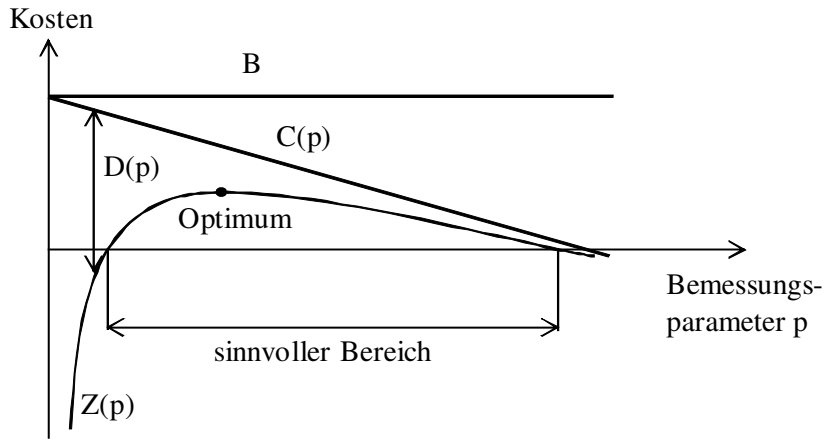


Bild Nr. 3.12: Zielfunktion bei Bauwerksoptimierung unter Einschluss der Versagenskosten, ROSENBLUETH &ESTEVA [188]

Auf der Grundlage von umfangreichen Berechnungen in RACKWITZ [178] wurde eine Tabelle für Sicherheitsanforderungen, ausgedrückt durch zulässige Erneuerungsintensitäten, erstellt. Es werden dabei Versagenswahrscheinlichkeiten pro Jahr und Sicherheitsindizes angegeben. Diese Untersuchungen dienten als Grundlage für die nachfolgend aufgeführten Zielwerte von Versagenswahrscheinlichkeiten und Zuverlässigkeitsindizes in den baupraktischen Normen. Diese, jeweils zum Optimum gehörenden, theoretisch gewonnenen Grenzwerte liegen etwas unter den in der GRUSIBAU [85] angegebenen Werten. Die Werte in der GRUSIBAU stammen überwiegend aus Erfahrungswerten. Weitere diesbezügliche Ausführungen auch im Hinblick auf die Optimierung von Unterhaltungsmaßnahmen für eine optimale Sicherheit können JOANNI & RACKWITZ [102] entnommen werden. Im JCSS-Dokument RISK ASSESSMENT IN ENGINEERING [101] sind Hinweise und entsprechende Größen für eine Optimierung in Anlehnung an (3.140) angegeben.
Eine Weiterentwicklung ist die Formulierung des *Lebensqualitätsindex (LQI)* in LIND [126] und NATHWANI et al. [149], der die Bestimmung der gesellschaftlichen Präferenzen mit Bezug auf die Gefährdung von Menschenleben basierend auf sozioökonomischen Indikatoren erlaubt. Er umfasst drei wesentliche Merkmale der Lebensqualität der Menschen:

- Ein langes Leben in guter Gesundheit, ausgedrückt durch die mittlere Lebenserwartung *e*.
- Das zum Verbrauch verfügbare Nettoeinkommen, ausgedrückt durch die Größe *g* die den privat genutzten Anteil des Bruttoinlandsprodukts BIP eines Landes pro Kopf und Jahr darstellt. Der Anteil liegt bei ca. 60 % des BIP.
- Die Zeit, die notwendig ist, um das gesamte Einkommen in bezahlter Arbeit zu erwirtschaften, ausgedrückt durch die Arbeitszeit *w*.

In LIND [126] erhält man unter der Annahme, dass L differenzierbar ist, einen zusammengesetzten Sozialindikator *L*:

$$L = \frac{\partial L}{\partial a} da + \frac{\partial L}{\partial b} db + \ldots + \frac{\partial L}{\partial e} de + \ldots \tag{3.141}$$

Gehen nur die genannten Größen für die Lebenserwartung *e* und des verfügbaren Bruttoinlandsprodukts *g* ein, so verschwindet *dL* für:

$$dL = 0 \;\Rightarrow\; \frac{dg}{de} = -\frac{\frac{\partial L}{\partial e}}{\frac{\partial L}{\partial g}} \tag{3.142}$$

Der *Lebensqualitätsindex (LQI)* oder kurz *L*, wird gemäß NATHWANI [149] nach einer eleganten mathematischen Ableitung und unter Einbeziehung des Anteils *w* der Arbeitszeit an der Lebenserwartung wie folgt ausgedrückt:

$$L \propto \frac{g^q}{q} \cdot e \tag{3.143}$$

mit dem Risikoversionsparameter *q*:

$$q = \frac{w}{1-w} \tag{3.144}$$

Der LQI verbindet die 3 wesentlichen Merkmale *g*, *e* und *q* bzw. *w* der Lebensqualität einer einzelnen Person. Der Operator $\propto$ stellt die Proportionalität dar. Auf dieser Grundlage kann nun ein Akzeptanzkriterium abgeleitet werden, um eine geplante Maßnahme in Bezug auf die Änderung der Lebensqualität, ihrer Notwendigkeit und Zulässigkeit beurteilen zu können. Es wird dann ein positiver Zuwachs der Lebenserwartung *e* durch eine entsprechende Verminderung durch das zum Verbrauch stehende Nettoeinkommen *g* ausgeglichen, oder umgekehrt. Auf dieser Grundlage entwickelten sich die Lebensrettungskosten, in der Literatur als *LSC* „Life Saving cost“ oder *ICAF* „Implied cost of averting a fatality“ bezeichnet, sowie die gesellschaftlichen Lebensrettungskosten *SLSC* „Societal life saving costs“. Im Gegensatz zu den *ICAF* wird bei den *SLSC* nicht zwischen Personen mit verschiedenem Alter unterschieden. Hier wird auf die Arbeiten von RACKWITZ [178], STREICHER [212] und LENTZ [123] verwiesen. Eine umfangreiche Zusammenstellung von Risikoparametern findet man in PROSKE [173]. Diese wissenschaftlichen Erkenntnisse und Methoden haben im Bauwesen mittlerweile bereichsweise Eingang in das Normenwerk gefunden. So wurden in den Vorschriften der neueren Generation die Sicherheitselemente mittels eines zuverlässigkeitsbasierten Ansatzes derart kalibriert, dass ein konsistentes Sicherheitsniveau über die verschiedenen Anwendungsgebiete der Norm erreicht wird GRÜNBERG [84]. In HANSEN [90] wurden die Auswirkungen von Überwachungsmaßnahmen auf die Zuverlässigkeit von Betonbauteilen untersucht und Anpassungen für Teilsicherheitsbeiwerte vorgeschlagen. Zudem finden sich in den Annexen verschiedener Normen, insbesondere der EN 1990 [65], Zielgrößen für den Zuverlässigkeitsindex β als Funktion der Konsequenzen eines Versagens. Im Entwurf zum Nationalen Anhang der DIN EN 1990/NA [54] werden die Zuverlässigkeitsklassen zusätzlich mit Überwachungsmaßnahmen für die Herstellung und Nutzung gekoppelt. In die deutsche Norm DIN 1055-100 [57] wurden diese Ansätze jedoch noch nicht übernommen. Die Untersuchungen der vorliegenden Arbeit beziehen sich bei der Wahl der Zielgröße auf die Versagenswahrscheinlichkeit P_f bzw. dem Zuverlässigkeitsindex β. Nachfolgend werden diese Zielgrößen und ggf. mögliche Abweichungen für neu zu errichtende und bestehende Bauwerke dargestellt.

3.5.2 Zielwerte für neu zu errichtende Bauwerke

Wie zuvor erwähnt, hängt die Zielzuverlässigkeit von mehreren Faktoren ab. Der gewählte Bezugszeitraum spielt u. a. eine entscheidende Rolle. Die Umrechnung der Versagenswahrscheinlichkeit P_{f1} für T = 1 Jahr und des Zuverlässigkeitsindex β_1 für T = 1 Jahr in einen anderen Bezugszeitraum $T = n$ Jahre kann wie folgt vorgenommen werden:

$$P_{fn} = 1 - \left(1 - P_{f1}\right)^n \tag{3.145}$$

und

$$\beta_n = \Phi^{-1}[\Phi(\beta_1)^n] \tag{3.146}$$

mit:
P_{f1} = Versagenswahrscheinlichkeit für T = 1 Jahr
P_{fn} = Versagenswahrscheinlichkeit für T = n Jahre
β_1 = Zuverlässigkeitsindex für T = 1 Jahr
β_n = Zuverlässigkeitsindex für T = n Jahre

Es muss beachtet werden, dass die Einwirkungen und Widerstände dann auch für den neuen Bezugszeitraum bei einer probabilistischen Berechnung definiert werden müssen. In den Dokumenten des JCSS [105] sind Zielwerte für Zuverlässigkeitsindex β und für die Versagenswahrscheinlichkeit P_F definiert, die als Richtwerte angesehen werden können. Die Zielwerte werden dabei in Abhängigkeit der Versagenskonsequenzen und der relativen Kosten für die Steigerung der Tragwerkszuverlässigkeit angegeben. Grundsätzlich steigt der Zielwert für den Zuverlässigkeitsindex β an, wenn die Konsequenzen eines Versagens groß und die relativen Kosten für die Steigerung der Tragwerkszuverlässigkeit klein sind. Die nachfolgende Tabelle 3.4 zeigt die Zielwerte für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren.

Tabelle 3.4 Zielwerte für die Versagenswahrscheinlichkeit P_f und für den Zuverlässigkeitsindex β gemäß JCSS [105] für den Grenzzustand der Tragfähigkeit und für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren

Relative Kosten für eine Steigerung der Tragwerkszuverlässigkeit	Versagenskonsequenzen		
	Gering[1)]	Mittel[2)]	Groß[3)]
Groß (A)	β=1,7 ($P_f \approx 5 \cdot 10^{-2}$)	β=2,0 ($P_f \approx 3 \cdot 10^{-2}$)	β=2,6 ($P_f \approx 5 \cdot 10^{-3}$)
Mittel (B)	β=2,6 ($P_f \approx 5 \cdot 10^{-3}$)	β=3,2 ($P_f \approx 7 \cdot 10^{-4}$)	β=3,5 ($P_f \approx 3 \cdot 10^{-4}$)
Klein (C)	β=3,2 ($P_f \approx 7 \cdot 10^{-4}$)	β=3,5 ($P_f \approx 3 \cdot 10^{-4}$)	β=3,8 ($P_f \approx 7 \cdot 10^{-5}$)

1) z. B. landwirtschaftliche Gebäude, Silos, Masten
2) z. B. Bürogebäude, Wohngebäude, industriell genutzte Gebäude
3) z. B. Brücken, Krankenhäuser, Stadien, Hochhäuser

Gemäß JCSS [105] sind bei der Beurteilung der Kosten für die Steigerung der Tragwerkszuverlässigkeit die Variationskoeffizienten der Basisvariablen für den Widerstand und für die Einwirkung zu berücksichtigen. Für mittlere Variationskoeffizienten, $0{,}1 < v < 0{,}3$, sollte die Klasse (B) gewählt werden. Bei hohen Kosten für die Steigerung der Tragwerkszuverlässigkeit, wie z. B. bei Erdbebenbeanspruchung, sollte die Kategorie (A) gewählt werden.

Die normative Umsetzung der Empfehlungen des JCSS erfolgte in der EN 1990 [65] und in der DIN 1055-100 [57]. Wie die Tabelle 3.5 zeigt, wurden in der EN 1990 die Zielzuverlässigkeiten β im Gegensatz zum JCSS etwas konservativer gewählt.
Die Schadensfolgeklassen entsprechen im Wesentlichen den Angaben des JCSS. So sind z. B. Brückenbauwerke in die Schadensfolgeklasse RC 3 einzuordnen.

Tabelle 3.5 Mindestwerte für den Zuverlässigkeitsindex β gemäß EN 1990 [65] für den Grenzzustand der Tragfähigkeit

Zuverlässigkeitsklasse	Mindestwert für β	
	Bezugszeitraum 1 Jahr	Bezugszeitraum 50 Jahre
RC 3 (=Schadensfolgeklasse CC 3; z. B. Konzerthallen, Stadien)	5,2	4,3
RC 2 (=Schadensfolgeklasse CC 2; z. B. Wohn- und Bürogebäude)	4,7	3,8
RC 1 (=Schadensfolgeklasse CC1; z. B. landwirtschaftliche Gebäude)	4,2	3,3

Die deutsche Norm DIN 1055-100 [57] unterscheidet nicht in Zuverlässigkeitsklassen *RC* und Schadensklassen CC. Die Zielwerte in DIN 1055-100 [57] werden generell nur für die Zuverlässigkeitsklasse RC 2 angegeben. Im JCSS [105] werden Brücken, namentlich „main bridges“, in die Versagenskonsequenz „Groß“ gemäß Tabelle 3.4 eingestuft. In EN 1990 [65] erfolgt keine namentliche Einstufung von Brücken in eine Schadensfolgeklasse. EICHINGER [62] stuft Brücken in die Schadensfolgeklasse CC 2. Nach Meinung des Verfassers sollte bei probabilistischen Berechnungen für Brückenbauwerke eine Differenzierung vorgenommen werden. So macht es durchaus Sinn bei hohen Versagenskonsequenzen in Bezug auf Menschenleben als auch in Bezug auf die negativen Einwirkungen auf das volkswirtschaftliche Vermögen z. B. entstehende Kosten bei Erfordernis der Sperrung eines Autobahnabschnittes nach einem Brückeneinsturz etc., exponierte Brückenbauwerke in die Schadensfolgeklasse CC 3 und untergeordnete Brücken mit mittleren bis kleinen Stützweiten in die Schadensfolgeklasse CC 2 einzustufen. So lässt z. B. ALLEN [2] eine Abstufung von der höchsten Risikokategorie in die nachfolgende zu, wenn nur mehr 1000 Personen dem Risiko eines Einsturzes ausgesetzt sind.
In der Baupraxis werden in Deutschland die Brückenbauwerke in Massivbauweise auf der Grundlage der DIN – Fachberichte 101 [58] und 102 [59] bemessen. Diesen Regelwerken liegt das semi-probabilistische Sicherheitskonzept, Level 1 Konzept gemäß Tabelle 3.1, zugrunde. Dessen Teilsicherheitsbeiwerte sind im Wesentlichen mit der Schadensfolgeklasse CC 2 kalibriert worden. In PROSKE et. al [171] sind Zielwerte für die Zuverlässigkeit eines Bauwerks im internationalen Vergleich aufgeführt.

3.5.3 Zielwerte für bestehende Bauwerke

BERGMEISTER & SANTA [13] schlagen eine Abstufung des Zuverlässigkeitsindex β in Abhängigkeit von Tragwerksart, Überwachungssystem und Belastungsart bei der probabilistischen Berechnung von Brückenbauwerken vor. Die nachfolgende Tabelle 3.6 zeigt die angepassten Zielzuverlässigkeiten.

Tabelle 3.6 Zielzuverlässigkeiten für die Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit von bestehenden Brückenbauwerken für einen Bezugszeitraum von 1 Jahr nach Vorschlag von BERGMEISTER & SANTA [13]

Tragfähigkeit: $\beta = 4{,}7 - (\Delta_M + \Delta_D + \Delta_S + \Delta_L) \geq 3{,}5$ Gebrauchstauglichkeit: $\beta = 3{,}0 - (\Delta_M + \Delta_D + \Delta_S + \Delta_L) \geq 1{,}7$	
Monitoring	Δ_M
Kontinuierliche Kontrolle der kritischen Elemente	0,5
Jährliche Kontrolle der kritischen Elemente bei denen eine sichtbare Vorwarnung erfolgt	0,25
Jährliche Kontrolle der kritischen Elemente bei denen keine sichtbare Vorwarnung erfolgt	0,1
Kontrolle alle 2 Jahre	0
Duktilität	Δ_D
Hohe Duktilität	0,5
Geringe Duktilität	0
Systemtragverhalten -Robustheit	Δ_S
Hohe Robustheit, Elementversagen führt zu Systemwechsel–System zeigt ein redundantes Verhalten	0,5
Mittlere Robustheit, mehrere Elemente müssen versagen, damit der Kollaps eintritt	0,25
Geringe Robustheit, Versagen des Elements führt sofort zum Kollaps	0
Einwirkungen	Δ_L
Normbelastung	0
Sondertransporte – seltenes Ereignis (z. B. 1-mal pro Jahr); maximal 20 % über Normbelastung	0,1
Seltene und gleichzeitig wirkende Einwirkungen (Sondertransporte + z. B. Wind bzw. Schnee)	0,2

Weitere Vorschläge für die Anpassung des Zuverlässigkeitsindex β bei bestehenden Bauwerken können u. a. ALLEN [2] entnommen werden. So gibt z. B. ALLEN bei Messung der Eigengewichtslasten eine Reduktion von β mit $\Delta\beta = 0{,}25$ an. Diese Vorschläge in [2] wurden auch in den kanadischen Standard CAN/CSA-S6-88 für die Nachrechnung von Bauwerken aufgenommen. Eine gute Übersicht der Zuverlässigkeitsindizes in den derzeit verwendeten Normen und Standards zeigt STRAUSS [209]. Im Dokument des JCSS „Probabilistic Assessment of Existing Structures“ [104] wird auf die hohen Kosten eingegangen, die bei der Steigerung der Tragwerkszuverlässigkeit bei bestehenden Bauwerken erforderlich werden. Es wird empfohlen, die Zielzuverlässigkeit kleiner zu wählen. Auf der Basis von [104] empfiehlt DIAMANTIDIS et. al [46] eine Abminderung des Zielwertes für den Zuverlässigkeitsindex β um 0,5 bei der Bewertung von bestehenden Bauwerken. In KEUSER & BRAML [109] wurden Untersuchungen bzgl. der Anpassung der Zielzuverlässigkeit für Einzelfälle, d. h. für Basisvariablen mit kleinem Variationskoeffizienten, durchgeführt. So weist z. B. der Verkehr mit militärischen Fahrzeugen gegenüber dem üblichen Straßenverkehr einen kleineren Variationskoeffizienten in der Größenordnung von bis zu 10 % auf. Dies begründet sich auf den klar festgelegten Lasten und Lastenklassen bei militärischen Fahrzeugen auf der Grundlage der STANAG 2021 [150]. Daher kann für die Bewertung einer zivilen Brücke für den militärischen Gebrauch, wenn die Einwirkungen eindeutig definiert sind und entsprechende Überwachungsmaßnahmen vorgesehen sind, die Zielzuverlässigkeit um bis zu $\Delta\beta = 1{,}0$ (Bezugszeitraum 50 Jahre) reduziert werden.

Ansätze, die auf einer Anpassung des Zielwertes der Zuverlässigkeit im Hinblick auf die im Allgemeinen kürzere Restlebensdauer bei bestehenden Bauwerken basieren, sind derzeit noch in den Ursprüngen der Bearbeitung. Hier spielen subjektive Einschätzungen eine wesentliche Rolle, sodass allgemeingültige Ansätze nur schwer ermittelbar sind.

3.6 Bestimmung der Zuverlässigkeit von bestehenden Bauwerken

3.6.1 Vorteile

Die zusätzlichen Informationen, die durch Kontrollen, Inspektionen, Messungen, Überwachungen, etc. aus einem bestehenden Bauwerk gewonnen werden, können im Rahmen einer probabilistischen Zustandsbewertung sehr gut genutzt werden. Zahlreiche Publikationen stehen hier zur Verfügung. So schlägt bereits SCHNEIDER [196] eine Gliederung der Beurteilung eines bestehenden Bauwerks in 3 Phasen vor und unterscheidet in eine *Grobe Erstbeurteilung*, einer *Detaillierten Untersuchung* und einer *Beratung im Experten-Kollegium*. In weiteren Veröffentlichungen, z. B. SCHUEREMANS et al. [199], wurde diese Vorgehensweise stets verfeinert und die Phasen entsprechend erweitert. Das JCSS-Dokument „Probabilistic Assessment of Existing Structures“ [101] gibt Hilfestellungen und Anleitungen bei der probabilistischen Berechnung von bestehenden Bauwerken.

Ein wesentlicher Vorteil des zusätzlichen Informationsgewinns ist die Abnahme von Unsicherheiten sowohl bei Einwirkungen als auch bei Widerständen, was in einer probabilistischen Berechnung sehr einfach durch die Berücksichtigung reduzierter Variationskoeffizienten der Basisvariablen umgesetzt werden kann. Die neuen Variationskoeffizienten sind das Ergebnis von Untersuchungen der Materialparameter am Bestand oder von Überwachungsmaßnahmen für die Einwirkungen und der nachfolgenden statistischen Auswertung. In BRAML & KEUSER [26] wurde diese Vorgehensweise am Beispiel der Bewertung einer ca. 80-Jahre alten Stahlbetonflachdecke erläutert. Es wurden dabei umfangreiche Untersuchungen am Bestand vorgenommen, statistisch ausgewertet und die Ergebnisse als Grundlage für die Wahl der statistischen Parameter der Basisvariablen für die Zuverlässigkeitsanalyse verwendet. Am Beispiel des Durchstanznachweises der Flachdecke konnten die wesentlichen Vorteile gegenüber einer Bewertung auf der Grundlage des semi-probabilistischen Sicherheitskonzepts gezeigt werden. Dasselbe Vorgehen mit statistisch bestimmten Variationskoeffizienten für Widerstände und Einwirkungen anhand von Messungen wurde bei der Bewertung einer stählernen Eisenbahnfachwerkbrücke in Schweden durch O´CONNOR et. al [162] angewandt. Durch die Messung der Einwirkungen infolge Eisenbahnverkehrs wurde ein Variationskoeffizient von nur $v_E = 1{,}53\ \%$ bestimmt. Für die weitere probabilistische Berechnung wurde dieser Wert jedoch noch etwas angepasst. Das Bauwerk wurde auf dieser Basis bewertet und es konnte ein wirtschaftliches Unterhaltungs- und Instandsetzungskonzept für den Bauherrn entwickelt werden. Wie bereits zuvor erwähnt, können diese Vorteile von Einwirkungen mit kleinem Variationskoeffizienten auch für die Bewertung ziviler Brücken bei militärischer Nutzung herangezogen werden KEUSER & BRAML [109].

Bei einem Ansatz mittels der Bayes’schen Entscheidungstheorie, bei der auf die Informationen des bestehenden Bauwerks zurückgegriffen wird, kann die Beurteilung von Bauwerksüberprüfung und –unterhalt optimiert werden. Hier wird auf STRAUB & FABER [208] und MOAN [143] verwiesen. In der vorliegenden Arbeit wird bei der Bewertung und Untersuchung von Materialparametern und Systemunsicherheiten von bestehenden Bauwerken auf den *Satz von Bayes* zurückgegriffen, der die Verarbeitung zusätzlicher Informationen bei der Abschätzung von Wahrscheinlichkeiten gestattet und ein entsprechendes *Updating* ermöglicht. Das Vorgehen wird nachfolgend gezeigt.

3.6.2 Verwendung zusätzlicher Vorinformationen – Bayes´sches Updating

Bei der Bestimmung von Basisvariablen für einen Grenzzustand im Rahmen einer probabilistischen Berechnung können durch statistische Verfahren Vorinformationen in die stochastische Modellierung einfließen. Für die Basisvariable kann einerseits bereits vorhandenes Wissen aus früheren Messungen oder aus Experteneinschätzung vorliegen und soll entsprechend berücksichtigt werden oder es können die festgelegten Parameter und Momente zu einem späteren Zeitpunkt auf Basis einer neuen Stichprobe aktualisiert werden, sodass die Unsicherheiten reduziert werden können.
Mithilfe der *Bayes´schen Statistik* bzw. des *Satzes von Bayes* können gegebene Wahrscheinlichkeiten, z. B. aus einer subjektiven Einschätzung, durch Einbau zusätzlicher Informationen z. B. aus Versuchen, verbessert werden. Diese gegebenen Wahrscheinlichkeiten bezeichnet man als *a priori*. Die zusätzlichen Informationen werden mit *a posteriori* bezeichnet. Der *Bayes´sche Satz* kann als Vermittler zwischen der subjektiven und der klassischen Wahrscheinlichkeitstheorie verstanden werden SCHNEIDER [196], da quasi der Stichprobenumfang eines Versuchs (*a posteriori*) durch *prior* – Informationen vergrößert wird.
Der *Satz von Bayes* wird wie folgt dargestellt:

$$P(\theta \mid x) = \frac{P(x \mid \theta) \cdot P(\theta)}{P(x)} \tag{3.147}$$

Die Bayestheorie geht nun davon aus, die Parameter θ_i einer Verteilung (z. B. Mittelwert, Standardabweichung) keine konstanten Werte sind, sondern vielmehr selbst Zufallsvariablen darstellen, welche mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit als zutreffend angesehen werden. Die Schätzung der Parameter stellt daher immer eine bedingte Wahrscheinlichkeit $P(\theta \mid x)$ dar. Würden genügend viele Daten zur Bestimmung der unbekannten Parameter vorliegen, dann würden die entsprechenden Parameter θ_i konstante Werte annehmen. Ziel des sogenannten *Bayes´schen Update* ist es nun, die zukünftige Verteilung einer Größe, die sogenannte *Prediktorverteilung* oder *Prediktordichte* zu bestimmen. Eine Vorinformation kann verwendet werden, wenn sie Aussagen über die langfristige Verteilung eines oder mehrere Parameter θ_i der Verteilung (z. B. Mittelwert, Standardabweichung) macht. Diese Vorinformation wird dann in Form der *Priordichte* $f_\theta(\theta)$angegeben. Aus einer gewonnenen Stichprobe x der Größe kann nun die sogenannte *Likelihoodfunktion* $L(\theta \mid x)$ bestimmt werden, die das in der Stichprobe enthaltene Wissen über den Parameter θ, repräsentiert. Wie nachfolgend in (3.149) gezeigt wird, ergibt sich die Dichte $f_X(x \mid \theta)$ aus der Likelihoodfunktion der gemessenen Daten. Unter Verwendung des *Satzes von Bayes* (3.147) kann für die *Posteriordichte* $f_\theta(\theta \mid x)$ folgender funktionaler Zusammenhang angegeben werden:

$$f_\theta(\theta \mid x) = \frac{f_X(x \mid \theta) \cdot f_\theta(\theta)}{f_X(x)} = \frac{f_X(x \mid \theta) \cdot f_\theta(\theta)}{\int f_X(x \mid \theta) \cdot f_\theta(\theta) d\theta} \tag{3.148}$$

Die *Posteriordichte* $f_\theta(\theta \mid x)$ gibt die zukünftige Verteilung des Parameters der Stichprobe an. Die ebenfalls unbekannte Dichtefunktion $f_X(x)$ bezeichnet die Dichte von $f_X(x \mid \theta)$ ohne den Einfluss der Streuung der Parameter θ. Die Integration erfolgt über den Wertebereich von θ. Wie zuvor erwähnt, ergibt sich die Dichte $f_X(x \mid \theta)$ aus der Likelihoodfunktion der gemessenen Daten. Für unkorrelierte Daten gilt:

$$f_X(x \mid \theta) = f_X(x_1 \mid \theta) \cdot \ldots \cdot f_X(x_n \mid \theta) = \prod_{i=1}^{n} f_X(x_i \mid \theta) = L(\theta \mid x) \tag{3.149}$$

In Gleichung (3.148) kann das Integral als konstanter Faktor angesehen werden, der dafür sorgt, dass die Fläche unter der Verteilungsdichte den Wert 1 annimmt. Somit wird $f_\theta(\theta \mid x)$ zu einer wirklichen Verteilungsdichte. Es ergibt sich damit die Kurzform der Posteriordichte unter Verwendung des Bayes´schen Theorems 1. Ordnung mit:

$$f_\theta(\theta \mid x) = k \cdot L(\theta \mid x) \cdot f_\theta(\theta) \tag{3.150}$$

Die gesuchte *Prediktordichte* $f_Y(x)$, auch genannt *Bayes´sche Dichte* oder *predikative Dichte*, der Zufallsvariablen X stellt nun die Dichte einer Größe Y dar, unter der Bedingung, dass Vorinformationen und eine Stichprobe x vorliegen. Sie ergibt sich aus der Likelihoodfunktion $L(\theta \mid x) = f_X(x \mid \theta)$ und der *Posteriordichte* $f_\theta(\theta \mid x)$ durch Integration:

$$f_Y(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x \mid \theta) \cdot f_\theta(\theta \mid x) d\theta \tag{3.151}$$

Durch diese Integration werden die streuenden Parameter aus der Posteriordichte eliminiert. Mit diesem Vorgehen können praktisch alle stetigen Verteilungen mit Stichproben aktualisiert werden. Der Updateprozess kann auch beliebig oft hintereinander ausgeführt werden. Die Posteriordichte des letzten Schrittes dient dann als Priordichte des neuen Prozesses. Vor dem Hintergrund von stufenweisen Untersuchungen an einem bestehenden Bauwerk ist dies insofern eine interessante Eigenschaft, da mit Hilfe von neu erhaltenen Daten die Abschätzung stetig verbessert werden kann. Mit steigendem Stichprobenumfang nähert sich die Verteilung der unbekannten Parameter einer wahren Verteilung von X an. Untersuchungen in ANG & TANG [6] zeigen auch, dass z. B. eine Priorverteilung mit kleiner Standardabweichung durch die Multiplikation mit der Likelihoodfunktion kaum verbessert werden kann. Das Updaten ist deshalb besonders effektiv, wenn nur wenige Vorinformationen vorliegen und die zu schätzenden Parameter über eine große Streuung verfügen.

Für die Praxis ist das gezeigte Vorgehen aufgrund der aufwendigen numerischen Integration und der schwierigen Bestimmung der Parameter der Dichtefunktion der Prediktordichte wenig geeignet. Man stellt deshalb die Voraussetzung auf, das X einem bestimmten vorgegebenen Verteilungstyp bzw. einer Dichtefunktion entspricht. Die Priordichte der Parameter wird dann so gewählt, dass die Posteriordichte der Parameter vom selben Verteilungstyp ist wie die Priordichte. Man spricht dann von der Klasse der sogenannten konjugierten Verteilungen bzw. von der *konjugierten Priorverteilung*. Die Posteriordichte und die Prediktordichte können dann geschlossen gelöst werden. Eine umfangreiche Zusammenstellung der Klasse der konjungierten Verteilungen findet man in JCSS [105]. Haben die Prior- und die Posteriorverteilung sogar die gleiche Form, dann spricht man von *natürlich konjugierten Verteilungen*. Die Verteilungsparameter der entsprechenden Prediktorverteilung lassen sich dann verhältnismäßig einfach berechnen. Es wird dabei unterschieden, ob der Mittelwert oder die Standardabweichung der Grundgesamtheit bekannt ist. Ist z. B. im einfachsten Fall die Standardabweichung bekannt und die gesuchte Größe und die Priorinformation gehorchen einer standardisierten Normalverteilung, dann sind auch die Posteriorverteilung als auch die Prediktorverteilung standardnormalverteilt.

Im Rahmen dieser Arbeit wird auf das Bayes´sche Updating bei der Kalibrierung der Modellunsicherheiten für den Bauwerksprüfer zurückgegriffen, da hier nur wenige Stichproben vorliegen und die subjektive Einschätzung bzw. die Expertenmeinung eine wesentliche Rolle spielt. Da es sich bei dieser Modellunsicherheit meist um eine Normalverteilung handelt, wird die geschlossene Lösung für diesen wichtigen Fall von normalverteilten Eingangsgrößen gezeigt:

Die geschlossene Lösung wurde in RACKWITZ [177] und RACKWITZ [176] entwickelt und wird nachfolgend für den praktischen Gebrauch kurz vorgestellt.
Für eine normalverteilte Dichte der Basisvariablen X mit unbekanntem Mittelwert und unbekannter Varianz wird als Priorverteilung eine Gamma-Normal-Verteilung gemäß Gleichung (3.152) gewählt. In diesem besonderen Fall entspricht die Priordichte der Posteriordichte und lautet (siehe auch RCP [183]):

$$f_{M,\Sigma}(\mu,\sigma) = \frac{\sqrt{n}}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot exp\left[-\frac{n}{2}\left(\frac{\mu - m}{\sigma}\right)^2\right] \cdot \frac{\left(\frac{v}{2}\right)^{\frac{v}{2}} \cdot \frac{2}{s} \cdot \left(\frac{s^2}{\sigma^2}\right)^{\frac{v+1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \cdot exp\left(-\frac{v \cdot s^2}{2 \cdot \sigma^2}\right) \tag{3.152}$$

Die Posterior-Parameter werden wie folgt berechnet:

$$n'' = n + n' \tag{3.153}$$

$$m'' = \frac{n \cdot m + n' \cdot m'}{n''} \tag{3.154}$$

$$v'' = v' + \delta(n') + v + \delta(n) - \delta(n'') \tag{3.155}$$

$$s''^2 = \frac{v' \cdot s'^2 + n' \cdot m'^2 + v \cdot s^2 + n \cdot m^2 - n'' \cdot m''^2}{v''} \tag{3.156}$$

mit:

n	=	Stichprobenumfang einer aktuellen Messung
n'	=	Stichprobenumfang einer früheren Messung oder Expertenmeinung
v	=	$n-1$
m	=	Stichprobenmittelwert $= \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i}{n}$
s	=	Stichprobenstandardabweichung $= \frac{\sum_{i=1}^{n}(m_i - m)^2}{n-1}$
$\delta(n')$	=	0 für $n'=0$, anderenfalls $\delta(n') = 1$
$\delta(n)$	=	0 für $n=0$, anderenfalls $\delta(n) = 1$
$\delta(n'')$	=	0 für $n''=0$, anderenfalls $\delta(n'') = 1$

Die Größen m'' und s'^2 stellen nun die Posterior Größen für Stichprobenmittelwert und Stichprobenvarianz dar. Bei bekannter Standardabweichung bzw. Varianz werden nur (3.153) und (3.154) benötigt. Im dargestellten Verfahren ist es nun auch möglich, neben der Berücksichtigung von direkten Messwerten, Vorinformationen durch Schätzung von statistischen Momenten m_i (Stichprobenmittelwert) und s_i (Stichprobenstandardabweichung) auf Basis von früheren Untersuchungen oder Experteneinschätzung zu berücksichtigen. Dazu müssen die gegebenen Informationen (m_i und s_i) in äquivalente Stichprobengrößen (n', v', s', m') der Gamma-Normal-Verteilung umgerechnet werden, die dann in (3.153) bis (3.156) eingesetzt werden. Von RACKWITZ [176] wurden dafür die nachfolgenden Gleichungen Nr. (3.158) bis (3.161) entwickelt. Der funktionale Zusammenhang $v'=n'-1$ (siehe oben) verliert seine Gültigkeit:

Mit den Hilfsgrößen:

$$\overline{h} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{s_i^2};\ \hat{h} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\frac{m_i}{s_i^2};\ \tilde{h} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} ln\left(\frac{1}{s_i^2}\right);\ h = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\frac{m_i^2}{s_i^2} \tag{3.157}$$

folgt:

$$m' = \frac{\hat{h}}{\overline{h}} \tag{3.158}$$

$$s' = \frac{1}{\sqrt{\overline{h}}} \tag{3.159}$$

$$n' = \frac{1}{h - \frac{\hat{h}^2}{\overline{h}}} \tag{3.160}$$

$$v' = \frac{1}{ln(\overline{h}) - \tilde{h}} \tag{3.161}$$

Die Prediktordichte f_Y der zuvor normalverteilten Zufallsgrößen X folgt nun wie in RACKWITZ [177] gezeigt, einer standardisierten Studentschen-t-Verteilung:

$$f_Y(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot v''}} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{v''+1}{2}\right)}{s'' \cdot \sqrt{\frac{n''+1}{n''} \cdot \Gamma\left(\frac{v''}{2}\right)}} \cdot \left(1 + \frac{t^2}{v''}\right)^{-\frac{v''+1}{2}} \tag{3.162}$$

mit:

$$t = \frac{y - m''}{s''} \cdot \sqrt{\frac{n''}{n''+1}} \tag{3.163}$$

Für hinreichend große n konvergiert die t-Verteilung gegen die Normalverteilung. In vielen Fällen kann damit die Prediktorverteilung durch eine Normalverteilung approximiert werden.
Beim Updating von Widerstandsvariablen ist zu beachten, dass diese meist einer Lognormalverteilung folgen, da dadurch negative Bemessungswerte ausgeschlossen werden. Eine Anwendung der Gleichungen (3.152) bis (3.163) ist möglich, wenn die Eingangsgrößen in normalverteilte Variablen transformiert werden. Gemäß den Gleichungen (3.23) und (3.24) kann für den Mittelwert m_x und dem Variationskoeffizient V_x der Lognormalverteilung die Transformation in die normalverteilten Größen m_u und s_u durchgeführt werden. Die Parameter m bzw. m' und s bzw. s' können nun durch m_u und s_u ersetzt werden. Die Gleichungen (3.152) bis (3.163) können dann für das Updating von m_u und s_u verwendet werden. Es ergibt sich dann allerdings als Bayes-Verteilung eine Log-*t*-Verteilung. Für große Stichproben mit $n'' > 10$ und $v'' > 10$ kann bei der Berechnung von t gemäß JCSS [101] diese Log-*t*-Verteilung

hinreichend genau durch eine Lognormalverteilung mit den nachfolgenden Parametern approximiert werden:

$$m_u = m_{\mathrm{u}}^{''} \tag{3.164}$$

$$s_u = s_{\mathrm{u}}^{''} \cdot \sqrt{\frac{n^{''}}{n^{''}-1} \cdot \frac{v^{''}}{v^{''}-2}} \tag{3.165}$$

Durch Rücktransformation können anschließend die gesuchten Größen der Lognormalverteilung m_X und V_X berechnet werden:

$$m_X = exp(m_{\mathrm{u}} - 0{,}5 \cdot \mathrm{s}_{\mathrm{u}}^2) \tag{3.166}$$

$$V_X = \sqrt{exp(\mathrm{s}_{\mathrm{u}}^2) - 1} \tag{3.167}$$

Mit diesen Gleichungen können nun Vorinformationen bei der Bestimmung bzw. Schätzung der Parameter einer Verteilungsfunktion genutzt werden. In dem Programmteil SYSREL, aus RCP [183] ist u. a. mit der Funktion „conditional probability“ die Möglichkeit eines Updates von Basisvariablen vorgesehen.

4. Modellierung der Widerstände unter Berücksichtigung von Schädigungen

4.1 Identifikation von Schädigungen im Rahmen einer handnahen Prüfung

4.1.1 Allgemeines zur Einteilung der Schäden

Neben den Einwirkungen infolge der klimatischen Verhältnisse und der Chloridbelastung aus dem Winterdienst sind Brückenbauwerke den stark zunehmenden Verkehrslasten und ggf. mechanischen Einwirkungen ausgesetzt. Schäden wirken sich insbesondere auf die Dauerhaftigkeit und Gebrauchstauglichkeit eines Bauwerks aus. Durch die Veränderung der Werkstoffkennwerte und ggf. der Querschnittsabmessungen, z. B. im Falle der Korrosion, verändert sich zeitabhängig auch der Bauteilwiderstand. Damit werden Schäden auch für die Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit relevant SCHIEßL [193]. Im betrachteten Fall einer Bauwerksprüfung können die Art der Schädigung und deren Auswirkung auf die Tragfähigkeit des Bauwerks nur auf der Grundlage der Ergebnisse aus der handnahen visuellen Inspektion erfolgen. Die Bewertung des Schadens obliegt dem Bauwerksprüfer. Im Rahmen einer umfangreichen Literaturauswertung, u. a. auch in BRÜCKNER [29], wurden diese typischen Schäden an Stahlbetonbrücken und deren Einfluss auf die Baustoffeigenschaften, d. h. auf die Materialparameter und auf die Tragfähigkeit des Bauwerks, ausgewertet. Es werden nachfolgend dabei nur die Merkmale und Schäden betrachtet, die auch im Rahmen einer solchen Prüfung mit der üblichen Prüfausrüstung gemäß [31] erkannt werden können. Diese werden anschließend in knapper Form aufgeführt. Die Auswirkungen auf die Änderung der Materialparameter werden in Abschnitt 4.2 aufgeführt. Die Einflüsse der Schäden auf die Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit wurden in SCHIEßL [193] betrachtet und werden hier nicht näher betrachtet. In STRAUSS, BERGMEISTER et al. [209] sind Lebenszeit- und Degradationsmodelle für eine stochastische Modellierung angegeben.
Grundsätzlich kann bei Stahlbetonbrücken die Unterscheidung der Schäden in *betonschädigend,* in *betonschädigend mit Auswirkungen auf den Betonstahl* und in *betonstahlschädigend* erfolgen. Die nachfolgend aufgeführten Merkmale sind in Anlage 1 dieser Arbeit mit Bildern hinterlegt.

4.1.2 Betonschädigende Merkmale

Zu den wesentlichen betonschädigenden Merkmalen bzw. Mängeln an einem Brückenbauwerk, die im Rahmen einer visuellen Inspektion erkannt werden können, gehören Ausblühungen und die Betonkorrosion infolge chemischen Angriffs sowie infolge von Tausalzschäden.

- Ausblühungen

Sie rufen meist ein unerwünschtes Erscheinungsbild hervor, beeinträchtigen aber selten die mechanischen Eigenschaften oder die Dauerhaftigkeit des Betons. Die Ausblühungen bilden sich durch lösliche Salze, die sich durch das Wasser im Beton auflösen und damit auch an die Oberfläche des Betons gelangen und sich durch chemische Reaktionen oder beim Verdunsten ablagern. Die primären Ausblühungen werden zuerst sichtbar und entstehen aus dem Anmachwasser des Betons. Die sekundären Ausblühungen entstehen meist Monate später infolge unplanmäßigem Eintreten von Wasser in den Beton durch Risse, Fugen und poröses Gefüge. In Erscheinung treten sie als einheitliche Verfärbung oder als lokal begrenzte Verkrustung an den Stellen auf, an denen Wasser im Beton zu finden ist. Als Kryptofloreszenz oder Subfloreszenz werden die Salzkristallisierungen innerhalb der Porenstruktur des Betons beschrieben KRESSE [118]. Sie bilden sich dicht unter der Betonoberfläche und werden erst dann sichtbar, wenn das kristalline Wachstum ein Ausmaß erreicht hat, um die Salze durch Abplatzungen freizulegen. Sofern noch keine wesentlichen Abplatzungen des Betons entstanden sind, haben die Ausblühungen keinen Einfluss auf die mechanischen Eigenschaften. Sie geben aber deutliche Hinweise auf mögliche Schäden am Bauwerk wie z. B. poröse Stellen und Risse.

- Betonkorrosion

Die Wirkung äußerer Einflüsse bzw. eingedrungener Stoffe, den Beton chemisch und/oder physikalisch zu verändern, nennt man Betonkorrosion. Sie wird bei Brücken primär durch physikalischen, seltener durch chemischen Angriff, verursacht. Der *chemische* Angriff wird unterteilt in lösend z. B. durch Beaufschlagung mit Basen, Salzen und organischen Fetten und in treibend, wobei die angreifenden Stoffe bei Reaktionen mit den Verbindungen des Zementsteins neue Produkte mit größerem Volumen bilden. Das bekannte Beispiel für den *physikalischen* Angriff ist die Frost- und Frost-Tausalzbeanspruchung. Eine entscheidende Rolle spielt dabei das gleichzeitige Einwirken von Taumitteln in Form von Chloriden sowie das Auftreten von Frost. Das wiederholte Frieren und Tauen von Beton führt zur Zerstörung der Betonstruktur. Gemäß NÜRNBERGER [159] entstehen die typischen Schadensbilder der Zerbröselung, Abschalung und Aussprengung infolge von Gefrierdruck im Beton, Temperaturschock mit entstehenden Eigenspannungen sowie durch schichtweises Gefrieren des Betons. Durch eine fortschreitende Entfestigung und Abschalung der Betonoberfläche infolge des gefrierenden Wassers in den Kapillarporen (9 % Volumenzunahme) wird zunehmend der Betonverbund gestört und der Betonquerschnitt insgesamt kleiner. Der negative Einfluss in Hinblick auf den Schutz vor Korrosion der Betonstahlbewehrung ist wesentlich.

4.1.3 Betonschädigende Merkmale mit Auswirkungen auf den Betonstahl

Das Auftreten von Chloriden, die Karbonatisierung des Betons sowie Risse und Abplatzungen am Bauwerk haben wesentlichen Einfluss in Hinblick auf die Dauerhaftigkeit des Betons und damit auf dessen Schutzwirkung für den Betonstahl.

- Chloridschäden

Zu den häufigsten Schadensarten an Brückenbauwerken zählen in den letzten Jahren infolge der Zunahme der Verwendung von Streusalz im Winter die Chloridschäden**.** Die hohen Chloridanreicherungen im Beton treten dann auf, wenn dieser chloridhaltiges Wasser aufsaugt und später wieder austrocknet. Der kritische korrosionsauslösende Chloridgehalt für Stahlbetonbrücken wird in der Literatur stark diskutiert und wird von vielen Autoren mit 0,3 M.-% bis 0,5 M.-% bezogen auf den Zementgehalt des Betons angegeben, z. B. NÜRNBERGER [159]. Wenn die Salze die Passivierungsschicht durchdringen und somit ein Potentialgefälle im Bewehrungsstahl erzeugen, entsteht die typische *Lochfraßkorrosion*. Findet ein Transport der im Wasser gelösten Chloride im Bauwerk statt oder diffundieren die Chloride durch ein Konzentrationsgefälle an die Oberfläche, so kann es zu Ausblühungen kommen. Ausblühungen können in Form von flächiger Weißfärbung bis hin zur Bildung von Stalaktiten auftreten. Sind bräunliche bis schwarze Ausblühungen zu erkennen, so deuten diese auf eine bereits fortschreitende Korrosion der Betonstahlbewehrung und eine ggf. beschädigte Abdichtung der Brückentafel hin. Neben den Ausblühungen treten meist auch Abplatzungen am Betonquerschnitt auf, wenn die Chloride nicht bis an die Oberfläche diffundieren, sondern im Beton mit entsprechender Volumenzunahme kristallisieren.

- Karbonatisierung

Bei der Karbonatisierung des Betons wandelt das mit der Luft eindiffundierende CO_2 das in der Porenflüssigkeit vorhandene Calciumhydroxid zu Calciumcarbonat um. Kann kein Calciumhydroxid mehr nachgelöst werden, so sinkt der pH-Wert nach vollständiger Karbonatisierung von ca. 13 auf 8,3. Liegt der Betonstahl bereits im karbonatisierten Bereich, beginnt beim Vorhandensein von Feuchtigkeit und Sauerstoff die Korrosion. Ist der Beton wechselnden Witterungseinflüssen ausgesetzt so karbonatisiert dieser schneller. Risse führen zu einer beschleunigten Karbonatisierung. Die karbonatisierte Risstiefe nimmt ungefähr proportional zur Quadratwurzel der Rissbreite zu SCHIEßL [195] Die Geschwindigkeit der Karbonatisierung, d. h. die Diffusion des Kohlendioxids in den Beton lässt sich annähernd durch das 1. Fick´sche Gesetz beschreiben, was auch die Grundlage für die verschiedenen Degradationsmodelle darstellt GEHLEN [79], *FIB* – MODEL CODE FOR SERVICE LIFE DESIGN [144]. Bei

lebensdauerbegleitender Bauwerksüberwachung sind diese Karbonatisierungs–Modelle in Abhängigkeit der Zeit zu berücksichtigen. Eine Zusammenfassung der verschiedenen Modelle kann STRAUSS, BERGMEISTER et al. [209] entnommen werden.

- Risse

Solange Risse in Stahlbetonbauwerken die zulässigen Breiten nicht überschreiten, tritt im Allgemeinen keine Schädigung der Struktur ein. Bei einer Chloridbeanspruchung ist eine geringe Rissbreite dagegen für die Chlorideintragung nur von zeitlich verzögerndem Einfluss. Chloride sind in der Lage auch in kleinste Risse zu gelangen. BERGMEISTER [15] stellte die Ergebnisse aus verschiedenen Rechenmodellen zur auftretenden Rissbreite den Daten aus realen Bauwerksaufnahmen gegenüber. Eine Zusammenstellung der verschiedenen Rissarten, wie z. B. Spannungsrisse, Schrumpfrisse, Hydratationsrisse, Korrosionssprengrisse, Frostsprengrisse etc. sowie deren Ursachen können NÜRNBERGER [158] entnommen werden. Bei größeren Rissbreiten infolge von äußeren Einwirkungen oder infolge von Eigenspannungen des Betons kann jedoch die schützende Wirkung des Betons für die Bewehrung verloren gehen und es kann ggf. eine Querschnittsminderung auftreten. Längsrisse am Überbau einer Brücke sind besonders zu beachten, da diese auf eine fortschreitende Korrosion der Bewehrung sowie auf den Verlust des Verbundes der Betonstahlbewehrung mit dem Beton schließen lassen. Größere Risse infolge von unplanmäßigen Einwirkungen sowie erkennbare Trennrisse in der Konstruktion sind gesondert zu behandeln.

- Abplatzungen

Diese Querschnittsverminderung tritt auf, wenn die Druckzone des Betons aufgrund von zu hohen Druckspannungen versagt oder bei korrosionsbedingtem Abplatzen der Betondeckung aufgrund der Sprengwirkung der voluminösen Korrosionsprodukte. Dies betrifft vor allem Konstruktionen mit geringer Betongüte und mit einer kleinen Betondeckung. Diese Querschnittsreduktion wirkt sich auf die Tragfähigkeit des Bauteils aus. So z. B. bei einer Biegebeanspruchung aufgrund des verkleinerten Hebelarmes der inneren Kräfte bei einer Abplatzung in der Druckzone. Im Bereich der Betonstahlbewehrung geht die Schutzwirkung des Betons verloren.

4.1.4 Betonstahlschädigende Merkmale

Die *Korrosion des Betonstahls* stellt bei Stahlbetonbrücken die wichtigste Schädigung im Hinblick auf den Einfluss auf die Tragfähigkeit dar und kann im Rahmen einer handnahen visuellen Bauwerksprüfung gut identifiziert werden. Grundsätzlich ist der Betonstahl bei normalen Bedingungen durch die im Abbindungsprozess und der hohen Alkalinität des Betons entstehende passivierende Schicht vor Korrosion geschützt. Als Folge der Karbonatisierung des Betons und der damit verbundenen Reduktion des *pH*-Wertes unter 9 sowie durch die Bildung einer Chloridfront beginnt der Korrosionsprozess des Stahls durch eine ungehinderte Eisenauflösung an der Anode. Es muss dabei vorausgesetzt sein, dass an der Kathode Sauerstoff vorhanden ist, was infolge der Diffusion durch die Betondeckung zum Bewehrungsstahl erfolgt, und dass ein wässriger Elektrolyt mit möglichst hoher Ionenleitfähigkeit in Form von ungebundenem Wasser in den Betonporen vorhanden ist. Nur wenn alle genannten Voraussetzungen erfüllt sind, so ist die Korrosion des Betonstahls möglich. Infolge karbonatisierungsindizierter Korrosion erfolgt dann meist ein gleichmäßiger Abtrag, infolge chloridinduzierter Korrosion dagegen ein lokaler Abtrag, der als Lochfraß bezeichnet wird. Im Rahmen einer visuellen Bauwerksprüfung kann dies durch die *Färbung der Rostfahnen* erkannt werden. Schwarz gefärbte Rostfahnen deuten auf eine chloridinduzierte Korrosion hin, wogegen rot bis bräunliche Färbung auf die karbonatisierungsindizierte Korrosion hinweist. Aufgrund der Volumenzunahme der Korrosionsprodukte um das 2- bis 6-fache gegenüber unkorrodiertem Stahl, entstehen Zugspannungen und Sprengdrücke im Beton, die zu Längsrissen und letztendlich zu Abplatzungen der Betondeckung führen. Von HUNKELER [99] stammt der Vorschlag das Risiko für das Auftreten von Korrosion durch die

Beziehung der Verhältnisse der Karbonatisierungstiefe d_k zur Betonüberdeckung d_0 und des Verhältnisses des Chloridgehaltes auf Bewehrungsniveau *M.%Cl(Fe)* mit der Betonüberdeckung d_0 auszudrücken. Die praktischen Erfahrungen, die in Hunkeler et al. [97-] gesammelt wurden, bestätigen dieser Risikoabschätzung gute Ergebnisse.
Weitere Schädigungen am Beton oder am Betonstahl infolge außergewöhnlicher Einwirkungen wie z. B. mechanische Beschädigungen, unplanmäßige Stützensenkungen etc. müssen stets im Einzelfall beurteilt werden, siehe z. B. FUCHS & KEUSER [76] und FUCHS [77].

4.2 Auswirkung der Alterung auf die Materialeigenschaften

In dieser Arbeit wird von den am Bauwerk festgestellten Schäden auf deren derzeitigen Einfluss auf die Tragfähigkeit geschlossen. Nachfolgend wird kurz auf die Auswirkung der Alterung auf die Materialeigenschaften des Betons und des Betonstahls eingegangen. Es werden dabei die für den Grenzzustand der Tragfähigkeit maßgebenden Materialparameter betrachtet.

- Beton

Die Zunahme der Druckfestigkeit mit dem Alter wird als Festigkeitsentwicklung bezeichnet. Die Endfestigkeit kann unter Umständen erst nach Jahren erreicht werden und wird mit dem Erhärtungsverlauf bestimmt. Maßgebend ist die Festigkeitsentwicklung des Zementsteins der durch die Eigenschaften des Zements, dem Wasserzementwert und den Erhärtungsbedingungen beeinflusst wird. Eine einfache allgemeingültige Beziehung kann für die Festigkeitsentwicklung von Beton nicht angegeben werden. Die Festigkeiten der mit Zementen verschiedener Festigkeitsklasse hergestellter Betone gleichen sich in höherem Alter aus Gründen der Nachhydratatsion immer mehr an WISCHERS & DAHMS [227]. Baupraktisch ist die Nacherhärtung über die Jahrzehnte nur wenig nutzbar. Sie wirkt sich allerdings günstig auf die Dauerhaftigkeit und die Widerstandsfähigkeit des Betons aus. Ähnlich wie die Druckfestigkeit nimmt auch die Biegezugfestigkeit mit fortschreitendem Alter zu. Sie erreicht jedoch ihren Endwert schon früher als die Druckfestigkeit. Dies gilt auch für den Elastizitätsmodul, der sich jedoch noch wesentlich schneller an seinem Endwert annähert. Der Karbonatisierungsfortschritt im Beton klingt mit der Zeit ab. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Karbonatisierung nach längerer Zeit praktisch einen Endwert erreicht, weil der Diffusionswiderstand durch die Karbonatisierung im Laufe der Zeit ansteigt. Ermüdung spielt bei Beton und vor allem bei Massivbrücken eher eine untergeordnete Rolle, da aufgrund des meist hohen Eigengewichts die schwingungserzeugende Einwirkung sehr niedrig ist. Auf der Grundlage der Wöhlerlinien sowie dem *Goodman*-Diagramm können zulässige Spannungsgrenzen für den Beton angegeben werden. Für Straßenbrücken werden jedoch meist schon durch die Begrenzung der Druckspannungen im Gebrauchszustand die Ermüdungsnachweise erfüllt.

- Betonstahl

Grundsätzlich spielt beim Betonstahl die Alterung in Form der Ermüdung eine entscheidende Rolle, was jedoch bei Massivbrücken, wie zuvor beschrieben, nur selten als alleinige Versagensursache in Form eines Ermüdungsversagens der Biegezugbewehrung oder der Querkraftbewehrung auftritt. Im Versagensfall Ermüdung und die damit verbundene zyklische Beanspruchung vereinigen sich Mikrorisse zu Anrissen, die sich durch die Auswirkung von Kerbspannungen ausweiten. Es tritt dann ein sprödes Versagen des verbleibenden Restquerschnitts ein. Die Korrosion, und insbesondere die lokalen Korrosionsnarben infolge chloridinduzierter Lochfraßkorrosion, führen zu einer deutlichen Abnahme der Ermüdungsfestigkeit. Die flächenhafte Korrosion dagegen beeinflusst die Ermüdungsfestigkeit nur wenig KÖNIG & DANIELEWICZ [114]. NÜRNBERGER [94] geht auf die Schwingungsrisskorrosion (SwRK) ein, bei der aus den Belastungen infolge Schwingung und Korrosion der Betonstahl, ähnlich wie bei Spannungsrisskorrosion, rissartige Angriffe und Brüche erleiden kann und deshalb niedrigere Schwingfestigkeiten aufweist.

Bei der Beurteilung von bestehenden Bauwerken und deren Materialparameter im Rahmen einer Lebensdauerprognose ist die Alterung und Degradation zu berücksichtigen. Im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 398 – Lebensdauerorientierte Entwurfskonzepte – an der Ruhr-Universität Bochum, siehe z. B. PFISTER & STANGENBERG [167], wurden entsprechende Materialmodelle für Beton und Bewehrungsstahl entwickelt. Dabei wurde das Verhalten von Beton unter mehrachsiger Beanspruchung und unter Berücksichtigung der Degradation aus Ermüdungsbeanspruchung sowie das Schädigungsverhalten von Bewehrungsstahl modelliert. In GEIßLER [80] wurden für Stahlbrücken erste Ansätze mit dem Wöhlerkurvenkonzept und mit den Methoden der Bruchmechanik und der daraus folgenden Abschätzung der bisherigen Schadenssumme gezeigt. Eines der einfachsten Modelle zur Schadensberechnung unter Betriebsbelastung ist die lineare Schadensakkumulationshypothese nach PALMGREN [166] und MINER [139]. Dieser Hypothese liegt der Gedanke zugrunde, dass eine schwingende Beanspruchung des Bauteils Schädigungen der Werkstoffe bewirkt, die sich solange addieren, bis ein kritischer Schädigungswert erreicht ist. Bei diesem Schädigungswert erfolgt dann ein Ermüdungsbruch. Es wurde dazu ein dimensionsloser Schädigungsfaktor D eingeführt.

$$D = \sum_{\mathrm{i}} \frac{\mathrm{n}(\Delta\sigma_{\mathrm{i}})}{\mathrm{N}(\Delta\sigma_{\mathrm{i}})} \tag{4.1}$$

Die tatsächliche während der Lebensdauer des Bauteils auftretende Anzahl der Spannungsspiele mit der Schwingbreite $\Delta\sigma_i$ wird mit $n(\Delta\sigma_i)$ bezeichnet. $N(\Delta\sigma_i)$ ist die der Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_i$ zugeordnete Bruchlastspielzahl, die direkt aus der Wöhlerlinie abgelesen werden kann. Mit dem Erreichen des Grenzwertes $D = 1$ ist die Grenzschädigung erreicht. Diese Vorgehensweise ist auch in der Bemessungsnorm für Massivbrücken aufgenommen [59]. Es tritt dann ein Ermüdungsversagen ein. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Ermüdung bei der Bewertung des Betons und des Betonstahls nicht berücksichtigt. In folgenden Arbeiten ist darauf näher einzugehen.

4.3 Mechanische Modelle für die Veränderung der Materialparameter und Abmessungen

4.3.1 Beton

Die in Kapitel 4.1 aufgeführten Schadensmerkmale führen zu einer Veränderung der Materialparameter des Betons. Die Änderung der wesentlichen physikalischen Eigenschaften und dem damit einhergehenden Einfluss auf die Materialparameter wird nachfolgend aufgeführt.

- Betondruckfestigkeit

Infolge einer Frost- und Frost-Tausalzbeanspruchung konnte eine Reduktion der Betondruckfestigkeit um bis zu 35 % in ersten Versuchsergebnissen FAGERLUND et al. [69] gezeigt werden. Die Druckfestigkeit des frostgeschädigten Betons $f_{c,damaged}$ [MPa] in Abhängigkeit der Druckfestigkeit des ungeschädigten Betons $f_{c,o}$ [MPa] wird dabei wie folgt angegeben:

$$f_{c,damaged} = 0{,}96 \cdot f_{c,o} - 9 \tag{4.2}$$

In neueren Untersuchungen in HANJARI [89] konnte eine Reduktion der Betondruckfestigkeit um 28 % im Schadenslevel I und um 49 % im Schadenslevel II bei einem jeweils sehr hohen Variationskoeffizient des Probenumfangs gegenüber dem Referenzwert festgestellt werden. Die Schadenslevel I und II unterscheiden sich durch die Zeitdauer in der Frostkammer. Am Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Linien konnte zudem ein stark ausgeprägtes inhomogenes Materialverhalten der geschädigten Proben festgestellt werden. Die Dehnung bei Erreichen der Druckfestigkeit f_{cm} ist deutlich größer als bei den ungeschädigten Proben. Dies ist auf die Vielzahl der Mikrorisse zurückzuführen, die durch die Frost-Tauwechsel hervorgerufen worden sind. Die nachfolgende Tabelle 4.1 fasst die Erkenntnisse zusammen.

Tabelle 4.1 Auswertung der Proben der Untersuchung der Frost-Tauwechselbeanspruchung in HANJARI [89] in Hinblick auf die Druckfestigkeit

Probenserie	Mittelwert der Druckfestigkeit [MPa]	Variationskoeffizient [%]	Dehnung bei Erreichen der Druckfestigkeit [‰]
Referenzwert	40,58	0,94	2,6
Schadenslevel I	29,72	10,02	3,8
Schadenslevel II	20,44	5,31	5,0

In HANJARI [89] wurde deutlich, dass es bisher noch nicht möglich ist, aus einer visuellen Prüfung der Schädigung infolge Frost-Tauwechselbeanspruchung auf die Festigkeitsklasse des Betons zu schließen.
Der in Abschnitt 4.1 beschriebene Karbonatisierungsprozess kann in vollständig karbonatisierten Probekörpern eine Festigkeitssteigerung von bis zu 210 % bewirken HILSDORF [94]. Bei Probekörpern, die nur im Randbereich karbonatisiert waren, reduzierte sich dagegen die Betondruckfestigkeit aufgrund der zunehmenden Schwindspannungen in den Randzonen. Aufgrund der Vielzahl von Einflüssen kann die Reduktion der Betondruckfestigkeit infolge Karbonatisierung bisher noch nicht quantifiziert werden.

- Betonzugfestigkeit – Spaltzugfestigkeit:

Die Einflüsse einer Frost-Tauwechselbeanspruchung auf die Zugfestigkeit des Betons sind beträchtlich. In FAGERLUND et al. [69] konnte eine Reduktion von bis zu 70 % festgestellt werden. Der Mittelwert der Spaltzugfestigkeit $f_{t,damaged}$ [MPa] wird wie folgt angegeben:

$$f_{t,damaged} = 1{,}2 \cdot f_{t,o} - 3 \tag{4.3}$$

$f_{t,o}$ stellt die Spaltzugfestigkeit der ungestörten Probe dar.
Die Untersuchungen in HANJARI [89] bestätigen dies im Wesentlichen und sind in der nachfolgenden Tabelle dargestellt.

Tabelle 4.2 Auswertung der Proben der Untersuchung der Frost-Tauwechselbeanspruchung in HANJARI [89] in Hinblick auf die Spaltzugfestigkeit

Probenserie	Spaltzugfestigkeit [MPa]	Variationskoeffizient [%]
Referenzwert	3,81	10,06
Schadenslevel I	2,71	5,66
Schadenslevel II	1,44	8,33

- Elastizitätsmodul

Für die Bewertung wird meist der dynamische E-Modul herangezogen. Gemäß RILEM TC 176-IDC gilt der Beton als zerstört, wenn der relative dynamische E-Modul bezogen auf die ungeschädigte Probe kleiner 80 % ist. Der Einfluss einer Frost-Tauwechselbeanspruchung auf den E-Modul ist beträchtlich. Die Ergebnisse in FAGERLUND et al. [69] und HANJARI [89] zeigen, dass der Wert von 80 % durchaus schnell erreicht werden kann. Eine genaue Spezifikation kann jedoch nicht angegeben werden.

- Verbund

Bei geripptem Stahl kann der Verlust an Verbundfestigkeit bis zu 50 % betragen, bei glatten Stählen sogar 90 % FAGERLUND et al. [69]. Bisher liegen noch keine abgesicherten Untersuchungen vor, ob sich durch Chlorideinwirkung neben der Korrosion der Bewehrung auch die Materialkennwerte des Betons

verändern. Grundsätzlich ist davon auszugehen, dass die eingelagerten Chloride die Zementmatrix nicht verändern. Erste Versuche in APARICIO et al. [8] bestätigen dies.

4.3.2 Betonstahl

Die Mechanismen bzgl. Schadstoffeintrag und Beginn der Korrosion der Bewehrung wurden in den letzten Jahren intensiv untersucht. Die ersten Degradationsmodelle gehen auf TUUTTI [219] zurück. Aktuell wird von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG ein umfangreiches Forschungsprojekt mit dem Titel „Modellieren von Bewehrungskorrosion“ durchgeführt. Erste Ergebnisse sind u. a. in SCHIEßL [194] und OSTERMINSKI & SCHIEßL [164] aufgeführt. Das Abschlusskolloquium ist für Ende 2010 geplant. Eine Übersicht über die unterschiedlichen Degradationsmodelle für die Korrosion kann STRAUSS, BERGMEISTER et al. [209] entnommen werden. Die numerische Modellierung der Korrosion in Stahlbetonbauwerken wurde in BREM [28] untersucht. Das nachfolgende Bild 4.1 zeigt die Grenzzustände eines Korrosionsprozesses in Anlehnung an TUUTTI [219].

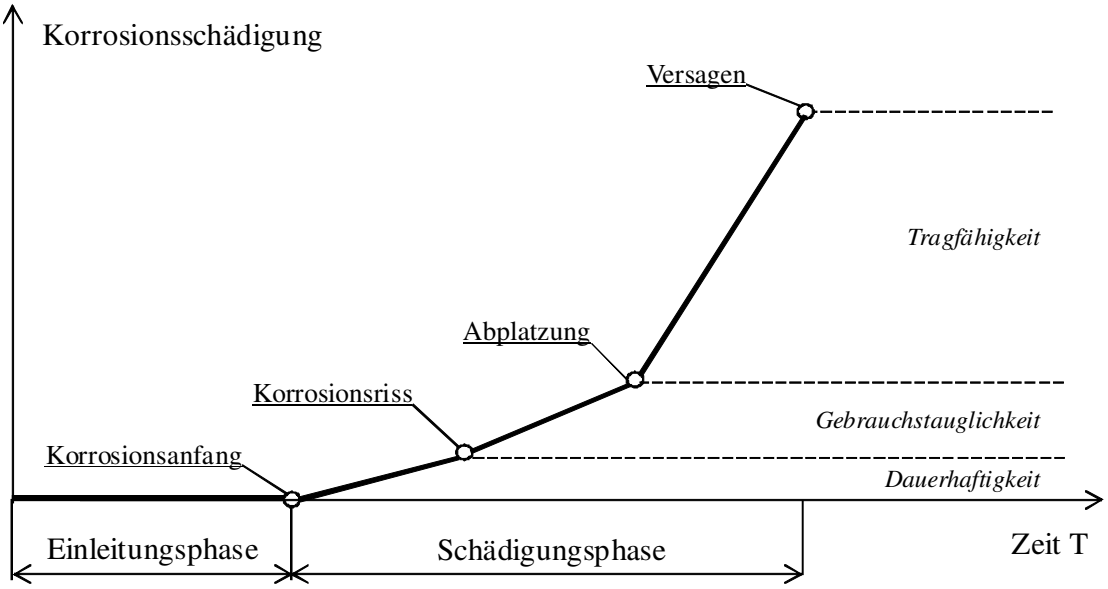


Bild Nr. 4.1: Grenzzustände eines Korrosionsprozesses in Abhängigkeit der Zeit TUUTTI [219]

Die mechanischen Modelle für die Veränderung der Eigenschaften des Betonstahls infolge Korrosion werden nachfolgend aufgeführt.

- Geometrie der Restquerschnittsfläche des korrodierten Betonstabstahls

Für das entwickelte baupraktische Näherungsverfahren in Abschnitt 7 ist im Zuge der visuellen Prüfung die verbleibende Restquerschnittsfläche des korrodierten Betonstahls zu bestimmen. Nachfolgend wird auf die gleichmäßige Korrosion, d. h. einem flächigen Abtrag, und auf die Lochkorrosion, d. h. einem lokalen Abtrag, eingegangen. Die Möglichkeiten einer Identifikation für die Unterscheidung der jeweiligen Abtragsart im Rahmen einer visuellen Prüfung sind in Abschnitt 4.1.4 erläutert. In GEHLEN [79] wurden probabilistische Modelle für die Einleitungsphase bei karbonatisierungsindizierter und chloridindizierter Korrosion sowie für die Schädigungsphase bzgl. Korrosionsfortschritt und korrosionsinduzierter Rissaufweitung gemäß Bild 4.1 entwickelt. In dieser Arbeit wird auf die Modelle für die Bestimmung der Entwicklung korrosionsinduzierter Risse eingegangen, die nachfolgend im Abschnitt Risse näher betrachtet werden. Im Rahmen des DURACRETE Projektes [60] wurden Abtragsraten bei der Bewehrungskorrosion in Abhängigkeit der Expositionsklasse des Betons für den praktischen Gebrauch angegeben. Die Korrosionsrate hängt u. a. von der relativen Luftfeuchtigkeit, der Betonfeuchtigkeit, der Temperatur des Betons, des Typs der Korrosion etc. ab.

Tabelle 4.3 Abtragsraten bei der Bewehrungskorrosion i_{corr} in Abhängigkeit von der Expositionsklasse gemäß DURACRETE [60]

Expositionsklasse		Korrosionsgeschwindigkeit, µm/Jahr		Nasszeit (Mittelwert)
		Mittelwert	Standardabweichung	
Korrosion infolge Karbonatisierung				
XC1	trocken	0		
XC2	nass, selten trocken	4	3	1
XC3	mäßige Feuchte (unbewittert)	2	1	0,5
XC4	wechselnd nass und trocken	5	3	0,75
Chloridinduzierte Korrosion				
XD1	nass, selten trocken	4	3	1
XD2	wechselnd nass und trocken	30	20	0,75
XS1	salzhaltige Luft	30	20	0,5
XS2	ständig unter Wasser	Korrosion ist nicht zu erwarten, ausgenommen bei schlechtem Beton und/oder ungenügender Überdeckung		
XS3	Tidebereich	70	40	1

Die Korrosionsrate von Stahl in gesundem Beton wird in DURACRETE [60] mit 1,1 µm/Jahr angegeben. Ähnliche Ergebnisse wie in Tabelle 4.3 werden auch in BERTOLINI *et al.* [18] veröffentlicht. Die Tabelle 4.3 zeigt sehr deutlich die höhere Korrosionsgeschwindigkeit bei chloridinduzierter Korrosion im Gegensatz zur Korrosion infolge Karbonatisierung.

Die zu bestimmende Restquerschnittsfläche eines korrodierten Betonstahls hängt von der Art der Korrosion ab. Grundsätzlich werden wie bereits erwähnt, die gleichmäßige Korrosion und die lochförmige Korrosion unterschieden. Das nachfolgende Bild 4.2 zeigt die beiden Korrosionsarten.

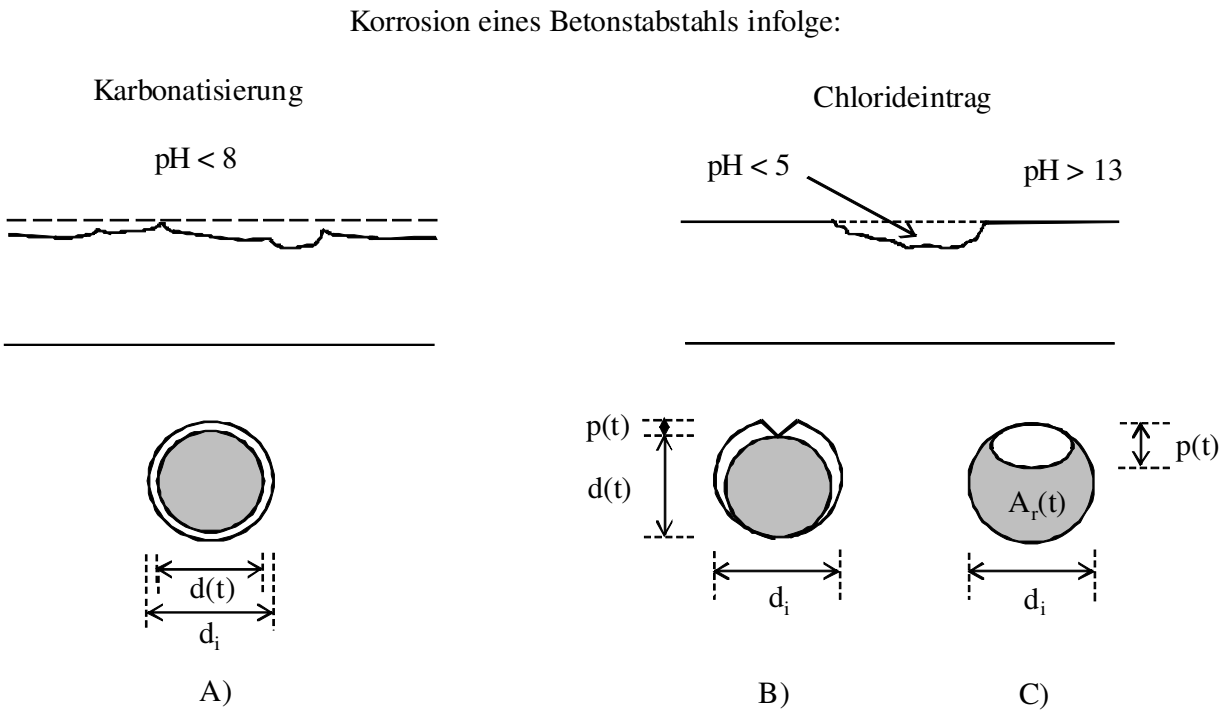


Bild Nr. 4.2: Restquerschnittsfläche eines korrodierten Betonstabstahls mit den Modellen für die gleichmäßige Korrosion A) gemäß CONTECVET [38] sowie für die chloridinduzierte Korrosion B) gemäß CONTECVET [38] und C) gemäß VAL & MELCHERS [221]

Für die Bestimmung der Restquerschnittsfläche eines korrodierten Betonstabstahls wurden in den letzten Jahren verschiedene Modelle entwickelt. Eine vollständige Übersicht der Korrosions-Degradationsmodelle kann STRAUSS & BERGMEISTER et al. [209] entnommen werden. Die am häufigsten angewandten Modelle werden nachfolgend vorgestellt.

Gleichmäßige und lochförmige Korrosion gemäß dem Modell von ANDRADE et al. [5]:
Der verschmierte Stabdurchmesser d_i gemäß Bild Nr. 4.2 A) wird als Funktion der Zeit t wie folgt angegeben:

$$d(t) = \begin{cases} d_i & t \leq T_i \\ d_i - 0{,}0116 \cdot i_{corr} \cdot \alpha \cdot (t - T_i) & T_i < t \leq T_i + \left(\dfrac{d_i}{0{,}0116 \cdot i_{corr} \cdot \alpha}\right) \\ 0 & t > T_i + \left(\dfrac{d_i}{0{,}0166 \cdot i_{corr} \cdot \alpha}\right) \end{cases} \tag{4.4}$$

mit:

d_i = anfänglicher Stabdurchmesser [mm]
T_i = Zeitpunkt zum Ende der Einleitungsphase [Jahre]
t = betrachteter Zeitpunkt [Jahre]
α = Parameter zur Beschreibung des Korrosionstyps
$\alpha = 2$ für flächige Korrosion
$\alpha = 4 - 10$ für lochförmige Korrosion (siehe CONTECVET [38]); $\alpha = 4 - 8$ gemäß GONZALES [82]; Der Parameter hängt von der Art der Korrosionsanregung ab (Chloridgehalt, externe Spannungsquelle, etc.)

0,0116 = Konvertierungsfaktor von *µA/cm²* zu *mm/Jahr* mit den Randbedingungen für den Stahl (2 freie Elektronen während der Korrosion, atomare Masse M = 55,85 g/mol, spezifisches Gewicht ρ = 7,88 g/cm³)

Die Variable i_{corr} stellt die Korrosionsrate dar und kann im Wesentlichen in 4 Bereiche eingeteilt werden LANGFORD & BROOMFIELD [119]:

i_{corr} < 0,1 µA/cm² → kleine Korrosionsrate
$0{,}1 < i_{corr} <$ 0,1 µA/cm² → kleine bis moderate Korrosionsrate
$0{,}5 < i_{corr} <$ 1,0 µA/cm² → moderate bis hohe Korrosionsrate
i_{corr} < 1,0 µA/cm² → hohe Korrosionsrate

In Tabelle 4.3 sind die Korrosionsraten in Abhängigkeit der Expositionsklassen des Betons aufgeführt.

Die lochförmige Korrosion, gemäß B) in Bild Nr. 4.2, kann mit folgendem Ansatz berechnet werden:

$$p(t) = 0{,}0116 \cdot i_{corr} \cdot \alpha \cdot (t - T_i) \tag{4.5}$$

Die Werte für α werden im Falle der lochförmigen Korrosion mit α = 4 - 10 gewählt. Siehe Definition der Parameter für (4.4).

Lochförmige Korrosion gemäß dem Modell von VAL & MELCHERS [221], C) gemäß Bild Nr. 4.2:

Die Restquerschnittsfläche wird vereinfacht in eine hemisphärische Form gebracht und es kann eine realistischere Ermittlung der Geometrie erfolgen.

$$A_r(\mathrm{t}) = \begin{cases} \pi \cdot \dfrac{d_i^2}{4} - A_1 - A_2 & p(t) \leq \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot d_i \\ A_1 - A_2 & \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot d_i < p(t) \leq d_i \\ 0 & p(t) > d_i \end{cases} \tag{4.6}$$

mit:

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot \left[\Theta_1 \cdot \left(\frac{d_i}{2}\right)^2 - a_p \left| \frac{d_i}{2} - \frac{p(t)^2}{d_i} \right| \right] \tag{4.7}$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot \left[\Theta_2 \cdot p(t)^2 - a_p \cdot \frac{p(t)^2}{d_i} \right] \tag{4.8}$$

$$a_p = 2 \cdot p(t) \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{p(t)}{d_i}\right)^2} \tag{4.9}$$

$$\Theta_1 = 2arcsin\left(\frac{a_p}{d_i}\right) \tag{4.10}$$

$$\Theta_2 = 2arcsin\left(\frac{a_p}{2 \cdot p(t)}\right) \tag{4.11}$$

- Zugfestigkeit des korrodierte Betonstahls

In JUNGWIRTH [106] wurden die Auswirkungen der flächigen Korrosion sowie der Narbenbildung auf die Zugfestigkeit eines Rippentorstahls der Güte BSt 420/500, d = 8mm, untersucht. Die Diagramme in Bild 4.3 zeigen das Ergebnis dieser Untersuchungen.

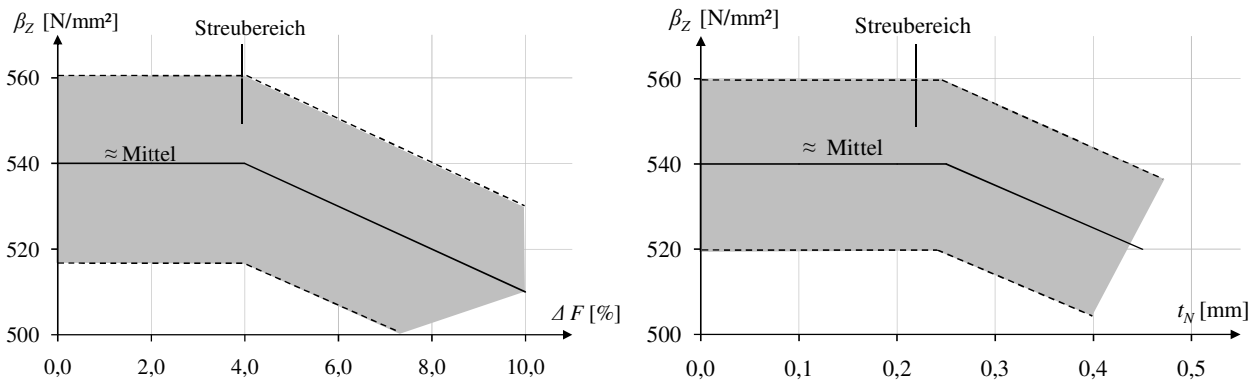


Bild 4.3: Auswirkung der flächigen Korrosion (links) sowie der Narbenbildung (rechts) auf die Zugfestigkeit eines Betonstahls JUNGWIRTH [106]

Der Wert *ΔF(%)* im linken Diagramm in Bild 4.3 gibt die korrodierte Fläche in Bezug auf den ursprünglichen Gesamtquerschnitt an. Der Wert t_N (mm) bezeichnet die Narbentiefe. Die Bestimmung dieser Werte erfolgt meist durch zerstörende Prüfung an einem Probestück. Im Falle der handnahen visuellen Bauwerksprüfung sind diese Werte mit entsprechenden Hilfsmitteln, wie z. B. einer Lupe, Schiebelehre etc., abzuschätzen. In BRÜCKNER [29] wurde an einem gewöhnlichen, von einem rund 40 Jahre alten geschädigten Brückenüberbau entnommenen Stück Betonstahl, Untersuchungen mit entsprechenden Auswertungen für die Bestimmung der Reduktion der Zugfestigkeit gemäß den Ergebnissen von Jungwirth durchgeführt. Hierbei wurde der korrodierte Querschnitt im Hinblick auf die Narbentiefe sowie auf den verbleibenden Restquerschnitt untersucht. Die Auswertungen zeigten deutlich, dass für die Bestimmung der Zugkraft im korrodierten Stahl nicht nur der noch zur Verfügung stehende Restquerschnitt, sondern auch die Reduktion der Zugfestigkeit in Abhängigkeit des Korrosionsgrades zu berücksichtigen ist. Als erste Näherung kann davon ausgegangen werden, dass die Zugfestigkeit von korrodierten Betonstählen im Mittel um weitere ca. 3 % bis 5 % abfällt.

In MORINAGA [145] und ANDRADE et al. [3] wurden ähnliche Ergebnisse wie in JUNGWIRTH [106] festgestellt. Allerdings ist es nicht möglich den Einfluss auf die Zugfestigkeit genauer zu quantifizieren, da der tatsächliche Restquerschnitt am Versagenspunkt nur schwer feststellbar ist. In MORINAGA [145] wurde die Zugfestigkeit auf den ursprünglichen, nicht korrodierten, Querschnitt anstelle des tatsächlichen Querschnitts bezogen. Zahlenwerte werden nicht angegeben. In UOMOTO et al. [220] wird eine Reduktion der Zugfestigkeit eines korrodierten Betonstabstahls in Höhe von 5 % bis 10 % zum unkorrodierten Stahl festgestellt. Es wurde dabei die festgestellte Zugfestigkeit auf den ursprünglichen Querschnitt bezogen.

Im Rahmen der Bewertung des eingebauten Betonstahls ist zudem auf das Baujahr des Bauwerks zu achten, sodass die Eigenschaften wie z. B. die charakteristische Streckgrenze f_{yk}, richtig erfasst werden können. Eine gute Zusammenstellung liefert hier BINDSEIL & SCHMITT [20].

- Stahldehnung und Duktilität

Die Verformungsfähigkeit von bewehrten Betonbauteilen wird durch die Duktilität des Betonstahls bestimmt. Die Duktilität bezeichnet die Fähigkeit, nach Überschreiten der Streckgrenze die Dehnung bei konstanter oder ansteigender Spannung noch zu vergrößern. In ANDRADE et al. [3] wurde bei Versuchen an korrodierten Betonstabstählen eine Reduktion der Bruchdehnung, d. h. die Dehnung bei Erreichen des Spannungsmaximums, in Höhe von 30 % bei einem Querschnittsverlust des Betonstabstahls von 15 % und in Höhe von 50 % bei einem Querschnittsverlust von 28 % festgestellt. Es zeigt sich aber auch, dass die in DIN 1045-1 [48] geforderte charakteristische Bruchdehnung in Höhe von 25 ‰ für die Duktilitätsklasse A von den getesteten Proben jeweils erreicht werden konnte. In CONTECVET [38] wird darauf hingewiesen, dass bei statisch unbestimmten Bauwerken mit korrodierten Betonstählen der mögliche Umlagerungsgrad und damit die Höhe des Umlagerungsfaktors δ mit Vorsicht gewählt werden sollte.

- Auswirkungen auf den Verbund

Die Verbundwirkung eines gerippten Betonstahls mit dem Beton beruht im Wesentlichen auf den drei Mechanismen der Haftung, der Reibung und der mechanischen Verzahnung. Die Korrosion hat dabei Einfluss auf alle 3 Mechanismen. Für die Stahlbetonbemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit wird normativ von einem starren Verbund ausgegangen. Die derzeit verwendeten Bewehrungsstähle sind dahin gehend optimiert. Es tritt dann im Bruchzustand ein Stahlversagen vor einem ggf. schlagartigen Verbundversagen ein. Die Verbundwirkung spielt im Grenzzustand der Tragfähigkeit zudem eine Rolle bei der Ermittlung der Rotationsfähigkeit sowie bei der Bestimmung von Verankerungs- und Übergreifungslängen der Betonstahlbewehrung. Im Gebrauchszustand beeinflusst die Verbundwirkung jedoch wesentlich die Verteilung der Risse sowie die Rissöffnung und damit maßgeblich die Steifigkeit und das Verformungsverhalten des Bauteils. Weitere Einzelheiten zum Verbundverhalten können GÜNTHER [87] entnommen werden. In KEUSER [110] wurden Verbundmodelle für nichtlineare Finite-Element-Berechnungen entwickelt.

In APOSTOLOPOULOS & MICHALOPOULOS [9] konnte festgestellt werden, dass ein Querschnittsverlust von 7 % ein Verlust an Rippenprofil des Betonstahls um 45 % hervorruft. Bei 12 % Querschnittsverlust wurden 70 % Rippenverlust vorgefunden. Dies erzeugt einen Verlust an Verbundwirkung nach entsprechendem Auftreten von Rissen in Höhe von 30 % bzw. 70 %. Neuere Untersuchungen in LUNDGREN [129] zeigen, dass bei geringer Korrosionsrate die Verbundwirkung eher zunimmt. Für die weitere Auswertung unterteilt LUNDGREN [128] die Beurteilung der Verbundwirkung korrodierter Betonstähle in folgenden Kategorien: glatte Stähle - gerippte Stähle, mit und ohne Querbewehrung und in das Vorhandensein von Rissen. Für diese Fälle gibt LUNDGREN [129] schematische Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen an. Im Rahmen eines umfangreichen EU-Projektes, siehe RODRIGUEZ et al. [185], wurde das Verbundverhalten korrodierter Betonstähle untersucht. In CONTECVET [38] sind die Ergebnisse zusammengefasst dargestellt und werden kurz vorgestellt. Sie wurden experimentell ermittelt und können als Anhaltswerte für die Reduktion des Verbundverhaltens betrachtet werden. Auf die einzelnen Randbedingungen der Versuche wie Betonfestigkeitsklasse, Betondeckung, Lage der Bewehrungsstäbe etc. wird hier nachfolgend nicht näher eingegangen. Die nachfolgenden Werte stellen Mittelwerte aus den Versuchen dar.

$$f_b = 4{,}75 - 4{,}64 \cdot P_X \qquad f\ddot{u}r \quad \rho > 0{,}25 \tag{4.12}$$

$$f_b = 10{,}04 + \left[-6{,}62 + 1{,}98 \cdot \left(\frac{\rho}{0{,}25}\right)\right] \cdot (1{,}14 + P_X) \qquad \text{für} \quad \rho < 0{,}25 \tag{4.13}$$

mit:

$$\rho = n \cdot \left(\frac{\emptyset_w - \alpha \cdot P_{xw}}{\emptyset}\right)^2 \tag{4.14}$$

In den Gleichungen (4.12) bis (4.14) bedeuten:

P_x = Mittelwert der Reduktion des Radius des Betonstabstahls der Tragbewehrung [mm]
P_{xw} = Mittelwert der Reduktion des Radius des Betonstabstahls der Querbewehrung [mm]
$\emptyset$ = Durchmesser des Betonstabstahls der Tragbewehrung [mm]
$\emptyset_w$ = Durchmesser des Betonstabstahls der Querbewehrung [mm]
α = Parameter für die Korrosionsart: $\alpha = 2$ für gleichmäßige Korrosion der Querbewehrung, $\alpha = 2$ für lochförmige Korrosion der Querbewehrung
n = Anzahl der Stäbe der Querbewehrung im Verankerungsbereich der Tragbewehrung

Weitere Gleichungen für eine Verankerung der Tragbewehrung ohne Querbewehrung, für den Fall mit Querdruck etc. können CONTECVET [38] entnommen werden. Bei der Beurteilung eines bestehenden Bauwerks mit vorhandenen Längsrissen ist besonders auf die Beurteilung der Verankerung der Tragbewehrung einzugehen, siehe auch LUNDGREN [129]. Im vorliegenden Fall der probabilistischen Untersuchung des Grenzzustandes der Tragfähigkeit infolge Querschnittsversagen wird auf den Verlust der Verbundwirkung vorerst nicht eingegangen. Im Zuge der Entwicklung zerstörungsfreier Prüfverfahren kann die tatsächliche Restquerschnittsfläche bzw. der Korrosionsgrad des Betonstahls immer besser identifiziert und sogar gemessen werden. Im ZfPBau-Kompendium der Bundesanstalt für Materialprüfung und –forschung werden entsprechende Verfahren und Geräte vorgestellt. Das Kompendium ist mit Stand 2003 dem BAUPHYSIK KALENDER 2004 [226] beigelegt und kann auch online auf der Homepage der Bundesanstalt abgerufen werden. Im Rahmen einer regelmäßigen Bauwerksprüfung gemäß DIN 1076 [51] werden diese Geräte standardmäßig noch nicht eingesetzt. In BECK et al. [12] sind neueste Ergebnisse bzgl. der Möglichkeiten einer Bewehrungserkundung mit einem X-ray Tomografen aufgeführt, der im Rahmen des aktuellen DFG-Forschungsprojektes „Modellieren von Bewehrungskorrosion“ entwickelt wird. Es zeigte sich, dass mit diesem Verfahren eine örtliche Korrosion an einem Betonstabstahl bis zu einer Betondeckung von 20 mm gut identifiziert werden kann. Die Identifizierung bei größeren Betondeckungen, wie sie im Brückenbau üblich sind, weist jedoch noch erhebliche Unsicherheiten bei den Messergebnissen auf.

In CONTECVET [38] ist eine Zusammenfassung von Versuchen an 30 Stahlbetonbalken mit korrodierter Bewehrung aufgeführt. Im Falle eines Biegezugversagens wurden dabei ein Versagen der Druckzone bei hohen Bewehrungsgraden und ein Auftreten von großen Rissen sowie das Fließen der Bewehrung bei niedrigen Bewehrungsgraden festgestellt. Die Versagensarten entsprechen denen bei ungeschädigten Stahlbetonbalken. Zudem erfolgte eine statische Berechnung zur Bestimmung des aufnehmbaren Biegemomentes. Die Berechnung wurde auf der Grundlage der Bemessungsgleichungen des Eurocode 2 ausgeführt. Für die Betondruckfestigkeit wurden die tatsächlich festgestellten Mittelwerte und für die korrodierte Betonstahlbewehrung der tatsächlich vorhandene Restquerschnitt für die Berechnung zugrunde gelegt. Zudem wurde die Betondeckung im Bereich der Biegedruckzone als nicht tragend angenommen. Es zeigt sich, dass die Berechnung mit den modifizierten Materialparametern und Geometrieabmessungen mit den Versuchsergebnissen im Grenzzustand der Tragfähigkeit sehr gut übereinstimmt. Wesentliche Einflüsse aus mangelhaftem oder sogar fehlendem Verbund infolge korrodierter Bewehrung konnten bei den Versuchen zur Bestimmung des aufnehmbaren Biegemomentes nicht festgestellt werden. Die Auswirkung auf die Verankerung der Betonstabstähle oder auf die Übergreifungen wurde im Einzelnen nicht näher untersucht. Bei Balken mit korrodierter Querkraftbewehrung zeigt sich, dass ein Querkraftversagen in vielen Fällen schneller eintrat als ein Biegezugversagen. Dies wurde auf die örtliche Korrosion der Querkraftbügel und insbesondere auf dass allseitige Abplatzen der Betondeckung infolge der korrodierten Querkraftbügel zurückgeführt. Vor allem

der infolge des Abplatzens wesentlich reduzierte Restquerschnitt des Balkens führte zu einem frühen Versagen. Die statische Nachrechnung wurde mit den Bemessungsgleichungen gemäß Eurocode 2 sowie mit der tatsächlichen Querschnittsfläche der korrodierten Querkraftbügel und mit einer um die gesamte umlaufende Betondeckung reduzierten Querschnittsfläche des Balkens geführt. Es konnte eine gute Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen der Versuche und der Nachrechnung festgestellt werden. Bei den Versuchen zeigte sich, dass eine Nachrechnung von Stahlbetonbauteilen mit korrodierter Bewehrung bei Modifikation der Material- und Geometrieparameter mit den üblichen Bemessungsgleichungen durchaus durchgeführt werden kann.

4.3.3 Änderung der geometrischen Abmessungen infolge Schädigung

Das Abplatzen des Betons stellt die Schädigung mit dem größten Einfluss auf die Tragfähigkeit des Bauteils im Hinblick auf die Änderung der geometrischen Abmessungen dar. Wie bereits erwähnt, tritt diese Querschnittsreduktion auf, wenn die Druckzone des Betons aufgrund von zu hohen Druckspannungen versagt, wenn die Oberfläche infolge Betonkorrosion zerstört wird oder bei korrosionsbedingten Abplatzen der Betondeckung aufgrund der Sprengwirkung der voluminösen Korrosionsprodukte.

- Betonabplatzung infolge Bewehrungskorrosion

Durch eine fortschreitende Korrosion des Betonstahls und damit einen immer größer werdenden Druckaufbau durch die Rostprodukte vergrößern sich die Rissbreiten des Stahlbetonbauteils bis schließlich der Beton abplatzt. Die einzelnen Grenzzustände wurden in Bild Nr. 4.1 dargestellt. Im Rahmen eines Forschungsauftrages des Bundesamtes für Straßen in der Schweiz wurde das Risiko von Betonabplatzungen infolge Bewehrungskorrosion eingehend untersucht HUNKELER et al. [98]. Es stellte sich dabei heraus, dass das Risiko mit zunehmenden Korrosionsabtrag, mit zunehmender Länge der korrodierten Bewehrung, mit abnehmender Betonüberdeckung, mit abnehmenden Verhältnis von Betonüberdeckung zu Durchmesser der Bewehrung sowie mit zunehmenden Verhältnis von Karbonatisierungstiefe zu Betonüberdeckung ansteigt. Der Einfluss von bestimmten Expositionsbedingungen sowie der Abstand der einzelnen Bewehrungsstäbe etc. spielt eine Rolle, die Wirkung dieser Einflüsse konnte jedoch nicht genau quantifiziert werden. Um das aktuelle und zukünftige Risiko von Abplatzungen an einem bestimmten Bauwerk abzuschätzen werden Hinweise gegeben, wie eine Zustandserfassung durchgeführt werden sollte, um vertiefte Kenntnisse zur Beurteilung zu erhalten.

In den letzten Jahren wurden bzgl. des Rissverhaltens bei korrodierter Bewehrung vermehrt experimentelle und numerische Untersuchungen durchgeführt. Die mit der Korrosion entstehenden Korrosionsprodukte sind voluminöser und haben ein geringeres spezifisches Gewicht als der Stahl. Sie führen zu einem inneren Druckaufbau in der Grenzschicht Beton/Bewehrung mit anschließender Rissbildung und späteren Abplatzungen. TORRES [216] untersuchte experimentell den notwendigen inneren Druck für eine Rissbildung und gab folgende Gleichung an:

$$\frac{P_{max}}{f_t} \approx 1{,}54 \cdot \left(\frac{\mathrm{c}}{\emptyset}\right) \cdot \left(\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{L}} + 1\right)^{0{,}72} \tag{4.15}$$

mit:

P_{max} = Maximaler Druck bei Rissbildung [N/mm²]

f_t = Zugfestigkeit des Betons berechnet aus der Betondruckfestigkeit f_c, $f_t=0{,}5 \cdot f_c^{1/2}$ [N/mm²]

c = Betonüberdeckung [mm]

Ø = Durchmesser des Bewehrungsstabes [mm]

L = belastete, d. h. der Korrosion ausgesetzte Länge der Betonstähle [mm]

Einen Zusammenhang zwischen Rissbreite und Korrosionsabtrag stellte RODRIGUEZ [186] experimentell her:

$$w = 0{,}05 + 4{,}5 \cdot x_{Korr} \tag{4.16}$$

mit:
w = Rissbreite [mm]
x_{Korr} = Korrosionsabtrag [mm]

Abplatzungen wurden nur in wenigen experimentellen Untersuchungen festgestellt. RODRIGUEZ [186] konnte selbst bei einem Korrosionsabtrag von 400 µm an chloridverseuchten Laborprüfkörpern keine Abplatzungen beobachten. In CLAIMS [36] führte ein Längsriss von 2 mm in einem Fall zu einer Abplatzung über der Bewehrung in Ecklage. Der Korrosionsabtrag betrug dabei 0,2 mm. In HUNKELER et al. [98] wurde eine umfangreiche Literaturrecherche bzgl. der Erfahrungen mit Abplatzungen infolge Bewehrungskorrosion bei Felduntersuchungen und Zustandserfassungen durchgeführt. Es zeigte sich, dass gerade bei älteren Brücken mit 30 Jahren Lebensdauer und mehr die Schäden infolge Abplatzungen stark zunehmen. Es konnte jedoch auch festgestellt werden, dass keine gesicherten Erkenntnisse, Ergebnisse oder Erfahrungswerte bzgl. des Zeitpunkts der Rissbildung und Abplatzungen vorliegen. In der grundlegenden Arbeit von ANDRADE et al. [4] wurde experimentell das Verhältnis zwischen der Reduktion des Bewehrungsdurchmessers und der Rissbreite untersucht. In allen vier Versuchen konnte ein linearer Zusammenhang, siehe Bild Nr. 4.4, gezeigt werden. Die Variable w_0 bezeichnet die Anfangsrissbreite.

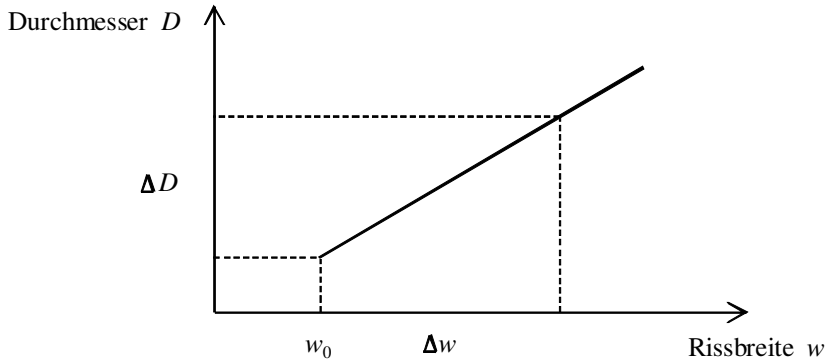


Bild 4.4: Zusammenhang zwischen der Reduktion des Durchmessers eines Bewehrungsstahls und der Zunahme der Rissbreite ANDRADE et al. [4]

Die zugehörige Gleichung lautet:

$$\Delta w = \gamma \cdot \Delta D \tag{4.17}$$

mit:
Δw = Zunahme der Rissbreite im Zeitintervall Δt
ΔD = Reduktion des Durchmessers des Bewehrungsstahls infolge Korrosion
γ = Parameter aus den Versuchen mit γ = 1,5 bis 5

THOFT-CHRISTENSEN [215] stellte aufbauend auf den Versuchsergebnissen folgenden Zusammenhang her. Er geht dabei davon aus, dass das Volumen in Folge der Zunahme an Rissbreite dem der Zunahme der Korrosionsprodukte entspricht. Das Vorgehen wird in Anlehnung an THOFT-CHRISTENSEN [215] an einem Beispiel gezeigt.

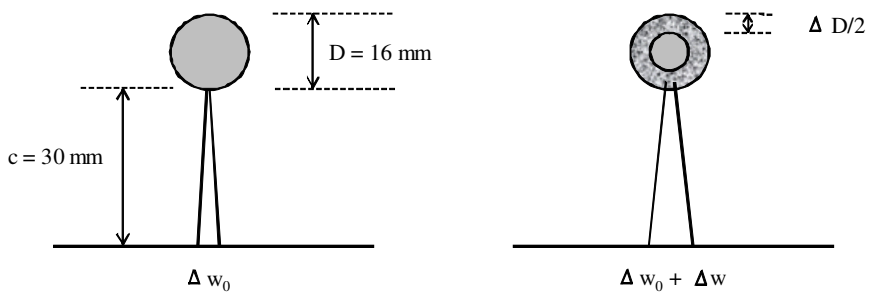


Bild 4.5: Zunahme der Rissbreite infolge der Korrosion des Betonstabstahls THOFT-CHRISTENSEN [215]

Das Bild Nr. 4.5 zeigt das Vorgehen beispielhaft an einem Betonstabstahl mit einem Durchmesser D = 16 mm der infolge gleichmäßiger Korrosion nach der Zeit T eine Querschnittsreduktion von ΔD aufweist. Die Anfangsrissbreite beträgt Δw_0. Die Risszunahme während des Zeitdauer T ist Δw. Der Durchmesser zum Zeitpunkt T beträgt $D_{korr} = D - \Delta D$.
Der Zusammenhang zwischen Δw und D kann dann wie folgt dargestellt werden [215]:

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\frac{D}{2}}{\frac{D}{2} + c} + 1 \right) \cdot c \cdot \Delta w = (\alpha - 1) \cdot \pi \cdot D \cdot \frac{\Delta D}{2} \tag{4.18}$$

mit:

α = Verhältnis der Rohdichten des Stahls und des Rostes = $\rho_{Rost} / \rho_{Stahl}$
Das Verhältnis hängt sehr stark vom Korrosionsprodukt ab, übliche Werte für α sind 2 bis 4

Setzt man in (4.18) die Werte aus Bild Nr. 4.5 ein, so ergeben sich für γ gemäß (4.17) Werte von 1,4 bis 4,2, was sehr gut mit den Ergebnissen aus den Versuchen in ANDRADE et al. [4] übereinstimmt. Abplatzungen wurden in den Versuchen in [4] trotz großer Rissbreiten nicht festgestellt. Abplatzungen treten in den meisten Fällen auch erst in Verbindung mit Lastbeanspruchungen oder Erschütterungen infolge Straßenverkehr o. ä. auf, sodass dies in Versuchen schwer nachzuvollziehen ist. Siehe hierzu auch CONTECVET [38].
Entstehen Abplatzungen so weisen diese die in Bild Nr. 4.6 dargestellte typische Erscheinungsform auf.

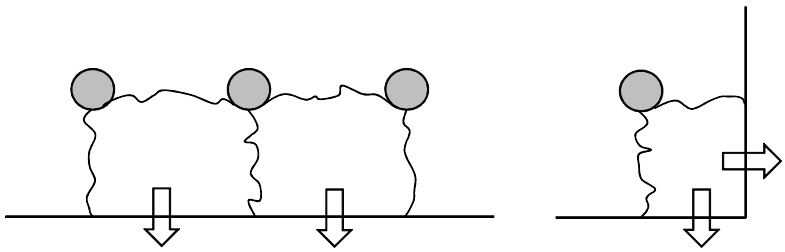


Bild 4.6: Typische Erscheinungsform der Betonabplatzung infolge Bewehrungskorrosion THOFT-CHRISTENSEN [215]

In MÜLLER et al. [147] konnte festgestellt werden, dass die nötige Rostmenge für die Bildung von Abplatzungen ca. 2- bis 5-fach größer ist als die, die für die Bildung von Rissen erforderlich ist. Probabilistische Modelle zur Beschreibung der Entwicklung und Aufweitung korrosionsinduzierter Risse können GEHLEN [79] entnommen werden. Weitere umfassende Schädigungsprozesse sind im *FIB* –

MODEL CODE FOR SERVICE LIFE DESIGN [144] sowie DURACRETE [60] aufgeführt. In [144] und [60] wurde aus den Schätzwerten von Experten die Bildung von Rissen und Abplatzungen bei 25 % Querschnittsverlust der Bewehrung infolge karbonatisierungsindizierter Korrosion angegeben. HUNKELER [98] weist darauf hin, dass die daraus berechneten Wahrscheinlichkeit-Zeit-Verläufe nicht mit den Erfahrungen in der Schweiz übereinstimmen.

Im aktuellen DFG Forschungsvorhaben „Modellieren von Bewehrungskorrosion“ werden die zuvor angegebenen Modelle für die Querschnittsveränderung eines Betonstabstahls infolge Korrosion weiterentwickelt. In BOHNER et al. [22] wurden hierzu erste Ergebnisse veröffentlicht. Die nachfolgende Gleichung (4.19) gibt die Zunahme des Querschnittes eines Betonstabstahls infolge Korrosion an:

$$y = -\frac{d_i}{2} + \sqrt{\left(\frac{d_i}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \cdot \left(d_i^2 - (d_i - 2x)^2 - \alpha \cdot d_i^2 \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{2 \cdot x}{d_i}\right)^2\right)\right)} \tag{4.19}$$

mit:

y = Zunahme des Durchmessers des Betonstabstahls durch die Korrosionsprodukte infolge Korrosion [mm]

x = Querschnittsverlust des Betonstabstahls infolge Korrosion [mm]

d_i = ursprünglicher Durchmesser des Betonstabstahls [mm]

α = siehe Gleichung 4.18

- Abwitterung infolge Frost-Tausalzbeanspruchung

Durch die Frost-Tausalzbeanspruchung können an der Betonoberfläche die Schadensbilder der Zerbröselung, Abschalung und der Aussprengung auftreten NÜRNBERGER [159]. Wesentlichen Einfluss auf die Querschnittsabmessungen haben dabei nur die Aussprengungen. Es treten kraterförmige Ablösungen über den Zuschlagkörnern auf. Die Betonoberfläche weist dann ein *waschbetonartiges* Aussehen auf.

- Abplatzungen infolge hoher Druckspannungen

Infolge hoher Spannungen in der Druckzone des Betons können Abplatzungen infolge des Überschreitens der Betondruckfestigkeit entstehen. Dies ist meist nur bei Bauteilen mit einem sehr hohen Bewehrungsgrad in der Biegezugzone der Fall. Die Größe dieser Abplatzungen muss im Rahmen einer Überprüfung am Bauwerk gemessen werden. Dasselbe gilt für Abplatzungen infolge mechanischer Einwirkungen. In beiden Fällen ist meist eine nähere Untersuchung der Schadensursachen und –auswirkungen im Rahmen einer Einzelfallbetrachtung gemäß [121] erforderlich.

4.4 Stochastische Modellierung der Materialparameter bei Schädigungen

4.4.1 Allgemeines zum Vorgehen

Wie die Literaturauswertung bzgl. der mechanischen Modelle für die Modellierung der Materialparameter bei Schädigung gezeigt hat, verändern sich die Materialeigenschaften und die Geometrieabmessungen infolge der Schädigung mit der Zeit. Im Rahmen dieser Arbeit wird vom tatsächlich festgestellten Zustand auf die derzeitige Zuverlässigkeit des Bauwerks geschlossen. Zeitabhängige Aspekte werden nicht betrachtet. Diese sind bei einer Lebensdauerbetrachtung, wie z. B. in GEHLEN [109], näher zu untersuchen. Die vorhandenen stochastischen Modelle für Beton, Betonstahl, Geometrie etc. z. B. gemäß JCSS [105], STRAUSS [210], WISNIEWSKI [228], STRAUSS et al. [211] beziehen sich auf ungeschädigte Bauteile bzw. Materialien und Abmessungen. EICHINGER [62] betrachtet bestehende Bauwerke und

empfiehlt die Bestimmung der tatsächlichen Eigenschaften anhand von Versuchen. Anderenfalls sind die zuvor genannten Modelle zu verwenden.
In nur wenigen Publikationen wird auf die Modellierung geschädigter Materialparameter für den Grenzzustand der Tragfähigkeit eingegangen. So z. B. in CAPRA et al. [34], der für einen korrodierten Betonstabstahl einen Variationskoeffizienten für die Querschnittsfläche in Höhe von $v_{d,As}$ = 25 % angibt. Weitere Modellierungen sind dem Verfasser nicht bekannt. In den nachfolgenden Untersuchungen werden auf der Grundlage der mechanischen Modelle mittels umfangreicher Parameterstudien und Sensitivitätsanalysen, eigener Annahmen und Abschätzungen die stochastischen Modelle für die verschiedenen Schadenskategorien und Schadensintensitäten entwickelt. Als Ausgangsbasis dienen die stochastischen Modelle für die Materialparameter und geometrischen Abmessungen für Neubauten. Eine Kalibrierung bzw. eine Bestimmung der Parameter auf der Basis von Stichproben war im Rahmen der Durchführung dieser Arbeit nicht möglich, da trotz vieler Bemühungen keine akzeptable Grundgesamtheit, d. h. eine Vielzahl von geschädigten Brücken zur Verfügung stand und daher entsprechende umfangreiche labortechnische Untersuchungen an geschädigten Bauteilen nicht durchgeführt werden konnten. An insgesamt 7 Brücken aus dem Landkreis Dingolfing – Landau wurden eigene Untersuchungen vor Ort durchgeführt. Für diese Brücken konnten vom Bauherrn die Bestandsunterlagen zur Verfügung gestellt werden, sodass die theoretischen Annahmen an diesen Brücken abgesichert werden konnten.
Die Kalibrierung der Parameter erfolgt grundsätzlich in Anlehnung an die direkte probabilistische Optimierung. Die Einflüsse der variierenden Parameter können dabei iterativ bestimmt werden. Eine optimale Bemessung erhält man, wenn die Abweichungen vom definierten Zielwert der Zuverlässigkeit β_T minimal werden.

$$\sum_{j=1}^{n} w_i \cdot \left(\beta_j - \beta_T\right)^2 = min. \tag{4.20}$$

Dieses Verfahren wird vor allem für die Bestimmung und Optimierung von Teilsicherheitsbeiwerten verwendet MELCHERS [136]. Mit dem Faktor w_i kann z. B. die Gewichtung bei unterschiedlichen Bemessungszuständen oder bei Betrachtung mehrerer Grenzzustände erfolgen. Die Summe von w_i muss dann 1 sein. Im vorliegenden Fall ermöglicht dieses Vorgehen vor allem bei der Kalibrierung der Modellunsicherheiten in Abschnitt 6.2.2 aber auch bei der Einschätzung der Auswirkung der Modifikation der statistischen Parameter der betrachteten Variablen in den geführten Untersuchungen die Erzielung aussagekräftiger Ergebnisse. In den nachfolgenden Abschnitten werden vorab jeweils die derzeitig angewandten probabilistischen Modelle für die einzelnen Material- und Geometrieparameter aufgeführt. Diese stellen die Grundlage für die Modellierung ungeschädigter Bauteile dar. Aufbauend auf diesen Grundlagen sowie unter Berücksichtigung der mechanischen Modelle werden dann die Modelle für geschädigte Bauteile bzw. Materialparameter entwickelt.
Um den Einfluss der einzelnen Basisvariablen auf die Zuverlässigkeit eines Bauteils deuten zu können, wurden bereits entsprechende Untersuchungen und Sensitivitätsanalysen in BRAML & KEUSER [24] und BRAML et al. [23] durchgeführt. So zeigte sich im Falle eines Biegezugversagens des Überbaus einer Stahlbetonplattenbrücke deutlich, dass der Verkehr sowie die Modellunsicherheiten bei den Einwirkungen den größten Einfluss auf die Zuverlässigkeit des Bauteils haben. Dies bestätigen auch frühere Untersuchungen in SCHNEIDER [197]. Auf der Widerstandsseite haben die Zugfestigkeit des Betonstahls und der Restquerschnitt einer ggf. korrodierten Bewehrung erheblichen Einfluss. Die Betondruckfestigkeit dagegen spielt eine untergeordnete Rolle. Im Falle einer Querkraftbeanspruchung zeigte sich, dass die Modellunsicherheiten des Widerstandes für die einzelnen Versagenszustände sehr großen Einfluss auf die Zuverlässigkeit haben. Aus diesem Grunde werden in Kapitel 6.2.2 die bisherigen Modellunsicherheiten für die probabilistische Berechnungen eines Querkraftversagens überprüft und auf

der Grundlage der Ergebnisse der Untersuchungen neue Werte vorgeschlagen. Solche Sensitivitätsuntersuchungen stellen die Grundlage für die nachfolgend entwickelten Modelle dar.
Die folgenden Zuverlässigkeitsberechnungen wurden mit dem Programmsystem Comrel der Fa. RCP [183] geführt.
Die Zuverlässigkeitsberechnungen für die einzelnen Parameterstudien erfolgten auf der Basis mit den in Abschnitt 6 entwickelten Grenzzustandsfunktionen für Stahlbetonrechteckquerschnitte. Um die Einflüsse der einzelnen Parameter allgemein darstellen zu können, d. h. unabhängig von Baustoffeigenschaften, Geometrie etc. werden die in Abschnitt 7 entwickelten normierten Grenzzustandsfunktionen mit den zugehörigen dimensionslosen Kennwerten den Zuverlässigkeitsberechnungen herangezogen. Für die Hintergründe der dimensionslosen Parameter D, μ und v wird daher auf diese Kapitel verwiesen. Sie wurden im Rahmen der Studien in diesem Abschnitt der Arbeit derart gewählt, dass sie übliche Brückenbauwerke repräsentieren. Die den nachfolgenden Berechnungen zugrunde gelegten Parameter für die stochastischen Modelle der einzelnen Basisvariablen sind in Tabelle 4.4 zusammengefasst. Der berechnete Zuverlässigkeitsindex β bezieht sich stets auf 50 Jahre.

Tabelle 4.4 Gewählte stochastische Modelle für die einzelnen Basisvariablen für die nachfolgenden Parameterstudien

Basisvariable		Verteilung	Statistische Kenngrößen		Bemerkung
			Mittelwert μ	Variationskoeffizient $v_{x,i}$	
Widerstand	Betondruckfestigkeit f_{cm}	LN	1,00	0,05 – 0,40	-
	Betonzugfestigkeit f_{ctm}	LN	1,00	0,30 – 0,40	-
	Stahlzugfestigkeit f_{ym}	LN	1,00	0,06	BStI, BStIII, BStIV
	Querschnittsbreite b	N	1,00	0,02	-
	Randabstand der Bewehrung d	N	1,00	0,03	-
	Höhenbeiwert k_a	N	1,00	0,05	
	Völligkeitsbeiwert α_R	N	1,00	0,05	
Modellunsicherheit	Querkrafttragfähigkeit $U_{R,ct}$	LN	1,00	0,15	
	Querkrafttragfähigkeit $U_{R,sy}$	LN	1,10	0,10	
	Querkrafttragfähigkeit $U_{R,max}$	LN	1,10	0,15	Gleichstreckenlast
	Biegetragfähigkeit U_{My}	LN	1,025	0,07	Gleichstreckenlast
	Querkraftbeanspruchung $U_{E,q}$	N	1,00	0,10	Flächentragwerk Gleichstreckenlast
	Biegebeanspruchung	N	1,00	0,10 0,07	Flächentragwerk Stabtragwerk
Einwirkung	Konstruktionseigenlast	N	1,00	0,06	
	Ausbaulasten	N	1,00	0,10	
	Verkehrslast Straßenbrücken [1)]	GUM	1,00	0,15	-

1) Verteilung der maximalen Extremwerte für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren

4.4.2 Betondruckfestigkeit

Wie zuvor erwähnt, wird aufgrund der unzureichenden Datengrundlage für die stochastische Modellierung von geschädigten Beton ausgehend von den bekannten Modellen bei neu erstellten Beton über umfangreiche Parameterstudien, bei denen die Einflüsse der Betondruckfestigkeit und dessen Variation auf die Zuverlässigkeit in den einzelnen Versagenszuständen untersucht werden, sowie durch Rückschlüsse mit den mechanischen Modellen des geschädigten Betons und eigenen Annahmen und Abschätzungen auf dessen stochastisches Modell geschlossen.
Wichtigste Ursachen der Streuungen der Betoneigenschaften sind die Streuungen der Eigenschaften der einzelnen Komponenten, die Streuungen in der Zusammensetzung der Ausgangsstoffe, die zufälligen Einflüsse während des Mischvorgangs, des Transportes, des Einbaus und der Nachbehandlung sowie die Unterschiede in der Qualitätsüberwachung und der Prüfverfahren. In den aktuellen deutschen und europäischen Stahlbetonbaunormen ist die charakteristische Betondruckfestigkeit f_{ck} als 5 %-Quantil der Grundgesamtheit einer Festigkeitsklasse definiert. Der Mittelwert der Betondruckfestigkeit f_{cm} errechnet sich in den oben genannten Normen zu:

$$f_{cm} = f_{ck} + 1{,}645 \cdot 5 \frac{N}{mm^2} \approx f_{ck} + 8 \frac{N}{mm^2} \tag{4.21}$$

Unter Annahme einer Normalverteilung ergibt sich hieraus eine konstante Standardabweichung von 5 N/mm² für alle Festigkeitsklassen. Dies bedeutet, dass der Variationskoeffizient der Druckfestigkeit mit zunehmender Festigkeitsklasse sinkt. Diese Festlegung ist auf Untersuchungen von RÜSCH et al. [42] zurückzuführen. RÜSCH empfiehlt zur Beschreibung der Zufallsvariable Druckfestigkeit eine Normalverteilung. Neuere Veröffentlichungen, z. B. STRAUSS [210], WISNIEWSKI [228] und KÖNIG et al. [116], schlagen eine Lognormalverteilung vor, die auch in den nachfolgenden Parameterstudien unterstellt wird. Somit kann auch die in vielen Versuchen zu Festigkeitsverteilungen beobachtete Linksschiefe abgebildet werden. Die statistischen Parameter der Druckfestigkeitsverteilung sind stark von der Fertigungsqualität sowie der installierten Kontrollmechanismen abhängig, was in SPAETHE [203] und STRAUSS [210], ausführlich beschrieben wird. Die nachfolgende Tabelle zeigt die stochastischen Modelle für die Betondruckfestigkeit auf der Grundlage bestehender und neuerer Untersuchungen:

Tabelle 4.5 Variationskoeffizient v_{fc} und Standardabweichung δ für die Betondruckfestigkeit bei Ortbetonbaustellen mit Transportbeton (N = Normalverteilung / LN = Lognormalverteilung)

Quelle	Mittlere Druckfestigkeit [MN/m²]	Standard-abweichung δ [MN/m²]	Variations-koeffizient $v_{x,i}$ [%]	Verteilungsfunktion
MIRZA et al. [140]	< 27 ≥ 27	- 2,7 – 5,4	10 – 20 -	N
SPAETHE [203], RÜSCH et al. [42]	< 20 ≥ 27	- 3,0 – 6,0	15 – 30 -	N / LN
NOWAK & SZERSZEN [156]	21 – 41 48 – 83	1,5 – 4,9 5,4 – 9,0	4 – 15 9 - 12	LN
BARTLETT & MACGREGOR [11]	≤ 55	-	10	
STRAUSS [210]	< 20 ≥ 20	- 3,0	15 -	LN N
WISNIEWSKI [228]	25 30 40	2,9 3,3 3,4	7,7 7,5 5,8	N / LN

Bei Betonproben in Fertigteilwerken liegen die Variationskoeffizienten um ca. 1 % bis 3 % niedriger als bei Ortbetonbaustellen. Zu bedenken ist auch, dass die Bauwerksfestigkeit in der Regel etwa 15 % geringer als die Prüffestigkeit ausfällt. In Tabelle 4.5 ist diese Abweichung mit Ausnahme von WISNIEWSKI [228] bei den vorgeschlagenen Variationskoeffizienten bereits enthalten. ELLINGWOOD [64] gibt für eine solche Umrechnung vom Variationskoeffizienten der Zylinderdruckprüfung v_{cyl} auf den Variationskoeffizienten des eingebauten Betons folgenden Zusammenhang an:

$$v_{fc} = \sqrt{v_{cyl}^2 + 0{,}0084} \tag{4.22}$$

Neue Untersuchungen von TUE [217] zeigen, dass die Standardabweichung der Druckfestigkeit mit steigender Festigkeit zunimmt. Dies bestätigen auch die Untersuchungen in WISNIEWSKI [228]. Weiterhin kann festgestellt werden, dass sich die Qualität der heutigen Betonproduktion gegenüber früher wesentlich verbessert hat.

Fundierte Untersuchungen über den Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit von Bestandsbauten unterschiedlichen Baujahrs liegen bislang nicht vor. Eigene Untersuchungen z. B. in BRAML & KEUSER [26] wiesen einen Variationskoeffizienten in Höhe von 10 % bis 20 % bei einem Gebäude mit Baujahr um 1930 auf. In Einzelfällen kann bei stark unterschiedlichen Betonqualitäten von Bestandsbauten der Variationskoeffizient auf bis zu 30 % ansteigen. Dies sollte jedoch die Ausnahme sein und es Bedarf dann einer besonderen Untersuchung. FINGERLOOS & SCHNELL [70] weisen darauf hin, dass vor 1972 die Klassifizierung des Betons anhand des Mittelwertes der Betondruckfestigkeit mit zulässigen Einzelwertunterschreitungen bis zu 15 % erfolgte. Die tatsächliche Betongüte konnte dadurch nur unzureichend abgebildet werden, da die Streuungen in der vorhandenen Druckfestigkeit tatsächlich oft deutlich größer sind [70].

Die folgenden Parameterstudien zeigen den Einfluss der Variation der Betondruckfestigkeit auf den Zuverlässigkeitsindex β bezogen auf 50 Jahre für die Grenzzustände eines Querschnittversagens infolge Biegezugversagen, für die Querkrafttragfähigkeit der Druckstrebe sowie für die Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung für unterschiedliche Betonfestigkeitsklassen sowie Einwirkungsverhältnissen.

In Bild 4.7 zeigt sich deutlich, dass wie erwartet die Variation der Betondruckfestigkeit auf den Grenzzustand der Biegetragfähigkeit nur einen geringen Einfluss hat. Lediglich bei einem Variationskoeffizienten von 30 % und größer, welcher wie erwähnt in der Praxis nur sehr selten vorkommen dürfte, fällt die Zuverlässigkeit bei einem hohen Eigengewichtsanteil stark ab. Der Faktor ρ_G stellt das Verhältnis von Einwirkungen infolge Eigengewicht M_G, bestehend aus Konstruktionseigenlasten M_{G1} und Ausbaulasten M_{G2}, zur gesamten Beanspruchung M_{ges} aus Eigengewicht und Verkehrslasten M_Q dar:

$$\rho_G = \frac{M_{G1} + M_{G2}}{M_{G1} + M_{G2} + M_Q} = \frac{M_G}{M_{ges}} \tag{4.23}$$

Die nachfolgend gewählten Werte für ρ_G stellen übliche Verhältnisse für Massivbrücken mit unterschiedlichen Stützweiten dar GEBBEKEN et. al. [78]. Die Ausbaulasten M_{G2} wurden dabei mit einem Anteil von 25 % an M_G gewählt.

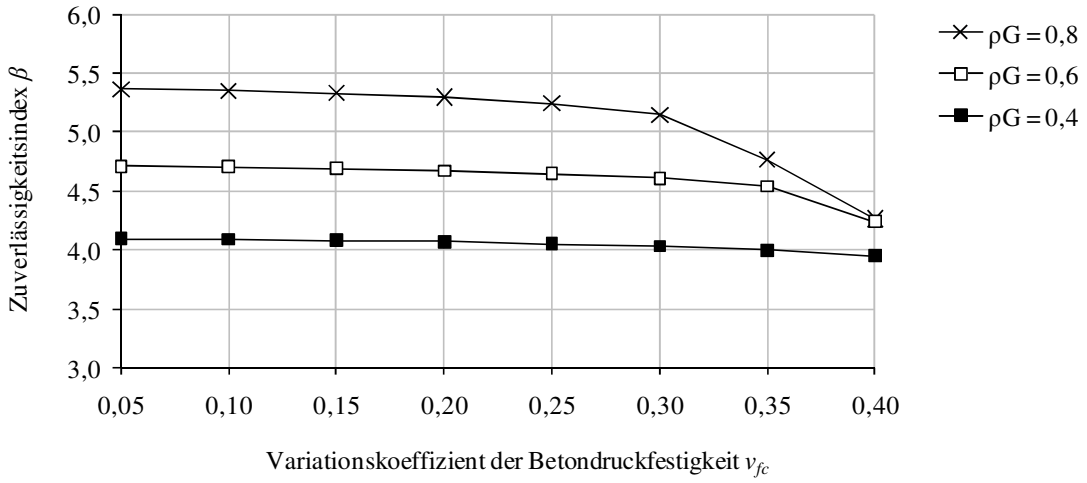


Bild 4.7: Zuverlässigkeitsindex β in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten für die Betondruckfestigkeit sowie für verschiedene Lastverhältnisse ρ_G für den Grenzzustand Biegezugversagen gemäß Gleichung (7.7) mit D_M = 0,15 und μ_M = 0,07

Die Sensitivitätsanalyse in Tabelle 4.6 zeigt deutlich, dass der Einfluss der Betondruckfestigkeit auf die Zuverlässigkeit nur marginal, d. h. von 1 % auf max. 5 %, bei einem Variationskoeffizienten von 20 % bzw. 30 % ansteigt. Nur im Fall des hohen Eigengewichtsanteils steigt der Einfluss auf 15 % an. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die üblicherweise dominierenden Verkehrslasten mit größeren Variationskoeffizienten und einer Extremwertverteilung dann an Einfluss verlieren. Dies bedeutet weiter, dass nur bei einem hohen Eigengewichtsanteil die Gewichtung der Widerstandsseite in den Zuverlässigkeitsbetrachtungen durch die ansteigende Betondruckfestigkeitsstreuung zunimmt.

Tabelle 4.6 Sensitivitätsfaktoren der Basisvariablen für den Grenzzustand Biegezugversagen bei unterschiedlichen Einwirkungsverhältnissen ρ_G und für die Variationskoeffizienten v_{fc} = 10 % und v_{fc} = 30 % der Betondruckfestigkeit

ρ_G	v_{fc}	β	α^2_{UR}	α^2_b	α^2_d	α^2_{fy}	α^2_{fc}	α^2_{Us}	α^2_{Mg1}	α^2_{Mg2}	α^2_{Mq}
0,4	10 %	4,091	0,12	0,01	0,03	0,07	0,01	0,12	0,01	<0,01	0,63
	30 %	4,029	0,12	0,01	0,03	0,06	0,04	0,12	0,01	<0,01	0,61
0,6	10 %	4,703	0,16	0,01	0,04	0,10	0,01	0,16	0,02	0,01	0,49
	30 %	4,606	0,15	0,01	0,04	0,08	0,05	0,16	0,02	0,01	0,48
0,8	10 %	5,350	0,27	0,02	0,06	0,17	0,01	0,27	0,06	0,02	0,13
	30 %	5,148	0,22	0,01	0,07	0,12	0,15	0,24	0,06	0,03	0,10

Die Sensitivitätsfaktoren für den Völligkeitsbeiwert α_R und dem Höhenbeiwert k_a gemäß Gleichung (7.7) sind der Übersichtlichkeit wegen in dieser Tabelle und in den nachfolgenden Tabellen des Abschnitts nicht aufgeführt, da beide Variablen stets einen Einfluss kleiner 1 % aufweisen und damit unberücksichtigt bleiben können.

In Bild 4.8 ist der Verlauf des Zuverlässigkeitsindex β für verschiedene Betondruckfestigkeitsklassen in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten für den Grenzzustand Biegezugversagen dargestellt. Es zeigt sich auch hier sehr deutlich, dass Variationskoeffizienten von 30 % und höher entscheidende Auswirkungen auf die Zuverlässigkeit haben. Wie erwartet hat ein hoher Variationskoeffizient einer niedrigeren Güteklasse des Betons den größten Einfluss.

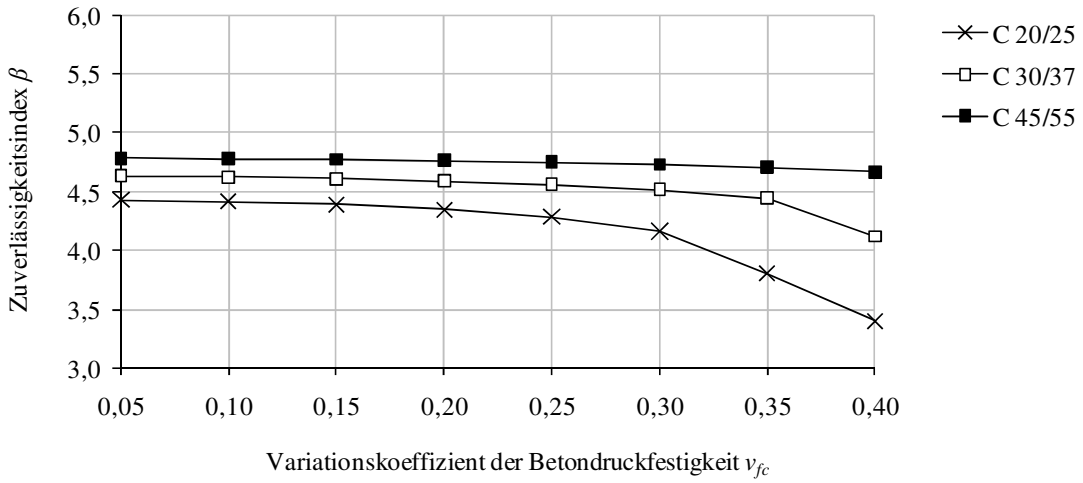


Bild 4.8: Zuverlässigkeitsindex β in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten für die Betondruckfestigkeit sowie für verschiedene Betondruckfestigkeitsklassen für den Grenzzustand Biegezugversagen gemäß Gleichung (7.7) mit $\rho_G = 0{,}6$ und C 20/25 (D_M=0,2118; μ_M = 0,0998); C 30/37 (D_M=0,156; μ_M = 0,0735) und C 45/55 (D_M=0,1118; μ_M = 0,0527)

Auch die Sensitivitätsanalyse zeigt deutlich, dass bei Betonen niedriger Güteklasse der Einfluss der Betondruckfestigkeit auf die Zuverlässigkeit mit zunehmendem Variationskoeffizienten stark ansteigt, d. h. auf bis zu 26 % gegenüber einem Anteil von 6 % bei mittelfesten Beton. Der Einfluss der Verkehrslasten wird entsprechend kleiner. Bei höherfesten Betonen bleibt der Einfluss der Betondruckfestigkeit an der Zuverlässigkeit eher konstant klein. Der dominierende Effekt der Einwirkungsseite bleibt bestehen.

Tabelle 4.7 Sensitivitätsfaktoren der Basisvariablen für den Grenzzustand Biegezugversagen bei unterschiedlichen Betonfestigkeitsklassen für die Variationskoeffizienten v_{fc} = 10 % und v_{fc} = 30 % der Betondruckfestigkeit

Güte	v_{fc}	β	α^2_{UR}	α^2_b	α^2_d	α^2_{fy}	α^2_{fc}	α^2_{Us}	α^2_{Mg1}	α^2_{Mg2}	α^2_{Mq}
C 20/25	10 %	4,414	0,17	0,01	0,04	0,09	0,01	0,17	0,01	<0,01	0,49
	30 %	4,160	0,14	0,01	0,05	0,05	0,26	0,14	0,01	<0,01	0,31
C 30/37	10 %	4,622	0,16	0,01	0,04	0,10	0,01	0,16	0,01	<0,01	0,50
	30 %	4,517	0,16	0,01	0,04	0,08	0,06	0,16	0,01	<0,01	0,46
C 45/55	10 %	4,780	0,16	0,01	0,04	0,10	<0,01	0,16	0,01	<0,01	0,52
	30 %	4,730	0,16	0,01	0,04	0,10	0,02	0,16	0,01	<0,01	0,50

Die Ergebnisse der Zuverlässigkeitsanalyse bestätigen qualitativ die Ergebnisse, die sich infolge deterministischer Vergleichsberechnungen für ein Biegezugversagen ergeben.
Betrachtet man die Grenzzustände der Querkrafttragfähigkeit ohne zusätzliche Längskraft, so hat die Streuung der Betondruckfestigkeit nur für das Versagen der Druckstrebe einen erheblichen Einfluss. Der Nachweis von $V_{RD,max}$ gemäß Gleichung (7.11) wird in der Regel jedoch nur für stark querkraftbewehrte Bauteile maßgebend. Bei Bestandsbauten kann der Druckstrebennachweis aufgrund von geringen Betongüten oder stark streuender Betondruckfestigkeit jedoch für die Tragfähigkeit maßgeblich sein. Das Bild Nr. 4.9 verdeutlicht diese Aussagen. Die Zuverlässigkeit fällt mit zunehmenden Variationskoeffizienten stark ab.

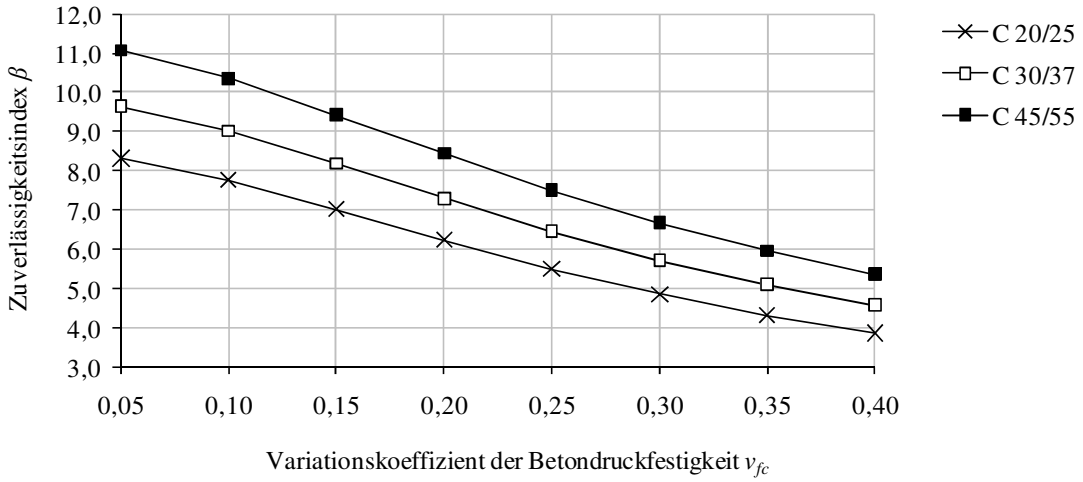


Bild 4.9: Zuverlässigkeitsindex β in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten für die Betondruckfestigkeit sowie für verschiedene Betondruckfestigkeitsklassen für den Grenzzustand Versagen der Druckstrebe bei Querkraftbeanspruchung gemäß Gleichung (7.11) mit $\rho_G = 0{,}6$ und C 20/25 *(v_Q=0,0590);* C 30/37 *(v_Q=0,0435)* und C 45/55 *(v_Q=0,0312); cotθ = 1,2,* Bügelneigung $\alpha = 90°$

Die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse in Tabelle 4.8 zeigt deutlich die Zunahme der Widerstandsseite mit größer werdendem Variationskoeffizienten v_{fc}. Der Einfluss der Verkehrslasten V_Q schwindet deutlich. Zudem nimmt der Einfluss der Modellunsicherheit der Widerstandsseite $U_{R,max}$ ab. Der Anteil der Druckfestigkeit an der Zuverlässigkeit im Versagenszustand der Druckstrebe steigt auf bis zu 70 % an.

Tabelle 4.8 Sensitivitätsfaktoren der Basisvariablen für den Grenzzustand Versagen der Druckstrebe bei Querkraftbeanspruchung für unterschiedliche Betonfestigkeitsklassen für die Variationskoeffizienten v_{fc} = 10 % und v_{fc} =30 % der Betondruckfestigkeit

Güte	v_{fc}	β	$\alpha^2_{UR,max}$	α^2_{fc}	α^2_{UE}	α^2_{VG} 1)	α^2_{VQ}	α^2_{bw}	α^2_{d}
C 20/25	10 %	7,710	0,31	0,17	0,17	0,01	0,31	0,01	0,02
	30 %	4,853	0,15	0,70	0,08	0,01	0,04	<0,01	0,01
C 30/37	10 %	9,014	0,30	0,16	0,16	0,01	0,33	0,01	0,02
	30 %	5,722	0,15	0,69	0,08	0,01	0,05	<0,01	0,01
C 45/55	10 %	10,361	0,30	0,16	0,16	<0,01	0,35	0,01	0,02
	30 %	6,669	0,15	0,69	0,08	0,01	0,06	<0,01	0,01

1) Die Konstruktionseigenlast und die Ausbaulasten wurden hier zu einem Lastfall V_G zusammengefasst.

Betrachtet man die Auswirkung zunehmender Streuung der Betondruckfestigkeit auf die Zuverlässigkeit für den Grenzzustand Versagen der Druckstrebe bei Querkraftbeanspruchung bei unterschiedlichen Einwirkungsverhältnissen, so zeigt sich ein ähnlich deutlicher Rückgang der Zuverlässigkeit wie in Bild 4.9.

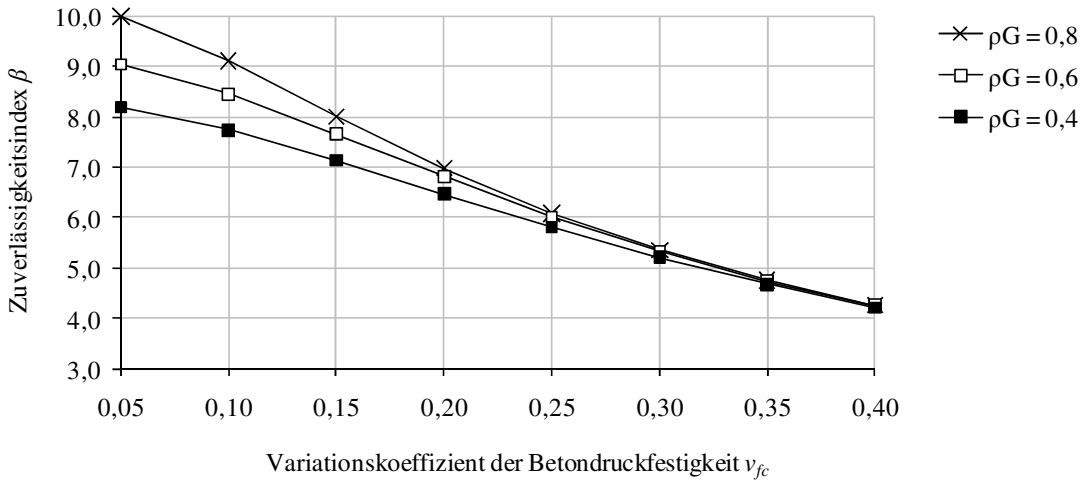


Bild 4.10: Zuverlässigkeitsindex β in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten für die Betondruckfestigkeit sowie für verschiedene Einwirkungsverhältnisse für den Grenzzustand Versagen der Druckstrebe bei Querkraftbeanspruchung gemäß Gleichung (7.11) mit $v_Q=0,05$

Die Interpretation der Ergebnisse der Sensitivitätsuntersuchung, Tabelle 4.9, zeigt den zunehmenden Einfluss der Widerstandsseite und damit insbesondere der Betondruckfestigkeit bei zunehmenden Variationskoeffizienten v_{fc}. Bei einem sehr hohen Eigengewichtsanteil eines Bauwerks spielen erwartungsgemäß die Verkehrslasten trotz Extremwertverteilung und hohen Variationskoeffizienten nur eine unwesentliche Rolle, sodass die Widerstandsseite gegenüber der Einwirkungsseite überwiegt und für den starken Rückgang der Zuverlässigkeit verantwortlich ist.

Tabelle 4.9 Sensitivitätsfaktoren der Basisvariablen für den Grenzzustand Versagen der Druckstrebe bei Querkraftbeanspruchung für unterschiedliche Lastverhältnisse ρ_G und für die Variationskoeffizienten v_{fc} = 10 % und v_{fc} = 30 % der Betondruckfestigkeit

ρ_G	v_{fc}	β	$\alpha^2_{UR,max}$	α^2_{fc}	α^2_{UE}	α^2_{Vg}	α^2_{Vq}	α^2_{bw}	α^2_{d}
0,4	10 %	7,74	0,26	0,14	0,14	<0,01	0,45	0,01	0,01
	30 %	5,211	0,14	0,64	0,07	<0,01	0,14	<0,01	0,01
0,6	10 %	8,446	0,30	0,17	0,17	0,01	0,33	0,01	0,02
	30 %	5,324	0,15	0,71	0,08	0,01	0,05	<0,01	0,01
0,8	10 %	9,100	0,42	0,22	0,22	0,04	0,06	0,01	0,02
	30 %	5,359	0,15	0,72	0,08	0,02	0,01	<0,01	0,01

Aus den mechanischen Modellen für den geschädigten Beton in Abschnitt 4.3.1 geht hervor, dass infolge einer Frost- und Frost-Tausalzbeanspruchung die Mittelwerte der Betondruckfestigkeit stark reduziert werden. Die Variationskoeffizienten der geschädigten Betonproben sind gemäß Tabelle 4.1 verhältnismäßig klein. Wie aus den deterministischen Berechnungen bekannt und wie zuvor gezeigt, ist die Auswirkung der Reduktion der Betondruckfestigkeit auf die Zuverlässigkeit für ein Biegezugversagen eher klein. Lediglich beim Versagenszustand der Druckstrebe bei einer Querkraftbeanspruchung spielt die Betondruckfestigkeit erwartungsgemäß eine große Rolle. In BURKHARDT [32] wurden weitere entsprechende Parameterstudien an mehreren Brückenbauwerken durchgeführt, die diese Aussagen bestätigen.

Im Rahmen der visuellen Prüfung kann nur auf Schädigungskategorien und –intensitäten geschlossen werden. Eine direkte Messung der Betoneigenschaften ist nicht vorgesehen. Für eine baupraktische Anwendung werden hierfür in Abschnitt 7 Schadenskategorien entwickelt, die mit Bildern von entsprechenden Beispielen in Anlage 1 dieser Arbeit hinterlegt werden.
Geht man von einem Variationskoeffizienten von v_{fc} = 10 % bis 15 % für ungeschädigten Beton aus und von einer Streuung der Betondruckfestigkeit infolge Frost-Tausalzbeanspruchung in Höhe von $v_{fc,F}$ = 10 % (Tabelle 4.1) aus, so kann der gemeinsame Variationskoeffizient wie folgt berechnet werden. Es wird dabei vorausgesetzt, dass die herstellungsbedingte Unsicherheit des Betons und die Streuung der Schädigung stochastisch unabhängig sind.

$$v_{fc,damaged} = \sqrt{v_{fc}^2 + v_{fc,damaged}^2} = \sqrt{0{,}10^2 + 0{,}10^2} = 0{,}15 \ \triangleq 15\ \% \tag{4.24}$$

Bei ausgeprägten und starken Schäden sollte eher ein oberer Grenzwert in Betracht gezogen werden, der sich bei v_{fc} = 15 % und $v_{fc,F}$ = 10 % mit $v_{fc,damaged}$ = 20 % gemäß (4.24) berechnet.

Die Ergebnisse der Untersuchungen aus Tabelle 4.1 können für die obige Auswertung herangezogen werden, da die ungeschädigten Proben Variationskoeffizienten von v_{fc} < 1 % aufweisen und daher davon ausgegangen werden kann, dass die festgestellten Variationskoeffizienten ausschließlich aus der Schädigung stammen.
Trotz der kleinen experimentellen Datengrundlage kann auf der Grundlage der geführten Zuverlässigkeitsberechnungen für die stochastische Modellierung des geschädigten Betons folgende Vorgehensweise vorgeschlagen werden:

- Vereinzelte Schäden werden durch die Wahl eines angepassten Variationskoeffizienten für die Betondruckfestigkeit in Höhe von $v_{fc,damaged}$ = 15 % modelliert. Der Mittelwert wird nicht angepasst.
- Ausgeprägte und starke Schäden werden mit einem Variationskoeffizienten $v_{fc,damaged}$ = 20 % modelliert. Zudem ist der Mittelwert für die Betondruckfestigkeit mit $f_{c,damaged} = 0{,}96 \cdot f_{c,0} - 9$ [MN/m²] gemäß Gleichung (4.2) für die probabilistische Berechnung zu bestimmen.

4.4.3 Betonzugfestigkeit

Die Betonzugfestigkeit spielt im Wesentlichen nur bei Systembetrachtungen eine Rolle. Bei reinen Querschnittsbetrachtungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit kann sie meist vernachlässigt werden. Für Bauteile ohne Querkraftbewehrung stellt sie jedoch neben dem Längsbewehrungsgrad, der Steggeometrie sowie einer Längskraftbeanspruchung die Haupteinflussgröße dar. Das Nachweisformat in DIN 1045-1 [48] geht auf einen semiempirischen Ansatz zurück, in dem die Haupteinflussgrößen deterministisch verknüpft und die Freiwerte mithilfe einer Regressionsanalyse an Versuchsergebnissen angepasst worden sind. Siehe hierzu auch Abschnitt 6.1.3. Für Brückenbauwerke spielt diese Versagensform eher eine untergeordnete Rolle, da davon auszugehen ist, dass meist eine Mindestquerkraftbewehrung vorhanden ist. Die Betonzugfestigkeit weist grundsätzlich im Vergleich zur Betondruckfestigkeit größere Streuungen auf. Zwischen dem Mittelwert der zentrischen Zugfestigkeit f_{ctm} und der charakteristischen Betondruckfestigkeit f_{ck} besteht eine nichtlineare Korrelation gemäß

$$f_{ctm} = 0{,}30 \cdot f_{ck}^{2/3} \tag{4.25}$$

Die nachfolgende Tabelle zeigt die Wahl der Variationskoeffizienten und der Verteilungsfunktion für ungeschädigten Beton gemäß den Angaben in der einschlägigen Literatur.

Tabelle 4.10 Variationskoeffizient v_x und Verteilungsfunktion für die Betonzugfestigkeit f_{ctm}

Quelle	Variationskoeffizient $v_{x,i}$ [%]	Verteilungsfunktion
SPAETHE [203]	15 - 30	N
JCSS [105]	30	LN
STRAUSS [210]	18 - 20	LN
WISNIEWSKI [228]	20	N / LN

Der Mittelwert kann gemäß Gleichung (4.25) berechnet werden. Den Einfluss des Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit und damit auch der Betonzugfestigkeit auf die Zuverlässigkeit eines Bauteils für den Grenzzustand der Querkrafttragfähigkeit $V_{Rd,ct}$ biegebewehrter Bauteile ohne Querkraftbewehrung und Normalkraftbeanspruchung gemäß Gleichung (7.21) zeigt das Bild Nr. 4.11.

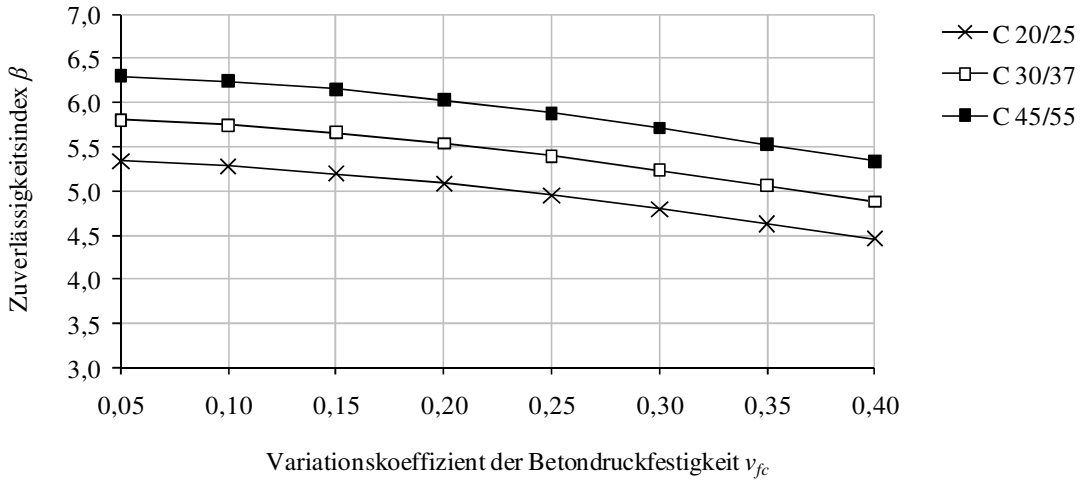


Bild 4.11: Zuverlässigkeitsindex β in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten für die Betondruckfestigkeit sowie für verschiedene Betondruckfestigkeitsklassen für den Grenzzustand Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung gemäß Gleichung (7.21) mit $\rho_G = 0{,}6$; $d=0{,}545$ m; C 20/25 ($v_{Q,ct}=0{,}514$); C 30/37 ($v_{Q,ct}=0{,}464$) und C 45/55 ($v_{Q,ct}=0{,}416$);

Der Nachweis für $V_{Rd,ct}$ liefert auch bei hohen Variationskoeffizienten für den Beton sehr große Zuverlässigkeiten. Wie in Abschnitt 6.2.2 gezeigt wird, gilt dies auch unabhängig von den statistischen Kenngrößen der Modellunsicherheiten auf der Widerstandsseite. Das semiempirische Versagensmodell weist demnach hohe Zuverlässigkeiten auf. Die Zuverlässigkeiten fallen für die unterschiedlichen Betongüteklassen im Wesentlichen gleich stark ab. Dies zeigt auch die Sensitivitätsanalyse in Tabelle 4.11 die einen zunehmenden Einfluss der Betondruckfestigkeit bei steigendem Variationskoeffizient auf die Zuverlässigkeit von 2 % auf 18 % ausweist. Die Anteile der Modellunsicherheiten sowohl auf der Widerstandsseite $U_{R,ct}$ als auch auf der Einwirkungsseite U_E weisen jedoch die größte Wichtung für die Zuverlässigkeit auf.

Tabelle 4.11 Sensitivitätsfaktoren der Basisvariablen für den Grenzzustand Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung für unterschiedliche Betonfestigkeitsklassen für die Variationskoeffizienten v_{fc} = 10 % und v_{fc} = 30 % der Betondruckfestigkeit

Güte	v_{fc}	β	$\alpha^2_{UR,ct}$	α^2_d	α^2_{UE}	α^2_{Vg}	α^2_{Vq}	α^2_{fc}	α^2_b
C 20/25	10 %	6,155	0,45	<0,01	0,20	0,01	0,31	0,02	<0,01
	30 %	5,625	0,41	<0,01	0,18	0,01	0,22	0,18	<0,01
C 30/37	10 %	6,607	0,44	<0,01	0,19	0,01	0,33	0,02	<0,01
	30 %	6,055	0,40	<0,01	0,18	0,01	0,24	0,17	<0,01
C 45/55	10 %	7,094	0,42	<0,01	0,19	0,01	0,35	0,02	<0,01
	30 %	6,519	0,38	<0,01	0,17	0,01	0,26	0,17	<0,01

Für unterschiedliche Einwirkungsverhältnisse ρ_G können ähnliche Verläufe für den Zuverlässigkeitsindex β berechnet werden, sodass auf eine detaillierte Darstellung verzichtet werden kann. Die nachfolgende Tabelle Nr. 4.12 fasst die Ergebnisse zusammen.

Tabelle 4.12 Zusammenfassung der Ergebnisse für die Untersuchung des Grenzzustandes der Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung für unterschiedliche Einwirkungsverhältnisse gemäß Gleichung (7.21) mit $v_{Q,ct}$=*0,50* und *d = 0,545 m* und für die Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit v_{fc} = 5 % und v_{fc} = 10 %

ρ_G	v_{fc}	β	$\Delta\beta$	α^2_{fc}
0,40	5 %	4,999	0,666	0,01
	40 %	4,333		0,23
0,60	5 %	5,462	0,888	0,01
	40 %	4,574		0,28
0,80	5 %	5,752	1,081	0,01
	40 %	4,671		0,32

Auch bei unterschiedlichen Einwirkungsverhältnissen ρ_G kann ein ausreichendes Zuverlässigkeitsniveau für Variationskoeffizienten des Betons bis zu 40 % erreicht werden. Der Einfluss der Betondruckfestigkeit an der Zuverlässigkeit wächst mit zunehmendem Lastanteil der Eigengewichtslasten an. Dies ist mit dem zurückgehenden Einfluss des nunmehr kleinen Verkehrslastanteils und somit einer stärkeren Gewichtung der Widerstandsseite zu begründen. Gemäß Abschnitt 4.3.1 sind die Auswirkungen einer Frost–Tauwechselbeanspruchung auf die Zugfestigkeit des Betons beträchtlich. Die Variationskoeffizienten gemäß Tabelle 4.2 betragen zwischen 5 % und 9 %. Für den Versagenszustand $V_{RD,sy}$ gemäß Gleichung (7.21) wird die Betonzugfestigkeit durch die Umrechnung der Betondruckfestigkeit berücksichtigt. Wie zuvor in Abschnitt 6.2.2 weist auch dieser Versagenszustand generell hohe Zuverlässigkeiten, unabhängig von der Wahl der stochastischen Eigenschaften der Basisvariablen, auf.

Für die stochastische Modellierung des geschädigten Betons für den Versagenszustand der Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung und Längskraftbeanspruchung wird folgende Vorgehensweise vorgeschlagen:

- Die Modellierung erfolgt gemäß dem Vorschlag in Abschnitt 4.4.2. Lediglich bei ausgeprägten und starken Schadensintensitäten wird der Variationskoeffizienten $v_{fc,damaged}$ mit 30 % anstelle von 20 % gewählt.

4.4.4 Stahlzugfestigkeit und Querschnittsfläche des Betonstahls

Die Spannungs-Dehnungsbeziehung von Betonstahl wird für warm gewalzte Stähle in der Regel durch eine bilineare Funktion angenähert. Die Streckgrenze f_y ist dabei das wichtigste Kriterium für die Charakterisierung. Der Variationskoeffizient der Streckgrenze v_{fy} hängt von den verschiedenen Produktionseinflüssen ab und ist daher vom Hersteller und vom Produktionsjahr abhängig. WISNIEWSKI [228] zeigt eine Zusammenstellung wesentlicher Arbeiten bzgl. der experimentellen Untersuchungen der stochastischen Eigenschaften des Betonstahls in Produktionsstätten und stellt die eigenen Erkenntnisse aus Beobachtungen in Portugal vor. Es zeigte sich in den angegebenen Literaturquellen, die Untersuchungen in Europa und den USA beinhalten, eine Verzerrung (Bias) des tatsächlich festgestellten Wertes vom Erwartungswert der Streckgrenze von 1,15 bis 1,28. Der Bias stellt die Abweichung der tatsächlichen Streckgrenze vom Erwartungswert bzw. Nennwert dar. D. h., die Stahlgüte der Produktion weist höhere Festigkeiten auf als gefordert. Der Variationskoeffizient für die Streckgrenze wird mit 2,3 % bis zu 10 % angegeben. In den größeren Werten für v_{fy} ist meist die Streuung der Querschnittsfläche des Bewehrungsstabes bereits berücksichtigt. Die nachfolgende Tabelle 4.13 zeigt einen Überblick über die in der Literatur vorgeschlagenen stochastischen Modelle für den ungeschädigten Betonstahl.

Tabelle 4.13 Variationskoeffizient v_{fc} und Standardabweichung δ für die probabilistische Modellierung von ungeschädigten Betonstahl

Quelle	Variable	Standardabweichung δ_{fy} [MN/m²]	Variationskoeffizient v_{fy} [%]	Verteilungsfunktion
JCSS [105]	Stabfläche	-	2	N
	Streckgrenze	30	-	N
MIRZA & MACGREGOR [142]	Streckgrenze	-	9,8 – 11,6	Beta
ELLINGWOOD [63]	Steckgrenze	-	11	LN
STRAUSS [210]	Streckgrenze	-	2,0 – 2,6[1)]	N
WISNIEWSKI [228]	Stabfläche	-	2	N
	Streckgrenze	-	5[2)] – 10[3)]	N / LN

1) Aufnahmen aus einer Produktionsstätte (2001)
2) für neuere Betonstähle
3) für ältere Betonstähle

In JCSS [105] wird die Standardabweichung unabhängig von der Festigkeitsklasse konstant mit δ_{fy} = 30 N/mm² festgesetzt und der Mittelwert der Streckgrenze f_{ym} wird definiert zu:

$$f_{ym} = f_{yk} + 2 \cdot \delta_{fy} \tag{4.26}$$

Somit ergibt sich für einen BSt 500 ein Mittelwert der Streckgrenze von f_{ym} = 560 N/mm² mit einem Variationskoeffizienten von v_x = 5,4 %. Dieser Variationskoeffizient erfasst allerdings nicht die Schwankungen der Querschnittsfläche der Bewehrungsstähle mit dem Nominalwert als Mittelwert und einer Streuung von 1 % bis 3 %.

Wenn in den probabilistischen Berechnungen die Querschnittsflächenstreuung nicht explizit betrachtet wird, sollte die Berücksichtigung über einen höheren Variationskoeffizienten der Streckgrenze von v_x = 6 % erfolgen. Als Verteilungsfunktion kann für die Streckgrenze gemäß Tabelle 4.13 eine Normalverteilung, nach ELLINGWOOD [63] und SPAETHE [203] aber auch eine Lognormalverteilung wie bei anderen Materialkennwerten unterstellt werden. Eine Lognormalverteilung wird auch dadurch begründet, dass die überwiegende Anzahl der Stichproben eine positive Schiefe aufweist. Der Grund hierfür liegt in der Qualitätskontrolle, die Mindergüten aussortiert bzw. in niedrigere Güteklassen einstuft.

In den Normen wird die charakteristische Streckgrenze – Fließgrenze – als 5 %-Quantile definiert. Für den derzeit im Bauwesen im Allgemeinen verwendeten Betonstahl S 500 mit f_{yk} = 500 N/mm² berechnet sich der Mittelwert f_{ym} und die Standardabweichung δ_y bei einem angenommenen Variationskoeffizienten von v_{fy} = 6 %, einer Lognormalverteilung und der 5 %-Quantile wie folgt:

$$f_{ym} = \frac{f_{yk}}{exp\,(-1{,}645 \cdot v_{fy})} = \frac{500}{exp\,(-1{,}645 \cdot 0{,}06)} \cong 550\ N/mm^2 \tag{4.27}$$

$$\delta_y = f_{ym} \cdot v_y = 550 \cdot 0{,}06 = 33\ N/mm^2 \tag{4.28}$$

In neuen Untersuchungen in KALA et al. [107] wurden die statistischen Kennwerte von Baustählen aus Österreich und der Tschechischen Republik ausgewertet und verglichen. Es wurden dabei die Wesentlichen mechanischen Kennwerte wie Fließgrenze, Bruchspannung und Duktilität von Blechen und Langprofilen untersucht. Die darin gewonnenen Ergebnisse können sehr gut für Zuverlässigkeitsbetrachtungen für Stahlbauteile und Stahlkonstruktionen herangezogen werden, da u. a. Korrelationsmatrizen der Grundkennwerte für das Stahlmaterial zur Verfügung gestellt werden. Für Betonstahl liegen solche neuere Auswertungen nicht vor. Wie in Abschnitt 4.3.2 gezeigt, ändert sich bei korrodierten Betonstählen neben der Querschnittsfläche auch die Streckgrenze. Die folgenden Parameterstudien zeigen diesen Einfluss bei Variation der Querschnittsfläche und der Streckgrenze des Betonstahls auf die Grenzzustände für ein Querschnittversagen infolge Biegezugversagen und für die Querkrafttragfähigkeit mit Querkraftbewehrung für unterschiedliche Einwirkungsverhältnisse. Das Bild Nr. 4.12 zeigt die Auswirkungen auf den Zuverlässigkeitsindex β bei Reduktion der Stahlstreckgrenze.

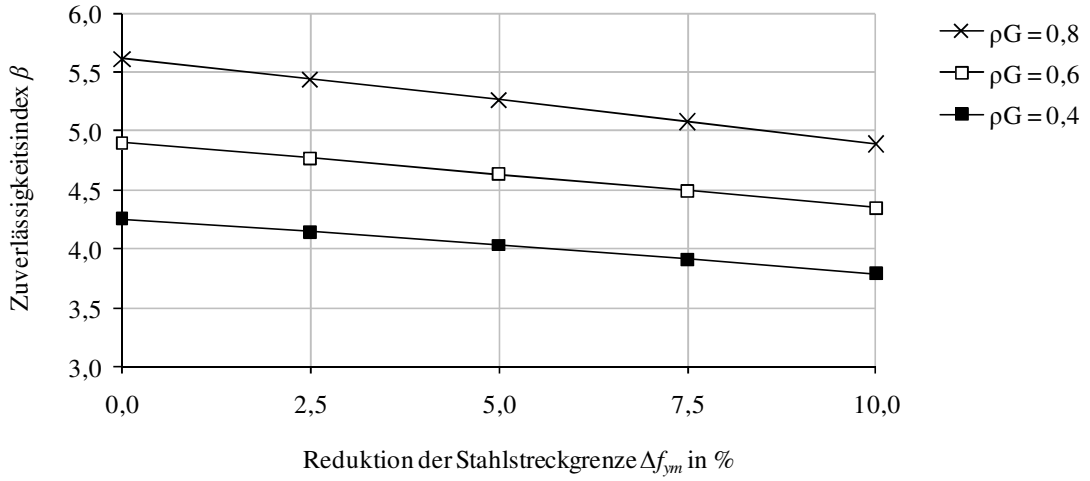


Bild 4.12: Zuverlässigkeitsindex β in Abhängigkeit der Reduktion der Stahlstreckgrenze Δf_{ym} in % für verschiedene Lastverhältnisse ρ_G für den Grenzzustand Biegezugversagen gemäß Gleichung (7.7) mit μ_M = 0,07

In Bild Nr. 4.12 ist zu erkennen, dass die Auswirkungen einer Reduktion der Stahlstreckgrenze auf den Zuverlässigkeitsindex bis zu $\Delta\beta$ = 0,71 für das Lastverhältnis ρ_G = 0,8 betragen können. Bei solchen hohen Eigengewichtslasten fällt die Zuverlässigkeit stärker ab, da der dominierende Effekt der Verkehrslasten kleiner wird und der Einfluss der Stahlzugfestigkeit und damit der Widerstandsseite an der Gewichtung steigt. Auf eine Sensitivitätsanalyse kann nachfolgend verzichtet werden, da keine Variationskoeffizienten, sondern nur die Mittelwerte variiert wurden. Der Einfluss der einzelnen Basisvariablen ändert sich daher kaum und entspricht im Wesentlichen dem aus Tabelle 4.6. Bei

Variation der Stahlgüteklasse ergibt sich qualitativ ein ähnlicher Verlauf der Zuverlässigkeit wie in Bild 4.12 dargestellt.

Das nachfolgende Bild Nr. 4.13 zeigt den Einfluss der Variation der Streckgrenze der Biegezugbewehrung auf die Zuverlässigkeit.

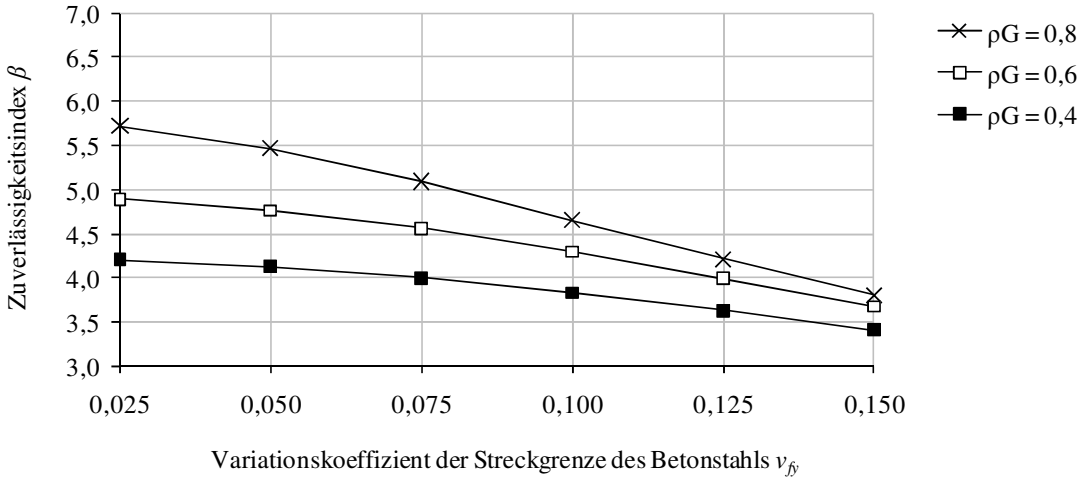


Bild 4.13: Zuverlässigkeitsindex β in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten für die Streckgrenze der Biegezugbewehrung v_{fy} für verschiedene Lastverhältnisse ρ_G für den Grenzzustand Biegezugversagen gemäß Gleichung (7.7) mit $\mu_M = 0{,}07$, $D_M = 0{,}15$

Es ist deutlich zu erkennen, dass mit zunehmenden Variationskoeffizienten die Zuverlässigkeit abfällt. Vor allem bei einem hohen Eigengewichtsanteil fällt die Zuverlässigkeit stärker ab, was sich mit der zunehmenden Gewichtung der Streckgrenze begründet. Wie die Tabelle 4.14 zeigt, steigt der Anteil der Streckgrenze an der Zuverlässigkeit von 1 % bei niedrigem Variationskoeffizienten auf bis zu 58 % bei einem Variationskoeffizienten von 15 %. Der realistischen Modellierung der Streckgrenze für den geschädigten Betonstahl kommt daher große Bedeutung zu.

Tabelle 4.14 Sensitivitätsfaktoren der Basisvariablen für den Grenzzustand Biegezugversagen bei unterschiedlichen Einwirkungsverhältnissen ρ_G und für die Variationskoeffizienten der Streckgrenze des Betonstahls mit um v_{fy} = 2,5 % und v_{fy} = 15 % der Betondruckfestigkeit

ρ_G	v_{fy}	β	α^2_{UR}	α^2_b	α^2_d	α^2_{fy}	α^2_{fc}	α^2_{Us}	α^2_{Mg1}	α^2_{Mg2}	α^2_{Mq}
0,4	2,5 %	4,208	0,12	0,01	0,03	0,01	0,01	0,12	<0,01	<0,01	0,71
	15 %	3,409	0,10	0,01	0,02	0,38	<0,01	0,10	<0,01	<0,01	0,39
0,6	2,5 %	4,890	0,17	0,01	0,04	0,02	0,01	0,17	0,01	<0,01	0,58
	15 %	3,676	0,12	0,01	0,03	0,49	<0,01	0,12	0,01	<0,01	0,19
0,8	2,5 %	5,719	0,29	0,02	0,07	0,03	0,02	0,29	0,06	0,02	0,20
	15 %	3,809	0,14	0,01	0,03	0,58	<0,01	0,14	0,04	0,01	0,04

Das nachfolgende Bild Nr. 4.14 zeigt die Veränderung des Zuverlässigkeitsindex β infolge eines zunehmenden Variationskoeffizienten für die Querschnittsfläche des Betonstahls aufgrund Korrosion. Wie zuvor gezeigt, wird üblicherweise bei probabilistischen Berechnungen die Querschnittsfläche des Betonstahls als konstant angenommen und dafür die Streckgrenze mit einem Variationskoeffizienten von

v_{fy} = 6 % anstelle von v_{fy} = 5,4 % berücksichtigt. In JCSS [105] wird der Variationskoeffizient für die Querschnittsfläche für den Betonstahl mit v_{As} = 2 % angegeben.

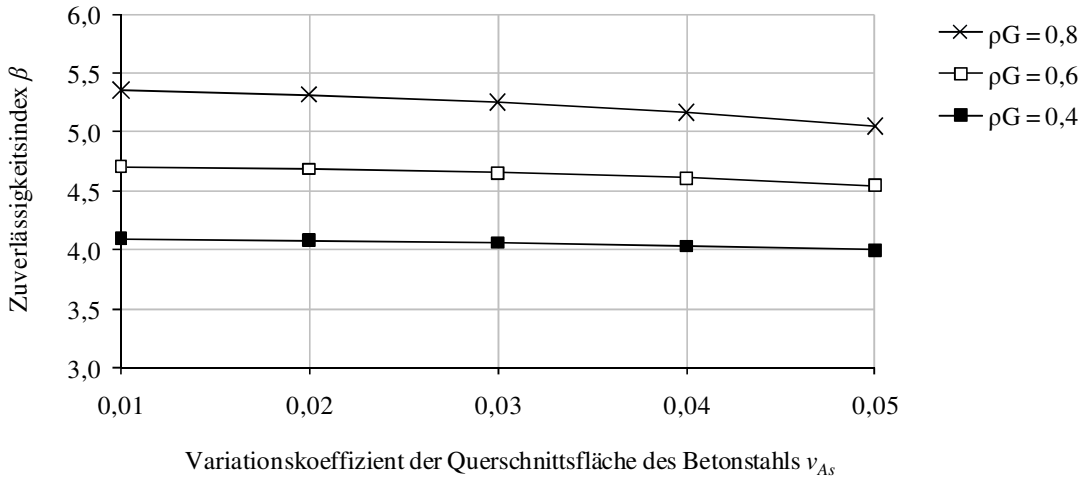


Bild 4.14: Zuverlässigkeitsindex β in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten v_{As} für die Querschnittsfläche des Betonstahls der Biegezugbewehrung sowie für verschiedene Lastverhältnisse ρ_G für den Grenzzustand Biegezugversagen gemäß Gleichung (7.7) mit μ_M = 0,07, D_M = 0,15

Die Streuung der Querschnittsfläche des Betonstahls hat nur einen geringen Einfluss auf die Zuverlässigkeit. Dies zeigt auch die Tabelle Nr. 4.15. Der Anteil steigt von 1 % auf 5 % für das Einwirkungsverhältnis ρ_G = 0,4. Lediglich bei ρ_G = 0,8 steigt der Einfluss auf 13 % an.

Tabelle 4.15 Sensitivitätsfaktoren der Basisvariablen für den Grenzzustand Biegezugversagen bei unterschiedlichen Einwirkungsverhältnissen ρ_G und für die Variationskoeffizienten der Querschnittsfläche der Querkraftbewehrung um v_{As} = 1 % und v_{As} = 5 %

ρ_G	v_{As}	β	α^2_{UR}	α^2_b	α^2_d	α^2_{fy}	α^2_{fc}	α^2_{Us}	α^2_{Mg1}	α^2_{Mg2}	α^2_{Mq}	α^2_{As}
0,4	1 %	4,093	0,12	0,01	0,03	0,07	<0,01	0,12	<0,01	<0,01	0,66	<0,01
	5 %	3,995	0,11	0,01	0,03	0,07	<0,01	0,12	<0,01	<0,01	0,61	0,05
0,6	1 %	4,706	0,16	0,01	0,04	0,10	<0,01	0,16	0,01	<0,01	0,52	<0,01
	5 %	4,545	0,15	0,01	0,04	0,10	<0,01	0,15	0,01	<0,01	0,45	0,09
0,8	1 %	5,353	0,27	0,02	0,06	0,17	<0,01	0,27	0,06	0,02	0,13	<0,01
	5 %	5,048	0,24	0,02	0,06	0,15	<0,01	0,24	0,05	0,02	0,09	0,13

Bei der Betrachtung korrodierter Querkraftbewehrung stellt deren Identifikation im Falle einer visuellen Prüfung ein großes Problem dar. Im Gegensatz zur Biegezugbewehrung können nur bei großen Schädigungen mit abgeplatzter Betondeckung die unteren Bügelschenkel der Querkraftbügel eingesehen werden. In den meisten Fällen kann daher ohne zerstörenden Eingriff nur vom Allgemeinzustand des Bauwerks auf eine etwaige geschädigte Querkraftbewehrung geschlossen werden.
Die Untersuchungen haben gezeigt, dass bei Variation des Mittelwertes der Streckgrenze bei dem Versagenszustand Querkraftbeanspruchung mit Querkraftbewehrung die Zuverlässigkeit bei Δf_{ym} = 10 % um $\Delta\beta$ = 0,556 abfällt. Dies entspricht in etwa den Ergebnissen in Bild Nr. 4.12 für den Versagenszustand Biegezug.

Das nachfolgende Bild Nr. 4.15 zeigt die Auswirkung der Streuung der Querschnittsfläche der Querkraftbewehrung auf die Zuverlässigkeit.

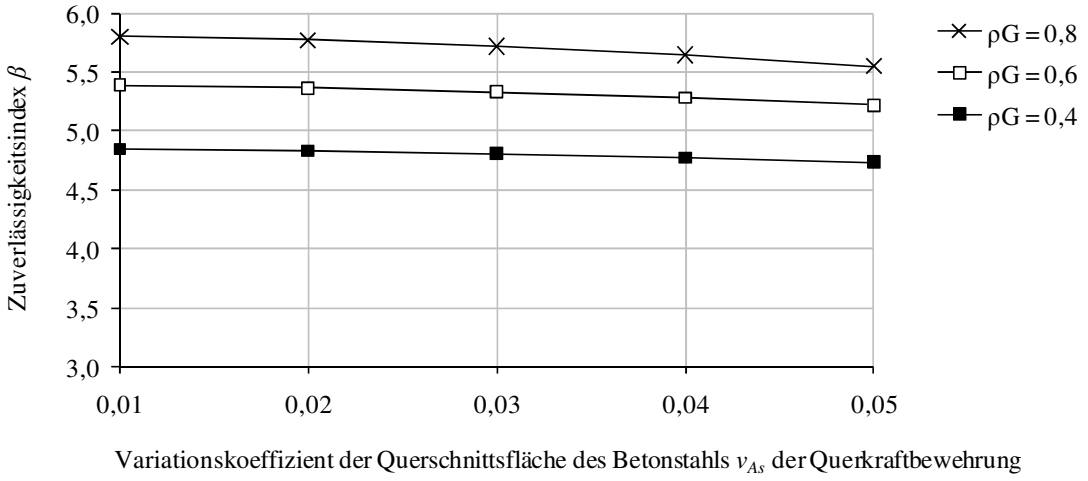


Bild 4.15: Zuverlässigkeitsindex β in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten v_{As} für die Querschnittsfläche des Betonstahls der Querkraftbewehrung für verschiedene Lastverhältnisse ρ_G für den Versagenszustand Querkrafttragfähigkeit mit Querkraftbewehrung gemäß Gleichung (7.17) mit $v_{Q,sy} = 0{,}45$

Der Variationskoeffizient der Querschnittsfläche des Betonstahls der Querkraftbewehrung hat nur einen kleinen Einfluss auf die Zuverlässigkeit des Versagenszustandes. Wie Bild 4.15 zeigt, fällt der Zuverlässigkeitsindex β mit zunehmenden Variationskoeffizienten nur sehr langsam ab. Dies bestätigt auch die nachfolgende Sensitivitätsanalyse in Tabelle 4.16.

Tabelle 4.16 Sensitivitätsfaktoren der Basisvariablen für den Grenzzustand Querkrafttragfähigkeit mit Querkraftbewehrung für unterschiedliche Einwirkungsverhältnisse ρ_G sowie für Variationskoeffizienten v_{As} = 1 % und v_{As} = 5 % der Querschnittsfläche des Betonstahls

ρ_G	v_{As}	β	$\alpha^2_{UR,sy}$	α^2_{sw}	α^2_{Asw}	α^2_{fy}	α^2_{Us}	α^2_{Vg}	α^2_{Vq}	α^2_{d}
0,4	1 %	4,844	0,15	0,04	<0,01	0,07	0,18	<0,01	0,53	0,02
	5 %	4,733	0,14	0,04	0,05	0,06	0,18	<0,01	0,50	0,02
0,6	1 %	5,386	0,20	0,05	<0,01	0,09	0,24	0,02	0,37	0,02
	5 %	5,221	0,19	0,05	0,07	0,08	0,24	0,02	0,32	0,02
0,8	1 %	5,800	0,29	0,07	<0,01	0,13	0,35	0,07	0,06	0,03
	5 %	5,549	0,26	0,07	0,10	0,12	0,31	0,06	0,05	0,03

Innerhalb des Einwirkungsverhältnisses ρ_G = 0,4 steigt der Einfluss von A_{SW} von 1 % auf 5 % an. Der größte Einfluss kann mit 10 % bei ρ_G = 0,8 festgestellt werden. Demnach spielt die Größe des Variationskoeffizienten der Querschnittsfläche des Betonstahls eher eine untergeordnete Rolle im Hinblick auf die Zuverlässigkeit eines querkraftbeanspruchten Bauteils mit Querkraftbewehrung.

Das nachfolgende Bild Nr. 4.16 zeigt die Verteilungsdichtefunktion einer Normalverteilung für die stochastische Modellierung der Querschnittsfläche eines korrodierten Betonstabstahls mit einem Durchmesser von 20 mm bei unterschiedlichen Variationskoeffizienten. Die Zufallszahlen wurden mit einer Monte-Carlo-Simulation mit STATREL [183] erzeugt.

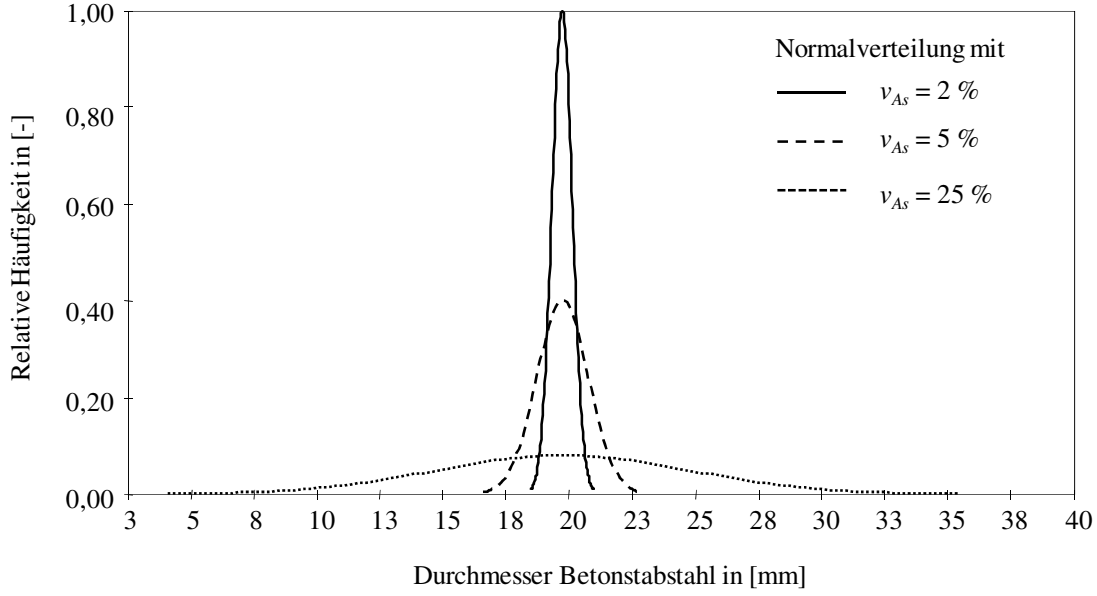


Bild 4.16: Modellierung der Querschnittsfläche eines korrodierten Betonstahls mit Durchmesser 20 mm bei unterschiedlichen Variationskoeffizienten v_{As} = 2 %, v_{As} = 5 % und v_{As} = 25 %

Das Bild 4.16 zeigt sehr deutlich, dass der Ansatz in CAPRA et al. [34] mit einem Variationskoeffizienten für die korrodierte Querschnittsfläche von v_{As} = 25 % die tatsächlichen Verhältnisse unrealistisch modelliert. Bei großen Variationskoeffizienten sollte zudem eine nach oben begrenzte Verteilungsfunktion gewählt werden. In CAPRA et al. [34] wurde dagegen eine Lognormalverteilung vorgeschlagen. Die eigenen Erfahrungen sowie die Untersuchungen in BRÜCKNER [29] zeigen, dass bei Ansatz der tatsächlichen Restquerschnittsfläche des flächenhaft korrodierten Betonstabstahls ein Variationskoeffizient von v_{As} = 2 % realistisch ist.

Das nachfolgende Bild Nr. 4.17 zeigt die Auswirkung des Variationskoeffizienten der Streckgrenze des Betonstahls der Querkraftbewehrung auf die Zuverlässigkeit des Querschnitts.

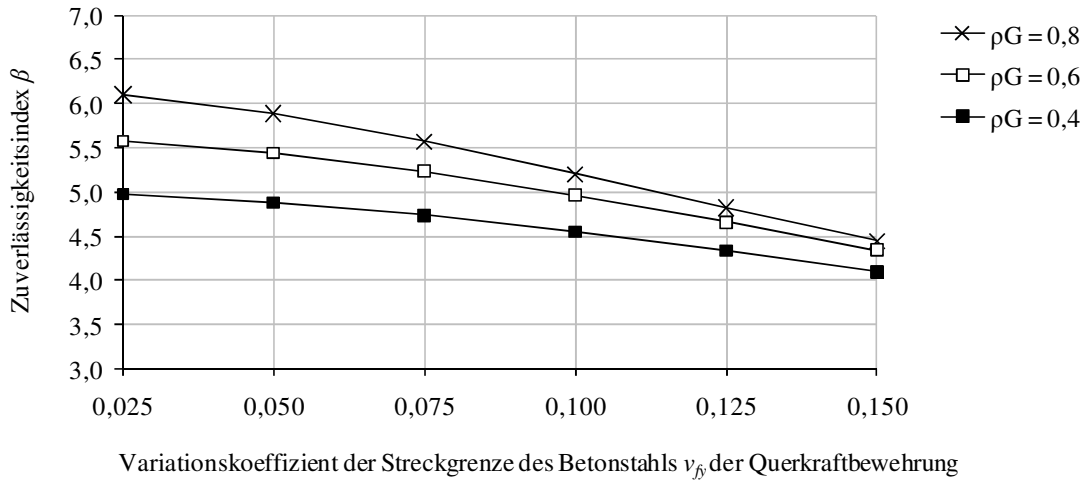


Bild 4.17: Zuverlässigkeitsindex β in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten v_{As} für die Streckgrenze des Betonstahls der Querkraftbewehrung sowie für verschiedene Lastverhältnisse ρ_G für den Versagenszustand Querkraftbeanspruchung mit Querkraftbewehrung gemäß Gleichung (7.17) mit $v_{Q,sy}$ = 0,45

Wie zu erwarten, wirkt sich die Streuung der Streckgrenze wie auch im Grenzzustand Biegezugversagen stark auf die Zuverlässigkeit aus. Mit zunehmenden Variationskoeffizienten steigt die Gewichtung der Streckgrenze von 1 % auf max. 47 % für das Einwirkungsverhältnis ρ_G = 0,8 an. Die Sensitivitäten der einzelnen Basisvariablen können der nachfolgenden Tabelle entnommen werden.

Tabelle 4.17 Sensitivitätsfaktoren der Basisvariablen für den Grenzzustand Querkrafttragfähigkeit mit Querkraftbewehrung für unterschiedliche Einwirkungsverhältnisse ρ_G sowie für Variationskoeffizienten v_{As} = 2,5 % und v_{As} = 15 % der Streckgrenze des Betonstahls

ρ_G	v_{fy}	β	$\alpha^2_{UR,sy}$	α^2_{sw}	α^2_{Asw}	α^2_{fy}	α^2_{Us}	α^2_{Vg}	α^2_{Vq}	α^2_{d}
0,4	2,5 %	4,973	0,16	0,04	0,01	0,01	0,19	<0,01	0,56	0,02
	15 %	4,099	0,12	0,04	0,01	0,34	0,15	<0,01	0,32	0,01
0,6	2,5 %	5,576	0,21	0,06	0,01	0,02	0,25	0,02	0,41	0,03
	15 %	4,344	0,16	0,04	0,01	0,42	0,18	0,02	0,14	0,02
0,8	2,5 %	6,100	0,31	0,08	0,02	0,02	0,38	0,07	0,07	0,04
	15 %	4,445	0,18	0,05	0,01	0,47	0,21	0,04	0,2	0,02

Im Grenzzustand der Querkrafttragfähigkeit ohne Schubbewehrung kommt dem vorhandenen Längsbewehrungsgrad wesentliche Bedeutung zu. Die Streuung der Querschnittsfläche der Längsbewehrung spielt allerdings für die Zuverlässigkeit keine Rolle. Auf der Grundlage der Grenzzustandsgleichung gemäß (7.17) und den Randbedingungen d = 0,545 m, $v_{Q,sy}$ = 0,50 und ρ_G = 0,6 berechnet sich ein $\Delta\beta$ von 0,016 bei einem Variationskoeffizienten von v_{ASl} = 5 %. Zudem ist der Einfluss auf die Zuverlässigkeit mit 0,006 % sehr klein. Auf weitere Untersuchungen in Hinblick auf diesen Grenzzustand kann daher verzichtet werden.

In BRÜCKNER [29] wurden auf der Grundlage der Ergebnisse aus JUNGWIRTH [106], siehe Bild Nr. 4.3, Untersuchungen an einem korrodierten Betonstabstahl durchgeführt, der aus einem ca. 40 Jahren alten Stahlbetonüberbau eines Brückenbauwerks entnommen worden ist. Der Betonstahl ist überwiegend durch flächenhafte Korrosion geschädigt und stellt ein typisches Beispiel für eine solche Schädigung dar. Die Querschnittsfläche variierte dabei mit v_{AS} = 1,2 %. Wie bereits in Abschnitt 4.3.2 erwähnt, liegen keine wissenschaftlich abgesicherten Ergebnisse bzgl. der Auswirkung der Korrosion eines Betonstabstahls auf dessen Streckgrenze vor. Im Rahmen von Sanierungsmaßnahmen wird meist empfohlen den Korrosionsbereich eines Betonstabstahls bis auf den reinen unkorrodierten Stahlquerschnitt abzutragen [44]. Im Zuge von statischen Nachberechnungen wird dann auch nur dieser Querschnitt als tragend mit der ursprünglichen Streckgrenze berücksichtigt. Im vorliegenden Fall der visuellen Prüfung erfolgt kein Abtrag der Stahlfläche um die tatsächliche Restquerschnittsfläche zu bestimmen, sodass vom visuellen Eindruck auf den tatsächlichen Zustand geschlossen werden muss.
Geht man von den Ergebnissen von JUNGWIRTH [106] aus, so lässt sich folgende Reduktion der Zugfestigkeit eines flächenhaft korrodierten Betonstabstahls feststellen:

$$f_{u,cor} = \begin{cases} f_u & \text{für } \Delta A = 0\% \text{ bis } \Delta A = 4\,\% \\ f_u - 4{,}5 \cdot (\Delta A - 4\%) & 4\,\% \leq \Delta A \leq 10\,\% \end{cases} \tag{4.29}$$

Bei einer stark örtlich auftretenden Korrosion mit Narbenbildung gilt:

$$f_{u,cor} = \begin{cases} f_u & \text{für } t_N = 0\,mm \text{ bis } 0{,}25\,mm \text{ Narbentiefe} \\ f_u - 72 \cdot (t_N - 0{,}25\,mm) & 0{,}25\,mm \leq t_N \leq 0{,}50\,mm \end{cases} \tag{4.30}$$

mit:

ΔA = korrodierte Fläche in Bezug auf den ursprünglichen Gesamtquerschnitt [%]
t_N = Narbentiefe [mm]
f_u = Zugfestigkeit des ungeschädigten Betonstahls [N/mm²]
$f_{u,cor}$ = Zugfestigkeit des korrodierten Betonstahls [N/mm²]

Die Umrechnung der Zugfestigkeit f_u eines Betonstabstahls in dessen Streckgrenze f_y erfolgt gemäß DIN-488 [53] mit:

$$f_y = \frac{f_u}{1{,}08} \tag{4.31}$$

Die Gleichungen (4.29) und (4.30) sind als erste Anhaltswerte zu verstehen, da sie aus Untersuchungen an nur einem Betonstahltyp gewonnen worden sind. Bei 10 % Querschnittsverlust infolge Korrosion berechnet sich gemäß den obigen Gleichungen eine Reduktion der Streckgrenze um 5 %. Gemäß Bild 4.12 hat dies eine Reduktion des Zuverlässigkeitsindex von $\Delta\beta = 0{,}50$ zur Folge.
Aufgrund der unzureichenden Datengrundlage kann vorerst nur eine ingenieurmäßige Bestimmung und Abschätzung des stochastischen Modells auf der Grundlage der zuvor geführten Untersuchungen vorgenommen werden. Die Ergebnisse der Zuverlässigkeitsberechnungen mit dem nachfolgend vorgeschlagenen stochastischen Modell wurden mit deterministischen Vergleichsberechnungen sowie an einem Referenzbauwerk qualitativ überprüft BURKHARDT [32]. Für eine wissenschaftliche Absicherung der nachfolgenden Vorschläge sind weitere Versuche und Auswertungen an korrodierten Betonstabstählen durchzuführen.

Für eine stochastische Modellierung des infolge Korrosion geschädigten Betonstahls wird folgende Vorgehensweise vorgeschlagen:

- Die Querschnittsfläche des korrodierten Betonstahls wird mit dem tatsächlichen Wert, d. h. mit der abgeschätzten Restquerschnittsfläche, im Rahmen der probabilistischen Berechnung berücksichtigt. Bei einer Korrosion von 5 % und mehr wird die Streuung des korrodierten Querschnitts mit einem Variationskoeffizienten der Querschnittsfläche mit v_{As} = 2 % modelliert. Kleinere Korrosionsraten werden mit konstanter Querschnittsfläche modelliert. Die Streuung wird in diesem Fall durch die Wahl des Variationskoeffizienten für die Streckgrenze in Höhe von 6 % berücksichtigt.
- Der Mittelwert der Streckgrenze ist in Anlehnung an JUNGWIRTH [106] um bis zu 7 % je nach Korrosionsintensität zu reduzieren. Die Streckgrenze wird mit einer Lognormalverteilung und mit einem Variationskoeffizienten von 6 % modelliert.

Für die Anwendung im Zuge einer visuellen Prüfung werden im Rahmen des entwickelten baupraktischen Näherungsverfahrens weitere Vereinfachungen, vor allem bei der Identifizierung der korrodierten Querschnittsfläche im Rahmen der visuellen Prüfung, vorgeschlagen. Siehe hierzu Abschnitt 7.

4.4.5 Geometrische Abmessungen

Die Bauteilabmessungen sind je nach Ausführungsqualität gewissen Schwankungen unterworfen. Die meist normalverteilten Streuungen wirken sich durch die Verknüpfung in der Grenzzustandsgleichung sowohl auf Einwirkungs- als auch auf Widerstandsseite aus. Die Größe des Bauteileigengewichts beeinflusst die Einwirkungsseite und der tatsächlich vorhandene Querschnitt steuert u. a. die Größe des Bauteilwiderstands. Beide Einflüsse werden bei der probabilistischen Bemessung implementiert. Der Mittelwert der geometrischen Größen liegt bei ungeschädigten Querschnitten meist in der Nähe des nominellen Wertes. In Ausnahmefällen können auch systematische Fehler auftreten. Dies ist z. B. dann der Fall, wenn der Schalungsdruck beim Betonieren die Schalung verformt, sodass die tatsächlichen

Abmessungen die planmäßigen Abmessungen übersteigen. Die Standardabweichungen δ_a sind meist von absoluten Querschnittsabmessungen weitgehend unabhängig.

- Querschnittsabmessungen

Für die Streuungen von Querschnittsabmessungen wird als Verteilungsfunktion im Allgemeinen eine Normalverteilung angenommen. Nach SPAETHE [203] und RACKWITZ [175] kann der Mittelwert x_m (50%-Quantil) der Abweichung der Querschnittsabmessungen vom Nennwert a_n für Ortbetonbauwerke wie folgt berechnet werden:

$$a_n \leq 1000\,mm \qquad x_m = 0{,}003 \cdot a_n \qquad \delta_a = 4 + 0{,}006 \cdot a_n \tag{4.32}$$

$$a_n > 1000\,mm \qquad x_m = 3\,mm \qquad \delta_a = 10\,mm \tag{4.33}$$

mit:

δ_a = Standardabweichung der Querschnittsabmessungen

Der Ansatz für $a_n \leq 1000$ mm wurde auch in den JCSS [105] aufgenommen. In umfangreichen Untersuchungen bzgl. der Toleranzen der Betonquerschnittsabmessungen wurde festgestellt, dass bei Fertigteilen die mittleren Abweichungen zwischen Ist- und Sollwerten stets geringer sind als bei vergleichbaren Ortbetonkonstruktionen. So betragen gemäß MIRZA & MACGREGOR [141] die Standardabweichungen bei Fertigteilen nur ca. 40 % der vergleichbaren Werte für Ortbetonkonstruktionen. SOBRINO [202] untersuchte die Toleranzen der Querschnittsabmessungen im Brückenbau. Die nachfolgende Tabelle 4.18 fasst die Ergebnisse zusammen. Die Untersuchungen wurden in den Jahren 1990 bis 1993 an Brückenbauwerken in Spanien durchgeführt. Ähnliche Untersuchungen für Brückenbauwerke in anderen Ländern sind dem Verfasser nicht bekannt.

Tabelle 4.18 Toleranzen der Querschnittsabmessungen im Brückenbau gemäß SOBRINO [202] (entnommen aus WISNIEWSKI [228])

Lage	Herstellungsart	Nennwert [mm]	Abweichung vom Nennwert [mm]	Standardabweichung [mm]
Horizontal	Ortbeton	< 600	-	-
		≥ 600	0,2	3
	Fertigteil	≤ 250	-2 (0)[2]	5 (2)[2]
		250 - 600	10 (-4 -5)[2]	12 (2-3,5)[2]
		≥ 600	-2 -1	-
Vertikal	Ortbeton	≤ 250	0-2 (-13-34)[1]	2-3 (10-12)[1]
		250 - 600	-2	8-10 (10-18)[1]
		≥ 600	40-20	15-22
	Fertigteil	≤250	5 (2,5)[2]	5-9 (2-4)[2]
		250-600	12 (6)[2]	5 (2-3,5)[2]
		≥600	-	-

1) niedrige Ausführungsqualität
2) hohe Ausführungsqualität
Werte ohne Klammer: normale Ausführungsqualität

WISNIEWSKI [228] führte neue Untersuchungen an Fertigteilbrückenträgern in Portugal durch. Da er jedoch nur einen kleinen Stichprobenumfang zur Verfügung hatte, können keine allgemeingültigen Ergebnisse angegeben werden. Die Standardabweichungen konnten mit 5 mm bis 10 mm für die

untersuchten Fertigteile festgestellt werden. Weitere Zusammenstellungen von Toleranzen der Querschnittsabmessungen im Hochbau können HANSEN [90] entnommen werden.

Wie in Abschnitt 4.3.3 gezeigt, können sich die Querschnittsabmessungen eines Brückenbauwerks bei Schädigungen verändern. Insbesondere sind dabei die Betonabplatzungen infolge Bewehrungskorrosion und die Abwitterung infolge einer Frost-Tausalzbeanspruchung zu berücksichtigen. Zudem können Abplatzungen bei hohen Druckspannungen auftreten. Auf dem Weg zu einem Einfluss im Grenzzustand der Tragfähigkeit werden im Zuge der Veränderung der Querschnittsabmessungen viele verschiedene Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit überschritten. Die Funktionstüchtigkeit des Bauwerks wird dabei in unterschiedlichem Ausmaß herabgesetzt. Es handelt sich dabei um einen zeitabhängigen Prozess. Die Betonabplatzung hat im Grenzzustand der Tragfähigkeit bei einer Biegebeanspruchung nur dann einen Einfluss, wenn die Querschnittsreduktion in der Druckzone des Querschnittes auftritt und damit der Hebelarm der inneren Kräfte kleiner wird. Bei Durchlaufträgerbrücken ist dies an der Unterseite des Überbaus im Bereich der Mittelstützungen der Fall. Bei einer Querkraftbeanspruchung können sich Abplatzungen sehr stark auf die Tragfähigkeit auswirken. Insbesondere dann, wenn z. B. die Betondeckung an allen Seiten eines Plattenbalken-Rechteckquerschnitts aufgrund korrodierter Querkraftbewehrung abgeplatzt ist. Dies führt dann zu einer wesentlichen Reduktion der mittragenden Querschnittsfläche.
Zeitabhängige Versagenszustände wie sie bei der Betrachtung des Grenzzustandes der Gebrauchstauglichkeit stets beachtet werden müssen, sind mit den Mitteln der Extremwertstatistik zu behandeln. Für die Modellierung der verschiedenen zeitabhängigen Zustände von Abplatzungen bietet sich die Vorgehensweise gemäß PROGUMBEL [153] an, die eine Optimierung des extremwertstatistischen Auswerteverfahrens darstellt. Der Vorteil des Verfahrens gegenüber der normalen Gumbel Extremwertverteilung liegt in der Begrenzung von Größtwerten oder Kleinstwerten, so wie es im Fall von Abplatzungen augenscheinlich gegeben ist. Aufgrund der fehlenden Datengrundlage der Entstehung von Abplatzungen im Laufe der Zeit konnten hierfür bisher nur erste Simulationen durchgeführt werden, die jedoch schon sehr vielversprechende Ergebnisse lieferten, aber noch keine Veröffentlichung erlauben. Im vorliegenden Fall der Beurteilung der Tragfähigkeit auf der Grundlage der Ergebnisse der visuellen Prüfung wird die Modellierung der tatsächlich vorhandenen Querschnittsveränderung infolge Schädigung benötigt. Die Zeitabhängigkeit wird hier nicht betrachtet.
Grundsätzlich stellt die Abweichung der Querschnittsabmessungen infolge Schädigung stets einen Einzelfall dar, der vom Bauwerksprüfer individuell zu beurteilen ist. Die tatsächliche Abweichung des reduzierten Querschnittes und die Tiefe der Abplatzungen können vor Ort gemessen werden. Im Sinne einer statistischen Auswertung und probabilistischen Berechnung bedeutet dies, dass ein neuer Erwartungswert für den tatsächlichen Mittelwert gemessen wird. Die Standardabweichung des neuen Erwartungswertes kann im Rahmen einer üblichen Prüfung am Bauwerk jedoch nicht eindeutig festgestellt werden. Sie muss abgeschätzt werden. An insgesamt 7 Stahlbetonbrücken aus dem Landkreis Dingolfing–Landau wurden vor Ort die feststellbaren Abplatzungen näher untersucht. Bei den Brücken handelt es sich um übliche ein- und zweifeldrige Stahlbetonkonstruktionen mit Stützweiten von 15 bis 20 m. Die Brücken weisen ein Alter von 60 Jahren bis 40 Jahren auf. Auf die Details der einzelnen Brücken wir hier der Übersichtlichkeit wegen nicht näher eingegangen. Die Baubeschreibung, Bestandspläne sowie die Fotos der Schädigungen können KOŽLIK [117] und FRIEDRICH [75] entnommen werden. Die probabilistische Bewertung der Brücke „Wannersdorf“ erfolgte in BRAML & KEUSER [24] sowie in Abschnitt 7.
Es zeigte sich, dass im Rahmen einer visuellen Prüfung nur *ausgeprägte* und *starke* Abplatzungen gut identifiziert werden können. Vereinzelte und geringfügige Abplatzungen sind nur sehr schwer zu identifizieren und zu unterscheiden. Dies bestätigen auch die Expertenmeinungen, z. B. SIB-Bauwerksprüfer Lehrgang Feuchtwangen [120]. Zudem kann keine quantitative, sondern nur eine qualitative Beurteilung vor Ort erfolgen.

Die eigenen Untersuchungen bestätigten die Angaben in THOFT-CHRISTENSEN [215] bzgl. der typischen Erscheinungsform der Betonabplatzung infolge Bewehrungskorrosion, siehe Abschnitt 4.6. Auf diesen Grundlagen sowie mit den Erkenntnissen aus den vor Ort durchgeführten Untersuchungen werden die nachfolgend dargestellten Schadenskategorien entwickelt.
Bei der Schadenskategorie *ausgeprägt* weicht der gemessene Mittelwert vom Nennwert um ca. 2 bis 3 cm ab. Bei *starken* Schäden beträgt die Abweichung 4 bis 6 cm, d. h., die gesamte Betondeckung der Bewehrung ist bereits abgeplatzt. Die nachfolgenden Bilder Nr. 4.18 und Nr. 4.19 stellen die Kategorien qualitativ dar. Im Rahmen der Entwicklung des baupraktischen Näherungsverfahrens, siehe Abschnitt 7, werden der Kontinuität wegen in Hinblick auf die Anzahl der Schadenskategorien und Bewertungsschemen 2 weitere Kategorien für vereinzelte und geringfügige Abplatzungen entwickelt. Die Auswirkungen dieser meist unwesentlichen Abplatzungen sind jedoch durch die stochastische Modellierung gemäß Gleichung (4.32) und (4.33) bereits berücksichtigt.

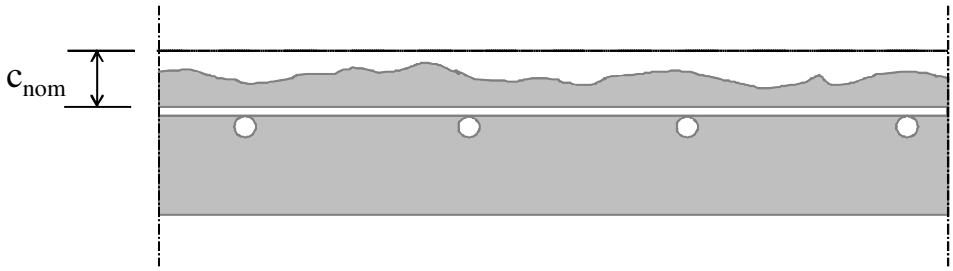


Bild 4.18: Qualitative Darstellung der Schadenskategorie *ausgeprägte* Abplatzungen an einem Stahlbetonquerschnitt

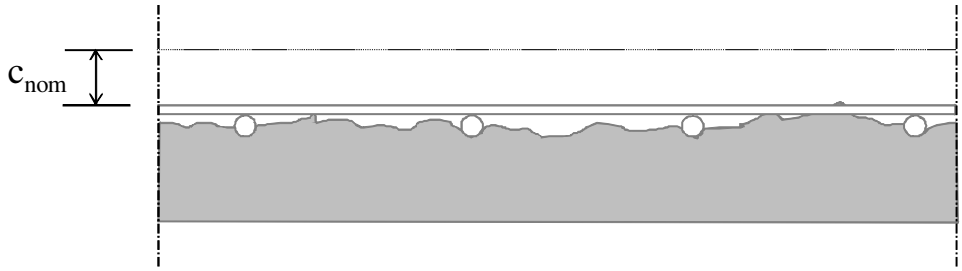


Bild 4.19: Qualitative Darstellung der Schadenskategorie *starke* Abplatzungen an einem Stahlbetonquerschnitt

Mithilfe eines CAD-Programms wurden auf der Basis der aufgenommenen Querschnitte aus den an den Brückenbauwerken durchgeführten Untersuchungen Stichproben für die einzelnen Schadenskategorien ermittelt. Mithilfe des statistischen Auswerteprogramms STATREL [183] wurden dann die stochastischen Parameter der gewählten Verteilungsfunktionen mit Schätzverfahren bestimmt. Aus den Bildern Nr. 4.18 und Nr. 4.19 geht augenscheinlich hervor, dass sich vollständig über den Querschnitt hinweg auftretende Abplatzungen meist durch eine Normalverteilung realistisch modellieren lassen. Häufig sind jedoch auch nur örtliche Abplatzungen infolge lokal konzentrierter Schäden anzutreffen. Sind nur 1 oder 2 Betonstabstähle infolge Korrosion geschädigt, so wird auch nur in diesem Bereich die Betondeckung abplatzen. Es treten dann in diesem Bereich Extremwerte auf. Das nachfolgende Bild Nr. 4.20 zeigt einen solchen Fall.

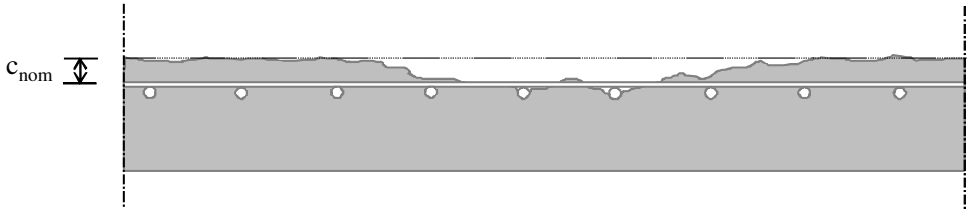


Bild 4.20: Qualitative Darstellung der Schadenskategorie *starke* Abplatzungen mit nur örtlichen Fehlstellen der Betondeckung

In umfangreichen Parameterstudien für unterschiedliche Abplatzungserscheinungen, siehe u. a. auch BURKHARDT [32] wurden Möglichkeiten für eine realitätsnahe stochastische Modellierung untersucht. Es stellte sich heraus, dass gerade die Modellierung solcher Extremwerte wie in Bild 4.20 von besonderem Interesse ist. Nachfolgend wird dies an 2 Beispielen erläutert. Das Bild Nr. 4.21 stellt die entnommenen Stichproben aus örtlichen Abplatzungen innerhalb eines 1,50 m breiten Stahlbetonquerschnitts dar. Es wurde im Abstand von 1 cm je eine Stichprobe entnommen. Die Nennhöhe des Querschnitts beträgt 60 cm.

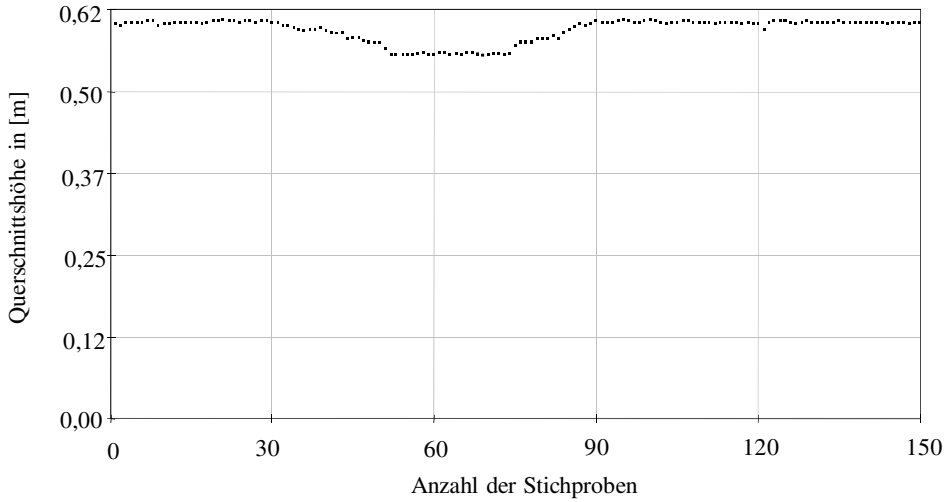


Bild 4.21: Stichproben an einem 1,50 m breiten Stahlbetonquerschnitt mit örtlichen Abplatzungen und einer Nennhöhe von h = 60 cm

Das nachfolgende Bild Nr. 4.22 zeigt die Verteilung und die Dichte der Stichproben.

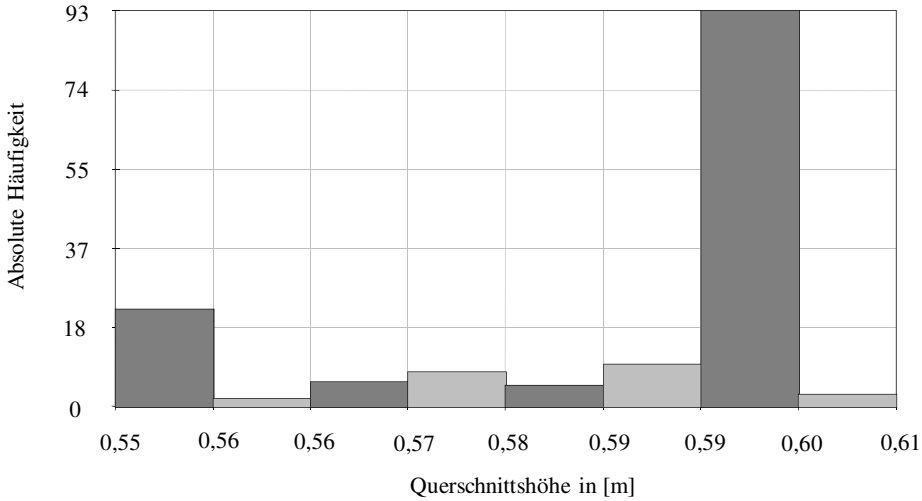


Bild 4.22: Häufigkeitsverteilung der Stichprobe gemäß Bild Nr. 4.21

Mit Schilfe der Schätzverfahren der Momentenmethode und der Maximum-Likelihood-Methode wurden für mehrere Verteilungsfunktionen die statistischen Parameter geschätzt. Mit diesen Ergebnissen kann dann eine Zuverlässigkeitsberechnung für den Grenzzustand Biegezugversagen, Gleichung (6.9), durchgeführt werden. Dies erfolgte an der Brücke Wannersdorf, einer zweifeldrigen Stahlbetonbrücke mit einem Plattenquerschnitt mit h = 60 cm und mit den Stützweiten von 2 x 14,70 m. An dieser Brücke konnten die untersuchten Abplatzungen festgestellt werden. Siehe auch BRAML & KEUSER [24] und Bild Nr. 7.5. Die nachfolgende Tabelle Nr. 4.19 fasst die Ergebnisse zusammen.

Tabelle 4.19 Ergebnisse der Parameterschätzung für verschiedene Verteilungsfunktionen sowie der Zuverlässigkeitsberechnung für den Grenzzustand Biegezugversagen am Beispiel der Brücke „Wannersdorf“

Verteilungsfunktion	Stochastische Parameter	Ergebnis Kolmogoroff – Smirnov Test	Berechneter Zuverlässigkeits-index β (Biegezugversagen)	Einfluss der Querschnittshöhe an der Zuverlässigkeit (Sensitivität)
Normal	μ = 0,588253 m δ = 0,0179452 m	nicht geeignet	4,901	3,6 %
Lognormal	x_i = 0,58798 m δ = 0,0304998 m	nicht geeignet	4,900	3,2 %
Gumbel (min)	u = 0,595782 m α = 93,6294	nicht geeignet	4,969	2,9 %
Frechet (min)	v = 0,597573 m k = 5,22981 m ω = 0,6633 m	nicht geeignet	3,566	98,1 %
Weibull (min)	ω = 0,594846 m k = 8,71791 τ = 0,478307 mm	nicht geeignet	4,935	3,2 %

Bei der Untersuchung einer Beta-Verteilung stellte sich heraus, dass diese für die Modellierung von lokalen Abplatzungen aufgrund ihrer Rechtsschiefe nicht geeignet ist. Diese Verteilung eignet sich vielmehr bei der Modellierung kleinster Abmessungen, z. B. wie im Falle von Betondeckungen, siehe GEHLEN [79]. Die nachfolgenden Bilder zeigen die betrachteten Verteilungsfunktionen und die Häufigkeitsverteilung der Stichprobe.

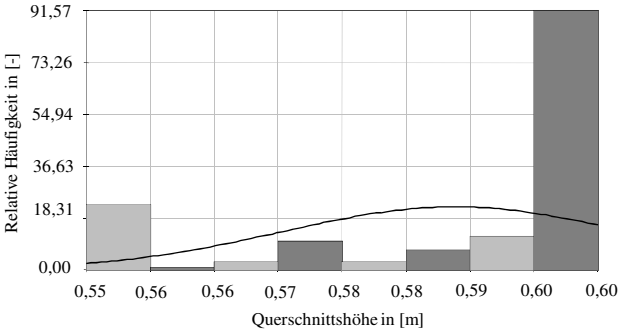


Bild Nr. 4.23: Dichtefunktion der Normalverteilung

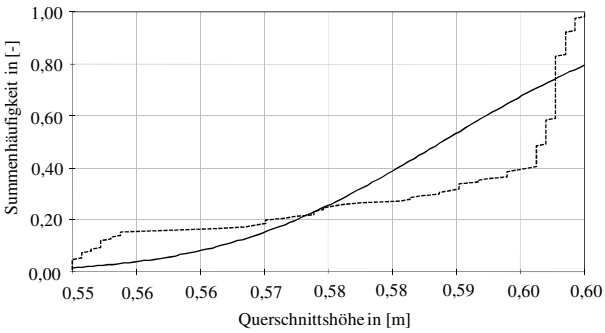


Bild Nr. 4.24: Verteilungsfunktion der Normalverteilung

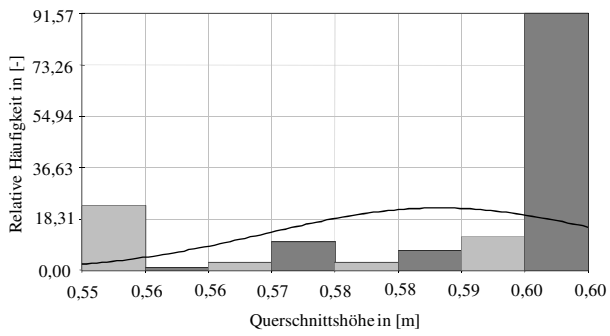


Bild Nr. 4.25: Dichtefunktion der Lognormal-verteilung

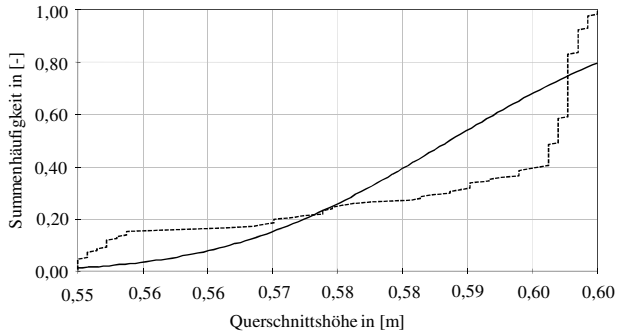


Bild Nr. 4.26: Verteilungsfunktion der Lognormalverteilung

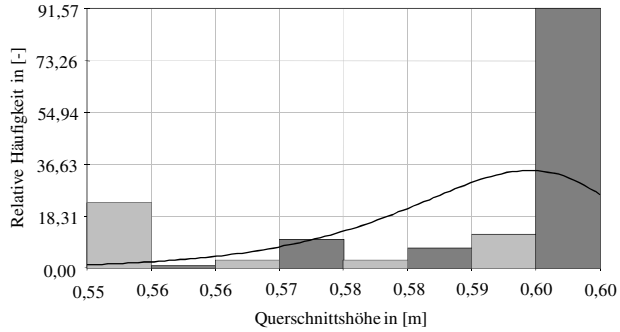


Bild Nr. 4.27: Dichtefunktion der Gumbel(min) Verteilung

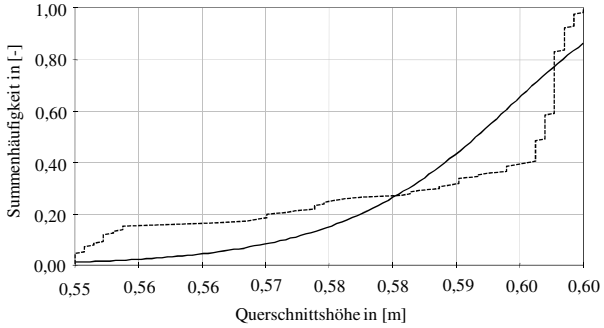


Bild Nr. 4.28: Verteilungsfunktion der Gumbel(min) Verteilung

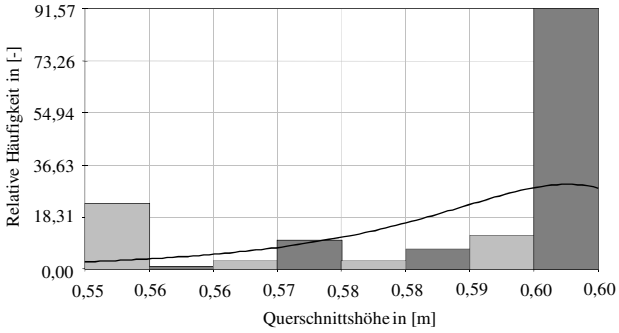


Bild Nr. 4.29: Dichtefunktion der Frechet(min) Verteilung

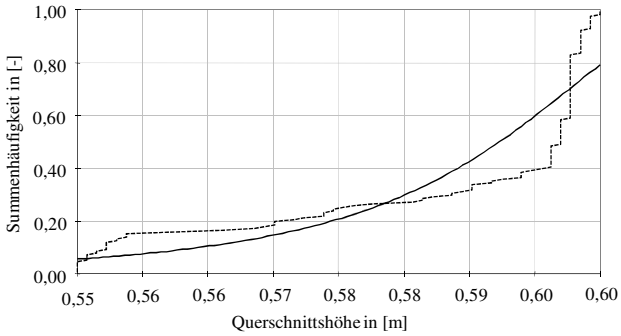


Bild Nr. 4.30: Verteilungsfunktion der Frechet(min) Verteilung

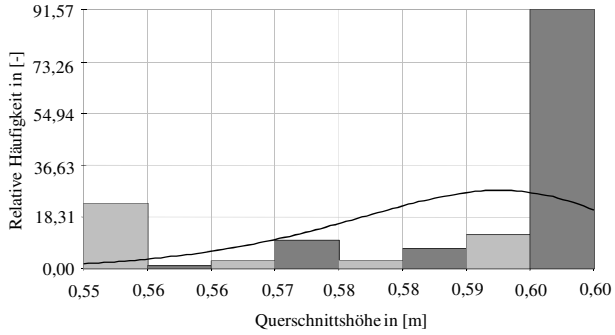


Bild Nr. 4.31: Dichtefunktion der Weibull(min) Verteilung

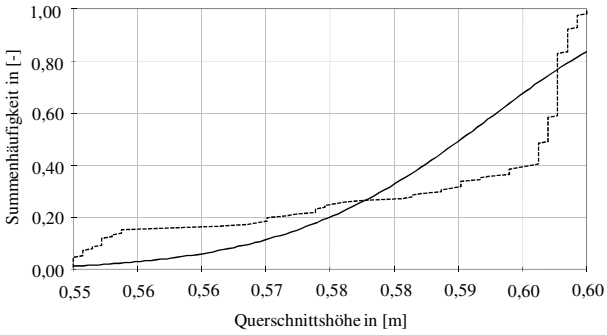


Bild Nr. 4.32: Verteilungsfunktion der Weibull(min) Verteilung

Die Bilder Nr. 4.23 bis Nr. 4.32 zeigen sehr deutlich die unterschiedlichen Eigenschaften der einzelnen Verteilungsfunktionen. Es lässt sich jedoch auch klar erkennen, dass für die vorhandene Stichprobe keine geeignete Funktion für eine realitätsnahe Modellierung gegeben ist. Dies zeigte auch der Kolmogoroff – Smirnov Anpassungstest in Tabelle 4.19. Das nachfolgende Bild Nr. 4.33 zeigt die Überlagerung der gewählten Verteilungen.

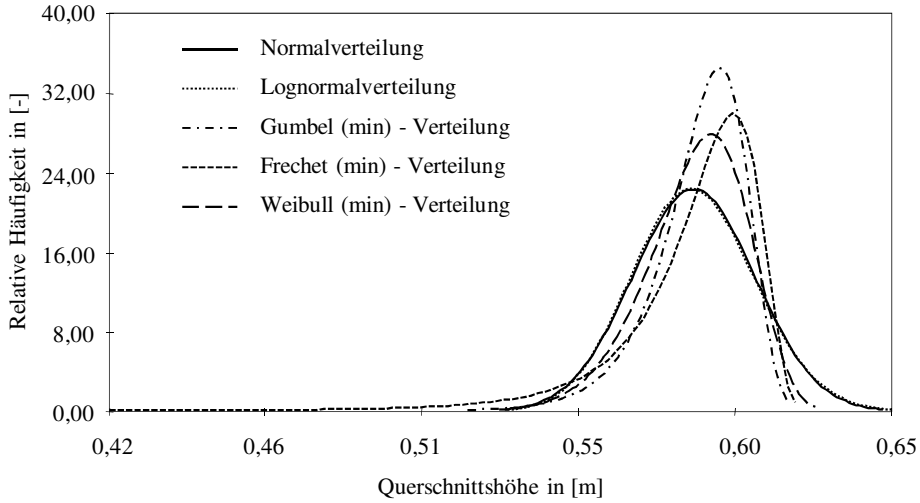


Bild 4.33: Untersuchte Verteilungsdichtefunktionen für die Stichprobe aus Bild Nr. 4.21

Aus dem Bild Nr. 4.33 geht hervor, dass die Gumbel(min) Verteilung und die Frechet(min) Verteilung die Stichprobe am besten annähern. Es ist jedoch kennzeichnend für eine Frechet(min) Verteilung, dass diese Werte bis $-\infty$ umfasst. Dies kann auch Bild Nr. 4.33 entnommen werden. Der Übersichtlichkeit wegen wurde jedoch die Darstellung bei h = 0,42 m beendet. Dieser Einfluss spiegelt sich auch in der durchgeführten Zuverlässigkeitsberechnung wieder. Da insgesamt auch negative Werte, die im Falle von Querschnittsabmessungen unrealistisch sind, dann mit abgebildet werden, kann im betrachteten Beispiel, siehe Tabelle Nr. 4.19 nur eine kleine Zuverlässigkeit berechnet werden. Die Zuverlässigkeitsberechnung zeigt, dass die realistische Modellierung der Abplatzungen mit einer Gumbel(min) Verteilung die größte Zuverlässigkeit ergibt. Gute Ergebnisse können auch mit der Wahl einer Weibull(min) Verteilung erreicht werden. Aus den bisher geführten Zuverlässigkeitsberechnungen und Sensitivitätsanalysen ist jedoch auch bekannt, dass die Zuverlässigkeit sehr sensibel auf die gewählten stochastischen Parameter der Extremwertverteilungen reagiert. Zudem enthalten die Schätzverfahren für die Bestimmung der stochastischen Eigenschaften der Extremwerte große Unsicherheiten. An dem nachfolgenden Beispiel wird dies erläutert.

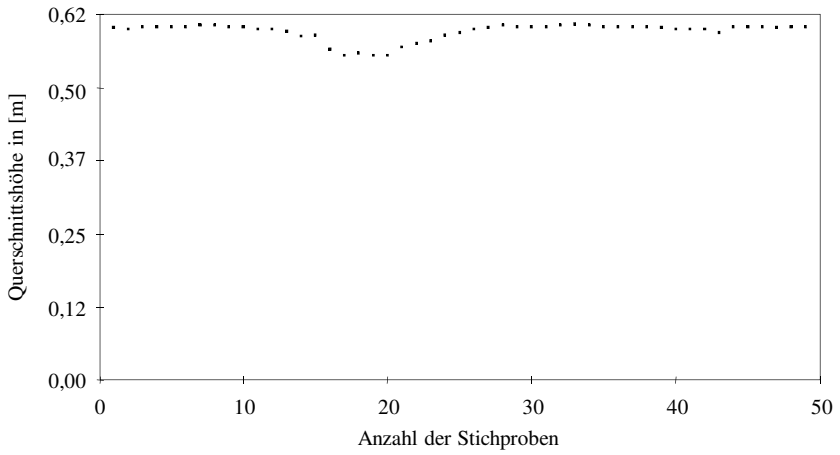


Bild 4.34: Simulation einer starken lokalen Abplatzung an einem Stahlbetonplattenüberbau mit einer Querschnittshöhe von h = 60 cm

In Bild Nr. 4.34 ist eine Simulation dargestellt, die eine örtliche Abplatzung infolge von Bewehrungskorrosion von einem oder zwei Betonstabstählen modelliert. Gegenüber der Stichprobe in Bild Nr. 4.21 wird dadurch ein größerer lokaler Effekt simuliert. Die stochastische Auswertung zeigt sehr deutlich, dass die Stichprobe am geeignetsten mit einer Frechet(min) Verteilung modelliert werden kann. Siehe hierzu Bild Nr. 4.35 bis Bild Nr. 4.37.

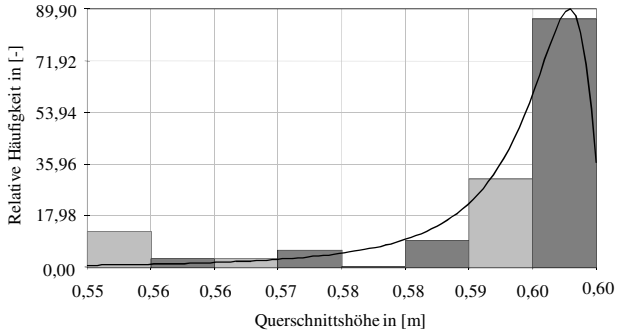


Bild Nr. 4.35: Dichtefunktion der Frechet(min) Verteilung

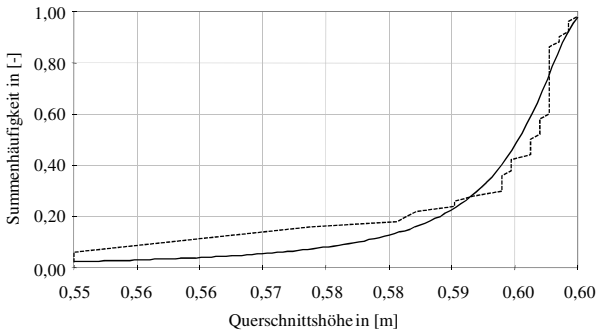


Bild Nr. 4.36: Verteilungsfunktion der Frechet(min) Verteilung

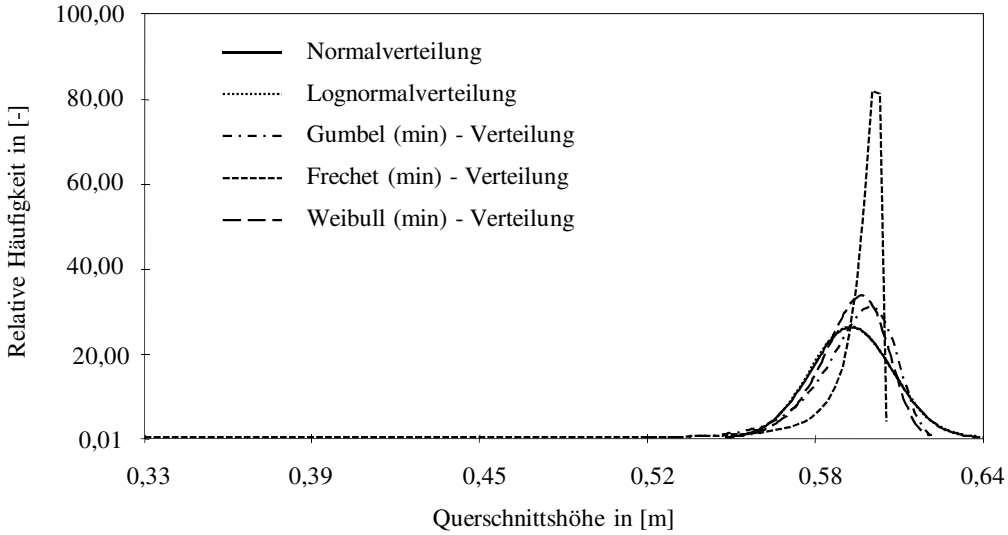


Bild 4.37: Untersuchte Verteilungsdichtefunktionen für die Stichprobe aus Bild Nr. 4.34

Das Bild Nr. 4.37 stellt die untersuchten Verteilungsdichtefunktionen gegenüber. Die Schätzung der zugehörigen stochastischen Parameter für die Frechet(min)-Verteilung, für die Gumbel(min)-Verteilung sowie für die Normalverteilung ist in Tabelle 4.20 aufgeführt. Die Tabelle zeigt sehr deutlich die Unterschiede in den geschätzten Parametern für den Mittelwert und für die Standardabweichung mit den verschiedenen Schätzverfahren. Führt man mit diesen unterschiedlichen Parametern eine Zuverlässigkeitsberechnung durch, so zeigen sich stark voneinander abweichende Ergebnisse für den Zuverlässigkeitsindex β. Dies gilt vor allem für die Frechet(min) Verteilung. Der Wert α_h in Tabelle 4.20 stellt den Sensitivitätsfaktor für die Wichtung der Querschnittshöhe in der Zuverlässigkeitsberechnung dar. Im Falle der Frechet(min)-Verteilung steigt die Wichtung auf 98 % an, bei Berücksichtigung der Ergebnisse aus dem Schätzverfahren mit der Methode der kleinsten Quadrate. Auf die Einzelheiten und mathematischen Hintergründe der verschiedenen Schätzverfahren sowie auf deren Robustheit wird im Rahmen dieser Arbeit nicht näher eingegangen. Hier wird auf HARTUNG [91] verwiesen.

Tabelle 4.20 Ergebnisse der Parameterschätzung für verschiedene Verteilungsfunktionen sowie der Zuverlässigkeitsberechnung für den Grenzzustand Biegezugversagen am Beispiel der Brücke „Wannersdorf“ für die Stichprobe in Bild Nr. 4.34

Verteilungs-funktion	Schätzverfahren					
	Momentenmethode		Maximum Likelihood Methode		Methode der kleinsten Quadrate	
	Parameter	β / α^2_h	Parameter	β / α^2_h	Parameter	β / α^2_h
Frechet (min)	-	-	v = 0,59857 k = 2,02294 ω = 0,60776 K = 0,1437 μ = 0,59164 δ = 0,08456	5,054 / 1,2 %	v = 0,59882 k = 5,86544 ω = 0,6633 K=0,00704 μ = 0,59027 δ = 0,01880	3,856 / 98 %
Gumbel (min)	u = 0,59808 α = 83,9028 K = 0,00391 μ = 0,59120 δ = 0,01529	4,972 / 4,0 %	u = 0,59702 α = 126,919 K = 0,00384 μ = 0,59248 δ = 0,01010	5,019 / 1,2 %	u = 0,59912 α = 69,2528 K = 0,00124 μ = 0,59079 δ = 0,01852	4,927 / 9,0 %
Normal	μ = 0,59120 δ = 0,0152861 K = 0,00014	4,954 / 2,6 %	μ = 0,59120 δ = 0,01513 K = 0,00013	4,956 / 2,6 %	μ = 0,59120 δ = 0,01978 K = 0,00052	4,912 / 4,4 %

In Tabelle 4.20 bedeuten:

K = Ergebnis des Kolmogoroff-Smirnov-Anpassungstests
β = Zuverlässigkeitsindex bezogen auf 50 Jahre
α_h = Sensitivitätsfaktor für die Querschnittshöhe h
u, α = Parameter der Gumbel(min) Verteilung
v, k, ω = Parameter der Frechet(min) Verteilung
μ, δ = Parameter der Normalverteilung mit μ = Mittelwert und δ = Standardabweichung

Die Bilder 4.38 sowie 4.39 zeigen die Häufigkeitsverteilung für die Frechet(min)-Verteilung, für die Gumbel(min)-Verteilung und für die Normalverteilung mit den jeweiligen geschätzten Parametern.

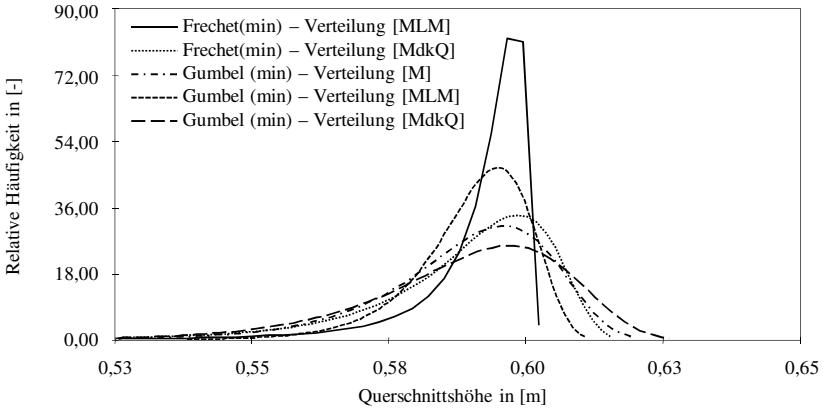


Bild 4.38: Verteilungsdichtefunktionen für die Frechet(min) und die Gumbel(min) gemäß den Angaben in Tabelle 4.20 (MLM = Methode der kleinsten Quadrate, M = Momentenmethode, MLM = Maximum Likelihood Methode)

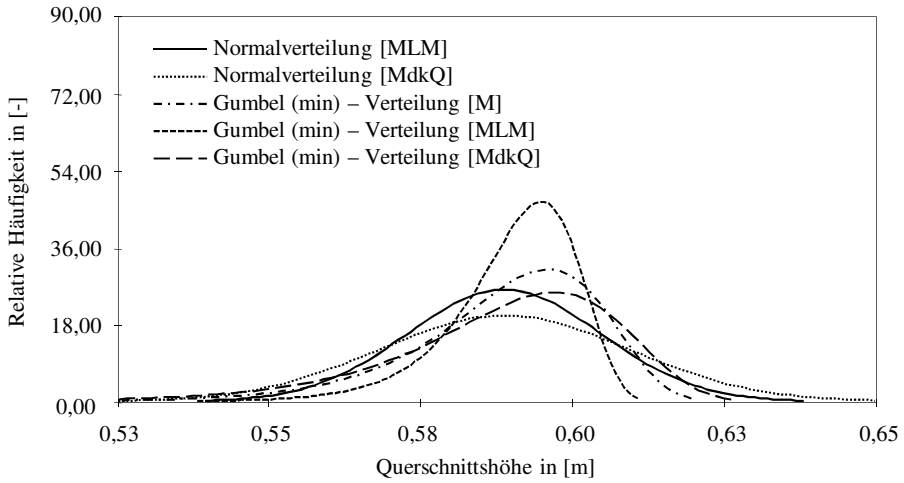


Bild 4.39: Verteilungsdichtefunktionen für die Gumbel(min) und für die Normalverteilungen gemäß den Angaben in Tabelle 4.20

Aus der Tabelle 4.20 und den Bildern Nr. 4.38 und 4.39 können nun mehrere Erkenntnisse erzielt werden. Die Grundlagen der einzelnen Schätzverfahren sowie die des Kolmogoroff-Smirnov-Tests können Abschnitt 3.2.4 entnommen werden.

- Die Frechet(min) Verteilung stellt die beste Anpassung an die Stichproben aus Bild Nr. 4.34 und generell bei starken örtlichen Abplatzungen dar. Die Bestimmung der Parameter hängt sehr stark vom gewählten Schätzverfahren ab. Die Maximum-Likelihood-Methode liefert sehr gute Ergebnisse. Die Methode der kleinsten Quadrate liefert dagegen abweichende Ergebnisse. Dies wird auch durch das Ergebnis des Kolmogoroff-Smirnov-Anpassungstests deutlich. Für die Gumbel(min) Verteilung stellt die Momentenmethode das genaueste Schätzverfahren dar. Die Gumbel(min) eignet sich für die Modellierung der Stichproben. Die Normalverteilung kann gemäß den Ergebnissen aus den Anpassungstests nur mit Einschränkungen für die Modellierung herangezogen werden.
- Die größten Zuverlässigkeiten für den Grenzzustand Biegezugversagen berechneten sich bei der Wahl einer Frechet(min) Verteilung für die Querschnittshöhe. Dies ist darauf zurückzuführen, dass diese Verteilung die große Anzahl der Stichproben um den Nennwert der Querschnittshöhe besser berücksichtigt als die anderen beiden Verteilungen. Das Bild Nr. 4.37 drückt dies deutlich aus. Allerdings weichen die erhaltenen Zuverlässigkeiten bei Wahl einer Gumbel(min) Verteilung oder einer Normalverteilung nur sehr geringfügig von denen bei Verwendung einer Frechet(min) Verteilung ab.
- Die berechneten Zuverlässigkeiten im Grenzzustand Biegezugversagen sind sehr sensibel bzgl. der Wahl der Parameter bei der Frechet(min) Verteilung. Weitere Parameterstudien ergaben, dass nur geringfügige Abweichungen schon einen hohen Einfluss auf die Zuverlässigkeit haben. Diese zeigt auch die Sensitivitätsanalyse für die Querschnittshöhe, dessen Anteil von 1,2 % auf 98 % ansteigen kann. Die Änderung der Parameter der Gumbel(min) Verteilung und der Normalverteilung hat dagegen geringfügige Auswirkungen auf den Zuverlässigkeitsindex β.
- Die Wahl einer Frechet(min) Verteilung setzt voraus, dass die Stichprobe der Abplatzungen qualitativ hochwertig ist, sodass die Parameter der Verteilung richtig geschätzt werden können. Kleinste Abweichungen haben einen großen Einfluss auf die Zuverlässigkeitsberechnung. Im Rahmen der visuellen Prüfung ist eine solche Modellierung nicht vorteilhaft, da die Unsicherheiten aus der richtigen Beurteilung der Abplatzungen zu hoch sind.

Für die stochastische Modellierung von Abplatzungen an einem Stahlbetonquerschnitt sind die Gumbel(min) Verteilung sowie die Normalverteilung geeignet. Wie bereits erwähnt, ist im geplanten

Verfahren zu beachten, dass durch die visuelle Prüfung Unsicherheiten bei der Bewertung und Einordnung der Abplatzung in die entsprechende Schadenskategorie auftreten. Es ist deshalb erforderlich den Einfluss solcher Unsicherheiten, rechnerisch durch die Größe der Standardabweichung oder des Variationskoeffizienten ausgedrückt, für die Zuverlässigkeitsberechnungen zu untersuchen.

Die nachfolgenden Bilder zeigen den Einfluss des Variationskoeffizienten bei einer Gumbel(min) Verteilung und einer Normalverteilung bei der Modellierung der Querschnittshöhe *h*. Im Rahmen der Normierung der Grenzzustandsfunktionen in Abschnitt 7 wurde anstelle der Querschnittshöhe *h* die statische Höhe *d*, d. h. der Abstand der Bewehrung vom gegenüberliegenden Querschnittsrand, eingeführt. Die nachfolgenden Untersuchungen wurden mit der statischen Nutzhöhe *d* gemäß der Grenzzustandsfunktion Gleichung (7.7) geführt.

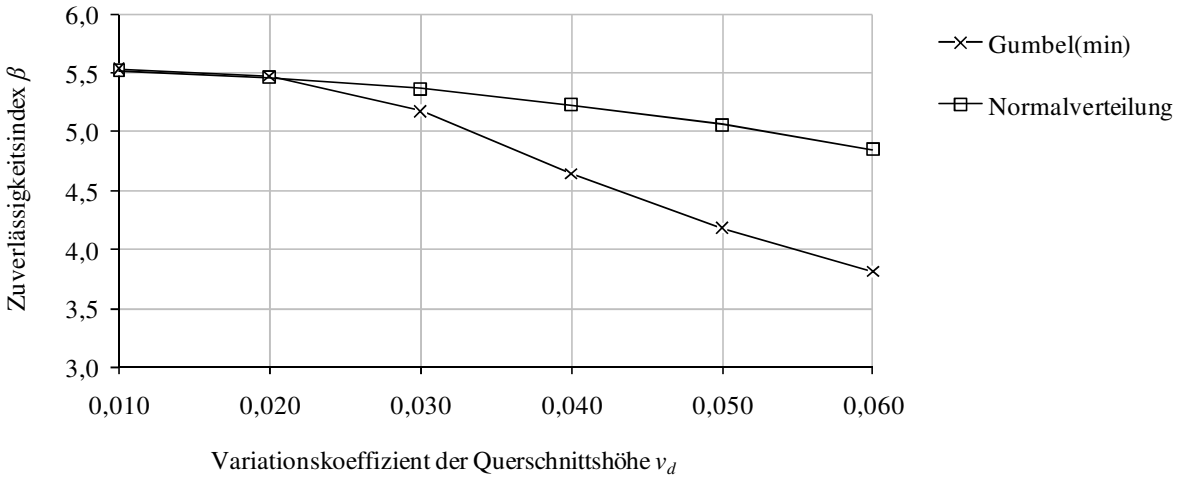


Bild 4.40: Zuverlässigkeitsindex β in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten v_d für die statische Höhe *d* für den Versagenszustand Biegezugversagen für bei Modellierung der statischen Höhe d mit einer Normalverteilung und mit einer Gumbel(min) Verteilung gemäß Gleichung (7.7) mit $\mu_M = 0{,}07$, $D_M = 0{,}15$, $\rho_G = 0{,}6$

Der Einfluss der unterschiedlichen Verteilungsfunktionen für die statische Höhe *d* wirkt sich erst ab einem Variationskoeffizienten von 2,5 % wesentlich aus. Bei hohen Variationskoeffizienten wird die Gumbel(Min) Verteilung sehr flach, siehe auch Bild Nr. 4.39. Im Gegensatz zur Normalverteilung weisen jedoch die „Schwänze“ der Gumbelverteilung im Bereich der Extremwerte noch eine sehr hohe Datenmenge bzw. ein hohes Volumen auf, die für die Reduktion des Zuverlässigkeitsindex β verantwortlich sind. Wie zu erwarten, steigt auch der Einfluss der statischen Höhe *d* mit zunehmenden Variationskoeffizienten an. Wie die Sensitivitätsanalyse in Tabelle Nr. 4.21 zeigt, steigt der Einfluss im Fall einer Gumbelverteilung und einem Variationskoeffizienten von 6 % bis auf 87 % an.
Die starke Reduktion des Zuverlässigkeitsindex β bei Verwendung einer Gumbel(min) verteilten statischen Höhe *d* wurde mit deterministischen Berechnungsverfahren geprüft. Es zeigt sich hierbei, dass diese schnelle Reduktion nicht realitätsnah ist. Die Ergebnisse auf der Grundlage einer Normalverteilung konnten dagegen im Wesentlichen qualitativ bestätigt werden.

Tabelle 4.21 Sensitivitätsfaktoren der Basisvariablen für den Grenzzustand Biegezugversagen bei unterschiedlichen Verteilungsfunktionen für die Querschnittshöhe d für die Variationskoeffizienten der Querschnittshöhe v_d = 1 % und v_d = 6 %

Verteilung	v_{As}	β	α^2_{UR}	α^2_b	α^2_d	α^2_{fy}	α^2_{fc}	α^2_{Us}	α^2_{Mg1}	α^2_{Mg2}	α^2_{Mq}
Normal-verteilung	1 %	5,461	0,27	002	0,03	0,17	<0,01	0,28	0,06	0,02	0,15
	6 %	4,849	0,22	0,01	0,28	0,13	<0,01	0,22	0,05	0,01	0,07
Gumbel (min)	1 %	5,470	0,27	0,02	0,06	0,17	<0,01	0,27	0,06	0,02	0,14
	6 %	3,813	0,04	<0,01	0,87	0,02	<0,01	0,04	0,01	<0,01	0,01

Es zeigt sich, dass örtliche Abplatzungen trotz auftretender Extremwerte realitätsnah mit einer Normalverteilung modelliert werden können.

Wie bereits zu Beginn dieses Abschnitts erwähnt, erfolgt die Beurteilung von Abplatzungen in 2 Kategorien. Die Untersuchungen an den Brückenbauwerken haben gezeigt, dass zwischen Abplatzungen und einer Zerbröselung des Betons infolge starker Schädigung aus Frost-Tausalzwechsel und einer Abplatzung infolge Bewehrungskorrosion zu unterscheiden ist. Die beiden Merkmale unterscheiden sich im Wesentlichen in der Abweichung vom Nennwert. So ist davon auszugehen, dass eine starke Schädigung infolge Frost-Tausalzwechsel eine Abweichung vom Nennwert in der Größe von 2 bis 4 cm hervorrufen kann. Bei einer Abplatzung infolge Bewehrungskorrosion wird die Betondeckung abgesprengt, was eine Querschnittsreduktion von 4 cm bis 6 cm zur Folge haben kann. Die nachfolgenden Bilder Nr. 4.41 und Nr. 4.42 zeigen die beiden Kategorien.

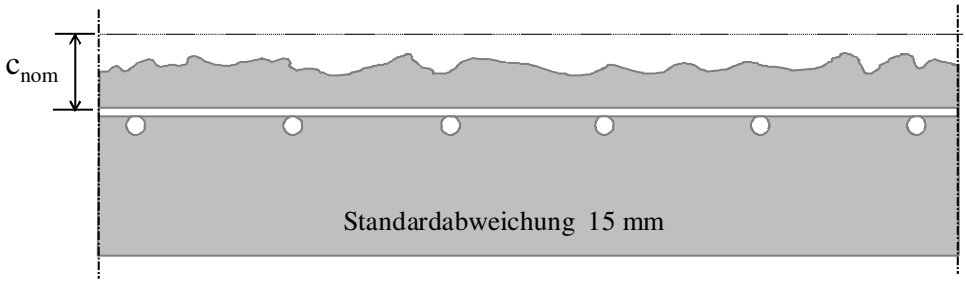


Bild 4.41: Abplatzungen mit einer Standardabweichung von 15 mm und einer Abweichung vom Nennwert der Querschnittshöhe von 2 bis 4 cm – *ausgeprägte* Abplatzungen

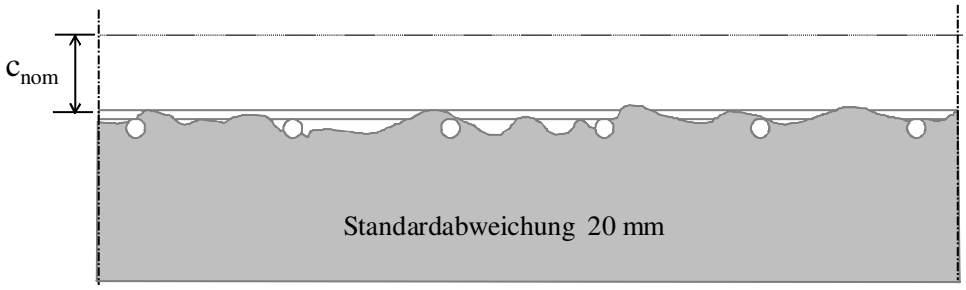


Bild 4.42: Abplatzungen mit einer Standardabweichung von 20 mm und einer Abweichung vom Nennwert der Querschnittshöhe von 4 cm bis 6 cm – *starke* Abplatzungen

Die beiden Schadensbilder treten nur bei sehr stark geschädigten Brücken auf.

Für die stochastische Modellierung von Abplatzungen an einem Stahlbetonquerschnitt wird folgende Vorgehensweise vorgeschlagen:

- Die messbare Querschnittsreduktion infolge Abplatzung wird mit dem tatsächlichen Wert, d. h. durch die Reduktion des Nennwertes/Mittelwertes, im Rahmen der probabilistischen Berechnung berücksichtigt.
- Lokale Abplatzungen innerhalb eines Stahlbetonquerschnitts können mit einer Normalverteilung modelliert werden.
- Ausgeprägte und starke Abplatzungen können mit einer Normalverteilung und mit einer Standardabweichung von 15 mm bzw. 20 mm modelliert werden.
- Vereinzelte und geringfügige Abplatzungen können mit einer Normalverteilung und mit einer Standardabweichung gemäß Gleichung (4.32) und (4.33) modelliert werden.

Zur stochastischen Modellierung der Betondeckung c und der statischen Nutzhöhe d

Im Rahmen des in dieser Arbeit betrachteten Grenzzustandes der Tragfähigkeit für geschädigte Bauteile wird eine reduzierte Betondeckung, wie im Abschnitt zuvor beschrieben, durch eine angepasste Querschnittshöhe und statische Nutzhöhe d berücksichtigt. Bei ungeschädigten Stahlbetonquerschnitten spielt die Modellierung der Betondeckung dagegen eine entscheidende Rolle. Die Betondeckung c und damit auch die statische Nutzhöhe d unterliegen herstellungsbedingt immer bestimmten Streuungen und sind im Rahmen einer probabilistischen Berechnung nicht als konstante Werte, sondern als stochastische Variablen zu betrachten. Im Rahmen von Bauteiluntersuchungen wurden die auftretenden Standardabweichungen für die Betondeckung bereits früh, d. h. in den 70er Jahren, untersucht. Es ergaben sich dabei sehr unterschiedliche Ergebnisse. MAAß & RACKWITZ [130] berichten von 7,4 mm bis 11,6 mm. DILLMANN [47] hat Standardabweichungen von 6,0 mm bis 14 mm festgestellt und gibt als Standardabweichung der Grundgesamtheit 8,8 mm an. FRANKE et al. [74] geben Standardabweichungen zwischen 6,0 mm und 6,8 mm an. Es wird jedoch jeweils darauf hingewiesen, dass bzgl. der Ausführungsqualität Unterscheidungen zu treffen sind.

Im JCSS [105] wird bei der Modellierung der Betondeckung nach Art des Bauteils sowie Lage (oben bzw. unten) der Bewehrung im Bauteil unterschieden. Die statistischen Kenngrößen für den Mittelwert μ_c und für die Standardabweichung δ_c werden vereinfacht wie folgt angegeben:

obere Bewehrung:	$\mu_c = c_{nom} + 10$ mm	$5 \text{ mm} \leq \delta_c \leq 10$ mm	normalverteilt
untere Bewehrung:	$\mu_c = c_{nom} \pm 20$ mm	$\delta_c = 5$ mm	normalverteilt

Weitere Unterscheidungen für Bauteilgruppen wie z. B. Stützen, Wände etc. können JCSS [105] entnommen werden. HOSSER [97] und POTTHARST [170] setzen konstante Standardabweichungen der Betondeckung voraus und schlagen daher einen Variationskoeffizienten von $v_x = 20$ % vor.

GEHLEN [79] weist darauf hin, dass eine Normalverteilung die Wahrscheinlichkeit negativer Betondeckungen impliziert. Dies führt vor allem bei kleinen Betondeckungen zu einer realitätsfremden Beschreibung. Mit einer Beta-Verteilung kann dagegen statistisch ausgeschlossen werden, dass Betondeckungsmaße negative Werte annehmen.

Für die Modellierung der Betondeckung schlägt GEHLEN [79] folgende Vorgehensweise vor:

- Bauteile ohne besondere Ausführungsanforderungen:
  Beta-Verteilung mit $\mu_c = c_{nom}$; $\delta_c = 10$ mm, $a = 0$ mm; $b = 5 \cdot c_{nom} \leq d$; d = Bauteildicke in mm
- Bauteile mit normalen Ausführungsanforderungen nach DBV – MERKBLATT [45]:
  Beta-Verteilung mit $\mu_c = c_{nom}$; $\delta_c = 8$ mm, $a = 0$ mm; $b = 5 \cdot c_{nom} \leq d$; d = Bauteildicke in mm
- Bauteile mit besonderen Ausführungsanforderungen nach DBV – MERKBLATT [45]:
  Beta-Verteilung mit $\mu_c = c_{nom}$; $\delta_c = 6$ mm, $a = 0$ mm; $b = 5 \cdot c_{nom} \leq d$; d = Bauteildicke in mm

Für die Modellierung der Betondeckung *c* und der statischen Nutzhöhe *d* im Brückenbau, wo erfahrungsgemäß aufgrund der intensiveren Bauüberwachung eine höhere Ausführungsqualität als bei standardmäßigen Hochbauten zu erwarten ist, wurden Untersuchungen von SOBRINO [202] durchgeführt. Die Tabelle 4.22 fasst die Ergebnisse zusammen.

Tabelle 4.22 Toleranzen der Betondeckung *c* und der statischen Nutzhöhe *d* im Brückenbau gemäß SOBRINO [202] (entnommen aus WISNIEWSKI [228])

Parameter	Nennwert [mm]	Abweichung vom Nennwert [mm]	Standardabweichung [mm]
Betondeckung c	H ≤ 200	5-10 (15)[a]	10 -12 (10-15)[a]
	H ≥ 200	5-30 (50-70)[a]	7-10 (10-15)[a]
Statische Nutzhöhe d	D ≤ 200	2,5	6 (12)[a]
	D ≥ 200	-7 – (+10)	6 (12)[a]

a) niedrige Ausführungsqualität
Werte ohne Klammer: normale Ausführungsqualität

Im Rahmen der Entwicklung des baupraktischen Näherungsverfahrens in Kapitel 7 wird die statische Nutzhöhe *d* als maßgebende Eingangsgröße definiert. An einem Stahlbetonquerschnitt mit Längs- und Querbewehrung berechnet sich die statische Nutzhöhe wie folgt:

$$d = h - c - d_{B\ddot{u}} - 0{,}5 \cdot d_{St} \tag{4.34}$$

mit:
d = statische Nutzhöhe
c = Betondeckung
h = Querschnittshöhe
$d_{Bü}$ = Durchmesser der Querbewehrung
d_{St} = Durchmesser der Längsbewehrung (Tragbewehrung)

Werden die Durchmesser der Querbewehrung und der Längsbewehrung als konstant betrachtet, so kann die statische Nutzhöhe als Funktion der Zufallsvariablen Querschnittshöhe *h* und Betondeckung *c* aufgefasst werden. Sind die beiden Größen stochastisch unabhängig, so kann folgender formeller Zusammenhang aufgestellt werden:

$$\delta_d = \sqrt{\delta_h^2 + \delta_c^2} \tag{4.35}$$

mit:
δ_d = Standardabweichung der statischen Nutzhöhe
δ_h = Standardabweichung der Querschnittshöhe
δ_c = Standardabweichung der Betondeckung

Die nachfolgende Tabelle Nr. 4.23 fasst die wesentlichen Untersuchungen bzgl. des Toleranzbereiches und der Standardabweichung der statischen Nutzhöhe *d* zusammen.

Tabelle 4.23 Modelle für die stochastische Modellierung der statischen Nutzhöhe *d*

Quelle	Statische Nutzhöhe d [mm]	Toleranzbereich t [mm]	Standardabweichung [mm]
ÖSTLUND [165]	d ≤ 200	± 0,10	-
	100 < d ≤ 200	± (5 + 0,05 · d)	-
	d > 500	± 30	-
MODEL CODE 90 [37]	d ≤ 1000	± 10	-
	1000 < d ≤ 2000	± 0,01 · d	-
	d > 2000	± 20	-
MIRZA & MACGREGOR [141]	-	-	15,9 (Stahlbetonplatten obere und untere Bewehrung)
	-	-	17,5 (Ortbetonbalken obere Bewehrung)
	-	-	12,7 (Ortbetonbalken untere Bewehrung)
JOHNSON [103]	110 ≤ d ≤ 180	-	8,0 – 17,0 (Deckenplatten)

In MODEL CODE 1990 [37] sowie in ÖSTLUND [165] wird die Abweichung um den Nennwert wie folgt angegeben:

$$d = d_N \pm t \tag{4.36}$$

mit:

d = tatsächliche statische Nutzhöhe

d_N = Nennwert der statischen Nutzhöhe

t = Toleranzbereich

Bei Schädigungen infolge Abplatzungen ist die statische Nutzhöhe und damit die Querschnittshöhe entsprechend anzupassen. Im Abschnitt 4.4.5 werden solche Modelle vorgeschlagen.

5. Modellierung der Einwirkungen

5.1 Ständige Einwirkungen

5.1.1 Eigengewicht

Die schwerkraftbedingten Eigenlasten eines Tragwerks entstehen bei dessen Errichtung und bleiben dann über die ganze Lebenszeit im Wesentlichen konstant. Treten Veränderungen auf, so beeinträchtigt dies, wie im vorherigen Abschnitt gezeigt, stets auch den Tragwerkswiderstand. Die Eigenlasten der nicht tragenden Bauteile, wie z. B. die Ausbaulasten, können Veränderungen unterworfen werden. Auf diese wird in Abschnitt 5.1.2 näher eingegangen. Grundsätzlich ist davon auszugehen, dass Eigenlasten in der Regel wenig streuen. Im Falle von Stahlbetonbauteilen entstehen die Abweichungen durch die Streuung des spezifischen Gewichts des Betons sowie durch die Streuungen in den Abmessungen, d. h. der Bautoleranzen. Letztere wurden bereits in Abschnitt 4.4.5 betrachtet. Diese beiden Unsicherheiten werden auch als physikalische und statistische Unsicherheiten bezeichnet. RACKWITZ [175] gibt als Variationskoeffizient für die Wichte von Beton und Stahlbeton 4 % für Betone mit niedriger Druckfestigkeit (≤ 20 MPa) und 3 % für Betone mit höherer Festigkeit (> 40 MPa) an. Diese Streuungen wurden auch in den Probabilistic Model Code aufgenommen JCSS [105]. Als Verteilungsfunktion ist eine Normalverteilung zugrunde zu legen. Die Tabelle 5.1 zeigt die im JCSS vorgeschlagenen Modelle für Beton und Stahl.

Tabelle 5.1 Stochastische Modellierung der Dichte von Beton und Stahl gemäß JCSS [105]

Material	Mittelwert [kN/m³]	Variationskoeffizient
Stahl	77	< 0,01
Normalbeton	24	0,04
Hochfester Beton	24 - 26	0,03

Bei Stahlbeton sind die Mittelwerte um 1 kN/m³ zu erhöhen. Für trockenen Beton ohne Bewehrung kann der Mittelwert um 1 kN/m³ vermindert werden. Die Tabelle Nr. 5.2 zeigt die Ergebnisse von Untersuchungen für die stochastische Modellierung des Eigengewichts an fertiggestellten Stahlbetonbauteilen. In den nachfolgend aufgeführten Modellen sind damit die physikalischen und statistischen Unsicherheiten bereits enthalten. Es konnte festgestellt werden, dass im Betonbau die Tendenz zu leichten Übertoleranzen gegeben ist. SCHNEIDER [196] führte dies auf das Ausbauchen der Schalung zurück. Für alle Modelle ist eine Normalverteilung zugrunde zu legen.

Tabelle 5.2 Zusammenfassung der Modelle für die stochastische Modellierung des Eigengewichts von Stahlbetonbauteilen

Quelle	Bauteil	Mittelwert / Nennwert (=Bias)	Variationskoeffizient
NOWAK & SZERSZEN [157]	Ortbeton	1,05	0,1
	Fertigteil	1,03	0,08
MELCHERS [136]	-	1,00	0,05 – 0,10
VEJDIRECTORAETET [222]	-	1,00	0,05

Im Zuge der Berechnung der Schnittgrößen infolge Eigengewichts auf der Grundlage des statischen Systems des Bauwerks sind zusätzlich Modellunsicherheiten für die Berücksichtigung der Unsicherheiten im Rechenmodell zu berücksichtigen. Diese werden in Kapitel 6.2.1 behandelt.

5.1.2 Ausbaulasten

Im Brückenbau bezeichnen die Ausbaulasten die Einwirkungen infolge Asphalt, Kappen, Geländer etc. Im Gegensatz zum Eigengewicht der Konstruktion bleiben die Ausbaulasten während der Lebenszeit nicht konstant. Diese Bauteile unterliegen sehr starken mechanischen sowie äußeren Beanspruchungen und müssen im Falle der Kappen oder des Asphalts meist nach 25 – 30 Jahren erneuert werden. Im Zuge einer solchen Erneuerung ändert sich in den meisten Fällen auch das Eigengewicht. So ist es durchaus möglich, dass die Dicke des Fahrbahnbelages größer wird oder dass bei einer Erneuerung der Kappen zusätzlich Lärmschutzwände angebracht werden. Eine statische Nachrechnung der Brücke erfolgt meist nur bei wesentlichen Veränderungen der Lasten. Stochastische Modelle für die Ausbaulasten die die genannten Erneuerungsprozesse berücksichtigen sind dem Verfasser nicht bekannt. Grundsätzlich werden Ausbaulasten wie Eigenlasten behandelt und mit einer Normalverteilung und nicht mit einer Extremwertverteilung modelliert.
Lediglich für die Modellierung des Asphalts wird in NOWAK & SZERSZEN [157] ein Variationskoeffizient von 25 % angegeben. In VEJDIRECTORATET [222] wird generell für die Modellierung von Ausbaulasten ein Variationskoeffizient von 10 % empfohlen.

5.2 Veränderliche Einwirkungen

5.2.1 Allgemeines

Veränderliche Einwirkungen sind im Allgemeinen zufällige Funktionen des Ortes und der Zeit. Die räumliche Veränderlichkeit wird üblicherweise in Form geometrischer Lastmodelle z. B. durch eine gleichförmig verteilte äquivalente Last, erfasst. Manche zeitlich veränderliche Lasten können vereinfacht durch eine Funktion von rechteckigen Lastpulsen konstanter Zeitdauer t mit zufälligen Lasthöhen dargestellt werden. Es kann vorausgesetzt werden, dass die Folge der Lastwerte stochastisch unabhängig ist, wenn die Zeitintervalle t genügend lang sind, sodass die Korrelationsfunktion des Lastprozesses stochastisch unabhängig ist. Auf die Grundlagen der Modellierung solcher stochastischer Prozesse wird auf SPAETHE [203] und RACKWITZ [178] verwiesen. Werden mehrere veränderliche Lasten kombiniert, so können diese gemäß der Regel nach TURKSTRA [218] kombiniert werden. Es wird dabei zwischen dominanten und nicht dominanten, d. h. zwischen Leit- und Begleiteinwirkung, unterschieden.
Bei der Beurteilung von Straßenbrücken ist in den meisten Fällen der Straßenverkehr die maßgebende veränderliche Einwirkung SCHNEIDER [197], BRAML & KEUSER [24]. Im Rahmen des in dieser Arbeit entwickelten Modells für die Beurteilung von Straßenbrücken wird der Grenzzustand der Tragfähigkeit berücksichtigt. Es wird dabei davon ausgegangen, dass Einwirkungen infolge Zwang aus Temperatur, Stützensenkung etc. an statisch unbestimmten Systemen infolge des Übergangs in den Zustand II des Stahlbetonbauwerks bereits abgebaut sind. Nachfolgend wird daher insbesondere auf die probabilistische Modellierung von Straßenverkehrslasten eingegangen.

5.2.2 Verkehrslasten

Die Verkehrsbelastung ist ein stochastischer Prozess. Je nach betrachtetem Grenzzustand des Brückenbauwerks ist ein anderer Aspekt der Verkehrsbelastung von Bedeutung. Für den Grenzzustand der Ermüdung ist z. B. das gesamte Spektrum der Verkehrsbelastung infolge Schwerverkehrs relevant. Für den in dieser Arbeit betrachteten Grenzzustand der Tragfähigkeit sind insbesondere die extremalen Einwirkungen maßgebend.
Da für die im Rahmen dieser Arbeit angesprochenen geschädigten Stahlbetonbrücken mit kleinen bis mittleren Stützweiten, die eher im kommunalen Bereich an untergeordneten Straßen angetroffen werden, in den meisten Fällen keine eigenen Verkehrszählungen durchgeführt werden, erfolgt die Bestimmung der Verkehrslasten für die probabilistischen Berechnungen auf der Grundlage des einschlägigen Regelwerks für die Belastungsannahmen von Brückenbauwerken, z. B. DIN FACHBERICHT 101 [56]. Für die probabilistische Berechnung wird daher von den charakteristischen Werten in den Normen auf die

Mittelwerte geschlossen. Zudem müssen die Verteilungsfunktion und der Variationskoeffizient bekannt sein. Auf die Herleitung dieser Größen wird nachfolgend der Schwerpunkt gesetzt. Die Vorteile einer durch Messung am Bauwerk ermittelten Verkehrslast und –verteilung können dann vorerst nicht in die probabilistische Berechnung eingehen. Die Verkehrslastmessungen an Brückenbauwerken beruhen meist auf Weigh-in-Motion (Messungen) bei denen es möglich ist, die Achslasten und Gesamtgewichte der die Messeinrichtungen passierenden Fahrzeuge zu messen und auszuwerten. EICHINGER [62] und ENEVOLDSEN [66] berichten über solche Verkehrslastmessungen und zeigen deutlich die Vorteile bei der Bewertung von bestehenden Brücken, da ein brückenspezifisches Verkehrslastmodell generiert wird, welches von den Angaben in den Normen vor allem bei Brücken im Zuge von untergeordneten Straßen deutlich abweichen kann. In LUBASCH [127] wurde ein durchgängiger Ansatz zur Identifikation statischer Verkehrslasten auf der Basis gemessener Querschnittsdehnungen von Brückenüberbauten, der sogenannte IIM (Identification-in-Motion) Algorithmus, entwickelt. Für die Messung der Dehnung werden herkömmliche Dehnungsmessstreifen oder Wegaufnehmer eingesetzt. Anhand von numerischen Untersuchungen wurden die Tragwerksreaktionen festgestellt und darauf auf die einwirkenden Lasten geschlossen.
Die tatsächlichen Straßenverkehrslasten und die ihnen zugeordneten Beanspruchungen sind außerordentlich komplex. In der Anwendung, d. h. für eine Umsetzung in Anwendungsnormen, sind mehr oder weniger vereinfachte Modelle zu entwickeln. Gemäß GEIßLER [80] kann auf der Basis von Verkehrsmessungen und der Interpretation von Messdaten für die Beschreibung der Straßenverkehrsbelastung die im nachfolgenden Bild Nr. 5.1 dargestellte Kategorisierung vorgenommen werden.

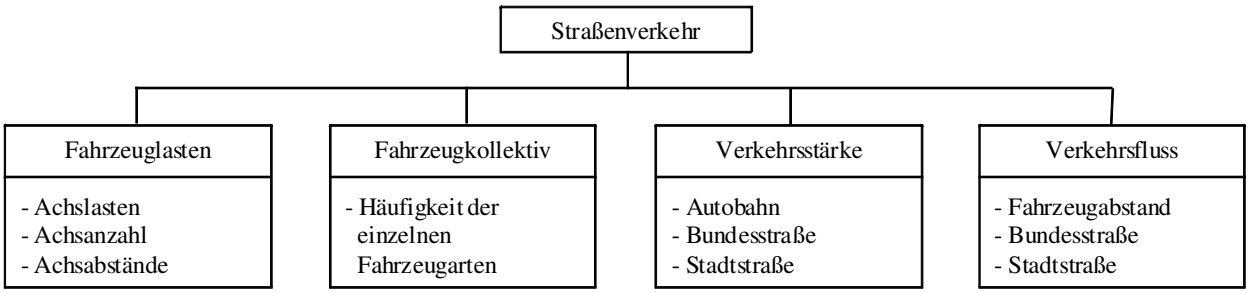


Bild 5.1: Kategorisierung des Straßenverkehrs gemäß GEIßLER [80]

Aus den Ergebnissen von Messungen des Straßenverkehrs können bei Berücksichtigung von Zuschlägen für die Fahrzeug- und Verkehrsentwicklung und für Schwerlasttransporte mit Sondergenehmigung Einheits-Achslastkollektive abgeleitet werden. Diese Einheits-Achslastkollektive sind wichtige Ausgangsdaten für grundlegende zuverlässigkeitstheoretische Untersuchungen an Straßenbrücken, wie sie zum Beispiel bei der Normenbearbeitung durchgeführt werden. Eine umfangreiche Darstellung der theoretischen Hintergründe für die Entwicklung und Ableitung eines äquivalenten Lastbildes für die Anwendung in Normen kann RACKWITZ [178] entnommen werden.
Bei der Planung von Brücken in Europa sind die Verkehrslasten gemäß EUROCODE 1 [67] zusammen mit den jeweiligen nationalen Anhängen oder eigenen Vorschriften, z. B. in Deutschland DIN FACHBERICHT 101 [56], zu wählen. In MERZENICH & SEDLACEK [137] sind die Hintergründe der Verkehrslastmodelle aufgeführt, auf die im nachfolgenden näher eingegangen wird. Die einzelnen Lastmodelle werden allerdings nicht im Detail vorgestellt, sie können den zuvor genannten Vorschriften entnommen werden. Die Lastmodelle wurden aus den bei Auxerre, Frankreich, durchgeführten Verkehrsmessungen entwickelt, da die vorgefundene Verkehrszusammensetzung an diesem Ort sehr gut dem europäischen Verkehr mit einem hohen LKW – Anteil von 32 % in der Fahrspur 1 entspricht und zudem diese Daten des vierstreifigen Autobahnquerschnittes über einen langen Meßzeitraum vollständig dokumentiert sind. Bei dem für den Grenzzustand der Tragfähigkeit meist maßgebenden Lastmodell 1 (LM 1) gemäß

Eurocode 1 [67] mit den Anpassungsfaktoren α_Q = 1,0 für die Doppelachse und α_q = 1,0 für die gleichmäßige verteilte Belastung handelt es sich um ein Modell mit einer Wiederkehrperiode von 1-mal in 1000 Jahren. Dies entspricht einem 99,9 % Fraktilwert. In MERZENICH & SEDLACEK [137] wurde für eine gewählte Zielzuverlässigkeit von β_{Ziel} = 6,0 (Bezugszeitraum 100 Jahre) ein erforderlicher Teilsicherheitsbeiwert von γ_Q = 1,35 für die Lasten des LM 1 gemäß Eurocode 1 für die Anwendung im semi-probabilistischen Sicherheitskonzept berechnet. Dieser γ-Wert stellt dann die 95 % - Fraktile aller berechneten Werte γ – Werte dar. Der Teilsicherheitsbeiwert hängt sehr stark von Brückenlänge und Brückenbreite ab. Dies konnte auch in den eigenen Untersuchungen in Kapitel 4 festgestellt werden, dass das Sicherheitsniveau eines Bauwerks sehr stark vom Verhältnis der Beanspruchung infolge Eigengewicht und infolge Verkehrslasten abhängt.
In Deutschland wurde der 99,9 %-Quantilwert für die Verkehrslasten als zu konservativ betrachtet, sodass im Rahmen des Nationalen Anwendungsdokumentes, DIN FACHBERICHT 101 [56], die Anpassungsfaktoren modifiziert wurden. Der Anpassungsfaktor für die Doppelachsen in Fahrspur 1 und 2 wurden mit α_Q = 0,8 anstelle von α_Q = 1,0 gewählt. Zudem wurde der Ansatz einer Tandemlast auf dem Fahrstreifen 3 vollständig gestrichen. Durch diese Modifikationen wird nun den Verkehrslasten in etwa ein 98 % - Quantilwert, d. h. eine Wiederkehrperiode von 1-mal in 50 Jahren, unterstellt. Um die Konsistenz mit dem semi–probabilistischen Sicherheitskonzept für Verkehrslasten im Hochbau herzustellen, wurde der Teilsicherheitsbeiwert im DIN–Fachbericht 101 anstelle der in [137] berechneten γ_Q = 1,35 mit γ_Q = 1,50 gewählt. Ein genauer und vollständiger Nachvollzug des nunmehr im DIN–Fachbericht 101 tatsächlich zugrunde gelegten Quantilwertes für die Auftretenswahrscheinlichkeiten der angegebenen charakteristischen Lasten des Lastmodells LM 1 ist nach der erneuten Modifikation der Teilsicherheitsbeiwerte nicht mehr gegeben.
Für die eigenen probabilistischen Berechnungen auf der Grundlage der charakteristischen Verkehrslasten in den Normenwerken wird davon ausgegangen, dass es sich um 98 % - Quantilwerte, Wiederkehrperiode 1-mal in 50 Jahren, handelt. Dieser Ansatz dürfte etwas auf der sicheren Seite liegen. Zudem kann davon ausgegangen werden dass im Rahmen einer probabilistischen Berechnung die Extremwerte der Verkehrslasten mit einer Extremwertverteilung vom Typ (I) Gumbel(max) modelliert werden können. Bei manchen Verkehrsmessungen, z. B. O´CONNOR [161] und EICHINGER [62], konnte auch eine gute Übereinstimmung der Messergebnisse mit einer Extremwertverteilung vom Typ (III) Weibull festgestellt werden. Im Gegensatz zur Gumbel Verteilung ist die Weibull-Verteilung nach oben begrenzt. Die Wahl des passenden Verteilungstyps hängt von der maßgebenden Beanspruchung sowie von der Spannweite der Brücke ab O´CONNOR [161]. In eigenen Untersuchungen konnte festgestellt werden, dass die Auswirkung einer Modellierung der Verkehrslasten mit einer Gumbel-Verteilung oder mit einer Weibull-Verteilung auf den Zuverlässigkeitsindex β bei Ansatz der charakteristischen Einwirkungen gemäß DIN Fachbericht 101 in vielen Fällen vernachlässigt werden kann.
Legt man den charakteristischen Verkehrslasten in DIN Fachbericht 101 eine Gumbel-Verteilung sowie einen 98 %-Quantilwerte bei einem Bezugszeitraum von 50 Jahren zugrunde, so kann der für die probabilistische Berechnung erforderliche Mittelwert μ_x aus dem Quantilwert gemäß Gleichung (5.4) berechnet werden. Die Grundlagen der Gumbelverteilung und die Berechnung von Mittelwert und Standardabweichung sind bereits in den Gleichungen (3.29) bis (3.34) aufgeführt.

Der Quantilwert X_q wird durch die inverse Verteilungsfunktion $F^{-1}(q)$ wie folgt dargestellt:

$$X_q = F^{-1}(q) = u - \frac{1}{a} \cdot \left(ln(-lnq)\right) \tag{5.1}$$

Mit u und a gemäß SPAETHE [203]:

$$u = \mu_x - \frac{0{,}557216}{a} \tag{5.2}$$

$$a = \frac{1{,}28255}{\sigma_i} \tag{5.3}$$

kann dann der Mittelwert μ_x der Gumbel-Verteilung aus dem charakteristischen Wert, d. h. dem Quantilwert, X_q wie folgt berechnet werden:

$$\mu_x = X_q + \frac{0{,}557216}{1{,}28255} \cdot \sigma_i + \frac{1}{1{,}28255} \cdot \sigma_i \cdot \left(ln(-lnq)\right) \tag{5.4}$$

mit:

σ_i = Standardabweichung der Gumbelverteilung, i = Bezugszeitraum in Jahren und $\sigma_{50} = \sigma_1 = \sigma$ (Standardabweichung ist unabhängig vom Bezugszeitraum)

q = q – Quantile, eingesetzt mit 0,98 bei 98 % - Quantile

Der Bezugszeitraum der Lastbeobachtungen (m Jahre) ist in der Regel kleiner als der Bezugszeitraum des Standsicherheitsnachweises oder der probabilistischen Berechnung (n Jahre). Für die zeitabhängige Einwirkung der Verkehrslasten, die mit einer Gumbel-Verteilung modelliert werden, gilt folgende Verteilungsfunktion im Bezugszeitraum mit der Bezugsgröße

$$k = \frac{n}{m} \tag{5.5}$$

gilt:

$$F_{Xn}(x) = exp\left(\left(-exp(-a \cdot (x - u_m) + lnk)\right)\right) \tag{5.6}$$

Die Gumbel-Verteilung im Bezugszeitraum (m Jahre) ergibt sich aus einer Gumbel–Verteilung im Beobachtungszeitraum (n Jahre) durch eine Verschiebung auf der x-Achse um den Betrag $(lnk)/a$. Der Mittelwert μ_x verschiebt sich ebenso gegenüber der Ausgangsverteilung. Die Standardabweichung σ_x ändert dagegen ihre Größe nicht. Der verschobene Mittelwert μ_{xn} wird wie folgt berechnet:

$$\mu_{Xn} = \mu_{Xm} + \frac{lnk}{a} = \mu_{Xm} + \sigma_X \cdot lnk \cdot \frac{\sqrt{6}}{\pi} \tag{5.7}$$

Es kann auch gezeigt werden, dass im Falle einer Gumbel-Verteilung der 98 %-Quantilwert für den Bezugszeitraum 1 Jahr näherungsweise dem Modalwert, d. h. also dem häufigsten Wert, für den Bezugszeitraum 50 Jahre entspricht GRÜNBERG [84]. Die Umrechnung von Versagenswahrscheinlichkeiten und Zielzuverlässigkeiten zwischen verschiedenen Bezugszeiträumen wurde in Gleichung (3.142) und (3.143) gezeigt.

Eigene Verkehrslastmessungen wurden im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt. Es musste daher für die Bestimmung des Variationskoeffizienten für Straßenverkehrslasten auf bestehende Verkehrslastmessungen zurückgegriffen werden. Insbesondere in ŽNIDARIČ & ŽNIDARIČ [231] konnten detaillierte Daten von Weigh-in-Motion Messungen an 8 Brückenbauwerken entnommen werden. Es handelt sich um Brückenbauwerke in Slowenien. Weiterhin konnten aus MERZENICH & SEDLACEK [137] die Messergebnisse des Auxerre–Verkehrs sowie aus BUSCHMEYER et al. [33] die Werte für die Brohltalbrücke, Rheinland-Pfalz, entnommen werden. In FRIEDRICH [75] wurden auf der Grundlage der

Messdaten aus der zuvor genannten Literatur umfangreiche Parameterstudien für die Bestimmung der Verteilungsfunktion und des Variationskoeffizienten des Verkehrs durchgeführt. Die Auswertung erfolgte für Lastzüge (trailers) und Sattelzugfahrzeuge (semi-trailers). Es zeigte sich, dass der Verkehr mit einer Gumbel-Verteilung gut modelliert werden kann. Der Variationskoeffizient variiert zwischen 8,9 % und 10,5 %. In ŽNIDARIČ & ŽNIDARIČ [231] wird ein Variationskoeffizient bei einem Bezugszeitraum von 50 Jahren von 12,7 % bis 16,8 % angegeben. MOSES & GHOSN [146] führten Messungen an Highway-Bridges in Amerika durch und geben für „single unit trucks“ einen Variationskoeffizienten in Höhe von 15 % und für „semi-trailer trucks“ in Höhe von 10 % an. STEWART & ROSOWSKY [207] geben einen Variationskoeffizienten von 10 % für Straßenverkehrslasten an.
Für die probabilistischen Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit werden die aus den Normenwerken entnommenen charakteristischen Straßenverkehrslasten mit einer Gumbel-Verteilung und mit einem Variationskoeffizienten von 15 % modelliert.

Um eine ggf. erforderliche Nutzungseinschränkung eines Bauwerks noch während oder nach einer Bauwerksprüfung kurzfristig umsetzen zu können, muss die zulässige Verkehrslast in Anlehnung an die DIN 1072 [49] mit entsprechenden Brückenklassen angegeben werden. Anschließend kann die Umsetzung mit den Schildern der Straßenverkehrsordnung STVO [213], auf denen das zulässige Gesamtgewicht der Fahrzeuge angegeben ist, erfolgen. Gemäß DIN 1072 entspricht die Brückenklasse 30/30 der DIN 1072 in etwa dem normalen Straßenverkehr gemäß StVO [213] ohne Sondertransporte. In PROSKE & LOOS [172] ist eine Skalierung der Lastmodelle des DIN-FACHBERICHTES 101 [56] für die Brückenklassen der DIN 1072 [49] angegeben. Tabelle 5.3 fasst die Werte zusammen.

Tabelle 5.3 Skalierung der Lastmodelle des DIN-FACHBERICHTES 101 [56] für die Brückenklassen der DIN 1072 [49] gemäß PROSKE & LOOS [172]

Brückenklasse	Qualität der Fahrbahn	Fahrspur 1		Fahrspur 2	
		α_{Q1}	α_{q1}	α_{Q2}	α_{q2}
3/3 gemäß DIN 1072	durchschnittlich	0,10*	0,22*	-	-
6/6 gemäß DIN 1072	durchschnittlich	0,20*	0,24*	-	-
9/9 gemäß DIN 1072	durchschnittlich	0,25*	0,26*	-	-
12/12 gemäß DIN 1072	gut	0,30	0,28	0,20	1,00
	durchschnittlich	0,30	0,30	0,25	1,00
16/16 gemäß DIN 1072	gut	0,35	0,30	0,35	1,00
	durchschnittlich	0,35	0,40	0,45	1,00
30/30 gemäß DIN 1072	gut	0,55	0,70	0,50	1,00
	durchschnittlich	0,60	0,70	0,80	1,00
Simulation Auxerre Verkehr	gut	1,00	0,90	1,00	1,00
LM 1, DIN Fachbericht 101	gut	0,80	1,00	0,80	1,00

*) erste Ergebnisse

In NOVÁK et al. [155] wurden Untersuchungen für die Anpassung von kommunalen Brücken an das Lastmodell gemäß DIN Fachbericht 101 durch die Wahl modifizierter Anpassungsfaktoren durchgeführt. Ein Bezug auf eine konkrete Brückenklasse wird aber nicht hergestellt. In der Schweiz wurden vor Kurzem Untersuchungen durchgeführt MEYSTRE & HIRT [138], um den tatsächlich vorhandenen Verkehr auf den Brücken mit den α–Faktoren der SIA 261 [200], diese entsprechen im Wesentlichen den Lastmodellen des DIN-Fachberichtes 101, in Bezug zu setzen. Aus dem durch Messung festgestellten tatsächlichen Verkehrsaufkommen wurde ein neues Lastmodell durch die Modifikation der Anpassungsfaktoren a_Q und a_q für die einzelnen Fahrspuren in Abhängigkeit des Brückenquerschnitts und der Stützweite entwickelt. Die Tabelle 5.4 zeigt die modifizierten Anpassungsfaktoren. Sie basieren auf Verkehrsmessungen im Jahre 2003 und gelten für den allgemein zugelassenen 40 Tonnen Verkehr in der Schweiz. Das gelegentliche Auftreten der neuerdings zugelassenen 44 Tonnen Lastkraftwagen ist

berücksichtigt, ebenso wie vereinzelte Überfahrten von 60 Tonnen Pneukranen. Sind bestehende Brückenbauwerke auf der Grundlage des tatsächlich auftretenden Verkehrs zu beurteilen, so kann dieses Lastmodell angewandt werden.

Tabelle 5.4 Aktualisierte *a*-Anpassungsfaktoren gemäß SIA 261 [200] für die Überprüfung bestehender Straßenbrücken in der Schweiz MEYSTRE & HIRT [138] mit den tatsächlich auftretenden Straßenverkehrslasten

Brückentyp	Querschnitt	Spannweiten	α_{Q1}	α_{Q2}	α_{qi}, α_{qr}
Balken	Kasten	20 – 80 m	0,70	0,50	0,50
	Zweistegig	20 – 80 m			0,40
	Mehrstegig	15 – 35 m			0,40
Platten		8 – 30 m			0,40

In BOGATH & BERGMEISTER [21] wurde auf der Basis von Messungen an einer „weight-in-motion“ Meßanlage der Brenner Autobahn in Südtirol das Verkehrsgeschehen für die Lastwirkung auf Straßenbrücken auf der Grundlage eines probabilistischen Konzepts beschrieben. Es hat sich dabei herausgestellt, dass alle für die Lasteinwirkung relevanten Größen der Normalverteilungsfamilie angehören. Bei dem Auswertevorgang wurden die registrierten Achslasten einem Fahrzeug zugeordnet und das identifizierte Fahrzeug einer von 12 Fahrzeugklassen zugeordnet. Durch die Wahl von Mischverteilungen kann die Verteilung einer Zufallsvariable aus mehreren Dichtefunktionen gebildet werden. So stellte sich z. B. für die Fahrzeugklasse 9, d. h. ein fünfachsiger Sattelschlepper mit zweiachsiger Zugmaschine, heraus, dass für die Fahrzeuggeschwindigkeit sowie für die Fahrzeuglänge zwei und für das Fahrzeuggesamtgewicht drei logarithmische Normalverteilungen die beste Anpassung an die tatsächlichen Verältnisse liefern. Zudem wurde in BOGATH & BERGMEISTER [21] das Simulationsprogramm LASIM entwickelt, welches die Verkehrslast einer Fahrspur an Hand der ermittelten statistischen Funktionen an der Brenner Messstelle nachbildet. Die Summe der generierten Fahrzeuge hat dieselben stochastischen Eigenschaften wie die gemessenen Fahrzeuge. Mit Hilfe dieses Lastsimulationsprogramms können für Straßenzüge unterschiedlicher Verkehrsbedeutung die tatsächlich vorhandenen Einwirkungen durch den Verkehr berücksichtigt werden. Eine Anpassung an die örtlichen Gegebenheiten des Bauwerks kann durch die Nutzung der Aufzeichnungen des öffentlichen Zählstellennetzes erfolgen. Vor allem bei der Nachrechnung bestehender Brücken können dann die tatsächlich auftretenden Lasten berücksichtigt werden.

6. Probabilistische Berechnungen für ein Querschnittsversagen

6.1 Grenzzustandsfunktionen

6.1.1 Wahl der Widerstandsmodelle

Die Berechnung der Zuverlässigkeit beruht auf der Beschreibung der jeweils auftretenden Versagensart durch die sogenannte Grenzzustandsfunktion. Die Grenzzustandsfunktion verknüpft die Einwirkungen auf das Bauteil mit dessen Widerstand und trennt somit den Versagensbereich von dem sicheren Bereich. Für die Grenzzustände existieren mechanische Modelle in Abhängigkeit von Größen, die gemessen oder beobachtet werden können. Durch die Wahl geeigneter Bemessungsmodelle wird versucht, das Tragverhalten der Stahlbetonbauteile möglichst realitätsnah zu approximieren. Bereits früh, z. B. in KÖNIG & HEUNISCH [115] konnte festgestellt werden, dass das Zuverlässigkeitsniveau abhängig vom untersuchten Versagensmechanismus ist. Um eine angestrebte Zuverlässigkeit gewährleisten zu können, wurden daher entsprechende Nachweisformate mit empirischen Vorfaktoren definiert. Für biegebeanspruchte Stahlbetonbauteile kann die Grenzzustandsfunktion für Tragwerksversagen aufgrund eines klaren mechanischen Tragmodells eindeutig angegeben werden. Im Gegensatz hierzu gibt es bei der Formulierung des mechanischen Modells des Querkraftabtrags bisher noch große Unsicherheiten. Bei der Formulierung von Grenzzuständen für querkraftbeanspruchte Bauteile spielen die Modellunsicherheiten auf der Widerstands- und Einwirkungsseite eine große Rolle. Trotz umfangreicher Untersuchungen in den letzten Jahren weisen die aus Versuchen ermittelten statistischen Kenngrößen der Modellunsicherheiten eine große Bandbreite auf. In Kapitel 6.2.2 wird auf diese Problematik näher eingegangen und es werden eigene Vorschläge für Modellunsicherheiten unterbreitet.
In dieser Arbeit werden die Grenzzustandsfunktionen in Anlehnung an die Bemessungsgleichungen in DIN 1045-1 [48] entwickelt. Die normativen Nachweisgleichungen bilden die Grundlage für die probabilistische Berechnung der querschnittsbezogenen Zuverlässigkeit eines Stahlbetonbauteils infolge einer Beanspruchung durch zentrische Druckkraft, Biegung, Querkraft und Durchstanzen.

Wie bereits in Kapitel 3.3 dargestellt, kann die Grenzzustandsfunktion als Differenz zwischen Widerstand R und Einwirkung E gemäß Gleichung (6.1) formuliert werden.

$$g(x) = R - E \tag{6.1}$$

Die nachfolgende probabilistische Formulierung der Grenzzustandsfunktionen für die einzelnen Versagenszustände erfolgt grundsätzlich gemäß Gleichung 6.2:

$$g(x) = U_R \cdot R - U_E \cdot E \tag{6.2}$$

mit:
U_R = Modellunsicherheit des Widerstandsmodells
U_E = Modellunsicherheit der Einwirkungen

Die Modellunsicherheiten für Widerstände und Einwirkungen werden im Kapitel 6.2 betrachtet. Nachfolgend werden die überwiegend bei Stahlbetonbrücken maßgebenden Versagenszustände probabilistisch formuliert. Auf die Grundlagen der mechanischen Modellierung und die Herleitung der einzelnen normativen Bemessungsgleichungen wird nachfolgend nicht näher eingegangen. In LEONHARDT & MÖNNIG [124] sind die Gleichungen für eine deterministische Berechnung mit einem globalen Sicherheitsbeiwert angegeben. In MEHLHORN [135] und ZILCH & ZEHETMAIER [229] sind die Gleichungen und die Hintergründe auf der Grundlage des semi-probabilistischen Sicherheitskonzepts gemäß Eurocode 2, CEB-FIP Model Code 1990 und DIN 1045-1 aufgeführt.

6.1.2 Zentrische Druckkraft

Der Bemessungswert des Bauteilwiderstands N_{Rd} eines zentrisch druckbeanspruchten unbewehrten Betonbauteils kann aus der aufnehmbaren Betondruckkraft berechnet werden.

$$N_{Rd} = A_c \cdot f_{cd} = b \cdot h \cdot \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \tag{6.3}$$

mit:

A_c = Querschnittsfläche des Stahlbetonbauteils
b = Querschnittsbreite
h = Querschnittshöhe
f_{cd} = Bemessungswert der Betondruckfestigkeit
f_{ck} = charakteristischer Wert der Betondruckfestigkeit
γ_c = Teilsicherheitsbeiwert für die Betondruckfestigkeit
α = Beiwert zur Berücksichtigung von Langzeitwirkungen auf die Druckfestigkeit (= 0,90) sowie zur Umrechnung zwischen Zylinderdruckfestigkeit und einachsialer Druckfestigkeit des Betons ($f_c = 0{,}95 \cdot f_{c,cyl}$): = 0,90 · 0,95 = 0,85

Die probabilistische Formulierung lautet:

$$g(N_R) = U_{RD} \cdot (b \cdot h \cdot 0{,}85 \cdot f_c) - U_{EN} \cdot (N_G + N_Q) \tag{6.4}$$

mit:

U_{RD} = Modellunsicherheit Bauteilwiderstand bei zentrischer Druckkraft
f_c = Mittelwert der Betondruckfestigkeit
U_{EN} = Modellunsicherheit der Einwirkungen (Normalkräfte)
N_G = Normaldruckkraft infolge Eigengewicht und Ausbaulasten
N_Q = Normaldruckkraft infolge Verkehrslasten

Der Bauteilwiderstand eines zentrisch druckbeanspruchten, symmetrisch bewehrten Stahlbetonquerschnittes kann durch die Addition der Traganteile des Betons und der Betonstahlbewehrung ermittelt werden:

$$N_{Rd} = A_c \cdot f_{cd} + A_{s,tot} \cdot f_{yd} = b \cdot h \cdot \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} + A_{s,tot} \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_S} = \tag{6.5}$$

mit:

$A_{s,tot}$ = Querschnittsfläche des Betonstahls
f_{yd} = Bemessungswert der Streckgrenze des Betonstahls
f_{yk} = charakteristischer Wert der Streckgrenze des Betonstahls
γ_S = Teilsicherheitsbeiwert für den Betonstahl

In einer probabilistischen Formulierung sind nun die Modellunsicherheiten für Einwirkungen und Widerstände einzuführen und die Basisvariablen beziehen sich auf die Mittelwerte und nicht mehr auf die Fraktilwerte. Die probabilistische Formulierung lautet:

$$g(N_R) = U_{RD}\left(b \cdot h \cdot 0{,}85 \cdot f_c + A_{s,tot} \cdot f_y\right) - U_{EN} \cdot (N_G + N_Q) \tag{6.6}$$

mit:

f_y = Mittelwert der Streckgrenze des Betonstahls

Die Auswirkungen infolge Verformungen, Theorie II. Ordnung, von stark mit Längsdruckkräften beanspruchten Bauteilen, im allgemeinen Stützen, werden hier nicht probabilistisch betrachtet.

6.1.3 Biegebeanspruchung

Die Tragfähigkeit eines durch Biegung und Längskraft beanspruchten Stahlbetonbauteils ist erschöpft, wenn entweder der Beton auf Druck oder die Bewehrung auf Zug versagt. Der Grenzzustand der Tragfähigkeit tritt per Definition dann ein, wenn für einen der beiden Baustoffe die in den idealisierten Spannungs-Dehnungs-Linien festgelegten Grenzdehnungen erreicht werden. Die Bemessungsaufgabe besteht darin, diejenige Dehnungsverteilung in Verbindung mit den zugehörigen Bewehrungsquerschnitten so zu wählen, dass die Gleichgewichtsbedingungen, d. h., die inneren Schnittgrößen sind gleich den äußeren Schnittgrößen, erfüllt werden.
Der Bemessungswert für das Widerstandsmodell für eine *Biegebeanspruchung ohne Normalkraft und ohne Druckbewehrung* für einen Stahlbetonrechteckquerschnitt berechnet sich aus der Gleichgewichtsbeziehung am Querschnitt im gerissenen Zustand (Zustand II).

$$M_{Rd} = F_{yd} \cdot d - F_{cd} \cdot a \quad \text{und} \quad F_{yd} = F_{cd} \tag{6.7}$$

zu

$$M_{Rd} = A_s \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \cdot (h - c_{nom} - d_{B\ddot{u}} - 0{,}5 \cdot d_{St}) \cdot \left(1 - \frac{k_a}{\alpha_R} \cdot \frac{A_s \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s}}{b \cdot (h - c_{nom} - d_{B\ddot{u}} - 0{,}5 \cdot d_{St}) \cdot \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}}\right) \tag{6.8}$$

mit:

A_s	=	Betonstahlbewehrung in der Zugzone
d	=	statische Nutzhöhe, Abstand des Schwerpunktes der Längsbewehrung vom gegenüberliegenden Rand
a	=	Abstand der resultierenden der Druckzone vom Querschnittsrand
c_{nom}	=	Betondeckung
$d_{BÜ}$	=	Durchmesser der Bügelbewehrung
$d_{Lä}$	=	Durchmesser der Längsbewehrung
k_a	=	Höhenbeiwert = 0,40 bei einer Randdehnung des Betons ε_c = -3,5 ‰ (=Abstand des Angriffspunktes der Druckspannungsresultierenden vom stärker gestauchten Rand bezogen auf die Druckzonenhöhe)
α_R	=	Völligkeitsbeiwert der Druckspannungsverteilung = 0,80 bei einer Randdehnung des Betons ε_c = -3,5 ‰
F_{cd}	=	Bemessungswert der Betondruckkraft
F_{yd}	=	Bemessungswert der Stahlzugkraft

Das Widerstandsmodell wurde auf der Basis eines Parabel–Rechteck–Diagramms für die Spannungsverteilung in der Druckzone entwickelt. Bei einer wirtschaftlichen Bemessung eines Stahlbetonquerschnitts erfolgt meist ein Versagen der Zugzone. Ein Versagen der Betondruckzone ist unüblich und führt aufgrund des dann hohen Bewehrungsgrades zu unwirtschaftlichen Konstruktionen. Auf eine genaue Modellierung der Betondruckzone kann daher für übliche Bewehrungsgehalte und Querschnittsausnutzungen verzichtet werden. Die Betondruckzone wird mit einer Randdehnung des

Betons von ε_c = -3,5 ‰ modelliert. Stochastische Modelle für die Betondruckzone sind dem Verfasser nicht bekannt.
Die probabilistische Formulierung ergibt sich nach Einführung der Modellunsicherheiten und dem Bezug zu den Mittelwerten der Basisvariablen zu:

$$g(M_R) = U_{RM} \cdot A_s \cdot f_y \cdot (h - c_{nom} - d_{B\ddot{u}} - 0{,}5 \cdot d_{St}) \cdot \left(1 - \frac{k_a}{\alpha_R} \cdot \frac{A_s \cdot f_y}{b \cdot (h - c_{nom} - d_{B\ddot{u}} - 0{,}5 \cdot d_{St}) \cdot 0{,}85 \cdot f_c}\right) - U_E \cdot (M_G + M_Q) \tag{6.9}$$

mit:
U_{RM} = Modellunsicherheit Biegewiderstand
M_G = Biegemoment infolge Eigengewicht und Ausbaulasten [kNm]
M_Q = Biegemoment infolge Verkehrslasten [kNm]

Der Bemessungswert für das Widerstandsmodell für eine *Biegebeanspruchung ohne Normalkraft mit Druckbewehrung* für einen Stahlbetonrechteckquerschnitt berechnet sich aus

$$M_{Rd} = F_{y1d} \cdot d - F_{y2d} \cdot d_2 - F_{cd} \cdot a \quad \text{und} \quad F_{cd} = F_{y1d} - F_{y2d} \tag{6.10}$$

zu

$$M_{Rd} = A_{s1} \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \cdot (d - d_2) + \alpha_R \cdot b \cdot \xi_{lim} \cdot d \cdot \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot (d_2 - k_a \cdot \xi_{lim} \cdot d) \tag{6.11}$$

mit:
d = $h - c_{nom} - d_{B\ddot{u}} - 0{,}5 \cdot d_{St}$
d_2 = Abstand der Druckbewehrung vom oberen Rand
ξ_{lim} = Grenzwert der bezogenen Druckzonenhöhe
A_{s1} = Betonstahlbewehrung in der Zugzone

Durch die Begrenzung der Druckzonenhöhe mit ξ_{lim} wird ein wirtschaftliches Bemessungsergebnis erzielt und ein duktiles Verhalten im Grenzzustand der Tragfähigkeit erzwungen. Die probabilistische Formulierung ergibt sich zu:

$$g(M_R) = U_{RM} \cdot \left(A_{s1} \cdot f_y \cdot (d - d_2) + \alpha_R \cdot b \cdot \xi_{lim} \cdot d \cdot 0{,}85 \cdot f_c \cdot (d_2 - k_a \cdot \xi_{lim} \cdot d)\right) - U_E \cdot (M_G + M_Q) \tag{6.12}$$

Vor der Anwendung von Gleichung (6.12) ist deterministisch zu überprüfen, ob im Querschnitt überhaupt eine Druckbewehrung erforderlich ist. Falls nicht, ist die probabilistische Berechnung mit Gleichung (6.9) durchzuführen.
Der Bemessungswert für das Widerstandsmodell für eine *Biegebeanspruchung mit Normalkraft ohne Druckbewehrung* für einen Stahlbetonrechteckquerschnitt berechnet sich aus

$$M_{Rd} = F_{cd} \cdot z - N_{Rd} \cdot z_{s1} \quad und \quad N_{Rd} = F_{cd} - F_{yd} \tag{6.13}$$

nach einigen Umformulierungen zu

$$M_{Rd} = \left(N_{Rd} + A_s \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s}\right) \cdot \left(d - k_a \cdot \frac{N_{Rd} + A_s \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s}}{\alpha_R \cdot b \cdot \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}}\right) - N_{Rd} \cdot \left(\frac{d - d_1}{2}\right) \tag{6.14}$$

mit:
d_1 = Abstand der Bewehrung vom Querschnittsrand
N_{Rd} = Normalkrafttragfähigkeit

Für die noch unbekannte Basisvariable N_{Rd} kann angenommen werden, dass sie in direktem Zusammenhang mit der einwirkenden Normalkraft N_{Ed} steht:

$$N_{Rd} = N_{Ed} \tag{6.15}$$

Die probabilistische Formulierung ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} g(M_R) = U_{RM} \cdot \Bigg(& \left(U_{RN} \cdot (N_G + N_Q) + A_s \cdot f_y\right) \cdot \left(d - k_a \cdot \frac{U_{RN} \cdot (N_G + N_Q) + A_s \cdot f_y}{\alpha_R \cdot b \cdot 0{,}85 \cdot f_c}\right) \\ & - U_{RN} \cdot (N_G + N_Q) \cdot \left(\frac{d - d_1}{2}\right)\Bigg) - U_E \cdot (M_G + M_Q) - U_{EN} \cdot (N_G + N_Q) \cdot \frac{d - d_1}{2} \end{aligned} \tag{6.16}$$

mit:
U_{RN} = Modellunsicherheit Normalkrafttragfähigkeit
U_{EN} = Modellunsicherheit für die Einwirkungen (Normalkräfte)

Der Bemessungswert für das Widerstandsmodell für eine *Biegebeanspruchung mit Normalkraft mit Druckbewehrung* für einen Stahlbetonrechteckquerschnitt berechnet sich aus

$$M_{Rd} = F_{cd} \cdot z + F_{y2d} \cdot (d - d_2) - N_{Rd} \cdot z_{s1} \quad \text{und} \quad N_{Rd} = F_{cd} + F_{y2d} + F_{y1d} \tag{6.17}$$

nach einigen Umformulierungen zu

$$\begin{aligned} M_{Rd} = {} & \alpha_R \cdot b \cdot \xi_{lim} \cdot d \cdot \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot (d - k_a \cdot \xi_{lim} \cdot d) + (N_{Rd} - \alpha_R \cdot b \cdot \xi_{lim} \cdot d \cdot \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \\ & + A_{s1} \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s}) \cdot (d - d_2) - N_{Rd} \cdot \left(\frac{d - d_1}{2}\right) \end{aligned} \tag{6.18}$$

Die probabilistische Formulierung lautet:

$$g(M_R) = U_{RM} \cdot \Bigg(\alpha_R \cdot b \cdot \xi_{lim} \cdot d \cdot 0{,}85 \cdot f_c \cdot (d - k_a \cdot \xi_{lim} \cdot d) + (U_{RN} \cdot (N_G + N_Q) - \alpha_R \cdot b \cdot \xi_{lim} \cdot d \cdot 0{,}85 \cdot f_c + A_{s1} \cdot f_y) \cdot (d - d_2) - U_{RN} \cdot (N_G + N_Q) \cdot \left(\frac{d - d_1}{2}\right)\Bigg) - U_E \cdot (M_G + M_Q) - U_{EN} \cdot (N_G + N_Q) \cdot \left(\frac{d - d_1}{2}\right) \tag{6.19}$$

6.1.4 Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung

Das Querkraftversagen von Stahlbetonquerschnitten wird per Definition in drei Versagensarten eingeteilt. Beim *Biegeschubversagen* bildet sich der zum Versagen führende Riss aus einem Biegeriss. Bei Bauteilen mit profiliertem Zuggurt können sich Schubzugrisse bilden, wenn sich in den Stegen profilierter Balken geneigte Risse bilden, die nicht bis zum gezogenen Rand hin durchlaufen und damit nicht aus Biegerissen entstehen. Man spricht hier vom *Schubzugbruch*. Beim *Druckstrebenversagen* wachsen die Druckspannungen in den schrägen Druckstreben so stark an, bis der durch die Schubrißbildung vorgeschädigte Beton versagt. Das in den derzeitigen Bemessungsnormen angewandte Tragmodell des allgemeinen Gelenkfachwerks mit variabler Druckstrebenneigung bildet die Grundlage für Querkraftnachweise bei Bauteilen mit rechnerisch erforderlicher Querkraftbewehrung. Zusätzlich werden die Tragwirkungen wie Rissverzahnung, Dübelwirkung, sowie der Traganteil der Druckzone aktiviert, die bei Trägern ohne Querkraftbewehrung die Haupttraganteile darstellen ZINK [230], REINECK [181], REINECK [182]. Zur Erfassung des Querkraft–Tragverhaltens wurden umfangreiche theoretische und experimentelle Forschungen durchgeführt, die jedoch bisher nicht zu einer eindeutigen Lösung führten. Daher existieren heute unterschiedliche Modelle zur Beschreibung des Querkrafttragverhaltens. In Deutschland wird die Querkrafttragfähigkeit auf der Grundlage der DIN 1045-1 [48] nachgewiesen. Im Rahmen der probabilistischen Berechnungen können diese Bemessungsgleichungen als Grenzzustandsfunktionen verwendet werden, wenn zusätzlich die Modellunsicherheiten berücksichtigt und für alle Basisvariablen ihre Mittelwerte angesetzt werden. Die Vorfaktoren der Bemessungsgleichungen für die Querkrafttragfähigkeit in DIN 1045-1 [48] wurden überwiegend empirisch ermittelt. Eine Bewertung des mechanischen Modells hinsichtlich der korrekten Erfassung des Tragverhaltens kann durch die Einführung von Modellunsicherheiten erfolgen. Diese werden ausführlich in Kapitel 6.2.2 behandelt.

Die Grenzzustandsfunktion für querkraftbeanspruchte Bauteile im Grenzzustand der Tragfähigkeit ergibt sich grundsätzlich durch die Gegenüberstellung von einwirkender Querkraft V_E und dem Querkraftwiderstand V_R im maßgebenden Bauteilschnitt:

$$g(R, E) = V_R - V_E \tag{6.20}$$

Die Querkrafttragfähigkeit wird gemäß DIN 1045-1 [48] anhand von 3 Versagensmechanismen bewertet: die Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung $V_{R,ct}$, der Traganteil der Querkraftbewehrung $V_{R,sy}$ sowie die Druckstrebentragfähigkeit $V_{Rd,max}$.

Der Bemessungswert für die Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung $V_{r,ct}$ kann gemäß DIN 1045-1 [48] wie folgt berechnet werden:

$$V_{Rd,ct} = \left(\frac{0{,}15}{\gamma_c} \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - 0{,}12 \cdot \sigma_{cd}\right) \cdot b_w \cdot d \tag{6.21}$$

mit:

κ	=	Maßstabsfaktor mit $\kappa = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2{,}0$
η_1	=	1,0 für Normalbeton; für Leichtbeton siehe DIN 1045-1 [48]
ρ_l	=	Längsbewehrungsgrad mit $\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \leq 0{,}02$
A_{sl}	=	Fläche der Zugbewehrung, die mindestens um das Maß d über den betrachteten Querschnitt hinaus geführt und dort wirksam verankert wird.
b_w	=	kleinste Querschnittsbreite innerhalb der Zugzone des Querschnitts [mm]
d	=	statische Nutzhöhe der Biegebewehrung im betrachteten Querschnitt [mm]
σ_{cd}	=	Bemessungswert der Betonlängsspannung in Höhe des Schwerpunkts des Querschnitts mit $\sigma_{cd} = \frac{N_{Ed}}{A_c}$ [N/mm²]
N_{Ed}	=	Bemessungswert der Längskraft im Querschnitt infolge äußerer Einwirkungen oder Vorspannung ($N_{Ed} < 0$ als Längsdruckkraft)
A_c	=	Querschnittsfläche des Betons

Auf der Grundlage des mechanischen Modells in Gleichung (6.21) lautet die probabilistische Formulierung:

$$g(V_{R,ct}) = U_{R,ct} \cdot \left(0{,}20 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d \cdot 1000}}\right) \cdot \eta_1 \cdot \left(100 \cdot \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \cdot f_c\right)^{\frac{1}{3}} - 0{,}12 \cdot \frac{U_{EN} \cdot (N_G + N_Q)}{b_w \cdot h}\right) \cdot b_w \cdot d - U_E \cdot (V_G + V_Q) \tag{6.22}$$

mit:

V_G	=	Querkraft infolge Eigengewicht und Ausbaulasten
V_Q	=	Querkraft infolge Verkehrslasten
$U_{R,ct}$	=	Modellunsicherheit für die Querkrafttragfähigkeit eines Bauteils
U_E	=	Tragwerksmodellunsicherheit für eine Querkraftbeanspruchung

Große Bedeutung kommt in Gleichung (6.22) dem für die probabilistische Berechnung angepassten Vorfaktor 0,20 zu, der in DIN 1045-1 [48] und der zuvor genannten Gleichung (6.21) aus dem Term $0{,}15/\gamma_c$ hervorgeht. Der Wert 0,15 stellt das 5 %-Quantil des empirisch ermittelten Vorfaktors dar. In HEFT 525, DAFSTB, [43] sind Versuchsergebnisse aufgeführt, die u. a. zur Festlegung des empirischen Faktors herangezogen wurden. Die nachfolgende Tabelle 6.1 gibt einen Überblick über die in der Literatur genannten Werte für den empirischen Vorfaktor, die auf unterschiedlichen Auswerteverfahren der Versuchsdatenbanken basieren.

Tabelle 6.1 Literaturangaben für den empirischen Vorfaktor 0,20 in Gleichung (6.22), (N = Normalverteilung)

Quelle:	Empfohlener Mittelwert	Berechneter 5 % Fraktilwert c_k	Verteilungsdichte-funktion	Variations-koeffizient v_x
REINECK [181]	0,20	0,134	N	0,20
ZINK [230]	0,18	0,121	N	0,20
HEFT 525 DAFSTB [43]	0,20	0,14	N	0,18
DIN 1045-1 [48]	0,23*	0,15	N	0,20
DIN EN 1992-1 [55]	0,27*	0,18	N	0,20

*berechneter Wert unter Annahme des Variationskoeffizienten

Gemäß ZINK [230] und REINECK [181], liegt der in DIN 1045-1 [48] gewählte Vorfaktor etwas auf der unsicheren Seite. Das Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen ohne Querkraftbewehrung wird danach etwas überschätzt. Dies bestätigen auch die Ausführungen in BREHM et al. [27], in welche die experimentellen Untersuchungen der letzten Jahrzehnte, z. B. SPECHT & SCHOLZ [204], GRIMM [83], FISCHER [71], eingeflossen sind. Für probabilistische Berechnungen müsste deshalb die Modellunsicherheit für die Querkrafttragfähigkeit eines Stahlbetonbauteils ohne Querkraftbewehrung gemäß REINECK [181] mit $U_{R,ct}$ kleiner 1,0 gewählt werden. Auf dies wird in Kapitel 6.2.2 näher eingegangen. Der Wert für η_1 wird im Rahmen der probabilistischen Berechnungen gemäß den Angaben in DIN 1045-1 [48] gewählt.

6.1.5 Querkrafttragfähigkeit mit Querkraftbewehrung

Der Bemessungswert für die Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen mit Querkraftbewehrung $V_{r,sy}$ kann gemäß DIN 1045-1 [48] wie folgt berechnet werden:

$$V_{Rd,sy} = \frac{A_{SW}}{s_W} \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \cdot 0{,}9 \cdot z \cdot (cot\theta + cot\alpha) \cdot sin\alpha \tag{6.23}$$

mit:

A_{SW} = Querkraftbewehrung

s_w = Abstand der Querkraftbügel

θ = Winkel zwischen der Betondruckstrebe und der Bauteilachse

α = Winkel zwischen der Querkraftbewehrung und der Bauteilachse

z = inner Hebelarm im betrachteten Bauteilabschnitt, vereinfacht: $z = 0{,}9 \cdot d$

Die Neigung θ der Druckstreben des Fachwerkmodells ist gemäß [48] wie folgt zu begrenzen:

$$0{,}58 \leq cot\theta \leq \frac{1{,}2 - 1{,}4 \cdot \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}}}{1 - \frac{c_j \cdot 0{,}48 \cdot \eta_1 \cdot f_{ck}^{\frac{1}{3}} \cdot \left(1 + 1{,}2 \cdot \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}}\right) \cdot b_w \cdot z}{V_{Ed}}} \leq 3{,}0 \tag{6.24}$$

mit:

c_j = 0,50 (Rauigkeitsbeiwert)

Auf der Grundlage des mechanischen Modells in Gleichung (6.23) lautet die probabilistische Formulierung:

$$g(V_{R,Sy}) = U_{R,sy} \cdot \left(\frac{A_{sw}}{s_w} \cdot f_y \cdot \left(0{,}9 \cdot (h - d_1)\right) \cdot (cot\theta + cot\alpha) \cdot sin\alpha\right) - U_E \cdot \left(V_G + V_Q\right) \tag{6.25}$$

Mit $U_{R,Sy}$ wird die Modellunsicherheit für die Querkrafttragfähigkeit eines biegebewehrten Bauteils mit Querkraftbewehrung bezeichnet. Dabei kann die Neigung der Druckstreben gemäß Gleichung (6.24) wie folgt berechnet werden.

$$0{,}58 \leq cot\theta \leq \frac{1{,}2 - 1{,}4 \cdot \dfrac{\dfrac{U_{EN} \cdot \left(N_G + N_Q\right)}{b_w \cdot h}}{f_c}}{1 - \dfrac{U_{Rd,c} \cdot 0{,}425 \cdot 1{,}0 \cdot f_c^{\frac{1}{3}} \cdot \left(1 + 1{,}2 \cdot \dfrac{\dfrac{U_{EN} \cdot \left(N_G + N_Q\right)}{b_w \cdot h}}{f_c}\right) \cdot b_w \cdot z}{U_E \cdot \left(V_G \cdot V_Q\right)}} \leq 3{,}0 \tag{6.26}$$

Der Betontraganteil $V_{Rd,c}$ ist in Gleichung (6.26) bereits enthalten. Dieser wurde ebenfalls empirisch aus Versuchsergebnissen abgeleitet. Die zugehörige Modellunsicherheit wird hier mit $U_{Rd,c}$ bezeichnet. Der Faktor 0,425 in Gleichung (6.26) leitet sich aus dem Term $c_j \cdot 0{,}48$ nach DIN 1045-1 [48] ab. Der Rauigkeitsbeiwert c_j wird dabei mit 0,5 angegeben. Der Vorfaktor 0,5 x 0,48 = 0,24 stellt einen Bemessungswert dar, der einen Teilsicherheitsbeiwert γ_c = 1,50 beinhaltet. Damit errechnet sich das 5 %-Quantil zu 0,36. Die Überführung in den Mittelwert von 0,425 errechnet sich unter Verwendung einer Lognormalverteilung und einem Variationskoeffizienten von 10 %.

6.1.6 Tragfähigkeit der Druckstrebe

Der Bemessungswert für die Tragfähigkeit der Druckstrebe $V_{Rd,max}$ kann gemäß DIN 1045-1 [48] wie folgt berechnet werden:

$$V_{Rd,max} = b_w \cdot z \cdot \alpha_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot \frac{(cot\theta + cot\alpha)}{(1 + cot^2\alpha)} \tag{6.27}$$

mit:

α_c = Abminderungsbeiwert für die Druckstrebenfestigkeit = $0{,}75 \cdot \eta_1$

Auf der Grundlage des mechanischen Modells in Gleichung (6.27) lautet die probabilistische Formulierung:

$$g\left(V_{R,max}\right) = U_{R,max} \cdot b_w \cdot 0{,}9 \cdot (h - d_1) \cdot \alpha_c \cdot 0{,}85 \cdot f_c \cdot \frac{(cot\theta + cot\alpha)}{(1 + cot^2\alpha)} - U_E \cdot \left(V_G + V_Q\right) \tag{6.28}$$

$U_{R,max}$ stellt dabei die Modellunsicherheit für den Widerstand dar. Der Abminderungsbeiwert für die Druckstrebenfestigkeit α_c in Gleichung (6.28) berücksichtigt bei gerissenen Trägerstegen die Abminderung der Stegdruckfestigkeit gegenüber der einachsigen Betondruckfestigkeit (Prismendruckfestigkeit). Diese Abminderung ist aufgrund der Querzugspannungen, die durch die Verbundwirkung der die Druckstrebe kreuzenden Bewehrung hervorgerufen werden, erforderlich. Der Wert α_c wurde empirisch ermittelt und wird für den Fall, dass die Druckstrebe parallel zu den Rissen verläuft, was nur bei hoher Querkraftbeanspruchung bzw. sehr hohen Bügelbewehrungsgraden vorkommt, in KOLLEGGER & MEHLHORN [113] mit 0,80 bis 0,85 angegeben. Gemäß REINECK [180] kann bei „Fachwerkmodellen mit Rissreibung“, welches der DIN 1045-1 [48] zugrunde liegt, der Abminderungsbeiwert mit α_c = 0,80 festgelegt werden. Auf der Grundlage der Plastizitätstheorie und des Modells der „variablen Druckstrebenneigung“ in DIN EN 1992-1-1 [54], die gegenüber der DIN 1045-1 flachere Druckstreben zulassen, und damit die Richtung der Druckstreben deutlich von der Rissrichtung abweichen kann, sind niedrigere Werte als in DIN 1045-1 [48] anzusetzen, so z. B. ein Wert α_c = 0,552 für Beton der Festigkeitsklasse C20/25. Gemäß REINECK [180] wurde „in DIN 1045-1 nach längeren Diskussionen sehr vorsichtig der geringfügig niedrigere Wert α_c = 0,75 festgelegt“. Grundsätzlich handelt es sich bei α_c für die probabilistische Berechnung um einen Mittelwert. Für die Parameterstudien in dieser Arbeit wird ein Mittelwert von α_c = 0,80 gewählt.
Mit der aktuellen Ausgabe der DIN 1045-1 [48] wurde ein Mindestwert der Querkrafttragfähigkeit $V_{Rd,ct,min}$ für biegebewehrte Bauteile ohne Querkraftbewehrung eingeführt. Dieser stellt keinen Grenzzustand bzw. Versagenszustand dar und wird daher für die probabilistische Berechnung in dieser Arbeit nicht weiter betrachtet.

6.1.7 Durchstanzen

Das Durchstanzen stellt grundsätzlich einen Sonderfall des Querkraftversagens dar. Im Rahmen dieser Arbeit wird nur die Querkrafttragfähigkeit $v_{Rd,ct}$ ohne Durchstanzbewehrung längs des kritischen Rundschnittes untersucht. Siehe hierzu auch BRAML & KEUSER [26].

Der Bemessungswert für die Querkrafttragfähigkeit $v_{Rd,ct}$ kann gemäß DIN 1045-1 [48] wie folgt berechnet werden:

$$v_{Rd,ct} = \left[\frac{0{,}21}{\gamma_c} \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - 0{,}12 \cdot \sigma_{cd}\right] \cdot d \tag{6.29}$$

mit:

ρ_l = mittlerer Längsbewehrungsgrad innerhalb des betrachteten Rundschnittes mit $\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}}$

Der Vorfaktor 0,21 in Gleichung (6.29) wurde empirisch ermittelt und stellt einen 5 % - Quantilwert dar. Die Querkrafttragfähigkeit $v_{Rd,ct}$ entspricht im Wesentlichen der Querkrafttragfähigkeit $V_{Rd,ct}$ in Gleichung (6.21). Der Unterschied liegt lediglich in der umfangsbezogenen Formulierung der Nachweisgleichung in (6.29) sowie dem zuvor erwähnten angepassten Vorfaktor. Auf der Grundlage des mechanischen Modells in Gleichung (6.29) lautet die probabilistische Formulierung:

$$g(v_{R,ct}) = U_{R,ct} \cdot \left(0{,}2965 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d \cdot 1000}} \right) \cdot \eta_1 \cdot \left(100 \cdot \sqrt{\frac{A_{slx}}{b_x \cdot d} \cdot \frac{A_{sly}}{b_y \cdot d}} \cdot f_c \right)^{\frac{1}{3}} \right) \cdot (h - d_1) - U_E \cdot (v_G + v_Q) \tag{6.30}$$

Der Vorfaktor *0,2965* stellt einen Mittelwert dar und wurde auf der Grundlage einer Lognormalverteilung mit einem Variationskoeffizienten in Höhe von 5 % aus dem 5% - Fraktilwert $\frac{0{,}21}{\gamma_c} = \frac{0{,}21}{1{,}5} = 0{,}14$ berechnet.

6.2 Modellunsicherheiten

6.2.1 Modellunsicherheiten für Einwirkungen

Die Modellunsicherheiten bei der Berechnung der Schnittgrößenverläufe infolge von Einwirkungen resultieren zum einen aus den Vereinfachungen bei der Berechnung, z. B. bei der Abbildung von Lagerungsbedingungen, und zum anderen aus dem verwendeten Verfahren der Schnittgrößenermittlung selbst, z. B. nicht berücksichtigte Einflüsse aus unterschiedlichen Steifigkeiten und Rissbildung. Problematisch bei der Festlegung der Modellunsicherheiten der Beanspruchungen ist, dass Schnittgrößen nicht direkt messbar sind. Die Unsicherheiten der Lastmodelle selbst können, wie in Abschnitt 5 gezeigt, durch einen erhöhten Variationskoeffizienten für die Last berücksichtigt werden. In Anlehnung an JCSS [105] und weiteren Literaturquellen, wie z. B. FABER [68] und HANSEN [90], wurden die statistischen Kennwerte der Modellunsicherheiten der Beanspruchung in der nachfolgenden Tabelle 6.2 aufgelistet.

Tabelle 6.2 Statistische Kennwerte der Modellunsicherheiten der Einwirkungen in Anlehnung an JCSS [105], HANSEN [90], FABER [68] und HOSSER [97] (N = Normalverteilung, LN = Lognormalverteilung)

Schnittgröße	Verteilung	Mittelwert	Variationskoeffizient
Normalkraft	N / LN	1,00	0,05
Biegung (Stabtragwerke)	N / LN	1,00	0,07
Biegung (Flächentragwerke)	N / LN	1,00	0,10
Querkraft auflagernahe Einzellast (Stabtragwerke)	N / LN	1,00	0,17
Querkraft Gleichstreckenlast (Stabtragwerke)	N / LN	1,00	0,12
Querkraft Gleichstreckenlast (Flächentragwerke)	N / LN	1,00	0,10

Die Quantifizierung dieser Unsicherheiten kann z. B. durch einen Vergleich der Ergebnisse einer herkömmlichen Berechnung mit einer genaueren Berechnung, wie z. B. einer nichtlinearen Finite-Element- Analyse, erfolgen. Da die Werte in Tabelle 6.2 auf den Ergebnissen von früheren umfangreichen wissenschaftlichen Untersuchungen basieren und in JCSS [105] zusammengefasst wurden, kann auf solche Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit verzichtet werden.

6.2.2 Modellunsicherheiten für Widerstände

Für biegebeanspruchte Stahlbetonbauteile kann die Grenzzustandsfunktion für Tragwerksversagen und die zugehörigen Modellunsicherheiten aufgrund eines klaren mechanischen Tragmodells eindeutig angegeben werden. Im Gegensatz hierzu gibt es bei der Formulierung des mechanischen Modells des Querkraftabtrags bisher noch große Unsicherheiten. Aus diesem Grunde wurden in BRAML et al. [23] die Modellunsicherheiten für den Querkraftabtrag näher untersucht und eigene Vorschläge für die Wahl solcher Modellunsicherheiten unterbreitet. Die Modellunsicherheiten für die Biegetragfähigkeit und für die Normalkrafttragfähigkeit werden aus früheren Untersuchungen aus der Literatur entnommen.

- Modellunsicherheiten für die Biegetragfähigkeit und für die Normalkrafttragfähigkeit (zentrische Druckkraft)

In HANSEN [90] wurden hierzu Versuchsdaten aus den letzten Jahrzehnten ausgewertet. Die bereits in früheren Arbeiten BACH [10] und VROUWENVELDER [223] angegebenen Modellunsicherheiten konnten dabei bestätigt werden. Die nachfolgenden Tabellen zeigen die ermittelten Modellunsicherheiten, die auch im Rahmen der in dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen berücksichtigt wurden.

Tabelle 6.3 Statistische Kennwerte der Normalkrafttragfähigkeit U_{RD}

Quelle	Verteilung	Mittelwert	Variationskoeffizient
VROUWENVELDER [223]	N	1,10	0,10

Tabelle 6.4 Statistische Kennwerte des Widerstandsmodells der Biegetragfähigkeit U_{RM}

Quelle	Verteilung	Mittelwert	Variationskoeffizient
VROUWENVELDER [223]	N	1,10	0,07
BACH [10]	N	1,025	0,07

- Modellunsicherheiten für die Querkrafttragfähigkeit

Die Modellunsicherheiten für die Querkrafttragfähigkeit wurden nach Auswertungen von ca. 1.500 Bauteilversuchen, siehe SPECHT & SCHOLZ [204], GRIMM [83], FISCHER [71], festgesetzt. In BREHM et al. [27] wurden einzelne nationale und internationale Bemessungsmodelle für die Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonbauteilen ohne Querkraftbewehrung im Hinblick auf die Bestimmung der Modellunsicherheiten für eine probabilistische Berechnung ausgewertet. Es zeigte sich dabei, dass die Mittelwerte des Modellfaktors für die Widerstandsmodellunsicherheit von 0,92 bis 1,57 und die Variationskoeffizienten von 18 % bis 42 % variieren. In HANSEN [90] wurden die vorliegenden Querkraftversuche kategorisiert und im Hinblick auf eine probabilistische Anwendung mit Angabe eines Modellfaktors für das Widerstandsmodell der Querkrafttragfähigkeit ausgewertet. Die Tabelle 6.5 zeigt einen Überblick über die in der Literatur vorgeschlagenen Werte für die Wahl der statistischen Eigenschaften für die Modellunsicherheiten der Querkrafttragfähigkeit sowohl bei Bauteilen mit als auch ohne Querkraftbewehrung.

Tabelle 6.5 Statistische Kenngrößen für die Modellunsicherheit der Querkrafttragfähigkeit aus unterschiedlichen Literaturquellen (LN = Lognormalverteilung, N = Normalverteilung)

Quelle	Verteilungsdichte-funktion	Mittelwert Modellunsicherheit	Variationskoeffizient Modellunsicherheit
JCSS [105]	LN	1,4	25 %
FABER [68]	LN	1,0	10 % - 20 %
BREHM et al. [27]	LN	1,0 für $V_{R,ct}$	20 %
HANSEN [90]	LN/N	1,1	10 %
MODEL CODE 90 [37]	LN/N	0,91	11 %
NOWAK [158]	LN/N	1,20 für $V_{R,sy}$ 1,40 für $V_{R,ct}$	15,5 % für $V_{R,sy}$ 17 ,0 % für $V_{R,ct}$
MELCHERS [136]	LN/N	1,00 für $V_{R,sy\ (mit\ Mindestbewehrung)}$ 0,93 für $V_{R,ct}$	19,0 % für $V_{R,sy}$ 21,0 % für $V_{R,ct}$
KAUTSCH (DIN) [108]	N/LN	1,454	26,8 %

Außer in NOWAK [158], BREHM et al. [27] und MELCHERS [136] wird bei den angegebenen Modellunsicherheiten nicht zwischen den einzelnen Querkraftversagensarten unterschieden. Neueste Auswertungen der Versuchsdatenbank für Querkraftversuche nach KAUTSCH [108] führen für Stahlbetonbauteile zu ähnlichen Ergebnissen wie in JCSS [105]. Die Auswertung der Querkraftversuche in HANSEN [90] zeigte jedoch, dass die Größe des Mittelwertes und des Variationskoeffizienten sehr stark von den gewählten Randbedingungen, wie z. B. der Art der Beanspruchung, abhängig ist. Das Bild 6.1 zeigt den Einfluss auf die Sensitivitäten der einzelnen Basisvariablen bei Variation des Variationskoeffizienten und des Mittelwertes der Widerstandsmodellunsicherheit. Die Parameterstudien erfolgten für die Grenzzustandsgleichung für Bauteile mit rechnerisch erforderlicher Querkraftbewehrung Gleichung (6.25). Bei der Variation des Mittelwertes (Bild 6.1, links) wurde ein Variationskoeffizient von 15 % angenommen und bei der Veränderung des Variationskoeffizienten (Bild 6.1, rechts) wurde ein Mittelwert von μ_{UR} =1,0 zugrunde gelegt.

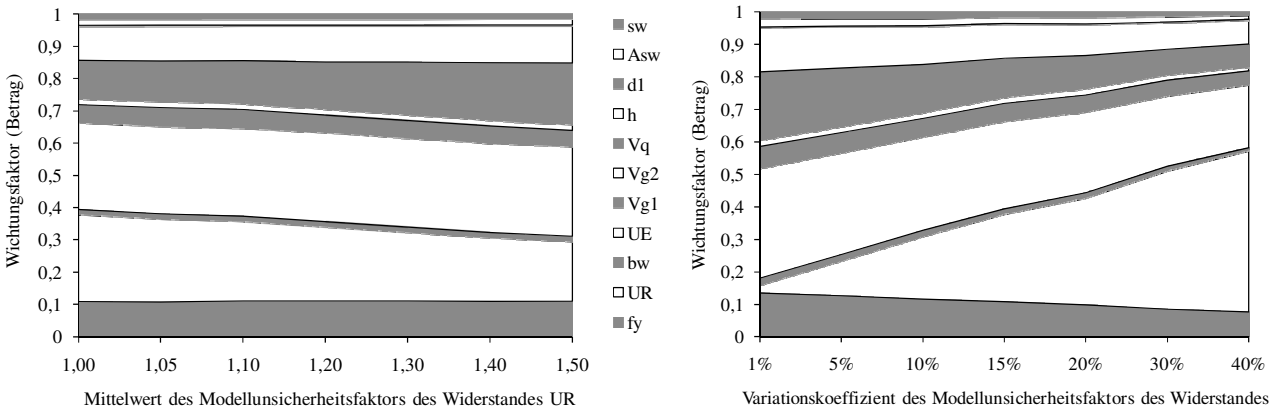


Bild 6.1: Auswirkungen der Variation des Mittelwertes μ_{UR} (links) und des Variationskoeffizienten (rechts) der Modellunsicherheit der Widerstandsseite auf die Wichtungsfaktoren α_i. Die Bezeichnungen können Bild Nr. 6.5 entnommen werden (Zuordnung Variable-Bilder von unten nach oben).

Weiterhin wurden die Auswirkungen auf den Sicherheitsindex hinsichtlich Querkraftbeanspruchung bei Veränderung der statistischen Kenngrößen der Modellunsicherheit untersucht (Bild 6.2).

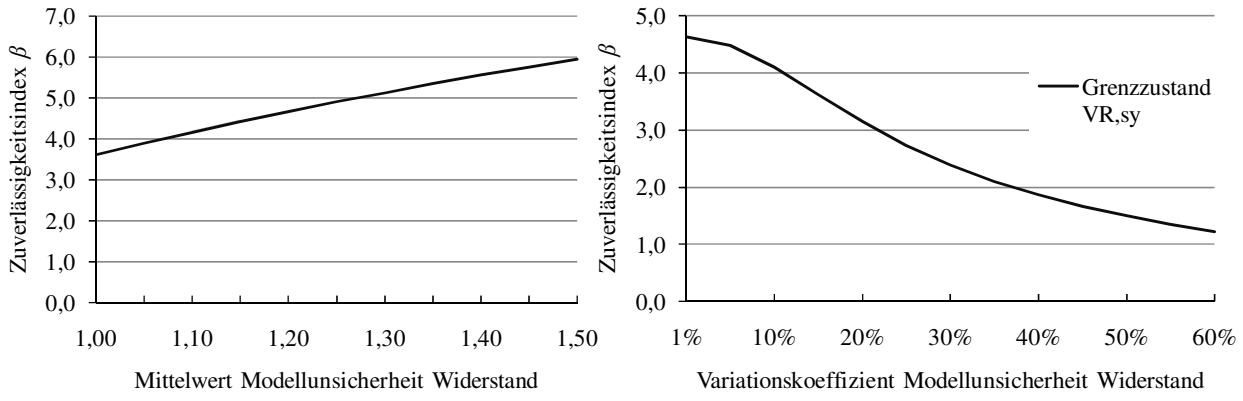


Bild 6.2: Exemplarische Darstellung für den Einfluss des Mittelwertes μ_{UR} (links) und des Variationskoeffizienten (rechts) der Modellunsicherheit des Widerstandes auf den Zuverlässigkeitsindex β

Die Zuverlässigkeitsstudien in BRAML et al. [23] für durch Querkraft ohne zusätzliche Längskraft beanspruchte Stahlbetonbauteile im Bestand wurden mit den in Tabelle 6.7 zusammengestellten statistischen Kenngrößen für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren geführt. Die Untersuchungen beschränken sich auf Stahlbetonbauteile unter Eigenlast- und Nutzlastbeanspruchung.

Tabelle 6.6 Statistische Kenngrößen der verwendeten Basisvariablen (LN = Lognormalverteilung, N = Normalverteilung; GUM = Gumbelverteilung)

Basisvariable		Verteilung	Statistische Kenngrößen		Bemerkung
			$m_{x,i}/X_{k,i}$	$v_{x,i}$	
Widerstand	Betondruckfestigkeit f_{cm}	LN	1,267 1)	0,10 – 0,40 2)	-
	Betonzugfestigkeit f_{ctm}	LN	1)	0,30 – 0,40 2)	-
	Stahlzugfestigkeit f_{ym}	LN	1,106	0,06	BStI, BStIII, BStIV
	Randabstand der Bewehrung d_1	N	0,98	0,125	-
	Geometrie b_w, h, d	N	1,00	0,02	-
Modellunsicherheit	Querkrafttragfähigkeit $U_{R,ct}$	LN	1,40	0,25	JCSS
	Querkrafttragfähigkeit $U_{R,ct}$	LN	1,454	0,268	KAUTSCH [108]
	Querkrafttragfähigkeit $U_{R,sy}$	LN	1,10	0,10	Gleichstreckenlast
	Querkrafttragfähigkeit $U_{R,max}$	LN	1,10	0,15	Gleichstreckenlast
	Querkraftbeanspruchung $U_{E,q}$	N	1,00	0,10 – 0,15	Stabtragwerke Gleichstreckenlast
	Querkraftbeanspruchung $U_{E,q}$	N	1,00	0,10	Flächentragwerke Gleichstreckenlast
Einwirkung	Konstruktionseigenlast	N	1,00	0,066	inkl. Ausbaulast
	Konstruktionseigenlast	N	1,00	0,04 - 0,05	reine Stahlbeton-bauteile
	Nutzlast 3)	GUM	1,10	0,20	-
	Windlast 3)	GUM	1,07	0,15	-
	Schneelast 3)	GUM	1,13	0,25	-

1) für Betondruckfestigkeitsklasse C30/37
2) Variation des Variationskoeffizienten im angegebenen Intervall
3) Verteilung der maximalen Extremwerte für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren

Die Zuverlässigkeitsbetrachtungen erfolgen im Grenzzustand der Tragfähigkeit, d. h. Widerstand und Einwirkung sind unter Zugrundelegung der Teilsicherheitsbeiwerte γ_c = 1,50 und γ_s = 1,15 nach DIN 1045-1 [48] bzw. γ_G =1,35 und γ_Q =1,50 nach DIN 1055-100 [57] im deterministischen Sinne gerade gleich groß ($Z = R - E = 0$). Die zugrunde liegenden charakteristischen Werte von Einwirkung bzw. Beanspruchung und Widerstand gehen mit ihren Mittelwerten unter Verwendung der Variationskoeffizienten nach Tabelle 6.6 in die probabilistischen Berechnungen ein. Durch diese Vorgehensweise erhält man die Koordinaten des Bemessungspunktes nach Bild 3.9 und somit die Zuverlässigkeit der betrachteten Versagensart. Als charakteristischer Wert für die Einwirkungen in Tabelle 6.6 wurde der Modalwert für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren zugrunde gelegt.
Zur Beschreibung des Querkraftversagens werden gemäß dem vorherigen Abschnitt 3 Versagensarten unterschieden. Diese werden nun nachfolgend probabilistisch für ein Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ betrachtet. In allen nachfolgenden Zuverlässigkeitsdarstellungen ist die angestrebte Zielzuverlässigkeit $\beta_{50} = 3{,}8$ für den Bezugszeitraum von 50 Jahren aufgetragen.

- **Versagensart $V_{Rd,ct}$**

Die Parameterstudien für $V_{Rd,ct}$ werden auf Grundlage von Gleichung (6.22) geführt. Die Modellunsicherheiten sind neben der Nutzlast und der Betondruckfestigkeit bestimmend für die Bauteilzuverlässigkeit. Mit steigendem Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit steigt die Sensitivität der Widerstandsseite.
Als Modellunsicherheit wurde auf der Widerstandsseite in Anlehnung an JCSS [105] ein Mittelwert von μ_{UR} = 1,4 mit einem Variationskoeffizienten von 25 % gewählt. Auf Beanspruchungsseite wurde μ_{UE} = 1,0 mit v_x = 0,15 unterstellt.

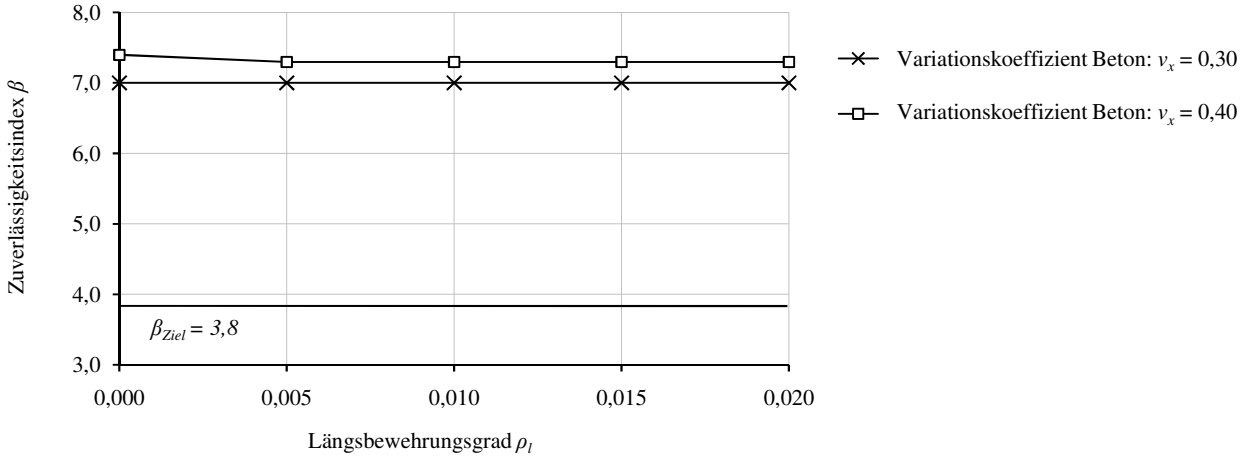


Bild 6.3: Zuverlässigkeit bei Querkraftbeanspruchung von Stahlbetonbauteilen ohne Querkraftbewehrung ($V_{Rd,ct}$) über den Längsbewehrungsgrad ρ_l gemäß Gleichung (6.22) für den Bezugszeitraum von 50 Jahren mit γ_c = 1,50; γ_s = 1,15 sowie γ_G =1,35, γ_Q =1,50 gemäß BRAML et al. [23]

Der Nachweis $V_{Rd,ct}$ liefert unabhängig von den statistischen Kenngrößen der Modellunsicherheiten auch bei hohen Variationskoeffizienten des Betons sehr große Zuverlässigkeiten. Der Ansatz der Modellunsicherheit U_R nach HANSEN [90] liefert ähnlich hohe Zuverlässigkeiten. Wie Tabelle 6.5 zeigt, variieren die statistischen Kenngrößen der Modellunsicherheiten für $V_{Rd,ct}$ stark. In der nachfolgenden Tabelle 6.7 sind die Zuverlässigkeitsindizes für ausgewählte Ansätze der Modellunsicherheit nach Tabelle 6.5 gegenübergestellt. Dies erfolgt unter Beachtung der Parameter von Einwirkung und Widerstand gemäß Tabelle 6.6.

Tabelle 6.7 Zuverlässigkeitsindizes bei Betrachtung von Modellunsicherheiten nach Tabelle 6.5 mit $v_{x,Beton}$ = 30 % unter Verwendung einer Lognormalverteilung

Modell	Mittelwert	Variationskoeffizient	Zuverlässigkeitsindex β
JCSS [105]	1,4	25 %	7,26
HANSEN [90]	1,1	10 %	7,92
FABER [68]	1,0	15 %	6,42
BREHM et. al. [27]	1,0	20 %	5,53
MELCHERS [136]	0,93	21 %	4,86

Mit allen in Tabelle 6.8 untersuchten Modellunsicherheiten wird eine sehr hohe Bauteilzuverlässigkeit erreicht, was auch bei einem Mittelwert der Modellunsicherheit U_R kleiner 1,0, wie in REINECK [181] gefordert, der Fall ist. Dies lässt den Schluss zu, dass das Versagensmodell für $V_{Rd,ct}$ in DIN 1045-1 [48] nicht exakt erfasst wird. Für probabilistische Untersuchungen wird das Modell nach BREHM et. al. [27] und FABER [68] empfohlen.

- **Versagensart $V_{Rd,sy}$**

Die Zuverlässigkeit des Zugstrebennachweises gemäß Gleichung (6.25) für das zum Querkraftabtrag gewählte Fachwerkmodell fällt eher gering aus (Bild 6.4). Hier sind die Modellunsicherheiten von Widerstand und Einwirkung stark zuverlässigkeitsbestimmend. Als Modellunsicherheit wurde auf Widerstandsseite ein Mittelwert von μ_{UR} = 1,1 mit einem Variationskoeffizienten von v_x = 10 % gewählt. Auf Beanspruchungsseite wurde μ_{UE} = 1,0 mit v_x = 0,12 unterstellt. Vereinfacht wurde die Druckstrebenneigung mit $cot\,\theta$ = 1,2 nach DIN 1045 [48] angesetzt. Untersuchungen zur probabilistischen Bestimmung von $cot\,\theta$ nach Gleichung (6.26) führen in den anschließend durchgeführten Parameterstudien für $V_{Rd,sy}$ zur gleichen Zuverlässigkeit im Grenzzustand der Tragfähigkeit, da hierdurch die Beanspruchungs- und Widerstandsseite um den jeweils gleichen Betrag verändert wird. In diesem Zusammenhang kann angemerkt werden, dass die Rissreibungskraft $V_{Rd,c}$ senkrecht zur Bauteillängsachse für Bewehrungsgehalte nahe der Mindestquerkraftbewehrung wesentlich größer ausfällt als die Tragfähigkeit der Zugstrebe $V_{Rd,sy}$. Dieser Sachverhalt wird auch dadurch bestätigt, dass die Formel zur Bestimmung von $cot\,\theta$ Werte außerhalb des in DIN 1045-1 [48] festgelegten Intervalls von 0,58 bis 3,0 liefert. Dieser Wertebereich muss für Gleichung (6.26) eingehalten werden.
Die Parameterstudien wurden mit Bügelbewehrungsgraden von ρ_w = 1 ‰ bis maximal 2 % geführt. Neben den in Tabelle 6.8 gewählten Modellunsicherheiten werden auch die Modellunsicherheiten nach MELCHERS [136] verwendet. Diese unterscheiden sich nur geringfügig von den Festlegungen in JCSS [105].
Die Grenzzustandsgleichung für $V_{Rd,sy}$ Gleichung (6.25) reagiert hier sehr sensibel auf Veränderungen der statistischen Kenngrößen der Modellunsicherheiten auf Beanspruchungs- und Widerstandsseite. Eine Variation der Stahlstreckgrenze ist nicht zielführend, da deren Streuung sehr gering ist und eine niedrige Sensitivität besitzt.

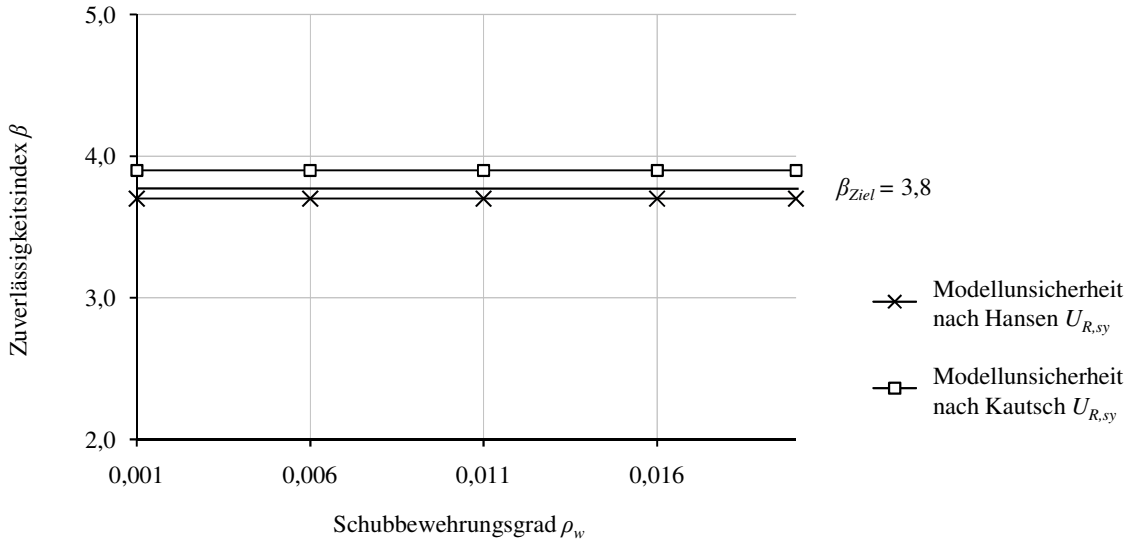


Bild 6.4: Zuverlässigkeit bei Querkraftbeanspruchung von Stahlbetonbauteilen mit Querkraftbewehrung ($V_{Rd,sy}$) in Abhängigkeit vom Querkraftbewehrungsgrad ρ_w für den Bezugszeitraum von 50 Jahren mit γ_c = 1,50; γ_s = 1,15 sowie γ_G =1,35, γ_Q =1,50 gemäß BRAML et al. [23]

Für die Grenzzustandsfunktion von Bauteilen mit rechnerisch erforderlicher Querkraftbewehrung Gleichung (6.25) wurde eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt um den Einfluss der einzelnen Basisvariablen für die Querkrafttragfähigkeit aufzuzeigen (Bild 6.5).

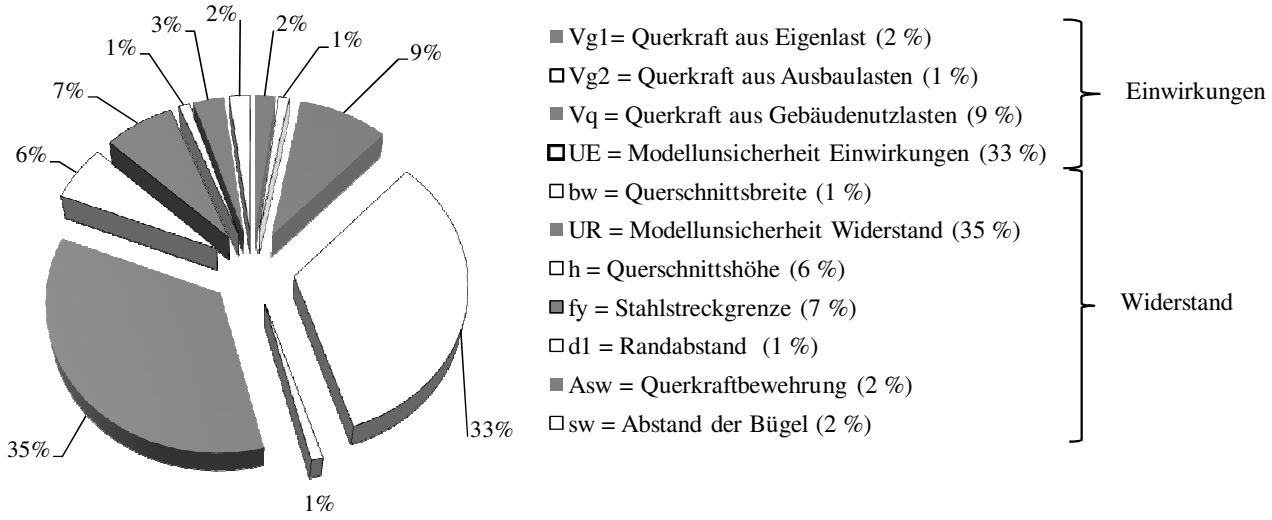


Bild 6.5: Exemplarische Darstellung für den Einfluss der einzelnen Basisvariablen auf die Zuverlässigkeit querkraftbewehrter Bauteile $g(V_{R,sy})$ gemäß Gleichung (6.25)

Bei Verwendung von Basisvariablen in Anlehnung an Tabelle 6.6 zeigt das Bild 6.5, dass die Modellunsicherheiten der Einwirkung und des Widerstands einen großen Einfluss auf die Zuverlässigkeit im Hinblick auf das Querkraftversagen haben.

- **Versagensart $V_{Rd,max}$**

In Bild 6.6 wird die Zuverlässigkeit der Druckstrebentragfähigkeit $V_{Rd,max}$ gemäß (6.27) über verschiedene Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit für normalfeste Betone aufgetragen. Nach Tabelle 6.5 wird als Modellunsicherheit auf Widerstandsseite ein Mittelwert μ_{UR} = 1,10 mit einem Variationskoeffizienten von v_x = 0,15 gewählt. Auf Beanspruchungsseite wurde μ_{UE} = 1,00 mit v_x = 0,15 unterstellt. Die Wahl der statistischen Kenngrößen der Modellunsicherheiten beeinflusst dagegen die Zuverlässigkeit nur unwesentlich.

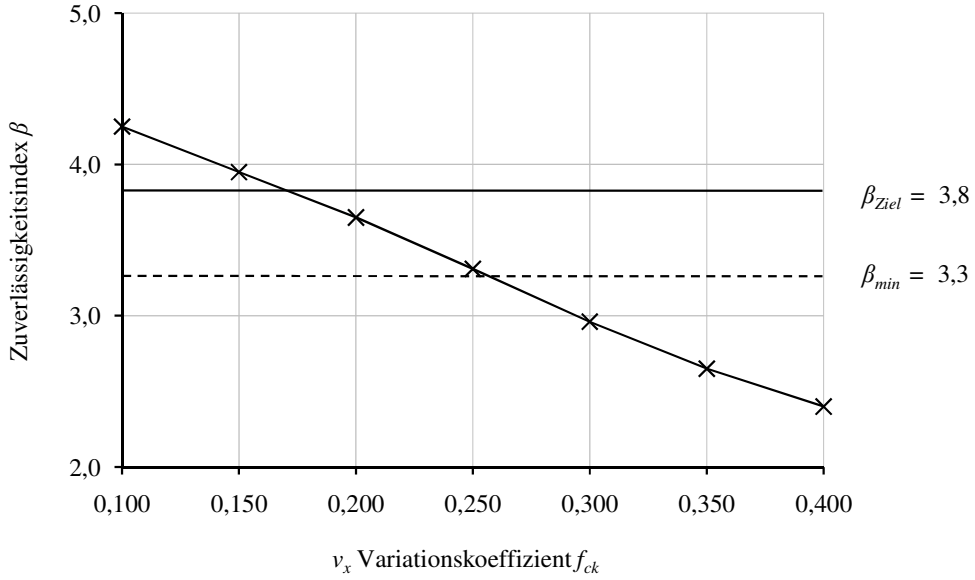


Bild 6.6: Zuverlässigkeit der Druckstrebe bei Querkraftbeanspruchung ($V_{Rd,max}$) für verschiedene Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit (Bezugszeitraum von 50 Jahren) mit γ_c = 1,50; γ_s = 1,15 sowie γ_G =1,35, γ_Q =1,50 gemäß BRAML et al. [23]

Der Nachweis von $V_{Rd,max}$ wird in der Regel nur für stark querkraftbewehrte Bauteile maßgebend. Bild 6.6 lässt erkennen, dass der Mindestwert der gewählten Zielzuverlässigkeit ab einem Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit von 25 % unterschritten wird.

Zusammenfassung der Untersuchungen und eigener Vorschlag für die Bestimmung der Modellunsicherheiten der Querkrafttragfähigkeit

Auf Grundlage der geführten probabilistischen Parameterstudien ist festzustellen, dass die Nachweisformate für die 3 in DIN 1045 [48] formulierten Querkraftversagensarten für Neu- als auch für Bestandsbauten kein einheitliches Sicherheitsniveau aufweisen. Bei Bauteilen ohne rechnerisch erforderliche Querkraftbewehrung liegen nach Tabelle 6.8 immer hohe Zuverlässigkeiten vor. Hohe Streuungen der Betondruckfestigkeit beeinflussen die Zuverlässigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung nur wenig. Die Grenzzustände für $V_{Rd,sy}$ und $V_{Rd,max}$ treffen das angestrebte Zielzuverlässigkeitsniveau recht gut, wobei die Größe des Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit bei $V_{Rd,max}$ von entscheidender Bedeutung ist. Die Parameterstudien zeigen weiter, dass auch die Wahl der statistischen Kenngrößen der Modellunsicherheiten zur Erzielung der Zielzuverlässigkeit von großer Bedeutung ist. Auf Basis der geführten probabilistischen Untersuchungen und auf Grundlage einer umfangreichen Literaturrecherche werden für Grenzzustandsbetrachtungen bei Querkraftbeanspruchung resultierend aus Gleichstreckenlasten folgende Modellunsicherheiten vorgeschlagen:

Tabelle 6.8 Statistische Kenngrößen für die Modellunsicherheit der Querkrafttragfähigkeit für Neu- und Bestandsbauten

Versagensart	Bezeichnung	Verteilungsdichte-funktion	Mittelwert Modellunsicherheit	Variationskoeffizient Modellunsicherheit
$V_{Rd,ct}$	$U_{R,ct}$	LN	1,0	15 %
$V_{Rd,sy}$	$U_{R,sy}$	LN	1,1	10 %
$V_{Rd,max}$	$U_{R,max}$	LN	1,1	15 %

Mit den in Tabelle 6.8 angegebenen statistischen Kenngrößen der Modellunsicherheiten wird für alle drei Versagensarten das Zielzuverlässigkeitsniveau unter Verwendung der in Tabelle 6.6 aufgelisteten Parameter grundsätzlich erreicht. Querkraftbeanspruchte Bauteile können damit sinnvoll bewertet werden. Das für die Kalibrierung zugrunde gelegte Sicherheitsniveau $\beta = 3{,}8$ basiert auf JCSS [105] bzw. DIN 1055-100 [57]. Dieses Sicherheitsniveau ist historisch aus der Erfahrung ausgeführter Bauwerke entstanden und entspricht derzeit den allgemeinen Sicherheitsanforderungen sowie der geforderten Wirtschaftlichkeit SPAETHE [203], GRUSIBAU [85]. Für bestehende Bauwerke oder für neu zu errichtende Bauwerke mit Überwachungsmaßnahmen kann aufgrund zusätzlicher Informationen das Sicherheitsniveau angepasst werden HANSEN [90], wie es beispielsweise in DIAMANTIDIS et. al [46] auf der Basis von [104] mit $\beta = 3{,}3$ für den Bezugszeitraum von 50 Jahren vorgeschlagen wird. Siehe hierzu auch Abschnitt 3.5 dieser Arbeit. Für auflagernahe Einzellasten in Stabtragwerken ist von höheren Variationskoeffizienten der Modellunsicherheit gegenüber Gleichstreckenlasten auszugehen, da hier größere Unsicherheiten bzgl. des Lastabtrags auftreten. Für $V_{Rd,sy}$ und $V_{Rd,max}$ wird empfohlen, die Variationskoeffizienten nach Tabelle 6.8 um 5 bis 10 Prozentpunkte zu erhöhen.
Probabilistische Betrachtungen der Querkraftversagensarten können alternativ auch mit einheitlichen statistischen Kenngrößen der Modellunsicherheiten geführt werden. Somit muss keine Differenzierung hinsichtlich der Versagensart erfolgen. Nachteilig hierbei ist, dass sich für alle Querkraftversagensarten eine unterschiedliche Zuverlässigkeit ergibt, die vor allem für $V_{Rd,ct}$ sehr auf der sicheren Seite liegt. Die in Tabelle 6.9 angegebenen Werte erweisen sich hierfür als sinnvoll.

Tabelle 6.9 Statistische Kenngrößen für die Modellunsicherheit bei einem stochastischen Modell der Querkrafttragfähigkeit für Neu- und Bestandsbauten

Querkraftversagen	Bezeichnung	Verteilungs-dichte-funktion	Mittelwert Modellunsicher-heitsfaktor	Variations-koeffizient Modellunsicherheit
V_{Rd} bei Gleichstreckenlasten	U_R	LN	1,10	15 %
V_{Rd} bei Einzellasten	U_R	LN	1,40	20 % bis 25 %

Der vorgeschlagene Wert für Einzellasten in Tabelle 6.9 basiert auf den Versuchen von KAUTSCH [108] sowie den eigenen weiteren probabilistischen Parameterstudien.

- Durchstanzen

In HANSEN [90] wurden experimentell bestimmte Daten von Durchstanzversuchen probabilistisch ausgewertet. Der Variationskoeffizient der Modellunsicherheit nimmt dabei Werte zwischen 7,1 % und 28,2 % an. Es zeigt sich auch, dass für eine realistische Abschätzung der Modellunsicherheit maßstabsgetreue Versuche erforderlich sind. Solche Daten liegen aber bislang nur in ungenügender Anzahl für eine probabilistische Auswertung vor. Hansen [90] schlägt einen Variationskoeffizienten von 17 % für die Modellunsicherheit vor.

6.2.3 Unsicherheiten aus der Qualität der Bauwerksprüfung

Wie bereits in Abschnitt 2 dieser Arbeit erläutert, sind die Ergebnisse einer Bauwerksprüfung durch den Bauwerksprüfer stets subjektiv. Im Rahmen einer probabilistischen Berechnung kann diese Unsicherheit aus der Qualität der Bauwerksprüfung in Form einer neu eingeführten *Modellunsicherheit Bauwerksprüfer* berücksichtigt werden. Es ist allgemein bekannt, dass die Ergebnisse und die Qualität einer Bauwerksprüfung vom Wissensstand, vom Verantwortungsbewusstsein und von der Erfahrung des zuständigen Ingenieurs abhängen BERGMEISTER & WENDNER [14]. Die Streuungen der Ergebnisse einer Bauwerksprüfung aufgrund der unterschiedlichen Bewertung der Mängel und Schäden durch die Prüfer wurden bislang noch nicht detailliert untersucht. Dies liegt u. a. auch an der Komplexität bei der Bewertung von Schäden, die meist einen Einzelfall darstellen, und selbst bei Experten unterschiedliche Beurteilungen hervorrufen. Dies wurde auch bei der Bearbeitung des *fib*-MODEL CODE FOR SERVICE LIFE DESIGN [144] festgestellt. Hier wurde eine Umfrage zwischen Korrosionsfachleuten durchgeführt, um Erfahrungs- und Schätzwerte bzgl. der Zeit bis zur Bildung von Rissen und des Auftretens von Betonabplatzungen infolge korrodierter Bewehrung abzuleiten. Im Falle der sehr komplexen Fragestellung für das Auftreten von Abplatzungen zeigte sich, dass die geschätzte Zeitdauer bis zum Auftreten einer Abplatzung um rund 15 Jahre zwischen den einzelnen Experten auseinanderlag.
Dem Verfasser sind nur 2 Veröffentlichungen bekannt, bei denen die unterschiedliche Bewertung durch den Bauwerksprüfer ausgewertet wurde. In PHARES et al. [168] wurden die Ergebnisse von 49 Brückenprüfern ausgewertet die jeweils 10 Brücken untersuchten. Die Brückenprüfer stammen aus 25 amerikanischen Baubehörden. Die Brückenprüfer bewerteten 7 Brücken im Rahmen einer einfachen Brückenprüfung und 3 Brücken im Rahmen einer Brückenhauptprüfung. Der tatsächliche Zustand dieser Brücken wurde vorab durch intensive Untersuchungen festgestellt. Die Zustandsbewertung der Brücken erfolgte mit insgesamt 10 Notenstufen, von 0 bis 9 (0 = sehr guter Zustand der Brücke, 9 = sehr schlechter Zustand der Brücke). Die Auswertung zeigte, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % die Bewertungen um ± 2 Notenstufen um den tatsächlichen Mittelwert schwanken. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 68 % schwanken die Bewertungen um den Mittelwert um ± 1 Notenstufe.

Das nachfolgende Bild Nr. 6.7 zeigt die Verteilungsdichtefunktion für die Ergebnisse der 49 Bauwerksprüfer aus der Bewertung des Überbaus der Brücke „B111A“ in PHARES et al. [168].

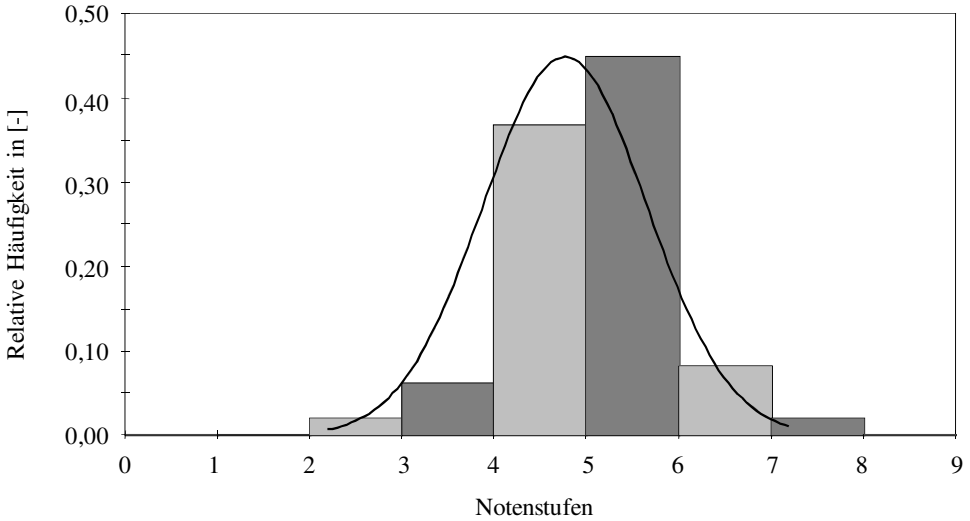


Bild 6.7: Verteilungsdichtefunktion der Normalverteilung aus den Ergebnissen der 49 Bauwerksprüfer für die Bewertung des Überbaus der Brücke „B111A“ in PHARES et al. [168]

Die statistische Auswertung der Daten in Bild 6.7 ergibt eine mittlere Zustandsnote des Bauwerks von 4,77. Der Variationskoeffizient beträgt v = 18,6 %. In PHARES et al. [168] wurden für die weiteren 7 untersuchten Brücken die Bewertungen für die Unterbauten, für den Überbau und für die Fahrbahn statistisch ausgewertet. Es ergaben sich dabei Variationskoeffizienten von 8 % bis 19,2 %. Der niedrigere Variationskoeffizient resultiert aus der Zustandsbeurteilung der Unterbauten des Brückenbauwerks „Route1“. Angaben über das Alter der Brücken und die Konstruktionsdetails liegen dem Verfasser nicht vor. Bei der Bewertung von Einzelschäden im Rahmen einer Brückenhauptprüfung gemäß [168] weisen die Bewertungen der Bauwerksprüfer kleinere Streuungen auf als bei den zuvor genannten Zustandsbewertungen im Rahmen einer einfachen Brückenprüfung. Allerdings wurden im Falle von Stahlbrücken meist nur die oberflächlichen Schäden, wie z. B. fehlender Korrosionsschutz etc., meist übereinstimmend bewertete. Handelte es sich aber um Anzeichen von Rissen an Schweißstellen, so wurden diese nur von 3,9 % der Bauwerksprüfer richtig identifiziert. Daten für eine Berechnung des Variationskoeffizienten bei der Bewertung von Einzelschäden liegen nicht vor.

In ÄKERMAN [1] wurde die unterschiedliche Verteilung der Zustandsnoten gemäß RI-EBW-PRÜF [184] in den Einzugsgebieten der einzelnen Staatlichen Bauämter für Brückenbauwerke des Freistaats Bayern, Baulast Bund, untersucht. Die Daten wurden im Jahre 2005 erhoben. ÄKERMAN [1] geht davon aus, dass der Bauwerksbestand an Brücken in Bayern hinsichtlich Altersstruktur und Zustand in etwa gleich sein dürfte und schließt so von den Zustandsnoten der einzelnen Ämter für die Brücken in deren Einzugsgebiet auf die Zuverlässigkeit der Zustandsnoten und damit auf deren Streuung bei der Beurteilung. Einzelheiten über die Art und Weise der Auswertung liegen dem Verfasser nicht vor. Die nachfolgenden Bilder Nr. 6.8 bis Nr. 6.13 zeigen die eigene statistische Auswertung der Ergebnisse in [1]. Die vertikale Achse stellt dabei die relative Häufigkeit in Bezug auf die Anzahl der Straßenbauämter dar. Die horizontale Achse bezieht sich auf den prozentualen Anteil des Brückenbestandes mit der jeweiligen Zustandsnote in Bayern.

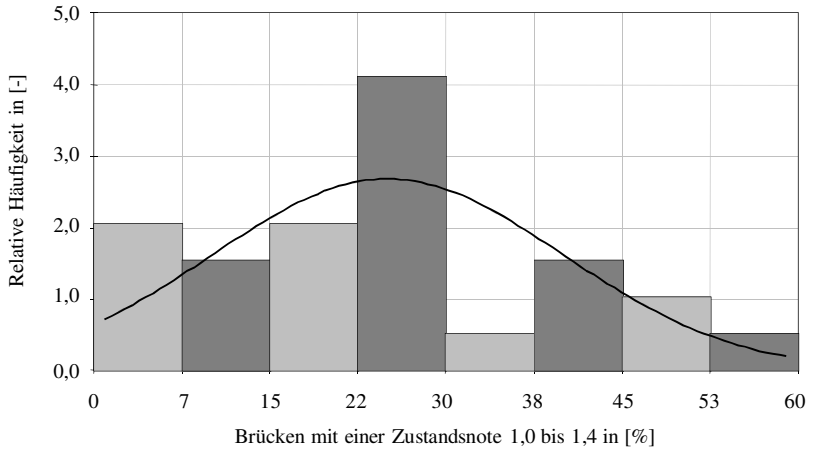


Bild 6.8: Verteilungsdichtefunktion der Zustandsnote 1,0 bis 1,4 gemäß RI-EBW-PRÜF [184] für den Brückenbestand in Bayern (Normalverteilung: Mittelwert μ = 25 %, Variationskoeffizient v = 0,15)

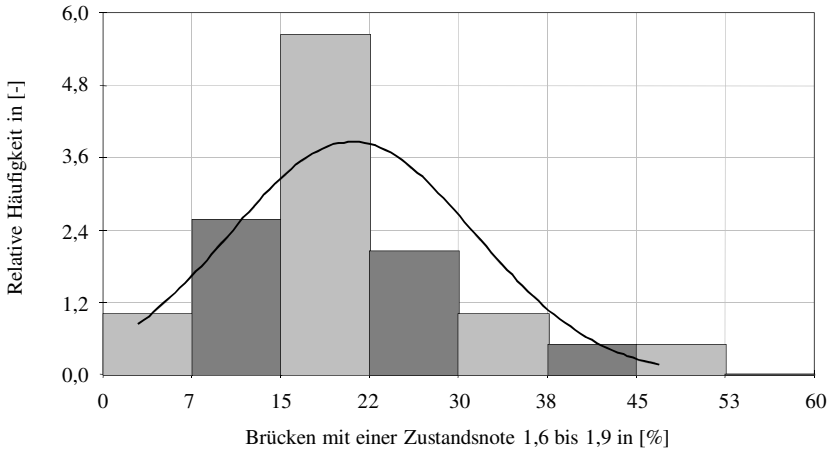


Bild 6.9: Verteilungsdichtefunktion der Zustandsnote 1,5 bis 1,9 gemäß RI-EBW-PRÜF [184] für den Brückenbestand in Bayern (Normalverteilung: Mittelwert μ = 21,1 %, Variationskoeffizient v = 0,48)

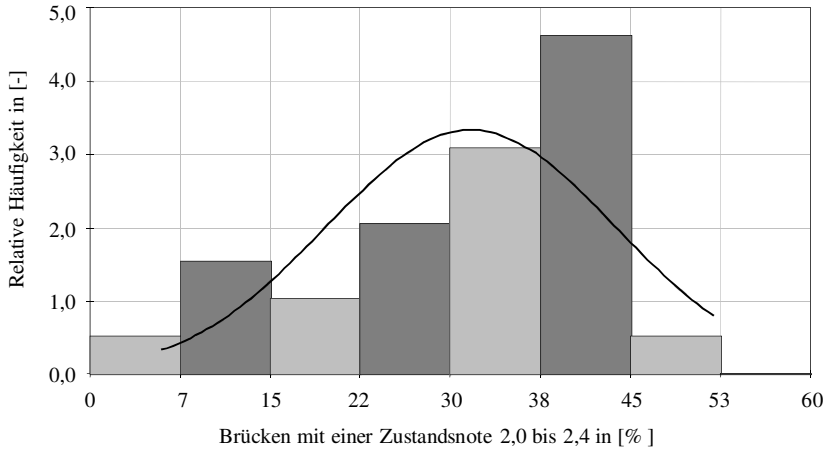


Bild 6.10: Verteilungsdichtefunktion der Zustandsnote 2,0 bis 2,4 gemäß RI-EBW-PRÜF [184] für den Brückenbestand in Bayern (Normalverteilung: Mittelwert μ = 31,7 %, Variationskoeffizient v = 0,37)

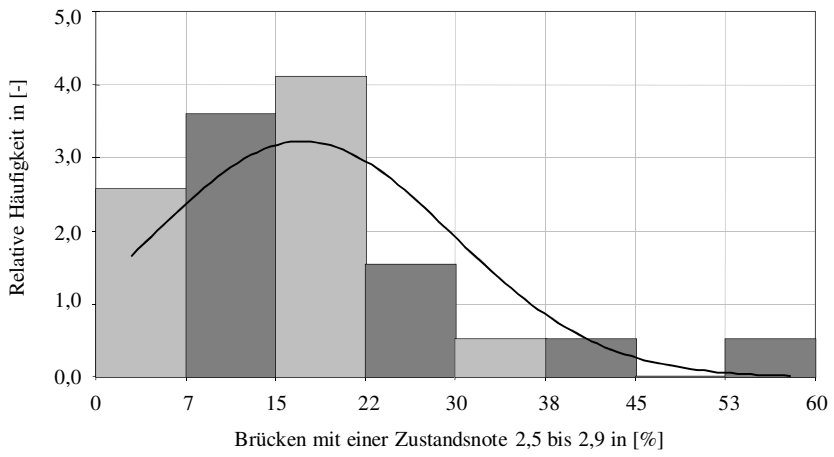


Bild 6.11: Verteilungsdichtefunktion der Zustandsnote 2,5 bis 2,9 gemäß RI-EBW-PRÜF [184] für den Brückenbestand in Bayern (Normalverteilung: Mittelwert μ = 17,3 %, Variationskoeffizient v = 0,71)

Bild 6.12: Verteilungsdichtefunktion der Zustandsnote 3,0 bis 3,4 gemäß RI-EBW-PRÜF [184] für den Brückenbestand in Bayern (Normalverteilung: Mittelwert μ = 2,5 %, Variationskoeffizient v = 1,0)

Bild 6.13: Verteilungsdichtefunktion der Zustandsnote 3,5 bis 4,0 gemäß RI-EBW-PRÜF [184] für den Brückenbestand in Bayern (Normalverteilung: Mittelwert μ = 0,7 %, Variationskoeffizient v = 1,14)

Die in den Untersuchungen gemäß den Bildern Nr. 6.8 bis Nr. 6.13 festgestellten Mittelwerte für die einzelnen Kategorien weichen etwas von den Untersuchungen der Obersten Baubehörde im Bayerischen Staatsministerium des Inneren, siehe GOJ [81], ab. Der Anteil von Bauwerken mit einer Zustandsnote von 1,0 bis 1,4 wird in GOJ [81] mit 10 % bis 5,5% angegeben. In ÄKERMAN [1] beträgt diese Quote gemäß den eigenen Auswertungen 25 % (siehe Bild Nr. 6.8). Wie bereits erwähnt, liegen jedoch keine näheren Angaben über die Art und Weise der Auswertung der Daten vor. Der Schwerpunkt der vorliegenden Untersuchungen richtet sich jedoch vor allem auf die Streuungen einer Bauwerksprüfung, sodass auf die genaue Feststellung der genannten Abweichungen der einzelnen Untersuchungen nicht näher eingegangen wird.
Trotz intensiver Bemühungen liegen keine weiteren Daten vor, aus denen auf eine Streuung der Ergebnisse der Bauwerksprüfung geschlossen werden kann. Aus der Auswertung der Daten von PHARES et al. [168] und ÄKERMAN [1] können daher nur Tendenzen abgeleitet werden. Diese Erkenntnisse dienen als Grundlage für die Entwicklung des baupraktischen Näherungsverfahrens in Abschnitt 7. Die *Modellunsicherheit Bauwerksprüfer* muss so in das Verfahren integriert werden, dass sie jederzeit angepasst und z. B. mit dem Verfahren des Bayes Updating, siehe Abschnitt 3.6.2, bei der Kenntnis neuer Daten aktualisiert werden kann. Dieses Vorgehen wird später auch beispielhaft vorgestellt. Untersuchungen ob die Einschätzung eines Schadens im Rahmen einer Bauwerksprüfung auf der sicheren oder unsicheren Seite liegt, sind nicht bekannt. Die Erkenntnisse in ÄKERMAN [1] zeigen jedoch, dass bei einer Brückenprüfung durch den Bauherrn die Bauwerke eher besser eingestuft werden, als bei einer Brückenprüfung durch externe Ingenieurbüros. Teilweise wird dies darauf zurückgeführt, dass die Bauherren ihre Bauwerke über längere Zeit betreuen und besser einschätzen können. Eine Modellierung des Mittelwertes als Grundlage für die Wahl der Verteilungsfunktion der Modellunsicherheit Bauwerksprüfer lässt sich aber nicht ableiten.
Die Auswertungen in PHRASES et al. [168] zeigen deutlich, dass bei der Beurteilung des Zustandes einer Brücke Streuungen von 8 % bis 20 % (=Variationskoeffizient) bei der Bewertung durch die einzelnen Bauwerksprüfer auftreten können. Bei der Bewertung von Einzelschäden sind die Streuungen kleiner. Aus den statistischen Auswertungen in den Bildern Nr. 6.8 bis Nr. 6.13 lässt sich die Tendenz feststellen, dass bei Brücken ohne oder nur mit kleinen Mängeln und Schäden die Beurteilungen durch die Bauwerksprüfer weniger stark streuen als bei stärker geschädigten Brücken. Die nachfolgenden Untersuchungen zeigen die Auswirkungen der *Modellunsicherheit Bauwerksprüfer* auf den Zuverlässigkeitsindex β für den Grenzzustand Biegezugversagen.

Für das in Abschnitt 7 vorgestellte baupraktische Näherungsverfahren werden insgesamt 3 Schadensgruppen entwickelt. Im Einzelnen ist dies das Schadensbild der Betonabplatzung, der Betonstahlkorrosion sowie der Betonkorrosion (Frost-Tausalzbeanspruchung). Die Beurteilung für die Einteilung in die einzelnen Schadenskategorien (insgesamt 5 Kategorien je Schaden) obliegt dem Bauwerksprüfer. Das Verfahren wird so entwickelt, dass die Modellunsicherheit Bauwerksprüfer je Schadensart und – kategorie angepasst werden kann. Nachfolgende Definitionen werden dafür eingeführt:

$U_{BW,d}$ = Modellunsicherheit Bauwerksprüfer bei der Beurteilung von Abplatzungen
$U_{Bw,f}$ = Modellunsicherheit Bauwerksprüfer bei der Beurteilung der Betondruckfestigkeit
$U_{BW,A}$ = Modellunsicherheit Bauwerksprüfer bei der Beurteilung der Betonstahlkorrosion

Im Rahmen der probabilistischen Berechnung werden die einzelnen maßgebenden Basisvariablen der Schadensgruppen mit der Modellunsicherheit gemäß den nachfolgenden Gleichungen multipliziert.

$$d_{BW} = U_{BW,d} \cdot d \tag{6.31}$$

$$f_{c,BW} = U_{BW,f} \cdot f_c \tag{6.32}$$

$$A_{s,BW} = U_{BW,A} \cdot A_s \tag{6.33}$$

mit:

d_{BW} = mit der Modellunsicherheit Bauwerksprüfer bereinigte Basisvariable für die stochastische Modellierung der statischen Nutzhöhe im Schadensfall Abplatzungen

$f_{c,BW}$ = mit der Modellunsicherheit Bauwerksprüfer bereinigte Basisvariable für die stochastische Modellierung der Betondruckfestigkeit im Schadensfall Betonkorrosion

$A_{s,BW}$ = mit der Modellunsicherheit Bauwerksprüfer bereinigte Basisvariable für die stochastische Modellierung der Querschnittsfläche des Betonstahls im Schadensfall Betonstahlkorrosion

Es kann davon ausgegangen werden, dass die Modellunsicherheiten Bauwerksprüfer für die Beurteilung der einzelnen Schäden stochastisch unabhängig sind. Aus der Multiplikation der normalverteilten unabhängigen Zufallsvariablen berechnet sich die Modellunsicherheit Bauwerksprüfer $U_{BW,ges}$ zu:

$$U_{BW,ges} = U_{BW,d} \cdot U_{Bw,f} \cdot U_{Bw,A} \tag{6.34}$$

Der gemeinsame Variationskoeffizient $v_{UBW,ges}$ kann dann auf der Grundlage des Varianzfortpflanzungsgesetzes wie folgt berechnet werden:

$$v^2_{U_{BW,ges}} = v^2_{U_{BW,d}} + v^2_{U_{BW,f}} + v^2_{U_{BW,A}}\,; \quad bzw. \quad v_{U_{BW,ges}} = \sqrt{v^2_{U_{BW,d}} + v^2_{U_{BW,f}} + v^2_{U_{BW,A}}} \tag{6.35}$$

Eine zuverlässige Datengrundlage für die Modellierung der statistischen Eigenschaften der Modellunsicherheiten liegt bislang noch nicht vor. Auf der Grundlage der zuvor entwickelten Tendenzen aus PHRASES et al. [168] und ÄKERMAN [1] werden für einzelne Grenzzustände Parameterstudien ausgeführt, die den Einfluss der Modellunsicherheit bei unterschiedlichen Variationskoeffizienten aufzeigen. Für die Verteilungsfunktion wird eine Normalverteilung zugrunde gelegt. Der Mittelwert wird mit 1,0 festgesetzt.

Für die nachfolgenden Parameterstudien wurden die stochastischen Modelle für die einzelnen Basisvariablen der Grenzzustände in Anlehnung an Tabelle 4.4 gewählt.

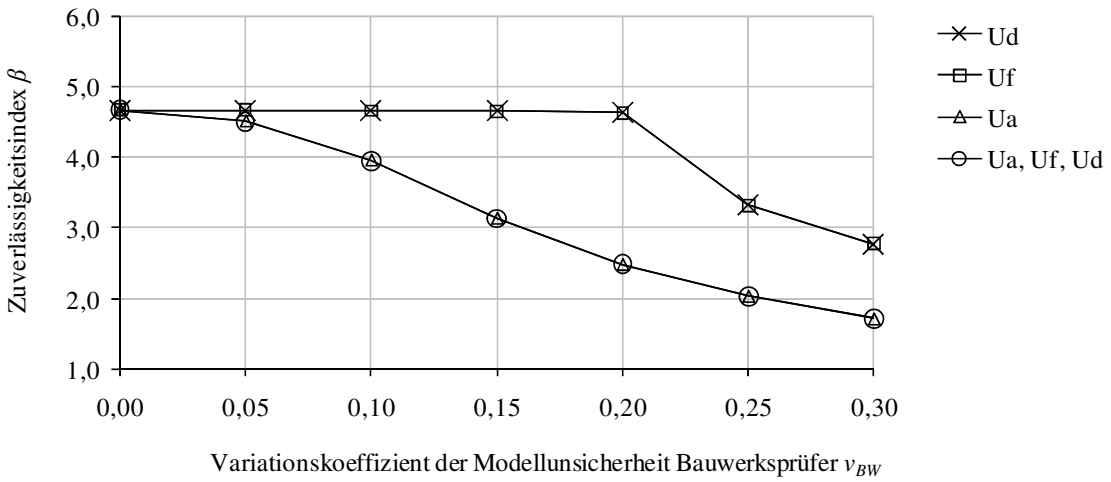


Bild 6.14: Zuverlässigkeitsindex β in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten für die Modellunsicherheiten Bauwerksprüfer für den Grenzzustand Biegezugversagen gemäß Gleichung (7.7) mit $\rho_G = 0{,}6$ und $D_M = 0{,}15$ und $\mu_M = 0{,}07$

Das Bild 6.14 zeigt sehr deutlich, dass im Grenzzustand Biegezugversagen die Modellunsicherheit Bauwerksprüfer für die Beurteilung der Betonstahlkorrosion $U_{BW,A}$ den größten Einfluss auf den Zuverlässigkeitsindex β hat. Die Modellunsicherheiten für die Beurteilung der Betonkorrosion $U_{BW,f}$ und für die Beurteilung der Abplatzungen $U_{BW,d}$ haben dagegen bis zu einem Variationskoeffizienten von 20 % keinen Einfluss auf die Zuverlässigkeit. Da die beiden Modellunsicherheiten $U_{BW,f}$ und $U_{BW,d}$ stets in gleicher Weise die Grenzzustandsfunktion beeinflussen, sind die Ergebnisse für $U_{BW,d}$ und $U_{BW,f}$ identisch. Dies ist aus Gleichung (7.7) erkennbar. Für die Interpretation der Ergebnisse kommt der nachfolgenden Sensitivitätsanalyse große Bedeutung zu.

Tabelle 6.10 Sensitivitätsfaktoren der Basisvariablen für den Grenzzustand Biegezugversagen für die einzelnen Modellunsicherheiten Bauwerksprüfer für die Variationskoeffizienten $v_{BW} = 5$ %, $v_{BW} = 15$ %, und $v_{BW} = 25$ %, mit $\rho_G = 0{,}6$ und $D_M = 0{,}15$ und $\mu_M = 0{,}07$

U_{BW}	v_{BW}	β	α^2_{UR}	α^2_{As}	α^2_{b}	α^2_{d}	α^2_{fy}	α^2_{fc}	α^2_{Us}	α^2_{Mg1}	α^2_{Mg2}	α^2_{Mq}	α^2_{BWd}	α^2_{BWf}	α^2_{BWA}
$U_{BW,d}$	5 %	4,6	0,16	0,01	0,01	0,04	0,10	0,01	0,16	0,01	*	0,50	*	-	-
	15 %	4,6	0,16	0,01	0,01	0,04	0,10	0,01	0,16	0,01	*	0,49	0,01	-	-
	25 %	3,3	*	*	*	*	*	0,01	*	*	*		0,98	-	-
$U_{BW,f}$	5 %	4,6	0,16	0,01	0,01	0,04	0,10	0,01	0,16	0,01	*	0,50	-	*	-
	15 %	4,6	0,16	0,01	0,01	0,04	0,10	0,01	0,16	0,01	*	0,49	-	0,01	-
	25 %	3,3	*	*	*	*	*	0,01	*	*	*		-	0,98	-
$U_{BW,A}$	5 %	4,5	0,15	0,01	0,01	0,04	0,10	0,01	0,15	0,01	*	0,44	-	-	0,08
	15 %	3,1	0,06	*	*	0,01	0,04	*	0,06	0,01	*	0,06	-	-	0,74
	25 %	2,0	0,02	*	*	*	0,01	*	0,02	*	*	0,01	-	-	0,92
$U_{BW,d}$ $U_{BW,f}$ $U_{BW,A}$	5 %	4,5	0,15	0,01	0,01	0,04	0,10	0,01	0,15	0,01	*	0,44	*	0,07	*
	15 %	3,1	0,06	*	*	0,01	0,04	*	0,06	0,01	*	0,06	*	0,74	*
	25 %	2,0	0,02	*	*	*	0,01	*	0,02	*	*	0,01	*	0,92	*

* = Wert ist < 0,01

Die Sensitivitätsanalyse zeigt sehr deutlich, dass bei einem Variationskoeffizienten größer 25 % die Modellunsicherheiten den dominierenden Einfluss auf den Zuverlässigkeitsindex β haben. Im Falle von $U_{BW,d}$ und $U_{BW,f}$ steigt die Wichtung ab einem Variationskoeffizienten größer 20 % sehr stark an. Bei 25 % beträgt die Wichtung 0,98 für $U_{BW,d}$ und $U_{BW,f}$. Die daraus berechneten Zuverlässigkeiten sind aufgrund dieser unrealistischen Verhältnisse nicht verwertbar. Bei Variationskoeffizienten kleiner 20 % haben $U_{BW,d}$ und $U_{BW,f}$ dagegen keinen Einfluss auf den Zuverlässigkeitsindex β. Dies bestätigt auch das Bild Nr. 6.14 durch die horizontale Gerade. Erwartungsgemäß weist die Modellunsicherheit Bauwerksprüfer für die Beurteilung der Betonstahlkorrosion den größten Einfluss auf den Zuverlässigkeitsindex β auf. Selbst bei einem Variationskoeffizienten von 5 % beträgt die Wichtung an der Zuverlässigkeit bereits 7 %. Das Bild Nr. 6.15 zeigt den Einfluss des Variationskoeffizienten für die Modellunsicherheit Bauwerksprüfer auf den Zuverlässigkeitsindex β für den Grenzzustand Versagen der Druckstrebe bei Querkraftbeanspruchung.

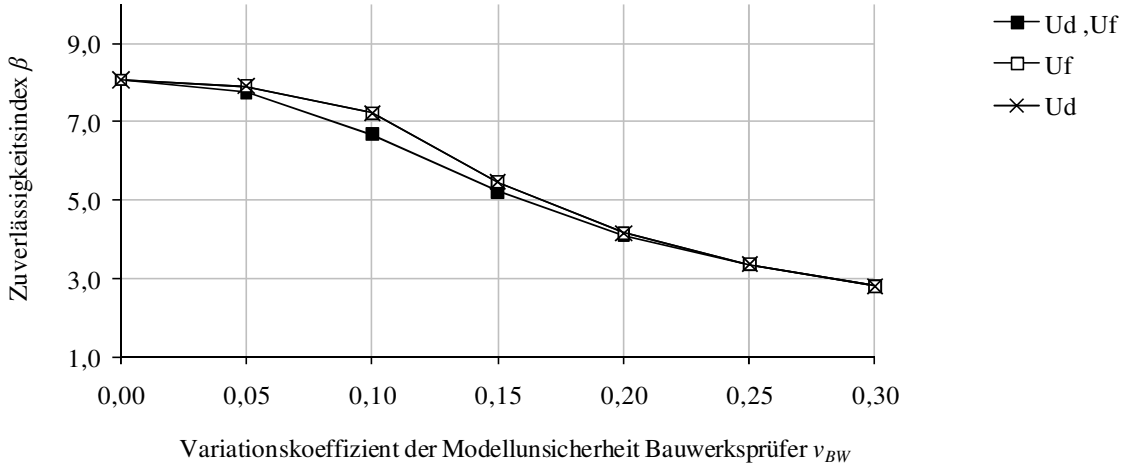


Bild 6.15: Zuverlässigkeitsindex β in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten für die Modellunsicherheiten Bauwerksprüfer für den Grenzzustand Versagen der Druckstrebe bei Querkraftbeanspruchung gemäß Gleichung (7.11) mit $v_Q=0,05$ und $\rho_G = 0,6$

Die nachfolgende Tabelle 6.11 fasst die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse zusammen.

Tabelle 6.11 Sensitivitätsfaktoren der Basisvariablen für den Grenzzustand Versagen der Druckstrebe bei Querkraftbeanspruchung für die Modellunsicherheit Bauwerksprüfer für die Variationskoeffizienten v_{BW} = 5 %, v_{BW} = 15 %, und v_{BW} = 25 %, mit $v = 0,05$, $\rho_G = 0,6$

U_{BW}	v_{fc}	β	$\alpha^2_{UR,max}$	α^2_{fc}	α^2_{UE}	α^2_{VG} 1)	α^2_{VQ}	α^2_{bw}	α^2_{d}	α^2_{BWd}	α^2_{BWf}
$U_{BW,d}$	5 %	7,902	0,27	0,23	0,15	0,01	0,27	0,01	0,01	0,04	-
	15 %	5,463	0,04	0,03	0,02	<0,01	0,01	<0,01	<0,01	0,90	-
	25 %	3,361	0,01	0,01	<0,01	<0,01	<0,01	<0,01	<0,01	0,98	-
$U_{BW,f}$	5 %	7,902	0,27	0,23	0,15	0,01	0,27	0,01	0,01	-	0,04
	15 %	5,463	0,04	0,03	0,02	<0,01	0,01	<0,01	<0,01	-	0,90
	25 %	3,361	0,01	0,01	<0,01	<0,01	<0,01	<0,01	<0,01	-	0,98
$U_{BW,d}$ $U_{BW,f}$	5 %	7,746	0,27	0,22	0,14	0,01	0,25	0,01	0,01	0,04	0,04
	15 %	5,215	0,08	0,07	0,04	<0,01	0,02	<0,01	<0,01	0,38	0,38
	25 %	3,347	0,03	0,02	0,01	<0,01	<0,01	<0,01	<0,01	0,46	0,46

1) Die Konstruktionseigenlast und die Ausbaulasten wurden hier zu einem Lastfall V_G zusammengefasst.

Wie beim Grenzzustand Biegezugversagen beeinflusst die Modellunsicherheit Bauwerksprüfer für die Beurteilung von Abplatzungen $U_{BW,d}$ und für die Beurteilung der Betondruckfestigkeit $U_{BW,f}$ die Grenzzustandsfunktion für ein Versagen der Druckstrebe bei Querkraftbeanspruchung in gleicher Weise, sodass identische Ergebnisse zu erwarten waren. Es zeigt sich in beiden Fällen sehr deutlich, dass bereits ab einem Variationskoeffizienten größer 15 % die Modellunsicherheiten Bauwerksprüfer den dominierenden Einfluss einnehmen, was zu unrealistischen Ergebnissen führt. Dies zeigt sich auch, wenn beide Modellunsicherheiten gemeinsam auftreten.
Das Bild Nr. 6.16 stellt den Einfluss des Variationskoeffizienten für die Modellunsicherheit Bauwerksprüfer auf den Zuverlässigkeitsindex β für den Versagenszustand Querkrafttragfähigkeit mit Querkraftbewehrung gemäß Gleichung (7.17) mit $v_{Q,sy}$ = 0,45 dar.

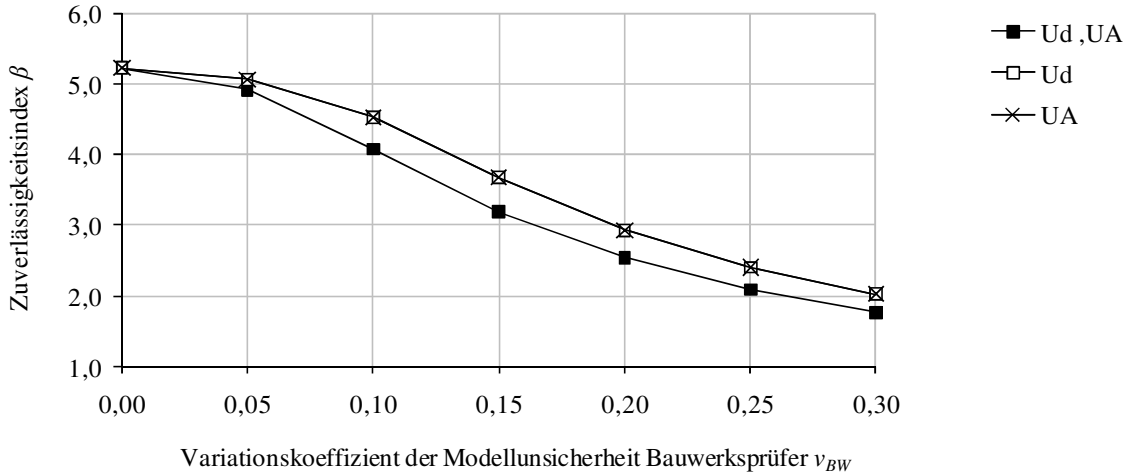


Bild 6.16: Zuverlässigkeitsindex β in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten für die Modellunsicherheiten Bauwerksprüfer für den Versagenszustand Querkrafttragfähigkeit mit Querkraftbewehrung gemäß Gleichung (7.17) mit $v_{Q,sy}$ = 0,45 und ρ_G = 0,6

Die nachfolgende Tabelle 6.12 fasst die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse zusammen.

Tabelle 6.12 Sensitivitätsfaktoren der Basisvariablen für den Grenzzustand Querkrafttragfähigkeit mit Querkraftbewehrung für die Modellunsicherheit Bauwerksprüfer für die Variationskoeffizienten v_{BW} = 5 %, v_{BW} = 15 %, und v_{BW} = 25 %, mit v = *0,45*, ρ_G = 0,6

U_{BW}	v_{fy}	β	$\alpha^2_{UR,sy}$	α^2_{sw}	α^2_{Asw}	α^2_{fy}	α^2_{Us}	α^2_{Vg}	α^2_{Vq}	α^2_{d}	α^2_{BWA}	α^2_{BWd}
$U_{BW,d}$	5 %	5,061	0,18	0,05	0,07	0,08	0,22	0,02	0,28	0,02	-	0,07
	15 %	3,669	0,07	0,02	0,02	0,03	0,09	0,01	0,04	0,01	-	0,71
	25 %	2,402	0,02	0,01	0,01	0,01	0,03	<0,01	0,01	<0,01	-	0,91
$U_{BW,A}$	5 %	5,061	0,18	0,05	0,07	0,08	0,22	0,02	0,28	0,02	0,07	-
	15 %	3,669	0,07	0,02	0,02	0,03	0,09	0,01	0,04	0,01	0,71	-
	25 %	2,402	0,02	0,01	0,01	0,01	0,03	<0,01	0,01	<0,01	0,91	-
$U_{BW,d}$ $U_{BW,A}$	5 %	4,913	0,18	0,05	0,06	0,08	0,22	0,02	0,25	0,02	0,06	0,06
	15 %	3,187	0,07	0,02	0,02	0,03	0,09	0,01	0,03	0,01	0,36	0,36
	25 %	2,087	0,03	0,01	0,01	0,01	0,04	<0,01	0,01	<0,01	0,45	0,45

Die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse in Tabelle 6.12 zeigen sehr deutlich, dass ab einem Variationskoeffizienten größer 15 % die Wichtung der Modellunsicherheiten für die Bewertung von Abplatzungen sowie für die Beurteilung der Korrosion der Querkraftbewehrung stark ansteigt. Die weiteren Untersuchungen für die Grenzzustände der Querkraft ohne Querkraftbewehrung sowie für den Grenzzustand Durchstanzen zeigen im Wesentlichen ähnliche Ergebnisse.
Wie bereits erwähnt, liegen keine ausreichenden statistischen Daten für die stochastische Modellierung der Modellunsicherheit Bauwerksprüfer vor. Für die eigene Berechnung wird die Modellunsicherheit Bauwerksprüfer auf der Grundlage der zuvor genannten Auswertung der Untersuchungen in PHRASES et al. [168] und ÄKERMAN [1] sowie auf den zuvor geführten Parameterstudien gewählt:

- Bei der Bewertung von *keinen*, *geringfügigen* oder *vereinzelten* Mängeln und Schäden wird der Variationskoeffizient für die Modellunsicherheit Bauwerksprüfer jeweils für $U_{BW,d}$, $U_{BW,f}$ und $U_{BW,A}$ mit v_{BW} = 5 % gewählt.

Da die Bewertung der einzelnen unterschiedlichen Schäden stochastisch unabhängig ist, kann der Variationskoeffizient $v_{BW,ges}$ gemäß Gleichung (6.34) wie folgt berechnet werden:

$$v_{U_{BW,ges}} = \sqrt{0{,}05^2 + 0{,}05^2 + 0{,}05^2} = 0{,}0866 = 8{,}7\ \% \tag{6.36}$$

- Bei der Bewertung von *ausgeprägten* und *starken* Mängeln und Schäden wird der Variationskoeffizient für die Modellunsicherheit Bauwerksprüfer jeweils für $U_{BW,d}$, $U_{BW,f}$ und $U_{BW,A}$ mit v_{BW} = 10 % gewählt.

Der Variationskoeffizient $v_{UBW,ges}$ berechnet sich dann zu:

$$v_{U_{BW,ges}} = \sqrt{0{,}10^2 + 0{,}10^2 + 0{,}10^2} = 0{,}173 = 17{,}3\ \% \tag{6.37}$$

Die Wahl dieser Variationskoeffizienten stimmt mit den Ergebnissen der Untersuchungen in PHRASES et al. [168] und ÄKERMAN [1] tendenziell überein. Die gewählten Variationskoeffizienten können jedoch nur als Anhaltswerte betrachtet werden und sind noch durch entsprechende Untersuchungen stochastisch abzusichern. Weiterhin wird eine Normalverteilung mit einem Mittelwert von 1,0 unterstellt.

Die gewählten stochastischen Eigenschaften der Modellunsicherheit Bauwerksprüfer können bei vorliegen von zusätzlichen Informationen oder von subjektiven Erfahrungen mithilfe der Bayes´schen Statistik aktualisiert werden. Das Vorgehen wurde in Kapitel 3.6.2 dieser Arbeit vorgestellt und wird nachfolgend an einem Beispiel kurz erläutert.
Es wird dabei davon ausgegangen, dass eine Befragung von 20 Experten vorliegt, die besagt, dass die Mängel und Schäden grundsätzlich schlechter als tatsächlich vorhanden bewertet werden. D. h. die Bewertungen liegen für die Beurteilung der Tragfähigkeit des Bauwerks auf der sicheren Seite. Der Mittelwert der Normalverteilung wird mit μ = 1,1 gewählt. Der Variationskoeffizient konnte aus der Befragung mit v_{BW} = 5 % festgestellt werden. Die existierende Stichprobe wird in Anlehnung an die zuvor genannten Untersuchungen gewählt. Die Tabelle 6.13 fasst die Stichproben zusammen und zeigt die mit STATREL [183] auf Grundlage der Bayes´schen Statistik berechnete neue bzw. aktualisierte Verteilungsfunktion (Posteriorverteilung).

Tabelle 6.13 Aktualisierung einer existierenden Stichprobe mit einer Expertenmeinung für die Modellunsicherheit Bauwerksprüfer

Stichprobe	Bezeichnung	Verteilungs-funktion	Mittelwert	Variations-koeffizient	Anzahl der Stichproben
Expertenmeinung	Priorverteilung	Normalverteilung	1,1	0,05	20
Stichprobe	Likelihoodfunktion (Prädiktor)	Normalverteilung	1,0	0,087	40
Aktualisierte Verteilung	Posteriorverteilung	Normalverteilung	1,034	0,0517	60

Das nachfolgende Bild Nr. 6.17 zeigt die Verteilungsdichtefunktionen der Priorverteilung, der Posteriorverteilung sowie der Prediktorverteilung.

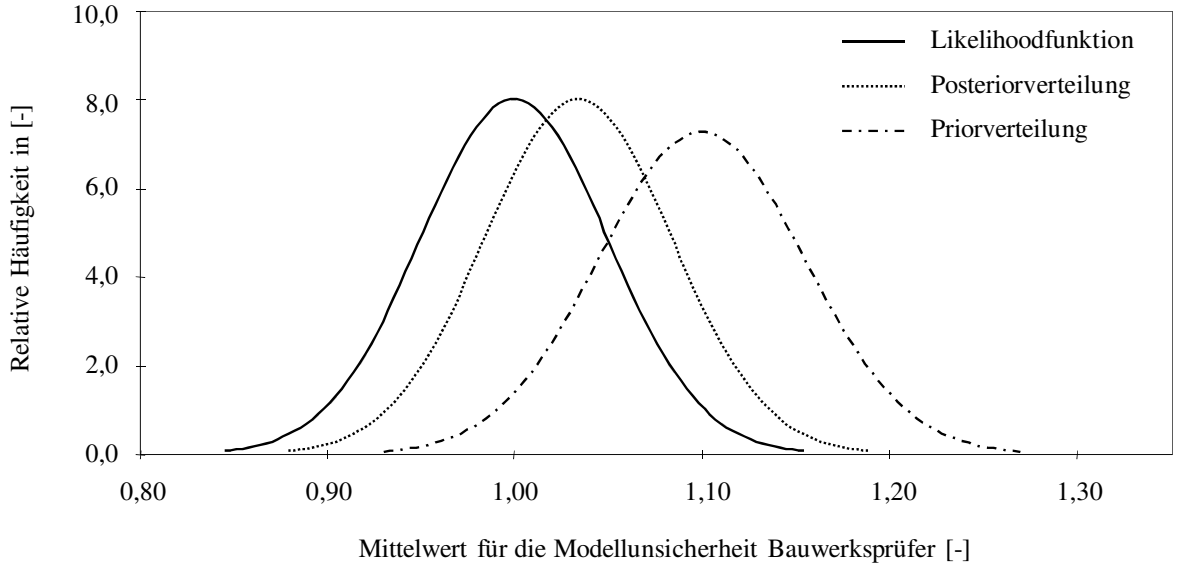


Bild 6.17: Verteilungsdichtefunktion der Priordichte, Posteriordichte sowie Likelihoodfunktion für die Modellunsicherheit Bauwerksprüfer

Mit dem gezeigten Verfahren kann die Modellunsicherheit Bauwerksprüfer stets mit neuen Stichproben oder Expertenmeinungen aktualisiert werden.

6.3 Deterministische Vergleichsberechnungen

Die Ergebnisse der Zuverlässigkeitsberechnungen mit den zuvor entwickelten Grenzzustandsfunktionen wurden mit deterministischen Vergleichsberechnungen gemäß DIN 1045-1 [48] überprüft. Dies erfolgte u. a. auch für die Kalibrierung der Modellunsicherheiten bei einer Querkraftbeanspruchung in Abschnitt 6.2.2. Die Überprüfung der probabilistischen Berechnungen für geschädigte Brücken konnte wie erwartet nur qualitativ und nicht quantitativ erfolgen. In BRAML & KEUSER [24] erfolgte die Berechnung der Zuverlässigkeit eines zweifeldrigen Stahlbetonbrückenbauwerks bei unterschiedlichen Schädigungsgraden für die Betonstahlkorrosion sowie für Abplatzungen in der Druckzone. Für die Überprüfung der Ergebnisse wurden in KOZLIK [117] nichtlineare Berechnungen gemäß DIN 1045-1 mit dem kommerziellen Finite-Element-Programm INFOCAD [100] durchgeführt. Das nachfolgende Bild zeigt schematisch das FE-Model der Brücke Wannersdorf, siehe Abschnitt 7.5.

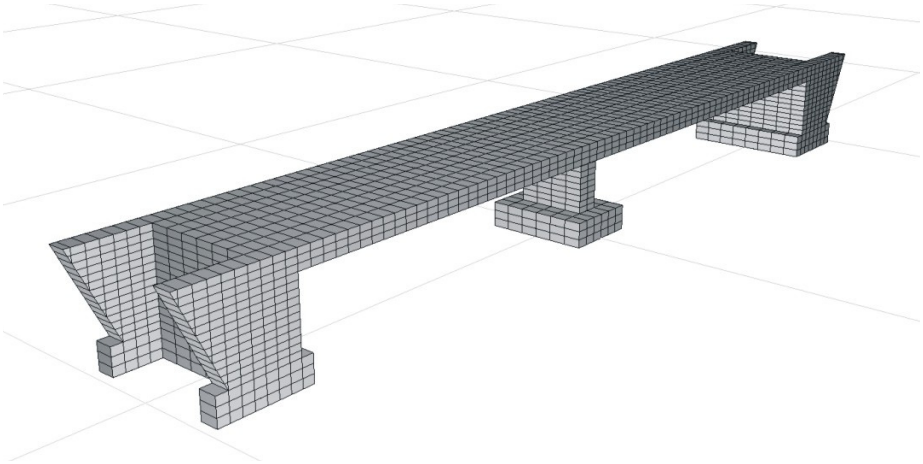


Bild 6.18: FE-Modell der Brücke Wannersdorf für die Vergleichsberechnungen mit INFOCAD [100]

Eine möglichst wirklichkeitsnahe Abbildung des Tragverhaltens kann mit einer physikalisch nichtlinearen Berechnung mit bilinearen Materialgesetzen erfolgen. Neben dem physikalisch nichtlinearen Verhalten der Werkstoffe können auch die Rissbildung und die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen realistisch abgebildet werden. Grundsätzlich kann eine nichtlineare Berechnung entweder auf Querschnittsebene oder auf Systemebene durchgeführt werden. Auf Querschnittsebene wird ein Vergleich der einwirkenden mit den aufnehmbaren Schnittgrößen durchgeführt. Auf der Systemebene wird ein geforderter Sicherheitsabstand zwischen dem Grenzzustand der Tragfähigkeit (Systemtraglast) und den Bemessungswerten der maßgebenden Einwirkungskombination nachgewiesen. Auf einen Nachweis der Rotationsfähigkeit kann verzichtet werden, da das plastische Verformungsvermögen unmittelbar über die Materialbeziehungen in der Berechnung berücksichtigt wird. Die Durchführung der nichtlinearen Systemanalyse wird in INFOCAD [100] auf der Finiten-Element-Methode auf Systemebene durchgeführt. Die Standardstabelemente werden dabei durch schubweiche, nichtlineare Stäbe mit einem höheren Verschiebungsansatz ersetzt. Bei Flächen- und Volumentragwerken werden nichtlineare Schicht- bzw. Volumenelemente verwendet. Im Gegensatz zur linearen Berechnung ist zudem eine feinere Netzeinteilung bei der Modellierung zu wählen. Die Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems erfolgt in InfoCad lastgesteuert nach der inkrementellen Newton-Raphson-Methode. In jedem Iterationszyklus wird die tangentiale Steifigkeitsmatrix in Abhängigkeit vom aktuellen Schnittgrößen- und Deformationszustand aufbereitet. Alternativ kann die Iteration auch mit konstanter Steifigkeitsmatrix nach der modifizierten Newton-Raphson-Methode erfolgen. Die Schnittgrößenermittlung kann bei nichtlinearen Verfahren nicht mehr getrennt für die jeweiligen Einwirkungen erfolgen, sondern aufgrund der nichtlinearen Beziehung zwischen der Bewehrung und der Querschnittssteifigkeit nur für jeweils eine Einwirkungskombination. Gemäß DIN 1045-1 [48] gilt der Grenzzustand der Tragfähigkeit als erreicht, wenn in einem beliebigen Querschnitt des Tragwerks die kritische Stahldehnung ε_{su} = 25 ‰ beträgt, die kritische Betonstauchung ε_{c1u} = 3,5 ‰ (für Normalbeton bis C 50/60) erreicht wird oder am Gesamtsystem oder Teilen davon der kritische Zustand des indifferenten Gleichgewichts erreicht ist.
Der Abbildung des Materialverhaltens, d. h. der wirklichkeitsnahen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der Werkstoffe Beton und Stahl, kommt bei der Berechnung große Bedeutung zu. InfoCad nutzt für die Berechnung u. a. die Modelle für den Beton und für den Betonstahl gemäß DIN 1045-1 [48]. Die nachfolgenden Bilder Nr. 6.19 und Nr. 6.20 zeigen die gewählten Modelle.

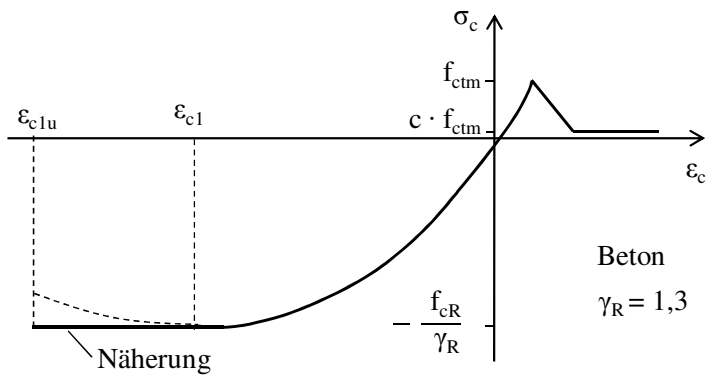


Bild 6.19: Spannungs-Dehnungs-Beziehung für den Beton für nichtlineare Berechnungen auf Grundlage rechnerischer Mittelwerte gemäß DIN 1045-1 [48] die den Berechnungen von Stäben aus Stahlbeton mit INFOCAD [100] zugrunde gelegt werden

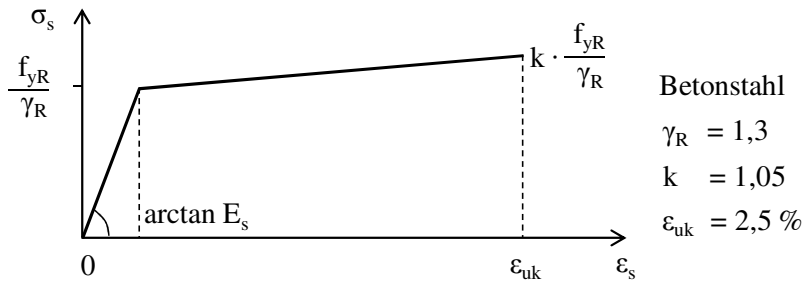


Bild 6.20: Spannungs-Dehnungs-Beziehung für den Betonstahl für nichtlineare Berechnungen auf Grundlage rechnerischer Mittelwerte gemäß DIN 1045-1 [48] die den Berechnungen von Stäben aus Stahlbeton mit INFOCAD [100] zugrunde gelegt werden

Das Diagramm für den Betonstahl in Bild 6.20 zeigt ein linear elastisch–plastisches Materialverhalten mit Verfestigung. Für die Querschnittsbemessung gilt für hochduktilen und für normalduktilen Betonstahl die rechnerische Bruchdehnung von ε_{uk} = 25 ‰. Die Größe des Elastizitätsmoduls E_S schwankt aufgrund der Homogenität des Betonstahls nur gering und liegt im Bereich von 195000 N/mm² bis 210000 N/mm². Im Falle des Betons gemäß Bild 6.19 können die Dehnungen ε_{c1} bei Erreichen des Höchstwertes der Betondruckspannung aus DIN 1045-1 [48] für die jeweilige Betonfestigkeitsklasse entnommen werden. Die Dehnung ε_{c1u} stellt die rechnerische Bruchdehnung des Betons dar. Das biaxiale Betonverhalten bei einer nichtlinearen Berechnung mit Flächenelementen wird mithilfe des Konzepts der äquivalenten einachsigen Dehnungen realisiert. Für weiterführende Informationen wird auf STEMPNIEWSKI & EIBL [205] verwiesen. Ein guter Überblick über den Werkstoff Stahlbeton kann RÜDIGER [191] entnommen werden. Für nichtlineare Berechnungen sind die Mittelwerte der Materialeigenschaften anzusetzen. Dies steht eigentlich im Widerspruch zur Sicherheitsphilosophie, in der die Baustoffeigenschaften mit unteren Quantilwerten in die Bemessung eingehen. Eine mit der konventionellen Bemessung vergleichbare Zuverlässigkeit wird dadurch erreicht, dass die mit rechnerischen Mittelwerten bestimmte Traglast mit einem einheitlichen Sicherheitsbeiwert γ_R des Tragwiderstandes abgemindert wird. Der globale Sicherheitsbeiwert γ_R ist gemäß DIN 1045-1 im Rahmen einer nichtlinearen Berechnung mit γ_R = 1,3 für die ständige und vorübergehende Bemessungssituation zu wählen.

Für die Materialeigenschaften werden daher Rechenwerte eingeführt mit

$$f_{yR} = 1{,}1 \cdot f_{yk} \tag{6.38}$$

und

$$f_{cR} = 0{,}85 \cdot \alpha \cdot f_{ck} \quad \text{(bis C 50/60)} \tag{6.39}$$

Eine Verifizierung des Rechenmodells mit den tatsächlichen Materialkenngrößen der Brücke Wannersdorf konnte nicht durchgeführt werden. Die Vergleichsberechnungen basieren daher auf den zuvor genannten Ansätzen für die Mittelwerte der Baustoffkennwerte. Die Baustoffeigenschaften der Brücke Wannersdorf können Tabelle 7.3 entnommen werden. Zudem liegen für die betrachtete Brücke Wannersdorf keine Bestandsunterlagen mit Angaben der eingebauten Bewehrung vor. Im Rahmen einer linearen Berechnung gemäß DIN 1045-1 [48] wird der statisch erforderliche Bewehrungsquerschnitt für verschiedene Brückenklassen berechnet und der nachfolgenden nichtlinearen Berechnung jeweils zugrunde gelegt. Die Modellierung der Schädigung erfolgte durch die Modifikation einzelner Elemente des Finiten-Element-Netzes. Der Korrosionsgrad der Bewehrung kann durch die Anpassung, d. h. durch die Reduktion der eingebauten Bewehrung, berücksichtigt werden. Dies erfolgte an 2 nebeneinanderliegenden FE-Elementen, sodass eine korrodierte Bewehrung auf einer Länge von 1,0 m simuliert wurde. Die Modellierung von Abplatzungen kann durch die Anpassung der Querschnittshöhe einzelner Elemente erfolgen. Durch die Wahl des FE-Netzes mit Elementen von 0,5 m x 0,5 m wird eine Abplatzung stets mit einer Länge von 0,5 m simuliert.
Die Ausgabe der Tragfähigkeit erfolgt in Infograph im Rahmen der nichtlinearen Systemanalyse durch die Ausgabe eines aufnehmbaren Lastfaktors (≤ 1,0). Tragfähigkeitsfaktoren größer 1,0 werden nicht direkt ausgegeben. Im Rahmen der eigenen Berechnungen wurde daher ein zusätzlicher Lastfaktor eingeführt. Mit diesem Lastfaktor wird die jeweilige Einwirkungskombination solange erhöht, bis eine Tragfähigkeit von 100 % berechnet wird. Damit können verschiedene Brückenklassen ausgewertet und die jeweiligen Tragfähigkeitsreserven mithilfe des zusätzlichen Lastfaktors dargestellt werden. Das nachfolgende Diagramm Nr. 6.21 zeigt die Auswertung für verschiedene Brückenklassen für den Feldbereich der Brücke Wannersdorf bei fortschreitender Korrosion der Bewehrung im Feld. Die Brücke wurde im Jahre 1952 errichtet, die Lastannahmen wurden daher auf der Grundlage der DIN 1072, Ausgabe September 1944, [50] gewählt.

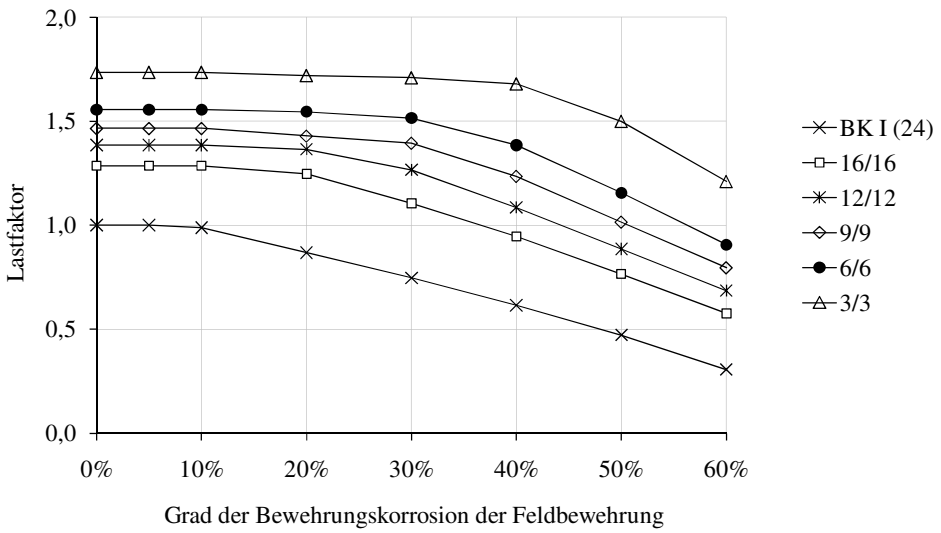


Bild 6.21: Reduktion der Tragfähigkeit bei fortschreitender Korrosion der Feldbewehrung der Brücke Wannersdorf auf der Grundlage der Ergebnisse einer nichtlinearen Berechnung

Das Diagramm zeigt deutlich die Reduktion der Tragfähigkeit der jeweiligen Brückenklasse mit fortschreitender Korrosion. Wie zuvor erwähnt, liegen keine Bewehrungspläne für das Bauwerk vor, sodass die Ergebnisse der linearen Berechnung gemäß DIN 1045-1 [48] der nichtlinearen Berechnung zugrunde gelegt worden sind. Die Regelungen für eine erforderliche Mindestbewehrung wurden dabei berücksichtigt. Die konstante Tragfähigkeit bei den kleineren Brückenklassen in Bild Nr. 6.21 begründet sich durch die Umlagerungsmöglichkeiten aufgrund der Mindestbewehrung.
Das nachfolgende Bild Nr. 6.22 zeigt die Tragfähigkeit bei fortschreitender Korrosion der Stützbewehrung.

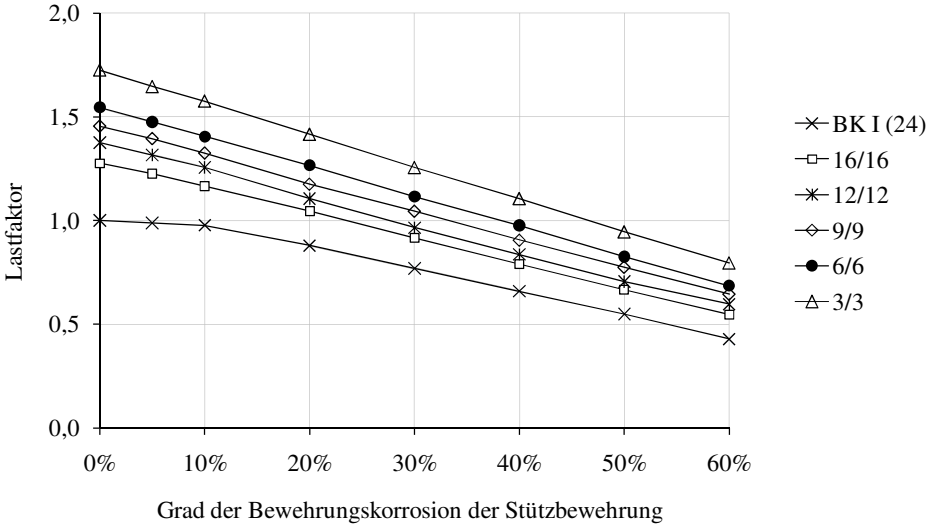


Bild 6.22: Reduktion der Tragfähigkeit bei fortschreitender Korrosion der Stützbewehrung der Brücke Wannersdorf auf der Grundlage der Ergebnisse einer nichtlinearen Berechnung

Gegenüber der Tragfähigkeit im Feldbereich zeigt sich im Stützbereich eine eingeschränkte Umlagerungsmöglichkeit. Hier wurde die erforderliche Bewehrung aus der linearen Berechnung etwas „feiner“ abgestuft als im Feldbereich, sodass sich nur eingeschränkte Umlagerungsmöglichkeiten einstellten. Zudem konnte bei der nichtlinearen Berechnung beobachtet werden, dass im Bereich der

Abstufung der Stützbewehrung rechnerisch die kritische Betonstauchung ε_{c1u} = 3,5 ‰ stets schneller erreicht wurde als im Feldbereich. Aufgrund der sehr langen Berechnungszeiten für die nichtlineare Berechnung des Flächentragwerks wurden weitere Berechnungen an einem Stabwerksmodell durchgeführt. Die in den Bildern Nr. 6.21 und Nr. 6.22 gezeigten Ergebnisse konnten im Wesentlichen bestätigt werden. Es ist jedoch anzumerken, dass bei der Modellierung der Brücke als Flächentragwerk aufgrund der Möglichkeiten des Aufbaus unterschiedlicher Lastabtragungswege rechnerisch weit mehr Kapazitäten der Umlagerung innerer Spannungszustände und damit größere Traglastreserven als bei einem Stabtragwerk möglich sind. Bei statisch bestimmt gelagerten Stabtragwerken verschwinden die Traglastreserven vollständig.

Ein direkter Vergleich der Ergebnisse aus der nichtlinearen Finite-Element-Berechnung mit den Ergebnissen aus der probabilistischen Berechnung, siehe Abschnitt 7.5, ist nicht möglich, da sich die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Grenzzustände für die probabilistische Berechnung auf ein Querschnittsversagen beziehen. Die geführte FE-Berechnung bezieht sich dagegen auf das Gesamtsystem und betrachtet ein Systemversagen.

Die nachfolgenden Bilder Nr. 6.23 und Nr. 6.24 stellen die Ergebnisse aus der probabilistischen Berechnung denen aus der nichtlinearen FE-Berechnung qualitativ gegenüber. Beispielhaft erfolgt dies für den Feldbereich und den Stützbereich der Brücke Wannersdorf. Die Grundlagen der probabilistischen Berechnung mit den gewählten stochastischen Modellen für die einzelnen Basisvariablen sind in Abschnitt 7.5, Tabelle 7.3 aufgeführt.

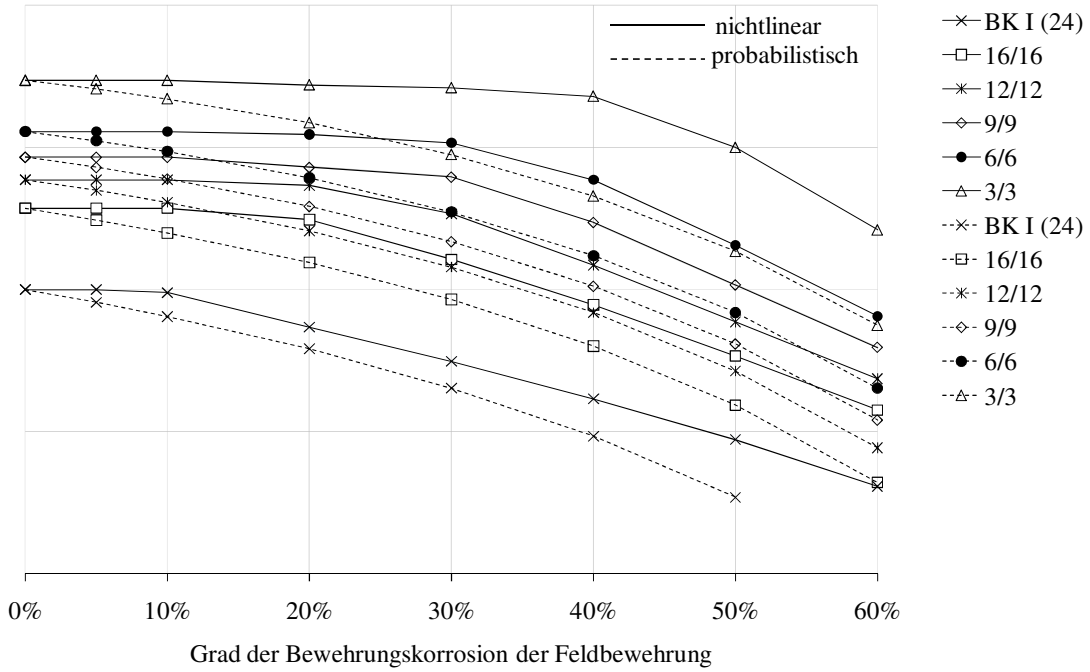


Bild 6.23: Qualitativer Vergleich der Reduktion der Tragfähigkeit bei fortschreitender Korrosion der Feldbewehrung der Brücke Wannersdorf bei nichtlinearer Berechnung am Gesamtsystem sowie bei probabilistischer Berechnung für ein Querschnittsversagen

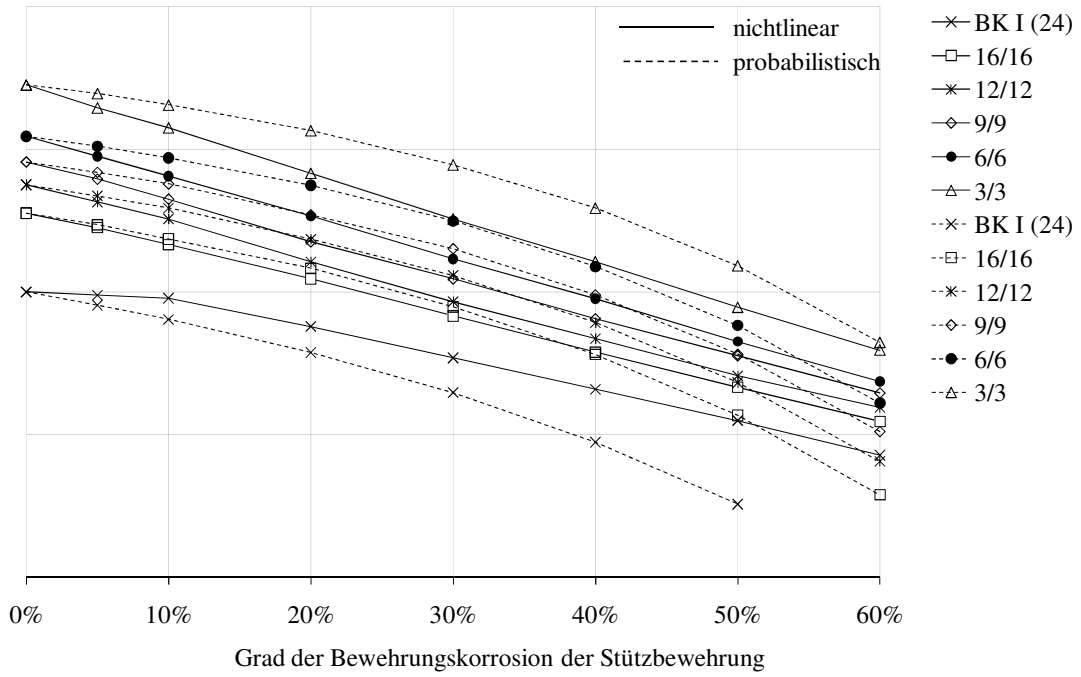


Bild 6.24: Qualitativer Vergleich der Reduktion der Tragfähigkeit bei fortschreitender Korrosion der Stützbewehrung der Brücke Wannersdorf bei nichtlinearer Berechnung am Gesamtsystem sowie bei probabilistischer Berechnung für ein Querschnittsversagen

Wie zu erwarten können bei einer nichtlinearen FE-Berechnung aufgrund der rechnerisch ermittelbaren Umlagerungsmöglichkeiten größere Tragfähigkeitsreserven aktiviert werden als bei der probabilistischen Berechnung für ein Querschnittsversagen. Vor allem im Feldbereich zeigt sich dies sehr deutlich. Im Stützbereich dagegen weist die probabilistische Berechnung dagegen für kleinere Brückenklassen gemäß Bild Nr. 6.24 bereichsweise größere Tragfähigkeitsreserven auf. Dies liegt jedoch an den gewählten begrenzten Umlagerungsmöglichkeiten im Stützbereich aufgrund der stark gestaffelten Bewehrung und der rechnerischen Begrenzung der Betonstauchung.
Ähnliche Untersuchungen wurden auch in CAPRA et al. [34] für die Berechnung eines Stahlbetonbalkens mit der Finiten–Element Methode und mit probabilistischen Verfahren durchgeführt. Die darin erhaltenen Erkenntnisse mit der qualitativen Gegenüberstellung der Berechnungsergebnisse bestätigen die eigenen Erfahrungen.

7. Baupraktisches Näherungsverfahren

7.1 Ziel der Anwendung

Ziel des baupraktischen Näherungsverfahrens ist eine schnelle Beurteilung der Auswirkung von Schäden und Mängel an einem Stahlbetonbrückenbauwerk in Hinblick auf die Tragfähigkeit. Gerade bei Brücken an untergeordneten Straßen im kommunalen Bereich mit kleinen bis mittleren Stützweiten wird auch bei starken Schäden, die meist aus mangelnden Unterhaltungsmaßnahmen herrühren, aus Kostengründen oft auf weitergehende Untersuchungen wie z. B. eine Objektbezogene Schadensanalyse oder auf den Einsatz von Überwachungsverfahren während des Betriebes BRAML et al. [25] verzichtet. Der Bauwerksprüfer bewertet die festgestellten Schäden am Bauwerk mit unterschiedlichen Notenstufen in Anlehnung an die RI-EBW-PRÜF [184]. Hierfür wird nachfolgend eine neue Schadensbewertung „Standsicherheit“ entwickelt. Die Auswirkung der einzelnen Schäden auf die Tragfähigkeit wird mithilfe einer probabilistischen Berechnung festgestellt und eine eventuell erforderlich werdende Nutzungseinschränkung kann dann kurzfristig erfolgen. Es wird dabei ein Vorschlag unterbreitet, wie groß im Falle von starken Schädigungen die Reduktion der zulässigen Verkehrslast sein muss, um das bisherige Sicherheitsniveau beibehalten zu können. Die zulässigen Verkehrslasten werden auf der Grundlage der Brückenklassen der DIN 1072 [49] in Verbindung mit der Straßenverkehrsordnung STVO [213] angegeben. Dies kann im Rahmen der Bauwerksprüfung im Anschluss an die Inspektion des Bauwerks erfolgen und gewährleistet dessen Zuverlässigkeit bis zur Durchführung einer Objektbezogenen Schadensanalyse oder der Realisierung eines Ersatzneubaus. Insbesondere im kommunalen Bereich ist das Verfahren hilfreich, da hier nicht in allen Fällen davon ausgegangen werden kann, dass regelmäßige Bauwerksprüfungen und entsprechende Unterhaltungsmaßnahmen durchgeführt worden sind.

7.2 Einteilung der Schäden in Kategorien

7.2.1 Vorgehen

In Abschnitt 4 dieser Arbeit sind die Schäden und Mängel aufgeführt, die im Rahmen einer handnahen Bauwerksprüfung identifiziert werden können. Für die sich aufgrund der Schädigungen ändernden Materialparameter des Betons und des Baustahls sowie für die geometrischen Abmessungen wurden die statistischen Eigenschaften für die stochastische Modellierung im Rahmen einer probabilistischen Berechnung entwickelt. Für die baupraktische Anwendung erfolgt die Einteilung der Schäden in Schadenskategorien in Anlehnung an die RI-EBW-PRÜF [184]. Wie sich in Abschnitt 4 gezeigt hat, haben die Schadensbilder *Abplatzung*, *Betonstahlkorrosion* und *Betonkorrosion* den größten Einfluss auf die Tragfähigkeit eines Stahlbetonbauteils. Die Bewertung der Intensität der einzelnen Schadensbilder erfolgt mit insgesamt 5 Kategorien mit den Noten 0 bis 4 in der neu entwickelten Schadensbewertung „Standsicherheit“. Die Materialparameter bzw. geometrischen Abmessungen der einzelnen Kategorien werden für die probabilistische Berechnung mit einer Verteilungsdichtefunktion und zugehörigem Variationskoeffizienten bzw. mit einer Standardabweichung hinterlegt. Vorschläge für eine solche stochastische Modellierung von Materialparametern infolge Schädigung wurden in Kapitel 4 entwickelt.

7.2.2 Festlegung der Schadenskategorien und zugehörige stochastische Modelle

Die Intensität der Schadensbilder *Abplatzung*, *Betonstahlkorrosion* und *Betonkorrosion* wird mit insgesamt 5 Notenstufen von Note 0 bis Note 4 bewertet. Die verbalen Bezeichnungen lauten:

Note 0 = keine Schäden
Note 1 = geringfügige Schäden
Note 2 = vereinzelte Schäden
Note 3 = ausgeprägte Schäden
Note 4 = starke Schäden

In Abschnitt 4 wurden die stochastischen Modelle für veränderte Materialparameter und für veränderte geometrische Abmessungen infolge Schädigungen entwickelt. Für die baupraktische Anwendung werden diese Vorschläge noch modifiziert bzw. stärker gegliedert. Im Rahmen der probabilistischen Berechnung werden die stochastischen Modelle der Basisvariablen den jeweiligen Schädigungsgraden angepasst.
Die nachfolgende Tabelle 7.1 fasst die Kategorien der einzelnen Schadensbilder sowie die zugehörigen stochastischen Modelle für die Basisvariablen zusammen.

Tabelle 7.1 Zusammenstellung der einzelnen Schadensbilder mit Bewertungsschema und zugehörigem stochastischen Modell (N = Normalverteilung, LN = Lognormalverteilung)

Schadensbild	Bewertung	Kategorie	Basisvariable	Verteilung	Variations-koeffizient	Standard-abweichung
Abplatzung in der Druckzone	0	keine	$d_k = d$	N	-	5 mm
	1	geringfügig	$d_g = d - h_g$	N	-	10 mm
	2	vereinzelt	$d_v = d - h_v$	N	-	10 mm
	3	ausgeprägt	$d_a = d - h_a$	N	-	15 mm
	4	stark	$d_s = d - h_s$	N	-	20 mm
Betonstahl-korrosion	0	keine	$A_{s,k}$ (=1,0·A_s)	konstant	-	-
	1	geringfügig	$A_{s,g}$ (=1,0·A_s bis 0,95· A_s)	konstant	-	-
	2	vereinzelt	$A_{s,v}$ (=0,95·A_s bis 0,90· A_s)	N	2 %	-
	3	ausgeprägt	$A_{s,a}$ (=0,90·A_s bis 0,80· A_s)	N	2 %	-
	4	stark	$A_{s,s}$ (=0,80·A_s bis 0,50· A_s)	N	2 %	-
	0	keine	$f_{y,k} = f_y$	LN	6 %	-
	1	geringfügig	$f_{y,g} = f_y$	LN	6 %	-
	2	vereinzelt	$f_{y,v} = 0{,}97 \cdot f_y$	LN	6 %	-
	3	ausgeprägt	$f_{y,a} = 0{,}95 \cdot f_y$	LN	6 %	-
	4	stark	$f_{y,s} = 0{,}93 \cdot f_y$	LN	6 %	-
Beton-korrosion	0	keine	$f_{c,k} = f_c$	LN	15 %	-
	1	geringfügig	$f_{c,g} = f_c$	LN	15 %	-
	2	vereinzelt	$f_{c,v} = f_c$	LN	15 %	-
	3	ausgeprägt	$f_{c,a} = 0{,}96 \cdot f_c - 9$ [MN/m²]	LN	20 % (bei $V_{R,ct}$ 30%)	-
	4	stark	$f_{c,s} = 0{,}96 \cdot f_c - 9$ [MN/m²]	LN	20 % (bei $V_{R,ct}$ 30%)	-

mit:

f_y = Mittelwert der Streckgrenze
f_c = Mittelwert der Betondruckfestigkeit
A_s = Mittelwert der Betonstahlfläche

Die Variablen mit Indizes können der entsprechenden Kategorie zugeordnet werden. Der Index stellt den Anfangsbuchstaben der jeweiligen Kategorie dar. In der Anlage 1 dieser Arbeit werden die einzelnen Schadenskategorien mit Bildern hinterlegt. Die Beurteilung der Betonstahlkorrosion erfolgt durch die Angabe der korrodierten Betonstahlfläche in %.

7.3 Dimensionsanalyse der Grenzzustandsfunktionen

7.3.1 Ziel der Dimensionsanalyse

Das baupraktische Näherungsverfahren für die Bewertung der Tragfähigkeit von geschädigten Stahlbetonbrücken soll allgemein anwendbar sein. Durch eine geschickte Normierung der Grenzzustandsfunktionen aus Kapitel 6.1 können die Basisvariablen abhängig voneinander und dimensionslos definiert werden, sodass die entwickelten Diagramme allgemein angewendet werden können. So kann das Verfahren für Brücken mit unterschiedlichen Stützweiten, statischen Systemen und Baustoffen angewendet werden. Die entwickelten dimensionslosen Kennwerte für die einzelnen Grenzzustände werden nachfolgend dargestellt.

7.3.2 Das Buckingham Π – Theorem der Dimensionsanalyse

Durch eine Dimensionsanalyse kann eine Kombination von dimensionslosen Größen gefunden werden, die den betrachteten Grenzzustand beeinflussen. Die Anzahl solcher dimensionsloser Kennzahlen eines Grenzzustandes ist dabei stets kleiner als die Anzahl der dimensionsbehafteten Einflussgrößen. Sind wie im vorliegenden Fall die mathematischen Modelle und die damit einhergehenden Einflussgrößen bekannt, so kann das erstmals von Buckingham formulierte Pi-Theorem BUCKINGHAM [30] angewandt werden. Die zentrale Aussage des Pi-Theorems ist die Möglichkeit der Formulierung eines Problems mit n Einflussgrößen und m Basisdimensionen als Zusammenhang $n - m$ dimensionsloser Kennzahlen unter Voraussetzung der Dimensionshomogenität der Gleichungen.
Zunächst muss eine Entscheidung getroffen werden, ob ein Einfluss hinsichtlich einer betrachteten Größe als relevant oder vernachlässigbar angenommen werden kann. In einer sogenannten Relevanzliste sind alle Größen aufgeführt, die einen wesentlichen Einfluss auf das Problem ausüben. Gemäß HERWIG [93] lassen sich in Hinblick auf eine Dimensionsanalyse die einzelnen Variablen in Zielvariablen, Geometrievariablen, Prozessvariablen, Stoffkennwerte und Konstanten untergliedern. In BERMBACH [17] wurde für die verschiedenen Grenzzustandsfunktionen aus Kapitel 6.1 eine entsprechende Relevanzliste aufgestellt. Wie erwartet zeigte sich, dass es ausreicht, bei der probabilistischen Berechnung von Stahlbetonbauteilen die Geometrie nur durch die statische Nutzhöhe d stochastisch zu modellieren und nicht die einzelnen Variablen für die Querschnittshöhe, Betondeckung, Durchmesser der Bügelbewehrung und Durchmesser der Längsbewehrung. Im Bereich des Bauingenieurwesens wird die Dimensionsanalyse bereits seit Längerem bei der Entwicklung von allgemeinen Bemessungsdiagrammen eingesetzt.
Für die Durchführung der umfangreichen Zuverlässigkeitsberechnungen mit COMREL [183] auf der Grundlage der normierten Grenzzustandsfunktionen ist es erforderlich, die dimensionsbehafteten Basisvariablen X in der Form

$$X = X_{Wert} \cdot X_0 \tag{7.1}$$

auszudrücken.
X_{Wert} ist ein konstanter Wert und stellt den Erwartungswert der Basisvariablen dar. Die Variable X_0 enthält die stochastischen Eigenschaften der Basisvariablen mit Verteilungsfunktion und Standardabweichung bzw. Variationskoeffizient. X_{Wert} wird dabei als Grundvariable und X_0 als Übertragungsvariable bezeichnet. Es ist dabei zu beachten, dass die Werte für die Grundvariable für die probabilistische Berechnung stets die Mittelwerte der jeweiligen Variablen enthalten müssen.

7.3.3 Entwicklung von dimensionslosen Kennwerten

Die in Kapitel 6.1 aufgeführten Grenzzustandsfunktionen werden dahin gehend normiert, d. h., es werden dimensionslose Größen eingeführt, die allgemeingültige Zuverlässigkeitsberechnungen erlauben. Um zudem im Falle der Stahlbetonbrücken eine stützweitenunabhängige Betrachtungsweise zuzulassen, wird ein Verhältniswert ρ_g eingeführt, der den Anteil der Schnittgrößen infolge ständiger Einwirkungen zu vollständigen Einwirkungen infolge ständiger und veränderlicher Lasten angibt.

$$\rho_g = \frac{S_G}{S_{Ges}} \tag{7.2}$$

mit:

S_G = Schnittgrößen infolge ständiger Einwirkungen, d. h. infolge Konstruktionseigengewicht und Ausbaulasten

S_{Ges} = Schnittgrößen infolge ständiger Einwirkungen und veränderlicher Einwirkungen

Die nachfolgenden Gleichungen berechnen sich aus der durchgeführten Normierung. Auf die Herleitung der einzelnen Formeln wird der Übersichtlichkeit wegen verzichtet.

- Normierte Grenzzustandsfunktion für die Tragfähigkeit gegen zentrische Druckkraft

Die normierte Grenzzustandsfunktion für den Bauteilwiderstand eines zentrisch druckbeanspruchten, symmetrisch bewehrten Stahlbetonquerschnittes kann aus Gleichung (6.6) hergeleitet werden und berechnet sich zu:

$$g_0(N_R) = U_{RD} \cdot \left(\alpha + \frac{A_{s,0} \cdot f_{y,0}}{b_0 \cdot d_0 \cdot f_{c,0}} \cdot D_N\right) - U_{ED} \cdot \frac{\left(N_{G,0} \cdot \rho_{gN} + N_{Q,0} \cdot \left(1 - \rho_{gN}\right)\right)}{b_0 \cdot d_0 \cdot f_{c,0}} \cdot \nu_N \tag{7.3}$$

Die dimensionslosen Kenngrößen sind wie folgt definiert:

$$\nu_N = \frac{N_{Ges,Wert}}{b_{Wert} \cdot h_{Wert} \cdot f_{c,Wert}} \tag{7.4}$$

$$D_N = \frac{A_{s,Wert} \cdot f_{y,Wert}}{b_{Wert} \cdot h_{Wert} \cdot f_{c,Wert}} \tag{7.5}$$

$$\rho_{gN} = \frac{N_G}{N_{Ges}} \tag{7.6}$$

mit:

ν_N = dimensionslose bezogene Normalkraft

D_N = dimensionsloser Material- und Geometrieparameter

$N_{Ges,Wert}$ = Normalkraft infolge ständiger und veränderlicher Einwirkungen

N_G = Normalkraft infolge Konstruktionseigengewicht und Ausbaulasten

N_Q = Normalkraft infolge veränderlicher Einwirkungen

Wie bereits zuvor erwähnt, stellen die Variablen mit Index *0* die Übertragungsvariablen dar und werden für die probabilistische Berechnung mit dem jeweiligen stochastischen Modell hinterlegt. Die Variablen mit dem Index *Wert* stellen die Grundvariable mit dem tatsächlichen Wert dar. Die Grundvariable geht als Konstante in die dimensionslose Kenngröße ein.

- Normierung der Grenzzustandsfunktion für die Biegezugbewehrung ohne Druckbewehrung

Die normierte Grenzzustandsfunktion für das Widerstandsmodell für eine Biegebeanspruchung ohne Normalkraft und ohne Druckbewehrung für einen Stahlbetonrechteckquerschnitt kann aus Gleichung (6.9) hergeleitet werden und berechnet sich zu:

$$g_0(M_R) = U_{RM} \cdot \left[\frac{A_{s,0}}{b_0 \cdot d_0} \cdot \frac{f_{y,0}}{f_{c,0}} \cdot D_M - \frac{k_a}{\alpha_R \cdot \alpha} \cdot \left(\frac{A_{s,0}}{b_0 \cdot d_0} \cdot \frac{f_{y,0}}{f_{c,0}} \cdot D_M \right)^2 \right] - U_E \cdot \frac{\left(M_{G,0} \cdot \rho_{gM} + M_{Q,0} \cdot \left(1 - \rho_{gM}\right) \right) \cdot b_0}{f_{c,0} \cdot b_0 \cdot d_0^2} \cdot \mu_M \tag{7.7}$$

mit den dimensionslosen Kenngrößen:

$$D_M = \frac{A_{s,Wert}}{b_{Wert} \cdot d_{Wert}} \cdot \frac{f_{y,Wert}}{f_{c,Wert}} \tag{7.8}$$

$$\mu_M = \frac{M_{Ges,Wert}}{f_{c,Wert} \cdot b_{Wert} \cdot d_{Wert}^2} \tag{7.9}$$

$$\rho_{gM} = \frac{M_G}{M_{Ges}} \tag{7.10}$$

mit:

M_G	=	Biegemoment infolge ständiger Einwirkungen, d. h. infolge Konstruktionseigengewicht und Ausbaulasten
M_Q	=	Biegemoment infolge veränderlicher Einwirkungen
M_{Ges}	=	Biegemoment infolge ständiger und veränderlicher Einwirkungen
μ_M	=	dimensionsloses bezogenes Biegemoment
D_M	=	dimensionsloser Material- und Geometrieparameter

- Normierung der Grenzzustandsfunktion für das Versagen der Druckstrebe

Die normierte Grenzzustandsfunktion für die Tragfähigkeit der Druckstrebe $V_{Rd,max}$ gemäß DIN 1045-1 [48] für einen Stahlbetonrechteckquerschnitt kann aus Gleichung (6.27) hergeleitet werden und berechnet sich zu:

$$g_0\left(V_{R,max}\right) = U_{R,max} \cdot \frac{0{,}612}{\cot\theta + \frac{1}{\cot\theta}} - U_E \cdot \frac{\left(V_{G,0} \cdot \rho_{gQ} + V_{Q,0} \cdot \left(1 - \rho_{gQ}\right) \right)}{b_{w,0} \cdot d_0 \cdot f_{c,0}} \cdot \nu_Q \tag{7.11}$$

$$\cot\theta = \frac{1{,}2}{1 - \dfrac{U_{Rd,c} \cdot 0{,}3825 \cdot f_{c,0}^{\frac{1}{3}} \cdot b_{w,0} \cdot d_0}{U_E \cdot \left(V_{G,0} \cdot \rho_{gQ} + V_{Q,0} \cdot \left(1 - \rho_{gQ}\right)\right) \cdot \nu_Q \cdot f_c^{\frac{2}{3}}}} \tag{7.12}$$

mit den Kennwerten:

$$\nu_Q = \frac{V_{Ges,Wert}}{b_{w,Wert} \cdot d_{Wert} \cdot f_{c,Wert}} \tag{7.13}$$

$$f_c = f_{c,Wert} \tag{7.14}$$

$$\rho_{gQ} = \frac{V_G}{V_{Ges}} \tag{7.15}$$

mit:

V_G	=	Querkraft infolge ständiger Einwirkungen
V_Q	=	Querkraft infolge veränderlicher Einwirkungen
V_{Ges}	=	Querkraft infolge ständiger und veränderlicher Einwirkungen
ν_Q	=	dimensionslose bezogene Querkraft

Im Rahmen des baupraktischen Näherungsverfahrens wird der Druckstrebenwinkel $cot\theta$ vereinfacht gemäß DIN 1045-1 [48] bei reiner Biegung und bei Biegung mit Längsdruckkraft mit $cot\theta$ = 1,2 (θ=40°) gewählt. Die normierte Grenzzustandsfunktion vereinfacht sich dann wie folgt:

$$g_0\left(V_{R,max}\right) = U_{R,max} \cdot \frac{0{,}765 \cdot \alpha_c}{\cot\theta + \dfrac{1}{\cot\theta}} - U_E \cdot \frac{\left(V_{G,0} \cdot \rho_{gQ} + V_{Q,0} \cdot \left(1 - \rho_{gQ}\right)\right)}{b_{w,0} \cdot d_0 \cdot f_{c,0}} \cdot \nu_Q \tag{7.16}$$

Mit den dimensionslosen Beiwerten für die *bezogene Querkraft* ν_Q gemäß Gleichung (7.13) und dem Verhältniswert ρ_{GQ} gemäß Gleichung (7.15).

- Normierung der Grenzzustandsfunktion für die Querkrafttragfähigkeit mit rechnerisch erforderlicher Querkraftbewehrung

Die normierte Grenzzustandsfunktion für die Querkrafttragfähigkeit mit rechnerisch erforderlicher Querkraftbewehrung $V_{R,Sy}$ für einen Stahlbetonrechteckquerschnitt kann aus Gleichung (6.24) hergeleitet werden und berechnet sich zu:

$$g_0(V_{R,sy}) = U_{R,sy} \cdot \frac{1{,}08}{1 - \frac{U_{Rd,c} \cdot 0{,}3825 \cdot f_{c,0}^{\frac{1}{3}} \cdot b_{w,0} \cdot d_0 \cdot D_{sy}}{U_E \cdot \left(V_{G,0} \cdot \rho_{gQ} + V_{Q,0} \cdot (1 - \rho_{gQ})\right) \cdot \nu_{sy}}} - U_E \cdot \frac{\left(V_{G,0} \cdot \rho_{gQ} + V_{Q,0} \cdot (1 - \rho_{gQ})\right) \cdot s_{w,0}}{A_{sw,0} \cdot f_{y,0} \cdot d_0} \cdot \nu_{sy} \tag{7.17}$$

$$\nu_{Qsy} = \frac{V_{Ges,Wert} \cdot s_{w,Wert}}{A_{sw,Wert} \cdot f_{y,Wert} \cdot d_{Wert}} \tag{7.18}$$

$$D_{sy} = \frac{f_{c,Wert}^{\frac{1}{3}} \cdot b_{w,Wert} \cdot s_{w,Wert}}{A_{sw,Wert} \cdot f_{y,Wert}} \tag{7.19}$$

mit:

D_{sy} = dimensionsloser Material- und Geometrieparameter

ν_{Qsy} = dimensionslose bezogene Querkraft

Wird der Druckstrebenwinkel $cot\theta$ vereinfacht gemäß DIN 1045-1 [48] bei reiner Biegung und bei Biegung mit Längsdruckkraft mit 1,2 (θ=40°) gewählt, so vereinfacht sich die normierte Grenzzustandsfunktion wie folgt. Zudem wird vorausgesetzt, dass lotrechte Bügel (α=90°) eingebaut sind.

$$g_0(V_{R,sy}) = U_{R,sy} \cdot 0{,}9 \cdot \cot\theta - U_E \cdot \frac{\left(V_{G,0} \cdot \rho_{gQ} + V_{Q,0} \cdot (1 - \rho_{gQ})\right) \cdot s_{w,0}}{A_{sw,0} \cdot f_{y,0} \cdot d_0} \cdot \nu_{Qsy} \tag{7.20}$$

Mit den dimensionslosen Beiwerten für die *bezogene Querkraft* ν_{Qsy} gemäß Gleichung (7.18).

- Normierung der Grenzzustandsfunktion für die Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung

Die normierte Grenzzustandsfunktion für die Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung $V_{R,ct}$ für einen Stahlbetonrechteckquerschnitt kann aus Gleichung (6.21) hergeleitet werden und berechnet sich zu:

$$g_0(V_{R,ct}) = U_{R,ct} \cdot \left[0{,}2 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d_0 \cdot d \cdot 1000}}\right) \cdot \eta_1\right] - U_E \cdot \left(\frac{V_{G,0} \cdot \rho_{gQ} + V_{Q,0} \cdot (1 - \rho_{gQ})}{(A_{s1,0} \cdot f_{c,0})^{\frac{1}{3}}} \cdot (b_{w,0} \cdot d_0)^{\frac{2}{3}}\right) \cdot \nu_{Qct} \tag{7.21}$$

mit dem dimensionslosen Kennwert:

$$\nu_{Qct} = \frac{V_{Ges} \cdot (b_{w,Wert} \cdot d_{Wert})^{\frac{2}{3}}}{(A_{s1,Wert} \cdot f_{c,Wert})^{\frac{1}{3}}} \tag{7.22}$$

und mit

$$d = d_{Wert} \tag{7.23}$$

mit:

ν_{Qct} = dimensionslose bezogene Querkraft

- Normierung der Grenzzustandsfunktion für die Querkrafttragfähigkeit gegen Durchstanzen ohne Längskraft

Die normierte Grenzzustandsfunktion für die Querkrafttragfähigkeit gegen Durchstanzen $\nu_{R,ct}$ kann aus Gleichung (6.29) hergeleitet werden und berechnet sich zu:

$$g_0(V_{R,ct}) = U_{R,ct} \cdot \left[0{,}2965 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d \cdot d_0 \cdot 1000}}\right) \cdot \eta_1 \cdot \sqrt[3]{100}\right] - U_E \cdot \frac{\left(\nu_{G,0} \cdot \rho_{gQ} + \nu_{Q,0} \cdot (1 - \rho_{gQ})\right)}{d_0 \cdot f_{c,0}^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{\frac{A_{s1x,0} \cdot A_{s1y,0}}{b_{x,0} \cdot b_{y,0}} \cdot d_0^2}} \cdot \nu_{Dct} \tag{7.24}$$

mit den Kennwerten:

$$\nu_{Dct} = \frac{\nu_{Ges}}{d_{Wert} \cdot f_{c,Wert}^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{\frac{A_{s1x,Wert} \cdot A_{s1y,Wert}}{b_{x,Wert} \cdot b_{y,Wert} \cdot d_{Wert}^2}}} \tag{7.25}$$

$$d = d_{Wert} \tag{7.26}$$

mit:

ν_{Dct} = dimensionslose bezogene Querkraft je Längeneinheit

7.3.4 Baupraktische Anwendung

Mit den normierten Grenzzustandsfunktionen kann nunmehr im Rahmen einer probabilistischen Berechnung der Zuverlässigkeitsindex β allgemeingültig, d. h. von Baustoffeigenschaften und von der Geometrie unabhängig, für ein Querschnittsversagen eines Stahlbetonbauteils berechnet werden. Das nachfolgende Bild Nr. 7.1 zeigt beispielhaft ein entwickeltes Diagramm für die Biegetragfähigkeit eines Stahlbetonrechteckquerschnittes ohne Normalkraft und ohne Druckbewehrung. Die Berechnung der Werte für den Zuverlässigkeitsindex β in Abhängigkeit der einzelnen Parameter erfolgte mit COMREL [183] mit *FORM* sowie mit der Grenzzustandsfunktion in Gleichung (7.7). Die stochastischen Modelle für die einzelnen Basisvariablen in (7.7) wurden in Anlehnung an Tabelle 4.4 beispielhaft für die Schadenskategorie 0 aller Schadensbilder gewählt.

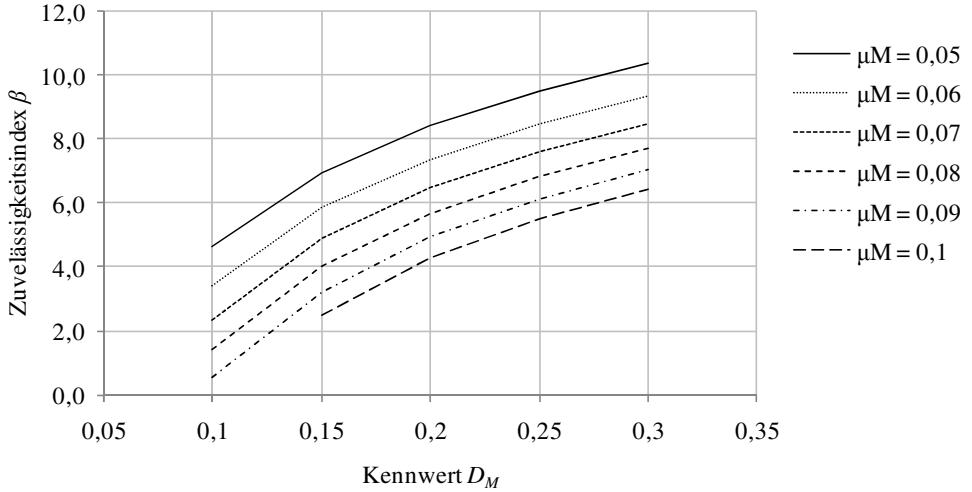


Bild 7.1: Zuverlässigkeitsindex β in Abhängigkeit der Kennwerte D_M und μ_M gemäß Gleichung (7.8) und (7.9) für das Einwirkungsverhältnis ρ_{GM} = 0,6 für den Grenzzustand der Biegetragfähigkeit ohne Normalkraft und ohne Druckbewehrung eines Stahlbetonrechteckquerschnitts für die Schädigungskategorien 0, d. h. keine Schäden, aller Schadensgruppen

Für den Grenzzustand der Biegetragfähigkeit eines Stahlbetonquerschnitts kann der Zuverlässigkeitsindex β in Abhängigkeit der Eingangsparameter D_M, μ_M und dem Lastverhältnis ρ_{GM} aus Bild 7.1 abgelesen werden. Die Kennwerte entsprechen dabei dem dimensionslosen Material- und Geometrieparameter D_M aus Gleichung (7.8), dem dimensionslosen bezogenen Biegemoment μ_M aus Gleichung (7.9) sowie dem Lastverhältnis ρ_{GM} aus Gleichung (7.10).
Für die weiteren Grenzzustände für die Querkrafttragfähigkeit, für die Normalkrafttragfähigkeit sowie für Tragfähigkeit gegen Durchstanzen können ähnliche Diagramme mit den entsprechenden Eingangsparametern hergeleitet werden. In der Anlage 2 sind diese Diagramme dargestellt.
Mit den dimensionslosen Diagrammen ist es nun möglich, die Zuverlässigkeit von Stahlbetonquerschnitten unterschiedlicher Eigenschaften zu bestimmen. Die Informationen der Eigenschaften des betrachteten Querschnitts sind in den dimensionslosen Kennwerten enthalten. Die Diagramme sind jedoch nur stets für die gewählten stochastischen Modelle der einzelnen Basisvariablen sowie für das gewählte Lastverhältnis ρ_G und dem jeweiligen betrachteten Grenzzustand gültig. Für die Beurteilung der Schädigungen an einem Stahlbetonbrückenbauwerk wurde die neue Schadensbewertung „Standsicherheit“ gemäß Tabelle 7.1 eingeführt. Die jeweiligen Schadenskategorien der Schadensbilder der Abplatzungen, der Betonkorrosion und der Betonstahlkorrosion haben einen Einfluss auf die

Zuverlässigkeit des Bauwerks. Zudem ist die Kombination der Schäden untereinander zu berücksichtigen, was zu einer hohen Anzahl von zu betrachtenden Zuständen führt.
Im Rahmen des baupraktischen Näherungsverfahrens wird für die einzelnen Grenzzustände, für die jeweiligen Schadensbilder sowie für unterschiedliche Lastverhältnisse ρ_G der Zuverlässigkeitsindex β bezogen auf 50 Jahre berechnet. Aufgrund der Vielzahl von zu entwickelnden Diagrammen und der daraus folgenden mangelnden Benutzerfreundlichkeit wird im nachfolgenden Kapitel ein Software-Tool entwickelt, dass die Nutzung deutlich verbessert. Für die baupraktische Anwendung ist es erforderlich für eine ggf. erforderliche Nutzungseinschränkung die zulässige Verkehrslast in Anlehnung an die DIN 1072 [49] mit entsprechenden Brückenklassen anzugeben. Anschließend kann die Umsetzung mit den Schildern der Straßenverkehrsordnung STVO [213], auf denen das zulässige Gesamtgewicht der Fahrzeuge angegeben ist, erfolgen. Im Rahmen der probabilistischen Berechnung erfolgt dies durch die Anpassung des Anteils der Verkehrslasten an den gesamten Einwirkungen im Lastverhältnis ρ_G. Damit kann eine kleinere Brückenklasse simuliert werden. Wie in Kapitel 4 gezeigt, haben die Verkehrslasten aufgrund ihrer Extremwertverteilung und des hohen Variationskoeffizienten einen großen Einfluss auf den Zuverlässigkeitsindex β. Dies wurde auch in BRAML & KEUSER [24] bereits dargestellt. Die Zuverlässigkeit berechnet sich am Gesamtsystem aus Widerstand und Einwirkung. Mit der Wahl einer angepassten Verkehrslast, d. h. einer kleineren Brückenklasse, kann die Zuverlässigkeit der Brücke erhöht werden. Im entwickelten Verfahren wird dies über einen höheren Anteil an ständigen Einwirkungen, die mit einer Normalverteilung und kleinem Variationskoeffizienten modelliert werden können, umgesetzt. Der Widerstand wird nicht verändert und bleibt konstant.
Für die Anwendung des Verfahrens sind die Baustoffkennwerte, die geometrischen Abmessungen, das Biegemoment infolge ständiger Einwirkungen sowie die Betonstahlbewehrung am Bauwerk festzustellen bzw. aus Bestandsunterlagen oder dem Brückenbuch zu entnehmen. Aus dem Biegemoment infolge ständiger Einwirkungen kann dann in Abhängigkeit der Stützweite des Bauwerks der Anteil der veränderlichen Einwirkungen berechnet werden. Entsprechende Diagramme für eine solche Berechnung wurden in BIERBRAUER [19] für Massivbrücken auf der Grundlage einer statischen und statistischen Auswertung von Referenzbrücken entwickelt. Das nachfolgende Bild Nr. 7.2 zeigt den Anteil der ständigen Einwirkungen M_{KG} an den gesamten Einwirkungen infolge ständigen und veränderlichen Lasten, $M_{KG} + M_Q$, für Massivbrücken mit Plattenquerschnitt und Plattenbalkenquerschnitt. Die Werte stellen die 95 - % Quantile dar und berücksichtigen jeweils die größten Brückenklassen der DIN 1072 [49] oder des DIN-Fachberichtes 101 [56]. Der Wert α stellt das Verhältnis dar.

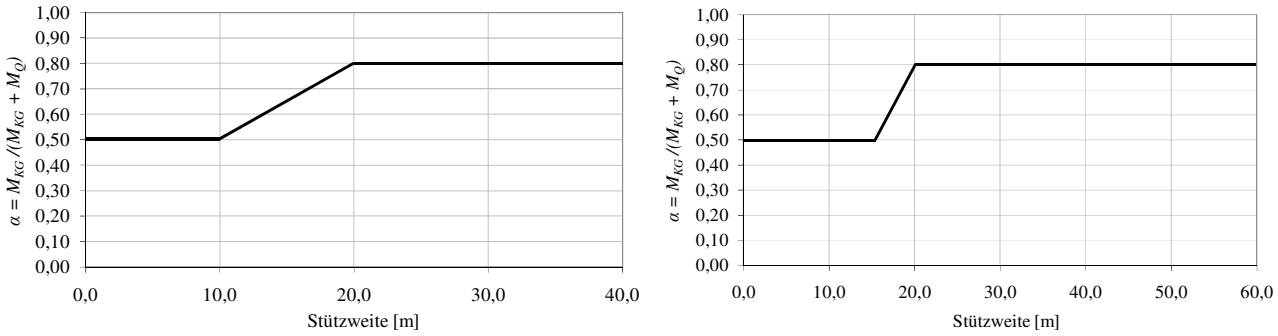


Bild 7.2: Verhältniswert α für den Anteil der ständigen Einwirkungen M_{KG} an den gesamten Einwirkungen infolge ständiger und veränderlicher Lasten, $M_{KG} + M_Q$, für Massivbrücken mit Plattenquerschnitt (links) und mit Plattenbalkenquerschnitt (rechts) gemäß BIERBRAUER [19]

Für die Wahl des Einwirkungsverhältnisses im Rahmen des entwickelten baupraktischen Näherungsverfahrens können die Diagramme als erste Hilfestellung zugrunde gelegt werden. Es ist denkbar, das nachfolgend entwickelte Software–Tool mit einem Stabwerksprogramm zur Schnittgrößenermittlung zu koppeln, sodass direkt nach Eingabe der Geometrie des Brückenbauwerks die Schnittgrößen infolge ständiger Einwirkungen berechnet werden können und direkt auf die angepasste Brückenklasse geschlossen werden kann, falls M_{KG} nicht gleich aus der Bestandsstatik ermittelt werden kann.

7.4 Entwicklung eines Software Tools

7.4.1 Ziel der programmtechnischen Unterstützung

Das Software-Tool soll die Anwendung des Verfahrens erleichtern, in dem der Zuverlässigkeitsindex β aus der Vielzahl der Bewertungsdiagramme selbstständig nach Eingabe der Bauwerkseigenschaften und Schäden ausgegeben wird. Die umfangreichen Parameterstudien und die Berechnung des Zuverlässigkeitsindex β wurden auf der Grundlage einer *FORM*-Berechnung mit COMREL [183] geführt, das für diesen Zweck von der Fa. RCP mit einem internen Update aktualisiert wurde. Die Berechnung des Zuverlässigkeitsindex β erfolgte auf der Grundlage der entwickelten normierten Grenzzustandsfunktionen für die einzelnen Grenzzustände und für die einzelnen Schadenskategorien gemäß Tabelle 7.1. Zudem muss die Parameterstudie separat für jedes Lastverhältnis ρ_G ausgeführt werden.

Der Anwender gibt in die EDV-Oberfläche die Eigenschaften des Brückenbauwerks und die einzelnen Schadenskategorien ein. Er erhält dann den tatsächlich vorhandenen Zuverlässigkeitsindex β sowie ggf. einen Vorschlag für eine Nutzungseinschränkung bei geschädigten Brücken.

7.4.2 Umsetzung

Die programmtechnische Umsetzung erfolgte mit Visual Basic für Applikationen (VBA) in Microsoft Excel. Das EDV–Programm dient dabei lediglich zur schnellen Suche des tatsächlich vorhandenen Zuverlässigkeitsindex β auf der Grundlage der vor Ort festgestellten Schädigungen am Bauwerk aus den entwickelten Tabellenwerken. Der Zuverlässigkeitsindex β wurde in umfangreichen Parameterstudien mit COMREL [133] für alle möglich auftretenden vorhandenen unterschiedlichen Randbedingungen von Massivbrücken, wie z. B. Baustoffe, Geometrie, Schädigungsart, Schädigungskategorie, unterschiedliche Kombination der Schäden, betrachteter Grenzzustand, etc., berechnet und in entsprechenden Tabellenwerken zusammengefasst. Gibt der Nutzer die Daten und die Schäden des Bauwerks in das Programm ein, so werden die dimensionslosen Kennwerte berechnet und der tatsächliche vorhandene Zuverlässigkeitsindex β aus diesen Tabellenwerken bestimmt. Das nachfolgende Bild Nr. 7.3 zeigt den Musteraufbau einer Tabelle für den Grenzzustand der Biegetragfähigkeit gemäß Gleichung (7.7), die in dem Software Tool hinterlegt ist. Die Tabellen müssen für verschiedene Lastverhältnisse, Grenzzustände sowie für alle möglichen Kombinationen der Schädigungen hinterlegt sein. Zudem wird dem Nutzer selbstständig ein Vorschlag für eine ggf. erforderliche Nutzungseinschränkung unterbreitet.

0,4	0		0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11	...
	1	0,10	3,183	2,426	...	...	...	...	...	...
	2	0,15	4,648	3,942	...	...	...	...	...	...
		0,20	5,628	4,926	...	...	...	...	...	...
		0,25	6,351	5,646	...	...	...	...	...	...
		...	...	...	...	...	...	...	...	...

Einwirkungsverhältnis ρ_{GM}

Gewählte Schadenskategorie je Schadensbild

Dimensionsloser Kennwert D_M

Zuverlässigkeitsindex β

Dimensionsloses bezogenes Biegemoment μ_M

Bild 7.3: Beispielhafte Darstellung der Aufbau einer Tabelle die im Software-Tool für den Grenzzustand der Biegetragfähigkeit gemäß Gleichung (7.7) hinterlegt ist

Die Oberfläche des Software-Tools basiert auf einer Excel Oberfläche und kann beliebig angepasst werden. Der Programmcode für den Grenzzustand der Biegetragfähigkeit bei unterschiedlichen Schädigungen ist in der Anlage 3 dieser Arbeit aufgeführt. Die Nutzungseinschränkung kann bisher nur in Form eines angepassten zulässigen Biegemomentes für die Einwirkungen infolge Verkehrslasten ausgegeben werden. Dies erfolgt durch die Modifizierung des Lastverhältnisses ρ_G bis das angestrebte Zuverlässigkeitsniveau eingehalten wird. In einer Erweiterung des Tools ist es geplant, direkt die zulässigen Verkehrslasten gemäß den Brückenklassen in DIN 1072 [49] und STVO [213] ausgeben zu können. Dies kann z. B. durch die Kopplung mit einem Stabwerksprogramm erfolgen.

Das nachfolgende Bild Nr. 7.4 zeigt beispielhaft die derzeitige Oberfläche des Software-Tools.

Aufnahme vor Ort:

Moment aus Eigengewicht:		M_G =	0,6	[MNm]	ρ_G =	0,6					
Moment aus Verkehrslasten:		M_Q =	0,40	[MNm]							
Gesamtmoment:		M_{Ges} =	1	[MNm]	**Zielzuverlässigkeit β:**			β =	4,3		
Eigenschaften des Bauwerks:						**Schädigungsgrad:**					
Variable	Beschreibung		Wert	Einheit		**Korrosion:**		10	[%]		
A_s	**Stahlquerschnittsfläche**		0,00814	[m²]		**Betonkorrosion:**		1	[-]	38	[MN/m²] = $f_{c,red}$
f_y	**Stahlzugfestigkeit**		550,00	[MN/m²]							
f_c	**Betondruckfestigkeit**		38	[MN/m²]		**Abplatzungen:**		1	[-]		
d	**statische Nutzhöhe**		0,5	[m]							
b	**Breite**		1	[m]							

Auswertung:

Zuverlässigkeitsindex β vorhanden:	3,246	
Δβ infolge Schädigung:	1,053	
Vorschlag für Reduzierung M_Q auf:	0,245	[MNm]

Auswertung starten
(bis zu 1 Min. Rechenzeit)

Bild Nr. 7.4: Derzeitige Oberfläche des entwickelten Software-Tools

Der Quellcode des Software Tools ist in Anlage 3 aufgeführt.

7.5 Anwendungsbeispiel

Bei dem Bauwerk handelt es sich um eine 2-feldrige Brücke aus Stahlbeton mit Plattenquerschnitt. Die Einzelstützweiten sind 2 x 14,70 m. Die Querschnittshöhe beträgt in Feldmitte 0,50 m und steigt zum Mittelpfeiler hin auf 0,58 m an. Der Überbau ist auf den Widerlagern mit Elastomerstreifen liniengelagert. Die Verbindung mit dem Pfeiler erfolgt über ein Betongelenk. Nachfolgend wird nur der Überbau der Brücke untersucht.

Bild 7.5: Blick auf das zu untersuchende Brückenbauwerk

Die Brücke wurde im Jahre 1952 errichtet, die Lastannahmen wurden noch auf der Grundlage der DIN 1072, Ausgabe September 1944, [50] gewählt. Das Bauwerk wurde dabei für die Brückenklasse I bemessen. Dies entspricht gemäß [50] einer Dampfwalze mit einem Gesamtgewicht von 24 Tonnen und einer Flächenverkehrslast von 5,0 kN/m².
Wie in den Bildern 7.6 und 7.7 erkennbar, ist das Bauwerk stark geschädigt. Überwiegend handelt es sich um starke Korrosionsschäden der Betonstahlbewehrung (Abrostungsgrad der Tragbewehrung bis zu 30 %) sowie um Abplatzungen und um starke Aussinterungen bzw. Ausblühungen.

Bild 7.6: Schäden am Auflagerbereich

Bild 7.7: Schäden im Feldbereich

Die Schäden lassen deutlich erkennen, dass ein Ersatzneubau zeitnah erfolgen muss. Bis dahin kann die Sicherheit des Tragwerks durch Ertüchtigungsmaßnahmen oder, wenn diese wie im vorliegenden Fall aus Kostengründen und Hinblick auf einen baldigen Neubau nicht ausgeführt werden, durch eine Nutzungseinschränkung gewährleistet werden. Im Zuge einer Brückenhauptprüfung wurden dabei folgende Schäden festgestellt:

Tabelle 7.2 Zusammenfassung der Bewertung der Schäden durch den Bauwerksprüfer für die Schadenskategorie „Standsicherheit“ gemäß Tabelle 7.1

Schadensbild	Kategorie	Bewertung	Abrostungsgrad
Abplatzungen in der Druckzone	ausgeprägt	3	-
Betonstahlkorrosion	stark	4	30 %
Betonkorrosion	ausgeprägt	3	-

Die stochastischen Modelle für die Basisvariablen unter Berücksichtigung der festgestellten Schäden können der Tabelle 7.1 für die Schadensbewertung „Standsicherheit“ entnommen werden. Gemäß den Angaben aus dem Bauwerksbuch wurde ein Betonstahl der Gruppe IIa mit einer Streckgrenze von 360 N/mm² eingebaut. Der Mittelwert für die probabilistische Berechnung beträgt dann bei der gewählten Lognormalverteilung 397 N/mm² bei einem Variationskoeffizienten von 6 %. Die Reduktion der Zugfestigkeit aufgrund des festgestellten Korrosionsgrades wird gemäß dem Vorschlag in Tabelle 7.1 mit 7 % berücksichtigt. Die Betondruckfestigkeit berechnet sich zu $f_c = 0{,}96 \cdot 28 - 9 = 17{,}88$ MN/m² gemäß Schadensnote 3 für das Schadensbild Betonkorrosion.

Tabelle 7.3 Zusammenstellung der Basisvariablen für die probabilistische Berechnung des Brückenbauwerks in Bild Nr. 7.5

Basisvariable	Bezeichnung	Verteilungs-funktion	Einheit	Mittelwert	Standard-abweichung
Material-eigenschaften	Betondruck-festigkeit f_c	LN	MN/m²	17,88	3,576
	Stahlzug-festigkeit f_y	LN	MN/m²	369,21	22,15
Geometrische Daten	Querschnittshöhe	N	m	0,50	0,015
	Querschnittsbreite	N	m	1,0	0,03
	Höhe der Abplatzungen h_g in der Druckzone	-	m	0,03	-
	Betondeckung c	-	m	0,035	-
	Durchmesser Betonstahl		m	0,02	-
	Statische Nutzhöhe d_a	N	m	0,50 – 0,035 – 0,01 – 0,03 = 0,43	0,015
	Völligkeitsbeiwert α_R	N	-	0,8	0,04
	Höhenbeiwert k_a	N	-	0,4	0,02
	Querschnitt Betonstahlfläche	N	-	$0{,}7 \cdot A_{s,o}$	-
Modell-unsicherheiten	Widerstand U_R	LN	-	1,025	0,07175
	Einwirkung U_E	LN	-	1	0,1
Einwirkungen	Eigengewicht M_{G1}	N	MNm	0,175	0,0105
	Ausbaulasten M_{G2}	N	MNm	0,057	0,0057
	Verkehrslasten M_Q	Gumbel	MNm	variabel	-

Die nachfolgenden Diagramme in Bild Nr. 7.8 und Bild Nr. 7.9 basieren auf den gewählten Basisvariablen und den Ergebnissen der *FORM*- und *SORM*-Berechnungen mit der Grenzzustandsgleichung (6.9) für die Biegetragfähigkeit im Feld- und im Stützbereich. Der Zuverlässigkeitsindex β ist hier beispielhaft in Abhängigkeit des Korrosionsgrades der Bewehrung dargestellt. Die Berechnung erfolgte daher mit der unnormierten Grenzzustandsgleichung. Da im vorliegenden Fall keine Bewehrungspläne zur Verfügung standen, wurde die erforderliche Bewehrung für die Brückenklasse I mithilfe einer FE-Berechnung ermittelt und nur diese statisch erforderliche Bewehrung der weiteren Betrachtung zugrunde gelegt. Zusätzliche Bewehrung, z. B. für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit oder für die konstruktive Durchbildung, wurde nicht angesetzt. Aus diesem Grund beträgt die Zuverlässigkeit für die Brückenklasse I bei 0 % Korrosion 3,8 bezogen auf 50 Jahre. Bei genauer Kenntnis der eingebauten Bewehrung ist davon auszugehen, dass die Zuverlässigkeit bei ungeschädigten Bauteilen stets größer als $\beta = 3{,}8$ ist.

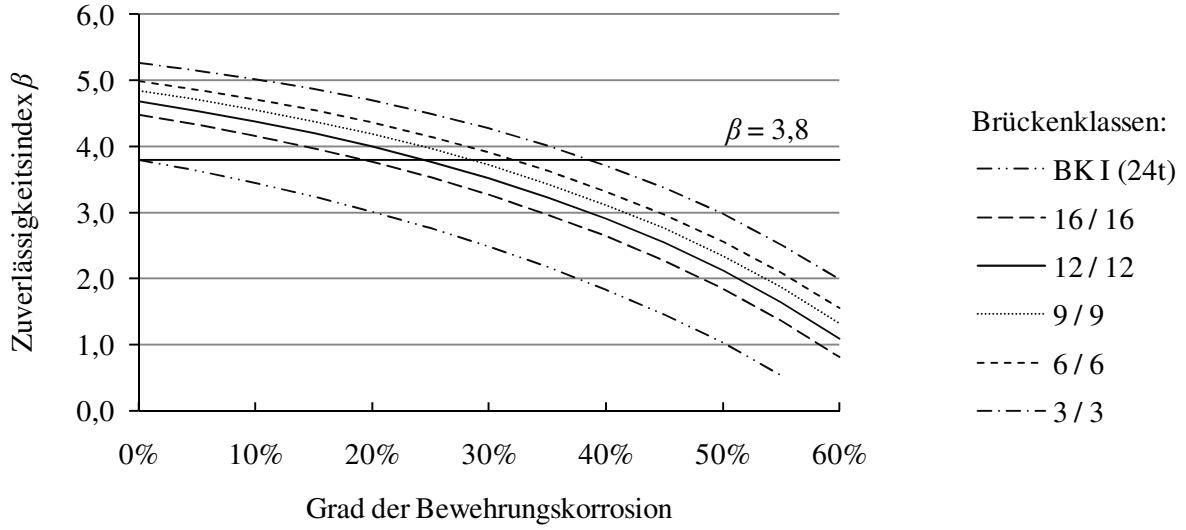


Bild 7.8: Zuverlässigkeitsindex β bezogen auf 50 Jahre in Abhängigkeit der Schädigung im Feldbereich für verschiedene Brückenklassen

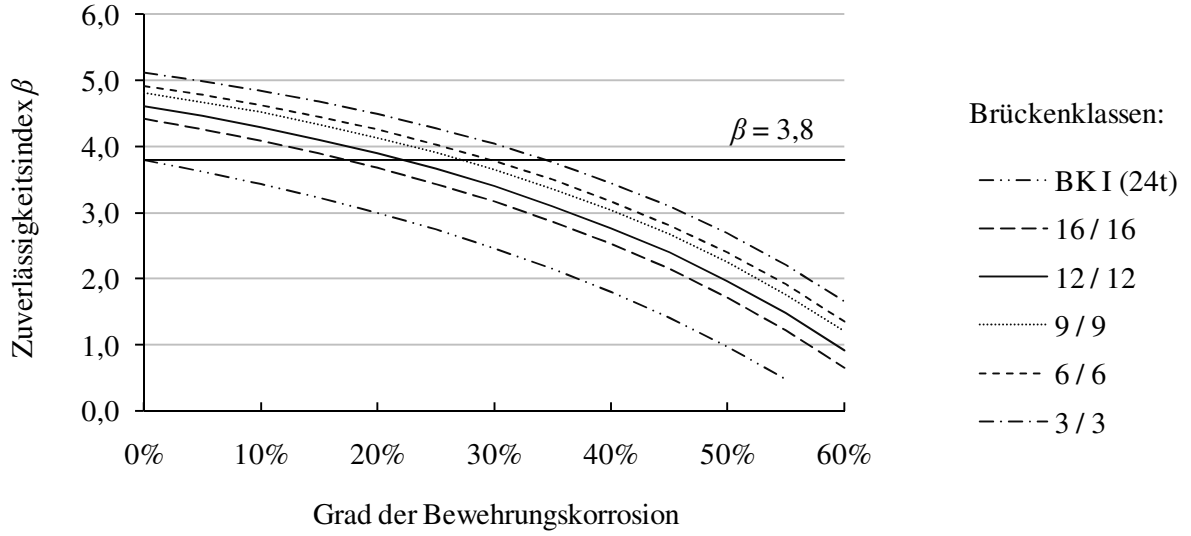


Bild 7.9: Zuverlässigkeitsindex β bezogen auf 50 Jahre in Abhängigkeit der Schädigung im Stützbereich für verschiedene Brückenklassen

Aus den Bildern 7.8 und 7.9 kann nun in Abhängigkeit des Korrosionsgrades der Bewehrung die zulässige Brückenklasse abgelesen werden. Die Zielzuverlässigkeit beträgt für bestehende Bauwerke, wie in Abschnitt 3.5.2 angegeben, 3,8 bezogen auf 50 Jahre. Nach Meinung des Verfassers sollte dann das Inspektionsintervall für eine solch stark geschädigte Brücke von 3 Jahren auf 1 Jahr reduziert werden. Im vorliegenden Fall ist eine Beschränkung auf die Brückenklasse 6/6 erforderlich, da der Korrosionsgrad am Bauwerk mit ca. 30 % festgestellt worden ist. Die Abschätzung des Korrosionsgrades obliegt dem Bauwerksprüfer. Ggf. sind zerstörende Eingriffe erforderlich. Vor allem auf den Zustand der Bewehrung im Stützbereich kann ohne größere Eingriffe nur aus dem Allgemeinzustand der Brücke und ggf. vorhandenen Ausblühungen und Abplatzungen im Stützbereich geschlossen werden. Für eine genaue Einstufung der Brücke in eine Brückenklasse ist dann eine Objektbezogene Schadensanalyse [121] durchzuführen. Durch die Wahl einer geeigneten Nutzungseinschränkung kann die Tragfähigkeit des Bauwerks jedoch bis zur Vorlage der Ergebnisse oder ggf. bis zum kurzfristigen Ersatzneubau

gewährleistet werden. Da davon auszugehen ist, dass die Schädigungen stets weiter fortschreiten oder sogar möglicherweise sich beschleunigen ist es durchaus sinnvoll die Zielzuverlässigkeit für die Wahl der Nutzungseinschränkung weiterhin auf 50 Jahre zu beziehen um ein ausreichendes Sicherheitsniveau beizubehalten. Dies berücksichtigt dann auch die Unsicherheiten, die sich aus der „einfachen“ Erkundung der Schäden im Rahmen der visuellen Prüfung einstellen. Bei detaillierten und umfangreichen Untersuchungen mit anschließender probabilistischer Berechnung könnte jedoch die Zielzuverlässigkeit auf der Grundlage der noch zu erwartenden Restlebensdauer des Bauwerks angepasst werden. Die Grundlagen für solche Betrachtungen sind in Abschnitt 3.5 aufgeführt.

Erfolgt die Bewertung der Brücke mit dem entwickelten Software Tool, so gibt der Nutzer die festgestellten Schadensgruppen und Schadenskategorien in die Programmoberfläche gemäß Bild Nr. 7.4 ein. Das Programm berechnet sich aus den Kenndaten der Brücke die jeweiligen dimensionslosen Kennwerte und gibt den Zuverlässigkeitsindex β sowie einen Vorschlag für die Anpassung der Brückenklasse aus.

8. Zusammenfassung und Ausblick

8.1 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Beurteilung der Zuverlässigkeit von Massivbrücken auf der Grundlage von Überprüfungen am Bauwerk mithilfe probabilistischer Berechnungsverfahren. In Deutschland werden diese Überprüfungen auf der Grundlage der DIN 1076 [51] in regelmäßigem Rhythmus durchgeführt. Im Rahmen einer solchen Überprüfung erfolgt die Bewertung der festgesellten Mängel und Schäden im Hinblick auf den Einfluss auf die Verkehrssicherheit, auf die Dauerhaftigkeit sowie auf die Standsicherheit. Die Bewertung obliegt dabei vor Ort dem Bauwerksprüfer. Die Qualität der Ergebnisse der Bauwerksprüfung hängt wesentlich von der Qualifikation, der Erfahrung und dem Verantwortungsbewusstsein der Bauwerksprüfer ab. In dieser Arbeit wird ein Verfahren entwickelt, das den Bauwerksprüfer bei der Beurteilung der Standsicherheit geschädigter Stahlbetonbrücken unterstützt.

Zunächst werden in Kapitel 2 die Möglichkeiten für eine Überwachung an Brückenbauwerken sowie die derzeitig angewandten baupraktischen Verfahren vorgestellt und diskutiert. Die Verfahren zur Zustandserfassung können in 3 Kategorien eingeteilt werden. Dies sind die visuelle Inspektion, die Messung von Parametern des Tragwerks mit Monitoringverfahren oder Identifikationsverfahren sowie die experimentelle Zustandserfassung. Die Ergebnisse der beiden zuletzt genannten Verfahren sind quantitativ und objektiv wo hingegen die Ergebnisse aus der visuellen Inspektion durch einen Bauwerksprüfer stets nur qualitativ und subjektiv sein können. Diese regelmäßig sich wiederholende Einzelprüfung hat sich für die Überwachung und Prüfung von Straßenbrücken jedoch bewährt und wird in den meisten Ländern standardmäßig eingesetzt. Die Systeme für die Bauwerksüberwachung mit Monitoring oder Systemidentifikation sind als Ergänzung und nicht als Ersatz für die visuelle Inspektion aufzufassen. Ziel muss es daher sein, die Ergebnisse einer visuellen Prüfung im Hinblick auf die Objektivität und Quantität zu verbessern.

In Kapitel 3 werden die Grundlagen für die Berechnung der Tragwerkszuverlässigkeit vorgestellt. Nach einer Begriffsdefinition werden die derzeitig im Bauingenieurwesen angewandten Sicherheitskonzepte gegenübergestellt. Für die Berechnungen in dieser Arbeit wird auf die Verfahren der First Order Reliability Method (*FORM*) und die Second Order Reliability Method (*SORM*) zurückgegriffen. Im Anschluss werden die mathematische Formulierung des Zuverlässigkeitsproblems und die verschiedenen Lösungsverfahren anschaulich dargestellt. Insbesondere wird dabei auch auf die Modellierung von Zufallszahlen mit entsprechenden Verteilungsfunktionen eingegangen, da dies die Grundlage für die stochastische Modellierung geschädigter Materialparameter oder veränderter Geometrieabmessungen ist. Besondere Beachtung wird auf die Zielwerte der Zuverlässigkeit für den Grenzzustand der Tragfähigkeit gelegt. Die in den letzten Jahren erarbeiteten Vorschläge für eine Anpassung der Zielzuverlässigkeit an die tatsächlich vorhandenen Randbedingungen werden vorgestellt und die Unterschiede und Vorteile zwischen der Bewertung eines bestehenden Bauwerks und eines neu zu errichtenden Bauwerks aufgezeigt. Es zeigt sich, dass bei bestehenden Bauwerken der Zuverlässigkeitsindex β um bis zu 0,5 reduziert werden kann. Werden zudem Überwachungsmaßnahmen oder intensive Überprüfungen am Bauwerk durchgeführt, so kann eine weitere Reduktion der Zielzuverlässigkeit zugelassen werden. Weiterhin wird auf das Verfahren des Bayes´schen Updating eingegangen, mit dem zusätzliche Vorinformationen bei der Bewertung eines Tragwerks genutzt werden können.

Die stochastische Modellierung der einzelnen Einflussgrößen und Materialparameter der Tragfähigkeit eines geschädigten Stahlbetonquerschnitts ist Gegenstand des Kapitels 4. Zu Beginn erfolgt die Identifikation von Schädigungen an Brückenbauwerken, die im Rahmen einer handnahen visuellen Prüfung erkannt werden können und die einen Einfluss auf die Tragfähigkeit haben. Grundsätzlich kann bei Stahlbetonbrücken die Unterscheidung der Schäden in betonschädigend, in betonschädigend mit

Auswirkungen auf den Betonstahl und in betonstahlschädigend erfolgen. Zu den wesentlichen betonschädigenden Merkmalen bzw. Mängeln gehören Ausblühungen und die Betonkorrosion infolge chemischen Angriffs sowie infolge von Tausalzschäden. Zur Gruppe der betonschädigenden Merkmale mit Auswirkungen auf den Betonstahl sind Risse, Abplatzungen, Chloridschäden und die Karbonatisierung des Betons einzuordnen. Die Korrosion des Betonstahls gehört zu den betonstahlschädigenden Merkmalen. Auf der Grundlage einer umfangreichen Literaturrecherche werden die mechanischen Modelle für die infolge Schädigung veränderten Materialparameter und geometrischen Abmessungen aufgeführt. Basierend auf den mechanischen Modellen werden die stochastischen Modelle hergeleitet. Abgesicherte stochastische Modelle für eine probabilistische Berechnung im Grenzzustand der Tragfähigkeit die auf einer Versuchsdatenbank aufbauen liegen bisher, im Gegensatz zum Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit, nur für ungeschädigte Materialparameter d. h. für neue Bauwerke vor. Die im Rahmen der Arbeit entwickelten Modelle basieren auf umfangreichen Parameterstudien mit entsprechenden Sensitivitätsanalysen sowie auf den eigenen Annahmen und Abschätzungen auf der Grundlage der mechanischen Modelle. Es werden dabei besonders die Grenzzustände der Biegetragfähigkeit und der Querkrafttragfähigkeit mit den in Kapitel 6 entwickelten Grenzzustandsfunktionen für ein Querschnittsversagen betrachtet. Für den geschädigten Beton, für den korrodierten Betonstahl sowie für die infolge Abplatzungen veränderten geometrischen Abmessungen werden neue stochastische Modelle in Abhängigkeit des Schädigungsgrades vorgeschlagen. Es zeigt sich, dass durch angepasste Mittelwerte und Variationskoeffizienten bzw. Standardabweichungen die stochastische Modellierung der jeweiligen geschädigten Parameter sehr gut erfolgen kann. Mit deterministischen Vergleichsberechnungen konnten die Modelle verifiziert werden, wobei jedoch nur ein qualitativer Vergleich der Ergebnisse der beiden Berechnungsmethoden möglich ist.

In Kapitel 5 wird auf die Modellierung von Einwirkungen bei Stahlbetonbrücken eingegangen. Neben der stochastischen Modellierung der ständigen Einwirkungen infolge Eigengewicht und Ausbaulasten wird insbesondere die Modellierung der veränderlichen Einwirkungen infolge Straßenverkehrslasten vorgestellt. Im Rahmen des entwickelten Verfahrens werden für die probabilistische Bewertung des Bauwerks keine Straßenverkehrslasten direkt gemessen, sondern es werden die Modelle aus den Bemessungsvorschriften herangezogen. Es werden die Hintergründe sowie die Grundlagen für deren stochastische Modellierung aufgezeigt.

Die Grundlagen für eine probabilistische Berechnung für ein Querschnittsversagen, die Grenzzustandsfunktionen, werden in Kapitel 6 entwickelt. Für biegebeanspruchte Stahlbetonbauteile kann die Grenzzustandsfunktion für ein Tragwerksversagen aufgrund eines klaren mechanischen Tragmodells eindeutig angegeben werden. Im Gegensatz hierzu gibt es bei der Formulierung des mechanischen Modells des Querkraftabtrags bisher noch große Unsicherheiten. Die Grenzzustandsgleichungen wurden grundsätzlich aus den Bemessungsgleichungen in der DIN 1045-1 [48] abgeleitet. Es stellte sich dabei heraus, dass die einzelnen Bemessungsgleichungen für die Beurteilung der Querkrafttragfähigkeit ein sehr unterschiedliches Zuverlässigkeitsniveau aufweisen. Zudem spielt die Wahl der Größe der Modellunsicherheit eine entscheidende Rolle. Mithilfe der direkten probabilistischen Optimierung und umfangreicher Parameterstudien werden eigene Vorschläge für die Wahl der Modellunsicherheiten bei einer probabilistischen Berechnung der Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonbauteilen für die einzelnen Versagenszustände entwickelt. Weiterhin werden in diesem Kapitel die Unsicherheiten aus der Qualität der Bauwerksprüfung näher untersucht. Durch die Einführung einer *Modellunsicherheit Bauwerksprüfer* können diese Streuungen berücksichtigt werden. Diese Modellunsicherheit wird jeweils bei der Bewertung von Abplatzungen, der Betondruckfestigkeit sowie der Betonstahlkorrosion probabilistisch berücksichtigt. Weiterhin wird die Möglichkeit aufgezeigt wie die Modellunsicherheit Bauwerksprüfer beim Vorhandensein zusätzlicher Informationen mithilfe des Bayes´schen Updating aktualisiert werden kann. Trotz der wenigen zur Verfügung stehenden Daten stellt sich die Tendenz heraus, dass die

Bewertung von geringfügigen oder vereinzelten Schäden weniger stark streut als die Bewertung von ausgeprägten und starken Mängeln und Schäden. Für die Modellunsicherheit Bauwerksprüfer wird als erster Ansatz eine Normalverteilung mit Mittelwert 1,0 mit einem Variationskoeffizienten von 8,7 % für die Bewertung von vereinzelten Schäden und 17,3 % für die Bewertung ausgeprägter Schäden vorgeschlagen.

In Kapitel 7 wird das baupraktische Näherungsverfahren für die Anwendung im Rahmen einer Bauwerksprüfung entwickelt. In der neu eingeführten „Schadensbewertung Standsicherheit“ werden für die Schadensbilder der Abplatzungen in der Druckzone, der Betonstahlkorrosion und der Betonkorrosion die stochastischen Modelle der Materialparameter und Geometrieparameter für die probabilistische Berechnung hinterlegt. Die Bewertung der Schadensintensität des jeweiligen Schadensbildes erfolgt mit insgesamt 5 Notenstufen, von 0 bis 4. Dies lehnt sich an das Vorgehen gemäß RI-EBW-PRÜF [184] an. Der Bauwerksprüfer gibt die entsprechende Schadensbewertung in das entwickelte Software-Tool ein und erhält bei stark geschädigten Bauwerken einen Vorschlag für eine Nutzungseinschränkung bei Beibehaltung des bisherigen Sicherheitsniveaus. In der Anlage 1 der Arbeit sind Beispiele für die Einordnung von Schäden in die jeweilige Kategorie aufgeführt. Für eine allgemeingültige Anwendung des Verfahrens ist es erforderlich, die Grenzzustandsfunktionen geschickt zu normieren und die entwickelten Diagramme für die Beurteilung der Zuverlässigkeit mit dimensionslosen Kennwerten aufzubauen.

Mit dem Verfahren ist es möglich, eine schnelle Bewertung der Tragfähigkeit eines geschädigten Stahlbetonbauwerks durchzuführen. Es kann keine statische Nachberechnung ersetzen, unterstützt jedoch den Bauwerksprüfer noch während der Prüfung und lässt eine schnelle Entscheidung über die Art und Weise einer ggf. erforderlichen Nutzungseinschränkung noch vor einer Nachberechnung zu.

8.2 Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde ein durchgängiges Konzept für die schnelle Bewertung des Einflusses von Mängeln und Schäden an einem Stahlbetonbrückenwerk auf dessen Tragfähigkeit entwickelt. Es wird dabei auf die Möglichkeiten von probabilistischen Berechnungen zurückgegriffen. Die stochastische Modellierung der infolge Schädigung veränderten Material- und Geometrieparameter spielt dabei die wesentliche Rolle bei der Berechnung der Zuverlässigkeit des Bauwerks.
Die im Rahmen der Arbeit vorgeschlagenen stochastischen Modelle basieren auf den mechanischen Modellen und wurden im Rahmen von umfangreichen Parameterstudien sowie mit deterministischen Vergleichsberechnungen kalibriert. Für eine abgesicherte stochastische Modellierung ist es jedoch zwingend erforderlich, entsprechende Versuche durchzuführen und stochastisch auszuwerten. Dies gilt vor allem für die Veränderung der Materialeigenschaften von korrodiertem Betonstahl sowie für die veränderten Betoneigenschaften infolge einer Frost-Tauwechselbeanspruchung. Es liegen zwar Daten entsprechender Versuche aus Schweden und Spanien vor, jedoch ist es erforderlich, die Versuche zielgerichtet für die Entwicklung stochastischer Modelle für eine probabilistische Berechnung auszuführen und auszuwerten. Dies erfolgte bislang nicht. Zudem muss eine ausreichend große Datenbasis geschaffen werden. Das Phänomen der Alterung der Baustoffe ist dabei zu berücksichtigen.

Die Berechnung der Zuverlässigkeit erfolgte mit den Grenzzustandsfunktionen für ein Querschnittsversagen eines Stahlbetonquerschnitts. Es müssen daher die maßgebenden Querschnitte des Brückenbauwerks stets separat untersucht werden. Es ist durchaus denkbar, das Verfahren dahin gehend zu erweitern, dass die Systemzuverlässigkeit des Bauwerks betrachtet wird. Aufgrund der Umlagerungsmöglichkeiten im Stahlbetonbau bei statisch unbestimmten Systemen ist eine solche probabilistische Berechnung jedoch sehr komplex, da der tatsächlich mögliche Umlagerungsgrad eine

maßgebende Größe bei der Berechnung ist und sehr stark von den tatsächlichen Gegebenheiten, Bewehrungsgrad, gerissener Beton, etc. abhängt. Die Tragfähigkeitsreserven von Bauwerken mit statisch unbestimmtem System, wie z. B. Mehrfeldträger, Rahmenbauwerke, etc., können jedoch dann berücksichtigt werden. Diese möglichen Reserven konnten im Rahmen der deterministischen Vergleichsberechnungen in Kapitel 6.3 bereits dargestellt werden.

Die Entwicklung der *Modellunsicherheit Bauwerksprüfer* konnte nur auf der Grundlage einer ungenügender Datenbasis erfolgen, sodass nur ein stochastisch nicht abgesicherter Vorschlag sowie das Konzept für die Berücksichtigung im Rahmen der probabilistischen Berechnung unterbreitet werden konnte. Trotz intensiver Bemühungen war es nicht gelungen entsprechende Daten von den Bauverwaltungen zu erhalten. Hier würde es sich sehr lohnen erneut auf die Bedeutung solcher Daten hinzuweisen, da die Modellunsicherheit Bauwerksprüfer einen erheblichen Einfluss auf die Ergebnisse der Zuverlässigkeitsberechnung hat.

In weiteren Arbeiten können in ähnlicher Vorgehensweise auch die Unterbauten von Brückenbauwerken betrachtet werden. Hier sind zusätzlich zu den Grenzzuständen infolge eines Querschnittsversagens die Grenzzustände für Kippen, Gleiten, Bodenpressungen etc. zu betrachten. Erste Ansätze in Hinblick auf diese Grenzzustände können SZWED et al. [214] entnommen werden.

9. Literaturverzeichnis

[1] Äkerman, H.: Die Bedeutung objektiver Prüfergebnisse für das Bauwerksmanagement. Tagungsunterlagern des Lehrgangs Bauwerksprüfingenieure. Feuchtwangen. 2008.

[2] Allen, D. E.: Limit states criteria for structural evaluation of existing buildings, Can. J. civil engineering, 18, 995-1004. 1991.

[3] Andrade C., Alonso, C., Garcia, D., Rodriguez, J.: Remaining lifetime of reinforced concrete structures: Effect of corrosion on the mechanical properties of the steel. International Conference on Life Prediction of Corrodible Structures, NACE, Cambridge, UK, pp. 12/1-12/11. 1991.

[4] Andrade, C., Alonso, C., Molina, F. J.: Cover Cracking as a Function of Bar Corrosion: Part 1-Experimental Test. Materials and Structures. Volume 26, pp. 453-464. 1993.

[5] Andrade, C., Sarria, J., Alonso, C.: Corrosion Rate Field Monitoring of Post – Tensioned Tendons in Contact with Chlorides. Durability of Building Materials and Components 7, London E & FN SPON, Vol. 2, pp. 959-967. 1996.

[6] Ang, A., Tang, W. H.: Probability concepts in engineering – Emphasis on applications to civil and environmental engineering. 2nd Edition, John Wiley & Sons, Inc. New York. 2007.

[7] Anweisung Straßeninformationsbank Teilsystem Bauwerksdaten, ASB-ING, B. u. W. Bundesministerium für Verkehr Abteilung Straßenbau, Straßenverkehr (Hrsg.), 2008.

[8] Aparicio, Å. C., Casas, J. R., Cruz P. J. S.: Deterioration and Structural Performance of Reinforced Concrete Beams. In: Life-cycle performance of deteriorating structures, assessment, design and management. Edited by: Frangopol, D. M., Brühwiler, E., Faber, M. H., Adey, B. American Society of Civil Engineers. Pp. 59 – 67. 2003.

[9] Apostolopoulos, C. A., Michalopoulos, D.: Effect of corrosion on mass loss, and high and low cycle fatigue of reinforcing steel. Journal of Materials Engineering and Performance. pp 742-749. Volume 15 (6). 2006.

[10] Bach, Th.: Tragfähigkeitsnachweise von Stahlbetonquerschnitten bei Biegebeanspruchung mit und ohne Längskraft auf der Grundlage der Zuverlässigkeitstheorie der Stufe II. Dissertation Technische Universität Dresden. 1992.

[11] Bartlett, F. M., MacGregor, J. G.: Statistical Analysis of Compressive Strength of Concrete in Structures. ACI Materials Journal, 93, 158 – 168. 1996.

[12] Beck, M., Goebbels, J., Meinel, D., Burkert, A.: DFG Research Group 537: Modeling reinforcement corrosion – Observation and monitoring of self-corrosionprocesses in chloride contaminated mortar by X-ray tomography. Federal Institute for Materials Research and Testing (BAM), Berlin, Germany. In: Concrete Repair, Rehabilitation and Retrofitting II – Alexander et al. (eds.). Taylor & Francis Group, London, ISBN 978-0-415-46850-3 433. 2009.

[13] Bergmeister, K., Santa, U.: Brückeninspektion und –überwachung. Betonkalender 2004, Teil 1, S. 407-481. Hrsg. K. Bergmeister, J. D. Wörner. Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2004.

[14] Bergmeister, K., Wendner, R.: Monitoring und Strukturidentifikation von Betonbrücken. In: Betonkalender 2010, Teil 1, S. 245-290. Hrsg. K. Bergmeister, F. Fingerloos, J. D. Wörner. Ernst & Sohn, Berlin, 2010.

[15] Bergmeister, K: Stochastik in der Befestigungstechnik mit realistischen Einflußgrößen. Dissertation. Universität Innsbruck. 1988.

[16] Bergström, M.: Assessment of existing concrete bridges – bending stiffness as a performance indicator. Dissertation. Luleå University of Technology. Luleå, Sweden. 2009.

[17] Bermbach, T.: Beurteilung der Zuverlässigkeit von Stahlbetonbrücken unterschiedlicher Stützweite. Diplomarbeit. Universität der Bundeswehr München. 2008.

[18] Bertolini, L., Elsener, P., Pedeferri, Polder, R.: Corrosion of steel in concrete – Prevention, diagnosis and repair. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KgaA, Weinheim. 2004.

[19] Bierbrauer, K.: Ein Beitrag zur Bestimmung der Biegetragfähigkeit bestehender Stahlbetonbauteile. Dissertation. Universität der Bundeswehr München. 2008.

[20] Bindseil, P., Schmitt, M.: Betonstähle vom Beginn des Stahlbetonbaus bis zur Gegenwart. Berlin: Verlag für Bauwesen (CD 2002).

[21] Bogath, J., Bergmeister, K.: Neues Lastmodell für Straßenbrücken. Bauingenieur, Band 74, S. 270 – 277. Springer-Verlag. 1999.

[22] Bohner, E., Soddemann, N., Müller, H. S.: DFG Research Group 537: Modelling reinforcement corrosion –Investigations on the mechanism of cracking and spalling. Institute of Concrete Structures and Building Materials, University of Karlsruhe (TH).

[23] Braml, Th., Fischer, A., Keuser, M., Schnell, J.: Beurteilung der Zuverlässigkeit von Bestandstragwerken hinsichtlich einer Querkraftbeanspruchung, Beton- und Stahlbetonbau 104, Heft 12, Seite 798 – 812 Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2009.

[24] Braml, Th., Keuser M.: Beurteilung der Tragfähigkeit von geschädigten Stahlbetonbrücken auf der Grundlage der Ergebnisse einer Bauwerksprüfung, Beton- und Stahlbetonbau 104, Heft 5, S. 256 – 267, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2009.

[25] Braml, Th., Keuser, M., Mangerig, I.: Use of monitoring data for a probabilistic analysis of structures. IABSE 34th Symposium Venedig 2010 – Large structures and infrastructures for environmentally constrained and urbanized areas, Venedig, Italien, 2010. (accepted paper).

[26] Braml, Th.; Keuser, M.: Use of reliability analysis in engineering practice – possible applications and example, 7th International Probabilistic Workshop, Delft, November 2009.

[27] Brehm, E., Schmidt, H.; Graubner, C.-A.: Model Uncertainties for Shear Capacity Prediction of Reinforced Concrete Members, 6th International Probabilistic Workshop, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt, November 2008.

[28] Brem, M.: Numerische Modellierung der Korrosion in Stahlbetonbauwerken – Anwendung der Boundary Element Methode. Dissertation. ETH Zürich. 2004.

[29] Brückner, E.: Bauwerksprüfung an einer Brücke – Aufnahme der Schäden, Typisierung und Auswertung in Hinblick auf deren Einfluss auf die Tragfähigkeit des Bauwerks. Diplomarbeit, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Universität der Bundeswehr München, 2008.

[30] Buckingham, E.: On physically similar systems; Illustrations of the use of dimensional equations. Phys. Rev., 2. Ser., Volume 4, pp. 345-376. 1914.

[31] Bundesministerium für Verkehr – Abteilung Straßenbau, Bauwerksprüfung nach DIN 1076 – Bedeutung, Organisation, Kosten. Dortmund: Verkehrsblatt Verlag Borgmann, 1997, S. 5-25.

[32] Burkhardt, A.: Modellierung von Schäden an Stahlbetonrücken im Rahmen probabilistischer Berechnungen. Diplomarbeit. Universität der Bundeswehr München. 2009.

[33] Buschmeyer, W., Schnellenbach-Held, M., Lubasch, P.: Schwerlastverkehr auf Bundesfernstraßen – Erfassung, Erhaltungsbedarf für Brücken. Schlussbericht. FE 15.0388/2003/GRB. Institut für Massivbau. Universität Duisburg Essen. 2007.

[34] Capra, B., Sellier, A., Hamsa, S.: Reliability assessment of a reinforced concrete beam subjected to corrosion. In: Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering. Edited: Kiureghian, D., Madanat, Pestena. Rotterdam. 2003.

[35] Ĉervenka, V., Ĉervenka, J. und Pukl, R.: ATENA – an Advanced Tool for Engineering Analysis of Connections, Connections between Steel and Concrete, RILEM Publications, Ens France, pp. 658–667, France, 2001.

[36] Claims, J., Law Du, Law, D.: Residual bond strength of corroded plain round bars. Magazine of Concrete Research. Vol. 58. No. 4. Pp. 221-231. 2006.

[37] COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON : CEB-FIP Model Code 1990, Design Code. 1993.

[38] Contecvet: A validated user manual for assessing the residual service life of concrete structures. EC Innovation Programme IN 30902I. Second Draft. 2001.

[39] Cornell, C. A.: A probability-based structural code. ACI Journal, 12: 974-985, 1969.

[40] COST 345 – Procedures Required for Assessing Highway Structures. Joint Report of Working Groups 2 and 3: Methods used in European States to inspect and assess the condition of highway structures. European Co-operation in the Field of Scientific and Technical Research. European Commission Directorate General Transport.

[41] COST 345 – Procedures Required for Assessing Highway Structures. Numerical Techniques for Safety and Serviceability Assessment Report of Working Groups 4 and 5. European Co-operation in the Field of Scientific and Technical Research. European Commission Directorate General Transport.

[42] DafStb Heft 206: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: Heft 206: Statistische Analyse der Betonfestigkeit – Bericht von Rüsch, H., Sell, R. Und Rackwitz, R., Verlag Ernst & Sohn, Berlin, Ausgabe 1969.

[43] DafStb Heft 525: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: Heft 525: Erläuterungen zur DIN 1045-1, Beuth-Verlag, Berlin, Ausgabe 09/2003.

[44] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: Schutz- und Instandsetzung von Betonbauteilen (Instandsetzungs – Richtlinie) Teil 1 bis Teil 4. Deutsches Institut für Normung e. V. Berlin, 2001.

[45] Deutscher Beton-Verein (DBV): Merkblatt Betondeckung der Bewehrung. In: Merkblattsammlung Merkblätter, Sachstandberichte. Wiesbaden. 1997.

[46] Diamantidis, D., Holický, M., Jung, K.: Assessment of existing structures – On the applicability of the JCSS recommendations. In: Aspects of Structural Reliability, In Honor of R. Rackwitz. Hrsg.: Faber, M. Vrouwenvelder, T., Zilch, K. Herbert Utz Verlag, München. 2007.

[47] Dillmann, R.: Betondeckung – Planun, der wichtigste Schritt zur Qualität. In: Betonbau in Forschung und Praxis: Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. György Ivanyi. S. 127-136. 1999.

[48] DIN 1045-1, Ausgabe August 2008, Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion.

[49] DIN 1072, Ausgabe 12/85, Straßen- und Wegbrücken, Lastannahmen.

[50] DIN 1072, Ausgabe September 1944, Straßen- und Wegbrücken, Lastannahmen.

[51] DIN 1076: 1999 – 11: Ingenieurbauwerke im Zuge von Straßen und Wegen. Überwachung und Prüfung. DIN Deutsches Institut für Normung e. V., Beuth Verlag, Berlin 1999.

[52] DIN 31051: 2003 – 06: Grundlagen der Instandhaltung. DIN Deutsches Institut für Normung e. V., Beuth Verlag, Berlin 2003.

[53] DIN 488-1: Betonstahl; Sorten, Eigenschaften, Kennzeichen. November 2006.

[54] DIN EN 1990/NA Entwurf: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode Grundlagen der Tragwerksplanung, Europäisches Komitee für Normungen, Brüssel. 2009-05.

[55] DIN EN1992-1-1: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004. Fassung Oktober 2005.

[56] DIN Fachbericht 101, Einwirkungen auf Brücken, Beuth Verlag GmbH, Berlin 2003.

[57] DIN 1055-100: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln; Deutsches Institut für Normung e.V., Fassung März 2001.

[58] DIN-Fachbericht 101, Einwirkungen auf Brücken, Beuth Verlag GmbH, Berlin 2009.

[59] DIN-Fachbericht 102, Betonbrücken, Beuth Verlag GmbH, Berlin 2009.

[60] DuraCrete, Modelling of degradation – Probabilistic performance based durability design of concrete structures, The European Union – Brite EuRam III, Contract No. BRPR-CT95-0132, Project BE95-1347, Document BE95-1347/R4-5, December 1998.

[61] DuraCrete: Models for environmental actions on concrete structures. The European Union – Brite Euram III. Project BE95-1347, report 3. 1999.

[62] Eichinger, E. M.: Beurteilung der Zuverlässigkeit bestehender Massivbrücken mit Hilfe probabilistischer Methoden. Dissertation, Technische Universität Wien, 2003.

[63] Ellingwood B.: Reliability Basis of Load and Resistance Factors for Reinforced Concrete Design. NBS Building Science Series 110, National Bureau of Standards. Washington, C. C. p. 95. February 1978.

[64] Ellingwood, B., Galambos, T. V., MacGregor, J.C. and Cornell, C. A.: Development of a probability based load criteria for American national standard A 58, NBs Special Publication No. 577, National Bureau of Standards, US Department of Commerce, Washington, DC. 1980.

[65] EN 1990: Grundlagen der Tragwerksplanung, Europäisches Komitee für Normungen, Brüssel. 2002-04.

[66] Enevoldsen, I.: Practical Experience with Probability-based Assessment of Bridges. NVF Brochochtunnelseminarium I Finska Lappland, Rovaniemi, Finland. 1999.

[67] Eurocode 1: Actions on structures – Part 2: Traffic loads on bridges. European Committee for Standardization. Brussels. 2002.

[68] Faber, M. H.: Risk and Safety in Civil, Environmental and Geomatic Engineering. Swiss Federal Institute of Technology Zürich.Eidgenössische Technische Hochschule Zürich. 2008.

[69] Fagerlund, G., Somerville, G., Jeppson, J.: Manual for assessing concrete structures affected by frost. Div. Of Building Materials, Lund Institute of Technology, Sweden, 2001.

[70] Fingerloos, F., Schnell, J.: Tragwerksplanung im Bestand: Betonkalender 2009, Teil 2, S. 3-51, Hrsg. K. Bergmeister, F. Fingerloos, J. D. Wörner. Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2009.

[71] Fischer, J.: Versagensmodell für schubschlanke Balken. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 480. Berlin, Köln: Beuth, 1997.

[72] Fischer, L.: Das neue Sicherheitskonzept im Bauwesen. Bautechnik Sonderheft (2001). Ernst & Sohn Verlag. Berlin. 2001.

[73] Frangopol, D. M.: Optimization of Life-Cycle Maintenance Strategies under Uncertainties: Role of Inspections, Chapter 3 in Trends in Computational Structures Technology edited by B.H.V. Topping and M. Papadrakakis. Saxe-Coburg Publications, Stirling, Scotland. Pp. 55-74. 2008.

[74] Franke, Pingel, Dobbelmann, Baldauf, Meichsner, et al: Wirksamkeit von Maßnahmen zur Sicherstellung der geforderten Mindestbetondeckung. In: Kurzberichte aus der Bauforschung 36, Nr. 1, S. 45-48. Stuttgart: IRB, Forschungsberichte T 2622/1 + T 2622/2. 1994.

[75] Friedrich, S.: Zur Bestimmung von Grenzzustandsfunktionen für die probabilistische Berechnung von Stahlbetonbrücken. Diplomarbeit. Universität der Bundeswehr München. 2008.

[76] Fuchs, M. und Keuser, M.: Stahlbetonbauteile nach außergewöhnlicher Einwirkung – Schadensquantifizierung mittels zerstörungsfreier Echo-Verfahren**,** Bauingenieur 83, Heft 4, S. 176-185, Springer Verlag, Berlin, 2008.

[77] Fuchs, M.: Stahlbetonbauteile nach außergewöhnlicher Einwirkung – Schadensquantifizierung und Instandsetzung. Dissertation. Universität der Bundeswehr München. 2008.

[78] Gebbeken N., Keuser, M., Mangerig, I., Baumhauer A., Becker, S., Hess. A., Braml, T.: Abschlussbericht 2009 – Ermittlung der Tragfähigkeit von Brücken – Phase 2, 2009.

[79] Gehlen, Ch.: Probabilistische Lebensdauerbemessung von Stahlbetonbauwerken – Zuverlässigkeitsbetrachtungen zur wirksamen Vermeidung von Bewehrungskorrosion. Heft 510 der Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, Beuth-Verlag, Berlin, 2000.

[80] Geißler, K.: Beitrag zu probabilistischen Berechnung der Restnutzungsdauer stählerner Brücken. Technische Universität Dresden. Dissertation. 1995.

[81] Goj, K.: Erhaltung von Ingenieurbauwerken in Bayern. In: Tagungsband Munich Bridge Assessment Conference. Hrsg. Gebbeken, Keuser, Mangerig. Seiten 1 – 17. 2009.

[82] Gonzales, J. A.: Comparison of rates of general corrosion and maximum pitting penetration on concrete embedded steel reinforcement. Cement and Concrete Research, Vol. 25, No. 2, pp. 257-264. 1995.

[83] Grimm, R.: Einfluss bruchmechanischer Kenngrößen auf das Biege- und Schubtragverhalten hochfester Betone; Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 477. Berlin, Köln: Beuth, 1997.

[84] Grünberg, J.: Grundlagen der Tragwerksplanung–Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln für den konstruktiven Ingenieurbau. Erläuterungen zu DIN 1055-100. Beuth-Verlag. Berlin. 2004.

[85] Grusibau: Grundlagen zur Feststellung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen. NABau, Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth Verlag GmbH, Berlin/Köln, 1981.

[86] Gumbel, E. J.: Statistics of extremes. Columbia University Press. New York. 1958.

[87] Günther, G.: Verbundverhalten zwischen Stahl und Beton unter monoton steigender, schwellender und lang andauernder Belastung. Dissertation, Gesamthochschule Kassel, 1989.

[88] Haardt, P.: Algorithmen zur Zustandsbewertung von Ingenieurbauwerken. Berichte der Bundesanstalt für Straßenwesen. Brücken- und Ingenieurbau. Heft B 22. Bergisch-Gladbach. 1999.

[89] Hanjari, K. Z.: Material and bond properties of frost – damaged concrete. Chalmers University of Technology. Department of Civil and Environmental Engineering. Report 2008:10. Göteborg Sweden. 2008.

[90] Hansen, M.: Zur Auswirkung von Überwachungsmaßnahmen auf die Zuverlässigkeit von Betonbauteilen. Dissertation, Universität Hannover, 2004.

[91] Hartung, J., Elpelt, B., Klösener, K. H.: Statistik, Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik. Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH. München 2005.

[92] Hasofer, A. M., Lind, M.C.: Exact and Invariant Second Moment Code Format. Journal of Engineering Mechanics, Div., S. 111-121. 1974.

[93] Herwig, H.: Strömungsmechanik – Einführung in die Physik von technischen Strömungen. Vieweg + Teubner Verlag. 2008.

[94] Hilsdorf, H., Kropp, J., Günter, M.: Karbonatisierung und Dauerhaftigkeit von Beton, Fortschritte Im Konstruktiven Ingenieurbau, S. 89 – 96, Ernst & Sohn, Berlin 1984.

[95] Hohenbichler, M., Rackwitz, R.: Non-normal dependent vectors in structural safety. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 107, pp 1227-1238, 1981.

[96] Holst, R.: Entwicklung eines Bauwerks-Management-Systems für das deutsche Fernstraßennetz – Stufe 3. Schlussbericht zum AP-Projekt 02 244/B4. Bergisch-Gladbach. 2005.

[97] Hosser, D.: Tragfähigkeit und Zuverlässigkeit von Stahlbetondruckgliedern: Vereinfachte Nachweise bei beliebigen Einwirkungen und Randbedingungen, Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt, Heft 28, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, München, Düsseldorf, 1978.

[98] Hunkeler, F, Mühlan, M., Ungricht, H.: Risiko von Betonabplatzungen infolge Bewehrungskorrosion. Forschungsauftrag AGB2002/015. Wildegg. 2006.

[99] Hunkeler, F.: Grundlagen der Korrosion und der Potentialmessung bei Stahlbetonbauten. Bundesamt für Straßenbau, Schweiz. Forschungsauftrag 86/90, Bericht VSS Nr. 510. 1994.

[100] InfoGraph, Software für Tragwerksplanung, InfoCAD V 8.0, Dezember 2008.

[101] JCSS – Risk Assessment in Engineering, Probabilistic Model Code, Joint Committee on Structural Safety, 2008.

[102] Joanni, A., Rackwitz, R.: Cost–benefit optimization for maintained structures by a renewal model. Reliab Eng Syst Safety. Doi:10.1016/j.ress.2006.12.014. 2007.

[103] Johnson, A. I.: Strength, Safety and Economical Dimensions of Structures. National Swedish Building Research. 1971.

[104] Joint Committee on Structural Safety (JCSS), Probabilistic Assessment of Existing Structures, RILEM Publications S.A.R.L, January 2001.

[105] Joint Committee on Structural Safety (JCSS): Probabilistic Model Code 12th draft. http://www.jcss.ethz.ch, 17.05.2002.

[106] Jungwirth, D.: Auffinden, Beurteilung und Folgen geschädigter Bewehrung bei zu erhaltenden Bauwerken, Fortschritte Im Konstruktiven Ingenieurbau, S. 97 – 109, Ernst & Sohn, Berlin, 1984.

[107] Kala, Z., Strauss, A., Melcher, J., Novak, D., Fajkus, M., Rozlivka, L.: Comparison of Material Characteristics of Austrian and Czech Structural Steels. International Journal of Materials and Structural Reliability, Vol. 3, No. 1, pp. 43-51. March 2005.

[108] Kautsch, R.: Beitrag zur Nachweisführung von querkraftbewehrten Stahlbeton- und Spannbetonquerschnitten unter kombinierter Biege- und Schubbeanspruchung auf Grundlage der Erweiterten Technischen Biegelehre, Technische Universität Kaiserslautern, Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion (Veröffentlichung in Vorbereitung).

[109] Keuser, M., Braml, Th.: Extension of the safety concept with regard to its application in individual cases. IABSE and fib Symposium – Codes in Structural Engineering – Developments and Needs for International Practice, Dubrovnik, 2010 (accepted paper).

[110] Keuser, M: Verbundmodelle für nichtlineare Finite-Element-Berechnungen von Stahlbetonkonstruktionen. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 1985.

[111] Klingbeil, E.: Tensorrechnung für Ingenieure. BI-Wissenschaftsverlag. Mannheim, Wien, Zürich. 1989.

[112] Klinzmann, Ch.: Methodik zur computergestützten probabilistischen Bauwerksbewertung unter Einbeziehung von Bauwerksmonitoring – Dissertation. Technische Universität Carolo – Wilhelmina zu Braunschweig. 2008.

[113] Kollegger, J., Mehlhorn, G.: Experimentelle Untersuchungen zur Bestimmung der Druckfestigkeit des gerissenen Stahlbetons bei einer Querzugbeanspruchung. DafStb Heft 413, Beuth Verlag, Berlin 1990.

[114] König, G., Danielewicz, I.: Ermüdungsfestigkeit von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen mit Erläuterungen zu den Nacheisen gemäß CEB-fib Model Code 1990. Berlin: Beuth Verlag, 1994 (DafStb-Heft 439).

[115] König, G., Heunisch, M.: Zur statistischen Sicherheitstheorie im Stahlbetonbau. Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt Nr. 16. 1972.

[116] König, G.; et al.: Sichere Betonproduktion für Stahlbetontragwerke – Schlussbericht – DBV-Nr. 199. Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart, 1998.

[117] Kožlik, M.: Einsatz von nichtlinearen Berchnungsverfahren nach DIN 1045-1 zur Berechnung der Überbauten von Brückenbauwerken. Diplomarbeit. Universität der Bundeswehr München. 2008.

[118] Kresse, P.: Ausblühungen – Entstehungsmechanismus und Möglichkeiten ihrer Verhinderung. Beton + Fertigteil – Technik BFT 53 (3), Seiten 160 – 168, 1987.

[119] Langford, P., Broomfield, J.: Monitoring the corrosion of reinforcing steel. Construction Repair, 1 (1987) 2, pp. 32-36. 1987.

[120] Lehrgang für Ingenieure der Bauwerksprüfung – Bauwerksprüfung nach DIN 1076. Tagungsunterlagen. Feuchtwangen, 2008.

[121] Leitfaden Objektbezogene Schadensanalyse OSA. In: RI-ERH-ING, Richtlinie für die Erhaltung von Ingenieurbauten, Bundesministerium für Verkehr, Bau- und Stadtentwicklung – Abt. Straßenbau, Straßenverkehr, 2001.

[122] Lentz, A., Defaux, G., Rackwitz, R.: Principles of Reliability Calculations for Deteriorating Structures; In: Life-Cycle Performance of Deteriorating Structures, editors, Dan M. Frangopol, E. Brühwiler, M. Faber; ASCE American Society of Civil Engineers, Reston Virgina, 2004.

[123] Lentz, A.: Acceptability of Civil Engineering Decisions involving Human Consequences. Dissertation, Technische Universität München, Fachgebiet Zuverlässigkeitstheorie, Lehrstuhl für Massivbau. 2007.

[124] Leonhardt, F., Mönnig, E.: Vorlesungen über Massivbau. Teil 1. 3. Auflage, Springer Verlag. 1984.

[125] Lind, N. C.: Models for human error in structural reliability, Structural Safety, 1, 167–175. 1982.

[126] Lind, N.C.: Target Reliabilities from Social Indicators, in: Proc. ICOSSAR93, Balkema, S. 1897-1904. 1994.

[127] Lubasch, P.: Identifikation von Verkehrslasten unter Einsatz von Methoden des Soft Computing. Dissertation. Universität Duisburg – Essen. 2009.

[128] Lücken, T.: Zur Schadensanalyse von Stahlbeton- und Spannbetonbrücken mit Fuzzy-Expertensystemen. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 2004.

[129] Lundgren, K: Effect of corrosion on the bond between steel and concrete: an overview. Magazine of Concrete Research, 2007, 59, No. 6, August, 447-461. 2007.

[130] Maaß, G., Rackwitz, R.: Maßabweichungen bei Ortbetonbauten. Beton- und Stahlbetonbau 78. Nr. 1 S. 9-13. 1980.

[131] Madsen, H. O., Krenk, S., Lind. N. C.: Methods of structural safety. Prectice – Hall. Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1986.

[132] Mangerig, I., Lichte, U.: Temperaturbeanspruchung. Handbuch Brücken, Springer Verlag Berlin Heidelberg 2007.

[133] Maple, The Essential Tool for Mathematics and Modeling. V 12.0, 2008.

[134] Matousek, M., Schneider, J.: Untersuchungen zur Struktur des Sicherheitsproblems von Bauwerken. Bericht / Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, 59**,** 1976.

[135] Mehlhorn, G.: Der Ingenieurbau – Grundwissen, Band 9 Bemessung. Ernst und Sohn Verlag, Berlin. 1999.

[136] Melchers, R. E.: Structural reliability and prediction. John Wiley & Sons Ltd., Chichester, Australien 1999.

[137] Merzenich & Sedlacek: Hintergrundbericht zum Eurocode 1 – Teil 3.2: "Verkehrslasten auf Straßenbrücken". Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen. Lehrstuhl für Stahlbau. In: Heft 711 – Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik. Hrsg.: Bundesministerium für Verkehr. 1995.

[138] Meystre, T., Hirt, M.: Überprüfung bestehender Straßenbrücken mit aktualisierten Straßenlasten. Bundesamt für Straßen ASTRA, Bern, 2006.

[139] Miner, M. A.: Cumulative damage in fatigue. Journal of Applied Mechanics 12. S. 159-164. 1945.

[140] Mirza, S. A., Hatinikolas, M., MacGregor, J. G.: Statisticfal Descriptions of Strength of Concrete. Journal of the Structural Division, ASCE 105. 1021-1037. 1979.

[141] Mirza, S. A., MacGregor, J. G.: Variations in dimensions of reinforced concrete members. Journal of the Structural Division. ASCE. Vol. 105. No. ST4. Pp. 751-766. 1979.

[142] Mirza, S. A., MacGregor, J.G.: Variability of Mechanical Properties of Reinforcing Bars. Journal of the Structural Divison, ASCE, Vol. 105, No. ST5, pp. 921-937. May 1979.

[143] Moan, T.: Reliability-based management of inspection, maintenance and repair of offshore structures, Structure and Infrastructure Engineering, 1(1), p. 33–62, 2005.

[144] Model Code for Service Life Design. *Fib* – Bulletin 34. 2006.

[145] Morinaga, S.: Remaining life of reinforced concrete structures after corrosion cracking. Proceedings of International Conference on Durability of Building Materials and components, pp. 127-136. Stockholm 1996.

[146] Moses, F., Ghosn, M.: A Comprehensive Study of Bridge Loads and Reliability. Final Report No. FHWA/OH-85/005. Ohio Department of Transportation Columbus OH. 1985.

[147] Müller, H. S., Mechtcherine, M., Geis, Hewener A.: Numerische Analysen von Betonschäden infolge Bewehrungskorrosion, 15. Internationale Baustofftagung, ibausil, Weimar. S. 2-1457-1467. 2003.

[148] Nataf, A.: Détermination de distribution 183on't les marges sont données. Comptes Rondus de lÁcademie des Sciences, 225, 42-43. 1962.

[149] Nathwani, J. S., Lind, N. C., Pandey, M. D.: Affordable Safety by Choice: The Life Quality Method, Institute of Risk Research, University of Waterloo, Ontario, Canada, 1997.

[150] NATO Standardisation Agreement *STANAG Nr. 2021*, 6. Ausgabe. Military Load Classification of Bridges, Ferries, Rafts and Vehicles.

[151] Naumann, J.: Brücken und Schwerverkehr – wo sind die Grenzen? Bauingenieur 82, S. 326-332. Springer Verlag. Berlin. 2007.

[152] Niemann, H. J., Hölscher, N.: Optimierung des Extremwertstatistischen Auswerteverfahrens – PRO-Gumbel. Tagungsunterlagen. Bochum. 2009.

[153] Niemann, H.-J., Hölscher N., Diburg, S.: Extremwertstatistik für Naturereignisse, Erdbeben, Hochwasser, Sturm. Workshop mit EDV – Praxisübungen. Bochum 2009.

[154] Novák et al.: FREET – Feasible Reliability Engineering Efficient Tool, Theory manual, Institute of Engineering Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology and Cervenka Consulting, Praha, CZ, 2002.

[155] Novák, B., Brosge, S., Barthel, K., Pfisterer, W.: Anpassung des Verkehrslastmodells des DIN FB 101 für kommunale Brücken. Beton- und Stahlbetonbau, 102 (2007), Heft 5, S. 271-279, Verlag Ernst und Sohn, 2007.

[156] Nowak, A. S, Szerszen, M. M.: Calibration of Design Code for Buildings (ACI 318): Part 1 – Statistical Models for Resistance. ACI Structural Journal, 100, 377-382. 2003.

[157] Nowak, A. S., Szerszen, M. M.: Bridge Load and Resistance Models. Engineering Structures, 20. Pp 985 – 990. 2003.

[158] Nowak, A. S.: Bridge Strength, in Bridge Safety and Reliability, edited by Dan M. Frangopol, S. 58 – 82, ASCE and SEI, Colorado, 1999.

[159] Nürnberger, U.: Korrosion und Korrosionsschutz im Bauwesen, Band 1. Bauverlag, Berlin , 1995.

[160] O´Brien, E., Znidaric, A.: Weigh-in-Motion of Axles and Vehicles for Europe, Work Package 1.2 – Bridge WIM Systems (B-WIM). University College Dublin.

[161] O´Connor, A. J.: Probabilistic Traffic Load Modelling for Highway Bridges. Dissertation. Trinity College, Dublin, Irland. 2001.

[162] O´Connor, A., Pedersen, C., Gustavsson, L., Enevoldsen, I.: Probability-Based Assessment and Optimised Maintenance Management of a Large Riveted Truss Railway Bridge. Structural Engineering International. Pp. 375 – 382. 4/2009.

[163] Oberste Baubehörde im Bayerischen Staatsministerium des Innern: Interne Auswertung bzgl. der Zustandsnoten von Stahlbetonbrücken in Bayern (unveröffentlicht), Januar 2009.

[164] Osterminski, K., Schießl, P.: DFG Research Group 537: Modelling of reinforcement corrosion – Modelling loss of steel cross sectional area and design for durability. Centre for Building Materials of TU München. In: Concrete Repair, Rehabilitation and Retrofitting II – Alexander et al. (eds.). Taylor & Francis Group, London, ISBN 978-0-415-46850-3 433. 2009.

[165] Östlund, L.: A calculation of γ-values. In: CEB – Reliability of Concrete structures – Final Report of Permanent CommissionI. Bulletin d´information No. 202. 1991.

[166] Palmgren, A.: Die Lebensdauer von Kugellagern. Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure, 58. S. 339-341. 1924.

[167] Pfister, T., Stangenberg F.: Fatigue lifetime assessment of RC members. In G. Augusti, G.I. Sueller, M. Ciampoli (Eds): Proceedings of the 9th International Conference on Structural Safety and Reliability, ICOSSAR 2005, CD-ROM, Rome, 19-23 June 2005.

[168] Phares, B. M., Rloander, D. D., Graybeal, B. A., Washer G. A.: Reliability of visual bridge inspection. Public Roads Magazine. April 2001. www.tfhrc.gov/pubrds/marapar01/bridge.htm.

[169] Phares, B.M., Rolander, D. D., Graybeal, B. A., Washer, G. A.: Reliability of Visual Bridge Inspection, Public Roads Magazine 65 (2001) 5.

[170] Pottharst, R.: Zur Wahl eines einheitlichen Sicherheitskonzeptes für den konstruktiven Ingenieurbau, Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1977.

[171] Proske, D., Lieberwirth, P., van Gelder, P.: Sicherheitsbeurteilung historischer Steinbogenbrücken. Sonderdruck zum 16. Dresdner Brückenbausymposium. Dirk Proske Verlage, Dresden 2006.

[172] Proske, D., Loos, S.: Eurocode road traffic load models for weight restricted bridges. In: Proceedings of the 7th International Probabilistic Workshop. Editors: Van Gelder, Proske & Vrijling. Delft. 2009.

[173] Proske, D.: Katalog der Risiken – Risiken und ihre Darstellung. Dirk Proske Verlag, Dresden, 2004.

[174] Rackwitz, R., Fiessler, B.: Structural reliability under combined random load sequences. Comp. & Struct. 9. Pp 484-494. 1978.

[175] Rackwitz, R.: Einwirkungen auf Bauwerke. In: Mehlhorn, G. (Hrsg.): Der Ingenieurbau: Tragwerkszuverlässigkeit, Einwirkungen, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1996.

[176] Rackwitz, R.: Predictive distribution of strength under control. Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke (SFB 96), Heft 66, Technische Universität München. 1982.

[177] Rackwitz, R.: Zur Statistik von Eignungs- und Zulassungsversuchen für Bauteile. Bauingenieur 56, S. 103-107. Springer Verlag. Berlin. 1981.

[178] Rackwitz, R.: Zuverlässigkeit und Lasten im konstruktiven Ingenieurbau. Teil I – Zuverlässigkeitstheoretische Grundlagen. Technische Universität München. 2006.

[179] Rackwitz, R.: Zuverlässigkeit von Tragwerken. In: Zilch, K., Diederichs, C. J., Katzenbach, R. (Hrsg.), Handbuch für Bauingenieure. Springer – Verlag. Berlin. 2001.

[180] Reineck, K.-H.: Hintergründe zur Querkraftbemessung in DIN 1045-1 für Bauteile aus Konstruktionsbeton mit Querkraftbewehrung. In: Bauingenieur 76 (2001), Nr. 4. S. 168-179.

[181] Reineck, K.-H.: Querkraftbemessung von Bauteilen mit und ohne Querkraftbewehrung in DIN 1045-1 – Erläuterungen und Vergleiche mit Versuchen; Teilbericht zum Abschlussbericht für das DIBT-Forschungsvorhaben IV 1-5-876/98: Überprüfung und Vereinheitlichung der Bemessungsansätze für querkraftbeanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonbauteile aus normalfesten und hochfesten Beton nach DIN 1045-1; Institut für Konstruktion und Entwurf II; Universität Stuttgart; Dezember 1999.

[182] Reineck, K.-H.: Überprüfung des Mindestwertes der Querkrafttragfähigkeit in EN 1992-1-1 – Projekt A3; DIBT-Forschungsvorhaben ZP 52-5-7.270-1218/05: Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren; Universität Stuttgart; Dezember 2006.

[183] Reliability Consulting Programs (RCP) 2004. STRUREL, a Structural Reliability Analysis Program-System, COMREL & SYSREL, STATREL: Users Manual. Munich: RCP Consult

[184] Richtlinie zur einheitlichen Erfassung, Bewertung, Aufzeichnung und Auswertung von Ergebnissen der Bauwerksprüfungen nach DIN 1076. In: RI-EBW-PRÜF, Bundesministerium für Verkehr, Bau- und Stadtentwicklung – Abt. Straßenbau, Straßenverkehr, 2007.

[185] Rodriguez, J., Ortega, L. M., Casal, J.: Relation between corrosion and bond deterioration. Internal report of Brite/Euram project BE-4062. DG XII, C.E.C, September 1993.

[186] Rodriguez, J., Ortega, L. M., Garcia, A. M.: Assessment of structural elements with corroded reinforcement, Corrosion and corrosion protection of steel in concrete. Edited: R. N. Swamy, Sheffield Academic Press, pp. 171-185. 1994.

[187] Rosenblatt, M.: Remarks on a multivariate transformation. Annals Math. Stat., 23. Pages 470-472. 1952.

[188] Rosenblueth, E., Esteva, L., Reliability Basis for some Mexican Codes, in: ACI Spec. Publ., SP-31, Detroit, 1972.

[189] Rosenblueth, E., Mendoza, E.: Reliability Optimization in Isostatic Structures, ASCE, Journal of the Engineering Mechanics Division, EM 6, 1971, S. 1625-1642.

[190] Rubinstein, R.Y.: Simulation and the Monte Carlo Methods. Wiley, New York, 1981.

[191] Rüdiger, L.: Zum Tragverhalten von Stahlbetonplatten unter Berücksichtigung der Steifigkeitsänderung im gerissenen Zustand. Dissertation. Universität der Bundeswehr München. 2009.

[192] Santa, U., Bergmeister, K., Strauss, A.: Bauwerksüberwachung der Autobahnbrücke Gossensaß. Beton- und Stahlbetonbau 104, Heft 12, Seite 798 – 812 Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2009.

[193] Schießl, P., Gehlen, C., Sodeikat, C.: Dauerhafter Konstruktionsbeton für Verkehrsbauwerke: Betonkalender 2004, Teil 2, S. 155-220, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2004.

[194] Schießl, P., K. Osterminski, K.: DFG-Forschergruppe: Modellierung von Bewehrungskorrosion – Projektübersicht, 16. Ibausil, Weimar, 20-23. Sept. 2006, Seite 1-1191-1198. 2006.

[195] Schießl, P.: Zusammenhang zwischen Rissbreite und Korrosionsabtragung an der Bewehrung. Betonwerk + Fertigteil-Technik 41. Heft 12, S. 594-598. 1975.

[196] Schneider, J.: Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen – Grundwissen für Ingenieure. Zürich: vdf Hochschulverlag ETH Zürich, Stuttgart: Teubner, 1996.

[197] Schneider, J.: Zur Dominanz der Lastannahmen im Sicherheitsnachweis. Festschrift Anderheggen. Ibk Publikation SP-007, ETH Zürich 1999.

[198] Schuëller, G. I.: Einführung in die Sicherheit und Zuverlässigkeit von Tragwerken. Ernst & Sohn Verlag. Berlin, München. 1981.

[199] Schueremans, L., Van Rickstall, F., Ignoul, S., Brosens, K., Van Balen, K., Van Gemert, D.: Continuous Assessment of Historic Structures – A State of the Art of applied Research and Practice in Belgium. KULeuven, Department of Civil Engineering.

[200] SIA 261, Einwirkungen auf Tragwerke, Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich, 2003.

[201] SIB-Bauwerke: DV-Programm zur Erfassung, Speicherung und Auswertung von Bauwerksdaten. Ingenieurbüro Wendebaum-Peter-Moosbach, Neunkirchen, im Auftrag der Bundesanstalt für Straßenwesen, Version 1.4.1999.

[202] Sobrino, J. A.: Evaluación del Comportamiento Funcional y de la Seguridad Estructural des Puentes Existentes de Hormigón Armado y Pretensado. Ph. D. Thesis. Technical University of Catalonia, Department of Construction Engineering. 1993.

[203] Spaethe, G.: Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen . Springer – Verlag, Berlin 1992.

[204] Specht, M., Scholz, H.: Ein durchgängiges Ingenieurmodell zur Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit im Bruchzustand von Bauteilen aus Stahlbeton mit und ohne Vorspannung der Festigkeitsklassen C12 bis C115. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 453. Berlin, Köln, Beuth, 1995.

[205] Stempniewski, L., Eibl, J.: Finite Elemente im Stahlbeton. In: Betonkalender 1996. Ernst & Sohn, S. 577-648. 1996.

[206] Stewart, M. G., Melchers, R. E.: Probabilistic risk assessment of engineering systems, Chapman & Hall, London, 1997.

[207] Stewart, M. G., Rosowsky, D. V.: Structural safety and serviceability of concrete bridges subject to corrosion. Journal of Infrastructure Systems. 4 (4), pp. 146-155. 1998.

[208] Straub, D., Faber, M. H.: Risk based inspection planning for structural systems, Structural Safety, 27(4), p. 335–355, 2005.

[209] Strauss, A., Bergmeister, K., Wendner, R., Hoffmann, S.: System- und Schadensidentifikation von Betontragstrukturen: Betonkalender 2009, Teil 2, S. 53-134, Hrsg. K. Bergmeister, F. Fingerloos, J. D. Wörner. Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2009.

[210] Strauss, A.: Stochastische Modellierung und Zuverlässigkeit von Betonkonstruktionen. Dissertation, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Universität für Bodenkultur, Wien, 2003.

[211] Strauss, A.; Kala, Z.; Bergmeister, K.; Hoffmann, S.; Novak, D.: Technologische Eigenschaften von Stählen im europäischen Vergleich, Stahlbau 75, Heft 1, S. 55 – 60, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2006.

[212] Streicher, H.: Zeitvariante zuverlässigkeitsorientierte Kosten-Nutzen-Optimierung für Strukturen unter Berücksichtigung neuer Ansätze für Erneuerungs- und Instandhaltungsmodelle. Dissertation, Technische Universität München, Fachgebiet Zuverlässigkeitstheorie, Lehrstuhl für Massivbau. 2004.

[213] StVO – Straßenverkehrsordnung, Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung, 16. November 1970 (Bundesgesetzblatt, Teil I, Seite 1565), zuletzt geändert mit Verordnung vom 28. November 2007 (Bundesgesetzblatt, Teil I, Seite 2774).

[214] Szwed, A., Nowak, A. S., Withiam, J. L., Cushing, A. G.: Reliability analysis for bridge substructures. In: Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering. Edited: Kiureghian, D., Madanat, Pestena. Rotterdam. 2003.

[215] Thoft-Christensen, P.: Corrosion and cracking of reinforced concrete. In: Life-Cycle Performance of Deteriorating Structures, editors, Dan M. Frangopol, E. Brühwiler, M. Faber; ASCE American Society of Civil Engineers, Reston Virgina, 2004.

[216] Torres-Acosta, A. A.: Cracking induced by localized corrosion of reinforcement in chloride contaminated concrete. Dissertation. University of South Florida, Tampa. 1999.

[217] Tue, N. V.: Statistische Auswertung der Betonqualität – Folgerungen für die Bauwerkssicherheit. Kongressunterlagen der 51. BetonTage, Neu-Ulm, 2007.

[218] Turkstra, C. J.: Theory of Structural Design Decisions. Study No. 2, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Kanada. 1972.

[219] Tuutti, K..: Corrosion of steel in concrete. CBI Research, fo 4:82, Swedish Cement and Concrete Research Institute, Stockholm 1982.

[220] Uomoto, T., Tsoji, K, and Kakizawa, T.: Deterioration mechanism of concrete structures caused by corrosion of reinforcing bars, Transactions of Japan Concrete Institute, Vol. 6, 1984, pp. 163-170.

[221] Val, D., Melchers, R. E.: Reliability analysis of deteriorating reinforced concrete frame structures. Structural Safety and Reliability, Rotterdam: Balkema, pp. 105-112. 1998.

[222] Vejdirectoratet. Reliability-Based Classification of the Load Carrying Capacity of Existing Bridges – Report 291. Road Directorate, Ministry of Transport – Denmark. 2004.

[223] Vrouwenvelder, T.: JCSS Working Document on Eurocode random variable models. Incomplete second draft, TNO, Delft, 1994.

[224] Wenzel, H.: Health Monitoring of Bridges. John Wiley & Sons, 2009.

[225] Wicke, M., Kirsch, P., Straninger, W., Scharitzer B.: Kostenmodell für den Funktionserhalt von Straßenbrücken. Bauingenieur, Band 76. S. 86-91. Springer-Verlag. 2001.

[226] Wiggenhauser, H.; Taffe, A.: Zerstörungsfreie Prüfung im Bauwesen. Bauphysik Kalender 2004, S. 305–418 , Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2004.

[227] Wischers, G., Dahms, J.: Festigkeitsentwicklung des Betons. Zement-Taschenbuch, 48. Ausgabe (1984). S. 261-285. Bauverlag, Wiesbaden und Berlin 1984.

[228] Wisniewski, D. F.: Safety formats for the assessment of concrete bridges with special focus on precast concrete. Doctoral Thesis, Department of Civil Engineering, University of Minho, Portugal, 2007.

[229] Zilch, K., Zehetmaier, G.: Bemessung im konstruktiven Ingenieurbau – Nach DIN 1045-1 und DIN EN 1992-1-1. Springer Verlag. Berlin Heidelberg. 2006.

[230] Zink, M.: Zum Biegeschubversagen schlanker Bauteile aus Hochleistungsbeton mit und ohne Vorspannung; aus der Reihe „Forschung für die Praxis“ am Institut für Massivbau und Baustofftechnologie der Universität Leipzig; Stuttgart, Leipzig: B. G. Teubner Verlag, 2000.

[231] Žnidarič, J., Žnidarič, A.: Evaluation of the carrying capacity of existing bridges. Institute for Testing and Research in Materials and Structures Ljublijana, Slovenia. 1994.

Verwendete Bezeichnungen

Die wichtigsten verwendeten Abkürzungen, Symbole und Bezeichnungen werden nachfolgend als Ergänzung zu den Erläuterungen im Text nochmals im Überblick dargestellt. Mehrfachbelegungen einzelner Variablen sind nicht auszuschließen. Die Bedeutung der einzelnen Variablen wird in diesen Fällen jedoch aus dem Kontext ersichtlich.

Kleine lateinische Buchstaben

a	Parameter der Gumbelverteilung
b	Querschnittsbreite
c	Betondeckung
d	statische Nutzhöhe
e	Realisation einer Beanspruchung
f	Festigkeit
g(x)	Grenzzustandsfunktion
h	Querschnittshöhe
l	Länge
m	Mittelwert einer Stichprobe
	Bezugszeitraum einer Lastbeobachtung
n	Bezugszeitraum
	Stichprobenanzahl
	Anzahl der Stäbe der Querbewehrung im Verankerungsbereich der Tragbewehrung
p	Quantile für die Beanspruchbarkeit
q	Quantile für die Beanspruchung
s	Standardabweichung einer Stichprobe
t	Toleranz der Querschnittsabmessungen
	betrachteter Zeitpunkt
u	Parameter der Gumbelverteilung
v	Variationskoeffizient
w	Rissbreite
x	Druckzonenhöhe
	Querschnittsverlust des Betonstabstahls infolge Korrosion
y	Zunahme des Durchmessers des Betonstabstahls durch die Korrosionsprodukte infolge Korrosion
z	innerer Hebelarm eines Stahlbetonquerschnitts

Kleine lateinische Buchstaben mit Indizes

a_d	Bemessungswert (Rechenwert) der geometrischen Größen
a_i	Bauteilabmessung i
a_n	Nennwert
a_{nom}	Nominalwert der geometrischen Größe
b_w	kleinste Querschnittsbreite innerhalb der Zugzone des Querschnitts
c_{nom}	Nominalwert der Betondeckung
c_j	Rauigkeitsbeiwert
d_2	Abstand der Druckbewehrung vom oberen Rand

d_i	ursprünglicher Durchmesser des Betonstabstahls
$d_{Bü}$	Durchmesser der Bügelbewehrung und der Querbewehrung
d_{St}	Durchmesser der Längsbewehrung
e^*	Bemessungswert der Einwirkungen
f_b	Verbundverhalten korrodierter Betonstabstähle
f_E	Dichtefunktion der Beanspruchungen
f_R	Dichtefunktion der Beanspruchbarkeiten
f_c	Zylinderdruckfestigkeit
f_{cd}	Bemessungswert (Rechenwert) der Zylinderdruckfestigkeit
f_{ck}	charakteristischer Wert (Normwert) der Zylinderdruckfestigkeit
$f_{ck,cyl}$	charakteristischer Wert (Normwert) der Zylinderdruckfestigkeit
$f_{ck,cube}$	charakteristischer Wert (Normwert) der Würfeldruckfestigkeit
f_{cm}	Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit
f_{cR}	rechnerischer Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit des Betons (nichtlineare Schnittgrößenermittlung)
f_{ct}	zentrische Zugfestigkeit des Betons
f_t	Stahlzugfestigkeit
f_u	Stahlzugfestigkeit des ungeschädigten Betonstahls
$f_{u,cor}$	Stahlzugfestigkeit des korrodierten Betonstahls
f_y	Stahlfließgrenze, Stahlstreckgrenze
f_{yd}	Bemessungswert der Streckgrenze des Betonstahls
f_{yk}	charakteristischer Wert der Streckgrenze des Betonstahls
f_{yR}	rechnerischer Mittelwert der Streckgrenze des Betonstahls (nichtlineare Schnittgrößenermittlung)
i_{corr}	Korrosionsrate
k_a	Lagebeiwert der Betondruckkraft
m_E	Mittelwert der Beanspruchung
m_G	Mittelwert der ständigen Einwirkung
m_R	Mittelwert der Beanspruchbarkeit (Widerstand)
m_Z	Mittelwert des Sicherheitsabstandes
r^*	Bemessungswert des Widerstandes
s_w	Abstand der Querkraftbügel
t_N	Narbentiefe
v_G	Variationskoeffizient der ständigen Einwirkung
x_{eff}	effektive Bauteilabmessung
x_i	Realisation einer Zufallsgröße im Originalraum
x_i^*	Bemessungspunkt im Originalraum
x_{korr}	Korrosionsabtrag
x_m	Mittelwert der geometrischen Abmessung
x_{nom}	Nominalwert der geometrischen Abmessung
x_p	Quantilwert
y_i	Realisation der Zufallsgröße i im Raum standard-normalverteilter Variablen
y_i^*	Bemessungspunkt im Raum standard-normalverteilter Variablen

Große lateinische Buchstaben

A	Fläche
C	Betonfestigkeitsklasse

D	Dimensionsloser Schädigungsfaktor
	Dimensionslose Kenngröße
	Durchmesser
E	Auswirkung einer Einwirkung (Beanspruchung)
G	Ständige Einwirkung
L	Lebensqualitätsindex
	Belastete, d. h. der Korrosion ausgesetzte Länge eines Betonstabstahls
M	Biegemoment
N	Normalkraft
Q	veränderliche Einwirkung
R	Beanspruchbarkeit (Widerstand)
T	Bezugszeitraum
	Verteilungsfunktion der Student-Verteilung (t-Verteilung)
U	Modellunsicherheit
V	Querkraft
Z	Sicherheitsabstand
	Funktion mehrere Zufallsvariablen

Große lateinische Buchstaben mit Indizes

A_c	Betonfläche
A_s	Stahlfläche
A_{sl}	Betonstahlbewehrung in der Zugzone
A_{sw}	Querkraftbewehrung
D_M	dimensionsloser Material- und Geometrieparameter
D_N	dimensionsloser Material- und Geometrieparameter
E_c	Elastizitätsmodul Beton
E_s	Elastizitätsmodul Stahl
F_c	Betondruckkraft
F_E	Verteilungsfunktion der Beanspruchungen
F_R	Verteilungsfunktion der Beanspruchbarkeiten (Widerstände)
F_S	Stahlzugkraft
M_{Ed}	Bemessungswert eines einwirkenden Biegemoments
M_{G1}	Biegemoment infolge Eigengewicht
M_{G2}	Biegemoment infolge Ausbaulasten
M_{KG}	Biegemoment infolge Konstruktionseigengewicht
M_Q	Biegemoment infolge veränderlicher Einwirkungen
M_{Rd}	Bemessungswert des aufnehmbaren Biegemoments
N_{Ed}	Bemessungswert einer einwirkenden Normalkraft
N_{Rd}	Bemessungswert der aufnehmbaren Normalkraft
P_f	Versagenswahrscheinlichkeit
P_{max}	Maximaler Druck bei Rissbildung infolge Bewehrungskorrosion
P_S	Überlebenswahrscheinlichkeit
P_x	Mittelwert der Reduktion des Radius des Betonstabstahls der Tragbewehrung
P_{xw}	Mittelwert der Reduktion des Radius des Betonstabstahls der Querbewehrung
Q_k	charakteristischer Wert einer veränderlichen Einwirkung
Q_m	Mittelwert einer veränderlichen Einwirkung
T_i	Zeitpunkt zum Ende der Einleitungsphase

$U_{BW,d}$	Modellunsicherheit Bauwerksprüferbei der Beurteilung von Abplatzungen
$U_{BW,f}$	Modellunsicherheit Bauwerksprüfer bei der Beurteilung der Betondruckfestigkeit
$U_{BW,A}$	Modellunsicherheit Bauwerksprüfer bei der Beurteilung der Betonstahlkorrosion
U_{My}	Modellunsicherheit der Biegetragfähigkeit
U_R	Modellunsicherheit Widerstand
$U_{R,ct}$	Modellunsicherheit der Querkraftragfähigkeit bei Bauteilen ohne Querkraftbewehrung
$U_{R,max}$	Modellunsicherheit der durch die Druckstrebenfestigkeit begrenzten Querkrafttragfähigkeit
$U_{R,sy}$	Modellunsicherheit der durch die Tragfähigkeit der Querkraftbewehrung begrenzten aufnehmbaren Querkraft
V_{Ed}	Bemessungswert der einwirkenden Querkraft
V_{Rd}	Bemessungswert der aufnehmbaren Querkraft
$V_{Rd,c}$	Bemessungswert des Betontraganteils bei Bauteilen mit Querkraftbewehrung
$V_{Rd,ct}$	Bemessungswert der Querkrafttragfähigkeit bei Bauteilen ohne Querkraftbewehrung
$V_{Rd,max}$	Bemessungswert der durch die Druckstrebenfestigkeit begrenzten Querkrafttragfähigkeit
$V_{Rd,sy}$	Bemessungswert der durch die Tragfähigkeit der Querkraftbewehrung begrenzten aufnehmbaren Querkraft
X_i	Zufallsgröße i

Griechische Buchstaben

Γ	Gammafunktion
Φ	Verteilungsfunktion der Normalverteilung
Φ^{-1}	inverse Verteilungsfunktion der Normalverteilung
α	Dauerlastbeiwert
	Winkel zwischen Querkraftbewehrung und Bauteilachse
	Parameter für die Korrosionsart
	Verhältnis der Rohdichten des Stahls und des Rostes
	Parameter der Gumbel(min) Verteilung
	Anpassungsfaktoren für die Lastmodelle des DIN-Fachberichtes 101
α_c	Abminderungsbeiwert für die Druckstrebenfestigkeit
α_E	Wichtungsfaktor der Beanspruchungsgrößen
α_R	Wichtungsfaktor der Widerstandsgrößen
	Völligkeitsbeiwert
β	Zuverlässigkeitsindex
β_c	Zuverlässigkeitsindex nach Cornell
β_{ct}	empirischer Rauigkeitsbeiwert bei der Querkrafttragfähigkeit
β_{HL}	Zuverlässigkeitsindex nach Hasofer und Lind
β_T	Zielwert der Zuverlässigkeit
ε_c	Betondehnung/-stauchung
ε_s	Stahldehnung
ε_{su}	kritische Stahldehnung
ε_{cu}	Betonbruchdehnung
ε_u	Betonbruchdehnung
γ	Sicherheitsbeiwert
	Teilsicherheitsbeiwert
	Euler-Konstante
	Parameter zu Versuchen zur Bewehrungskorrosion
γ_c	Betonwichte

	Teilsicherheitsbeiwert der Betondruckfestigkeit
γ_G	Teilsicherheitsbeiwert für ständige Einwirkungen
γ_{ges}	Zentraler Sicherheitsbeiwert
γ_m	Teilsicherheitsbeiwert für eine Bauteileigenschaft
γ_Q	Teilsicherheitsbeiwert für veränderliche Einwirkungen
γ_{Qi}	Teilsicherheitsbeiwert für eine veränderliche Einwirkung Qi
γ_s	Teilsicherheitsbeiwert der Stahlfestigkeit
η	Korrekturfaktor für Leichtbeton
κ	geometrischer Faktor
	Maßstabsfaktor
λ	Parameter einer Gammafunktion
	Parameter einer Lognormalfunktion
μ	Mittelwert einer Grundgesamtheit
μ_c	Mittelwert der Betondeckung
μ_M	dimensionsloses bezogenes Biegemoment
ν	Freiheitsgrad der Student-Verteilung (t-Verteilung)
ν_N	dimensionslose bezogene Normalkraft
θ	Winkel zwischen Betondruckstreben und Bauteilachse
ρ	Bewehrungsgehalt
	Einwirkungsverhältnis
ρ_l	Längsbewehrungsgehalt
ρ_{ij}	Korrelationskoeffizient
σ	Standardabweichung einer Grundgesamtheit
σ_a	Standardabweichung der geometrischen Abmessungen
σ_c	Standardabweichung der Betondeckung
σ_E	Standardabweichung der Beanspruchung
σ_{fy}	Standardabweichung der Stahlstreckgrenze
σ_R	Standardabweichung der Beanspruchbarkeit (Widerstand)
σ_s	Stahlspannung
σ_Z	Standardabweichung des Sicherheitsabstandes
υ	bezogene Querkraft
ξ_{lim}	Grenzwert der bezogenen Druckzonenhöhe
ω	Parameter der Frechet(min) Verteilung

Indizierungen

1	1 Jahr
50	50 Jahre
5%	5%-Quantil
Bü	Bügel
Bw	Bauwerksprüfer
E	Beanspruchung
Ec	Elastizitätsmodul Beton
Es	Elastizitätsmodul Stahl
F	Gesamtlast, Kraft
G	Ständige Einwirkungen
ges	Gesamtwert
Lä	Längsbewehrung

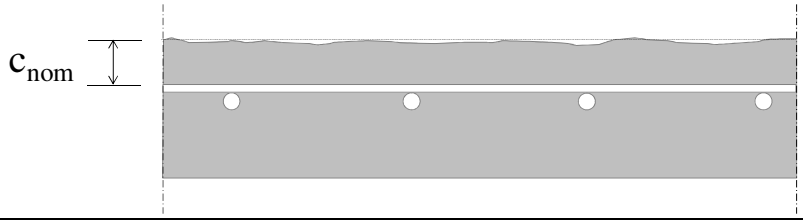
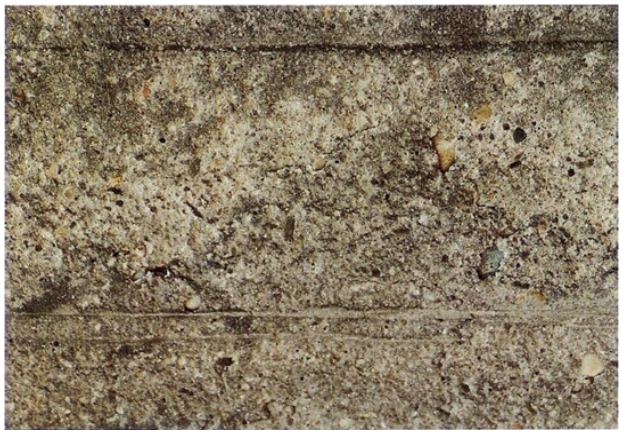
N	Bezugszeitraum
Q	Veränderliche Einwirkungen
R	Beanspruchbarkeit (Widerstand)
Z	Sicherheitsabstand
c	Beton
	Zylinderdruckfestigkeit
cm	Mittelwert der Betondruckfestigkeit
cR	rechnerischer Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit des Betons
ct	Betonzugfestigkeit
ctm	Mittelwert der Betonzugfestigkeit
cube	Würfel
cyl	Zylinder
d	Bemessungswert („design“)
damaged	geschädigt
eff	effektiv
erf	erforderlich
k	charakteristischer Wert
m	Mittelwert
min	Mindestwert
nom	Nominalwert, Nennwert
s	Stahl
t	Zugfestigkeit
y	Fließgrenze, Streckgrenze
yR	rechnerischer Mittelwert der Streckgrenze des Betonstahls
I	ungerissener Zustand (Zustand I)
II	gerissener Zustand (Zustand II)

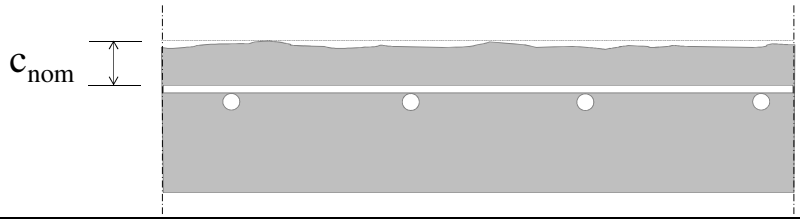
Abkürzungen

BW	Bauwerksprüfer
CEB	Comité Euro-International du Béton
DAfStb	Deutscher Ausschuss für Stahlbeton
EV	Extremwertverteilung
FORM	First-Order Reliability Method
GUM	Gumbel-Verteilung
JCSS	Joint Committee on Structural Safety
K	Ergebnis des Kolmogoroff-Smirnov-Anpassungstests
LN	Lognormalverteilung
LQI	Lebensqualitätsindex
LSF	Limit State Function
N	Normalverteilung
M	Momentenmethode (Schätzverfahren)
MdkQ	Methode der kleinsten Quadrate
MCM	Monte-Carlo-Methode
MLM	Maximum Likelihood Methode
SORM	Second-Order Reliability Method
Var	Varianz

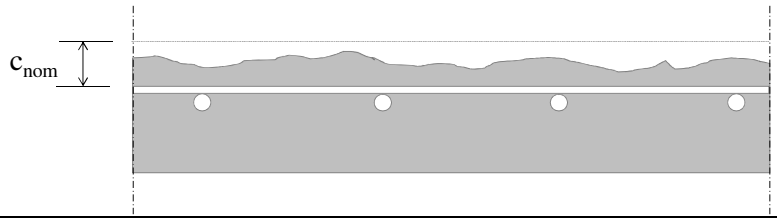
Anlage 1: Schadensbilder für die Schadensbewertung „Standsicherheit“

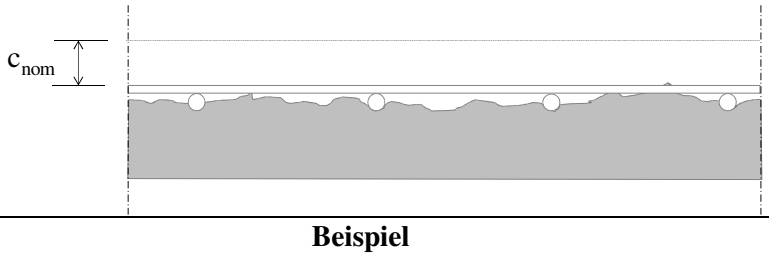
Schadensbild: Abplatzungen in der Druckzone eines Stahlbetonquerschnittes

Bewertung	Kategorie	Geometrie
1	geringfügig	
		Beispiel
		 entnommen aus NÜRNBERGER [159]

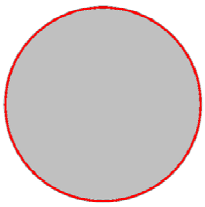
Bewertung	Kategorie	Geometrie
2	vereinzelt	
		Beispiel
		entnommen aus NÜRNBERGER [159]

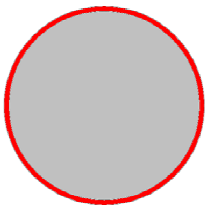
Schadensbild: Abplatzungen in der Druckzone eines Stahlbetonquerschnittes

Bewertung	Kategorie	Geometrie
3	ausgeprägt	
		Beispiel

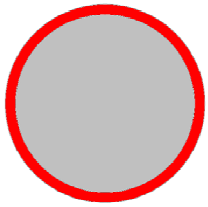
Bewertung	Kategorie	Geometrie
4	stark	
		Beispiel

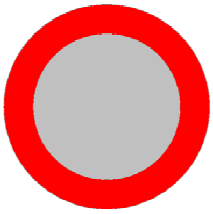
Schadensbild: Betonstahlkorrosion

Bewertung	Kategorie	Geometrie
1	geringfügig Restquerschnittsfläche 100 % ≥ A_s ≥ 95 %	 **Beispiel**

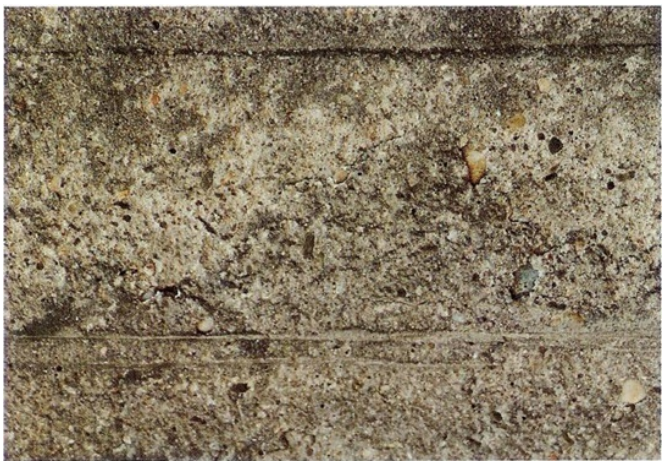
Bewertung	Kategorie	Geometrie
2	vereinzelt Restquerschnittsfläche 95 % ≥ A_s ≥ 90 %	 **Beispiel**

Schadensbild: Betonstahlkorrosion

Bewertung	Kategorie	Geometrie
3	ausgeprägt Restquerschnittsfläche 90 % ≥ A_s ≥ 80 %	 **Beispiel**

Bewertung	Kategorie	Geometrie
4	stark Restquerschnittsfläche 80 % ≥ A_s ≥ 50 %	 **Beispiel**

Schadensbild: Betonkorrosion (Frost-Tausalzbeanspruchung)

Bewertung	Kategorie	Beispiel
1	geringfügig	entnommen aus NÜRNBERGER [159]
Bewertung	**Kategorie**	**Beispiel**
2	vereinzelt	 entnommen aus NÜRNBERGER [159]

Schadensbild: Betonkorrosion (Frost-Tausalzbeanspruchung)

Bewertung	Kategorie	Beispiel
3	ausgeprägt	entnommen aus NÜRNBERGER [159]

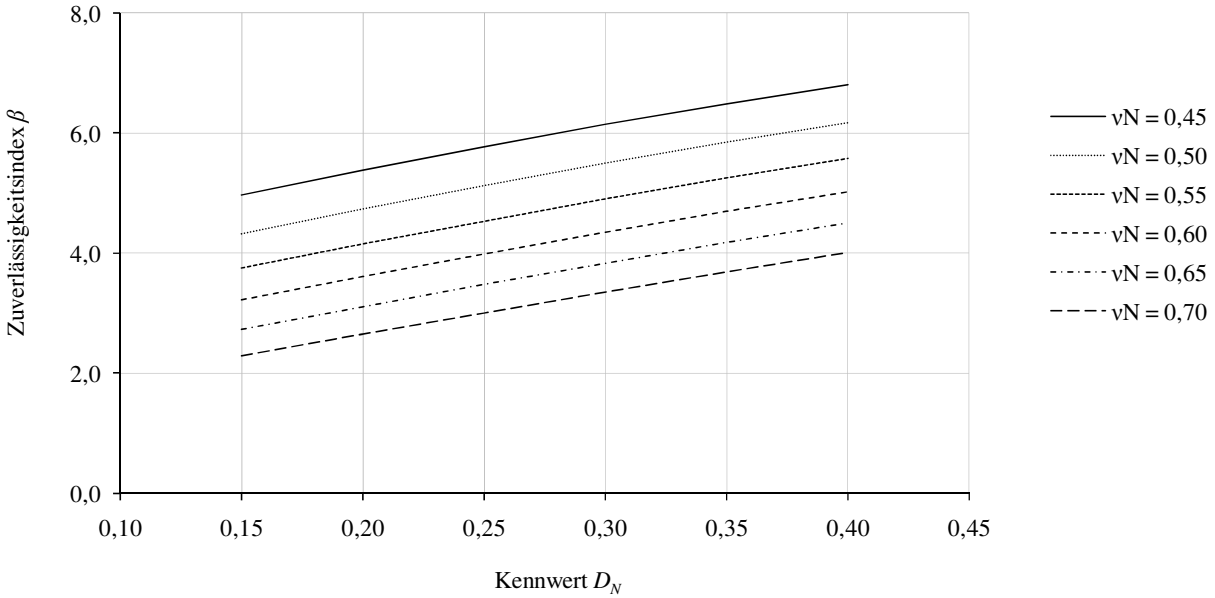
Bewertung	Kategorie	Beispiel
4	stark	entnommen aus NÜRNBERGER [159]

Anlage 2: Normierte Diagramme für die Bestimmung des Zuverlässigkeitsindex β

Nachfolgend sind die normierten Diagramme für die Bestimmung des Zuverlässigkeitsindex β (bezogen auf 50 Jahre) eines Stahlbetonrechteckquerschnitts für verschiedene Grenzzustände aufgeführt. Es wird dabei vorausgesetzt, dass keine Schädigungen am Stahlbetonrechteckquerschnitt auftreten. Die Bedeutung der einzelnen Variablen sowie die zugehörigen Grenzzustandsfunktionen können dem Hauptteil der Dissertation entnommen werden. Die stochastischen Modelle für die probabilistische Berechnung wurden in Anlehnung an Tabelle 4.4 gewählt.

Grenzzustand: Tragfähigkeit für zentrische Druckkraft

hier: Einwirkungsverhältnis $\rho_{gN} = 0{,}7$
keine Schäden



Dimensionslose Kenngrößen:

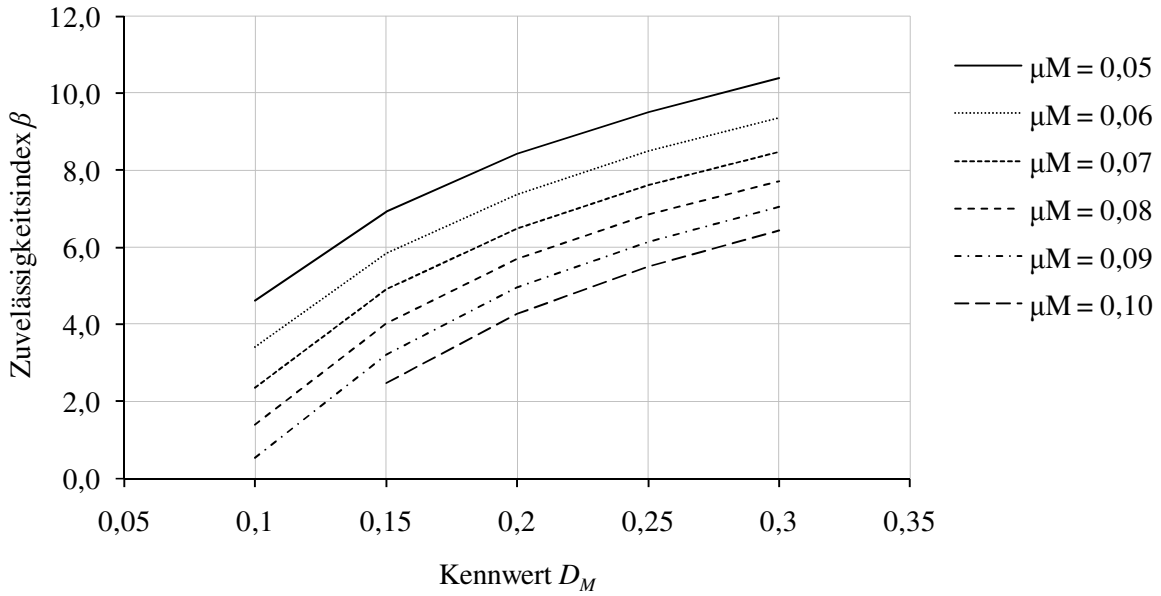
$$\nu_N = \frac{N_{Ges,Wert}}{b_{Wert} \cdot h_{Wert} \cdot f_{c,Wert}}$$

$$D_N = \frac{A_{s,Wert} \cdot f_{y,Wert}}{b_{Wert} \cdot h_{Wert} \cdot f_{c,Wert}}$$

$$\rho_{gN} = \frac{N_G}{N_{Ges}}$$

Grenzzustand: Biegetragfähigkeit ohne Normalkraft und ohne Druckbewehrung

hier: Einwirkungsverhältnis ρ_{gM} = 0,6
keine Schäden



Dimensionslose Kenngrößen:

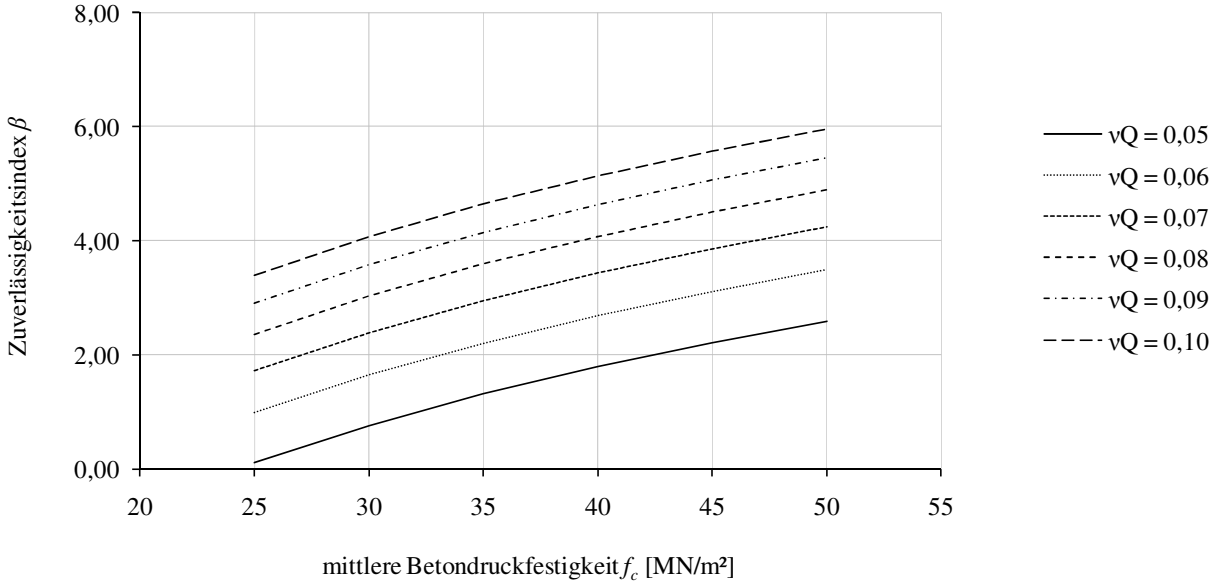
$$D_M = \frac{A_{s,Wert}}{b_{Wert} \cdot d_{Wert}} \cdot \frac{f_{y,Wert}}{f_{c,Wert}}$$

$$\mu_M = \frac{M_{Ges,Wert}}{f_{c,Wert} \cdot b_{Wert} \cdot d_{Wert}^2}$$

$$\rho_{gM} = \frac{M_G}{M_{Ges}}$$

Grenzzustand: Versagen der Druckstrebe

hier: Einwirkungsverhältnis ρ_{gQ} = 0,7
keine Schäden



Dimensionslose Kenngrößen:

$$\nu_Q = \frac{V_{Ges,Wert}}{b_{w,Wert} \cdot d_{Wert} \cdot f_{c,Wert}}$$

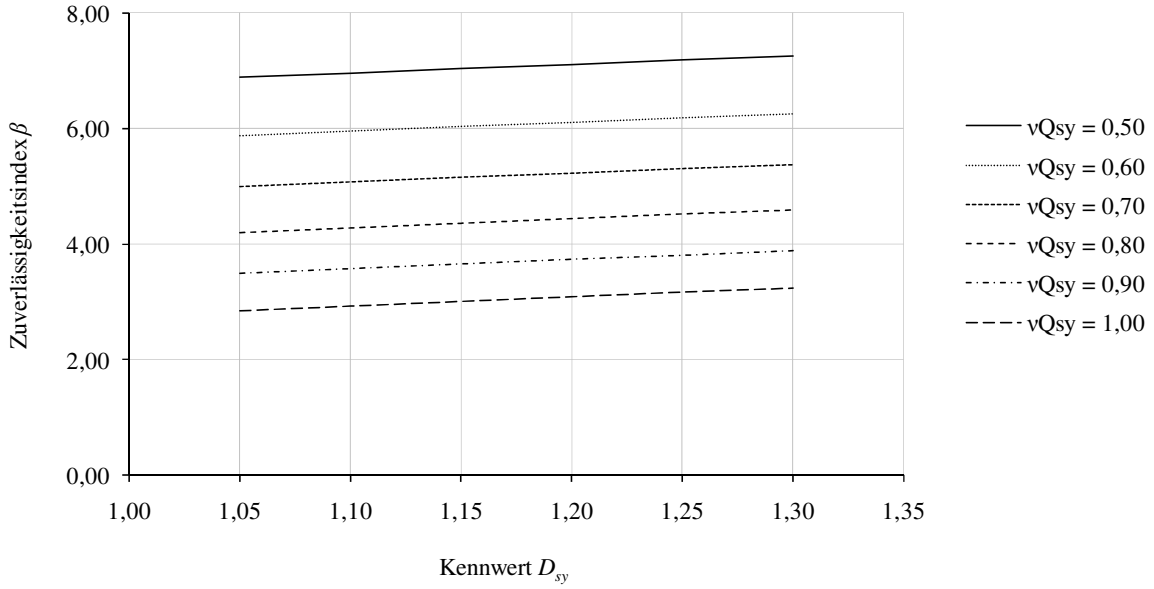
$$\rho_{gQ} = \frac{V_G}{V_{Ges}}$$

Kennwert:

$$f_c = f_{c,Wert}$$

Grenzzustand: Querkrafttragfähigkeit mit rechnerisch erforderlicher Querkraftbewehrung

hier: Einwirkungsverhältnis ρ_{gQ} = 0,7
keine Schäden



Dimensionslose Kenngrößen:

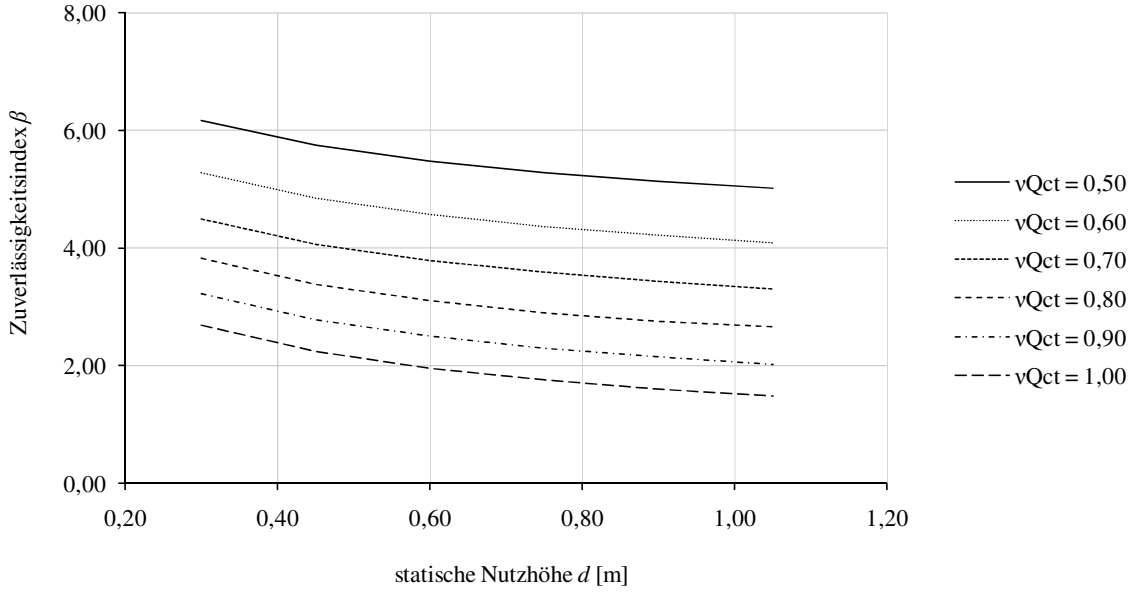
$$\nu_{Qsy} = \frac{V_{Ges,Wert} \cdot s_{w,Wert}}{A_{sw,Wert} \cdot f_{y,Wert} \cdot d_{Wert}}$$

$$D_{sy} = \frac{f_{c,Wert}^{\frac{1}{3}} \cdot b_{w,Wert} \cdot s_{w,Wert}}{A_{sw,Wert} \cdot f_{y,Wert}}$$

$$\rho_{gQ} = \frac{V_G}{V_{Ges}}$$

Grenzzustand: Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung

hier: Einwirkungsverhältnis ρ_{gQ} = 0,7
keine Schäden



Dimensionslose Kenngrößen:

$$\nu_{Qct} = \frac{V_{Ges} \cdot (b_{w,Wert} \cdot d_{Wert})^{\frac{2}{3}}}{(A_{s1,Wert} \cdot f_{c,Wert})^{\frac{1}{3}}}$$

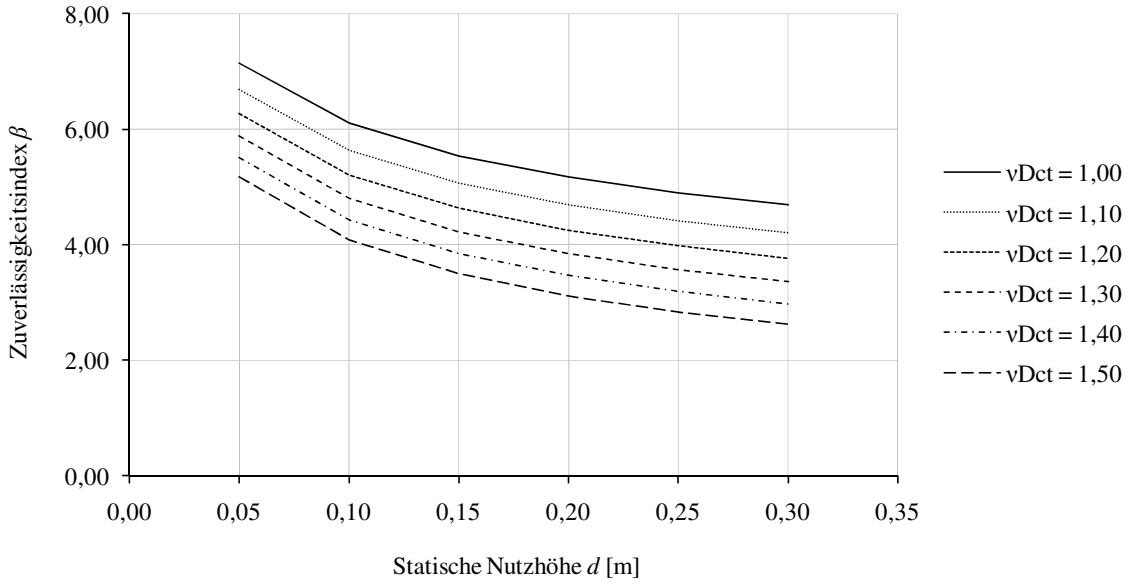
$$\rho_{gQ} = \frac{V_G}{V_{Ges}}$$

Kennwert:

$$d = d_{Wert}$$

Grenzzustand: Querkrafttragfähigkeit gegen Durchstanzen ohne Längskräfte

hier: Einwirkungsverhältnis ρ_{gQ} = 0,7
keine Schäden



Dimensionslose Kenngrößen:

$$\nu_{Dct} = \frac{\nu_{Ges}}{d_{Wert} \cdot f_{c,Wert}^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{\frac{A_{s1x,Wert} \cdot A_{s1y,Wert}}{b_{x,Wert} \cdot b_{y,Wert} \cdot d_{Wert}^2}}} \quad .$$

$$\rho_{gQ} = \frac{V_G}{V_{Ges}}$$

Kennwert:

$$d = d_{Wert}$$

Anlage 3: Quellcode für das Software-Tool für das baupraktische Näherungsverfahren für den Grenzzustand der Biegetragfähigkeit

Die programmtechnische Umsetzung für das baupraktische Näherungsverfahren in Kapitel 7 erfolgte mit Visual Basic für Applikationen (VBA) in Microsoft Excel. Das EDV–Programm dient dabei lediglich zur schnellen Suche des tatsächlich vorhandenen Zuverlässigkeitsindex β auf der Grundlage der vor Ort festgestellten Schädigungen am Bauwerk aus den entwickelten Tabellenwerken. Die umfangreichen Tabellenwerke sind in Excel hinterlegt. Die Tabellenwerke beinhalten die β Werte aus der Zuverlässigkeitsberechnung mit Comrel für unterschiedliche Lastverhältnisse, Grenzzustände, Schädigungen und Schädigungskombinationen. Der Inhalt der Tabellen entspricht den Angaben in den beispielhaft dargestellten Diagrammen in Anlage 2 die Stahlbetonrechteckquerschnitte ohne Schädigungen repräsentieren.
Nachfolgend ist der Quellcode für das Programm für den Grenzzustand der Biegetragfähigkeit aufgeführt.

```
Sub GrenzzustandBiegung()
Dim eps As Double, mueg As Double, pg As Double, i As Integer, j As Integer, Dg As Double, ASt As Double, fy As Double, fc As Double, mueug As Double, Dug As Double, MGes As Double, ASt0 As Double, fy0 As Double, fc0 As Double, d As Double, b As Double, SchadASt As Double, Schadfc As Double, KatAbplatzungen As Integer, KatBKorrosion As Integer, KatSKorrosion

'Variablen 100% Tragfähigkeit

MGes = Cells(23, 5)
fy0 = Cells(31, 5)
fc0 = Cells(32, 5)
d = Cells(33, 5)
b = Cells(34, 5)
pg = Cells(19, 9)

If pg >= 0.85 Or pg < 0.1 Then
Call MsgBox("außerhalb Bereich pg")
Else

'Bestimmung der Schadenskategorien

SchadASt = Cells(28, 11)
KatBKorrosion = Cells(30, 11)
KatAbplatzungen = Cells(32, 11)
fc = Cells(30, 13)

If SchadASt > 50 Then
Call MsgBox("Stahl zu stark korrodiert")
Else

If SchadASt > 0 And SchadASt < 5 Then
fy = fy0
KatSKorrosion = 1
ElseIf SchadASt >= 5 And SchadASt < 10 Then
```

```
fy = 0.97 * fy0
KatSKorrosion = 2
ElseIf SchadASt >= 10 And SchadASt < 20 Then
fy = 0.95 * fy0
KatSKorrosion = 3
ElseIf SchadASt >= 20 And SchadASt <= 50 Then
fy = 0.93 * fy0
KatSKorrosion = 4
ElseIf SchadASt = 0 Then
fy = fy0
KatSKorrosion = 0
End If

'Ermittlung des Stahlquerschnitts für gewünschten Sicherheitsindex

eps = 10 ^ (-3)
betanorm = Cells(23, 12)
beta0 = 4.2
Dug = 0.225
mueug = MGes / fc0 / b / d / d

If mueug < 0.05 Or mueug >= 0.15 Then
Call MsgBox("mueug außerhalb Bereich")
Else

For l = 0 To 4

   If Cells(48, 1 + l * 14) <= Cells(19, 9) And Cells(48, 1 + l * 14) + 0.15 > Cells(19, 9) Then
   Spalte1 = 1 + l * 14
   pg1 = Cells(48, Spalte1)
   End If

Next l

For l = 1 To 5

   If Cells(48, 1 + l * 14) > Cells(19, 9) And Cells(48, 1 + l * 14) - 0.15 <= Cells(19, 9) Then
   Spalte2 = 1 + l * 14
   pg2 = Cells(48, Spalte2)
   End If

Next l

While Abs(betanorm - beta0) > eps And Dug < 0.35 And Dug >= 0.1

If betanorm < beta0 Then
Dug = Dug - 0.00001
Else
Dug = Dug + 0.00001
```

```
End If

For i = 1 To 5

   For j = 1 To 10

   If mueug < Cells(48, Spalte1 + 3 + j) And mueug >= Cells(48, Spalte1 + 2 + j) And Dug < Cells(49 +
i, Spalte1 + 2) And Dug >= Cells(48 + i, Spalte1 + 2) Then
   betaug1 = Cells(48 + i, Spalte1 + 2 + j)
   betaug2 = Cells(49 + i, Spalte1 + 2 + j)
   betaug3 = Cells(48 + i, Spalte1 + 3 + j)
   betaug4 = Cells(49 + i, Spalte1 + 3 + j)
   betaug01 = betaug1 + (betaug3 - betaug1) / (Cells(48, Spalte1 + 3 + j) - Cells(48, Spalte1 + 2 + j)) *
(mueug - Cells(48, Spalte1 + 2 + j))
   betaug02 = betaug2 + (betaug4 - betaug2) / (Cells(48, Spalte1 + 3 + j) - Cells(48, Spalte1 + 2 + j)) *
(mueug - Cells(48, Spalte1 + 2 + j))
   beta01 = betaug01 + (betaug02 - betaug01) / (Cells(49 + i, Spalte1 + 2) - Cells(48 + i, Spalte1 + 2)) *
(Dug - Cells(48 + i, Spalte1 + 2))
   End If

   Next j

Next i

For i = 1 To 5

   For j = 1 To 10

   If mueug < Cells(48, Spalte2 + 3 + j) And mueug >= Cells(48, Spalte2 + 2 + j) And Dug < Cells(49 +
i, Spalte2 + 2) And Dug >= Cells(48 + i, Spalte2 + 2) Then
   betaug5 = Cells(48 + i, Spalte2 + 2 + j)
   betaug6 = Cells(49 + i, Spalte2 + 2 + j)
   betaug7 = Cells(48 + i, Spalte2 + 3 + j)
   betaug8 = Cells(49 + i, Spalte2 + 3 + j)
   betaug03 = betaug5 + (betaug7 - betaug5) / (Cells(48, Spalte2 + 3 + j) - Cells(48, Spalte2 + 2 + j)) *
(mueug - Cells(48, Spalte2 + 2 + j))
   betaug04 = betaug6 + (betaug8 - betaug6) / (Cells(48, Spalte2 + 3 + j) - Cells(48, Spalte2 + 2 + j)) *
(mueug - Cells(48, Spalte2 + 2 + j))
   beta02 = betaug03 + (betaug04 - betaug03) / (Cells(49 + i, Spalte2 + 2) - Cells(48 + i, Spalte2 + 2)) *
(Dug - Cells(48 + i, Spalte2 + 2))
   End If

   Next j

Next i

beta0 = beta01 + (beta02 - beta01) / (pg2 - pg1) * (pg - pg1)
```

```
Wend

If Dug < 0.05 Or Dug >= 0.35 Then
Call MsgBox("außerhalb Bereich Dug")
Else

ASt0 = Dug * b * d * fc0 / fy0
Cells(30, 5) = ASt0

'Bestimmung geschädigter Stahlquerschnitt und D geschädigt

ASt = (100 - SchadASt) / 100 * ASt0

'Berechnung der Eingangswerte für geschädigten Zustand

mueg = MGes / fc / b / d / d
Dg = ASt * fy / b / d / fc

If mueg < 0.05 And mueg >= 0.15 Then
Call MsgBox("mueg außerhalb Bereich")
Else

If Dg < 0.05 Or Dg >= 0.35 Then
Call MsgBox("Dg außerhalb Bereich")
Else

'Ermittlung von Sicherheitsindex für geschädigten Zustand

'Suche nach passender Kategorienkombination

If 0 = KatSKorrosion And 0 = KatBKorrosion And 0 = KatAbplatzungen Then

Cells(39, 4) = beta0

Else

t = 0

For k = 0 To 124

If Cells(48 + k * 7, 2) = KatSKorrosion And Cells(49 + k * 7, 2) = KatBKorrosion And Cells(50 + k * 7,
2) = KatAbplatzungen Then
Zeile1 = 48 + k * 7
t = 1
End If

Next k

If t = 0 Then
```

```
Call MsgBox("Sicherheitsindex zu gering")
Else

'Suche nach Untergrenze Sicherheitsindex

For i = 1 To 5

   For j = 1 To 10

   If mueg < Cells(Zeile1, Spalte1 + 3 + j) And mueg >= Cells(Zeile1, Spalte1 + 2 + j) And Dg <
Cells(Zeile1 + 1 + i, Spalte1 + 2) And Dg >= Cells(Zeile1 + i, Spalte1 + 2) Then
   betag1 = Cells(Zeile1 + i, Spalte1 + 2 + j)
   betag2 = Cells(Zeile1 + 1 + i, Spalte1 + 2 + j)
   betag3 = Cells(Zeile1 + i, Spalte1 + 3 + j)
   betag4 = Cells(Zeile1 + 1 + i, Spalte1 + 3 + j)
   betag01 = betag1 + (betag3 - betag1) / (Cells(Zeile1, Spalte1 + 3 + j) - Cells(Zeile1, Spalte1 + 2 + j))
* (mueg - Cells(Zeile1, Spalte1 + 2 + j))
   betag02 = betag2 + (betag4 - betag2) / (Cells(Zeile1, Spalte1 + 3 + j) - Cells(Zeile1, Spalte1 + 2 + j))
* (mueg - Cells(Zeile1, Spalte1 + 2 + j))
   beta01g = betag01 + (betag02 - betag01) / (Cells(Zeile1 + 1 + i, Spalte1 + 2) - Cells(Zeile1 + i,
Spalte1 + 2)) * (Dg - Cells(Zeile1 + i, Spalte1 + 2))
   End If

   Next j

Next i

'Suche nach Obergrenze Sicherheitsindex

For i = 1 To 5

   For j = 1 To 10

   If mueg < Cells(Zeile1, Spalte2 + 3 + j) And mueg >= Cells(Zeile1, Spalte2 + 2 + j) And Dg <
Cells(Zeile1 + 1 + i, Spalte2 + 2) And Dg >= Cells(Zeile1 + i, Spalte2 + 2) Then
   betag5 = Cells(Zeile1 + i, Spalte2 + 2 + j)
   betag6 = Cells(Zeile1 + 1 + i, Spalte2 + 2 + j)
   betag7 = Cells(Zeile1 + i, Spalte2 + 3 + j)
   betag8 = Cells(Zeile1 + 1 + i, Spalte2 + 3 + j)
   betag03 = betag5 + (betag7 - betag5) / (Cells(Zeile1, Spalte2 + 3 + j) - Cells(Zeile1, Spalte2 + 2 + j))
* (mueg - Cells(Zeile1, Spalte2 + 2 + j))
   betag04 = betag6 + (betag8 - betag6) / (Cells(Zeile1, Spalte2 + 3 + j) - Cells(Zeile1, Spalte2 + 2 + j))
* (mueg - Cells(Zeile1, Spalte2 + 2 + j))
   beta02g = betag03 + (betag04 - betag03) / (Cells(Zeile1 + 1 + i, Spalte2 + 2) - Cells(Zeile1 + i,
Spalte2 + 2)) * (Dg - Cells(Zeile1 + i, Spalte2 + 2))
   End If

   Next j
```

```
Next i

betag = beta01g + (beta02g - beta01g) / (pg2 - pg1) * (pg - pg1)

'Ausgabe der Ergebnisse

Cells(39, 4) = betag
deltabeta = beta0 - betag
Cells(43, 4) = deltabeta

'Iteration Verkehrsmoment

betaneu = betag
Mq = Cells(21, 5)
pgneu = pg

While Abs(betanorm - betaneu) > eps And mueg < 0.15 And mueg >= 0.05 And pgneu < 0.85 And pgneu
>= 0.1

If betaneu < beta0 Then
Mq = Mq - 0.001
Else
Mq = Mq + 0.001
End If
pgneu = Cells(19, 5) / (Cells(19, 5) + Mq)
muegneu = (Cells(19, 5) + Mq) / fc / b / d / d

For l = 0 To 4

   If Cells(48, 1 + l * 14) <= pgneu And Cells(48, 1 + l * 14) + 0.15 > pgneu Then
   Spalte1neu = 1 + l * 14
   pg1neu = Cells(48, Spalte1neu)
   End If

Next l

For l = 1 To 5

   If Cells(48, 1 + l * 14) > pgneu And Cells(48, 1 + l * 14) - 0.15 <= pgneu Then
   Spalte2neu = 1 + l * 14
   pg2neu = Cells(48, Spalte2neu)
   End If

Next l

For i = 1 To 5

   For j = 1 To 10
```

```
    If muegneu < Cells(Zeile1, Spalte1neu + 3 + j) And muegneu >= Cells(Zeile1, Spalte1neu + 2 + j)
And Dg < Cells(Zeile1 + 1 + i, Spalte1neu + 2) And Dg >= Cells(Zeile1 + i, Spalte1neu + 2) Then
    betag1neu = Cells(Zeile1 + i, Spalte1neu + 2 + j)
    betag2neu = Cells(Zeile1 + 1 + i, Spalte1neu + 2 + j)
    betag3neu = Cells(Zeile1 + i, Spalte1neu + 3 + j)
    betag4neu = Cells(Zeile1 + 1 + i, Spalte1neu + 3 + j)
    betag01neu = betag1neu + (betag3neu - betag1neu) / (Cells(Zeile1, Spalte1neu + 3 + j) - Cells(Zeile1,
Spalte1neu + 2 + j)) * (muegneu - Cells(Zeile1, Spalte1neu + 2 + j))
    betag02neu = betag2neu + (betag4neu - betag2neu) / (Cells(Zeile1, Spalte1neu + 3 + j) - Cells(Zeile1,
Spalte1neu + 2 + j)) * (muegneu - Cells(Zeile1, Spalte1neu + 2 + j))
    beta01gneu = betag01neu + (betag02neu - betag01neu) / (Cells(Zeile1 + 1 + i, Spalte1neu + 2) -
Cells(Zeile1 + i, Spalte1neu + 2)) * (Dg - Cells(Zeile1 + i, Spalte1neu + 2))
    End If

    Next j

Next i

For i = 1 To 5

    For j = 1 To 10

    If muegneu < Cells(Zeile1, Spalte2neu + 3 + j) And muegneu >= Cells(Zeile1, Spalte2neu + 2 + j)
And Dg < Cells(Zeile1 + 1 + i, Spalte2neu + 2) And Dg >= Cells(Zeile1 + i, Spalte2neu + 2) Then
    betag5neu = Cells(Zeile1 + i, Spalte2neu + 2 + j)
    betag6neu = Cells(Zeile1 + 1 + i, Spalte2neu + 2 + j)
    betag7neu = Cells(Zeile1 + i, Spalte2neu + 3 + j)
    betag8neu = Cells(Zeile1 + 1 + i, Spalte2neu + 3 + j)
    betag03neu = betag5neu + (betag7neu - betag5neu) / (Cells(Zeile1, Spalte2neu + 3 + j) - Cells(Zeile1,
Spalte2neu + 2 + j)) * (muegneu - Cells(Zeile1, Spalte2neu + 2 + j))
    betag04neu = betag6neu + (betag8neu - betag6neu) / (Cells(Zeile1, Spalte2neu + 3 + j) - Cells(Zeile1,
Spalte2neu + 2 + j)) * (muegneu - Cells(Zeile1, Spalte2neu + 2 + j))
    beta02gneu = betag03neu + (betag04neu - betag03neu) / (Cells(Zeile1 + 1 + i, Spalte2neu + 2) -
Cells(Zeile1 + i, Spalte2neu + 2)) * (Dg - Cells(Zeile1 + i, Spalte2neu + 2))
    End If

    Next j

Next i

betaneu = beta01gneu + (beta02gneu - beta01gneu) / (pg2neu - pg1neu) * (pgneu - pg1neu)

Wend

If muegneu < 0.05 Or muegneu >= 0.15 Then
Call MsgBox("muegneu außerhalb Bereich, Sicherheitsindex zu niedrig")
Else

If pgneu < 0.05 Or pgneu >= 0.85 Then
```

```
Call MsgBox("pgneu außerhalb Bereich, Sicherheitsindex zu niedrig")
Else

Mqneu = muegneu * fc * b * d * d - Cells(19, 5)

Cells(45, 4) = Mqneu

End If
End If
End If
End If
End If
End If
End If
End If
End If
End If

End Sub
```