Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Institut für Mechanik

Variantensimulation für Drehschwingungen in Nutzfahrzeugantriebssträngen

M. Sc. Christina Purdie

Vollständiger Abdruck der bei der
Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
der Universität der Bundeswehr München
zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigten Dissertation

Prüfungskommission:

Vorsitzender	Univ.-Prof. Dr.-Ing. Hans-Joachim Wünsche
1. Gutachter	Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Alexander Lion
2. Gutachter	Univ.-Prof. Dr.-Ing. Martin Meywerk

Die Dissertation wurde am 07.10.2019 bei der Universität der Bundeswehr München eingereicht und durch die Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik am 02.03.2020 angenommen. Die mündliche Prüfung fand am 18.06.2020 statt.

Vorwort

Zur Anfertigung dieser Arbeit war ich Mitglied des Instituts für Mechanik an der Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik an der Universität der Bundeswehr München. In Kombination mit der Arbeit vor Ort beim Kooperationspartner MAN Truck & Bus AG hatte ich ein besonders spannendes und abwechslungsreiches Arbeitsumfeld. Ich habe bereichernde Erfahrung nicht nur für die Arbeit an meiner Promotion gesammelt, sondern durfte auch an Lehrtätigkeiten teilnehmen und die Arbeitsprozesse eines großen Betriebes kennenlernen. Dabei haben mich in dieser Zeit viele Menschen begleitet und unterstützt, denen ich an dieser Stelle herzlich danken möchte.

Zunächst möchte ich meinem Doktorvater Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Alexander Lion danken, der die Arbeit betreut und mit vielen wichtigen Hinweisen und Anmerkungen zu deren Abschluss beigetragen hat. Auch dem Zweitprüfer Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Martin Meywerk möchte ich herzlich für die Übernahme des Zweitgutachtens und seine hilfreichen Anmerkungen danken. Außerdem gilt mein Dank Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Hans-Joachim Wünsche für die freundliche Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Obwohl ich nur einen Teil meiner Arbeitszeit am Institut selbst verbracht habe, haben mich meine Kolleg*innen dort als volles Mitglied integriert. Für die spannende und schöne Zeit dort möchte ich mich bei allen bedanken, insbesondere bei meinen Bürokollegen Dr.-Ing. Michael Siegert, Vladimir Zatko und Klara Loos.

Mein ganz besonderer Dank gilt dem Betreuer meiner Arbeit auf Seiten der MAN Truck & Bus AG, Herrn Dr. techn. Jan Fleischhacker. Durch zahllose Diskussionen, Gespräche und Ideen hat er ganz entscheidend zur Arbeit beigetragen und ich möchte mich ganz herzlich für sein Vertrauen und seine unermüdliche Unterstützung bedanken. Auch bei Thomas Ille möchte ich mich bedanken, der mich schon zu meiner Bachelorarbeit in seiner Abteilung aufgenommen hat und immer für einen Rat zur Stelle war. Vielen herzlichen Dank auch an alle meine

Kolleg*innen bei MAN, insbesondere Edin Topcagic, Dr.-Ing. Florian Bauer, Dr.-Ing. Stefan Litter und Dr.-Ing. Philipp Wagner für die vielen tiefen Diskussionen, ihre Unterstützung und ihre Freundschaft.

Weiterhin möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Georg Rill bedanken, der mich schon zu Zeiten meines Studiums zur numerischen Simulation inspiriert hat und zu meiner Arbeit mit vielen hilfreichen Kommentaren und Hinweisen beigetragen hat.

Zu guter Letzt - ohne die Unterstützung durch meine Familie wäre ich nicht in der Lage gewesen, diese Arbeit zu verfassen. Deshalb danke ich von Herzen:
Meinen Eltern Siegmar und Heidi, die mich geprägt, inspiriert und bedingungslos unterstützt haben.
Meiner Tochter Matilda, die meine Perspektive zurecht gerückt hat.
Meinem Partner Jamie, der mir Mut und Vertrauen gegeben hat, Stütze und Kraft war und mir mit unerschöpflicher Geduld zur Seite gestanden hat.

Christina Purdie, August 2020

Kurzfassung

Die Arbeit beschäftigt sich mit der Simulation von Drehschwingungsphänomenen in Antriebssträngen von Nutzfahrzeugen. Dabei liegt der Fokus auf der Handhabung einer hohen Variantenbreite von Fahrzeugen und der Beherrschung der damit einhergehenden großen Varianz von Schwingungsproblemen. Dazu werden zuerst aus der Literatur relevante Schwingungserscheinungen erarbeitet und deren Modellierbarkeit in Abhängigkeit eines Modelldetaillierungsgrades bestimmt. Für die Modellierung wird das System Antriebsstrang zunächst in Funktionsmodule untergliedert. Jedes Funktionsmodul kann unabhängig ausgetauscht und durch Varianten ersetzt werden. So wird die Abbildung unterschiedlichster Fahrzeugvarianten möglich. Weiterhin wird angestrebt die Module so zu gestalten, dass jedes relevante Schwingungsphänomen mit geringst möglichem Rechenaufwand abgebildet werden kann. Dazu werden die Module in mehreren Detaillierungsstufen ausgearbeitet. Aus den Ergebnissen der Literaturrecherche wird eine Systematik abgeleitet, welche den Schwingungserscheinungen für jedes Modul die nötige Detaillierungsstufe zuordnet. Um den Prozess der Untersuchungen großer Anzahlen unterschiedlicher Fahrzeugvarianten zu beschleunigen, wird zudem eine Automatisierung der Modellaufbereitung und Berechnung vorgeschlagen.

Nach einer Beschreibung der Datenquellen und Parametrisierung der Modelle werden zwei Beispiele vorgestellt, die die Simulation von Schwingungsphänomenen mit den erstellten Modellen veranschaulichen. Im ersten Beispiel werden im Vergleich von Messungen und Simulation Geschwindigkeitshochläufe gezeigt, welche eine Einschätzung der Modellgüte auf Basis von angesprochenen Eigenfrequenzen ermöglichen. Im zweiten Beispiel wird ein spezifisches Phänomen ("Ruckeln") in Messungen und simulativ untersucht sowie verglichen. Dadurch wird die vorgenommene Auswahl der Modelldetaillierungsstufen bestätigt und der entsprechende Einfuss bei abweichender Detaillierung gezeigt.

Abstract

This work adresses the simulation of torsional oscillation phenomena in drivetrains of commercial vehicles. Its focus being the management of the high numbers of vehicle variants and the handling of the resulting high variance in oscillational problems. An initial literature research identifies the relevant oscillation phenomena and defines the model requirements with reference to the necessary level of detail. For the modelling process the drivetrain is partitioned into functional modules. Every functional module can independently be replaced by a variant. This allows for the configuration of a high number of different vehicle variants. Furthermore the modules are designed in such a way, that each relevant oscillation phenomenon can be simulated with minimal calculatory efforts. This is achieved by developing every module in a set of modelling detail levels.

Deduced from the results of the literature investigation a classification system connects the relevant oscillation phenomena with the required level of detail for every module. To enhance the efficiency of the simulation of variants an automated process comprising of model set-up and calculation is presented.

After a description of the data sources and parametrisation of the models, two examples are used to demonstrate the simulation of oscillation phenomena with the developed models. The first example shows a comparison of measured and simulated results of a velocity run-up. This example allows for an evaluation of model quality based on the excited eigenfrequencies. With the second example a specific oscillation phenomenon ('shudder') is investigated and the results of the simulation are directly compared with test measurements. This example shows the selection of the correct level of detail for the model, subsequently the possible effects of changing the models level of detail are also shown.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung **1**
1.1. Motivation 2
1.2. Zielsetzung 3
1.3. Aufbau der Arbeit 4

2. Stand der Technik **7**
2.1. Schwingungsphänomene im Antriebsstrang 7
2.2. Variantenbeherrschung in der Simulation 27
2.3. Ableitung des Ansatzes 29

3. Grundlagen **31**
3.1. Simulation von Antriebssträngen 32
3.1.1. Simulation von Torsionssystemen 34
3.1.2. Simulation von Mehrkörpersystemen 35
3.2. Beschreibung bestimmter physikalischer Eigenschaften 40
3.2.1. Elastomerwerkstoffe 40
3.2.2. Reibung 47
3.3. Analyse von Schwingungssystemen 59
3.3.1. Zeitbereichsanalyse 61
3.3.2. Frequenzanalyse 63
3.3.3. Ordnungsanalyse 67

4. Modellierung **71**
4.1. Modellstruktur 71
4.2. Triebstrangkomponentenmodelle 77
4.2.1. Antrieb 77
4.2.2. Kopplung 85

4.2.3. Übersetzung 91
4.2.4. Übertragung 101
4.2.5. Achse 109
4.2.6. Räder 113
4.3. Modelle der Testumgebungen 117
4.3.1. Komponentenprüfstand 118
4.3.2. Rahmenprüfstand 119
4.3.3. Vollfahrzeug und Rolle 119
4.4. Integration in das MAN-Simulations Framework 121

5. Bedatung und Parameteridentifikation 125
5.1. Herstellerangaben 126
5.2. Berechnete Daten 127
5.3. Messungen zur Parametergewinnung 129

6. Validierung und Modellvergleiche 143
6.1. Geschwindigkeitshochläufe 145
6.2. Ruckelmessungen 154

7. Zusammenfassung und Ausblick 163
7.1. Zusammenfassung 163
7.2. Ausblick 165

Abbildungsverzeichnis 167

Tabellenverzeichnis 171

Literaturverzeichnis 173

A. Anhang 189

Abkürzungen und Notationen

Im folgenden Abschnitt werden die wichtigsten, nicht im allgemeinen Sprachgebrauch üblichen Abkürzungen kurz zusammengefasst. Im zweiten Teil wird die Notation, die für die Darstellung der mathematischen Formeln verwendet wurde, kurz vorgestellt. Da einzelne Formelzeichen immer im fortlaufenden Text direkt benannt werden, wird von einer Auflistung hier abgesehen.

Abkürzungen

CAD	Computer Aided Design
DAE	Differential-Algebraic Equation (Differential-algebraische Gleichung)
DFT	Digital Fourier Transformation
DMS	Dehnmessstreifen
DOF	Degree of Freedom
EF	Eigenfrequenz
FE-	Finite-Elemente-
FEM	Finite-Elemente-Methode
FFT	Fast Fourier Transformation
GMS	General Maxwell-Slip (Modell)
GUI	Graphical User Interface
LKW	Lastkraftwagen
MKS	Mehrkörpersimulation
NFZ	Nutzfahrzeug

NKW	Nutzkraftwagen
NVH	Noise Vibration Harshness
ODE	Ordinary Differential Equation (Gewöhnliche Differenzialgleichung)
OEM	Original Equipment Manufacturer
PKW	Personenkraftwagen

Notation

Physikalische Größen

a	Skalare und dimensionslose Größen
$\boldsymbol{a}$	Vektoren (Tensoren 1. Stufe) und Spaltenmatrizen
$\boldsymbol{A}$	Matrizen

Beispiele:

φ_n	Drehwinkel der n-ten Torsionsmasse
ϵ_H	Elastischer Anteil der Gesamtdehnung
$\boldsymbol{\varphi}$	Spaltenmatrix der zusammengefassten Drehwinkel aller Torsionsmassen des Systems
$\boldsymbol{r}_{0I}$	Vektor zwischen Punkt 0 und Punkt I
$\boldsymbol{K}$	Steifigkeitsmatrix für das Torsionsmassensystem
$\boldsymbol{E}$	Einheitsmatrix nach dem Schema

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Indizierung

${}^{b}\boldsymbol{A}_{i}^{o}$	b: Bezugssystem i: Index (Zähler, Zuweisung etc.) o: Operator (Invertierung, Transformation, Exponent etc.)

Beispiele:

${}^{0}\boldsymbol{r}_{IP}$	Vektor im Bezugssystem 0 von Punkt I zu Punkt P
${}^{0I}\boldsymbol{S}^{T}$	Transponierte der Drehmatrix von Bezugsystem I in 0

Akzente

$\dot{a}$	zeitliche Ableitung $\frac{da}{dt}$
$\tilde{\boldsymbol{a}}$	schiefsymmetrischer 3x3-Tensor zum 3x1-Vektor $\boldsymbol{a}$ nach $\tilde{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{r} = \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{r}$

Beispiele:

$\dot{\epsilon}_N$	Dehnungsrate des inelastischen Anteils der Gesamtdehnung
$\ddot{\boldsymbol{\varphi}}$	Spaltenmatrix der Drehbeschleunigungen der Torsionsmassen des Systems
${}^{0}\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0I}$	Schiefsymmetrischer Tensor zum Winkelgeschwindigkeitsvektor zwischen den Systemen 0 und I

Spezielle Notationen

$\boldsymbol{q}^{i}$	Vektor verallgemeinerter Koordinaten, zusammengefasste Positions- und Orientierungsbeschreibung

$$\boldsymbol{q}^{i} = \left[\boldsymbol{r}^{iT}\boldsymbol{\varphi}^{iT}\right]^{T} = \begin{bmatrix} {r_1}^{i} \\ {r_2}^{i} \\ {r_3}^{i} \\ {\varphi_1}^{i} \\ {\varphi_2}^{i} \\ {\varphi_3}^{i} \end{bmatrix}$$

1. Einleitung

Der Antriebsstrang ist eine der Kernbaugruppen von Fahrzeugen, die wichtige Eigenschaften und damit die Attraktivität des Fahrzeugs bestimmen. Zu den besonders zentralen Eigenschaften zählen Sicherheit, Komfort und Effizienz. Für den Nutzfahrzeugsektor spielt im Vergleich zum PKW die Effizienz im Sinne geringen Kraftstoffverbrauchs eine besonders große Rolle. Sicherheit und Komfort sind zudem nicht nur aus Perspektive von Fahrzeuginsassen, sondern ggf. auch bezüglich der Ladung zu betrachten.

Die Aufgabe des Antriebsstranges ist es, die Antriebsleistung dynamisch in eine Fahrzeugbewegung umzusetzen. Das aus dieser Aufgabe resultierende dynamische System birgt aufgrund seiner hohen Komplexität global sowie lokal umfassendes Schwingungspotenzial. Die zahlreichen Schwingungsphänomene, die in der Erzeugung und Übertragung der Antriebsleistung auftreten können, wirken sich vor allem auf den Komfort des Fahrzeugs aus, können aber auch zu einem sicherheitsrelevanten Maß anschwellen. Einflüsse auf die Effizienz hat in erster Linie die Antriebsmaschine selbst, doch auch in der Übertragung der Leistung durch die einzelnen Komponenten fallen zahlreiche Verluste an, die sich auf den Wirkungsgrad des Antriebsstrangs auswirken. Damit ist der Antriebsstrang ein ausgezeichneter Angriffspunkt, um die genannten Eigenschaften für ein Fahrzeug zu evaluieren und zu optimieren.

Das System Antriebsstrang selbst weist bereits hohe Komplexität in seinen Baugruppen auf. Für die Entwicklung von Nutzfahrzeugen potenziert sich diese Komplexität aufgrund der hohen Variantenvielfalt von Fahrzeugen, die bedient werden muss. Zu den Nutzfahrzeugen gehören nicht nur Liefer- und Verladefahrzeuge, die noch einmal in Fernverkehr, Verteilerverkehr und Traktionsanwendungen unterschieden werden. Eine wichtige Gruppe stellt auch der Personentransport dar, ebenfalls unterschieden in Fernverkehr, Regionalverkehr und Stadtverkehr. Außerdem gibt es Sonderfahrzeuge, die für spezielle Einsätze genutzt werden, bspw.

Löschfahrzeuge oder Winterdienstfahrzeuge. Daraus ergeben sich weitreichende Unterschiede für die Fahrzeugantriebsstränge. Besonders relevant sind für den Antriebstrang Anzahl und Position der angetriebenen Achsen, wobei in ausgeführten Fahrzeugen üblicherweise nicht mehr als fünf Achsen angetrieben sind. Außerdem spielt die Länge zwischen Antriebsmaschine und erster angetriebener Achse eine große Rolle, da sie durch den Antriebsstrang, maßgeblich durch die Länge einer Gelenkwelle, überbrückt werden muss. Darüber hinaus resultieren aus unterschiedlichen Antriebsleistungsklassen Abweichungen in Aufbau und Beschaffenheit der Antriebsstrangkomponenten.

Die Schwingungsneigung von Antriebssträngen im Kontext der Variantenvielfalt im Nutzfahrzeugbereich eröffnet eine komplexe Entwicklungslandschaft, die viel Potenzial zur Verbesserung von Analyseprozessen, Verkürzung von Entwicklungszeiten und Optimierung von Bauteilen bietet. Im Folgenden wird dazu die Motivation für die vorliegende Arbeit genauer erläutert. Daraus werden die Zielsetzungen abgeleitet und deren Aufarbeitung im Aufbau der Arbeit gezeigt.

1.1. Motivation

Schwingungen im Antriebsstrang und damit verknüpfte Probleme existieren schon seit es das Kraftfahrzeug und damit seinen Antriebsstrang selbst gibt. In Zeiten immer größer werdender Anforderungen an die Effizienz – z.B. durch steigende Ölpreise, oder auch Verschärfungen von Umweltauflagen – steigen die Anstrengungen zur Verringerung des Kraftstoffverbrauchs. Ein prominenter Ansatz zur Erhöhung des Wirkungsgrades in der Übertragung der Antriebsleistung ist die zunehmende Entdämpfung der Komponenten im Antriebsstrang. Während sich diese Maßnahme positiv auf den Kraftstoffverbrauch auswirkt, entstehen daraus aber Einflüsse auf das dynamische Schwingungsverhalten des Systems. Durch die Verringerung der Dämpfung – gemeinhin als Reibungsminimierung bekannt – im System können unterschiedliche Schwingungsprobleme stärker zu Tage treten oder entstehen, wo sie zuvor gar nicht zu erkennen waren. Diese Entwicklung lenkt den Fokus zunehmend auch auf die Analyse von Schwingungseffekten, die in der Folge im Antriebsstrang auftreten.

Wie erläutert, ist eine der Herausforderungen im Nutzfahrzeug, dass die Vielzahl an Varianten die Systeme sehr stark variieren lässt. Damit ist die Extrapolation von Untersuchungsergebnissen auf unterschiedliche Fahrzeugkonfigurationen sehr schwierig und zum Teil auch gar nicht möglich. Die Überprüfung des Schwingungsverhaltens wird üblicherweise durch Prototypenbau und Simulation angegangen. Entwicklungszeit und -ressourcen erlauben üblicherweise nur Stichproben für den Bau und die Untersuchung von Prototypen. Dies macht die Simulation zu einem wichtigen Werkzeug im Entwicklungsverlauf. Die Simulation erlaubt es, bestimmte Entwicklungsprozesse zeitlich vorzuziehen und hilft dabei, Entwicklungszeiten zu verkürzen. Zudem ist es im virtuellen Umfeld einfacher,

auf die Zustandsgrößen eines Systems zuzugreifen. Dadurch kann ein tieferes Verständnis für die Schwingungssysteme aufgebaut und Verbesserungen effektiver angegangen werden.

Doch auch die Simulation erfordert spezifische Modelle für unterschiedliche Fahrzeugkonfigurationen. Um einen Benefit für die Entwicklungszeiten und -kosten, sowie erhöhtes Wissen um die mechanischen Systeme und Probleme erzeugen zu können, muss eine Methodik zur Beherrschung der Varianten entwickelt werden. Dabei bietet es sich zudem an, von den über einen langen Zeitraum erarbeiteten Ergebnissen von Forschungen zu profitieren, die sich in der Entwicklung des Antriebsstrangs mit dessen Schwingungsphänomenen beschäftigt haben.

1.2. Zielsetzung

Ziel der Arbeit ist die Entwicklung einer Systematik zur Simulation von Schwingungsphänomenen im Nutzfahrzeugantriebsstrang. Der Fokus der Methodik liegt in der Beherrschung von Fahrzeugvarianten mit spezifischem Bezug auf ausgewählte Schwingungsphänomene. Um einen effizienten Prozess zu entwickeln, sollen signifikante Schwingungsphänomene ausgewählt und mit Hilfe von Forschungsergebnissen aus der Literatur charakterisiert werden. Die angestrebte modulare Systematik besitzt damit zwei Ebenen. Mit der ersten Ebene soll die Beherrschung der Variantenvielfalt ermöglicht werden. Durch eine Fragmentierung des Gesamtsystems in austauschbare Einzelkomponenten soll eine umfassende Abdeckung der zu entwickelnden Fahrzeugvarianten erreicht werden. Die zweite Ebene dient der Spezifizierung des Analyseziels. Um nicht nur einzelne Systemkonfigurationen untersuchen zu können, sondern in Variantenrechnungen viele Systeme nacheinander abzuarbeiten, ist eine hohe Recheneffizienz der Modelle erforderlich. Dies soll durch die Definition eines Modelldetaillierungsgrades in Abhängigkeit des Analyseziels, also des ausgewählten Schwingungsphänomens geschehen. In einem weiteren Schritt ist ein Anwenderwerkzeug vorgesehen, das einen einfachen Zugang zu den Simulationsergebnissen bietet, ohne weitreichende Kenntnisse für die Simulationsumgebungen zu erfordern.

Durch die Umsetzung dieser Systematik wird eine hohe Anzahl unterschiedlicher Antriebsstrangvarianten auf spezifische Schwingungsprobleme hin untersucht. Damit werden schnellere Entwicklungszeiten und höhere Systemfidelität angestrebt. Außerdem soll der Aufbau zahlreicher Simulationsmodelle durch die Zugänglichkeit bestimmender Zustandsgrößen einen Gewinn an Expertise bezüglich der Ursachen und Einflüsse von Schwingungen im Antriebsstrang ermöglichen. Durch die Umsetzung einer Anwenderoberfläche sollen Simulationsergebnisse einfach erzeugt und ausgewertet werden, um einen besseren Informationstransport zu erlauben.

1.3. Aufbau der Arbeit

In Kapitel 2 der Arbeit werden die Forschungsergebnisse aus der Literatur vorgestellt, die als Grundlage für die Arbeit genutzt werden. Der erste Teil des Kapitels behandelt die Schwingungsphänomene, die in Antriebssträngen von PKW und NKW in vergangenen Forschungen identifiziert und charakterisiert wurden. Im zweiten Teil werden Ansätze der modularen Modellierung für die Simulation von Antriebssträngen vorgestellt.

Kapitel 3 enthält ausgewählte Grundlagen, die im weiteren Verlauf der Arbeit zur Beschreibung von Simulationsmodellen aufgenommen werden. Im ersten Abschnitt wird die Beschreibung dynamischer Systeme vorgestellt und die Auswahl der Simulationsumgebung für die Antriebsstrangmodelle dieser Arbeit erläutert. Der zweite Abschnitt befasst sich mit einigen physikalischen Eigenschaften, die besondere Relevanz für die Modellierung der Antriebsstrangkomponenten haben. Dies sind zum einen die Eigenschaften von Reibungsprozessen und zum anderen die Eigenschaften von Elastomerwerkstoffen. Der letzte Abschnitt dieses Kapitels widmet sich der Analyse von dynamischen Systemen. Hier werden Methoden zur Beschreibung von Schwingungen, der Berechnung von Kenngrößen und deren Visualisierung vorgestellt.

In Kapitel 4 wird auf die Modellbildung von Struktur und Einzelmodellen eingegangen. Der erste Teil zeigt die modulare Struktur, die für die Beherrschung von Variantenvielfalt und Schwingungsphänomenen entwickelt wurden. Die dort definierten Modellbausteine werden im folgenden Abschnitt genauer beschrieben. Im dritten Teil wird auf die Umgebungsmodelle eingegangen, in der die einzelnen Komponenten zusammengefügt werden. Der vierte und letzte Abschnitt widmet sich der Integration der Systematik in eine vorhandene Simulationsumgebung eines Nutzfahrzeug OEM, dem bei MAN Truck & Bus AG entwickelten Simulations-Framework.

In Kapitel 5 wird beschrieben, wie die Parameter der zahlreichen Modelle erhoben werden. Im ersten Teil werden die Parameter beschrieben, die den Herstellerangaben entnommen werden können. Dabei wird auf die Problematik der Genauigkeit der Angaben eingegangen. Der zweite Abschnitt behandelt die Daten, die mit Hilfe vorhandener Wert berechnet werden können. Im dritten Teil werden die Parameter und Größen vorgestellt, die mit Hilfe von Messungen erzeugt werden. Hier werden die Messergebnisse von Versuchen an einem Elastomerzwischenlager der Gelenkwelle und Ergebnisse von Reibungs- und Verlustmessungen an der gesamten Gelenkwelle vorgestellt.

Kapitel 6 zeigt die Ergebnisse von Messungen an einem Gesamtfahrzeug auf einem Rollenprüfstand, die zur Validierung und Veranschaulichung von Schwingungsphänomenen durchgeführt wurden. Die Messergebnisse werden mit den Ergebnissen zugehöriger Simulationen verglichen. Der erste Teil des Kapitels widmet sich der Analyse von Geschwindigkeitshochläufen zur allgemeinen Identifikation

von Eigenwerten und Schwingungen. Im zweiten Teil werden konkrete Versuche zum Erzeugen von Ruckelschwingungen durchgeführt.

Kapitel 7 enthält eine Zusammenfassung der Arbeit und bietet einen Ausblick für weiteres Vorgehen.

Da die Arbeit in enger Kooperation mit der MAN Truck & Bus entstanden ist, unterliegen die für die Simulationsmodelle verwendeten Daten einer strengen Geheimhaltungspflicht. Im Allgemeinen werden deshalb in der Arbeit normierte Werte und Verläufe gezeigt, um qualitative Ergebnisse darstellen zu können. Parameter können nur für unabhängige Beispielmodelle angegeben werden (siehe Kap. 3.2.2).

2. Stand der Technik

Seit dem 19. Jahrhundert gibt es Fahrzeuge mit motorischem Antrieb und ebenso lange existieren Schwingungsprobleme, die bei der Übertragung der Antriebsleistung auftreten. Entsprechend wurden in der stetigen Entwicklung der Antriebsstrangsysteme unzählige Phänomene beschrieben, untersucht und bekämpft. Zum heutigen Zeitpunkt ist eine hohe Bandbreite an Effekten und Problemen mit Schwingungen im Antriebsstrang bekannt, die sich auf einzelne Teilkomponenten oder auch das gesamte Antriebsstrangsystem auswirken. In dieser Arbeit werden diese Untersuchungsergebnisse aufgriffen und die Erkenntnisse genutzt, um hinreichend genaue mechanische Modelle zu deren Abbildung zu erstellen. Im Folgenden werden die für Nutzfahrzeugantriebsstränge mit Verbrennungsmotoren relevanten Phänomene vorgestellt.

Mit wachsendem Einzug simulativer Methoden in die Fahrzeugentwicklung gewinnen auch Vorgehen an Bedeutung, die sich der effizienten Untersuchung von Modellvarianten widmen. Der Kern der vorliegenden Arbeit, die Entwicklung einer modularen Modellstruktur mit Bezug zu den Schwingungsphänomenen, baut auf den im Abschnitt 2.2 vorgestellten Methoden zur Variantenbeherrschung in der Simulation auf.

2.1. Schwingungsphänomene im Antriebsstrang

Bei der Analyse von Schwingungsphänomenen, insbesondere in der Fahrzeugtechnik, ist es üblich, eine Zuordnung zu verwenden, mit deren Hilfe die menschliche Wahrnehmbarkeit der Schwingung beschrieben wird. Dafür hat sich die englische Abkürzung NVH etabliert, sie steht für die drei Frequenzbereiche *Noise*, *Vibration* und *Harshness*. Der Bereich niedriger Frequenzen beschreibt dabei die Schwingungen, die als Vibration fühlbar sind, in Bereichen hoher Frequenzen werden Schwingungen als Geräusche (*Noise*) wahrgenommen. Der dazwischenliegen-

de Bereich wird zu Deutsch als „Rauhigkeit“(*Harshness*) bezeichnet und bedeutet, dass Schwingungen der zugehörigen Frequenzen als Vibrationen und Geräusche zugleich wahrgenommen werden. Da die Wahrnehmung einer Schwingung nicht zuletzt von Mensch zu Mensch unterschiedlich ist, sondern auch von weiteren Faktoren, wie ihrer Dauer und Intensität, abhängt, sind die Grenzen der drei Bereiche sehr unscharf [79]. Zur groben Einordnung gilt für die rein fühlbaren Frequenzen in etwa ein Bereich bis 20 Hz, ab ca. 200 Hz werden die Schwingungen ausschließlich als Geräusch wahrgenommen. Dazwischen liegt der Übergangsbereich [83]. Entsprechend der frequenzbasierten Zuordnung ist auch die Relevanz der Schwingungsphänomene im Antriebsstrang zu verstehen. Schwingungen, die im Bereich der Vibrationen liegen, beeinträchtigen den gefühlten Komfort im Fahrzeug, haben aber auch Auswirkungen auf die Fahrbarkeit und Ladungssicherheit. Schwingungen, die den Geräuschen zugeordnet werden, stören vor allem in Bezug auf den akustischen Komfort. Dazwischen liegen Phänomene, die überschneidende Auswirkungen hervorbringen. Bauteilschädigungen treten je nach Energieinhalt und betroffener Komponente in einem breiteren Frequenzspektrum und damit in allen Bereichen auf [83].

Entsprechend ihres breiten Beeinträchtigungsspektrums stehen Schwingungsphänomene in Antriebssträngen konventioneller Fahrzeuge schon seit geraumer Zeit im Interesse wissenschaftlicher Untersuchungen. Die Fülle an Studien und Dokumentationen ist groß, so dass in der folgenden Analyse nur ausgewählte Ergebnisse und Studien besonderer Relevanz aufgezeigt werden. Der Stand der Technik wird wie folgt vorgestellt:

1. Welche Schwingungsphänomene wurden identifiziert?
2. Durch welche Parameter können sie bestimmt werden?
3. Welche Modellkomplexität erfordert das jeweilige Phänomen für die simulative Abbildung?

Die Komplexität eines Modells kann dabei hinsichtlich zweier Aspekte erhöht werden. Zum einen kann eine Steigerung der Freiheitsgrade (DOF = *Degree(s) of Freedom*) erfolgen. Dies geschieht entweder in bestehender Koordinatenrichtung oder in zusätzlichen Dimensionen, z.B. bei der Koppelung rotatorischer mit translatorischen Bewegungen. Zum anderen kann eine Komplexitätssteigerung durch zunehmende Nichtlinearität der Modellierungskomponenten erreicht werden.

Im Folgenden werden die Phänomene beschrieben, die aufgrund ihrer Relevanz in der Literatur besonders präsent sind. Eine Übersicht ist in Abb. 2.1 zu finden. Die angeregten Frequenzbereiche können je nach Fahrzeug vergleichsweise stark variieren. Dies gilt insbesondere für Nutzfahrzeuge, wo wichtige Einflussfaktoren wie Ladung, Übersetzung, Fahrzeuglänge, Gehäusegrößen etc. sehr unterschiedlich ausfallen können. Deshalb wird im Weiteren keine Präzisierung der Frequenz-

bereiche vorgenommen - eine grobe Einordnung kann der Abb. 2.1 entnommen werden.

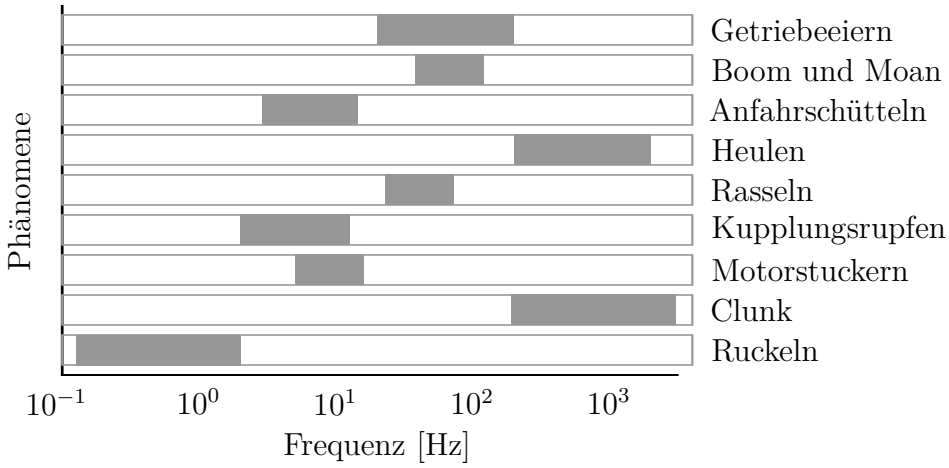


Abbildung 2.1.: Übersicht über die relevanten Schwingungsphänomene mit zugehörigem Frequenzbereich [124], [90]

Ruckeln

Das Phänomen, welches die erste globale Eigenfrequenz des geschlossenen Antriebsstrangs betrifft, wird als Ruckeln (im Englischen *shuffle*) bezeichnet. Bei dieser Eigenfrequenz beschreibt das System eine rotatorische Schwingform über alle Komponenten hinweg. Zur Veranschaulichung eines solchen Systems ist ein geschlossener Antriebsstrang auf einem Rollenprüfstand als lineares Torsionsschwingungssystem in Abb. 2.2 skizziert. Die Komponenten beziehen sich auf einen beispielhaften Standardantriebsstrang, eine Skizze dazu ist in Abb. 3.1 zu finden.

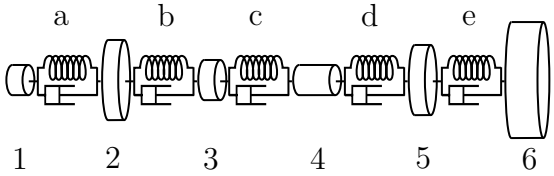


Abbildung 2.2.: Lineares Torsionsschwingungssystem eines beispielhaften geschlossenen Antriebsstrangs.
Drehmassen: (1) Kurbelwelle, (2) Kupplung, (3) Getriebe, (4) Gelenkwelle, (5) Differenzial, (6) Rolle
(a) bis (e) Torsionsfeder und -dämpferelemente

In Abb. 2.3 ist ein Beispiel einer Ruckelschwingung dargestellt. Die Graphik zeigt die Amplitude und Phase der Komponenten des Torsionsschwingungssystems aus 2.2, die sich in der ersten Torsionseigenform ausprägen. Hier zeigt sich, dass die über den Komponentenindex aufgetragene Eigenform einen Schwingungsknoten besitzt, an welchem sich die Drehrichtung umkehrt.

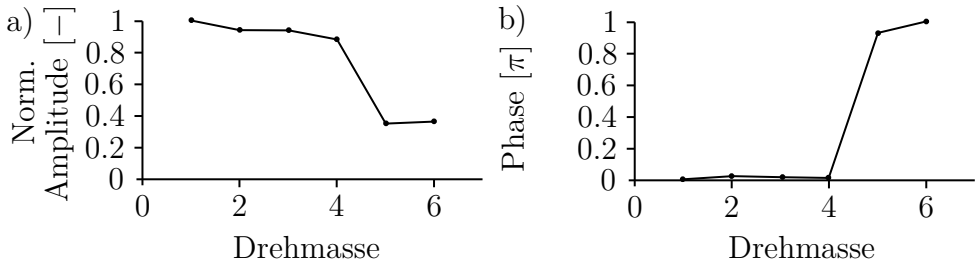


Abbildung 2.3.: Skizzierte Eigenschwingungsform für das Phänomen Ruckeln in a) Amplitude und b) Phase.
Drehmassen: (1) Kurbelwelle, (2) Kupplung, (3) Getriebe, (4) Gelenkwelle, (5) Differenzial, (6) Rolle

Vor allem im NKW (Nutzkraftwagen) kann die Frequenz der Ruckelschwingung aufgrund der großen Drehmassen und hohen Übersetzungen in kleinen Gängen sehr niedrig sein ($f < 1Hz$) und damit besonders intensiv wahrgenommen werden. Das Phänomen wird durch einen abrupten Lastwechsel angeregt, z.B. durch schnelles Gasgeben oder -wegnehmen, Kuppelvorgänge oder Straßenanregungen. Insbesondere bei niedrigen Drehzahlen und in kleinen Gängen treten Ruckelschwingungen vermehrt auf [124]. Durch die Koppelung über die Reifen kann eine Fahrzeuglängsschwingung induziert werden, die den passenden Namen Bonanza-Effekt (im Englischen auch *shunt*) trägt.

Schon früh als schwierig bestimmbar beschrieben [190], haben sich diesem Phänomen und seiner mathematischen Abbildung im Laufe der Zeit zahlreiche Untersuchungen gewidmet. Viele Studien zeigen, dass in erster Näherung ein 2-DOF-Modell mit linearer Approximation von globaler Steifigkeit und Dämpfung den grundlegenden Effekt, nämlich die Schwingung in der ersten Eigenform, abbilden kann [51], [206], [136]. Diese Näherung bedeutet, dass eine Linearisierung in einem stationären Arbeitspunkt durchgeführt wird. Der stationäre Arbeitspunkt wird aus den Randbedingungen bei z.B. im Versuch evidenter Ruckelanregung abgeleitet und hängt von Fahrzeuglast und anregendem Motormoment ab. Die Einflüsse, insbesondere des anregenden Moments werden im Weiteren noch detaillierter betrachtet. Die dem 2-DOF-Modell zugehörigen Parameter sind vom Arbeitspunkt abhängig. Um die Einflüsse spezifischer Komponenten beurteilen zu können und zudem Anregungen aus Koppelungen weiterer Koordinatenrichtungen zu untersuchen, wird der Antriebsstrang in vielen Fällen feiner diskretisiert. Dadurch wird auch die Parameteridentifikation vereinfacht, da elastokinemati-

sche Eigenschaften auf tatsächliche Komponenten des Triebstrangs zurückgeführt werden können.

In vielen Arbeiten wird thematisiert, dass für die Abbildung der korrekten Eigenfrequenz der Einfluss der Steifigkeit der Steckwellen essenziell ist. Die im System wirkende Steifigkeit ist vor allem in niedrigen Gängen vergleichsweise gering [113], [51], [58], [119]. Laut [51] ist aufgrund ihrer daraus folgenden Anregbarkeit auch der Dämpfungseinfluss der Steckwellen auf das Ruckeln groß.

Für die Erweiterung des 2-DOF-Modells spricht nach [119] auch, dass eine Beeinflussung des Ruckelns, konkreter der Längsbeschleunigung des Fahrzeugs, durch die Aggregatelagerung evident ist. Um den Einfluss korrekt abzubilden, ist eine zusätzliche Modellierung translatorischer Freiheitsgrade und der Wirkrichtungen der Aggregatelagerung sinnvoll. [51] zeigt, dass die Ruckelschwingung durch die Motorlagersteifigkeit sowohl in Fahrzeuglängs- als auch in Fahrzeugquerrichtung beeinflusst wird. Auch [146] beweist in einem Vergleich, dass die Abbildung der Motorlager für die Ruckelsimulation nötig ist.

Eine weitere wichtige Komponente in Bezug auf die Abbildung der Steifigkeit im Triebstrang ist die Kupplung. Der dort verbaute Torsionsdämpfer [1] ist in den meisten Fahrzeugen mehrstufig ausgeführt und besitzt damit nichtlineare Steifigkeitseigenschaften. Abb. 2.4 zeigt die Skizze einer Kupplungsscheibe, deren Aufbau die konstruktiv elastischen und dissipativen Elemente der Kupplung, zusammengefasst unter der Bezeichnung Torsionsdämpfer, enthält. Die Elemente wirken zwischen dem Reibbelag (1), der fest mit dem Trägerblech (4) verbunden ist und der Nabe (7), die in direkter Verbindung mit der Gegenscheibe (3) steht. Als elastische Bauteile sind Druckfedern der Hauptstufe (2) und Druckfedern der Vorstufe (6) vorhanden. Das dissipative Element des Systems ist als Reibeinrichtung (5) ausgeführt.

[51] beschreibt, dass die Kupplungssteifigkeit vor allem dann eine große Rolle im Ruckelverhalten spielt, wenn sie sehr gering ist und in der Folge den Einfluss der Steckwellensteifigkeit übersteigt. Solch eine geringe Steifigkeit kommt in der ersten Stufe des Torsionsdämpfers, dem Vordämpfer, vor. Eine typische zweistufige Kennlinie ist in Abb. 4.4 b) zu finden. Dies bestätigt auch [162] mit der Feststellung, dass sich im Wirkbereich des Vordämpfers der Kupplung aufgrund der geringen Steifigkeit eine Eigenform einstellt, bei der sich der Kupplung nachfolgende Drehmassen gegenphasig zum Schwungrad bewegen. Mit zunehmender Torsionsdämpfer-Steifigkeit stellt sich die Phasenumkehr der Schwingung weiter hinten in der Schwingerkette ein. Für den Fall, dass die Kupplung im Vordämpferbereich arbeitet, ist auch der Einfluss der zugehörigen Dämpfung hoch [51]. Insbesondere bei Anregungen, durch die die Kupplung vom Vordämpferbereich in den Hauptdämpfer wechselt, oder anders herum, ist eine linearisierende Mo-

[1] Die Bezeichnung Torsionsdämpfer wird in der Literatur so verwendet, ist aber dahingehend missverständlich, dass er nicht nur die dissipierenden, sondern auch die elastischen Elemente der geschlossenen Kupplung umfasst.

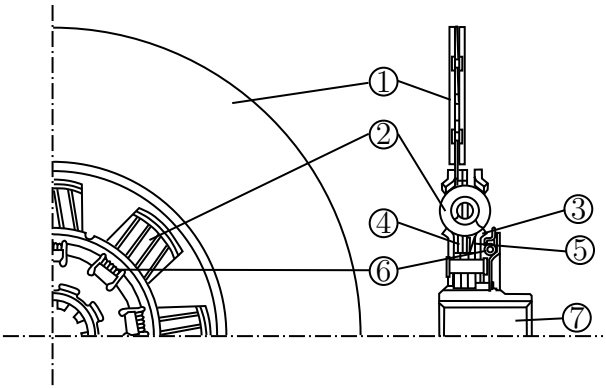


Abbildung 2.4.: Kupplungsscheibe mit elastischen und dissipativen Elementen, die zusammengefasst als Torsionsdämpfer bezeichnet werden. (1) Reibbelag, (2) Druckfeder der Hauptstufe, (3) Gegenscheibe, (4) Trägerblech, (5) Reibeinrichtung, (6) Druckfeder der Vorstufe, (7) Nabe

dellierung also nicht ausreichend. Da der Vordämpfer im Bereich sehr geringer Last wirksam ist, ist ein Übergang zwischen Vor- und Hauptstufe beim Ruckeln nicht unwahrscheinlich. Laut [87] verursacht die Nichtlinearität des Torsionselements zudem Abweichungen zwischen Ruckeln im Zug und Ruckeln im Schub, da die Grenzen von Vor- und Hauptdämpfer nicht symmetrisch sind.

Die Komponente, die die primäre Koppelung der rotatorischen mit der translatorischen Bewegung ermöglicht und sich damit direkt auf die Fahrzeuglängsbewegung auswirkt, ist der Reifen. Im Vordergrund steht das Verhalten, das sich aufgrund des Reifenschlupfes ergibt. Die Abhängigkeit der übertragbaren Längskraft des Reifens vom Schlupf ist besonders im Bereich geringen Schlupfes linear approximierbar [124]. [120] beschreibt, dass sich Ruckeln üblicherweise im Bereich geringen Schlupfes abspielt. Aufgrund der Abhängigkeit des Schlupfes von der Fahrzeuglängsgeschwindigkeit und der Reifendrehzahl in diesem Bereich verhält sich der Reifen hier deshalb wie ein viskoser Dämpfer. Mit zunehmender Fahrzeuggeschwindigkeit steigt somit die Dämpfung der Ruckelschwingung [120], [27]. Damit entsteht der relevanteste Dämpfungsanteil für Ruckeln im Reifen [113], [51], [119].

Die Koppelung der rotatorischen auf die translatorische Bewegung bedeutet auch, dass die Aufhängungselemente des Fahrzeugs Einfluss auf das Ruckelverhalten haben. In [113] wird die Steifigkeit der Aufhängung in Fahrzeuglängsrichtung variiert. Der Einfluss wird mit dem der Anregungsänderung verglichen und ist vergleichsweise gering. Die Modellierung der Elastokinematik der Achse wird vor allem wichtig, wenn Nickschwingungen in Folge von dynamischer Achslastverlagerung durch die Ruckelschwingung auftreten [119]. Beim LKW kommt dabei

noch zusätzlich die Fahrerhauslagerung ins Spiel, für die, zumindest in Bezug auf Komfort, ähnliche Einflussnahme angenommen wird. Damit ist die Modellierung der Fahrerhauslagerung vor allem in Bezug auf Nickbewegungen des Fahrerhauses relevant.

Die übrigen Elastizitäten und Dämpfungen im Antriebsstrang werden in der genannten Literatur üblicherweise als linear angenommen, um eine gute Abbildung des Ruckelverhaltens zu erreichen. Beim Getriebe ist zu beachten, dass laut [42] die Torsionssteifigkeit des Gehäuses zusammen mit den Lagersteifigkeiten einen größeren Anteil an der Verdrehung hat, als die vergleichsweise steifen Wellen und Verzahnungen und deshalb mit abgebildet werden muss. Ein weiterer Gesichtspunkt, der am Sonderfall LKW zu beachten ist, ist der torsionsweiche Leiterrahmen. Nach [90] ist eine Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit des Rahmens vor allem bei hohen Momenten zwingend erforderlich.

Abgesehen von den mechanischen Eigenschaften des Triebstrangs, gibt es noch weitere Aspekte, die sich maßgeblich auf die Ruckelschwingung eines Fahrzeugs auswirken. Dazu gehört die Anregung durch den Motor. [102] untersucht die Auswirkungen der Änderung des Moments über der Zeit und beschreibt eine Verstärkung von Ruckeln mit zunehmendem Momentenanstieg. [113] zeigt, dass für eine rampenförmige Anregung eine minimale Ruckelanregung gegeben ist, wenn die Dauer der Momentenänderung dem Reziprokwert der Ruckelfrequenz und dessen ganzzahligen Vielfachen entspricht. Laut [51] gibt es für eine reale, von der Rampe abweichende Anregung kein optimales Minimum, der von [113] beschriebene Wert kann aber als guter Anhaltspunkt verwendet werden. [151] gibt zudem den Hinweis, dass die Definition eines Minimums nur in Abwesenheit von Spiel im Triebstrang getroffen werden kann, was ebenfalls nicht dem realen Triebstrang entspricht. Spiel, das vor allem in Verzahnungselementen funktionsbedingt vorhanden ist, wurde generell in vielen Studien als weiterer wichtiger Aspekt für die Entwicklung von Ruckeln identifiziert. Nach [102] verstärkt zunehmendes Spiel Ruckeln, die Zunahme verhält sich aber nicht notwendigerweise linear. [51] zeigt, dass das erste Maximum in der Längsbeschleunigung mit zunehmendem Spiel zwar abnimmt, die Schwingung dabei aber schlechter abklingt. Dabei spielt [119] zufolge das Spiel im Differenzial eine größere Rolle, als Spiel im Schaltgetriebe.

Clonk / Clunk

Findet in einem spielbehafteten Antriebsstrang eine Lastumkehr statt, so durchlaufen die zugehörigen Komponenten ihr Spiel und schlagen auf der dem Kontakt gegenüberliegenden Seite an. Eine solche Lastumkehr entsteht beispielsweise, wenn das Fahrzeug vom Schub- in den Zugbetrieb übergeht. Auch die Torsionsschwingungen beim Ruckeln können eine Lastumkehr bewirken und damit Kollisionen induzieren. Diese Kollisionen stellen einen Stoß ähnlich einer Impulsanregung dar, der die Komponenten des Triebstrangs in einem breiten Frequenzband

anregt. Der Frequenzbereich der resultierenden Schwingung wird üblicherweise etwa mit 300-5000 Hz angegeben [176]. Dieses elastoakustische Phänomen wird lautmalerisch angelehnt an sein kurzes metallisches Geräusch im englischen als Clunk oder Clonk bezeichnet und breitet sich sowohl als Körper- als auch als Luftschall aus. Damit befindet sich das Schwingungsphänomen in der Kategorie Noise und wird als hörbare Schwingung wahrgenommen. Trotzdem wird es an dieser Stelle schon angesprochen, da sein Entstehungsprozess in direktem Zusammenhang mit dem vorangehend beschriebenen Phänomen Ruckeln steht.

Da Ruckeln einen Anregungsmechanismus dieses Phänomens darstellt, müssen zur Abbildung von Clonk zunächst die Modellierungsvoraussetzungen für Ruckeln erfüllt sein. Wie beim Ruckeln sind also die Anregung (vor allem deren Änderung über der Zeit), die Nachgiebigkeiten und Dämpfungen im Triebstrang mit den entsprechenden Nichtlinearitäten und die Modellierung von Spiel nötig. Letzteres ist dabei noch signifikanter als beim Ruckeln. Während Ruckeln durch zunehmendes Spiel verstärkt werden kann, taucht Clonk ohne Spiel im Triebstrang gar nicht auf [18]. [18] hat zudem festgestellt, dass lose, also nicht geschaltete Zahnräder im Getriebe einen Einfluss auf das Clonkverhalten haben. Da sie die Anzahl der Kontaktwechsel erhöhen, beeinflussen sie die Anzahl der Stoßkontakte. Eine Reduzierung auf nur übertragende Bauteile bildet damit nur einen Teil der Schwingungsanregung ab.

Mit den genannten Elementen können die Anteile im unteren Frequenzbereich der Schwingung gut abgebildet werden [18], [36]. Die hochfrequenten Anteile bestimmen jedoch das Schallabstrahlungsverhalten des Triebstrangs in Folge von Clonk. Nach [183] sind vor allem das die Kupplung umgebende Gehäuse, die Kupplungsglocke, und die hohlen Rohre der Gelenkwelle für die Ausbreitung des Schalls verantwortlich. Durch die Impulsanregung werden die dünnwandigen Bauteile in hochfrequenten gekoppelten Eigenmoden angeregt. Die Schallleistung resultiert dann aus einer Koppelung der Strukturschwingungen mit den akustischen Moden des Hohlraums [176]. Um diesen Effekt mit abbilden zu können, ist es nötig, die betreffenden Bauteile nicht mehr als Starrkörper, sondern flexibel zu modellieren. Die Abbildung der akustischen Moden erfordern zudem die Modellierung der Luft im Hohlraum. In [122] wird ein Rohr der Gelenkwelle durch ein Finite-Elemente- (FE-)Modell abgebildet, um seine Eigenfrequenzen zu untersuchen. Da in Messungen Frequenzen bis 5 kHz identifiziert wurden, ist die erforderliche Netzdichte sehr hoch. Um die flexible Antwort der Wellen auf die Clonk-Anregung im Antriebsstrang zu analysieren, binden [176], [175], [66] und [180] die reduzierten FE-Körper in ihre Simulation starrer Mehrkörpersysteme ein. Dies erlaubt unter der Voraussetzung ausreichender Modensätze die Bestimmung der angeregten Biege-Torsions-Koppelmoden (flexure modes [180]). Vor allem für die Schallabstrahlung sind sogenannte breathing modes verantwortlich, die eine Schwingung der Verformung in radialer Richtung der Wellen beschreiben. Eine beispielhafte Veranschaulichung ist in Abb. 2.5 gezeigt. Um einen tatsächlichen

Vergleichswert mit gemessenen Schalldichtespektren zu erhalten und die Schallleistung, die auf einen Fahrer oder nach außen wirkt, müssten in einem weiteren Schritt Akustiksimulationen durchgeführt werden.

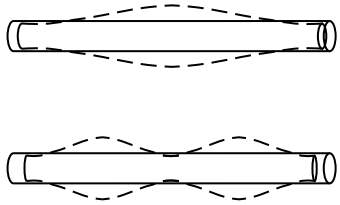


Abbildung 2.5.: Skizze zweier als breathing modes bezeichneter Eigenformen für ein Gelenkwellenrohr

Motorstuckern

Motorstuckern (*engine shake*) ist streng genommen kein rotatorisches Schwingungsphänomen des Antriebsstrangs, sondern betrifft in erster Linie eine Vertikalschwingung in der Lagerung des Motor-Getriebe-Verbunds. Durch die unabhängige Lagerung von Antriebs- und Abtriebsseite des Antriebsstrangs können aber Koppelschwingungen, z.B. durch die Winkeländerung in der Gelenkwelle auftreten. Die Anregung der Schwingung geschieht durch den Untergrund, bei Überfahrt beidseitiger, symmetrischer Fahrbahnunebenheiten [124]. Dabei wird bei entsprechender Frequenz vor allem die Hubbewegung von Motor und Getriebe angeregt. Eine Nickeigenform kann ebenfalls angeregt werden, im Vergleich aber in geringerem Maße [209]. Messungen und Simulationen von [128] belegen, dass dabei vor allem die Vertikalsteifigkeiten der Triebwerkslagerung relevant sind, die bei kleinen Frequenzen wirksam sind. Die Studie beschäftigt sich außerdem mit der Korrelation von objektiven mit subjektiven Eindrücken. Für eine gute Einordnung der objektiven Größen müssen die Effekte nach ihrer Quelle getrennt werden. Dazu werden die Aggregateschwingungen separat zur durch das Fahrwerk übertragenen Schwingung durch den Untergrund bewertet. Eine Skizze zur Veranschaulichung der Lagerung des Motor-Getriebe-Verbunds und der Auswirkung einer parallel-vertikalen Federbewegung ist ein Abb. 2.6 dargestellt.

Zur Modellierung ist es wichtig, Schwerpunktlage der Motor-Getriebeeinheit, deren Trägheitseigenschaften und Elastizität der Lagerung richtig abzubilden. Die Motorlagerung ist maßgeblich für die Eigenfrequenz der Schwingung verantwortlich und muss folglich sehr detailliert modelliert werden [9], [165]. Um die Schwingungen von Motor-Getriebeblock und Fahrzeugkarosserie bzw. -rahmen zu entkoppeln, werden meist Hydrolager als Aggregatelager eingesetzt. Diese verbinden die Eigenschaften von Elastomerlagern mit hydraulischen Strömungseigenschaften, um die Lagersteifigkeiten frequenzabhängig einstellen zu können [79],

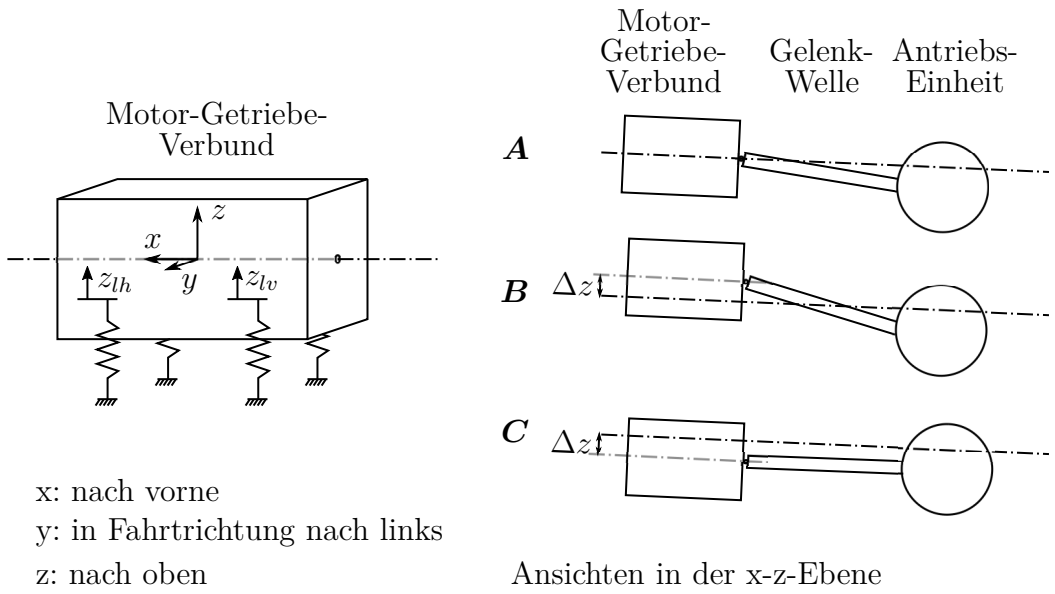


Abbildung 2.6.: Skizze der Lagerung des Motor-Getriebe-Verbunds und den Auswirkung einer parallel-vertikalen Auslenkung um Δz in der Lagerung. Dabei bezeichnet A die Ausgangslage, B eine Ausfederbewegung und C eine Einfederbewegung.

[165]. Eine ausführliche Untersuchung zur Modellierung von Hydrolagern bei unterschiedlicher Modellkomplexität ist in [184] zu finden.

Laut [124] ist außerdem die erste Biegeeigenfrequenz der Karosserie bzw. des Rahmens in Bezug auf Motorstuckern relevant. Dies kann beispielsweise durch eine Einbindung eines flexiblen Rahmenmodells auf modaler Basis im Modell umgesetzt werden. Zur alleinigen Abbildung der ersten Biegeeigenfrequenz des Rahmens wird dafür üblicherweise ein einfaches Ersatzmodell mit einem Freiheitsgrad und einer Ersatzsteifigkeit verwendet. Torsionseigenfrequenz und zweite Biegeeigenfrequenz spielen eine untergeordnete Rolle. In [170] wird darauf eingegangen, inwiefern Anbauteile Einfluss auf die Stuckerschwingung haben. Die Ergebnisse für den Einfluss der Abgasanlage, die flexibel in eine simulative Untersuchung eingebunden ist, zeigen, dass Auswirkungen vorhanden, aber gering sind.

Kupplungsrupfen

Kupplungsrupfen ist der Begriff für ein Phänomen, das während der Reibphase des Kuppelvorgangs stattfindet. Sein Ursprung wird für diese Bezeichnung nicht weiter eingeschränkt, als dass die Oszillation im Bereich der Kupplung entsteht und im Antriebsstrang stattfindet [4]. Die resultierende Schwingung basiert wie beim Ruckeln auf dem ersten Eigenschwingungsmode des Antriebsstrangs. Im Frequenzbereich liegt Kupplungsrupfen aber etwas höher, da der Antriebsstrang an

der Kupplung getrennt ist [88]. Motor und Kupplungseingangsseite bilden damit ein Schwingungssystem, Kupplungsausgang bis einschließlich der zusammengefassten Fahrzeugaufbaumasse ein zweites. Die Anregungsmechanismen des Kupplungsrupfens (im Englischen *clutch judder*) werden in Selbsterregung und Fremderregung unterteilt. Da die beeinflussenden Parameter für die beiden Gruppen sehr unterschiedlich sind, unterscheidet sich auch die erforderliche Modellierung zur Abbildung des Effekts sehr stark. Im Folgenden werden zuerst die Erkenntnisse zu selbsterregtem Kupplungsrupfen erläutert und anschließend die Ergebnisse bezüglich fremderregter Schwingungen. Eine Skizze für einen typischen Aufbau einer NFZ-Kupplung kann in Abb. 4.4 eingesehen werden. Für Details bezüglich wirkender elastischer und dissipierender Elemente, die Teil der Kupplungsscheibe sind, ist Abb. 2.4 hinzuzuziehen.

Eine selbsterregte Schwingung setzt eine Energiezufuhr voraus, die dem System synchron zur Schwingung in der ersten Eigenfrequenz Energie zuführt. Im Falle der Reibschwingung ist die Energiequelle der Reibpartner, die zugeführte Energie wird abhängig von der Kopplung oszillierend übertragen. Der Selbsterregungsmechanismus, der dem Kupplungsrupfen zugrunde liegt, basiert auf einer mit der Geschwindigkeit abnehmenden Dämpfung im Antriebsstrang in Folge des Reibverhaltens beim Kuppelvorgang. Die Dämpfung während der Schlupfphase setzt sich aus unterschiedlichen Anteilen zusammen, ein großer Teil entsteht beim Reibvorgang selbst. Zur Klassifizierung der Reibung wird der Coulombsche Ansatz verwendet. Danach hängt die der Gleitgeschwindigkeit entgegen gerichtete Reibkraft von der zu ihr orthogonal wirkenden Normalkraft und einem proportionalen Reibungskoeffizienten ab, dieser übernimmt die Kopplung. In Erweiterung zu Coulomb wird der Reibungskoeffizient nicht als konstant betrachtet, sondern abhängig vom Material in Zusammenspiel mit Einflüssen wie Temperatur [123], Oberflächenbeschaffenheit, Feuchtigkeit, Verunreinigungen, Standzeit etc. [31]. Daraus stellt sich für den Einkuppelvorgang ein spezifisches Verhalten des Reibungskoeffizienten über der Gleitgeschwindigkeit ein. Nimmt der Reibbeiwert mit zunehmender Gleitgeschwindigkeit ab, wird in der Literatur meist von einem negativen Reibungsgradienten gesprochen. Dieser Reibungsgradient wurde schon früh als mögliche Ursache für Kupplungsrupfen diskutiert. Während [88] noch zu dem Schluss kam, dass der Abfall des Reibwerts mit der Gleitgeschwindigkeit in der Realität kein Rupfverhalten hervorrufen kann, zeigen zahlreiche weitere Untersuchungen das Gegenteil. [31] zeigt in Prüfstandsversuchen, dass die angeregten Rupfschwingungen im System umso größer sind, je größer die negative Steigung des Reibwerts ist. [118] bekräftigt diese These auch mit Simulationen, ebenso wie [93], der zudem einen Einfluss einer sich beim Reibvorgang bildenden Schicht zeigt, deren Beschaffenheit vom Belagsmaterial abhängt. In [29] wird analytisch hergeleitet, dass die Reibungscharakteristik bei abnehmender Gesamtdämpfung im System instabiles Verhalten hervorruft. Dies zeigt wiederum auch den Einfluss der übrigen Dämpfungsanteile im System. Überwiegen diese den negativen

Anteil durch die Reibung, so kann die Stabilität erhalten werden. Eine positive Steigung des Reibungskoeffizienten trägt entsprechend zur Dämpfung von Torsionsschwingungen bei [35], [28]. Für die Abbildung von Rupfen im Modell heißt das, dass die Modellierung einer Abhängigkeit der Steigung des Reibwerts von der Geschwindigkeit essenziell ist. In [35] ist linear viskoses Verhalten im schlupfenden Bereich modelliert. Unterschreitet die Gleitgeschwindigkeit einen Grenzwert, wird die Reibkraft bzw. das resultierende Moment über ein statisches Gleichgewicht berechnet. Damit ist auch das numerische Problem, dass bei einem reinen Coulomb-Modell durch die Unstetigkeit im Verlauf der Gleitgeschwindigkeit bei Nulldurchgang entsteht, umgangen. Allerdings ist ein Umschalten der Funktionen notwendig, was ebenfalls Schwierigkeiten in der Numerik nach sich ziehen kann. Andere Modelle schlagen eine Regularisierung des Haftzustandes z.B. durch das Abbilden des Nulldurchgangs mit einer sehr steilen Kennlinie oder mit Hilfe eines Feder-Dämpfer Zusammenhangs vor. Eine ausführliche Analyse zur Modellierung von flächigen Reibkontakten ist in [166] zu finden. Auch die Dämpfungen des übrigen Triebstrangs müssen, zumindest zusammengefasst, berücksichtigt werden. Außerdem muss die Einrichtung zum Öffnen und Schließen der Kupplung abgebildet werden. Steifigkeiten und Trägheiten des restlichen Antriebsstrangs können zusammengefasst werden, solange damit kein nichtlineares Verhalten vernachlässigt wird (z.B. beim Reifen).

An der Kupplung kann ein weiterer Fall von Selbsterregung stattfinden. Dieser Mechanismus wurde vor allem in Bezug auf selbsterregte Reibschwingungen an der Bremse gezeigt [24], die Erkenntnisse gelten unter Beachtung der geänderten Randbedingungen auch für die Kupplung. Er basiert ebenfalls auf der Kopplung von rotatorischer und dazu normaler Bewegungsrichtung. Die Kopplung findet aber nicht allein durch die Reibung statt, sondern zudem durch weitere Kopplungsterme, die gyroskopischen Anteile [86]. Diese kommen durch die Verkippung der Wellen und Kupplungsscheiben ins Spiel, z.B. aufgrund der Lagerung der Reibpartner außerhalb ihres Scheibenmittelpunkts. Die entstehende Schwingung ist allerdings meist höherfrequent (mehrere kHz [81]) als die typischen Rupfschwingungen und wird eher mit dem lautmalerischen Term *eek* bezeichnet [54], [55]. Zur Modellierung ist es entsprechend nötig, die Koppelterme mit zu berücksichtigen und die entsprechenden Freiheitsgrade abzubilden. [86] zeigt, dass eine Erregung durch Modenkopplung mit einem sehr einfachen 2-DOF-Modell abgebildet werden kann. Für die Auswirkungen der Schwingung ist es wie bei reiner Reiberregung wichtig, die Dämpfung korrekt zu modellieren.

Eine fremderregte Schwingung wird durch eine Anregung ausgelöst, die von außerhalb des Systems kommt. Für den Mechanismus der Fremderregung des Kupplungsrupfens gibt es ebenso unterschiedliche Quellen. Die Anregung kann durch eine Schwankung der Anpresskraft bedingt sein. Diese kann ihren Ursprung schon in der Aktuierung des Kupplungspedals haben, in der Betätigungseinrichtung oder durch eine Anregung der Belagsfederung entstehen. Die Anpresskraft

wird auch dann periodisch schwingend beaufschlagt, wenn geometrische Fehler in der Ausrichtung (Parallelität der Reibflächen, Fluchtung der Wellen) oder den Oberflächen (ungleichmäßige Dicke der Kupplungsscheibe) vorliegen. Nach [4] entsteht bei Überlagerung mindestens zweier vorhandener Fehler eine Anregung, die zu Rupfen führen kann. Dabei gibt es Abweichungen, die entweder statisch, abhängig von der Motordrehzahl oder abhängig von der Getriebedrehzahl sind [5]. Überlagern sich Fehler zweier unterschiedlicher Drehzahlabhängigkeiten, wird die Schwingung verstärkt, sind die Fehler von der gleichen Drehzahlquelle abhängig, kann es zum Verstärken oder aber auch zum Auslöschen der Schwingung kommen [5].

Schwankt die Anpresskraft aufgrund der Betätigung (Pedalkräfte, Betätigungseinrichtung, Belagsfederung), so sind die Modellierungsvoraussetzungen ähnlich wie beim reibungsinduzierten und selbsterregten Kupplungsrupfen. Eine Abbildung des Verlaufs des Reibungskoeffizienten ist sinnvoll, da sich Anregungen überlagern können [205], sowie Dämpfungen auftreten können. Außerdem muss die Betätigungseinrichtung entsprechend modelliert werden. Dazu gehören die Steifigkeiten und Dämpfungen, die bei der Betätigung angesprochen werden. Die in der Kupplung verbaute Tellerfeder z.B. hat eine nichtlineare Steifigkeitskennlinie, die in die Modellierung miteinbezogen werden muss [29]. In [177] wird außerdem gezeigt, dass die axiale Verformung des Kupplungsdeckels einen spürbaren Einfluss hat. Im normalen Anwendungsbereich der Kupplung kann die zugrundeliegende Steifigkeit linear modelliert werden.

Für Phänomene, die dadurch entstehen, dass kein korrektes Anliegen der Reiboberflächen aneinander stattfindet, müssen noch zusätzliche Aspekte in der Modellierung berücksichtigt werden. [177] stellt ein Modell vor, das asymmetrisches Anlegen der Kupplungsflächen abbilden kann. Dazu müssen zunächst die zusätzlichen Freiheitsgrade vorgesehen werden, die im Sinne von Toleranzen oder Einbaufehlern modelliert werden sollen. Im vorgestellten Modell besitzt die Anpressplatte Kippfreiheitsgrade in Radialrichtung. Entsprechend sind auch die Kontakte der Reiboberflächen über den Umfang verteilt formuliert, sodass ein nicht-paralleles Anlegen möglich ist. Analog wird die Belagsfederung der Kupplungsscheiben über den Umfang verteilt modelliert. Die Modellierung der Tellerfeder ist durch in Umfangsrichtung verteilte Segmente realisiert, die über Drehfreiheitsgrade gekoppelt sind. Die Tellerfederzungen sind mit zweidimensionalen Kennlinien für radiale und axiale Verformungen bedatet. Außerdem sind Reib- und Rollkontakte zwischen der Tellerfeder und jeweils Anpressplatte, Stützfeder, Deckel und Ausrücklager berücksichtigt.

Die hier beschriebenen Reibschwingungen sind einem weiteren Effekt, genannt Stick-Slip, sehr ähnlich, der an dieser Stelle noch kurz erwähnt werden soll. Der beschreibende Unterschied zwischen tatsächlichem Stick-Slip-Verhalten in der Kupplung und den Reibschwingungen beim Kupplungsrupfen liegt in der Relativgeschwindigkeit der Reiboberflächen. Beim Stick-Slip tritt ein Übergang zwi-

schen Haften und Gleiten der Reibflächen auf, die Relativgeschwindigkeit wird also immer wieder zumindest nahezu null [33], [35]. Rupfschwingungen beschreiben eine Schwingung in der Relativgeschwindigkeit, der Einkuppelvorgang und damit die Rupfschwingung sind aber normalerweise beendet, sobald die Relativgeschwindigkeit null wird. Aufgrund dessen ist für die Modellierung von Stick-Slip der Übergang zwischen Haften und Gleiten relevant, der z.B. auf Basis der Erkenntnisse von [169] beschrieben werden kann. Stick-Slip-Reibschwingungen sind nicht nur in Bezug auf die Kupplung interessant, sondern können z.B. auch im Schiebestück der Gelenkwelle auftreten [47].

Klappern und Rasseln

In Elementen mit Spiel, insbesondere bei Verzahnungen, tritt ein Phänomen auf, das vor allem akustisch in Erscheinung tritt. Das beschreibende Geräusch Klappern oder Rasseln erscheint, wenn lastfreie Bauteile ihr Spiel durchlaufen und mit der Gegenfläche kollidieren. Solche Bauteile kommen vor allem bei lastfreien Verzahnungskomponenten im Schaltgetriebe vor, aber auch in anderen Verbindungen wie die der Kupplungsscheibe mit der Getriebeeingangswelle. Abb. 2.7 a) zeigt ein Beispiel, wo in einem Schaltgetriebe bei vorgegebenem Lastpfad lastfreie Verzahnungsstufen, konkret zwischen den Zahnrädern v_2 und a_1 bzw. v_3 und a_2, auftreten können. In Abb. 2.7 b) ist für eine solche lastfreie Stufe eine einzelne Verzahnung dargestellt, an der das entstehende Spiel visualisiert ist. Bei entsprechender Anregung treten Flankenkollisionen auf.

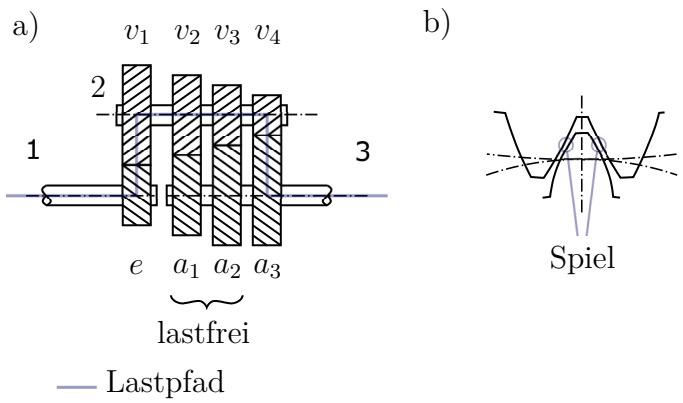


Abbildung 2.7.: Beispiel zu potenziellen Klapper- / Rasselstellen im Schaltgetriebe; a) Beispielhaftes Schaltgetriebe mit (1) Eingangswelle, (2) Vorgelegewelle und (3) Ausgangswelle b) Schnittdarstellung einer Einzelverzahnung mit auftretendem Spiel

Im Weiteren wird das Phänomen am Beispiel des Schaltgetriebes erläutert, kann aber entsprechend auf andere lastfreie Elemente mit Spiel übertragen wer-

den. Die beiden Begriffe unterscheiden dabei das Auftreten des Geräuschs im Leerlauf als Klappern oder Leerlaufklappern (*idle / neutral gear rattle*) und das Auftreten des Geräuschs unter Last als Rasseln (*drive rattle*). Beim Klappern ist die Kupplung geschlossen und kein Gang gewählt. Dadurch sind alle Zahnradpaare weitestgehend lastfrei. Da Spiel funktionsbedingt in jeder Verzahnung vorhanden ist, ist beim Klappern jedes Zahnradpaar eine mögliche Geräuschquelle. Rasseln findet in eingekuppeltem Zustand bei eingelegtem Gang statt. Der eingelegte Gang selbst steht damit unter Last und stellt keine Rasselquelle dar (Ausnahmen sind extreme Resonanzfälle, die aber vergleichsweise selten auftreten). Die übrigen Zahnradpaare sind nahezu lastfrei und können zum Rasseln angeregt werden. Zusätzlich zu den Zahnradpaarungen können auch andere Losteile, wie Synchronringe oder Schiebemuffen, zum Klappern oder Rasseln angeregt werden. Die Entstehung des Phänomens ist in beiden Fällen durch eine externe Anregung bedingt, die periodisch ungleichförmige Anregung durch einen Verbrennungsmotor. Aufgrund diskreter Zündungen und die Massenkräfte des Kurbeltriebs oszilliert das Motormoment um einen Mittelwert. Diese Schwingung kann in der Verzahnung eine Trennung der Verzahnungspartner an den Kontaktflächen und den Zusammenstoß mit der Gegenseite auslösen. Abhängig von der Anregungsfrequenz und der Zähnezahl befindet sich das Phänomen meist sehr breitbandig in einem Anregungsspektrum im Übergangs- bis Geräuschbereich. Ausführlich dargestellt werden die beiden Phänomene z.B. in [153].

Um die Klapper- und Rasselneigung von Getrieben zu beschreiben, wurde in der Literatur zunächst mit Bewertungskriterien für das Auftreten von Rasseln und Klappern gearbeitet. In [26] wird folgendes Kriterium beschrieben: Es liegt kein Rasseln / Klappern vor, solange die Zahnräder am antreibenden Flankenpaar in Kontakt sind. Dazu wird verglichen, wie groß das Lastmoment auf der Seite des angetriebenen Zahnrads in Referenz zu seinem Trägheitsmoment ist. Ist das Lastmoment kleiner, findet Rasseln oder Klappern statt. Dieses Lastmoment entsteht durch Verluste durch das Öl im Getriebe und Reibung in den Lagern und spielt eine signifikante Rolle für das Auftreten von Klappern bzw. Rasseln. Das in [26] zur Bestimmung der Winkelbeschleunigung verwendete lineare Modell beinhaltet allerdings keine Anteile der umgebenden Systemdynamik, wie z. B. durch den Torsionsdämpfer, und erlaubt dadurch nur Einblick in einen isolierten Teilaspekt des Phänomens. Auch [95] betrachtet die Zahnradstufen isoliert, formuliert für seine Stabilitätsuntersuchungen aber einen teilelastischen Stoß für die Kollision der Zahnräder. [163] stellt ein linearisiertes Modell für die Klappervorhersage vor, welches zudem die Kupplungscharakteristik mit abbildet. Da der Torsionsdämpfer im Leerlauf gut linearisiert werden kann, werden im Vergleich zu einem nichtlinearen Modell, welches eine mehrstufige Torsionsdämpfercharakteristik und linear elastische Zahnkontakte besitzt, gute Ergebnisse erreicht. Auch [172] beschäftigt sich mit Klappern. Hier wird eine starre Beschreibung der Verzahnungskörper verwendet, die Kollosion basiert auf der Formulierung eines elastisch-plastischen

Stoßes mit Hilfe einer Stoßzahl. Zusätzlich wird eine mehrstufige Charakteristik für den Torsionsdämpfer formuliert, um dessen Einflüsse zu untersuchen. Außerdem wird ein alternatives Kriterium für die Klappergrenze aufgestellt, welches die Parameter des Torsionsdämpfers mitberücksichtigt. Der Einfluss der Nichtlinearität des Torsionsdämpfers wird vor allem dann wichtig, wenn auch Rasseln untersucht werden soll. [131] beschreibt das Auftreten des Geräuschphänomens nicht mehr mit Hilfe von Grenzwerten und Kriterien, sondern zeigt den grundsätzlichen Aufbau eines Modells für die Simulation im Zeitbereich. Dabei werden nichtlineare Elemente wie die mehrstufige Dämpfung und Steifigkeit im Torsionsdämpfer und Spiel verwendet und die Systemperipherie der Verzahnungsstufe kann besser mitberücksichtigt werden. In solch einer Simulation eines Mehrkörpersystems können zudem auch mehrere Verzahnungsstufen zusammen betrachtet werden, um die Rückwirkung einer Stufe auf die Rassel- und Klapperneigung anderer zu untersuchen [37].

In den bisher vorgestellten Modellen werden nur rotatorische Bewegungen abgebildet. Da im Schaltgetriebe üblicherweise Schrägverzahnung verwendet wird, entstehen aber auch Kräfte in Axialrichtung, die dann z.B. über die Lagerstellen Schwingungen mit ins Gehäuse einleiten. Das Klappermodell, das [153] beschreibt, berücksichtigt auch die Bewegungen in Axialrichtung. Auch in [20] wird ein Modell vorgestellt, welches die Kräfte zwischen den Körpern mehrdimensional betrachtet und Schlüsse über die Kopplung der Bewegungsrichtungen zulässt.

Anhand von Näherungsansätzen und Experimenten werden in [107] als signifikante Parameter Verdrehflanken- und Axialspiel, sowie das Massenträgheitsmoment des Losrades und die Winkelbeschleunigungsamplitude der Anregung identifiziert. In [131] bestätigt ein Modellbeispiel, dass die Wellensteifigkeit der Getriebewellen in einer Größenordnung liegen kann, die die Schwingungsfrequenz beeinflusst. In einer Literaturrecherche von [186] wird zudem betrachtet, ob die zeitvariante Verzahnungssteifigkeit und entsprechende Dämpfung eine Rolle spielen. Demnach basiert die zeitabhängige Charakteristik zu einem großen Teil auf der veränderlichen Anzahl von Zahnpaaren im Kontakt und ist folglich für die Abbildung von Rasseln nötig. Die begrenzte zeitvariante Zahnreibung und die nichtlineare Steifigkeit sobald Kontakt besteht hingegen spielen erst bei höheren Harmonischen der Verzahnungsfrequenz [2], insbesondere bei Getriebeheulen, eine wichtigere Rolle. Dieses Phänomen wird im folgenden Abschnitt erläutert.

In [37] wird vor allem der Einfluss des Schmiermittels im Schaltgetriebe auf Rasseln untersucht. Das Schmiermittel trägt demzufolge signifikant zur Dämpfung des Phänomens bei und wird deshalb in der Simulation mitberücksichtigt. Insbesondere werden die Einflüsse der Temperatur auf das Schmiermittel diskutiert. Um

[2] Die Verzahnungsfrequenz beschreibt die Anregungsfrequenz, die durch die Zähnezahl eines Zahnrads hervorgerufen wird, sie berechnet sich aus Zähnezahl z und Drehfrequenz f zu $f_z = zf$

die starke Abhängigkeit der Viskosität von der Temperatur mit abzubilden, wird die Zahnreibung sowie Abkühlung durch Konvektion beschrieben.

Der Übergang von der Entstehung des Phänomens zum hörbaren Luftschall erfordert ähnliche Maßnahmen zur Abbildung wie schon beim Phänomen Clonk beschrieben. Zunächst muss die Anregung des Elements, welches den Körperschall auf die umgebende Luft überträgt, z.B. in der Simulation eines flexiblen Körpers mit entsprechend hohem Modeninhalt, aufgenommen werden. Daran anschließend ist eine Simulation der Dynamik des umgebenden Fluids zur Berechnung der Ausbreitung der Schallwellen notwendig. In [174] wird eine analytische Methode zur Berechnung des Schalldrucks vorgestellt. Allerdings beinhaltet die Berechnung nur die Verzahnung selbst und kein umgebendes Gehäuse oder weitere Strukturen.

Getriebeheulen

Das Phänomen Getriebeheulen (*gear whine*) beruht auf einer Schwingungsanregung, die in der Verzahnung des Getriebes entsteht. Die dabei relevantesten Ursachen sind die veränderliche Eingriffssteifigkeit der Verzahnung im Abrollverlauf und die Abweichung der Verzahnungen von ihrer Idealgestalt im Betrieb. Sie sind in Abb. 2.8 zusammenfassend dargestellt und mit beispielhaften Skizzen veranschaulicht. Die Abweichung von der Idealgestalt wird als Übertragungsfehler beschrieben und ist wiederum auf zwei mögliche Auslöser zurückzuführen. Einerseits können statische Divergenzen in der Zahngeometrie bei der Herstellung oder durch Verschleiß entstehen, bzw. ist dies bei einer realen Verzahnung zu einem gewissen Grade immer der Fall. Andererseits entsteht ein Übertragungsfehler aber auch dynamisch durch die Deformation der Zahnräder und umgebende Strukturen unter Last [91]. Dieser Fehler kann zudem Stöße beim Ein- und Austritt der Zähne in ihren Kontakt hervorrufen. Die Stöße regen umgebende Strukturen wie das Getriebegehäuse an und erzeugen ein Geräusch, welches von den Harmonischen der Verzahnungsfrequenz geprägt ist. In einer Literaturrecherche beschreibt [191] Entstehung und Einflüsse von Geräuschen in Getrieben ausführlich. Insbesondere weist er auf die Sensitivität des relevanten Übertragungsfehlers in Bezug auf geometrische Abweichungen hin. So kann durch sehr geringe Korrekturen an den Zahnprofilen ein großer Einfluss auf dessen Geräuschspektrum genommen werden. Auf die Gestalt von Verzahnungen und die Entwicklung und Modellierung der Eingriffssteifigkeit wird in Kapitel 4.2.3 genauer eingegangen.

Zur Simulation dieser Anregung wird in [61] ein Modell für die MKS gezeigt, welches zwischen starren Zahnradgrundkörpern räumlich Verzahnungskräfte aufbringt. Dabei wird der Deformation der Zähne mit Hilfe einer Eingriffssteifigkeit Rechnung getragen. Die Zahngeometrie dient als Basis für die Kontaktberechnung. Damit kann der Anregungsmechanismus der Verzahnung in Grundzügen abgebildet werden. Auch in [187] wird ein solches Einfachstmodell für die Anregung des Phänomens gezeigt. Die Eingriffssteifigkeit einer realen Verzahnung ist

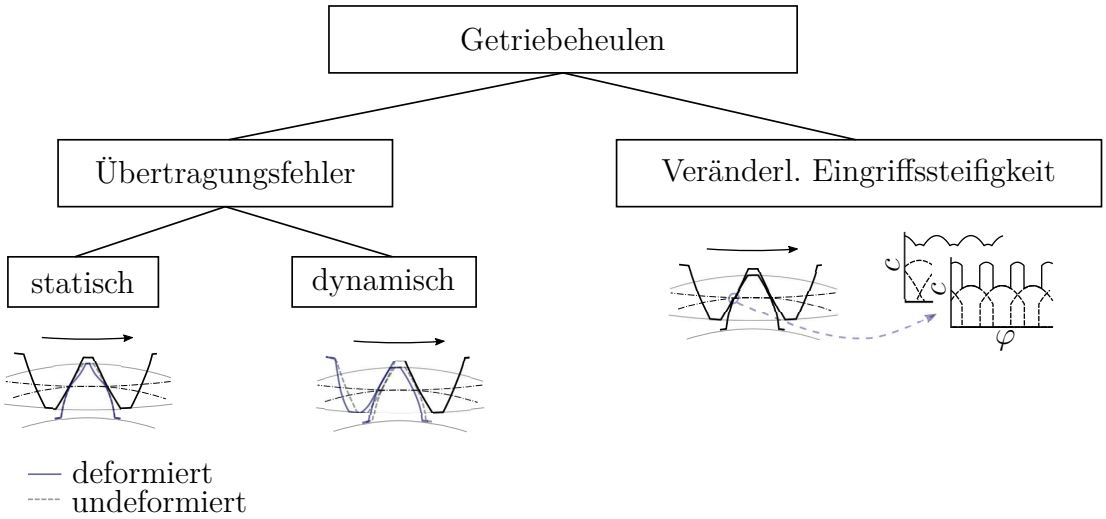


Abbildung 2.8.: Relevante Ursachen von Getriebeheulen mit beispielhaften Skizzen zu deren Ausprägung

über den Drehwinkel des Zahnpaares veränderlich. Dies beruht maßgeblich auf der Anzahl im Eingriff befindlicher Zähne. Für ein einzelnes Zahnpaar kann sie mit Hilfe der Hertzschen Theorie bestimmt werden, sind mehrere Zähne im Eingriff addieren sich die Steifigkeiten entsprechend einer Parallelschaltung [77]. Aufgrund einer geringeren Überdeckung schwankt die Steifigkeit bei Geradverzahnung stärker als bei Schrägverzahnung und hat deshalb ein größeres Anregungspotenzial. Die Eingriffssteifigkeit ist maßgeblich durch die Verformung der Zähne selbst bestimmt, einen geringeren Anteil hat die Verformung des Radkörpers.

Mit der Abbildung des Anregungsmechanismus ist allerdings nur ein Teil des Phänomens beschrieben. Heulen tritt primär in den angeregten Strukturen und dem daraus entwickelten Luftschall in Erscheinung. Deshalb muss zur tatsächlichen Bewertung des Phänomens zum einen der Transferpfad der Schwingung in den flexiblen Strukturen durchgeführt werden. Dies ist in [50] am Beispiel eines Hinterachsdifferenzials gezeigt. Die betroffenen Strukturen müssen dazu flexibel abgebildet werden. [138] zu Folge gibt es für die Bewertung des entstehenden Schalls im Gegensatz zum Rasseln keine leicht zugängliche Größe, wie den Eingriffsstoß im Zahnkontakt. Stattdessen muss eine Akustikauswertung durchgeführt werden, unter vereinfachten Annahmen kann der Körperschall auf der Oberfläche der betreffenden Struktur verwendet werden. Für bessere Ergebnisse sind aber Luftschallauswertungen erforderlich. [140] weist zudem darauf hin, dass insbesondere in Planetengetrieben dabei auch der Phasenversatz der Anregungen berücksichtigt werden muss, da er zu Verstärkung oder Auslöschung führen kann.

Gelenkwellenphänomene

In Antriebssträngen von Nutzfahrzeugen werden als Gelenkwelle in den meisten Fällen Kardangelenkwellen verbaut, eine veranschaulichende Skizze ist in Abb. 2.9 dargestellt. Durch die Kinematik der Kreuzgelenke wird eine periodische Anregung im Antriebsstrang induziert, die unterschiedliche Phänomene auslösen kann. Ein guter Überblick zur Übertragungsweise von Kardangelenken ist in [160] zu finden. Für eine konstante Geschwindigkeit der Welle vor dem Gelenk ergibt sich eine Ausgangsgeschwindigkeit, die mit doppelter Umlauffrequenz des Eingangs schwingt. Entsprechende mathematische Beschreibungen und Verlaufskurven sind in Abschnitt 4.2.4 zu finden. Außerdem entstehen Biegemomente in der Antriebs- und der Abtriebswelle, die mit der zugehörigen Welle umlaufen und ebenfalls mit doppelter Umlauffrequenz des Eingangs schwingen [198], [204]. Diese Ungleichförmigkeiten können in der Gelenkwelle selbst und im gesamten Antriebsstrang Systemeigenfrequenzen anregen. In vielen Untersuchungen werden Gelenkwellen in unterschiedlichen Konfigurationen auf ihre Stabilität untersucht [208], [100], [164]. Durch eine passende Ausrichtung mehrerer Gelenke kann angestrebt werden, die ungleichförmige Bewegung bestmöglich auszugleichen, indem die Gelenke zueinander phasenverschoben werden [202]. Rein analytische Ansätze zum Ungleichförmigkeitsausgleich können aber nur bei sehr geringen Geschwindigkeiten und geringen Lasten angewandt werden. Nehmen beide Größen zu, spielen laut [173] Massenträgheit und Nachgiebigkeiten im Gelenkwellenstrang eine zunehmende Rolle und Schwingungsminima verschieben sich.

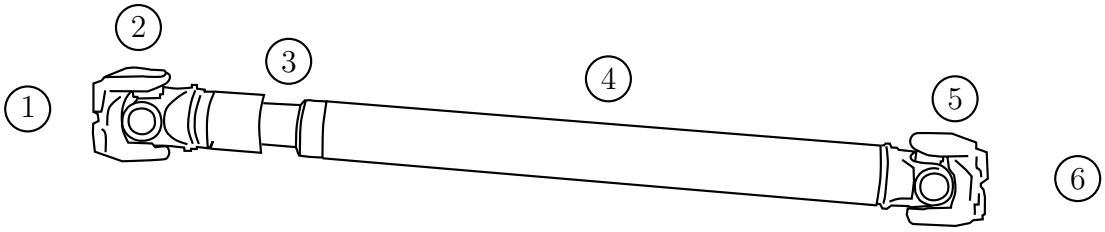


Abbildung 2.9.: Skizze einer typischen Gelenkwelle; (1) Anschlussstelle Antriebsseite, (2) vorderes Kreuzgelenk, (3) Schiebestück, (4) Hohlrohr der Gelenkwelle, (5) hinteres Kreuzgelenk, (6) Anschlussstelle Abtriebsseite

Für die Gelenkwellenphänomene gibt es unterschiedliche und zum Teil inkonsistente Bezeichnungen und Beschreibungen. Die hier genannten beruhen alle auf dem Anregungsmechanismus der ungleichförmigen Übertragung. Phänomene, die lediglich eine Resonanz in der Gelenkwelle hervorrufen (z.B. Clonk), werden an dieser Stelle nicht genannt. Je nachdem, welche Eigenfrequenzen im System angeregt werden, treten unterschiedliche Effekte zu Tage. Ein niederfrequentes Phänomen, das vor allem bei kleinen Gängen und hoher Last auftritt, wird in

der Literatur mit Anfahrschütteln oder launch shudder bezeichnet. Die Auswirkungen sind meist als Vibrationen wahrnehmbar. Da nicht genau definiert ist, welche Systemeigenfrequenzen das Phänomen verursachen, sind auch die resultierenden Schwingungen nicht eindeutig abgegrenzt. [192] zeigt die Anregung einer Vertikalbewegung eines zweiteiligen Gelenkwellenstrangs (driveline bounce mode) im Zuge von Anfahrschütteln. Zur Modellierung sind deshalb zusätzlich zur Abbildung der korrekten Kinematik der Gelenkwelle inklusive Phasenwinkel die dynamischen Steifigkeitseigenschaften des Mittenlagers und der Achslagerung notwendig [193]. In [197] wird die Anregung einer Taumelresonanz von Motor- und Getriebeeinheit beschrieben. Das Phänomen wird hier mit „Getriebeeiern“ bezeichnet und entsteht vor allem bei schweren LKW mit hoher Motorleistung. Zur Modellierung müssen entsprechend auch die nichtlinearen Eigenschaften der Motorlagerung berücksichtigt werden. Höherfrequente und damit akustische Phänomene werden z.B. durch die Kollision der Aggregate mit den Anschlägen in den Lagern angeregt. Einen Überblick über Akustikanregung durch die Gelenkwelle zeigt [63]. Mit Boom wird in [194] ein Geräuschphänomen beschrieben, das in der Lagerung der Hinterachse angeregt wird. Hier wird außerdem ein Zusammenhang mit der Anregung durch Zündung und Massenkräfte aus dem Motor beschrieben. Auch [112] bestätigt ein Resonanzverhalten zwischen Zündordnung und Gelenkwellenanregung für Boom. [185] beschreibt das schmalbandige Geräuschphänomen Brummen, welches aus dem Anschlagen der Welle im Mittenlager bei Beschleunigung unter hoher Last auftritt. Ein höherfrequentes Geräusch, welches mit driveline moan bezeichnet wird, entsteht nach [112] aus der Anregung mit der vierten Gelenkwellenordnung. Diese Anregung ist auf das Vorhandensein von Reibung in den Gelenken zurückzuführen und entsteht, da in den Gelenken in jeder Schwingperiode zweimal die Geschwindigkeitsrichtung wechselt. Wie schon für vorhergehende akustische Phänomene erläutert, sind zu deren Beschreibung nicht nur der Anregungsmechanismus selbst, sondern auch die Übertragungspfade relevant. [194] beschreibt eine Methode auf Basis von Übertragungsfunktionen.

Die unterschiedlichen Phänomene sind im Laufe der beträchtlichen Entwicklungszeit seit Verbrennungsmotoren als Antriebe in Fahrzeugen genutzt werden, stetig untersucht und bearbeitet worden. Im Zuge von Veränderungen, sei es zur Optimierung von Schwingungen oder aufgrund anderer Ziele, traten neue Schwingungsmechanismen auf oder wurden relevanter. Entsprechend sind Schwingungsphänomene unterschiedlichster Herkunft und Auswirkung wissenschaftlich analysiert und dargestellt worden. Die Phänomene, die hier beschrieben sind, fokussieren sich auf diejenigen, deren Effekte in Nutzfahrzeugen relevant sind und die ausreichend in der Literatur erläutert sind. Phänomene wie zum Beispiel Karosseriedröhnen, die vor allem für Pkws relevant sind, sind hier ausgeklammert.

2.2. Variantenbeherrschung in der Simulation

Einer der wichtigsten Aspekte, die die Entwicklung von Personenkraftwagen von der Entwicklung von Nutzkraftwagen unterscheidet, ist die hohe Vielfalt von Fahrzeugvarianten. Nutzfahrzeuge werden für unterschiedlichste Zwecke eingesetzt und je nach Zweck ändert sich ihr Aufbau mitunter weitreichend. Grundsätzlich können die Einsatzzwecke in Personentransport, Gütertransport und Sonderanwendungen gruppiert werden. Der Personentransport umfasst unterschiedliche Busvarianten für innerstädtischen, Überland- oder Fernverkehr. Analog dazu wird beim Gütertransport zwischen Nah- und Fernlieferverkehr unterschieden. Hinzu kommen traktionsfähige Fahrzeuge für den Transport von Baustoffen, die in unwegsamem Gelände wie Kiesgruben und Baustellen erforderlich sind. Fahrzeuge, die z.B. auf Schneeräumaufgaben spezialisiert sind oder zur Feuerbekämpfung als Löschfahrzeuge eingesetzt werden, fallen unter die Kategorie Sonderanwendungen [114]. Bereits innerhalb der drei Gruppen kann der Fahrzeugaufbau stark variieren, sodass eine durchgängige Absicherung für den Antriebsstrang in Bezug auf Schwingungsphänomene alleine durch den Versuch nicht möglich ist. Die Problematik der hohen Versuchsaufwände unter hohem Zeit- und Kostendruck in der Fahrzeugentwicklung besteht sowohl in der NFZ- als auch in der PKW-Industrie. Schon früh hat sich deshalb die simulative Berechnung dynamischer Vorgänge als potentes Mittel zur Unterstützung von Prototypenbau und Versuch bewiesen. Die Relevanz solcher Hilfsmittel potenziert sich im Nutzfahrzeugsektor zusätzlich aufgrund der erheblich höheren Variantenzahlen.

Auch in der Bewältigung der Entwicklungsaufgaben mit Hilfe der Simulation stellen sich viele Varianten jedoch als Herausforderung dar. Um den Modellbildungs- und Parametrierungsaufwand möglichst gering zu halten, ist eine durchgängige und effiziente Systematik nötig, die höchste Variabilität bei hoher Recheneffizienz ermöglicht. [117] beschreibt, dass drei unterschiedliche Modellierungsweisen für die Dynamiksimulation in der Literatur genutzt werden: Ansätze mit Basiselementen der Mehrkörpersimulation (MKS), Ansätz mit Modellierungselementen (in der Literatur auch als finite-Elemente Ansätze bezeichnet) und modulare Ansätze.

Die MKS arbeitet mit der Beschreibung eines Systems durch massebehaftete Körper, die durch masselose Elemente mit bestimmten Eigenschaften verbunden sind. Die masselosen Elemente beschreiben Steifigkeiten, Dämpfungseinflüsse, äußere Kräfte usw. Auf Basis dieser Körper und Koppelelemente werden Schwingungssysteme wie z.B. der Antriebsstrang eines Fahrzeugs abgebildet. Diese Systeme werden mathematischen Analysen unterzogen, um beispielsweise ihr Schwingungsverhalten zu untersuchen. Dabei geht es meist entweder um ein ganz konkretes System, das untersucht werden soll, oder um eine konkrete Eigenschaft, die für ein beliebiges System analysiert wird. Die meisten wissenschaftlichen Arbeiten, die im vorhergehenden Kapitel zur Beschreibung der Schwingungsphänomene

herangezogen wurden, nutzen diese Modellierungsweise [19], [29], [52]. Die Untersuchung mehrerer konkreter Eigenschaften in Kombination mit unterschiedlichen konkreten Systemen, erfordert entsprechende Modellvarianten. Der Aufwand zur Beschreibung verschiedener Varianten mit Hilfe der MKS ist hoch, da jedes Element eines Modells einzeln definiert und bedatet werden muss.

Um den Aufwand zur Beschreibung von Varianten zu verringern, wurde von [34] oder auch [203] eine Methode vorgestellt, die auf der Zusammenfassung bestimmter wiederkehrender Elementgruppen basiert. Eine solche Elementgruppe umfasst beispielsweise zwei massebehaftete Körper und deren Verbindung mit einem Feder-Dämpferelement. Weitere Gruppen beschreiben Körper, die durch Verzweigungen oder Übersetzungen gekoppelt sind. Diese Elementgruppen werden in der Literatur als finite Elemente [3] bezeichnet und in einer Elementbibliothek abgelegt. Um keine Verwechslung mit der gebräuchlicheren Verwendung der Bezeichnung „finite Elemente“ zuzulassen, werden diese Elemente im Weiteren Modellierungselemente genannt. Zur Erstellung unterschiedlicher Systemvarianten werden die passenden Elemente miteinander verbunden. Dieses Vorgehen erleichtert bereits die Modellbildung für Varianten. Zur Erstellung der Varianten ist allerdings weiterhin genaueste Systemkenntnis vorausgesetzt.

Aus den Modellierungselementen hat sich ein weiterer Ansatz entwickelt, der die Elemente zu Modulen zusammenfasst. Die Module werden aus der physikalischen Topologie der Systeme gebildet und umfassen am Beispiel des Antriebstrangs ganze Funktionsgruppen, wie die Kupplung. Dieser Ansatz bedeutet, dass unterschiedliche Varianten von physikalisch existierenden Einzelkomponenten angelegt werden. Das System wird aus einzelnen Modulen, die als konfigurierte Komponenten vorliegen, erstellt. Für die Untersuchung hoher Variantenzahlen, die auf einer begrenzten Anzahl definierter Einzelkomponenten basiert, ist dies ein sehr effizienter Ansatz. Oft werden auch Kontrollstrukturen und Regelsysteme als gleichwertige Module definiert und können in die Untersuchungen mit eingebunden werden [89]. Zur Erstellung der Module selbst werden in [117] Strukturtemplates und Parametervorlagen benutzt. Damit werden Schnittstellen der Module festgelegt, um ihren Einbau in ein Gesamtsystem sicherzustellen.

Die Ausprägung der Modelle ist stark vom Simulationszweck abhängig. Variantenansätze werden oft genutzt, um über ganze Fahrzeugflotten Verbrauchs-, Emissions- und Performanceuntersuchungen durchzuführen [167], [48], [199], [125]. Im Vergleich zur Simulation von Schwingungsproblemen ist die Zeitskala für Berechnungen von solchen Streckenfahrten und damit auch die Rechenzeit größer. Zugleich sind die Ansprüche an die Modellierungsgenauigkeit geringer. Mit redu-

[3] Ansätze, die sich auf eine Diskretisierung der zu untersuchenden Struktur in finite Elemente stützen, gibt es für unterschiedliche Anwendungen. Am bekanntesten ist die finite Elemente Methode (FEM), die einen Körper in geometrisch einfache und homogene Volumen- oder Flächenelemente unterteilt und daraus Spannungen, Verformungen etc. berechnet. Der hier beschriebene Ansatz basiert zwar auf dem gleichen Prinzip der Diskretisierung in eine endliche Anzahl von Elementen, verweist aber nicht auf die klassische FEM.

zierter Modelldetaillierung kann wiederum Rechenzeit eingespart werden. Diese geringere, erforderliche Komplexität der Modelle erlaubt es, stark generalisierte Modellbibliotheken zu schaffen, die für ein weites Spektrum von Anwendern, wie unterschiedliche Fahrzeughersteller, nutzbar sind. Solche Bibliotheken werden von [139] und [150] vorgestellt.

2.3. Ableitung des Ansatzes

Mit steigenden Anforderungen an die Modellgenauigkeit und hochspezialisierten Komponenten sinken die Möglichkeiten stark verallgemeinerte Modulbasen aus kommerziellen Modellbibliotheken zu verwenden. So wird für die Untersuchung von Schwingungsphänomenen für Nutzfahrzeuganwendungen die Erstellung einer speziellen Modellbibliothek für diese Arbeit als Lösungsansatz abgeleitet.

Aus den beschriebenen Phänomenen werden Detaillierungsgrade für die Bibliotheksmodule definiert, die alle Effekte hinreichend genau darstellen können. Die Schaffung dieser Abstufungen zielt dabei darauf ab, für das jeweilige Simulationsziel nur die nötige Detaillierungstiefe zu verwenden und damit Simulationsaufwand einzusparen. Die zweite Anforderung gilt der Abdeckung der vorhandenen Varianten der Nutzfahrzeuge. Dazu werden koppelbare und parametrierbare Modulvarianten geschaffen.

Zur Verbindung beider Modulvarianten wird eine Modellmatrix aufgespannt. Die Matrix ermöglicht es, sowohl unterschiedliche Fahrzeugvarianten als auch verschiedene Schwingungsphänomene bei jeweils möglichst geringem Simulationsaufwand abzudecken. Zudem kann auf eine derart systematisierte Bibliothek eine Automatisierung aufgesetzt werden, die Berechnungsaufträge über große Variantenzahlen und mehrere Phänomene hinweg abarbeiten kann. Es entsteht eine flottenspezifische Modellbasis, die übersichtlich und effizient Aussagen zu Schwingungsproblemen über alle modellierten Varianten hinweg treffen kann.

3. Grundlagen

Die Simulation von Drehschwingungen in Antriebssträngen mit hohen Anforderungen an die Modellvariabilität erfordert eine Herangehensweise, in der Modellkomplexität und übersichtliches Modellieren vereinbart werden können. Während die grundsätzlichen Zusammenhänge am einfachsten an eindimensionalen Beispielen beschrieben werden können, bietet sich hier für zunehmend komplizierte Schwingungsprobleme die Mehrkörpersimulation als Werkzeug an. Die Beschreibung einzelner Körper und deren Interaktion miteinander erlaubt dabei eine Austauschbarkeit sowohl von ganzen Baugruppen als auch den einzelnen Körpern und deren Verbindungselementen. Die nachfolgenden Erläuterungen widmen sich entsprechend zunächst dem Aufbau eines typischen Antriebsstrangsystems sowie der Beschreibung der Bewegungsdynamik von eindimensionalen bis hin zu mehrdimensionalen Schwingungssystemen. Resultierende Bewegungsgleichungen und Zusammenhänge, sowie die Lösung solcher Probleme können mit Hilfe von Softwarepaketen, wie z.B. SIMPACK, automatisch erstellt und gelöst werden.

Für die Zusammenhänge zwischen den Körpern wird insbesondere auf die Modellierung von Reibungsverhalten und die Modellierung von Bauteilen aus Elastomerwerkstoff eingegangen. Die verwendeten Modelle sind nötig, um die unterschiedlichen Schwingungsphänomene im Antriebsstrang hinreichend gut abzubilden. Diese werden im zweiten Abschnitt nach kurzer Erläuterung ihrer physikalischen Eigenschaften vorgestellt.

Zur Analyse und Interpretation der Simulationsergebnisse stehen für Schwingungsprobleme unterschiedliche Methoden zur Verfügung. Im letzten Abschnitt werden die später verwendeten Verfahren kurz vorgestellt.

3.1. Simulation von Antriebssträngen

Für die Simulation dynamischer Vorgänge werden reale Systeme mit mathematischen Modellen beschrieben, um ihr Verhalten virtuell zu untersuchen. Die Modellbildung erfordert eine Abstraktion der Realität in eine beschreibbare Form. Das resultierende Modell hat dabei nicht den Anspruch, seinem realen Vorbild exakt zu entsprechen, sondern diejenigen Eigenschaften, die im Fokus der Untersuchung stehen, mit ausreichender Genauigkeit und so einfach wie möglich abzubilden. Durch die simulative Betrachtung eines dynamischen Problems ergeben sich im Vergleich zu Analysen am realen System mehrere Vorteile und Möglichkeiten:

- Zugang zu schwer messbaren Größen,
- Vorhersagen zu noch nicht real existierenden Systemen,
- Parameteroptimierungen und Sensitivitätsanalysen und
- Reproduzierbarkeit der Ergebnisse.

Dadurch können in Ergänzung zum realen Versuch die Entwicklungszeit verkürzt, die Kosten reduziert und das Systemverständnis erhöht werden. Der Antriebsstrang ist ein komplexes System, das aus mehreren funktionellen Komponenten zusammengestellt ist. In Abb. 3.1 ist eine Skizze dargestellt, die einen exemplarischen Antriebsstrang für ein Fahrzeug mit einer angetriebenen Hinterachse zeigt. Entsprechend des derzeitig und in der nahen Zukunft häufigsten Aufbaus von Nutzfahrzeugen basieren die Untersuchungen auf einem konventionellen Antriebssystem mit Verbrennungsmotor. Eine Hybridisierung mit elektrischen Zusatzantrieben oder eine vollständige Umstellung auf elektrische Motoren wird im hier entwickelten Modell nicht abgebildet, kann aber als Erweiterung auf der vorgestellten Systematik aufbauen.

Angeschlossen an einen Verbrennungsmotor sind in der Skizze eine Kupplung, ein Schaltgetriebe, eine Gelenkwelle und eine Hinterachse mit einem Achsgetriebe inklusive Differenzial gezeigt. Von dort stellen zwei Steckachsen die Verbindung zu den Rädern her. Über den Kraftschluss der Reifen mit dem Untergrund ist die Fahrzeugmasse mit dem Schwingungssystem Antriebsstrang gekoppelt. Weitere relevante Verbindungen sind die Lagerpunkte, an denen die Komponenten im Fahrzeug aufgehängt sind. In der Abbildung sind beispielhafte Lagerungen als kleine Quadrate mit Kreuz symbolisiert. Zusätzlich zu der Nachgiebigkeit der Lager selbst beeinflusst auch die Elastizität der vor Allem bei Lastkraftwagen üblichen Fahrzeugbasis in Form eines Leiterrahmens die Antriebsstrangdynamik.

Zur Modellierung dynamischer mechanischer Systeme können entweder strukturdiskrete oder strukturkontinuierliche Ansätze herangezogen werden [108]. (Struktur-)kontinuierliche Systeme beruhen auf einer kontinuierlichen Verteilung von Größen wie Masse und Steifigkeiten in einem Körper. Für einfache Struktu-

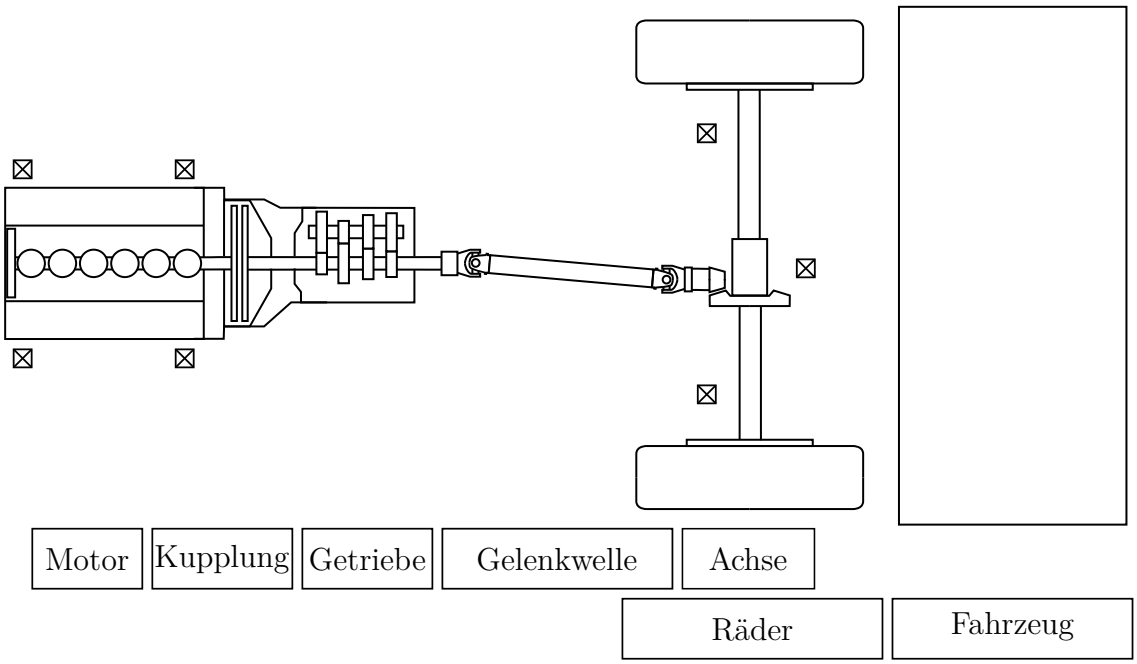


Abbildung 3.1.: Skizze eines exemplarischen Antriebsstrangs für ein Fahrzeug mit einer angetriebenen Hinterachse

ren mit homogenen Eigenschaften können kontinuierliche Ansätze zur Berechnung des Verhaltens aufgestellt und lokal aufgelöst werden. Zur Berechnung von Formen, die komplexe Änderungen in der Geometrie oder anderen Eigenschaften aufweisen, muss allerdings dennoch eine Diskretisierung vorgenommen werden. Resultierende Modelle bestehen aus einer endlichen Anzahl homogener Elemente einfacher Geometrie, die an definierten Knotenpunkten verbunden sind. Dieser Ansatz ist unter dem Begriff der Finite-Elemente-Methode (FEM) bekannt, die zugehörigen Modellgleichungen werden numerisch gelöst [157].

Strukturdiskrete Ansätze beschreiben ein System von vornherein mit Hilfe diskreter Modellbausteine. In der Mechanik und insbesondere in der Mehrkörpersimulation wird ein Schwingungssystem in massebehaftete Körper und masselose Verbindungselemente aufgeteilt. Die Verbindungselemente können zum einen Kraftgesetze enthalten und damit Steifigkeiten, Viskositäten oder äußere Kräfte beschreiben. Zum anderen können die Verbindungselemente die Freiheitsgrade der Körper zueinander einschränken. Im Sinne geringen Rechenaufwandes sind die Körper meist starr. Nachgiebigkeiten innerhalb eines Körpers können durch Zerschneiden und Verbinden der Teilkörper durch entsprechende Kraftgesetze abgebildet werden. In bestimmten Anwendungen, vor allem für Untersuchungen mit höherfrequenten Schwingungseinflüssen, ist es allerdings sinnvoll, flexible Körper in das Modell einzubinden. Dazu werden Ansätze aus der FEM genutzt. Die

Eigenschaften, die in der FEM abgebildet werden, werden mit Hilfe von Projektionsmatrizen aus Eigenformen und weiteren Anteilen approximiert. Die Körper besitzen außerdem eine im Vergleich zur FEM stark reduzierte Anzahl von Knotenpunkten, den Masterknoten, an welchen die Verbindungselemente angreifen.

3.1.1. Simulation von Torsionssystemen

Die vorherrschende Bewegung in Torsionssystemen wie dem Antriebsstrang ist die Rotationsbewegung um die Hauptdrehachse. Viele Schwingungsphänomene können deshalb angenähert durch ein System abgebildet werden, das alle anderen Bewegungsrichtungen vernachlässigt. In einfachster Ausprägung ist ein Torsionsschwingungssystem gerade. Das bedeutet, dass es weder Übersetzungen, noch Verzweigungen oder Zusammenführungen aufweist. Das Beispiel aus Abb. 3.1 besitzt am Getriebe potenziell eine Übersetzung, welche die Eigenschaften der vorhergehenden Komponenten (Trägheiten, Steifigkeiten, etc.) im Vergleich zu den nachfolgenden Komponenten einem Übersetzungsverhältnis unterwirft. Das übersetzte System kann durch ein gerades System ersetzt werden, wenn die Eigenschaften einer Seite der Übersetzung auf den äquivalenten Wert der anderen Seite umgerechnet werden [108]. Der Beispielantriebsstrang enthält außerdem eine Verzweigung, an der das Achsgetriebe mit Differenzial die übertragene Leistung auf zwei Reifen aufteilt. Das verzweigte System kann unter der Voraussetzung durch ein gerades System ersetzt werden, das die Einzelbewegung der Reifen für die Untersuchung keine Rolle spielt und die Bedingungen (bspw. Reibkoeffizient zwischen Reifen und Untergrund) auf beiden Seiten gleich sind. Im Zuge dessen werden die Einzelträgheiten additiv zusammengefasst und Elastizitäten, Viskositäten etc. können durch eine Parallelschaltung ermittelt werden. Soll die translatorische Bewegung des Fahrzeugs im System mitbetrachtet werden, so muss das Schwingungssystem um eine weitere Drehmasse mit Koppelung erweitert werden. Für diese Betrachtung liegt nicht nur eine Verzweigung, sondern eine Vermaschung des Systems vor, da die Verzweigung am Differenzial wieder zur Bewegung einer einzelnen Komponente zusammengeführt wird. Abb. 3.2 zeigt eine Skizze eines beliebigen geraden Torsionsschwingungssystems mit n Torsionsmassen. Die Torsionsmassen mit den entsprechenden Rotationsträgheiten J_i mit $i = 1, ..., n$ sind jeweils durch eine Parallelschaltung eines Feder- und eines Dämpferelements miteinander verbunden. Die Bezeichnungen k_i und c_i mit $i = 1, ..., n-1$ beschreiben deren Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften. Am System Ein- und Ausgang ist jeweils ein externes Torsionsmoment T_0 bzw. T_n aufgebracht.

Für die Relativverdrehungen φ_i mit $i = 1, ..., n$ der jeweiligen Torsionsmassen und ihre Ableitungen $\dot{\varphi}_i$ und $\ddot{\varphi}_i$ können die Bewegungsgleichungen in Matrizenform wie in Gl. 3.1 formuliert werden, siehe auch [43].

$$\boldsymbol{J}\ddot{\boldsymbol{\varphi}} + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{\varphi}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{T} \tag{3.1}$$

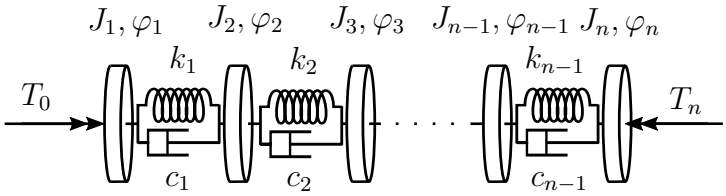


Abbildung 3.2.: Skizze eines linearen Torsionsschwingungssystems mit n Torsionsmassen und n-1 Feder-/ Dämpferelementen

wobei sich die einzelnen Anteile aus Gl. 3.1 wie folgt zusammensetzen:

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & & \dots & & 0 \\ 0 & J_2 & & & & \\ & & J_3 & & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & & \\ & & & & J_{n-1} & 0 \\ 0 & & \dots & & 0 & J_n \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{\varphi} = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \vdots \\ \varphi_{n-1} \\ \varphi_n \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} T_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -T_n \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & & & & \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & & & \\ & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & -c_{n-2} & c_{n-2} + c_{n-1} & -c_{n-1} \\ & & & & -c_{n-1} & c_{n-1} \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & & & & \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & & & \\ & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & -k_{n-2} & k_{n-2} + k_{n-1} & -k_{n-1} \\ & & & & -k_{n-1} & k_{n-1} \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

3.1.2. Simulation von Mehrkörpersystemen

In einem allgemeinen Mehrkörpersystem (MKS) kann jeder starre Körper zunächst sechs Freiheitsgrade besitzen, die ggf. durch Verbindungselemente eingeschränkt werden. Mit weiteren Bewegungsfreiheitsgraden wird auch die Bestimmung der Lage der Körper komplexer. Zur Beschreibung werden deshalb zusätzlich zu einem globalen Koordinatensystem körperfeste lokale Koordinatensysteme eingeführt.

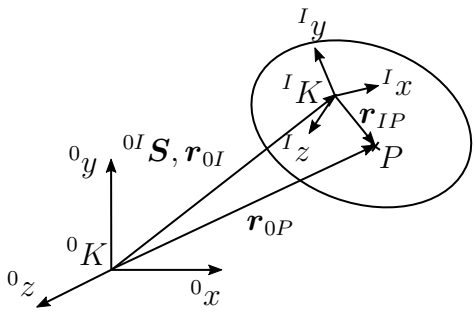


Abbildung 3.3.: Skizze eines raumfesten und eines körperfesten Koordinatensystems zu einem Körper

Abb. 3.3 zeigt zwei kartesische, also orthogonal rechtshändige Koordinatensysteme. Das raumfeste globale Inertialsystem wird mit ^0K bezeichnet, ^IK ist ein lokales System auf einem Körper. Der Referenzpunkt I ist der Ursprung des Systems ^IK. Seine Position ist vom Ursprung des globalen Koordinatensystems O aus durch den Ortsvektor $\boldsymbol{r}_{0I}$ beschrieben. Durch die Matrix $^{0I}\boldsymbol{S} = {}^{I0}\boldsymbol{S}^T$ ist die Transformation der Koordinaten von Vektoren beschrieben in ^IK nach ^0K festgelegt. Ein Punkt P auf dem Körper kann durch den Ortsvektor $^0\boldsymbol{r}_{0P} = \begin{bmatrix} ^0r_{0P,x} & ^0r_{0P,y} & ^0r_{0P,z} \end{bmatrix}^T$ im globalen Koordinatensystem dargestellt werden. Über die Beschreibung des Punktes P im lokalen Koordinatensystem ^IK ergibt sich der Ortsvektor durch Transformation mit der Matrix nach Gl. 3.5 wie folgt:

$$\begin{aligned} ^0\boldsymbol{r}_{0P} &= {}^0\boldsymbol{r}_{0I} + {}^0\boldsymbol{r}_{IP} \\ ^0\boldsymbol{r}_{0P} &= {}^0\boldsymbol{r}_{0I} + {}^{0I}\boldsymbol{S}\ {}^I\boldsymbol{r}_{IP} \end{aligned} \tag{3.5}$$

Für die Beschreibung der Orientierung eines Körpers gibt es eine Reihe an Möglichkeiten. Die Verdrehung eines Koordinatensystems kann durch aufeinanderfolgende Elementardrehungen definiert werden. Dazu muss eine Drehreihenfolge festgelegt werden. In der Fahrzeugtechnik werden meist sogenannte Kardan-Winkel verwendet, welche der Reihe nach um die aktuellen, mitgedrehten Achsen x, y, z oder z, y, x drehend beschrieben werden. Andere Beschreibungen der Orientierung, wie mit anderer Drehreihenfolge (z.B. Euler-Winkel), mit Euler-Parametern oder mit Quaternionen können in [8] nachgelesen werden. Aus dem Ortsvektor $^0\boldsymbol{r}_{0P}$ kann durch Zeitableitung die Geschwindigkeit $^0\dot{\boldsymbol{r}}_{0P} = {}^0\boldsymbol{v}_{0P}$ und durch erneutes Ableiten die Beschleunigung $^0\dot{\boldsymbol{v}}_{0P} = {}^0\boldsymbol{a}_{0P}$ des Punktes P in Bezug auf das Inertialsystem berechnet werden. Die Winkelgeschwindigkeit kann durch die Ableitung der Drehmatrix als schiefsymmetrischer Tensor $^0\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{0I} = {}^{0I}\dot{\boldsymbol{S}}^{0I}\boldsymbol{S}^T$ dargestellt werden, bzw. können ihre Komponenten im Vektor $^0\boldsymbol{\omega}_{0I}$ geschrieben werden, sodass $\tilde{\boldsymbol{\omega}}\boldsymbol{r} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}$ gilt. Die Zeitableitung von $^0\boldsymbol{\omega}_{0I}$ ergibt die Winkelbe-

schleunigung ${}^0\dot{\boldsymbol{\omega}}_{0I}$. Genaueres zu den Zeitableitungen der Vektoren kann in [149] oder [201] nachgelesen werden. Damit können für einen starren Körper mit der Masse m und dem Trägheitstensor ${}^I\boldsymbol{T}_S$ folgende Bewegungsgleichungen aus dem Impulssatz und dem Drallsatz, die auf Newton [129] und Euler [49] zurückgehen, entwickelt werden:

$$\begin{aligned} m\,{}^0\dot{\boldsymbol{v}}_{0S} &= {}^0\boldsymbol{F} \\ {}^I\boldsymbol{T}_S\,{}^I\dot{\boldsymbol{\omega}}_{0I} &= {}^I\boldsymbol{M}_S - {}^I\boldsymbol{\omega}_{0I} \times {}^I\boldsymbol{T}_S\,{}^I\boldsymbol{\omega}_{0I} \end{aligned} \tag{3.6}$$

Im Kraftvektor ${}^0\boldsymbol{F}$ sind alle angreifenden eingeprägten und Reaktions-Kräfte zusammengefasst, ${}^I\boldsymbol{M}_S$ enthält die eingeprägten und Reaktions-Momente, die am Schwerpunkt des Körpers wirken. Während der Impulssatz im Inertialkoordinatensystem O beschrieben wird, ist der Drallsatz in Bezug auf ein körperfestes Koordinatensystem I notiert. Vom Koordinatensystem O aus ändert sich bei einer Drehbewegung die Belegung des Trägheitstensors mit der Zeit. Wird der Trägheitstensor im körperfesten Koordinatensystem angegeben, so hängt er nicht von der Zeit ab. Das erleichtert dessen Bestimmung erheblich.

Mit der Beschreibung der Orientierung über Kardan-Winkel $\boldsymbol{\varphi}_i = \left[\varphi_{i,1}\varphi_{i,2}\varphi_{i,3}\right]^T$ kann die Lage[1] eines Körpers i auch in einem Vektor $\boldsymbol{q}_i = \left[\boldsymbol{r}_i{}^T\boldsymbol{\varphi}_i{}^T\right]^T = \left[\boldsymbol{x}_{i,1}{}^T\boldsymbol{x}_{i,2}{}^T\right]^T$ zusammengefasst werden. Dieser Vektor wird als Vektor verallgemeinerter Koordinaten bezeichnet. Die Namensgebung gründet darauf, dass es sich dabei nicht um kartesische Koordinaten handeln muss. Verallgemeinerte Koordinaten dienen dazu, die Lage eines Körpers so einfach wie möglich zu beschreiben, dabei können auch krummlinige Koordinaten wie Zylinderkoordinaten verwendet werden. Mit sechs verallgemeinerten Koordinaten kann die Lage eines starren Körpers vollständig beschrieben werden [161].

In einem MKS haben die Körper untereinander entweder kinematische Bindungen, die ihre Freiheitsgrade einschränken, oder werden über Kraftgesetze gekoppelt, wobei diese die Freiheitsgrade nicht einschränken. Die kinematischen Bindungen zwischen zwei Körpern werden als Gelenke bezeichnet. Die Bindungen eines Gelenks können einerseits die Änderung der Lage eines Körpers einschränken. Daraus folgt, dass sowohl Einschränkungen für die Verschiebungen als auch für die Geschwindigkeiten des Körpers gemacht werden, in diesem Falle heißen die Bindungen holonom. Der Vollständigkeit halber sei für nicht-holonome Bindungen auf [201] verwiesen, sie sind für den weiteren Verlauf der Arbeit aber nicht relevant.

Für die Beschreibung der Kinematik eines Systems aus Körpern haben sich zwei Ansätze etabliert. Der erste beschreibt die Bewegung jedes Körpers vollständig in sogenannten absoluten oder redundanten Koordinaten. Dabei werden für jeden

[1] *Lage* wird hier als umfassender Begriff für Position und Orientierung verwendet.

starren Körper sechs Freiheitsgrade berücksichtigt, die implizit in den Bindungsgleichungen wieder eingeschränkt werden. Die Bewegungsgleichungen eines gebundenen MKS resultieren dann in einem System aus Differenzial-Algebraischen Gleichungen (DAE). Der zweite Ansatz basiert auf Minimalkoordinaten, welche nur die unabhängigen Koordinaten der Körper beinhalten. Damit werden nur die tatsächlichen ungebundenen Freiheitsgrade des Systems berücksichtigt. Für dieses Vorgehen gibt es relevante Unterschiede in der Topologie eines Systems:

- Offene Systeme: Baum- oder Kettenstruktur
- Geschlossene Systeme mit kinematischer Schleife

Ein wichtiges Merkmal eines offenen Systems ist, dass es jedem Körper genau ein Gelenk zugeordnet wird. Wird ein offenes System an beliebiger Stelle aufgetrennt, entstehen zwei eigenständige Systeme. Für solche Strukturen sind die unabhängigen Minimalkoordinaten der kleinstmögliche Satz an Koordinaten. Mit diesen können die Bewegungsgleichungen in Form eines Gleichungssystems gewöhnlicher Differenzialgleichungen (ODE) aufgestellt werden. Geschlossene Systeme besitzen kinematische Schleifen, also Kopplungen der Körper, die Ringschlüsse in einem System erzeugen. Für jede kinematische Schleife gibt es ein zusätzliches Gelenk. Wird eine kinematische Schleife aufgetrennt, so entsteht ein System (oder Teilsystem bei mehreren Schleifen) in Baumstruktur. Die Relativkoordinaten eines geschlossenen Systems sind nicht alle unabhängig und deshalb auch keine Minimalkoordinaten. Zur Darstellung eines geschlossenen Systems in Minimalkoordinaten müssen die Relativkoordinaten noch weiter reduziert werden, was unter Umständen sehr komplex sein kann. Alternativ ist es möglich, die kinematischen Schleifen aufzutrennen, das System in Form der entstehenden Baumstruktur mit Minimalkoordinaten zu beschreiben und zusätzlich eine Schließbedingung an der Schnittstelle einzuführen. Dies führt in der Folge zu einem System Differenzial-Algebraischer Gleichungen. Die Anzahl der Schließbedingungen entspricht den algebraischen Gleichungen des Systems.

Systeme aus DAE sind numerisch vergleichsweise aufwändig zu lösen. Für offene Systeme ist damit die Lösung der Bewegungsgleichungen in Relativkoordinaten effizienter als in redundanten Koordinaten. Auch bei Systemen mit kinematischer Schleife ist die Formulierung in Relativkoordinaten in der Regel von Vorteil, da die Anzahl der algebraischen Gleichungen geringer ist als für Absolutkoordinaten. Der Vorteil für die Modellierung in redundanten Koordinaten liegt im geringeren Aufwand in der Gleichungserstellung, da keine Besonderheiten wie das Aufschneiden von Bindungen berücksichtigt werden müssen.

Um die Bewegungsgleichungen in relativen Koordinaten effizient aufzustellen, gibt es unterschiedliche Ansätze. Sie werden als Prinzipe der Mechanik / Dynamik [157] [149] [201] bezeichnet. Für die automatisierte Generierung der Gleichungen von MKS in kommerziellen Softwarepaketen sind vor allem das Prinzip

von D'Alembert [38] und das Jourdainsche Prinzip relevant [92]. Beide wurden aus dem Prinzip der virtuellen Arbeit abgeleitet und basieren darauf, dass durch Reaktionskräfte in Bindungen keine Arbeit bzw. keine Leistung verrichtet wird. Für die Lösung der Gleichungen sehr effizient sind außerdem die Lagrange Gleichungen zweiter Art, da sie die Reaktionskräfte in den Gelenken von vornherein eliminieren. Allerdings ist die Lagrange-Funktion nicht immer leicht aufzustellen und deshalb für die Automatisierung weniger gut geeignet. Andere Prinzipien, wie das Hamiltonsche Prinzip, das Gausssche Prinzip oder das Prinzip der minimalen potentiellen Energie können ebenfalls zur Eliminierung der Reaktionskräfte verwendet werden, sind aber aufgrund ihrer schlechteren Automatisierbarkeit in kommerziellen Programmen unüblich [149].

Aus den Grundgleichungen und dem Prinzip von D'Alembert können für ein holonomes System in Baumstruktur folgende globale Bewegungsgleichungen in den im Vektor $\boldsymbol{y}$ zusammengefassten Minimalkoordinaten aufgestellt werden:

$$\boldsymbol{M}\left(\boldsymbol{y}, t\right) \ddot{\boldsymbol{y}} + \boldsymbol{k}_c\left(\boldsymbol{y}, \dot{\boldsymbol{y}}, t\right) = \boldsymbol{k}_e\left(\boldsymbol{y}, \dot{\boldsymbol{y}}, t\right) \tag{3.7}$$

Dabei enthält die verallgemeinerte Massenmatrix $\boldsymbol{M}\left(\boldsymbol{y}, t\right)$ die Massen und Trägheitsanteile aller Körper des Systems, $\boldsymbol{k}_c\left(\boldsymbol{y}, \dot{\boldsymbol{y}}, t\right)$ fasst die Zentrifugal- und Kreiselterme, sowie die Corioliskräfte zusammen und der Vektor $\boldsymbol{k}_e\left(\boldsymbol{y}, \dot{\boldsymbol{y}}, t\right)$ enthält die eingeprägten Kräfte und Momente. Die Bewegungsgleichungen für freie Systeme und Systeme mit nicht-holonomen Bindungen unterscheiden sich in der Wahl der Koordinaten. Damit ändern sich auch die übrigen Terme der Bewegungsgleichungen entsprechend durch die Zuordnung zu den Koordinaten. Genaueres ist in [201] oder [157] nachzulesen. Das Gleichungssystem besteht aus ODE, welche numerisch gelöst werden können.

Liegt ein holonomes System mit kinematischer Schleife vor, ist eine mögliche Lösung des Problems das Aufschneiden der Schleife und die Einführung einer Schließbedingung. Mit der algebraischen Schließbedingung

$$\boldsymbol{c}\left(\boldsymbol{y}, t\right) = 0 \tag{3.8}$$

kann das Gleichungssystem für die Minimalkoordinaten y der aufgeschnittenen Baumstruktur aufgestellt werden:

$$\boldsymbol{M}\left(\boldsymbol{y}, t\right) \ddot{\boldsymbol{y}} + \boldsymbol{k}_c\left(\boldsymbol{y}, \dot{\boldsymbol{y}}, t\right) - \boldsymbol{C}^T \boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{k}_e\left(\boldsymbol{y}, \dot{\boldsymbol{y}}, t\right). \tag{3.9}$$

Dabei ist $\boldsymbol{\lambda}$ der Vektor der Lagrange Multiplikatoren. Die Matrix $\boldsymbol{C}$ enthält die partiellen Ableitungen der Schließbedingungen nach den Minimalkoordinaten der aufgeschnittenen Struktur:

$$\boldsymbol{C} = \frac{\partial \boldsymbol{c}}{\partial \boldsymbol{y}} \tag{3.10}$$

Es resultiert ein DAE-System, das z.B. durch Indexreduktion auf ein System von ODE zurückgeführt und dann numerisch gelöst werden kann. Zu beachten ist, dass die oben genannten Gleichungen nur für ideale, konservative Systeme gelten. Nichtideale Systeme, in denen es z.B. Reibung gibt, weisen eine Koppelung der Bewegungsgleichungen mit den Reaktionsgleichungen auf [157]. Zur Berechnung müssen die Gleichungen simultan gelöst werden, was aufwendiger, aber möglich ist.

3.2. Beschreibung bestimmter physikalischer Eigenschaften

Oft wird für die Kraftgesetze zwischen diskreten Körpern in der MKS vereinfachend lineares Verhalten angenommen. Diese Annahme ist i.d.R. nur in gewissen Grenzen gültig. Für das Verformungsverhalten von metallischen Werkstoffen, insbesondere Stahl, oder konstruktiv beabsichtigten Nachgiebigkeiten, wie z.B. linear konstruierte Stahlfedern, werden diese Grenzen im Allgemeinen eingehalten, sodass die Näherungen nur geringfügig von der Realität abweichen. Es existieren aber Vorgänge und Materialien, die entweder nur in einem sehr kleinen Bereich lineares Verhalten aufweisen oder funktionsbedingt aus dem linearen Bereich herausgeführt werden. Wenn diese Fälle für das abzubildende dynamische Verhalten relevant sind, müssen nichtlineare Kraftgesetzte formuliert werden.

Im folgenden Kapitel werden zwei Fälle nichtlinearen Verhaltens beschrieben, die relevanten Einfluss auf das dynamische Verhalten im Antriebsstrang haben. Um die Wahl der Modellierung für die spätere Anwendung ersichtlich zu machen, werden grundlegendes Verhalten, Abhängigkeiten und Modellierungsansätze vorgestellt. Im ersten Abschnitt werden die Eigenschaften von Elastomeren beschrieben. Dieser Werkstoff wird im Antriebsstrang vor allem zur Lagerung, speziell in der Aggregatelagerung und dem Gelenkwellenzwischenlager, aber auch in der Achslagerung, verwendet. Im zweiten Abschnitt sind Verhalten und Modellierung von Reibung dargestellt. Reibung ist in den meisten realen Vorgängen präsent, eine detaillierte Modellierung ist am Antriebstrang insbesondere im Reibschluss der Kupplung und im Längenausgleich der Gelenkwelle relevant.

3.2.1. Elastomerwerkstoffe

Die dynamischen Eigenschaften eines Fahrzeugs sind maßgeblich von den Werkstoffen bestimmt, aus welchen seine Bauteile bestehen. Im Triebstrang eines Nutz-

fahrzeugs ist ein hoher Anteil dieser Bauteile aus metallischen Werkstoffen gefertigt. Für bestimmte Elemente kommen aber andere Stoffe zum Einsatz, deren Eigenschaften gezielt zur Beeinflussung des Triebstrangverhaltens genutzt werden können. Besonders häufig werden Elastomere eingesetzt, die eine Art der Polymerwerkstoffe sind. Umfassende Grundlagen zur Physik von Polymeren sind z.B. in [178] oder [158] zu finden.

Polymere bestehen aus langen Molekülketten, die sich durch chemische Reaktionen aus kurzen gleichartigen Molekülbausteinen, den Monomeren, zusammensetzen. Abhängig von der resultierenden Molekülstruktur können sie in drei Gruppen unterschieden werden [147]. Sind die Molekülketten untereinander nicht vernetzt, wird das Polymer als Thermoplast bezeichnet. Liegt eine chemische Vernetzung zwischen den Polymerketten vor, wird zwischen engvernetzten Polymeren, den Duroplasten, und weitmaschig vernetzten Strukturen, den Elastomeren, unterschieden.

Elastomerwerkstoffe kommen meist als mehrphasige Materialien zum Einsatz. Üblicherweise setzen sie sich aus dem Polymergrundstoff Kautschuk, einem Füllmaterial, z.B. Ruß, und weiteren Additiven zusammen. Die weitmaschige Vernetzung der Kautschuk-Molekülketten wird durch einen chemischen Umwandlungsprozess, die Vulkanisation, erzeugt. Diese Molekülstruktur bedingt die grundsätzlichen Eigenschaften, die das Elastomer als technischen Werkstoff auszeichnen, allen voran die hohe Elastizität, die auch bei großen Deformationen erhalten bleibt. Durch das Füllmaterial und seinen Anteil im Material kann Einfluss auf die mechanischen Eigenschaften des Werkstoffs genommen werden, insbesondere auf Steifigkeit und Festigkeit [53]. Weitere Eigenschaften, wie Alterungsverhalten oder Verarbeitungsfähigkeit, können durch zusätzliche Additive beeinflusst werden [152].

Für die Beschreibung der Eigenschaften eines Elastomers werden oft Methoden aus der linearen Viskoelastizitätstheorie verwendet. Viele Eigenschaften von Elastomeren können damit meist im Bereich kleiner Deformationen näherungsweise gut abgebildet werden. Zu beachten ist, dass sich gefüllte Elastomere eigentlich nichtlinear viskoelastisch verhalten, weshalb auch für kleine Deformationen die Ansätze aus der linearen Viskoelastizität nur Näherungen darstellen. Details zur linearen Viskoelastizität können z.B. in [67] nachgelesen werden.

Wie bei [110] verwendet, ergibt sich unter der Annahme linearer Viskoelastizität für eine dehnungsgesteuerte harmonische Anregung der Dehnung

$$\epsilon\left(t\right) = \Delta\epsilon\, e^{i\omega t} \tag{3.11}$$

mit der Kreisfrequenz ω und der Dehnungsamplitude $\Delta\epsilon$ die Spannungsantwort

$$\sigma(t) = G^*(i\omega)\,\epsilon(t)\,. \tag{3.12}$$

Dabei ist G^* der komplexe dynamische Modul. Zur Charakterisierung werden vor allem dessen Realteil $G'(\omega)$, auch Speichermodul, und Imaginärteil $G''(\omega)$, der Verlustmodul, verwendet. Der Verlustmodul verhält sich proportional zur Energie, die in jedem Belastungszyklus dissipiert wird [110]. Alternativ werden auch Betrag $|G|$ und Phase δ des dynamischen Moduls bestimmt [12]. Für spannungsgesteuerte Anregungen werden äquivalent die komplexe dynamische Nachgiebigkeit $J^*(i\omega)$ sowie Speichernachgiebigkeit $J'(\omega)$ und Verlustnachgiebigkeit $J''(\omega)$ verwendet.

Um die relevanten Eigenschaften eines Elastomers in der Simulation richtig abzubilden, ist es notwendig, einen Überblick über das Verhalten des Werkstoffs und die Abhängigkeiten der Zustände zu besitzen. Zu diesem Zweck werden im Folgenden die Besonderheiten von Elastomeren kurz aufgeführt. Da zur Klärung von Ursachen der Eigenschaften ein sehr viel tieferer Einstieg in die Thematik nötig wäre, als es an dieser Stelle möglich ist, wird im Weiteren primär auf die phänomenologische Beschreibung der Eigenschaften eingegangen.

Die schon erwähnte hohe Elastizität in Form großer Dehnungen bei kleinen Spannungen von Elastomeren wird auch als „*Gummielastizität* “bezeichnet. In [110] ist beschrieben, dass für einen typischen Referenz-Elastomerwerkstoff im Druckbereich höhere Spannungen als im Zugbereich auftreten und generell stark nichtlineares Verhalten unter monotoner Zug- und Druckbelastung zu erkennen ist. Außerdem wird eine *nichtlineare Geschwindigkeitsabhängigkeit* (für zyklische Versuche Frequenzabhängigkeit) gezeigt, die bei höheren Dehnraten höhere Spannungen hervorbringt.

Bei gehaltener Dehnung stellt sich eine *Relaxation* der Spannung ein [110]. Dabei nimmt die Spannung in der Probe ab und relaxiert auf einen Gleichgewichtszustand. Mit ausreichend großen Relaxationszeiten können im Versuch die Gleichgewichtszustandspunkte angenähert bestimmt werden. Durch die Verbindung dieser Punkte für unterschiedliche Dehnungen kann eine Gleichgewichtskennlinie bestimmt werden, die laut [110] annähernd zeitunabhängig ist.

Eine weitere Eigenschaft von Elastomeren wird durch den *Mullins-Effekt* beschrieben [126]. Dieser stellt sich als Entfestigung des Materials bei zyklischer Beanspruchung dar. In Experimenten von [110] wird gezeigt, dass sich bei zyklischer Auslenkung mit konstanter Dehnungsamplitude die Spannungsamplitude zyklisch auf einen stationären Wert hin abnimmt. Laut [74] gilt dies gleichermaßen für gefüllte und ungefüllte Elastomere. Die Entfestigung ist [159] zufolge nur unter erhöhter Temperatur näherungsweise auf den Ausgangszustand zurückführbar.

Auch der *Payne-Effekt* stellt eine Entfestigung des Werkstoffes dar. Die Änderung der Festigkeit steht hier in Abhängigkeit von der Amplitude bei zyklischer Belastung. [133] zeigt in Messungen eine Abnahme des Speichermoduls über der Dehnungsamplitude, während der Verlustmodul von sehr kleinen Dehnungen zu-

erst auf einen Maximalwert anwächst und dann wieder abfällt, siehe Abb. 3.4. Das Verhalten tritt nur und zunehmend mit der Füllung in Elastomerwerkstoffen, insbesondere bei Rußfüllung, auf [188].

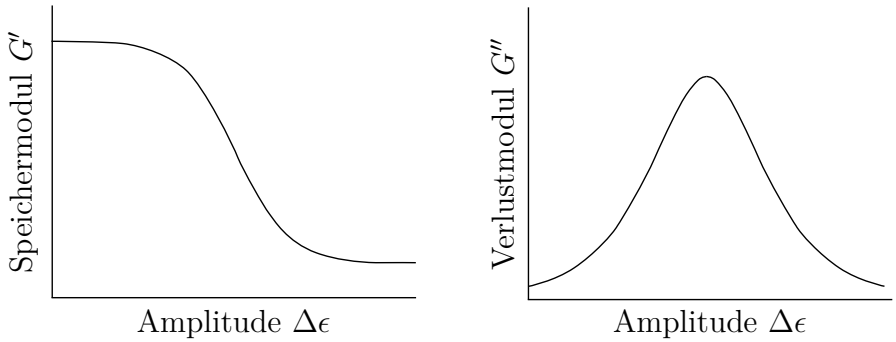


Abbildung 3.4.: Speicher- und Verlustmodul eines Elastomers unter zyklischer Belastung: Amplitudenabhängigkeit

Ein Merkmal, welches gleichermaßen für alle Polymere auffällig ist, ist ein Temperaturbereich, in welchem eine besonders starke Änderung der Materialeigenschaften stattfindet. Dieser Bereich wird als *Glasübergangsbereich* bezeichnet [178]. Unterhalb dieses Bereiches befindet sich das Material im Glaszustand, der sich durch eine hohe Steifigkeit und geringe Dämpfung auszeichnet. Der Bereich oberhalb des Glasübergangs wird als gummielastischer Zustand bezeichnet, hier weist das Elastomer eine um ein Vielfaches geringere Steifigkeit auf. Die Dämpfung hat im Übergangsbereich ihr Maximum und fällt von dort in Richtung größerer Temperaturen auf einen Wert größer als unterhalb des Glasübergangs ab. Elastomere werden im gummielastischen Bereich oberhalb des Glasübergangs eingesetzt und sind im höheren Temperaturbereich durch die Zersetzungstemperatur limitiert [127].

Auch die Elastizität im gummielastischen Bereich zeigt eine relevante Abhängigkeit von der Temperatur. In [110] wird beschrieben, dass das Konstant-Halten einer Dehnung bei einer Zugprobe eine Kraft erfordert, die näherungsweise linear mit der Temperatur zunehmend beschrieben werden kann. Die Eigenschaft wird in der Modellierung über die Beschreibung der Entropie berücksichtigt und wird deshalb mit *Entropieelastizität* betitelt. Für sehr geringe Dehnungen dreht sich der Effekt um, dies wird als thermoelastische Inversion bezeichnet [110]. Weitere temperaturabhängige Verhaltensmerkmale sind ebenfalls in [110] zusammengetragen.

Zudem gibt es zahlreiche Alterungseinflüsse, die hier nicht genauer beschrieben werden, aber z.B. in [45] nachgelesen werden können.

Zusammengefasst wurden folgende Merkmale, die typisch für Elastomerwerkstoffe sind, zusammengetragen, siehe auch [110]:

- Nichtlineare Elastizität
- Nichtlineare Geschwindigkeitsabhängigkeit
- Relaxationsverhalten mit Gleichgewichtskennlinie
- Mullins-Effekt
- Payne-Effekt
- Glasübergang
- Temperaturabhängigkeit
- Alterungsabhängigkeit

Dabei wurden die Effekte bevorzugt, die zum einen für die spätere Anwendung im Modell und Versuch besonders relevant sind und zum anderen im gewählten Umfang umsetzbar sind. Vor allem unter dem Punkt „Temperaturabhängigkeit“ und „Alterungsabhängigkeit“ sind sehr große Gebiete zusammengefasst, die in den nachfolgenden Kapiteln gemäß der definierten Randbedingungen ausgeklammert werden.

Zur Modellierung des Materialverhaltens von Elastomeren gibt es beliebig komplexe Ansätze. Die Rheologie befasst sich nach [64] mit vier unterschiedlichen Gebieten: der Beschreibung, Erklärung, Messung und Anwendung des Verhaltens materieller Werkstoffe unter Verformung. Zur Beschreibung, auch phänomenologische Rheologie genannt [64], werden rheologische Grundelemente verwendet, die idealisierte Eigenschaften besitzen. Diese Elemente umfassen ein Hookesches Federelement mit linearen Steifigkeitseigenschaften, ein Newtonsches Dämpfungselement, welches linear viskoses Verhalten aufweist und ein St.-Venant-Element, welches plastisches Stoffverhalten aufweist [145], [115]. Aus diesen Elementen werden durch Reihen- und Parallelschaltung unterschiedliche rheologische Modelle gebildet. Die Grundelemente und ihre mathematische Beschreibung sind in Tab. 3.1 dargestellt.

In erster Näherung gibt es für Elastomere Grundmodelle, die deren Verhalten auf Basis linearer Viskoelastizität abbilden. Nach [76] können durch die lineare Viskoelastizität die Phänomene Kriechen bzw. Relaxation, Ratenabhängigkeit der Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften, sowie ratenabhängige Hystereseeffekte abgebildet werden. Obwohl diese Modelle insbesondere für Elastomere mit Rußfüllung und größeren Deformationen oft zur Beschreibung nicht ausreichen, demonstrieren sie die Basis zum Verständnis der rheologischen Modellierung. Im Folgenden werden deshalb kurz zwei fundamentale Basismodelle vorgestellt, um beispielhaft die resultierenden Gleichungen der Modelle zu demonstrieren. Genauer soll an dieser Stelle nicht in die Modellierung eingestiegen werden, vertiefte Informationen liefern beispielsweise [75], [101], [17].

Ein simples Basismodell stellt das Maxwell-Modell dar, wie es in Abb. 3.5 zu sehen ist.

Es besteht aus der Reihenschaltung eines Feder-Elements mit einem Dämpfer-Element. Mit der Spannungsgleichheit in der Reihenschaltung kann für die Span-

Tabelle 3.1.: Grundelemente der Modellierung in der phänomenologischen Rheologie

Hookesches Element (Feder-Element)	Newtonsches Element (Dämpfer-Element)	St.-Venant Element (Plastisches / Reib-Element)
E	η	σ_V
$\sigma = E\epsilon$	$\sigma = \eta\dot{\epsilon}$	$\sigma = \sigma_V sign\,(\dot{\epsilon})$
		$sign\,(\dot{\epsilon}) = \begin{cases} +1 & ;\text{für } \dot{\epsilon} > 0 \\ 0 & ;\text{für } \dot{\epsilon} = 0 \\ -1 & ;\text{für } \dot{\epsilon} < 0 \end{cases}$

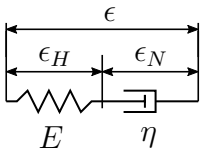


Abbildung 3.5.: Maxwell-Modell: Basismodell der Modellierung linearer Viskoelastizität

nung σ aus der Deformation des linearen Federelements bzw. aus dem Dämpferelement berechnet werden, siehe auch [143]:

$$\sigma = E\epsilon_H = \eta\dot{\epsilon}_N, \tag{3.13}$$

wobei sich die Gesamtdehnung ϵ aus dem elastischen Anteil ϵ_H und dem inelastischen Anteil ϵ_N zusammensetzt

$$\epsilon = \epsilon_H + \epsilon_N. \tag{3.14}$$

Aus diesen Zusammenhängen lässt sich die Differentialgleichung für die Spannung ableiten

$$\dot{\sigma} + \frac{E}{\eta}\sigma = E\dot{\epsilon}. \tag{3.15}$$

Dieses Elementmodell kann die Relaxation eines Materials mit einer Relaxationszeit von $T_R = \eta E^{-1}$ abbilden. Für die Abbildung anderer Effekte reicht das Maxwell-Element allein nicht aus. In einer Erweiterung des Maxwell-Elements wird im Zener-Modell [44] (auch Dreiparameter-Modell [75]) eine Parallelschaltung des Maxwell-Modells mit einem weiteren Feder-Element gebildet. Daraus ergeben sich folgende Beziehungen für das Modell:

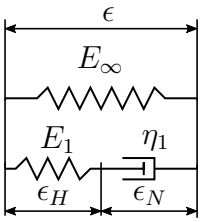


Abbildung 3.6.: Zener-Modell

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_\infty = E_1\epsilon_H + E_\infty\epsilon = \eta_1\dot{\epsilon}_N + E_\infty\epsilon \tag{3.16}$$

$$\dot{\epsilon}_N = \frac{1}{\eta_1}\left(\sigma - E_\infty\epsilon\right) \tag{3.17}$$

$$\dot{\sigma} + \frac{E_1}{\eta_1}\sigma = \left(E_1 + E_\infty\right)\dot{\epsilon} + \frac{E_1}{\eta_1}E_\infty\epsilon \tag{3.18}$$

Das Zener-Modell beschreibt viele viskoelastische Eigenschaften, die bei Versuchen mit Elastomeren beobachtet werden. Für sehr kleine Dehnraten nähert sich das Verhalten der linearen Gleichgewichtskennlinie der parallelen Feder mit dem Modul E_∞ an

$$\sigma\left(t\right) = E_\infty\epsilon, \tag{3.19}$$

Bei dynamischem Verhalten produziert das Maxwell-Element die Überspannung des Modells, also die Differenz zur Gleichgewichtsspannung. Für sehr schnelle Deformationen nähert sich die Spannung dem spontanen Hookeschen Gesetze an

$$\sigma\left(t\right) = \left(E_1 + E_\infty\right)\epsilon. \tag{3.20}$$

Eine harmonische Anregung führt wie weiter oben bereits angesprochen auf eine

Beschreibung der Eigenschaften mit Hilfe dynamischer Moduli. Das Zener-Modell zeigt dabei die in der linearen Viskoelastizität abbildbare Geschwindigkeitsabhängigkeit. In Anlehnung an [85] ist das Modellverhalten in Abb. 3.7 qualitativ skizziert.

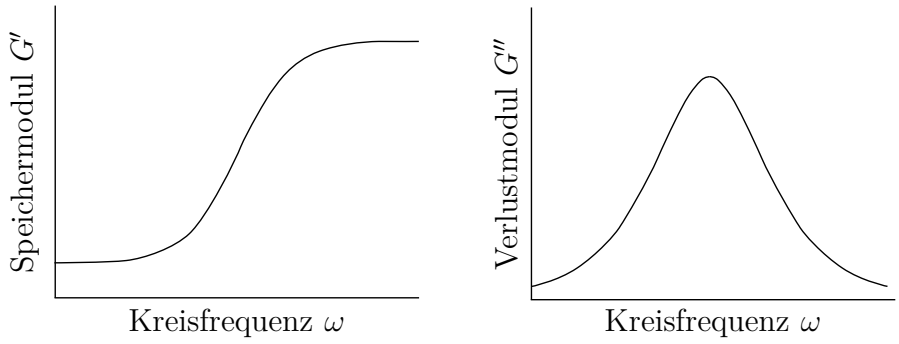


Abbildung 3.7.: Modellverhalten des Zener-Modells bei zyklischer Belastung: Speicher- und Verlustmodul über Anregungskreisfrequenz

Nicht abbildbar sind mit diesem Modell z.B. die Amplitudenabhängigkeit des Payne-Effekts, Nichtlinearitäten der Elastizität usw. Um plastischen Eigenschaften gerecht werden zu können, kommen vor allem auch das in Tab. 3.1 erwähnte St.-Venant sowie nichtlineare Kennlinien für das Hookesche Feder-Element zur Anwendung. In weiteren und auch komplexeren Verschaltungen mit einer größeren Anzahl von Grundelementen können phänomenologisch Verlauf und Form einer nichtlinearen Steifigkeitskurve, einer Spannungs-Dehnungs-Hysterese und weitere Merkmale zunehmend besser angenähert werden, was z.B. genauer in [101] nachvollzogen werden kann.

Die vorgestellten Beispiele bedienen sich der Vorstellung eines eindimensionalen Auftretens des Verhaltens. Die Realität kann dieses Ideal in den meisten Fällen nicht erfüllen, weshalb entweder von einer Näherung der Lösung ausgegangen werden muss, oder eine Erhöhung der Modellkomplexität zur Mehrdimensionalität nötig wird. Dies wird üblicherweise mit den Mitteln der Kontinuumsmechanik bewerkstelligt, siehe z.B. [75], [17], [7]. In dieser Arbeit wird die Betrachtung auf die eindimensionale Formulierung beschränkt, da im Zuge der MKS komplexere Modelle zu unverhältnismäßigem Rechenaufwand führen würden.

3.2.2. Reibung

Reibung ist in Mechanik und Dynamik ein Vorgang, der erhebliche Einflüsse auf ein System haben kann. Sie tritt als Funktionsvoraussetzung in Systemen wie der Reibkupplung auf, limitiert die Funktion von Systemen in Form von Haftgrenzen, z.B. beim Reifen, und bestimmt Verschleiß und Verluste. Die Untersuchung und Beschreibung von Reibvorgängen beschäftigt die Wissenschaft schon seit Langem.

Als ersten relevanten Beitrag nennt [141] Leonardo da Vinci mit seinem Werk Codex-Madrid I (1495), in dem er die Reibkraft als proportional zur Belastung und unabhängig von der makroskopisch betrachteten Kontaktfläche beschreibt. Im geschichtlichen Verlauf, der in [141] dargestellt ist, werden Amonton, Euler, Coulomb und zahlreiche weitere Wissenschaftler als wichtige frühe Protagonisten in der Entwicklung der Reibungsbeschreibung aufgeführt.

Zur genaueren Beschreibung des Reibungsvorganges ist es nötig, sich über die passende Skala für die Betrachtung Gedanken zu machen. Reibung wird in vielen unterschiedlichen Skalenbereichen beschrieben, vom atomaren Bereich über mikroskopische Größenordnungen bis bin zu Untersuchungen auf Ebene von tektonischen Platten. In sehr komplexen Anwendungsgebieten kommen daher Multiskalenmodelle zur Anwendung, um Schlüsse aus einem Skalenbereich in einen anderen übertragen zu können. Für die Vorstellung der Reibung im Antriebsstrang wird meist die mikroskopische Größenordnung gewählt. In dieser Skalenebene werden die durch Reibung interagierenden Oberflächen genauer beschrieben. Ihre Rauhigkeit wird durch stochastisch verteilte Erhebungen abstrahiert, die Erhebungen werden Asperiten genannt. Abstand, mittlere Höhe sowie gegenseitige Eindringung der Oberflächen hängen dabei von den physikalischen Eigenschaften des Materials ab [71]. Die sich entwickelnde Reibkraft wird auf die Adhäsion auf Basis attraktiver atomarer Wechselwirkungen, elastischer bzw. viskoelastischer oder plastischer Deformation und insbesondere das Kriechen der Asperiten im Kontakt zurückgeführt. Die Idee einer Beschreibung der Rauhigkeit der Oberflächen geht auf Bowden und Tabor [22] zurück. Mit diesem Konzept relativiert sich auch die Unabhängigkeit der Reibkraft von der Kontaktfläche: die tatsächliche Kontaktfläche weicht damit stark von ihrer makroskopischen Projektion ab. Die Annahme, dass die Kontaktfläche keinen Einfluss auf die Reibkraft hat, ist damit ungültig. Die tatsächliche Abhängigkeit basiert aber nicht auf der trivial bestimmbaren Projektionsfläche, sondern entsprechend der Asperitentheorie auf der Kontaktfläche der Unebenheiten. Diese wiederum ist von der Rauhigkeit der Oberfläche selbst, aber auch von der Eindringung und damit der Normalkraft und der Kontaktdauer abhängig. Die Abhängigkeit tritt in Bezug auf die tatsächliche Kontaktfläche auf und ist damit nicht mit der sichtbaren Kontaktflächenänderung gleichzusetzen.

Die Beschreibung von Materialoberflächen durch Asperiten ist laut [41] für eine große Bandbreite von Ingenieursmaterialien möglich, die Steigungen der Erhebungen bewegen sich dabei zwischen 0° und 25°. In [15] wird das Reibverhalten z.B. mit der Materialpaarung Papier-Papier untersucht.

Empirisch betrachtet kann der Reibungsvorgang selbst in zwei Phasen unterschieden werden. Bei sehr geringen Relativgeschwindigkeiten zwischen den Reibpartnern wird der Vorgang am treffendsten im Englischen mit *Presliding* bezeichnet. Für höhere Relativgeschwindigkeiten geht der Prozess in das sogenannte *Gross Sliding* über.

Im *Presliding* ist die Reibkraft weitestgehend von der Verschiebung abhängig. Im allgemeinen Sprachgebrauch wird Reibung oft als Phänomen betrachtet, welches immer eine Geschwindigkeitsabhängigkeit aufweist. Die hier verwendete Definition, die auch der Modellierung zugrunde gelegt wird, weicht von der herkömmlichen Betrachtung ab und vernachlässigt geschwindigkeitsabhängige Effekte in der ersten Phase. Das *Presliding*-Verhalten konnte in Experimenten von [105] für trockene Gleitreibung und [142] für geschmierte Rollreibung bestätigt werden. Außerdem bildet sich eine Hysterese der Reibkraft über der Verschiebung aus. In der Hysterese zeigt sich, dass der Vorgang ein nicht-lokales Gedächtnis (*non-local memory*) aufweist [105]. Der Unterschied von lokalem und nicht-lokalen Gedächtnis ist in [121] definiert. Dabei wird eine allgemeine Beschreibung auf Basis der Regelungstechnik verwendet, die einen Systemeingang, im Sinne der Reibung eine Auslenkung, und einen Systemausgang, am Reibungsbeispiel die resultierende Reibkraft, besitzt:

- Beim lokalen Gedächtnis sind die zukünftigen Output-Werte von dem gegenwärtigen Output-Wert und den zukünftigen Input-Werten eindeutig bestimmt.
- Ein nicht-lokales Gedächtnis liegt vor, wenn zudem eine Abhängigkeit von vorangegangenen Extrema in den Input-Werten vorliegt.

Aus dieser Definition folgt, dass eine Hysterese mit lokalem Gedächtnis für jedes erreichbare Wertepaar von Input und Output einen eindeutig definierten Zustand besitzt. Jedes Wertepaar ist maximal auf dem Wege zweier Kurven, einer auf ansteigendem und einer auf absteigendem Weg, erreichbar. Da für eine Hysteresebeziehung mit nicht-lokalem Gedächtnis zudem eine Abhängigkeit von vorangegangenen Input-Extremwerten vorliegt, gibt es unendlich viele mögliche Kurven, die zu einem Wertepaar führen können.

Dieser Zusammenhang zeigt sich auch für das Reibgedächtnis bei der *Presliding*-Hysterese, wie in Abb. 3.8 gezeigt wird. Darin wird eine Kraft-Weg-Hysterese durch den zeitlichen Verlauf einer Auslenkung in Abb. 3.8 a) erzeugt. Die Hysterese bildet sich zwischen den Punkten A und B aus. Am Punkt C wird sie unterbrochen, um eine kleinere Auslenkung auszuführen.

Der Verlauf kehrt am Ende der Unterbrechung wieder zu C zurück. Der Punkt wird folglich erreicht, ohne den selben ansteigenden Ast der Hysterese, wie im ersten Zeitabschnitt zu benutzen, es liegt ein nicht-lokales Reibgedächtnis vor.

Steigt die Relativgeschwindigkeit zwischen den Reibpartnern an, so geht das *Presliding* in *Gross Sliding* über. In diesem Bereich finden zwei wichtige Effekte statt: mit zunehmender Geschwindigkeit nimmt die Reibkraft zunächst ab und im weiteren Verlauf dann wieder zu. Dieses Verhalten wurde 1902 von R. Stribeck in [169] für geschmierte Reibung beschrieben und ist deshalb als Stribeck-Effekt

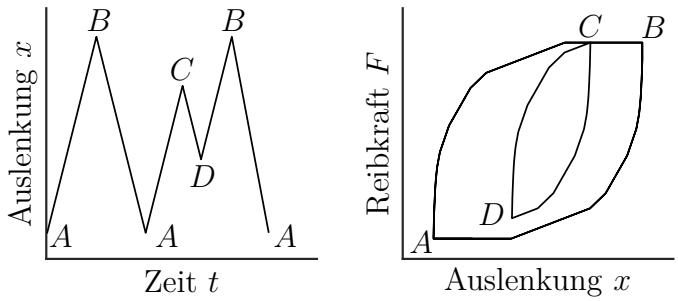


Abbildung 3.8.: Zeit-Weg-Verlauf und *Presliding*-Hysterese

bekannt. Für trockene Reibung wurde ein ähnliches Verhalten in Experimenten von [15] gezeigt.

Der zweite Effekt tritt bei Be- oder Entschleunigungen im Reibverlauf auf, er stellt sich als Verzögerung der Änderung der Reibkraft in Bezug auf die Änderung der Gleitgeschwindigkeit dar, siehe Abb. 3.9. Im Englischen wird er als *friction lag* oder *friction memory* bezeichnet, es handelt sich also wieder um einen Gedächtnis-Effekt, der sich in einer Hysterese wiederspiegelt. Messungen, die dieses Verhalten nachweisen, sind für trockene Reibung in [105], für geschmierte Reibung in [82] und für trockene und geschmierte Oberflächen in [73] zu finden.

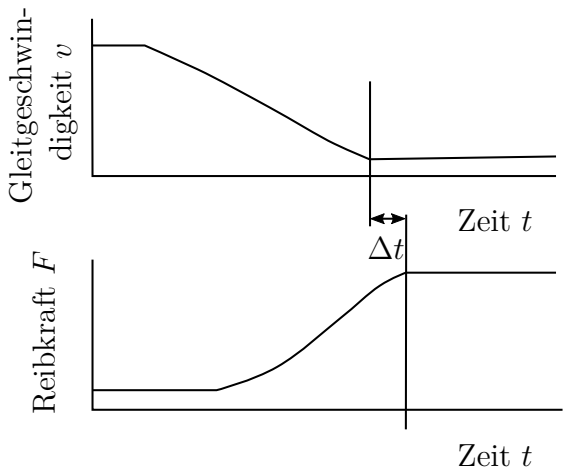


Abbildung 3.9.: *Friction lag*

Das Reibverhalten geschmierter und trockener Oberflächen ist so ähnlich, dass es vielfach mit den gleichen Modellen beschrieben wird. Für die Modellvorstellung der zugrundeliegenden Mechanismen müssen die beiden Fälle aber größtenteils getrennt betrachtet werden. Die hier erläuterten Zusammenhänge basieren auf der mikroskopischen Modellvorstellung der Reiboberflächenrauhigkeit mit *Asperiten*.

[10] zufolge können im *Presliding* noch ähnliche Schlüsse für geschmierte und

trockene Reibung gezogen werden, da in beiden Fällen bei sehr geringen Relativgeschwindigkeiten *asperitischer* Kontakt vorliegt. Die Ausnahme stellen hydrostatisch geschmierte Kontakte dar, bei welchen das Schmiermittel unter statischem Vordruck steht, diese Ausnahmen werden im Folgenden nicht weiter betrachtet. Laut [171] überwiegen im *Presliding* Bereich die adhäsiven Kräfte der *Asperiten* im Kontakt. Bei einer Verschiebung der Oberflächen zueinander findet deshalb eine elasto-plastische Deformation der *Asperiten* statt. Diese Hypothese erklärt die beobachtete wegabhängige Hysterese bei geringer Geschwindigkeitsabhängigkeit also durch ein Verhalten der *Asperiten* als nichtlineare Federkennlinie.

Das Verhalten im *Gross Sliding* muss getrennt für geschmierte und trockene Reibung betrachtet werden. In [10] wird auf das Reibverhalten unter Schmierung eingegangen. Durch die Bewegung der Reibflächen zueinander wird Schmiermittel in den Kontakt eingebracht. Der aufgebrachte Normaldruck verursacht ein Herauspressen des Schmiermittels, welches aber aufgrund seiner Viskosität bei zunehmender Geschwindigkeit nicht mehr vollständig abfließen kann. So entsteht ein Schmierfilm, dessen Dicke mit zunehmender Geschwindigkeit zunimmt. Mit zunehmender Schmierfilmdicke verringert sich der solide Kontakt, bis kein fester Kontakt mehr vorhanden ist. Dies erklärt den Abfall der Reibkraft für steigende Relativgeschwindigkeit. Das anschließende Wiederansteigen der Reibkraft mit der Geschwindigkeit wird in [3] auf die viskose Scherung im Fluidfilm zurückgeführt. Bei angenommener konstanter Viskosität über der Geschwindigkeit steigt die Reibkraft mit zunehmender Geschwindigkeit linear an. Für abweichendes Verhalten der Viskosität über der Geschwindigkeit (z.B. nicht-newtonsche Fluide) kann der Reibkraftverlauf abweichen. Das Reibgedächtnis bei Änderung der Relativgeschwindigkeit wird für geschmierte Reibung auf den Fluidtransport und die nötige Zeit zur Änderung der Dicke des Schmierfilms zurückgeführt. Zweiterer wird auch als *squeeze effect* bezeichnet [82].

Für trockene Reibung scheren bei zunehmender Auslenkung laut [3] die adhäsiven Kontaktbrücken zunehmend ab und neue Verbindungen bzw. Kontakte werden gebildet. Das Absinken der Reibkraft wird damit erklärt, dass mit zunehmender Geschwindigkeit weniger Zeit zur Verfügung ist, um neue Kontaktbrücken aufzubauen. Die *Asperiten* in Kontakt deformieren unter Last auch zeitabhängig in Normalenrichtung. Dadurch erhöhen sich die tatsächliche Kontaktfläche und die Adhäsionskraft in Tangentialrichtung. Bei zunehmender Geschwindigkeit nimmt die Zeit für die plastische Deformation in Normalenrichtung immer mehr ab, und damit auch die Reibkraft in tangentialer Richtung. Der anschließende Anstieg der Reibkraft wird in [2] durch den wachsenden Einfluss von Trägheitseffekten der *Asperiten* erklärt. Die Trägheitskraft der kollidierenden *Asperiten*-Massen steigt mit der Beschleunigung, also mit wachsender Geschwindigkeit, an.

Der Übergang zwischen Presliding und Gross Sliding wird in [3] und [1] als kritische Zustandsänderung beschrieben, die von verschiedenen Faktoren, wie der Gleitgeschwindigkeit der Reibpartner und deren Beschleunigung, abhängt. Vor

allem der Nulldurchgang von negativer zu positiver Geschwindigkeit oder anders herum, wo die interagierenden Asperiten vom verspannten Zustand in eine Entspannung und dann in die Verspannung in Gegenrichtung übergehen, ist ein komplexer Vorgang. Kennzeichnend ist die Losbrechkraft, welche abhängig von der Kraftrate die maximal erreichte Reibkraft im Übergang bezeichnet. Die statische Losbrechkraft ist für unendlich kleine Kraftraten definiert und stellt damit einen Grenzwert der Reibcharakteristik dar.

Zur Modellierung von Reibung gibt es zwei grundsätzliche Herangehensweisen, die physikalische und die empirische Modellbildung. Ein physikalischer Ansatz wird aus grundsätzlichen theoretischen Überlegungen und Zusammenhängen gebildet. Die Modellierung basiert auf der Abstraktion der Realität und der Beschreibung der physikalischen Eigenschaften wie Elastizitäten, Masseeigenschaften etc. Diese Art von Modellbildung wird auch *bottom-up*, also „von Grund auf“, genannt. Der empirische Ansatz wird auf Basis von Beobachtungen und Messungen entwickelt. Ein spezieller Zusammenhang wird untersucht und die Ergebnisse der Untersuchung werden durch ein Modell mathematisch approximiert. Dieser Ansatz wird auch mit *top-down*, zu Deutsch „von oben herunter“, bezeichnet. Da die physikalischen Modelle meist sehr komplex und numerisch weniger effizient sind, sind für viele Anwendungen empirische Ansätze üblich. Bei der Nutzung solcher Modelle ist es wichtig, ihren Ursprung und damit ihre Schwächen zu beachten: Das empirisch erzeugte Modell gilt in der Regel nur unter den Bedingungen, welche zu seiner Erzeugung zu Grunde gelegt worden sind. Eine abweichende Anwendung, z.B. bei geänderter Anregung, muss in den meisten Fällen mit erneuten Messungen und Charakterisierungen des Verhaltens einhergehen. Beispiele von physikalischer Reibungsmodellierung sind in [71] in Form des Bürstenmodells oder als Beschreibung der Interaktion flexibler Asperiten durch elastisch gelagerte starre Balken in [2] beschrieben. Genauer sollen im Folgenden eine Reihe von empirischen Reibmodellen und ein physikalisch motiviertes Reibungsmodell erläutert werden. Eine scharfe Grenze zwischen empirisch und physikalisch motivierten Modellen ist für tatsächliche Modelle schwer zu ziehen, da die entwickelten Modellbildungsweisen im Laufe der Zeit gegenseitigen Einfluss ausübten. Deshalb soll die Einordnung der Modelle nicht als strikte Trennung der Bereiche betrachtet werden, sondern nur der Orientierung dienen.

Im Folgenden werden drei Reibungsmodelle genauer vorgestellt und mit Hilfe kleiner mathematischer Testmodelle visualisiert. Dazu werden die Modelle mit drei verschiedenen Signalen angeregt, deren Parameter in Tab. 3.2 aufgelistet sind. Die Modellparameter, die in den Testmodellen verwendet wurden, sind in Tab. 3.3 zu finden.

Historisch zuerst sind Reibmodelle entstanden, die stationäres Reibverhalten beschreiben, also ein Verhalten, bei dem die Relativgeschwindigkeit der Reibpartner keinen Einfluss auf den Absolutwert der Kraft hat. Das bekannteste stationäre Modell, welches nach wie vor angewendet wird, ist das Coulombsche Reibgesetz

Tabelle 3.2.: Parameter der Anregungen der Beispiele

a) Anregung nach Abb. 3.8		
A_{max}	$6.0 \cdot 10^{-5}$	[m]
t_{ges}	10	[s]
b) Sinusanregung *Presliding*		
A	$3.0 \cdot 10^{-5}$	[m]
ω_0	$10, 30, 50$	[s^{-1}]
c) Sinusanregung Übergang		
A	$1.5 \cdot 10^{-3}$	[m]
ω_0	$1, 3, 5$	[s^{-1}]

[32]. Darin wird ein proportionaler Zusammenhang zwischen Normalkraft F_N und Coulombscher Reibkraft F_C durch zwei Reibungskoeffizienten, den Haftreibungskoeffizienten μ_H und den Gleitreibungskoeffizienten μ_G, definiert:

$$F_{CH} \leq \mu_H F_N = F_H \qquad F_{CG} = \operatorname{sign}(v)\, \mu_G F_N = \operatorname{sign}(v)\, F_G \tag{3.21}$$

In einer Erweiterung dieses Reibgesetztes wird außerdem der Geschwindigkeitsabhängigkeit im Bereich höherer Gleitgeschwindigkeiten v Rechnung getragen. Dazu wird dem Term für die Berechnung der Gleitreibung ein viskoser Term mit dem Proportionalitätsfaktor σ nachgestellt:

$$F_{vis} = \operatorname{sign}(v)\,(F_G + \sigma v) \tag{3.22}$$

Mit der Entdeckung des Stribeck-Effekts wird der Übergang zwischen Haften und viskosem Gleiten in Gl. 3.23 genauer beschrieben. Da nach wie vor keine Reibungs-Hystereseeffekte oder Verschiebungen im Presliding-Bereich berücksichtigt werden, ist auch dieses Modell primär für stationäre Anwendungen nutzbar. Zur Beeinflussung des Verlaufs werden die Stribeckgeschwindigkeit v_s und der Formexponent α verwendet.

$$F_{Str} = \operatorname{sign}(v)\left(F_G + (F_H - F_G)\, e^{-|\frac{v}{v_s}|^{\alpha}}\right) \tag{3.23}$$

Das erste Modell, das sich mit der dynamischen Änderung der Relativgeschwindigkeit im Reibungsvorgang auf Basis einer nichtlinearen Differentialgleichung nähert, stammt von P. Dahl und wurde für die Beschreibung der Reibung von

Tabelle 3.3.: Parameter der Reibmodelle

Dahl		
μ_H	1.5	[-]
β	1	[-]
σ_0	$5.8 \cdot 10^4$	$[\mathrm{N\,m^{-1}}]$
LuGre		
μ_H	1.5	[-]
μ_G	1.0	[-]
v_S	0.001	$[\mathrm{m\,s^{-1}}]$
α	2	[-]
σ_0	$5.8 \cdot 10^4$	$[\mathrm{N\,m^{-1}}]$
σ_1	300	$[\mathrm{N\,s\,m^{-1}}]$
σ_2	0.4	$[\mathrm{N\,s\,m^{-1}}]$
GMS		
μ_H	1.5	[-]
μ_G	1.0	[-]
v_S	0.001	$[\mathrm{m\,s^{-1}}]$
a	1	[-]
C	2	[-]
k_i	$[3.65, 1.10, 1.04, 2.19, 7.86, 6.79, 9.98, 9.60,$ $59.65, 9.74, 6.72, 3.06, 2.10, 1.56, 1.03] \cdot 10^4$	$[\mathrm{N\,m^{-1}}]$
η_i	$[0.12, 0.35, 0.81, 1.67, 1.88, 2.58, 3.18, 3.91,$ $5.61, 6.29, 8.21, 9.12, 14.82, 15.67, 25.78] \cdot 10^{-2}$	[-]
σ_2	0.4	$[\mathrm{N\,s\,m^{-1}}]$

Kugellagern entwickelt [40]. Dieses Modell beschreibt die Hysterese im *Presliding* durch folgende nichtlineare Differentialgleichung:

$$\dot{F}_{Dahl} = \sigma_0 \left(1 - \frac{F_{Dahl}}{F_H} \operatorname{sign}(\dot{x})\right)^{\beta} \dot{x} \tag{3.24}$$

Durch den Exponenten β kann die Form der Hysterese materialabhängig angepasst werden. Mit σ_0 wird die Steifigkeit der Haftkontakte im *Presliding* beschrieben. Die Steigung der Hysterese aus Abb. 3.10 a) hängt nach Gl. 3.24 vom Kraftniveau und dem Vorzeichen der Reibgeschwindigkeit ab. Wird die Hysterese Schleife wie in Abb. 3.8 gezeigt am Punkt C unterbrochen und die Auslenkung umgekehrt, so sinkt durch die Änderung des Vorzeichens das Kraftniveau bis zum Punkt D. Wird dort die Auslenkung wieder umgekehrt, steigt auch die

Reibkraft der Hysterese wieder. Da sie nur vom Kraftniveau und dem Vorzeichen der Geschwindigkeit abhängt, steigt die Kurve parallel verschoben zur ersten Hysteresekurve an und kehrt nicht zum Ausgangspunkt C zurück, wo die Hysteresekurve verlassen wurde. Damit kann das Dahl-Modell kein nicht-lokales Reibgedächtnis abbilden. In Abb. 3.10 b) sieht man die Hysterese im *Presliding* für unterschiedliche Anregungsfrequenzen, es zeigt sich keine Abhängigkeit von der Geschwindigkeit. Das Dahl-Modell bildet nicht nur die *Presliding*-Hysterese, sondern auch eine Hysterese im Geschwindigkeitsbereich ab. Im statischen Gebiet nähert sich die Gleichung Coulombschem Verhalten an, siehe Abb. 3.10 c). Den Stribeck-Effekt kann es damit nicht nachbilden. Auch der Reibungsnachlauf kann mit dem Dahl-Modell nicht modelliert werden. Die Richtung, mit der die Kurve durchlaufen wird, ist durch graue Pfeile gekennzeichnet.

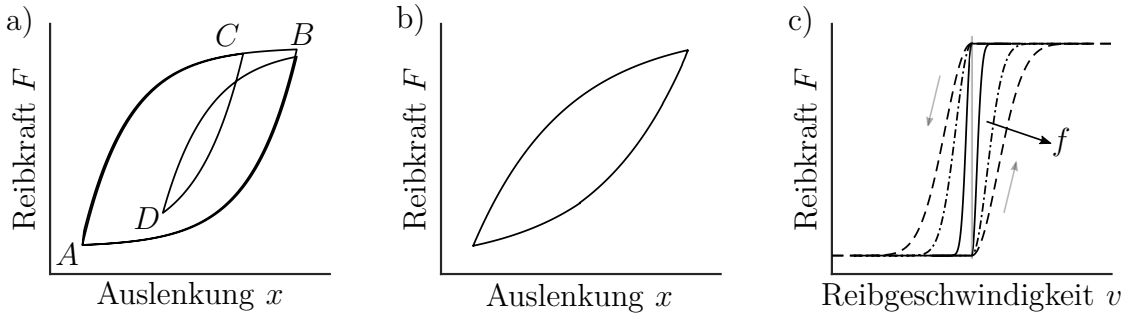


Abbildung 3.10.: Simuliertes Reibverhalten mit dem Dahl-Modell; a) *Presliding*-Hysterese ohne nicht-lokalem Gedächtnis, b) Geschwindigkeitsunabhängige *Presliding*-Hysterese c) Übergangsverhalten ohne Stribeck

Aufbauend auf den Erkenntnissen von Dahl wurde in [200] ein Modell vorgestellt, welches die Reibkraft mit Hilfe einer inneren Zustandsvariable z beschreibt, nach seiner Entwicklung an den Universitäten in Lund und Grenoble heißt es LuGre-Modell. Die Zustandsvariable kann im Sinne des Bürstenmodells als mittlere Verformung einer Borste oder Verschiebung eines Asperitenbalkens verstanden werden und lehnt sich damit an die physikalische Modellierung an. Die Differentialgleichung für z lautet

$$\frac{dz}{dt} = v - \frac{\sigma_0}{f(v)}|v|z \tag{3.25}$$

wobei $f(v)$ für die Beschreibung des Übergangs zuständig ist. Für das LuGre Modell nimmt diese Funktion die Gleichung für den Stribeck-Effekt F_{Str} aus Gl. 3.23 ein. Die Reibkraft wird additiv mit zwei Termen der Zustandsvariable und

ihrer Änderung sowie einem globalen viskosen Term in Abhängigkeit der globalen Relativgeschwindigkeit v gebildet.

$$F_{LuGre} = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 v \tag{3.26}$$

Wie im Modell von Dahl wird mit σ_0 die Steifigkeit im Haftkontakt ausgedrückt, σ_1 steht für den Mikrodämpfungskoeffzienten der Zustandsgröße und σ_2 für den globalen Dämpfungskoeffizienten des viskosen Reibanteils. In Abb. 3.11 a) und b) ist die *Presliding*-Hysterese abgebildet, die mit dem Modell erzeugt werden kann. Wie im Dahl-Modell kann das nicht-lokale Gedächtnis mit dem LuGre-Modell nicht abgebildet werden (siehe Abb. 3.11 a)). Zudem ist die Hysterese geringfügig geschwindigkeitsabhängig, was ebenso nicht mit Messungen von realem Reibverhalten übereinstimmt. In Abb. 3.11 c) ist aber ersichtlich, dass das LuGre-Modell im Übergang den Stribeck-Effekt mit abbilden kann. Für die kleinste Frequenz ist in Abb. 3.11 c) außerdem erkennbar, dass mit dem LuGre-Modell der Reibungsnachlauf erzeugt werden kann. Sichtbar wird dies an der Stelle, wo die Linie ansteigender Geschwindigkeit kurz nach dem grau gekennzeichneten Nulldurchgang die Linie sinkender Geschwindigkeit schneidet.

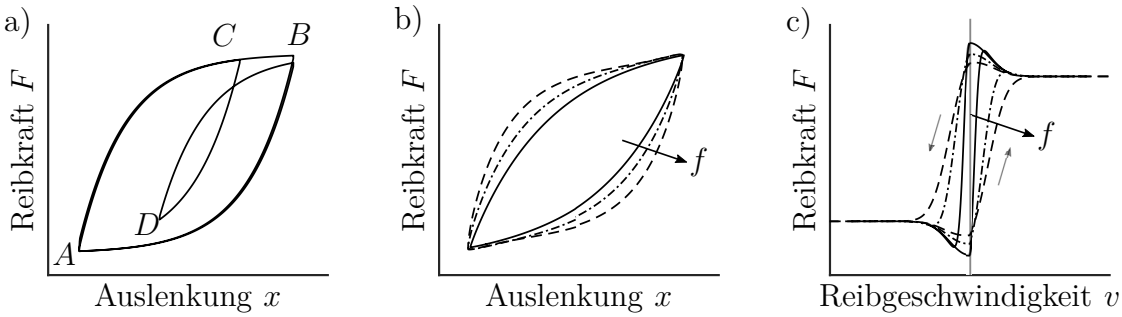


Abbildung 3.11.: Simuliertes Reibverhalten mit dem LuGre-Modell; a) *Presliding*-Hysterese ohne nicht-lokalem Gedächtnis, b) Geschwindigkeitsabhängige *Presliding*-Hysterese c) Übergangsverhalten mit Stribeck-Effekt

Die Lösung des Problems mit dem nicht-lokalen Gedächtnis, wie es im LuGre-Modell auftritt, wurde mit unterschiedlichen Ansätzen untersucht, z.B. im LEUVEN-Modell [171]. Dieses Modell erhält den Effekt des nicht-lokalen Gedächtnisses durch die Zwischenspeicherung der Hysteresemaxima. Bei der Umkehrung der Auslenkung im Reibverlauf werden die Eckwerte der Hysterese gespeichert und zur weiteren Berechnung des Hystereseverlaufs verwendet. Sobald eine Hysteresekurve geschlossen ist, werden die gespeicherten Werte gelöscht. Im Übrigen funktioniert das Modell wie das LuGre-Modell.

Ein weiteres Modell, welches das *Presliding*-Gedächtnis abbilden kann und auch

sonst die vorher beschriebenen typischen Eigenschaften eines Reibvorgangs erfasst, ist das General Maxwell Slip-Modell (GMS-Modell) [2], siehe Abb. 3.12. Dieses Modell ist als Vereinfachung aus einem physikalischen Modell entwickelt worden und wird deshalb als physikalisch motiviertes Modell kategorisiert. Die physikalische Basis ist ein Modell, welches einzelne Asperitenkontakte durch separate Feder-Masse-Elemente abbildet. Um einen gleichmäßigen Verlauf der Größen zu erhalten müssen dabei allerdings sehr viele (mindestens 1000) Elemente modelliert werden, was hohen Rechenaufwand bedeutet [104]. Im GMS-Modell werden die Eigenschaften der superponierten Elementmodelle für das *Presliding* und die Eigenschaften des LuGre-Modells für das *Gross Sliding* gekoppelt.

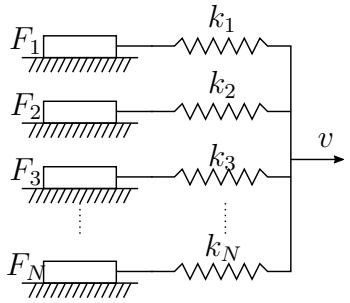


Abbildung 3.12.: Skizze des GMS-Modell

Die Elemente im GMS-Modell sind parallel geschaltete Maxwell-Slip-Elemente. Für ein haftendes Element bedeutet dies, dass linear-elastisches Verhalten vorliegt. Für diesen Fall ist die Differentialgleichung

$$\frac{dF_i}{dt} = k_i v \tag{3.27}$$

für jedes Element i mit der zugehörigen Steifigkeit k_i gegeben. Dieser Zustand ist durch die Stribeckkurve begrenzt. Sobald die Kraft den Stribeckwert überschreitet, gleitet das Element. Es gibt unterschiedliche Möglichkeiten, die Einzelsteifigkeiten der Modelle zu bedaten. Da ein Element nicht für eine einzelne Asperiteninteraktion steht, sondern mehrere zusammenfasst, sind die spezifischen Eigenschaften der Elemente nicht direkt physikalisch zurückführbar. Deshalb können die Parameter z.B. durch eine passende Verteilung η_i mit $\sum_{i=1}^{N} \eta_i = 1$ eruiert werden. Für die Haftbedingung eines Elements bedeutet das

$$F_i \leq \eta_i F_{Str} \tag{3.28}$$

Wird die Kraft im Element größer, so beginnt das Element zu gleiten. Der

Gleitzusammenhang basiert auf den Erkenntnissen des LuGre-Modells und wird entsprechend durch

$$\frac{dF_i}{dt} = \operatorname{sign}(v)\,\eta_i C \left(a - \frac{F_i}{\eta_i F_{Str}}\right) \tag{3.29}$$

ausgedrückt. Genauere Informationen zur Ableitung des GMS-Modells aus vorhergehenden Erkenntnissen sind in [104] zu finden. Der Parameter C ist der Attraktivitätsparameter, welcher die Annäherung des Reibverhaltens an die Stribeckkurve bestimmt. Die einzelnen Elemente sind durch eine Parallelschaltung gekoppelt und werden folglich zur Gesamtkraft addiert. Außerdem wird dem Modell ein globaler viskoser Anteil superponiert.

$$F_{GMS} = \sum_{i=1}^{N} F_i(t) + \sigma_2 v \tag{3.30}$$

Es gibt auch Ansätze, die einen viskosen Anteil für jedes Element spezifizieren, um die Dynamik besser abzubilden, siehe z.B. [11]. Die Eigenschaften des Modells mit einer Elementanzahl von N=15 ist in Abb. 3.13 zu sehen. Dadurch, dass das *Presliding* im Modell durch einzelne *single state* Elemente abgebildet ist, die also entweder haften oder gleiten, kann im Modell das nicht-lokale Gedächtnis der Hysterese erfasst werden (Abb. 3.13 a)). Allerdings verursacht die Geschwindigkeitsabhängigkeit in Form der Stribeckkurve F_{Str} der Elemente, die im Gleitzustand sind, auch eine leichte Abhängigkeit von der Geschwindigkeit im *Presliding*, siehe Abb. 3.13 b). Der Übergang in Abb. 3.13 c) zeigt deutlich, dass das Modell den Stribeck-Effekt abbilden kann. Mit dem GMS-Modell kann auch der Reibungsnachlauf modelliert werden, wobei dieser mit dem Parameter C maßgeblich gesteuert werden kann.

In der Tab. 3.4 ist zusammenfassend ein Überblick über die vorgestellten Reibmodelle dargestellt. Im Abschnitt Modellpräzision ist dargestellt, welche in Experimenten aus der Literatur gezeigten Eigenschaften durch die Modelle abgebildet werden können. Die Angabe der Rechenzeit wurde an einem Testmodell ohne weitere dynamische Einflüsse als reiner Vergleich der Modellgleichungen durchgeführt und dient deshalb nur dem Relativvergleich der Modelle untereinander. Im Abschnitt Parameter wurden die oben vorgestellten Modelle aufgenommen. Für Anpassungen, wie einer zusätzlichen Mikrodämpfung im GMS-Modell, können weitere Parameter anfallen.

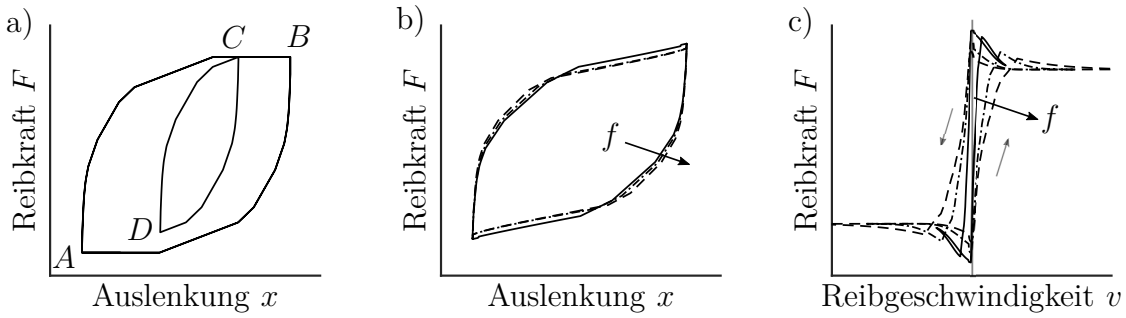


Abbildung 3.13.: Simuliertes Reibverhalten mit dem GMS-Modell; a) *Presliding*-Hysterese mit nicht-lokalem Gedächtnis, b) Geschwindigkeitsabhängige *Presliding*-Hysterese c) Übergangsverhalten mit Stribeck

Tabelle 3.4.: Vergleiche der Reibmodelle

			Dahl	**LuGre**	**GMS** (15 El.)
Modell -präzision	Presliding	Nicht-lokales Gedächtnis	-	-	+
		Ratenunabhängigkeit	+	-	-
	Übergang	Stribeck-Effekt	-	+	+
	Sliding	Reibungsnachlauf	-	+	+
Rechenzeit	[Zeiteinheit]		1	2	7
Parameter	[Anzahl]		3	7	8

3.3. Analyse von Schwingungssystemen

Die Simulation von Mehrkörpersystemen ermöglicht es, viele unterschiedliche Ausgabegrößen zu erzeugen und unterschiedlichste Zustände im System zu beobachten. Zur Analyse und Interpretation der Daten gibt es verschiedene Möglichkeiten und Werkzeuge, von denen im Weiteren einige ausgewählte vorgestellt werden.

Ganz allgemein wird eine Schwingung als zeitlich wechselnde Änderung von Zustandsgrößen definiert. Um eine passende Darstellung oder Bewertung der Schwingungsdaten zu ermitteln, kann es hilfreich sein, die Art der Zustandsänderung genauer zu charakterisieren. Es wird unterschieden, ob die Schwingung

stationär, also mit konstantem zeitlichem Mittelwert, oder instationär auftritt. Im stationären Fall wird wiederum weiter differenziert, ob ein deterministisches, also vorhersagbares, oder ein stochastisches und damit zufälliges Signal vorliegt. Stochastische Signale treten oft in Messungen auf, beispielsweise in Folge externer Störungen. Sie werden deshalb mitunter auch in der Simulation als Eingangssignale verwendet, um realitätsnahe Berechnungen zu erreichen. Die Untersuchung stochastischer Signale wird vornehmlich mit Mitteln der Statistik vorgenommen. Vor allem in rotatorischen Systemen tritt oft eine Unterkategorie deterministischer Signale auf, die periodische Schwingung. Diese Signalform schwingt mit konstantem zeitlichem Abstand, die Dauer heißt Periode der Schwingung [182]. Die hier vorgestellten Analysemethoden beschäftigen sich vor allem mit periodischen und quasi-periodischen Systemen, der zweiten Kategorie deterministischer Signale.

Eine harmonische Schwingung mit einer Phasenverschiebung φ_0 kann nach Gl. 3.31 beschrieben werden:

$$x(t) = A_0 + A\cos(\omega t + \varphi_0) = A_0 + A_1\cos(\omega t) + A_2\sin(\omega t) \tag{3.31}$$

A bezeichnet die Amplitude, mit der das Signal mit der Kreisfrequenz ω um das Mittel A_0 schwingt, A_1 und A_2 bezeichnen die zugehörigen Amplituden der Teilschwingungen von Kosinus- bzw. Sinusanteil. Die Periode der Schwingung kann aus der Eigenkreisfrequenz bzw. der Frequenz f nach

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} \tag{3.32}$$

berechnet werden. Die reelle Darstellung in Winkelfunktionen ist für weitere mathematische Berechnungen oft sehr aufwendig. Alternativ können harmonische Schwingungen mit Hilfe der komplexen Schreibweise dargestellt werden. Mit Hilfe der Eulerschen Formel $e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha$ wird die Berechnung in vielen Fällen einfacher. Das komplexe Signal, dessen Realteil der Gl. 3.31 entspricht, lautet:

$$z(t) = A_0 + Ae^{i(\omega t + \varphi_0)}. \tag{3.33}$$

Die dynamischen Eigenschaften eines Systems und sein Verhalten unter bestimmten Anregungssignalen können mit Blick auf unterschiedliche Größen untersucht werden. Üblicherweise werden in einer Simulation Berechnungen in Abhängigkeit der Zeit erzeugt, entsprechend können die Ergebnisse im Zeitbereich ausgewertet werden. Durch Resampling und Interpolation kann vom Zeitbereich in den Wegbereich, wie z.B. den Winkelbereich, konvertiert werden. Ebenso möglich ist es, die Zeitdaten in den Frequenzbereich zu übertragen und dort auszuwerten.

Vor allem zur Klärung von Schwingungsursachen bei instationärem Betrieb ist es außerdem möglich, die Signale in Abhängigkeit von sogenannten Ordnungen zu beschreiben. Eine Ordnung bezeichnet dabei ein Vielfaches der Bezugsdrehzahl. Die Übertragung und Darstellung in den unterschiedlichen Bereichen wird im Folgenden genauer erläutert. Grundlegende Nachschlagewerke zur Beschreibung von Schwingungen sind z.B. [116], [68], [25].

3.3.1. Zeitbereichsanalyse

Die naheliegendste Auswertung nach der Zeitintegration eines Modells ist die Verarbeitung der Daten im Zeitbereich. Hier steht die quantitative Bewertung der Zustandsgrößen im Fokus. Von Interesse sind vor allem die Veränderungen, die mit dem Zeitverlauf einhergehen, wie das Anschwellen oder Abklingen von Schwingungen, oder nicht repetitive Maximalausschläge.

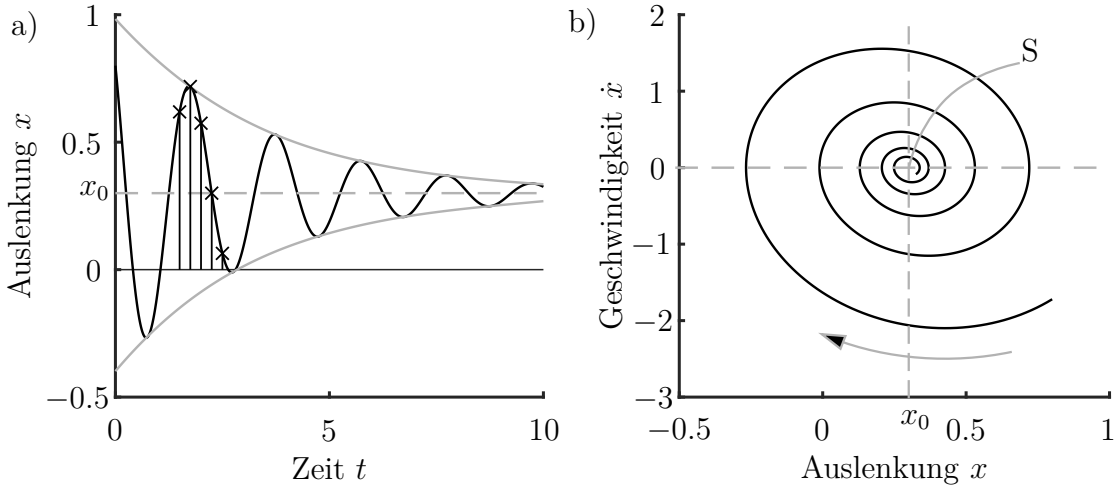


Abbildung 3.14.: Harmonische Schwingung a) Zeitschrieb einer abklingenden harmonischen Schwingung b) Phasendiagramm einer abklingenden harmonischen Schwingung mit Strudelpunkt S

In Abb. 3.14 a) ist der Zeitschrieb einer abklingenden harmonischen Schwingung dargestellt. In grau ist die Hüllkurve der Schwingung mit eingezeichnet. Vor allem wenn die Zeitachse so skaliert ist, dass sehr viele Schwingungsperioden abgebildet sind, ergibt sich damit ein übersichtlicheres Bild. Abb. 3.14 b) zeigt das zugehörige Phasendiagramm der Schwingung, die Geschwindigkeit $\dot{x}$ wird über der Auslenkung x dargestellt. Diese Darstellungsart ist hilfreich, wenn die Stabilität der Schwingung untersucht wird. Der Verlauf der Kurve ist für positiven Zeitverlauf im Uhrzeigersinn zu lesen. Eine Gleichgewichtslage stellt sich im Phasendiagramm als singulärer Punkt dar. Für eine ungedämpfte harmonische Schwingung ergibt sich eine Ellipse im Phasendiagramm, ihr Mittelpunkt heißt Wirbelpunkt. Der

Wirbelpunkt ist die Gleichgewichtslage bzw. der Mittelwert, um die das System gleichbleibend schwingt. In Abb. 3.14 b) ist für die gedämpfte Schwingung aus Abb. 3.14 a) zu erkennen, dass die Kurve spiralförmig auf eine stabile Gleichgewichtslage zuläuft, den Strudelpunkt. Anschwellende Schwingungen verlaufen entgegengesetzt um die instabile Gleichgewichtslage spiralförmig nach außen. Für eine konkrete Anfangsbedingung ergibt sich im Phasendiagramm genau eine Phasenkurve. Werden mehrere Phasenkurven unterschiedlicher Anfangsbedingungen im Phasendiagramm aufgezeichnet, so entsteht das Phasenporträt des Systems. Mit dem Phasenporträt kann ein guter Überblick über die Gleichgewichtslagen eines Schwingungssystems und deren Stabilität gewonnen werden. Eine instabile Gleichgewichtslage zeigt sich im Phasenporträt beispielsweise als Sattelpunkt, die Phasenkurven verlaufen hyperbolisch am Sattelpunkt vorbei. Einen detaillierten Einblick in die Erstellung und Interpretation von Phasenporträts kann in [116] gewonnen werden.

Zur Charakterisierung eines schwingenden Systems kann auch sein Übertragungsverhalten im Zeit- oder im Frequenzbereich bestimmt werden. Die Voraussetzung dazu ist, dass sich das System im betrachteten Zusammenhang linear und zeitinvariant verhält. Zunächst wird die Impulsantwort $h(t)$ des Systems berechnet, also die Antwort des Systems auf einen Dirac-Impuls. Mit Hilfe einer Faltungsoperation kann dann das Ausgangssignal $x(t)$ des Systems für beliebige Eingangssignale $y(t)$ nach Gl. 3.34 berechnet werden. Die Faltung selbst ist eine Art Produkt der beiden Funktionen, wobei der durch die zweite Funktion gewichtete Mittelwert der ersten Funktion erzeugt wird [195].

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(\tau)\, h(t-\tau)\, d\tau = \int_{0}^{t} y(\tau)\, h(t-\tau)\, d\tau = y(t) * h(t) \tag{3.34}$$

mit

$$h(t<0) = 0 \tag{3.35}$$

Oft wird das Übertragungsverhalten auch im Frequenzbereich betrachtet. Die komplexe Übertragungsfunktion $H(\omega)$ eindimensionaler linear zeitinvarianter Systeme wird mit einem Eingangssignal $Y(\omega)$ und dem resultierenden Ausgangssignal $X(\omega)$ nach Gl. 3.35 gebildet und kann dann verwendet werden, um für beliebige periodische Eingangssignale die Frequenzantwort zu bestimmen.

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{Y(\omega)} \tag{3.36}$$

Genaueres zur Transformation in den Frequenzbereich ist im folgenden Teilkapitel erläutert.

3.3.2. Frequenzanalyse

Joseph Fourier beschreibt in seinem Werk *Théorie analytique de la chaleur* [59] zum ersten Mal, dass jede periodische und abschnittsweise stetige Funktion durch eine Reihe aus Sinus- und Kosinus-Funktionen ausgedrückt werden kann. Jeder Schwingungsanteil besitzt eine Frequenz und dazu eine Phase und eine Amplitude. Die Darstellung der Schwingung in Abhängigkeit der Frequenz wird als Beschreibung im Frequenzbereich oder Spektralbereich bezeichnet. Um ein Signal im Frequenzbereich darzustellen, wird eine Berechnung seiner Frequenzanteile durchgeführt. Besonders bedeutend ist die Methode, die auf der Reihentheorie nach Fourier basiert. Einen detaillierten Überblick über die Thematik ist in [98] zu finden. Die Übertragung in den Frequenzbereich hängt vom Zeitsignal ab:

Ist das Zeitsignal kontinuierlich und periodisch, so kann eine Fourier-Reihe entwickelt werden. Das Zeitsignal $g(t)$ mit der Periode T_0 und $k \in \mathbb{Z}$ wird aus der gewichteten Superposition der harmonischen Anteile aus einer unendlichen Reihe gebildet.

$$g(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} G_k e^{i\omega_k t} \tag{3.37}$$

Um der Periodizität zu genügen, gilt dabei:

$$\omega_k = k\omega_0 = \frac{2\pi k}{T_0} \tag{3.38}$$

G_k sind die komplexen Fourierkoeffizienten des Signals, die die Informationen über Betrag und Phase der Schwingungsanteile enthalten. Für die Darstellung im Frequenzbereich ist es deshalb notwendig, die Fourierkoeffizienten zu berechnen. Die frequenzabhängigen Koeffizienten werden durch das Integral über eine Periode des Zeitsignals multipliziert mit der komplexen Schwingung bei der zugehörigen Kreisfrequenz wie folgt gebildet:

$$G_k = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} g(t)\, e^{-i\omega_k t} dt \tag{3.39}$$

Entstammt das Zeitsignal einer physikalischen Zustandsgröße und ist somit reell, so haben die Fourierkoeffizienten folgende Symmetrieeigenschaft: Für jeden Koeffizienten im positiven Frequenzbereich gibt es einen komplex konjugierten Gegenpart im negativen Frequenzbereich:

$$G_k = G^*_{-k}. \tag{3.40}$$

Für die Analyse eines physikalischen Signals im Frequenzbereich wird meist nur der positive Frequenzbereich dargestellt, die Symmetriebedingung kann aber für Vereinfachungen in der Berechnung genutzt werden.

Für ein kontinuierliches Zeitsignal, das nicht periodisch ist, muss die Definition der Reihenentwicklung angepasst werden. Die Abbildung in den Frequenzbereich heißt für solche Signale Fourier-Transformation. Ausgehend von Gl. 3.38 wird eine Periode der nicht periodischen Funktion definiert, die gegen Unendlich geht: $T_0 \longrightarrow \infty$. Entsprechend geht die Grundeigenkreisfrequenz gegen null $\omega_0 \longrightarrow 0$ und die Summe aus Gl. 3.37 wird zum Integral:

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega)\, e^{i\omega t} d\omega. \tag{3.41}$$

Die kontinuierliche Funktion der Fourierkoeffizienten wird dabei zu

$$G(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(t)\, e^{-i\omega t} dt. \tag{3.42}$$

Voraussetzung für die Konvergenz der Funktion ist, dass das Integral über $g(t)\, e^{-i\omega t}$ existiert.

Zeitsignale aus einer Integration genauso wie aus Messungen liegen normalerweise nicht als kontinuierliche Funktionen, sondern als diskrete Werte vor. Auch ihre Periodizität ist oftmals nur näherungsweise vorhanden. Die Übertragung solcher Signale in den Frequenzbereich wird durch die Diskrete Fourier-Transformation (DFT) erreicht. Dabei ist zunächst zu beachten, dass die Zeit- oder Frequenzdaten äquidistant vorliegen müssen. Außerdem ist Periodizität im Beobachtungszeitraum T_B für die Transformation Voraussetzung, um keine sogenannten Leckeffekte zu generieren. Das Zeitsignal der Länge T_B wird in der Berechnung als eine Periode eines virtuellen Gesamtsignals behandelt. Für das virtuelle Gesamtsignal bedeutet das eine sich fortwährende Aneinanderreihung dieses Signalblocks. Ist das Signal nicht periodisch oder entspricht seine Periode nicht einem Vielfachen der Signallänge T_B, so entsteht eine Unstetigkeit im Übergang von einem Signalblock zum nächsten. Diese Unstetigkeit wiederum erzeugt Ergebnisse im Frequenzspektrum, die im eigentlichen Zeitsignal nicht vorhanden sind, dies wird als Leckeffekt (Leakage) bezeichnet. Um die Leckeffekte zu vermeiden, können die Zeitabschnitte mit sogenannten Fensterfunktionen verrechnet werden. Die Fensterfunktionen gewichten den Zeitblock durch Faltung im Frequenzbereich so, dass Anfang und Ende mit stetigem Übergang zu null gesetzt werden, z.B. durch eine Dreiecksfunktion, oder Kurven nach Hamming oder Von

Hann. Durch die Gewichtung des Zeitblocks mit einer Fensterfunktion wird das Spektrum auch anderweitig beeinflusst, was bei der Interpretation berücksichtigt werden muss. Die Auswahl des richtigen Fensters ist vom Frequenzinhalt des Signals und dem Ziel der Analyse abhängig. Eine aufschlussreiche Erläuterung der Auswirkungen unterschiedlicher Fensterfunktionen ist z.B. in [195] zu finden. Eine weitere Voraussetzung für die Anwendung der DFT ist, dass die maximale Frequenz der beinhalteten Schwingungsanteile begrenzt sein muss. Diese Begrenzung ist notwendig, um eine endliche Abtastrate bestimmen zu können. Das Shannon-Theorem fordert zur Vermeidung von Aliaseffekten eine Abtastfrequenz, die mindestens doppelt so groß ist, wie die maximale im Signal enthaltene Frequenz. Für diskrete Zeitschritte $t_n = n\Delta t$ ergibt sich mit der Blocklänge $N = T/\Delta t$ das Zeitsignal

$$g\left(t_n\right) = \sum_{k=0}^{N-1} G_k e^{i\omega_k t_n} = \sum_{k=0}^{N-1} G_k e^{i\frac{2\pi kn}{N}}. \tag{3.43}$$

Die Fourierkoeffizienten für die diskreten Frequenzanteile ω_k können entsprechend nach

$$G_k = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} g\left(t_n\right) e^{-i\omega_k t_n} = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} g\left(t_n\right) e^{-i\frac{2\pi kn}{N}} \tag{3.44}$$

berechnet werden.

Auf Basis dieser Zusammenhänge wurde ein Algorithmus entwickelt, der die Rechenoperationen zur Lösung der Gleichungen verringert, in dem er die Multiplikationen und Additionen über die beiden Zählvariablen n und k zusammenfasst. Diese effizientere Methode der DFT heißt Fast Fourier-Transformation (FFT). Um die geringste Anzahl von Rechenoperationen zu erreichen, muss die Fensterlänge N eine Potenz von 2 sein. Entspricht die Fensterlänge keiner Potenz von 2, werden die Zeitwerte vor der Berechnung zur nächsten Potenz mit Nullen aufgefüllt.

Die Fourier-Transformation konvergiert wie schon angesprochen nur, wenn das Integral über die Funktion $g\left(t\right)e^{-i\omega t}$ konvergiert, also wenn das Zeitsignal im Unendlichen betragsmäßig schneller als $1/t$ abfällt. Ist dies nicht der Fall, wie z.B. bei Sprungfunktionen, kann statt der Fourier-Transformation eine Laplace-Transformation durchgeführt werden. Die Laplace Transformation ersetzt die Kreisfrequenz durch eine komplexe Variable und führt damit einen Konvergenzfaktor ein. Damit wird die Schwingung anstatt in elementare Sinus- und Kosinusschwingungen in Anteile mit zeitlich exponentiell wachsender Amplitude zerlegt. Geht der Konvergenzfaktor gegen null, so geht die Laplace Transformation in die Fourier Transformation über. Mit der Laplace-Transformation wird vom

Zeit- in den Bildbereich transformiert. Für zeitdiskrete Signale wird die Laplace-Transformation zur z-Transformation [68].

Zur Frequenzanalyse gehört nicht nur die Berechnung der Systemantwort im Zeitbereich und deren Transformation in den Frequenzbereich, sondern auch die Beschreibung der dynamischen Systemeigenschaften im Frequenzbereich. Eine relevante Charakterisierungsmöglichkeit ist die Bestimmung des Eigenschwingungsverhaltens des Systems in Form von Eigenfrequenzen und Eigenformen. Das Eigenschwingungsverhalten beschreibt, welche Schwingungsformen das ungedämpfte System unabhängig von eingeprägten Kräften nach einer initialen Anregung bevorzugt einnimmt. Zur Berechnung muss das System in einer Gleichgewichtslage linearisiert werden. Das Eigenschwingungsverhalten ist dann auch nur für diese Gleichgewichtslage zutreffend. Die globalen Bewegungsgleichungen des Systems aus Gl. 3.9 werden dafür in der Zustandsraumdarstellung ausgedrückt. Die Zustandsgröße $\boldsymbol{x}$ fasst die Zustände der Minimalkoordinaten $\boldsymbol{y}$ wie folgt zusammen:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{y} \\ \dot{\boldsymbol{y}} \end{bmatrix} \qquad \dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{y}} \\ \ddot{\boldsymbol{y}} \end{bmatrix} \tag{3.45}$$

Für die homogene Bewegungsgleichung ohne eingeprägte Kräfte und Momente ergibt sich mit den in der Gleichgewichtslage linearisierten Matrizen für die Dämpfung $\boldsymbol{K}_L$ und die Steifigkeit $\boldsymbol{C}_L$:

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{y}} + \boldsymbol{K}_L\dot{\boldsymbol{y}} + \boldsymbol{C}_L\boldsymbol{y} = \boldsymbol{0} \tag{3.46}$$

In der Zustandsraumdarstellung geht die Darstellung mit der Zustandsmatrix

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{E} \\ -\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{C}_L & -\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{K}_L \end{bmatrix} \tag{3.47}$$

in den Ausdruck

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \tag{3.48}$$

über. $\boldsymbol{E}$ stellt die Einheitsmatrix dar. Für die Berechnung der Eigenwerte wird der Lösungsansatz

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}^* e^{\lambda t} \qquad \dot{\boldsymbol{x}} = \lambda \boldsymbol{x}^* e^{\lambda t} \tag{3.49}$$

verwendet. Damit ergibt sich das gewöhnliche Eigenwertproblem nach

$$\left[\lambda \boldsymbol{E} - \boldsymbol{A}\right] \boldsymbol{x}^* = \boldsymbol{0} \tag{3.50}$$

mit den Eigenvektoren $\boldsymbol{x}^*$

$$\boldsymbol{x}^* = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi} \\ \dot{\boldsymbol{\Phi}} \end{bmatrix}, \tag{3.51}$$

welche aus den Teilvektoren für die Lagegrößen $\boldsymbol{\Phi}$ und dem Teilvektor für die Geschwindigkeitsgrößen $\dot{\boldsymbol{\Phi}} = \lambda \boldsymbol{\Phi}$ bestehen. λ beschreibt die Eigenwerte des Problems [149].

Die Lösung des Eigenwertproblems für komplexe Systeme wird meist mit iterativen Verfahren bestimmt, wie z.B. dem Lanczos-Verfahren [106]. Es kann sowohl reelle als auch konjugiert komplexe Lösungen für die Eigenwerte geben. Genaueres zu Bestimmung und Lösung der Eigenwertprobleme gibt es beispielsweise in [149] oder [106] nachzulesen.

3.3.3. Ordnungsanalyse

Untersuchungen im Frequenzbereich sind vor allem für Systeme aussagekräftig, die stationär betrieben werden. Ändern sich die Zustände des Systems, eignet sich oft der Ordnungsbereich besser, um die Zusammenhänge darzustellen. Eine Ordnung ist als Vielfaches einer Bezugsfrequenz definiert. Für rotierende Systeme ist die Bezugsfrequenz eine Bezugsdrehfrequenz, wie z.B. die Eingangsdrehgeschwindigkeit des Systems. Mit Hilfe der Ordnungsdarstellung kann identifiziert werden, ob die Schwingungsanteile der Systemantwort drehzahlabhängig oder -unabhängig sind. So sind mögliche Auslöser und Ursachen der Schwingung leichter zuzuordnen.

Die Übertragung in den Ordnungsbereich kann auf unterschiedlichen Wegen durchgeführt werden. Die einfachste Art basiert auf der zeitdiskreten FFT. Genau betrachtet wird dabei für jede Drehzahl eine FFT berechnet. Die Problematik liegt in der Definition für „jede Drehzahl“. Um das System bei variabler Drehzahl im Ordnungsbereich darzustellen, ist die erste Möglichkeit stufenförmig die Bezugsdrehzahl zu verändern. Für jede Drehzahlstufe wird dann eine FFT erstellt, anhand der Stufendauer kann außerdem ein Zeitraum für eine arithmetische Mittelung eingestellt werden. Die Auflösung des Ergebnisses hängt dabei von der Anzahl der Drehzahlstufen ab, eine genaue Darstellung erfordert sehr viele Stufen.

Bei direkter Bildung der FFT für instationäre Vorgänge ohne Stufen wird die zeitdiskrete Abtastung der Werte nach den Vorgaben des Shannon-Theorems zum

Problem. Mit zunehmender Drehgeschwindigkeit nimmt die Anzahl der Auswertepunkte je Umdrehung immer mehr ab, dadurch verschwimmen die resultierenden Amplituden des Frequenzspektrums zunehmend. Zur Lösung dieses Dilemmas stehen zwei Möglichkeiten zur Verfügung:

Erstens kann eine winkeldiskrete Abtastung der Zustände durchgeführt werden. Die winkeldiskrete Abtastung, also eine Abtastung bei äquidistanten Winkelintervallen, ist sowohl in Messungen als auch der Berechnung meist nicht oder nur umständlich möglich. Da äquidistante Winkelschritte bei steigendenden Drehzahlen in einer sich ändernden Abtastfrequenz auftreten, sind gute Messergebnisse oft mit hohen Anforderungen an die Messgenauigkeit verbunden. In der Berechnung werden üblicherweise zeitgesteuerte Integrationsschritte gebildet, winkeldiskrete Werte können folglich nur interpoliert werden.

Zweitens gibt es die üblichere Option zunächst mit erhöhter Abtastrate mit äquidistanten Zeitschritten abzutasten. Zudem wird das Drehwinkelsignal aufgenommen. In einem weiteren Schritt wird dann ein Resampling vorgenommen. Dabei werden die Daten von äquidistanten Zeitschritten zu äquidistanten Winkelschritten hin interpoliert. Diese Methode erfordert zwar eine hohe Abtastrate, kann aber für instationäre Vorgänge gute Ergebnisse liefern [98]. Für sehr hohe Änderungsraten und nah beieinander liegenden Ordnungen gibt es allerdings genauere Methoden, wie z.B. digitale Filtertechniken. Ein guter Überblick dazu ist in [98] zu finden, eine sehr detaillierte Aufarbeitung unterschiedlicher Auswerteverfahren bietet [21].

Die Darstellung einer Ordnungsanalyse wird oft im dreidimensionalen Wasserfalldiagramm vorgenommen. Werden die Ergebnisse mit der zeitdiskreten FFT erzeugt, so wird die Amplitude der FFT über der Frequenz und der Bezugsdrehzahl abgebildet. Ein Beispiel ist in Abb. 3.15 a) zu sehen. Gibt es drehzahlabhängige Schwingungen im System, so zeichnen sich diese als Ursprungsgeraden im Wasserfalldiagramm ab. Eine Ursprungsgerade bezeichnet eine Ordnung des Systems. Im Beispiel wurde die erste Ordnung eines drehenden Systems durch eine Unwucht angeregt. Geraden orthogonal zur Frequenzachse bezeichnen die Eigenfrequenzen des Systems. Schneiden sich Ordnungs- und Eigenfrequenzgeraden, können Resonanzen im System angeregt werden. Das Wasserfalldiagramm kann generell auch in der Draufsicht mit Hilfe von Farb- oder Graustufenkodierung verwendet werden, es heißt dann Sonogramm, siehe Abb. 3.15 b).

Die Darstellung im Wasserfalldiagramm zeigt bei drehwinkelbasierter FFT die Amplitude über den Ordnungen und der Bezugsdrehzahl. Die Ordnungsgeraden sind in dieser Variante also orthogonal zur Ordnungsachse, die Eigenfrequenzen zeigen sich als Hyperbeln. Abb. 3.16 zeigt die Darstellung eines Wasserfalldiagramms und eines Sonogramms im Ordnungsbereich.

In der FFT und auch in der dynamischen Analyse von Systemeigenschaften durch Eigenwertanalyse muss das System zum betrachteten Zeitpunkt linearisiert betrachtet werden. In der Ordnungsanalyse werden zwar auch punktuell

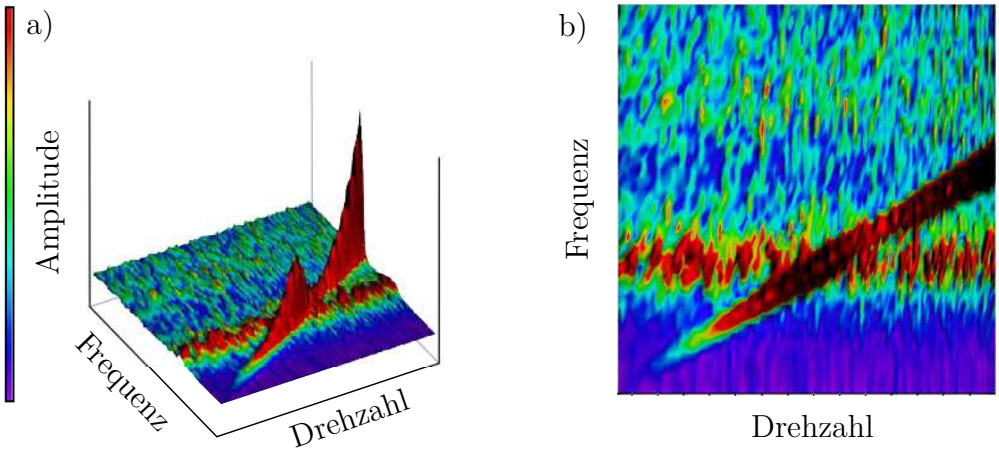


Abbildung 3.15.: Ergebnisse einer Ordnungsanalyse in Frequenzdarstellung im a) Wasserfalldiagramm und b) Sonogramm

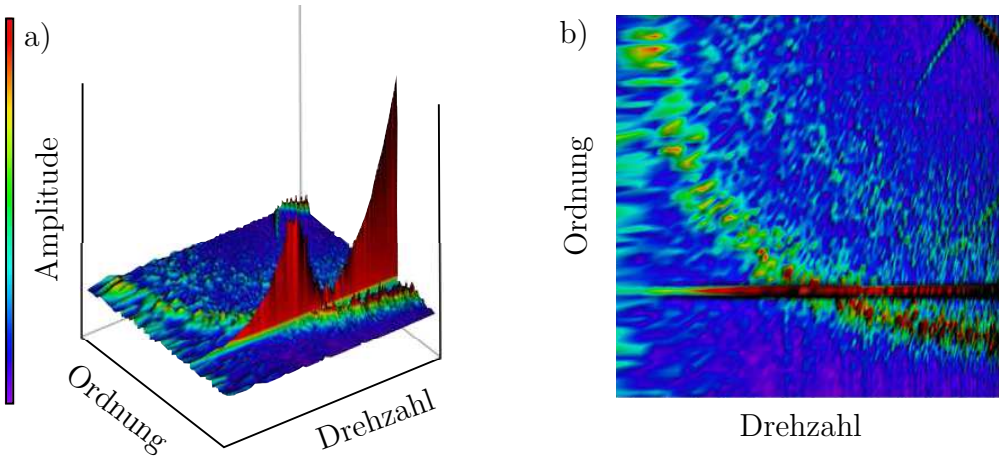


Abbildung 3.16.: Ergebnisse einer Ordnungsanalyse in Ordnungsdarstellung in a) Wasserfalldiagramm und b) Sonogramm

linearisierte Ergebnisse durch die FFT erzeugt, da aber Ergebnisse über variable Drehzahlen erzeugt werden, kann auch ein über die Drehzahl nichtlineares Verhalten erfasst werden.

4. Modellierung

Das Kernstück der Modellbildung bildet eine Systematik, die zugleich eine Beherrschung der hohen Anzahl von Fahrzeugvarianten als auch eine problemgesteuerte Modelldetaillierung für das Antriebsstrangmodell ermöglicht. Diese Struktur wird aus den Ergebnissen der Literaturrecherche abgeleitet und im ersten Teilkapitel vorgestellt. Darauf folgt die Beschreibung der Teilmodelle. Hier wird vor allem auf die unterschiedliche Modellierung der Detaillierungsstufen eingegangen, Variantenunterschiede werden nur für besonders signifikante Fälle erwähnt.

Die Modelle selbst müssen in eine Systemumgebung eingebunden werden, die alle Komponenten aufnimmt. Auch für die Systemmodelle gibt es mehrere Varianten, die in der Modellstruktur zugeordnet werden. Ihr Aufbau wird im dritten Teilkapitel genauer erläutert.

Zur optimalen Ausnutzung der großen Anzahl unterschiedlicher Teilmodelle bietet sich eine Automatisierung der Bedatung und Berechnung an. Dies wird im letzten Teilkapitel anhand einer Einbindung in eine existierende Simulationsumgebung vorgestellt, wie sie bei MAN Truck & Bus entwickelt wurde. Mit Hilfe von Datenbanknutzung und ausgelagerter Berechnung wird eine effiziente und übersichtliche Automatisierung der Simulation von Schwingungsphänomenen im Antriebsstrang angestrebt.

4.1. Modellstruktur

Die große Anzahl erforderlicher Modelle erweist sich als Kernproblematik in der Bewältigung von Schwingungsproblemen in Antriebssträngen. Um realistische Aussagen treffen zu können, ist ein Modell nötig, das für jede Fahrzeugvariante individualisierbar ist und zur Simulation jedes Schwingungsphänomens spezifische Anforderungen erfüllt. Je nach Phänomen ist modellseitig an spezifischen Stellen ein definiertes Minimum an Detaillierung notwendig. Ein hoher Detaillierungsgrad

bedeutet entsprechend hohen Rechenaufwand in der Simulation. Soll eine große Anzahl an Varianten untersucht werden, potenziert sich dieser Aufwand. Eine grundsätzliche Simulation aller Variantenmodelle in höchster Detaillierungsstufe wäre deshalb oftmals ineffizient. Um jedes Phänomen bei bestmöglichem Kompromiss zwischen Genauigkeit und Rechenaufwand abbilden zu können, muss die Detailstufe jedes Modells gesondert eingestellt werden.

Die Chassisvarianten führen bei Nutzfahrzeugen zu erheblichen Veränderungen im Antriebsstrang. Signifikanten Einfluss haben vor allem die Fahrzeuglänge, genauer die Distanz zwischen Motor-Getriebe-Verbund und erster angetriebener Achse, Anzahl und Art der angetriebenen Achsen und die Fahrzeugleistung. Während letztere sich primär auf die Bauteildimensionierung auswirkt, bedingt die durch die Gelenkwelle zu überbrückende Distanz u.a. eine Unterteilung der Welle in mehrere Segmente. Vor allem aufgrund der unterschiedlichen Anzahl angetriebener Achsen können Komponenten nicht nur variieren, sondern gänzlich entfallen oder hinzukommen, ein Beispiel dazu ist das Verteilergetriebe. Folglich muss auch die Varianz aus den unterschiedlichen Fahrzeugkonfigurationen dargestellt und entsprechende Komponentenmodelle erstellt werden.

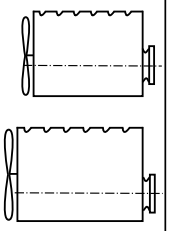
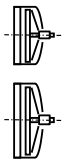
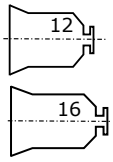
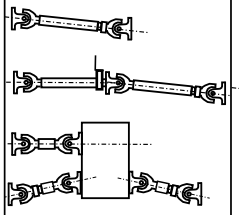
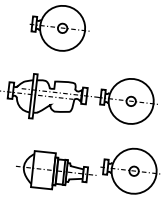
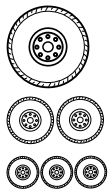
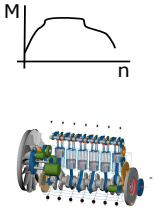
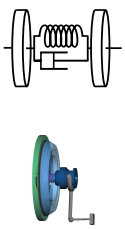
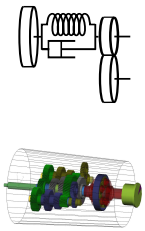
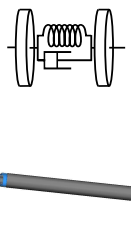
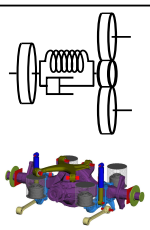
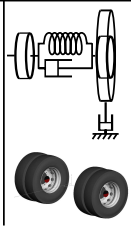
Zur Strukturierung aller erforderlichen Modelle wurde der Antriebsstrang in funktionelle Abschnitte unterteilt. Wie in Tab. 4.1 ersichtlich, gibt es eine Einheit für Antrieb, Kopplung [1], Übersetzung, Übertragung, Achse sowie eine zusammengefasste Einheit für rechts und linksseitige Räder. Das Kopplungsmodul steht übergreifend für die Verbindung zwischen Antrieb und Übersetzung. Meist liegt hier eine Reibkupplung vor, alternativ wäre aber z.B. auch ein hydrodynamischer Drehmomentwandler möglich. Je Einheit liegen Varianten in den beiden Kategorien Fahrzeugvariante und Detaillierungsgrad vor.

Innerhalb der Fahrzeugvarianten gibt es in den ersten drei Gruppen bei konventionellen Fahrzeugen vor allem Unterschiede für die verschiedenen Leistungsklassen. Größere Unterschiede, die zusätzliche Komponenten oder stark veränderte Geometrien beinhalten, sind meist in den Klassen Übertragung und Achsen vorhanden. Mit Blick auf die Hybridisierung oder Elektrifizierung von Nutzfahrzeugantriebssträngen soll die Systematik auch für Varianten der Antriebseinheit und der entstehenden Veränderungen für die übrigen Komponenten offen bleiben.

Für die Detaillierungsgrade wurde eine Klassierung in Stufen vorgenommen. Dies ermöglicht eine konkrete Zuweisung von Detaillierungsstufen für spezifische Schwingungsphänomene. Dabei gibt es die Möglichkeit, stufenweise ein separates alleinstehendes Modell einzubinden, oder die Komplexität mit Hilfe von Parametern zu ändern. Stufe null stellt die geringste Detaillierung des Modells dar. In Tab. 4.2 ist die Definition der Modelldetaillierungsstufen für jede Triebstrangkomponente aufgetragen. Stufe null stellt eine Zusammenfassung der linearisier-

[1] Der Begriff Kopplung ist hier bewusst gewählt, um die Struktur allgemein zu halten. Für den Verbrennungsmotor, der zum derzeitigen Modellstand die Antriebskomponente darstellt, entspricht dies der Kupplung.

Tabelle 4.1.: Skizze eines exemplarischen Antriebsstrangs für ein Fahrzeug mit einer angetriebenen Hinterachse

	Antrieb	Kopplung	Übersetzung	Übertragung	Achse	Räder
Fahrzeugvarianten						
Detaillierung						

ten Steifigkeits-, Dämpfungs- und Masse- bzw. Trägheitseigenschaften mehrerer Komponenten dar (*lumped-mass*-Modell). Alle Modelle der Stufe null werden dabei auf je einen Parameter für Masse, Steifigkeit und Dämpfung reduziert. Mit zunehmender Detaillierungsstufe steigt die Komplexität in den Modellen. Stufe fünf ist beispielsweise für die Simulation akustischer Effekte erforderlich. Dabei ist zu beachten, dass die Stufen aufeinander aufbauen. Soweit nicht explizit geändert, werden die Eigenschaften der vorhergehenden Stufe in die darauffolgende Stufe übernommen. Eine genauere Beschreibung der einzelnen Modelle ist in Kap. 4.2 zu finden.

Die einzelnen Komponentenmodelle werden zur Simulation in Umgebungsmodelle integriert. Das Umgebungsmodell positioniert die Komponenten zueinander und enthält die Randbedingungen und Anregungen des Prüfmanövers. Diese Umgebungen sind ebenfalls in Tab. 4.2 aufgetragen. Stufe null bildet den virtuellen Komponentenprüfstand ab. Virtuelle Komponentenprüfstände sind insbesondere relevant, wenn das zu analysierende Schwingungsphänomen primär in einer oder wenigen Triebstrangkomponenten auftritt und erregt wird. Die übrigen Komponenten werden in diesem Fall zu Parametern konzentriert. Die Lagerung im Fahrzeug und Einflüsse von außen, wie z.B. der Straße werden vernachlässigt. In Stufe eins ist der Rahmenprüfstand aufgeführt. Hier werden die Komponenten in ein Modell integriert, welches die Torsions- und Biegeeigenschaften des Fahrzeugrahmens abbildet. Für Phänomene, die das Bewegungsverhalten des Fahrzeugs in Längs- oder Vertikalrichtung beeinflussen, wie das Ruckeln, müssen Kinematik

und Dynamik der Fahrzeugaufhängung mitberücksichtigt werden. Dazu werden die Komponenten in ein Vollfahrzeugmodell integriert, das in einen Rollenprüfstand mit reinen Last- und Streckeneinflüssen (Stufe 2) oder in eine Prüfumgebung mit Straßenmodell (Stufe 3) implementiert werden kann.

Tabelle 4.2.: Detaillierungsgrade in Stufen für alle Triebstrangkomponenten und die Prüfumgebung

	Antrieb	**Kopplung**	**Übersetzung**	**Übertragung**	**Achse**	**Räder**	**Umgebung**
0	Eingeprägtes Moment	Reduzierte lineare Steifigkeit, Dämpfung u. Masse					Komponentenprüfstand
			Übersetzungsfaktor für folgende Komponenten	Kein Zwischenlager Übersetzungsfaktor	Übersetzungsfaktor	Übersetzungsfaktor	
1	Stehende u. drehende Bauteile lin. Steifigkeit u. Dämpfung Lin. Aggregatelagerung in Torsionsrichtung	Lin. Steifigkeit u. Dämpfung (nach Betriebsbereich)	2 Körper mit repräsentativer Masse Lin. Steifigkeit u. Dämpfung inkl. Gehäusesteifigkeit Übersetzung	2 Körper mit repräsentativer Masse Lin. Steifigkeit u. Dämpfung	Achskinematik mit reduzierter Lagerung	2 Körper mit repräsentativer Masse Handling Reifenmodell (TMeasy)	Rahmenprüfstand
2	Lin. Aggregatelagerung in Längs- u. Querrichtung	Mehrstufige Kupplungssteifigkeit und -dämpfung	Einzelkörper Zahnräder u. Wellen Konst. Radialspiel Lin. Verzahnungssteifigkeit in Radialrichtung	Kinematik Kreuzgelenke Phasenverschiebbarkeit Gelenke lin. Zwischenlager	Nichtlin. Lagerung	Komplexes Reifenmodell (FTire)	Vollfahrzeug u. Rollenprüfstand
3	Motormoment mit Zündanregung u. Massenkräften (Fourierreihe) Nichtlin. Aggregatelagerung inkl. Anschläge	Zentraler Kontakt, Coulomb-Reibung, lin. Geschw.-Abhängigkeit Betätigungseinheit: nichtlin. Tellerfeder, lin. Verformung Kupplungsdeckel	Dynamisches Spiel Axial- u. Radialzahnkräfte Segmentierte Wellen Zahnreibung u. verteilte Dämpfung	Nichtlin. Zwischenlager inkl. Anschläge Reibung in den Kreuzgelenken Statische Reibung im Schiebestück	nicht Teil des Modells		Vollfahrzeug u. Straße
4	Zylinderkomponenten mit Zünddruckkennfeld	Einbautoleranzen Verteilte Einzelkontakte Verteilte Belags- u. Tellerfederkräfte, radial u. axial Kontakte Tellerfeder, Anpressplatte, Deckel, Ausrücklager	Zeitvariante Verzahnungssteifigkeit u. Dämpfung Kontakt auf Basis Zahngeometrie Toleranzen Zahngeometrie	Dynamische Reibung im Schiebestück Flexible Rohre (Beamelemente)	nicht Teil des Modells		
5		Kupplungsglocke FE	Getriebegehäuse FE	Gelenkwellenrohre FE	nicht Teil des Modells		

Voraussetzung der Modellierungsstruktur in Matrixform ist eine standardisierte Konvention für die Schnittstellen zwischen den Modelleinheiten. Dies ist vor allem bei Erweiterung und Reduzierung des Modells um einzelne Elemente wichtig (z.B. für zusätzlich angetriebene Achsen, elektrifizierte oder hybridisierte Konzepte). Die Schnittstellen müssen für die Komponenten untereinander, aber auch für die Einbindung der Antriebsstrangkomponenten in die Umgebungsmodelle vorgesehen werden.

Tabelle 4.3.: Definition der Modelldetaillierung nach Schwingungsphänomenen

	Ruckeln	**Clonk / Clunk**	**Motorstuckern**	**Kupplungsrupfen**	selbsterregt	fremderregt: Anpresskraft	fremderregt Sonstige	**Klappern / Rasseln**	**Getriebeheulen**	**Gelenkwellenphänomene**	Anregung EF allgemein	Anfahrschütteln	Getriebeeiern	Boom	Brummen	Moan
Antrieb	2	2	3		1	0	0	0	0		1	1	3	3	1	1
Kopplung	2	2/5	1		3	3	4	2	0/5		2	2	2	1	2	5
Übersetzung	2	2	1		0	0	0	3/5	4		1	1	1	1	1	5
Übertragung	1	1/5	2		0	0	0	0	0/5		2	3	2	5	5	5
Achse	2	2	1		0	0	0	0	0		1	1	1	2	1	1
Räder	1	1	1		0	0	0	0	0		1	1	1	1	1	1
Umgebung	2/3	1	3		0	0	0/3	0	0		2/3	2/3	1	1	1	1

Mit den vorhandenen Einzelmodellen für Fahrzeugvarianten und Detaillierungsstufen steht eine Modellmatrix zur Verfügung. Aus dieser Matrix müssen die zum Simulationsziel passenden Modelle ausgewählt werden. Das Simulationsziel wird anhand der abzubildenden Schwingungsphänomene definiert. Mit der Definition des zu untersuchenden Schwingungsphänomens wird für jede Modelleinheit ein Vorschlag zur erforderlichen Detaillierungsstufe abgeleitet. Die Vorschläge sind in Tab. 4.3 zusammengefasst. Die vorgeschlagenen Detaillierungsstufen nehmen die Werte 0 bis 5 an und stellen den Komplexitätsgrad dar, der auf Basis der Literatur als Minimum für die Abbildbarkeit des jeweiligen Schwingungsphänomens identi-

fiziert wurde. Eine Erhöhung der Detaillierungsstufe ist auf Kosten von Recheneffizienz und Parametrierungsaufwand möglich. In den Fällen, in welchen mehrere mögliche Detaillierungsstufen aufgetragen sind, kann meist noch zusätzlich im Simulationsziel unterschieden werden. Am Beispiel des Schwingungsphänomens *Clonk* bedeutet eine Abbildung der Kopplungskomponente mit Stufe 2 die Abbildung der Schwingungsentstehung und Entwicklung innerhalb des Triebstrangs. Das Phänomen ist in der Realität aber weniger stark durch spürbare Vibrationen, sondern primär als Geräusch wahrnehmbar. Um einen weiteren Schritt in Richtung der Akustik zu gehen, können dafür flexible Körper für Kupplungsglocke und Getriebegehäuse in das Modell integriert werden. Die Schallentwicklung selbst kann so zwar nicht abgebildet werden, es kann aber untersucht werden, inwiefern die Gehäusestrukturen durch die Schwingung angeregt werden.

4.2. Triebstrangkomponentenmodelle

Die einzelnen Triebstrangmodelle, deren Strukturierung in Kap. 4.1 erläutert wurde, bilden mit zunehmender Modellgenauigkeit die schwingungsrelevanten Eigenschaften ihrer realen Vorbilder ab. Im Folgenden werden deshalb für jede Komponente zunächst die Eigenschaften erläutert, die das Schwingungsverhalten der Komponente selbst und im Triebstrang beeinflussen. Daraus werden die Modelle abgeleitet und für die in Tab. 4.2 entwickelten Detaillierungsgrade vorgestellt. Auf die Modellierung unterschiedlicher Fahrzeugvarianten wird nur an Stellen eingegangen, an denen konstruktiv signifikante Unterschiede bestehen. Für unterschiedliche Motorleistungsklassen, die primär in der Dimensionierung der Komponenten umgesetzt sind, kann oft einfach der Parametersatz angepasst werden, ohne eine umfassende neue Modellierung durchführen zu müssen.

Da für Motormodell, Achse und Reifen auf bestehende Modelle zurückgegriffen werden konnte, liegt der Fokus auf den Komponenten Kupplung, Getriebe und Gelenkwelle.

4.2.1. Antrieb

Die Verbrennungskraftmaschine ist aktuell der primär verwendete Antrieb im Nutzfahrzeug. Vor allem im Fernverkehr bietet sie zum derzeitigen Stand noch zu viele Vorteile, um durch andere Konzepte verdrängt zu werden. Laut [80] sprechen Patentanmeldungen und Beobachtungen derzeitiger Entwicklungen dafür, dass der Verbrennungsmotor in näherer Zukunft und unter steter Optimierung nach wie vor eine zentrale Rolle als Antrieb spielen wird. Deshalb wurde in dieser Arbeit ein Dieselmotor als Antriebskomponente modelliert. Längerfristig bietet sich die entwickelte Modellstruktur aber durchaus dazu an, alternative Antriebskonzepte und deren Schwingungseinflüsse zu untersuchen und kann dahingehend problemlos erweitert werden.

Mit dem Antrieb werden mehrere zentrale Aufgaben erfüllt und damit verbundene Eigenschaften in den Antriebsstrang eingebracht. Die wichtigste Aufgabe des Motors ist die Erzeugung der Antriebsleistung. Der Verbrennungsmotor generiert diese Leistung mit Hilfe der thermischen Ausdehnung von Gasen. Die Verbrennung eines Kraftstoffes in einem abgeschlossen Zylinderraum setzt chemisch gebundene Energie in thermische Energie um. Bei der anschließenden thermischen Expansion wird das Zylindervolumen durch die Gaskräfte vergrößert, wobei die bewegliche Begrenzung des Zylinderraums, der Kolben, verschoben wird. Die derart erzeugte kinetische Energie wird von der translatorischen Zylinderbewegung durch einen Kurbeltrieb in eine rotatorische Bewegung der Kurbelwelle umgesetzt. Durch diesen Vorgang, der meist nicht nur durch einen, sondern mehrere Zylinder bewerkstelligt wird, entsteht ein charakteristisches Verhalten der Antriebsmaschine. Grundlagen zu diesem Vorgang können z.B. in [69] oder [97] eingesehen werden.

Bezeichnend für den Verbrennungsmotor ist z.B. seine Volllastkurve. Ein exemplarischer Verlauf von Drehmoment und Leistung über der Drehzahl für einen Dieselmotor ist in Abb. 4.1 a) in Anlehnung an [13] zu sehen. Das Drehmoment des Motors ist durch die erzeugbaren Gaskräfte im Zylinder bestimmt und damit bis zu seinem Maximum der Lastregelung des Motors durch die Gaspedalstellung unterworfen. Unter Volllast, also bei maximaler Gaspedalstellung, ist das erzeugbare Moment von der Drehzahl abhängig. Das Drehzahlmaximum ist durch Massenkräfte, Strömungswiderstände und Reibverluste begrenzt. Insbesondere bei Dieselmotoren ist außerdem zu beachten, dass die Gemischbildung im Brennraum Zeit in Anspruch nimmt, was ebenso einen limitierenden Faktor für die Drehzahl darstellt [13].

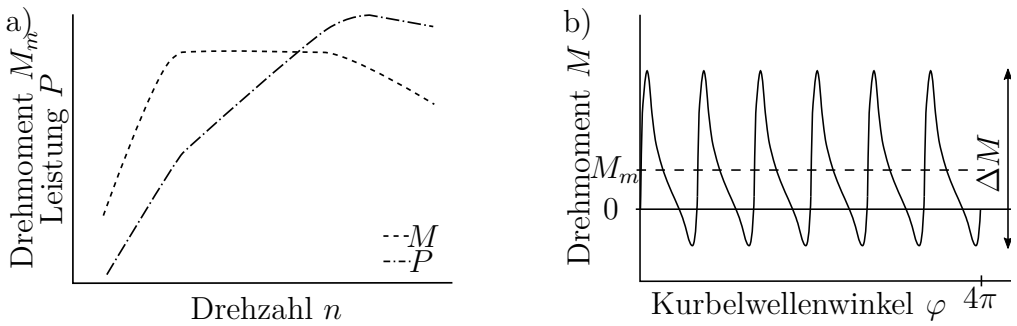


Abbildung 4.1.: Skizzen der Momenten- und Leistungsverläufe eines Dieselmotors
a) Drehmomenten- und Leistungsverlaufs über der Drehzahl und
b) Drehmomentverlaufs über zwei Umdrehungen der Kurbelwelle

Durch die intermittierende Leistungserzeugung in den Zylindern des Motors entstehen Oszillationen, die für die Anregung unterschiedlicher Schwingungsphänomene im Antriebsstrang verantwortlich sind. Im Folgenden wird dies an einem

für Nutzfahrzeuge häufig verwendeten Sechszylinder-Reihenmotor genauer erläutert.

Die Voraussetzung für die Antriebsleistung im Motor ist der Gasdruck, der in jedem Zylinder in Folge der Verbrennung auftritt. Teil der Gaskräfte sind nicht nur der positive Anteil, der durch die Expansion des Gases durch die Zündung entsteht, sondern auch Ladungswechsel- und Verdichtungsverluste, die als negative Anteile in die Gaskräfte eingehen. Der durch den Gasdruck bewegte Kolben des Zylinders ist per Pleuel mit der Kurbelwelle verbunden. Eine Skizze dazu ist in Abb. 4.2 a) gezeigt. Diese Verbindung definiert über die Länge des Pleuels l_P und den Abstand des Kurbelzapfens zur Kurbelwellendrehachse l_K die Umsetzung der Gaskräfte in einen Drehmomentverlauf an der Kurbelwelle. Die Berechnung des Drehmoments aus den Gaskräften und der Kinematik des Kurbeltriebs wird in [42] gezeigt.

Zudem haben Massen und Trägheiten des Kurbeltriebs inklusive der Kolben einen Einfluss auf die Entwicklung des entstehenden Drehmoments über dem Kurbelwellenwinkel. Auch die Bestimmung des Anteils der Massen und Trägheiten auf das Drehmoment an der Kurbelwelle wird in [42] analytisch für einen Einzelzylindermotor berechnet, detailliertere Ausführungen sind in [69] zu finden. Die Funktionsweise eines Viertaktmotors gibt vor, dass die Verbrennung alle zwei Umdrehungen je Zylinder stattfindet. Dies bedeutet bei einer Reihenanordnung von sechs Zylindern (siehe Abb. 4.2 b)), dass insgesamt je Umdrehung drei Zündungen stattfinden. Daraus ergibt sich eine Anregung dritter Ordnung aus den Gaskräften (eine Erläuterung von Anregungsordnungen ist in Kapitel 3.3 zu finden). Die Superposition des Drehmoments aus den Gaskräften und den Massenkräften des Kurbeltriebs ergibt den charakteristischen Drehmomentverlauf eines Sechszylinder-Reihenmotors, welcher exemplarisch in Abbildung Abb. 4.1 b) dargestellt ist.

Um das Anregungsverhalten des Motors von Grund auf zu modellieren, müssen entsprechend folgende Schwingungsquellen bzw. -übersetzungen zwingend berücksichtigt werden:

- Gasdruckverlauf Zylinder
- Umsetzung über den Kurbeltrieb und
- Massen und Trägheiten des Kurbeltriebs

Für detailliertere Modellierungen haben weiterhin Reibung (z.B. des Kolbens am Zylinder) und Schmierung einen Einfluss.

Zusätzlich zum Anregungsverhalten besitzt der Motor dynamische Eigenschaften, die die Schwingungen im Triebstrang beeinflussen können. Dabei spielen sowohl die Komponenten, die mit dem Antriebsstrang rotieren, also die Kurbelwelle mit den zugehörigen Anbauteilen sowie die stehenden Komponenten, also das Gehäuse mit den Motorlagern, eine Rolle.

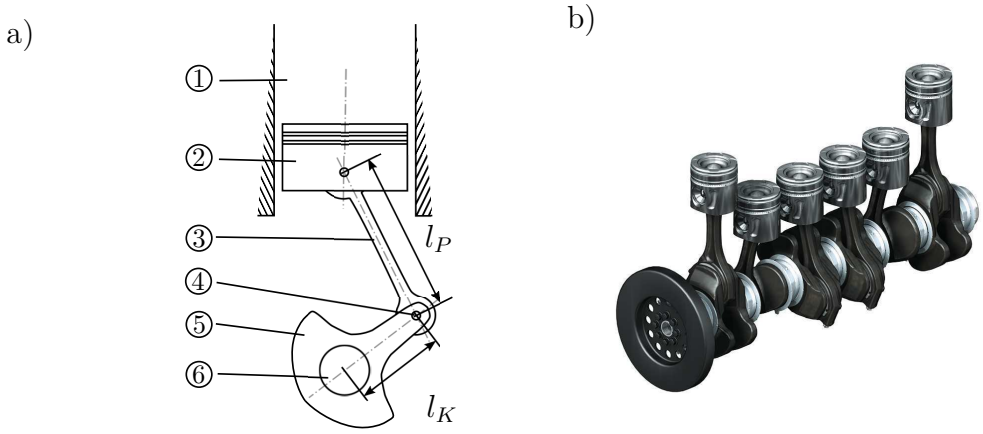


Abbildung 4.2.: Abbildungen zum Kurbeltrieb: a) Skizze eines Zylinders mit Kolben, Pleuel und Kurbelwelle; 1: Zylinder, 2: Kolben, 3: Pleuel, 4: Kurbelzapfen, 5: Ausgleichsgewicht, 6: Kurbelwelle und b) Reihenanordnung eines Sechszylinder-Verbrennungsmotors [114]

Bei den rotierenden Bauteilen kann die Torsionssteifigkeit der Welle, insbesondere aufgrund der hohen Anregungskräfte, eine Rolle für die Antriebsstrangdynamik spielen. Für bestimmte Schwingungsphänomene können aber auch Biegeschwingungen der Kurbelwelle relevant sein. Dazu gehört z.B. das Kupplungsrupfen: Durch eine Biegeschwingung der Kurbelwelle wird eine Taumelschwingung der Schwungscheibe induziert. Da die Schwungscheibe zu den Reibpartnern in der Kupplung gehört, kann dies das Reibverhalten beeinflussen (genauere Informationen zum Kupplungsrupfen wurden in Kapitel 2.1 zusammengefasst). Um der Schwingungsanregung durch die Verbrennung und den Kurbeltrieb entgegenzuwirken, werden an der Kurbelwelle üblicherweise auf der Kupplungsseite eine erhöhte Trägheit in Form der Schwungscheibe und auf der entgegengesetzten Seite ein Schwingungstilger eingesetzt. Die Aufgabe des Schwingungstilgers ist es, die Torsionsschwingungen der Kurbelwelle in ihrer Eigenfrequenz zu begrenzen und damit einem Versagen der Kurbelwelle vorzubeugen [13]. Das Schwungrad dient als Energiespeicher, mit dem Ziel, die Drehschwingungen des Kurbeltriebs und damit den Eintrag von Schwingungen in den weiteren Triebstrang zu verringern.

Bei den stehenden Bauteilen betreffen relevante dynamische Eigenschaften vor allem die Lagerung des Triebstrangs. Die Lagerung hat die Aufgabe, die Übertragung von Schwingungen aus dem Antriebsstrang auf die Karosserie zu minimieren und Schwingungen aus der Anregung durch die Fahrbahn gering zu halten. Die Anregungen durch die Straße, beispielsweise aus den Fugen zwischen Betonplatten auf der Autobahn, liegen dabei im niederfrequenten Bereich von ca. 4 bis 20 Hz [72]. Von den Schwingungen aus dem Antriebsstrang sind vor allem Anregungen aus der Verbrennung und dem Kurbeltrieb relevant. Einerseits muss das durch Gas- und Massenkräfte erzeugte Drehmoment durch die Motorlagerung

abgestützt werden. Die Gaskräfte selbst wirken nicht nach außen, da sich der Gasdruck über den gesamten Zylinderraum ausbreitet. Das an der Kurbelwelle wirkende Moment mit seiner Ungleichförmigkeit stützt sich aber über die Kolben und die Lager der Kurbelwelle ab und resultiert in einem Gegenmoment um die Längsachse des Motors.

Andererseits entstehen durch die Bewegung des Kurbeltriebs freie Kräfte und Momente, die in der Motorlagerung abgestützt werden müssen. Die Kräfte und Momente setzen sich aus Anteilen aus den rotierenden Massen des Kurbeltriebs und aus den oszillierenden Massen zusammen. In Bezug auf die Bauteile ist diese Grenze nicht scharf, die Kurbelwelle und ein Anteil des Pleuels tragen zu den rotierenden Massen bei, der Kolben und weitere Anteile des Pleuels wirken als oszillierende Massen. Zum Ausgleich der rotierenden Massen besitzt die Kurbelwelle Ausgleichsgewichte (siehe Abb. 4.2 a)), alternativ werden auch Ausgleichswellen eingesetzt (siehe [69]). Für beide Anteile kann zudem ein Ausgleich durch die Superposition der Wirkung mehrerer agierender Zylinder angestrebt werden. Die durch oszillierende Massen induzierten Kräfte und Momente können durch die Anordnung der sechs Zylinder bis zur zweiten Ordnung ausgeglichen werden. Höhere Ordnungen der Massenkräfte sind nicht relevant, dritte und vierte Ordnung der Massendrehmomente müssen berücksichtigt werden [69]. Die rotierenden Massenkräfte werden durch die zentralsymmetrische Ausrichtung der Kurbelwellenkröpfungen der sechs Zylinder ausgeglichen. Die Ausgleichsgewichte werden bei dieser Motorenform zur Verringerung der inneren Kräfte und damit der Reduzierung eines Biegemoments in der Kurbelwelle genutzt [97].

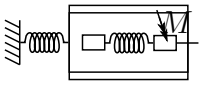
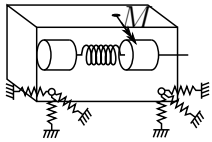
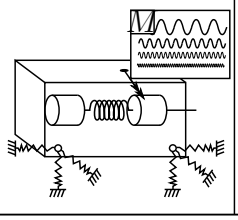
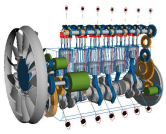
Weitere Kräfte, die die Motorlager aufnehmen müssen, sind statische Kräfte durch das Eigengewicht des Motors und anteiliger Triebstrangmassen, sowie Lasten aus Beschleunigungen in Längs- und Querrichtung aus der Fahrdynamik. Die Ausgangsmomente aus dem Getriebe, die durch die Übersetzung in das Gehäuse eingeleitet werden, werden durch eine Schraubverbindung des Getriebegehäuses mit dem Motorgehäuse ebenfalls auf die Motorlagerung aufgebracht. Zudem stützen sich die Schwingungsphänomene des Antriebsstrangs, soweit sie sich auf den Antrieb erstrecken, in den Motorlagern ab [124].

Die Anregungen aus Fahrbahn und Motor überdecken ein breites Frequenzspektrum (abhängig von der Drehzahl), das bis in den akustischen Bereich reicht. Für die niederfrequenten Anregungen von der Fahrbahn wäre eine Eigenfrequenz des Motors auf seiner Lagerung in Vertikalrichtung oberhalb der Anregungsfrequenz günstig. Für die Motoranregungen, die in einem höheren und breiteren Frequenzspektrum liegen, wäre eine überkritische Auslegung günstiger, entsprechend eine Eigenfrequenz unterhalb des Erregerspektrums [124]. Da die Schwingungen aus dem Motor die konstantere Anregung darstellen, wird die Eigenfrequenz üblicherweise danach eingestellt. Für die Motorlager im Nutzfahrzeug werden meist Elastomerlager eingesetzt. Entsprechend der Anforderung an die Modelldetaillierung

müssen bei der Modellierung nichtlineares Verhalten und Amplitudenabhängigkeit berücksichtigt werden.

Aus diesen Eigenschaften und den Detaillierungsanforderungen aus Kap. 4.1 resultiert die im Folgenden beschriebene Modellbildung für die gewählten Detaillierungsstufen. In Tab. 4.4 sind die zugehörigen Skizzen dargestellt. Aus Übersichtlichkeitsgründen ist zwischen den Masseelementen immer nur ein Federelement dargestellt, das aber Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften zugleich symbolisieren soll.

Tabelle 4.4.: Detaillierungsstufen der Modelle für den Antrieb

Stufe 0	Stufe 1	Stufe 2	Stufe 3	Stufe 4
				
Momenten-vorgabe	→			komplexes Motormodell

Stufe 0

In der ersten Detaillierungsstufe wird das Moment anhand eines Kennfeldes vor dem Schwungrad in das System eingebracht (siehe Tab. 4.4, erste Abbildung). Es enthält keine Unregelmäßigkeiten oder Schwankungen. Als erste Trägheit im System wird das Schwungrad abgebildet, welches aber in der Komponente „Kopplung“ enthalten ist.

Stufe 1

In Stufe 1 (siehe Tab. 4.4, zweite Abbildung) ist das Motormodell als lineares Torsionsmodell abgebildet. Die Kurbelwelle mit allen rotatorisch wirkenden Anteilen wird auf zwei Schwungmassen aufgeteilt, die durch eine linearisierte äquivalente Steifigkeit mit linearem Dämpfungsanteil verbunden sind. Das Motormoment wird auf die zweite Masse von einem weiteren Rotationskörper aus aufgebracht. Dieser Körper bildet das Gehäuse mit allen stehenden Anteilen in Masse und Trägheit ab. Der Gehäusekörper ist gegen die Umgebung durch eine Drehsteifigkeit gelagert, welche die Eigenschaften der Elastomerlagerung im Arbeitspunkt linearisiert abbildet.

Stufe 2

Für die nächste Detaillierungsstufe wird die Motorlagerung auf eine dreidimensionale Modellierung erweitert (siehe Tab. 4.4, dritte Abbildung). Der Gehäusekörper wird an vier Stellen (je nach Fahrzeugvariante auch nur drei) durch translatorische Elemente in jeweils drei unabhängige Raumrichtungen gelagert. Auch hier werden die Steifigkeiten und Dämpfungen im Arbeitspunkt linearisiert.

Stufe 3

Die dritte Stufe beinhaltet Erweiterungen in Bezug auf Lagerung und Gestaltung des Motormoments (siehe Tab. 4.4, vierte Abbildung). Hier werden die Anregungen des Motors, die durch die Gaskräfte und Massenmomente erzeugt werden, ins Modell integriert. Dies geschieht durch die Synthese des Moments anhand von Fourierkoeffizienten. Die Fourierkoeffizienten werden in Messungen an einem Motorenprüfstand gewonnen. Da die Ungleichförmigkeit von der Drehzahl abhängig ist (der Einfluss der Massenkräfte nimmt mit der Drehzahl zu), muss auch die Fouriersynthese drehzahlabhängig gestaltet werden. In den Messungen werden deshalb hinreichend kleine Drehzahlintervalle gewählt, für die die Koeffizienten ermittelt werden. Für jeden diskreten Drehzahlschritt werden die Fourierkoeffizienten mit der Amplitude F_k und Phase φ_k ermittelt. Das Signal für das aufgeprägte Moment g_U ergibt sich nach Gl. 3.43 mit Hilfe von Gl. 3.31 bei jeder Drehzahl U für die Ordnungen k:

$$g_U\left(t_n\right) = \sum_{k=o}^{N-1} G_k e^{i\omega_k t_n} = \sum_{k=0}^{N-1} F_k \cos\left(\omega_k t_n + \varphi_k\left(\omega_k\right)\right). \tag{4.1}$$

Zur Erzeugung des Drehmomentsignals wird ein Drehzahlverlauf vorgegeben. In Abhängigkeit dieser Drehzahl wird der Verlauf der Fouriersynthese durch eine Spline-Interpolation bestimmt. Da die sich durch das Drehmomentsignal tatsächlich ergebende Drehzahl nicht notwenigerweise mit dem vorher vorgegebenen Drehzahlverlauf übereinstimmt, müssen gegebenenfalls Iterationen durchgeführt werden, in welchen der zu erwartende Drehzahlverlauf an den sich ergebenden Drehzahlverlauf angepasst wird.

Für die Motorlager wird ein bereits vorliegendes rheologisches Modell benutzt. Das Modell ist in [137] beschrieben. Die rheologischen Grundlagen zur Modellierung sind in Kap. 3.2.1 mit Hilfe der Modellgleichungen auf Materialebene dargestellt. Da die Motorlager eine geometrisch nicht einfache Struktur aufweisen und nicht auf FE-Ebene modelliert werden sollen, sind die Gleichungen auf Bauteilebene formuliert und dann mit Messwerten des realen Bauteils bedatet. In Abb. 4.3 ist eine Skizze des Modells zu sehen, es basiert auf der Parallelschaltung mehrerer Elemente. Das erste Element stellt eine nichtlineare Feder mit der

Steifigkeit $c^{\infty}(x)$ dar. Parallel dazu steht ein viskoses Element mit der Konstante k^{∞}. Dazu parallel sind zwei Maxwell-Elemente jeweils mit den konstanten Steifigkeiten c_1 und c_2 sowie den Dämpfungskonstanten k_1 und k_2 geschalten. Das letzte Element ist ein Reibelement aus der Formulierung von [137]. Das Element erzeugt die Reibkraft $F_R(t_n)$ mit Hilfe einer Logarithmusfunktion:

$$F_R = R \ln(1 + \rho x) \tag{4.2}$$

Die beiden Parameter R und ρ beschreiben die Form der Kurve empirisch und müssen in Messungen bestimmt werden. Die Logarithmuskurve wird ausgehend von den Bewegungsumkehr an den Punkten x_e der vorangehenden Bewegung beschrieben. Die Vergangenheit der Werkstoffreibung wird so durch die Summierung der Reibungskräfte zwischen den entsprechenden Umkehrpunkten mit berücksichtigt. Abhängig von der Bewegungsrichtung wird das Vorzeichen der Kurve bestimmt:

$$F_R(t_n) = \sum_{l=0}^{M-1} \text{sign}\left(\dot{x}|x\epsilon\left]x_{e_l}; x_{e_{l+1}}\right[\right) R \ln\left(1 + \rho|x_{e_{l+1}} - x_{e_l}|\right) + \tag{4.3}$$

$$+\text{sign}\left(\dot{x}|x > x_{e_{l+1}}\right) R \ln\left(1 + \rho|x(t_n) - x_{e_{l+1}}|\right) \tag{4.4}$$

Mit diesem Zusammenhang wird die Amplitudenabhängigkeit des Elastomers beschrieben und ein Bauteilgedächtnis abgebildet. Zur Bestimmung wird über die Anzahl der Richtungsumkehrpunkte M summiert. Die dem Modell zugrundeliegenden Messdaten und entsprechende Modellskizzen sind in [134] zu finden.

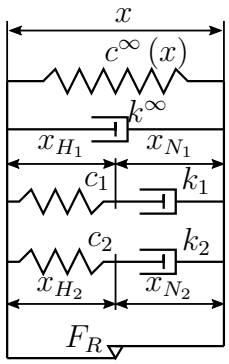


Abbildung 4.3.: Skizze des rheologischen Modells zur Abbildung der Motorlager

Stufe 4

In der letzten vorgesehenen Detaillierungsstufe wird die Entstehung des Motormoments in den Zylindern modelliert (siehe Tab. 4.4, fünfte Abbildung). Wie

beschrieben müssen dazu Zünddrücke, Übertragung durch das Pleuel und die Kurbelwelle mit Steifigkeiten und Trägheiten abgebildet werden. Dies geschieht in der Stufe vier mit einem flexiblen Modell der Kurbelwelle und der Modellierung der einzelnen Zylinder inklusive Kolbenreibung. Das Moment wird nicht direkt auf die Kurbelwelle aufgebracht, sondern mit Hilfe gemessener Zünddruckkennfelder auf der Kolbenwirkfläche generiert. Weiterhin sind die Nockenwelle mit Stirnradtrieb und Lüfter modelliert. Diese Modellierungsstufe ist nur für sehr spezifische Schwingungsphänomene im akustischen Frequenzbereich am Motor selbst und teilweise an der Kupplung nötig. Da das Modell gestellt wurde und aufgrund der eingeschränkten Anwendungsbereiche im weiteren Verlauf der Arbeit nicht genutzt wird, wird hier nicht näher auf die Modellierung eingegangen.

4.2.2. Kopplung

Für die erarbeitete Modellbasis wurde als Kopplungselement passend zum Verbrennungsmotor und dem üblichen Entwicklungsstand für LKW eine Reibkupplung, genauer eine Einscheiben-Trockenkupplung, modelliert. Detaillierter können die Eigenschaften und der Aufbau einer Reibkupplung in [156] nachgeschlagen werden.

Die Reibkupplung hat mehrere Aufgaben im Antriebsstrang. Im geschlossenen Zustand überträgt sie die Antriebsleistung vom Motor auf das Getriebe. Dabei dient der Torsionsdämpfer der Entkopplung und Dämpfung von Schwingungen, die durch den Motor eingebracht werden, vom Rest des Triebstrangs. Im geöffneten Zustand trennt die Kupplung die übrigen Komponenten vom Motor und erlaubt damit den Leerlauf des Antriebs und ein lastfreies Schalten im Getriebe. Der dritte wichtige Zustand für die Kupplung ist der Übergang von der Trennung zur Verbindung des Triebstrangs mit der dabei auftretenden Reibphase. Durch diesen Reibvorgang wird der Anfahrvorgang ermöglicht, da der Verbrennungsmotor im Stillstand kein Moment erzeugen kann. Über die Reibscheiben wird ein primär von der Anpresskraft abhängiges Reibmoment übertragen bis sich die Drehgeschwindigkeiten der Reibpartner angeglichen haben und das volle Motormoment wirken kann.

Die Verwendung des Begriffs „Torsionsdämpfer “hat sich im üblichen Sprachgebrauch durchgesetzt, ist aber missverständlich. Das Bauteil beinhaltet sowohl Elemente, die durch eine definierte Steifigkeit eine Entkopplung der verbundenen Komponenten ermöglicht, als auch Reibelemente, die aus dem System Energie abführen und damit eine Dämpfung von Schwingungen realisieren.

In Abb. 4.4 a) ist die Skizze einer typischen Nutzfahrzeugkupplung dargestellt. Motorseitig an der Kurbelwelle ist die Schwungscheibe (1) befestigt. Über das Gehäuse (2) ist diese mit der Druckplatte (3) verbunden. Die beiden Bauteile haben einen translatorischen Freiheitsgrad zueinander, der in der Rotationsachse liegt. Die Verbindung zwischen Gehäuse und Druckplatte wird durch mehrere

über den Umfang verteilte Tangentialblattfedern geschaffen. Damit ist die Rotation zwischen den beiden Komponenten unterbunden, die Verschiebung in Richtung der Rotationsachse ist aber möglich. Bei geöffneter Kupplung sorgen die Blattfedern dafür, dass die Druckplatte in Richtung des Gehäuses gezogen wird, um den Kontakt der Reibflächen zu vermeiden. Mit der Membranfeder (4) wird die Druckplatte in Richtung der Schwungscheibe gedrückt. Dazwischen befindet sich die Reibscheibe (5) mit beidseitigen Belägen (6). Es bilden sich zwei Reibkontakte aus, der erste zwischen Schwungscheibe und Reibscheibe, der zweite zwischen Reibscheibe und Druckplatte. Um einen sanften Einkuppelvorgang zu erreichen, weist die Reibscheibe zwischen ihren beiden Belägen eine Belagsfederung auf, die in Richtung der Rotationsachse wirkt. Die Reibscheibe ist über eine Welle-Nabe-Verbindung auf der Getriebeeingangswelle (7) befestigt. Zwischen der Nabe und den Belägen mit dem Reibkontakt gibt es einen rotatorischen Freiheitsgrad, in welchem der Torsionsdämpfer (8) der Kupplung wirkt. Als Torsionsdämpfer werden Schraubenfederelemente mit axial wirkenden Reibelementen kombiniert, siehe auch Abb. 2.4. Die zugehörige Kennlinie wird oft mehrstufig ausgeführt, um in unterschiedlichen Frequenzbereichen zur Schwingungsreduzierung bzw. Verschiebung der Eigenfrequenzen in der Lage zu sein (siehe Abb. 4.4 b)). Im Bereich geringer Auslenkung wirkt eine Vorstufe mit geringer Steifigkeit, ab einem Grenzwert wirkt außerdem die steifere Hauptstufe. Bei maximaler Auslenkung geht der Torsionsdämpfer in den Anschlag. Die Welle-Nabe-Verbindung ist als Keilwellen-Verbindung ausgeführt. Diese Art der Verbindung verursacht kaum Flankenspiel [154].

Zum Öffnen der Kupplung wird in der Nutzfahrzeugtechnik meist ein gezogener Mechanismus verwendet, um die Hebelverhältnisse bestmöglich auszunutzen. Durch die Betätigungseinrichtung wird über den Hebel (9) am Ausrücklager (10) gezogen. Dadurch verringert sich die Anpresskraft auf den Reibflächen durch die Membranfeder, bis der Kontakt endet. Die Membranfeder oder auch Tellerfeder wird verwendet, weil sie einerseits als Federelement wirkt und andererseits Hebelkräfte ausnutzen kann. Durch ihre Vorspannung gegen das Gehäuse und das Abstandsverhältnis zwischen den Kontaktpunkten ist die nötige Ausrückkraft im Vergleich zur Anpresskraft viel geringer. Da durch die hohen Momentenanforderungen im Nutzfahrzeug hohe Anpressdrücke in der Kupplung erreicht werden müssen, bietet sich der gezogene Mechanismus hier besonders an. Durch die Eigenschaften der Tellerfeder ergibt sich ein nichtlinearer Anpresskraftverlauf F_C über dem Abhubweg der Druckplatte aus der geschlossenen Position, wie er in Abb. 4.5 a) dargestellt ist. Folglich ist auch der Verlauf der Anpresskraft F_R nichtlinear, er ist in Abb. 4.5 b) zu sehen.

Weitere komplexe Eigenschaften besitzt der Kupplungsbelag. Diese Eigenschaften sind definierend für den tatsächlichen Reibvorgang und zugleich sehr schwer zu bestimmen. Für die meisten Nutzfahrzeuge werden in der Kupplung organische Beläge verwendet, die in Form gepresst oder gewickelt werden. Die Basis

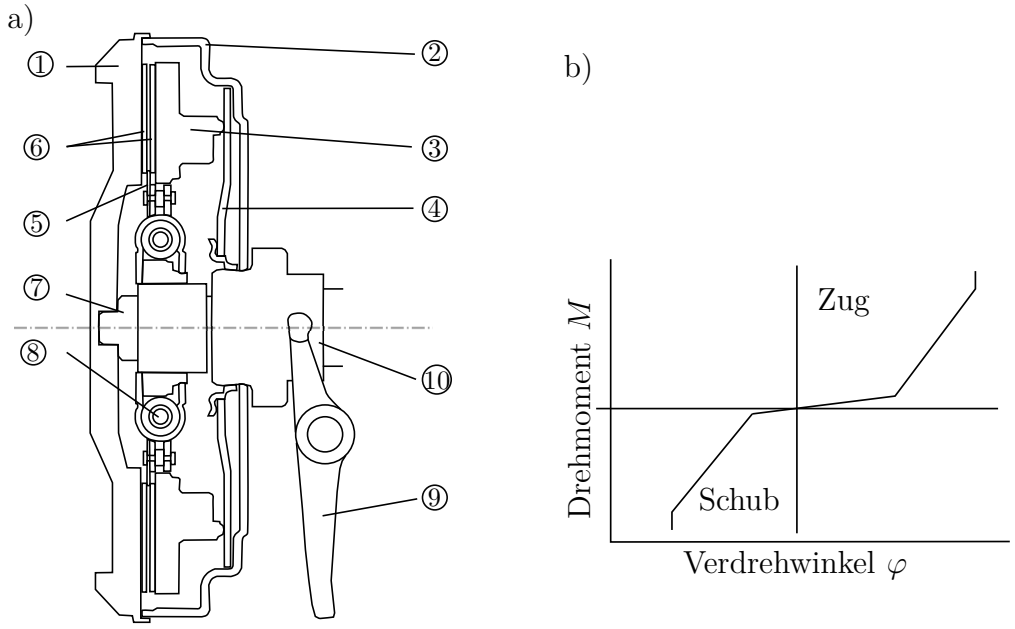


Abbildung 4.4.: Abbildungen zur Kupplung: a) Kupplungsaufbau einer typischen NFZ-Kupplung [114] und b) Zweistufige Kennlinie der elastischen Eigenschaften des Torsionsdämpfers

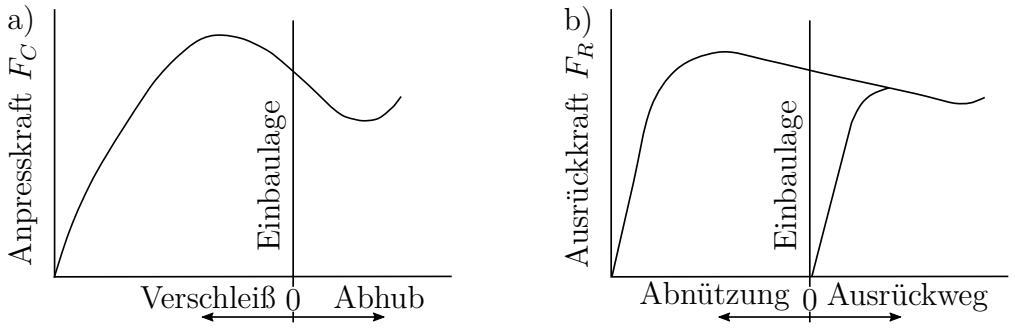
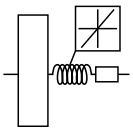
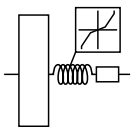
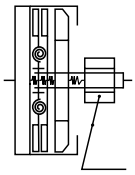
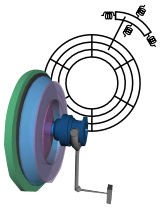
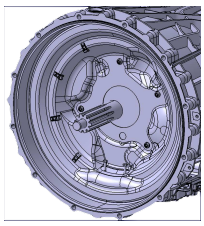


Abbildung 4.5.: Kupplungskennlinien: a) Verlauf der Anpresskraft in der Kupplung über dem Abhubweg und b) Verlauf der Ausrückkraft in der Kupplung über dem Ausrückweg

der Beläge sind Garne (aus Kupfer, Glas, Aramid, Synthetikfasern, etc.), die mit einer Mischung des Reibzements aus Kautschuk, Harzen oder Füllstoffen getränkt oder beschichtet werden. Nach der Wicklung und Pressung der Garne werden sie in die Belagsform geschliffen [156]. Die Materialzusammensetzung lässt eine flexible Anpassung der Eigenschaften für unterschiedliche Anwendungen zu, macht es aber zugleich sehr schwer, die Reibeigenschaften übergreifend zu beschreiben. Im Einsatz hängt die Entwicklung der Reibkraft nicht nur von der Geschwindigkeit, sondern abhängig von den Materialien, von der Temperatur, der herrschenden Feuchtigkeit, der Nutzungs-Vorgeschichte und weiteren Parametern ab [16].

Die Abbildung der beschriebenen Eigenschaften in Modellen wird im Folgenden für die Detaillierungsstufen gezeigt. Die Stufen sind in Tab. 4.5 als Skizzen zusammengefasst.

Tabelle 4.5.: Detaillierungsstufen der Modelle für die Kopplung

Stufe 0	Stufe 1	Stufe 2	Stufe 3	Stufe 4	Stufe 5
I, k, c					
Einmassen-Drehschwinger	→				komplexes FE-Modell

Stufe 0

Für die Basisstufe werden Massen und Trägheiten sowie Steifigkeiten und Dämpfungen der geschlossenen Kupplung zur Zusammenfassung mit angrenzenden Komponenten definiert (siehe Tab. 4.5 erste Abbildung). Die signifikante Trägheit des Schwungrades gehört dabei zur Kupplung. Für die Gesamtsteifigkeit im Triebstrang spielen die Federelemente des Torsionsdämpfers eine wichtige Rolle. Da deren Steifigkeit linearisiert abgebildet wird, muss der Arbeitspunkt für die Simulation berücksichtigt werden und entsprechend die Steifigkeit im Bereich der Vor- oder der Hauptstufe ausgewählt werden.

Stufe 1

In der nächsten Detaillierungsstufe werden je ein Körper an Ein- und Ausgang modelliert, die die Massen und Trägheiten der Kupplung beinhalten. Der erste Körper enthält Schwungrad, Gehäuse, Druckplatte, Tellerfeder und den äußeren Anteil der Reibscheibe mit den Belägen, der zweite die Nabe und den Innenanteil der Reibscheibe. Dazwischen wirkt ein Element mit linearen Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften (siehe Tab. 4.5 zweite Abbildung). Wie in der vorhergehenden Stufe müssen die Werte dem Arbeitspunkt der Simulation entsprechend gewählt werden.

Stufe 2

Stufe zwei beinhaltet die mehrstufige Kennlinie des Torsionsdämpfers (siehe Tab. 4.5 dritte Abbildung). Darin werden Anschlag, Hauptstufe und Vorstufe der

Kupplung modelliert. Dies erlaubt eine Analyse des Modells über den gesamten möglichen Verdrehwinkel des Torsionsdämpfers hinweg, vor allem auch im Übergang. Die Reibelemente des Torsionsdämpfers werden durch ein Coulombsches Reibmodell abgebildet.

Stufe 3

Ab der dritten Detaillierungsstufe ist es möglich, das Kupplungsmodell auch im geöffneten Zustand und im Übergang zu verwenden. Um dies zu ermöglichen, muss einerseits die Betätigungseinrichtung modelliert und andererseits ein Kontaktmodell implementiert werden (siehe Tab. 4.5 vierte Abbildung).

Das Kontaktmodell, das verwendet wurde, setzt voraus, dass die Kontaktsituation auf genau einen Kontaktpunkt pro Kontaktfläche reduziert wird. Dazu wird auf jeder Kontaktfläche ein Punkt definiert, also je ein Punkt konzentrisch auf der Schwungscheibe, schwungscheibenseitig auf der Reibscheibe, auf der Druckplatte und druckplattenseitig auf der Reibscheibe. Da die Freiheitsgrade dieser Modellstufe keine andere Verschiebung der Punkte als eine translatorische entlang der Rotationsachse zulässt, entstehen dabei keine Probleme in der Ermittlung der Kontaktpunkte. Zwischen den beiden zusammengehörigen Punkten wird das Kontaktgesetz formuliert. Als Kontaktgesetz wird ein einfaches Penalty-Verfahren, also die Formulierung einer Kontaktsteifigkeit und einer Kontaktdämpfung, verwendet. Genauere Informationen zur Kontaktmodellierung und deren Anwendung in der MKS können in [99] und [84] nachgelesen werden.

Zur Modellierung der Betätigungseinrichtung wird die Modellierung der Einzelbauteile feiner aufgelöst. Abb. 4.6 veranschaulicht die Modellierung der Elemente für den Ausrückmechanismus. Dabei ist zu beachten, dass der Übersicht halber die Federelemente radial in unterschiedlicher Richtung eingezeichnet sind. Die Wirkrichtung und -lage aller eingezeichneten Kraftelemente liegt aber in der Rotationsachse des Systems. Wie schon zuvor sind die Kraftelemente als einfaches Federsymbol dargestellt, enthalten aber Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften.

Schwungscheibe (1) und Kupplungsgehäuse (4) sind zu einem Körper zusammengefasst. Zwischen Druckplatte (5) und Schwungscheibe sind die beiden Belagringe (3) eingezeichnet, die durch eine lineare Belagssteifigkeit c_{lr} und -dämpfung verbunden sind. Zwischen Schwungscheibe und linkem Belag sowie Druckplatte und rechtem Belag wirkt je ein Kontaktelement mit der Kontaktsteifigkeit $c_{c1/c2}$. Zur Abbildung der Tellerfeder (7) in einem konzentrischen Element müssen Steifigkeits- und Hebeleigenschaften berücksichtigt werden. Zur Parametrierung stehen Kennlinien für den Anpresskraftverlauf und den Ausrückkraftverlauf, sowie das wirkende Hebelverhältnis der Tellerfeder zur Verfügung (siehe Abb. 4.5 a) und b)). Mit der Kennlinie für die Anpresskraft c_{pf} wird ein nichtlineares Federelement zwischen Gehäuse und Druckplatte definiert. Die Kennlinie liefert bei geschlossener Kupplung, in der Einbaulage, den Anpresskraftwert, mit dem die

volle Antriebsleistung des Motors übertragen werden kann. Die Tellerfeder wird in zwei Einzelkörper unterteilt, zwischen denen eine Übersetzung mit dem Hebelverhältnis der Tellerfeder wirkt. Die Übersetzung stützt sich über ein fiktives Tellerfedergehäuse (6) mit einer hohen linearen Steifigkeit am Kupplungsgehäuse ab. Zwischen Ausrücklager (8) und Innenteil der Tellerfeder ist ein Federelement mit dem Steifigkeitsverlauf c_{rf} der Ausrückkraft modelliert. Um die Kraft zwischen Tellerfeder und Druckplatte übertragen zu können, ist dort eine lineare Steifigkeit eingebaut, die als Kontaktsteifigkeit c_{cd} wirkt, wobei immer Kontakt vorliegt.

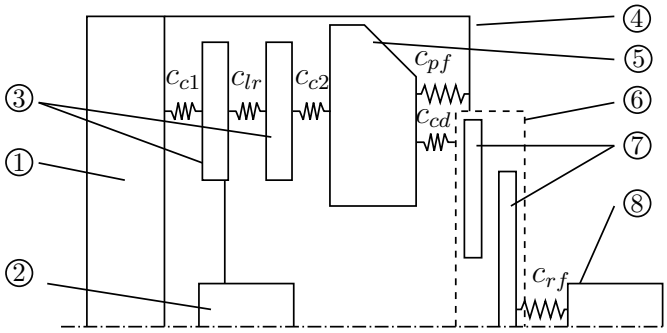


Abbildung 4.6.: Skizze des Modells der Kupplung für Stufe 3 in translatorischer Richtung ; 1: Schwungrad, 2: Nabe Kupplungsscheibe, 3: Beläge der Kupplungsscheibe, 4: Gehäuse, 5: Druckplatte, 6: virtuelles Tellerfedergehäuse, 7: geteilte Tellerfeder, 8: Ausrücklager

Stufe 4

Mit der Detaillierungsstufe vier ist es möglich, geometrische Abweichungen im Rahmen der Einbautoleranzen zu parametrieren (siehe Tab. 4.5 fünfte Abbildung). Dadurch können sich die Kontaktpunkte der Reibflächen zueinander verschieben. Dies muss in der Ermittlung der Kontaktpunkte in der Berechnung berücksichtigt werden. Für eine abweichende Fluchtung der Wellen, bspw. durch Taumeln der Schwungscheibe, reicht außerdem die Formulierung eines zentralen Kontaktpunkts nicht mehr aus. Deshalb werden in dieser Modellstufe verteilte Kontaktpunkte definiert. Um eindeutige Einzelkontakte zu ermöglichen, müssen dazu die Belagsscheiben der Kupplung segmentiert werden. Die Belagsscheiben werden in drei Ringe unterteilt, diese wiederum in sechs Sektoren. Damit entstehen 18 Segmente je Belagsscheibe. Zwischen den Nachbarsegmenten bestehen rotatorische Steifigkeiten um die beiden orthogonalen Achsen, die in der Kontaktfläche liegen. Jedes Segment erhält einen Kontaktpunkt. Der Kontaktpunkt liegt mittig auf dem Außenradius des zugehörigen Segments. So kann der Kontakt auch bei winkeliger Abweichung der Rotationsachsen der Kontaktpartner detek-

tiert werden. Die Kontaktpunktermittlung wird über die Abstandsberechnung des Kontaktpunkts auf der Belagsscheibe zur Fläche des Kontaktpartners erreicht.

Die Idee basiert auf der Entwicklung eines segmentierten Wirkflächenpaarelementmodells in [123], das allerdings als FE-Modell konzipiert ist. Der Hintergrund des Modells ist die lokale Bestimmung des Reibmoments auf Basis von Flächenpressung, Winkelgeschwindigkeit und Temperatur für jedes Kontaktpaar. Der hier vorgestellte Aufbau verzichtet – auch aus Parametrierungsgründen – auf den Einbezug der Temperatur und bindet das weniger stark diskretisierte Modell direkt in die MKS ein.

Stufe vier liegt bisher nur als nichtparametrisiertes Modell vor. Genauere Validierung und Analysen konnten im Rahmen der Arbeit nicht durchgeführt werden und werden auch im weiteren Verlauf der Arbeit nicht verwendet.

Stufe 5

In der höchsten Detaillierungsstufe wird die Kupplungsglocke als FE-Körper eingebunden (siehe Tab. 4.5 sechste Abbildung). Dies ermöglicht eine Simulation von akustischen Einflüssen durch Anregung der Eigenschwingungsformen der Kupplungsglocke. Dazu wird das Verformungsverhalten des FE-Körpers mit Hilfe eines Reduktionsverfahrens auf einen Satz von Eigen- und Zusatzmoden abgebildet. Aus dem Netz von Knoten in der FE werden wenige Knoten als Masterknoten definiert, die als Kraftangriffspunkte oder zur Bewegungssensierung genutzt werden. An diesen Knoten wird der FE-Körper in das zugehörige MKS-Modell integriert.

4.2.3. Übersetzung

Dem Verbrennungsmotor und der Reibkupplung nachgeschaltet findet sich im Nutzfahrzeug meist ein Schaltgetriebe. Der Einsatz eines Getriebes begründet sich durch das Drehmoment-Drehzahl-Profil des Verbrennungsmotors. Dessen Leistung steht in einem schmalen Band bei vergleichsweise hohen Drehzahlen zur Verfügung. Durch eine Übersetzung i werden Drehmoment M und Drehzahl n umgekehrt proportional und leistungskonstant gewandelt:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{M_2}{M_1} \tag{4.5}$$

Der Index 1 steht dabei für die Position vor dem Getriebe, Index 2 bezeichnet den Zustand nach dem Getriebe. Dadurch stehen für niedrige Drehzahlen höhere Momente zur Überwindung von Anfahrwiderständen zur Verfügung. Hohe Geschwindigkeiten mit geringeren Momentenanforderungen können ohne Übersetzung, oder sogar mit einer Untersetzung übertragen werden.

Im Nutzfahrzeug machen die Anforderungen sehr geringer Rangiergeschwindigkeiten, hoher Zuglasten und sehr hoher Wirtschaftlichkeit bei Konstantfahrt in

höheren Geschwindigkeiten auf der Autobahn eine hohe Spreizung der Gänge nötig. Die Spreizung λ definiert sich über das Verhältnis der Übersetzung des ersten Ganges i_1 zum letzten i_{end}:

$$\lambda = \frac{i_1}{i_{end}} \tag{4.6}$$

Eine hohe Spreizung erfordert wiederum eine erhöhte Anzahl an Gängen. Aus dem Kompromiss, eine optimale Ausnutzung des Motorkennfeldes zu erreichen und zugleich nicht zu häufige Schaltungen und zudem höheres Gewicht für die zusätzlichen Bauteile zu generieren, resultieren für Nutzfahrzeuge meist Gangzahlen zwischen 12 und 18 Gängen [56].

Aus dem Motorkennfeld und den Übersetzungen durch das Getriebe ergibt sich so ein Zugkraftdiagramm, das das Beschleunigungs-, Steigungs- und Anfahrpotenzial des Fahrzeugs darstellt, siehe Abb. 4.7. Durch die Aneinanderreihung der Vollastkurven jedes Ganges wird hier auch die Zugkrafthyperbel sichtbar, an die sich die Kurven der Einzelgänge annähern. Die Zugkrafthyperbel ist also die Grenzkurve der maximal erreichbaren Zugkraft über der Fahrzeuggeschwindigkeit. Die Punkte, die zwischen Hyperbel und den Vollastkurven der einzelnen Gänge liegen, können nicht erreicht werden.

Um die Übersetzungen effizient umsetzen zu können, wird das Getriebe aus drei Teilgruppen zusammengesetzt. Das Grundgetriebe besitzt meist drei oder vier Gänge und einen Rückwärtsgang. Die Zahnradpaare sind auf der Hauptwelle und einer oder zwei Vorgelegewellen angeordnet. Mit Hilfe von Schaltmuffen werden die Zahnräder der gewählten Übersetzungsstufe auf der Hauptwelle fixiert, die Zahnräder der Vorgelegewelle sind fest mit der Welle verbunden. Diesem Grundgetriebe geht eine Vorschaltgruppe, oder Splitgruppe voraus, die meist als Stirnradpaarung ausgeführt ist. Damit können alle Gänge des Grundgetriebes in eine langsame und eine schnelle Stufe geschaltet werden. Dem Grundgetriebe ist die Bereichsgruppe nachgeschaltet. Diese wird oft in Form eines Planetengetriebes gestaltet. Das Planetengetriebe besteht aus drei Hauptfunktionsbauteilen, dem Sonnenrad, den das Sonnenrad umlaufenden Planeten auf einem Planetenträger und einem umgebenden Hohlrad mit Innenverzahnung. Auch hier gibt es zwei Stellungen. Für die Übersetzung ins Langsame treibt das Sonnenrad die Planeten mit dem Planetenträger an, während das Hohlrad fixiert ist. Bei verblocktem Planetensatz läuft das Hohlrad um und es herrscht direkte Übersetzung über die Planetenstufe ($i_P = 1$). Daraus ergibt sich für ein Schaltgetriebe mit drei Gängen im Grundgetriebe eine Teilung jedes Ganges in der Splitgruppe in eine langsame und eine schnelle Variante und damit sechs Gänge. Anschließend werden diese sechs Gänge noch einmal als langsame und als schnelle Gruppe zu Verfügung gestellt, womit sich 12 Gänge ergeben.

Die dynamischen Eigenschaften des Getriebes tragen auf unterschiedliche Art

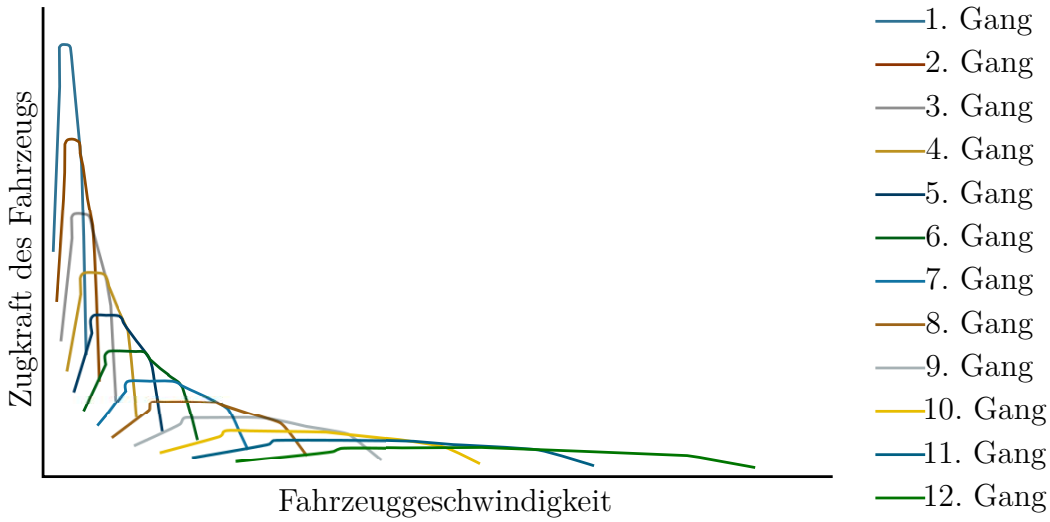


Abbildung 4.7.: Schematisches Zugkraftdiagramm eines Fahrzeuges mit 12 Gängen

zum Schwingungsverhalten im Antriebsstrang bei. Die Trägheitsanteile der rotierenden Getriebebauteile sind von der lokal wirkenden Übersetzung abhängig, was für eine Berechnung konzentrierter Trägheiten zu berücksichtigen ist. Eine Umrechnung auf die Motorseite wird quadratisch mit der Übersetzung verrechnet. Die Trägheit J_j eines Körpers j, der zur Getriebeeingangswelle mit i_j übersetzt ist, kann über den Zusammenhang

$$J_{GE,j} = \frac{1}{i_j^2} J_j \tag{4.7}$$

auf eine getriebeeingangsseitige Ersatzträgheit $J_{GE,j}$ umgerechnet werden, siehe [42]. Auch Steifigkeiten und Dämpfungen sind der Übersetzung im Getriebe unterworfen, sie folgen der gleichen Transformationsvorschrift.

Für die globale Verformung im gesamten Triebstrangverbund sind beim Getriebe laut [42] vor allem die Steifigkeiten aus dem Gehäuse sowie der Verlagerung und Biegung der Wellen relevant. Die Torsionssteifigkeit der übertragenden Wellen ist im Vergleich zum Resttriebstrang hoch und spielt deshalb primär für lokale und hochfrequente Effekte eine Rolle. Außerdem ist die Verzahnung elastisch. Auch diese Steifigkeit ist vergleichsweise hoch und trägt damit eher zu lokalen als zu globalen Schwingungen bei. Sie basiert zum einen auf einer Kontaktsteifigkeit, andererseits aber auch auf der Verformung von Zähnen und Zahnradkörper. In [189] wird eine Berechnung vorgestellt, die die Verschiebung des Kontaktpunktes zwischen zwei Zahnrädern unter statischer Last ermittelt. Die Verschiebung w wird in drei Anteile zerlegt. Der erste Teil beschreibt die Verformung aufgrund der Abplattung der Zahnflanken mit Hilfe der Hertzschen Pressung w_{Hertz}. Der

zweite und dritte Anteil enthält die Verformung von Zahn und Radkörper des ersten Zahns im Kontakt w_1 und des zweiten Zahns w_2:

$$w = w_{Hertz} + w_1 + w_2 = \frac{F_0}{El} \left(q_{Hertz} + q_1 + q_2 \right) \tag{4.8}$$

Alle Anteile stehen in Abhängigkeit der Kraft im Kontaktpunkt F_0, die bei für Schaltgetriebe üblichen Evolventenverzahnungen (siehe Abbildung 4.9) normal zur Berührfläche und tangential zu den Grundkreisdurchmessern der Zahnräder verläuft. Außerdem sind Elastizitätsmodul E und Zahnradbreite l für alle drei Terme zu berücksichtigen. Für die Berechnung des Faktors q_{Hertz} werden zwei Walzenprofile angenommen, deren Radien den zugehörigen Krümmungsradien im jeweiligen Kontaktpunkt entsprechen. Außerdem besteht eine Abhängigkeit von der Strecke entlang der Kontaktnormalen, die vom Kontaktpunkt bis zur Zahnmittellinie reicht. Damit ändert sich q_{Hertz} mit der Position des Kontaktpunktes. Die beiden Anteile q_1 und q_2 weisen eine noch stärkere Abhängigkeit von der Position des Kontaktpunktes auf. Ihre Berechnung basiert auf der Einleitung einer Quer- und einer Normalkraft im Kontaktpunkt und damit eine Abhängigkeit vom Winkel zwischen Kontaktnormalen und Wälzkreistangentialen. Auch ein Biegemoment muss berücksichtigt werden, das zusätzlich vom Wirkhebel durch den Kontaktpunkt abhängt. Die Terme werden in [189] einzeln hergeleitet. Aus der zusammengesetzten Verschiebung kann eine Steifigkeit formuliert werden, die folglich vom Kontaktpunkt und damit vom Drehwinkel des referenzierten Zahnrades abhängt. Diese Zahnfedersteifigkeit wird in Bezug auf die Zahnradbreite l angegeben:

$$c_V \left(\varphi \right) = \frac{F_0}{lw \left(\varphi \right)} \tag{4.9}$$

Die so bestimmte Zahnfedersteifigkeit beschreibt den Kontakt eines einzelnen Zahnpaares. Im umlaufenden Verzahnungsvorgang sind allerdings meist mehrere Zähne im Eingriff. Dabei superponieren sich die Zahnfedersteifigkeiten der Einzelkontakte. Durch den Ein- und Auslauf der Zähne in den Kontakt entsteht so eine variable Verzahnungssteifigkeit über dem Drehwinkel. Eine Visualisierung der sich ergebenden Gesamtverzahnungssteifigkeit ist in den Abb. 4.8 a) und b) gezeigt. Die Abbildungen basieren auf einer parabolischen Approximation des Verlaufs der Einzelzahnfedersteifigkeit (genauere Beschreibung unter Stufe 4). In Abb. 4.8 a) ist der Verlauf für eine Geradverzahnung dargestellt. Da die Drehwinkelanteile, in welchen mehrere Zähne in Kontakt sind (die Überdeckung), vergleichsweise gering sind, gibt es starke Sprünge im Verlauf. Abb. 4.8 b) zeigt die Einzel- und Gesamtfedersteifigkeiten für eine Schägverzahnung. Die viel höhere Überdeckung und der

kleine Minimalwert der Einzelfedersteifigkeiten verursacht in Summe einen weniger stark schwankenden Verlauf.

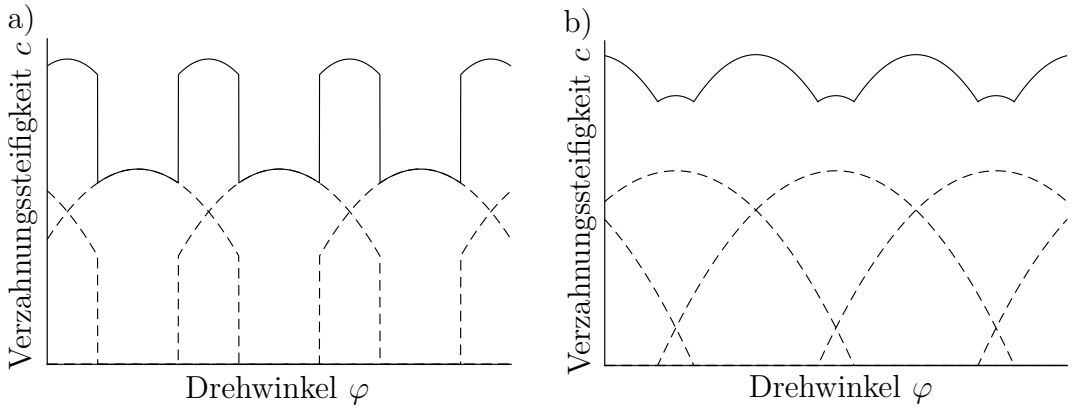


Abbildung 4.8.: Verläufe der Verzahnungssteifigkeit: a) Gesamtverzahnungssteifigkeit einer Geradverzahnung auf Basis einer parabolischen Approximation der Einzelzahnfedersteifigkeit und b) Gesamtverzahnungssteifigkeit einer Schrägverzahnung auf Basis einer parabolischen Approximation der Einzelzahnfedersteifigkeit

Diese sich mit dem Drehwinkel verändernde Verzahnungssteifigkeit ist eine der Schwingungsanregungsquellen im Getriebe. Die Anregung wird von der Verzahnungsfrequenz bestimmt und ist für Geradverzahnungen ausgeprägter als für Schrägverzahnungen. Weitere mögliche Erregerquellen sind in [77] beschrieben: Durch die Belastung im Betrieb entsteht eine Verschiebung des Kontaktpunkts, entweder durch die elastische Verformung von Zahn oder Radkörper selbst, oder auch durch die Verschiebung von Wellen in ihrer Lagerung oder ihrer Durchbiegung. Dies führt zu einer Änderung der Überdeckung im Eingriffsverlauf und kann damit am Ein- oder Austritt des Kontakts zu Stößen führen. Außerdem spielen geometrische Abweichungen durch Fertigungstoleranzen und Oberflächenbeschaffenheiten eine Rolle. Um das Anregungspotenzial durch Verzahnungsfehler zu verringern, werden am Zahnprofil Korrekturen vorgenommen. Dazu gehören z.B. Rücknahmen an Kopf oder Fuß des Zahns. Da diese Korrekturen signifikanten Einfluss auf die Schwingungsanregung haben können, sind sie auch für die Simulation dieser Effekte relevant. Ein guter Überblick über Untersuchungen des Einflusses von Zahnkorrekturen auf das Schwingungsverhalten ist ebenfalls in [77] zu finden.

Ein weiteres Merkmal eines Zahnpaars, das zur Anregung von Schwingungen führen kann, ist das Spiel zwischen den Zahnrädern. Um eine möglichst verlustarme Übertragung zwischen den Zahnrädern zu ermöglichen, wird in der Verzahnung weitestgehend Abrollen der Zähne aufeinander und möglichst wenig Reibung durch Gleiten angestrebt. Damit darf auch nur das arbeitende Zahnflankenpaar in Kontakt sein, zur anderen Seite besteht funktionsbedingtes Spiel. Bei einer

Lastumkehr kann dieses Spiel ein Anschlagen der Gegenzahnflanken verursachen, eine mögliche Ursache für Rasselschwingungen (eine genauere Aufarbeitung der Literatur zur Entstehung von Rasselschwingungen ist in Kap. 2.1 zu finden).

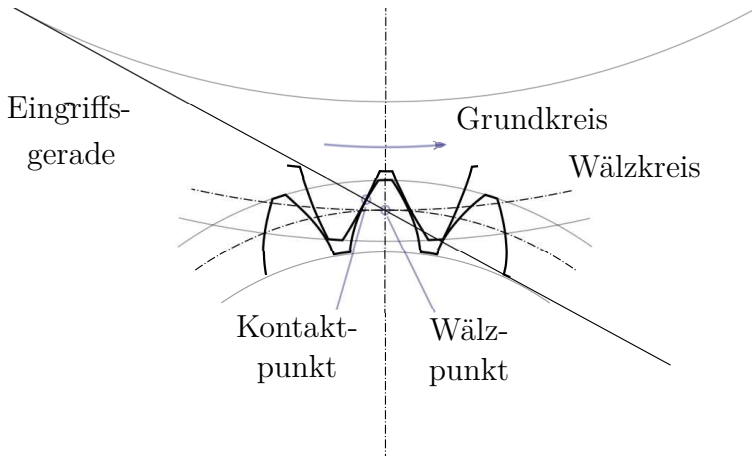


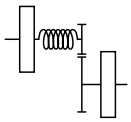
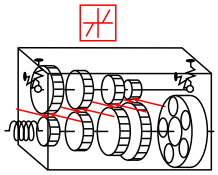
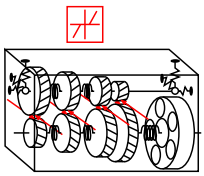
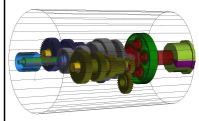
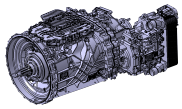
Abbildung 4.9.: Skizze einer Evolventenverzahnung

Die Verluste im Getriebe setzen sich nach [168] aus den lastabhängigen und lastunabhängigen Anteilen aus der Verzahnung und den Lagern, sowie lastunabhängigen Dichtungsverlusten zusammen. Unter Dichtungsverlusten werden dabei die Verluste zusammengefasst, die an der Kontaktstelle von Wellen und den zugehörigen Wellendichtringen entstehen. Die lastunabhängigen Anteile der Verzahnungsverluste bestehen dabei genauer aus Plansch-, Quetschungs- und Ventilationsverlusten. Die Planschverluste bezeichnen dabei diejenigen Anteile, die für die Bewegung des Schmierfluids aufgewendet werden. Für ein Stirnradgetriebe ist in der Arbeit dargestellt, dass die lastabhängigen Verluste $80-90\%$ der Gesamtverluste ausmachen, dabei entfallen ca. 60% auf lastabhängige Verzahnungsverluste, $20-30\%$ auf die Lagerung. In der Arbeit sind unterschiedliche Einflüsse und Bestimmungsmethoden für die einzelnen Anteile vorgestellt, im Folgenden soll aber mit Blick auf die Verlustanteile vor allem ein Fokus auf die Modellierung der Verzahnungsreibung gelegt werden. Die lastabhängige Verzahnungsverlustleistung bestimmt sich nach [130] aus der Antriebsleistung P_A dem mittleren Reibbeiwert μ_m sowie einem Zahnverlustgrad H_V:

$$P_{VV} = P_A \mu_m H_V. \tag{4.10}$$

Aus den Eigenschaften des Schaltgetriebes wurden entsprechend der Detaillierungsanforderungen die Modellstufen abgeleitet, die im Folgenden beschrieben werden. Eine Vorstudie der nötigen Modelldetaillierung für bestimmte Schwingungsphänomene ist in [103] zu finden. Die Modelle sind als Skizzen in Tab. 4.6 zusammengefasst.

Tabelle 4.6.: Detaillierungsstufen der Modelle für die Übersetzung

Stufe 0	Stufe 1	Stufe 2	Stufe 3	Stufe 4	Stufe 5
I, k, c, i					
Einmassen-Drehschwinger mit Gesamt-übersetzung	→				komplexes FE-Modell mit Gehäuse

Stufe 0

Zur Reduzierung auf eine konzentrierte Trägheit, Steifigkeit und Dämpfung beim Schaltgetriebe muss der Übersetzungsfaktor der jeweiligen Einzelbauteile berücksichtigt werden. Dies wirkt sich nicht nur auf die Eigenschaften des Getriebes selbst, sondern auch auf die nachfolgenden Komponenten im Triebstrang aus. Um dies immer dann zu berücksichtigen, wenn im Getriebe Stufe 0 vorliegt, muss ein globaler Faktor geschaffen werden, der bei Stufe 0 die Übersetzung einnimmt und für höhere Detaillierungsstufen eins ist (siehe Tab. 4.6 erste Abbildung).

Stufe 1

In der nächsten Modellstufe werden die Wellen und Zahnräder im Getriebe auf eine Eingangs- und eine Ausgangswelle zusammengefasst, zwischen beiden wirken eine Übersetzung und die zusammengefasste Steifigkeit aller Anteile im Getriebe (siehe Tab. 4.6 zweite Abbildung). Damit müssen zwar die Einzelübersetzungen bei der Reduzierung der Getriebekörper berücksichtigt werden, die übrigen Komponenten des Triebstrangs sind durch diese Modellstufe aber nicht mehr betroffen, folglich ist der oben eingeführte Faktor ab hier eins. Steifigkeiten und Dämpfungen, die am Getriebe wirken, werden linearisiert abgebildet.

Stufe 2

Für Stufe zwei werden die Verzahnungen separat modelliert (siehe Tab. 4.6 dritte Abbildung). So können die Schwingungen lokal identifiziert werden. Die Übertragung zwischen den Zahnrädern geschieht in dieser Stufe rein radial mit einer Radialsteifigkeit und wirkt im Wälzpunkt. Durch die Formulierung der Kennlinie

für die Radialkraft F_R kann außerdem das radiale Spiel der Verzahnung mitmodelliert werden. Dazu wird die Steifigkeit im Bereich des Spiels zwischen $-\Phi_{RS}$ und $+\Phi_{RS}$ null gesetzt, die lineare Kennlinie wird für positive Auslenkungen nach rechts, für negative Auslenkungen nach links verschoben, siehe Abb. 4.10.

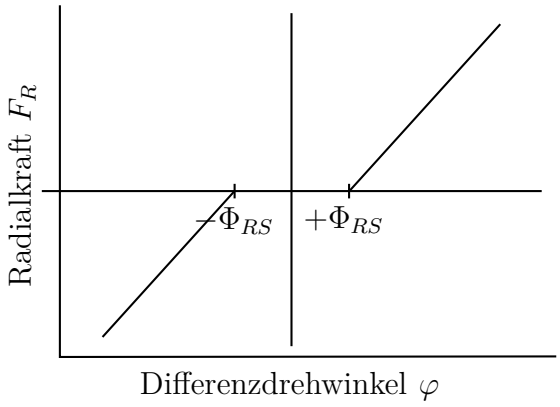


Abbildung 4.10.: Radialkennlinie einer Verzahnung mit Spiel

Stufe 3

Mit der Erhöhung der Detaillierungsstufe wird die Verzahnungskraft nicht mehr nur in radialer, sondern auch in axialer Richtung übertragen. Damit kann die Kräfteverteilung durch die Kontaktnormale der für Schaltgetriebe üblichen Schrägverzahnung abgebildet werden. Dies erfordert auch, dass die Lagerung der Wellen in Axialrichtung mitabgebildet wird und erlaubt folglich Aussagen über die entstehenden Lagerlasten. Die Lagerung wird linearisiert modelliert und enthält auch die Einflüsse aus der Gehäuseverformung. Die Getriebewellen werden abschnittsweise unterteilt und linear elastisch verbunden. Die z.B. durch Lagerverformungen hervorgerufenen Verlagerungen der Verzahnungen zueinander werden durch die Beschreibung eines abstandsabhängigen und damit dynamischen Spiels berücksichtigt. Zudem wird in dieser Modellstufe eine detailliertere Verlustmodellierung durchgeführt. Die Verluste werden aus Verzahnungsverlusten und einer zusammengefassten zweiten Verlustquelle zusammengefasst. Die zweite Quelle enthält bspw. Planschverluste und Lagerverluste. Die Verzahnungsverluste werden über einen Coulombschen Zahnreibungskoeffizienten und den Wirkradius des zugehörigen Zahnrades beschrieben. Für die serienmäßig verbauten Getriebearten liegt ein Kennfeld der entstehenden Verluste in allen Gängen über Drehzahl und Drehmoment vor. Die übrigen Verluste werden aus der Differenz der Zahnreibungsverluste zu den Messungen bestimmt. Die resultierenden Verluste werden in Form von Reibmomenten anteilig an den einzelnen Zahnrädern aufgebracht.

Stufe 4

Ab Stufe vier kann eine Schwingungserregung durch die Verzahnung abgebildet werden. Dazu wird zusätzlich zum Spiel die variable Verzahnungssteifigkeit der Verzahnung modelliert.

Die in den Gln. 4.8 und 4.9 gezeigte Berechnung der Zahnfedersteifigkeit aus [189] basiert auf Bildung von Integralen entlang der Zahnmittelachsen. Um die Berechnung in der Simulation effizienter zu ermöglichen, wird der Verlauf der Einzelzahnfedersteifigkeit $c(\varphi)$ parabolisch approximiert, siehe Abb. 4.11. Der Ansatz ist in der Dokumentation für die Verzahnungselemente der MKS-Berechnungssoftware SIMPACK beschrieben [155].

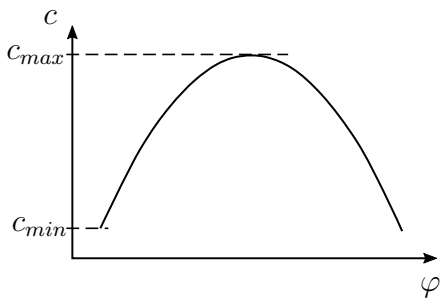


Abbildung 4.11.: Parabolische Approximation der Einzelzahnfedersteifigkeit

Dazu wird auf Basis der Norm [39] der im Zahnkontaktverlauf maximale Wert der Zahnfedersteifigkeit im Stirnschnitt c' bestimmt

$$c_{max} = c' C_R. \tag{4.11}$$

C_R berücksichtigt die Gestalt des Radkörpers, liegt ein Vollkörper vor, dann ist $C_R = 1$. Für Hohlkörper muss ein Wert $C_R < 1$ mit Hilfe der Norm [39] bestimmt werden. Außerdem wird ein minimaler Steifigkeitswert c_{min} festgelegt, der die Formgebung des Parabolverlaufs bestimmt. Der Verlauf wird dann mit Hilfe eines Streckenverhältnisfaktors a^2 gebildet:

$$c(\varphi) = c_{max} + a^2 (c_{min} - c_{max}) \tag{4.12}$$

Das Streckenverhältnis vergleicht die Lage des aktuellen Kontaktpunkts $s(\varphi) = r_T \varphi$ auf dem Bezugsteilkreis mit dem größeren Wert zweier Vergleichsstrecken. Die erste Vergleichsstrecke s_1 beschreibt die Strecke auf dem Bezugsteilkreis von einem erstmöglichen Kontaktpunkt des Zahnpaars zum aktuellen Kontaktpunkt. Die zweite Vergleichsstrecke s_2 beschreibt die Strecke zwischen aktuellem Kontaktpunkt und letztmöglichem Kontaktpunkt des Zahnpaars, siehe Abb. 4.12.

$$a = \frac{s(\varphi)}{\max(s_1, s_2)} \tag{4.13}$$

Die Strecke $s(\varphi)$ hat ihren Nullpunkt dort, wo die Mittellinie des Bezugszahns auf der Verbindungslinie der beiden Zahnräder liegt. Die Einzelzahnfedersteifigkeiten werden zur Gesamtzahnfedersteifigkeit aufaddiert.

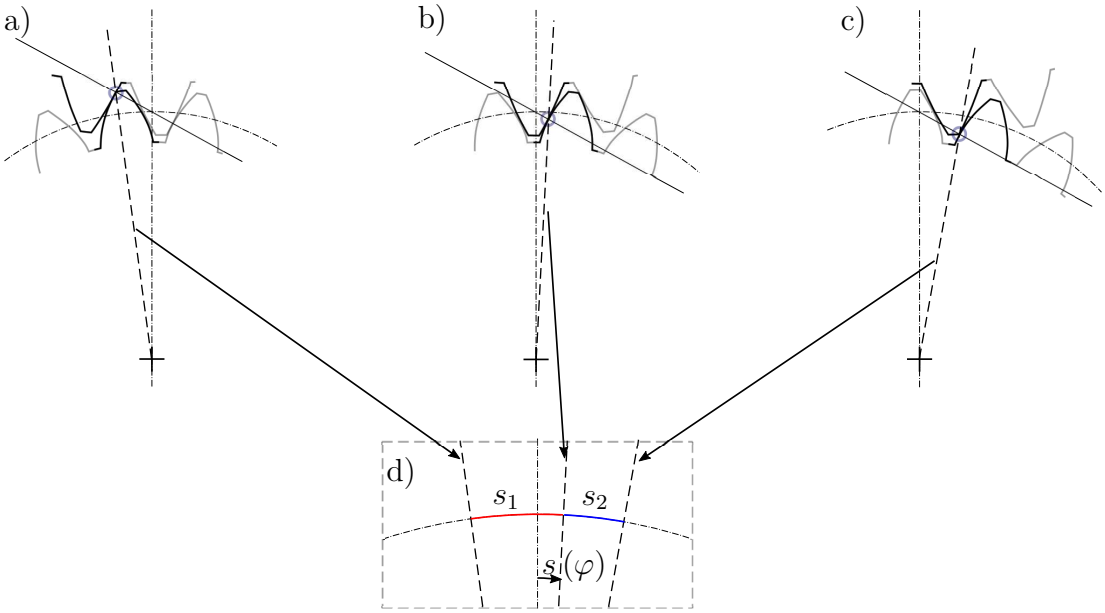


Abbildung 4.12.: Skizze zur Veranschaulichung der Vergleichsstrecken zur Bestimmung der Verzahnungssteifigkeit: a) Erstmöglicher Kontaktpunkt eines Zahnpaars, b) aktueller Kontaktpunkt des Zahnpaars, c) letztmöglicher Kontaktpunkt des Zahnpaars, d) Vergleichsstrecken der Kontaktpunkte auf dem Bezugskreis des unteren Zahnrades

Der Differenzdrehweg, der zur Berechnung der Verzahnungskraft verwendet wird, wird in dieser Stufe nicht mehr allein aus dem Differenzdrehweg der Zahnkörper am Teilkreis bestimmt, sondern aus der tatsächlichen Zahngeometrie der Körper berechnet. Dadurch können das Spiel sowie Abweichungen im Kontakt aus Verschiebungen durch Wellen- oder Lagerverformungen berücksichtigt werden. Auch Korrekturen der Zahngeometrie sowie Abweichungen der Geometrie in den Fertigungstoleranzen können so mitabgebildet werden.

Stufe 5

Zusätzlich zu den in der Stufe 4 genannten Modelleigenschaften wird der Gehäusekörper für akustische Phänomene als reduzierter FE-Körper eingebunden.

4.2.4. Übertragung

Die Übertragungskomponente im Triebstrang bringt die übersetzte Antriebsleistung vom Getriebeausgang bis zur Achse. Im Fokus für die Modellierungsbeschreibung steht dabei die Gelenkwelle, die in ein-, zwei- oder dreiteiliger Variante vorliegen kann. Zur Übertragungskomponente wird in der Beschreibung der Modellstruktur in Kap. 4.1 auch die Verteilung der Antriebsleistung gezählt. Damit gehört auch das Verteilergetriebe zur Komponente Übertragung. Die Detaillierung der Modelle verhält sich beim Verteilergetriebe äquivalent zu der beim Schaltgetriebe. Eine Studie dazu wurde in [78] durchgeführt. Im Folgenden wird deshalb nur auf Eigenschaften und Modellierung der Gelenkwelle eingegangen. Die passende Detaillierungsstufe muss dann entsprechend dem Minimum an Genauigkeit gleichermaßen für Gelenkwelle und Verteilergetriebe genügen.

Die Gelenkwelle ist im Nutzfahrzeug als Kreuzgelenkwelle ausgebildet. Neben der Übertragung der Antriebsleistung muss diese Gelenkwelle auch den Versatz zwischen der Rotationsachse am Getriebeausgang zur Rotationsachse am Achseingang ausgleichen. Während hier schon generell ein rein konstruktiver Versatz vorhanden ist, ergeben sich zusätzlich relative Verschiebungen und Verdrehungen durch die unabhängigen Bewegungen von Motor-Getriebe-Verbund einerseits und Achse andererseits. Diese Relativbewegungen erfordern zusätzlich zu den Gelenken einen Längenausgleich der Welle. Die Länge des Gelenkwellenrohrs ist durch ihre biegekritische Drehzahl beschränkt. Zur Vermeidung von Ausfällen und Schäden werden Gelenkwellen bezüglich ihrer Biegeeigenfrequenz unterkritisch betrieben, d.h. die Anregungsfrequenz durch Unwucht (erste Ordnung der Drehgeschwindigkeit) liegt im Betrieb unterhalb der Biegeeigenfrequenz. Mit zunehmender Länge des Gelenkwellenrohres sinkt die Biegeeigenfrequenz der Welle allerdings. Nähern sich Anregungsfrequenz und Biegeeigenfrequenz zu stark aneinander an, muss deshalb die Gelenkwelle in zwei oder drei Teilgelenkwellen partitioniert werden. Für jede zusätzliche Teilgelenkwelle ist eine Abstützung durch ein Zwischenlager erforderlich.

Die Eigenschaften der Gelenkwelle sind insbesondere bezüglich ihres Anregungsverhaltens relevant. Die Erregung hat ihren Ursprung in der Kinematik des Kreuz- oder auch Kardangelenks. Abbildung 4.2.4-1 zeigt eine Skizze eines Kreuzgelenks. Für die Beschreibung der Kinematik wird eine konstante Drehwinkelgeschwindigkeit $\omega_1 = \dot{\varphi}_1$ an der antreibenden Achse vorgegeben. Der Winkel zwischen an- und abtreibender Achse heißt Beugewinkel und wird mit β bezeichnet.

Die kinematischen Zusammenhänge wurden 1824 von Poncelet anhand von sphärischer Trigonometrie hergeleitet, die Historie inkl. Herleitungen ist ausführlich in [160] beschrieben. Für den Drehwinkel der abtreibenden Welle ergibt sich folgende Abhängigkeit vom Drehwinkel der antreibenden Welle:

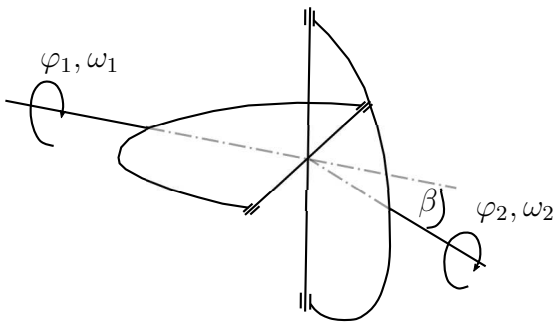


Abbildung 4.13.: Skizze eines Kreuzgelenks

$$\varphi_2 = \arctan\left(\cos\beta \ \tan\varphi_1\right) \tag{4.14}$$

Als Maß zur Bewertung der durch die Kinematik entstehenden Ungleichförmigkeit wird unter anderem die Winkeldifferenz $\Delta\varphi$, auch Kardanfehler genannt, verwendet.

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \tag{4.15}$$

Mit Hilfe der Zeitableitung von Gl. 4.15 ergibt sich als weiteres Maß das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten:

$$\frac{\dot{\varphi}_2}{\dot{\varphi}_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\cos\beta}{1 - \sin^2\beta \ \sin^2\varphi_1} \tag{4.16}$$

Außerdem üblich ist die Ableitung eines Ungleichförmigkeitsgrades U, der als dimensionslose Größe den Vergleich mit einem dimensionslosen Grenzwert ermöglicht.

$$U = \frac{\omega_{2,max} - \omega_{1,max}}{\omega_1} = \frac{1}{\cos\beta} - \cos\beta \tag{4.17}$$

Als Richtwert ist bspw. in [62] angegeben, dass der Ungleichförmigkeitsgrad die Bedingung $U < 0,0027$ erfüllen muss.

In Abbildung 4.14 ist ein Beispiel für den Verlauf der beschriebenen Größen für unterschiedliche Beugewinkel $\beta_1 < \beta_2 < \beta_3$ gezeigt. Um den Unterschied des Verlaufs von Kardanfehler und Verhältnis der Geschwindigkeiten zu akzentuieren, sind die gezeigten Beugewinkel sehr groß ($\beta_3 = 60°$). Übliche Winkel in einer NFZ-Gelenkwelle sind $\beta < 20°$.

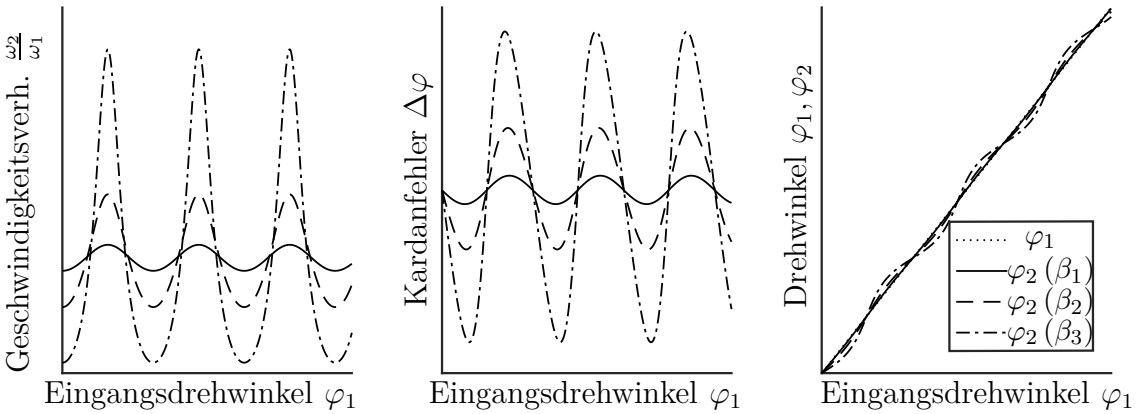


Abbildung 4.14.: Darstellung der kinematischen Ungleichförmigkeit, die durch ein Kardangelenk mit Ablenkwinkel β verursacht wird

Nicht nur die kinematischen Größen unterliegen bei der Übertragung durch ein Kreuzgelenk einer Oszillation. Das Kreuz kann nur dann das jeweilige volle Moment einer Welle übertragen, wenn es senkrecht auf der zugehörigen Welle steht. Innerhalb einer vollen Umdrehung der Eingangsachse kippt das Kreuz aber zweimal von der Lage senkrecht zur Eingangswelle in die Lage senkrecht zur Ausgangswelle und zurück. Entsprechend oszilliert das übertragbare Torsionsmoment nach [198] mit

$$M_{t2} = M_{t1}\left(\cos\beta + \sin\beta\,\tan\beta\,\sin^2\varphi_1\right). \tag{4.18}$$

Das an der Eingangswelle eingeleitete Torsionsmoment M_{t1} wird also nicht zu jedem Zeitpunkt vollständig an der Ausgangswelle als Torsionsmoment M_{t2} übertragen. Stattdessen werden zusätzlich oszillierende Biegemomente M_{b1} und M_{b2} an Eingangswelle und Ausgangswelle induziert, die durch die Lagerung der Gelenkwelle abgestützt werden müssen. Die exakte Herleitung der Gleichungen kann in [198] nachvollzogen werden.

$$M_{b1} = M_{t1}\tan\beta\,\sin\varphi_1 \tag{4.19}$$

$$M_{b2} = M_{t2}\tan\beta\,\cos\varphi_2 \tag{4.20}$$

Kinematische Größen und Momente oszillieren beide mit doppelter Frequenz der Eingangsdrehzahl, also mit zweiter Ordnung.

Die entstehende Ungleichförmigkeit der Bewegung kann theoretisch durch den Einsatz mehrerer Gelenke nacheinander ausgeglichen werden. Zur Erleichterung der Erklärung werden für eine Gelenkwelle mit zwei Kreuzen die vier einzelnen Gabeln von vorne nach hinten durchgängig mit Gabel eins bis Gabel vier be-

nannt. Gleichlauf kann dann erzielt werden, wenn zwei Bedingungen erfüllt sind [181]:

1. Die Beugewinkel der beiden Gelenke müssen betragsmäßig gleich groß sein.
2. An- und abtreibende Welle eines Gelenks spannen eine Ebene auf. Gabel zwei muss zu dem Zeitpunkt in der Ebene des ersten Gelenks liegen, wenn Gabel drei in der Ebene des zweiten Gelenks liegt.

Wenn die beiden Ebenen der Gelenke nicht übereinstimmen (Übereinstimmung ist bei Z- oder W-Anordnung der Fall), so besteht für den Ausgleich eine statische Verdrehung bzw. Phasenverschiebung der beiden Gabeln zwei und drei zueinander durch den Winkel γ.

Der theoretische Ausgleich der Ungleichförmigkeit und der resultierende Verlauf kinematischer Größen und Momente basieren auf der Annahme, dass weder Massenkräfte wirken, noch Elastizitäten im System wirksam sind. Um die Realität besser abzubilden, ist es folglich sinnvoll, die Ungleichförmigkeit unter dynamischen Gesichtspunkten zu betrachten und zu bewerten. Dazu sind Steifigkeiten, Trägheiten und zulässige Systemunwuchten für die Abbildung relevant.

Trägheiten und Steifigkeiten der Gelenkwellen können aus der Geometrie und den Materialwerten der Gelenkwelle bestimmt werden. Auch die Materialdämpfungen der Gelenkwelle werden dem Werkstoff entsprechend ergänzt. Für das Verlustverhalten ist vor allem die Reibung in den Nadellagern relevant, welche sowohl lastabhängige, als auch geschwindigkeitsabhängige Anteile besitzt. Für den geschwindigkeitsabhängigen Anteil der Reibung ist es dabei wichtig, das Geschwindigkeitsprofil der Nadellager in einer Gelenkwelle zu berücksichtigen. Durch die Art und Weise, wie die Kreuzkinematik die Drehbewegung der Wellen überträgt, bewegt sich das Kreuz in den Nadellagern nicht kontinuierlich in ähnlicher Weise wie die Wellengeschwindigkeit. Stattdessen oszilliert das Kreuz in einer Taumelbewegung, was in den Lagern eine ständige Geschwindigkeitsumkehr mit Nulldurchgang bedeutet. Diese Eigenschaft ist durch eine passende Modellierung des Anlaufverhaltens mitabzubilden.

Eine weitere das Schwingungsverhalten beeinflussende Eigenschaft der Gelenkwelle ist das Reibungsverhalten im Längenausgleich, dem Schiebestück. Das Schiebestück ist für die abgebildete Produktpalette als Evolventenverzahnung ausgeführt, eine beispielhafte Skizze ist ein Abb. 4.15 a) dargestellt. Dabei werden für die Verzahnung Beschichtungen verwendet, um ein möglichst gutes Reibverhalten in axialer Richtung zu gewährleisten. Üblich ist z.B. eine Kunststoffbeschichtung mit Polyamid 11, die auch als „Rilsan B“ bezeichnet wird [109]. Allerdings sind die Gelenkwellenmomente im Nutzfahrzeug unter Umständen sehr hoch. Wenn bei sehr hohen Momenten, wie bei Berganfahrt, eine Relativbewegung in Längsrichtung auftritt, können hohe Reibkräfte im Schiebestück auftreten. Zudem befindet sich das Schiebestück in einem der Verbindungswellenabschnitte der Gelenkwelle.

Dies bedeutet, dass das Schiebestück auch bei theoretisch vollkommenem Ausgleich der Ungleichförmigkeiten von Wellenein- zu -ausgang Schwingungen ausgesetzt ist. Dies gilt zum einen für das Lastmoment, welches direkten Einfluss auf das Reibmoment besitzt und damit eine Koppelung von rotatorischen mit translatorischen Schwingungen verursacht. Zum anderen ist das Schiebestück aber auch den Biegemomenten aus den Kreuzgelenken ausgesetzt, was zu einem Kippmoment zwischen Welle und Nabe und damit zu erhöhtem Verschleiß führen kann [109].

Zuletzt sind die Eigenschaften der Zwischenlagerung im Falle mehrteiliger Gelenkwellen von Interesse. Das Zwischenlager besteht aus einem Kugel-Wälzlager, welches in eine Elastomermanschette eingebettet ist, eine Skizze ist in Abb. 4.15 b) zu sehen. Mit Hilfe geometrischer Aussparungen und den Materialeigenschaften dieser Manschette werden die Entkopplungs- und Steifigkeitseigenschaften des Lagers richtungsabhängig an die Anforderungen im Fahrzeug angepasst. Entsprechend können diese Eigenschaften fundamental zu den sich ausprägenden Schwingungen im Triebstrang beitragen.

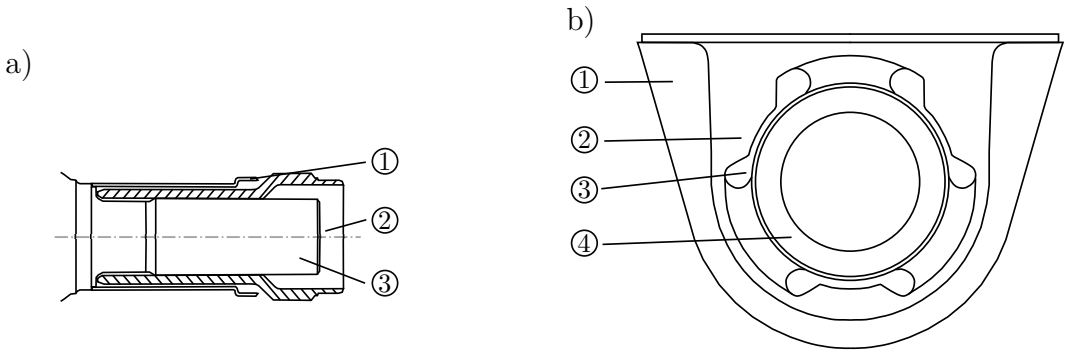


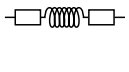
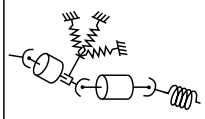
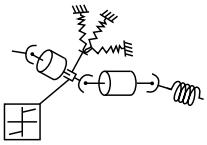
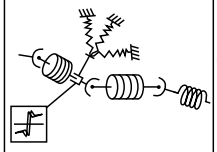
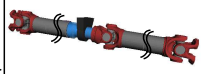
Abbildung 4.15.: a) Skizze eines Schiebestücks und Sektor eines Schnitts durch die Profilwelle zur Veranschaulichung der Wirkkräfte. 1: Abdeckung, 2: Profilnabe, 3: Profilwelle und b) Skizze eines Elastomer-Zwischenlagers. 1: Gehäuse, 2: Elastomer-Manschette, 3: Aussparung zur richtungsabhängigen Eigenschaftseinstellung, 4: Rillenkugellager

Aus den Eigenschaften der Kreuzgelenke wurden die folgenden Modelle für die Detaillierungsstufen abgeleitet. Der zugehörige Überblick über die Modelle ist in Tab. 4.7 zu finden.

Stufe 0

In der Basisstufe werden die Ungleichförmigkeiten, die durch die Gelenkwelle entstehen können vernachlässigt. Da alle Trägheiten, Steifigkeiten und Dämpfungen zusammengefasst werden, werden auch die Einflüsse des Zwischenlagers nicht mitberücksichtigt. Der Übersetzungsfaktor i, der in der Übersetzungskomponente

Tabelle 4.7.: Detaillierungsstufen der Modelle für die Übertragung

Stufe 0	Stufe 1	Stufe 2	Stufe 3	Stufe 4	Stufe 5
I, k, c					
Einmassen-Drehschwinger	→				komplexes FE-Modell

definiert wurde, muss in alle Trägheits-, Steifigkeits- und Dämpfungsparameter miteinbezogen werden (siehe Tab. 4.7 erste Abbildung). Dies gilt auch alle höheren Stufen dieser Komponente.

Stufe 1

Mit steigender Detaillierung werden zunächst zwei repräsentative Körper modelliert, die die Trägheitseigenschaften der Gelenkwelle beinhalten. Dazwischen wirken lineare Steifigkeiten und Dämpfungen, die in der Gelenkwelle wirken. Das Zwischenlager wird in dieser Stufe noch nicht abgebildet, der Längenausgleich ist frei. Durch die reine Verbindung der beiden Körper durch eine Verdrehsteifigkeit und –dämpfung wird die ungleichförmige Übertragung der Bewegung durch die Kardangelenke vernachlässigt (siehe Tab. 4.7 zweite Abbildung).

Stufe 2

In Stufe zwei wird die Kinematik der Kardanwelle abgebildet. Dazu werden die Gelenkgabeln und Kreuze als einzelne Körper modelliert, wie es in Tab. 4.6 in der dritten Abbildung visualisiert ist. Um den theoretischen Ausgleich der Ungleichförmigkeit zu ermöglichen, ist eine einstellbare Verdrehbarkeit der Gelenkgabeln am Schiebestück vorgesehen. So kann der Ungleichförmigkeitsgrad in dynamischer Anwendung mit Hilfe der Gabelverdrehung optimiert werden. Die Modellstufe implementiert außerdem eine Abbildung des Zwischenlagers. Dessen Steifigkeiten und Dämpfungen werden im Arbeitspunkt linearisiert approximiert.

Stufe 3

In der nächsten Detaillierungsstufe wird das Zwischenlager nichtlinear abgebildet (siehe Tab. 4.6 vierte Abbildung). Dabei wird auf das schon in Kap. 4.2.1 erläuterte Modell für die Abbildung von Elastomereigenschaften zurückgegriffen. Um

die Richtungsabhängigkeit für das Modell richtig zu erfassen, werden Messungen in drei Wirkrichtungen vorgenommen, um die korrekte Bedatung des Modells zu ermöglichen.

Die Beschreibung der Nadellagerreibung in der Gelenkwelle von Nutzfahrzeugen wurde in [196] erarbeitet. Für die grundlegende Abbildung der Reibung im Nadellager hat [132] einen empirischen Ansatz entwickelt, der häufig als Basis für die Beschreibung der Lagerverluste verwendet wird.

$$M_{LR,0} = M_{LR,u} + M_{LR,a} \tag{4.21}$$

Das Lagerreibmoment $M_{LR,0}$ nach [132] setzte sich aus lastabhängigen Anteilen $M_{LR,a}$ und lastunabhängigen Anteilen $M_{LR,u}$ zusammen. Die lastunabhängigen Anteile sind von der Drehzahl n und der kinematischen Viskosität des Schmierstoffes ν abhängig. Außerdem wird der mittlere Lagerdurchmesser $d_m = (D + d)\,2$ aus Lageraußendurchmesser D und –innendurchmesser d verrechnet. Zur Berücksichtigung der Lagerbauart und der Art der Schmierung wird ein drehzahlspezifischer Lagerbeiwert f_0 eingeführt. Da die Berechnung rein empirisch basiert ist, erschließen sich die Einheiten durch die Formel nicht. Während die Drehzahl n in [min^{-1}] anzugeben ist, wird ein Ergebnis in [N mm] erzielt, indem der mittlere Durchmesser in [mm] und die kinematische Viskosität in [$\mathrm{mm}^2\,\mathrm{s}^{-1}$] angegeben werden.

$$M_{LR,u} = f_0\ {d_m}^3\,(\nu n)^{\frac{2}{3}}\,10^{-7} \tag{4.22}$$

Da laut [132] unterhalb eines Grenzwerts von $\nu n = 2000$ das Reibmoment geringe Änderungen aufweist, wird in diesem Bereich in der Literatur [60], [6] auf eine statische Berechnung des lastunabhängigen Reibmoments umgeschaltet:

$$M_{LR,u} = 160 f_0\ {d_m}^3 \tag{4.23}$$

Der lastabhängige Anteil wird in Abhängigkeit der wirkenden Last F bestimmt.

$$M_{LR,a} = f_1 F d_m \tag{4.24}$$

Für die Nadellager der Gelenkwelle werden dazu noch zwei weitere Anteile addiert. Der erste davon berücksichtigt das Reibmoment, das durch den axialen Kontakt der Reibelemente mit einem Anlaufring entsteht. Die Beschreibung basiert auf einem Ansatz von [96] und mit Stribeck-Anteil [169], siehe Abschnitt 3.2, und lautet

$$M_{LR,ax} = F_{ax} \left(\mu_G \left(\mu_H - \mu_G\right)\right) e^{-\left|\frac{v}{v_s}\right|^{\alpha}} d_{m,ax}. \tag{4.25}$$

Der Stribeck-Anteil berücksichtigt das Anlaufverhalten der Nadellager beim Geschwindigkeitsnulldurchgang. Die auf die Nadelelemente wirkende Axialkraft F_{ax} wird dabei mit dem auf den Anlaufring bezogenen mittleren Durchmesser $d_{m,ax}$ errechnet. Der zweite ergänzende Anteil beschreibt die Reibung, die in den Dichtflächen der Lagerbuchsen auftritt. Der Ansatz nach [70] beschreibt den Zusammenhang auf Basis einer Dichtungsreibungszahl f_D, der wirkenden Flächenpressung p_m, der Dichtfläche A_D und dem zugehörigen mittleren Durchmesser $d_{m,D}$:

$$M_{LR,D} = 0.5 f_D p_m A_D d_{m,D} \tag{4.26}$$

Obwohl diese empirische Beschreibung der Wälzlagerreibung in Abhängigkeit von Lagerbeiwerten etwas unsauber anmutet, wird sie so häufig verwendet, dass eine gute Datenbasis besteht und spezifische Beiwerte für die Lagerbauformen von den Lagerherstellern direkt abgerufen werden können. Da die Modellierungsgenauigkeit für den Fokus der vorliegenden Arbeit ausreicht und die Parametrierbarkeit wie erwähnt einfach ist, wird die Formulierung von [132] mit den beschriebenen Erweiterungen für die Beschreibung der Nadellagerreibung genutzt. Das aus den erläuterten Anteilen addierte Reibmoment wird zuletzt noch mit einer Hyperbelfunktion verrechnet, um der Wirkrichtung entgegen der Kippgeschwindigkeit ω_K zu entsprechen und einen numerisch stabilen Übergang zu schaffen. Mit dem dimensionsbehafteten Faktor b kann die Form und damit der Übergang der Hyperbelfunktion gesteuert werden.

$$M_{LR} = \left(M_{LR,0} + M_{LR,ax} + M_{LR,D}\right) \tanh\left(b\omega_K\right) \tag{4.27}$$

Eine weitere Modellvertiefung wird durch die Einbringung eines Reibmodells im Schiebestück der Gelenkwelle erreicht. In der vorliegenden Modellstufe wird dazu ein statisches Reibmodell in Form eines Coulomb-Modells (siehe Kap. 3.2) eingesetzt. Das Coulomb-Modell weist beim Nulldurchgang der Relativgeschwindigkeit v_{rel} zwischen Welle und Nabe des Schiebestücks eine Unstetigkeit auf. Deshalb wird im Modell eine Regularisierung mit der Hyperbelfunktion mit dem dimensionsbehafteten Formfaktor a umgesetzt, um numerische Probleme durch sprunghafte Wertänderungen zu vermeiden:

$$F_R = \mu_G \frac{M_{SS}}{r_W} \tanh\left(a v_{rel}\right) \tag{4.28}$$

Die Normalkraft für die Berechnung der Reibkraft wird aus dem Torsionsmoment in der Gelenkwelle am Schiebestück M_{SS} erzeugt. Dazu wird das Moment über den Wirkradius r_W auf eine Normalkraft umgerechnet.

Stufe 4

In Stufe vier wird das Reibmodell für das Schiebestück auf eine dynamische Formulierung erweitert. Dazu wird das LuGre-Modell (siehe Gl. 3.26) verwendet. In einem weiteren Schritt wird eine flexible Formulierung für die Gelenkwellenrohre implementiert. Diese werden mit Hilfe einer geringen Anzahl (meist acht) Balkenelementen modelliert, um die ersten beiden Biegemoden und den ersten Torsionsmode der Wellen abzubilden (siehe Tab. 4.6 fünfte Abbildung).

Stufe 5

Für die ausgeprägteste Detaillierungsstufe des Gelenkwellenmodells werden die Rohre der Gelenkwelle als FE-Modell eingebunden (siehe Tab. 4.6 sechste Abbildung). Damit können vor allem auch Moden in radialer Richtung der Rohre, die breathing modes, und Biege-Torsions-Koppelmoden (flexure modes), abgebildet werden, die für die Ausbreitung von Schall relevant sind (siehe Kap. 2.1).

4.2.5. Achse

In der Antriebsachse wird die Antriebsleistung des Fahrzeugs von der Gelenkwelle an die Räder weitergeleitet. Dazu sind einerseits eine Umlenkung um 90° und andererseits eine Aufspaltung des Triebstrangs in zwei Stränge nötig. Beim NFZ ist dabei im Achsgetriebe üblicherweise noch eine zusätzliche Übersetzung ins Langsame vorhanden. Die in der Strangfolge spätere Übersetzung bedeutet geringere Momente in den vorangehenden Bauteilen, die deshalb kleiner dimensioniert werden können. In speziellen Fällen wird eine zusätzliche Übersetzung direkt am Rad durch einen Planetensatz vorgenommen, um in der Achsmitte durch Verkleinerung des Tellerrades Platz zu sparen. Allerdings erhöht dies die ungefederten Massen, was fahrdynamisch nachteilig ist. Diese Achsen werden als Außenplanetenachsen bezeichnet und vornehmlich bei großen Anforderungen an die Bodenfreiheit und geringeren durchschnittlichen Fahrgeschwindigkeiten wie z.B. bei Baustellenfahrzeugen verwendet.

Eine weitere Anforderung an das Hinterachsgetriebe ist die Verteilung von Drehmoment und Drehzahl an die beiden Räder. Dabei ist es erforderlich, eine ungleiche Verteilung der Antriebsleistung zu ermöglichen. Dies ist z. B. in der Kurvenfahrt nötig, wo das äußere Rad einen weiteren Weg zurücklegen muss als das innere, und sich deshalb mit höherer Drehzahl bewegt. Die Umsetzung geschieht über ein Ausgleichsgetriebe (Differenzial) im Achsgetriebe. Für den Fall, dass ein Rad kein Drehmoment übertragen kann, weil es beispielsweise keinen

Fahrbahnkontakt hat, wird eine Sperre des Ausgleichs eingesetzt. Der skizzierte Aufbau eines Achsgetriebes mit Differenzial ist in Abb. 4.16 a) zu finden.

Die Antriebsleistung wird vom Antriebsrad (1), welches mit der Gelenkwelle verbunden ist, auf das Tellerrad (2) übertragen. Das Tellerrad ist fest mit dem Differenzialgehäuse (3) verbunden. Darin gelagert befinden sich zwei Ausgleichskegelräder (4), die mit den beiden Achswellenkegelrädern (5) verzahnen. Die rechte (6) und linke (7) Achswelle übertragen die Antriebsleistung anteilig auf die beiden Räder. Um eine Sperre des Differenzials zu erreichen, werden die beiden Steckwellen mit Hilfe einer Klauenkupplung über Tellerrad und Gehäuse starr miteinander verbunden.

Der Kegelradantrieb ist meist als Hypoidantrieb ausgeführt. Eine Kombination aus Teller- und Antriebskegelrad wird dann als Hypoidantrieb bezeichnet, wenn ein Achsversatz besteht, wenn sich also die Rotationsachsen der beiden Zahnräder nicht schneiden, siehe Abb. 4.16 b). Durch diese Anordnung kann das meist spiralverzahnte Antriebsrad größer und das Tellerrad kleiner ausgeführt werden, was höhere Lebensdauern, größere Laufruhe und geringeren Bauraum zulässt [114]. Die Beschreibung einer Hypoidverzahnung ist allerdings vergleichsweise kompliziert. Dies liegt an der komplexen Geometrie, die sich durch die Verschiebung der Antriebswelle aus der Mittenachse des Tellerrades heraus ergibt und des entstehenden variablen Verzahnungssteifigkeitsverlaufs [135], [30], [94]. Da die Modellierung der Hypoidverzahnung in dieser Arbeit nicht mitberücksichtigt werden konnte, konzentriert sich die Modellierung der Achse auf globale dynamische Eigenschaften und die kinematischen Einflüsse aus der Achsbewegung. Für eine Einbindung der Hypoidverzahnungsmodellierung in die Modellstruktur ist für zukünftige Erweiterungen die Orientierung an der Detaillierung im Schaltgetriebe vorgesehen.

Die Aufhängung der Triebachse(n) ist im Spektrum der unterschiedlichen NFZ-Produkte sehr unterschiedlich möglich. Da die Modellierung primär fahrdynamisch relevant ist, liegen viele Modelle bereits vor. Ein Einfluss auf Triebstrangschwingungen ist durch die dynamischen Eigenschaften der Lagerung möglich. Noch signifikanter hingegen beeinflusst die Kinematik der Einfederung die Winkelstellungen im Kardantrieb und die Auslenkung im Längenausgleich. Im Folgenden wird deshalb primär kurz auf die Kinematik einer exemplarischen Achse eingegangen. Für die Modellierung der Feder- und Dämpfungselemente sei auf [179] verwiesen. Die Beispielachse ist in Abb. 4.17 dargestellt. Der Achskörper (2) ist über einen X- (Vierpunkt-) oder Dreiecks- (Dreipunkt-)lenker (1) oben und zwei Längslenker (3) unten am Rahmen befestigt. Beide bewegen sich beim Einfedern auf einer Kreisbahn. Der aus den Lenkerlängen und Anlenkpunkten resultierende Einfederpfad des Achskörpers ist im allgemeinen eine nichtlineare Funktion der Achshub- und Achswankbewegung.

Aus den relevanten Eigenschaften der Achsmodelle werden drei Detaillierungsstufen abgeleitet. Wie schon erwähnt, ist eine zukünftige Erweiterung der Verzah-

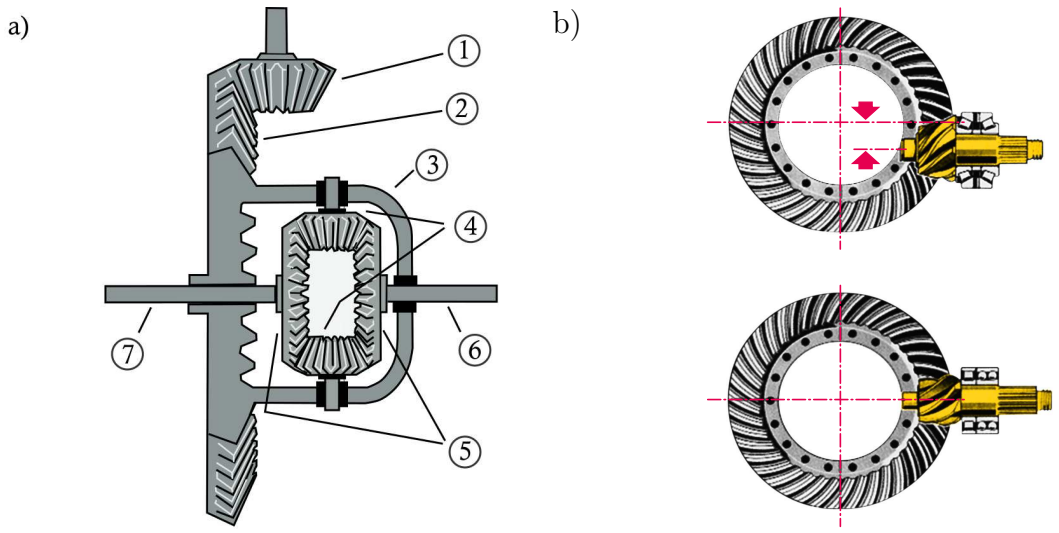


Abbildung 4.16.: a) Funktionsweise eines Hinterachsdifferenzials [114]: (1) Antriebsrad, (2) Tellerrad, (3) Differenzialgehäuse, (4) Ausgleichskegelräder, (6)+(7) Achswellen und b) Unterschied zwischen einem Hypoidantrieb (oben) und einem regulären Kegelradantrieb (unten) [114]

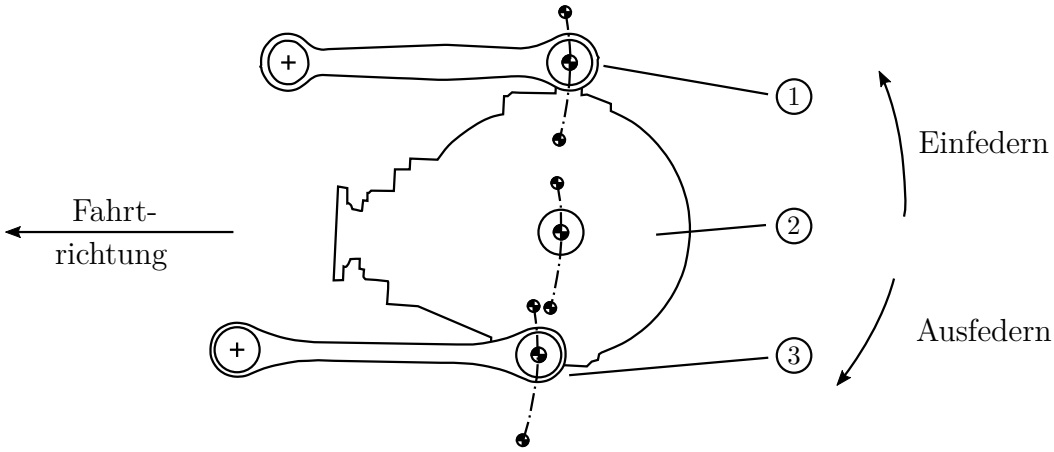
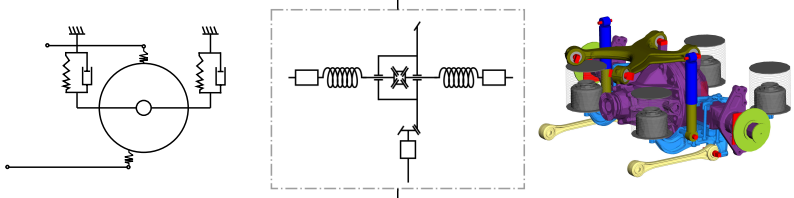


Abbildung 4.17.: Skizze der Achskinematik bei der Einfederung; 1: X- oder Dreipunktlenker, 2: Achskörper, 3: Längslenker

nungsmodellierung des Achsgetriebes möglich. Ähnlich wie beim Verteilergetriebe ergibt sich der nötige Detaillierungsgrad dann aus den Mindestanforderungen der Verzahnungsmodellierung (siehe Übersetzung Kap. 4.2.3) und der Achsmodellierung. Die Übersicht der zugehörigen Abbildungen ist in Tab. 4.8 zu finden.

Tabelle 4.8.: Detaillierungsstufen der Modelle für die Achse

Stufe 0	Stufe 1	Stufe 2
I, k, c, i_A		
symmetrisch lineares Modell (Geradeausfahrt)	→	nichtlineares Starrkörpermodell

Stufe 0

In der Basisstufe wird keine Spaltung des Antriebsstrangs in zwei Teilstränge unternommen. Die beiden linear approximierten Steifigkeiten und Materialdämpfungen der Achswellen werden als Parallelschaltung zusammengefasst. Außer der vergleichsmäßig niedrigen Steifigkeit der Achswellen werden auch die Steifigkeiten im Achsgetriebe in die Gesamtsteifigkeit eingerechnet. Die Übersetzung des Achsgetriebes wird wie schon beim Schaltgetriebe als Faktor i_A für die nachfolgenden Komponenten definiert. Die Übersetzung aus dem Schaltgetriebe wird ebenfalls mit allen Komponenten verrechnet. Achskinematik und Lagerung der Achse werden in dieser Stufe vernachlässigt. Die Darstellung der Stufe ist in der ersten Abbildung in Tab. 4.8 zu finden.

Stufe 1

Stufe eins beinhaltet eine Modellierung von Antriebsrad, Tellerrad, Differenzialgehäuse mit Ausgleichsrädern, Achswellenrädern und Achswellen als Einzelkörper. Die Körper sind durch die Übersetzung des Achsgetriebes sowie die linearisierten Steifigkeiten und Dämpfungen von Achswellen und Verzahnung verbunden. Die Körper des Achsgetriebes sind im Achskörper gelagert. Die Kinematik wird durch die Lenker im Modell abgebildet. Die Kraftgesetze von Federung und Dämpfung sowie der Elastomerbuchsen der Lenker werden mit Hilfe von Kennlinien abgebildet (siehe Tab. 4.8 zweite Abbildung). Das Achsmodell ist einer Anwendung für die Echtzeit-Fahrdynamiksimulation entliehen und kann genauer in [14] nachgelesen werden.

Stufe 2

Die letzte Erweiterung, die für das Modell der Achskomponente vorgenommen wird, betrifft die Lagerung der Achse. Dabei werden nichtlineare Kraftgesetze für die Federung (meist Luftfederung) und Dämpfer in Form physikalischer Modelle implementiert (siehe Tab. 4.8 dritte Abbildung). Das Modell entspricht der Beschreibung in [179]. Die Beschreibung des Differenzials entspricht der vorhergehenden Detaillierungsstufe, solange die Verzahnung nicht im Sinne der Übersetzungskomponente erweitert wird.

4.2.6. Räder

Unter der Komponente Räder ist das Rad mit Felge und Reifen zusammen gefasst. Da die Modellierung und Simulation der Räder sehr komplex und aufwändig ist und sehr umfassende Studien und Modelle vorhanden sind, wurde in dieser Arbeit auf zwei unterschiedliche kommerziell verfügbare Reifenmodelle zurückgegriffen. In diesem Kapitel sollen also nur kurz relevante Eigenschaften der Reifen auf das Schwingungsverhalten im Triebstrang erläutert werden, für detailliertere Informationen wird auf die Literatur verwiesen.

Das eigentliche Rad eines Fahrzeugs besteht aus einer Radscheibe oder -schüssel und der Felge, die den Reifen aufnimmt. Die Radscheibe ist mit der Achsnabe verbunden. Während das Rad üblicherweise aus Stahl oder einem Leichtmetall gefertigt ist, ist der Aufbau des Reifens komplexer. Die innen mit einer Gummischicht abgedichtete Karkasse des Reifens besteht aus einer oder mehreren Schichten Stahlkord und mündet zur Felge hin in einer mit einem Kern verstärkten Wulst, die die Abdichtung zur Felge sicherstellt. In der äußeren Gummischicht befindet sich zwischen Karkasse und Lauffläche zudem der Gürtel, der ebenfalls aus Stahlkordschichten besteht [114]. Die durch diesen Aufbau und der Luftfüllung des Reifens entstehenden dynamischen Eigenschaften in Umfangsrichtung sowie orthogonal dazu sind nichtlinear und von zahlreichen Parametern abhängig.

Die Übertragung der Verformungs- und Reibkräfte von Fahrzeug zu Fahrbahn findet in der Kontaktfläche, dem Latsch, statt. Generell muss der Reifen Vertikal-, Längs- und Querkräfte im Latsch übertragen und übernimmt dabei auch die Wandlung der Rotations- in eine Translationsbewegung. Für die Analyse von Drehschwingungen im Antriebsstrang haben Torsionsschwingungen des Reifens selbst (zwischen Felge und Lauffläche) sowie Effekte aus der Übertragung der Längskraft im Latsch den größten Einfluss. Dies ist für das Schwingungsphänomen Ruckeln z.B. in [120] gezeigt.

Zum Längskraftverhalten gehören einerseits die Widerstände, die am Rad wirken, und andererseits der Kraftschluss des Reifens. Der relevanteste Widerstand ist der Rollwiderstand F_R, der meist proportional zur Radlast F_Z angenommen wird. Der Zusammenhang ist über einen Rollwiderstandsbeiwert f_R wie folgt definiert:

$$F_R = f_R F_Z \tag{4.29}$$

Weitere Widerstände sind weniger ausschlaggebend und können in [124] nachgelesen werden. Zur Beschreibung des Kraftschlusses in Umfangsrichtung wird der Längsschlupf s_L definiert, der die Längsgeschwindigkeit v_L und die Drehgeschwindigkeit ω des Reifens mit dem dynamischen Rollradius r_{dyn} in Relation setzt. Es gibt zahlreiche Varianten in der Literatur, wie die Geschwindigkeiten zur Schlupfbeschreibung ins Verhältnis gesetzt werden, eine davon ist in Gl. 4.30 dargestellt.

$$s_L = \frac{r_{dyn}\omega - v_L}{v_L} \tag{4.30}$$

In dieser Definition wird das Rad für positiven Schlupf s_L beschleunigt, ist der Wert negativ, so wird gebremst. In Abhängigkeit des Schlupfes kann für den Reifen eine individuelle Längskraftcharakteristik beschrieben werden, ein Beispiel ist in Abb. 4.18 dargestellt.

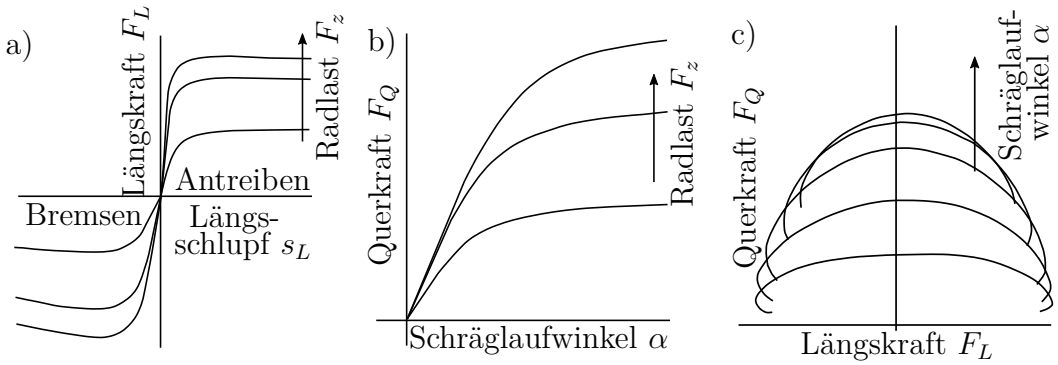


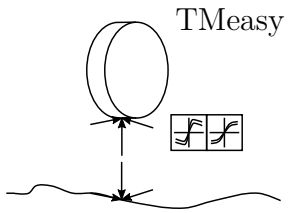
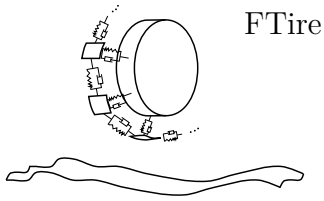
Abbildung 4.18.: Typische Reifenkennlinien für einen repräsentativen Reifen a) Skizze der Längskraftcharakteristik, b) Skizze der Querkraftcharakteristik und c) Verhalten der Querkraft in Abhängigkeit von Längskraft und Schräglaufwinkel

Das Verhalten der Längskraft über dem Längsschlupf ist von vielen Parametern abhängig, darunter Fahrbahnbeschaffenheit, Reifendruck, Witterungs- und Temperatureinflüsse, Vertikalkraft etc. Zudem besteht aber auch ein Zusammenhang mit der übertragbaren Seiten- oder Querkraft des Reifens. Die Seitenkraft ist in Abhängigkeit vom Schräglaufwinkel α und der Radlast F_Z in Abb. 4.18 b) gezeigt. Der Schräglaufwinkel bezeichnet den Winkel zwischen Längsachse des Reifens und dessen Bewegungsrichtung. Die Abhängigkeit zwischen Quer- und Längskraft ist in Abb. 4.18 c) dargestellt. Hier wird erkennbar, dass mit zunehmender Seitenkraft die übertragbare Längskraft abnimmt. Weitere Einflüsse auf

die übertragbaren Kräfte und Momente sind bspw. Vorspur oder Sturz des Reifens.

Bestehende Reifenmodelle können in die Kategorien mathematisch-empirisch und physikalisch eingeteilt werden, dazwischen bestehen zahlreiche Mischformen. Dabei werden die empirischen Modelle eher zur Simulation von Handling und Fahrdynamikuntersuchungen genutzt, physikalische Modelle dienen vornehmlich Struktur- und Schwingungsanalysen mit höherfrequenten Einflüssen. Es existieren unterschiedlichste Varianten, ein Überblick über bekannte Modelle wird in [46] vorgestellt. Im Folgenden wird ein Modell mit semi-physikalischem Hintergrund (TMeasy) und ein weitestgehend physikalischer Ansatz (FTire) vorgestellt, die zur Abstufung der Modelldetaillierung verwendet werden. Beide Modelle sind kommerziell verfügbar. Die darstellende Übersicht über die Detaillierungsstufen ist in Tab. 4.9 zu finden.

Tabelle 4.9.: Detaillierungsstufen der Modelle für die Räder

Stufe 0	Stufe 1	Stufe 2
I, k, c		
lineare „Dämpfung “	semi-physikalisches Modell	komplexes physikalisches Modell

Stufe 0

Für die Basiskonfiguration wird kein explizites Reifenmodell verwendet. Wie schon bei den vorhergehenden Komponenten werden zur Zusammenfassung der Eigenschaften linearisierte Steifigkeiten und Dämpfungen definiert. Die Schlupfcharakteristik wird stark vereinfacht und linearisiert im Dämpfungsterm mitabgebildet. Außerdem werden alle Koeffizienten mit den Übersetzungsfaktoren von Schaltgetriebe und Differenzial verrechnet. Die Darstellung des Modells ist in der ersten Abbildung in Tab. 4.9 gezeigt.

Stufe 1

Als erste Modellvariante mit höherer Komplexität wurde das Reifenmodell TMeasy V5 ausgewählt, siehe Tab. 4.9 zweite Abbildung. Eine ausführliche Do-

kumentation des Modells ist in [148] zu finden, hier sollen nur kurz die für die Verwendung des Modells in der vorliegenden Arbeit relevanten Grundzüge dargestellt werden.

Das Modell repräsentiert die Kraftgesetze zwischen Reifen und Straße, zur Abbildung von Trägheiten und Masse des Reifens wird ein separater starrer Körper erzeugt. Für die Formulierung der Kraftgesetze wird das Verhalten im quasistatischen und im dynamischen Zustand unterschieden. Die quasistatischen Längs- und Querkräfte $F_{L,stat}$ und $F_{Q,stat}$ im Latsch werden mit Hilfe von Kennlinien über Längs- und Querschlupf s_L, s_Q des Reifens bestimmt. Längs- und Querschlupf definieren sich dabei nach Gl. 4.31, wobei die Vorzeichen im Modell abhängig von der Koordinatensystemdefinition des Reifenmodells und in [148] erläutert sind.

$$s_L = \frac{-\left(v_L - r_{dyn}\omega\right)}{r_{dyn}\left|\omega\right| + v_N} \qquad s_Q = \frac{-v_Q}{r_{dyn}\left|\omega\right| + v_N} \tag{4.31}$$

In der Berechnung wird ein mathematisches Hilfsmittel verwendet, um auch einen blockierenden Reifen ($r_{dyn}\left|\omega\right| = 0$) darstellen zu können. Dazu wird im Nenner der Gl. 4.31 eine sehr kleine virtuelle Geschwindigkeit v_N aufgebracht, die für das stillstehende Rad im Nenner einen Wert ungleich null erzeugt. Die Kennlinien der Kräfte müssen für zwei Radlasten vorgegeben werden, um im Modell eine Abhängigkeit der Längs- und Querkräfte von der Radlast approximieren zu können. Die Einzelkräfte werden über einem kombinierten Schlupfwert vektoriell addiert, so wird die gegenseitige Abhängigkeit abgebildet. Details sind [148] zu entnehmen.

Für die dynamischen Kräfte wird ein Ansatz erster Ordnung verwendet. Exemplarisch für die Längsrichtung ist dies in Gl. 4.32 und 4.33 gezeigt. Die dynamischen Kräfte werden nach

$$F_{L,dyn} \approx F_{L,stat} + \frac{\partial F_L}{\partial v_L}\dot{x}_{L,e}. \tag{4.32}$$

approximiert. $x_{L,e}$ beschreibt dabei die Verformung des Reifens in Längsrichtung. Die quasistatische Kraft $F_{L,stat}$ liegt wie bereits erwähnt in Form einer Kennlinie in Abhängigkeit des Längsschlupfes vor. Die dynamische Längskraft wiederum wird mit Hilfe der Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizienten c_L und d_L im Latsch beschrieben.

$$F_{L,dyn} = c_L x_{L,e} + d_L \dot{x}_{L,e} \tag{4.33}$$

Die Ansätze aus Gl. 4.32 und 4.33 ergeben eine Differentialgleichung erster Ordnung zur Beschreibung der Reifendynamik (siehe [148]).

Da das Modell das Kraftgesetz zwischen einem starren Radkörper und der Fahrbahn darstellt, können keine expliziten Gürtelschwingungen dargestellt werden. Eine Steifigkeit in Umfangsrichtung im Latsch ist aber vorhanden.

Stufe 2

In Erweiterung der Detaillierung wird in Stufe zwei das kommerziell verfügbare Reifenmodell FTire gewählt (siehe Tab. 4.9 dritte Abbildung). Der grundsätzliche Aufbau des Modells basiert auf einer Approximation des Reifengürtels durch einen flexiblen Ring. Der Ring ist aus einzelnen Gürtelelementen aufgebaut, die durch Steifigkeits- und Dämpfungselemente miteinander verbunden sind. Damit sind Masse, Trägheitsmomente und Steifigkeit des Reifens anteilig schon enthalten. Zur Darstellung der Eigenschaften von Felge und der der Felge zugeordneten Anteile des Reifens wird ein separater Körper definiert. Der Radkörper und die Ringelemente sind wiederum über Steifigkeits- und Dämpfungselemente miteinander verbunden. Die Definition des Reifenmodells auf Basis separater Elemente für den Gürtel ermöglicht es, Gürtelschwingungen des Reifens selbst abzubilden. Jedes Gürtelelement interagiert über mehrere masselose Laufflächenblöcke mit der Fahrbahn. Dabei passen sich die Blöcke an die Topologie des Untergrunds an und können so durch Fahrbahnunebenheiten erzeugte Kräfte abbilden. Außerdem werden Tangentialkräfte auf Basis der Relativgeschwindigkeit zur Fahrbahn erzeugt.

Zusätzlich zum mechanischen Aufbau enthält das Modell noch weitere Teilmodelle zur Abbildung von thermischen Effekten, Verschleiß, Vibrationen des Luftvolumens und flexiblen Felgendefinitionen. Da diese Aspekte nicht unmittelbar relevant für die Simulation von Antriebsstrangschwingungen sind, wird nicht weiter auf sie eingegangen, genaueres kann in [65] nachgelesen werden.

Die für das Modell notwendigen Parameter sind größtenteils physikalisch und nicht immer einfach zu bestimmen. Die Parametrierung findet anhand von Messungen über spezifische FTire-Datensätze statt.

4.3. Modelle der Testumgebungen

In welches Umgebungsmodell das Triebstrangmodell integriert wird, ist stark vom Schwingungsphänomen abhängig, das simuliert werden soll. Für globale Phänomene, die möglicherweise durch weitere Fahrzeugeigenschaften beeinflusst werden, wird ein Gesamtfahrzeugmodell verwendet. Lokale Phänomene, die eine hohe Auflösung in der betreffenden Triebstrangkomponente benötigen, können oft mit reduzierter Umgebung in einem virtuellen Komponentenprüfstand simuliert werden.

4.3.1. Komponentenprüfstand

Für die Simulation im Komponentenprüfstand bieten sich Probleme an, die stark lokal konzentriert sind. Ein Beispiel dazu ist selbsterregtes Kupplungsrupfen. In Bezug auf den Gesamttriebstrang ist dazu der erste globale Eigenmode relevant, entsprechend die globalen Steifigkeits-, Dämpfungs- und Trägheitseigenschaften. Im Kupplungsprüfstand wird deshalb ein komplexes Kupplungsmodell eingebaut, die nachfolgenden Komponenten werden in ihren dynamischen Komponenten zusammengefasst, also mit Detaillierungsstufe null. Der Prüfstand übernimmt die Lagerung der Komponente. Für die Fahrwiderstände wird ein Widerstandsmoment aufgebracht, siehe Abb. 4.19. Die Fahrwiderstände F_W setzen sich aus Beschleunigungswiderstand F_B, Rollwiderstand F_R, Luftwiderstand F_{Lu} und Steigungswiderstand F_{St} zusammen. Die Beschleunigungswiderstände werden über die in eine Trägheit I_{Fzg} umgerechnete Masse des Fahrzeugs m_{Fzg} implementiert.

$$I_{Fzg} = m_{Fzg} r_{dyn}^2 \tag{4.34}$$

Wie die übrigen Trägheiten wird diese Ersatzträgheit mit den wirkenden Übersetzungen i_{ges} von Achs- und Schaltgetriebe verrechnet. Die verbleibenden Widerstände werden über den dynamischen Reifenradius r_{dyn} als Moment bestimmt und aufgebracht.

$$M_W = r_{dyn} F_W = r_{dyn} \left(F_R + F_{Lu} + F_{St} \right) \tag{4.35}$$

$$F_R = f_R F_N = f_R F_G \cos\alpha st \tag{4.36}$$

$$F_{Lu} = A_{Lu} c_W \rho_{Lu} \frac{v_r el^2}{2} \tag{4.37}$$

$$F_{St} = F_G \sin\alpha_{St} I_{Fzg} = \frac{1}{{i_{ges}}^2} m_{ges} {r_{dyn}}^2 \tag{4.38}$$

Rollwiderstand und Steigungswiderstand berechnen sich dabei aus dem Rollwiderstandsbeiwert f_R und der Normalkraft F_N, beziehungsweise Gewichtskraft des Referenzfahrzeugs F_G und dem Steigungswinkel der Fahrbahn α_{St}. Für den Luftwiderstand werden die Angriffsfläche A_{Lu}, der Luftwiderstandsbeiwert c_W, die Luftdichte ρ_{Lu} und die Relativgeschwindigkeit zwischen Fahrzeug und Luftströmung v_{rel} verrechnet [124].

Alternativ zu einer Nutzung dieses Modells als vereinfachtes Gesamtfahrzeugmodell können die virtuellen Prüfstände auch an reale Messprüfstandsaufbauten angepasst werden. Die dynamischen Eigenschaften der Fahrzeugkomponenten müssen dazu an die Prüfstandsgegebenheiten angepasst werden.

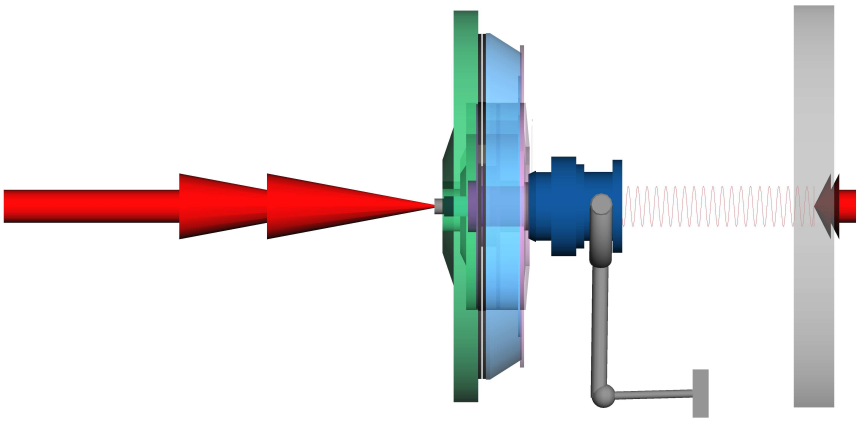


Abbildung 4.19.: Virtueller Kupplungsprüfstand

4.3.2. Rahmenprüfstand

Dieser Modellaufbau dient der generellen Berücksichtigung des gesamten Triebstrangverhaltens, also eine Modellierung der Komponenten mit einer Detaillierungsstufe größer als null. Das Rahmenmodell beinhaltet dabei Torsions- und Biegesteifigkeiten sowie Ersatzsteifigkeiten für die Aufhängungskomponenten an der Vorderachse. Das Rahmenmodell ist ein massebehaftetes linear elastisches Modell, das durch Reduzierung aus einem FE-Modell erzeugt wurde [111], [23]. Damit können in der MKS Eigenmoden und Zusatzmoden ausgewählt werden, die die relevanten elastischen Deformationen des Rahmens abbilden. Üblicherweise sind zur Simulation von Triebstrangschwingungen primär erster und evtl. zweiter Torsionsmode sowie situationsabhängig Biegemoden relevant. Für spezifische Anwendungen kann die Auswahl der Moden reduziert oder erweitert werden. Ein Beispiel eines Modells im Rahmenprüfstand ist in Abb. 4.20 in der Draufsicht gezeigt. Die Verbindungspunkte zum Rahmen sind wie in den Triebstrangkomponenten erläutert zum einen die Motorlager, zum anderen die Hinterachslagerung.

Da es kein Fahrbahnmodell gibt, werden Fahrwiderstände direkt als Moment auf die Radnaben aufgebracht. Damit sind Reifenmodelle als einzige Komponente mit Detaillierungsstufe größer als null obsolet für die Verwendung mit dem Rahmenprüfstand. Die Berechnung der Widerstände erfolgt den Komponentenprüfständen äquivalent, siehe Gln. 4.34 bis 4.38.

4.3.3. Vollfahrzeug und Rolle

Die Basis des Vollfahrzeugmodells entstammt einer Entwicklung zur Analyse von Fahrdynamiksimulationen [179]. Das vorgestellte Beispielmodell bildet eine Sat-

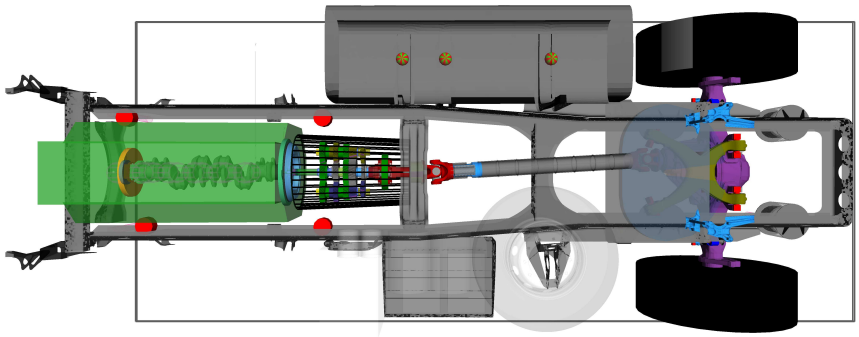


Abbildung 4.20.: Modell des Fahrzeugrahmens mit perspektivisch verzerrten Rädern

telzugmaschine mit einfachem Hinterachsantrieb ab. Die zentrale Komponente im Modell ist der Rahmen. Wie im Rahmenprüfstand ist der Triebstrang durch die Motor- und die Hinterachslagerung mit dem Rahmen verbunden. Teil des Vollfahrzeugmodells ist zusätzlich die Vorderachse mit den Vorderrädern. Ebenso ist das Fahrerhaus über seine Lagerung mit dem Rahmen verbunden. Als separate Komponente ist die Lenkung abgebildet, die ihrerseits in Verbindung mit dem Fahrerhaus einerseits und der Vorderachse andererseits steht. Die letzte Komponente beinhaltet die Beladung des Fahrzeugs.

Das Gesamtfahrzeugmodell mit Antriebsstrang steht auf einem abstrahierten Rollenprüfstand. Als Basis für das Modell wurde ein realer Prüfstand verwendet, der zur Erzeugung von Validierungsmessungen genutzt wurde. Das Prüfstandsmodell besteht aus einer Platte, die zur Aufnahme der Vertikalkräfte der Vorderachse und zur Fesselung des Fahrzeugs genutzt wird, und der Walze. Wie im realen Rollenprüfstand werden die Vortriebskräfte, die durch die Interaktion zwischen Reifen und Walze erzeugt werden, durch Fesselungen in der Prüfstandsumgebung aufgenommen. Im Modell geschieht dies über lineare Feder-Dämpfer-Elemente. Die Walze beinhaltet die Trägheitseigenschaften der Referenzwalze. Die Widerstandsmomente, die im realen Prüflauf an der Walze durch einen Elektromotor aufgebracht werden, werden im Modell direkt als Moment generiert. In Abb. 4.21 ist der Aufbau des Vollfahrzeugmodells mit Triebstrangsmodell und Rollenmodell dargestellt.

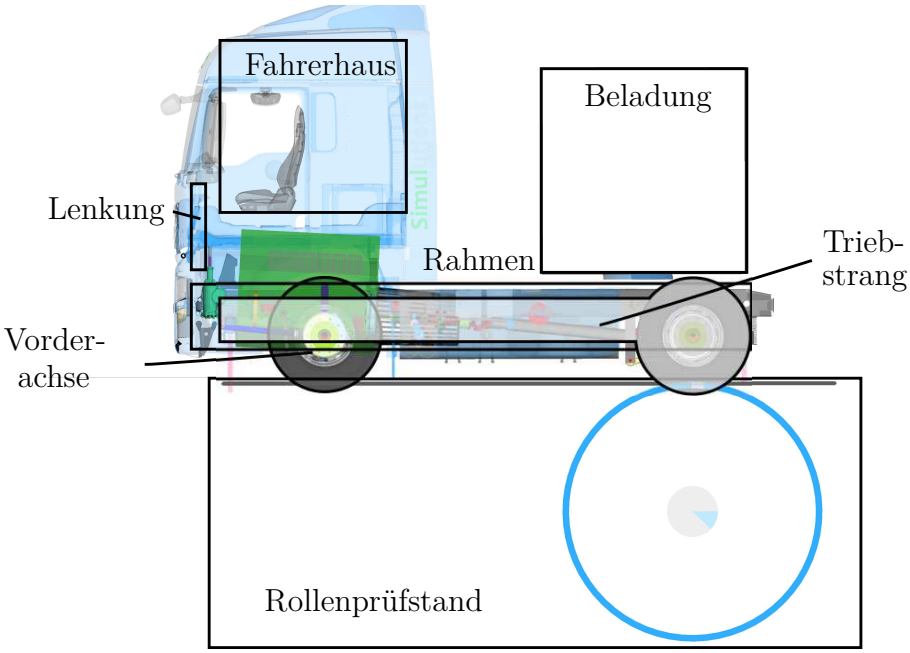


Abbildung 4.21.: Vollfahrzeugmodell mit Rollenprüfstand

4.4. Integration in das MAN-Simulations Framework

Die Simulation von Antriebsstrangphänomenen ist im Nutzfahrzeugsektor ganz besonders durch die hohe Anzahl unterschiedlicher Fahrzeugvarianten geprägt. Die Untersuchung realer Prototypen auf komplexe Schwingungsphänomene hin ist aus Kostengründen nur stichprobenartig möglich. In Folge dessen treten bestimmte Phänomene z.T. erst beim Kunden in Erscheinung, die zu einem schlechteren Image oder zu Ausfällen führen können. Im einzelnen Fall kann die Simulation zunächst nur in geringem Maße beitragen – der Aufbau eines neuen Modells inkl. Datenaquise ist ebenfalls zeit- und kostenaufwendig. Steigender Nutzen kann aus der Wiederverwendung von Modellen oder Modellbausteinen gezogen werden. Durch die Parametrierung der Modelle mit konsistenten Parameterlisten, kann eine schnelle Austauschbarkeit erzielt werden. Modulare Modellbaukästen, wie in Kap. 4.1 vorgestellt, erleichtern die Erzeugung großer Variantensätze weitreichend. So können Modellvarianten schnell erstellt werden und die Kosten für die Modellbildung und Berechnung jeder weiteren Variante sinken erheblich. In einem weiteren Schritt kann die Ausnutzung dieser Variantenerzeugung noch besser erschlossen werden. Dazu werden die Berechnungen über eine höhere Anzahl von Varianten automatisiert abgewickelt. Dies kann zum einen für Berechnungen an einem einzelnen spezifischen Fahrzeug durchgeführt werden, indem bestimmte Parameter, z.B. die Geometrie betreffend, variiert werden. Die Berechnung dient

dann der Optimierung dieses spezifischen Aufbaus (im Weiteren mit Optimierung bezeichnet). Zum anderen können aber auch unterschiedliche Fahrzeugvarianten aus dem Portfolio auf bestimmte Schwingungsphänomene hin untersucht werden (im Weiteren mit Variantenrechnung bezeichnet).

Die Umsetzung einer automatisierten Varianten- oder Optimierungsrechnung fußt auf einer Simulationsumgebung, die bei MAN Truck & Bus entwickelt wurde, dem MAN-Simulations Framework [111], [57]. In dieser Struktur werden komplexe Simulationsmethoden über anwenderfreundliche Oberflächen abstrahiert zur Verfügung gestellt. Dadurch wird der Zugriff auf unterschiedlichste Expertenwerkzeuge möglich, ohne die Expertise zur Bedienung der zugrundeliegenden Software besitzen zu müssen.

Der Aufbau der Automatisierung von Triebstranganalysen ist in Abb. 4.22 gezeigt. Als Benutzerschnittstelle (GUI – *Graphical User Interface*) wird eine Oberfläche verwendet, die zur einfachen Zusammenstellung der Simulationsmodelle, deren Bedatung und der Spezifikation der Simulationsziele dient. Damit werden zunächst die Art der Berechnung (Optimierung oder Variantenrechnung) und die Fahrzeugvariante(n) spezifiziert. Die Parametrisierung wird soweit möglich über vorhandene Komponentendatensätze realisiert, das längerfristige Ziel stellt die vollständig datenbankgestützte Bedatung dar. Der Fokus der Analyse wird bezüglich eines Schwingungsphänomens gesetzt, dadurch werden die Modelldetaillierungsstufen festgelegt. Alternativ können die Detaillierungsstufen manuell vorgegeben werden. Nach der vollständigen Definition der Berechnung wird ein Berechnungsauftrag über das Netzwerk an einen Berechnungsserver versendet und dort bearbeitet. Da Variationsrechnungen mit einem hohen Rechenaufwand einhergehen können, können mit Hilfe dieser Technik aufwendige Rechenoperationen abgearbeitet werden ohne das lokale System dabei zu belasten. Die Ergebnisdaten können zur Evaluierung in einer Ergebnisdatenbank abgelegt werden. Neben den Rohdaten können definierte aufbereitete Ergebnisse gespeichert und zu vereinfachten Schwingungsphänomen-spezifischen Auswertungen und Bewertung herangezogen werden.

In einigen Punkten bietet die Automatisierung der Berechnungen noch Herausforderungen, die zur vollständigen Umsetzung gelöst werden müssen. Ein signifikanter Punkt ist die Parametrisierung von Modellen. Die Parameter, die zur Bedatung der Triebstrangmodelle nötig sind, sind sehr spezifisch. Obwohl zahlreiche Datenbanken vorhanden sind, die die unterschiedlichen Fahrzeugvarianten betreffen, sind die vorhandenen Parameter meist nicht kongruent mit den Anforderungen, die die Simulation von Triebstrangschwingungen erfordern. Der Aufbau und die Pflege einer Datenbank, die diesen Anforderungen in allen Punkten gerecht werden kann, ist langwierig und aufwendig. Während ein gradueller Prozess zur Zusammenstellung einer solchen Datenbank stattfindet, muss zum Teil eine manuelle Parametrierung hinzugezogen werden.

Ein weiterer Punkt ist die Aufbereitung der Ergebnisse. Um die Auswirkungen

eines Schwingungsproblems bewerten zu können, muss eine messbare Einordnung für individuelle Ergebnisgrößen vorhanden sein. Es sind Maßstäbe zur konkreten Bewertung der Einflüsse von Schwingungsgrößen nötig, um z.B. beantworten zu können, was sich schädigend auswirkt oder welche Schwingungen zu laut sind, bzw. wann eine Vibration unangenehm ist etc. Teils können dazu Anhaltspunkte aus der Literatur verwendet werden, oftmals sind aber so viele Abhängigkeiten vorhanden, dass allgemeine Bewertungen nicht ausreichen. Auch der Vorgang zur Erschließung subjektiver Maßstäbe ist ein iterativer Prozess, der in Zusammenarbeit mit unterschiedlichen Fachabteilungen angegangen werden kann. Das Problem der Bewertung ist nicht explizit für die Automatisierung von Simulationen vorhanden, sondern steht am Ende jeder virtuellen Analyse. Dennoch verschärft sich die Problematik, wenn kein voller Zugriff auf ein Expertentool zur Verfügung steht und deshalb nur begrenzt Informationen verarbeitet werden können. Bis zu einem besseren Wissen um die Bewertungsmaßstäbe müssen diese verschiedenen Fachabteilungen in engem Kontakt mit den Modellexperten zusammenarbeiten. So gewonnene Ergebnisse können dann direkt in eine Erweiterung der Auswertungsroutinen einfließen.

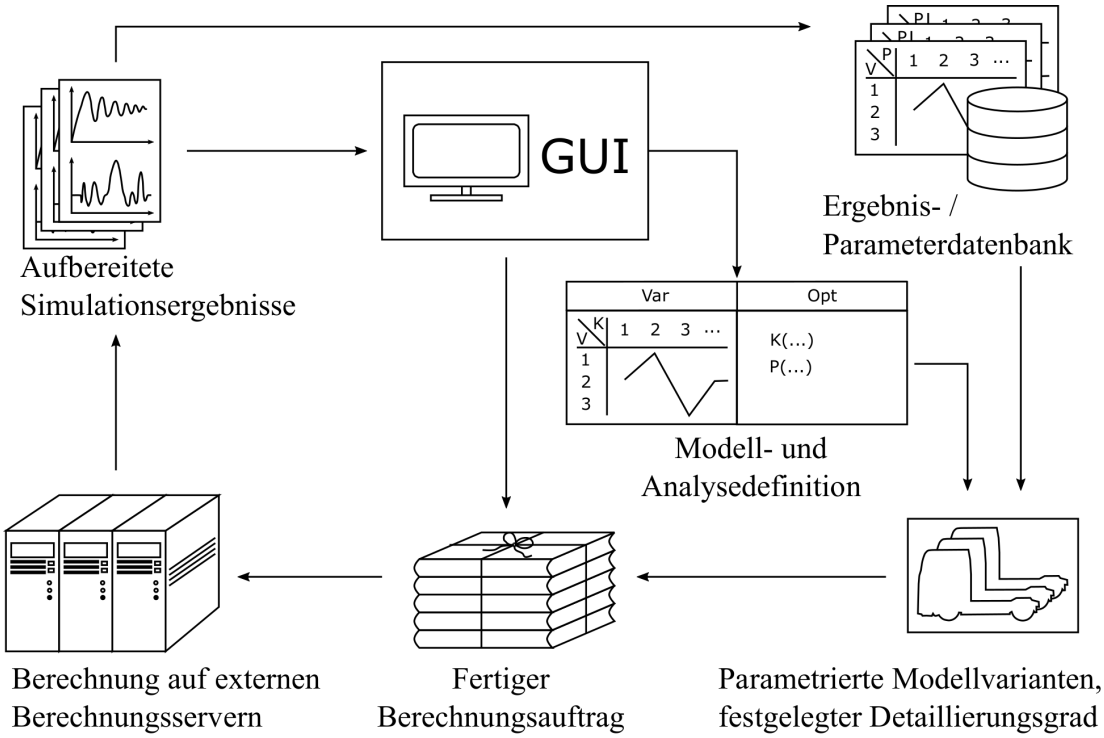


Abbildung 4.22.: Schema der Automatisierung für Triebstranganalysen im Rahmen des MAN-Simulations Frameworks

5. Bedatung und Parameteridentifikation

Die Bedatung von Simulationsmodellen ist ein Aufgabenbereich, welchem oft nicht genug Sorgfalt und Gewicht beigemessen wird. Während durch die Modellierung selbst das Modell augenscheinlich abgeschlossen ist, sind Simulationsergebnisse ohne reflektierte und akkurate Bedatung nicht mit der Realität vergleichbar. Die Vergleichbarkeit eines Modells zu seinem realen Vorbild ist nur durch die Parametrierung herstellbar. Dabei ist es ebenfalls wichtig, die möglichen Abweichungen oder Fehlertoleranzen der Parameter zu kennen und ggf. zu berücksichtigen. Hier geht es zum einen um Fertigungstoleranzen, die sich oft innerhalb eines vorgegebenen Bandes bewegen müssen und deshalb bekannt sind. Zum anderen treten in der Realität aber auch Parameterabweichungen auf, die bspw. durch Materialalterung entstanden sind. Solche Toleranzen können meist nicht gut bestimmt werden. In der Auswertung der Simulationsergebnisse müssen solche Unsicherheiten jedoch mitberücksichtigt werden. Dies kann dazu führen, dass Simulationsergebnisse im konkreten Fall nur im Relativvergleich verwendet werden können und keine absoluten Aussagen getroffen werden können.

Das Antriebsstrangmodell muss mit unterschiedlichen Daten bedient werden. Im Sinne des Aufbaus eines MKS-Modells können die erforderlichen Parameter in solche, die die starren oder z.T. auch flexiblen Körper der Modelle betreffen, und solche, die die Verbindungselemente betreffen, differenziert werden. Die die Körper betreffenden Parameter sind z.B.

- Geometriedaten
- Massen und Trägheitseigenschaften
- Materialinformationen (Dichte, E-Modul etc.)

Die Daten, die die Verbindungselemente betreffen, sind nicht notwendigerweise physikalisch nachvollziehbar, da sie von der Modellierung der Kraftgesetze abhängen. Zu den Parametern, die für die Verbindungselemente benötigt werden, gehören:

- Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften (linear, nichtlinear, dynamisch)
- Reibungsparameter (Koeffizienten, Grenzgeschwindigkeiten etc.)
- Empirische Parameter (Formfaktoren, Grenzwerte etc.)

Zur Beschaffung der Daten bieten sich drei primäre Quellen an: Daten aus Herstellerangaben, errechnete Daten und Daten, die durch Messungen gewonnen werden. Die erste Kategorie ist letztendlich auf die zweite und dritte zurückzuführen. Sie wird hier aber einzeln vorgestellt, da sie im Sinne hoher Variantenzahlen große Relevanz für eine Machbarkeit und Rentabilität der Simulation besitzt. Die Daten, die in Datenblättern eines Bauteilherstellers angegeben sind, werden als bereits vorhandene Daten behandelt. Dadurch muss für diese Werte lediglich eine Abschätzung ihrer Toleranzen und Qualität stattfinden. Jeder Parameter, der durch spezielle Berechnung oder Messung erzeugt werden muss, wirkt sich negativ auf die Zeit- und Kostenbilanz der Simulation aus. Das Ziel für die vorgestellten Modelle ist es deshalb, so viele vorhandene Daten wie möglich zu nutzen und nur in wenigen Fällen auf möglichst repräsentative und extrapolierbare Berechnungs- und Messdaten zurückzugreifen.

5.1. Herstellerangaben

In der heutigen Automobilindustrie wird häufig ein großer Teil der Komponenten nicht vom Fahrzeughersteller selbst produziert, sondern von unterschiedlichen Zulieferern eingekauft. Dementsprechend sind die Herstellerangaben teils nicht nur durch die im Herstellungsprozess relevanten und damit bekannten Größen eingeschränkt, sondern auch dadurch, dass der Zulieferer evtl. nicht alle Informationen preisgibt. Im Allgemeinen sind die montagerelevanten Parameter vorhanden, dazugehören z.B. Einbau- und Bauraummaße. Funktionsrelevante Größen, die sich entweder auf den gesamten Triebstrang oder einzelne andere Komponenten auswirken, sind meist ebenfalls bekannt. Dabei handelt es sich bspw. um Getriebeübersetzungen oder Eigenschaften dynamischer Komponenten, wie das Steifigkeitsverhalten eines Torsionsdämpfers oder die Kraftkennlinie des Ausrücklagers in der Kupplung. Allerdings werden nicht notwendigerweise einzelne physikalische Parameter angegeben, sondern unter Umständen das Verhalten mehrerer Komponenten zusammengefasst. In der Kupplung geschieht dies z.B. bei der Ausrückkraftkennlinie. Die wirkende Kraft ist auf die Einzelsteifigkeiten von Tellerfeder, Belagsfederung, Kontakten und die Vorspannung in den Elementen zurückzuführen. Für die Bedatung muss mit Abwägung des Detaillierungsgrads entschieden

werden, ob eine genauere Auflösung notwendig und der zusätzliche Parameter-Beschaffungsaufwand gerechtfertigt ist.

Diese vorhandenen Parameter müssen, wie vorher schon erwähnt, mit Blick auf ihre Schwankungen verarbeitet werden. Fertigungstoleranzen sind dabei sehr hilfreich, teils werden die Größen aber mit so großer Schwankung angegeben, dass die Auswahl eines scharfen Wertes willkürlich erscheint. Ein Beispiel dazu ist der Reibungskoeffizient einer Kupplungsscheibe, dessen Herstellerangabe eine Abweichung von bis zu 50% erlaubt. Die zugrundeliegende Problematik liegt in den zahlreichen Abhängigkeiten dieser Größe. Gleitgeschwindigkeit, Temperatur, Feuchtigkeit, Vorgeschichte, Homogenität des Reibmaterials, daraus resultierende Alterungseffekte etc. beeinflussen das Reibungsverhalten so weitreichend, dass eine eindimensionale Darstellung des Parameters nur sehr vage möglich ist. Wenn eine bessere Datenbeschaffung inkl. Abhängigkeiten über eine Berechnung oder Messung nicht oder noch nicht sinnvoll ist, kann mit Hilfe einer Sensitivitätsanalyse das Ausmaß des Einflusses einer abweichenden Parameterangabe im Toleranzspektrum bestimmt werden. Wird ein großer Einfluss in Bezug auf relevante Ergebnisgrößen festgestellt, können diese für die weiteren Untersuchungen nur im Relativvergleich genutzt werden. Absolute Angaben erfordern einen Hinweis auf die Genauigkeit des Ergebnisses, bspw. auf Basis der Sensitivitätsanalyse. Eine interessante Erweiterung der Sensitivitätsanalyse ist die Berechnung mit Hilfe sogenannter Fuzzy-Parameter. Während die Sensitivitätsanalyse eine Art der Variationsrechnung darstellt – der untersuchte Parameter wird in gewünschtem Maße variiert, für jeden Einzelschritt wird eine Berechnung durchgeführt, die Ausgangsgrößen werden mit der Eingangsgröße korreliert – wird für Fuzzy-Parameter nur ein Rechenlauf benötigt. Der Parameter wird dazu nicht als scharfer Wert bestimmt, sondern als Menge, die durch einen Zugehörigkeitsgrad zum Parameter bewertet wird. Durch die Fuzzy-Arithmetik werden als Ergebnisse auch keine scharfen Werte, sondern Mengen mit Zugehörigkeitsgraden erzeugt [207]. So könnten einzelne Parametersensitivitäten, aber vor allem auch Auswirkungen von kombinierten Abweichungen wie Alterungseinflüssen untersucht und bewertet werden. Derartiges wird in der vorliegenden Arbeit nicht näher untersucht, könnte aber eine gewinnbringende Erweiterung in der Zukunft darstellen.

5.2. Berechnete Daten

Aus den schon bekannten Daten, vor allem den geometrischen, können viele weitere Daten durch Berechnung gewonnen oder zumindest abgeschätzt werden. Aus Geometrie und Materialdaten eines Körpers können unter Annahme von homogen verteilten (oder falls inhomogen, dann bekannten) Materialeigenschaften Masse und Trägheiten bestimmt werden. Die Massenträgheiten ${}^{I}\boldsymbol{J}_i$ eines Körpers i werden in den jeweiligen körperfesten Koordinatensystemen ${}^{I}K_i$ ermittelt.

$$
{}^{I}\boldsymbol{J}_i = \begin{bmatrix} \int_m \left({}^{I}y_i^2 + {}^{I}z_i^2\right) dm & -\int_m \left({}^{I}x_i{}^{I}y_i\right) dm & -\int_m \left({}^{I}x_i{}^{I}z_i\right) dm \\ -\int_m \left({}^{I}x_i{}^{I}y_i\right) dm & \int_m \left({}^{I}x_i^2 + {}^{I}z_i^2\right) dm & -\int_m \left({}^{I}y_i{}^{I}z_i\right) dm \\ -\int_m \left({}^{I}x_i{}^{I}z_i\right) dm & -\int_m \left({}^{I}y_i{}^{I}z_i\right) dm & \int_m \left({}^{I}x_i^2 + {}^{I}y_i^2\right) dm \end{bmatrix} \tag{5.1}
$$

Die differentiellen Massenelemente dm werden aus der Dichte ρ und dem differentiellen Volumen dV bestimmt:

$$
dm = \rho dV \tag{5.2}
$$

Für geometrisch einfache Körper können die Größen analytisch per Hand bestimmt werden, für komplexere Körper können sie auch – falls vorhanden – direkt aus CAD-(*Computer Aided Design*-) Daten erzeugt werden.

Steifigkeitsparameter können ebenfalls aus der Geometrie und den Materialeigenschaften berechnet werden. Auch diese können für einfache Geometrien und homogenes lineares Materialverhalten per Hand berechnet werden. Die Torsionssteifigkeit ${}^{R}k_T$ um die Mittenachse R eines Rohres, wie bspw. bei der Gelenkwelle im Einsatz, wird über ihr polares Flächenträgheitsmoment ${}^{R}J_P$, den Schubmodul G und seine Länge l, sowie den äußeren und inneren Durchmesser des Rohrs d_a bzw. d_i bestimmt.

$$
{}^{R}k_T = \frac{G\ {}^{R}J_P}{l} = \frac{\pi G \left({d_a}^4 - {d_i}^4\right)}{32l} \tag{5.3}
$$

Für komplexere Körper kann die Steifigkeit in einer FE-Umgebung bestimmt werden. Als Beispiel dazu können Gehäusesteifigkeiten genannt werden. Ein Bauteil, für das auf diese Weise die Steifigkeit ermittelt wird, ist das Verteilergetriebegehäuse. Um aussagekräftige Werte zu erhalten, ist es wichtig nicht nur das Gehäuse selbst zu vernetzen, sondern auch die Einflüsse, die durch die inneren Getriebebauteile und äußere Anbau- oder Befestigungsteile eingebracht werden, zu berücksichtigen. Am Beispiel des Verteilergetriebegehäuses spielen hier Versteifungen durch Lager und Getriebewellen innen, sowie die Schraubverbindung zu den Befestigungsbügeln außen eine Rolle. Für die Berechnung von Gehäusetorsionssteifigkeiten müssen die Torsionsbelastungen wie im tatsächlichen Arbeitseinsatz aufgebracht werden. Aus der Verdrehung und dem aufgebrachten Moment kann eine Torsionssteifigkeit abgeleitet werden.

In Abhängigkeit von Geometrie und Material weisen bestimmte Bauteile stark nichtlineares Verhalten auf. Dies kann mit Hilfe der Datenerzeugung aus einer FE-Rechnung durch die Generierung einer Kennlinie abgebildet werden. Unter Berücksichtigung des jeweils vorliegenden Arbeitspunkts wird dabei mit variie-

rendem Moment die Steifigkeit bestimmt. Liegt die Ursache der Nichtlinearität nicht in der Geometrie, sondern im Materialverhalten, sind meist aufwändige Materialmodelle nötig, um das Verhalten richtig abzubilden. Sind keine solchen Modelle vorhanden, müssen die Parameter durch Messungen bestimmt werden.

5.3. Messungen zur Parametergewinnung

Sind die zugrundeliegenden Informationen, wie die genaue Geometriebeschreibung oder das Materialverhalten, nicht vorhanden, ist auch die Berechnung der gesuchten Parameter nicht möglich. Einige Parameter werden deshalb durch Messungen erzeugt. Da dieses Vorgehen meist die aufwändigste Variante zur Parameterbestimmung ist, werden möglichst extrapolierbare Ergebnisse in den Messungen angestrebt.

Ein Beispiel mit stark nichtlinearem Verhalten stellt das Elastomerzwischenlager der Gelenkwelle dar. Die Nichtlinearität des Verhaltens des Lagers ist sowohl auf seine geometrische Gestalt (siehe Abb. 4.15 b)) zurückzuführen, als auch auf die Eigenschaften des Elastomers. Da weder eine ausreichende Beschreibung der Geometrie, noch ein genaues Materialmodell für eine Berechnung der Eigenschaften zur Verfügung stehen, werden dynamische Messungen zur Erzeugung von Steifigkeits- und Verlustdaten verwendet. Das Ziel der Messungen ist die Bedatung des Elastomerlagermodells, das in Abb. 4.3 vorgestellt wurde. Durch die geometrische Form des Lagers sind seine dynamischen Eigenschaften richtungsabhängig. Die Messungen wurden deshalb in Axialrichtung sowie in drei verschiedene Radialrichtungen durchgeführt. Dabei folgt die Auslenkungsrichtung „horizontal“ der Horizontalen in Bezug auf das Lager in Einbaulage. Entsprechendes gilt für die „vertikale“ Richtung. Die Bezeichnung „45°“ beschreibt die Auslenkung entlang der Winkelhalbierenden der beiden Hauptrichtungen. Die Messrichtungen sind in Abb. 5.1 dargestellt. In Vertikalrichtung wirkt bei eingebautem Lager anteilig die Masse der Gelenkwelle als Vorlast im Lager. Diese Gewichtskraft wird im Prüfstand durch Auslenkung um eine berechnete Vorlast berücksichtigt.

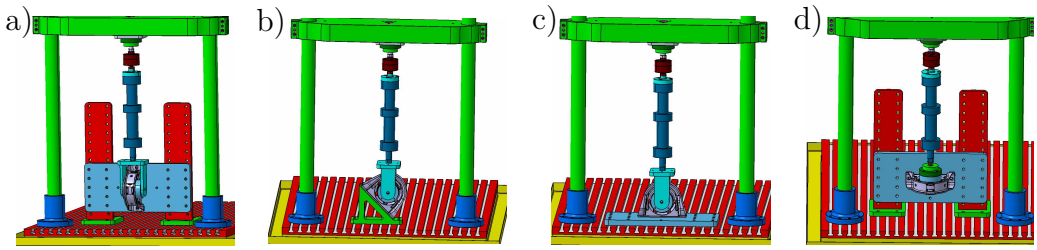


Abbildung 5.1.: Messaufbau am Hydraulikprüfstand zur Bestimmung der Eigenschaften des Gelenkwellenzwischenlagers: a) Radial-horizontale Auslenkung, b) radial-diagonale Auslenkung unter 45°, c) radial-vertikale Auslenkung und d) axiale Auslenkung

Der Messaufbau (Abb. 5.1) zeigt eine hydraulische Auslenkeinheit, die in einer sehr steifen Vorrichtung gelagert ist. Zur Prüfung des Lagers in alle erforderlichen Richtungen werden verschiedene Spannvorrichtungen zur Positionierung des Lagers verwendet.

Der erforderliche Messbereich wurde aus dem Anwendungsprofil des Lagers abgeleitet. Für das Messprogramm wurden ein quasistatischer und ein dynamischer Beanspruchungsprozess ausgewählt. Der quasistatische Versuch gibt in der Wegregelung ein Dreiecksprofil bei sehr geringer Geschwindigkeit und bei drei unterschiedlichen Amplituden vor, siehe Tab. 5.1. Die Auslenkungsamplituden in Axialrichtung sind funktionsbedingt geringer als in die radialen Richtungen.

Tabelle 5.1.: Messverlauf der quasistatischen Messungen

	Geschwindigkeit v [$\mathrm{mm\,s^{-1}}$]	Amplitude A [mm]		
Horizontal	0.1	1	2	3
45°	0.1	1	2	3
Vertikal	0.1	1	2	3
Axial	0.1	0.5	1	2

Für den dynamischen Teil des Programms wird ein Frequenzsweep in Wegregelung verwendet. Die Anregungsfrequenz ist bei 10Hz durch den Prüfstand begrenzt. Höhere Frequenzen müssen folglich extrapoliert werden. Das Messprogramm ist in Tab. 5.2 dargestellt.

Tabelle 5.2.: Messverlauf der dynamischen Messungen

	Frequenz f [Hz]						Amplitude A [mm]			
Horizontal	0.5	1	2	3	5	10	0.3	1	2	3
45°	0.5	1	2	3	5	10	0.3	1	2	3
Vertikal	0.5	1	2	3	5	10	0.3	1	2	3
Axial	0.5	1	2	3	5	10	0.5	1	2	

Zur Durchführung der Messungen müssen die Eigenschaften und Abhängigkeiten des Elastomers berücksichtigt werden. Zum einen ist hier der in Kap. 3.2.1 beschriebene Mullins-Effekt relevant. Um die bei zyklischer Belastung auftretende Entfestigung des Materials zu berücksichtigen, wird das Bauteil vor der Messung vorkonditioniert. Dazu werden einige Zyklen mit der größten Amplitude des Messbereichs angefahren, um eine weitere Entfestigung während der Messung zu vermeiden. Zum anderen beeinflusst die Erwärmung des Materials im Laufe der

Messungen die dynamischen Eigenschaften. Im Fahrzeug wird das Lager während der Fahrt mit Luft umströmt und so gekühlt. Als Betriebstemperatur wird deshalb eine geringfügig von der Raumtemperatur abweichende Größe angenommen. Im Messaufbau ist keine Kühlung vorhanden, weshalb sich das Lager im Verlauf der Messungen erhitzt. Um die Abweichungen der Eigenschaften vom Betriebstemperaturzustand zu minimieren, werden zwischen den Messläufen Abkühlphasen integriert. In den Abkühlphasen wird die Temperatur des Lagers an der Oberfläche des Elastomers per Wärmebildkamera gemessen und so auf einen konstanten Startwert von 28 °C eingeregelt.

In den Abbildungen 5.2 a) bis d) sind die Ergebnisse der statischen Messungen in radialer Richtung zu sehen. In der horizontalen Richtung zeigt sich ein symmetrisches Bild in positiver und negativer Auslenkungsrichtung. Die Form der Hysterese ist keine Ellipse und zeigt damit nichtlinear viskoelastisches Materialverhalten. Mit zunehmender Amplitude der Auslenkung liegt die Hysterese flacher im Kraft-Weg-Diagramm, wodurch sich eine Verringerung der Steifigkeit und damit der Payne-Effekt zeigen. Während sich nichtlineare Viskoelastizität und Entfestigung auch in Diagonal- und Vertikalrichtung zeigen, ist in diesen beiden Wirkrichtungen keine Symmetrie um die Nulllage vorhanden. Teils kann ein asymmetrisches Verhalten auf die Geometrie des Lagers (siehe Abb. 4.15 b)) zurückzuführen sein. Insbesondere in Diagonalrichtung (45°) in Abb. 5.2 c) lässt sich die Asymmetrie aber auf die leicht verschobene Auslenkung um die spannungsfreie Position bei der Messung zurückführen. Zur Parameteridentifikation müssen deshalb rechte und linke Hälfte der Hysterese unabhängig voneinander ausgewertet werden. Auch bei der Auslenkung in Vertikalrichtung (Abb. 5.2 c)) zeigt sich asymmetrisches Verhalten. Hier wird eine Vorlast aufgebracht, die zu asymmetrischem Verhalten führt. Abb. 5.2 d) zeigt die Ergebnisse der Messungen in Axialrichtung. Im Vergleich zu den radialen Auslenkungen zeigen sich in Axialrichtung signifikant geringere Steifigkeiten. Das Lager ist in diese Richtung aufgrund des Längenausgleichs in der Gelenkwelle geringeren Belastungen ausgesetzt (zumindest solange kein Blockieren des Längenausgleichs stattfindet). Der Payne-Effekt und die Abweichung von der ellipsoiden Form der Hysterese sind auch in Axialrichtung erkennbar.

Da die Asymmetrie in den Messungen der Diagonalrichtung auf einen Messfehler durch Verschiebung hindeutet, wird für die Parametrierung symmetrisches Verhalten um die Nulllage für alle vorspannungsfreien Auslenkrichtungen angenommen. Das für das Lager verwendete Simulationsmodell kann ein durch die Geometrie des Körpers verursachtes asymmetrisches Verhalten um die Nulllage ohnehin nicht abbilden, die Messergebnisse werden für eine Erweiterung des Modells zurückgestellt. Für die Parametrierung werden deshalb im Folgenden die Messungen in axialer Richtung und die in radial-horizontaler Richtung exemplarisch vorgestellt.

Zur Untersuchung der dynamischen Messungen werden die ersten Harmoni-

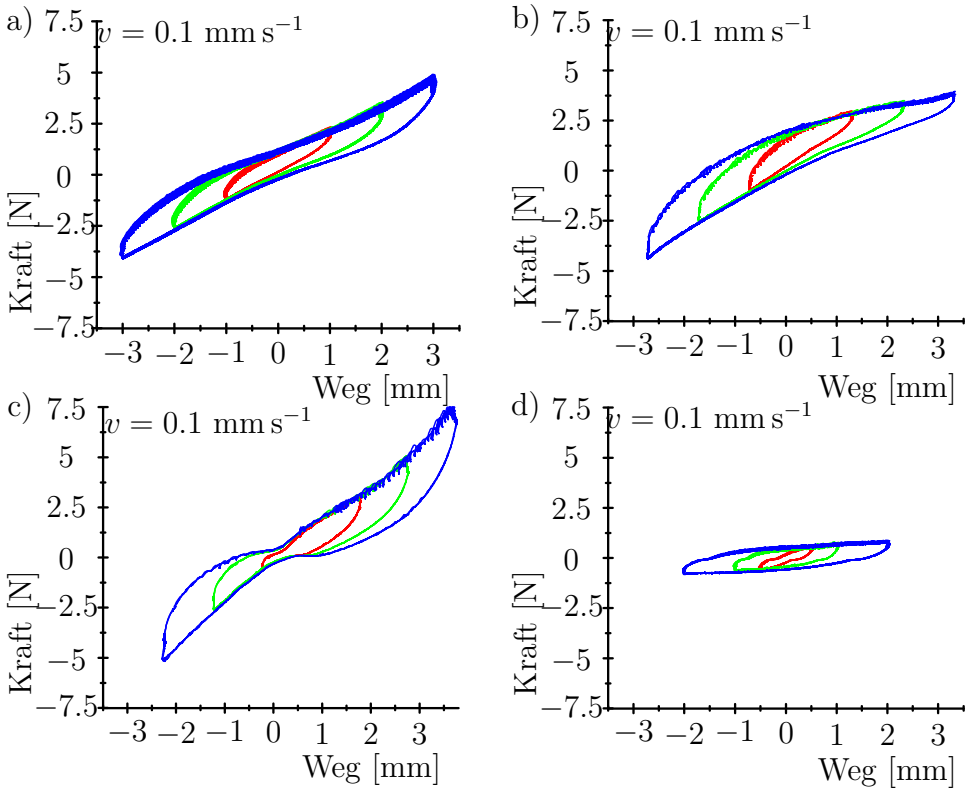


Abbildung 5.2.: Messergebnisse der quasistatischen Messungen am Gelenkwellenzwischenlager in: a) radial-horizontaler Richtung, b) radial-diagonaler Richtung unter 45°, c) radial-vertikaler Richtung und d) axialer Richtung

schen der Weganregung und der Kraftantwort ausgewertet. In Abb. 5.3 sind die Ergebnisse der dynamischen Messung in horizontaler Richtung dargestellt. In Abhängigkeit von Auslenkungsamplitude und Anregungsfrequenz sind die auf den Maximalwert normierte Speichersteifigkeit und die Verluststeifigkeit (vgl. Kap. 3.2.1) aufgetragen. In a) wird die Abnahme der Speichersteifigkeit mit der Auslenkungsamplitude deutlich (Payne-Effekt). Auch die Verluststeifigkeit in b) nimmt mit der Amplitude ab. Die Abhängigkeit von der Anregungsfrequenz sind in c) und d) zu sehen, es zeigt sich zunehmende Speichersteifigkeit mit der Frequenz. Für hohe Frequenzen nimmt aufgrund der Grenzen des Prüfstands die Anregungsamplitude leicht ab, was sich für die abgebildete Kurve $A = 0.3$ mm in einem leichten Anstieg der Speichersteifigkeit zeigt. Für größere Amplituden ist der relative Abfall der Amplitude geringer und deshalb nicht sichtbar. Für den Abfall der Speichersteifigkeit bei den größeren Amplituden hingegen ist möglicherweise ein zunehmender Temperaturanstieg im Material verantwortlich. Die Ergebnisse der Verluststeifigkeit sind weniger eindeutig, während für kleine Amplituden ein geringer Anstieg zu sehen ist, zeigt sich bei den größeren Amplituden eine mit

der Frequenz fallende Verluststeifigkeit. Die erwähnten Messungenauigkeiten für kleine Amplituden und hohe Frequenzen müssen auch hier bei der Bewertung der Kurven berücksichtigt werden.

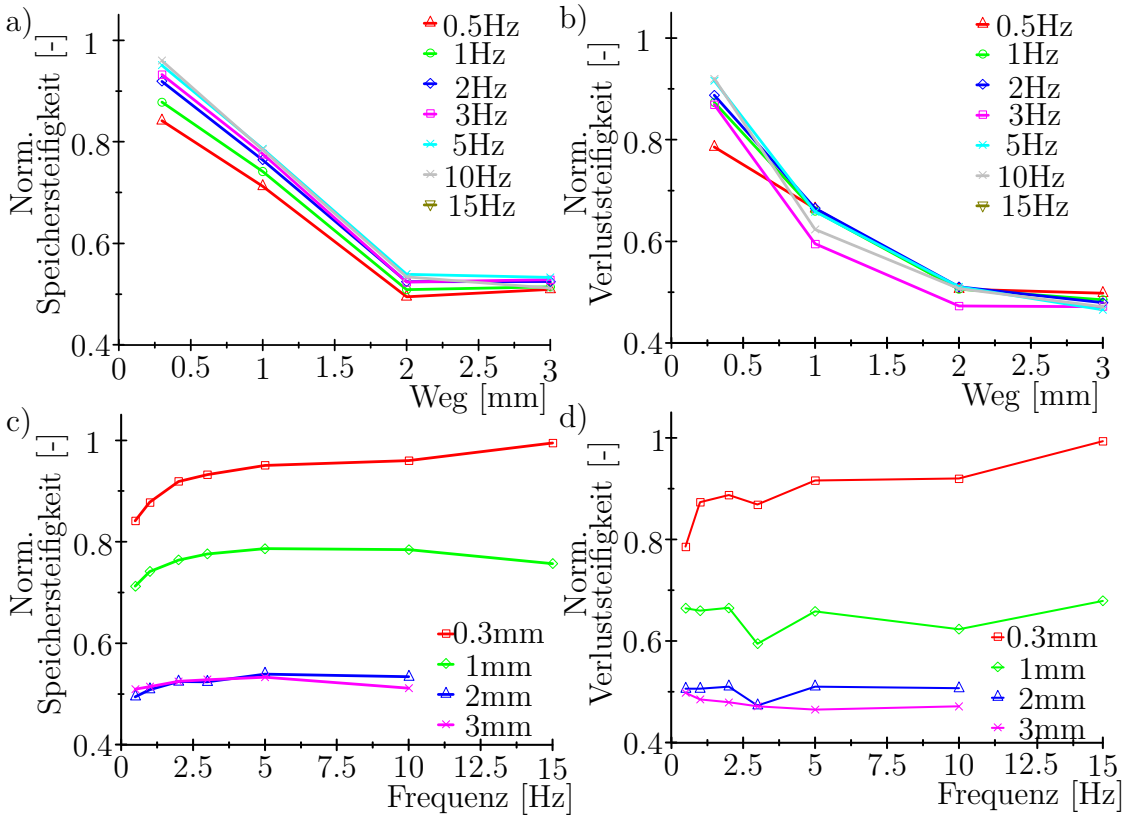


Abbildung 5.3.: Ergebnisse der dynamischen Messungen in horizontaler Richtung: a) Normierte Speichersteifigkeit in Abhängigkeit der Anregungsamplitude, b) normierte Verluststeifigkeit in Abhängigkeit der Anregungsamplitude, c) normierte Speichersteifigkeit in Abhängigkeit der Anregungsfrequenz und d) normierte Verluststeifigkeit in Abhängigkeit der Anregungsfrequenz

Für die Messungen in axialer Richtung sind die Ergebnisse in Abb. 5.4 zusammengefasst. Die normierte Speichersteifigkeit in a) fällt dem Payne-Effekt entsprechend mit der Auslenkungsamplitude ab. Die Verluststeifigkeit ist in b) dargestellt und steigt im ersten Messpunkt zunächst mit der Amplitude an, fällt dann aber ebenfalls ab. Im Frequenzverhalten zeigt sich zunächst ein relativ steiler Anstieg der Speichersteifigkeit in c) bei kleinen Frequenzen. Zu hohen Frequenzen hin fällt die Speichersteifigkeit insbesondere für größere Amplituden wieder leicht ab, wobei wieder Temperatureinflüsse als mögliche Ursache in Frage kommen. Die Verluststeifigkeit in d) fällt über der Frequenz ab. Die Kurve mit der geringsten Auslenkung sinkt zuerst ab und steigt anschließend wieder an, was nicht mit den

Verläufen mit größerer Amplitude übereinstimmt. Für die Parametrierung wird deshalb ein stetig abnehmender Verlauf angenommen.

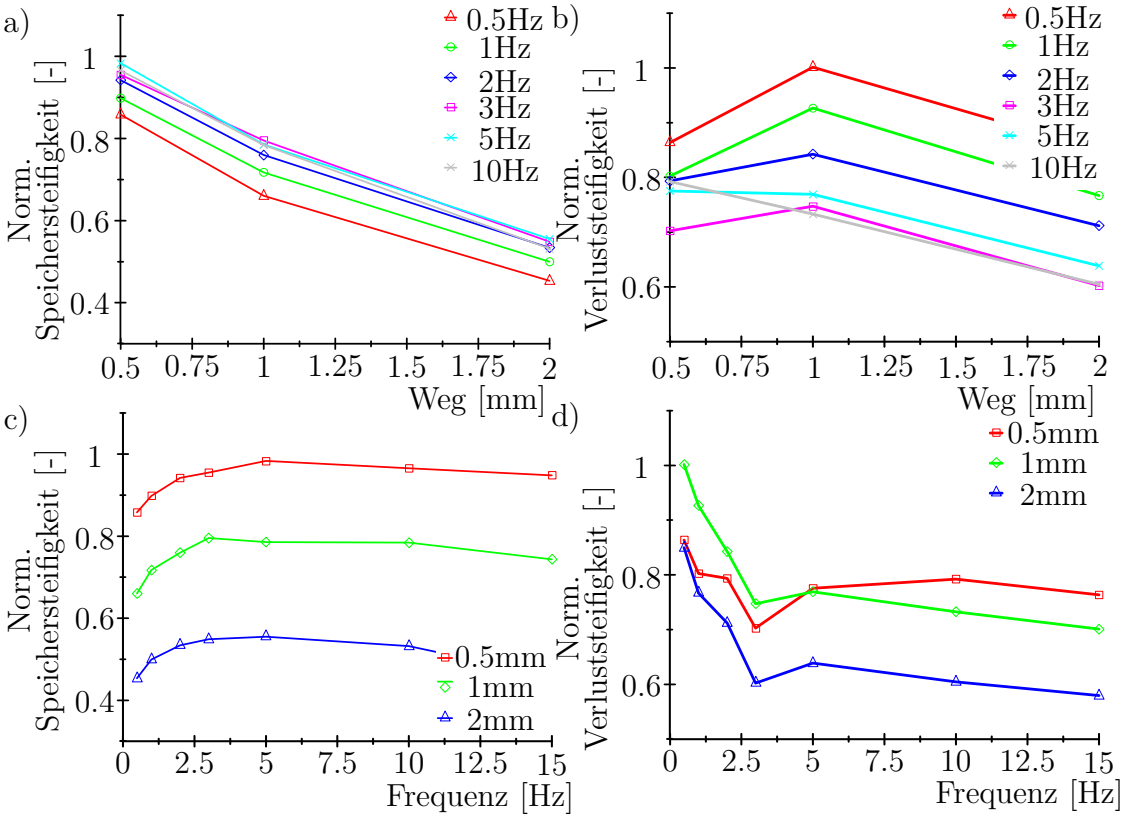


Abbildung 5.4.: Ergebnisse der dynamischen Messungen in axialer Richtung: a) Normierte Speichersteifigkeit in Abhängigkeit der Anregungsamplitude, b) normierte Verluststeifigkeit in Abhängigkeit der Anregungsamplitude, c) normierte Speichersteifigkeit in Abhängigkeit der Anregungsfrequenz und d) normierte Verluststeifigkeit in Abhängigkeit der Anregungsfrequenz

Mit Hilfe dieser Messungen werden die Parameter für das Elastomerlagermodell (siehe Kapitel 4.2.1) bestimmt. Für das parallele Federelement wird zur Abbildung der nichtlinearen Elastizität aus den statischen Versuchen eine nichtlineare Kennlinie bestimmt. Die übrigen Parameter werden mit Hilfe der Ergebnisse der dynamischen Versuche identifiziert. Zum Abgleich wird der Versuchsaufbau der Messungen in der Simulation nachgebaut. Dort werden äquvalent zu den Messungen die dynamischen Versuche aus Tab. 5.2 nachgefahren. Die Ergebnisse für die Auswertung in radial-horizontaler Richtung sind in Abb. 5.5 abgebildet. Die Messwerte sind in den Graphen mit durchgezogenen Linien eingezeichnet, die zugehörigen Simulationsergebnisse sind in der gleichen Farbe durch gestrichelte Linien gekennzeichnet. Die in a) aufgetragene Speichersteifigkeit nimmt mit der

Amplitude in ähnlichem Maße ab. Die geringere Spreizung der Kurven in a) lässt sich in der Frequenzauftragung in b) durch die geringfügig schwächere Krümmung der Kurven im Bereich kleiner Frequenzen und bei kleineren Amplituden erkennen. Für größere Amplituden ist die Übereinstimmung der Krümmung besser. Da weder Temperaturverhalten noch eine verringerte Anregungsamplitude bei hohen Frequenzen im Modell berücksichtigt wurden, gibt es in den Simulationsergebnissen keinen Anstieg oder Abfall der Speichersteifigkeit für hohe Frequenzen. In der Verluststeifigkeit zeigen sich vor allem Abweichungen für die geringste Auslenkungsamplitude, was mit Hinblick auf die vorhergehenden Diskussionen zu den Messabweichungen bei kleinen Amplituden in Kauf genommen wird.

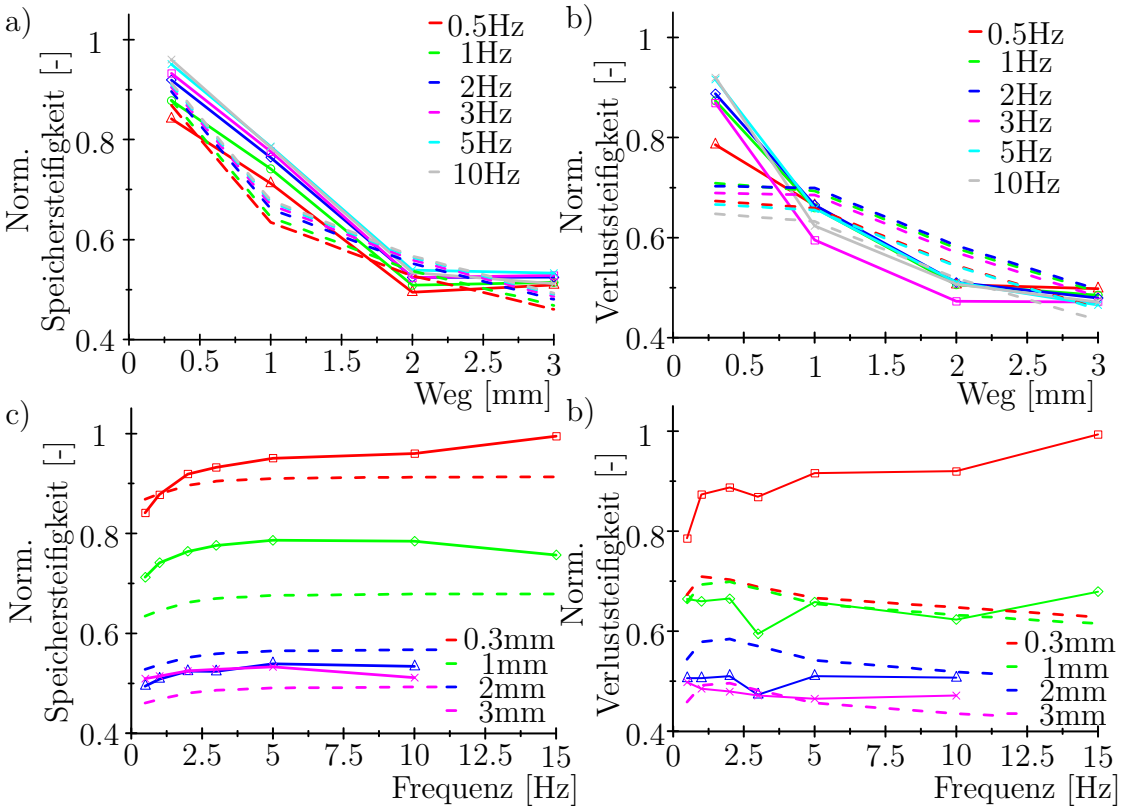


Abbildung 5.5.: Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Ergebnissen der dynamischen Messungen in horizontaler Richtung (Messung als durchgezogene Linie, Simulation als gestrichelte Linie): a) Normierte Speichersteifigkeit in Abhängigkeit der Anregungsamplitude, b) normierte Verluststeifigkeit in Abhängigkeit der Anregungsamplitude, c) normierte Speichersteifigkeit in Abhängigkeit der Anregungsfrequenz und d) normierte Verluststeifigkeit in Abhängigkeit der Anregungsfrequenz

Die Ergebnisse der Abgleiche der Simulations- mit den Messergebnissen in axialer Richtung sind in Abb. 5.6 dargestellt. Auch hier wird der Verlauf der Amplitu-

Tabelle 5.3.: Messverlauf der Reibungsmessungen am Linearprüfstand

Verspannmoment T [N m]	Frequenz f [Hz]	Amplitude A [mm]
6100	0.1	10
	0.5	20
	1	30
		40

denabhängigkeit gut abgebildet, lediglich bei 0.5 mm weicht der Verlauf der Verluststeifigkeit leicht ab. Das Frequenzverhalten weicht bei der Speichersteifigkeit leicht in der Krümmung der Kurven ab, die Verluststeifigkeit ist im Frequenzverlauf tendenziell gut abgebildet, wobei bei 1 mm und 2 mmdie Mittelwerte zunehmend abweichen.

Für die gesamte Datenbasis, die in der Modellstruktur derzeit abgebildet wird, gibt es zwei sich in der Elastomermanschette unterscheidende Varianten von Gelenkwellenzwischenlagern. Die gemessene Variante ist diejenige, die häufiger eingesetzt wird. Die zweite Variante ist in Bauteildimensionen kleiner skaliert, stimmt aber in der grundsätzlichen Geometrie und den Materialien mit der gemessenen Variante überein. Die Parameter für das zweite Lager werden deshalb mit Hilfe der vom Hersteller angegebenen statischen Referenzwerte für die Steifigkeit skaliert und so übernommen.

Ein weiterer Bereich, in dem Parameter durch Messungen erzeugt wurden, betrifft Reibungseffekte in der Gelenkwelle. Sowohl zum Verlustverhalten im Normalbetrieb als auch zur Reibung im Längenausgleich sind nur unzureichende Informationen vorhanden. Zur Analyse der Reibeigenschaften werden Messungen an zwei Prüfständen durchgeführt. Der erste Messlauf findet an einem Linearprüfstand statt. Weitere Messungen wurden an der TU Clausthal durchgeführt, wo ein spezialisierter Prüfstand zur dynamischen Untersuchungen von Gelenkwellen vorhanden ist.

Im Linearprüfstand wird der Prüfling in gestreckter Lage eingebaut. Für die Messung wird ein konstantes Verspannmoment auf die Gelenkwelle aufgebracht und axial eine sinusförmige Weganregung erzeugt. Dabei wird die resultierende Axialkraft im Prüfling gemessen. Die Messungen wurden für ein Verspannmoment, drei verschiedene Frequenzen bei vier unterschiedlichen Anregungsamplituden entsprechend Tab. 5.3 durchgeführt. Die Messergebnisse werden zur Bedatung des Reibmodells im Längenausgleich der Gelenkwelle verwendet.

Die Messergebnisse bilden das dynamische Reibverhalten des Schiebestücks ab und damit den Stribeck-Effekt sowie den *friction lag* in Form der Hysterese (siehe Kap. 3.2.2) Für die Beschreibung des Verhaltens im Presliding sind Aufzeichnun-

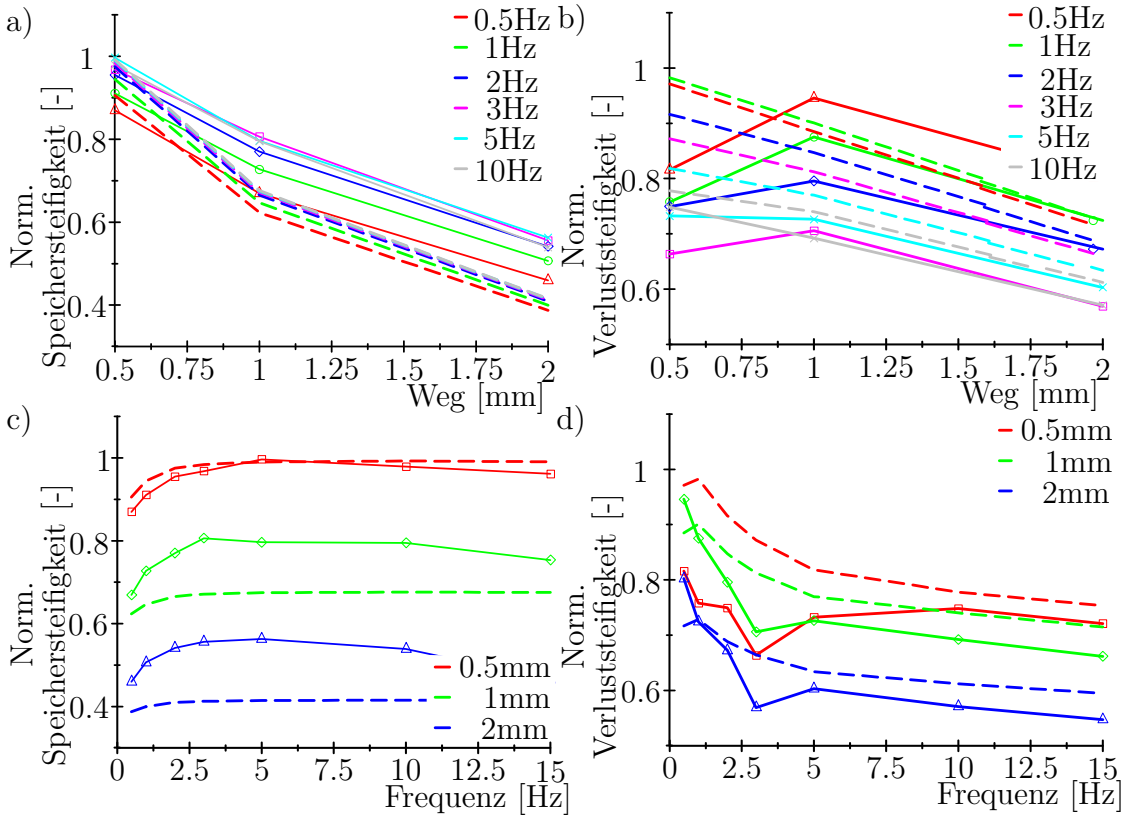


Abbildung 5.6.: Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Ergebnissen der dynamischen Messungen in axialer Richtung (Messung als durchgezogene Linie, Simulation als gestrichelte Linie): a) Normierte Speichersteifigkeit in Abhängigkeit der Anregungsamplitude, b) normierte Verluststeifigkeit in Abhängigkeit der Anregungsamplitude, c) normierte Speichersteifigkeit in Abhängigkeit der Anregungsfrequenz und d) normierte Verluststeifigkeit in Abhängigkeit der Anregungsfrequenz

gen der Axialkraft bei sehr kleinen Verschiebungen nötig. Für solche Anregungen ist der Linearprüfstand nicht geeignet.

In Abb. 5.7 sind die dynamischen Messergebnisse des Linearprüfstands zu sehen. Diagramm a) zeigt das Reibverhalten bei $f = 0.1$ Hz für unterschiedliche Amplituden. Die Hysterese des Reibungsnachlaufs ist sichtbar, ebenso wie ein viskoser Anstieg der Reibkraft mit der relativen Geschwindigkeit und eine Überhöhung mit anschließendem Abfallen der Reibkraft nach dem Nulldurchgang. In der Messung zeigt sich außerdem ein globales Absinken des Reibwerts mit wachsender Anregungsamplitude. Für höhere Frequenzen nimmt die Qualität der Messungen rapide ab, die Ergebnisse können bei $f = 0.5$ Hz nur für $A = 10$ mm und $A = 20$ mm, bei $f = 1$ Hz nur für $A = 10$ mm ausgewertet werden.

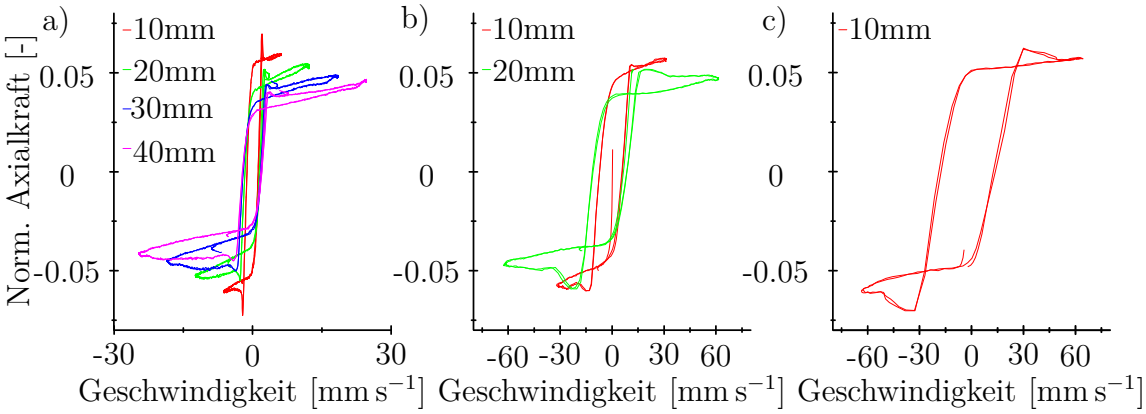


Abbildung 5.7.: Dynamische Messergebnisse des Linearprüfstands bei a) 0.1 Hz, b) 0.5 Hz und c) 1 Hz

Das Reibverhalten soll mit Hilfe des LuGre-Reibmodells (siehe Kap. 3.2.1) abgebildet werden. Die Simulationsergebnisse werden deshalb für die am besten abgebildeten Messergebnisse bei einer Amplitude von $A = 10$ mm für alle drei Frequenzen in Abb. 5.8 dargestellt. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung im globalen Reibniveau. Auch die Steigung der Kurven mit zunehmender Geschwindigkeit, die den viskosen Anteil in der Kraft beschreibt, ist durch den globalen Dämpfungskoeffizienten bestimmt. Der Parameter kann anhand der Werte höherer Geschwindigkeiten gut ermittelt werden. Probleme gibt es bei der Modellierung des Reibungsnachlaufs. Die Gestalt der Hysterese wird durch viele der Parameter des LuGre-Modells beeinflusst. Insbesondere wirken sich Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizienten σ_0 und σ_1 der Zustandsgröße z aus. Durch diese Parameter wird auch das Übergangsverhalten nach dem Nulldurchgang der Geschwindigkeit und damit der Überhöhung der Reibkraft beeinflusst. Zur Bestimmung der Parameter wäre es sinnvoll, zuerst durch Messungen im Presliding-Bereich den Steifgkeitskoeffizienten σ_0 zu identifizieren und mit bekannter Steifigkeit den Dämpfungsparameter σ_1 festzulegen. In Ermangelung passender Messungen im quasistatischen Bereich werden die Parameter alle zusammen mit Hilfe der Dynamikmessungen bestimmt. Die Parameter sind für eine Anregungsfrequenz von $f = 0.5$ Hz passend gefittet, für kleinere sowie für größere Anregungsfrequenzen weicht die simulierte Hysteresebreite von den Messkurven ab. Für die unterschiedlichen Anregungsfrequenzen kann jeweils ein passender Dämpfungsparameter σ_2 bestimmt werden. Aus diesen Ergebnissen kann in einem weiteren Schritt ein von der Geschwindigkeit abhängiger Dämpfungsparameter abgeleitet werden. Um eine sinnvolle Abhängigkeit bestimmen zu können reichen allerdings die vorhandenen Messungen im Bereich von $f = 0.1$ Hz bis 1 Hz nicht aus.

Zur Erweiterung der Messungen des Linearprüfstands, die zusätzlich zur geringen Bandbreite der Dynamik auch die quasistatischen Messbereiche nicht errei-

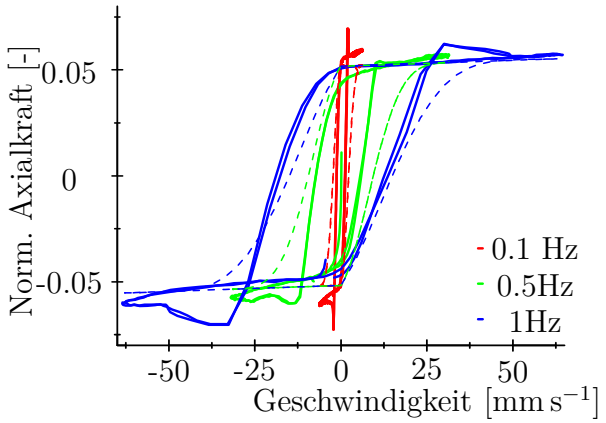


Abbildung 5.8.: Dynamische Messergebnisse des Linearprüfstands bei 10 mm (Messung als durchgezogene Linie, Simulation als gestrichelte Linie)

chen konnten, wurden weitere Messungen an einem zweiten Prüfstand durchgeführt.

Der Prüfstand ist so konstruiert, dass zwei baugleiche Prüflinge zugleich untersucht werden können. In Abb. 5.9 ist der entsprechende Aufbau des Prüfstands dargestellt. Der Prüflingsstrang mit den beiden Prüfgelenkwellen (2) ist über zwei Umlenkgetriebe (1) mit einem zweiten Wellenstrang (3) verbunden. Hier wird durch einen Elektromotor ein Verspannmoment auf die Stränge aufgebracht. Das Moment kann einerseits auf den stehenden Strang aufgebacht werden, sodass reine Verspannung vorliegt. Andererseits ist es auch möglich, die Momente so zu steuern, dass sowohl Drehzahl als auch Verspannmoment in den Wellen eingestellt werden können.

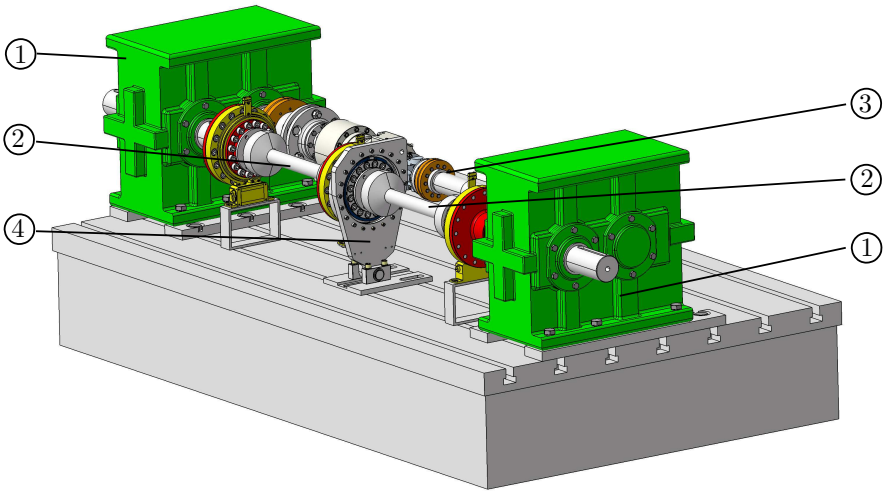


Abbildung 5.9.: Aufbau des Gelenkwellenprüfstands

Tabelle 5.4.: Messverlauf der quasistatischen Messungen

Verspannmoment T [N m]	Frequenz f [Hz]	Amplitude A [mm]
500	0.5	10
1000	1	20
2000		30
3000		40

Zur Einstellung eines Beugewinkels ist die Verbindungswelle zwischen den beiden Prüflingen in einer Schwenkeinheit (4) gelagert. Mit dieser Schwenkeinheit kann der Beugewinkel in den Prüfgelenkwellen eingestellt werden. Durch Fixierung der Einheit wird ein statischer Winkel eingerichtet. Die Einheit kann aber auch über einen Exzenter durch einen zweiten Elektromotor dynamisch angeregt werden. Diese Anregung bedeutet nicht nur eine dynamische Änderung des Beugewinkels, sondern zudem eine Auslenkung der Wellen im Schiebestück. Der Prüfstand besitzt drei Messflansche, die an den Gelenkwellenflanschen angeordnet sind. Damit werden Drehmoment und Drehzahlen aufgenommen. Im Mittenteil der beiden Prüflinge ist jeweils eine DMS- (Dehnmessstreifen-) Schaltung geklebt, die Drehmomente und Längskräfte aufnimmt und per Funksender an die Prüfstandsmesstechnik übermittelt. An den Schiebestücken sind Lasersensoren angebracht, die den Verschiebeweg der Längenausgleiche aufnehmen. Die Messziele sind je nach Anregung die Identifikation der Reibverluste in den Gelenklagern oder die Parametrierung der Reibung im Schiebestück.

Für die Analyse der Reibung im Schiebestück wurden im Rahmen der Möglichkeiten des Prüfstands Messungen mit den Parametern aus Tab. 5.4 durchgeführt. Die Evaluation der Ergebnisse hat für die Parameteridentifikation keine belastbaren Ergebnisse ergeben. Die durch den Prüfstand aufbringbaren Verspannmomente bis $T = 3000$ N m reichen nicht aus, um unter den gegebenen systematischen Messabweichungen sinnvolle Messkurven zu erzeugen. Auch für quasistatische Messungen zur Untersuchung des *Presliding*-Verhaltens des Reibkontakts erwies sich der Prüfstand als ungeeignet. Die Messungen mussten verworfen werden, eine alternative Messmethode für eine bessere Parameteridentifikation für das Reibmodell sind für das weitere Vorgehen sinnvoll. Beiden vorgestellten Messaufbauten sind durch die Systemgrenzen in Form hoher Massen und Trägheiten sowie geringer Steifigkeiten des gemessenen Bauteils stark eingeschränkt. Insbesondere in der zweiten Messung ist dies durch das zweite Messziel, die Erfassung des Gesamtverlustverhaltens der Gelenkwelle, bedingt. Für zukünftige Messungen zur Bestimmung der Reibungsparameter im Schiebestück können voraussichtlich bessere Ergebnisse erzielt werden, wenn das Schiebestück isoliert betrachtet wird.

Zusätzlich zu den Messungen zur Identifikation der Reibung im Schiebestück

existieren von diesem Prüfstand Messungen zur Beschreibung des Gesamtverlustverhaltens der Gelenkwelle. Mit Hilfe dieser Messdaten werden die Reibungsmodelle für die Nadellager in den Kreuzgelenken bedatet. Die zugehörigen Analysen wurden im Rahmen einer Bachelorarbeit durchgeführt und ausgearbeitet, die Ergebnisse sind in [196] dargestellt. In Abb. 5.10 ist ein Ausschnitt der Simulations- und Messergebnisse der Arbeit dargestellt. Dabei wurden die Abhängigkeiten des Reibmoments vom übertragenen Lastmoment und vom Beugewinkel der Gelenke untersucht.

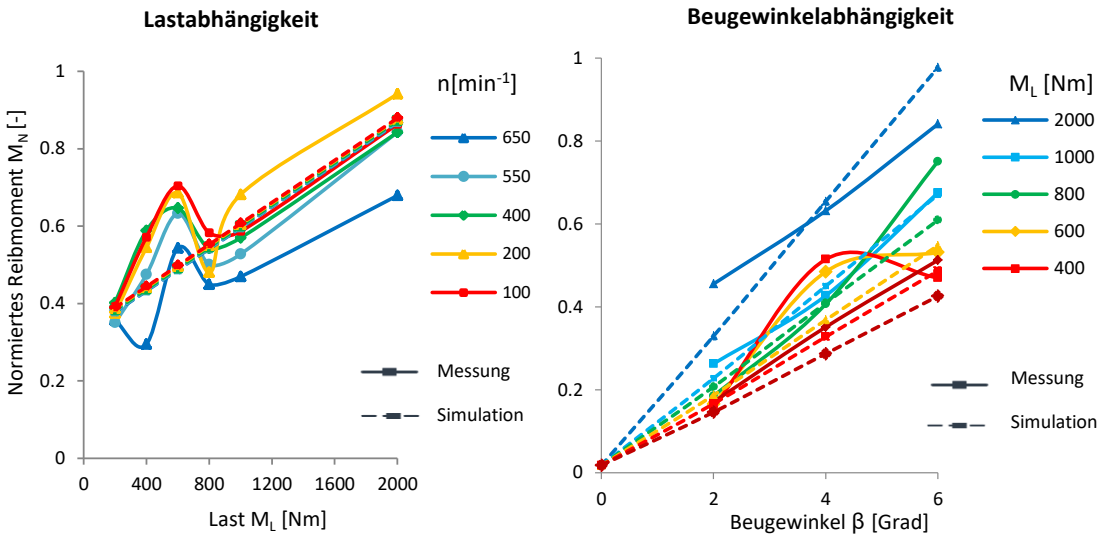


Abbildung 5.10.: Last- und Beugewinkelabhängigkeiten der Reibung im Nadellager, übernommen aus der Bachelorarbeit [196]

6. Validierung und Modellvergleiche

Viele Modellkomponenten sind auf Basis häufig vorkommender Fahrzeugvarianten validiert, ebenso wie die Umgebungsmodelle. Für einige Modelle existieren keine Messabgleiche, da die passenden Messmittel nicht zur Verfügung stehen, wie beispielsweise für das Schwingungsverhalten in der Kupplung. Für diese Arbeit werden deshalb beispielhaft an einem weniger häufigen Antriebsstrang Messungen durchgeführt, die zum einen als Validierung der Modelle im Triebstrangverbund verwendet werden. Zum anderen werden die Messergebnisse verwendet, um durch eine Variation der Modelldetaillierungsstufen in der Simulation die richtige Identifikation der Detailstufen zu demonstrieren.

Im Zuge dessen werden auf dem Rollenprüfstand zwei unterschiedliche Versuche durchgeführt. Durch den ersten Messlauf wird durch Geschwindigkeitshochläufe in unterschiedlichen Gängen das transiente Eigenschwingungsverhalten des Fahrzeugs untersucht. Das Ziel dieser Messungen besteht darin, Anregungs- und Eigenschwingungsverhalten des Simulationsmodells mit dem realen Fahrzeug zu vergleichen und dadurch eine Aussage über die Validität der Modellbasis zu treffen. Der zweite Messlauf befasst sich spezifischer mit einem konkreten Schwingungsphänomen im Antriebsstrang, dem Ruckeln. Diese Messungen dienen dem Abgleich des ersten globalen Eigenmodes des Triebstrangs, welcher in den Hochläufen aufgrund zu niedriger Eigenfrequenz nicht angeregt wird. Zugleich dient dieser Versuch als Demonstration des Phänomens am realen und virtuellen Fahrzeug und der Evaluierung der ausgewählten Modelldetaillierungsstufen.

Als Prüfling wird ein Fahrzeug ausgewählt, das eine zweiteilige Gelenkwelle besitzt. Damit besitzt der Gelenkwellenstrang ein Elastomerzwischenlager. Für die Messungen werden im Triebstrang zwei Messwellen verbaut. Die erste Messwelle wird zwischen Getriebeausgang und Gelenkwelle, die zweite zwischen Gelenkwelle und Achsgetriebeeingang montiert. Im Zuge dessen muss eine verkürzte Gelenkwelle gefertigt werden, vorderes und hinteres Rohr werden jeweils um die

entsprechende Länge gekürzt. Am Anlasserzahnkranz wird die Drehzahl des Motors abgenommen. Zudem stehen Messwerte aus dem Motorsteuergerät zur Verfügung, die allerdings eine vergleichsweise geringe Abtastrate besitzen. Verwendet wird das im Steuergerät geschätzte anliegende Motormoment. Um die Bewegungen der Gelenkwelle im Zwischenlager aufzunehmen, werden Lasersensoren am Rahmen in unmittelbarer Nähe des Zwischenlagers befestigt. Mit den Sensoren wird die radiale Bewegung der Gelenkwelle in Vertikal- und Horizontalrichtung aufgenommen. Die Messstellen sind in Abbildung 6.1 eingezeichnet. Die Abtastung wird mit 1kHz durchgeführt. Auf Basis dessen werden die Ergebnisdaten bis zu einer Frequenz von 200Hz als verwertbar erachtet.

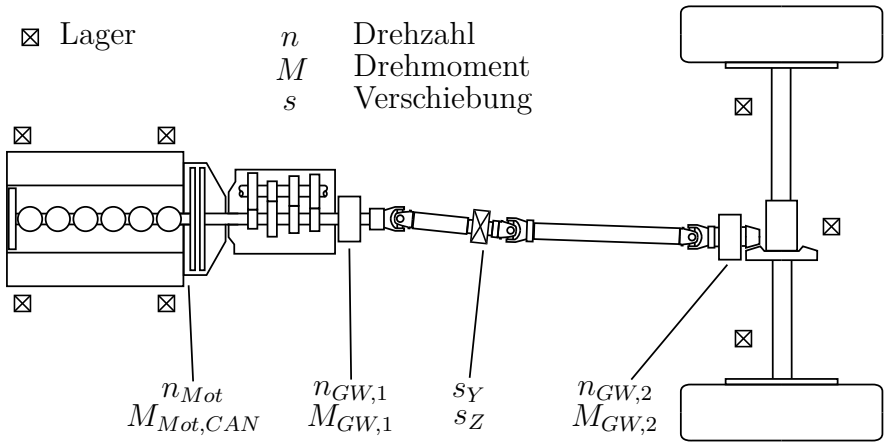


Abbildung 6.1.: Schema des Prüflingstriebstrangs mit Messstellen und Messgrößen

Der Prüfstand basiert auf einer drehbar gelagerten Walze in Verbindung mit einem Elektromotor, auf der die Räder der antreibenden Achse des Fahrzeugs stehen. Mit Hilfe des Elektromotors kann ein Widerstandsmoment auf die Walze aufgebracht werden, das z.B. die Fahrtwiderstände des Fahrzeugs bei freier Fahrt nachbildet. Mit Hilfe eines großen Gebläses wird das Fahrzeug von vorne angeströmt und damit die Kühlung der Komponenten wie im realen Fahrbetrieb erzeugt. Zudem ist das Fahrzeug im Prüfstand gelagert, um die Vortriebskräfte aufzunehmen, die durch das Abrollen der Reifen auf der Rolle erzeugt werden. Die Lagerung ist in Form von Halbschalen ausgeführt, welche die Vorderreifen des Fahrzeugs formschlüssig aufnehmen. Dadurch wird die Elastizität der Lagerung maßgeblich durch die Radialsteifigkeit der Reifen bestimmt.

Das Simulationsmodell wird für die beiden Versuche aus unterschiedlichen Detaillierungsstufen zusammengestellt. Im Gelenkwellenmodell wird dabei die veränderte Rohrlänge aufgrund der eingeschobenen Messwellen mitberücksichtigt. Eine geringfügige Abweichung muss beim Getriebemodell in Kauf genommen werden, da für das im Fahrzeug verbaute Fahrzeug keine hinreichende Datenbasis zur Modellierung vorhanden ist. Im Modell wird ein eng verwandtes Modell verwen-

det, dessen Eigenschaften hinsichtlich Übersetzungen in den kleineren Gängen und Schwingverhalten bei höheren Frequenzen etwas von der realen Komponente abweichen.

6.1. Geschwindigkeitshochläufe

In jedem Gang wird ein Geschwindigkeitshochlauf gemessen. Die Messungen werden beginnend mit dem zwölften und dann abfallend in allen vorhandenen Gängen durchgeführt. Bis einschließlich des siebten Ganges wird mit maximalem Drehmoment beschleunigt, in den kleineren Gängen kann die Volllast vom Prüfstand nicht aufgenommen werden. Dort wird das Drehmoment auf das übertragbare Maximum verringert. Durch die Prüfstandsregelung wird ein linearer Geschwindigkeitshochlauf erzwungen. Die Rollenbeschleunigung wird dabei für kleinere Gänge verringert, da durch das stark übersetzte Moment die Hochlaufzeiten sonst sehr klein und damit Schwingungseffekte möglicherweise schlecht aufgelöst oder nur geringfügig angeregt werden. In Tab. 6.1 sind die Messläufe zusammengefasst. Bei geringerer Drehzahl ist das Motormoment so stark von der Drehzahl abhängig, dass in Kombination mit der Prüfstandsregelung leicht Schwingungen erzeugt werden, die dann in der Schaltregelung des Fahrzeugs zum Öffnen bzw. Schleifen der Kupplung führen können. Deshalb wird zur Gewährleistung eines stabilen Laufs des Fahrzeugs eine untere Drehzahlgrenze von 900 Umin^{-1} gewählt. Für die Obergrenze wird die Maximaldrehzahl von 2100 Umin^{-1}, für die noch die volle Einspritzung im Motor stattfindet, festgelegt.

In der Simulation wird der Prüfling nach den Detaillierungsgraden aus Tab. 4.2 nachgebaut. Die verwendeten Stufen sind in Tab. 6.2 verzeichnet.

Die Ergebnisse werden in Sonogrammen in Farbkodierung dargestellt. Die Farbkodierung beschreibt die Beschleunigungsamplituden an unterschiedlichen Auswertungsstellen im Triebstrang. In den Diagrammen werden im Folgenden nur die aussagekräftigen Verläufe genauer erläutert. Durch Mess- und Berechnungseinflüsse und Spiegeleffekte können weitere Linien in den Diagrammen auftreten, auf die nicht weiter eingegangen werden soll. Eine Erläuterung zu den Aussagen und Inhalten von Sonogrammen ist in Kap. 3.3.2 zu finden.

Für jede Messstelle und Darstellung werden Simulations- und Messergebnisse gegenübergestellt. Dabei sind jeweils im linken Diagramm die Simulationswerte, im rechten die Messwerte abgebildet. Zwischen Simulations- und Messwerten wird eine Skalierung durchgeführt, um vergleichbare Bilder zu produzieren. Diese Skalierung findet ihre Begründung in der Entstehung und Verarbeitung der Messwerte und wird im Anhang näher begründet.

Für die Sonogramme werden sowohl Ordnungsdarstellung als auch Frequenzdarstellung gewählt. Die Ergebnisse werden exemplarisch für den zwölften Gang genauer erläutert. In Abb. 6.2 sind die Rotationsbeschleunigungen am Motorausgang in Ordnungsdarstellung gezeigt. Die Bezugsgröße ist die Motordrehzahl.

Tabelle 6.1.: Messverlauf der Messung von Geschwindigkeitshochläufen am Rollenprüfstand

Gang	M [%]	n_{min} [Umin^{-1}]	n_{max} [Umin^{-1}]	a_{Rolle} [km h^{-1} s^{-1}]
12	100	900	1730	1
11	100	900	2200	1
10	100	900	2400	1
9	100	900	2400	1
8	100	900	2400	0.8
7	100	900	2400	0.8
6	55	900	2400	0.5
5	40	900	2400	0.5
4	30	900	2400	0.3
3	30	900	2300	0.3
2	25	900	2200	0.2
1	20	900	2150	0.2

Tabelle 6.2.: Ausgewählte Detaillierungsstufen der Modellkomponenten für die Simulation der Geschwindigkeitshochläufe

Antrieb	Kopplung	Übersetzung	Übertragung	Achse	Räder	Umgebung
3	2	2	3	2	1	2

In dieser Darstellung können insbesondere die Anregungen im System untersucht und zugeordnet werden. Besonders deutlich sind die dritte Anregungsordnung und ihre Vielfachen, teils auch Halben, zu sehen. Diese Ordnung wird der Schwingungsanregung aus dem Sechszylinder-Verbrennungsmotor zugeschrieben. Die dritte Ordnung ist dabei die Hauptanregung durch die Zündfrequenz von sechs Zündungen je zwei Umdrehungen für den Viertaktmotor. Da die Anregung nicht sinusförmig ist, werden mit abnehmender Intensität auch ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz angeregt. Halbe Ordnungen können durch ungleichmäßige Zündungen bzw. Zündabstände entstehen [144].

Bei genauerer Untersuchung zeigt sich in der Simulation eine geringfügige Abweichung der Anregungslinie von der dritten und den weiteren Ordnungen. Diese Abweichung ist durch die Erzeugung der Anregung des Motormoments in der Simulation bedingt. Zur Erzeugung des Moments muss ein voraussichtlicher Dreh-

zahlverlauf vorgegeben werden, in dessen Abhängigkeit die Anteile der Fourierreihe für die Schwingung des Motormoments zusammengesetzt werden. Weicht der tatsächliche Verlauf der Drehzahl von der vorhergesagten Drehzahl ab, verschieben sich die Anregungen in Bezug auf die Motordrehzahl und es zeigt sich eine verschobene Ordnungslinie. Die Simulationsergebnisse werden deshalb in mehreren aufeinanderfolgenden Simulationsläufen erzeugt, bis eine möglichst gute Annäherung des Drehzahlergebnisses mit der vorhergesagten Drehzahl erreicht ist. Da sich durch eine Anpassung des Motormoments durch Änderung der voraussichtlichen Drehzahl wiederum die tatsächliche Drehzahl ändert, bleibt meist eine geringfügige Abweichung im Ergebnis bestehen.

Obwohl dieser Fehler auch das Resonanzbild der Simulation beeinflussen kann und damit abweichende Ergebnisse verursachen kann, ergibt sich auch ein positiver Effekt. Die Zuordnung der Anregungsordnungen, die teils auf verschiedene Ursachen zurückgeführt werden können, ist nicht immer eindeutig. Durch die leichte Verschiebung der simulativ erzeugten Anregungsordnungen, die aus dem Motor kommen, gibt es im Vergleich zwischen Simulation und Messung zusätzliche Hinweise auf den Ursprung der Anregungen. Die zu erwartende dritte Hauptordnung, und die ganzzahligen Vielfachen der sechsten und neunten Ordnung sind so eindeutig zu identifizieren.

Auch bei eineinhalb und viereinhalb sind in der Simulation leicht nach unten verschobene Ordnungslinien sichtbar. Die zweite Ordnung hingegen liegt auch in der Simulation unverschoben und kann deshalb auf eine andere Anregungsquelle als den Motor zurückgeführt werden. Die typische Anregungsordnung aus der Gelenkwelle ist die zweite Ordnung und ggf. ihre Harmonischen. Da der zwölfte Gang ein Direktgang mit Übersetzung $i = 1$ ist, entsprechen die durch die Gelenkwelle angeregten Schwingungen der zweiten Ordnung. Die erste Ordnung kann durch Unwuchten im System angeregt werden. Weitere Anregungen können nicht genauer identifiziert werden. Zusammengefasst zeigt sich für die Messstelle nach dem Motor eine gute Übereinstimmung im Anregungsbild zwischen Simulation und Messung. Dies ist eine wichtige Voraussetzung für die Vergleichbarkeit der Systemantwort, die in der nächsten Abbildung folgt.

Die zu Abb. 6.2 gehörige Frequenzdarstellung ist in Abb. 6.3 zu sehen. Auch hier ist die große Anzahl von Anregungsordnungen in Form von Ursprungsgeraden sichtbar. Die Frequenzdarstellung verbessert die Sichtbarkeit des Resonanzverhaltens des Systems, Eigenfrequenzen stellen sich – falls vorhanden – als vertikale Linien im Sonogramm dar. Für die Rotationsbeschleunigung am Motorausgang sind sowohl in der Simulation als auch in der Messung kaum Resonanzen zu erkennen. Lediglich an den ab- und zunehmenden Beschleunigungen in den Anregungsordnungen kann teils eine Überhöhung abgelesen werden, z.B. in der bei ca. $25Hz$ startenden Geraden. Die hohe Intensität der Anregung durch den Motor dominiert das dynamische Verhalten an dieser Stelle des Systems.

Abb. 6.4 zeigt die Ordnungsdarstellung für die Ergebnisse nach dem Getriebe.

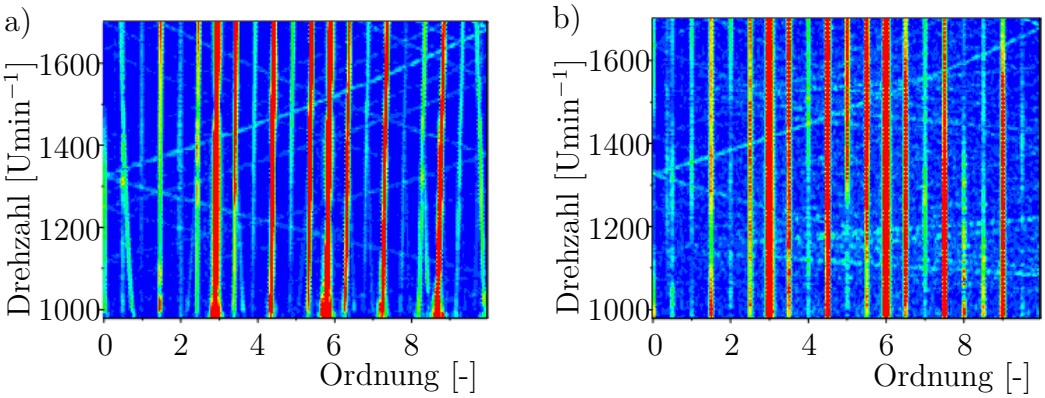


Abbildung 6.2.: Ordnungsdarstellung der Rotationsbeschleunigungsamplituden am Motorausgang aus a) Simulation und b) Messung

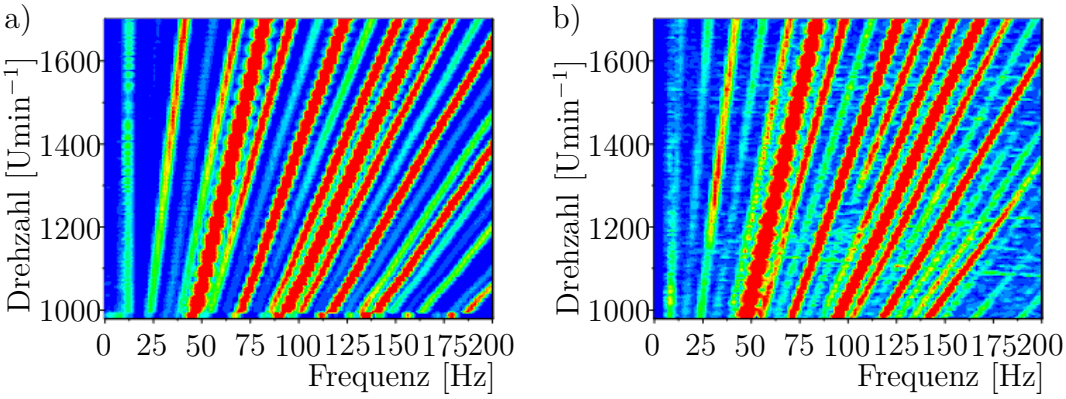


Abbildung 6.3.: Frequenzdarstellung der Rotationsbeschleunigungsamplituden am Motorausgang aus a) Simulation und b) Messung

Sowohl für die Messung als auch für die Simulation sind die dritte Anregungsordnung und Vielfache aus dem Motor deutlich sichtbar. Einen stärkeren Anregungsanteil hat hier außerdem die zweite Ordnung, die auf die Anregung durch die Kinematik der Gelenkwelle zurückgeführt wird. Vor allem im Simulationsergebnis zeigt sich die zweite Ordnung mit ähnlicher Intensität wie die dritte Ordnung. Die durch die zweite Ordnung verursachten Schwingungen in der Messung haben weniger hohe Beschleunigungsamplituden. Dies könnte bspw. auf abweichende lokale Dämpfungen im Modell zurückzuführen sein, die schwer und oft nur mit großer Toleranz zu bestimmen sind. Auch einige Resonanzstellen in Form hyperbolischer Verläufe sind an dieser Messstelle sichtbar. Generell ist in der Messung stärkeres Anregungsverhalten in den höheren Ordnungen sichtbar, was sowohl auf die eingeschränkte Komplexität des Motormodells zurückzuführen ist, als auch mit der eingeschränkten Komplexität und Freiheitsgrade des gesamten Fahrzeugmodells vor allem in Bezug auf höhere Frequenzanteile übereinstimmt. Zu beachten ist, dass die Sichtbarkeit von Resonanzfrequenzen durch das Anregungsverhalten

bedingt ist. Abweichungen im Anregungsverhalten resultieren folglich in abweichender Sichtbarkeit von Eigenfrequenzen zwischen Messung und Simulation.

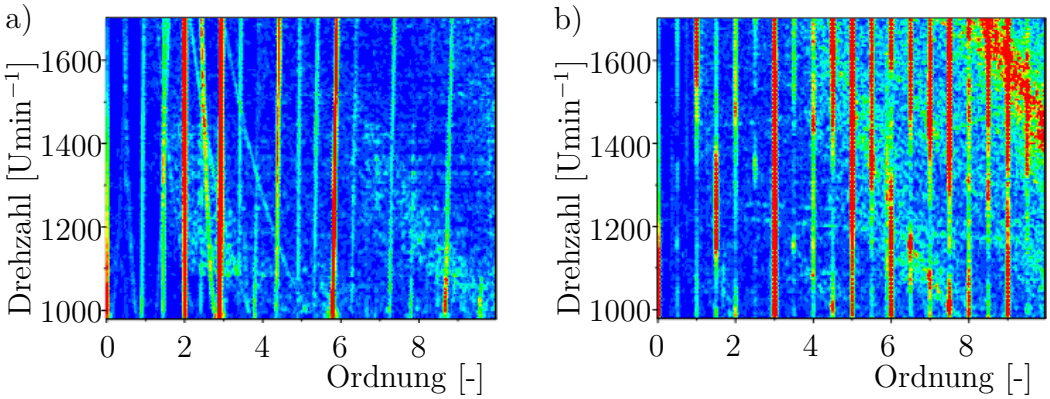


Abbildung 6.4.: Ordnungsdarstellung der Rotationsbeschleunigungsamplituden am Getriebeausgang aus a) Simulation und b) Messung

Die zum Getriebeausgang gehörige Frequenzdarstellung ist in Abb. 6.5 gegeben. In der Simulation zeichnet sich vor allem eine Resonanz bei ca. 80 Hz ab. Ein Pendant in den Messergebnissen kann nicht eindeutig gefunden werden. In der Simulation zeigt sich zudem eine erhöhte Amplitude bei geringen Drehzahlen im Bereich von 150 Hz. Etwas weniger deutlich zeigt sich eine solche Überhöhung auch in den Messungen, diese ist aber weniger gut isoliert, da Frequenz- und Drehzahlbereich mit erhöhter Amplitude generell breiter sind.

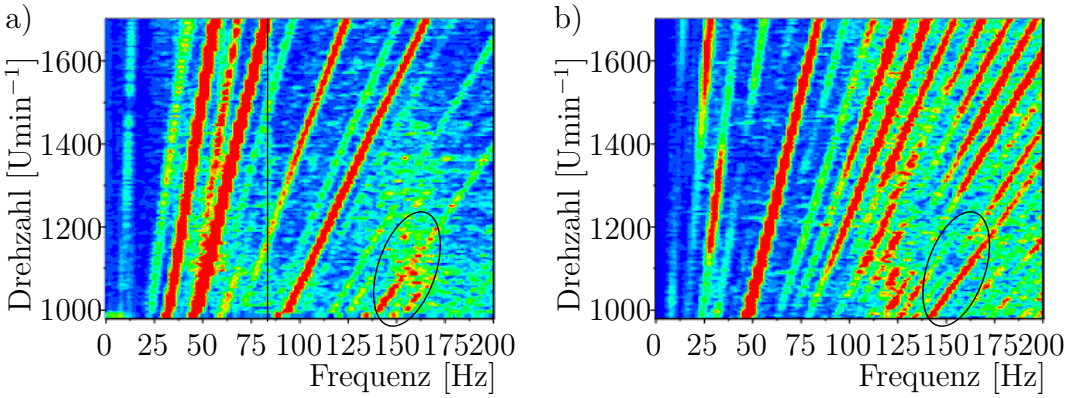


Abbildung 6.5.: Frequenzdarstellung der Rotationsbeschleunigungsamplituden am Getriebeausgang aus a) Simulation und b) Messung

Die Ergebnisse an der Messstelle nach der Gelenkwelle sind in Abb. 6.6 in Ordnungsdarstellung gezeigt. In ihrem Anregungsverhalten sind die Ergebnisse dem Verhalten nach dem Getriebe sehr ähnlich. Im Vergleich verliert der Anteil der Motoranregung zu anderen Anregungen etwas an Gewicht. Auch hier sind mehr höherfrequente Anregungen im Messergebnis als in der Simulation zu sehen. Der Unterschied ist aber geringer.

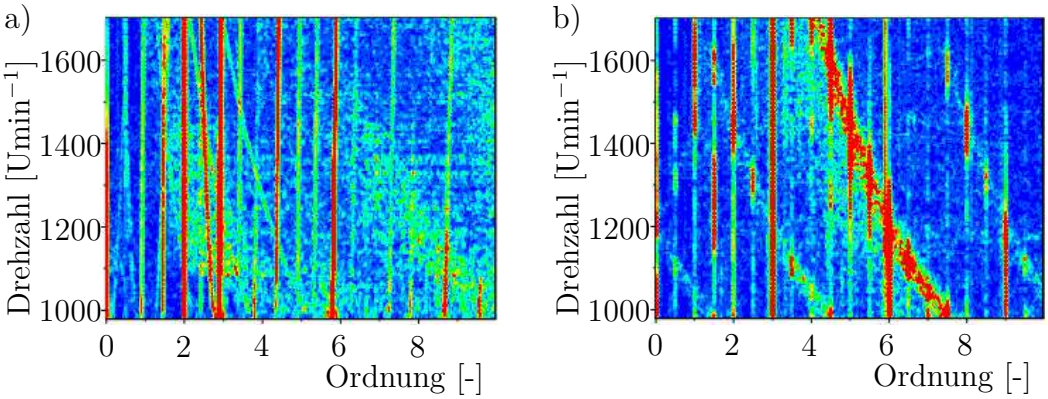


Abbildung 6.6.: Ordnungsdarstellung der Rotationsbeschleunigungsamplituden nach der Gelenkwelle aus a) Simulation und b) Messung

Abb. 6.7 zeigt die Frequenzdarstellung der Beschleunigungsamplituden nach dem Getriebe. Am deutlichsten zeichnet sich eine Eigenfrequenz bei ca. 120 Hz in der Messung ab. Während bei dieser Frequenz in der Simulation keine durchgehend angeregte Linie zu sehen ist, zeigen dennoch die Linien der Anregungsordnungen im Bereich von 120 Hz eine sichtbare Überhöhung. In der Simulation zeigt sich außerdem eine schwache Linie bei ca. 80 Hz. Diese ist in der Messung nicht sichtbar und möglicherweise durch die stärkere Resonanz bei 120 Hz überdeckt. Eine breite Systemerregung bei geringen Drehzahlen ist in der Simulation im Bereich von 150 Hz zu erkennen. Obwohl wiederum die Systemantwort bei 120 Hz stark überwiegt, ist auch in der Messung hier eine schwache Resonanz im Verlauf der Ordnungslinie zu erkennen

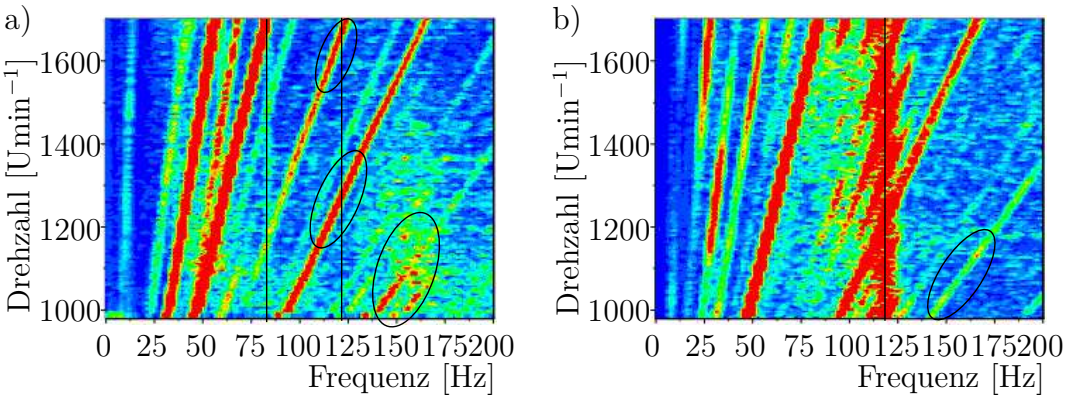


Abbildung 6.7.: Frequenzdarstellung der Rotationsbeschleunigungsamplituden nach der Gelenkwelle aus a) Simulation und b) Messung

Abb. 6.8 zeigt die Beschleunigungen, die am Zwischenwellenlager in Querrichtung aufgenommen werden. Hier sind Anregungen der ersten, zweiten und dritten Ordnung mit entsprechenden Vielfachen sichtbar. Dominant sind erste und zweite Ordnung, die wie erläutert in Bezug zu Unwucht und Gelenkwellenkine-

matik gesetzt werden können. In der Simulation ist der Einfluss der ersten beiden Ordnungen relativ zu den weiteren Anregungen stärker als in der Messung. Dies entspricht den Erwartungen, nach denen das virtuelle Fahrzeug im Vergleich zum realen Prüfling stark reduzierte Freiheitsgrade besitzt und damit über geringeres Anregungspotenzial verfügt. Auch mögliche zusätzliche Anregungsquellen, die bspw. in Anbauteilen oder Nebenaggregaten auftreten können, sind im Simulationsmodell nicht mitabgebildet.

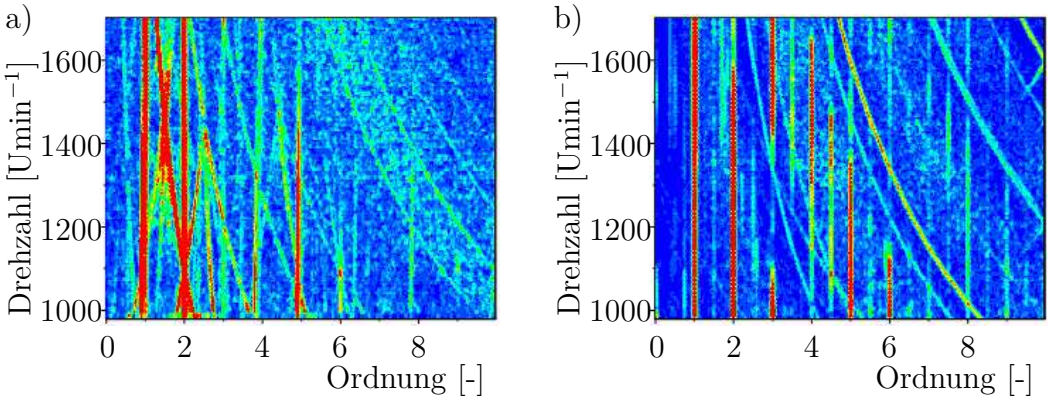


Abbildung 6.8.: Ordnungsdarstellung der Beschleunigungsamplituden in horizontaler Richtung am Gelenkwellenzwischenlager aus a) Simulation und b) Messung

In der Frequenzdarstellung in Abb. 6.9 sind mehrere Linien erkennbar, die auf Systemeigenfrequenzen hindeuten. In der Simulation zeigt sich die erste starke Linie bei ca. 35 Hz. Diese Frequenz ist in der Messung kaum wiederzufinden, abgesehen von der Tendenz einer erhöhten Beschleunigungsamplitude im entsprechenden Frequenzbereich in den Ordnungslinien erster und zweiter Ordnung. Deutlicher ist in beiden Diagrammen eine Frequenzlinie bei ca. 60 Hz zu sehen, in der Messung geringfügig höher als in der Simulation. Die Linie bei ca. 80 Hz in der Simulation ist in der Messung nicht eindeutig erkennbar. Eine weitere Resonanzlinie hingegen, die im Simulationsergebnis bei etwa 110 Hz zu sehen ist, kann in der Messung auf die Anstiege der Beschleunigungsamplituden der Ordnungsgeraden zurückgeführt werden. Die relativ deutliche Resonanz bei ca. 130 Hz in der Messung ist in der Simulation nur sehr schwach erkennbar. Bei ca. 160 Hz, in der Messung etwas höher als in der Simulation, ist in beiden Diagrammen eine Eigenfrequenz sichtbar.

Abb. 6.10 zeigt die Ordnungsdarstellung für die Beschleunigungen am Zwischenlager in vertikaler Richtung. Die Ordnungslinien gleichen sowohl in der Simulation als auch in der Messung weitreichend den Ergebnissen in horizontaler Richtung. In der Simulation wie in der Messung zeigt sich bereits in der Ordnungsdarstellung, dass die Eigenfrequenzen des Systems in Vertikalrichtung we-

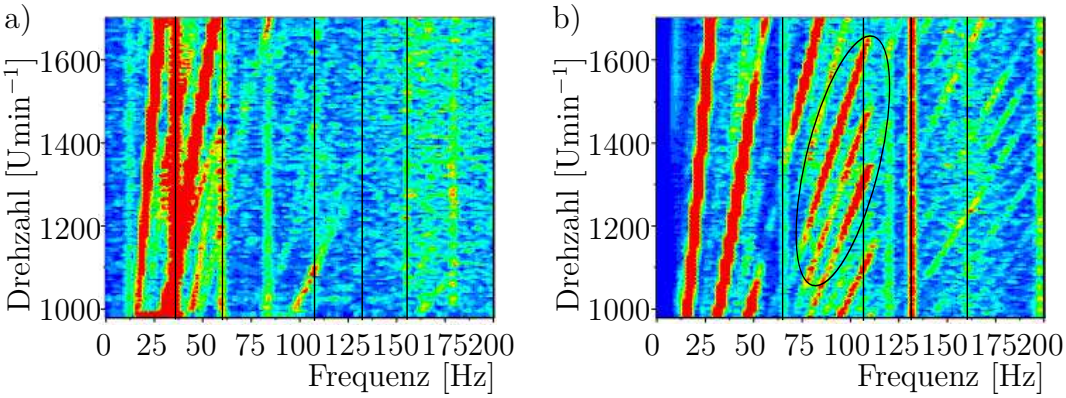


Abbildung 6.9.: Frequenzdarstellung der Beschleunigungsamplituden in horizontaler Richtung am Gelenkwellenzwischenlager aus a) Simulation und b) Messung

niger stark sichtbar sind. Auftretende Schwingformen prägen sich folglich stärker in horizontaler als in vertikaler Richtung aus.

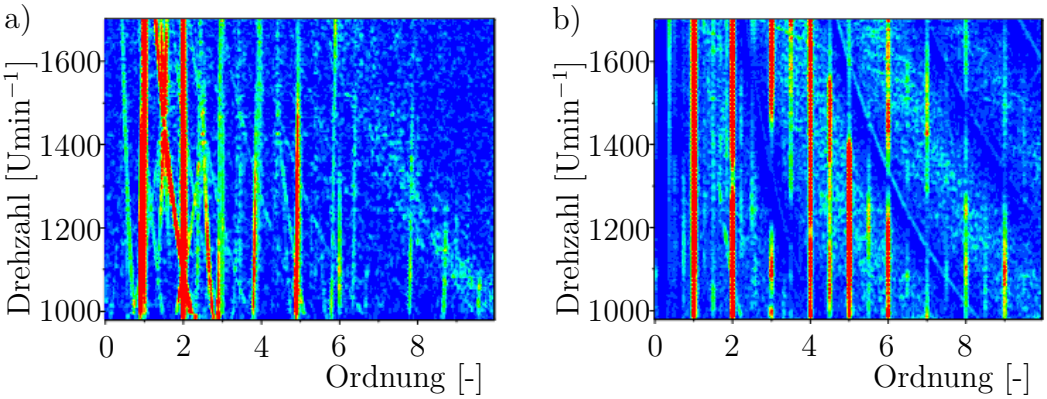


Abbildung 6.10.: Ordnungsdarstellung der Beschleunigungsamplituden in vertikaler Richtung am Gelenkwellenzwischenlager aus a) Simulation und b) Messung

In der Frequenzdarstellung der Beschleunigungen am Zwischenlager in Abb. 6.11 zeigen sich ebenfalls die im niederfrequenten Bereich dominanteren Eigenfrequenzen. Die relative starke Linie in der Simulation bei ca. 40 Hz zeichnet sich in den Messungen nur sehr schwach ab. Ebenso die Resonanz bei ca. 60 Hz, diese ist in der Messung nur am Verlauf in den Ordnungsgeraden auszumachen. Die in der Simulation weniger deutlichen Linien bei ca. 80 und 110 Hz fallen in den Messergebnissen in einen Bereich generell erhöhter Amplituden und sind ebenfalls nur über eine Interpretation der Amplitudenerhöhung in den Ordnungsgeraden erschließbar. Deutlicher und in beiden Diagrammen erkennbar hingegen zeigt sich die Linie bei ca. 120 Hz. Ähnlich wie schon in den Auswertungen der Rotationsbeschleunigungen nach der Gelenkwelle zeigt sich in Bereich von 150Hz bei geringen

Drehzahlen eine erhöhte Anregung, die Ergebnisse von Modell und Realität korrelieren hier gut. Lediglich für höhere Drehzahlen nehmen die Beschleunigungen in der Simulation ab, während die Messung erhöhte Amplituden behält.

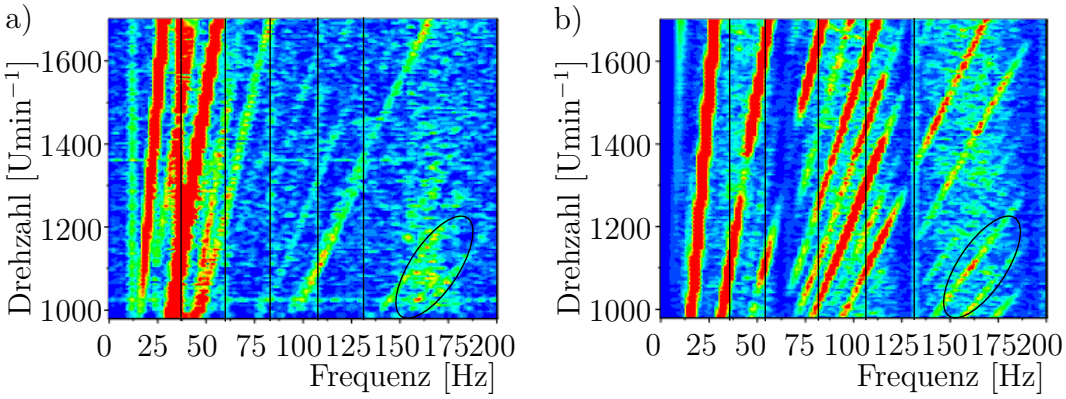


Abbildung 6.11.: Frequenzdarstellung der Beschleunigungsamplituden in vertikaler Richtung am Gelenkwellenzwischenlager aus a) Simulation und b) Messung

Zusammengefasst zeigt sich aus den Ergebnissen der Hochläufe in Simulation und Messung Folgendes:

- In Simulation und Messung zeichnen sich die Hauptanregungsordnung (die dritte Ordnung), sowie die Vielfachen sechste und neunte Ordnung aus der Anregung des Motors deutlich ab.
- Auch die Ordnungen bei eineinhalb- und viereinhalbfacher Motordrehzahl können auf die Motoranregungen zurückgeführt werden.
- Weitere sichtbare Ordnungen sind die erste, die sich z.B. aus einer Unwucht entwickeln kann, und die zweite, die durch die Gelenkwellenkinematik erregt wird.
- Abweichungen sind in einer leichten Verschiebung der Motoranregungsordnungen in der Simulation zu erkennen, die auf die Modellbildung zurückgehen. Durch die Abweichungen im Anregungsverhalten können sich Abweichungen im Resonanzverhalten zwischen Messung und Simulation ergeben, die ihren Ursprung nicht in ungenauer oder mangelhafter Modellbildung haben.
- Im Resonanzverhalten korrelieren die Ergebnisse größtenteils in engen Grenzen, was auf eine gute Abbildung von Massen und Elastizitäten im Modell schließen lässt.
- Relative Ausprägungen der Amplitudenwerte im Frequenzbereich weisen teils größere Unterschiede zwischen Simulation und Messung auf. Gründe können eine weniger gute Abbildung von Reibung und Dämpfungswerten aufgrund mangelnder Datenbasis oder auch die eingeschränkte Komplexität des Modells im Vergleich mit der Realität sein.

- Mit steigender Frequenz weichen Anregungen und Resonanzen des Modells stärker von denen der Messergebnisse ab. Auch dies deutet auf die eingeschränkte Komplexität und Freiheitsgradanzahl des Modells hin. Dies korrespondiert mit den Modellzielen der gewählten Detaillierungsstufen, die primär für den Einsatz im unteren Frequenzbereich geeignet sind.

6.2. Ruckelmessungen

Für die Ruckelmessungen werden in niedrigen Gängen Sprünge im Motormoment auf den Triebstrang aufgebracht, um eine Schwingung im globalen ersten Torsionsschwingungsmode des Triebstrangs zu erregen. Dazu wird der Prüfstand mit einer Fahrtwiderstandssimulation betrieben. Als Fahrtwiderstände werden Beschleunigungswiderstand, Rollwiderstand und Luftwiderstand berechnet und mit Hilfe des Elektromotors auf die Rolle aufgebracht. Durch den Versuch kann der erste globale Torsionsschwingungsmode des Triebstrangs in Messung und Simulation abgeglichen werden. Weiterhin wird gezeigt, wie sich die Änderung der Modelldetaillierungsstufen auf das Simulationsergebnis auswirken.

Im Folgenden werden zwei Messungen vorgestellt. Da Serienfahrzeuge hinsichtlich ihrer Ruckelneigung im Fahrversuch untersucht und optimiert werden, sind Schwingungen in der Longitudinalgeschwindigkeit bzw. –beschleunigung nur unter speziellen Bedingungen erzeugbar. In der ersten Messung wird ein Versuch gezeigt, in dem an der Prüfstandwalze Schwingungen detektierbar sind. Die Schwingungen der Walze mit entsprechender Fahrwiderstandssimulation können als der Längsschwingung des Fahrzeugs stellvertretende Messgröße betrachtet werden.

Da es nicht das Ziel der Messungen ist, in existierenden Fahrzeugen Ruckeln nachzuweisen, sondern Mechanismenuntersuchungen und Abgleiche mit der Simulation durchzuführen, werden im zweiten Schritt Messungen genutzt, welche keine ausgeprägten Schwingungen in der Rollendrehbewegung aufweisen. Diese Messungen sind in der Simulation besser nachzubilden, da die schwächeren Schwingungen keine Rückkoppelungen mit der Motorsteuerung zur Einregelung einer konstanten Motordrehzahl beinhalten. Diese Regelungseingriffe beeinflussen zwar das Schwingverhalten, da in den Untersuchungen das Hauptaugenmerk aber auf dem Verhalten der mechanischen Komponenten liegt, werden Messungen mit möglichst geringem Reglereingriff bevorzugt. Zur Auswertung wird das Moment in der Gelenkwelle genutzt, dessen Schwingungsentwicklung maßgeblich für die Ausprägung einer Längsschwingung des gesamten Fahrzeugs ist. Für diese Messung werden die Variationen der Modelldetaillierung vorgestellt, um die Auswirkungen unterschiedlicher Detaillierungsstufen zu untersuchen.

Als Ausgangskonfiguration wird das Modell in der Modelldetaillierung erstellt, die in Tab. 6.3 für Ruckeln festgelegt wurde:

Für den ersten Messdurchgang wird im zweiten Gang ein Momentenstoß durch den Motor induziert. Dazu wird die Momentenanforderung aus einer Konstant-

Tabelle 6.3.: Ausgewählte Detaillierungsstufen der Modellkomponenten für die Ruckelsimulation

Antrieb	Kopplung	Über-setzung	Über-tragung	Achse	Räder	Umgebung
2	2	2	1	2	1	2

fahrt bei 25% Gaspedalstellung auf 75% erhöht und nach einer kurzen Haltezeit von 5s wieder auf 25% zurückgestellt. Die Fahrwiderstände werden für eine Beladung von 18t generiert. In Abb. 6.12 ist die Schwingung der Rotationsbewegung der Rolle dargestellt. Das linke Diagramm zeigt die Schwingung in der Rollendrehzahl, im rechten Graphen sind die Rotationsbeschleunigungen jeweils für die Messung und die Simulation aufgetragen. In beiden Diagrammen ist die Ruckelschwingung gut sichtbar. Die Simulation folgt der Messung in guter Übereinstimmung. Es gibt geringe Abweichungen in der Amplitude des ersten Maximums und damit dem Mittelwert der Schwingung in der Drehzahlauftragung. Als Anregung der Schwingung wird in der Simulation ein Signal aus dem Motorsteuergerät verwendet, welches das Motormoment aus Zündinformationen und aktuellen Zuständen berechnet. Dieses Moment liegt real abzüglich der bis dorthin wirkenden Verluste aus Motor und Nebenverbrauchern, wie z.B. dem Lüfter an. Da diese Verluste nicht genau bekannt sind, werden sie geschätzt. Diese Unsicherheit in Kombination mit der geringeren Abtastrate der Momentenwerte kann zu unterschätzten Spitzenwerten in der Anregung führen und damit eine Ursache der Differenz zwischen Messung und Simulation darstellen.

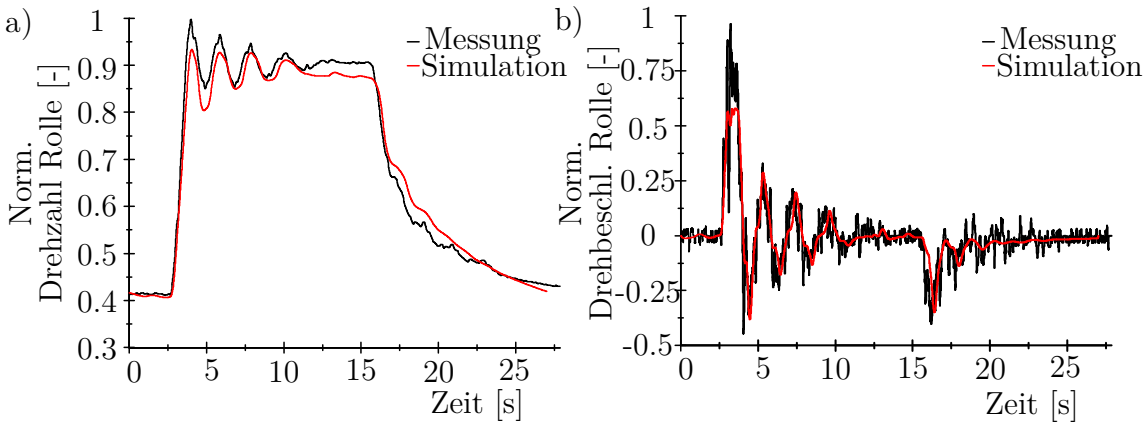


Abbildung 6.12.: Erster Ruckelversuch, Darstellung a) der Rollendrehzahl und b) der Rollendrehbeschleunigung

In Abb. 6.13 b) ist auch das Motormoment selbst dargestellt, so wie es aus der Messung entnommen und in der Simulation aufgebracht wird. Es weist selbst bereits Oszillationen auf. Wie schon erläutert, beinhaltet dieses Signal Eingriffe

der Regelung zur Einhaltung der Momentenanforderung durch die Gaspedalstellung. In Abb. 6.13 a) ist das Frequenzspektrum der Drehbeschleunigungen der Rolle aufgetragen. Hier zeichnet sich die angesprochene erste globale Torsionseigenfrequenz des Triebstrangs bei etwa 0.6 Hz ab. Die Simulation bildet die Eigenfrequenz gut ab. Oberhalb dieser Resonanz zeigt die Messung generell höhere Amplituden, was sich auch in Abb. 6.2 schon abzeichnet. Auch hier spielt die Ableitung des Drehzahlsignals eine signifikante Rolle in der Verrauschung des Beschleunigungssignals. Da höherfrequente Anteile aber für das Ruckelverhalten uninteressant sind, wird auf eine Glättung verzichtet.

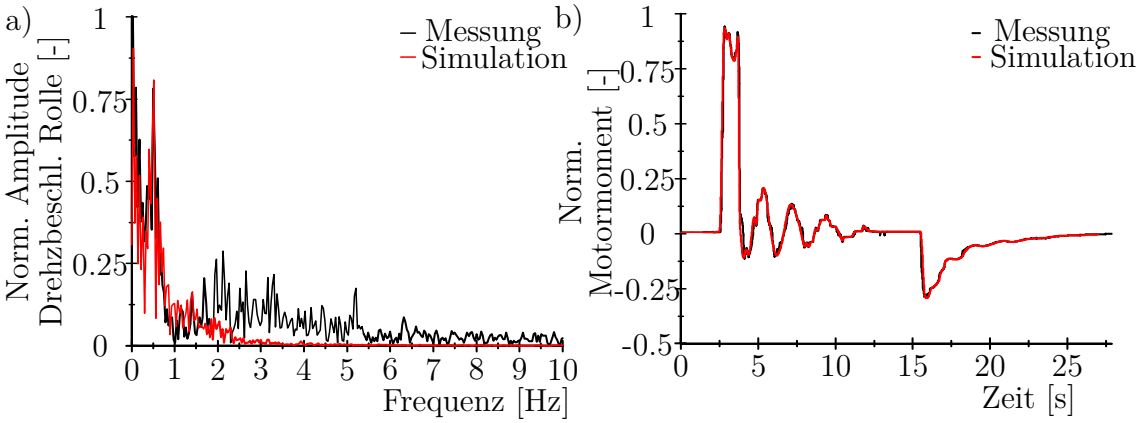


Abbildung 6.13.: Erster Ruckelversuch, Darstellung a) der Amplitudenauswertung der Rollendrehbeschleunigung und b) des Motormoments

Die zweite Messung wird im dritten Gang durchgeführt. Die Gaspedalstellung wird von 25% auf 50% erhöht und nach einer kurzen Haltezeit wieder auf 25% zurückgestellt. Dabei wird ein Fahrwiderstand für ein Fahrzeug von 13t Gesamtgewicht an der Rolle erzeugt. In Abb. 6.14 sind Rollengeschwindigkeit und -beschleunigung aufgetragen. In der Drehzahl sind kaum Schwingungen zu erkennen. Die Auftragung der Rotationsbeschleunigung zeigt vor allem in der Simulation leichte Schwingungen, das stark verrauschte Messsignal zeigt keine eindeutigen Schwingungen.

In Abb. 6.15 ist wiederum das zugehörige Frequenzspektrum der Rotationsbeschleunigungen zu sehen. Auch hier ist die Entwicklung der ersten Torsionseigenfrequenz in der Messung nur sehr schwach bei knapp 1 Hz sichtbar. Das Motormoment, das auf der rechten Seite dargestellt ist, zeigt keine Oszillationen im Haltebereich. Das lässt auf keine oder nur sehr geringe Ausregeleingriffe im Motormoment schließen.

In Abb. 6.16 ist das Moment an der Messstelle zwischen Getriebe und Gelenkwelle aufgetragen – das Moment an der Messstelle nach der Gelenkwelle verläuft sehr ähnlich. Es zeigt sich, dass die Simulation in Frequenz und Amplitude sehr gute Übereinstimmung mit der Messung aufweist. In der Darstellung des Frequenzspektrums zeigt sich für beide Ergebnisse eine Resonanz etwas unterhalb

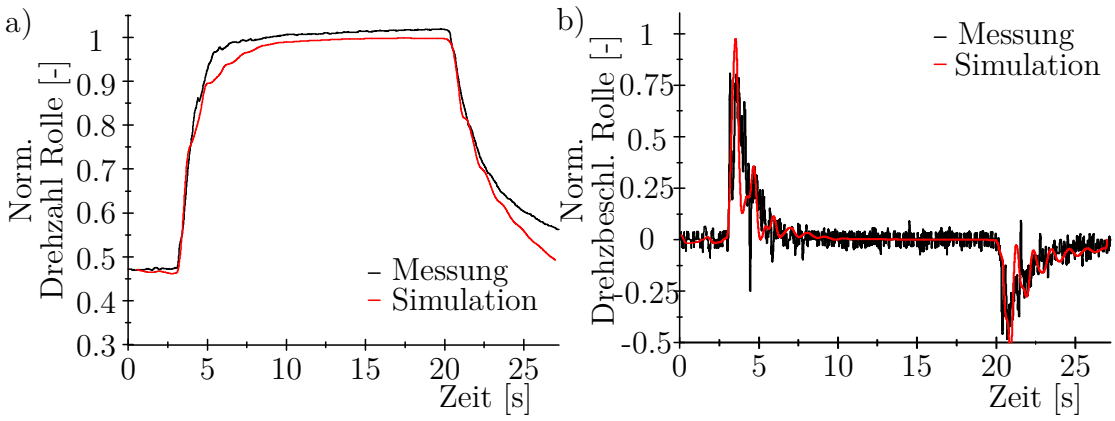


Abbildung 6.14.: Zweiter Ruckelversuch, Darstellung a) der Rollendrehzahl und b) der Rollenbeschleunigung

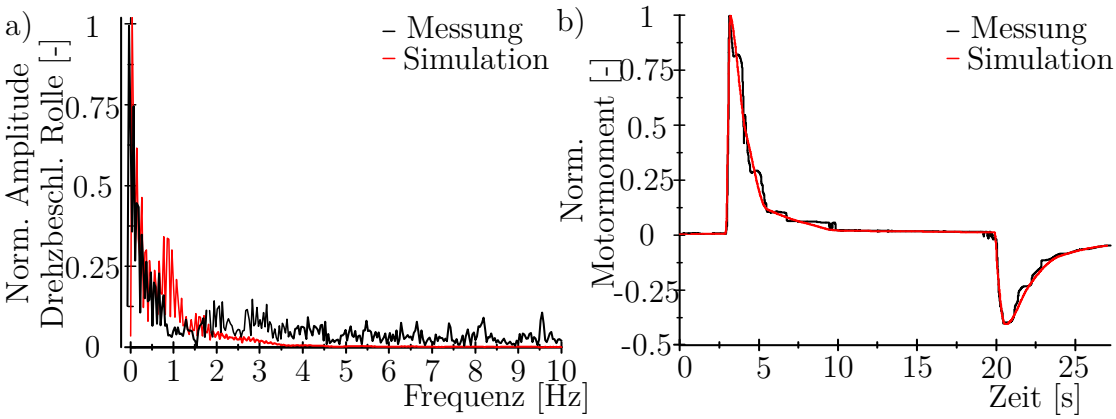


Abbildung 6.15.: Zweiter Ruckelversuch, Darstellung a) der Amplitudenauswertung der Rollendrehbeschleunigung und b) des Motormoments

von 1 Hz. In der Simulation etwas stärker als in der Messung ist zudem eine höherharmonische Resonanz zu erkennen.

Im nächsten Schritt werden auf Basis des gleichen Messverlaufs Simulationen mit variierten Detaillierungsstufen durchgeführt, um deren Einflüsse auf die Simulationsergebnisse zu untersuchen. Die erste Variante betrifft das Modell der Hinterachse, welches nach Kap. 4.1 auf die Detaillierungsstufe 1 zurückgesetzt wird. Tab. 6.4 fasst die neue Modellkonfiguration zusammen.

Abb. 6.17 zeigt die Simulationsergebnisse der Ausgangskonfiguration und der Variante 1 aus Tab. 6.4. In der Rollengeschwindigkeit zeigt sich eine geringfügige Änderung im Geschwindigkeitsniveau. Im Gelenkwellenmoment zeigen sich eindeutige Abweichungen primär im Bereich, in dem das Moment weggenommen wird. Es zeigt sich, dass der Einfluss in der Achsgetriebemodellierung, der sich hier bemerkbar macht, das in der höheren Detaillierungsstufe berücksichtigte Verdrehspiel im Achsdifferenzial betrifft. Die Änderungen wirken sich primär auf die

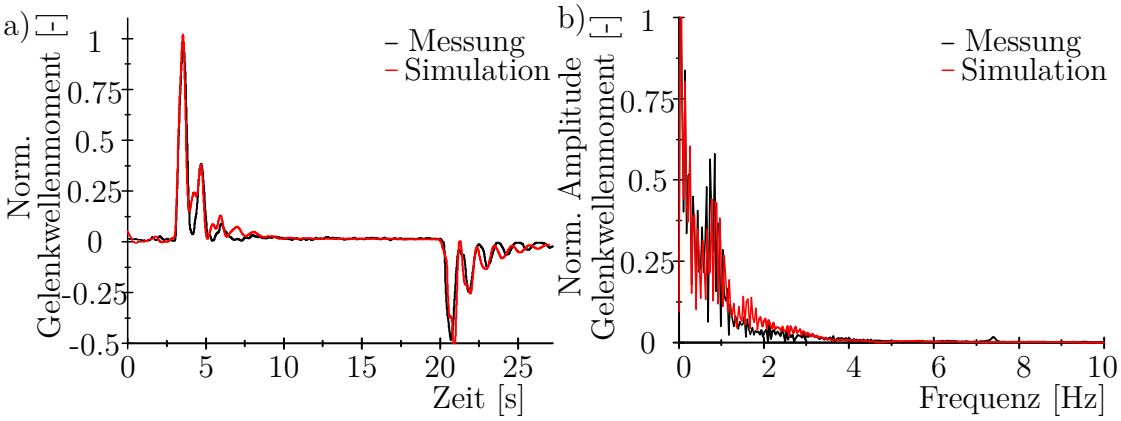


Abbildung 6.16.: Zweiter Ruckelversuch, Darstellung a) des Gelenkwellenmoments und b) der Amplitudenauswertung des Gelenkwellenmoments

Tabelle 6.4.: Detaillierungsstufen der Modellkomponenten für die Ruckelsimulation mit Varianten

Variante	Antrieb	Kopplung	Übersetzung	Übertragung	Achse	Räder	Umgebung
Ausgangsmodell	2	2	2	1	2	1	2
Variante 1	2	2	2	1	1	1	2
Variante 2	2	2	2	2	2	1	2
Variante 3	2	1	2	1	2	1	2

Amplituden der Schwingung aus. Bei genauerer Untersuchung ist dieser Einfluss auch im abfallenden Ast der Rollendrehzahl erkennbar. Da die Beschleunigungshöhe ein Kriterium darstellt, welches zur Bewertung von Ruckelschwingungen in Fahrzeugen herangezogen wird, ist dieser Einfluss durchaus relevant. Eine Verringerung der Detaillierungsstufe im Modell würde folglich die Aussagekraft der Simulation vermindern.

In der zweiten Variante des Modells wird für die Übertragungseinheit eine erhöhte Detaillierungsstufe verwendet. Diese Modellstufe berücksichtigt die charakteristische Kinematik der Kardangelenkwelle, welche an den einzelnen Gelenken eine ungleichförmige Übertragung der Drehbewegung verursacht. Die Modellstufen für Variante zwei sind in ebenso Tab. 6.4 zu sehen. In Abb. 6.18 ist zu sehen, dass im Verlauf der Gelenkwellenmomente kein Unterschied zu erkennen ist. Erst im Diagramm des Frequenzspektrums auf der rechten Seite ist zu erkennen, dass bei ca. 7.3 Hz eine Schwingung auftritt, die in der Ausgangskonfiguration nicht zu sehen ist. Ein Blick zurück auf dem Vergleich zwischen Messung und Simulation

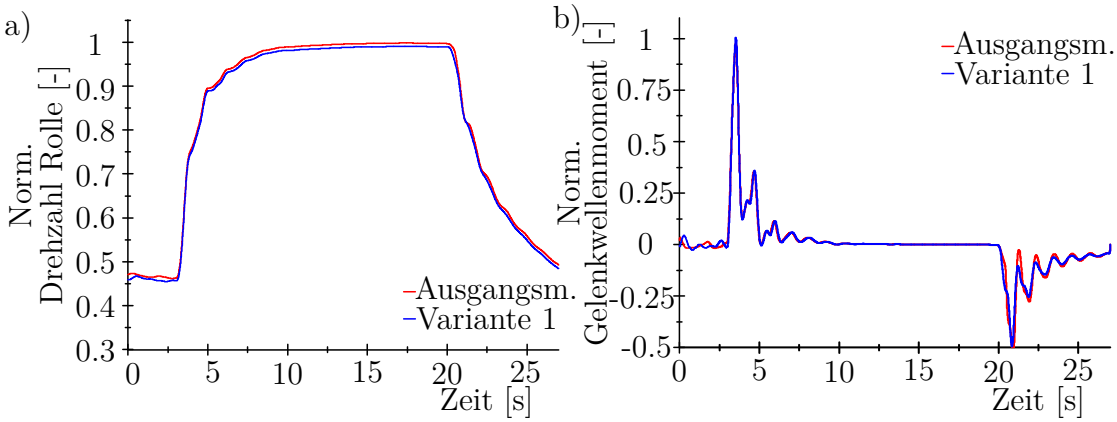


Abbildung 6.17.: Zweiter Ruckelversuch, Vergleich von Ausgangsmodell und Variante 1 in a) Drehzahl der Rolle und b) Gelenkwellenmoment

in Abb. 6.16 zeigt, dass diese Schwingung auch in der Messung vorhanden ist. Sie entspricht der doppelten Eingangsdrehfrequenz im konstanten Abschnitt des Messverlaufs und ist damit auf die Kinematik der Gelenkwelle zurückzuführen. Für Ruckelfrequenz oder -amplitude ist dieser Aussschlag aber nicht relevant, die erhöhte Detaillierung im Modell ist zur Abbildung des Phänomens unnötig.

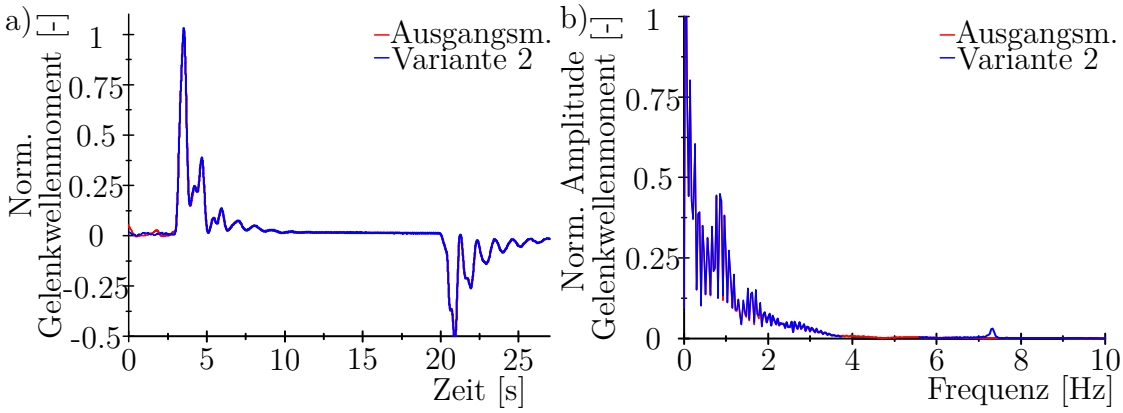


Abbildung 6.18.: Zweiter Ruckelversuch, Vergleich von Ausgangsmodell und Variante 2 in a) Gelenkwellenmoment und b) Amplitudenauswertung des Gelenkwellenmoments

Die dritte Variante beinhaltet eine Veränderung der Kopplungsvariante. Der signifikante Unterschied zwischen den beiden Modellen (siehe Tab. 4.2) ist die Abbildung der Kupplungssteifigkeit. Während in der Detaillierungsstufe 1 eine einfache lineare Approximation der Steifigkeit des Torsionsdämpfers angenommen wird, bildet Stufe 2 die stufenweise Versteifung des Elements durch eine Kennlinie in Abhängigkeit des Verdrehwinkels ab, siehe Tab. 4.5. Mit dem für die übrigen Varianten verwendeten Messfall ist für die 3. Variante keine sichtbare Änderung im Schwingverhalten des Gelenkwellenmoments erzeugbar. Deshalb wird

die Simulation mit noch geringeren Fahrwiderständen und geringerer Anregung durchgeführt. Die Fahrwiderstandssimulation wird auf eine Gesamtlast von 8t, die Anregung auf eine Änderung von 25% auf 75% festgelegt. In den Ergebnissen in Abb. 6.19 zeigen sich geringfügige Änderungen der Frequenz im Bereich geringer Schwingamplituden. Der Vordämpfer der Kupplung wirkt nur im Bereich relativ geringer Auslenkungen. Die Frequenz ist eine relevante Größe in der Bewertung von Ruckelverhalten, allerdings sind die gezeigten Einflüsse so gering, dass sie für den vorliegenden Fall vernachlässigbar sind. Dennoch ist ein Einfluss auf die relevanten Größen vorhanden, der abhängig vom Anregungsverlauf angesprochen wird. Für hohe Anforderungen an die Recheneffizienz bietet sich diese Variante als gute Alternative an, im konkreten Fall kann eine Rechnung mit der Ausgangskonfiguration nachgezogen werden.

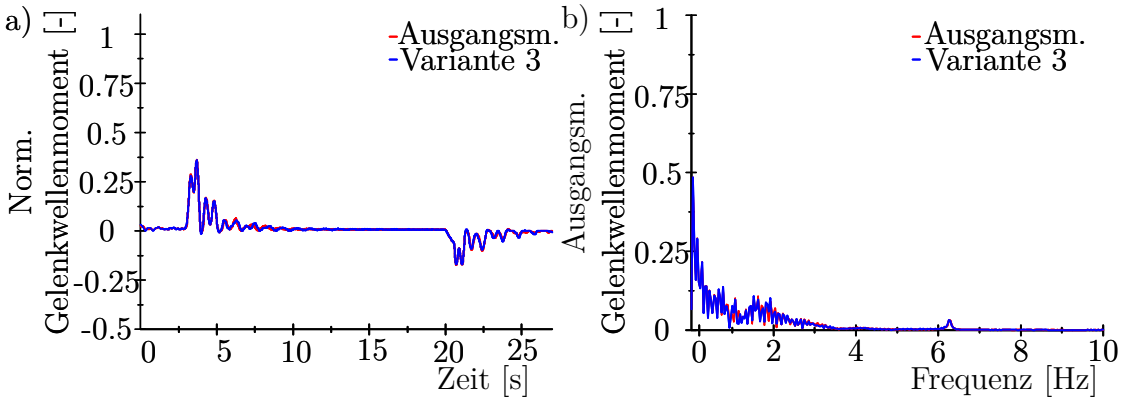


Abbildung 6.19.: Zweiter Ruckelversuch, Vergleich von Ausgangsmodell und Variante 3 in a) Gelenkwellenmoment und b) Amplitudenauswertung des Gelenkwellenmoments

Die Ergebnisse der Messungen und Simulationen der Ruckelschwingungen werden folgendermaßen zusammengefasst:

- Die Abbildung des Ruckelns wird im Allgemeinen mit Hilfe von Fahrzeuglängsbeschleunigungen bewertet, am Rollenprüfstand werden äquivalent die Rotationsbewegungen der Walze genutzt. Eine Auswertung von Messung und Simulation zeigt gute Übereinstimmung in Schwingungsamplituden, -frequenz und -abklingverhalten.
- Eventuelle Abweichungen hängen vermutlich mit Unsicherheiten in der Bestimmung des Motormoments aus den Messungen zusammen (siehe Kap. 6.1).
- Da in den Messungen mit deutlich schwingender Walzenbewegung eine starke Rückkopplung auf das Motormoment und damit eventuelle Reglereingriffe zur Schwingungskompensation vorliegen, werden für weitere Untersuchungen der rein mechanischen Systemanteile schwächere Anregungen ver-

wendet. In Folge dessen wird als Auswertegröße die Schwingung des Moments nach der Gelenkwelle gewählt.

- Zur Analyse der Modelldetaillierungsstufen für die Ruckelsimulation werden exemplarisch drei Varianten ausgewählt und mit der Ausgangskonfiguration verglichen. Die erste Variante betrifft die Detaillierung des Achsmodells und zeigt, dass die nächsteinfachere Detailstufe sich auf eine relevante Bewertungsgröße, die Amplitudenhöhe der Schwingung auswirkt. Die zweite Variante implementiert ein komplexeres Gelenkwellenmodell, welche keine für die Ruckelschwingung signifikanten Änderungen hervorbringt. In der letzten Variante wird ein vereinfachtes Modell für die Kupplung ausgewählt. In dieser Variante werden geringe Veränderungen der Schwingfrequenz unter speziellen Bedingungen hervorgerufen. Die konkrete Auswahl der Modellstufe muss in Abhängigkeit des Analyseziels getroffen werden.

7. Zusammenfassung und Ausblick

7.1. Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit Drehschwingungsphänomenen, die in Antriebssträngen von Nutzfahrzeugen auftreten. Die besondere Herausforderung ergibt sich dabei aus der hohen Anzahl von Fahrzeugvarianten, die in der Nutzfahrzeugentwicklung berücksichtigt werden müssen. Die Absicherung der Fahrzeuge in Bezug auf Schwingungen im Antriebsstrang wird teilweise durch den Aufbau und die Analyse von Prototypen erreicht. Da bei der hohen Zahl von Fahrzeugvarianten damit sehr großer Aufwand und hohe Kosten verursacht werden, können diese Analysen nur stichprobenartig bewerkstelligt werden. Zur Unterstützung und Erweiterung der Prototypenuntersuchungen werden deshalb Simulationen von Schwingungsproblemen mit Mehrkörpermodellen durchgeführt. Auch in der Simulation stellt die Variantenvielfalt der Branche eine Herausforderung in Form von Modellierungsaufwand, Parametrierungsaufwand und Recheneffizienz dar. Diese Herausforderung wird in der Arbeit angegangen.

Für eine möglichst umfassende simulative Untersuchung von Antriebsstrangschwingungen wird in dieser Arbeit eine Systematik entwickelt, die eine problemgesteuerte Schwingungsanalyse mit einer Beherrschung der Variantenvielfalt vereinbart. Dazu wird ein modularer Baukasten entworfen, der den Gesamtantriebsstrang in Funktionsbaugruppen unterteilt und austauschbare Module als Simulationsmodelle anbietet. Als Funktionsbaugruppen werden Antrieb, Kopplung, Übersetzung, Übertragung, Achse und Räder definiert. Zudem werden Umgebungsmodelle entwickelt, in denen die Einzelmodule zusammengefügt werden. Zur Auswahl stehen Komponentenprüfstände, ein Rahmenmodell, ein Vollfahrzeugmodell auf einem Rollenprüfstand und ein Vollfahrzeugmodell mit Straße.

Die Antriebsstrang-Module liegen in zwei Kategorien vor. In der ersten Kategorie gibt es unterschiedliche Module für unterschiedliche Fahrzeugvarianten. Die

antriebsstrangrelevanten Unterschiede der Varianten bestehen vor allem in Länge und Leistung der Fahrzeuge sowie der Anzahl der angetriebenen Achsen. Geometrisch bedeutet das insbesondere Abweichungen im Modul Übertragung, das die Gelenkwelle beinhaltet. Übersteigt die Übertragungslänge einen Grenzwert, so muss die Welle segmentiert werden. Für zusätzliche angetriebene Achsen müssen außerdem weitere Bauteile, wie Verteilergetriebe und zusätzliche Achsantriebe vorgesehen werden. Alle Module unterscheiden sich zudem in Abhängigkeit der Antriebsleistung des Fahrzeugs. Während für die baulichen Unterschiede der Varianten, wie beispielsweise der unterschiedlichen Segmentierungen der Gelenkwelle, unterschiedliche Variantenmodelle angelegt werden müssen, können viele weitere Varianten mit Hilfe von Parametersätzen erzeugt werden. Um die Austauschbarkeit der Module zu gewährleisten, erhält jede Variante des gleichen Moduls die gleichen Schnittstellendefinitionen.

Die zweite Kategorie zur Modulunterscheidung betrifft den Detaillierungsgrad der Modelle. Spezifische Schwingungsphänomene erfordern zur Abbildung einen spezifischen Detaillierungsgrad im Modell. Um zu vermeiden alle Untersuchungen mit höchstem Detaillierungsgrad durchführen zu müssen und damit Berechnungsaufwände zu generieren, werden die Module in Detaillierungsstufen ausgearbeitet. Abhängig vom Schwingungsphänomen können die Module damit so zusammengestellt werden, dass die Abbildung des Problems mit möglichst geringem Aufwand möglich ist. Zur einfacheren Handhabung wird eine Matrix erarbeitet, die einer Liste besonders relevanter Schwingungsphänomene für Antriebsstränge von Nutzfahrzeugen den nötigen Detaillierungsgrad der Module zuordnet.

Um einen einfachen Zugang zu den Schwingungsanalysen bereitzustellen, wird die Modellsystematik in eine Automatisierungsumgebung eingebunden. Die Umgebung erlaubt es anhand einer Benutzeroberfläche Variantenmodelle zu generieren, diese per Datenbank zu parametrieren und als Berechnungsauftrag paketiert an einen Berechnungsserver zu versenden. Die Ergebnisse werden an den Anwender zurückgeschickt und können wiederum in einer Datenbank abgelegt werden.

Eine der Schwierigkeiten bei der Abbildung großer Variantenbreiten ist die Definition von Parametersätzen. Nicht für alle Parameter liegen passende Daten vom Hersteller vor. Für die vorgestellten Modelle sind viele Parameter aus Bauteilherstellerangaben vorhanden, einige Parameter können berechnet werden, andere müssen in Messungen separat bestimmt werden. Bei den gemessenen Daten wird eine möglichst gute Extrapolierbarkeit auf weitere Varianten angestrebt. Für Parameter, die im Rahmen der Arbeit nicht bestimmt werden können, müssen Grenzen angenommen werden, innerhalb deren mit Hilfe von Variantenrechnungen die Auswirkungen von Abweichungen eruiert werden können.

Zum Abschluss der Arbeit werden an einem spezifischen Beispiel Messungen im Gesamtfahrzeug auf einem Rollenprüfstand durchgeführt und mit einem korrespondierenden Simulationsmodell abgeglichen. Im ersten Teil werden Geschwindigkeitshochläufe am Realfahrzeug gemessen, um charakteristische Eigenschwin-

gungen des Systems zu identifizieren. Das zugehörige Simulationsmodell kann eine gute Abbildung der Schwingungen erreichen. Es gibt geringfügige Abweichungen in den Anregungsordnungen, die auf die Modellierung der Motoranregungen zurückzuführen sind. Das Antwortspektrum von Messung und Simulation korreliert gut in Bezug auf die Frequenzaussagen, Amplitudeninhalte weichen zum Teil stärker ab. Dies kann sowohl auf Messeinflüsse, als auch auf eine ungenaue Datenbasis in Bezug auf Dämpfungswerte und eine Limitierung im Detaillierungsgrad und der Anzahl der Freiheitsgrade im Modell zurückführbar sein. Entsprechend nimmt die Übereinstimmung der Ergebnisse mit zunehmender Frequenz ab. Dies korreliert mit den Einschränkungen des verwendeten Detaillierungsgrades und damit mit dem Anwendungsgebiet des Modells.

Im zweiten Experiment werden Messungen zur Erzeugung von Ruckelschwingungen durchgeführt. Dabei werden die ausgewählten Detaillierungsstufen der Modellbasis stichprobenartig untersucht und auf ihre Notwendigkeit zur Abbildung des Phänomens überprüft. Auch hier zeigt sich eine gute Übereinstimmung der Simulationsergebnisse mit den Messungen. Außerdem wird klar, welche Veränderungen in der Modelldetaillierung Auswirkungen haben und wie sich diese auf die Abbildung des Schwingungsphänomens Ruckeln erstrecken.

Die in dieser Arbeit entwickelte Methodik leistet einen Beitrag zur besseren Absicherung großer Anzahlen von Fahrzeugvarianten bezüglich der Schwingungsphänomene im Antriebsstrang. Aus den vorhandenen Komponenten können effizient Varianten generiert werden. Die Methodik erlaubt zudem eine Erweiterung der Modellbasis, um neue Komponenten zu integrieren. Diese müssen allerdings konsequent und in Anlehnung an die bestehende Systematik eingepflegt werden.

Problematisch sind einige Parameter, die nicht genau bestimmt werden konnten. Die Genauigkeit der Parameter muss immer für die Auswertung der Ergebnisse berücksichtigt werden, entsprechende Schlüsse können nur in Abhängigkeit der Eingangsparameter gezogen werden. Dabei können ggf. Relativvergleiche – z.B. mit einer Referenz, die aus Fahrzeugmessungen eines existierenden Prototypen generiert wurde – eine sinnvolle Alternative zu Auswertungen von Absolutdaten darstellen.

Die Automatisierung von Konfigurations- und Berechnungsabläufen ist ein weiterer Schritt, der zur schnelleren und einfacheren Analyse der Antriebsstrangdynamik führen kann. Auch hier bestehen noch Herausforderungen, insbesondere in der Interpretation der Ergebnisse. Nicht für alle Schwingungsphänomene können passende Bewertungsgrößen und deren Grenzen aus der Literatur entnommen werden. Ein möglicher Lösungsansatz wird im Ausblick aufgezeigt.

7.2. Ausblick

Wie die Vergleiche von Simulation und Messung in Kap. 6 zeigen, bergen die entwickelten Modelle noch Potenzial zur Verbesserung im höherfrequenten Be-

reich. Hier können vor allem Dämpfungen und Reibungsparameter als sensitive Parameter identifiziert werden. In Kap. 5 sind dazu vorgenommene Messungen gezeigt. Insbesondere zur Bestimmung der Reibungsparameter im Schiebestück der Gelenkwelle wären weitere Messungen hilfreich, die das Schiebestück isoliert betrachten. Weitere Elemente, deren genauere Beschreibung positiven Einfluss auf die Modellgenauigkeit im höherfrequenten Bereich bieten könnten, sind bspw. das Getriebe und dessen Dämpfung in Abhängigkeit des Schmierfluids oder das transiente Reibungsverhalten des Schleifbelags in der Kupplung.

Für viele Schwingungsphänomene, insbesondere in Bezug auf Antriebsstränge von Nutzfahrzeugen, gibt es keine allgemeingültigen Anhaltswerte für deren Bewertung. Um die effiziente Analyse von Schwingungen nach der beschriebenen Systematik optimal nutzen zu können, ist es deshalb erforderlich, passende Bewertungsschemata zu entwickeln. Im Nutzfahrzeugsektor sind dabei nicht nur die Auswirkungen auf die Passagiere des Fahrzeugs relevant, sondern auch auf die Ladung. Dies stellt insbesondere deshalb eine Herausforderung dar, dass in Transportfahrzeugen meist eine separate Lagerung für die Fahrerkabine vorhanden ist. Damit ist eine Bewertung zweier verschiedener dynamischer Systeme nötig. Zum Umgang mit hohen Datenmengen ist eine Erzeugung von Kennwerten sinnvoll, die auf Subjektivbewertungen und Messvergleichen basiert.

Mit Blick auf die heutige Entwicklung in der Automobilindustrie bietet die entwickelte Systematik auch einen Angriffspunkt zur Entwicklung innovativer Konzepte. Durch den Einbau alternativer Komponenten, wie elektrischer Zusatzantriebe, können frühzeitig neue Konzepte beurteilt werden. Dazu muss die Systematik um die jeweiligen Komponenten ergänzt und entsprechende Schnittstellen vorgesehen werden.

Abbildungsverzeichnis

2.1. Übersicht Schwingungsphänomene 9
2.2. Schwingerkette Antriebsstrang 9
2.3. Eigenschwingungsform bei Ruckeln 10
2.4. Kupplungsscheibe mit elastischen und dissipativen Elementen . . 12
2.5. Skizze Eigenformen Gelenkwellenrohr 15
2.6. Skizze Motorstuckern 16
2.7. Klapper- / Rasselstellen im Getriebe 20
2.8. Relevante Ursachen Getriebeheulen 24
2.9. Skizze typische Gelenkwelle 25

3.1. Skizze Antriebsstrang mit Hinterachsantrieb 33
3.2. Skizze lineares Torsionsschwingungssystem 35
3.3. Skizze raum- und körperfester Koordinatensysteme 36
3.4. Amplitudenabhängigkeit eines Elastomers 43
3.5. Skizze des Maxwell-Modells 45
3.6. Skizze des Zener-Modells 46
3.7. Modellverhalten des Zener-Modells 47
3.8. Zeit-Weg-Verlauf und *Presliding*-Hysterese 50
3.9. *Friction lag* 50
3.10. Simuliertes Reibverhalten mit dem Dahl-Modell 55
3.11. Simuliertes Reibverhalten mit dem LuGre-Modell 56
3.12. Skizze des GMS-Modell 57
3.13. Simuliertes Reibverhalten mit dem GMS-Modell 59
3.14. Harmonische Schwingung 61
3.15. Ergebnisse einer Ordnungsanalyse in Frequenzdarstellung 69
3.16. Ergebnisse einer Ordnungsanalyse in Ordnungsdarstellung 69

4.1. Skizzen der Momenten- und Leistungsverläufe eines Dieselmotors 78
4.2. Abbildungen zum Kurbeltrieb 80
4.3. Skizze des rheologischen Modells zur Abbildung der Motorlager . 84
4.4. Abbildungen zur Kupplung 87
4.5. Kupplungskennlinien 87
4.6. Skizze des Modells der Kupplung für Stufe 3 90
4.7. Schematisches Zugkraftdiagramm eines Fahrzeuges mit 12 Gängen 93
4.8. Verläufe der Verzahnungssteifigkeit 95
4.9. Skizze einer Evolventenverzahnung 96
4.10. Radialkennlinie einer Verzahnung mit Spiel 98
4.11. Parabolische Approximation der Einzelzahnfedersteifigkeit 99
4.12. Skizze Vergleichsstrecken Verzahnungssteifigkeit 100
4.13. Skizze eines Kreuzgelenks 102
4.14. Durch die Gelenkwelle verursachte kinematische Ungleichförmigkeit 103
4.15. Skizzen des Schiebestücks und des Gelenkwellen-Zwischenlagers . 105
4.16. Darstellung des Hinterachsdifferenzials und einer Hypoidverzahnung 111
4.17. Skizze der Achskinematik bei der Einfederung 111
4.18. Typische Reifenkennlinien für einen repräsentativen Reifen 114
4.19. Virtueller Kupplungsprüfstand 119
4.20. Modell des Fahrzeugrahmens mit perspektivisch verzerrten Rädern 120
4.21. Vollfahrzeugmodell mit Rollenprüfstand 121
4.22. Schema der Automatisierung für Triebstranganalysen 123

5.1. Messaufbau am Hydraulikprüfstand 129
5.2. Messergebnisse der quasistatischen Messungen 132
5.3. Ergebnisse der dynamischen Messungen in horizontaler Richtung . 133
5.4. Ergebnisse der dynamischen Messungen in axialer Richtung 134
5.5. Vergleich der Simulationsergebnisse mit der Messung horizontal . 135
5.6. Vergleich der Simulationsergebnisse mit der Messung axial 137
5.7. Dynamische Messergebnisse des Linearprüfstands frequenzabhängig 138
5.8. Dynamische Messergebnisse des Linearprüfstands bei 10 mm . . . 139
5.9. Aufbau des Gelenkwellenprüfstands 139
5.10. Abhängigkeiten der Reibung im Nadellager 141

6.1. Schema des Prüflingstriebstrangs mit Messstellen und Messgrößen 144
6.2. Ordnungsdarstellung der Rotationsbeschleunigung, Motorausgang 148
6.3. Frequenzdarstellung der Rotationsbeschleunigung, Motorausgang . 148
6.4. Ordnungsdarstellung der Rotationsbeschleunigung, Getriebeausgang 149
6.5. Frequenzdarstellung der Rotationsbeschleunigung, Getriebeausgang 149
6.6. Ordnungsdarstellung der Rotationsbeschleunigung, Gelenkwelle . 150
6.7. Frequenzdarstellung der Rotationsbeschleunigung, Gelenkwelle . . 150
6.8. Ordnungsdarstellung der hor. Beschleunigung, Zwischenlager . . . 151
6.9. Frequenzdarstellung der hor. Beschleunigung, Zwischenlager . . . 152

6.10. Ordnungsdarstellung der vert. Beschleunigung, Zwischenlager . . . 152
6.11. Frequenzdarstellung der vert. Beschleunigung, Zwischenlager . . . 153
6.12. Auswertung des ersten Ruckelversuchs 155
6.13. Weitere Auswertungen zum ersten Ruckelversuch 156
6.14. Auswertung des zweiten Ruckelversuchs 157
6.15. Weitere Auswertung zum zweiten Ruckelversuch 157
6.16. Auswertung des Gelenkwellenmoments beim zweiten Ruckelversuch 158
6.17. Variante 1 im Vergleich beim zweiten Ruckelversuch 159
6.18. Variante 2 im Vergleich beim zweiten Ruckelversuch 159
6.19. Variante 3 im Vergleich beim zweiten Ruckelversuch 160

A.1. Mit Rauschen beaufschlagtes Simulationssignal 190
A.2. Amplituden Auswertung des Simulationssignals mit Rauschen . . 190

Tabellenverzeichnis

3.1. Grundelemente in der phänomenologischen Rheologie 45
3.2. Parameter der Anregungen der Beispiele 53
3.3. Parameter der Reibmodelle 54
3.4. Vergleiche der Reibmodelle 59

4.1. Skizze eines Antriebsstrangs mit einer angetriebenen Hinterachse . 73
4.2. Detaillierungsgrade in Stufen für alle Modelle 75
4.3. Definition der Modelldetaillierung nach Schwingungsphänomenen 76
4.4. Detaillierungsstufen der Modelle für den Antrieb 82
4.5. Detaillierungsstufen der Modelle für die Kopplung 88
4.6. Detaillierungsstufen der Modelle für die Übersetzung 97
4.7. Detaillierungsstufen der Modelle für die Übertragung 106
4.8. Detaillierungsstufen der Modelle für die Achse 112
4.9. Detaillierungsstufen der Modelle für die Räder 115

5.1. Messverlauf der quasistatischen Messungen 130
5.2. Messverlauf der dynamischen Messungen 130
5.3. Messverlauf der Reibungsmessungen am Linearprüfstand 136
5.4. Messverlauf der quasistatischen Messungen 140

6.1. Messverlauf von Geschwindigkeitshochläufen am Rollenprüfstand . 146
6.2. Ausgewählte Detaillierungsstufen für die Geschwindigkeitshochläufe 146
6.3. Ausgewählte Detaillierungsstufen für die Ruckelsimulation 155
6.4. Detaillierungsstufen der Modellkomponenten für Ruckeln 158

Literaturverzeichnis

[1] F. Al-Bender. »Fundamentals of friction modelling«. In: *Proceedings of the ASPE Spring Topical Meeting on Control and Precision Systems* (2010), 117–122.

[2] F. Al-Bender, V. Lampaert und J. Swevers. »A novel generic model at asperity level for dry friction force dynamics«. In: *Tribology Letters* 16.1 (2004), 81–93.

[3] F. Al-Bender und J. Swevers. »Characterization of friction force dynamics«. In: *IEEE Control Systems Magazine* 28.6 (2008), 64–81.

[4] A. Albers. »Rupfen – Ursachen und Abhilfe«. In: *6. LuK Kolloquium* (1998), 23–46.

[5] A. Albers und C. Stier. »Analysis of geometrical deviations in clutch systems and their independence in relation to the excitation of judder vibrations«. In: *Automobiles and sustainable mobility (FISITA 2010)* (2010), S. 1736–1745.

[6] M. Albert und H. Köttritsch. *Wälzlager*. Springer, 1987.

[7] J. Altenbach und H. Altenbach. *Einführung in die Kontinuums-Mechanik*. 2. Aufl. Teubner, 2012.

[8] S. L. Altmann. *Rotations, quaternions and double groups*. Clarendon Press, 1986.

[9] H. Amelunxen. »Fahrdynamikmodelle für Echtzeitsimulationen im komfortrelevanten Frequenzbereich«. Diss. Universität Paderborn, 2013.

[10] B. Armstrong-Hélouvry, P. Dupont und C. C. de Wit. »A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction«. In: *Automatica* 30.7 (1994), 1083–1138.

[11] B. S. R. Armstrong und Q. Chen. »The Z-Properties chart«. In: *IEEE Control Systems Magazine* 28.5 (2008), 79–89.

[12] P. Austrell. *Modeling of elasticity and damping for filled elastomers*. Lund University, 1997.

[13] R. v. Basshuysen und F. Schäfer. *Handbuch Verbrennungsmotor – Grundlagen, Komponenten, Systeme, Perspektiven*. 8. Aufl. Springer, 2017.

[14] F. Bauer. »Entwicklung einer Echtzeitumgebung für Fahrzeugregelfunktionen von schweren Nutzfahrzeugen am Beispiel des Elektronischen Bremssystems«. Diss. Universität der Bundeswehr München, 2016.

[15] T. Baumberger. »Physics of Sliding Friction«. In: Hrsg. von B. N. J. Persson und E. Tosatti. Kluwer Academic Publishers, 1996. Kap. Dry friction dynamics at low velocities, 1–26.

[16] M. Bergheim. »Organisch gebundene Kupplungsbeläge – Möglichkeiten und Grenzen«. In: *VDI-Berichte* 1323 (1997), 527–548.

[17] J. Betten. *Kontinuumsmechanik*. Springer-Verlag, 2001.

[18] J. W. Biermann und B. Hagerodt. »Investigation of the clonk phenomenon in vehicle transmissions – measurement, modelling and Simulation«. In: *Proc. Instn Mech. Engrs* 213.K (1999), 53–60.

[19] J. Biermann, A. Reitz und T. Schumacher. »The Clonk Phenomenon – A load change reaction to be balanced in terms of comfort and engine response«. In: *FISITA World Automotive Congress* (2000).

[20] G. W. Blankenship und R. Singh. »A new gear mesh interface dynamic model to predict multi-dimensional force coupling and excitation«. In: *Mech. Mach. Theory* 30.1 (1995), 43–57.

[21] J. R. Blough. »Improving the analysis of operating data on rotating automotive components«. Diss. University of Cincinnati, 1998.

[22] F. P. Bowden und D. Tabor. *The friction and lubrication of solids*. 5. Aufl. Clarendon Press, 2001.

[23] C. Braun. »Prozessichere Integration flexibler Strukturen in SIMPACK Mehrkörpermodelle zur Simulation von LKW-Fahrdynamikmanövern«. Magisterarb. Universität Stuttgart, 2014.

[24] E. Brommundt. »Ein Reibschwinger mir Selbsterregung ohne fallende Reibkennlinie«. In: *Journal of Applied Mathematics and Mechanics (ZAMM)* 75.12 (1995), 811–820.

[25] E. Brommundt und D. Sachau. *Schwingungslehre mit Maschinendynamik*. 2. Aufl. Springer-Verlag, 2014.

[26] T. G. Brosey, R. L. Seaman, C. E. Johnson und R. F. Hamilton. »Effect of transmission design on gear rattle and shiftability«. In: *International Journal of Vehicle Design* 7.1/2 (1986), 45–66.

[27] L. Castellazzi und N. A. A. Tonoli. »A Study on the Role of Powertrain System Dynamics on Vehicle Driveability«. In: *Vehicle System Dynamics, International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility* 55.7 (2017), 1012–1028.

[28] D. Centea, H. Rahnejat und M. Menday. »Non-linear multi-body dynamic analysis for the study of clutch torsional vibrations (judder)«. In: *Applied Mathematical Modelling* 25.3 (2000), 177–192.

[29] D. Centea, H. Rahnejat und M. Menday. »The influence of the interface coefficient of friction upon the propensity to judder in automotive clutches«. In: *Proc. Instn Mech. Engrs* 213.D (1999), 245–258.

[30] Y. Cheng und T. C. Lim. »Dynamics of hypoid gear transmission with nonlinear time-varying mesh characteristics«. In: *Journal of Mechanical Design* 123 (2003), 373–382.

[31] H. Coenenberg. »Drehmomentschwingungen in Kupplungen von Schleppern und Maschinen«. In: *Grundlagen der Landtechnik* 13 (1961), 44–53.

[32] C. A. de Coulomb. *Théorie des machines simples*. Paris, Bachelier, 1821.

[33] A. R. Crowther und N. Zhang. »Torsional finite elements and nonlinear numerical modelling in vehicle powertrain dynamics«. In: *Journal of Sound and Vibration* 284.3 (2005), 825–849.

[34] A. Crowther, N. Zhang, D. K. Liu und J. Jeyakumaran. »A finite element method for dynamic analysis of automatic transmission gear shifting«. In: *Proceedings of the Sixth International Conference on Motion and Vibration Control* 1 (2000), 514–519.

[35] A. Crowther, N. Zhang, D. Liu und J. Jeyakumaran. »Analysis and simulation of clutch engagement judder and stick-slip in automotive powertrain systems«. In: *Proc. Instn Mech. Engrs* 218.D (2004), 1427–1446.

[36] A. Crowther, N. Zhang und R. Singh. »Development of a Clunk Simulation Model for a Rear Wheel Drive Vehicle With Automatic Transmission«. In: *SAE Technical Paper 2005-01-2292* (2005).

[37] M. D. la Cruz, S. Theodossiades und H. Rahnejat. »An investigation of manual transmission drive Rattle«. In: *Proc. Instn Mech. Engrs* 224.K (2009), 167–181.

[38] J. L. R. D'Alembert. *Traité de dynamique*. Chez David Libraire, 1743.

[39] *DIN 3990 - Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern – Einführung und allgemeine Einflußfaktoren*. DIN ISO.

[40] P. R. Dahl. *A solid friction model.* The Aerospace Corporation, 1968.

[41] D. Dowson. »Thin Films in Tribology«. In: Hrsg. von G. Dalmaz, T. H. C. Childs, D. Dowson, M. Godet und C. M. Taylor. Elsevier Science Publishers B. V., 1993. Kap. Thin Films in Tribology, 3–12.

[42] H. Dresig und A. Fidlin. *Schwingungen mechanischer Antriebssysteme – Modellbildung, Berechnung, Analyse, Synthese.* 3. Aufl. Springer VIEWEG, 2014.

[43] H. Dresig und F. Holzweißig. *Maschinendynamik.* 11. Aufl. Springer Viewegg, 2012.

[44] A. Drozdov. *Viscoelastic Structures, Mechanics of Growth and Aging.* Academic Press, 1998.

[45] G. W. Ehrenstein und S. Pongratz. *Beständigkeit von Kunststoffen.* Bd. 1. Hanser Verlag, 2007.

[46] S. Einsle. »Analyse und Modellierung des Reifenübertragungsverhaltens bei transienten und extremen Fahrmanövern«. Diss. TU Dresden, 2010.

[47] A. El-Kafrawy. »Auswirkungen der Reibung im Längenausgleich von Gelenkwellen auf Biegeschwingungen und Lagerkräfte«. Diss. TU Berlin, 1989.

[48] M. T. Emirler u. a. »Modular heavy duty vehicle modelling and user interface development«. In: *International Federation of Automatic Control* 48.15 (2015), 354–360.

[49] L. Euler. »Nova methodus motum corporum rigidorum degerminandi«. In: *Novi Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae* 20 (1776), 208–238.

[50] S. Eulert, S. Klaffke, G. Lührs und F. Martin. »Systemanalyse in der Kfz-Antriebstechnik V : Schwingungen im Getriebe und im Antriebsstrang, NVH-Optimierungen, Systemabstimmungen von Hybridfahrzeugen, akustische Beurteilungen«. In: Hrsg. von A. Laschet. Bd. 100. Renningen : expert-Verl., 2009. Kap. Experimentelle und numerische NVH-Analyse verzahnungsinduzierter Biege- und Torsionsschwingungen am Beispiel einer Hinterachse, 158–173.

[51] J. Fan. »Theoretische und experimentelle Untersuchungen zu Längsschwingungen von Pkw (Ruckeln)«. Diss. TU Braunschweig, 1994.

[52] A. Farshidianfar, M. Ebrahimi, H. Rahnejat und M. T. Menday. »Multibody Dynamics: Monitoring and Simulation Techniques«. In: Hrsg. von H. Rahnejat, M. Ebrahimi und R. Whalley. Bd. II. Professional Engineering Publishing, 2000. Kap. Low-frequency torsional vibration of vehicular driveline systems in shuffle, 269–282.

[53] J. D. Ferry. *Viscoelastic Properties of Polymers*. John Wiley & Sons, 1980.

[54] A. Fidlin und O. Drozdetskaya. »Instabilität der gleitenden Fahrzeugkupplungen«. In: *VDI-Berichte* 2155 (2011), 183–194.

[55] A. Fidlin, O. Drozdetskaya und B. Waltersberger. »On the minimal model for the low frequency wobbling instability of friction discs«. In: *European Journal of Mechanics – A/Solids* 30.5 (2011), 665–672.

[56] R. Fischer, F. Kücükay, G. Jürgens und B. Pollak. *Das Getriebebuch*. Hrsg. von H. List. 2. Aufl. Springer, 2016.

[57] J. Fleischhacker, S. Litter und T. Anstötz. »Environment for automated simulation of variants, demonstrated for the analysis of CO2 emissions using VECTO«. In: *8th Commercial Vehicle Workshop Graz* (2018).

[58] D. J. Fothergil und N. Swierstra. »The Application of Non-linear Displacements Modelling Techniques to an Automotive Driveline for the Investigation of Shunt«. In: *VDI-Berichte* 1007 (1992), 163–179.

[59] J. B. J. Fourier. *Théorie analytique de la chaleur*. Chez Firmin Didot, 1822.

[60] E. Franke. *Reibmomentmessung und -berechnung an Wälzlagern*. Techn. Ber. 231. IMKT, Universität Hannover, 1998.

[61] P. Früh, H. Oest und C. Woernle. »Dynamik von Zahnradgetrieben – Modellbildung und Simulation«. In: *VDI-Berichte* 1968 (2006), 219–234.

[62] E. Gelenkwellen. *Anwendungsrichtlinien und Berechnungsgrundlagen für Kardan-Gelenkwellen nach 0.100, 0.200, 0.300*. Techn. Ber. https://www.elbe-gmbh.de: ELBE Gelenkwellen-Service GmbH, 2017.

[63] K. Gerusel. *Gelenkwellen-Geräusche*. Hrsg. von FVA. Bd. 154. I+II. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., 1993.

[64] H Giesekus. *Phänomenologische Rheologie – Eine Einführung*. Springer-Verlag, 1994.

[65] M. Gipser und G. Hofmann. *FTire – Flexible structure tire model – Modelization and parameter specification*. Techn. Ber. cosin scientific software, 2018.

[66] M. Gnanakumarr, S. Theodossiades, H. Rahnejat und M. Menday. »Impact-induced vibration in vehicular driveline systems: theoretical and experimental investigations«. In: *Proc. Instn Mech. Engrs* 219.K (2005), 1–12.

[67] B. Gross. *Mathematical structure of the theories of viscoelasticity*. Hermann & Cie, 1953.

[68] D. Guicking. *Schwingungen – Theorie und Anwendungen in Mechanik, Akustik, Elektrik und Optik*. Springer Vieweg, 2016.

[69] H. M. und H. Klier. *Kräfte, Momente und deren Ausgleich in der Verbrennungskraftmaschine*. Hrsg. von H. List und A. Pischinger. Bd. 2. Springer Verlag, 1981.

[70] W. Haas. *Grundlehrgang Dichtungstechnik*. Techn. Ber. IMA, Universität Stuttgart, 2016.

[71] D. A. Haessig und B. Friedland. »On the modeling and simulation of friction«. In: *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 113 (1991), 354–362.

[72] A. Hamaekers. »Entkoppelte Hydrolager als Lösung des Zielkonflikts bei der Auslegung von Motorlagern«. In: *Automobil-Industrie* 5 (1985).

[73] A. Harnoy, B. Friedland und S. Cohn. »Modeling and measuring friction effects«. In: *IEEE Control Systems Magazine* 28.6 (2008), 82–91.

[74] J. A. C. Harwood und A. R. Payne. »Stress Softening in Natural Rubber Vulcanizates«. In: *Journal of Applied Polymer Science* 10 (1966), 315–324.

[75] P. Haupt. *Continuum Mechanics and Theory of Materials*. Springer-Verlag, 2002.

[76] P. Haupt. *Viskoelastizität und Plastizität – Thermomechanisch konsistente Materialgleichungen*. Hrsg. von I. Szabó und W. Zander. Springer-Verlag, 1977.

[77] M. K. Heider. »Schwingungsverhalten von Zahnradgetrieben – Beurteilung und Optimierung des Schwingungsverhaltens von Stirnrad- und Planetengetrieben«. Diss. TU München, 2012.

[78] F. Heins. »Simulation eines LKW-Verteilergetriebes zur Abbildung dynamischer Effekte«. Magisterarb. THM Fridberg, 2016.

[79] B. Heißing, M. Ersoy und S. Gies. *Fahrwerkhandbuch, Grundlagen, Fahrdynamik, Komponenten, Systeme, Mechatronik, Perspektiven*. Hrsg. von S. Gies. 3. Vieweg+Teubner Verlag, 2011.

[80] C. Herbst-Dederichs. »Quo vadis Verbrennungsmotor?« In: *MTZ – Motortechnische Zeitschrift* 09 (2017).

[81] B. Herve, J.-J. Sinou, J. Mahe und L. Jezequel. »Analysis of squeal noise and mode coupling instabilities including damping and gyroscopic effects«. In: *European Journal of Mechanics* 27.2 (2008), S. 1.

[82] D. P. Hess und A. Soom. »Friction at a Lubricated Line Contact Operating at Oscillating Sliding Velocities«. In: *Journal of Tribology* 112 (1990), 147–152.

[83] K. Hieronimus. »Rechenmethoden in der Fahrzeugentwicklung«. In: Hrsg. von W. Dirschmid. Bd. 12. VIEWEG & Sohn, 1992. Kap. Anforderungen an Schwingungs- und Akustikberechnungen aus Sicht der Fahrzeugentwicklung, 47–71.

[84] G. Hippmann. »Modellierung von Kontakten komplex geformter Körper in der Mehrkörperdynamik«. Diss. TU Wien, 2004.

[85] P. Höfer. »Dynamische Eigenschaften technischer Gummiwerkstoffe – Experimente, thermomechanische Materialmodellierung & Implementierung in die FEM«. Diss. Universität der Bundeswehr München, 2009.

[86] N. Hoffmann, M. Fischer, R. Allgaier und L. Gaul. »A minimal model for studying properties of the mode-coupling type instability in friction induced oscillations«. In: *Mechanics Research Communications* 29 (2002), 197–205.

[87] A. Hülsmann. »Methodenentwicklung zur virtuellen Auslegung von Lastwechselphanomenen in Pkw«. Diss. Technische Universität München, 2007.

[88] R. P. Jarvis und R. M. Oldershaw. »Clutch judder in automobile drivelines«. In: *Proc. Instn Mech. Engrs* 187.27/73 (1973), 369–379.

[89] M. Jennings. »Managing complex vehicle system simulation models for automotive system development«. In: *Transactions of the ASME* 4 (2004), 372–378.

[90] C. Joachim. »Optimierung des Schaltprozesses bei schweren Nutzfahrzeugen durch adaptive Momentenführung«. Diss. Universität Stuttgart, 2010.

[91] Y. Joshi. »Gear Whine Noise Due to Deformation – A Case Study«. In: *SAE Technical Paper 2017-01-1122* (2017).

[92] P. E. B. Jourdain. »Note on an analogue of Gauss' principle of least constraints«. In: *The Quarterly Journal of Pure and Appl. Math.* XL (1909), 153–197.

[93] H. Kani, J. Miyake und T. Ninomiya. »Analysis of the Friction Surface on Clutch judder«. In: *JSAE Technical Notes* 12.1 (1992), 82–85.

[94] I. Karagiannis, S. Theodossiades und H. Rahnejat. »On the dynamics of lubricated hypoid gears«. In: *Mechanism and Machine Theory* 48 (2012), 94–120.

[95] K. Karagiannis und F. Pfeiffer. »Theoretical and experimental investigations of gear-rattling«. In: *Nonlinear Dynamics* 2.5 (1991), 367–387.

[96] K. Kispert. »Das SU-Lager – ein hochbelastbares Radial- Zylinderrollenlager«. In: *VDI-Z* 123.1/2 (1981), 31–34.

[97] E. Köhler. *Verbrennungsmotoren – Motormechanik, Berechnung und Auslegung des Hubkolbenmotors*. 3. Aufl. Vieweg, 2002.

[98] F. G. Kollmann, T. F. Schösser und R. Angert. *Praktische Maschinenakustik*. Springer, 2006.

[99] A. Konyukhov und K. Schweizerhof. *Computational Contact Mechnics – Geometrically Exact Theory for Arbitrary Shaped Bodies*. Springer, 2013.

[100] K. Koser und F. Pasin. »Torsional vibrations of the drive shafts of mechanisms«. In: *Journal of Sound and Vibration* 199.4 (1997), 559–565.

[101] A. Krawietz. *Materialtheorie – Mathematische Beschreibung des phänomenologischen thermomechanischen Verhaltens*. Springer-Verlag, 1986.

[102] R. A. Krenz. »Vehicle Response to Throttle Tip-In/Tip-Out«. In: *SAE Technical Paper 850967* (1985).

[103] N. I. Kuhn. »Verzahnungsmodellierung zur Abbildung von Schwingungseffekten im Nutzfahrzeuggetriebe«. Magisterarb. Universität der Bundeswehr München, 2015.

[104] V. Lampaert, F. Al-Bender und J. Swevers. »A generalized Maxwell-Slip friction model appropriate for control purposes«. In: *Proceedings of Physics and Control* (2003), 1170–1177.

[105] V. Lampaert, F. Al-Bender und J. Swevers. »Experimental characterization of dry friction at low velocities on a developed tribometer setup for macroscopic measurements«. In: *Tribology Letters* 16.1-2 (2004), 95–105.

[106] C. Lanczos. »An iteration method for the solution of the eigenvalue problem of linear differential and integral operators«. In: *Journal of Research of the National Bureau of Standards* 45.4 (1950), 255–282.

[107] C. Lang, J. Rach und G. Lechner. »Modellierung der Klapper- und Rasselschwingungen in Fahrzeuggetrieben«. In: *VDI-Berichte* 1220 (1995), 577–592.

[108] A. Laschet. *Simulation von Antriebssystemen – Modellbildung der Schwingungssysteme und Beispiele aus der Antriebstechnik*. Bd. 9. Fachberichte Simulation. Springer, 1988.

[109] P. Lau. »Über die Untersuchungen an Gelenkwellen-Längenausgleichen«. In: *IMW – Institutsmitteilung* 34 (2009), 25–32.

[110] A. Lion. *Thermomechanik von Elastomeren – Experimente und Materialtheorie*. Universität Gesamthochschule Kassel, 2000.

[111] S. Litter. »Integration von flexiblen Strukturen in Mehrkörpersysteme – Modellerstellung und automatisierte Selektion von Ansatzfunktionen«. Diss. Universität der Bundeswehr München, 2014.

[112] J. S. P. Liu, N. Remisoski, J. Iqbal und R. Egenolf. »CAE Predictions for Cardan Joint Induced Driveline NVH«. In: *SAE Technical Paper 2017-01-1136* (2017).

[113] H. Loos und F. Laermann. »Simulations and measurements of car drivability phenomena«. In: *Vehicle System Dynamics, International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility* (1992), 401–416.

[114] MAN Truck & Bus AG. *Grundlagen der Nutzfahrzeugtechnik, Lkw und Bus – Lehrbuch der MAN Academy*. 4. Aufl. 2016.

[115] C. W. Macosko. *Rheology: principles, measurements, and applications*. Wiley-VCH, 1994.

[116] K. Magnus, K. Popp und W. Sextro. *Schwingungen - Grundlagen - Modelle - Beispiele*. 10. Aufl. Springer Vieweg, 2016.

[117] B. Mason. »Reconfigurable modelling of physically based systems«. Diss. University of Bradford, 2009.

[118] P. Maucher. »Clutch Chatter«. In: *4th International LuK Symposium* (1990), 109–124.

[119] T. Mauz und U. Fehr. »Fahrzeugmodelle zur Simulation niederfrequenter Schwingungen in einem PKW-Antriebsstrang«. In: *VDI-Berichte* 2197 (2013), 193–207.

[120] G. Mavros. »Tribology and Dynamics of Engine and Powertrain – Fundamentals, Applications and Future Trends«. In: Hrsg. von H. Rahnejat. Woodhead Publishing Limited, 2010. Kap. 23. Contact mechanics of tyre road interactions and its role in vehicle shuffle, 703–734.

[121] I. D. Mayergoyz. *Mathematical Models of Hysteresis*. Hrsg. von Springer-Verlag. 1991.

[122] M. Menday, H. Rahnejat und M. Ebrahimi. »Clonk: an onomatopoeic response in torsional impact of automotive drivelines«. In: *Proc. Instn Mech. Engrs* 213.D (1999), 349–357.

[123] P. Merkel, C. Späth und S. Ott. »Kupplungsmodell zur Bearbeitung der Übertragbarkeit tribologischer Prüfergebnisse von Teilbelag auf Bauteiluntersuchungen«. In: *FVA-Forschungsbericht* 607.Heft-Nr. 1067 (2013), 1–65.

[124] M. Mitschke und H. Wallentowitz. *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. 4. Springer-Verlag, 2004.

[125] G. Mohan, F. Assadian und S. Longo. »An Optimization Framework for Comparative Analysis of Multiple Vehicle Powertrains«. In: *Energies* 6 (2013), 5507–5537.

[126] L Mullins. »Effect of Stretching on the Properties of Rubber«. In: *Rubber Chemistry and Technology* 21 (1948), 281–300.

[127] K. Nagdi. *Gummi Werkstoffe*. Vogel-Verlag, 1981.

[128] U. Neureder und F. Laermann. »Minimierung des Motorstuckerns am Beispiel des Ford Focus«. In: *VDI-Berichte* 1494 (1999), 253–267.

[129] I. Newton. *Philosophia Naturalis Principia Mathematica*. 1687.

[130] G. Niemann und H. Winter. *Maschinenelemente Band 2: Getriebe allgemein, Zahnradgetriebe – Grundlagen, Stirnradgetriebe*. 2. Aufl. Bd. 2. Springer, 2003.

[131] C. Padmanabhan, T. E. Rook und R. Singh. »Modeling of Automotive Gear Rattle Phenomenon: State of the Art«. In: *SAE Technical Paper 951316* (1995).

[132] A. Palmgren. »Neue Untersuchungen über Energieverluste in Wälzlagern«. In: *VDI-Berichte* 20 (1957), 117–121.

[133] A. R. Payne. »Hysteresis in Rubber Valcanizates«. In: *Jour. Polymer Sci.* 48 (1974), 169–196.

[134] H. Peeken und S. Lambertz. »Nichtlineares Materialmodell zur Beschreibung des Spannungs-Dehnungsverhaltens gefüllter Kautschuk-Vulkanisate«. In: *Konstruktion* 46 (1994). Hrsg. von Springer-Verlag, 9–15.

[135] T. Peng. »Coupled multi-body dynamic and vibration analysis of hypoid and bevel geared rotor systems«. Diss. University of Cincinnati, 2010.

[136] M. Pettersson. »Driveline Modeling and Control«. Diss. Linköping University, 1997.

[137] P. Pfeffer und K. Hofer. »Einfaches nichtlineares Modell für Elastomerlager zur Optimierung der Gesamtfahrzeug-Simulation«. In: *ATZ – Automobiltechnische Zeitung* 5 (2002).

[138] T. Philipp, M. Frobenius und T. Resch. »Ganzheitliche Modellierung und NVH-Simulation des Motor-Getriebe-Verbunds unter besonderer Berücksichtigung hochfrequenter Verzahnungsgeräusche«. In: *VDI-Berichte* 2262 (2015), 41–60.

[139] A. Picarelli und M. Dempsey. »Investigating the multibody dynamics of the complete powertrain system«. In: *Proceedings of the 7th Modelica Conference* (2009), 423–433.

[140] M. F. Platten und M. Fitton-Hayward. »Eliminating gear Whine«. In: *Gear Solutions* January (2012), 43–49.

[141] V. L. Popov. *Kontaktmechanik und Reibung*. Springer, 2009.

[142] T. Prajogo. »Experimental study of pre-rolling friction for motion-reversal error compensation on machine tool drive systems«. Diss. KU Leuven, 1999.

[143] T Ranz. »Elementare Materialmodelle der Linearen Viskoelastizität im Zeitbereich«. In: *Beiträge zur Materialtheorie* 5 (2007).

[144] W. Reik, A. Albers und M. Schnurr. »Torsionsschwingungen im Antriebsstrang«. In: *LuK-Kolloquium* (1990).

[145] M. Reiner. *Rheologie in elementarer Darstellung*. Fachbuchverlag, 1972.

[146] A. Reitz, J. Biermann und T. Schumacher. »Systemanalyse in der Kfz-Antriebstechnik. Modellierung, Simulation und Beurteilung von Fahrzeugantrieben«. In: Hrsg. von E. Steinmetz. A. Laschet, 2001. Kap. Lastwechselschwingungen in Kfz-Antriebssträngen – eine Kompromissauslegung zwischen Komfort und Agilität, 25–38.

[147] W. Retting. *Mechanik der Kunststoffe*. Hanser Verlag, 1992.

[148] G. Rill. *TMeasy Documentation*. Techn. Ber. 2015.

[149] G. Rill und T. Schaeffer. *Grundlagen und Methodik der Mehrkörpersimulation*. 2. Aufl. Springer Vieweg, 2014.

[150] N. Roberts, M. Dempsey und A. Picarelli. »Detailed powertrain dynamics modelling in dymola - Modelica«. In: *International Federation of Automatic Control* (2013), 434–439.

[151] G. Rooke, E. A. Chan und P. R. Crossley. »Computer modelling of a vehicle powertrain for drivability development«. In: *IMech report C462/31/035* (1995), 1–9.

[152] F. Röthemeyer und F. Sommer. *Kautschuk Technologie – Werkstoffe Verarbeitung Produkte*. Hanser Verlag, 2001.

[153] J. Ryborz. »Klapper- und Rasselgeräuschverhalten von Pkw- und Nkw-Getrieben«. Diss. Universität Stuttgart, 2003.

[154] *SAE J499 - Surface vehicle standard – Parallel Side Splines for Soft Broached Holes in Fittings*. SAE International, 2014.

[155] SIMPACK A.G. »Dokumentation zu SIMPACK 2018«. In: *Simpack Release* (2018).

[156] Schaeffler. *LuK Kupplungskurs – Einführung in die Kupplungstechnik für PKW und Transporter*. Schaeffler Automotive Aftermarket GmbH & Co. KG, 2015.

[157] W. Schiehlen und P. Eberhard. *Technische Dynamik – Rechnergestützte Modellierung mechanischer Systeme im Maschinen- und Fahrzeugbau*. 4. Aufl. Springer Vieweg, 2014.

[158] F. R. Schwarzl. *Polymermechanik*. Springer-Verlag, 1990.

[159] K. Sedlan. »Experimentelle Ermittlung des thermomechanischen Materialverhaltens von rußgefüllten Laufflächenvulkanisaten«. Magisterarb. Universität Gesamthochschule Kassel, 1996.

[160] H. G. v. Seherr-Thoss, F. Schmelz und E. Aucktor. *Gelenke und Gelenkwellen, Berechnung, Gestaltung, Anwendungen.* Hrsg. von G. Pahl. 2. Aufl. Springer-Verlag, 2002.

[161] A. A. Shabana. *Dynamics of multibody systems.* 3. Aufl. Cambridge University Press, 2005.

[162] V. G. S. Simionatto, H. H. Miyasato und M. D. Junior. »On the Influence of the Clutch Disk Pre-Damper Parameters on Shuffle and Clunk Phenomena in Powertrains«. In: *Proceedings of the XV International Symposium on Dynamic Problems of mechanics* (2013).

[163] R. Singh, H. Xie und R. J. Comparin. »Analysis of automotive neutral gear rattle«. In: *Journal of Sound and Vibration* 131.2 (1989), 177–196.

[164] M. SoltanRezaee, M. Ghazavi und A. Najafi. »Parametric resonances for torsional vibration of excited rotating machineries with nonconstant velocity joints«. In: *Journal of Vibration and Control* (Apr. 2017).

[165] M. Spickenreuther. »Funktionsmodell der Karosserie zur AUslegung des Schwingungskomforts im Gesamtfahrzeug«. Diss. Technische Universität München, 2006.

[166] W. Stamm. »Modellierung und Simulation von Mehrkörpersystemen mit flächigen Reibkontakten«. Diss. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), 2009.

[167] G. Stevens, M. Murtagh, R. Kee, J. Early und R. Douglas. »Development of a vehicle model architecture to improve modeling flexibility«. In: *SAE International Journal of Engines* 10.3 (2017), 1358–1366.

[168] D. Strasser. »Einfluss des Zahnflanken- und Zahnkopfspiels auf die Leerlaufverlustleistung von Zahnradgetrieben«. Diss. Ruhr-Universität Bochum, 2005.

[169] R. Stribeck. »Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit- und Rollenlager; Gleitlager, Rollenlager, Weißmetalllager«. In: *VDI-Berichte* 46.36, 38, 39 (1902), S. 1341–1348, 1432–1438, 1463–1470.

[170] R. Strobl, G. Fruhmann und A. Riepl. »Ganzheitliche Betrachtung des Phaenomens Motorstuckern; virtuelles Fahrbahnprofil, physikalisches Reifenmodell FTire, hybrides Gesamtfahrzeugmodell«. In: *VDI-Berichte* 1791 (2003), 265–280.

[171] J. Swevers, F. Al-Bender, C. G. Ganseman und T. Prajogo. »An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation«. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 45.4 (2000), 675–686.

[172] A. Szadkowski. »Mathematical Model and Computer Simulation of Idle Gear Rattle«. In: *SAE Technical Paper 1991-02-01* (1991), S. 19.

[173] J. Tasche. »Reduzierung gelenkwellenerregter Antriebstrangschwingungen durch MKS-Simulation«. In: *VDI-Berichte* 2077 (2009), 173–182.

[174] S. Theodossiades, M. D. la Cruz und H. Rahnejat. »Prediction of airborne radiated noise from lightly loaded lubricated meshing gear teeth«. In: *Applied Accoustics* 100 (2015), 79–86.

[175] S. Theodossiades, M. Gnanakumarr und H. Rahnejat. »Root cause identification and physics of impact-induced driveline noise in vehicular powertrain systems«. In: *Proc. Instn Mech. Engrs* 219.D (2005), 1303–1319.

[176] S. Theodossiades, M. Gnanakumarr, H. Rahnejat und M. Menday. »Mode identication in impact-induced high-frequency vehicular driveline vibrations using an elasto-multi-body dynamics approach«. In: *Proc. Instn Mech. Engrs* 218.K (2004), 81–94.

[177] A. Tikhomolov. »Analytische, numerische und messtechnische Untersuchung der Dynamik von Fahrzeugkupplungen am Beispiel des Trennproblems«. Diss. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), 2015.

[178] A. V. Tobolsky. *Mechanische Eigenschaften und Struktur von Polymeren.* Hrsg. von M. Hoffmann. Berliner Union Stuttgart, 1967.

[179] E. Topčagić. »Entwicklung eines modularen MKS-Gesamtfahrzeugmodells einer TGX-Sattelzugmaschine mit SIMPACK 9.5«. Magisterarb. HaW München, 2014.

[180] R. Turnbull, O. R. Miknas, M. Mohammadpour und H. Rahnejat. »Combined experimental and flexible multi-body dynamic investigation of high-energy impact-induced driveline vibration«. In: *Proc. Instn Mech. Engrs* 231(1).K (2016), 181–193.

[181] *VDI 2772 - Gelenkwellen und Gelenkwellenstränge mit Kreuzgelenken – Einbaubedingungen für Homokinematik.* VDI.

[182] *VDI 4550 1 - Schwingungsanalysen, Verfahren und Darstellung der Ergebnisse Begriffe und grundlegende Verfahren.* VDI.

[183] S. Vafaei, M. Menday und H. Rahnejat. »Transient high-frequency elasto-acoustic response of a vehicular drivetrain to sudden throttle demand«. In: *Proc. Instn Mech. Engrs* 2015.K (2001), 35–52.

[184] J. Vilsecker, W. Mack, A. Falkner und R. Hanfstingl. »Effects of non-linear modelling of a hydromount in full vehicle simulation«. In: *Int. J. Vehicle Noise and Vibration* 7.2 (2011), 109–128.

[185] C. Walther, A. Riepl und R. Strobl. »Simulationstechnische Ermittlung von Auslegungsparametern zur Reduktion der durch Kardangelenke erregten Antriebsstrangschwingungen eines 4x4-Fahrzeugs«. In: *VDI-Berichte* 1749 (2003), 255–269.

[186] J. Wang, R. Li und X. Peng. »Survey of nonlinear vibration of gear transmission systems«. In: *Appl. Mech. Rev* 56.3 (2003), 309–329.

[187] »Encyclopedia of Tribology«. In: Hrsg. von Q. J. Wang und Y. Chung. Springer US, 2013. Kap. Gear Noise, 1514–1520.

[188] X. Wang und C. G. Robertson. »Strain-induced nonlinearity of filled rubbers«. In: *Phys. Rev. E* 72.3 (2005), 1–9.

[189] C. Weber und K. Banaschek. *Formänderung und Profilrücknahme bei gerade- und schrägverzahnten Strinrädern*. Hrsg. von S. Antriebstechnik. Bd. 11. Vieweg, 1953.

[190] E. A. Wedemeyer. *Automobilschwingungslehre*. Hrsg. von F. Emde. VIEW-EG & Sohn Akt.-Ges., 1930.

[191] D. B. Welbourne. »Fundamental knowledge of gear noise – a survey«. In: *Proc. Noise & Vib. of Eng. and Trans.* (1979), 9–14.

[192] T. Wellmann und K. Govindswamy. »Development of a multi-body systems approach for analysis of launch shudder in rear wheel driven vehicles«. In: *SAE Technical Paper 2009-01-2073* (2009).

[193] T. Wellmann, K. Govindswamy, E. Braun und K. Wolff. »Aspekts of Driveline Integration for Optimized Vehicle NVH Characteristics«. In: *SAE Technical Paper 2007-01-2246* (2007).

[194] T. Wellmann, K. Govindswamy und G. Eisele. »Driveline boom interior noise prediction based on multi body simulation«. In: *SAE Technical Paper 2011-01-1556* (2011).

[195] A. Wendemuth. *Grundlagen der digitalen Signalverarbeitung – Ein mathematischer Zugang*. Springer, 2005.

[196] P. Wetzel. »Aufbau eines Mehrkörpermodells einer Kardanwelle zur Abbildung tribologischer Eigenschaften und Validierung mittels realer Prüfstandsmessungen«. Magisterarb. HTWG Konstanz, 2017.

[197] H. Winter. »„Getriebeeiern“– Rechnerische Simulation gelenkwellenerregter Motorblockschwingungen in Nutzfahrzeugen«. In: *VDI-Berichte* 1285 (1996), 343–358.

[198] S. Wintergerst. »Dreh- und Biegeschwingungen in Kardanwellen«. In: *Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A* 13.5 (1942), 213–217.

[199] K. B. Wipke, M. R. Cuddy und S. D. Burch. »ADVISOR 2.1: A user-friendly advanced powertrain simulation using a combined backward/forward approach«. In: *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 48.6 (1999), 1751–1761.

[200] C. C. de Wit, H. Olsson, K. J. Astrom und P. Lischinsky. »Dynamic friction models and control design«. In: *American Control Conference* (1993), 1920–1926.

[201] C. Woernle. *Mehrkörpersysteme – Eine Einführung in die Kinematik und Dynamik von Systemen starrer Körper*. Springer, 2011.

[202] G. Wu, W. Shi und Z. Chen. »The effect of multi-universal coupling phase on torsional vibration of drive shaft and vibration of vehicle«. In: *SAE Technical Paper 2013-01-1490* (2013).

[203] J. Wu und C. Chen. »Torsional vibration analysis of gear-branched systems by finite element method«. In: *Journal of Sound and Vibration* 240.1 (2001), 159–182.

[204] Y. Xia, J. Pang, C. Hu, C. Zhou und Z. Zhang. »Study on second-order vibration caused by secondary couple of cardan joint for a 4WD Driveline«. In: *Proceedings of SAE-China Congress 2014: Selected Papers* (2014), 345–353.

[205] L. Yang, H. Li, M. Ahmadian und B. Ma. »Analysis of the influence of engine torque excitation on clutch judder«. In: *Journal of Vibration and Control* 23.4 (2015), 645–655.

[206] T. Yonekawa, A. Okada, M. Ehara und T. Ogasawara. »Analysis of drivability on Diesel vehicle«. In: *SAE Technical Paper 840257* (1984).

[207] L. A. Zadeh. »Fuzzy Sets«. In: *Information and Control* 8 (1965), 338–353.

[208] J. Zahradka. »Torsional vibrations of a non-linear driving system with cardan shafts«. In: *Journal of Sound and Vibration* 26.4 (1973), 533–550.

[209] P. Zeller. *Handbuch Fahrzeugakustik – Grundlagen, Auslegung, Berechnung, Versuch*. Vieweg + Teubner, 2009.

A. Anhang

Die in der Ordnungsanalyse verarbeiteten Größen sind Drehbeschleunigungen. An den unterschiedlichen Messstellen im Triebstrang werden dafür Drehzahlmessungen durch diskrete Abtastung mit Inkrementalgebern durchgeführt. Diese Signale sind einem von der Messung, der Messumgebung und der Messtechnik abhängigen Rauschen unterworfen. Zur Erzeugung eines Beschleunigungssignals werden die diskreten Werte numerisch abgeleitet. Die diskrete Abtastung des Drehzahlsignals und das Messrauschen verursachen hohe Signalschwankungen im erzeugten Beschleunigungssignal. Abb. A.1 a) zeigt beispielhaft ein in der Simulation erzeugtes Drehzahlsignal, wie es für die Geschwindigkeitshochläufe berechnet wurde. Dieses Signal wird mit einem normalverteilten weißen Rauschen beaufschlagt, der Energieinhalt des Rauschens ist über dem betrachteten Frequenzband konstant. Die Rauschintensität wird in Anlehnung an das von der Messtechnik zu erwartende Rauschen festgelegt. In Abb. A.1 b) wird die numerische Ableitung des verrauschten Signals dem direkt in der Simulation berechneten Beschleunigungsverlauf gegenübergestellt.

Die erhöhten Amplituden zeigen sich ebenso im Frequenzspektrum, wie in Bild A.2. Um den Effekt der Beschleunigungsspitzen durch die Ableitung der diskreten Verläufe zu verringern, ist es möglich eine Glättung der Messwerte durchzuführen. Da durch die eingeschränkte Modellgenauigkeit aber sowieso eine mit der Frequenz zunehmende Abweichung zwischen Modell und Realität zu erwarten ist, werden für diese Untersuchung die Frequenzinhalte als Ergebnisgröße in den Vordergrund gestellt. Dafür bietet sich die Darstellung im Sonogramm an, da hier die Frequenzen im Fokus stehen und die Beurteilung der Amplituden durch die Farbskala in den Hintergrund rückt. Zur Datenaufbereitung werden die Messverläufe lediglich mit einem Fünftel der Abtastfrequenz über einen Tiefpassfilter vorbereitet.

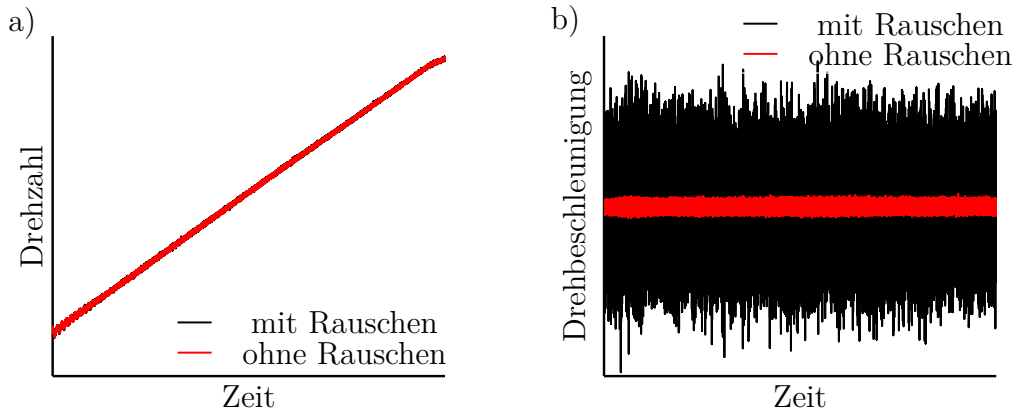


Abbildung A.1.: Vergleich eines Simulationssignals mit einem mit Rauschen beaufschlagtem Simulationssignal: a) Drehzahlsignal, b) numerische Ableitung der Signale

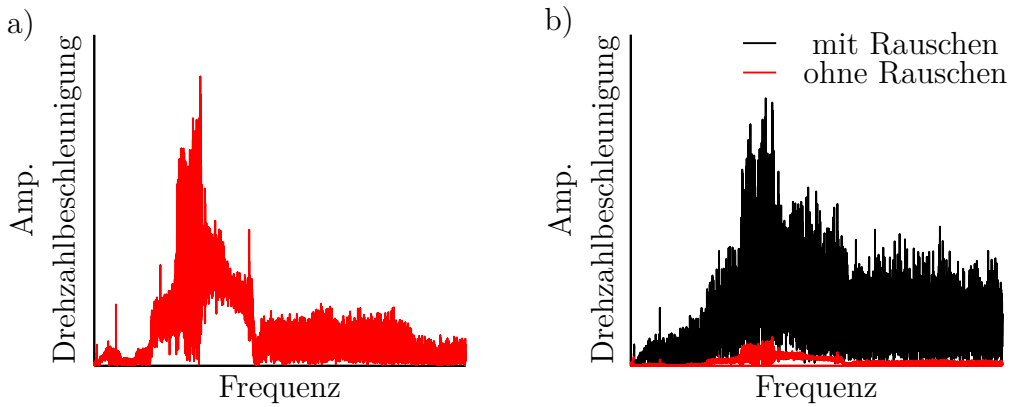


Abbildung A.2.: Amplituden Auswertung des Simulationssignals mit Rauschen: a) Darstellung der Amplitudenauswertung des Simulationssignals ohne Rauschen, b) Vergleich von Simulationssignal und mit Rauschen beaufschlagtem Signal über einen Frequenzausschnitt