

Algorithmen zur Energieregulierung und Kompensation von Erdschluss in vermaschten MVDC-Netzen mit MMC und PFC

Tuan Minh Nguyen

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Elektrische Energiesysteme und
Informationstechnik der Universität der Bundeswehr München zur Erlangung des
akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs
(Dr.-Ing.)

angenommenen Dissertation.

Gutachter 1: Prof. Dr. rer. nat. habil. Claus Hillermeier

Gutachter 2: Prof. Dr. rer. nat. Mathias Richter

Die Dissertation wurde am 05.11.2025 bei der Universität der Bundeswehr München
eingereicht und durch die Fakultät für Elektrische Energiesysteme und Informationstechnik
am 19.01.2026 angenommen. Die mündliche Prüfung fand am 05.02.2026 statt.

Danksagung

Meine Dissertation ist während meiner Tätigkeit an der Universität der Bundeswehr München im Rahmen des Projekts DEFINE am dtec.bw Zentrum entstanden.

Ich möchte mich herzlich bei meinem Betreuer, Herrn Prof. Dr. rer. nat. habil. Claus Hillermeier, für die fachliche Unterstützung, die wertvollen Anregungen und das stets offene Ohr während der gesamten Bearbeitungszeit dieser Arbeit bedanken. Von ihm habe ich insbesondere sowohl in der fachlichen Arbeit als auch darüber hinaus viel gelernt.

Ebenso bedanke ich mich bei Herrn Prof. Dr. rer. nat. Mathias Richter für die Übernahme des Zweitgutachtens.

Mein besonderer Dank gilt auch Prof. Dr.-Ing. Thomas Brückner, dem Projektleiter des DEFINE-Projekts, sowie meinen Kolleginnen und Kollegen, deren Feedback und Zusammenarbeit diese Arbeit bereichert haben – insbesondere Herrn Dr. rer. nat. José-Luis Marqués-Lopez für sein stets offenes Ohr sowie seine zahlreichen hilfreichen Ratschläge. Ich habe die erneute Zusammenarbeit mit Herrn Dr. rer. nat. Marqués-Lopez sehr geschätzt, auch wenn diese Zusammenarbeit nur den Anfang meiner Promotion umfasste.

Darüber hinaus danke ich meiner Familie und meinen Freunden für ihre Geduld, Motivation und Rückendeckung in jeder Phase dieser Arbeit. Ohne ihre unermüdliche Unterstützung und Ermutigung wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen.

Hinweis zur sprachlichen Überarbeitung:

Zur Verbesserung der sprachlichen Klarheit und Lesbarkeit ausgewählter Abschnitte dieser Arbeit wurde ChatGPT als erweitertes Hilfsmittel zur sprachlichen Überarbeitung eingesetzt. Die inhaltlichen Methoden sowie sämtliche wissenschaftlichen Beiträge wurden vollständig und unabhängig vom Autor erarbeitet.

Zusammenfassung

Ziel dieser Dissertation ist die Entwicklung eines neuartigen Regelungskonzepts mit zwei Freiheitsgraden, bestehend aus einer Vorsteuerung und einer Zustandsrückführung, für ein Mittelspannungs-Gleichstromnetz (MVDC). Das betrachtete Netz umfasst ein vermaschtes DC-Netz, das über Modular-Multilevel-Umrichter (engl. Modular Multilevel Converter, MMC) mit mehreren AC-Netzen gekoppelt ist. Aufgrund der vermaschten Struktur müssen Leistungsflussregler (engl. Power Flow Controller, PFC) an geeigneten Positionen integriert werden, um eine vollständige Steuerbarkeit des DC-Netzes sicherzustellen.

Die Dynamik des Gesamtsystems ergibt sich aus der Strom- und Energiedynamik aller Umrichter sowie aus deren Wechselwirkungen mit den angeschlossenen elektrischen Netzen. Die Vorsteuerung berechnet dabei Trajektorien sowie die notwendigen Eingangssignale, um einen schnellen und glatten Übergang zwischen verschiedenen eingeschwungenen Zuständen zu erreichen, ohne unerwünschte Transienten oder Einschwingvorgänge hervorzurufen – auch im Fall bestimmter Fehler. Eine besondere Herausforderung beim Entwurf schneller Trajektorien zu neuen eingeschwungenen Zuständen liegt in den nicht-linearen Termen der Energiekomponenten der MMC und PFC. In dieser Arbeit werden zwei Vorsteuerungsansätze vorgestellt: (i) ein Ansatz, der für den Fall einer minimalen Anzahl von PFC zur Steuerung der Stromdynamik im vermaschten DC-Netz entwickelt wurde; (ii) ein verbesserter Ansatz, der für den Fall einer größeren Anzahl von PFC im vermaschten DC-Netz entwickelt wurde.

Aufgrund der getakteten Schaltvorgänge der MMC und PFC sind die berechneten Eingangssignale idealisiert und unvermeidbar mit Diskretisierungsfehlern behaftet. Zusammen mit äußeren Störungen führt dies dazu, dass die realen Zustandsgrößen von der Solltrajektorie abweichen. Die Zustandsrückführung korrigiert diese Abweichungen und stellt sicher, dass die vorgegebene Trajektorie verfolgt wird.

Das vorgeschlagene Regelungskonzept leistet auch einen neuen Beitrag zur Fehlerbehandlung und bietet eine Lösung für den unterbrechungsfreien Betrieb des Systems, insbesondere im Fall von Pol-zu-Erde-Fehlern, wodurch auf den Einsatz kostenintensiver DC-Leistungsschalter verzichtet werden kann.

Abstract

The objective of this dissertation is the development of a novel two-degree-of-freedom control strategy, consisting of a feedforward controller and a state feedback controller, for a medium-voltage direct current (MVDC) system. The considered system comprises a meshed DC network interconnected with multiple AC networks via Modular Multilevel Converters (MMC). Due to the meshed structure, Power Flow Controllers (PFC) must be integrated at appropriate locations to ensure full controllability of the DC network.

The dynamics of the overall system result from the current and energy dynamics of all converters, as well as from their interactions with the connected electrical networks. The feedforward controller calculates trajectories and the required input signals to achieve

fast and smooth transitions between different steady states without inducing undesired transients or oscillations, even under certain fault conditions. A particular challenge in designing fast trajectories to new steady states lies in the nonlinear terms of the energy components of the MMC and PFC. In this work, two feedforward control approaches are presented: (i) an approach developed for the case of a minimal number of PFC to control the current dynamics in the meshed DC grid; (ii) an improved approach developed for the case of a larger number of PFC in the meshed DC grid.

Due to the switching operation of the MMC and PFC, the calculated input signals are idealized and inevitably subject to discretization errors. Combined with external disturbances, this leads to deviations of the actual state variables from the desired trajectories. The state feedback controller corrects these deviations and ensures that the predetermined trajectories are tightly tracked.

The proposed control concept also makes a new contribution to fault handling and provides a solution for uninterrupted operation of the system, particularly in the event of pole-to-ground faults, thereby eliminating the need for costly DC circuit breakers.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	8
1.1	Motivation	8
1.2	Ziel der Arbeit	9
1.3	Stand der Technik	10
1.4	Wissenschaftliche Beiträge dieser Dissertation	14
1.5	Aufbau der Arbeit	15
2	Die Modellierung und Dynamik des MVDC-Systems	17
2.1	Modell eines Modular-Multilevel-Umrichters	18
2.1.1	MMC-Topologie, hier als AC-DC-Umrichter	18
2.1.2	Dynamik des MMC im ursprünglichen Koordinatensystem	20
2.1.3	Dynamik des MMC im $\alpha\beta 0$ - Koordinatensystem	21
2.2	Modell eines Power-Flow-Controllers	25
2.3	Modell eines MVDC-Netzsystems	28
2.3.1	Die AC-Netze	29
2.3.2	Physikalisches Verhalten im Fall eines Erdschlusses	30
2.3.3	Konfiguration des MVDC-Netzes	31
2.4	Dynamik des gesamten MVDC-Netzsystems	34
2.4.1	Herleitung der Dynamik des MVDC-Netzsystems	34
2.4.2	Zusammenfassung der Dynamik des Gesamtsystems	39
2.5	Numerische Integration der Systemdynamik	40
3	Der eingeschwungene Zustand im MVDC-Netzsystem	42
3.1	Eingeschwungener Zustand ohne Spannungseinspeisung durch PFC	44
3.2	Eingeschwungener Zustand bei Spannungseinspeisung durch einen PFC	47
3.3	Eingeschwungener Zustand bei Spannungseinspeisung durch drei PFC	52
3.4	Herleitung der von den MMC bereitgestellten Eingangsgrößen	53
3.5	Verwendung der AC-Wirk- und -Blindleistungen in der Beschreibung der MMC-Energiebilanz	54
4	Trajektorientwurf für schnellen und glatten Übergang zwischen ein- geschwungenen Zuständen	56
4.1	Motivation der Methode	56
4.2	Anforderungen an den Trajektorientwurf	57
4.3	Grundidee für den Trajektorientwurf	59

4.3.1	Festlegung der Stromgrößen als Entwurfsvariablen zur Energiesteuerung	60
4.3.2	Alternative Entwurfsvariablen für die Wechselstromgrößen	61
4.3.3	Lösungsansatz für den Trajektorienentwurf	62
4.3.3.1	Grundanteil einer Entwurfsvariable	63
4.3.3.2	Pulsbeitrag einer Entwurfsvariable	63
4.3.3.3	Einführung der orthogonalen Basisfunktionen	65
4.3.3.4	Zuordnung der Basisfunktionen	67
4.3.3.5	Erweiterter Lösungsansatz zur präzisen Energiesteuerung	68
4.4	Der Trajektorienentwurf im Erdfehlerfall	70
4.4.1	Bestimmung der unbekanntenen Koeffizienten	70
4.4.2	Energieoszillation beim Übergang	71
4.5	Simulationsergebnisse	73
4.5.1	Aufbau der Simulation	73
4.5.2	Betrachtete Fälle für die Simulation	74
4.5.3	Simulationsergebnisse für Fall 3	76
4.5.4	Simulationsergebnisse für Fall 5	83
4.6	Diskussion der Ergebnisse	85
5	Verbesserte Vorsteuerung zur schnellen Verteilung von Leistungsflüssen im MVDC-Netz	86
5.1	Lösungsansatz für den Trajektorienentwurf	87
5.1.1	Methode zur Steuerung der MMC	87
5.1.2	Verbesserte Methode zur Steuerung der PFC	88
5.2	Trajektorienentwurf im Erdfehlerfall	90
5.3	Simulationsergebnisse	91
5.3.1	Aufbau der Simulation	91
5.3.2	Simulationsergebnisse für Fall 5	92
5.4	Diskussion der Ergebnisse	95
6	Zustandsrückführung zur Kompensation auftretender Abweichungen	96
6.1	Dynamik der Strom- und Energieabweichungen	97
6.2	Zustandsrückführung für die MMC	99
6.2.1	Zustandsrückführung (nach [16]) für MMC1 und MMC2	99
6.2.2	Zustandsrückführung für MMC3	101
6.3	Zustandsrückführung für die PFC	106
6.3.1	Zustandsrückführung für die PFC im unproblematischen Fall . . .	108
6.3.2	Zustandsrückführung für die PFC im problematischen Fall	109
6.4	Simulationsergebnisse	113
6.4.1	Aufbau der Simulation	113
6.4.2	Simulationsergebnisse für Fall 5	114
7	Zusammenfassung und Ausblick	122

A	Berechnung des eingeschwungenen Zustands mit frei wählbaren Zielströmen	125
A.1	Eingeschwungener Zustand bei Spannungseinspeisung durch einen PFC	125
A.2	Eingeschwungener Zustand bei Spannungseinspeisung durch drei PFC	129
B	Ergänzende Herleitungen, Beweise	132
B.1	Herleitung der expliziten Darstellung der DC-Stromdynamik	132
B.2	Bedingungen für die Basisfunktionen	133
B.3	Beweis der Äquivalenz zwischen Strom- und Leistungsformulierung der Übergangsbedingungen	135
B.4	Beweis der Erfüllung der Anforderung 3 in Kap. 5	137
B.5	Herleitung des Gleichungssystems (Kap. 4)	138
B.5.1	Matrixform der Energieänderung	138
B.5.2	Nützliche mathematische Zusammenhänge	143
B.5.3	Beispiel einer linearen Gleichung für die unbekanntes Koeffizienten von MMC2	146
B.6	Herleitung des Gleichungssystems (Kap. 5)	148
B.6.1	Weitere nützliche mathematische Zusammenhänge	148
B.6.2	Beispiel einer linearen Gleichung für die unbekanntes Koeffizienten von MMC2	150
B.7	Alternative Konfiguration des internen DC-Netzes	151
B.8	Optimierung der Eingangskorrekturen zur PFC-Energieregelung	153
C	Zusätzliche Simulation für Kapitel 4	155
C.1	Simulationsergebnisse für Fälle 1, 2, 4	155
C.1.1	Simulationsergebnisse für Fall 1: $i_{cwp}^{(1)} \rightarrow 0$	155
C.1.2	Simulationsergebnisse für Fall 2: $i_{ccwp}^{(1)} \rightarrow 0$	158
C.1.3	Simulationsergebnisse für Fall 4: $i_{rp}^{(3)} \rightarrow 0$	161

Nomenklatur

Symbol	Bedeutung	Einheit
C_{SM}	Submodulkapazität	F
\tilde{i}	Strom-Skalierungsfaktor	A
\tilde{u}	Spannungs-Skalierungsfaktor	V
\tilde{p}	Leistungs-Skalierungsfaktor	W
(ss)	Bezeichnung für eingeschwungenen Zustand	–
i_{DC}	Gleichstrom in DC-Leitung	A
$i_{AC,1/2/3}$	Dreiphasenströme des AC-Netzes	A
$i_{p/n,1/2/3}$	Armströme des MMC	A
$u_{p/n,1/2/3}$	MMC-Armspannung	V
L_e	MMC-Armeninduktivität	H
R_e	MMC-Armenwiderstand	Ω
N_{SM}	Anzahl der Submodule	–
$W_{p/n,1/2/3}$	MMC-Arm-Energie	J
R_{AC}	AC-Leitungswiderstand zu MMC	Ω
L_{AC}	AC-Leitungsinduktivität zu MMC	H
R_{DC}	DC-Leitungswiderstand zu MMC	Ω
L_{DC}	DC-Leitungsinduktivität zu MMC	H
$R_{cw/ccw/r}$	Widerstände der internen DC-Leitungen	Ω
$L_{cw/ccw/r}$	Induktivitäten der internen DC-Leitungen	H
C_{PFC}	Kapazität des Power-Flow-Converters	F
ω_{AC}	Kreisfrequenz des AC-Systems	rad/s
\hat{u}_{AC}	AC-Spannungsamplituden	V
$\varphi_{i,AC}$	AC-Phasenwinkel zwischen Strom und Spannung	rad
$u_{DCp/n}$	DC-Anschlussspannung (p/n) eines MMC	V
$W_{Cp/n}$	PFC-Energie	J
$u_{Cp/n}$	PFC-Kondensatorspannung	V
C_{PFC}	PFC-Kondensatorkapazität	F
$u_{F\alpha}, u_{F\beta}$	Spannungen zwischen benachbarten Leitungen eines PFC	V
t_0	Startzeitpunkt des Übergangs	s
N_{Trans}	Anzahl der Teilübergänge	–
T_s	Dauer eines Teilübergangs	s
$\tilde{\Phi}_{1/2/...}$	Basisfunktionen	–
$(\mathbf{M})_{i,:}$	i -te Zeile der Matrix \mathbf{M}	–
$(\mathbf{M})_{:,j}$	j -te Spalte der Matrix \mathbf{M}	–
$(\mathbf{M})_{i,j}$	Eintrag in Zeile i , Spalte j der Matrix \mathbf{M}	–
$\mathbf{M}_{i \times j}$	Matrix \mathbf{M} hat die Größe $i \times j$	–

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation

Der stetig wachsende Anteil erneuerbarer Energien (z.B. Solar- und Windenergie) ist eine wesentliche Triebkraft der Energiewende. Dadurch verändert sich die Struktur der Stromversorgung grundlegend. Zentrale Großkraftwerke sowie hierarchische Strukturen bilden die Grundlage konventioneller Wechselspannungsnetze (AC). Im Gegensatz dazu erfolgt die regenerative Stromerzeugung zunehmend dezentral. Darüber hinaus führt das Zusammenspiel aus fluktuierender Einspeisung erneuerbarer Energien und der wachsenden Zahl neuartiger Verbraucher, etwa Ladeinfrastrukturen im Bereich der Elektromobilität oder Wasserstoffherstellungsanlagen, zu stark veränderlichen Leistungsflüssen und beeinträchtigt die Netzstabilität. Mit klassischer AC-Technologie lassen sich diese Leistungsflüsse jedoch nur begrenzt beherrschen.

Die gegenwärtigen Wechselspannungsnetze stoßen unter diesen Bedingungen zunehmend an ihre Grenzen. Dadurch entsteht ein erhöhter Bedarf an Flexibilität, Steuerbarkeit und Fehlertoleranz in gegenwärtigen und zukünftigen Energiesystemen [1].

Um diesen Herausforderungen zu begegnen, rücken Mittelspannungs-Gleichstromnetze (MVDC) zunehmend in den Fokus. In der Literatur werden ihnen verschiedene Aufgaben und Funktionen zugeschrieben [2].

- **Erhöhte Übertragungskapazität**, indem bestehende Infrastrukturen besser genutzt und zusätzliche dezentrale Ressourcen dazu integriert werden.
- **Unterstützung neuer Lasten**, wie Wasserstoffproduktion, Schnellladen von Elektrofahrzeugen oder stationären Energiespeichern
- **Kontrollierbare Leistungsflüsse**, die eine zuverlässigere Versorgung ermöglichen und Netzengpässe gezielt verhindern helfen
- **Effizienzsteigerung** des Gesamtsystems, weil Blindleistungsflüsse entfallen und damit die Übertragungsverluste sinken
- **Verknüpfung unterschiedlicher Spannungsebenen** (Nieder- und Hochspannung), die eine umfassende und flexible Netzführung ermöglicht.

Eine Schlüsselrolle in MVDC-Netzen übernehmen die Modular-Multilevel-Umrichter (MMC). Sie ermöglichen eine verlustarme und zugleich flexible Kopplung zwischen Wechsel- und Gleichstrom. Darüber hinaus erzeugen MMC nahezu sinusförmige Spannungen mit geringen Filteranforderungen, lassen sich dank ihrer modularen Struktur einfach skalieren und erlauben eine schnelle sowie präzise Regelung der Strom- und Leistungsflüsse [3, 4]. Damit bilden sie die technologische Grundlage für einen stabilen Betrieb und die Weiterentwicklung von MVDC-Netzen.

Gleichzeitig befinden sich MVDC-Netze noch in einer Entwicklungsphase. Zur Fehlerbehebung kommen bislang vor allem Teillösungen und spezialisierte Komponenten wie teure DC-Leistungsschalter (DC-Breaker), die an jedem Leitungsende installiert sind, zum Einsatz [5–7]. Klassische Strategien im Fehlerfall sind meist konservativ und beruhen häufig auf dem Abschalten betroffener Komponenten oder Teilnetze. Allerdings macht dieses Vorgehen ein schnelles Wiederhochfahren schwierig und kann eine unkontrollierte Kette weiterer Ausfälle in den verbundenen Netzen verursachen.

Nach Sven Marquardt et al. [8] kann eine alternative Methode zur Fehlerbehebung im MVDC-Netz durch die Einführung zusätzlicher Stellglieder wie Power-Flow-Controller (PFC) erreicht werden. Dieses Vorgehen ermöglicht nicht nur eine vollständig elektrische Steuerung des Gesamtsystems im fehlerfreien Betrieb, sondern gewährleistet auch einen kontinuierlichen Netzbetrieb unter bestimmten Fehlerbedingungen. Die PFC ermöglichen eine schnelle Umleitung der Leistungsflüsse in den fehlerfreien Abschnitt des Netzes, sodass der Strom in der fehlerhaften Leitung auf null gebracht werden kann. Anschließend kann diese Leitung durch einen einfachen mechanischen Schalter sicher vom Netz getrennt werden. In Kombination mit geeigneten Regelungsverfahren lässt sich das MVDC-Netz bei hoher Geschwindigkeit gezielt steuern, um die Betriebsstabilität und Robustheit des gesamten Systems signifikant zu erhöhen.

1.2 Ziel der Arbeit

Diese Dissertation leistet einen Forschungsbeitrag zu der Aufgabe, einen Verbund von Wechselspannungs- und Gleichspannungsnetzen auch im Fehlerfall stabil betreiben zu können. Das Gesamtsystem wird in einer zentralisierten Regelungsarchitektur betrieben, wodurch eine koordinierte Leistungsregelung über alle MMC- und PFC-Stationen hinweg ermöglicht wird. Zu diesem Zweck wird beispielhaft ein System aus drei unterschiedlichen Wechselspannungsnetzen betrachtet, die über drei MMC mit einem gemeinsamen MVDC-Netz gekoppelt sind. Der Schwerpunkt der Untersuchung liegt auf der Beherrschung eines Erdschlusses (Pol-zu-Erde-Fehler) – also eines einzelnen Kurzschlusses zwischen Leitung und Erde –, während komplexere Fehlerarten wie Mehrfachkurzschlüsse unberücksichtigt bleiben.

Das Hauptziel der Arbeit besteht darin, eine Zwei-Freiheitsgrade-Regelung zu entwickeln, die eine trajektorienbasierte Vorsteuerung mit einer stabilisierenden Zustandsrückführung kombiniert. Die Vorsteuerung ermöglicht glatte und schnelle Übergänge zwischen eingeschwungenen Zuständen, auch im Falle eines Erdschlusses. Zudem erlaubt sie einen direkten Zugriff auf die in den MMC und PFC gespeicherte Energie. Die Zustandsrückführung stellt sicher, dass alle Zustandsvariablen trotz Diskretisierungs-

fehlern der Stellglieder im System sowie Störungen in den externen Spannungen der gewünschten Trajektorie folgen können.

1.3 Stand der Technik

Belgacem et al. [9]: " Modeling and Control of Multi-Terminal Direct Current with Voltage Margin Control Strategy"(2019)

Die zentralisierte Voltage-Margin-Regelung für Multiterminal-Gleichstrom-Übertragungssysteme (MTDC) mit Spannungsquellenumrichtern (Voltage Source Converters, VSC) wird in diesem Paper behandelt.

Diese Regelung arbeitet nach einem Master-Slave-Prinzip: Die DC-Spannungsregelung erfolgt durch eine Hauptstation (Master), während die anderen Stationen (Slave) im Leistungsregelmodus funktionieren. Um eine klare Rollenverteilung zwischen der Spannungs- und der Leistungsregelung zu gewährleisten, wird zwischen den Spannungsreferenzen der Umrichter ein fester Spannungsabstand, die *Voltage Margin* ΔV_{DC} , festgelegt. Sobald die Hauptstation ihre maximale Leistung erreicht, wird die Spannungsregelung gemäß dem festgelegten Spannungsabstand an eine andere Station übertragen, die dann die DC-Spannung regelt [9].

Die Implementierung erfordert jedoch komplexe Zustandswechsel, vor allem wenn zwei Umrichter gleichzeitig ihre Rollen tauschen und es während dieses Wechsels kurzfristig keine eindeutige Spannungsregelung gibt, was die Stabilität des Systems gefährden kann. Außerdem beruht das Regelkonzept nur auf PI-Reglern.

Rouzbehi et al. [10]: " A Generalized Voltage Droop Strategy for Control of Multiterminal DC Grids"(2015), Raza et al. [11]: " Power Dispatch and Voltage Control in Multiterminal HVDC Systems: A Flexible Approach"(2017), und Ambia et al. [12]: " Adaptive Droop Control of Multi-Terminal HVDC Network for Frequency Regulation and Power Sharing"(2021)

Rouzbehi et al. [10], Raza et al. [11] und Ambia et al. [12] befassen sich mit fortschrittlichen dezentralisierten Regelungsstrategien für VSC-MTDC-Systeme, die auf erweiterten Droop-Regelungskonzepten beruhen.

Die DC-Spannung im Netz wird bei der Voltage-Droop-Regelung von mehreren Umrichtern gemeinsam gesteuert. Jeder Umrichter weist eine P-Regler-Struktur auf, in der eine proportionale Beziehung zwischen der lokalen DC-Spannung und dem eingespeisten Strom besteht. Die Umrichter verringern die Stromabgabe gemäß der Droop-Kennlinie, da ein Anstieg der DC-Spannung einen Energieüberschuss signalisiert. Sinkt die DC-Spannung, wird die Einspeisung erhöht. Die Voltage-Droop-Regelung verursacht keine spannungsbedingten Oszillationen, die bei der Voltage-Margin-Regelmethode auftreten können. Zu den weiteren Vorteilen des dezentralisierten Regelungsansatzes zählen der sehr geringe Kommunikationsaufwand, die hohe Flexibilität und die gute Skalierbarkeit des Netzsystems, jedoch auf Kosten einer geringeren Präzision im Vergleich zu zentralisierten Regelungsmethoden.

Rouzbehi et al. präsentieren ein verallgemeinertes Droop-Konzept (Generalized Voltage Droop, GVD) für MTDC-Netze, bei dem jeder Umrichter auf Basis lokaler DC-Spannungsabweichungen und droop-spezifischer Parameter dezentral seine Leistungsabgabe steuert. Das GVD-Prinzip ermöglicht neben klassischer Droop-Charakteristik auch einen flexiblen und sanften Wechsel zwischen Spannungs- und Leistungsregelung – jeweils ohne direkten Kommunikationsbedarf im laufenden Betrieb. Für eine ganzheitliche Optimierung oder Moduswechsel können jedoch auf Systemebene Kommunikationskanäle zur Parametrierung nötig sein. Insgesamt erhöht das Konzept Robustheit und Anpassungsfähigkeit des Netzes.

Raza et al. bauen auf diesem GVD-Ansatz auf und entwickeln ihn weiter zu einer noch flexibleren, vollständig dezentralen Methodik zur dynamischen Spannungsregelung und optimierten Leistungsverteilung in MTDC-Systemen. Ihr Verfahren erlaubt es jeder Station, auch unter wechselnden Betriebsbedingungen und im Fehlerfall, eigenständig und ohne zusätzliche Hardware oder Kommunikation jeglicher Art – weder im Betrieb noch bei Moduswechsel – die Lasten optimal aufzuteilen und die Spannung stabil zu halten. Der Ansatz wurde sowohl in Simulationen als auch experimentell nachgewiesen.

Ambia et al. gehen einen Schritt weiter und schlagen eine vollständig adaptive Droop-Regelung auf der Basis eines verteilten Konsensus-Algorithmus vor. Dabei werden die Droop-Koeffizienten kontinuierlich und in Echtzeit angepasst. Ermöglicht wird dies durch die Kombination eines frequenzbasierten Konsensusverfahrens mit koordinierter Optimierung. Ziel ist es, gleichzeitig die Erzeugungskosten, Frequenzabweichungen und Umrichterverluste zu minimieren, wobei die Erzeugungskosten mathematisch als quadratische Funktion der Ausgangsleistung jedes dezentralen Generators modelliert werden. Dies erfolgt mithilfe einer Kopplungsgewichtsmatrix, die das Konsensus- mit dem Optimierungsverfahren verknüpft.

Trotz dieser Innovationsschritte beeinflussen alle vorgestellten Droop-Ansätze den in den MMC gespeicherten Energieinhalt nur indirekt über die Spannungsregelung und stützen sich ausschließlich auf PI-Regler.

Shetgaonkar et al. [13]: ” Model predictive control and protection of MMC-based MTDC power systems,”(2023)

In dem Artikel wird die Anwendung einer modellprädiktiven Regelung (Model Predictive Control, MPC) in einem Vierterminal-MTDC-System auf Basis von MMC zur Integration von Offshore-Windenergie untersucht. Die MPC stützt sich auf ein dqz-Modell, in dem Spannungsgrößen im rotierenden dq-Rahmen mit Laguerre-Funktionen dargestellt werden. Dies reduziert die Anzahl der Optimierungsparameter und ermöglicht eine effiziente Online-Berechnung der Eingangsgrößen.

Die Regelstruktur ist hierarchisch angelegt. Sie umfasst eine innere MPC-Schleife zur Regelung der Ausgangs- und Kreisströme sowie eine äußere Schleife, die der Stabilisierung der DC-Link-Spannung dient. Zusätzlich kommt eine netzbildende MPC zum Einsatz, deren Kostenfunktion darauf abzielt, die AC-Spannungsabweichung am PCC (Point of Common Coupling), dem Verbindungspunkt zwischen Umrichter und Wechselspannungsnetz, zu minimieren.

Echtzeit-Windleistungsprofile werden in das Testsystem eingespeist. Simulationsergebnisse zeigen, dass die MPC die Spannung schneller stabilisiert als PI-Regler, wenn die Einspeisung variiert und Störungen im Netz auftreten. Dies geschieht mit kürzeren Einschwingzeiten und geringeren Überschwingungen. Trotz dieser guten Eigenschaften sind zum Schutz vor Kurzschlüssen und Überströmen an beiden Enden der DC-Kabel zwei DC-Leistungsschalter installiert.

Stark et al. [14]: ” Fast Compensation of DC Bus Voltage Drops Using Modular Multilevel Converters”(2019), sowie seine Dissertation [20]: ” Schnelle Energieregulation eines Modulare Multilevel-Umrichters (MMC) für ein gekoppeltes DC-AC-Netz”(2022)

Im Stark et al. [14] wird eine Vorsteuerungsmethode vorgestellt, die einen abrupten DC-Spannungseinbruch (z. B. 25 % Abfall) innerhalb einer definierten Übergangszeit von $T_s < 10$ ms kompensiert, indem die in den Submodulkondensatoren gespeicherte Energie gezielt genutzt wird. Zunächst wird der DC-Strom durch eine vordefinierte, glatte Verlaufskomponente mit einem zusätzlichen Pulsanteil beschrieben, dessen Amplitude aus einer quadratischen Gleichung zur Steuerung der Gesamtenergie des MMC bestimmt wird. Parallel dazu werden die internen Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ als Linearkombination orthogonaler Basisfunktionen dargestellt, wodurch nichtlineare Kopplungen weitgehend in lineare Gleichungssysteme überführt und in wenigen Iterationsschritten gelöst werden können. Die Amplituden der Pulsanteile ermöglichen dabei die gezielte Steuerung der MMC-Armenergien an die vorgegebenen Sollwerte, damit eine symmetrische Energieverteilung zwischen den MMC-Armen sichergestellt wird. Die Eingangsgrößen - die MMC-Armspannungen - werden aus den berechneten Stromtrajektorien abgeleitet. Während des gesamten Übergangs bleiben die AC-Ströme unverändert.

Seine Dissertation [20] ist etwas weitergehend. Trotzdem bleiben die Untersuchungen in [14, 20] jedoch auf ein einzelnes MMC beschränkt und blenden mögliche Wechselwirkungen in komplexeren DC-Netzen aus.

Sven Marquardt et al. [8]: ” Fault Management in Meshed MVDC Grids Enabling Uninterrupted Operation”(2023)

Das vorgestellte Konzept basiert auf einem innovativen Fehlermanagement für vermaschte MVDC-Netze. Anstelle herkömmlicher DC-Leistungsschalter werden PFC eingesetzt, die den Fehlerstrom gezielt in den fehlerfreien Abschnitt des Netzes umleiten. Dadurch kann die fehlerhafte, bereits stromlose Leitung anschließend mit einfachen Trenn- und Erdungsschaltern sicher getrennt werden. Auf diese Weise kann ein unterbrechungsfreier Betrieb im Fall eines Pol-zu-Erde-Fehlers aufrechterhalten werden.

Die Arbeit konzentriert sich jedoch auf eine realistische Modellierung der Kabel, die frequenz- und verlustabhängig ist und die Schirmstrom-Kopplung berücksichtigt. Da die Studie das Schutzverfahren in erster Linie validiert, werden MMC als idealisierte Quellen mit begrenzter Dynamik beschrieben. Es wird auch kein koordiniertes Regelungskonzept für die Umrichter entwickelt, was die Übertragbarkeit auf reale Netze einschränkt.

Kamana et al. [15]: ” Positioning and control of power-flow controllers in meshed MVDC grids”(2023)

Der Artikel analysiert die Positionierung und Regelstrategie von PFC innerhalb vermaschter MVDC-Netze. Eine umfassende dynamische Steuerbarkeit der Stromflüsse im gesamten Netz, die Minimierung der Schaltverluste sowie die Effizienzsteigerung der leistungselektronischen Komponenten werden als Ziele genannt.

Als Steuerungsstruktur wird eine Regelung mit zwei unabhängigen PI-Reglern vorgeschlagen: Während ein PI-Regler die direkte Stromregelung übernimmt, sorgt der andere dafür, dass die Kondensatorspannung des PFC geregelt und ein Energieausgleich innerhalb des PFC-Stellglieds gewährleistet wird.

Im vermaschten MVDC-Netzwerk wird die Analyse auf den eingeschwungenen Zustand begrenzt; Übergänge zwischen verschiedenen eingeschwungenen Zuständen werden nicht betrachtet. Das Beispielnetz aus [8] wird hierfür genutzt. Zwei PFC-Platzierungsstrategien werden verglichen: (1) extern – direkt an Netzaußenknoten und in der Nähe der Umrichter, was optimale Steuerbarkeit und geringe technische Anforderungen bei niedrigen Betriebsspannungen ermöglicht; und (2) intern – an Netzzinnenknoten, was mehr Flexibilität zur Fehlerbehandlung erlaubt, jedoch mit erhöhter Komplexität und deutlich höherem Spannungsbedarf verbunden ist.

Der Artikel zeigt außerdem, dass in beiden oben genannten MVDC-Netzkonfigurationen verschiedene problematische Szenarien in einem eingeschwungenen Zustand auftreten können, in denen eine vollständige Steuerbarkeit des MVDC-Netzes mit PI-Reglern nur schwer erreichbar ist.

Weiterführende Analysen des Autors dieser Dissertation belegen, dass dieses Problem nicht nur im eingeschwungenen Zustand, sondern auch während des Übergangs zwischen verschiedenen eingeschwungenen Zuständen auftreten kann. Das in dieser Arbeit vorgestellte Regelungskonzept adressiert insbesondere das letztgenannte Problem.

Goldhahn et al. [16]: ” Optimal Steady State Design and Feedback Control in a Modular Multilevel Converter”(2024)

Dieses Paper präsentiert eine Methode zur Optimierung der MMC-Betriebspunkte mit dem Ziel, die Energieoszillationen zu reduzieren. Alle internen Freiheitsgrade (Kreisströme und Gleichtaktspannung) werden dabei genutzt, was zu einer Reduzierung der Oszillationen um bis zu 75 % führt.

Eine dreistufige Zustandsrückführung auf verschiedenen Zeitskalen ermöglicht eine effektive Kompensation von Abweichungen. Aus den Resultaten der Simulation geht hervor, dass dieser Ansatz auch bei gravierenden Störungen der externen Spannungen sowie größeren DC-Einbrüchen stabil bleibt und eine höhere Störrobustheit aufweist als einfache PI-Regelkreise.

Die Untersuchung bezieht sich allerdings nur auf ein einzelnes MMC, wodurch potenzielle Netzinteraktionen unberücksichtigt bleiben.

1.4 Wissenschaftliche Beiträge dieser Dissertation

Die wissenschaftlichen Hauptbeiträge dieser Dissertation sind wie folgt:

- Zwei Verfahren zum schnellen Trajektorienentwurf für das MVDC-Netzsystem, die auch im Fall eines Erdschlusses einsetzbar sind.

Obwohl die Grundidee des Trajektorienentwurfs erstmals in [14] vorgestellt wurde, ist sie aufgrund der neuen Anforderungen des vermaschten MVDC-Systems nicht direkt anwendbar und musste daher erweitert werden. Zudem kann, abhängig von der Konfiguration des DC-Netzes mit unterschiedlicher Anzahl an PFC, eines der beiden Verfahren eingesetzt werden, um die bestmögliche Leistung zu erreichen.

- Eine Zustandsrückführung für die MMC, wobei die Energie eines MMC über das gekoppelte AC-Netz zur Trajektorienverfolgung geregelt wird.

Das Konzept der Zustandsrückführung für einen einzelnen MMC zur Trajektorienverfolgung wird in Goldhahn et al. [16] vorgestellt, wobei die MMC-Energie über das gekoppelte DC-Netz geregelt wird. In einem MVDC-Netzsystem mit mehreren MMC muss jedoch mindestens eine MMC-Energie über das gekoppelte AC-Netz geregelt werden. Dieser Aspekt wird in dieser Arbeit behandelt.

- Zwei Zustandsrückführungen für die PFC zur Trajektorienverfolgung.

Der Übergang zwischen verschiedenen eingeschwungenen Zuständen stellt eine herausfordernde Aufgabe für die Regelung dar. Es gibt Szenarien, in denen eine direkte Zuordnung der Eingangs- und Regelgrößen, insbesondere im Hinblick auf die Regelung der PFC, zu bestimmten Zeitpunkten während des Übergangs nicht möglich ist. Daher besteht die Notwendigkeit, zwei verschiedene Rückführungen für die PFC einzuführen, zwischen denen mithilfe eines Toleranzbandes gewechselt werden kann, sodass das System die Trajektorie zuverlässig verfolgen kann.

Diese Ergebnisse werden größtenteils in folgenden Publikationen präsentiert:

Nguyen et al. [17]: "Method for Creating Fast Controlled Transitions within Multilevel Converter-Based DC Grids" (2023) und [18]: "Improved Open-Loop Control for Rapid Power Flow Redistribution in Meshed MVDC Grids in Response to Ground Faults" (2025)

In der eigenen Arbeit [17] wurde eine Methode vorgestellt, mit der sich die Trajektorie für schnelle und gleichzeitig glatte Übergänge zwischen eingeschwungenen Zuständen in vermaschten DC-Netzen berechnen lässt. Die Untersuchung basiert auf einer Konfiguration des MVDC-Netzes, die auf der in [8] entwickelten Konfiguration aufbaut, jedoch mit einer minimalen Anzahl von PFC für die Steuerung der Stromdynamik ausgestattet ist. Dadurch ist die Anzahl der zu steuernden Variablen größer als die Anzahl der Eingangsgrößen, was die Regelaufgabe besonders anspruchsvoll macht. Um dieses Problem zu lösen, wurde eine Vorsteuerung entwickelt, die durch das in [14] vorgestellte Verfahren inspiriert ist. Die Stromverläufe bestehen aus S-förmigen Funktionen sowie Pulsbeiträgen, um die Energie aller Umrichter im System gezielt zu steuern. Auf diese

Weise lassen sich die Endenergien exakt vorgeben. Der Übergang verläuft so glatt, dass keine unerwünschten Transienten oder Einschwingvorgänge angeregt werden.

Darauf aufbauend wurde der Ansatz in [18] deutlich erweitert. Durch die Integration eines zusätzlichen PFC pro Netzring erhöht sich die Anzahl der Eingangsgrößen für die Steuerung der Systemdynamik, was eine verbesserte Strategie ermöglicht, bei der alle von den PFC bereitgestellten Eingangsgrößen koordiniert zur Energieregulierung genutzt werden können. Auf diese Weise lassen sich Fehlerströme bei Erdschlüssen gezielt auf null reduzieren – und das ohne den Einsatz von DC-Leistungsschaltern. Gleichzeitig verkürzt sich die Übergangszeit signifikant, während die Oszillationen der PFC-Kondensatorspannungen deutlich reduziert werden. Darüber hinaus wird auch die gleichzeitige Steuerung von Wirk- und Blindleistung auf der AC-Seite der MMC ermöglicht.

In beiden Beiträgen werden die Eingangsgrößen direkt aus den berechneten Trajektorien abgeleitet, sodass die Systemdynamik entlang dieser Vorgaben gezielt angetrieben wird.

Nguyen et al. [19]: ” Handling Ground Faults in Meshed MVDC Grids by Fast Redistribution of Power Flow”(2025)

Diese eigene Arbeit adressiert gezielt das Management von Erdschlüssen in MVDC-Netzen. Aufbauend auf [17, 18] wurde die Vorsteuerung um eine Zustandsrückführung erweitert, die teilweise durch [16] inspiriert ist.

Die Zustandsrückführung kompensiert Abweichungen, die aus Diskretisierungsfehlern und zufälligen Störungen externer Spannungen resultieren, und wirkt auf zwei Zeitebenen: kurzfristig auf die Ströme und mittelfristig auf die Energien. Simulationsergebnisse zeigen, dass alle relevanten Zustandsvariablen eng an ihren Solltrajektorien gehalten werden.

1.5 Aufbau der Arbeit

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in sieben Kapitel:

Kapitel 1 gibt einen Überblick über die Motivation, den Stand der Technik sowie die Zielsetzung der Arbeit.

Kapitel 2 stellt die Modellierung und Dynamik des MVDC-Systems vor, das als Grundlage der Arbeit dient. Darüber hinaus werden das physikalische Verhalten eines einzelnen Erdschlusses (Pol-zu-Erde-Fehler) sowie die zugrunde gelegten Annahmen für die AC-Netze diskutiert. Dadurch wird die Basis für eine unterbrechungsfreie Betriebsführung im Fall eines einzelnen Erdschlusses geschaffen.

Kapitel 3 widmet sich der Berechnung des eingeschwungenen Zustands des MVDC-Netzsystems sowohl im Normalbetrieb als auch im fehlerbehafteten Betrieb. Aufgrund der hohen Anzahl an Zustandsvariablen und der nichtlinearen Gleichungen ist dieses

Verfahren nicht trivial, insbesondere da vielfältige Szenarien der eingeschwungenen Zustände berücksichtigt werden müssen.

Kapitel 4 stellt die erste Vorsteuerungsmethode vor, die auch im Fall eines einzelnen Erdschlusses anwendbar ist. Es werden drei Anforderungen an den Trajektorienentwurf formuliert, um eine präzise Steuerung von Strömen und Energien ohne nachfolgende Transienten oder Einschwingvorgänge zu gewährleisten. Abschließend wird aufgezeigt, wie die Eingangssignale abgeleitet werden, mit denen eine solche Trajektorie erzeugt werden kann.

Kapitel 5 führt eine verbesserte Vorsteuerung ein, die die von den PFC bereitgestellten Eingangsgrößen ausgewogen nutzt. So wird eine bessere Steuerung der Stromverteilung und der Energien der PFC möglich, was zu einer wesentlichen Reduzierung der Übergangsdauer und der Belastung der PFC führt. Zugleich erfüllt die Methode die in Kapitel 4 definierten Anforderungen und ist auch für den Fall eines einzelnen Erdschlusses anwendbar.

Kapitel 6 behandelt die stabilisierende Zustandsrückführung zur Verfolgung der skizzierten Trajektorien. Die Hauptursachen für Abweichungen von der Trajektorie sind Diskretisierungsfehler der Stellglieder im System und zufällige Störungen in den externen Spannungsquellen.

Kapitel 7 fasst die Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick auf mögliche zukünftige Forschungsarbeiten.

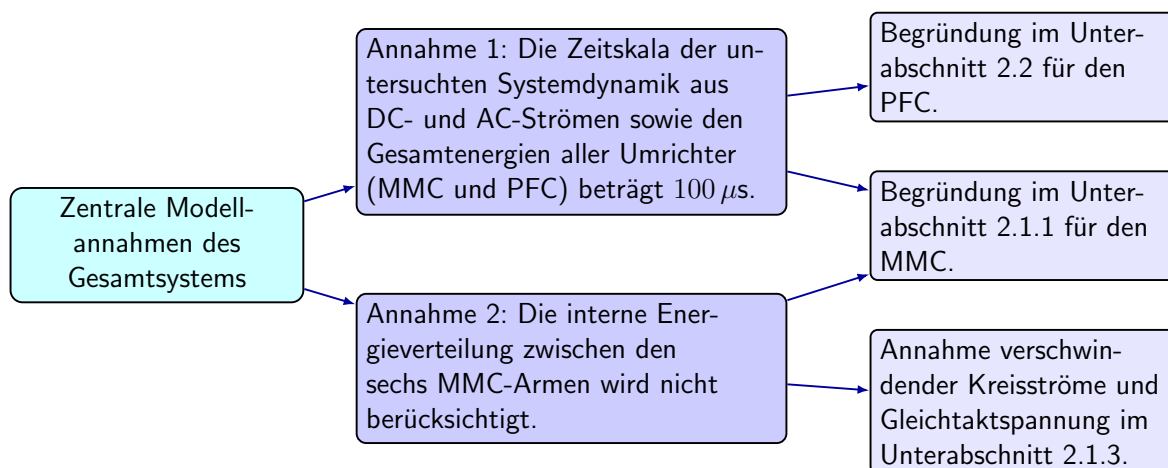
Kapitel 2

Die Modellierung und Dynamik des MVDC-Systems

In diesem Kapitel wird ein Überblick über die Konfiguration des Mittelspannungs-Gleichstromnetzsystems (MVDC-Netzsystem) gegeben, das die Grundlage dieser Arbeit bildet. Unter einem MVDC-Netzsystem wird hier ein Verbund verstanden, der sowohl aus einem internen Gleichstromnetz (DC-Netz) als auch aus den angeschlossenen Wechselstromnetzen (AC-Netze) besteht. Die Kopplung zwischen dem inneren DC-Netz und den äußeren AC-Netzen wird mittels Modularer Multilevel-Umrichter (MMC) realisiert. Außerdem verfügt das innere DC-Netz über mehrere Power-Flow-Controller (PFC), um die Leistungsflüsse besser steuern zu können.

Zunächst wird die Modellierung eines einzelnen MMC dargestellt, gefolgt von der Modellierung eines PFC. Auf dieser Grundlage wird anschließend die Netzstruktur des gesamten MVDC-Systems entwickelt, die die gekoppelten AC-Netze sowie die internen DC-Netze umfasst. Die daraus resultierenden Differentialgleichungen bilden die Grundlage für die nachfolgende Regelungsanalyse und erfassen sämtliche Zustands- und Eingangsgrößen.

Zur besseren Übersicht zeigt die folgende Abbildung eine grafische Zusammenfassung der zentralen Modellannahmen, die in den entsprechenden Abschnitten genauer erläutert werden.



mit einer externen Spannungsquelle $u_{AC,1/2/3}$ verbunden, die die von außen vorgegebene Betriebsspannung implementiert. Die konstante Netzfrequenz wird mit ω_{AC} bezeichnet.

Auf der DC-Seite fließt der Strom über eine positive und eine negative Leitung, die durch L_{DC} und R_{DC} modelliert werden. Am Ende dieser Leitungen befinden sich die Anschlusspunkte zum internen DC-Netz, das in Abschnitt 2.3.3 vorgestellt wird. Zur Erhöhung der Betriebssicherheit sind kurz vor diesen Punkten zwei große Schutzwiderstände $R_{gro\beta}$ installiert. Sie dienen als Schutzmaßnahme im Falle eines Erdfehlers und werden im Abschnitt 2.3.2 näher erläutert. Die gegen Erde gemessenen Gleichspannungen entlang der Schutzwiderstände $R_{gro\beta}$ werden mit u_{DCp} bzw. u_{DCn} bezeichnet.

Im Wechselrichterbetrieb werden die Ströme $i_{AC,1/2/3}$ eingespeist, woraus der Gleichstrom i_{DC} resultiert. Der MMC besteht aus drei Phasen, jeweils mit einem oberen und einem unteren Arm. Jeder Arm $j = p1, p2, p3, n1, n2, n3$ enthält N_{SM} Submodule (SM) in Reihe sowie eine Drossel L_e , die stromglättend wirkt und Stromanstiege begrenzt. Die kleinen Widerstände der Schalter in den Submodulen sowie der internen Leitungen wird durch den internen Widerstand R_e repräsentiert.

Je nach Anwendung werden Halbbrücken- oder Vollbrücken-Submodule (SM) eingesetzt. In Vollbrücken-SM (vgl. Abbildung 2.1) besteht jedes Submodul aus einem Kondensator C , dessen Spannung als u_C bezeichnet wird, und vier Schalter S_1, S_2, S_3, S_4 . Durch geeignete Schaltvorgänge dieser vier Schalter kann die Submodulspannung u_{SM} Werte aus $\{-u_C, 0, +u_C\}$ annehmen. Der Schaltzustand des k -ten Submoduls im j -ten Arm wird dabei als $s_j^{(k)} \in \{-1, 0, +1\}$ (mit $k = 1, \dots, N_{SM}$) als Submodulindex innerhalb jedes Arms definiert, wobei seine Submodulspannung wie folgt beschrieben wird:

$$u_{SM,j}^{(k)} = s_j^{(k)} \cdot u_{C,j}^{(k)} \quad (2.1)$$

Die Regelung des MMC kann in zwei zeitlich unterschiedlichen Ebenen betrachtet werden:

- **Zeitskala wenige Mikrosekunden:**

Da die Anzahl der Submodule endlich ist, kann eine beliebige Armspannung nicht exakt dargestellt werden. Gleichzeitig müssen die Kondensatorspannungen aller Submodule innerhalb eines Toleranzbandes gehalten werden. Zu diesem Zweck berechnet die Schaltlogik die Schaltzustände der Submodule auf Basis der vorgegebenen Armströme und Zielspannungen. Dies erfolgt mithilfe von Selektions- und Sortieralgorithmen, wie in [22] beschrieben.

- **Zeitskala 100 μ s:** Auf dieser Ebene können alle Submodule eines Arms näherungsweise als steuerbare Spannungsquellen $u_{p/n,1/2/3}$ betrachtet werden, wie in Abbildung 2.2 dargestellt ist. Die Dynamik des MMC wird durch sechs Armstromkomponenten beschrieben (tatsächlich sind aufgrund der Sternschaltung der AC-Phasen nur fünf von ihnen unabhängig) und sechs Armenergiekomponenten. Diese Dynamik wird effektiv durch die sechs Armspannungen $u_{p/n,1/2/3}$ angetrieben.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Systemdynamik des MMC ausschließlich unter Berücksichtigung der AC- und DC-Ströme – also der externen Ströme jedes MMC – beschrieben. Der Analysefokus liegt somit auf der Regelung der Leistungsflüsse im

MVDC-Netz, in dem der MMC als Bestandteil des Gesamtsystems fungiert. Die interne Energieverteilung zwischen den MMC-Armen beruht auf internen Variablen des MMC – insbesondere den Kreisströmen und der Gleichtaktspannung –, die maßgeblich für den Energieausgleich innerhalb des MMC sind [16, 24]. Die Kreisströme können von außen, d. h. auf den AC- und DC-Netzseiten, nicht direkt erfasst oder beeinflusst werden. Die Gleichtaktspannung ist von außen messbar, spielt aber für die Regelung der externen Leistungsflüsse keine Rolle [16]. Daher kann die Energieausgleichsregelung zwischen den MMC-Armen von der Regelung der netzseitigen Größen entkoppelt betrachtet werden und wird in dieser Arbeit nicht berücksichtigt.

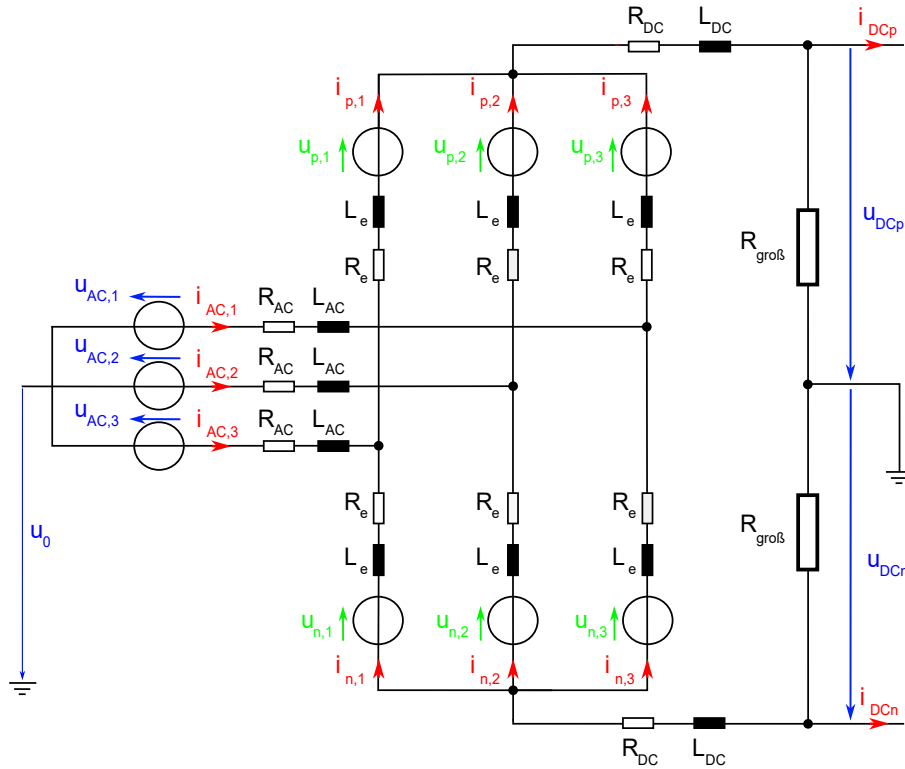


Abbildung 2.2: Effektive Struktur eines MMC mit Annahme aller Submodule eines Arms als eine steuerbare Spannungsquelle

2.1.2 Strom- und Energiedynamik des MMC im ursprünglichen Koordinatensystem

Zur Herleitung der Energiedynamik des MMC wird zunächst die dynamische Gleichung für die Kondensatorspannung eines Submoduls mit dem Submodulindex k in einem MMC-Arm mit dem Armindex j betrachtet. Sie lautet wie folgt:

$$\frac{d}{dt}u_{C,j}^{(k)} = \frac{1}{C}s_j^{(k)}i_j,$$

wobei angenommen wird, dass alle Submodule die gleiche Kapazität C besitzen. Dabei bezeichnet $j = p1, p2, p3, n1, n2, n3$ den Index der MMC-Arme und $k = 1, \dots, N_{SM}$

den Index der Submodule. Jedes Submodul speichert, wenn es auf eine Spannung $u_{C,j}^{(k)}$ aufgeladen ist, eine Energie von $W_j^{(k)} = \frac{C}{2} \left(u_{C,j}^{(k)}\right)^2$. Daraus ergibt sich die Gesamtenergie W_j , die in jedem der sechs MMC-Arme gespeichert ist, als Summe der Energien aller Submodule dieses Arms:

$$W_j = \sum_{k=1}^{N_{SM}} W_j^{(k)} = \frac{C}{2} \sum_{k=1}^{N_{SM}} \left(u_{C,j}^{(k)}\right)^2.$$

Durch Differenzieren der Armenergie W_j und Einsetzen der obigen Gleichungen ergeben sich schließlich sechs Bewegungsgleichungen für die Energiedynamik der sechs MMC-Arme wie folgt (mit $j = p1, p2, p3, n1, n2, n3$):

$$\frac{d}{dt}W_j = C \sum_{k=1}^{N_{SM}} u_{C,j}^{(k)} \frac{d}{dt}u_{C,j}^{(k)} = i_j \sum_{k=1}^{N_{SM}} s_j^{(k)} u_{C,j}^{(k)} \stackrel{(2.1)}{=} i_j \sum_{k=1}^{N_{SM}} u_{SM,j}^{(k)} = i_j u_j, \quad (2.2)$$

Die Stromdynamik des MMC lässt sich durch Anwendung der Kirschoffs Maschenregel auf die Maschen von der linken Erdung über die MMC-Arme zur rechten Seite herleiten (vgl. Abbildung 2.2). Dies führt zu sechs differentiellen Gleichungen:

$$\begin{aligned} & - (u_{AC,1/2/3} + u_0) + \left(R_{AC} + L_{AC} \frac{d}{dt} \right) i_{AC,1/2/3} \\ & + \left(R_e + L_e \frac{d}{dt} \right) \begin{pmatrix} i_{p,1} \\ i_{p,2} \\ i_{p,3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{p,1} \\ u_{p,2} \\ u_{p,3} \end{pmatrix} + \left(R_{DC} + L_{DC} \frac{d}{dt} \right) i_{DC} + u_{DCp} = 0, \\ & - (u_{AC,1/2/3} + u_0) + \left(R_{AC} + L_{AC} \frac{d}{dt} \right) i_{AC,1/2/3} \\ & - \left(R_e + L_e \frac{d}{dt} \right) \begin{pmatrix} i_{n,1} \\ i_{n,2} \\ i_{n,3} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u_{n,1} \\ u_{n,2} \\ u_{n,3} \end{pmatrix} - \left(R_{DC} + L_{DC} \frac{d}{dt} \right) i_{DC} - u_{DCn} = 0. \end{aligned} \quad (2.3)$$

In den Gleichungen (2.2) und (2.3) fungieren die MMC-Armspannungen $u_{p,1/2/3}$ und $u_{n,1/2/3}$ als treibende Eingangsgrößen, welche die Energie- und Stromdynamik des MMC bestimmen. Weitere Zusammenhänge zwischen den Stromkomponenten werden im Folgenden näher erläutert.

2.1.3 Strom- und Energiedynamik des MMC im $\alpha\beta 0$ - Koordinatensystem

In diesem Abschnitt wird die Methode zur Entkopplung der Stromdynamikkomponenten vorgestellt, wie sie in [23] angewendet wurde. Dabei erfolgt eine Transformation der Stromgrößen in ein neues Koordinatensystem mit Σ/Δ -Komponenten im $\alpha\beta 0$ -Rahmen. Die entsprechende Herleitung wird zudem ausführlich in [25] beschrieben, wird jedoch im Folgenden der Vollständigkeit halber dargestellt.

Zuerst werden die Summenströme $i_{e,1/2/3}$ als Mittelwerte der Armströme in den einzelnen Phasen des MMC definiert:

$$i_{e,j} = \frac{i_{p,j} + i_{n,j}}{2}, \quad \text{für } j = 1, 2, 3.$$

Da das AC-Netz in Sternschaltung ausgeführt ist, gilt für die Summe der drei AC-Ströme $i_{AC,1/2/3}$: $i_{AC,1} + i_{AC,2} + i_{AC,3} = 0$. Nach Kirchhoffs Knotenregel ergibt sich $i_{AC,j} = i_{p,j} - i_{n,j}$, für $j = 1, 2, 3$, woraus folgt: $i_{p,1} + i_{p,2} + i_{p,3} = i_{n,1} + i_{n,2} + i_{n,3}$. Damit besteht eine direkte Beziehung zwischen den Strömen in den DC-Leitungen i_{DC} und den Armströmen:

$$i_{p,1} + i_{p,2} + i_{p,3} = i_{n,1} + i_{n,2} + i_{n,3} = i_{DC}.$$

Die Σ/Δ -Transformation wird wie folgt definiert:

$$()_{\Sigma} = \frac{()_p + ()_n}{2}, \quad ()_{\Delta} = ()_p - ()_n.$$

Es ist ersichtlich, dass die Herleitung der Summenströme $i_{e,1/2/3}$ sowie der AC-Ströme $i_{AC,1/2/3}$ aus den MMC-Armströmen der Σ/Δ -Transformation entspricht. Durch Anwendung der Clarke-Transformation auf die sechs Ströme $i_{e,1/2/3}$ und $i_{AC,1/2/3}$ im $\alpha\beta 0$ -Koordinatensystem ergibt sich:

$$\begin{pmatrix} i_{e,\alpha} \\ i_{e,\beta} \\ i_{e,0} \end{pmatrix} \begin{vmatrix} i_{AC,\alpha} \\ i_{AC,\beta} \\ i_{AC,0} \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{e,1} \\ i_{e,2} \\ i_{e,3} \end{pmatrix} \begin{vmatrix} i_{AC,1} \\ i_{AC,2} \\ i_{AC,3} \end{vmatrix}. \quad (2.4)$$

Dabei werden die Stromkomponente $i_{e,\alpha}$ und $i_{e,\beta}$ als Kreisströme bezeichnet. Diese Kreisströme beeinflussen die Verteilung der Ströme zwischen den oberen und unteren MMC-Armen und bestimmen damit auch die Energieverteilung zwischen den MMC-Armen. Für die Stromkomponente $i_{e,0}$ ergibt sich:

$$i_{e,0} = \frac{i_{e,1} + i_{e,2} + i_{e,3}}{3} = \frac{(i_{p,1} + i_{p,2} + i_{p,3}) + (i_{n,1} + i_{n,2} + i_{n,3})}{6} = \frac{i_{DC} + i_{DC}}{6} = \frac{i_{DC}}{3}.$$

Darüber hinaus verschwindet die AC-Stromkomponente $i_{AC,0}$ aufgrund der Sternschaltung des AC-Netzes:

$$i_{AC,0} = \frac{i_{AC,1} + i_{AC,2} + i_{AC,3}}{3} = 0.$$

Durch Einsetzen von $i_{AC,j} = i_{p,j} - i_{n,j}$ sowie $i_{e,j} = \frac{i_{p,j} + i_{n,j}}{2}$ für $j = 1, 2, 3$ in (2.4) ergibt sich folgende Transformation:

$$\begin{pmatrix} i_{e,\alpha} \\ i_{e,\beta} \\ i_{e,0} \\ i_{AC,\alpha} \\ i_{AC,\beta} \\ i_{AC,0} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \\ 0 & +\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & 0 & +\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & +\frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & +\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}}_{\mathbf{M}_{\Sigma/\Delta \leftarrow p/n}} \begin{pmatrix} i_{p,1} \\ i_{p,2} \\ i_{p,3} \\ i_{n,1} \\ i_{n,2} \\ i_{n,3} \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

wobei die Matrix $\mathbf{M}_{\Sigma/\Delta \leftarrow p/n}$ regulär ist.

Da $i_{AC,0}$ verschwindet, verbleiben unter den sechs resultierenden Strömen in (2.5) lediglich fünf unabhängige Stromkomponente:

- Die Komponente $i_{e,0}$, die proportional zum DC-Strom ist: $i_{e,0} = \frac{i_{DC}}{3}$.
- Zwei linear unabhängige Kreisstromkomponenten: $i_{e,\alpha}$ und $i_{e,\beta}$.
- Zwei linear unabhängige AC-Stromkomponenten: $i_{AC,\alpha}$ und $i_{AC,\beta}$.

Analog zu den MMC-Armströmen werden auch die MMC-Armspannungen in die Σ/Δ -Komponenten im $\alpha\beta 0$ -Koordinatensystem wie folgt linear transformiert:

$$\begin{pmatrix} u_{\Sigma,\alpha} \\ u_{\Sigma,\beta} \\ u_{\Sigma,0} \\ u_{\Delta,\alpha} \\ u_{\Delta,\beta} \\ u_{\Delta,0} \end{pmatrix} = \mathbf{M}_{\Sigma/\Delta \leftarrow p/n} \begin{pmatrix} u_{p,1} \\ u_{p,2} \\ u_{p,3} \\ u_{n,1} \\ u_{n,2} \\ u_{n,3} \end{pmatrix}.$$

Ebenso werden die externen AC-Spannungen $u_{AC,1/2/3}$ durch Anwendung der Clarke-Transformation in das $\alpha\beta 0$ -Koordinatensystem überführt:

$$\begin{pmatrix} u_{AC,\alpha} \\ u_{AC,\beta} \\ u_{AC,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{AC,1} \\ u_{AC,2} \\ u_{AC,3} \end{pmatrix}.$$

Dabei ist die Spannungskomponente $u_{AC,0}$ bei symmetrischem Spannungsbetrieb gleich null: $u_{AC,0} = \frac{1}{3}(u_{AC,1} + u_{AC,2} + u_{AC,3}) = 0$.

Durch Bildung der Summe und Differenz der Maschengleichungen in (2.3) sowie der anschließenden Transformation der resultierenden Gleichungen in das $\alpha\beta 0$ -Referenzsystem — wobei beide Seiten mit der Clarke-Transformationsmatrix \mathbf{T}_{Clarke} multipliziert werden — ergeben sich fünf *entkoppelte* Bewegungsgleichungen für die Stromdynamik:

$$\frac{d}{dt}i_{e,\alpha/\beta} = -\frac{R_e}{L_e}i_{e,\alpha/\beta} - \frac{1}{L_e}u_{\Sigma,\alpha/\beta}, \quad (2.6)$$

$$\frac{d}{dt}i_{DC} = -\frac{R'_{DC}}{L'_{DC}}i_{DC} - \frac{1}{L'_{DC}}\left(u_{\Sigma,0} + \frac{u_{DCp} + u_{DCn}}{2}\right), \quad i_{DC} = 3i_{e,0}, \quad (2.7)$$

$$\frac{d}{dt}i_{AC,\alpha/\beta} = -\frac{R'_{AC}}{L'_{AC}}i_{AC,\alpha/\beta} - \frac{1}{L'_{AC}}\left(\frac{1}{2}u_{\Delta,\alpha/\beta} - u_{AC,\alpha/\beta}\right), \quad (2.8)$$

mit

$$R'_{DC} = R_{DC} + \frac{R_e}{3}, \quad L'_{DC} = L_{DC} + \frac{L_e}{3}, \quad R'_{AC} = R_{AC} + \frac{R_e}{2}, \quad L'_{AC} = L_{AC} + \frac{L_e}{2}.$$

Die Spannungen $u_{\Sigma,\alpha}, u_{\Sigma,\beta}, u_{\Sigma,0}, u_{\Delta,\alpha}, u_{\Delta,\beta}$ treiben dabei die vollständige Stromdynamik des MMC an. Die sechste Gleichung für $i_{AC,0}$ ist aufgrund der Bedingung $i_{AC,0} = 0$ lediglich eine algebraische Beziehung:

$$\frac{1}{2}u_{\Delta,0} + \frac{u_{DCp} - u_{DCn}}{2} - (u_{AC,0} + u_0) = 0.$$

Unter der Annahme, dass die AC-Netzspannung symmetrisch ist und $u_{AC,0} = 0$ gilt, vereinfacht sich die obige Beziehung zu: $u_{\Delta,0} = 2u_0 - (u_{DCp} - u_{DCn})$.

Bemerkung: Wie in Abschnitt 2.1.1 erläutert, wird die interne Energieverteilung zwischen den MMC-Armen in dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Daher werden die Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ sowie die Gleichtaktspannung u_0 im Rahmen dieser Untersuchung stets auf Null gehalten, indem die vom MMC bereitgestellten Eingangsgrößen $u_{\Sigma,\alpha/\beta} = 0$ (vgl. Gleichung (2.6)) und $u_{\Delta,0} = -(u_{DCp} - u_{DCn})$ bei symmetrischer AC-Netzspannung $u_{AC,0} = 0$ gesetzt werden.

Analog zu den Armspannungen des MMC werden die sechs Σ/Δ -Komponenten im $\alpha\beta 0$ -Koordinatensystem auch für die sechs Armenergien des MMC eingeführt:

$$\begin{pmatrix} W_{\Sigma,\alpha} \\ W_{\Sigma,\beta} \\ W_{\Sigma,0} \\ W_{\Delta,\alpha} \\ W_{\Delta,\beta} \\ W_{\Delta,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \\ 0 & +\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & 0 & +\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & +\frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & +\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_{p,1} \\ W_{p,2} \\ W_{p,3} \\ W_{n,1} \\ W_{n,2} \\ W_{n,3} \end{pmatrix} = \mathbf{M}_{\Sigma/\Delta \leftarrow p/n} \begin{pmatrix} W_{p,1} \\ W_{p,2} \\ W_{p,3} \\ W_{n,1} \\ W_{n,2} \\ W_{n,3} \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

Außerdem werden die folgenden zwei Beziehungen betrachtet:

$$\begin{pmatrix} i_{p,1} \\ i_{p,2} \\ i_{p,3} \\ i_{n,1} \\ i_{n,2} \\ i_{n,3} \end{pmatrix} = \mathbf{M}_{\Sigma/\Delta \leftarrow p/n}^{-1} \begin{pmatrix} i_{e,\alpha} \\ i_{e,\beta} \\ i_{e,0} \\ i_{AC,\alpha} \\ i_{AC,\beta} \\ i_{AC,0} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} u_{p,1} \\ u_{p,2} \\ u_{p,3} \\ u_{n,1} \\ u_{n,2} \\ u_{n,3} \end{pmatrix} = \mathbf{M}_{\Sigma/\Delta \leftarrow p/n}^{-1} \begin{pmatrix} u_{\Sigma,\alpha} \\ u_{\Sigma,\beta} \\ u_{\Sigma,0} \\ u_{\Delta,\alpha} \\ u_{\Delta,\beta} \\ u_{\Delta,0} \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Wie bereits erwähnt, wird von den sechs in Gleichung (2.9) definierten Energiekomponenten in dieser Arbeit ausschließlich $W_{\Sigma,0}$ betrachtet, da diese der im MMC insgesamt gespeicherten Energie entspricht, skaliert mit dem Faktor $\frac{1}{6}$. Die übrigen Komponenten ($W_{\Sigma,\alpha/\beta}$ und $W_{\Delta,\alpha/\beta/0}$) beschreiben lediglich die Energieverteilung zwischen den sechs MMC-Armen und werden in dieser Arbeit nicht weiter berücksichtigt.

Die Dynamik der Energiekomponente $W_{\Sigma,0}$ im neuen Koordinatensystem kann hergeleitet werden, indem die Bewegungsgleichung der MMC-Armenergie aus Gleichung (2.2) zusammen mit den Beziehungen aus (2.10) sowie der Bedingung verschwindender Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ herangezogen wird:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} W_{\Sigma,0} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{W_{p,1} + W_{p,2} + W_{p,3} + W_{n,1} + W_{n,2} + W_{n,3}}{6} \right) \\ &\stackrel{(2.2)}{=} \frac{1}{6} (u_{p,1} i_{p,1} + u_{p,2} i_{p,2} + u_{p,3} i_{p,3} + u_{n,1} i_{n,1} + u_{n,2} i_{n,2} + u_{n,3} i_{n,3}) \\ &\stackrel{(2.10)}{=} \underbrace{\frac{1}{2} (u_{\Sigma,\alpha} i_{e,\alpha} + u_{\Sigma,\beta} i_{e,\beta})}_{=0} + u_{\Sigma,0} \underbrace{i_{e,0}}_{= \frac{i_{DC}}{3}} + \frac{1}{8} (u_{\Delta,\alpha} i_{AC,\alpha} + u_{\Delta,\beta} i_{AC,\beta}) \quad (2.11) \end{aligned}$$

Zusammengefasst sind im weiteren Verlauf der Arbeit im Hinblick auf die MMC-Regelung vier Zustandsvariablen zu regeln: eine Energiekomponente $W_{\Sigma,0}$, eine DC-Stromkomponente i_{DC} sowie zwei AC-Stromkomponenten $i_{AC,\alpha/\beta}$, jedoch stehen nur drei Eingangsgrößen zur Verfügung: $u_{\Sigma,0}$ und $u_{\Delta,\alpha/\beta}$.

Um den dynamischen Zusammenhang zwischen der zeitlichen Energieänderung und den Leistungen aus den externen Spannungsquellen deutlich zu machen, kann Gleichung (2.11) durch Ersetzen der Eingangsgrößen mithilfe der Stromdynamik aus (2.7) und (2.8) wie folgt umgeformt werden:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}W_{\Sigma,0} = & + \left(-L'_{DC} \frac{d}{dt}i_{DC} - R'_{DC}i_{DC} - \frac{u_{DCp} + u_{DCn}}{2} \right) \frac{i_{DC}}{3} \\ & + \frac{1}{8} \left(-2L'_{AC} \frac{d}{dt}i_{AC,\alpha} - 2R'_{AC}i_{AC,\alpha} + 2u_{AC,\alpha} \right) i_{AC,\alpha} \\ & + \frac{1}{8} \left(-2L'_{AC} \frac{d}{dt}i_{AC,\beta} - 2R'_{AC}i_{AC,\beta} + 2u_{AC,\beta} \right) i_{AC,\beta}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Daraus ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}W'_{\Sigma,0} = & \underbrace{\frac{1}{4} (u_{AC,\alpha} \quad u_{AC,\beta}) \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha} \\ i_{AC,\beta} \end{pmatrix}}_{\text{AC-Eingangsleistung}} - \underbrace{\frac{R'_{AC}}{4} (i_{AC,\alpha} \quad i_{AC,\beta}) \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha} \\ i_{AC,\beta} \end{pmatrix}}_{\text{Ohmscher Verlust}} \\ & - \underbrace{\frac{1}{6} (u_{DCp} + u_{DCn}) i_{DC}}_{\text{DC-Ausgangsleistung}} - \underbrace{\frac{R'_{DC}}{3} i_{DC}^2}_{\text{Ohmscher Verlust}}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Dabei bezeichnet $W'_{\Sigma,0}$ eine erweiterte Energiekomponente, die unter der Annahme verschwindender Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ wie folgt definiert ist:

$$W'_{\Sigma,0} = W_{\Sigma,0} + \frac{L'_{DC}}{6} i_{DC}^2 + \frac{L'_{AC}}{8} (i_{AC,\alpha} \quad i_{AC,\beta}) \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha} \\ i_{AC,\beta} \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

Diese neue Energieform $W'_{\Sigma,0}$ entspricht der ursprünglich in den MMC-Kondensatoren gespeicherten Energie $W_{\Sigma,0}$, erweitert um die magnetischen Energieanteile in den Induktivitäten der AC-, DC-Leitungen sowie der internen Drossel L_e .

Die Verwendung dieser erweiterten Energiegröße $W'_{\Sigma,0}$ ist besonders vorteilhaft, wenn die Verläufe der Ströme gegeben sind: In diesem Fall lässt sich die Energieänderung im MMC unmittelbar berechnen.

2.2 Modell eines Power-Flow-Controllers

Abbildung 2.3 zeigt die Konfiguration eines einfachen PFC. Er verbindet drei Gleichstromleitungen, von denen jede einen Gleichstromanteil $i_{g,1/2/3}$ führt und gegebenenfalls mit unterschiedlichen Spannungen $u_{g,1/2/3}$ betrieben wird. Die Leitungen sind über ein Modul gekoppelt, das aus sechs Schaltern und einem Kondensator mit der Kapazität

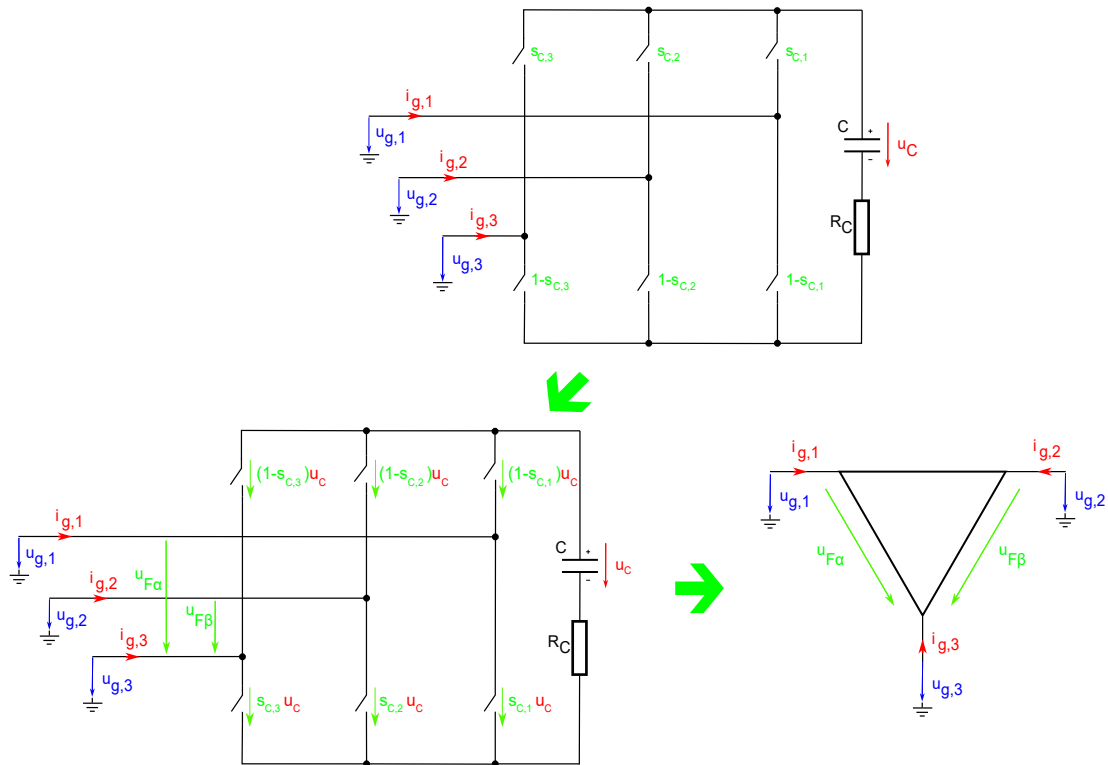


Abbildung 2.3: Eine einfache PFC-Topologie zur Verbindung dreier Gleichstromleitungen mit einem einzigen Kondensator und sechs Schaltern.

C besteht. Die Leitungsströme erfüllen die Bedingung $\sum_{j=1}^3 i_{g,j} = 0$, und die Schaltzustände der drei unteren Schalter sind die logischen Komplementärwerte der oberen: $s_{C,1/2/3} \in \{0, 1\}$, wobei der Schalterwert 1 einem geschlossenen Schalter entspricht.

Die Summe der Schaltspannungen im gleichen vertikalen Arm ist (näherungsweise) gleich der Kondensatorspannung u_C — genauer: $u_C + R_C C \frac{du_C}{dt}$, wobei R_C einen kleinen Widerstand darstellt. Dementsprechend lassen sich die Spannungen zwischen den Gleichstromleitungen wie folgt ausdrücken:

$$\begin{aligned}
 u_{g,1} &= \overbrace{\left(-(1 - s_{C,1}) + 1 - s_{C,2} \right)}^{s_{C,1} - s_{C,2}} \left(u_C + R_C C \frac{du_C}{dt} \right) + u_{g,2} \\
 &= (s_{C,1} - s_{C,3}) \left(u_C + R_C C \frac{du_C}{dt} \right) + u_{g,3}, \\
 u_{g,2} &= (s_{C,2} - s_{C,3}) \left(u_C + R_C C \frac{du_C}{dt} \right) + u_{g,3}.
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Der Strom durch den Kondensator ergibt sich zu: $\sum_{j=1}^3 i_{g,j} \cdot s_{C,j}$, woraus sich die Dynamik des Kondensators ableitet:

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{1}{C} \sum_{j=1}^3 i_{g,j} \cdot s_{C,j}. \tag{2.16}$$

Zudem beschreibt die Kondensatorspannung u_C die im PFC-Kondensator gespeicherte Energie $W_C = \frac{C}{2}u_C^2$. Die PFC-Energiedynamik kann auch bestimmt werden, indem folgende Beziehung betrachtet wird: Die von den drei DC-Leitungen eingespeiste Leistung führt zu einer Änderung der im Kondensator gespeicherten Energie W_C , abzüglich der am internen Widerstand R_C dissipierten Leistung:

$$\sum_{j=1}^3 u_{g,j} i_{g,j} = \frac{d}{dt} W_C + R_C \left(\sum_{j=1}^3 s_{C,j} i_{g,j} \right)^2. \quad (2.17)$$

Die beiden Gleichungen (2.16) und (2.17) sind äquivalent. Dies kann mathematisch bewiesen werden, indem die Kombination von (2.15), (2.16) und der Strombedingung $\sum_{j=1}^3 i_{g,j} = 0$ betrachtet wird.

Es gibt zwei Spezialfälle zu beachten, in denen die PFC-Kondensatorspannung u_C stabil bleibt:

- **Spezialfall 1:** $s_{C,1} = s_{C,2} = s_{C,3} = 0$ oder $s_{C,1} = s_{C,2} = s_{C,3} = 1$. Aufgrund der Stromsummenbedingung $i_{g,1} + i_{g,2} + i_{g,3} = 0$ ist der Kondensator elektrisch entkoppelt und bleibt spannungsstabil (vgl. Gleichung (2.16)) – er wirkt lediglich als Stromknotenpunkt. In diesem Fall treten keine Spannungsdifferenzen zwischen den Leitungen auf (vgl. Gleichung (2.15)).
- **Spezialfall 2:** Ein Strom ist gleich Null (z.B. $i_{g,1} = 0$), wobei $s_{C,2} = s_{C,3}$ und $s_{C,1} \neq s_{C,2/3}$ gilt. Aus der Stromsummenbedingung $i_{g,1} + i_{g,2} + i_{g,3} = 0$ folgt, dass $i_{g,2} = -i_{g,3}$. Beispielweise für $s_{C,1} = 0$ und $s_{C,2} = s_{C,3} = 1$ ändert sich Gleichung (2.16) wie folgt:

$$\frac{d}{dt} u_C = \frac{1}{C} (i_{g,2} + i_{g,3}) = 0, \quad (2.18)$$

woraus folgt, dass die Kondensatorspannung u_C konstant bleibt.

Im Allgemeinen kann der Schaltzustand $s_{C,1/2/3}$ nicht nur als binäre Größe, sondern auch näherungsweise als kontinuierliche Variable im Intervall $[0, 1]$ interpretiert werden. Diese Interpretation folgt direkt aus dem Prinzip der Pulsweitenmodulation (PWM).

In dieser Arbeit wird angenommen, dass der PFC mit einer Schaltfrequenz von $f_s = 10$ kHz betrieben wird, was einer PWM-Periode von $100 \mu\text{s}$ entspricht. Diese Annahme impliziert, dass die Halbleiterschalter des PFC innerhalb jeder Periode entsprechend angesteuert werden können.

Das PWM-Schema basiert auf dem Vergleich eines aufwärtsgerichteten Sägezahnsignals (Trägersignal) mit einem Referenzsignal in Form einer stückweise konstanten Treppenfunktion, die in jeder PWM-Periode den gewünschten Schaltwert vorgibt und einmal pro Periode aktualisiert wird (vgl. Abbildung 2.4). Der Vergleich erzeugt ein binäres Schaltsignal, dessen zeitlicher Mittelwert innerhalb der Periode dem Referenzwert entspricht.

Auf diese Weise kann der eigentlich diskrete Schaltzustand im Modell durch eine kontinuierliche Stellgröße im Bereich $[0, 1]$ ersetzt werden, sodass das dynamische Verhalten des Systems in simulationsbasierten Analysen präziser erfasst werden kann.

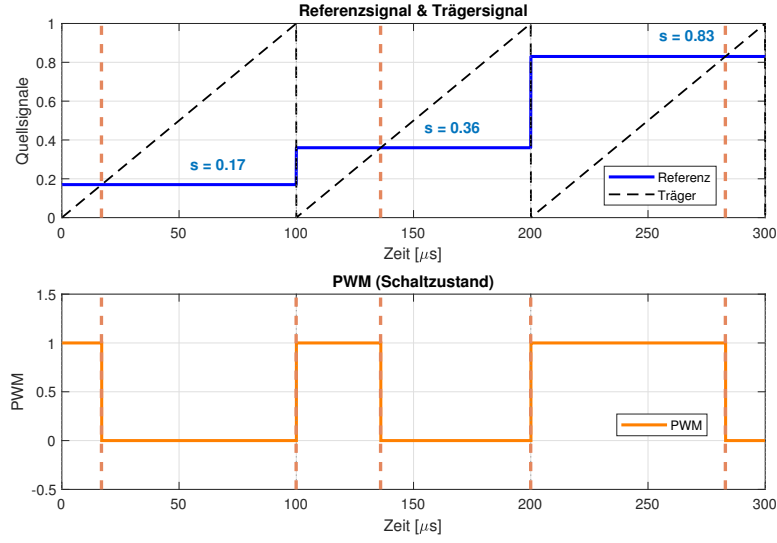


Abbildung 2.4: Beispiel dreier aufeinanderfolgender PWM-Perioden mit den jeweiligen Soll-Schaltzuständen: $s = 0.17$ (links), $s = 0.36$ (Mitte), $s = 0.83$ (rechts).

Durch Einführung zweier unabhängiger Spannungen $u_{F\alpha}$ und $u_{F\beta}$ zwischen benachbarten Leitungen erhält man:

$$u_{F\alpha} = u_{g,1} - u_{g,3} = (s_{C,1} - s_{C,3}) \left(u_C + R_C C \frac{du_C}{dt} \right),$$

$$u_{F\beta} = u_{g,2} - u_{g,3} = (s_{C,2} - s_{C,3}) \left(u_C + R_C C \frac{du_C}{dt} \right).$$

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird der kleine ohmsche Verlust durch R_C vernachlässigt. Da die Schaltzustände $s_{C,1/2/3}$ auf der Zeitskala $\Delta t = 100 \mu\text{s}$ als kontinuierlich variabel im Bereich $[0, 1]$ betrachtet werden können, können auch die Spannungen $u_{F\alpha}$ und $u_{F\beta}$ innerhalb derselben Zeitskala kontinuierlich im Bereich $[-u_C, +u_C]$ gesteuert werden.

Darüber hinaus kann die Energiedynamik des PFC ausschließlich über die zwei unabhängigen Stromkomponenten wie folgt geschrieben werden (vgl. Abbildung 2.3):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} W_C &= \sum_{j=1}^3 i_{g,j} u_{g,j} = i_{g,1} u_{g,1} + i_{g,2} (u_{g,1} + u_{F\beta} - u_{F\alpha}) + (-i_{g,1} - i_{g,2}) (u_{g,1} - u_{F\alpha}) \\ &= i_{g,1} u_{F\alpha} + i_{g,2} u_{F\beta}, \end{aligned} \quad (2.19)$$

wobei $i_{g,1} + i_{g,2} + i_{g,3} = 0$ gilt und somit nur zwei der Stromkomponenten linear unabhängig sind.

2.3 Modell eines MVDC-Netzsystems

Das in dieser Arbeit betrachtete MVDC-Netzsystem setzt sich aus einem internen DC-Netz und mehreren AC-Netzen zusammen. Um das Modell ausführlich zu beschreiben,

ist dieser Abschnitt wie folgt gegliedert:

- Im Abschnitt 2.3.1 werden die Eigenschaften der AC-Netze im Rahmen dieser Arbeit definiert.
- Im Abschnitt 2.3.2 wird das physikalische Verhalten eines DC-Netzes im Falle eines Erdschlusses anhand eines einfachen Beispiels erläutert.
- Im Abschnitt 2.3.3 wird die beispielhafte Konfiguration des MVDC-Netzsystems vorgestellt, die in Sven Marquardt et al. [8] entwickelt und als Grundlage dieser Arbeit verwendet wird.

2.3.1 Die AC-Netze

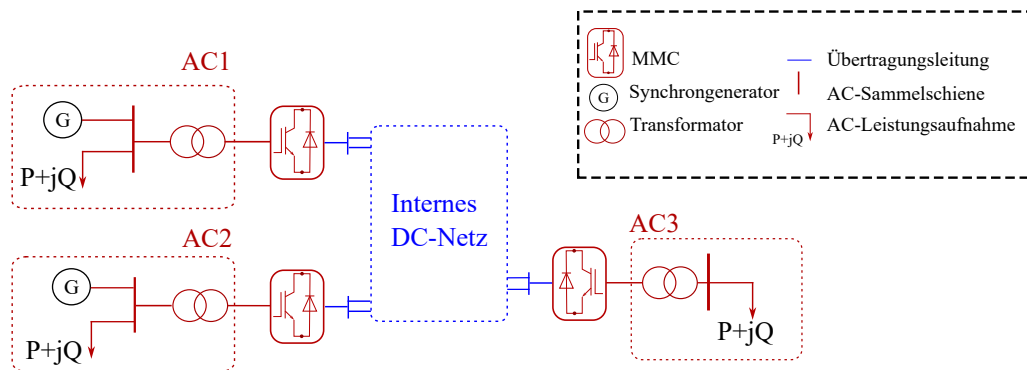


Abbildung 2.5: Beispielhaftes MVDC-Netzsystem.

Abbildung 2.5 zeigt ein exemplarisches MVDC-Netzsystem, das als Grundlage der in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchung dient. Zunächst werden die Annahmen über die Eigenschaften der mit dem internen DC-Netz gekoppelten AC-Netze diskutiert. Zu diesem Zweck wird das interne DC-Netz zunächst als Blackbox dargestellt. Es verbindet drei separate AC-Systeme mit den Bezeichnungen AC1, AC2 und AC3 miteinander. Die Netze AC1 und AC2 speisen jeweils Wirkleistung über die MMC in das DC-Netz ein und enthalten sowohl AC-Generatoren als auch Verbrauchseinrichtungen (AC-Leistungsaufnahme). Das Netz AC3 hingegen besteht ausschließlich aus einer AC-Leistungsaufnahme. Im Folgenden werden diese Annahmen und die Systemkonfiguration näher erläutert.

Wechselstromsysteme, insbesondere solche mit großen rotierenden Maschinen als Generatoren in elektrischen Netzen, weisen eine erhebliche Trägheit auf [27], [28]. Diese Trägheit spielt eine grundlegende Rolle für die Frequenzstabilisierung, da sie kurzfristige Änderungen von Last und Einspeisung verlangsamt. Gleichzeitig begrenzt diese Trägheit jedoch die schnelle Reaktionsfähigkeit des Gesamtsystems, sodass spezielle Leistungstrajektorien (z. B. pulsförmig) auf der AC-Seite in kurzen Übergangsphasen nur eingeschränkt realisierbar sind.

Im Gegensatz dazu erlauben AC-DC-Umrichter mit DC-Zwischenkreis eine wesentlich schnellere und gezieltere Steuerung des Leistungsflusses über das DC-Netz. Moderne

leistungselektronische Umrichter wie MMC erfordern deshalb Regelungsverfahren auf deutlich kürzeren Zeitskalen, die mit der trägeren Dynamik rotierender Maschinen nicht vereinbar sind. Ziel ist es, die in den MMC1 und MMC2 gespeicherten Energien primär über das interne DC-Netz zu steuern.

Die Situation bei MMC3 ist hingegen anders.

Das gesamte interne DC-Netz kann als ein einziger Knoten betrachtet werden, sodass von den drei Gleichstromkomponenten, die an die MMC angeschlossen sind, aufgrund der Kirchhoffschen Knotenregel nur zwei unabhängig sind. In diesem Fall hängt der DC-Strom von MMC3 von den beiden anderen ab. Daher muss die Energie in MMC3 über das AC-Netz geregelt werden. Zur Rechtfertigung einer trajektoriebasierten Regelung für MMC3 wird angenommen, dass AC3 ausschließlich eine Last und keinen Generator enthält. (Im Falle eines Generators in AC3 würde MMC3 stärker belastet und die Energieregulation entsprechend aufwendiger werden.)

Trotz dieser Unterschiede in den Eigenschaften werden die dreiphasigen AC-Netze in dieser Arbeit als ideale, sternpunktverbundene externe AC-Spannungsquellen modelliert – analog zur Darstellung des MMC in Abschnitt 2.1.1 auf Seite 18 –, da der Schwerpunkt dieser Untersuchung auf dem Verhalten und der Regelung des internen DC-Netzes liegt. Es wird angenommen, dass die externen AC-Spannungsquellen symmetrisch sind, verschiedene Amplituden $\hat{u}_{AC}^{(a)}$ aufweisen und mit einer gemeinsamen Kreisfrequenz

ω_{AC} schwingen: $u_{AC,1/2/3}^{(a)} = \hat{u}_{AC}^{(a)} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t) \\ \sin(\omega_{AC}t - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\omega_{AC}t + \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix}$, oder – in Clarke-Darstellung – $u_{AC,\alpha/\beta}^{(a)} = \hat{u}_{AC}^{(a)} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t) \\ -\cos(\omega_{AC}t) \end{pmatrix}$, wobei die Nullkomponente $u_{AC,0}^{(a)}$ aufgrund des symmetrischen Betriebs identisch verschwindet. Der Index $a = 1, 2, 3$ kennzeichnet jeweils die Größen der zugehörigen AC-Netze AC1, AC2, AC3.

2.3.2 Physikalisches Verhalten des internen DC-Netzes im Fall eines Erdschlusses

Im Rahmen dieser Arbeit wird unter “Erdschluss” ausschließlich ein einzelner, zu einem bestimmten Zeitpunkt auftretender Fehler zwischen Leitung und Erde verstanden. Mehrfache Erdschlüsse (z.B. Pol-zu-Pol-Fehler) werden hier nicht betrachtet.

Zur Untersuchung des physikalischen Verhaltens des DC-Netzes bei einem Erdschluss wird ein vereinfachter Stromkreis mit zwei Umrichtern betrachtet (MMC1 als AC-DC-, MMC2 als DC-AC-Umrichter). Die positiven und negativen Anschlusspunkte sind jeweils über Leitungen mit geringer Induktivität L_{DC} und geringem Widerstand R_{DC} verbunden. Zwischen den Anschlusspunkten jedes MMC und Erde sind große Schutzwiderstände $R_{\text{gro\ss}}$ eingebaut. Abbildung 2.6 zeigt den fehlerfreien Zustand (oben) und den Erdfehlerfall (unten), bei dem ein Erdschluss in der positiven Leitung auftritt.

Zunächst wird der fehlerfreie Zustand betrachtet. Wird die Masche von der Erdung bei MMC1 über die positive Leitung zur Erdung bei MMC2 betrachtet, so ist ersichtlich, dass eine der beiden Spannungen $u_{DCp}^{(1)}$ oder $u_{DCp}^{(2)}$ vorgegeben werden kann, während sich die andere aus der Maschengleichung ergibt. Eine analoge Betrachtung gilt auch für $u_{DCn}^{(1)}$ und $u_{DCn}^{(2)}$. Es wird angenommen, dass $u_{DCp/n}^{(1)}$ als vorgegeben gewählt werden,

wobei ihre Summe gleichzeitig die Spannung u_{DC} zwischen den beiden Anschlusspunkten des MMC1 definiert. Im eingeschwungenen Normalbetrieb gilt:

$$u_{DCp}^{(1)} = \frac{u_{DC}}{2}, \quad u_{DCn}^{(1)} = -\frac{u_{DC}}{2}.$$

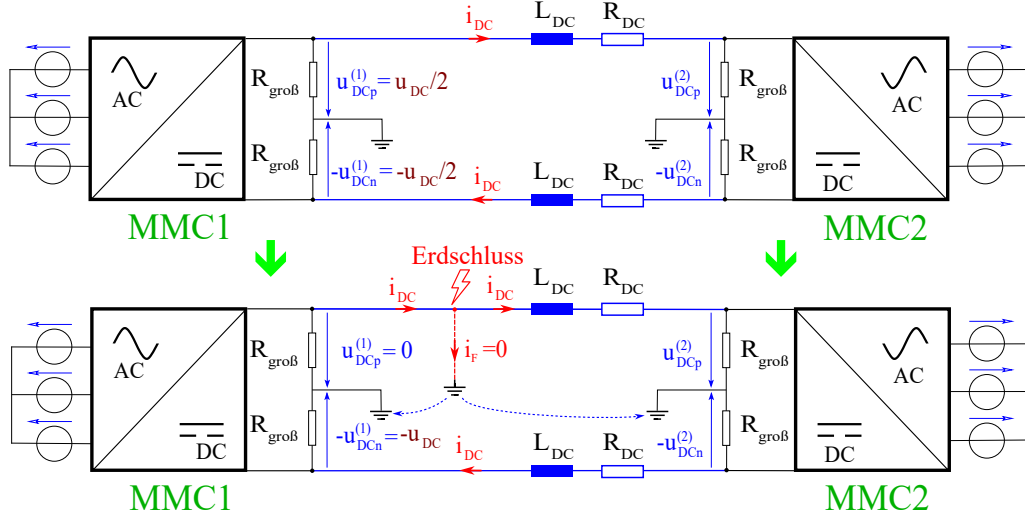


Abbildung 2.6: Physikalisches Verhalten des DC-Netzes bei einem Erdschluss mit sehr großen Widerständen R_{groeb} .

Tritt jedoch ein Erdschluss in der oberen Leitung auf, so fließt kein Strom durch den Fehlerstromkreis ($i_F = 0$), da sich an den Anschlusspunkten der MMC zwei große Widerstände R_{groeb} befinden, welche diesen Strom blockieren.

Die Spannungsverteilung in den Leitungen passt sich jedoch entsprechend an: Die Spannung der fehlerbehafteten positiven Übertragungsleitung $u_{DCp}^{(1)}$ nähert sich dem Erdpotenzial an, während die Spannung der intakten Leitung nahezu die gesamte Netzspannung u_{DC} trägt. Dieser Effekt lässt sich in der Praxis leicht nachweisen [8].

Die Position des Erdschlusses in der Übertragungsleitung hat selbstverständlich Einfluss auf den genauen Wert der Spannung $u_{DCp}^{(a=1,2)}$. Da sich jedoch alle $u_{DCp}^{(a=1,2)}$ -Spannungen nur als Verschiebung in $u_{DCn}^{(a=1,2)}$ widerspiegeln und der Erdschluss keinen Einfluss auf den Gesamtleistungsfluss zwischen den Umrichtern hat, wird in dieser Arbeit näherungsweise angenommen, dass

$$u_{DCp}^{(1)} \approx 0, \quad u_{DCn}^{(1)} \approx u_{DC}.$$

Bemerkung: Ein Einzel-Erdschluss erfordert keine sofortige Reaktion, da kein Strom über Erde fließt. Es bleibt daher ausreichend Zeit für eine gezielte Analyse und Fehlerbehebung.

2.3.3 Konfiguration des MVDC-Netzes

Abbildung 2.7 zeigt das beispielhafte MVDC-Netz, das in Sven Marquardt et al. [8] entwickelt wurde und als Grundlage der vorliegenden Arbeit dient. In dieser Konfiguration ist das interne DC-Netz über drei identische MMC mit den AC-Netzen AC1, AC2

und AC3 gekoppelt. Alle drei MMC weisen dieselbe Topologie und dieselbe Anzahl an Submodulen auf.

Die positiven Anschlusspunkte der MMC, vor denen große Widerstände $R_{\text{gro\ss}}$ installiert sind, werden miteinander verbunden und bilden den sogenannten positiven Ring (p-Ring); die negativen Anschlusspunkte entsprechend den negativen Ring (n-Ring).

Die p- und n-Ringe sind sternförmig verschaltet, sodass stets ein alternativer, redundanter Weg für den Leistungsfluss verfügbar ist, wenn ein Fehler auf einer internen DC-Leitung auftritt. Dadurch entstehen pro Ring drei interne Maschen, deren Ströme als interne DC-Ströme bezeichnet werden.

Sämtliche internen DC-Leitungen zwischen den Knoten sind der Einfachheit halber gleich lang und besitzen identische elektrische Eigenschaften. Jede Gleichstromleitung wird einheitlich mit Widerstand R und Induktivität L modelliert.

Gemäß den Annahmen zu den AC-Netzen AC1, AC2 und AC3 in Abschnitt 2.3.1 gilt Folgendes: MMC1 und MMC2 arbeiten im Gleichrichterbetrieb und übertragen Leistung aus ihren jeweiligen AC-Netzen AC1 und AC2 in das DC-Netz. Im Gegensatz dazu fungiert MMC3 als Wechselrichter und speist Leistung aus dem DC-Netz in das externe Wechselstromnetz AC3 ein.

Alle Variablen und Indizes, die sich auf MMC1, MMC2 und MMC3 beziehen, sind mit einem entsprechenden Hochindex (a) versehen, wobei $a = 1, 2, 3$ gilt. An jedem MMC-Anschluss fließen zwei interne DC-Ströme, bezeichnet mit $i_{cw}^{(a)}$ und $i_{ccw}^{(a)}$, wobei „cw“ für die englische Bezeichnung *clockwise* (im Uhrzeigersinn) und „ccw“ für *counterclockwise* (gegen den Uhrzeigersinn) steht. Der Index p/n gibt dabei an, ob sich die jeweilige Größe auf den p-Ring oder den n-Ring bezieht.

Bemerkung 1: Im p-Ring ist zu beachten, dass die beiden internen DC-Ströme $i_{cw}^{(a)}$ und $i_{ccw}^{(a)}$ (mit $a = 1, 2, 3$) an jedem MMC-Anschluss zum internen DC-Netz voneinander abhängig sind, da ihre Summe dem DC-Strom am jeweiligen MMC entspricht, also $i_{cw}^{(a)} + i_{ccw}^{(a)} = i_{DCp}^{(a)}$ gilt. Daher wird in der späteren Herleitung der Dynamik hauptsächlich der Strom $i_{cw}^{(a)}$ verwendet, während $i_{ccw}^{(a)}$ durch die Beziehung $i_{ccw}^{(a)} = i_{DCp}^{(a)} - i_{cw}^{(a)}$ ersetzt wird. Eine analoge Betrachtung gilt für die Ströme $i_{cwn}^{(a)}$ und $i_{ccwn}^{(a)}$ im n-Ring.

Bemerkung 2: Ohne Verlust der Allgemeinheit werden im weiteren Verlauf dieser Arbeit jeweils die drei unabhängigen internen DC-Ströme $i_{cw}^{(a=1,2,3)}$ im p-Ring und $i_{cwn}^{(a=1,2,3)}$ im n-Ring betrachtet, wenn die Steuerung und Regelung der Stromdynamik in den Ringen des DC-Netzes analysiert wird.

Da die MMC nur in begrenztem Maße unmittelbaren Einfluss auf die Dynamik der internen DC-Ströme im DC-Netz nehmen können, reicht ihr alleiniger Einsatz für eine vollständige Steuerung beziehungsweise Regelung des Leistungsflusses in einem vermaschten DC-Netz technisch nicht aus. Zur gezielten und dynamischen Beeinflussung insbesondere der internen DC-Ströme ist daher der Einsatz zusätzlicher Stellglieder erforderlich.

Aus diesem Grund werden in der vorliegenden Arbeit PFC eingesetzt, die in Abschnitt 2.2 vorgestellt werden. Jeder PFC ist so ausgelegt, dass er zwei voneinander

unabhängige Spannungen, $u_{F\alpha}$ und $u_{F\beta}$, zwischen jeweils zwei benachbarten internen Leitungen erzeugen kann. Diese Spannungen werden in das DC-Netz eingespeist und wirken als treibende Kräfte, um die Stromflüsse innerhalb des jeweiligen Rings gezielt zu beeinflussen beziehungsweise zu regeln.

In jedem Ring – sowohl im positiven Ring (p-Ring) als auch im negativen Ring (n-Ring) – sind daher jeweils drei PFC an den Netzknoten zwischen den Anschlusspunkten der MMC angeordnet. Diese Anordnung – wie in Abbildung 2.7 schematisch dargestellt – gestattet es, jede interne Übertragungsleitung mit einem PFC gezielt zu koppeln.

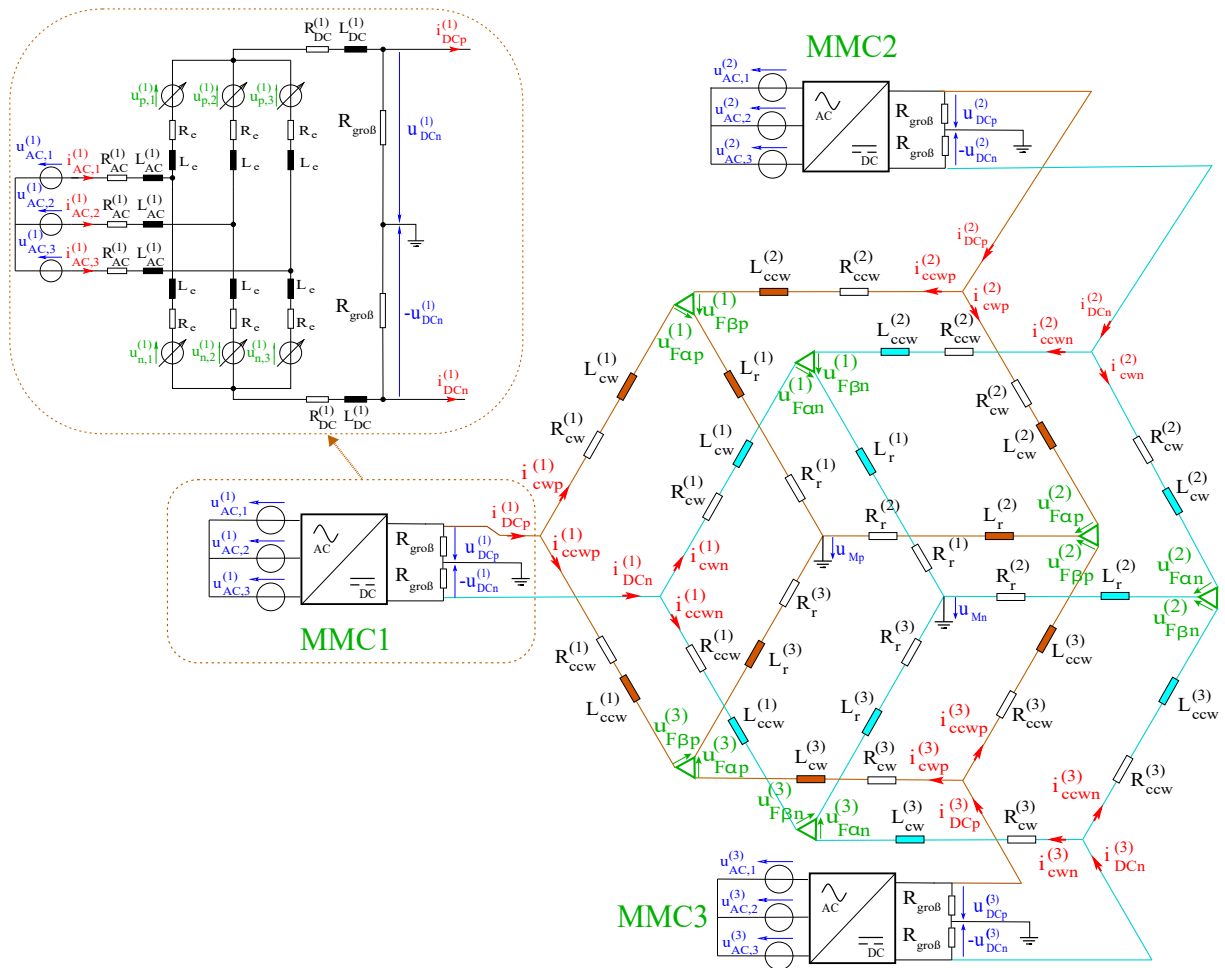


Abbildung 2.7: Beispielhafte Konfiguration des MVDC-Netzsystems. Quelle: Eigene Veröffentlichung [18].

Der zwischen MMC1 und MMC2 im p-Ring platzierte PFC wird im Folgenden als „PFC1 im p-Ring“ bezeichnet; analog dazu bezeichnen „PFC2 im p-Ring“ und „PFC3 im p-Ring“ die weiteren beiden PFC zwischen MMC2 und MMC3 bzw. zwischen MMC3 und MMC1 im gleichen Ring.

Die jeweils von den PFC im p-Ring erzeugten unabhängigen Spannungen zwischen aufeinanderfolgenden Leitungen werden mit $u_{F\alpha}^{(a)}$ bzw. $u_{F\beta}^{(a)}$ bezeichnet, wobei $a =$

1, 2, 3 den jeweiligen PFC (PFC1, PFC2, PFC3) im p-Ring kennzeichnet. Die Notation für die PFC im n-Ring erfolgt analog, wobei der Index p durch n ersetzt wird.

2.4 Dynamik des gesamten MVDC-Netzsystems

2.4.1 Herleitung der Dynamik des MVDC-Netzsystems

Zunächst werden alle Systemkomponenten, die zugehörigen Zustandsvariablen sowie alle Eingangsgrößen in Tabelle 2.1 aufgeführt, um einen groben Überblick über die Dynamik zu ermöglichen. Anschließend wird gezeigt, dass einige dieser Variablen voneinander abhängig sind.

Da die Anzahl der Zustandsvariablen der Dynamik des internen MVDC-Netzes relativ groß ist, werden im Folgenden hauptsächlich über die Herleitung der Dynamik sowie wichtige Bemerkungen diskutiert. Die vollständigen differentiellen Gleichungen für das MVDC-Netzsystem werden in Abschnitt 2.4.2 zusammengefasst.

Tabelle 2.1: Übersicht der Systemkomponenten, Zustandsvariablen und Eingangsgrößen

Umrichter	Zustandsvariablen	Effektive Eingangsgrößen
MMC1, MMC2, MMC3	MMC-Energiekomponenten $W_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3)}$, DC-Ströme $i_{DCp}^{(a=1,2,3)}$, AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1,2,3)}$.	$u_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3)}$, $u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(a=1,2,3)}$
PFC1, PFC2, PFC3 in den p- und n-Ringen	PFC-Energiekomponenten $W_{Cp/n}^{(a=1,2,3)}$, interne DC-Ströme $i_{cwp/n}^{(a=1,2,3)}$.	$u_{F\alpha p/n}^{(a=1,2,3)}$, $u_{F\beta p/n}^{(a=1,2,3)}$

- Die Herleitung der Dynamik der AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1,2,3)}$ in den AC-Netzen bei MMC1, MMC2 und MMC3 erfolgt analog zu den Gleichungen in (2.8) auf Seite 23.
- Die Herleitung der dynamischen Gleichungen für die DC-Ströme $i_{DCp}^{(a=1,2,3)}$, die jeweils mit den einzelnen MMC verbunden sind, erfolgt analog zu Gleichung (2.7):

$$\frac{d}{dt} i_{DCp}^{(a)} = -\frac{R_{DC}^{(a)}}{L_{DC}^{(a)}} i_{DCp}^{(a)} - \frac{1}{L_{DC}^{(a)}} \left(u_{\Sigma,0}^{(a)} + \frac{u_{DCp}^{(a)} + u_{DCn}^{(a)}}{2} \right), \quad \text{für } a = 1, 2, 3. \quad (2.20)$$

Da für die Gleichstromgrößen $i_{DCp}^{(a)} = -i_{DCn}^{(a)} \equiv i_{DC}^{(a)}$ zusätzlich die Summenbedingung $i_{DCp}^{(1)} + i_{DCp}^{(2)} + i_{DCp}^{(3)} = 0$ gilt, sind lediglich zwei dieser Größen linear unabhängig.

Das Summieren der drei Differentialgleichungen in (2.20) für $a = 1, 2, 3$ führt zudem auf eine rein algebraische Beziehung für $u_{\Sigma,0}^{(a)}$:

$$\sum_{a=1}^3 \frac{1}{L_{DC}^{(a)}} u_{\Sigma,0}^{(a)} = -\sum_{a=1}^3 \frac{1}{L_{DC}^{(a)}} \frac{u_{DCp}^{(a)} + u_{DCn}^{(a)}}{2} - \sum_{a=1}^3 \frac{R_{DC}^{(a)}}{L_{DC}^{(a)}} i_{DCp}^{(a)},$$

woraus folgt, dass auch nur zwei der drei effektiven Eingangsgrößen $u_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3)}$ linear unabhängig sind.

- Jeder der drei internen Ströme in jedem Ring $i_{cwp/n}^{(a=1,2,3)}$ – im p- und n-Ring, insgesamt also sechs Stromkomponenten – wird durch die internen geschlossenen Sektorenmaschen beschrieben (vgl. Abbildung 2.8). Die interne Stromdynamik für den p-Ring wird im Folgenden dargestellt

$$0 = \left(R_{cw}^{(1)} + L_{cw}^{(1)} \frac{d}{dt} \right) i_{cwp}^{(1)} + u_{F\alpha p}^{(1)} + \left(R_r^{(1)} + L_r^{(1)} \frac{d}{dt} \right) \left(i_{cwp}^{(1)} + i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp}^{(2)} \right) - \left(R_r^{(3)} + L_r^{(3)} \frac{d}{dt} \right) \left(i_{cwp}^{(3)} + i_{DCp}^{(1)} - i_{cwp}^{(1)} \right) - u_{F\beta p}^{(3)} - \left(R_{ccw}^{(1)} + L_{ccw}^{(1)} \frac{d}{dt} \right) \left(i_{DCp}^{(1)} - i_{cwp}^{(1)} \right), \quad (2.21)$$

$$0 = \left(R_{cw}^{(2)} + L_{cw}^{(2)} \frac{d}{dt} \right) i_{cwp}^{(2)} + u_{F\alpha p}^{(2)} + \left(R_r^{(2)} + L_r^{(2)} \frac{d}{dt} \right) \left(i_{cwp}^{(2)} + i_{DCp}^{(3)} - i_{cwp}^{(3)} \right) - \left(R_r^{(1)} + L_r^{(1)} \frac{d}{dt} \right) \left(i_{cwp}^{(1)} + i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp}^{(2)} \right) - u_{F\beta p}^{(1)} - \left(R_{ccw}^{(2)} + L_{ccw}^{(2)} \frac{d}{dt} \right) \left(i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp}^{(2)} \right), \quad (2.22)$$

$$0 = \left(R_{cw}^{(3)} + L_{cw}^{(3)} \frac{d}{dt} \right) i_{cwp}^{(3)} + u_{F\alpha p}^{(3)} + \left(R_r^{(3)} + L_r^{(3)} \frac{d}{dt} \right) \left(i_{cwp}^{(3)} + i_{DCp}^{(1)} - i_{cwp}^{(1)} \right) - \left(R_r^{(2)} + L_r^{(2)} \frac{d}{dt} \right) \left(i_{cwp}^{(2)} + i_{DCp}^{(3)} - i_{cwp}^{(3)} \right) - u_{F\beta p}^{(2)} - \left(R_{ccw}^{(3)} + L_{ccw}^{(3)} \frac{d}{dt} \right) \left(i_{DCp}^{(3)} - i_{cwp}^{(3)} \right). \quad (2.23)$$

Dabei gilt, dass $i_{ccw}^{(a)} = i_{DCp}^{(a)} - i_{cwp}^{(a)}$ mit dem Index $a = 1, 2, 3$.

Die drei Gleichungen in (2.21)–(2.23) lassen sich in der folgenden kompakten Matrixform darstellen:

$$\mathbf{L}_{rcw} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp} = \mathbf{L}_{re0} \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp} - \mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp} + \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp} + \mathbf{M}_{pf} \vec{u}_{Fp}, \quad (2.24)$$

wobei gilt

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \vec{i}_{cwp} \end{pmatrix}^T &= \begin{pmatrix} i_{cwp}^{(1)} & i_{cwp}^{(2)} & i_{cwp}^{(3)} \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} \vec{i}_{DCp} \end{pmatrix}^T &= \begin{pmatrix} i_{DCp}^{(1)} & i_{DCp}^{(2)} & i_{DCp}^{(3)} \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} \vec{u}_{Fp} \end{pmatrix}^T &= \begin{pmatrix} u_{F\alpha p}^{(1)} & u_{F\beta p}^{(1)} & u_{F\alpha p}^{(2)} & u_{F\beta p}^{(2)} & u_{F\alpha p}^{(3)} & u_{F\beta p}^{(3)} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Die Matrizen \mathbf{L}_{rcw} , \mathbf{L}_{re0} und \mathbf{M}_{pf} in (2.24) sind wie folgt:

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{rcw} &= \begin{pmatrix} L_{cw}^{(1)} + L_{ccw}^{(1)} + L_r^{(1)} + L_r^{(3)} & & -L_r^{(1)} & & & -L_r^{(3)} \\ & -L_r^{(1)} & & L_{cw}^{(2)} + L_{ccw}^{(2)} + L_r^{(2)} + L_r^{(1)} & & -L_r^{(2)} \\ & & -L_r^{(3)} & & -L_r^{(2)} & L_{cw}^{(3)} + L_{ccw}^{(3)} + L_r^{(3)} + L_r^{(2)} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{L}_{re0} &= \begin{pmatrix} L_{ccw}^{(1)} + L_r^{(3)} & -L_r^{(1)} & 0 \\ 0 & L_{ccw}^{(2)} + L_r^{(1)} & -L_r^{(2)} \\ -L_r^{(3)} & 0 & L_{ccw}^{(3)} + L_r^{(2)} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M}_{pf} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & -1 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.25)$$

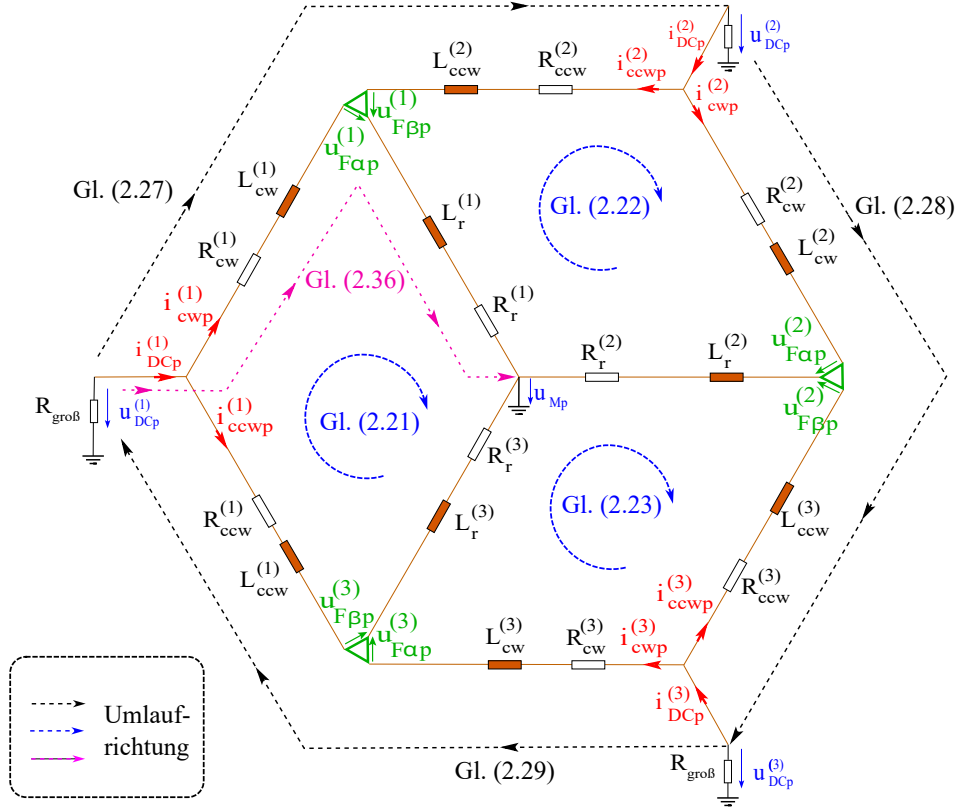


Abbildung 2.8: Veranschaulichung der Maschengleichungsgruppen im p-Ring (2.21)–(2.23), (2.27)–(2.29) und (2.36)

Die Matrizen \mathbf{R}_{rcw} und \mathbf{R}_{re0} werden abgeleitet, indem die Induktivitäten in \mathbf{L}_{rcw} bzw. \mathbf{L}_{re0} durch die entsprechenden Widerstände ersetzt werden. Analog ergibt sich die entsprechende Gleichung für den n-Ring:

$$\mathbf{L}_{rcw} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwn} = -\mathbf{L}_{re0} \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp} - \mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwn} - \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp} + \mathbf{M}_u \vec{u}_{Fn}, \quad (2.26)$$

wobei $\left(\vec{i}_{cwn}\right)^T = \left(i_{cwn}^{(1)} \quad i_{cwn}^{(2)} \quad i_{cwn}^{(3)}\right)$, $\left(\vec{u}_{Fn}\right)^T = \left(u_{F\alpha n}^{(1)} \quad u_{F\beta n}^{(1)} \quad u_{F\alpha n}^{(2)} \quad u_{F\beta n}^{(2)} \quad u_{F\alpha n}^{(3)} \quad u_{F\beta n}^{(3)}\right)$ sind und die Beziehung $i_{DCp}^{(a)} = -i_{DCn}^{(a)}$ verwendet wird.

- Die $2 \times 3 = 6$ Spannungsvariablen $u_{DCp/n}^{(a=1,2,3)}$ werden durch Spannungsmaschen beschrieben, die jeweils von der Erdung an einem MMC über die DC-Leitung bis zur Erdung am nächsten MMC verlaufen (vgl. Abbildung 2.8), hier exemplarisch für den **p-Ring**:

$$0 = -u_{DCp}^{(1)} + \left(R_{cw}^{(1)} + L_{cw}^{(1)} \frac{d}{dt}\right) i_{cwp}^{(1)} + u_{F\alpha p}^{(1)} - u_{F\beta p}^{(1)} - \left(R_{ccw}^{(2)} + L_{ccw}^{(2)} \frac{d}{dt}\right) \left(i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp}^{(2)}\right) + u_{DCp}^{(2)}, \quad (2.27)$$

$$0 = -u_{DCp}^{(2)} + \left(R_{cw}^{(2)} + L_{cw}^{(2)} \frac{d}{dt}\right) i_{cwp}^{(2)} + u_{F\alpha p}^{(2)} - u_{F\beta p}^{(2)} - \left(R_{ccw}^{(3)} + L_{ccw}^{(3)} \frac{d}{dt}\right) \left(i_{DCp}^{(3)} - i_{cwp}^{(3)}\right) + u_{DCp}^{(3)}, \quad (2.28)$$

$$0 = -u_{DCp}^{(3)} + \left(R_{cw}^{(3)} + L_{cw}^{(3)} \frac{d}{dt} \right) i_{cwp}^{(3)} + u_{F\alpha p}^{(3)} - u_{F\beta p}^{(3)} - \left(R_{ccw}^{(1)} + L_{ccw}^{(1)} \frac{d}{dt} \right) \left(i_{DCp}^{(1)} - i_{cwp}^{(1)} \right) + u_{DCp}^{(1)}. \quad (2.29)$$

Diese drei Gleichungen lassen sich in kompakter Matrixform wie folgt schreiben:

$$+ \begin{pmatrix} +1 & -1 & 0 \\ 0 & +1 & -1 \\ -1 & 0 & +1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{DCp}^{(1)} \\ u_{DCp}^{(2)} \\ u_{DCp}^{(3)} \end{pmatrix} = \mathbf{L}_{cw} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp} - \mathbf{L}_{e0} \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp} + \mathbf{R}_{cw} \vec{i}_{cwp} - \mathbf{R}_{e0} \vec{i}_{DCp} + \mathbf{M}_u \vec{u}_{Fp}, \quad (2.30)$$

wobei gilt:

$$\mathbf{L}_{cw} = \begin{pmatrix} L_{cw}^{(1)} & L_{ccw}^{(2)} & 0 \\ 0 & L_{cw}^{(2)} & L_{ccw}^{(3)} \\ L_{ccw}^{(1)} & 0 & L_{cw}^{(3)} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{L}_{e0} = \begin{pmatrix} 0 & L_{ccw}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & L_{ccw}^{(3)} \\ L_{ccw}^{(1)} & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{M}_u = \begin{pmatrix} +1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.31)$$

Die Matrizen \mathbf{R}_{cw} und \mathbf{R}_{e0} werden abgeleitet, indem die Induktivitäten in \mathbf{L}_{cw} bzw. \mathbf{L}_{e0} durch die entsprechenden Widerstände ersetzt werden.

Analog lassen sich drei Maschengleichungen für $-u_{DCn}^{(a=1,2,3)}$ im **n-Ring** aufstellen – anstelle der obigen Gleichungen für $+u_{DCp}^{(a=1,2,3)}$ – indem der Index p durch n ersetzt und die Beziehung $i_{DCn}^{(a)} = -i_{DCp}^{(a)}$ verwendet wird, wie folgt:

$$- \begin{pmatrix} +1 & -1 & 0 \\ 0 & +1 & -1 \\ -1 & 0 & +1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{DCn}^{(1)} \\ u_{DCn}^{(2)} \\ u_{DCn}^{(3)} \end{pmatrix} = +\mathbf{L}_{cw} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwn} + \mathbf{L}_{e0} \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp} + \mathbf{R}_{cw} \vec{i}_{cwn} + \mathbf{R}_{e0} \vec{i}_{DCp} + \mathbf{M}_u \vec{u}_{Fn} \quad (2.32)$$

Physikalisch betrachtet sind von den drei Spannungen $u_{DCp}^{(a=1,2,3)}$ nur zwei linear unabhängig. Eine dieser Spannungen kann vom Netzbetreiber vorgegeben werden, während die beiden anderen durch Maschengleichungen bestimmt werden. Dies lässt sich auch mathematisch einfach zeigen: Werden die drei Gleichungen aus (2.30) zeilenweise addiert, so ergibt sich:

$$0 = \left(L_{cw}^{(1)} + L_{ccw}^{(1)} \quad L_{cw}^{(2)} + L_{ccw}^{(2)} \quad L_{cw}^{(3)} + L_{ccw}^{(3)} \right) \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp} - \left(L_{ccw}^{(1)} \quad L_{ccw}^{(2)} \quad L_{ccw}^{(3)} \right) \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp}$$

$$+ \left(R_{cw}^{(1)} + R_{ccw}^{(1)} \quad R_{cw}^{(2)} + R_{ccw}^{(2)} \quad R_{cw}^{(3)} + R_{ccw}^{(3)} \right) \vec{i}_{cwp} - \left(R_{ccw}^{(1)} \quad R_{ccw}^{(2)} \quad R_{ccw}^{(3)} \right) \vec{i}_{DCp}$$

$$+ (+1 \quad -1 \quad +1 \quad -1 \quad +1 \quad -1) \vec{u}_{Fp}.$$

Die obige Gleichung kann auch hergeleitet werden, wenn die drei Gleichungen aus (2.24) seitenweise summiert werden. Daraus folgt, dass nur zwei der drei Gleichungen

in (2.30) linear unabhängig sind. Eine analoge Argumentation gilt für den n-Ring: Auch hier sind nur zwei der drei Gleichungen in (2.32) linear unabhängig.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit werden im weiteren Verlauf dieser Arbeit in jedem internen Ring die Spannungen $u_{DCp}^{(1)}$ und $u_{DCn}^{(1)}$ als vorgegeben gewählt, wobei ihre Summe zugleich das Spannungsniveau des internen DC-Netzes definiert.

- Die sechs PFC-Kondensatorspannungen $u_{Cp/n}^{(a=1,2,3)}$ entsprechen sechs Energiekomponenten $W_{Cp/n}^{(a=1,2,3)}$. Die Herleitung der zugehörigen Energiedynamik erfolgt analog zu Gleichung (2.19) auf Seite 28:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}W_{Cp/n}^{(1)} &= i_{cwp/n}^{(1)} u_{F\alpha p/n}^{(1)} + \left(\pm i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp/n}^{(2)} \right) u_{F\beta p/n}^{(1)}, \\ \frac{d}{dt}W_{Cp/n}^{(2)} &= i_{cwp/n}^{(2)} u_{F\alpha p/n}^{(2)} + \left(\pm i_{DCp}^{(3)} - i_{cwp/n}^{(3)} \right) u_{F\beta p/n}^{(2)}, \\ \frac{d}{dt}W_{Cp/n}^{(3)} &= i_{cwp/n}^{(3)} u_{F\alpha p/n}^{(3)} + \left(\pm i_{DCp}^{(1)} - i_{cwp/n}^{(1)} \right) u_{F\beta p/n}^{(3)}.\end{aligned}\quad (2.33)$$

In Analogie zur Herleitung einer geeigneten Form der Energiedynamik für den MMC auf Seite 25, mit der die trajektoriebasierte Vorsteuerung für den MMC günstig entwickelt werden kann, lässt sich auch eine entsprechende Form für die PFC-Energiedynamik herleiten. Als Beispiel wird PFC1 im p-Ring betrachtet. Unter Berücksichtigung der zusätzlichen magnetischen Energie in den benachbarten Leitungen wird für PFC1 im p-Ring die folgende neue Energiekomponente definiert:

$$\begin{aligned}W_{Cp}^{(1)} &= \frac{C}{2} \left(u_{Cp}^{(1)} \right)^2 + \frac{L_{cw}^{(1)}}{2} \left(i_{cwp}^{(1)} \right)^2 + \frac{L_{ccw}^{(2)}}{2} \left(+i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp}^{(2)} \right)^2 \\ &\quad + \frac{L_r^{(1)}}{2} \left(i_{cwp}^{(1)} + i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp}^{(2)} \right)^2.\end{aligned}\quad (2.34)$$

Die entsprechende Energiedynamik für die neue Energiekomponente $W_{Cp}^{(1)}$ ergibt sich aus den gesamten Leistungszuflüssen abzüglich der ohmschen Verluste, sodass gilt:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}W_{Cp}^{(1)} &= \underbrace{+u_{DCp}^{(1)} i_{cwp}^{(1)} + u_{DCp}^{(2)} \left(+i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp}^{(2)} \right) - u_{Mp} \left(i_{cwp}^{(1)} + i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp}^{(2)} \right)}_{\text{Leistungszufluss}} \\ &\quad - \underbrace{R_{cw}^{(1)} \left(i_{cwp}^{(1)} \right)^2 - R_{ccw}^{(2)} \left(+i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp}^{(2)} \right)^2 - R_r^{(1)} \left(i_{cwp}^{(1)} + i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp}^{(2)} \right)^2}_{\text{Ohmsche Verluste an Widerständen des MVDC-Netzes}},\end{aligned}\quad (2.35)$$

Dabei stellt u_{Mp} die Spannung des Mittelpunkts des p-Rings gegenüber Erde dar. Die Herleitung des Ausdrucks für u_{Mp} , ausgehend von $u_{DCp}^{(1)}$ über die in Abbildung 2.8 dargestellte Masche, erfolgt wie folgt:

$$u_{Mp} = +u_{DCp}^{(1)} - \left(R_{cw}^{(1)} + L_{cw}^{(1)} \frac{d}{dt} \right) i_{cwp}^{(1)} - u_{F\alpha p}^{(1)} - \left(R_r^{(1)} + L_r^{(1)} \frac{d}{dt} \right) \left(i_{cwp}^{(1)} + i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp}^{(2)} \right).\quad (2.36)$$

Die Herleitung der Energiekomponenten und ihrer entsprechenden Energiedynamik für die übrigen PFC erfolgt analog.

- Die drei Gesamtenergiekomponenten $W_{\Sigma,0}^{(a)}$ an jedem MMC ($a = 1, 2, 3$) unter der Annahme verschwindender Kreisströme folgen denselben dynamischen Gleichungen wie Gleichung (2.13) auf Seite 25.

2.4.2 Zusammenfassung der Dynamik des Gesamtsystems

Die Dynamik des Gesamtsystems wird durch 23 Zustandsvariablen geschrieben:

- 6 AC-Ströme: $i_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1,2,3)}$.
- 8 unabhängige DC-Ströme: zwei DC-Ströme an den MMC, $i_{DCp}^{(a=1,2)}$, sowie sechs interne DC-Ströme, $i_{cwp/n}^{(a=1,2,3)}$ (drei interne DC-Ströme im p-Ring und drei interne DC-Ströme im n-Ring).
- 9 Energiekomponenten: drei Energiekomponenten der MMC, $W_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3)}$, sowie sechs Energiekomponenten, $W_{C_{p/n}}^{(a=1,2,3)}$, die den sechs PFC zugeordnet sind (drei PFC im p-Ring, drei PFC im n-Ring).

Es gibt insgesamt 20 unabhängige Eingangsgrößen, die die Dynamik antreiben:

- 6 effektive Spannungen $u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(a=1,2,3)}$, die die AC-Ströme antreiben.
- 2 effektive Spannungen $u_{\Sigma,0}^{(a=1,2)}$, die die DC-Ströme bei MMC1 und MMC2 antreiben. Die dritte Spannung $u_{\Sigma,0}^{(3)}$ ist eine abhängige Variable.
- 12 effektive Spannungen $u_{F\alpha p/n}^{(a=1,2,3)}$ und $u_{F\beta p/n}^{(a=1,2,3)}$ an den 6 PFC.

Die dynamischen Gleichungen für die 23 Zustandsvariablen lauten:

- $2 \times 3 = 6$ dynamische Gleichungen für alle AC-Stromkomponenten mit $a = 1, 2, 3$:

$$\frac{d}{dt} i_{AC,\alpha/\beta}^{(a)} = -\frac{R_{AC}^{(a)}}{L_{AC}^{(a)}} i_{AC,\alpha/\beta}^{(a)} - \frac{1}{L_{AC}^{(a)}} \left(\frac{u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(a)}}{2} - u_{AC,\alpha/\beta}^{(a)} \right). \quad (2.37)$$

Darüber hinaus lassen sich in diesem Zusammenhang die Wirk- und Blindleistungen jedes symmetrischen AC-Netzes wie folgt ausdrücken (mit $a = 1, 2, 3$) [26]:

$$\begin{aligned} P_{AC}^{(a)} &= \frac{3}{2} \left(u_{AC,\alpha}^{(a)} i_{AC,\alpha}^{(a)} + u_{AC,\beta}^{(a)} i_{AC,\beta}^{(a)} \right), \\ Q_{AC}^{(a)} &= \frac{3}{2} \left(u_{AC,\alpha}^{(a)} i_{AC,\beta}^{(a)} - u_{AC,\beta}^{(a)} i_{AC,\alpha}^{(a)} \right). \end{aligned} \quad (2.38)$$

- $(2 \times 3) + 2 = 8$ dynamische Gleichungen für alle DC-Stromkomponenten, die sich aus den Gleichungen (2.20), (2.24) und (2.26) ergeben und in die folgende kompakte Matrixform zusammengefasst werden können:

$$\frac{d}{dt} i_{DCp}^{(a)} = -\frac{R'_{DC}(a)}{L'_{DC}(a)} i_{DCp}^{(a)} - \frac{1}{L'_{DC}(a)} \left(u_{\Sigma,0}^{(a)} + \frac{u_{DCp}^{(a)} + u_{DCn}^{(a)}}{2} \right), \quad \text{für } a = 1, 2. \quad (2.39)$$

$$\mathbf{L}_{rcw} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp/n} = \pm \mathbf{L}_{re0} \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp} - \mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp/n} \pm \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp} + \mathbf{M}_{pf} \vec{u}_{Fp/n}. \quad (2.40)$$

- Drei Gleichungen, die die Energiedynamik der drei MMC unter der Annahme verschwindender Kreisströme beschreiben:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} W_{\Sigma,0}^{(a)} = & +\frac{1}{4} \begin{pmatrix} u_{AC,\alpha}^{(a)} & u_{AC,\beta}^{(a)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha}^{(a)} \\ i_{AC,\beta}^{(a)} \end{pmatrix} - \frac{R'_{AC}(a)}{4} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha}^{(a)} & i_{AC,\beta}^{(a)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha}^{(a)} \\ i_{AC,\beta}^{(a)} \end{pmatrix} \\ & - \frac{1}{6} \left(u_{DCp}^{(a)} + u_{DCn}^{(a)} \right) i_{DCp}^{(a)} - \frac{R'_{DC}(a)}{3} \left(i_{DCp}^{(a)} \right)^2. \end{aligned} \quad (2.41)$$

- $2 \times 3 = 6$ Energiegleichungen für die PFC:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} W_{Cp/n}^{(1)} = & \pm u_{DCp/n}^{(1)} i_{cwp/n}^{(1)} \pm u_{DCp/n}^{(2)} \left(\pm i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp/n}^{(2)} \right) + u_{Mp/n} \left(i_{cwp/n}^{(1)} \pm i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp/n}^{(2)} \right) \\ & - R_{cw}^{(1)} \left(i_{cwp/n}^{(1)} \right)^2 - R_{ccw}^{(2)} \left(\pm i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp/n}^{(2)} \right)^2 - R_r^{(1)} \left(i_{cwp/n}^{(1)} \pm i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp/n}^{(2)} \right)^2, \\ \frac{d}{dt} W_{Cp/n}^{(2)} = & \pm u_{DCp/n}^{(2)} i_{cwp/n}^{(2)} \pm u_{DCp/n}^{(3)} \left(\pm i_{DCp}^{(3)} - i_{cwp/n}^{(3)} \right) + u_{Mp/n} \left(i_{cwp/n}^{(2)} \pm i_{DCp}^{(3)} - i_{cwp/n}^{(3)} \right) \\ & - R_{cw}^{(2)} \left(i_{cwp/n}^{(2)} \right)^2 - R_{ccw}^{(3)} \left(\pm i_{DCp}^{(3)} - i_{cwp/n}^{(3)} \right)^2 - R_r^{(2)} \left(i_{cwp/n}^{(2)} \pm i_{DCp}^{(3)} - i_{cwp/n}^{(3)} \right)^2, \\ \frac{d}{dt} W_{Cp/n}^{(3)} = & \pm u_{DCp/n}^{(3)} i_{cwp/n}^{(3)} \pm u_{DCp/n}^{(1)} \left(\pm i_{DCp}^{(1)} - i_{cwp/n}^{(1)} \right) + u_{Mp/n} \left(i_{cwp/n}^{(3)} \pm i_{DCp}^{(1)} - i_{cwp/n}^{(1)} \right) \\ & - R_{cw}^{(3)} \left(i_{cwp/n}^{(3)} \right)^2 - R_{ccw}^{(1)} \left(\pm i_{DCp}^{(1)} - i_{cwp/n}^{(1)} \right)^2 - R_r^{(3)} \left(i_{cwp/n}^{(3)} \pm i_{DCp}^{(1)} - i_{cwp/n}^{(1)} \right)^2, \end{aligned} \quad (2.42)$$

wobei $u_{Mp/n}$ die Spannungen der zentralen p- und n-Ringe gegenüber Erde bezeichnen.

2.5 Numerische Integration der Systemdynamik

Wie bereits diskutiert, wird für die Modellierung des Gesamtsystems die Zeitskala $\Delta t = 100 \mu\text{s}$ gewählt. Mit anderen Worten: Alle $100 \mu\text{s}$ wird ein neuer Eingang gestellt, bestehend aus $u_{\Sigma,0}^{(a=1,2)}$, $u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(a=1,2,3)}$ und $\vec{u}_{Fp/n}$. Eine einfache numerische Integration der resultierenden dynamischen Gleichungen zur zeitlichen Entwicklung aller acht DC-Ströme kann wie folgt durchgeführt werden:

- Zunächst wird die Zeitachse in diskrete Zeitschritte der gleichen Länge $\Delta t = 100 \mu\text{s}$ unterteilt, sodass Zeitableitungen durch Zeitdifferenzen ersetzt werden.

- Für die numerische Integration der DC-Stromdynamik wird eine explizite Formulierung hergeleitet, welche in Anhang B.1 näher erläutert ist. Diese lautet:

$$\mathcal{L}'_{rDC} \frac{d\vec{x}}{dt} = -\mathcal{R}'_{rDC} \vec{x}(t) + \mathcal{B} \vec{u}(t) + \mathcal{D} \vec{u}_{\text{ext}}(t),$$

wobei

$$\vec{x}^T = \left(\vec{i}_{cwp} \quad \vec{i}_{cwn} \quad i_{DCp}^{(1)} \quad i_{DCp}^{(2)} \right),$$

die Zustandsgrößen umfasst,

$$(\vec{u})^T = \left(\vec{u}_{Fp} \quad \vec{u}_{Fn} \quad u_{\Sigma,0}^{(1)} \quad u_{\Sigma,0}^{(2)} \right),$$

die Eingangsgrößen bezeichnet, und

$$(\vec{u}_{\text{ext}})^T = \left(u_{DCp}^{(1)} \quad u_{DCn}^{(1)} \right)$$

die externen DC-Spannungen darstellt, die zum Zeitpunkt t als bekannt vorausgesetzt werden. Die Matrizen \mathcal{L}'_{rDC} , \mathcal{R}'_{rDC} , \mathcal{B} und \mathcal{D} werden auf Seite 133 angegeben.

Der Stromvektor zum nächsten Zeitschritt $\vec{x}(t + \Delta t)$ ergibt sich dann aus einer Integration nach folgender zeitdiskreter Darstellung der Stromdynamik:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_{rDC} \frac{\vec{x}(t + \Delta t) - \vec{x}(t)}{\Delta t} &= -\mathcal{R}'_{rDC} \vec{x}(t + \Delta t) + \mathcal{B} \vec{u}(t) + \mathcal{D} \vec{u}_{\text{ext}}(t), \\ \Rightarrow \vec{x}(t + \Delta t) &= \left[\mathbf{E} + \Delta t (\mathcal{L}'_{rDC})^{-1} \mathcal{R}'_{rDC} \right]^{-1} \left[\vec{x}(t) + \Delta t (\mathcal{L}'_{rDC})^{-1} \mathcal{B} \vec{u}(t) \right. \\ &\quad \left. + \Delta t (\mathcal{L}'_{rDC})^{-1} \mathcal{D} \vec{u}_{\text{ext}}(t) \right], \end{aligned} \quad (2.43)$$

wobei \mathbf{E} die Einheitsmatrix der Größe 8×8 ist. Der Widerstandsterm $-\mathcal{R}'_{rDC} \vec{x}(t + \Delta t)$ wird am zukünftigen Zeitschritt $t + \Delta t$ ausgewertet, um die numerische Stabilität des Integrationsverfahrens sicherzustellen. Für die zeitliche Entwicklung der AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1,2,3)}$ gilt die Vorgehensweise vollständig analog.

Analog lassen sich die neun Energiekomponenten direkt aus den entsprechenden Bewegungsgleichungen in der folgenden allgemeinen zeitdiskreten Form berechnen:

$$\frac{d}{dt} W = u i \quad \Rightarrow \quad W(t + \Delta t) = W(t) + \Delta t u(t) i(t). \quad (2.44)$$

Kapitel 3

Der eingeschwungene Zustand im MVDC-Netzsystem

Für die Notation wird eine allgemeine Variable x im eingeschwungenen Zustand durch einen hochgestellten Index (ss) als $x^{(ss)}$ gekennzeichnet.

Auf der Zeitskala von $\Delta t = 100 \mu s$, auf der die Strom- und Energiedynamik der MMC und PFC beschrieben wird, wird der eingeschwungene Zustand des Gesamtsystems wie folgt charakterisiert, wobei der Index $a = 1, 2, 3$ jeweils die MMC1, MMC2 bzw. MMC3 und die zugehörigen AC-Netze bezeichnet:

- Alle AC-Spannungen sind symmetrisch und oszillieren mit einer gemeinsamen Frequenz ω_{AC} , jedoch mit unterschiedlichen konstanten Amplituden $\hat{u}_{AC}^{(a)}$, und haben im $\alpha/\beta/0$ -Referenzrahmen – wobei die Nullkomponente entfällt und daher nicht weiter betrachtet wird – die folgende Form (vgl. Abschnitt 2.3.1):

$$u_{AC,\alpha/\beta}^{(a)} = \hat{u}_{AC}^{(a)} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t) \\ -\cos(\omega_{AC}t) \end{pmatrix}.$$

- Die entsprechenden AC-Ströme verlaufen mit derselben Frequenz wie die Spannungen, sind jedoch im Allgemeinen um den Phasenwinkel $\varphi_{i,AC}^{(a,ss)}$ phasenverschoben. Sie lassen sich wie folgt darstellen:

$$i_{AC,\alpha/\beta}^{(a,ss)} = \hat{i}_{AC}^{(a,ss)} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}^{(a,ss)}) \\ -\cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}^{(a,ss)}) \end{pmatrix},$$

wobei $\hat{i}_{AC}^{(a,ss)}$ die konstanten Amplituden der AC-Ströme im eingeschwungenen Zustand beschreibt und die Nullkomponente $i_{AC,0}^{(a,ss)}$ aufgrund der Sternverschaltung entfällt.

- Alle DC-Spannungen und -Ströme sind in sämtlichen DC-Verbindungen konstant.
- In jedem MMC bleibt die Gesamtenergie im eingeschwungenen Zustand unverändert, d. h. die Energiekomponente $W_{\Sigma,0}^{(a,ss)}$ (definiert als Gesamtenergie des MMC multipliziert mit einem Faktor von $\frac{1}{6}$) ist für alle Indizes a konstant. Es wird angenommen, dass die Energieinhalte aller MMC im eingeschwungenen Zustand identisch

sind. Diese Größe kann, wie in [20] gezeigt, abgeschätzt werden:

$$W_{\Sigma,0}^{(a,ss)} = \frac{1}{2} C_{SM} N_{SM} \left(\frac{v_C u_{DC}}{N_{SM}} \right)^2, \quad (3.1)$$

wobei C_{SM} die Kapazität eines einzelnen Submoduls und N_{SM} die Anzahl der Submodule pro MMC-Arm bezeichnet. Der positive Skalierungsfaktor $v_C > 0$ kennzeichnet gemeinsam mit der DC-Spannung, wie viel mittlere Energie während einer AC-Periode in jedem Arm gespeichert ist.

- Keine Änderung der in allen PFC gespeicherten Energien, sofern sich mindestens einer der PFC im Betrieb befindet. Es wird angenommen, dass die Energieinhalte aller PFC im eingeschwungenen Zustand gleich sind und sich wie folgt berechnen lassen:

$$W_C^{(a,ss)} = \frac{1}{2} C_{PFC} (u_C)^2, \quad (3.2)$$

wobei u_C die DC-Spannung über dem Kondensator und C_{PFC} dessen Kapazität bezeichnet.

Die verschiedenen Ausprägungen eines eingeschwungenen Zustands hängen davon ab, wie viele PFC Spannungen in das DC-Netz einspeisen. Dabei werden drei Fälle unterschieden:

- In Abschnitt 3.1 wird ein fehlerfreier, eingeschwungener Zustand ohne Spannungseinspeisung durch die PFC analysiert.
- In Abschnitt 3.2 wird ein eingeschwungener Zustand mit der Spannungseinspeisung durch einen einzelnen PFC im p-Ring untersucht.
- In Abschnitt 3.3 wird ein eingeschwungener Zustand mit der Spannungseinspeisung durch alle drei PFC im p-Ring betrachtet.

Gemäß der Diskussion in Abschnitt 2.3.1 werden die von den AC-Netzen AC1 und AC2 eingespeisten Leistungen im eingeschwungenen Zustand als konstant vorgegeben, während lediglich die AC-Leistung $P_{AC}^{(3,ss)}$ für die Energiebilanz des Umrichters MMC3 angepasst wird. Es wird zunächst in den Abschnitten 3.1 bis 3.3 angenommen, dass sich die AC-Leistung $P_{AC}^{(3,ss)}$ dadurch ändert, dass ausschließlich die Stromamplitude $\hat{i}_{AC}^{(3,ss)}$ variiert, während sowohl die Spannungsamplitude $\hat{u}_{AC}^{(3)}$ als auch die Phasenverschiebung $\varphi_{AC}^{(3,ss)}$ konstant bleiben¹.

Außerdem enthält jeder der oben genannten Abschnitte eine ähnliche Diskussion zur Herleitung der von den MMC bereitgestellten Eingangsgrößen. Zur besseren Strukturierung des Kapitels wird diese Diskussion in einem separaten Abschnitt 3.4 zusammengefasst, ohne den Inhalt der einzelnen Abschnitte zu beeinträchtigen.

Das Beibehalten der Phasenverschiebung $\varphi_{AC}^{(a,ss)}$ in einem AC-Netz bedeutet allerdings den Verzicht auf einen Freiheitsgrad. Um diesen zu erhalten, kann anstelle der

¹ $P_{AC}^{(3,ss)} = \frac{3}{2} \left(u_{AC,\alpha}^{(3)} \hat{i}_{AC,\alpha}^{(3,ss)} + u_{AC,\beta}^{(3)} \hat{i}_{AC,\beta}^{(3,ss)} \right) = \frac{3}{2} \hat{u}_{AC}^{(3)} \hat{i}_{AC}^{(3,ss)} \cos \left(\varphi_{i,AC}^{(3,ss)} \right)$

AC-Ströme eine Beschreibung über Wirk- und Blindleistungen der AC-Netze zur Energiebilanz der MMC herangezogen werden. Diese alternative Darstellung wird in Abschnitt 3.5 vorgestellt.

3.1 Eingeschwungener Zustand im fehlerfreien Betrieb ohne Spannungseinspeisung durch PFC

Da keine Spannungen durch die PFC in das DC-Netz eingespeist werden, gilt: $\vec{u}_{Fp}^{(ss)} = \vec{u}_{Fn}^{(ss)} = \vec{0}$. Darüber hinaus fungieren die PFC lediglich als Knoten, sodass die Energiebilanz der PFC in diesem Fall nicht berücksichtigt werden muss.

In diesem eingeschwungenen Zustand müssen folgende Punkte behandelt werden:

- Die Energiebilanz von drei MMC,
- Die Stromverteilung im internen DC-Netz $i_{cwp/n}^{(a=1/2/3)}$.

Um die beiden oben genannten Punkte im Detail zu behandeln, werden nachfolgend die entsprechenden Gleichungen hergeleitet:

- Drei Gleichungen aus (2.41), die die Energiebilanz der MMC im eingeschwungenen Zustand beschreiben:

$$0 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} u_{AC,\alpha}^{(a)} & u_{AC,\beta}^{(a)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha}^{(a,ss)} \\ i_{AC,\beta}^{(a,ss)} \end{pmatrix} - \frac{R_{AC}'^{(a)}}{4} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha}^{(a,ss)} & i_{AC,\beta}^{(a,ss)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha}^{(a,ss)} \\ i_{AC,\beta}^{(a,ss)} \end{pmatrix} - \frac{1}{6} \left(u_{DCp}^{(a,ss)} + u_{DCn}^{(a,ss)} \right) i_{DCp}^{(a,ss)} - \frac{R_{DC}'^{(a)}}{3} \left(i_{DCp}^{(a,ss)} \right)^2, \quad \text{für } a = 1, 2, 3. \quad (3.3)$$

Daraus ergibt sich folgende Gleichung:

$$0 = \frac{1}{4} \hat{u}_{AC}^{(a)} \hat{i}_{AC}^{(a,ss)} \cos \left(\varphi_{AC}^{(a,ss)} \right) - \frac{R_{AC}'^{(a)}}{4} \left(\hat{i}_{AC}^{(a,ss)} \right)^2 - \frac{1}{6} \left(u_{DCp}^{(a,ss)} + u_{DCn}^{(a,ss)} \right) i_{DCp}^{(a,ss)} - \frac{R_{DC}'^{(a)}}{3} \left(i_{DCp}^{(a,ss)} \right)^2, \quad \text{für } a = 1, 2, 3. \quad (3.4)$$

Gemäß der Diskussion in Abschnitt 2.4.1 auf Seite 38 sind $u_{DCp/n}^{(1,ss)}$ bereits extern vorgegeben. In Gleichung (3.4) mit dem Index $a = 2, 3$ ist es zu erkennen, dass die abhängigen Spannungen $u_{DCp/n}^{(a=2,3,ss)}$ noch vorhanden sind. Daher müssen die vier aus (2.30) und (2.32) abgeleiteten Gleichungen, die die Abhängigkeit der Span-

nungen $u_{DCp/n}^{(a=2,3,ss)}$ von $u_{DCp/n}^{(1,ss)}$ beschreiben, betrachtet werden:

$$\begin{aligned}
 u_{DCp}^{(2,ss)} &= u_{DCp}^{(1,ss)} - (\mathbf{R}_{cw})_{1,:} \vec{i}_{cwp}^{(ss)} + (\mathbf{R}_{e0})_{1,:} \vec{i}_{DCp}^{(ss)}, \\
 u_{DCn}^{(2,ss)} &= u_{DCn}^{(1,ss)} + (\mathbf{R}_{cw})_{1,:} \vec{i}_{cwn}^{(ss)} + (\mathbf{R}_{e0})_{1,:} \vec{i}_{DCp}^{(ss)}, \\
 u_{DCp}^{(3,ss)} &= u_{DCp}^{(1,ss)} + (\mathbf{R}_{cw})_{3,:} \vec{i}_{cwp}^{(ss)} - (\mathbf{R}_{e0})_{3,:} \vec{i}_{DCp}^{(ss)}, \\
 u_{DCn}^{(3,ss)} &= u_{DCn}^{(1,ss)} - (\mathbf{R}_{cw})_{3,:} \vec{i}_{cwn}^{(ss)} - (\mathbf{R}_{e0})_{3,:} \vec{i}_{DCp}^{(ss)}.
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

- Sechs weitere Gleichungen aus (2.40), die die Verteilung der internen Ströme $i_{cwp/n}^{(a,ss)}$ mit $a = 1, 2, 3$ im eingeschwungenen Zustand beschreiben, können wie folgt geschrieben werden:

$$\vec{0}_{3 \times 1} = -\mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp/n}^{(ss)} \pm \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}^{(ss)} \Rightarrow \vec{i}_{cwp/n}^{(ss)} = \pm \mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}^{(ss)} \tag{3.6}$$

In den neun zuvor eingeführten Gleichungen sind die folgenden Variablen zu bestimmen: $\left\{ i_{DCp}^{(1/2,ss)}, \hat{i}_{AC}^{(3,ss)}, i_{cwp}^{(1/2/3,ss)}, i_{cwn}^{(1/2/3,ss)} \right\}$ (insgesamt $2 + 1 + 3 + 3 = 9$ Variablen). Das Rechenverfahren zur Bestimmung dieser Variablen wird in Abbildung 3.1 angegeben.

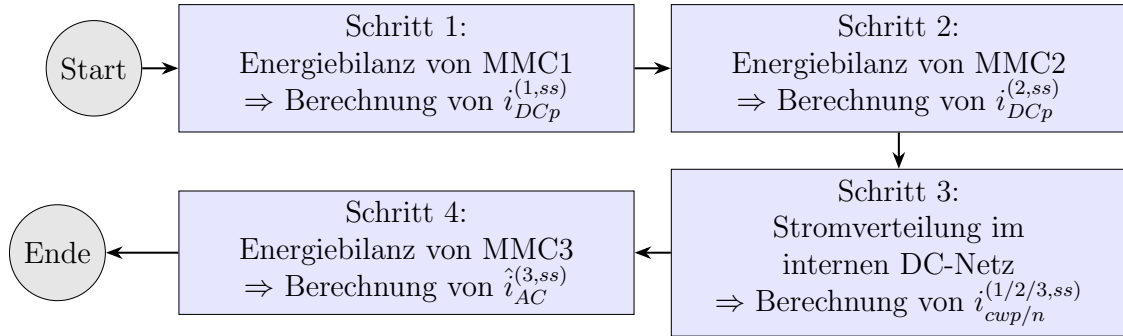


Abbildung 3.1: Ablauf der Berechnung des eingeschwungenen Zustands

Im Folgenden wird jeder Schritt im Detail erläutert:

Schritt 1: Zunächst wird die Energiebilanz von MMC1 betrachtet, indem Gleichung (3.4) für den Index $a = 1$ herangezogen wird:

$$0 = \underbrace{\frac{1}{4} \hat{u}_{AC}^{(1)} \hat{i}_{AC}^{(1,ss)} \cos(\varphi_{AC}^{(1,ss)}) - \frac{R_{AC}^{(1)}}{4} \left(\hat{i}_{AC}^{(1,ss)} \right)^2}_{c_0} - \underbrace{\frac{1}{6} \left(u_{DCp}^{(1,ss)} + u_{DCn}^{(1,ss)} \right) i_{DCp}^{(1,ss)}}_{c_1} - \underbrace{\frac{R_{DC}^{(1)}}{3} \left(i_{DCp}^{(1,ss)} \right)^2}_{c_2},$$

wobei $\hat{u}_{AC}^{(1)}$, $\hat{i}_{AC}^{(1,ss)}$ und $\varphi_{AC}^{(1,ss)}$ vorgegeben sind. Die obige Gleichung ist quadratisch in $i_{DCp}^{(1,ss)}$ (mit einem Pfeil markiert), und ihre physikalisch sinnvolle Lösung — also die mit dem kleinsten Betrag — lautet (bei $c_1, c_2 < 0$):

$$i_{DCp}^{(1,ss)} = \frac{c_1}{2c_2} \left(-1 + \sqrt{1 - 4 \frac{c_2 c_0}{c_1^2}} \right).$$

Schritt 2: Nun folgen die Betrachtung der Energiebilanz von MMC2 und die Berechnung von $i_{DCp}^{(2,ss)}$. Dabei ist zu beachten, dass die von $i_{DCp}^{(2,ss)}$ abhängigen Spannungen $u_{DCp/n}^{(2,ss)}$ noch in der Gleichung für die Energiebilanz von MMC2 enthalten sind. Dies kann jedoch wie folgt behandelt werden.

Die Ausdrücke für die Spannungen $u_{DCp/n}^{(2,ss)}$ in Abhängigkeit von $i_{DCp}^{(2,ss)}$ ergeben sich, indem Gleichung (3.6) in Gleichung (3.5) eingesetzt wird. Für $u_{DCp}^{(2,ss)}$ ergibt sich zunächst:

$$\begin{aligned} u_{DCp}^{(2,ss)} &= u_{DCp}^{(1,ss)} - (\mathbf{R}_{cw})_{1,:} (\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0}) \vec{i}_{DCp}^{(ss)} + (\mathbf{R}_{e0})_{1,:} \vec{i}_{DCp}^{(ss)} \\ &= u_{DCp}^{(1,ss)} - (\mathbf{R}_{cw} \mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0} - \mathbf{R}_{e0})_{1,:} \vec{i}_{DCp}^{(ss)} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Durch die Einführung der Beziehung $\vec{i}_{DCp} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(1,ss)} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(2,ss)}$ und einer Hilfsmatrix $\mathbf{R}_{aux} := \mathbf{R}_{cw} \mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0} - \mathbf{R}_{e0}$ ergibt sich die folgende Gleichung aus (3.7):

$$u_{DCp}^{(2,ss)} = u_{DCp}^{(1,ss)} - \left((\mathbf{R}_{aux})_{1,1} - (\mathbf{R}_{aux})_{1,3} \right) i_{DCp}^{(1,ss)} - \left((\mathbf{R}_{aux})_{1,2} - (\mathbf{R}_{aux})_{1,3} \right) i_{DCp}^{(2,ss)}, \quad (3.8)$$

wobei $i_{DCp}^{(1,ss)}$ bereits im Schritt 1 berechnet wurde. Nur $i_{DCp}^{(2,ss)}$ (mit einem Pfeil markiert) bleibt als Unbekannte. Analog ergibt sich die Spannung $u_{DCn}^{(2,ss)}$ in Abhängigkeit von $i_{DCp}^{(2,ss)}$ wie folgt:

$$u_{DCn}^{(2,ss)} = u_{DCn}^{(1,ss)} - \left((\mathbf{R}_{aux})_{1,1} - (\mathbf{R}_{aux})_{1,3} \right) i_{DCp}^{(1,ss)} - \left((\mathbf{R}_{aux})_{1,2} - (\mathbf{R}_{aux})_{1,3} \right) i_{DCp}^{(2,ss)}, \quad (3.9)$$

Es ist ersichtlich, dass die Gleichungen (3.8) und (3.9) eine sehr ähnliche Struktur aufweisen. Dies ist eine Folge der Symmetrie zwischen dem p- und dem n-Ring im Fall ohne aktive PFC.

Die Energiebilanz von MMC2 wird durch Gleichung (3.4) für den Index $a = 2$ beschrieben. Durch Einsetzen der Gleichungen (3.8) und (3.9) in Gleichung (3.4) ergibt sich folgende Beziehung:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{4} \hat{u}_{AC}^{(2)} \hat{i}_{AC}^{(2,ss)} \cos(\varphi_{AC}^{(2,ss)}) - \frac{R'_{AC}}{4} \left(\hat{i}_{AC}^{(2,ss)} \right)^2 \\ &\quad - \frac{1}{3} \left[\frac{u_{DCp}^{(1,ss)} + u_{DCn}^{(1,ss)}}{2} - \left((\mathbf{R}_{aux})_{1,1} - (\mathbf{R}_{aux})_{1,3} \right) i_{DCp}^{(1,ss)} \right] i_{DCp}^{(2,ss)} \\ &\quad - \frac{1}{3} \left[R'_{DC} - \left((\mathbf{R}_{aux})_{1,2} - (\mathbf{R}_{aux})_{1,3} \right) \right] \left(i_{DCp}^{(2,ss)} \right)^2, \end{aligned} \quad (3.10)$$

wobei $\hat{u}_{AC}^{(2)}$, $\hat{i}_{AC}^{(2,ss)}$ und $\cos(\varphi_{i,AC}^{(2)})$ konstant sind. Bei der obigen Gleichung handelt es sich erneut um eine quadratische Gleichung in der Unbekannten $i_{DCp}^{(2,ss)}$. Die physikalisch sinnvolle Lösung mit dem kleineren Betrag wird gewählt. Der verbleibende DC-Strom $i_{DCp}^{(3,ss)}$ ergibt sich unmittelbar aus der Beziehung: $i_{DCp}^{(3,ss)} = - \left(i_{DCp}^{(1,ss)} + i_{DCp}^{(2,ss)} \right)$.

Schritt 3: Da die Ströme $i_{DCp}^{(a=1,2,3,ss)}$ bestimmt wurden, kann die Stromverteilung innerhalb des DC-Netzes wie folgt berechnet werden:

$$\vec{i}_{cwp/n}^{(ss)} = \pm \mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}^{(ss)}$$

Daraus ergibt sich auch die Berechnung der Spannungen $u_{DCp/n}^{(2,ss)}$ und $u_{DCp/n}^{(3,ss)}$ gemäß Gleichung (3.5).

Schritt 4: Schließlich wird die AC-Stromamplitude $\hat{i}_{AC}^{(3,ss)}$ bei MMC3 aus der folgenden Gleichung bestimmt, welche die Energiebilanz von MMC3 beschreibt:

$$0 = -\frac{1}{6} \left(u_{DCp}^{(3,ss)} + u_{DCn}^{(3,ss)} \right) i_{DCp}^{(3,ss)} - \frac{R_{DC}^{(3)}}{3} \left(i_{DCp}^{(3,ss)} \right)^2 + \frac{1}{4} \hat{u}_{AC}^{(3)} \cos \varphi_{i,AC}^{(3)} \overset{\downarrow}{i_{AC}^{(3,ss)}} - \frac{R_{AC}^{(3)}}{4} \left(\overset{\downarrow}{i_{AC}^{(3,ss)}} \right)^2. \quad (3.11)$$

Diese Gleichung ist quadratisch in $\overset{\downarrow}{i_{AC}^{(3,ss)}}$ (mit einem Pfeil markiert). Dabei ist nun die negative Lösung zu wählen, da der AC-Strom aus MMC3 herausfließt.

Es ist zu beachten, dass die Stromverteilung im Fall eines einzelnen Erdschlusses im p-Ring unverändert bleibt; lediglich eine Spannungsverschiebung tritt auf. Als direkte Folge ergeben sich für die DC-Spannungen: $u_{DCp}^{(1,ss)} = 0$, während $u_{DCn}^{(1,ss)}$ der Spannung zwischen zwei Übertragungsleitungen entspricht, sodass die Summe $u_{DCp}^{(1,ss)} + u_{DCn}^{(1,ss)}$ unverändert bleibt. Eine detaillierte Diskussion der DC-Spannungen an den Anschlusspunkten der MMC zum internen DC-Netz im Fehlerfall findet sich in Abschnitt 2.3.2 auf Seite 30.

3.2 Eingeschwungener Zustand bei Spannungseinspeisung durch einen PFC im p-Ring

Das Einspeisen eines aktiven PFC erhöht die Anzahl der dynamischen Gleichungen um eine (entsprechend seiner Energiebilanz) und die Anzahl der Variablen um zwei (die Spannungen zwischen benachbarten Leitungen $u_{F\alpha}^{(a)}$ und $u_{F\beta}^{(a)}$). Dadurch entsteht ein zusätzlicher Freiheitsgrad, der insbesondere bei der Betrachtung eines Erdfehlers nützlich ist, da so eine weitere Stromgröße auf Null gesetzt werden kann.

Als repräsentatives Beispiel wird PFC1 im p-Ring gewählt, der zwischen MMC1 und MMC2 angeordnet ist. Dadurch lässt sich gezielt ein Erdschluss in einer der an diesem PFC angeschlossenen Leitungen analysieren. Hierfür wird die Leitung betrachtet, in der der Strom $i_{cwp}^{(1)}$ fließt. Im angestrebten eingeschwungenen Zustand soll dieser Strom den Wert Null annehmen.

Als direkte Folge eines Erdschlusses im p-Ring ändern sich die DC-Spannungen wie folgt: $u_{DCp}^{(1,ss)} = 0$, während $u_{DCn}^{(1,ss)}$ nun der Spannung zwischen zwei Übertragungsleitungen entspricht.

In diesem eingeschwungenen Zustand müssen folgende Punkte behandelt werden:

- Die Energiebilanz von drei MMC,
- Die Energiebilanz von PFC1 im p-Ring,
- Die Stromverteilung im internen DC-Netz $i_{cwp/n}^{(a=1/2/3)}$.

Die Gleichungen, die die oben genannten Punkte darstellen, werden wie folgt aufgeführt:

- Drei identische Gleichungen wie in (3.4), die die Energiebilanz der MMC im eingeschwungenen Zustand beschreiben. Analog zum vorherigen Abschnitt müssen die vier Gleichungen für die DC-Spannungen $u_{DCp/n}^{(a=2,3,ss)}$ in Abhängigkeit von $u_{DCp/n}^{(1,ss)}$ aus (2.30) und (2.32) berücksichtigt werden:

$$\begin{aligned}
 u_{DCp}^{(2,ss)} &= u_{DCp}^{(1,ss)} - (\mathbf{R}_{cw})_{1,:} \vec{i}_{cwp}^{(ss)} + (\mathbf{R}_{e0})_{1,:} \vec{i}_{DCp}^{(ss)} - (\mathbf{M}_u)_{1,:} \vec{u}_{Fp}^{(ss)}, \\
 u_{DCn}^{(2,ss)} &= u_{DCn}^{(1,ss)} + (\mathbf{R}_{cw})_{1,:} \vec{i}_{cwn}^{(ss)} + (\mathbf{R}_{e0})_{1,:} \vec{i}_{DCp}^{(ss)}, \\
 u_{DCp}^{(3,ss)} &= u_{DCp}^{(1,ss)} + (\mathbf{R}_{cw})_{3,:} \vec{i}_{cwp}^{(ss)} - (\mathbf{R}_{e0})_{3,:} \vec{i}_{DCp}^{(ss)} + (\mathbf{M}_u)_{3,:} \vec{u}_{Fp}^{(ss)}, \\
 u_{DCn}^{(3,ss)} &= u_{DCn}^{(1,ss)} - (\mathbf{R}_{cw})_{3,:} \vec{i}_{cwn}^{(ss)} - (\mathbf{R}_{e0})_{3,:} \vec{i}_{DCp}^{(ss)}.
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

Diesmal werden die Spannungen $u_{F\alpha p}^{(1,ss)}$ und $u_{F\beta p}^{(1,ss)}$ in das DC-Netz eingespeist. Somit gilt: $\begin{pmatrix} \vec{u}_{Fp}^{(ss)} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} u_{F\alpha p}^{(1,ss)} & u_{F\beta p}^{(1,ss)} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Im n-Ring bleibt $\vec{u}_{Fn}^{(ss)} = \vec{0}_{6 \times 1}$, da in diesem eingeschwungenen Zustand kein PFC im n-Ring erforderlich ist.

- Eine Gleichung aus (2.33) auf Seite 38, die die Energiebilanz des PFC1 im p-Ring beschreibt:

$$0 = i_{cwp}^{(1,ss)} u_{F\alpha p}^{(1,ss)} + \left(i_{DCp}^{(2,ss)} - i_{cwp}^{(2,ss)} \right) u_{F\beta p}^{(1,ss)}. \tag{3.13}$$

- Sechs weitere Gleichungen aus (2.40) auf Seite 40, die die Verteilung der internen Ströme $i_{cwp/n}^{(a,ss)}$ mit $a = 1, 2, 3$ im eingeschwungenen Zustand beschreiben, lassen sich in die folgenden Gleichungen (3.14) und (3.15) überführen:

$$\begin{aligned}
 \vec{0}_{3 \times 1} &= -\mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp}^{(ss)} + \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}^{(ss)} + \mathbf{M}_{pf} \vec{u}_{Fp}^{(ss)} \\
 &= -\mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp}^{(ss)} + \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}^{(ss)} + (\mathbf{M}_{pf})_{:,1} u_{F\alpha p}^{(1,ss)} + (\mathbf{M}_{pf})_{:,2} u_{F\beta p}^{(1,ss)}.
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

$$\vec{0}_{3 \times 1} = -\mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwn}^{(ss)} - \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}^{(ss)} + \underbrace{\mathbf{M}_{pf} \vec{u}_{Fn}^{(ss)}}_{=0}. \tag{3.15}$$

Insgesamt ergeben sich 10 Gleichungen mit den folgenden Unbekannten: $\left\{ i_{DCp}^{(a=1,2,ss)}, \hat{i}_{AC}^{(3,ss)}, i_{cwp}^{(a=2,3,ss)}, i_{cwn}^{(a=1,2,3,ss)}, u_{F\alpha p}^{(1,ss)}, u_{F\beta p}^{(1,ss)} \right\}$ (insgesamt $2 + 1 + 2 + 3 + 2 = 10$ Unbekannte).

Bemerkung: Im Allgemeinen ist es möglich, den Strom $i_{cwp}^{(1)}$ im Falle eines Erdfehlers mit der Spannungseinspeisung durch PFC1 im p-Ring auf einen von Null verschiedenen Wert einzustellen. Diese Möglichkeit spielt insbesondere bei der späteren Steuerung der Dynamik eine wesentliche Rolle. Der eingeschwungene Zustand lässt sich in diesem Fall jedoch nur numerisch berechnen (vgl. die nichtlineare Gleichung (3.13)). Eine entsprechende Lösung ist im Anhang A.1 auf Seite 125 dargestellt.

Im Folgenden wird ausschließlich der Fall $i_{cwp}^{(1,ss)} = 0$ betrachtet, da dieser – wie nachfolgend gezeigt wird – analytisch lösbar ist. Die Berechnungsprozedur für den entsprechenden eingeschwungenen Zustand wird in der folgenden Abbildung veranschaulicht:

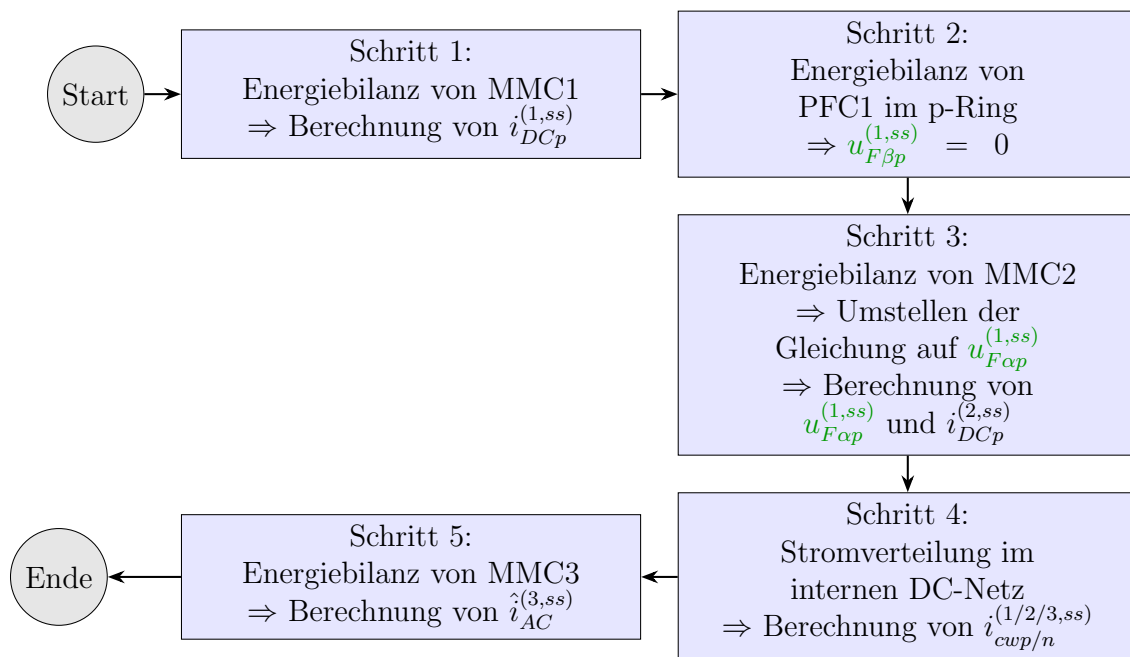


Abbildung 3.2: Berechnungsablauf für den eingeschwungenen Zustand bei Spannungseinspeisung durch PFC1 im p-Ring

In Abbildung 3.2 ist zu erkennen, dass sich die gesamte Prozedur gegenüber der in Abbildung 3.1 in den Schritten 2 und 3 unterscheidet. Alle anderen Schritte sind dagegen identisch mit den entsprechenden Schritten im vorherigen Abschnitt. Im Folgenden wird die Berechnungsprozedur im Detail erläutert:

Schritt 1: Analog zum vorherigen Abschnitt wird die Energiebilanz von MMC1 betrachtet und der Strom $i_{DCp}^{(1,ss)}$ berechnet.

Schritt 2: Nun wird die Energiebilanz von PFC1 im p-Ring anhand von Gleichung (3.13) betrachtet. Diese Gleichung ist zwar nichtlinear, lässt sich jedoch unter der Annahme $i_{cwp}^{(1,ss)} = 0$ analytisch lösen.

Gemäß Spezialfall 2 auf Seite 27 kann die Energiebilanz von PFC1 im p-Ring unter der Bedingung $i_{cwp}^{(1,ss)} = 0$ gewährleistet werden, wenn die Spannung $u_{FBp}^{(1,ss)} = 0$ gilt. Dies

lässt sich mathematisch einfach nachweisen:

$$\frac{d}{dt}W_{Cp}^{(a)} = \underbrace{i_{cwp}^{(1,ss)}}_{=0} u_{F\alpha p}^{(1,ss)} + \left(i_{DCp}^{(2,ss)} - i_{cwp}^{(2,ss)} \right) \underbrace{u_{F\beta p}^{(1,ss)}}_{=0} = 0.$$

Diese Lösung für die Energiebilanz des PFC1 im p-Ring ist physikalisch bedeutsam, da sie eine klare funktionale Aufteilung der von dem PFC bereitgestellten Eingangsgrößen ermöglicht:

Eine der beiden Eingangsgrößen – in der obigen Diskussion $u_{F\beta p}^{(1,ss)}$ – stellt die Energiebilanz des PFC sicher, während die andere Größe, $u_{F\alpha p}^{(1,ss)}$, dazu verwendet wird, den gewählten Strom $i_{cwp}^{(1,ss)}$ gezielt auf einen neuen Wert einzustellen.

Die alternative Lösung, bei der sowohl $i_{DCp}^{(2,ss)} - i_{cwp}^{(2,ss)} = 0$ als auch $i_{cwp}^{(1,ss)} = 0$ gleichzeitig gelten, ist aus physikalischer Sicht nicht sinnvoll und wird daher im Weiteren nicht berücksichtigt.

Schritt 3: Nun wird die Energiebilanz von MMC2 untersucht. Mit $u_{F\beta p}^{(1,ss)} = 0$ verwandelt die Gleichung (3.14) in die folgende Form:

$$\begin{aligned} \vec{0}_{3 \times 1} &= -\mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp}^{(ss)} + \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}^{(ss)} + (\mathbf{M}_{pf})_{:,1} u_{F\alpha p}^{(1,ss)}, \\ \Rightarrow \vec{i}_{cwp}^{(ss)} &= + \left[(\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0})_{:,1} - (\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0})_{:,3} \right] i_{DCp}^{(1,ss)} + \left[(\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0})_{:,2} - (\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0})_{:,3} \right] i_{DCp}^{(2,ss)} \\ &\quad + (\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{M}_{pf})_{:,1} u_{F\alpha p}^{(1,ss)}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Analog für die Stromverteilung im n-Ring ergibt sich:

$$\vec{i}_{cwn}^{(ss)} = - \left[(\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0})_{:,1} - (\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0})_{:,3} \right] i_{DCp}^{(1,ss)} - \left[(\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0})_{:,2} - (\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0})_{:,3} \right] i_{DCp}^{(2,ss)}. \quad (3.17)$$

Mit der trivialen Gleichung $i_{cwp}^{(1,ss)} = 0$ ergibt sich aus der Gleichung (3.16) die folgende Beziehung:

$$\begin{aligned} 0 &= \left[(\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0})_{1,1} - (\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0})_{1,3} \right] i_{DCp}^{(1,ss)} + \left[(\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0})_{1,2} - (\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0})_{1,3} \right] i_{DCp}^{(2,ss)} \\ &\quad + (\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{M}_{pf})_{1,1} u_{F\alpha p}^{(1,ss)}, \\ \Rightarrow i_{DCp}^{(2,ss)} &= - \underbrace{\frac{(\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0})_{1,1} - (\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0})_{1,3}}{(\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0})_{1,2} - (\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0})_{1,3}}}_{\kappa_1} i_{DCp}^{(1,ss)} - \underbrace{\frac{(\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{M}_{pf})_{1,1}}{(\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0})_{1,2} - (\mathbf{R}_{rcw}^{-1} \mathbf{R}_{re0})_{1,3}}}_{\kappa_u} u_{F\alpha p}^{(1,ss)}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Nun werden die Gleichungen für $u_{DCp/n}^{(2,ss)}$ aus Gleichung (3.12) in Abhängigkeit von $u_{DCp/n}^{(1,ss)}$ und der unbekanntenen Größe $u_{F\alpha p}^{(1,ss)}$ wie folgt hergeleitet, indem Gleichungen (3.16) und

(3.17) eingesetzt wird:

$$\begin{pmatrix} u_{DCp}^{(2,ss)} \\ u_{DCn}^{(2,ss)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{DCp}^{(1,ss)} \\ u_{DCn}^{(1,ss)} \end{pmatrix} - \left[(\mathbf{R}_{aux})_{1,1} - (\mathbf{R}_{aux})_{1,3} \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(1,ss)} \\ - \left[(\mathbf{R}_{aux})_{1,2} - (\mathbf{R}_{aux})_{1,3} \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(2,ss)} - \begin{pmatrix} (\mathbf{R}_{cw}\mathbf{R}_{rcw}^{-1}\mathbf{M}_{pf} + \mathbf{M}_u)_{1,1} \\ 0 \end{pmatrix} u_{F\alpha p}^{(1,ss)},$$

wobei die Hilfsgröße \mathbf{R}_{aux} ist: $\mathbf{R}_{aux} := \mathbf{R}_{cw}\mathbf{R}_{rcw}^{-1}\mathbf{R}_{re0} - \mathbf{R}_{e0}$. Setze die Beziehung $i_{DCp}^{(2,ss)} = \kappa_1 i_{DCp}^{(1,ss)} + \kappa_u u_{F\alpha p}^{(1,ss)}$ in die letzte Gleichung ein, ergibt sich folgende Gleichung:

$$\begin{pmatrix} u_{DCp}^{(2,ss)} \\ u_{DCn}^{(2,ss)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{DCp}^{(1,ss)} \\ u_{DCn}^{(1,ss)} \end{pmatrix} + \overbrace{\left[-(\mathbf{R}_{aux})_{1,1} - \kappa_1 (\mathbf{R}_{aux})_{1,2} + (1 + \kappa_1) (\mathbf{R}_{aux})_{1,3} \right]}^{\kappa_2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(1,ss)} \\ + \underbrace{\begin{pmatrix} -\kappa_1 (\mathbf{R}_{aux})_{1,2} + \kappa_u (\mathbf{R}_{aux})_{1,3} - (\mathbf{R}_{cw}\mathbf{R}_{rcw}^{-1}\mathbf{M}_{pf} + \mathbf{M}_u)_{1,1} \\ -\kappa_1 (\mathbf{R}_{aux})_{1,2} + \kappa_u (\mathbf{R}_{aux})_{1,3} \end{pmatrix}}_{\vec{\kappa}_v} u_{F\alpha p}^{(1,ss)}. \quad (3.19)$$

Durch Einsetzen von $i_{DCp}^{(2,ss)} = \kappa_1 i_{DCp}^{(1,ss)} + \kappa_u u_{F\alpha p}^{(1,ss)}$ aus Gleichung (3.18) sowie der Spannungen $u_{DCp/n}^{(2,ss)}$ aus Gleichung (3.19) in Gleichung (3.4) für den Index $a = 2$ ergibt sich die nachstehende Gleichung in der Unbekannten $u_{F\alpha p}^{(1,ss)}$, die mit einem Pfeil gekennzeichnet ist:

$$0 = \overbrace{\left[\frac{1}{4} \hat{u}_{AC}^{(2)} \hat{i}_{AC}^{(2,ss)} \cos \varphi_{AC} - \frac{R_{AC}'^{(a=2)}}{4} \left(\hat{i}_{AC}^{(2,ss)} \right)^2 - \frac{u_{DCp}^{(1,ss)} + u_{DCn}^{(1,ss)} + 2\kappa_2 i_{DCp}^{(1,ss)}}{6} \kappa_1 i_{DCp}^{(1,ss)} \right.}^{c_0} \\ \left. - \frac{R_{DC}'^{(a=2)}}{3} \kappa_1^2 \left(i_{DCp}^{(1,ss)} \right)^2 \right] \\ - \underbrace{\left[\frac{u_{DCp}^{(1,ss)} + u_{DCn}^{(1,ss)} + 2\kappa_2 i_{DCp}^{(1,ss)}}{6} \kappa_u + \left(\frac{(1 \ 1) \vec{\kappa}_v}{6} + \frac{2\kappa_u R_{DC}'^{(a=2)}}{3} \right) \kappa_1 i_{DCp}^{(1,ss)} \right]}_{c_1} \downarrow u_{F\alpha p}^{(1,ss)} \\ - \underbrace{\left[\left(\frac{(1 \ 1) \vec{\kappa}_v}{6} + \frac{\kappa_u R_{DC}'^{(a=2)}}{3} \right) \kappa_u \right]}_{c_2} \downarrow \left(u_{F\alpha p}^{(1,ss)} \right)^2, \quad (3.20)$$

wobei die Lösung mit dem kleinsten absoluten Wert gewählt wird. Aus der berechneten Spannung $u_{F\alpha p}^{(1,ss)}$ lassen sich die verbleibenden DC-Ströme an MMC2 und MMC3 unmittelbar bestimmen: $i_{DCp}^{(2,ss)} = \kappa_1 i_{DCp}^{(1,ss)} + \kappa_u u_{F\alpha p}^{(1,ss)}$, $i_{DCp}^{(3,ss)} = - \left(i_{DCp}^{(1,ss)} + i_{DCp}^{(2,ss)} \right)$.

Schritt 4: Der verbleibende Teil erfolgt analog zum vorherigen Unterabschnitt: Aus den bekannten Größen $\vec{i}_{DCp}^{(ss)}$ und $u_{F\alpha p}^{(1,ss)}$ wird die Stromverteilung im internen DC-Netz, $\vec{i}_{cwp/n}^{(ss)}$, berechnet, indem die Gleichungen (3.16) und (3.17) verwendet werden.

Danach können die DC-Spannungen $u_{DCp/n}^{(2,ss)}$ und $u_{DCp/n}^{(3,ss)}$ mithilfe der Gleichungen in (3.12) bestimmt werden.

Schritt 5: Schließlich wird $\hat{i}_{AC}^{(3,ss)}$ über die Energiebilanz von MMC3 bestimmt.

3.3 Eingeschwungener Zustand bei Spannungseinspeisung durch drei PFC im p-Ring

Als Beispiel wird derselbe Fehlerfall wie im vorherigen Abschnitt betrachtet: ein Erdschluss in der Leitung des p-Rings, in der der Strom $i_{cwp}^{(1,ss)}$ fließt. Im angestrebten eingeschwungenen Zustand soll dieser Strom den Wert Null annehmen. Dies kann durch einen PFC – konkret durch PFC1 im p-Ring – erreicht werden, wie im vorherigen Abschnitt gezeigt wurde. In diesem Fall ist jedoch die Stromverteilung im gesamten internen DC-Netz nicht vollständig kontrollierbar, da lediglich der Strom $i_{cwp}^{(1,ss)}$ in der entsprechenden internen Masche des p-Rings eingestellt wird. Die Ströme in den übrigen internen Maschen des p-Rings folgen hingegen weiterhin der Widerstandsverteilung des Netzes.

Eine Verbesserung lässt sich erzielen, wenn alle drei PFC gleichzeitig Spannungen in den p-Ring einspeisen. Dadurch können die drei unabhängigen internen Ströme in den p-Ring-Maschen auf von Null verschiedene Werte eingestellt werden. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit werden hierfür die drei internen Ströme $i_{cwp}^{(a=1,2,3,ss)}$ als Zielgrößen gewählt.

Es gilt weiter, dass $u_{DCp}^{(1,ss)} = 0$, während $u_{DCn}^{(1,ss)}$ nun der Spannung zwischen zwei Übertragungsleitungen entspricht.

In diesem eingeschwungenen Zustand müssen folgende Punkte behandelt werden:

- Die Energiebilanz von drei MMC,
- Die Energiebilanz von drei PFC im p-Ring,
- Die Stromverteilung im internen DC-Netz $i_{cwp/n}^{(a=1/2/3)}$.

Die Gleichungen, die die oben genannten Punkte beschreiben, werden im Folgenden aufgeführt:

- Drei Gleichungen zur Energiebilanz der MMC, identisch zu (3.4), mit dem Hinweis, dass zusätzlich vier Gleichungen berücksichtigt werden müssen, die die Abhängigkeit der DC-Spannungen $u_{DCp/n}^{(a=2,3,ss)}$ von $u_{DCp/n}^{(1,ss)}$ beschreiben (vgl. (3.12)).

Der einzige Unterschied besteht darin, dass in diesem Fall alle PFC im p-Ring aktiv sind und somit alle treibenden PFC- Spannungen einspeisen. Es gilt:

$$\left(\vec{u}_{Fp}^{(ss)}\right)^T = \left(u_{F\alpha p}^{(1,ss)} \quad u_{F\beta p}^{(1,ss)} \quad u_{F\alpha p}^{(2,ss)} \quad u_{F\beta p}^{(2,ss)} \quad u_{F\alpha p}^{(3,ss)} \quad u_{F\beta p}^{(3,ss)}\right),$$

während $\vec{u}_{Fn}^{(ss)} = \vec{0}_{6 \times 1}$ unverändert bleibt.

- Drei Gleichungen analog zu Gleichung (3.13), die die Energiebilanz aller drei PFC im p-Ring beschreiben:

$$\begin{aligned}
 0 &= i_{cwp}^{(1,ss)} u_{F\alpha p}^{(1,ss)} + \left(i_{DCp}^{(2,ss)} - i_{cwp}^{(2,ss)} \right) u_{F\beta p}^{(1,ss)}, \\
 0 &= i_{cwp}^{(2,ss)} u_{F\alpha p}^{(2,ss)} + \left(i_{DCp}^{(3,ss)} - i_{cwp}^{(3,ss)} \right) u_{F\beta p}^{(2,ss)}, \\
 0 &= i_{cwp}^{(3,ss)} u_{F\alpha p}^{(3,ss)} + \left(i_{DCp}^{(1,ss)} - i_{cwp}^{(1,ss)} \right) u_{F\beta p}^{(3,ss)}.
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

- Sechs Gleichungen, die die Stromverteilung im DC-Netz darstellen:

$$\begin{aligned}
 \vec{0}_{3 \times 1} &= -\mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp}^{(ss)} + \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}^{(ss)} + \mathbf{M}_{pf} \vec{u}_{Fp}^{(ss)}, \\
 \vec{0}_{3 \times 1} &= -\mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwn}^{(ss)} - \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}^{(ss)}.
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

Insgesamt gibt es 12 Gleichungen mit den folgenden Variablen: $\left\{ i_{DCp}^{(a=1,2,3,ss)}, \hat{i}_{AC}^{(3,ss)}, i_{cwn}^{(a=1,2,3,ss)}, u_{F\alpha p}^{(a=1,2,3,ss)}, u_{F\beta p}^{(a=1,2,3,ss)} \right\}$ (insgesamt $2 + 1 + 3 + 3 + 3 = 12$ Unbekannte).

Aufgrund der vielen nichtlinearen Gleichungen in (3.21) wird die Berechnung dieses eingeschwungenen Zustands ausschließlich numerisch durchgeführt, wie im Anhang A.2 auf Seite 129 erläutert.

3.4 Herleitung der von den MMC bereitgestellten Eingangsgrößen

Es ist zu bemerken, dass alle Kreisströme in allen MMC auf null gesetzt werden, ebenso wie die Gleichtaktspannungen: $i_{e,\alpha/\beta}^{(a,ss)} = 0 = u_0^{(a,ss)}$.

Sobald alle Variablen für den eingeschwungenen Zustand berechnet wurden, werden die entsprechenden Eingangsgrößen auf Grundlage der Stromdynamik eines MMC auf Seite 23 bestimmt, die erforderlich sind, um diesen Zustand aufrechtzuerhalten:

$$\begin{aligned}
 u_{\Sigma,0}^{(a,ss)} &= -\frac{u_{DCp}^{(a,ss)} + u_{DCn}^{(a,ss)}}{2} - R_{DC}^{(a)} i_{DCp}^{(a,ss)} - \overbrace{L_{DC}^{(a)} \frac{d}{dt} i_{DCp}^{(a,ss)}}{= 0}, \\
 u_{\Sigma,\alpha/\beta}^{(a,ss)} &= -R_e i_{e,\alpha/\beta}^{(a,ss)} - L_e \frac{d}{dt} i_{e,\alpha/\beta}^{(a,ss)} = 0, \\
 u_{\Delta,0}^{(a,ss)} &= \overbrace{2u_0^{(a,ss)}}{= 0} - \left(u_{DCp}^{(a,ss)} - u_{DCn}^{(a,ss)} \right), \\
 u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(a,ss)} &= 2u_{AC,\alpha/\beta}^{(a)} - 2R_{AC}^{(a)} i_{AC,\alpha/\beta}^{(a,ss)} - 2L_{AC}^{(a)} \frac{d}{dt} i_{AC,\alpha/\beta}^{(a,ss)}, \quad \text{für } a = 1, 2, 3.
 \end{aligned}$$

wobei gilt:

$$u_{AC,\alpha/\beta}^{(a)} = \hat{u}_{AC}^{(a)} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC} t) \\ -\cos(\omega_{AC} t) \end{pmatrix}, \quad i_{AC,\alpha/\beta}^{(a,ss)} = \hat{i}_{AC}^{(a,ss)} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC} t + \varphi_{i,AC}^{(a)}) \\ -\cos(\omega_{AC} t + \varphi_{i,AC}^{(a)}) \end{pmatrix}.$$

3.5 Verwendung der AC-Wirk- und -Blindleistungen in der Beschreibung der MMC-Energiebilanz

Allgemein können anstelle der AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}^{(a)}$ die AC-Wirk- und Blindleistungen, d. h. $P_{AC}^{(a)}$ und $Q_{AC}^{(a)}$ mit $a = 1, 2, 3$, verwendet werden, um die Energiebilanz des MMC zu beschreiben. Aus Gleichung (2.38) auf Seite 39 folgt:

$$\left(P_{AC}^{(a)}\right)^2 + \left(Q_{AC}^{(a)}\right)^2 = \frac{9}{4} \underbrace{\left[\left(u_{AC,\alpha}^{(a)}\right)^2 + \left(u_{AC,\beta}^{(a)}\right)^2\right]}_{\left(\hat{u}_{AC}^{(a)}\right)^2} \left[\left(i_{AC,\alpha}^{(a)}\right)^2 + \left(i_{AC,\beta}^{(a)}\right)^2\right],$$

mit: $u_{AC,\alpha/\beta}^{(a)} = \hat{u}_{AC}^{(a)} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t) \\ -\cos(\omega_{AC}t) \end{pmatrix}$.

Damit lässt sich die Energiedynamik von MMC3 aus (3.3) wie folgt darstellen:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}W_{\Sigma,0}^{(a)} &= \frac{1}{6}P_{AC}^{(a)} - \frac{R_{AC}^{(a)}}{9\left(\hat{u}_{AC}^{(a)}\right)^2} \left[\left(P_{AC}^{(a)}\right)^2 + \left(Q_{AC}^{(a)}\right)^2\right] \\ &\quad - \frac{1}{6}\left(u_{DCp}^{(a)} + u_{DCn}^{(a)}\right)i_{DCp}^{(a)} - \frac{R_{DC}^{(a)}}{3}\left(i_{DCp}^{(a)}\right)^2, \quad \text{für } a = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Daraus ergibt sich die Energiebilanz der MMC im eingeschwungenen Zustand:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{P_{AC}^{(a,ss)}}{6} - \frac{R_{AC}^{(a)}}{9\left(\hat{u}_{AC}^{(a)}\right)^2} \left[\left(P_{AC}^{(a,ss)}\right)^2 + \left(Q_{AC}^{(a,ss)}\right)^2\right] \\ &\quad - \frac{1}{6}\left(u_{DCp}^{(a,ss)} + u_{DCn}^{(a,ss)}\right)i_{DCp}^{(a,ss)} - \frac{R_{DC}^{(a)}}{3}\left(i_{DCp}^{(a,ss)}\right)^2, \quad \text{für } a = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (3.24)$$

wobei gilt:

$$\begin{aligned} P_{AC}^{(a,ss)} &= \frac{3}{2}\left(u_{AC,\alpha}^{(a)}i_{AC,\alpha}^{(a,ss)} + u_{AC,\beta}^{(a)}i_{AC,\beta}^{(a,ss)}\right) = \frac{3}{2}\hat{u}_{AC}^{(a)}\hat{i}_{AC}^{(a,ss)}\cos\left(\varphi_{i,AC}^{(a,ss)}\right), \\ Q_{AC}^{(a,ss)} &= \frac{3}{2}\left(u_{AC,\alpha}^{(a)}i_{AC,\beta}^{(a,ss)} - u_{AC,\beta}^{(a)}i_{AC,\alpha}^{(a,ss)}\right) = \frac{3}{2}\hat{u}_{AC}^{(a)}\hat{i}_{AC}^{(a,ss)}\sin\left(\varphi_{i,AC}^{(a,ss)}\right). \end{aligned}$$

Mittels Wirk- und Blindleistungen $P_{AC}^{(a,ss)}$ und $Q_{AC}^{(a,ss)}$ können die Randbedingungen am AC-Netz umformuliert werden:

- Für das an MMC3 gekoppelte AC-Netz AC3 wird die Blindleistung $Q_{AC}^{(3,ss)}$ als eine zusätzliche Konstante vorgegeben. Die erforderliche Wirkleistung $P_{AC}^{(3,ss)}$ (mit einem Pfeil markiert) zur Aufrechterhaltung der Energiebilanz von MMC3 ergibt sich als Lösung der quadratischen Gleichung (3.24) für den Index $a = 3$.

- Für die AC-Netze AC1 und AC2 bleiben sowohl die Wirkleistungen $P_{AC}^{(a=1,2,ss)}$ als auch die Blindleistungen $Q_{AC}^{(a=1,2,ss)}$ im eingeschwungenen Zustand weiterhin konstant.

Für diesen Fall müssen sowohl die AC-Stromamplitude $\hat{i}_{AC}^{(3,ss)}$ als auch die Phasenverschiebung $\varphi_{i,AC}^{(3,ss)}$ angepasst werden. Unter der Annahme $Q_{AC}^{(3,ss)} \neq 0$ ergeben sich diese Größen zu:

$$\varphi_{i,AC}^{(3,ss)} = \operatorname{arccot} \left(\frac{P_{AC}^{(3,ss)}}{Q_{AC}^{(3,ss)}} \right), \quad \hat{i}_{AC}^{(3)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{P_{AC}^{(3,ss)}}{\hat{u}_{AC}^{(3)} \cos \left(\varphi_{i,AC}^{(3,ss)} \right)}.$$

Kapitel 4

Trajektorientwurf für schnellen und glatten Übergang zwischen eingeschwungenen Zuständen

Ziel dieses Kapitels ist die Auslegung einer Trajektorie, die zwei unterschiedliche eingeschwungene Zustände innerhalb eines kurzen Übergangsintervalls glatt miteinander verbindet. Beim Erreichen des Zielzustands sollen dabei keine Transienten oder Einschwingvorgänge im MVDC-Netzsystem auftreten. Hierzu wird untersucht, wie die zugehörigen, von den MMC und PFC bereitgestellten Eingangsgrößen geeignet bestimmt werden können.

4.1 Motivation der Methode

Die in diesem Kapitel vorgestellte Vorsteuerungsmethode für das MVDC-Netzsystem ist vom Ansatz aus Stark et al. [14] sowie seiner Dissertation [20] inspiriert, bei dem der Trajektorientwurf eines einzelnen MMC im Vordergrund steht. Sie basiert auf zwei zentralen Bestandteilen:

- **Bestandteil 1 – Stromentwurf:** Durch die gezielte Auslegung der Trajektorien der Hauptgrößen – also der Stromgrößen – wird der Leistungsfluss gezielt gesteuert und gleichzeitig der Energieinhalt beeinflusst.
- **Bestandteil 2 – Ableitung der Eingangsgrößen:** Die hierfür erforderlichen Eingangsgrößen, d. h. die Spannungen an den MMC-Armen, welche die Stromdynamik antreiben, werden anschließend durch Differentiation dieser Stromtrajektorien bestimmt.

Ein wesentlicher Vorteil dieses Ansatzes liegt darin, dass der Energieinhalt allein über Stromgrößen beeinflusst werden kann – was insbesondere deshalb relevant ist, weil in MMC typischerweise vier Zustandsgrößen ($i_{DCp}^{(a)}$, $i_{AC,\alpha/\beta}^{(a)}$, $W_{\Sigma,0}^{(a)}$) mit lediglich drei Spannungseingängen ($u_{\Sigma,0}^{(a)}$, $u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(a)}$) geregelt werden müssen.

Allerdings ist der ursprüngliche Ansatz aus [14] nicht direkt auf das Gesamtnetz übertragbar, da zusätzliche Anforderungen auftreten:

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

- Bedingungen an die Basisfunktionen zur effizienten Trajektorienberechnung (vgl. Abschnitt 4.3.3.3),
- Einschränkungen an die Ableitungen der treibenden PFC-Spannungen aus den entworfenen Stromtrajektorien (vgl. Abschnitt 4.3.3.5).

Zur Sicherstellung eines präzisen Übergangs in einen gewünschten eingeschwungenen Zustand ist daher eine methodische Erweiterung erforderlich. Die hier vorgestellten Lösungen bilden die zentralen Beiträge dieses Kapitels.

Obwohl die Methode ursprünglich für eine minimal ausgestattete Netzstruktur mit zwei PFC pro Ring entwickelt wurde [17]¹, wird sie in dieser Arbeit auf eine erweiterte Konfiguration mit drei PFC pro Ring angewendet (vgl. Abb. 4.1).

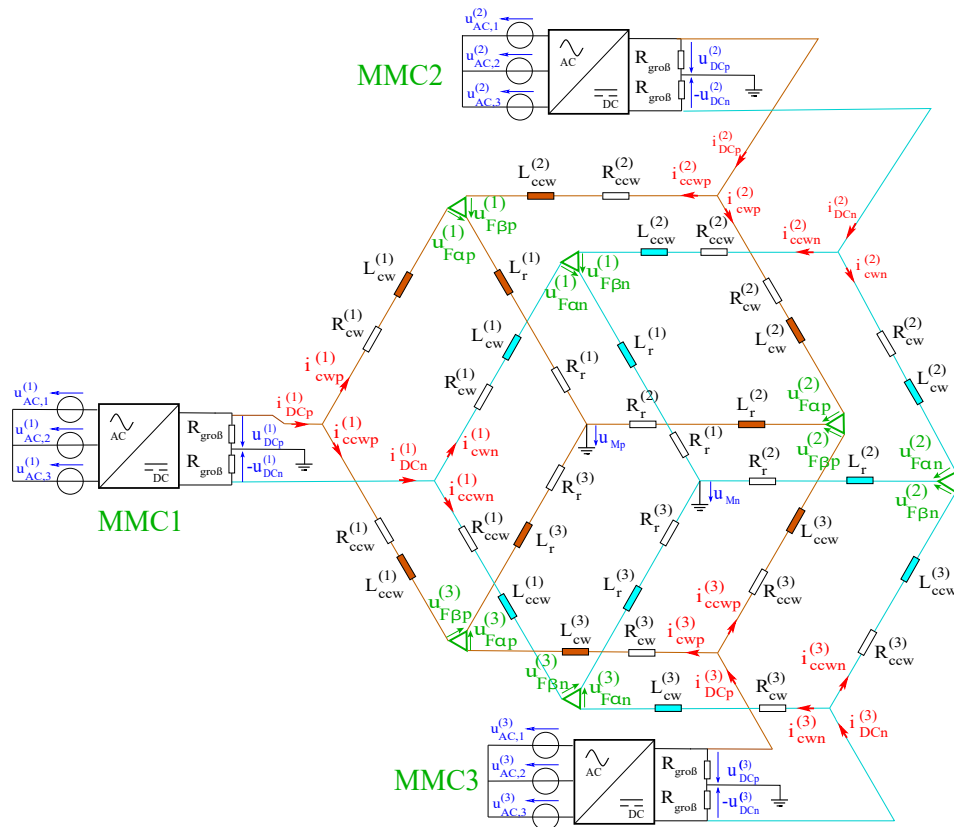


Abbildung 4.1: Wiederholung der erweiterten MVDC-Konfiguration mit drei PFC pro Ring (vgl. Kapitel 2).

4.2 Anforderungen an den Trajektorienentwurf

Zunächst werden die Anforderungen an den Entwurf der Stromtrajektorien gemäß der inhaltlichen Bestandteile der Grundidee in [14], die im Abschnitt 4.1 diskutiert wird,

¹In der minimalen Konfiguration des MVDC-Netzes mit zwei PFC pro Ring stehen weniger Eingangsgrößen zur Verfügung als zu steuernde Variablen. Konkret liefern die zwei PFC lediglich vier Eingangsgrößen, mit denen fünf Variablen geregelt werden müssen: zwei PFC-Energien sowie drei interne DC-Ströme in den Maschen des Rings.

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

auf das MVDC-Netzsystem übertragen und definiert:

- **Bestandteil 1 – Stromentwurf:** Es ist eine Stromtrajektorie zu entwerfen, die einen schnellen Übergang vom eingeschwungenen Zustand ($ss1$) in einen frei wählbaren neuen eingeschwungenen Zustand ($ss2$) ermöglicht, bei dem die Energien der MMC und PFC gezielt vorgegeben werden können. Das Übergangsintervall $[t_0, t_0 + T_s]$ ist frei wählbar, wobei t_0 ein beliebiger Startzeitpunkt und T_s die Übergangsdauer ist. Der neue Zielzustand soll erreicht werden, ohne Transienten oder Resonanzen im Netz anzuregen. Daraus ergeben sich die folgenden zwei Anforderungen:

- **Anforderung 1:** Alle Stromtrajektorien müssen die folgenden Bedingungen zu den Zeitpunkten t_0 und $t_0 + T_s$ erfüllen, damit der Übergang glatt verläuft und keine Transienten im System hervorgerufen werden.

Die Bedingungen für die DC-Ströme $i_{DCp}^{(a=1,2)}$ lauten ²:

$$\begin{aligned} i_{DCp}^{(a=1,2)}(t_0) &= i_{DCp}^{(a=1,2,ss1)}(t_0), & \left. \frac{di_{DCp}^{(a=1,2)}}{dt} \right|_{t=t_0} &= \left. \frac{di_{DCp}^{(a=1,2,ss1)}}{dt} \right|_{t=t_0} = 0, \\ i_{DCp}^{(a=1,2)}(t_0 + T_s) &= i_{DCp}^{(a=1,2,ss2)}(t_0 + T_s), & \left. \frac{di_{DCp}^{(a=1,2)}}{dt} \right|_{t=t_0+T_s} &= \left. \frac{di_{DCp}^{(a=1,2,ss2)}}{dt} \right|_{t=t_0+T_s} = 0. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Die folgenden Bedingungen gelten für die internen DC-Ströme $i_{cwp/n}^{(a=1,2,3)}$:

$$\begin{aligned} i_{cwp/n}^{(a=1,2,3)}(t_0) &= i_{cwp/n}^{(a=1,2,3,ss1)}(t_0), & \left. \frac{di_{cwp/n}^{(a=1,2,3)}}{dt} \right|_{t=t_0} &= \left. \frac{di_{cwp/n}^{(a=1,2,3,ss1)}}{dt} \right|_{t=t_0} = 0, \\ i_{cwp/n}^{(a=1,2,3)}(t_0 + T_s) &= i_{cwp/n}^{(a=1,2,3,ss2)}(t_0 + T_s), & \left. \frac{di_{cwp/n}^{(a=1,2,3)}}{dt} \right|_{t=t_0+T_s} &= \left. \frac{di_{cwp/n}^{(a=1,2,3,ss2)}}{dt} \right|_{t=t_0+T_s} = 0. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Entsprechende Bedingungen gelten auch für die AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1,2,3)}$:

$$\begin{aligned} i_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1,2,3)}(t_0) &= i_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1,2,3,ss1)}(t_0), & \left. \frac{di_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1,2,3)}}{dt} \right|_{t=t_0} &= \left. \frac{di_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1,2,3,ss1)}}{dt} \right|_{t=t_0}, \\ i_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1,2,3)}(t_0 + T_s) &= i_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1,2,3,ss2)}(t_0 + T_s), & \left. \frac{di_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1,2,3)}}{dt} \right|_{t=t_0+T_s} &= \left. \frac{di_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1,2,3,ss2)}}{dt} \right|_{t=t_0+T_s}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

- **Anforderung 2:** Die Leistungsverläufe während des Übergangs werden so gestaltet, dass die Energieinhalte aller MMC, d. h. $W_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3)}$, und der PFC, d. h.

²Der Strom $i_{DCp}^{(3)}$ ist von den beiden anderen $i_{DCp}^{(a=1,2)}$ abhängig. Daher wird keine explizite Bedingung für ihn formuliert.

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

$W_{C_{p/n}}^{(a=1,2,3)}$, ausgehend vom Wert zum Zeitpunkt t_0 die angestrebten Zielwerte zum Zeitpunkt $t_0 + T_s$ erreichen. Für die MMC und PFC gilt:

$$\begin{aligned} W_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3)}(t_0) &= W_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3,ss1)}(t_0), & W_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3)}(t_0 + T_s) &= W_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3,ss2)}(t_0 + T_s), \\ W_{C_{p/n}}^{(a=1,2,3)}(t_0) &= W_{C_{p/n}}^{(a=1,2,3,ss1)}(t_0), & W_{C_{p/n}}^{(a=1,2,3)}(t_0 + T_s) &= W_{C_{p/n}}^{(a=1,2,3,ss2)}(t_0 + T_s). \end{aligned}$$

Als direkte Folge der **Anforderung 1** ergibt sich die **Anforderung 2** für die Energieinhalte der MMC und PFC in Form der folgenden Beziehungen:

$$\begin{aligned} W_{\Sigma,0}'^{(a=1,2,3)}(t_0) &= W_{\Sigma,0}'^{(a=1,2,3,ss1)}(t_0), & W_{\Sigma,0}'^{(a=1,2,3)}(t_0 + T_s) &= W_{\Sigma,0}'^{(a=1,2,3,ss2)}(t_0 + T_s), \\ W_{C_{p/n}}'^{(a=1,2,3)}(t_0) &= W_{C_{p/n}}'^{(a=1,2,3,ss1)}(t_0), & W_{C_{p/n}}'^{(a=1,2,3)}(t_0 + T_s) &= W_{C_{p/n}}'^{(a=1,2,3,ss2)}(t_0 + T_s). \end{aligned}$$

Dabei sind die entsprechenden Energiekomponenten der MMC, d. h. $W_{\Sigma,0}'^{(a=1,2,3)}$, sowie der PFC, d. h. $W_{C_{p/n}}'^{(a=1,2,3)}$, um die magnetischen Energien in den Induktivitäten der benachbarten Leitungen erweitert (vgl. Gleichungen (2.14) auf Seite 25 für die MMC und (2.34) auf Seite 38 für die PFC).

- **Bestandteil 2 – Bestimmung der Eingangsgrößen:** Nachdem die Stromtrajektorien gemäß den **Anforderungen 1 & 2** bestimmt wurden, lassen sich alle Eingangsgrößen durch Differentiation dieser Trajektorien ableiten.

Die zugehörigen treibenden Spannungen für die MMC lassen sich einfach gemäß den Gleichungen (2.37) und (2.39) auf Seite 39 — direkt ableiten:

$$\begin{aligned} u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(a)} &= -2L_{AC}'^{(a)} \frac{d}{dt} i_{AC,\alpha/\beta}^{(a)} - 2R_{AC}'^{(a)} i_{AC,\alpha/\beta}^{(a)} + 2u_{AC,\alpha/\beta}^{(a)}, \\ u_{\Sigma,0}^{(a)} &= -L_{DC}'^{(a)} \frac{d}{dt} i_{DCp}^{(a)} - R_{DC}'^{(a)} i_{DCp}^{(a)} - \frac{u_{DCp}^{(a)} + u_{DCn}^{(a)}}{2} \quad \text{für } a = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Die Bestimmung der treibenden PFC-Spannungen $u_{F\alpha p/n}^{(a=1,2,3)}$ und $u_{F\beta p/n}^{(a=1,2,3)}$ im MVDC-Netzsystem ist nicht trivial, da eine folgende Bedingung für eine präzise Energiesteuerung aller PFC erfüllt werden muss:

Anforderung 3: Alle treibenden PFC-Spannungen müssen zu Beginn und am Ende des Übergangs zwischen zwei eingeschwungenen Zuständen den jeweiligen stationären Werten entsprechen.

Die Einführung der oben genannten Anforderung ist sinnvoll, da sie die Energiebilanz der PFC sicherstellt (vgl. Kapitel 3). Obwohl dies zunächst trivial erscheint, ist der Trajektorienentwurf im MVDC-Netz zur Einhaltung dieser Anforderung – insbesondere im Hinblick auf die PFC – *nicht trivial*. Dies wird später in Abschnitt 4.3.3.5 erläutert.

4.3 Grundidee für den Trajektorienentwurf

In diesem Abschnitt wird die Grundidee für den Trajektorienentwurf vorgestellt, der die drei im vorherigen Abschnitt definierten Anforderungen erfüllt. Die neu entwickelte Methode wird dabei schrittweise entlang dieser Anforderungen hergeleitet. Der Abschnitt ist daher wie folgt gegliedert:

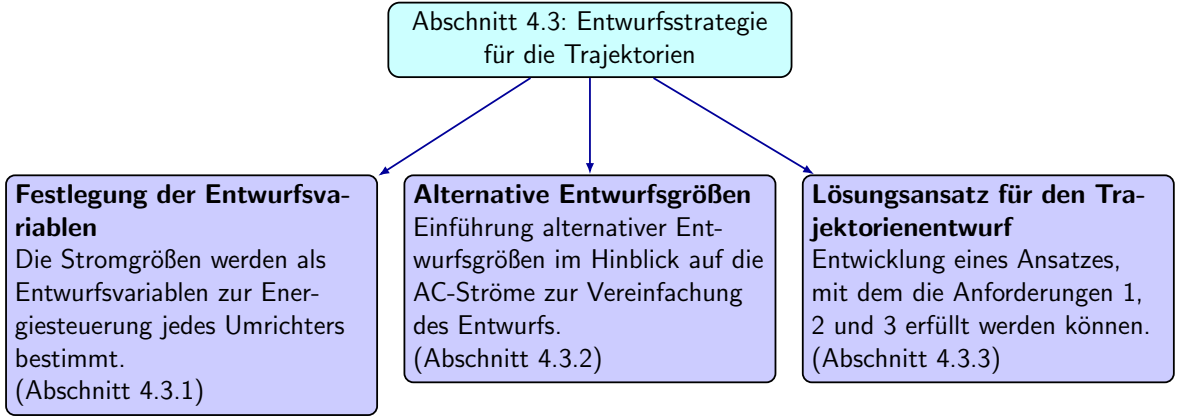


Abbildung 4.2: Konzeptionelle Gliederung des Entwurfsansatzes

4.3.1 Festlegung der Stromgrößen als Entwurfsvariablen zur Energiesteuerung

Ziel in diesem Abschnitt ist es, geeignete Stromgrößen als Entwurfsvariablen zur Steuerung jedes Umrichters zu wählen. Für die folgende Diskussion können die ohmschen Verluste vernachlässigt werden.

- Bei MMC1 und MMC2 ist der Entwurf der Trajektorien der AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1,2)}$ gemäß der Diskussion in Abschnitt 2.3.1 ungeeignet, da sich schnelle, pulsformige Trajektorien aufgrund der rotierenden Trägheit der AC-Netze AC1 und AC2 nur schwer realisieren lassen.

Zur Beeinflussung der Energiedynamik werden daher die DC-Ströme $i_{DCp}^{(1)}$ und $i_{DCp}^{(2)}$ (mit einem Pfeil markiert) als Entwurfsgrößen verwendet.

$$\frac{d}{dt}W_{\Sigma,0}^{(a)} \approx \frac{1}{4} \begin{pmatrix} u_{AC,\alpha}^{(a)} & u_{AC,\beta}^{(a)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha}^{(a)} \\ i_{AC,\beta}^{(a)} \end{pmatrix} - \frac{1}{6} (u_{DCp}^{(a)} + u_{DCn}^{(a)}) i_{DCp}^{(a)\downarrow}, \text{ für } a = 1, 2 \quad (4.5)$$

- Für die drei PFC im p-Ring werden die internen DC-Ströme $i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ zur gezielten Energiesteuerung verwendet.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}W_{Cp}^{(a=1)} &\approx +u_{DCp}^{(1)} i_{cwp}^{(1)\downarrow} + u_{DCp}^{(2)} \left(i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp}^{(2)\downarrow} \right) - u_{Mp} \left(i_{cwp}^{(1)\downarrow} + i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp}^{(2)\downarrow} \right), \\ \frac{d}{dt}W_{Cp}^{(a=2)} &\approx +u_{DCp}^{(2)} i_{cwp}^{(2)\downarrow} + u_{DCp}^{(3)} \left(i_{DCp}^{(3)} - i_{cwp}^{(3)\downarrow} \right) - u_{Mp} \left(i_{cwp}^{(2)\downarrow} + i_{DCp}^{(3)} - i_{cwp}^{(3)\downarrow} \right), \\ \frac{d}{dt}W_{Cp}^{(a=3)} &\approx +u_{DCp}^{(3)} i_{cwp}^{(3)\downarrow} + u_{DCp}^{(1)} \left(i_{DCp}^{(1)} - i_{cwp}^{(1)\downarrow} \right) - u_{Mp} \left(i_{cwp}^{(3)\downarrow} + i_{DCp}^{(1)} - i_{cwp}^{(1)\downarrow} \right). \end{aligned} \quad (4.6)$$

- Analog dazu werden im n-Ring die internen DC-Ströme $i_{cwn}^{(a=1,2,3)}$ als Entwurfsvariablen gewählt.

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

- Bei MMC3 ist der DC-Strom abhängig von den beiden anderen ($i_{DCp}^{(3)} = -i_{DCp}^{(1)} - i_{DCp}^{(2)}$). Daher werden die AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$ als Entwurfsgrößen herangezogen.

$$\frac{d}{dt}W_{\Sigma,0}^{(3)} \approx \frac{1}{4} \begin{pmatrix} u_{AC,\alpha}^{(3)} & u_{AC,\beta}^{(3)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \downarrow \\ i_{AC,\alpha}^{(3)} \\ \downarrow \\ i_{AC,\beta}^{(3)} \end{pmatrix} - \frac{1}{6} \left(u_{DCp}^{(3)} + u_{DCn}^{(3)} \right) i_{DCp}^{(3)}. \quad (4.7)$$

4.3.2 Alternative Entwurfsvariablen für die Wechselstromgrößen

Die Energiedynamik von MMC3 in (4.7) kann mithilfe der AC-Wirkleistung $P_{AC}^{(3)}$ anstelle der AC-Ströme beschrieben werden:

$$\frac{d}{dt}W_{\Sigma,0}^{(3)} \approx \frac{\downarrow P_{AC}^{(3)}}{6} - \frac{1}{6} \left(u_{DCp}^{(3)} + u_{DCn}^{(3)} \right) i_{DCp}^{(3)}.$$

Obwohl dies auf eine Leistungsgröße $P_{AC}^{(3)}$ als Entwurfsvariable hinausläuft, bleibt der methodische Rahmen erhalten, sofern auch die Blindleistung $Q_{AC}^{(3)}$ mitberücksichtigt wird. Aus den Leistungen des AC3-Netzes

$$\begin{pmatrix} P_{AC}^{(3)} \\ Q_{AC}^{(3)} \end{pmatrix} = \frac{3}{2} \underbrace{\begin{pmatrix} u_{AC,\alpha}^{(3)} & u_{AC,\beta}^{(3)} \\ -u_{AC,\beta}^{(3)} & u_{AC,\alpha}^{(3)} \end{pmatrix}}_{\mathbf{X}_1} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha}^{(3)} \\ i_{AC,\beta}^{(3)} \end{pmatrix}$$

und symmetrischen AC-Spannungen $u_{AC,\alpha/\beta}^{(3)} = \hat{u}_{AC}^{(3)} \begin{pmatrix} \sin(\omega t) \\ -\cos(\omega t) \end{pmatrix}$ folgt die eindeutige Bestimmung der AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$ wegen $\det(\mathbf{X}_1) = (\hat{u}_{AC}^{(3)})^2 \neq 0$:

$$\begin{pmatrix} i_{AC,\alpha}^{(3)} \\ i_{AC,\beta}^{(3)} \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{(\hat{u}_{AC}^{(3)})^2} \begin{pmatrix} u_{AC,\alpha}^{(3)} & -u_{AC,\beta}^{(3)} \\ u_{AC,\beta}^{(3)} & u_{AC,\alpha}^{(3)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{AC}^{(3)} \\ Q_{AC}^{(3)} \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

Ein Trajektorienentwurf von $P_{AC}^{(3)}$ und $Q_{AC}^{(3)}$ ist somit äquivalent zu demjenigen von $i_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$. Da der Einfluss von $Q_{AC}^{(3)}$ auf die Energiedynamik vernachlässigbar ist, wird es konstant gehalten.

Auch die in Gleichung (4.3) formulierte Glattheitsanforderung an die AC-Ströme zum Zeitpunkt t_0 (analog für $t_0 + T_s$) lässt sich äquivalent auf die Wirk- und Blindleistungen übertragen (Der Beweis findet sich in Anhang B.3):

$$\begin{aligned} P_{AC}^{(a)}(t_0) &= P_{AC}^{(a,ss1)}(t_0), & Q_{AC}^{(a)}(t_0) &= Q_{AC}^{(a,ss1)}(t_0), \\ \left. \frac{dP_{AC}^{(a)}}{dt} \right|_{t=t_0} &= 0, & \left. \frac{dQ_{AC}^{(a)}}{dt} \right|_{t=t_0} &= 0. \end{aligned} \quad (4.9)$$

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

Es wird deutlich, dass die formulierte Anforderung an die Wirk- und Blindleistungen strukturell jenen an die DC-Ströme in Gleichung (4.1) und (4.2) entspricht. Daraus ergibt sich der zentrale Vorteil bei der Verwendung von Leistungsgrößen als Entwurfsvariablen: Während die AC-Ströme sinusförmig oszillieren, bleiben die Wirk- und Blindleistungen in eingeschwungenen Zuständen konstant. Ein Trajektorientwurf auf Basis der AC-Wirk- und Blindleistungen folgt *demselben Entwurfskonzept* wie im Fall der DC-Ströme (was später gezeigt wird) und ist daher einfacher zu formulieren – obwohl er demjenigen auf Basis der AC-Ströme äquivalent ist.

Ein weiterer Vorteil liegt in der Aufteilung der Energiesteuerung von MMC3 auf die beiden AC-Stromkomponenten $i_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$ gemäß Gleichung (4.8).

Die folgende Tabelle zeigt alle Entwurfsgrößen:

Tabelle 4.1: Übersicht der Entwurfsvariablen, Energiegrößen und Eingangsgrößen

Entwurfsvariable	Zugehörige Energiegröße	Umrichter	Eingangsgröße
$i_{DCp}^{(1/2)}$	$W_{\Sigma,0}^{(1/2)}$	MMC1/2	$u_{\Sigma,0}^{(1/2)}$
$i_{cwp}^{(1/2/3)}$	$W_{Cp}^{(1/2/3)}$	PFC im p-Ring	$u_{F\alpha p}^{(1/2/3)}, u_{F\beta p}^{(1/2/3)}$
$i_{cwn}^{(1/2/3)}$	$W_{Cn}^{(1/2/3)}$	PFC im n-Ring	$u_{F\alpha n}^{(1/2/3)}, u_{F\beta n}^{(1/2/3)}$
$P_{AC}^{(3)}$	$W_{\Sigma,0}^{(3)}$	MMC3	$u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(3)}$

Die Blindleistung $Q_{AC}^{(3)}$ wird als konstante Entwurfsgröße vorgegeben, da ihr Einfluss auf die Energiedynamik vernachlässigbar ist.

4.3.3 Lösungsansatz für den Trajektorientwurf

In diesem Abschnitt wird die zentrale Idee des Trajektorientwurfs vorgestellt, um die drei Anforderungen aus Abschnitt 4.2 zu erfüllen. Dieser Abschnitt ist wie folgt aufgebaut:

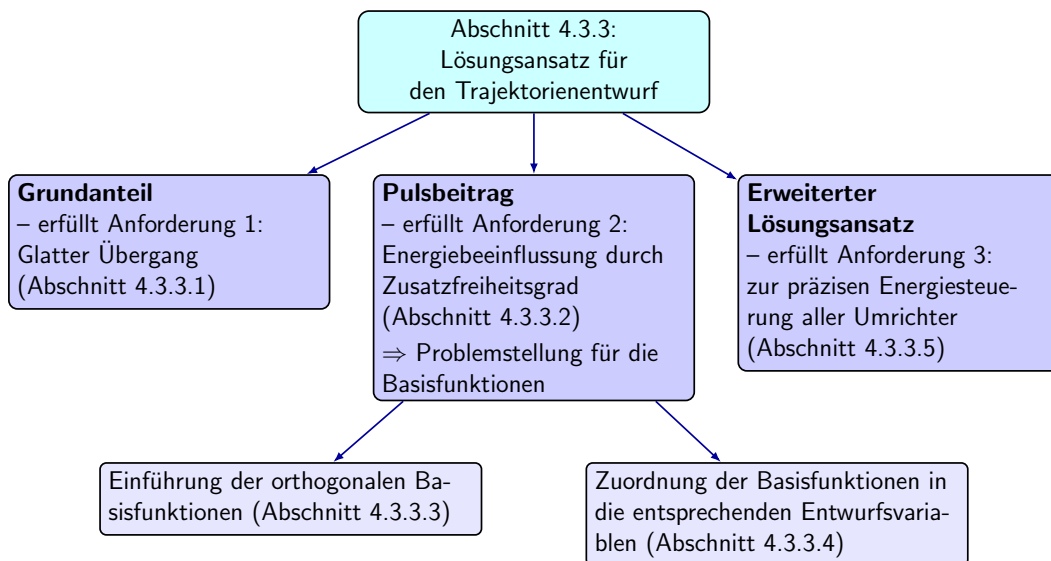


Abbildung 4.3: Konzeptionelle Gliederung des Lösungsansatzes

4.3.3.1 Grundanteil einer Entwurfsvariable

Als Beispiel wird der DC-Strom $i_{DCp}^{(1)}$ betrachtet. Sein Grundanteil im Intervall $[t_0, t_0 + T_s]$, gekennzeichnet durch den Superskript (g) , folgt einer S-förmigen Trajektorie und wird wie folgt definiert:

$$i_{DCp}^{(1,g)}(t) = \tilde{s}(t) \cdot i_{DCp}^{(1,ss1)} + (1 - \tilde{s}(t)) \cdot i_{DCp}^{(1,ss2)}, \quad \forall t \in [t_0, t_0 + T_s]$$

wobei die Funktion

$$\tilde{s}(t) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{\pi}{T_s} (t - t_0) \right) \right]. \quad (4.10)$$

aus [14, 20] übernommen wurde.

Die zeitliche Ableitung des Grundanteils ergibt sich zu:

$$\frac{d}{dt} i_{DCp}^{(1,g)}(t) = \left(i_{DCp}^{(1,ss1)} - i_{DCp}^{(1,ss2)} \right) \cdot \frac{d}{dt} \tilde{s}(t) = - \left(i_{DCp}^{(1,ss1)} - i_{DCp}^{(1,ss2)} \right) \frac{\pi}{2T_s} \sin \left(\frac{\pi}{T_s} (t - t_0) \right).$$

Daraus folgt:

$$i_{DCp}^{(1,g)}(t_0) = i_{DCp}^{(1,ss1)}, \quad i_{DCp}^{(1,g)}(t_0 + T_s) = i_{DCp}^{(1,ss2)}, \quad \left. \frac{d}{dt} i_{DCp}^{(1,g)}(t) \right|_{t=t_0} = \left. \frac{d}{dt} i_{DCp}^{(1,g)}(t) \right|_{t=t_0+T_s} = 0.$$

Die Definition vom Grundanteil des DC-Stroms $i_{DCp}^{(1)}$ erfüllt daher die **Anforderung 1** gemäß Gleichung (4.1). Der Grundanteil für die anderen Entwurfsvariablen, die in Tabelle 4.1 aufgeführt sind, ist vollkommen analog aufgebaut:

$$\begin{aligned} i_{DCp}^{(2,g)}(t) &= \tilde{s}(t) \cdot i_{DCp}^{(2,ss1)} + (1 - \tilde{s}(t)) \cdot i_{DCp}^{(2,ss2)}, \\ i_{cwp/n}^{(a,g)}(t) &= \tilde{s}(t) \cdot i_{cwp/n}^{(a,ss1)} + (1 - \tilde{s}(t)) \cdot i_{cwp/n}^{(a,ss2)}, \quad \text{für } a = 1, 2, 3, \\ P_{AC}^{(3,g)}(t) &= \tilde{s}(t) \cdot P_{AC}^{(3,ss1)} + (1 - \tilde{s}(t)) \cdot P_{AC}^{(3,ss2)}. \end{aligned}$$

4.3.3.2 Pulsbeitrag einer Entwurfsvariable

Zur Energiesteuerung von MMC1 wird der Stromverlauf $i_{DCp}^{(1)}(t)$ im Intervall $[t_0, t_0 + T_s]$ als Summe eines Grundanteils und eines Pulsbeitrags dargestellt (vgl. Abbildung 4.4):

$$i_{DCp}^{(1)}(t) = i_{DCp}^{(1,g)}(t) + \tilde{i} A^{(1)} \tilde{\Phi}_1(t), \quad (4.11)$$

Dabei ist $\tilde{i} = 1 \text{ kA}$ ein Skalierungsfaktor, $\tilde{\Phi}_1(t)$ eine vordefinierte Basisfunktion, deren genaue Form später in Abschnitt 4.3.3.3 angegeben wird, und $A^{(1)}$ ein zu bestimmender, dimensionsloser Koeffizient, der einen zusätzlichen Freiheitsgrad zur Erfüllung der **Anforderung 2** bereitstellt.

Damit auch **Anforderung 1** erfüllt bleibt, muss $\tilde{\Phi}_1(t)$ folgende Bedingungen einhalten:

$$\tilde{\Phi}_1(t_0) = \tilde{\Phi}_1(t_0 + T_s) = 0, \quad \left. \frac{d}{dt} \tilde{\Phi}_1(t) \right|_{t=t_0} = \left. \frac{d}{dt} \tilde{\Phi}_1(t) \right|_{t=t_0+T_s} = 0.$$

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

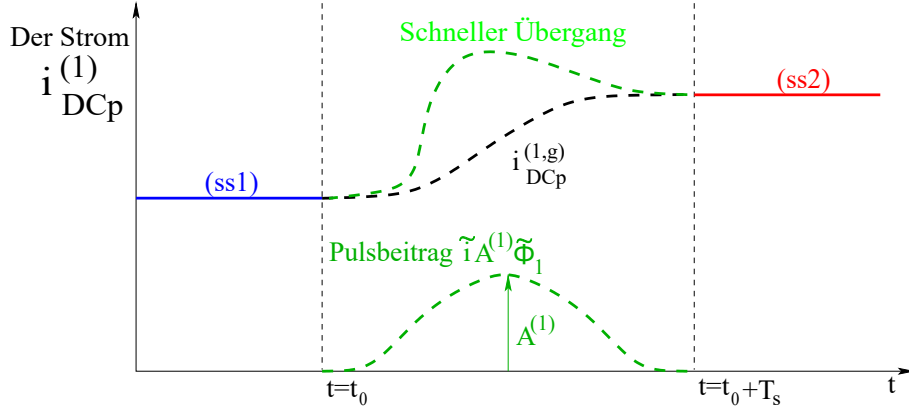


Abbildung 4.4: Trajektorienentwurf für den Gleichstrom $i_{DCp}^{(1)}$

Der Koeffizient $A^{(1)}$ wird so bestimmt, dass **Anforderung 2** erfüllt ist:

$$\underbrace{W_{\Sigma,0}^{\prime(1,ss2)}(t_0 + T_s) - W_{\Sigma,0}^{\prime(1,ss1)}(t_0)}_{\text{vorgegeben}} = \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d}{dt} W_{\Sigma,0}^{\prime(1)}(t) dt, \quad (4.12)$$

Durch die Einsetzung der Gleichung (4.5) mit dem Index $a = 1$ in (4.12) ergibt sich die folgende Beziehung:

$$\begin{aligned} \underbrace{W_{\Sigma,0}^{\prime(1,ss2)}(t_0 + T_s) - W_{\Sigma,0}^{\prime(1,ss1)}(t_0)}_{\text{vorgegeben}} &\approx \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \underbrace{\begin{pmatrix} u_{AC,\alpha}^{(1)} & u_{AC,\beta}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha}^{(1)} \\ i_{AC,\beta}^{(1)} \end{pmatrix}}_{= \frac{2}{3} P_{AC}^{(1)}, \text{ vorgegeben}} dt \\ &\quad - \frac{1}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \underbrace{\left(u_{DCp}^{(1)} + u_{DCn}^{(1)} \right)}_{\text{vorgegeben}} \cdot \left(i_{DCp}^{(1,g)} + \tilde{i}A^{(1)}\tilde{\Phi}_1 \right) dt. \end{aligned}$$

Die relevanten Größen sind dabei die vorgegebenen DC-Spannungen $u_{DCp/n}^{(1)}$ sowie der vorgegebene Leistungsfluss $P_{AC}^{(1)}$. Folglich wird die Energieänderung in MMC1 ausschließlich durch den DC-Strom $i_{DCp}^{(1)}$ bzw. dessen Pulsbeitrag $\tilde{i}A^{(1)}\tilde{\Phi}_1(t)$ beeinflusst. Der Koeffizient $A^{(1)}$ kann daher unabhängig vom übrigen Netz bestimmt werden. Die genaue Lösung unter Berücksichtigung des ohmschen Verlustes wird in Abschnitt 4.4 diskutiert.

Analog zur Vorgehensweise bei MMC1 werden auch die übrigen Entwurfsvariablen um Pulsbeiträge erweitert. Die entsprechenden unbekanntenen Koeffizienten sind in Tabelle 4.2 aufgeführt. Die zugehörigen Basisfunktionen sowie deren Zuordnung werden in den Abschnitten 4.3.3.3 und 4.3.3.4 erläutert.

Im Gegensatz zum Fall von MMC1 ergibt sich hier jedoch eine gekoppelte Abhängigkeit: Nur die DC-Spannungen $u_{DCp/n}^{(1)}$ gelten als vorgegeben. Alle weiteren DC-Spannungen im Netz sind daraus abzuleiten und hängen daher von den noch zu bestimmenden Stromtrajektorien ab.

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

Tabelle 4.2: Entwurfsvariablen, Energiegrößen, Umrichter und unbekannte Koeffizienten

Entwurfsvariable	Zugehörige Energiegröße	Umrichter	Unbekannte Koeffiziente
$i_{DCp}^{(1/2)}$	$W_{\Sigma,0}^{(1/2)}$	MMC1/2	$A^{(1/2)}$
$i_{cwp}^{(1/2/3)}$	$W_{Cp}^{(1/2/3)}$	PFC im p-Ring	$B_p^{(1/2/3)}$
$i_{cwn}^{(1/2/3)}$	$W_{Cn}^{(1/2/3)}$	PFC im n-Ring	$B_n^{(1/2/3)}$
$P_{AC}^{(3)}$	$W_{\Sigma,0}^{(3)}$	MMC3	C

Da die Energiedynamik jedes Umrichters Produkte aus lokalen DC-Spannungen und -Strömen enthält (vgl. Gleichungen (4.5), (4.6)), kann die Bestimmung der unbekanntenen Koeffizienten

$$\vec{x}^T = (A^{(2)}, B_p^{(1/2/3)}, B_n^{(1/2/3)}, C)$$

nur durch die Lösung eines gekoppelten Gleichungssystems erfolgen. Dies ergibt sich unmittelbar aus der Anwendung von **Anforderung 2** auf die acht verbleibenden Umrichter: MMC2, MMC3 sowie PFC1/2/3 im p-Ring und PFC1/2/3 im n-Ring des Systems. Das resultierende Gleichungssystem hat die folgende Form:

$$\vec{g}_{8 \times 1}(\vec{x}) = \vec{v}_{8 \times 1}. \quad (4.13)$$

Zur Vereinfachung der Lösung sollen die Basisfunktionen der Pulsbeiträge gezielt so gewählt werden, dass sich das Gleichungssystem (4.13) in ein lineares System überführen lässt. Dies wird im folgenden Abschnitt erläutert.

4.3.3.3 Einführung der orthogonalen Basisfunktionen

Das Ziel bei der Bestimmung geeigneter Basisfunktionen $\tilde{\Phi}_j$ (mit $j = 1, 2, \dots$) besteht darin, die nichtlinearen Terme in Bezug auf die unbekanntenen Koeffizienten $\vec{x}^T = (A^{(2)}, B_p^{(a=1,2,3)}, B_n^{(a=1,2,3)}, C)$ im Gleichungssystem (4.13) gezielt zu eliminieren. Solche Terme entstehen aus den nichtlinearen Produkten von Stromgrößen innerhalb der Energiedynamik des Systems.

Dazu wird zunächst bestimmt, welche Typen nichtlinearer Terme in Gleichung (4.13) auftreten. Dieser Punkt wird ausführlich im Anhang B.2 auf Seite 133 diskutiert. Daraus resultieren die folgenden Bedingungen für die Basisfunktionen $\tilde{\Phi}_j$ mit $j = 1, 2, 3, \dots$:

1. Zur Erfüllung der **Anforderung 1** an die Entwurfsvariablen:

$$\tilde{\Phi}_j(t_0) = \tilde{\Phi}_j(t_0 + T_s) = 0, \quad \left. \frac{d}{dt} \tilde{\Phi}_j(t) \right|_{t=t_0} = \left. \frac{d}{dt} \tilde{\Phi}_j(t) \right|_{t=t_0+T_s} = 0$$

Daraus ergibt sich folgende Beziehung:

$$\frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d\tilde{\Phi}_j}{dt} \cdot \tilde{\Phi}_j dt = \frac{1}{2T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d}{dt} (\tilde{\Phi}_j(t)^2) dt = \frac{1}{2T_s} [\tilde{\Phi}_j(t)^2]_{t_0}^{t_0+T_s} = 0 \quad (4.14)$$

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

2. Zur Gewährleistung der Orthogonalität:

$$\frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{\Phi}_i(t) \cdot \tilde{\Phi}_j(t) dt = 0, \quad \text{für } i \neq j \text{ und } i, j = 1, 2, \dots \quad (4.15)$$

3. *Erweiterte Bedingungen zusätzlich zur Orthogonalität:*

$$\frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d\tilde{\Phi}_i(t)}{dt} \cdot \tilde{\Phi}_j(t) dt = \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d\tilde{\Phi}_j(t)}{dt} \cdot \tilde{\Phi}_i(t) dt = 0, \quad \text{für } i \neq j \text{ und } i, j = 1, 2, \dots \quad (4.16)$$

4. Die Normierungsbedingung:

$$\frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\tilde{\Phi}_j(t) \right)^2 dt = 1, \quad \text{für } j = 1, 2, \dots \quad (4.17)$$

Die dritte Bedingung ist neu im Vergleich zu [14,20] und für den Trajektorienentwurf im MVDC-Netz von größter Bedeutung, da sie alle nichtlinearen Terme in den Integralen eliminiert, die proportional zur Induktivität sind. Die zweite Bedingung hingegen trägt ausschließlich zur Eliminierung einiger nichtlinearer Terme bei, die mit den ohmschen Verlusten zusammenhängen (vgl. Gleichung (B.9) auf Seite 135).

Mit der Einführung der orthogonalen Basisfunktionen bleibt jedoch derjenige nicht-lineare Term bestehen, der proportional zum quadratischen Koeffizienten eines Pulsbeitrags ist. Ein quadratischer Term, z. B. $(A^{(2)})^2$, kann wie folgt linearisiert werden:

$$\begin{aligned} (A^{(2)})^2 &= [A^{(2,prov)} + (A^{(2)} - A^{(2,prov)})]^2 \\ &= (A^{(2,prov)})^2 + 2A^{(2,prov)} (A^{(2)} - A^{(2,prov)}) + \underbrace{(A^{(2)} - A^{(2,prov)})^2}_{\text{sehr klein, vernachlässigbar}} \\ &\approx - (A^{(2,prov)})^2 + 2A^{(2,prov)} A^{(2)}, \end{aligned} \quad (4.18)$$

ausgehend von einer vorläufigen Lösung $A^{(2,prov)}$, die iterativ verbessert wird, um eine genauere Lösung zu erhalten. Dabei betrifft die verwendete Linearisierungsapproximation ausschließlich Terme, die mit den ohmschen Verlusten in den Widerständen zusammenhängen, deren Beitrag jedoch vernachlässigbar ist. Diese Linearisierung kann daher gegebenenfalls entfallen.

Mit den oben genannten Bedingungen können die entsprechenden Basisfunktionen hergeleitet werden. Die drei ersten Basisfunktionen lauten für alle $t \in [t_0, t_0 + T_s]$:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_1(t) &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left(1 - \cos \left(2\pi \frac{t - t_0}{T_s} \right) \right), \\ \tilde{\Phi}_2(t) &= 3,286335 \left(\left(\tilde{\Phi}_1(t) \right)^2 - \sqrt{\frac{50}{27}} \tilde{\Phi}_1(t) \right), \\ \tilde{\Phi}_3(t) &= \frac{6}{7} \sqrt{105} \left(\tilde{\Phi}_1(t) \right)^3 - \frac{12}{5} \sqrt{70} \left(\tilde{\Phi}_1(t) \right)^2 + \sqrt{105} \tilde{\Phi}_1(t), \end{aligned}$$

wobei lediglich die erste Funktion $\tilde{\Phi}_1(t)$ aus [20] übernommen wurde, während $\tilde{\Phi}_{2/3}(t)$ eigens entwickelte Basisfunktionen sind.

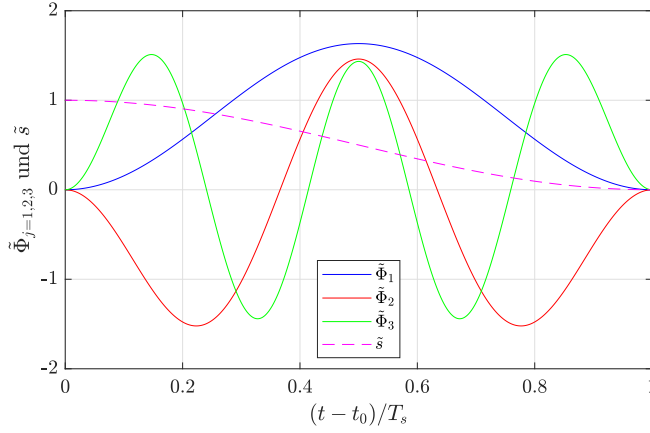


Abbildung 4.5: Drei orthogonale Basisfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/3}$ und die Funktion \tilde{s}

4.3.3.4 Zuordnung der Basisfunktionen zu den Entwurfsvariablen

Da die Anzahl der Entwurfsvariablen im gesamten MVDC-Netz groß ist, erscheint es nicht sinnvoll, jeder eine eigene Basisfunktion zuzuordnen. Zudem beschränken sich die nichtlinearen Terme bei Verwendung der im vorherigen Abschnitt vorgestellten Basisfunktionen auf geringe ohmsche Verluste.

Daher kann für alle Pulsbeiträge der internen Ströme $i_{cwp/n}^{(a=1,2,3)}$ eine gemeinsame Basisfunktion verwendet werden. Obwohl $\tilde{\Phi}_1$ bereits für $i_{DCp}^{(1)}$ eingesetzt wurde, ist ihre Wiederverwendung für $i_{cwp/n}^{(a=1,2,3)}$ zulässig, da $i_{DCp}^{(1)}(t)$ im Intervall $[t_0, t_0 + T_s]$ stets unabhängig und zuerst berechnet wird (vgl. Abschnitt 4.3.3.2). Dadurch entstehen keine nichtlinearen Terme in den Integralausdrücken zwischen dem berechneten Strom $i_{DCp}^{(1)}$ und anderen unbekanntem Strömen.

Für $i_{DCp}^{(2)}$ kann eine zusätzliche Basisfunktion $\tilde{\Phi}_2$ verwendet werden, um restliche nichtlineare Terme, insbesondere im Zusammenhang mit ohmschen Verlusten, gezielt zu eliminieren.

Die AC-Wirkleistung $P_{AC}^{(3)}$ von MMC3 ist von den DC-Strömen entkoppelt und kann daher ebenfalls mit der einfachen Funktion $\tilde{\Phi}_1$ entworfen werden. Der zugehörige Skalierungswert beträgt $\tilde{p} = 10$ MW.

Tabelle 4.3: Übersicht über die Entwurfsvariablen, die zugehörigen Umrichter und die Pulsbeiträge

Entwurfsvariable	Energiegröße	Umrichter	Pulsanteil
$i_{DCp}^{(1)}$	$W'_{\Sigma,0}^{(1)}$	MMC1	$\tilde{i}A^{(1)}\tilde{\Phi}_1$
$i_{DCp}^{(2)}$	$W'_{\Sigma,0}^{(2)}$	MMC2	$\tilde{i}A^{(2)}\tilde{\Phi}_2$
$i_{cwp}^{(1/2/3)}$	$W'_{Cp}^{(1/2/3)}$	PFC1/2/3 im p-Ring	$\tilde{i}B_p^{(1/2/3)}\tilde{\Phi}_1$
$i_{cwn}^{(1/2/3)}$	$W'_{Cn}^{(1/2/3)}$	PFC1/2/3 im n-Ring	$\tilde{i}B_n^{(1/2/3)}\tilde{\Phi}_1$
$P_{AC}^{(3)}$	$W'_{\Sigma,0}^{(3)}$	MMC3	$\tilde{p}C\tilde{\Phi}_1$

4.3.3.5 Erweiterter Lösungsansatz zur präzisen Energiesteuerung aller Umrichter im MVDC-Netzsystem

Es wird angenommen, dass die Trajektorien der Entwurfsvariablen so bestimmt wurden, dass **Anforderung 1 & 2** erfüllt sind. Nachfolgend wird exemplarisch die Berechnung der PFC-Spannungen im p-Ring gemäß Gleichung (2.24) auf Seite 35 dargestellt:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \vec{u}_{Fp} = L_{rcw} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp} - L_{re0} \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp} + \mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp} - \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}. \quad (4.19)$$

Aus der obigen Gleichung wird ersichtlich, dass nur die Differenzen der treibenden PFC-Spannungen aus Gleichung (4.19) abgeleitet werden können. Anders ausgedrückt: Da die Anzahl der treibenden PFC-Spannungen (sechs) größer ist als die Anzahl der dynamischen Gleichungen zur Stromdynamik im p-Ring (drei), ist eine direkte Bestimmung einzelner treibender PFC-Spannungen aus den berechneten Stromtrajektorien im MVDC-Netz nicht möglich ³.

Zur Lösung dieses Problems wird eine einfache Technik angewendet, um die Eindeutigkeit der Bestimmung sicherzustellen: In jeder der drei Differentialgleichungen aus Gleichung (4.19) wird jeweils eine *treibende Spannung* zur Realisierung der berechneten Stromtrajektorien ausgewählt, während die andere während des Übergangsintervalls einer glatten, vorgegebenen S-Trajektorie folgt. Diese dient als triviale Entwurfsvariable und als Referenzspannung, sodass die übrigen treibenden Spannungen am Ende des Intervalls die vorgegebenen Werte annehmen und somit **Anforderung 3** erfüllt wird.

Im Folgenden wird ein Beispiel dieser Technik mathematisch dargestellt:

Beispiel 4.3.1. Es wird angenommen, dass sämtliche Trajektorien aller Entwurfsgrößen bereits zur Erfüllung von **Anforderung 1** und **Anforderung 2** bestimmt wurden. Dabei wird der Übergang zwischen zwei eingeschwungenen Zuständen (*ss1*) und (*ss2*) betrachtet, deren Eingangsgrößen, insbesondere die treibenden PFC-Spannungen im p-Ring $\vec{u}_{Fp}^{(ss1)}$ und $\vec{u}_{Fp}^{(ss2)}$, vorgegeben sind.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit werden exemplarisch die drei PFC-Spannungen $u_{F\alpha p}^{(a=1,2,3)}$ als triviale Entwurfsvariablen gewählt, deren Trajektorien im Intervall $[t_0, t_0 + T_s]$ einer S-förmigen Funktion folgen:

$$u_{F\alpha p}^{(a)}(t) = u_{F\alpha p}^{(a,ss1)} \tilde{s}(t) + u_{F\alpha p}^{(a,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)), \text{ für } a = 1, 2, 3.$$

Es genügt, den Zeitpunkt t_0 am Beginn des Übergangs zu betrachten (der Zeitpunkt $t_0 + T_s$ ist vollkommen analog). Aus Gleichung (4.19) ergibt sich die Berechnung der übrigen treibenden PFC-Spannungen $u_{F\beta p}^{(a=1,2,3)}$ zum Zeitpunkt $t = t_0$, die für die Realisierung der vorgegebenen Stromtrajektorien verantwortlich sind:

$$\begin{pmatrix} u_{F\beta p}^{(3)}(t_0) \\ u_{F\beta p}^{(1)}(t_0) \\ u_{F\beta p}^{(2)}(t_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{F\alpha p}^{(1)}(t_0) \\ u_{F\alpha p}^{(2)}(t_0) \\ u_{F\alpha p}^{(3)}(t_0) \end{pmatrix} + L_{rcw} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp}(t_0) - L_{re0} \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp}(t_0) + \mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp}(t_0) - \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}(t_0),$$

³Auch in der Minimal-Konfiguration mit zwei PFC pro Ring ergibt sich dieses Problem: Vier PFC-Spannungen sind aus nur drei Stromgleichungen zu bestimmen.

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

wobei aufgrund der **Anforderung 1** sowie der vorgegebenen Trajektorien $u_{F\alpha p}^{(a=1,2,3)}$ gilt:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp}(t_0) = 0, \quad \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp}(t_0) = 0, \quad \vec{i}_{cwp}(t_0) = \vec{i}_{cwp}^{(ss1)}, \quad \vec{i}_{DCp}(t_0) = \vec{i}_{DCp}^{(ss1)}, \\ u_{F\alpha p}^{(a)}(t_0) = u_{F\alpha p}^{(a,ss1)} \quad \text{für } a = 1, 2, 3. \end{aligned}$$

Daraus folgt:

$$\begin{pmatrix} u_{F\beta p}^{(3)}(t_0) \\ u_{F\beta p}^{(1)}(t_0) \\ u_{F\beta p}^{(2)}(t_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{F\alpha p}^{(1,ss1)} \\ u_{F\alpha p}^{(2,ss1)} \\ u_{F\alpha p}^{(3,ss1)} \end{pmatrix} + \mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp}^{(ss1)} - \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}^{(ss1)}. \quad (4.20)$$

Es ist zu bemerken, dass die Stromverteilung im p-Ring im ersten eingeschwungenen Zustand ($ss1$) durch die vorgegebenen Werte der treibenden PFC-Spannungen $u_{F\alpha p}^{(a=1,2,3,ss1)}$ und $u_{F\beta p}^{(a=1,2,3,ss1)}$ bestimmt wird, sodass gilt:

$$\mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp}^{(ss1)} - \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}^{(ss1)} = \begin{pmatrix} -u_{F\alpha p}^{(1,ss1)} + u_{F\beta p}^{(3,ss1)} \\ -u_{F\alpha p}^{(2,ss1)} + u_{F\beta p}^{(1,ss1)} \\ -u_{F\alpha p}^{(3,ss1)} + u_{F\beta p}^{(2,ss1)} \end{pmatrix}. \quad (4.21)$$

Aus (4.20) und (4.21) ergibt sich:

$$\begin{pmatrix} u_{F\beta p}^{(3)}(t_0) \\ u_{F\beta p}^{(1)}(t_0) \\ u_{F\beta p}^{(2)}(t_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{F\beta p}^{(3,ss1)} \\ u_{F\beta p}^{(1,ss1)} \\ u_{F\beta p}^{(2,ss1)} \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Anforderung 3 ist damit erfüllt.} \quad \square$$

Die Auswahl von drei der sechs PFC-Spannungen im p-Ring zur Umsetzung der berechneten Stromtrajektorien erfolgt zweckabhängig, beispielsweise im Fall eines Erdchlusses in Abhängigkeit von dessen Lage. In jeder der drei internen Maschen wird jeweils eine Spannung aus den Gruppen $(u_{F\alpha p}^{(1)}, u_{F\beta p}^{(3)})$, $(u_{F\beta p}^{(1)}, u_{F\alpha p}^{(2)})$ und $(u_{F\beta p}^{(2)}, u_{F\alpha p}^{(3)})$ als treibend gewählt, während die jeweils andere Spannung als Referenzspannung fungiert (vgl. Gleichung (4.19)). Insgesamt ergeben sich daraus acht mögliche Kombinationen.

Die vorgestellte Methode ist im Wesentlichen eine Erweiterung des Gleichungssystems (4.19) um drei zusätzliche Gleichungen für die Referenzspannungen. Dadurch wird eine eindeutige Bestimmung der PFC-Spannungen auf Basis der entworfenen Trajektorien ermöglicht. Der Ansatz ist gleichermaßen auf die PFC im p-Ring wie auch im n-Ring anwendbar. Für eine spätere mathematisch günstige Darstellung werden die Gleichungen wie folgt formuliert:

$$\begin{aligned} & \overbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & -1 & 0 \end{pmatrix}}^{:= \mathcal{M}} \cdot \vec{u}_{Fp/n}(t) \\ & = \begin{pmatrix} L_{rcw} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp/n}(t) \mp L_{re0} \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp}(t) + \mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp/n}(t) \mp \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}(t) \\ \mathbf{N}_{3 \times 6} [\vec{u}_{Fp/n}^{(ss1)} \tilde{s}(t) + \vec{u}_{Fp/n}^{(ss2)} (1 - \tilde{s}(t))] \end{pmatrix}_{6 \times 1}, \quad (4.22) \end{aligned}$$

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

wobei die rechte Seite der vorherigen Gleichung eine Matrix der Größe 6×1 darstellt, bei der die oberen drei Zeilen von den unteren drei Zeilen durch eine gestrichelten Linie getrennt sind. Es gibt insgesamt acht Möglichkeiten für Matrix $\mathbf{N}_{3 \times 6}$, die zu acht möglichen Kombination von den Referenzspannungen entsprechen⁴. Dabei ist zu beachten, dass Matrix \mathcal{M} stets regulär ist. Aus Gleichung (4.22) folgt eine eindeutige Darstellung der treibenden PFC-Spannungen:

$$\begin{aligned} \vec{u}_{Fp/n}(t) &= \underbrace{(\mathcal{M}^{-1})_{:,1-3}}_{=\mathbf{N}_1} \left(L_{rcw} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp/n}(t) \mp L_{re0} \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp}(t) + \mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp/n}(t) \mp \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}(t) \right) \\ &+ \underbrace{(\mathcal{M}^{-1})_{:,4-6}}_{=\mathbf{N}_2} \cdot \mathbf{N}_{3 \times 6} \left[\vec{u}_{Fp/n}^{(ss1)} \tilde{s}(t) + \vec{u}_{Fp/n}^{(ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right]. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Dabei ist $(\mathcal{M}^{-1})_{:,1-3}$ eine Matrix, die aus den ersten drei Spalten von \mathcal{M}^{-1} besteht, während $(\mathcal{M}^{-1})_{:,4-6}$ die letzten drei Spalten enthält.

4.4 Der Trajektorienentwurf im Erdfehlerfall

4.4.1 Bestimmung der unbekanntenen Koeffizienten

Es ist wichtig zu betonen, dass die vorgestellte Methode auch im Erdfehlerfall prinzipiell anwendbar bleibt. Der einzige Effekt eines Erdschlusses besteht in einer DC-Spannungsverschiebung; die Stromflüsse durch die Umrichter bleiben dabei unverändert.

In diesem Abschnitt wird angenommen, dass der Erdschluss im p-Ring auftritt. Wie in Abschnitt 2.3.2 erläutert, gilt in diesem Fall $u_{DCp}^{(1)} = 0$, sodass die gesamte Spannung zwischen den beiden Übertragungsleitungen von $u_{DCn}^{(1)}$ getragen wird.

Der Trajektorienentwurf reduziert sich auf die Bestimmung der unbekanntenen Koeffizienten der Pulsbeiträge. Diese Aufgabe lässt sich in zwei getrennte Teilaufgaben unterteilen (siehe Abschnitt 4.3.3.2):

Teilaufgabe 1: Betrachtung der Energieänderung in MMC1. Der unbekannte Koeffizient $A^{(1)}$ ergibt sich aus der Änderung der erweiterten Energiekomponente $W'_{\Sigma,0}{}^{(1)}$ zwischen dem initialen und dem finalen eingeschwungenen Zustand. Die Anwendung der **Anforderung 2** auf MMC1

$$\underbrace{W'_{\Sigma,0}{}^{(1,ss2)}(t_0 + T_s) - W'_{\Sigma,0}{}^{(1,ss1)}(t_0)}_{\text{vorgegeben}} = \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d}{dt} W'_{\Sigma,0}{}^{(1)}(t) dt$$

sowie die Einsetzung der Energiedynamik von MMC1 und des Stromverlaufs $i_{DCp}^{(1)}(t) = i_{DCp}^{(1,g)}(t) + \tilde{i}A^{(1)}\tilde{\Phi}_1(t)$ im Übergangsintervall führen auf eine einzelne quadratische Gleichung

⁴Das zuvor betrachtete Beispiel 4.3.1, in dem die PFC-Spannungen $u_{F\alpha p}^{(a=1,2,3)}$ als triviale Entwurfsvariablen gewählt wurden, führt zur folgenden Matrix: $\mathbf{N}_{3 \times 6} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

chung in der Unbekannten $A^{(1)}$:

$$0 = c_0 + c_1 A^{(1)} + c_2 (A^{(1)})^2,$$

wobei die Koeffizienten der obigen Gleichung sind:

$$\begin{aligned} c_0 &= - \left[W_{\Sigma,0}^{(1,ss2)}(t_0 + T_s) - W_{\Sigma,0}^{(1,ss1)}(t_0) \right] + \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \begin{pmatrix} u_{AC,\alpha}^{(1)} & u_{AC,\beta}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha}^{(1)} \\ i_{AC,\beta}^{(1)} \end{pmatrix} dt \\ &\quad - \frac{R_{AC}^{(1)}}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha}^{(1)} & i_{AC,\beta}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha}^{(1)} \\ i_{AC,\beta}^{(1)} \end{pmatrix} dt \\ &\quad - \frac{1}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{DCp}^{(1)} + u_{DCn}^{(1)} \right) i_{DCp}^{(1,g)} dt - \frac{R_{DC}^{(1)}}{3} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{DCp}^{(1,g)} \right)^2 dt, \\ c_1 &= -\frac{1}{6} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{DCp}^{(1)} + u_{DCn}^{(1)} \right) \tilde{\Phi}_1 dt - \frac{2R_{DC}^{(1)}}{3} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{DCp}^{(1,g)} \tilde{\Phi}_1 dt, \\ c_2 &= -\frac{R_{DC}^{(1)}}{3} \tilde{i}^2 T_s. \end{aligned}$$

Die Lösung der quadratischen Gleichung mit dem kleinsten Absolutwert von $A^{(1)}$ wird ausgewählt.

Teilaufgabe 2: Betrachtung der Energieänderungen in MMC2, MMC3 und allen PFC. Unter Verwendung der Basisfunktionen kann das nichtlineare Gleichungssystem (4.13) bezüglich der unbekanntenen Koeffizienten in ein lineares Gleichungssystem überführt werden:

$$\begin{array}{l} \text{MMC2} \quad \leftarrow \\ \text{MMC3} \quad \leftarrow \\ \text{PFC1, } p\text{-Ring} \leftarrow \\ \text{PFC2, } p\text{-Ring} \leftarrow \\ \text{PFC3, } p\text{-Ring} \leftarrow \\ \text{PFC1, } n\text{-Ring} \leftarrow \\ \text{PFC2, } n\text{-Ring} \leftarrow \\ \text{PFC3, } n\text{-Ring} \leftarrow \end{array} \underbrace{\begin{pmatrix} d_{1,1} & d_{1,2} & d_{1,3} & d_{1,4} & d_{1,5} & d_{1,6} & d_{1,7} & 0 \\ d_{2,1} & d_{2,2} & d_{2,3} & d_{2,4} & d_{2,5} & d_{2,6} & d_{2,7} & d_{2,8} \\ d_{3,1} & d_{3,2} & d_{3,3} & d_{3,4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_{4,1} & d_{4,2} & d_{4,3} & d_{4,4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_{5,1} & d_{5,2} & d_{5,3} & d_{5,4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_{6,1} & 0 & 0 & 0 & d_{6,5} & d_{6,6} & d_{6,7} & 0 \\ d_{7,1} & 0 & 0 & 0 & d_{7,5} & d_{7,6} & d_{7,7} & 0 \\ d_{8,1} & 0 & 0 & 0 & d_{8,5} & d_{8,6} & d_{8,7} & 0 \end{pmatrix}}_{= \mathbf{D}_{8 \times 8}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} A^{(2)} \\ B_p^{(1)} \\ B_p^{(2)} \\ B_p^{(3)} \\ B_n^{(1)} \\ B_n^{(2)} \\ B_n^{(3)} \\ C \end{pmatrix}}_{= \vec{x}} = \underbrace{\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ b_7 \\ b_8 \end{pmatrix}}_{= \vec{b}_{8 \times 1}}. \quad (4.24)$$

Dabei besteht der rechte Vektor $\vec{b}_{8 \times 1}$ ausschließlich aus konstanten Einträgen. Die Herleitung des Gleichungssystems findet sich im Anhang B.5 auf Seite 138. Die Ableitung der Eingangsgrößen aus den berechneten Trajektorien erfolgt für die MMC nach (4.4) und für die PFC nach (4.22).

4.4.2 Energieoszillation beim Übergang

Die vorgestellte Methode basiert auf einer schnellen Umverteilung der Leistungsflüsse, wodurch zwangsläufig Energieoszillationen in den Umrichtern entstehen. Da die Kon-

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

densatorsspannungen proportional zur Quadratwurzel der im PFC gespeicherten Energie sind, $u_{Cp/n}^{(a)} = \sqrt{\frac{2W_{Cp/n}^{(a)}}{C}}$, (mit $a = 1, 2, 3$) oszilliert auch die Kondensatorspannung während des Übergangsprozesses entsprechend.

Die Energieoszillationen können problematisch sein – insbesondere in den PFC, deren Energieinhalt im Vergleich zu den MMC wesentlich kleiner ist. Kritisch wird es, wenn ein sehr großer interner Strom auf Null reduziert werden muss, wobei eine große magnetische Energiemenge in den Leitungsinduktivitäten des internen DC-Netzes umverteilt werden muss. In diesem Fall sind die Energieoszillationen in den PFC sehr groß und können deren Energiespeicher, also die Kondensatoren, überlasten.

Darüber hinaus gibt es ein anderes Problem. Es ist erstrebenswert, den fehlerbehafteten Strom möglichst schnell auf Null zu reduzieren, um den Erdfehler rasch zu beseitigen. Eine sehr kurze Übergangsdauer T_s führt jedoch zu hohen Stromanstiegen $\frac{di}{dt}$, insbesondere bei großen Strömen. Da die treibenden PFC-Spannungen $\vec{u}_{Fp/n}$ direkt aus der Differentiation der Stromtrajektorien resultieren, können sie sehr groß werden und damit die verfügbaren Kondensatorspannungen $u_{Cp/n}^{(a)}$ überschreiten. Bei großen Oszillationen der Kondensatorspannung $u_{Cp/n}^{(a)}$ während des Übergangs verschärft sich dieses Problem zusätzlich. Die verfügbare Kondensatorspannung $u_{Cp/n}^{(a)}$ begrenzt folglich die zulässigen Eingangsgrößen $\vec{u}_{Fp/n}$. Wird diese Grenze überschritten, ist die physikalische Realisierbarkeit des Übergangs nicht mehr gewährleistet. Im Folgenden wird dieses Phänomen als „Eingangsbeschränkung“ (engl. *input constraint*) bezeichnet.

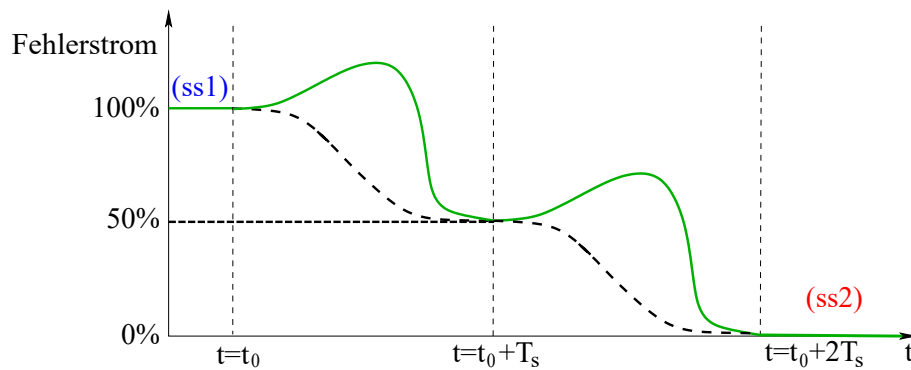


Abbildung 4.6: Veranschaulichung der Reduktion des fehlerbehafteten Stroms zu Null in zwei Teilschritten ($N_{\text{Trans}} = 2$).

Zur Reduzierung der Energieoszillationen in den PFC sowie zur Vermeidung der Eingangsbeschränkung kann der fehlerbehaftete Strom schrittweise reduziert werden – beispielsweise zunächst auf 50 % und anschließend auf Null, jeweils über die Dauer T_s (siehe Abbildung 4.6). Am Ende jedes Teilübergangs wird dabei ein eingeschwungener Zustand erreicht, in dem der fehlerbehaftete Strom entsprechend reduziert ist. Dadurch verringert sich die Änderung der magnetischen Energie pro Teilschritt, was zu geringeren Energieoszillationen in den Umrichtern führt. Zudem resultieren die kleineren Stromanstiege $\frac{di}{dt}$ in geringere treibende PFC-Spannungen, sodass keine Eingangsbeschränkung auftritt. Bei großen Stromwerten erfolgt die Reduktion in N_{Trans} gleich langen Übergängen.

Bemerkung: Eine Optimierung der Energieoszillationen in den PFC mittels einer quadratischen Kostenfunktion entlang der berechneten Stromtrajektorien ist prinzipiell möglich. Da diese Stromtrajektorien durch die Differenzen der entsprechenden PFC-Spannungen $\vec{u}_{Fp/n}$ getrieben werden, verbleiben zwar Freiheitsgrade, jedoch führen deren Nutzung zu Abweichungen der lokalen DC-Spannungen und damit auch der Gesamtleistungsflüsse von den berechneten Trajektorien. Folglich erreichen die Energieinhalte der Umrichter nach dem Übergang nicht die Sollwerte. Aufgrund der in Abschnitt 4.2 dargestellten Problemstellung wird dieser Ansatz in der vorliegenden Arbeit nicht weiter verfolgt.

4.5 Simulationsergebnisse

4.5.1 Aufbau der Simulation

Zur Validierung der Methode wurde eine MATLAB-Simulation entwickelt. Die Parameter des MVDC-Netzes sind gemäß Tabelle 4.4 festgelegt, wobei die Spannungssumme $u_{DCp}^{(1)} + u_{DCn}^{(1)} = 20 \text{ kV}$ das interne Spannungsniveau definiert. Im fehlerfreien Fall gilt $u_{DCp}^{(1)} = u_{DCn}^{(1)} = 10 \text{ kV}$. Tritt jedoch ein Erdschluss im p-Ring auf, verschiebt sich das Spannungsniveau so, dass $u_{DCp}^{(1)} = 0$ und $u_{DCn}^{(1)} = 20 \text{ kV}$ gelten. Trotzdem bleibt die Spannung zwischen den positiven und negativen Leitungen an MMC1 unverändert.

Der Energieinhalt der MMC (multipliziert mit einem Faktor von 1/6) sowie der PFC im ersten eingeschwungenen Zustand ($ss1$) lässt sich gemäß Gleichung (3.1) und (3.2) auf Seite 43 berechnen: $W_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3,ss1)} = 63,375 \text{ kJ}$ und $W_{C_{p/n}}^{(a=1,2,3,ss1)} = 6 \text{ kJ}$.

Tabelle 4.4: Parameter des MVDC-Netzsystems

Parameter	Kurzbeschreibung	Wert
$R_{DC}^{(a=1,2,3)}$	DC-Leitungswiderstand zu MMC	50 mΩ
$L_{DC}^{(a=1,2,3)}$	DC-Leitungsinduktivität zu MMC	5 mH
$R_{AC}^{(a=1,2,3)}$	AC-Leitungswiderstand zu MMC	100 mΩ
$L_{AC}^{(a=1,2,3)}$	AC-Leitungsinduktivität zu MMC	10 mH
$R_e^{(a=1,2,3)}$	MMC-Armenwiderstand	10 mΩ
$L_e^{(a=1,2,3)}$	MMC-Armeninduktivität	1 mH
N_{SM}	Anzahl Submodule	16
C_{SM}	Submodulkapazität	3 mF
v_C	Energie-Skalierungsfaktor	1.3
$R_{cw/ccw/r}^{(a=1,2,3)}$	Widerstände der internen DC-Leitungen	50 mΩ
$L_{cw/ccw/r}^{(a=1,2,3)}$	Induktivitäten der internen DC-Leitungen	5 mH
C_{PFC}	PFC-Kapazität	3 mF
u_C	PFC-Kondensatorspannung	2 kV
$\omega_{AC}^{(a=1,2,3)}$	AC-Kreisfrequenz	$2\pi \cdot 50 \text{ rad/s}$
$\hat{u}_{AC}^{(a=1,2,3)}$	AC-Spannungsamplituden	[9, 10, 11] kV
$(u_{DCp}^{(1)} + u_{DCn}^{(1)})$	DC-Spannung von MMC1	20 kV

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

Tabelle 4.5: Vorgegebene AC-Leistungsgrößen und zugehörige AC-Stromgrößen im ($ss1$)

Wirkleistung	Blindleistung	Stromamplitude	Leistungsfaktor
$P_{AC}^{(1,ss1)} = 16,44 \text{ MW}$	$Q_{AC}^{(1,ss1)} = 21,421 \text{ Mvar}$	$\hat{i}_{AC}^{(1,ss1)} = 2,0 \text{ kA}$	$\cos \varphi_{i,AC}^{(1,ss1)} = 0,608$
$P_{AC}^{(2,ss1)} = 18,78 \text{ MW}$	$Q_{AC}^{(2,ss1)} = 14,94 \text{ Mvar}$	$\hat{i}_{AC}^{(2,ss1)} = 1,6 \text{ kA}$	$\cos \varphi_{i,AC}^{(2,ss1)} = 0,782$
$P_{AC}^{(3,ss1)} = -32,62 \text{ MW}$	$Q_{AC}^{(3,ss1)} = -20,94 \text{ Mvar}$	$\hat{i}_{AC}^{(3,ss1)} = -2,318 \text{ kA}$	$\cos \varphi_{i,AC}^{(3,ss1)} = 0,852$

In Tabelle 4.5 sind die Wirk- und Blindleistungen aller AC-Netze im ersten eingeschwungenen Zustand ($ss1$) aufgeführt. Die Leistungsfaktoren $\cos \varphi_{i,AC}^{(a=1,2,3,ss1)}$ wurden absichtlich niedrig gewählt, um die magnetische Energie in den DC-Leitungen zu begrenzen. Dies erleichtert die Übergänge und dient als Referenz für die verbesserte Methode in Kapitel 5, bei der der Übergang selbst bei höheren Leistungsfaktoren an den AC-Netzen verkürzt werden kann.

In Tabelle 4.6 sind die Werte der entsprechenden DC-Ströme im ersten eingeschwungenen Zustand ($ss1$) dargestellt.

Tabelle 4.6: Werte aller unabhängigen DC-Ströme im eingeschwungenen Zustand ($ss1$)

DC-Ströme	Wert	DC-Ströme	Wert
$\hat{i}_{cwp}^{(1,ss1)}$	+0,132 kA	$\hat{i}_{cwn}^{(1,ss1)}$	-0,132 kA
$\hat{i}_{cwp}^{(2,ss1)}$	+0,706 kA	$\hat{i}_{cwn}^{(2,ss1)}$	-0,706 kA
$\hat{i}_{cwp}^{(3,ss1)}$	-0,837 kA	$\hat{i}_{cwn}^{(3,ss1)}$	+0,837 kA
$\hat{i}_{DCp}^{(1,ss1)}$	+0,787 kA	$\hat{i}_{DCp}^{(2,ss1)}$	+0,914 kA

Die Simulation verwendet folgende Parameter: die Anzahl der gleich langen Teilübergänge N_{Trans} sowie die Teilübergangsdauer T_s , den Startzeitpunkt des Übergangs t_0 und die Zeitschrittweite für die numerische Integration $\Delta t = 100 \mu\text{s}$.

Es ist zu beachten, dass die Teilübergangsdauer T_s , die Anzahl der gleich langen Teilübergänge N_{Trans} sowie die drei geeigneten treibenden PFC-Spannungen in jedem Ring für jeden Erdfehlerfall durch Erprobung optimiert werden müssen. Für die praktische Umsetzung kann eine Lookup-Tabelle erstellt werden, mit der N_{Trans} , T_s und die drei geeigneten treibenden PFC-Spannungen für jeden Erdfehlerfall automatisch ermittelt werden.

In dieser Simulationsstudie wird eine *zulässige Oszillation* der Kondensatorspannung in den PFC während des Übergangs als 30 % ihres Anfangswerts definiert, gemessen zwischen Minimal- und Maximalwert.

Unter der Voraussetzung, dass die Umrichter die berechneten Verläufe der treibenden Spannungen perfekt realisieren können, stimmen die idealen Verläufe mit denen aus der numerischen Integration nahezu überein. Im folgenden Abschnitt werden nur *die resultierenden Verläufe* aller Zustandsvariablen dargestellt.

4.5.2 Betrachtete Fälle für die Simulation

In der Simulation wird der Übergang im Erdfehlerfall vom eingeschwungenen Zustand ($ss1$), der im vorherigen Abschnitt beschrieben wurde, zu einem neuen eingeschwunge-

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

nen Zustand ($ss2$) dargestellt, in dem der fehlerbehaftete Strom Null ist.

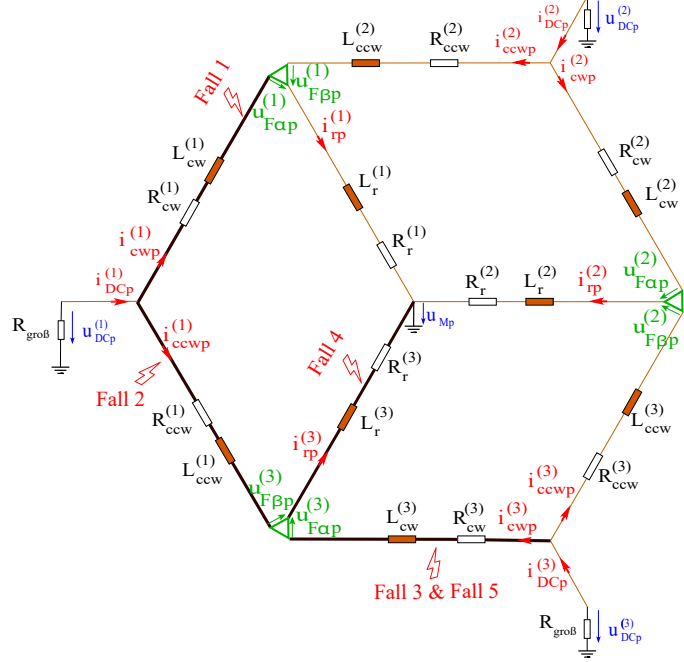


Abbildung 4.7: Darstellung der betrachteten Erdfehlerfälle (Fall 1–5) im internen MVDC-Netz. Jede schwarz markierte Leitung entspricht einem Fehlerfall.

Aufgrund der Symmetrie des internen MVDC-Netzes werden in der Simulation nur vier interne Ströme berücksichtigt, nämlich $i_{cwp}^{(a=1,3)}$, $i_{ccwp}^{(1)}$ und $i_{rp}^{(3)}$, die im Erdfehlerfall auf Null gefahren und dargestellt werden.

Wie in Kapitel 3 erläutert, kann dieser Zustand auch allein durch die Einspeisung einer PFC-Spannung erreicht werden. Daraus ergeben sich die folgenden Fälle:

- Fall 1: $i_{cwp}^{(1,ss2)} = 0$ infolge der Spannungseinspeisung durch PFC1 im p-Ring
- Fall 2: $i_{ccwp}^{(1,ss2)} = 0$ infolge der Spannungseinspeisung durch PFC3 im p-Ring
- Fall 3: $i_{cwp}^{(3,ss2)} = 0$ infolge der Spannungseinspeisung durch PFC3 im p-Ring
- Fall 4: $i_{rp}^{(3,ss2)} = 0$ infolge der Spannungseinspeisung durch PFC3 im p-Ring

Darüber hinaus kann der finale eingeschwungene Zustand ($ss2$) auch durch die kombinierte Einspeisung aller PFC im p-Ring erreicht werden. Dabei wird exemplarisch nur der Fall betrachtet, in dem der größte fehlerbehaftete Strom $i_{cwp}^{(3)}$ unter den drei internen Strömen $i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ auf Null reduziert wird, während die beiden anderen Ströme ihre Werte aus dem Zustand ($ss1$) beibehalten:

- Fall 5: $i_{cwp}^{(3,ss2)} = 0$, $i_{cwp}^{(a=1,2,ss2)} = i_{cwp}^{(a=1,2,ss1)}$

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

Zur Bewertung der Schwierigkeit der oben genannten Fälle kann die gesamte Änderung der magnetischen Energie im p-Ring berechnet werden.

$$\Delta W_{mag} = \sum_{a=1}^3 \left[\frac{L_{cw}^{(a)}}{2} \left(i_{cwp}^{(a,ss2)} \right)^2 + \frac{L_{ccw}^{(a)}}{2} \left(i_{ccwp}^{(a,ss2)} \right)^2 + \frac{L_r^{(a)}}{2} \left(i_{rp}^{(a,ss2)} \right)^2 \right] - \sum_{a=1}^3 \left[\frac{L_{cw}^{(a)}}{2} \left(i_{cwp}^{(a,ss1)} \right)^2 + \frac{L_{ccw}^{(a)}}{2} \left(i_{ccwp}^{(a,ss1)} \right)^2 + \frac{L_r^{(a)}}{2} \left(i_{rp}^{(a,ss1)} \right)^2 \right].$$

Daraus ergibt sich die Tabelle 4.7.

Tabelle 4.7: Magnetische Energieänderung im internen MVDC-Netz in den betrachteten Fällen

Fall	Magnetische Energieänderung	Fall	Magnetische Energieänderung
1	0,154 kJ	4	0,205 kJ
2	3,611 kJ	5	7,094 kJ
3	5,877 kJ		

Daraus wird ersichtlich, dass Fall 3 und Fall 5 die zwei schwersten Erdfehlerfälle darstellen, da die zugehörigen magnetischen Energieänderungen am größten sind. Daher wird in diesem Kapitel die Simulation dieser beiden Fälle vorgestellt. Die Simulationsergebnisse für die übrigen Fälle sind im Anhang C dokumentiert.

Darüber hinaus sind die internen DC-Ströme im n-Ring nur schwach mit dem p-Ring gekoppelt – lediglich über die DC-Ströme $i_{DCp}^{(a=1,2,3)}$ während des Übergangs. Ein Erdfehler im p-Ring führt daher nur zu geringen Änderungen im n-Ring. Im Folgenden werden daher ausschließlich die Zustandsvariablen im p-Ring dargestellt.

4.5.3 Simulationsergebnisse für Fall 3

Zur Veranschaulichung des Verfahrens zur Bestimmung der Übergangsdauer T_s , der Anzahl der Übergänge N_{Trans} und der drei geeigneten treibenden PFC-Spannungen werden in Tabelle 4.8 drei exemplarische Simulationsfälle betrachtet.

Für die Abschätzung von T_s gilt: Wird ein Strom $i_{cwp}^{(3)} = 0,85$ kA bei $L = 5$ mH und $u_C = 2$ kV innerhalb der Übergangszeit T_s auf Null reduziert, ergibt sich:

$$u_C > u_F \approx L \cdot \frac{i}{T_s} \Rightarrow T_s > \frac{L \cdot i}{u_C} = \frac{0,005 \text{ H} \cdot 0,85 \text{ kA}}{2 \text{ kV}} \approx 2 \text{ ms}.$$

Liegt T_s ein bis zwei Größenordnungen über diesem Wert, ist eine Eingangsbeschränkung unwahrscheinlich. Die genaue Validierung erfolgt durch Simulation.

Tabelle 4.8: Exemplarische Simulationsfälle

Fall	N_{Trans}	T_s	Treibende PFC-Spannungen	Bemerkung
3.1	1	200 ms	$u_{F\alpha p}^{(a=1,2,3)}$ (nicht geeignet)	Spannungszosillation des PFC-Kondensators über 30 %
3.2	1	200 ms	$u_{F\alpha p}^{(a=2,3)}$, $u_{F\beta p}^{(a=3)}$ (geeignet)	Reduzierte Spannungszosillation, aber weiterhin über 30 %
3.3	2	200 ms	$u_{F\alpha p}^{(a=2,3)}$, $u_{F\beta p}^{(a=3)}$ (geeignet)	Alle Kriterien erfüllt

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

In den Fällen 3.1 und 3.2 werden lediglich die relevanten Grafiken dargestellt, da sie exemplarisch für typische Problemstellungen stehen. Fall 3.3 zeigt hingegen einen gelungenen Übergang, weshalb ergänzend zusätzliche Abbildungen präsentiert werden.

Fall 3.1: Übergang $i_{cwp}^{(3)} \rightarrow 0$, treibende PFC-Spannungen $u_{Fcp}^{(a=1,2,3)}$, $N_{\text{Trans}} = 1$, $T_s = 200$ ms

$$\text{Fall 3.1: } \left(i_{cwp}^{(a=1,2,3,ss1)} \right) = \begin{pmatrix} 0.132 \\ 0.706 \\ -0.838 \end{pmatrix} \text{ kA} \rightarrow \left(i_{cwp}^{(a=1,2,3,ss2)} \right) = \begin{pmatrix} 0.411 \\ 0.986 \\ 0.000 \end{pmatrix} \text{ kA}$$

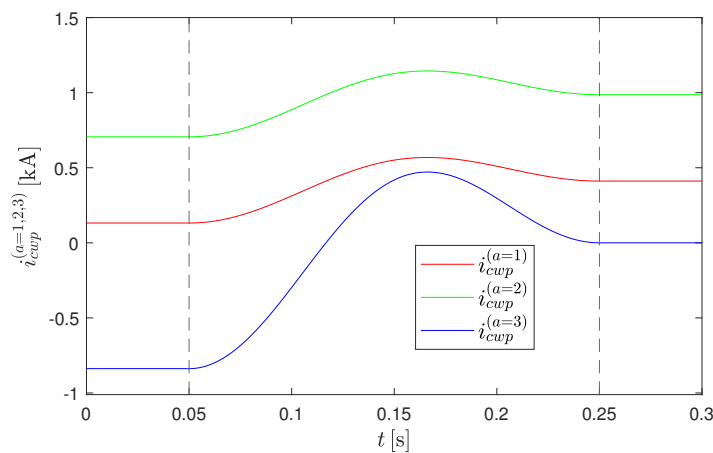


Abbildung 4.8: Fall 3.1: Interne DC-Ströme $i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ im p-Ring bei $N_{\text{Trans}} = 1$, $T_s = 200$ ms, $t_0 = 50$ ms, getrieben durch $u_{Fcp}^{(a=1,2,3)}$

$$\text{Fall 3.1: } u_{Cp}^{(a=1,2,3,ss1)} = 2 \text{ kV} \rightarrow u_{Cp}^{(a=1,2,3,ss2)} = 2 \text{ kV}$$

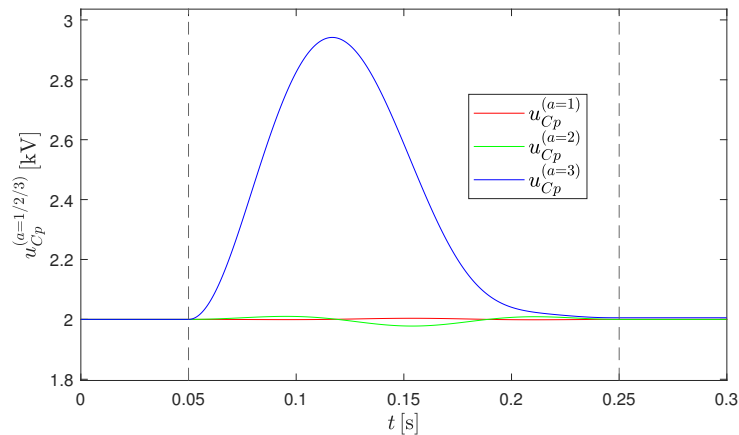


Abbildung 4.9: Fall 3.1: Die Kondensatorsspannungen in den PFC bei $N_{\text{Trans}} = 1$, $T_s = 200$ ms, $t_0 = 50$ ms, getrieben durch $u_{Fcp}^{(a=1,2,3)}$

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

Die Kondensatorspannung $u_{Cp}^{(3)}$ oszilliert während des Übergangs zwischen 2 kV und nahezu 3 kV, was einer Abweichung von rund 50 % gegenüber dem Anfangswert von 2 kV entspricht und somit das zulässige Oszillationskriterium von 30 % überschreitet.

Fall 3.1: $\left(\overset{-(ss2)}{u_{Fp}} \right)^T = (0.00, 0.00, 0.00, 0.00, -0.14, 0.00) \text{ kV}$

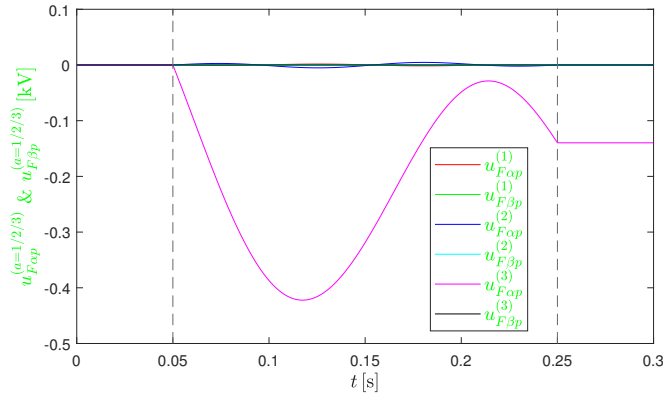


Abbildung 4.10: Fall 3.1: Aus den Stromverläufen abgeleitete PFC-Spannungen bei $N_{\text{Trans}} = 1$, $T_s = 200 \text{ ms}$, $t_0 = 50 \text{ ms}$; treibende Spannungen: $u_{F\alpha p}^{(a=1,2,3)}$

Die Beträge aller treibenden PFC-Spannungen während des Übergangs liegen unterhalb der jeweiligen Kondensatorspannungen. Daher liegt in diesem Fall keine Eingangsbeschränkung vor.

Fall 3.2: Übergang $i_{cwp}^{(3)} \rightarrow 0$, treibende PFC-Spannungen $u_{F\alpha p}^{(a=2,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(a=3)}$,
 $N_{\text{Trans}} = 1$, $T_s = 200 \text{ ms}$

Fall 3.2: $\left(i_{cwp}^{(a=1,2,3,ss1)} \right) = \begin{pmatrix} 0.132 \\ 0.706 \\ -0.838 \end{pmatrix} \text{ kA} \rightarrow \left(i_{cwp}^{(a=1,2,3,ss2)} \right) = \begin{pmatrix} 0.411 \\ 0.986 \\ 0.000 \end{pmatrix} \text{ kA}$

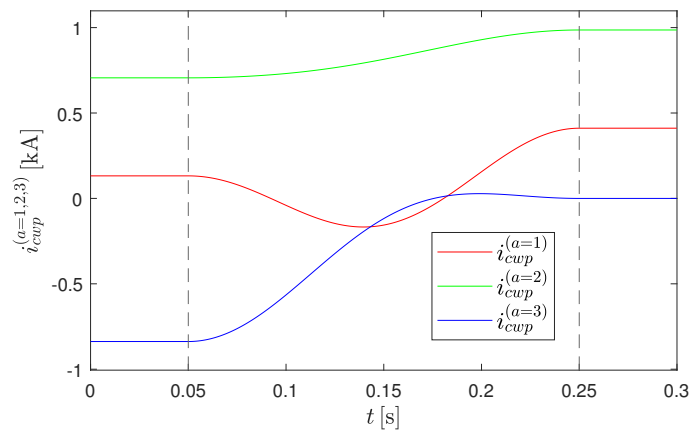


Abbildung 4.11: Fall 3.2: Interne DC-Ströme $i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ im p-Ring bei $N_{\text{Trans}} = 1$, $T_s = 200 \text{ ms}$, $t_0 = 50 \text{ ms}$, getrieben durch $u_{F\alpha p}^{(a=2,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(a=3)}$

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

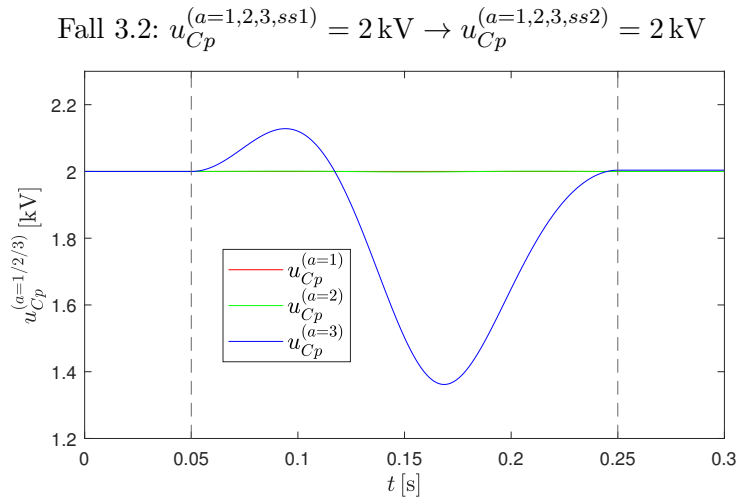


Abbildung 4.12: Fall 3.2: Die Kondensatorspannungen in den PFC bei $N_{\text{Trans}} = 1$, $T_s = 200 \text{ ms}$, $t_0 = 50 \text{ ms}$, getrieben durch $u_{F\alpha p}^{(a=2,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(a=3)}$

Durch die gezielte Kombination der drei treibenden PFC-Spannungen konnte die Oszillation der Kondensatorspannung reduziert werden. Die Kondensatorspannung $u_{Cp}^{(3)}$ variiert nun zwischen 1,36 kV und 2,14 kV, was einer Oszillation von 0,78 kV bzw. 39 % des Anfangswerts entspricht und damit weiterhin das zulässige Kriterium von 30 % überschreitet.

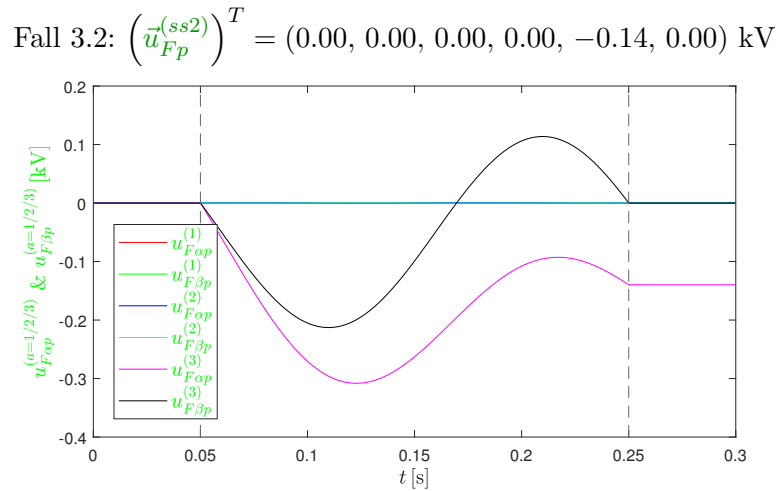


Abbildung 4.13: Fall 3.2: Aus den Stromverläufen abgeleitete PFC-Spannungen bei $N_{\text{Trans}} = 1$, $T_s = 200 \text{ ms}$, $t_0 = 50 \text{ ms}$; treibende Spannungen: $u_{F\alpha p}^{(a=2,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(a=3)}$

Da die Beträge aller treibenden PFC-Spannungen während des Übergangs unterhalb der jeweiligen Kondensatorspannungen liegen, liegt hier keine Eingangsbeschränkung vor.

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

Fall 3.3: Übergang $i_{cwp}^{(3)} \rightarrow 0$, treibende PFC-Spannungen $u_{F\alpha p}^{(a=2,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(a=3)}$, $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 200$ ms

$$\text{Fall 3.3: } \left(i_{cwp}^{(a=1,2,3,ss1)} \right) = \begin{pmatrix} 0.132 \\ 0.706 \\ -0.838 \end{pmatrix} \text{ kA} \rightarrow \left(i_{cwp}^{(a=1,2,3,ss2)} \right) = \begin{pmatrix} 0.411 \\ 0.986 \\ 0.000 \end{pmatrix} \text{ kA}$$

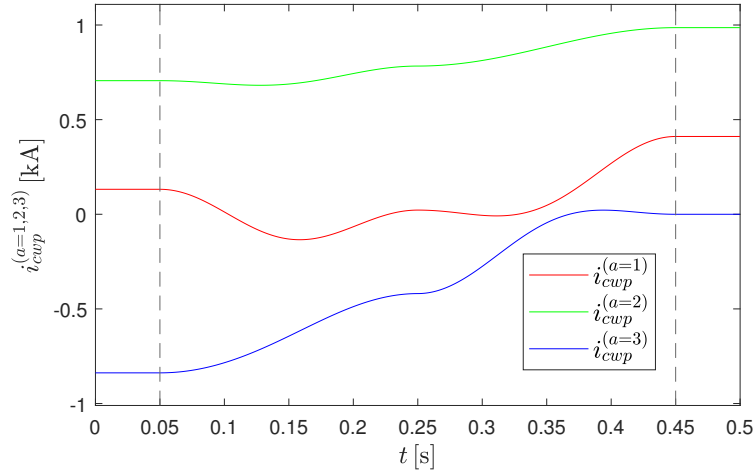


Abbildung 4.14: Fall 3.3: Interne DC-Ströme $i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ im p-Ring bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 200$ ms, $t_0 = 50$ ms, getrieben durch $u_{F\alpha p}^{(a=2,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(a=3)}$

$$\text{Fall 3.3: } \left(i_{DCp}^{(a=1,2,ss1)} \right) = \begin{pmatrix} 0.787 \\ 0.914 \end{pmatrix} \text{ kA} \rightarrow \left(i_{DCp}^{(a=1,2,ss2)} \right) = \begin{pmatrix} 0.787 \\ 0.914 \end{pmatrix} \text{ kA}$$

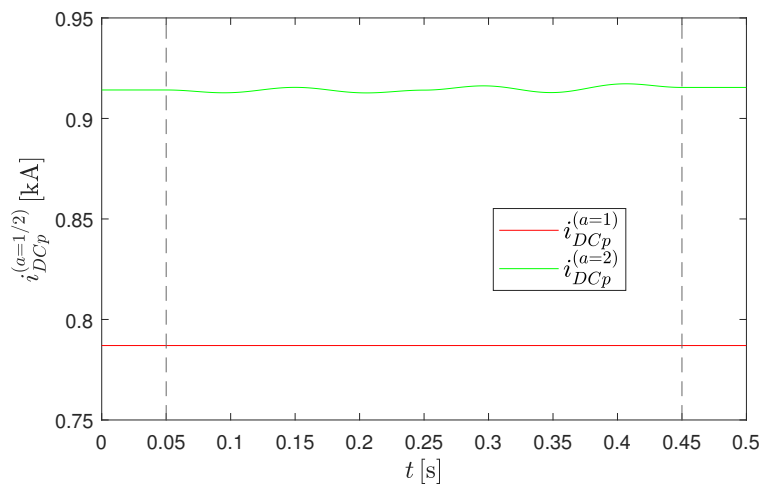


Abbildung 4.15: Fall 3.3: DC-Ströme $i_{DCp}^{(a=1,2)}$ bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 200$ ms, $t_0 = 50$ ms, getrieben durch $u_{\Sigma,0}^{(a=1,2)}$

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

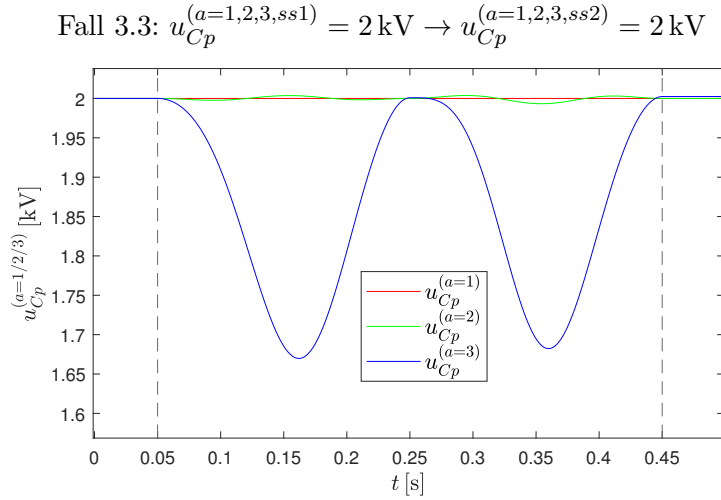


Abbildung 4.16: Fall 3.3: Die Kondensatorspannungen in den PFC bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 200 \text{ ms}$, $t_0 = 50 \text{ ms}$, getrieben durch $u_{F\alpha p}^{(a=2,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(a=3)}$

Durch die geeignete Kombination der drei treibenden PFC-Spannungen und eine schrittweise Reduktion des Stroms $i_{cwp}^{(3)}$ in zwei gleich langen Übergängen konnte die Oszillation in der PFC-Energie deutlich verringert werden. Die maximale Oszillation der Kondensatorspannung $u_{Cp}^{(3)}$ beträgt $0,33 \text{ kV}$ (entspricht $16,5 \%$ von $u_C = 2 \text{ kV}$) und erfüllt damit das vorgegebene Kriterium von maximal 30% .

Fall 3.3: $\left(\vec{u}_{Fp}^{(ss2)}\right)^T = (0.00, 0.00, 0.00, 0.00, -0.14, 0.00) \text{ kV}$

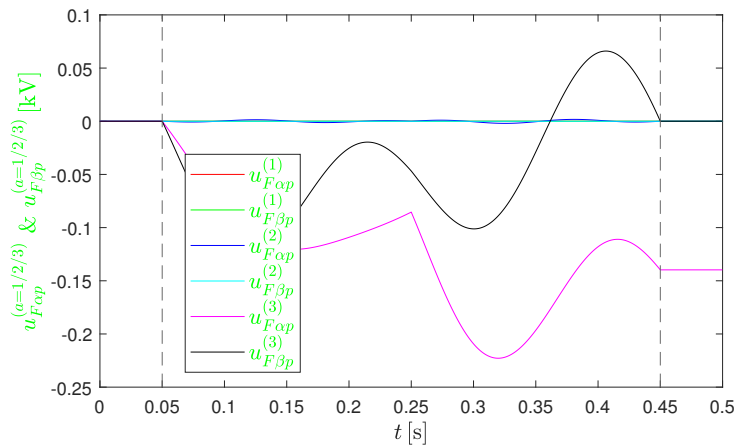


Abbildung 4.17: Fall 3.3: Aus den Stromverläufen abgeleitete PFC-Spannungen bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 200 \text{ ms}$, $t_0 = 50 \text{ ms}$; treibende Spannungen: $u_{F\alpha p}^{(a=2,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(a=3)}$

Da die Beträge aller treibenden PFC-Spannungen während des Übergangs unterhalb der jeweiligen Kondensatorspannungen liegen, liegt keine Eingangsbeschränkung vor. Es ist zu beachten, dass eine durchgehende Glattheit der treibenden Spannungen

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

nicht erforderlich ist, da das System zum Zeitpunkt $t = 0.25$ s in Abbildung 4.17 einen eingeschwungenen Zwischenzustand erreicht.

$$\text{Fall 3.3: } W_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3,ss1)} = 63.375 \text{ kJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3,ss2)} = 63.375 \text{ kJ}$$

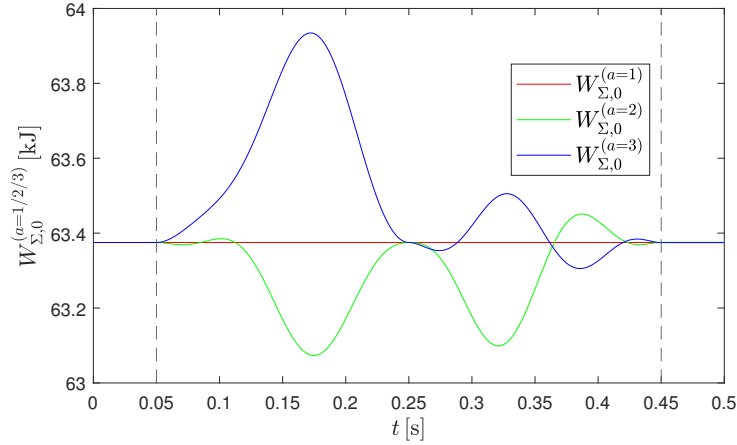


Abbildung 4.18: Fall 3.3: Die MMC-Energien bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 200$ ms, $t_0 = 50$ ms

In Abbildung 4.18 sind die Energieoszillationen in den MMC in diesem Fall sehr gering, da die im Netz umzuverteilende Energie im Vergleich zu der in den MMC gespeicherten Energie ebenfalls gering ist.

$$\text{Fall 3.3: } \left(u_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3,ss1)} \right) = \begin{pmatrix} -10.042 \\ -10.053 \\ -9.835 \end{pmatrix} \text{ kV} \rightarrow \left(u_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3,ss2)} \right) = \begin{pmatrix} -10.042 \\ -10.039 \\ -9.793 \end{pmatrix} \text{ kV}$$

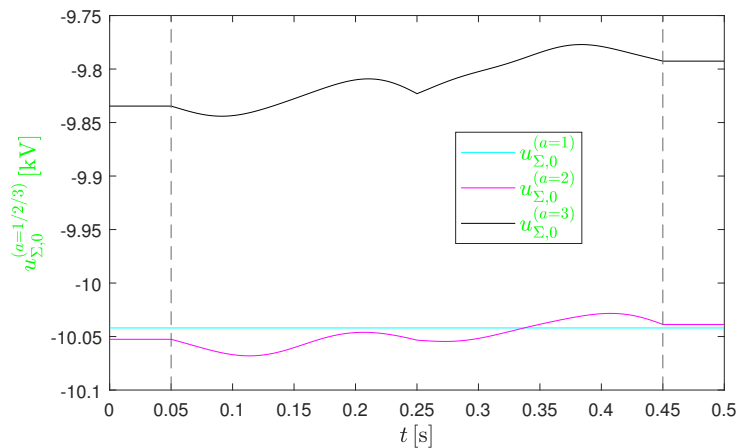


Abbildung 4.19: Fall 3.3: Die treibenden MMC-Spannungen $u_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3)}$ bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 200$ ms, $t_0 = 50$ ms

Analog zur Diskussion in Abbildung 4.17 ist eine durchgehende Glattheit der Eingangsgrößen $u_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3)}$ in Abbildung 4.19 nicht erforderlich, da das System zum Zeitpunkt $t = 0.25$ s einen eingeschwungenen Zwischenzustand erreicht.

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

Fall 3.3: $\left(P_{AC}^{(a=1,2,3,ss1)}\right) = \begin{pmatrix} 16.437 \\ 18.783 \\ -32.615 \end{pmatrix} \text{ MW} \rightarrow \left(P_{AC}^{(a=1,2,3,ss2)}\right) = \begin{pmatrix} 16.437 \\ 18.783 \\ -32.501 \end{pmatrix} \text{ MW}$

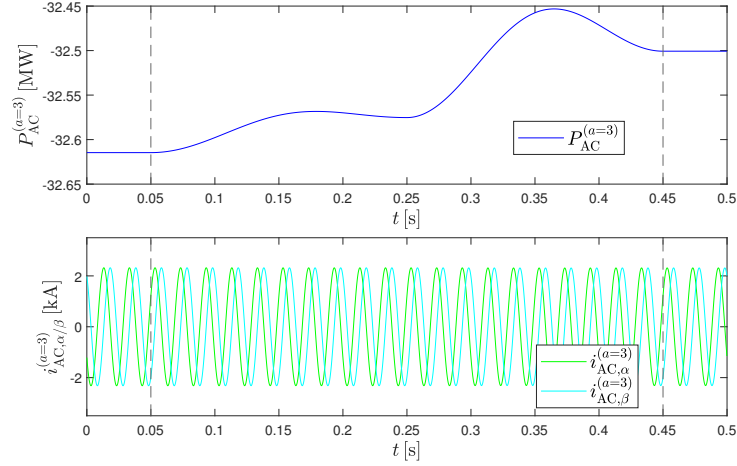


Abbildung 4.20: Fall 3.3: Die Wirkleistung $P_{AC}^{(3)}$ und die entsprechenden AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$ bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 200 \text{ ms}$, $t_0 = 50 \text{ ms}$

4.5.4 Fall 5: Übergang zu $i_{cwp}^{(a=3,ss2)} = 0$, $i_{cwp}^{(a=1,2,ss2)} = i_{cwp}^{(a=1,2,ss1)}$, treibende PFC-Spannungen $u_{F\alpha p}^{(a=2,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(a=3)}$, $N_{\text{Trans}} = 3$, $T_s = 250 \text{ ms}$

Von besonderem Interesse sind die Verläufe der PFC-Größen im p -Ring sowie der internen DC-Ströme $i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$, da – wie bereits in Fall 3 gezeigt – die Energieoszillationen in den MMC vernachlässigbar sind.

Fall 5: $\left(i_{cwp}^{(a=1,2,3,ss1)}\right) = \begin{pmatrix} 0.132 \\ 0.706 \\ -0.838 \end{pmatrix} \text{ kA} \rightarrow \left(i_{cwp}^{(a=1,2,3,ss2)}\right) = \begin{pmatrix} 0.132 \\ 0.706 \\ 0.000 \end{pmatrix} \text{ kA}$

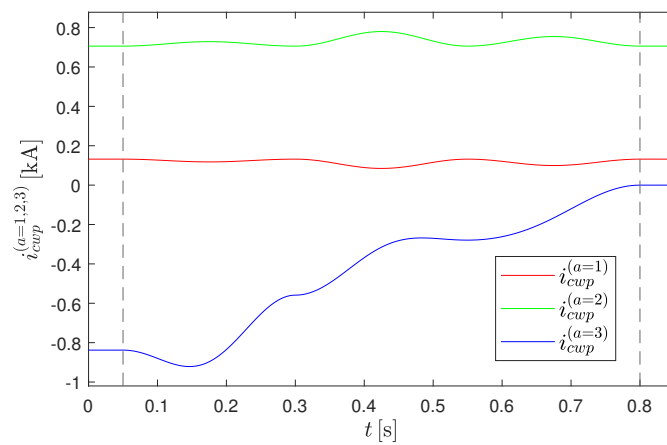


Abbildung 4.21: Fall 5: Interne DC-Ströme $i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ im p -Ring bei $N_{\text{Trans}} = 3$, $T_s = 250 \text{ ms}$, $t_0 = 50 \text{ ms}$, getrieben durch $u_{F\alpha p}^{(a=2,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(3)}$

KAPITEL 4. TRAJEKTORIENENTWURF FÜR SCHNELLEN UND GLATTEN ÜBERGANG ZWISCHEN EINGESCHWUNGENEN ZUSTÄNDEN

Fall 5: $u_{Cp}^{(a=1,2,3,ss1)} = 2 \text{ kV} \rightarrow u_{Cp}^{(a=1,2,3,ss2)} = 2 \text{ kV}$

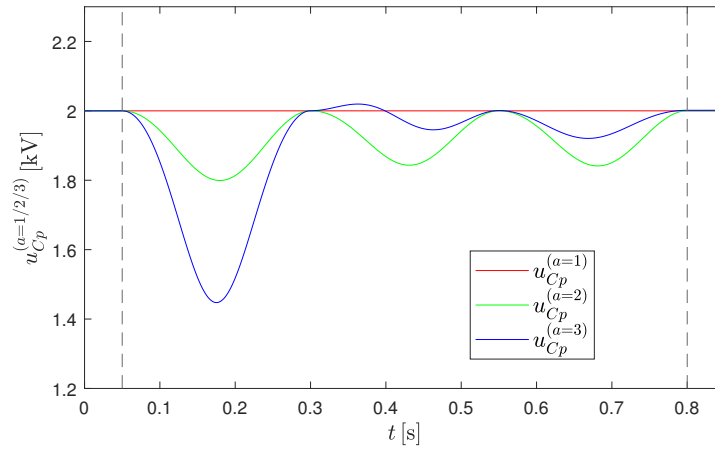


Abbildung 4.22: Fall 5: Die Kondensatorspannungen in den PFC bei $N_{\text{Trans}} = 3$, $T_s = 250 \text{ ms}$, $t_0 = 50 \text{ ms}$, getrieben durch $u_{F\alpha p}^{(a=2,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(3)}$

Die Kondensatorspannung $u_{Cp}^{(3)}$ erreicht während des Übergangs einen Minimalwert von etwa 1,45 kV, was einer Oszillation von rund 0,55 kV bzw. 27,5 % der Kondensatorspannung $u_C = 2 \text{ kV}$ entspricht. Damit wird das vorgegebene Kriterium einer maximalen Oszillation von 30 % knapp nicht erfüllt.

Fall 5: $(\vec{u}_{Fp}^{(ss2)})^T = (0.04, -0.03, 0.02, 0.01, -0.16, 0.00) \text{ kV}$

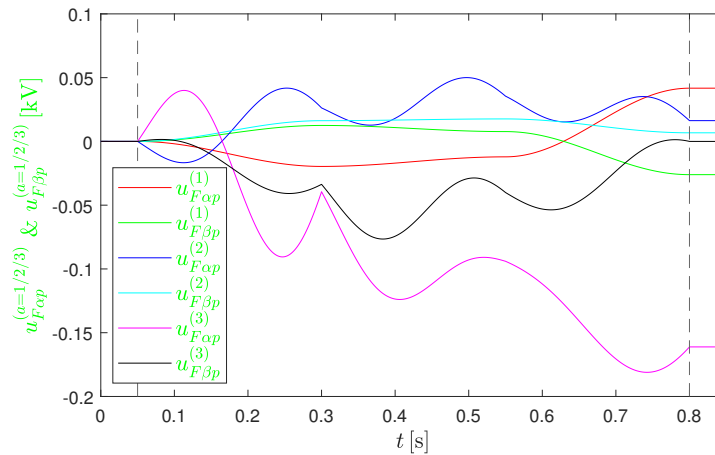


Abbildung 4.23: Fall 5: Aus den Stromverläufen abgeleitete PFC-Spannungen bei $N_{\text{Trans}} = 3$, $T_s = 250 \text{ ms}$, $t_0 = 50 \text{ ms}$; treibende Spannungen: $u_{F\alpha p}^{(a=2,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(3)}$

Die Beträge aller treibenden PFC-Spannungen liegen während des Übergangs unterhalb der jeweiligen Kondensatorspannungen, sodass in diesem Fall keine Eingangsbeschränkung vorliegt. Es ist nochmal zu beachten, dass eine durchgehende Glattheit der treibenden Spannungen nicht erforderlich ist.

4.6 Diskussion der Ergebnisse

Die Simulationsergebnisse der Fälle 1 bis 5 belegen eindeutig, dass sich Erdfehler im internen MVDC-Netz mit der vorgeschlagenen Methode vollständig beherrschen lassen.

Tabelle 4.9: Simulationsergebnisse

Fall	umzuverteilende magnetische Energie	N_{Trans}	T_s	gesamte Übergangsdauer ($N_{\text{Trans}} \times T_s$)	maximale Oszillation der PFC-Kondensatorspannung
1	0,154 kJ	1	20 ms	20 ms	10%
4	0,205 kJ	1	20 ms	20 ms	20%
2	3,611 kJ	2	160 ms	320 ms	20%
3	5,877 kJ	2	200 ms	400 ms	16,5%
5	7,094 kJ	3	250 ms	750 ms	27,5%

Dabei gilt: Je größer die umzuverteilende magnetische Energie ist, desto länger dauert der gesamte Übergang. Die Spannungsozillationen der PFC-Kondensatoren können weiterhin reduziert werden, indem die Anzahl gleichlanger Übergänge N_{Trans} erhöht oder die Übergangsdauer T_s verlängert wird.

Trotzdem weist dieser Ansatz einen wesentlichen Nachteil auf: Der Übergang verläuft relativ langsam, insbesondere wenn ein großer interner DC-Strom auf null gefahren werden muss.

Im folgenden Kapitel wird daher eine verbesserte Vorsteuerung für das MVDC-Netz vorgestellt, mit der schnellere Übergänge auch bei höheren AC-Leistungsfaktoren möglich sind, während die **Anforderungen 1, 2 und 3** weiterhin erfüllt bleiben. Zudem entfällt die aufwändige Suche nach den drei geeigneten treibenden PFC-Spannungen.

Kapitel 5

Verbesserte Vorsteuerung zur schnellen Verteilung von Leistungsflüssen im MVDC-Netz

Wie in Kapitel 4 erörtert, ergibt sich die Motivation zur Energiesteuerung der Umrichter über den Entwurf von Stromtrajektorien aus dem Zusammenhang zwischen den verfügbaren Eingangsgrößen und den zu steuernden Variablen. Daher bleibt die Steuerungsstrategie des MMC – basierend auf dem Entwurf von Stromtrajektorien – unverändert bestehen, da die Anzahl der verfügbaren Eingangsgrößen weiterhin geringer ist als die Anzahl der zu steuernden Zustandsgrößen (vier zu steuernde Zustandsgrößen: die MMC-Energie $W_{\Sigma,0}^{(a)}$, ein DC-Strom $i_{DCp}^{(a)}$ sowie zwei AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}^{(a)}$; drei Eingangsgrößen: $u_{\Sigma,0}^{(a)}$ und $u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(a)}$ für $a = 1, 2, 3$).

Im Gegensatz zu den MMC entfällt diese Einschränkung bei den PFC in der erweiterten Netzkonfiguration mit drei PFC pro Ring. Dadurch stehen sechs unabhängige PFC-Spannungen (sechs Eingangsgrößen) zur Verfügung, um drei interne DC-Ströme und drei PFC-Energien (insgesamt sechs Zustandsgrößen) zu steuern. Dies ermöglicht einen neuen Ansatz, bei dem die Leistungsflüsse im internen DC-Netz direkt durch den Entwurf der PFC-Spannungsverläufe beeinflusst werden – anstatt, wie im vorangegangenen Kapitel beschrieben, über den Entwurf von Stromtrajektorien. Im Kern entspricht das Grundprinzip der verbesserten Vorsteuerung weiterhin demjenigen aus Kapitel 4, da beide auf der Steuerung der Leistungsflüsse basieren.

Der neue Ansatz erfüllt weiterhin alle **Anforderungen 1, 2 und 3** aus Abschnitt 4.2 auf Seite 57. Darüber hinaus nutzt er die PFC-Spannungen auf ausgewogene Weise, um den Übergang aktiv zu steuern, sodass die zuvor erforderliche Auswahl von drei geeigneten treibenden PFC-Spannungen für jeden Erdfehlerfall vollständig entfällt.

Die genannten Aspekte kennzeichnen die neue Vorsteuerung der PFC als zentrale Verbesserung der Methode im Vergleich zur in Kapitel 4 beschriebenen Vorgehensweise.

Die Simulationen zeigen deutlich geringere Energieoszillationen sowie einen schnelleren Übergang in den gewünschten Zustand.

5.1 Lösungsansatz für den Trajektorientwurf

5.1.1 Methode zur Verwendung orthogonaler Basisfunktionen zur Steuerung der MMC

Zur Vollständigkeit wird die erweiterte MVDC-Netzkonfiguration mit jeweils drei PFC pro Ring in Abbildung 5.1 erneut dargestellt.

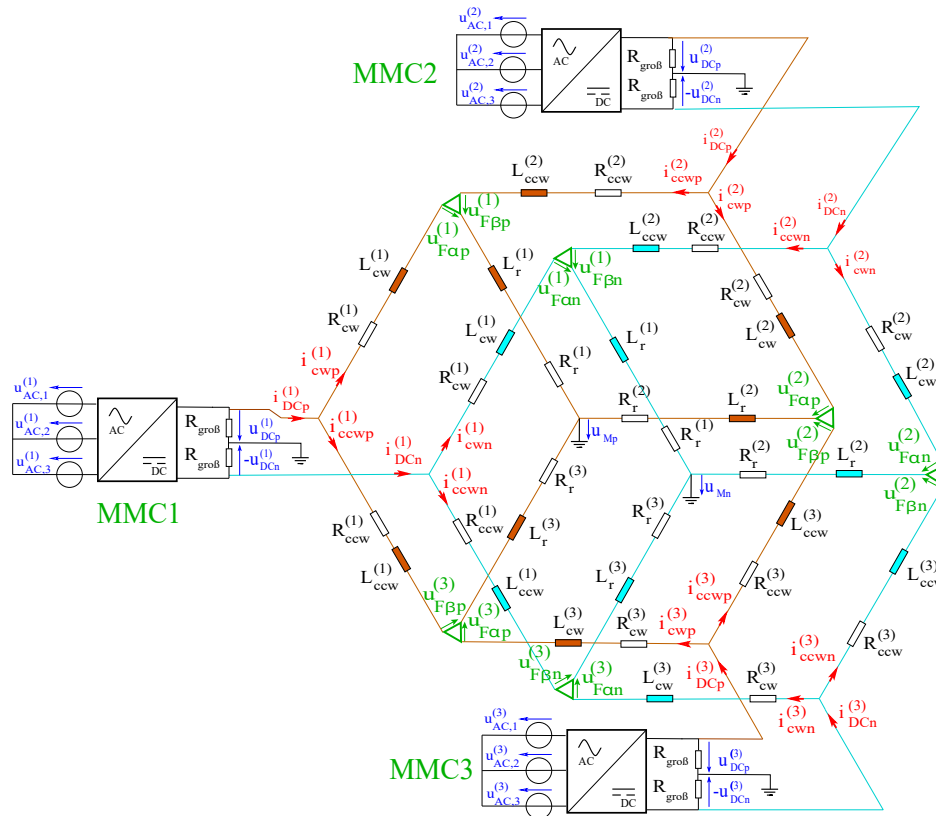


Abbildung 5.1: Wiederholung der erweiterten MVDC-Konfiguration mit drei PFC pro Ring (vgl. Kapitel 2).

Die Annahmen für die AC-Netze bleiben weiterhin bestehen, wobei die AC-Leistungsflüsse in MMC1 und MMC2 keine Beulen in ihren Trajektorien aufweisen. Die Steuerungsstrategie für die MMC erfolgt analog wie im vorherigen Kapitel und in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

Tabelle 5.1: Übersicht der Entwurfsvariablen, zugehörigen Energiegrößen, Umrichter, unbekanntenen Koeffizienten und Eingangsgrößen

Entwurfsvariable	Zugehörige Energiegröße	Umrichter	Pulsbeiträge	Eingangsgröße
$i_{DCp}^{(1)}$	$W_{\Sigma,0}^{(1)}$	MMC1	$\tilde{i}A^{(1)}\tilde{\Phi}_1$	$u_{\Sigma,0}^{(1)}$
$i_{DCp}^{(2)}$	$W_{\Sigma,0}^{(2)}$	MMC2	$\tilde{i}A^{(2)}\tilde{\Phi}_2$	$u_{\Sigma,0}^{(2)}$
$P_{AC}^{(3)}$	$W_{\Sigma,0}^{(3)}$	MMC3	$\tilde{p}C\tilde{\Phi}_1$	$u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(3)}$

Dabei bezeichnen $\tilde{i} = 1 \text{ kA}$ den Skalierungsfaktor für den Strom und $\tilde{p} = 10 \text{ MW}$ den Skalierungsfaktor für die Leistung. Die entsprechenden Basisfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2}$ sowie ihre Zuordnung zu den Entwurfsvariablen erfolgen analog zu Kapitel 4.

Die Blindleistung $Q_{AC}^{(3)}$ wird als konstante Entwurfsgröße vorgegeben, da ihr Einfluss auf die Energiedynamik vernachlässigbar ist.

5.1.2 Verbesserte Methode zur Verwendung orthogonaler Basisfunktionen zur Steuerung der PFC

Zunächst werden die DC-Ströme sowie die PFC im p-Ring betrachtet. Die Hauptidee der verbesserten Methode besteht darin, die Steuerung der Leistungsflüsse innerhalb des p-Rings nicht mehr über den Stromentwurf, sondern direkt über die von den PFC bereitgestellten Spannungen zu realisieren. Da der Trajektorientwurf der internen DC-Ströme für die Energiesteuerung der PFC nicht mehr verwendet wird, folgen die Verläufe der internen DC-Ströme $i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ im Übergangsintervall $[t_0, t_0 + T_s]$ nun trivialen S-Funktionen zur Erfüllung der **Anforderung 1** an diesen internen DC-Strömen:

$$i_{cwp}^{(a)}(t) = \overbrace{i_{cwp}^{(a,g)}(t)}^{\text{glatter Grundanteil}} = i_{cwp}^{(a,ss1)} \cdot \tilde{s}(t) + i_{cwp}^{(a,ss2)} \cdot (1 - \tilde{s}(t)), \text{ mit } a = 1, 2, 3.$$

Es ist wichtig zu bemerken, dass die Differenzen der PFC-Spannungen $(-u_{F\alpha p}^{(1)} + u_{F\beta p}^{(3)})$, $(-u_{F\alpha p}^{(2)} + u_{F\beta p}^{(1)})$ und $(-u_{F\alpha p}^{(3)} + u_{F\beta p}^{(2)})$ die Dynamik der drei internen DC-Ströme $i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ treiben:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \vec{u}_{Fp} = \begin{pmatrix} -u_{F\alpha p}^{(1)} + u_{F\beta p}^{(3)} \\ -u_{F\alpha p}^{(2)} + u_{F\beta p}^{(1)} \\ -u_{F\alpha p}^{(3)} + u_{F\beta p}^{(2)} \end{pmatrix} \\ = L_{rcw} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp} - L_{re0} \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp} + \mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp} - \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}. \quad (5.1)$$

Um eine ausgewogene Nutzung der treibenden PFC-Spannungen zu gewährleisten, werden im Intervall $[t_0, t_0 + T_s]$ die Verläufe der *Summen der entsprechenden PFC-Spannungen* betrachtet. Diese setzen sich aus den jeweiligen Grundanteilen und Pulsbeiträgen zusammen:

$$\begin{pmatrix} u_{F\alpha p}^{(1)}(t) + u_{F\beta p}^{(3)}(t) \\ u_{F\alpha p}^{(2)}(t) + u_{F\beta p}^{(1)}(t) \\ u_{F\alpha p}^{(3)}(t) + u_{F\beta p}^{(2)}(t) \end{pmatrix} = \vec{U}_{Fp}^{(g)}(t) + \tilde{u} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} X_p^{(1)} \\ X_p^{(2)} \\ X_p^{(3)} \end{pmatrix}}_{=\tilde{X}_p} \cdot \tilde{\Phi}_1(t), \quad \forall t \in [t_0, t_0 + T_s] \quad (5.2)$$

wobei der Skalierungswert $\tilde{u} = 2 \text{ kV}$, $\tilde{\Phi}_1$ die vorgegebene Basisfunktion und $X_p^{(a=1,2,3)}$ die zu bestimmenden Koeffizienten sind. Diese Koeffizienten dienen der Erfüllung von **Anforderung 2** an die PFC im p-Ring. Die Einträge des Vektors $\vec{U}_{Fp}^{(g)}(t)$ beschreiben

KAPITEL 5. VERBESSERTE VORSTEUERUNG ZUR SCHNELLEN VERTEILUNG VON LEISTUNGSFLÜSSEN IM MVDC-NETZ

die glatten Grundverläufe der Summen der entsprechenden PFC-Spannungen während des Übergangs wie folgt:

$$\vec{U}_{Fp}^{(g)}(t) = \begin{pmatrix} u_{F\alpha p}^{(1,ss1)} + u_{F\beta p}^{(3,ss1)} \\ u_{F\alpha p}^{(2,ss1)} + u_{F\beta p}^{(1,ss1)} \\ u_{F\alpha p}^{(3,ss1)} + u_{F\beta p}^{(2,ss1)} \end{pmatrix} \cdot \tilde{s}(t) + \begin{pmatrix} u_{F\alpha p}^{(1,ss2)} + u_{F\beta p}^{(3,ss2)} \\ u_{F\alpha p}^{(2,ss2)} + u_{F\beta p}^{(1,ss2)} \\ u_{F\alpha p}^{(3,ss2)} + u_{F\beta p}^{(2,ss2)} \end{pmatrix} \cdot (1 - \tilde{s}(t)), \quad \forall t \in [t_0, t_0 + T_s]. \quad (5.3)$$

Durch die geschickte Auslegung der Differenz- und Summenverläufe der entsprechenden PFC-Spannungen stimmen deren Werte zu Beginn und am Ende des Übergangs exakt mit den Vorgabewerten der eingeschwungenen Zustände (ss1) und (ss2) überein, sodass **Anforderung 3** erfüllt ist. Der mathematische Beweis dafür befindet sich in Anhang B.4.

Eine analoge Betrachtung gilt für den n-Ring: Die Summe der entsprechenden treibenden PFC-Spannungen während des Übergangs besteht aus einem Grundanteil $\vec{U}_{Fn}^{(g)}$ und einem Pulsanteil mit den unbekanntem Koeffizienten $\vec{X}_n^T = \begin{pmatrix} X_n^{(a=1)} & X_n^{(a=2)} & X_n^{(a=3)} \end{pmatrix}$.

Aus (5.1) und (5.2) ergeben sich die PFC-Spannungsverläufe während des Übergangs:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & -1 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & 0 \end{pmatrix}}_{= \mathcal{M}_2} \cdot \vec{u}_{Fp/n}(t) = \begin{pmatrix} L_{rcw} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp/n}(t) \mp L_{re0} \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp}(t) + \mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp/n}(t) \mp \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}(t) \\ \hline \vec{U}_{Fp/n}^{(g)}(t) + \tilde{u} \vec{X}_{p/n} \tilde{\Phi}_1(t) \end{pmatrix}_{6 \times 1} \quad \forall t \in [t_0, t_0 + T_s],$$

wobei die rechte Seite der vorherigen Gleichung eine Matrix der Größe 6×1 darstellt, bei der die oberen drei Zeilen von den unteren drei Zeilen durch eine gestrichelte Linie getrennt sind. Aus der vorherigen Gleichung folgt eine eindeutige Darstellung der treibenden PFC-Spannungen:

$$\vec{u}_{Fp/n}(t) = \underbrace{(\mathcal{M}_2^{-1})_{:,1-3}}_{= \mathbf{N}_3} \left(L_{rcw} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp/n}(t) \mp L_{re0} \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp}(t) + \mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp/n}(t) \mp \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}(t) \right) + \underbrace{(\mathcal{M}_2^{-1})_{:,4-6}}_{= \mathbf{N}_4} \left(\vec{U}_{Fp/n}^{(g)}(t) + \tilde{u} \vec{X}_{p/n} \tilde{\Phi}_1(t) \right), \quad \forall t \in [t_0, t_0 + T_s] \quad (5.4)$$

wobei gilt:

$$\mathbf{N}_3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & +1 \\ 0 & 0 & -1 \\ +1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{N}_4 = \begin{pmatrix} +1 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 \\ 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & +1 \\ 0 & 0 & +1 \\ +1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

5.2 Trajektorienentwurf im Erdfehlerfall

Analog zur in Kapitel 4 vorgestellten Vorsteuerungsmethode kann auch die verbesserte Vorsteuerung im Erdfehlerfall angewendet werden. Beide Methoden basieren grundsätzlich auf der Steuerung der Leistungsflüsse durch die Umrichter, unterscheiden sich jedoch hinsichtlich des Eingriffs in diese Leistungsflüsse: Die Methode in Kapitel 4 beruht hauptsächlich auf dem Entwurf einer Stromtrajektorie zur Steuerung der PFC-Energien, während die Methode in Kapitel 5 den Entwurf der treibenden PFC-Spannungen zur Steuerung der Energien nutzt. Der einzige Effekt eines Erdfehlers besteht in einer Verschiebung der DC-Spannung; die Ströme durch die Umrichter bleiben dabei unverändert. Somit ändern sich die Gesamtleistungsflüsse durch die Umrichter nicht, und die neue Vorsteuerungsmethode ist auch im Erdfehlerfall anwendbar.

In diesem Abschnitt wird der Fall betrachtet, dass ein Erdfehler im p-Ring auftritt. Wie in Abschnitt 2.3.2 erläutert, gilt in diesem Fall $u_{DCp}^{(1)} = 0$, sodass die gesamte Spannung zwischen den beiden Übertragungsleitungen von $u_{DCn}^{(1)}$ getragen wird.

Der Entwurf der Trajektorie reduziert sich in diesem Fall auf die Bestimmung der unbekanntenen Koeffizienten der überlagerten Pulsbeiträge. Diese Aufgabe lässt sich in zwei getrennte Teilaufgaben untergliedern:

- Teilaufgabe 1: Bestimmung des Koeffizienten $A^{(1)}$ zur Erfüllung von **Anforderung 2** an MMC1. Die Lösung dieser Teilaufgabe erfolgt vollständig analog zu Abschnitt 4.4.1.
- Teilaufgabe 2: Ausgehend von **Anforderung 2** an MMC2 sowie allen PFC ergibt sich das nichtlineare Gleichungssystem in Bezug auf die unbekanntenen Koeffizienten

$$(\vec{x})^T = (A^{(2)}, X_p^{(1)}, X_p^{(2)}, X_p^{(3)}, X_n^{(1)}, X_n^{(2)}, X_n^{(3)}, C)$$

und lässt sich in ein lineares Gleichungssystem überführen:

$$\mathbf{H}_{8 \times 8} \vec{x} = \vec{q}_{8 \times 1}, \quad (5.5)$$

wobei die Matrix $\mathbf{H}_{8 \times 8}$ die folgende Struktur aufweist:

$$\begin{array}{l} \text{MMC2} \quad \leftarrow \\ \text{MMC3} \quad \leftarrow \\ \hline \text{PFC1, } p\text{-Ring} \leftarrow \\ \text{PFC2, } p\text{-Ring} \leftarrow \\ \text{PFC3, } p\text{-Ring} \leftarrow \\ \hline \text{PFC1, } n\text{-Ring} \leftarrow \\ \text{PFC2, } n\text{-Ring} \leftarrow \\ \text{PFC3, } n\text{-Ring} \leftarrow \end{array} \left(\begin{array}{c|cccc|ccc} h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} & h_{1,4} & h_{1,5} & h_{1,6} & h_{1,7} & 0 \\ h_{2,1} & h_{2,2} & h_{2,3} & h_{2,4} & h_{2,5} & h_{2,6} & h_{2,7} & h_{2,8} \\ \hline h_{3,1} & h_{3,2} & h_{3,3} & h_{3,4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_{4,1} & h_{4,2} & h_{4,3} & h_{4,4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_{5,1} & h_{5,2} & h_{5,3} & h_{5,4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline h_{6,1} & 0 & 0 & 0 & h_{6,5} & h_{6,6} & h_{6,7} & 0 \\ h_{7,1} & 0 & 0 & 0 & h_{7,5} & h_{7,6} & h_{7,7} & 0 \\ h_{8,1} & 0 & 0 & 0 & h_{8,5} & h_{8,6} & h_{8,7} & 0 \end{array} \right)$$

Die Herleitung des obigen Gleichungssystems befindet sich im Anhang B.6. Aus Gleichung (5.5) ergibt sich die Lösung für die gesuchten Koeffiziente:

$$\vec{x} = \mathbf{H}_{8 \times 8}^{-1} \cdot \vec{q}_{8 \times 1}.$$

Nachdem alle Koeffizienten bestimmt wurden, werden die treibenden PFC-Spannungen aus den berechneten Trajektorien abgeleitet – für die MMC gemäß Gleichungen in (4.4) auf Seite 59 und für die PFC gemäß Gleichung (5.4).

5.3 Simulationsergebnisse

5.3.1 Aufbau der Simulation

Analog zu Kapitel 4 wurde zur Validierung der verbesserten Methode eine MATLAB-Simulation entwickelt. Die Parameter des MVDC-Netzsystems entsprechen ebenfalls den Werten in Tabelle 4.4 auf Seite 73.

Zur Demonstration der geringeren Oszillationen der PFC-Kondensatorspannungen werden die Leistungsfaktoren der AC-Netze im ersten eingeschwungenen Zustand ($ss1$) bei konstanten Spannungs- und Stromamplituden gemäß Tabelle 4.5 auf Seite 74 erhöht. Das bedeutet, dass bei gleichbleibender Scheinleistung die Wirkleistung gesteigert und entsprechend die Blindleistung reduziert wird (vgl. Tabelle 5.2). Infolgedessen erhöhen sich sowohl die DC-Ströme im internen MVDC-Netz (vgl. Tabelle 5.3) als auch die in den Leitungsinduktivitäten gespeicherte magnetische Energie. Dies führt zu einer größeren umzuverteilenden Energie und somit zu einer höheren Belastung für die Vorsteuerung.

Tabelle 5.2: Vorgegebene AC-Leistungsgrößen und zugehörige AC-Stromgrößen im eingeschwungenen Zustand ($ss1$)

Wirkleistung	Blindleistung	Stromamplitude	Leistungsfaktor
$P_{AC}^{(1,ss1)} = 26,77 \text{ MW}$	$Q_{AC}^{(1,ss1)} = 3,52 \text{ Mvar}$	$\hat{i}_{AC}^{(1,ss1)} = 2,0 \text{ kA}$	$\cos \varphi_{i,AC}^{(1,ss1)} = 0,9914$
$P_{AC}^{(2,ss1)} = 23,89 \text{ MW}$	$Q_{AC}^{(2,ss1)} = 2,3 \text{ Mvar}$	$\hat{i}_{AC}^{(2,ss1)} = 1,6 \text{ kA}$	$\cos \varphi_{i,AC}^{(2,ss1)} = 0,9954$
$P_{AC}^{(3,ss1)} = -46,83 \text{ MW}$	$Q_{AC}^{(3,ss1)} = -3,68 \text{ Mvar}$	$\hat{i}_{AC}^{(3,ss1)} = -2,318 \text{ kA}$	$\cos \varphi_{i,AC}^{(3,ss1)} = 0,9969$

Tabelle 5.3: Werte aller unabhängigen DC-Ströme im eingeschwungenen Zustand ($ss1$)

DC-Ströme	Wert	DC-Ströme	Wert
$\hat{i}_{cwp}^{(1,ss1)}$	+0,286 kA	$\hat{i}_{cwn}^{(1,ss1)}$	-0,286 kA
$\hat{i}_{cwp}^{(2,ss1)}$	+0,960 kA	$\hat{i}_{cwn}^{(2,ss1)}$	-0,960 kA
$\hat{i}_{cwp}^{(3,ss1)}$	-1,246 kA	$\hat{i}_{cwn}^{(3,ss1)}$	+1,246 kA
$\hat{i}_{DCp}^{(1,ss1)}$	+1,298 kA	$\hat{i}_{DCp}^{(2,ss1)}$	+1,168 kA

Es gibt folgende relevante Simulationsparameter: die Anzahl der gleich langen Teilübergänge N_{Trans} sowie die Teilübergangsdauer T_s , den Übergangszeitpunkt t_0 und die Zeitschrittweite $\Delta t = 100 \mu\text{s}$ für die numerische Integration.

Obwohl die aufwändige Suche nach geeigneten treibenden PFC-Spannungen – wie in Kapitel 4 beschrieben – entfällt, müssen die Parameter N_{Trans} und T_s weiterhin je nach Fehlerfall durch Simulationserprobung optimiert werden.

Analog zur Methode in Kapitel 4 wird, nachdem die Eingangskomponenten ($u_{\Sigma,0}^{(a=1,2)}$, $u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(a=1,2,3)}$, $\vec{u}_{Fp/n}$) der Systemdynamik durch die Vorsteuerung für den gesamten Übergang berechnet wurden, die numerische Integration der Dynamik aller Zustandsvariablen durchgeführt. Unter der Annahme einer idealen Umsetzung durch die Umrichter entsprechen die aus der numerischen Integration resultierenden Verläufe den entworfenen

Trajektorien. Daher werden im Folgenden ausschließlich die resultierenden Zustandsverläufe dargestellt.

Das Kriterium für eine akzeptable Oszillation der Kondensatorspannungen wird weiterhin mit 30 % des ursprünglichen Werts angesetzt.

Im Folgenden werden die Simulationsergebnisse für den in Kapitel 4 beschriebenen schwierigsten Fall 5 vorgestellt.

5.3.2 Fall 5: Übergang zu $i_{cwp}^{(a=3,ss2)} = 0$, $i_{cwp}^{(a=1,2,ss2)} = i_{cwp}^{(a=1,2,ss1)}$, $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 40$ ms

Bei Fall 5 besteht die Aufgabe darin, die Stromverteilung im MVDC-Netz in einen neuen eingeschwungenen Zustand (ss2) zu überführen, in dem der größte und fehlerbehaftete interne Strom im p -Ring, $i_{cwp}^{(a=3)}$, auf Null reduziert wird, während die beiden anderen Ströme $i_{cwp}^{(a=1,2)}$ unverändert bleiben.

Die unzuverteilende magnetische Energie bei den erhöhten Leistungsfaktoren der AC-Netze beträgt 15,8 kJ und ist damit **mehr als doppelt** so hoch wie der entsprechende Wert im vorherigen Kapitel (vgl. Tabelle 4.7 auf Seite 76).

Für die Simulation werden $N_{\text{Trans}} = 2$ gleichlange Übergänge mit einer Dauer von jeweils $T_s = 40$ ms angenommen, was einer gesamten Übergangszeit von 80 ms entspricht. Dieser Übergang erfolgt damit **etwa 9,4-mal schneller** im Vergleich zur Anwendung der Vorsteuerungsmethode in Kapitel 4 (vgl. Abschnitt 4.5.4).

$$\text{Fall 5: } \left(i_{cwp}^{(a=1,2,3,ss1)} \right) = \begin{pmatrix} 0.286 \\ 0.960 \\ -1.246 \end{pmatrix} \text{ kA} \rightarrow \left(i_{cwp}^{(a=1,2,3,ss2)} \right) = \begin{pmatrix} 0.286 \\ 0.960 \\ 0.000 \end{pmatrix} \text{ kA}$$

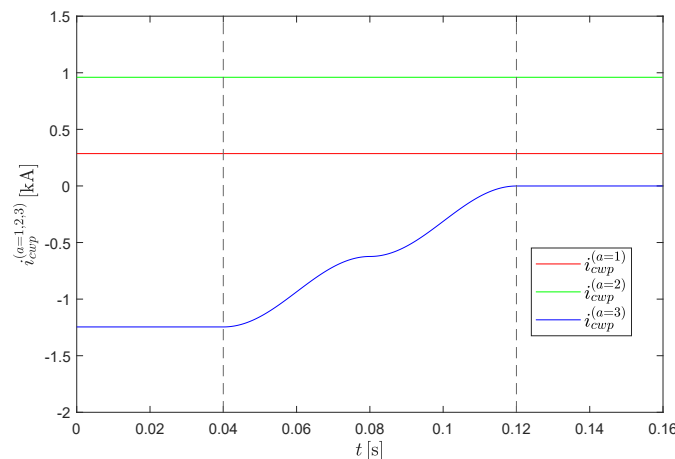


Abbildung 5.2: Fall 5: Interne DC-Ströme $i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ im p -Ring bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 40$ ms, $t_0 = 40$ ms

In Abbildung 5.2 zeigen die internen DC-Ströme lediglich glatte, S-förmige Verläufe ohne Pulsbeiträge, da die Energien der PFC nicht mehr über deren Stromtrajektorien $i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ gesteuert werden. Stattdessen erfolgt die Steuerung der PFC-Energien im p -Ring

KAPITEL 5. VERBESSERTE VORSTEUERUNG ZUR SCHNELLEN VERTEILUNG VON LEISTUNGSFLÜSSEN IM MVDC-NETZ

direkt über die Trajektorien der Summen der PFC-Spannungen, d. h. $(u_{F\alpha p}^{(1)} + u_{F\beta p}^{(3)})$, $(u_{F\alpha p}^{(2)} + u_{F\beta p}^{(1)})$ und $(u_{F\alpha p}^{(3)} + u_{F\beta p}^{(2)})$. In Kombination mit den entsprechenden Spannungsdifferenzen, die aus den Stromtrajektorien abgeleitet werden (vgl. Gleichung (5.4) auf Seite 89), ergeben sich die Verläufe der treibenden PFC-Spannungen während des Übergangs, wie in Abbildung 5.3 dargestellt.

$$\text{Fall 5: } \left(\overset{(ss2)}{u_{Fp}} \right)^T = (0.06, -0.08, -0.02, -0.01, -0.26, 0.00) \text{ kV}$$

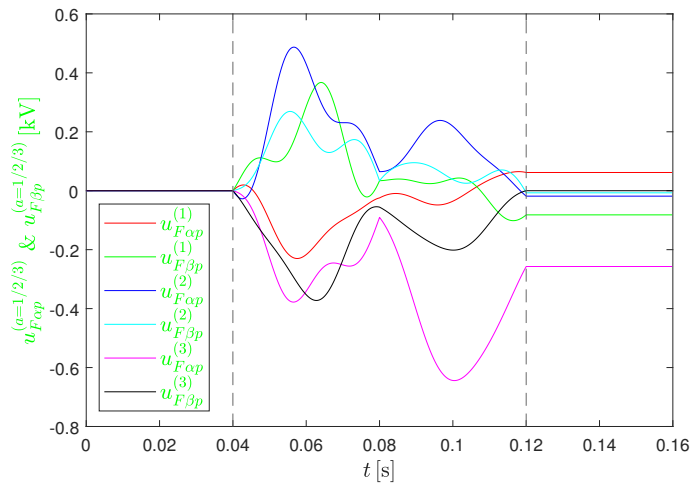


Abbildung 5.3: Fall 5: Treibende PFC-Spannungen im p-Ring bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 40 \text{ ms}$, $t_0 = 40 \text{ ms}$

$$\text{Fall 5: } u_{Cp}^{(a=1,2,3,ss1)} = 2 \text{ kV} \rightarrow u_{Cp}^{(a=1,2,3,ss2)} = 2 \text{ kV}$$

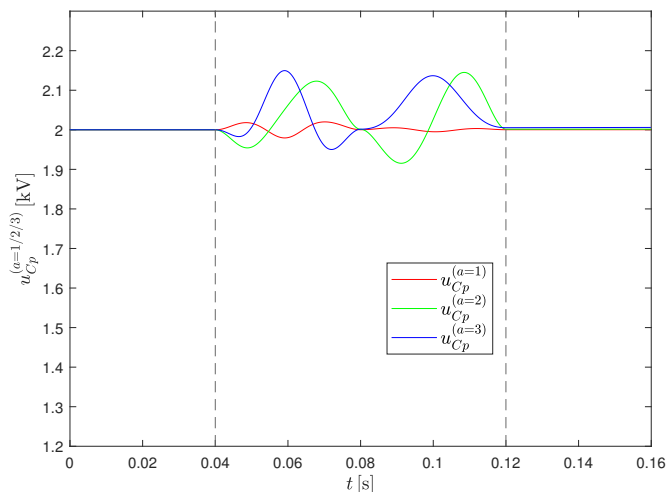


Abbildung 5.4: Fall 5: Kondensatorspannungen der PFC im p-Ring bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 40 \text{ ms}$, $t_0 = 40 \text{ ms}$

Die Oszillation der Kondensatorspannungen $u_{Cp}^{(a=1,2,3)}$ beträgt nahezu 10% des Anfangswerts $u_C = 2 \text{ kV}$ und liegt damit innerhalb des vorgegebenen Grenzwerts von 30%.

KAPITEL 5. VERBESSERTE VORSTEUERUNG ZUR SCHNELLEN VERTEILUNG VON LEISTUNGSFLÜSSEN IM MVDC-NETZ

Ein Vergleich mit Abbildung 5.3 zeigt zudem, dass keine Eingangsbeschränkung vorliegt.

$$\text{Fall 5: } \left(i_{DCp}^{(a=1,2,ss1)} \right) = \begin{pmatrix} 1.298 \\ 1.168 \end{pmatrix} \text{ kA} \rightarrow \left(i_{DCp}^{(a=1,2,ss2)} \right) = \begin{pmatrix} 1.298 \\ 1.176 \end{pmatrix} \text{ kA}$$

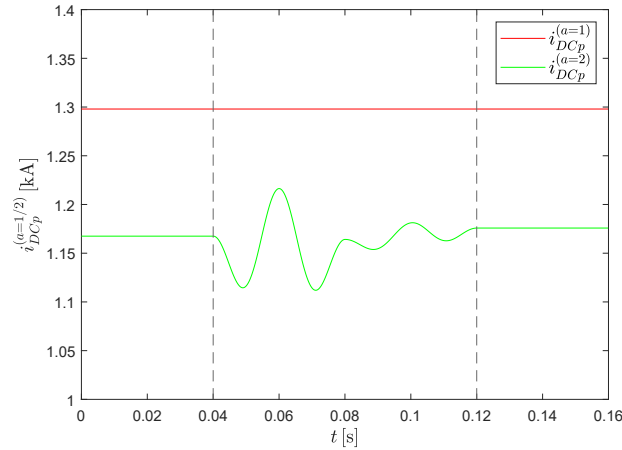


Abbildung 5.5: Fall 5: DC-Ströme $i_{DCp}^{(a=1,2)}$ im p-Ring bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 40$ ms, $t_0 = 40$ ms

Da die Energien von MMC1 und MMC2 weiterhin über Pulsbeiträge in den DC-Strömen gesteuert werden, ist ein solcher Beitrag in Abbildung 5.5 im Verlauf von $i_{DCp}^{(a=2)}$ erkennbar.

$$\text{Fall 5: } \left(P_{AC}^{(a=1,2,3,ss1)} \right) = \begin{pmatrix} 26.769 \\ 23.890 \\ -46.828 \end{pmatrix} \text{ MW} \rightarrow \left(P_{AC}^{(a=1,2,3,ss2)} \right) = \begin{pmatrix} 26.769 \\ 23.890 \\ -46.522 \end{pmatrix} \text{ MW}$$

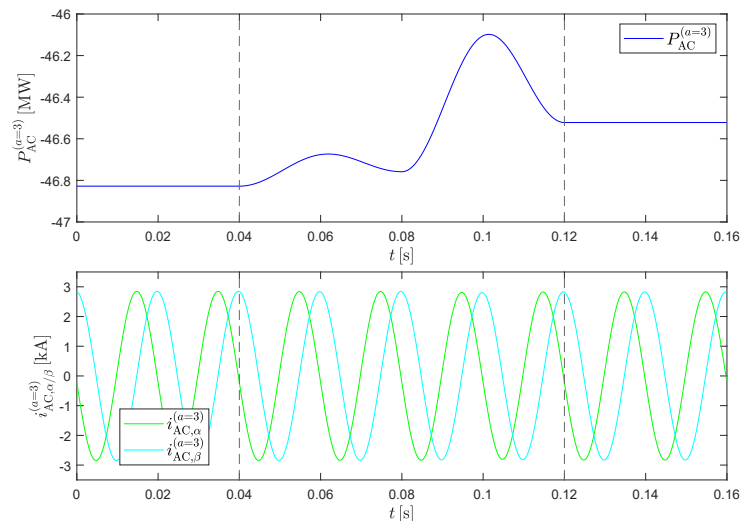


Abbildung 5.6: Fall 5: Die Wirkleistung $P_{AC}^{(3)}$ und die entsprechenden AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$ bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 40$ ms und $t_0 = 40$ ms.

Die Energiesteuerung von MMC3 erfolgt weiterhin über den Entwurf der Trajektorie der AC-Wirkleistung $P_{AC}^{(3)}$, wie in Abbildung 5.6 dargestellt.

Die MMC-Energieverläufe während des Übergangs ergeben sich in Abbildung 5.7.

$$\text{Fall 5: } W_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3,ss1)} = 63.375 \text{ kJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3,ss2)} = 63.375 \text{ kJ}$$

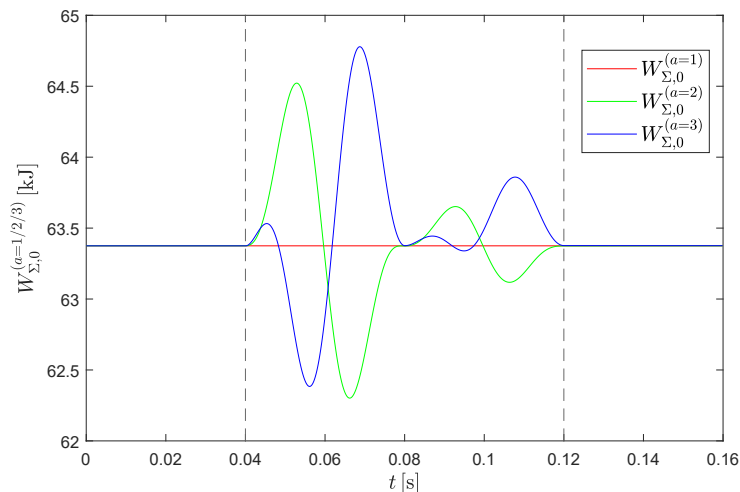


Abbildung 5.7: Fall 5: Verläufe der MMC-Energien $W_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3)}$ bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 40 \text{ ms}$ und $t_0 = 40 \text{ ms}$.

5.4 Diskussion der Ergebnisse

Die neue Vorsteuerungsmethode ermöglicht eine verbesserte Beeinflussung der Leistungsflüsse im internen MVDC-Netz durch den direkten Entwurf der treibenden PFC-Spannungen. Die ausgewogene Nutzung dieser Spannungen in Kombination mit glatten internen Stromverläufen reduziert die Energieoszillationen – insbesondere bei den PFC – und erlaubt dadurch deutlich schnellere Übergänge. Im Fall 5 erfolgt der Übergang mit der neuen Methode annähernd 10 mal schneller als mit der in Kapitel 4 beschriebenen Steuerung, obwohl dabei mehr als doppelt so viel magnetische Energie umverteilt werden muss (vgl. Tabelle 4.9 auf Seite 85).

Tabelle 5.4: Simulationsergebnisse

Fall	umzuverteilende magnetische Energie	N_{Trans}	T_s	gesamte Übergangsdauer ($N_{\text{Trans}} \times T_s$)	maximale Oszillation der PFC-Kondensatorspannung
5	15, 8 kJ	2	40 ms	80 ms	10%

Zusammenfassend bestätigt die Simulation für Fall 5 die Effektivität der vorgeschlagenen Methode bei hoher Netzbelastung. Die reduzierte Übergangszeit bei gleichzeitig kleineren Energieoszillationen in den PFC macht die Methode zu einem versprechenden Ansatz für den praktischen Einsatz im MVDC-Netzsystem mit hoher Dynamikanforderung.

Kapitel 6

Zustandsrückführung zur Kompensation auftretender Abweichungen

In diesem Kapitel wird eine Zustandsrückführung vorgestellt, die die in den Kapiteln 4 und 5 entwickelten Vorsteuerungen ergänzt, welche eine gewünschte Trajektorie erzeugen, mit dem Ziel, ungewollte Abweichungen von dieser Trajektorie zu kompensieren. Sämtliche Armspannungen der MMC sowie die Spannungen zwischen benachbarten Leitungen der PFC, welche die Dynamik des Gesamtsystems antreiben, werden auf der Zeitskala von $\Delta t = 100 \mu s$ als reellwertige, kontinuierliche Signale betrachtet. Folglich werden sämtliche Zeitskalen der Regelung als ganzzahlige Vielfache von Δt angegeben.

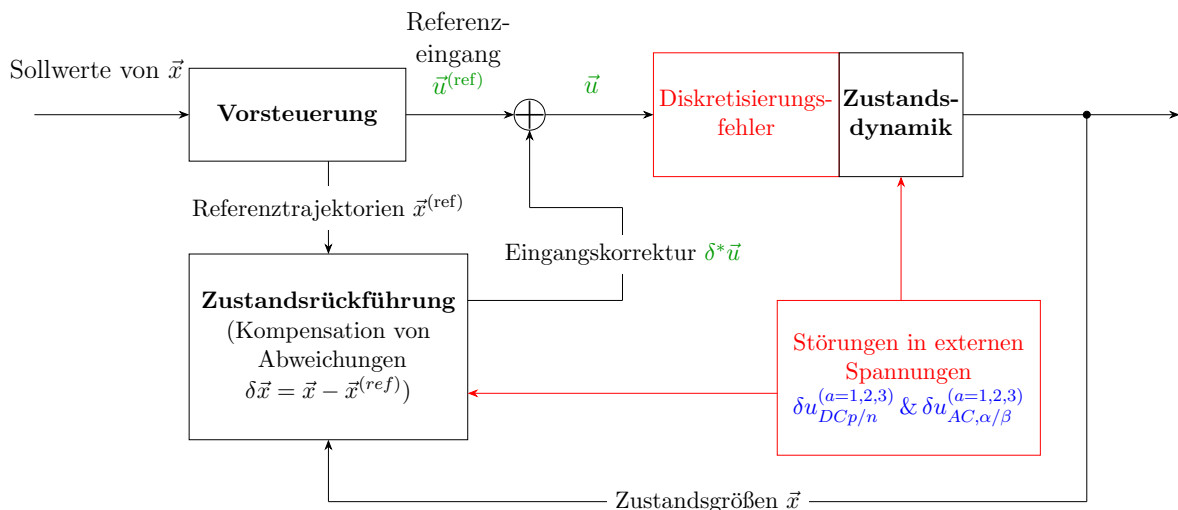


Abbildung 6.1: Blockschaltbild des Regelkreises mit Vorsteuerung zur Generierung der gewünschten Referenztrajektorie, Diskretisierungsfehlern, externen Störungen und Systemdynamik, Zustandsrückführung zur Kompensation von der Abweichungen aus der Referenz

In Abbildung 6.1 ist das Schema dieser Zustandsrückführung dargestellt. Die Soll-

werte des Zustandsvektors \vec{x} , beispielsweise der Endzustand (*ss2*) nach einem Übergang, werden vom Netzbetreiber vorgegeben und stellen das Ziel des Übergangs dar. Auf dieser Basis berechnet die Vorsteuerung geeignete Trajektorien $\vec{x}^{(ref)}$ sowie die zugehörigen Eingangssignale $\vec{u}^{(ref)}$, die dem System zugeführt werden, um das gewünschte dynamische Verhalten zu erreichen. Da die praktische Umsetzung dieser Signale in den MMC und PFC über getaktete Schaltvorgänge erfolgt, kommt es zwangsläufig zu Diskretisierungsfehlern. In Kombination mit externen Störeinflüssen, insbesondere Spannungsfuktuationen in den äußeren DC- und AC-Netzen — beschrieben durch $\delta u_{DCp/n}^{(a=1,2,3)}$ und $\delta u_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1,2,3)}$ — ergeben sich Abweichungen $\delta\vec{x}$ der Zustandsgrößen von ihren jeweiligen Solltrajektorien. $\delta u_{DCp/n}^{(a=1,2,3)}$ und $\delta u_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1,2,3)}$ stellen kleine Störungen in den externen Spannungen dar, die durch äußere Einflüsse verursacht werden. Daher werden sie in der Modellierung nicht systematisch hergeleitet, sondern als additive gleichverteilte Zufallsgrößen mit einem Erwartungswert von null angenommen.

Die Zustandsrückführung übernimmt in diesem Zusammenhang die Aufgabe, die Dynamik des Gesamtsystems so zu beeinflussen, dass die berechneten Trajektorien $\vec{x}^{(ref)}$ verfolgt werden. Dies erfolgt durch gezielte Eingangskorrekturen $\delta^*\vec{u}$, mit denen die Abweichungen $\delta\vec{x} = \vec{x} - \vec{x}^{(ref)}$ kompensiert werden können.

Die innere Dynamik der Kreisströme und die Energieverteilung zwischen den MMC-Armen werden hier nicht berücksichtigt; sie können jedoch in Dinkel et al. [24] bzw. in Goldhahn et al. [16] ausführlich nachgelesen werden.

Es ist hervorzuheben, dass bestimmte Elemente dieser Zustandsrückführung durch die in Goldhahn et al. [16] sowie in seiner Dissertation [21] vorgestellte Zustandsrückführung inspiriert sind, die für einen einzelnen MMC entwickelt wurde. Diese Zustandsrückführung wird in dieser Arbeit für MMC1 und MMC2 verwendet. Trotzdem umfasst die Regelungsaufgabe eines DC-Netzes eine Vielzahl weiterer Herausforderungen, die die Zustandsrückführung von MMC3 und allen PFC betreffen. Die Entwicklung der eigenen Zustandsrückführungen für diese Umrichter stellt den zentralen Beitrag dieses Kapitels dar.

In diesem Kapitel wird die Abweichung einer allgemeinen Zustandsgröße z von ihrer Solltrajektorie, bezeichnet mit $z^{(ref)}$, durch δz dargestellt, wobei gilt: $\delta z = z - z^{(ref)}$. Es wird angenommen, dass diese Abweichung hinreichend klein ist, sodass lediglich Terme erster Ordnung in δq berücksichtigt und höhere Potenzen vernachlässigt werden können. Dabei wird folgende Näherung verwendet (für zwei allgemeine Variablen y und z):

$$y z - y^{(ref)} z^{(ref)} = (y^{(ref)} + \delta y) (z^{(ref)} + \delta z) - y^{(ref)} z^{(ref)} \approx y^{(ref)} \delta z + z^{(ref)} \delta y,$$

wobei der quadratische Term $\delta y \cdot \delta z$ gemäß der Annahme vernachlässigt wird.

6.1 Dynamik der Strom- und Energieabweichungen

Die Stromdynamik vom MVDC-Netzsystem ist linear. Daher kann die Dynamik der Stromabweichungen direkt aus den Gleichungen (2.37), (2.39) und (2.40) auf Seite 40

KAPITEL 6. ZUSTANDSRÜCKFÜHRUNG ZUR KOMPENSATION AUFTRETENDER ABWEICHUNGEN

wie folgt abgeleitet werden (mit $a = 1, 2, 3$):

$$\frac{d}{dt} \delta i_{AC,\alpha/\beta}^{(a)} = -\frac{R_{AC}^{(a)}}{L_{AC}^{(a)}} \delta i_{AC,\alpha/\beta}^{(a)} - \frac{1}{L_{AC}^{(a)}} \left(\frac{1}{2} \delta^* u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(a)} - \delta u_{AC,\alpha/\beta}^{(a)} \right), \quad (6.1)$$

$$\frac{d}{dt} \delta i_{DCp}^{(a)} = -\frac{R_{DC}^{(a)}}{L_{DC}^{(a)}} \delta i_{DCp}^{(a)} - \frac{1}{L_{DC}^{(a)}} \left(\delta^* u_{\Sigma,0}^{(a)} + \frac{\delta u_{DCp}^{(a)} + \delta u_{DCn}^{(a)}}{2} \right), \quad (6.2)$$

$$\mathbf{L}_{rcw} \frac{d}{dt} \delta \vec{i}_{cwp/n} = \pm \mathbf{L}_{re0} \frac{d}{dt} \delta \vec{i}_{DCp} - \mathbf{R}_{rcw} \delta \vec{i}_{cwp/n} \pm \mathbf{R}_{re0} \delta \vec{i}_{DCp} + \mathbf{M}_{pf} \delta^* \vec{u}_{Fp/n}, \quad (6.3)$$

wobei $\delta^* u_{\Sigma,0}^{(a)}$, $\delta^* u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(a)}$ sowie

$$(\delta^* \vec{u}_{Fp/n})^T = \left(\delta^* u_{F\alpha p/n}^{(1)} \quad \delta^* u_{F\beta p/n}^{(1)} \quad \delta^* u_{F\alpha p/n}^{(2)} \quad \delta^* u_{F\beta p/n}^{(2)} \quad \delta^* u_{F\alpha p/n}^{(3)} \quad \delta^* u_{F\beta p/n}^{(3)} \right)$$

(mit einem Stern markiert) die Eingangskorrekturen bezeichnen, die an den MMC bzw. an den PFC zusätzlich implementiert werden sollen. Darüber hinaus wird eine kompakte vektorielle Schreibweise eingeführt, mit der die Gleichungen im Folgenden übersichtlicher dargestellt werden können:

$$\delta \vec{i}_{AC}^{(a)} = \begin{pmatrix} \delta i_{AC,\alpha}^{(a)} \\ \delta i_{AC,\beta}^{(a)} \end{pmatrix}, \quad \delta \vec{u}_{AC}^{(a)} = \begin{pmatrix} \delta u_{AC,\alpha}^{(a)} \\ \delta u_{AC,\beta}^{(a)} \end{pmatrix}.$$

Das gesamte DC-Netz kann als ein einziger Knoten betrachtet werden, woraus sich ergibt, dass die Summe der Stromabweichungen aller drei MMC null sein muss: $\delta i_{DCp}^{(1)} + \delta i_{DCp}^{(2)} + \delta i_{DCp}^{(3)} = 0$. Das entsprechende Verhältnis zwischen $\delta^* u_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3)}$ wird in Abschnitt 6.2.2 näher erläutert.

Darüber hinaus kann die Dynamik der Energieabweichung von den MMC (mit $a = 1, 2, 3$) wie folgt hergeleitet werden:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \delta W_{\Sigma,0}^{(a)} \approx & \left[\frac{1}{4} \left(\vec{u}_{AC}^{(a,ref)} \right)^T - \frac{R_{AC}^{(a)}}{2} \left(\vec{i}_{AC}^{(a,ref)} \right)^T \right] \delta \vec{i}_{AC}^{(a)} + \frac{1}{4} \left(\vec{i}_{AC}^{(a,ref)} \right)^T \delta \vec{u}_{AC}^{(a)} \\ & - \left[\frac{u_{DCp}^{(a,ref)} + u_{DCn}^{(a,ref)}}{6} + \frac{2R_{DC}^{(a)}}{3} i_{DCp}^{(a,ref)} \right] \delta i_{DCp}^{(a)} - \frac{i_{DCp}^{(a,ref)}}{6} \left(\delta u_{DCp}^{(a)} + \delta u_{DCn}^{(a)} \right). \end{aligned} \quad (6.4)$$

Analog dazu lässt sich im Folgenden die Dynamik der Energieabweichungen der PFC im p-Ring herleiten:

$$\begin{aligned} \frac{d\delta W_{Cp}^{(1)}}{dt} & \approx u_{F\alpha p}^{(1,ref)} \delta i_{cwp}^{(1)} + u_{F\beta p}^{(1,ref)} \left(\delta i_{DCp}^{(2)} - \delta i_{cwp}^{(2)} \right) + i_{cwp}^{(1,ref)} \delta^* u_{F\alpha p}^{(1)} + \left(i_{DCp}^{(2,ref)} - i_{cwp}^{(2,ref)} \right) \delta^* u_{F\beta p}^{(1)}, \\ \frac{d\delta W_{Cp}^{(2)}}{dt} & \approx u_{F\alpha p}^{(2,ref)} \delta i_{cwp}^{(2)} + u_{F\beta p}^{(2,ref)} \left(\delta i_{DCp}^{(3)} - \delta i_{cwp}^{(3)} \right) + i_{cwp}^{(2,ref)} \delta^* u_{F\alpha p}^{(2)} + \left(i_{DCp}^{(3,ref)} - i_{cwp}^{(3,ref)} \right) \delta^* u_{F\beta p}^{(2)}, \\ \frac{d\delta W_{Cp}^{(3)}}{dt} & \approx u_{F\alpha p}^{(3,ref)} \delta i_{cwp}^{(3)} + u_{F\beta p}^{(3,ref)} \left(\delta i_{DCp}^{(1)} - \delta i_{cwp}^{(1)} \right) + i_{cwp}^{(3,ref)} \delta^* u_{F\alpha p}^{(3)} + \left(i_{DCp}^{(1,ref)} - i_{cwp}^{(1,ref)} \right) \delta^* u_{F\beta p}^{(3)}, \end{aligned} \quad (6.5)$$

wobei die Eingangskorrekturen mit einem Stern markiert sind. Die Dynamik der Energieabweichungen der PFC im n-Ring ist vollständig analog.

6.2 Zustandsrückführung für die MMC

6.2.1 Anwendung der Zustandsrückführung aus Goldhahn et al. [16] auf MMC1 und MMC2

Die in [16] vorgestellte Zustandsrückführung bietet eine Lösung für die Regelungsaufgabe eines einzelnen MMC. Diese Zustandsrückführung wird auf MMC1 und MMC2 angewendet. Im Folgenden wird sie näher erläutert.

In MMC1 und MMC2 stehen lediglich drei Eingangskorrekturen $\delta^* u_{\Sigma,0}^{(a)}$ sowie $\delta^* u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(a)}$ zur Verfügung, um die Abweichungen in vier Regelgrößen auszuregeln: dem DC-Strom $i_{DCp}^{(a)}$, den AC-Strömen $i_{AC,\alpha/\beta}^{(a)}$ sowie der Energie $W_{\Sigma,0}^{(a)}$, jeweils mit $a = 1, 2$.

Die Zustandsrückführung gliedert sich in zwei Teilaufgaben:

Aufgabe 1: Die Eingangskorrekturen $\delta^* u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(a=1,2)}$ dienen der schnellen Kompensation der Abweichungen der AC-Ströme $\delta i_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1,2)}$ innerhalb einer schnellen Zeitskala von $\tau_{AC} = 5 \Delta t$. Dies wird erreicht, indem mit Hilfe dieser Korrekturen ein exponentieller Abklingverlauf der Stromabweichungen erzwungen wird:

$$\frac{d}{dt} \delta \vec{i}_{AC}^{(a)} = -\frac{1}{\tau_{AC}} \delta \vec{i}_{AC}^{(a)}, \quad \text{für } a = 1, 2. \quad (6.6)$$

Daraus ergeben sich die Eingangskorrekturen $\delta^* u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(a=1,2)}$:

$$\delta^* u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(a)} = 2 \left(\frac{L_{AC}^{(a)}}{\tau_{AC}} - R_{AC}^{(a)} \right) \delta i_{AC,\alpha/\beta}^{(a)} + 2 \delta u_{AC,\alpha/\beta}^{(a)}. \quad (6.7)$$

Aufgabe 2: Die Regelung der übrigen Zustandsgrößen der Umrichter MMC1 und MMC2 — nämlich des DC-Stroms und der MMC-Energie — erfolgt auf einer langsameren Zeitskala τ_{DC} . Dabei wird τ_{DC} mindestens eine Größenordnung größer als die Zeitskala τ_{AC} gewählt, nämlich $\tau_{DC} = 10 \tau_{AC} = 50 \Delta t$, sodass die Ausregelung der AC-Stromabweichungen $\delta i_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1,2)}$ als abgeschlossen betrachtet werden kann.

Für jeden MMC mit dem Index $a = 1, 2$ steht lediglich eine Eingangskorrektur $\delta u_{\Sigma,0}^{(a)}$ zur Verfügung, mit der zwei Abweichungen geregelt werden müssen: die Stromabweichung $\delta i_{DCp}^{(a)}$ sowie die Energieabweichung $\delta W_{\Sigma,0}^{(a)}$ des jeweiligen MMC. Diese beiden Größen können durch Ausregelung der erweiterten Energieabweichung $\delta W_{\Sigma,0}'^{(a)}$ kompensiert werden [16]. Der Nachweis dieser Zustandsrückführung erfolgt durch die Betrachtung der folgenden zwei Punkte:

- Punkt A: Die Kompensation der Abweichungen $\delta i_{DCp}^{(a)}$ und $\delta W_{\Sigma,0}'^{(a)}$ führt zugleich zur Kompensation der Abweichung $\delta W_{\Sigma,0}^{(a)}$. Dies lässt sich dadurch erklären, dass sich die Abweichung $\delta W_{\Sigma,0}'^{(a)}$ wie folgt herleiten lässt:

$$\begin{aligned} W_{\Sigma,0}'^{(a)} &= W_{\Sigma,0}^{(a)} + \frac{L_{DC}^{(a)}}{6} \left(i_{DCp}^{(a)} \right)^2 + \frac{L_{AC}^{(a)}}{8} \left(\vec{i}_{AC}^{(a)} \right)^T \vec{i}_{AC}^{(a)}, \\ \Rightarrow \delta W_{\Sigma,0}'^{(a)} &\approx \delta W_{\Sigma,0}^{(a)} + \frac{L_{DC}^{(a)}}{3} \left(i_{DCp}^{(a,ref)} \right) \delta i_{DCp}^{(a)} + \frac{L_{AC}^{(a)}}{4} \left(\vec{i}_{AC}^{(a,ref)} \right)^T \underbrace{\delta \vec{i}_{AC}^{(a)}}_{=0} \end{aligned}$$

KAPITEL 6. ZUSTANDSRÜCKFÜHRUNG ZUR KOMPENSATION AUFTRETENDER ABWEICHUNGEN

mit $a = 1, 2$. Aus der obigen Gleichung wird deutlich, dass der Ansatz vom Punkt 1 gilt, vorausgesetzt, die Abweichungen der AC-Ströme $\delta \vec{i}_{AC}^{(a=1,2)}$ wurden bereits auf der schnelleren Zeitskala τ_{AC} ausgeregelt.

- Punkt B: Die Kompensation der Abweichung $\delta W'_{\Sigma,0}^{(a)}$ führt zu der Kompensation der Stromabweichung $\delta i_{DCp}^{(a)}$. Im Folgenden wird dies erklärt.

Die Dynamik der Energieabweichungen der MMC1 und MMC2 in der langsamen Zeitskala τ_{DC} kann wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \delta W'_{\Sigma,0}^{(a)} \approx & \left[\frac{1}{4} \left(\vec{u}_{AC}^{(a,ref)} \right)^T - \frac{R'_{AC}(a)}{2} \left(\vec{i}_{AC}^{(a,ref)} \right)^T \right] \underbrace{\delta \vec{i}_{AC}^{(a)}}_{=\vec{0}} + \frac{1}{4} \left(\vec{i}_{AC}^{(a,ref)} \right)^T \delta \vec{u}_{AC}^{(a)} \\ & - \left[\frac{u_{DCp}^{(a,ref)} + u_{DCn}^{(a,ref)}}{6} + \frac{2R'_{DC}(a)}{3} i_{DCp}^{(a,ref)} \right] \delta i_{DCp}^{(a)} - \frac{1}{6} i_{DCp}^{(a,ref)} \left(\delta u_{DCp}^{(a)} + \delta u_{DCn}^{(a)} \right). \end{aligned} \quad (6.8)$$

Dabei ist zu beachten, dass alle Abweichungen in den externen Spannungen $\delta u_{AC,\alpha/\beta}^{(a)}$ sowie $\left(\delta u_{DCp}^{(a)} + \delta u_{DCn}^{(a)} \right)$ (mit $a = 1, 2$) als zufällige Störungen mit einem Mittelwert von null angenommen werden. Daher tragen diese Größen bei der zeitlichen Integration der Gleichung (6.8) nur vernachlässigbar zum Ergebnis bei.

Als Folge gilt: $\lim_{t \rightarrow \infty} \delta W'_{\Sigma,0}^{(a)} = 0$ impliziert $\lim_{t \rightarrow \infty} \delta i_{DCp}^{(a)} = 0$ (mit $a = 1, 2$), vorausgesetzt, dass $\delta \vec{i}_{AC}^{(a)} \rightarrow \vec{0}$ bereits auf der schnelleren Zeitskala τ_{AC} erreicht wurde. Das heißt, die asymptotische Stabilität der Energieabweichung $\delta W'_{\Sigma,0}^{(a=1,2)}$ von MMC1 und MMC2 führt zur asymptotischen Stabilität der Stromabweichungen $\delta i_{DCp}^{(a=1,2)}$.

Infolge der zwei oben diskutierten Punkte wird die Regelung folgendermaßen hergeleitet. Um die Ausregelung der Abweichungen $\delta W'_{\Sigma,0}^{(a=1,2)}$ zu erreichen, werden die Eingangskorrekturen $\delta^* u_{\Sigma,0}^{(a=1,2)}$ so bestimmt, dass die asymptotische Stabilität der Abweichungen $\delta W'_{\Sigma,0}^{(a=1,2)}$ gewährleistet ist:

$$\frac{1}{\tau_{DC}^2} \delta W'_{\Sigma,0}^{(a)} + \frac{1}{\tau_{DC}} \frac{d}{dt} \delta W'_{\Sigma,0}^{(a)} + \frac{d^2}{dt^2} \delta W'_{\Sigma,0}^{(a)} = 0, \quad \text{für } a = 1, 2 \quad (6.9)$$

wobei die Energieabweichung $\delta W'_{\Sigma,0}^{(a)}$ einen Relativgrad von zwei aufweist. Das bedeutet, dass die Eingangskorrektur $\delta^* u_{\Sigma,0}^{(a)}$ nicht in der ersten Zeitableitung von $\delta W'_{\Sigma,0}^{(a)}$ auftritt (vgl. Gleichung (6.8)), sondern erst in der zweiten Zeitableitung von $\delta W'_{\Sigma,0}^{(a)}$ enthalten ist, und zwar in dem Term, der der Ableitung der Stromabweichung $\frac{d}{dt} \delta i_{DCp}^{(a)}$ entspricht (mit $a = 1, 2$).

Aus Gleichung (6.9) ergibt sich die Herleitung der Eingangskorrekturen $\delta^* u_{\Sigma,0}^{(a=1,2)}$ wie folgt:

$$\delta^* u_{\Sigma,0}^{(a)} = - \frac{\alpha^{(a)}}{\beta^{(a)} \left(\delta W'_{\Sigma,0}^{(a)}, \delta i_{DCp}^{(a)}, \delta \vec{u}_{AC}^{(a)}, \delta u_{DCp/n}^{(a)} \right)}, \quad \text{für } a = 1, 2,$$

dabei gilt:

$$\begin{aligned}
 \alpha^{(a)} &= \frac{1}{L_{DC}^{(a)}} \left(\frac{u_{DCp}^{(a,ref)} + u_{DCn}^{(a,ref)}}{6} + \frac{2R_{DC}^{(a)}}{3} i_{DCp}^{(a,ref)} \right), \\
 \beta^{(a)} &= + \frac{1}{\tau_{DC}^2} \delta W_{\Sigma,0}^{(a)} \\
 &+ \frac{1}{\tau_{DC}} \left[\frac{1}{4} \left(\vec{i}_{AC}^{(a,ref)} \right)^T \cdot \delta \vec{u}_{AC}^{(a)} - \left(\frac{u_{DCp}^{(a,ref)} + u_{DCn}^{(a,ref)}}{6} + \frac{2R_{DC}^{(a)}}{3} i_{DCp}^{(a,ref)} \right) \delta i_{DCp}^{(a)} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{i_{DCp}^{(a,ref)}}{6} \left(\delta u_{DCp}^{(a)} + \delta u_{DCn}^{(a)} \right) \right] \\
 &+ \frac{1}{4} \frac{d}{dt} \left(\vec{i}_{AC}^{(a,ref)} \right)^T \cdot \delta \vec{u}_{AC}^{(a)} - \left[\frac{1}{6} \frac{d}{dt} \left(u_{DCp}^{(a,ref)} + u_{DCn}^{(a,ref)} \right) + \frac{2}{3} R_{DC}^{(a)} \frac{d}{dt} i_{DCp}^{(a,ref)} \right] \delta i_{DCp}^{(a)} \\
 &+ \left(\frac{u_{DCp}^{(a,ref)} + u_{DCn}^{(a,ref)}}{6} + \frac{2R_{DC}^{(a)}}{3} i_{DCp}^{(a,ref)} \right) \cdot \left[\frac{R_{DC}^{(a)}}{L_{DC}^{(a)}} \delta i_{DCp}^{(a)} + \frac{1}{2L_{DC}^{(a)}} \left(\delta u_{DCp}^{(a)} + \delta u_{DCn}^{(a)} \right) \right] \\
 &- \frac{1}{6} \frac{d}{dt} i_{DCp}^{(a,ref)} \left(\delta u_{DCp}^{(a)} + \delta u_{DCn}^{(a)} \right). \tag{6.10}
 \end{aligned}$$

6.2.2 Zustandsrückführung für MMC3

Die Regelungssituation von MMC3 unterscheidet sich grundlegend von derjenigen der MMC1 und MMC2, da der DC-Strom $i_{DCp}^{(3)}$ keine unabhängige Zustandsgröße darstellt, sondern durch die beiden anderen bestimmt ist:

$$\delta i_{DCp}^{(3)} = - \left(\delta i_{DCp}^{(1)} + \delta i_{DCp}^{(2)} \right).$$

Sobald die Stromabweichungen $\delta i_{DCp}^{(1)}$ und $\delta i_{DCp}^{(2)}$ durch die Zustandsrückführung in MMC1 und MMC2 auf der Zeitskala von $\tau_{DC} = 50 \Delta t$ kompensiert werden, erfolgt die Ausregelung von $\delta i_{DCp}^{(3)}$ automatisch.

Darüber hinaus führt die Summation der drei dynamischen Gleichungen aus Gleichung (6.2) für $a = 1, 2, 3$ lediglich zu einer algebraischen Bedingung, da sich die zeitlichen Ableitungen der DC-Ströme gegenseitig aufheben:

$$\sum_{a=1}^3 \frac{1}{L_{DC}^{(a)}} \delta^* u_{\Sigma,0}^{(a)} = - \sum_{a=1}^3 \frac{\delta u_{DCp}^{(a)} + \delta u_{DCn}^{(a)}}{2L_{DC}^{(a)}} - \sum_{a=1}^3 \frac{R_{DC}^{(a)}}{L_{DC}^{(a)}} \delta i_{DCp}^{(a)}. \tag{6.11}$$

Daher hängt die Eingangskorrektur $\delta^* u_{\Sigma,0}^{(3)}$ von MMC3 von den beiden Eingangskorrekturen $\delta^* u_{\Sigma,0}^{(a=1,2)}$ ab, die durch MMC1 und MMC2 erzeugt werden, und steht somit nicht mehr für die Ausregelung der Abweichungen zur Verfügung.

Für MMC3 verbleiben drei Regelgrößen: zwei AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$ sowie die MMC-Energie $W_{\Sigma,0}^{(3)}$. Deren Abweichungen $\delta i_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$ und $\delta W_{\Sigma,0}^{(3)}$ sollen mit lediglich zwei noch verfügbaren Eingangskorrekturen $\delta^* u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(3)}$ ausgegelt werden.

KAPITEL 6. ZUSTANDSRÜCKFÜHRUNG ZUR KOMPENSATION AUFTRETENDER ABWEICHUNGEN

Die Entwicklung der Zustandsrückführung für MMC3 beruht sich auf zwei folgenden Punkten:

- Punkt A: Die Ausregelung der Abweichungen in der erweiterten Energie $\delta W'_{\Sigma,0}{}^{(3)}$ sowie in den AC-Strömen $\delta i_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$ führt zur Kompensation der Abweichung der MMC3-Energie $\delta W_{\Sigma,0}^{(3)}$. Der Beweis ist analog zum Vorgehen im vorherigen Abschnitt und wird daher an dieser Stelle nicht erneut aufgeführt.
- Punkt B: Die Dynamik der Energieabweichung in MMC3 auf der langsamen Zeitskala τ_{DC} ergibt sich wie folgt:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \delta W'_{\Sigma,0}{}^{(3)} \approx & \left[\frac{1}{4} \left(\bar{u}_{AC}^{(3,ref)} \right)^T - \frac{R'_{AC}{}^{(3)}}{2} \left(\bar{i}_{AC}^{(3,ref)} \right)^T \right] \delta \bar{i}_{AC}^{(3)} + \frac{1}{4} \left(\bar{i}_{AC}^{(3,ref)} \right)^T \delta \bar{u}_{AC}^{(3)} \\ & - \left[\frac{u_{DCp}^{(3,ref)} + u_{DCn}^{(3,ref)}}{6} + \frac{2R'_{DC}{}^{(3)}}{3} i_{DCp}^{(3,ref)} \right] \cdot \underbrace{\delta i_{DCp}^{(3)}}_{=-\delta i_{DCp}^{(1)} - \delta i_{DCp}^{(2)}} - \frac{1}{6} i_{DCp}^{(3,ref)} \left(\delta u_{DCp}^{(3)} + \delta u_{DCn}^{(3)} \right). \end{aligned} \quad (6.12)$$

Da die beiden Abweichungen $\delta i_{DCp}^{(1)}$ und $\delta i_{DCp}^{(2)}$ auf der langsamen Zeitskala τ_{DC} durch MMC1 und MMC2 kompensiert werden, kann die Ausregelung der Abweichung $\delta i_{DCp}^{(3)}$ auf derselben Zeitskala nicht als vollständig abgeschlossen betrachtet werden. Der Beitrag von $\delta i_{DCp}^{(3)}$ muss daher in der Dynamik der Energieabweichung von MMC3 weiterhin berücksichtigt werden.

Analog zur Diskussion im vorherigen Abschnitt können die Beiträge der gestrichelten Terme bei der Integration der Gleichung (6.12) vernachlässigt werden.

Wird die vollständige Ausregelung der AC-Stromabweichungen $\delta \bar{i}_{AC}^{(3)}$ ausschließlich über die Ausregelung der Energieabweichung $\delta W'_{\Sigma,0}{}^{(3)}$ auf der langsamen Zeitskala τ_{DC} angestrebt, wie in [19] gezeigt wurde, so führt dies zu einer verzögerten Kompensation der AC-Stromabweichungen $\delta i_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$, insbesondere im Vergleich zur Regelung der AC-Netze an MMC1 und MMC2 auf der schnelleren Zeitskala τ_{AC} .

Aus diesem Grund wird eine zusätzliche Hilfsgröße $\delta Q_{AC}^{(3)}$ eingeführt, die einer vereinfachten Abweichung der Blindleistung an MMC3 entspricht und auf der schnellen Zeitskala τ_{AC} ausgeregelt wird. Für gegebene Referenzspannungen $u_{AC,\alpha}^{(3,ref)}$ und $u_{AC,\beta}^{(3,ref)}$ ergibt sich $\delta Q_{AC}^{(3)}$ als lineare Funktion der Stromabweichungen $\delta i_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$:

$$\delta Q_{AC}^{(3)} = \frac{3}{2} \left(u_{AC,\alpha}^{(3,ref)} \delta i_{AC,\beta}^{(3)} - u_{AC,\beta}^{(3,ref)} \delta i_{AC,\alpha}^{(3)} \right). \quad (6.13)$$

Dabei handelt es sich nicht um die exakte Abweichung der Blindleistung, da Störungen in den externen Spannungen $\delta u_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$ vernachlässigt werden. Zudem liegt der Fokus auf der Kompensation der Stromabweichungen $\delta i_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$, nicht jedoch unmittelbar auf der Korrektur der Blindleistungsabweichung.

KAPITEL 6. ZUSTANDSRÜCKFÜHRUNG ZUR KOMPENSATION AUFRETENDER ABWEICHUNGEN

Diese Maßnahme trägt zu einer schnelleren Kompensation der Abweichungen der AC-Ströme $\delta i_{AC}^{(3)}$ bei. Dies wird deutlich, wenn die Gleichungen (6.12) und (6.13) gemeinsam betrachtet werden:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{4} u_{AC,\alpha}^{(3,ref)} - \frac{R_{AC}^{(3)}}{2} i_{AC,\alpha}^{(3,ref)} \right) & \left(\frac{1}{4} u_{AC,\beta}^{(3,ref)} - \frac{R_{AC}^{(3)}}{2} i_{AC,\beta}^{(3,ref)} \right) \\ -\frac{3}{2} u_{AC,\beta}^{(3)} & \frac{3}{2} u_{AC,\alpha}^{(3,ref)} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_y} \begin{pmatrix} \delta i_{AC,\alpha}^{(3)} \\ \delta i_{AC,\beta}^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d\delta W_{\Sigma,0}^{(3)}}{dt} - \dots \\ \delta Q_{AC}^{(3)} \end{pmatrix}, \quad (6.14)$$

wobei die Matrix \mathbf{M}_y stets invertierbar ist, denn ihre Determinante stets größer als Null ist:

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{M}_y) &= \frac{3}{8} \left[\left(u_{AC,\alpha}^{(3,ref)} \right)^2 + \left(u_{AC,\beta}^{(3,ref)} \right)^2 \right] \\ &\quad - \frac{3R_{AC}^{(3)}}{4} \left(i_{AC,\alpha}^{(3,ref)} u_{AC,\alpha}^{(3,ref)} + i_{AC,\beta}^{(3,ref)} u_{AC,\beta}^{(3,ref)} \right) > 0, \quad \forall t. \end{aligned}$$

wobei stets $i_{AC,\alpha}^{(3,ref)} u_{AC,\alpha}^{(3,ref)} + i_{AC,\beta}^{(3,ref)} u_{AC,\beta}^{(3,ref)} = \frac{2}{3} P_{AC}^{(3,ref)} < 0$ gilt, da MMC3 den Leistungsausgang des gesamten Systems darstellt. Daher folgt aus Gleichung (6.14), dass die asymptotische Stabilität der Abweichungen in der erweiterten Energie von MMC3, $\delta W_{\Sigma,0}^{(3)}$, sowie der Hilfsgröße, $\delta Q_{AC}^{(3)}$, auch die asymptotische Stabilität der AC-Stromabweichungen $\delta i_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$ gewährleistet. Zudem trägt die gezielte Ausregelung der Abweichung $\delta Q_{AC}^{(3)}$ auf der schnellen Zeitskala τ_{AC} wesentlich zu einer beschleunigten Kompensation der AC-Stromabweichungen $\delta i_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$ bei, so dass diese insgesamt geringer ausfallen.

Nun wird auf Grundlage der beiden zuvor diskutierten Punkte die Zustandsrückführung für MMC3 hergeleitet. Sie gliedert sich in zwei Teilaufgaben:

Aufgabe 1: Die Energieabweichung $\delta W_{\Sigma,0}^{(3)}$ besitzt einen Relativgrad von 2. Die Eingangskorrekturen $\delta^* u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(3)}$ werden dabei so gewählt, dass die asymptotische Stabilität der Abweichungen $\delta W_{\Sigma,0}^{(3)}$ auf der langsamen Zeitskala τ_{DC} gewährleistet ist:

$$\frac{1}{\tau_{DC}^2} \delta W_{\Sigma,0}^{(3)} + \frac{1}{\tau_{DC}} \frac{d}{dt} \delta W_{\Sigma,0}^{(3)} + \frac{d^2}{dt^2} \delta W_{\Sigma,0}^{(3)} = 0, \quad (6.15)$$

Wie bereits diskutiert, muss die Stromabweichung $\delta i_{DCp}^{(3)}$ auf dieser Zeitskala weiterhin berücksichtigt werden. Es betrifft besonders ihre zeitliche Änderung $\frac{d}{dt} \delta i_{DCp}^{(3)}$, die in der Ableitung der zweiten Ordnung der Energieabweichung $\frac{d^2}{dt^2} \delta W_{\Sigma,0}^{(3)}$ auftritt. Jedoch mithilfe der Regelung von MMC1 und MMC2 im letzten Abschnitt kann es wie folgt

KAPITEL 6. ZUSTANDSRÜCKFÜHRUNG ZUR KOMPENSATION AUFTRETENDER ABWEICHUNGEN

behandelt werden:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \delta i_{DCp}^{(3)} &= -\frac{d}{dt} \delta i_{DCp}^{(1)} - \frac{d}{dt} \delta i_{DCp}^{(2)} \\ &= -\frac{R'_{DC}{}^{(1)}}{L'_{DC}{}^{(1)}} \delta i_{DCp}^{(1)} - \frac{1}{L'_{DC}{}^{(1)}} \left(\delta^* u_{\Sigma,0}^{(1)} + \frac{\delta u_{DCp}^{(1)} + \delta u_{DCn}^{(1)}}{2} \right) \\ &\quad - \frac{R'_{DC}{}^{(2)}}{L'_{DC}{}^{(2)}} \delta i_{DCp}^{(2)} - \frac{1}{L'_{DC}{}^{(2)}} \left(\delta^* u_{\Sigma,0}^{(2)} + \frac{\delta u_{DCp}^{(2)} + \delta u_{DCn}^{(2)}}{2} \right), \end{aligned}$$

wobei die Eingangskorrekturen $\delta^* u_{\Sigma,0}^{(a=1,2)}$ bereits im Rahmen der Regelungsaufgabe von MMC1 und MMC2 bestimmt wurden. Mit der obigen Bemerkung ergibt sich aus Gleichung (6.15) die folgende Beziehung:

$$\begin{aligned} &\left[\frac{1}{8L'_{AC}{}^{(3)}} \left(u_{AC,\alpha}^{(3,ref)} \right)^T - \frac{R'_{AC}{}^{(3)}}{4L'_{AC}{}^{(3)}} \left(i_{AC,\alpha}^{(3,ref)} \right)^T \right] \delta^* u_{\Delta,\alpha}^{(3)} + \left[\frac{1}{8L'_{AC}{}^{(3)}} \left(u_{AC,\beta}^{(3,ref)} \right)^T - \frac{R'_{AC}{}^{(3)}}{4L'_{AC}{}^{(3)}} \left(i_{AC,\beta}^{(3,ref)} \right)^T \right] \delta^* u_{\Delta,\beta}^{(3)} \\ &= f_1 \left(\delta i_{DCp}^{(a=1,2)}, \delta \bar{i}_{AC}^{(3)}, \delta W'_{\Sigma,0}{}^{(3)}, \delta u_{DCp/n}^{(a=1,2,3)}, \delta \bar{u}_{AC}^{(3)} \right), \end{aligned} \quad (6.16)$$

wobei gilt:

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{1}{\tau_{DC}} \delta W'_{\Sigma,0}{}^{(3)} + \frac{1}{\tau_{DC}} \left[\left(\frac{1}{4} \left(\bar{u}_{AC}^{(3,ref)} \right)^T - \frac{R'_{AC}{}^{(3)}}{2} \left(\bar{i}_{AC}^{(3,ref)} \right)^T \right) \delta \bar{i}_{AC}^{(3)} + \frac{1}{4} \left(\bar{i}_{AC}^{(3,ref)} \right)^T \delta \bar{u}_{AC}^{(3)} \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{u_{DCp}^{(3,ref)} + u_{DCn}^{(3,ref)}}{6} + \frac{2R'_{DC}{}^{(3)}}{3} i_{DCp}^{(3,ref)} \right) \cdot \underbrace{\delta i_{DCp}^{(3)}}_{=-\delta i_{DCp}^{(1)} - \delta i_{DCp}^{(2)}} - \frac{1}{6} i_{DCp}^{(3,ref)} \left(\delta u_{DCp}^{(3)} + \delta u_{DCn}^{(3)} \right) \right] \\ &\quad + \frac{1}{4} \left(\frac{d}{dt} \bar{i}_{AC}^{(3,ref)} \right)^T \cdot \delta \bar{u}_{AC}^{(3)} - \frac{1}{6} \left(\frac{d}{dt} i_{DCp}^{(3,ref)} \right) \cdot \left(\delta u_{DCp}^{(3)} + \delta u_{DCn}^{(3)} \right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{4} \left(\frac{d}{dt} \bar{u}_{AC}^{(3,ref)} \right)^T - \frac{R'_{AC}{}^{(3)}}{2} \left(\frac{d}{dt} \bar{i}_{AC}^{(3,ref)} \right)^T \right) \delta \bar{i}_{AC}^{(3)} \\ &\quad + \left(\frac{1}{4} \left(\bar{u}_{AC}^{(3,ref)} \right)^T - \frac{R'_{AC}{}^{(3)}}{2} \left(\bar{i}_{AC}^{(3,ref)} \right)^T \right) \left(-\frac{R'_{AC}{}^{(3)}}{L'_{AC}{}^{(3)}} \delta \bar{i}_{AC}^{(3)} + \frac{\delta \bar{u}_{AC}^{(3)}}{L'_{AC}{}^{(3)}} \right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{6} \frac{d}{dt} \left(u_{DCp}^{(3,ref)} + u_{DCn}^{(3,ref)} \right) + \frac{2R'_{DC}{}^{(3)}}{3} i_{DCp}^{(3,ref)} \right) \left(\delta i_{DCp}^{(1)} + \delta i_{DCp}^{(2)} \right) \\ &\quad + \left(\frac{u_{DCp}^{(3,ref)} + u_{DCn}^{(3,ref)}}{6} + \frac{2R'_{DC}{}^{(3)}}{3} i_{DCp}^{(3,ref)} \right) \left[-\frac{R'_{DC}{}^{(1)}}{L'_{DC}{}^{(1)}} \delta i_{DCp}^{(1)} - \frac{1}{L'_{DC}{}^{(1)}} \left(\delta^* u_{\Sigma,0}^{(1)} + \frac{\delta u_{DCp}^{(1)} + \delta u_{DCn}^{(1)}}{2} \right) \right] \\ &\quad + \left(\frac{u_{DCp}^{(3,ref)} + u_{DCn}^{(3,ref)}}{6} + \frac{2R'_{DC}{}^{(3)}}{3} i_{DCp}^{(3,ref)} \right) \left[-\frac{R'_{DC}{}^{(2)}}{L'_{DC}{}^{(2)}} \delta i_{DCp}^{(2)} - \frac{1}{L'_{DC}{}^{(2)}} \left(\delta^* u_{\Sigma,0}^{(2)} + \frac{\delta u_{DCp}^{(2)} + \delta u_{DCn}^{(2)}}{2} \right) \right]. \end{aligned}$$

Aufgabe 2: Die Abweichung $\delta Q_{AC}^{(3)}$ weist einen Relativgrad von 1 auf. Daher werden die Eingangskorrekturen $\delta^* u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(3)}$ so gewählt, dass die asymptotische Stabilität von $\delta Q_{AC}^{(3)}$ auf der schnellen Zeitskala τ_{AC} gewährleistet ist:

$$\frac{1}{\tau_{AC}} \delta Q_{AC}^{(3)} + \frac{d}{dt} \delta Q_{AC}^{(3)} = 0. \quad (6.17)$$

KAPITEL 6. ZUSTANDSRÜCKFÜHRUNG ZUR KOMPENSATION AUFTRETENDER ABWEICHUNGEN

Daraus ergibt sich:

$$-\frac{3}{4L_{AC}^{(3)}} u_{AC,\beta}^{(3,ref)} \cdot \delta^* u_{\Delta,\alpha}^{(3)} + \frac{3}{4L_{AC}^{(3)}} u_{AC,\alpha}^{(3,ref)} \cdot \delta^* u_{\Delta,\beta}^{(3)} = f_2 \left(\delta i_{AC}^{(3)}, \delta \vec{u}_{AC}^{(3)} \right), \quad (6.18)$$

wobei gilt:

$$\begin{aligned} f_2 \left(\delta i_{AC}^{(3)}, \delta \vec{u}_{AC}^{(3)} \right) &= \left[-\frac{3}{2} \frac{d}{dt} u_{AC,\beta}^{(3)} + \frac{3R_{AC}^{\prime(3)}}{2L_{AC}^{(3)}} u_{AC,\beta}^{(3,ref)} - \frac{3}{2\tau_{AC}} u_{AC,\beta}^{(3,ref)} \right] \delta i_{AC,\alpha}^{(3)} \\ &+ \left[+\frac{3}{2} \frac{d}{dt} u_{AC,\alpha}^{(3,ref)} - \frac{3R_{AC}^{\prime(3)}}{2L_{AC}^{(3)}} u_{AC,\alpha}^{(3,ref)} + \frac{3}{2\tau_{AC}} u_{AC,\alpha}^{(3,ref)} \right] \delta i_{AC,\beta}^{(3)} \\ &+ \frac{3}{2L_{AC}^{(3)}} u_{AC,\alpha}^{(3,ref)} \cdot \delta u_{AC,\beta}^{(3)} - \frac{3}{2L_{AC}^{(3)}} u_{AC,\beta}^{(3,ref)} \cdot \delta u_{AC,\alpha}^{(3)}. \end{aligned}$$

Aus Gleichungen (6.16) und (6.18) ergibt sich die folgende Gleichung:

$$\frac{1}{2L_{AC}^{(3)}} \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{4} u_{AC,\alpha}^{(3,ref)} - \frac{R_{AC}^{\prime(3)}}{2} i_{AC,\alpha}^{(3,ref)} \right) & \left(\frac{1}{4} u_{AC,\beta}^{(3,ref)} - \frac{R_{AC}^{\prime(3)}}{2} i_{AC,\beta}^{(3,ref)} \right) \\ -\frac{3}{2} u_{AC,\beta}^{(3,ref)} & \frac{3}{2} u_{AC,\alpha}^{(3,ref)} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \delta^* u_{\Delta,\alpha}^{(3)} \\ \delta^* u_{\Delta,\beta}^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}, \quad (6.19)$$

wobei die Matrix auf der linken Seite der obigen Gleichung exakt der Matrix \mathbf{M}_y aus Gleichung (6.14) entspricht und daher stets invertierbar ist. Daraus ergeben sich die Eingangskorrekturen $\delta^* u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(3)}$:

$$\begin{pmatrix} \delta^* u_{\Delta,\alpha}^{(3)} \\ \delta^* u_{\Delta,\beta}^{(3)} \end{pmatrix} = \frac{2L_{AC}^{\prime(3)}}{\frac{3}{8} \left[\left(u_{AC,\alpha}^{(3,ref)} \right)^2 + \left(u_{AC,\beta}^{(3,ref)} \right)^2 \right] - \frac{3R_{AC}^{\prime(3)}}{4} \left(i_{AC,\alpha}^{(3,ref)} u_{AC,\alpha}^{(3,ref)} + i_{AC,\beta}^{(3,ref)} u_{AC,\beta}^{(3,ref)} \right)} \cdot \begin{bmatrix} \frac{3}{2} u_{AC,\alpha}^{(3,ref)} - \left(\frac{1}{4} u_{AC,\beta}^{(3,ref)} - \frac{R_{AC}^{\prime(3)}}{2} i_{AC,\beta}^{(3,ref)} \right) \\ \frac{3}{2} u_{AC,\beta}^{(3)} \left(\frac{1}{4} u_{AC,\alpha}^{(3,ref)} - \frac{R_{AC}^{\prime(3)}}{2} i_{AC,\alpha}^{(3,ref)} \right) \end{bmatrix}_{2 \times 2} \cdot \begin{pmatrix} f_1 \left(\delta i_{DCp}^{(a=1,2)}, \delta i_{AC}^{(3)}, \delta W_{\Sigma,0}^{\prime(3)}, \delta u_{DCp/n}^{(a=1,2,3)}, \delta \vec{u}_{AC}^{(3)} \right) \\ f_2 \left(\delta i_{AC}^{(3)}, \delta \vec{u}_{AC}^{(3)} \right) \end{pmatrix},$$

vorausgesetzt, dass

$$\det(\mathbf{M}_y) = \frac{3}{8} \left[\left(u_{AC,\alpha}^{(3,ref)} \right)^2 + \left(u_{AC,\beta}^{(3,ref)} \right)^2 \right] - \frac{3R_{AC}^{\prime(3)}}{4} \left(i_{AC,\alpha}^{(3,ref)} u_{AC,\alpha}^{(3,ref)} + i_{AC,\beta}^{(3,ref)} u_{AC,\beta}^{(3,ref)} \right) > 0,$$

was stets der Fall ist.

In der Tabelle 6.1 ist die Regelungsstrategie für alle MMC bei $\Delta t = 100 \mu s$ zusammengefasst.

Dabei ist zu beachten, dass die DC-Stromabweichungen $\delta i_{DCp}^{(a=1,2)}$ an MMC1 und MMC2 auf der Zeitskala τ_{DC} infolge der Kompensation von $\delta W_{\Sigma,0}^{\prime(a=1,2)}$ ausgeregelt werden. Die Ausregelung der abhängigen DC-Stromabweichung $\delta i_{DCp}^{(3)}$ erfolgt auf derselben Zeitskala τ_{DC} .

KAPITEL 6. ZUSTANDSRÜCKFÜHRUNG ZUR KOMPENSATION AUFTRETENDER ABWEICHUNGEN

Die AC-Stromabweichungen $\delta i_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$ an MMC3 werden infolge der Ausregelung von $\delta Q_{AC}^{(3)}$ und $\delta W_{\Sigma,0}'^{(3)}$ auf einer Zeitskala zwischen τ_{AC} und τ_{DC} kompensiert.

	MMC1 & MMC2	MMC3
Schnelle Regelung (Zeitskala $\tau_{AC} = 5\Delta t$)	Größen: $\delta i_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1,2)}$ Eingänge: $\delta^* u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(a=1,2)}$	Größe: $\delta Q_{AC}^{(3)}$ Eingänge: $\delta^* u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(3)}$
Langsame Regelung (Zeitskala $\tau_{DC} = 50\Delta t$)	Größen: $\delta W_{\Sigma,0}'^{(a=1,2)}$ Eingänge: $\delta^* u_{\Sigma,0}^{(a=1,2)}$	Größe: $\delta W_{\Sigma,0}'^{(3)}$ Eingänge: $\delta^* u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(3)}$

Tabelle 6.1: Regelungsstrategie der MMC bei $\Delta t = 100\mu s$

6.3 Zustandsrückführung für die PFC

Aufgrund der Symmetrie zwischen dem p- und dem n-Ring wird im Folgenden ausschließlich der p-Ring betrachtet. Aus der Dynamik der PFC-Energieabweichungen gemäß (6.5) sowie der Dynamik der internen DC-Stromabweichungen gemäß (6.3) ergibt sich die folgende Gleichung:

$$\begin{aligned}
 & \overbrace{\begin{pmatrix} i_{cwp}^{(1,ref)} & (i_{DCp}^{(2,ref)} - i_{cwp}^{(2,ref)}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i_{cwp}^{(2,ref)} & (i_{DCp}^{(3,ref)} - i_{cwp}^{(3,ref)}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & i_{cwp}^{(3,ref)} & (i_{DCp}^{(1,ref)} - i_{cwp}^{(1,ref)}) \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & -1 & 0 \end{pmatrix}}^{\mathbf{M}_{PFCp}} \begin{pmatrix} \delta^* u_{F\alpha p}^{(1)} \\ \delta^* u_{F\beta p}^{(1)} \\ \delta^* u_{F\alpha p}^{(2)} \\ \delta^* u_{F\beta p}^{(2)} \\ \delta^* u_{F\alpha p}^{(3)} \\ \delta^* u_{F\beta p}^{(3)} \end{pmatrix} \\
 & = \left[\begin{array}{c} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta W_{Cp}^{(1)} \\ \delta W_{Cp}^{(2)} \\ \delta W_{Cp}^{(3)} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \delta i_{cwp}^{(1)} u_{F\alpha p}^{(1,ref)} + (\delta i_{DCp}^{(2)} - \delta i_{cwp}^{(2)}) u_{F\beta p}^{(1,ref)} \\ \delta i_{cwp}^{(2)} u_{F\alpha p}^{(2,ref)} + (\delta i_{DCp}^{(3)} - \delta i_{cwp}^{(3)}) u_{F\beta p}^{(2,ref)} \\ \delta i_{cwp}^{(3)} u_{F\alpha p}^{(3,ref)} + (\delta i_{DCp}^{(1)} - \delta i_{cwp}^{(1)}) u_{F\beta p}^{(3,ref)} \end{pmatrix} \\ \hline \mathbf{L}_{rcw} \frac{d}{dt} \delta \vec{i}_{cwp} - \mathbf{L}_{re0} \frac{d}{dt} \delta \vec{i}_{DCp} + \mathbf{R}_{rcw} \delta \vec{i}_{cwp} - \mathbf{R}_{re0} \delta \vec{i}_{DCp} \end{array} \right]_{6 \times 1}, \quad (6.20)
 \end{aligned}$$

wobei es die sechs Eingangskorrekturen $\delta^* u_{F\alpha p}^{(a=1,2,3)}$ und $\delta^* u_{F\beta p}^{(a=1,2,3)}$ gibt. Von den sechs zu kompensierenden Abweichungen entfallen drei auf die Energieabweichungen $\delta W_{Cp}^{(a=1,2,3)}$, während die übrigen drei die Abweichungen der internen Ströme in den Maschen des p-Rings betreffen. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit werden die Stromabweichungen $\delta i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ zur Ausregelung herangezogen.

Im Folgenden werden die Probleme bei der Entwicklung der Zustandsrückführung für die PFC im p-Ring diskutiert:

- **Problem 1:** Der einfachste Ansatz für die Zustandsrückführung in diesem Fall wäre, eine direkte Zuordnung zwischen den Eingangskorrekturen und den zu kompensierenden Abweichungen herzustellen, wobei jeder PFC im p-Ring zwei Eingangskorrekturen für die Zustandsrückführung bereitstellt: eine davon ist für die Ausregelung der PFC-Energieabweichung zuständig, die andere regelt eine Stromabweichung aus.

Jedoch ist es wichtig zu beachten: Eine Zustandsrückführung, bei der jede Eingangskorrektur zu jedem Zeitpunkt genau einer zu kompensierenden Abweichung zugeordnet wird, ist nur dann möglich, wenn die Matrix \mathbf{M}_{PFCp} jederzeit invertierbar ist. Andernfalls kann eine solche eindeutige Zuordnung nicht garantiert werden.

Dieses Problem lässt sich anhand der Determinante von \mathbf{M}_{PFCp} erkennen:

$$\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}}) = -i_{cwp}^{(1,ref)} i_{cwp}^{(2,ref)} i_{cwp}^{(3,ref)} - \left(i_{DCp}^{(1,ref)} - i_{cwp}^{(1,ref)} \right) \left(i_{DCp}^{(2,ref)} - i_{cwp}^{(2,ref)} \right) \left(i_{DCp}^{(3,ref)} - i_{cwp}^{(3,ref)} \right), \quad (6.21)$$

wobei $\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}})$ eine stetige Funktion der Zeit ist, welche die Werte $\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}}^{(ss1)})$ und $\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}}^{(ss2)})$ der ersten bzw. zweiten eingeschwungenen Zustände miteinander verbindet.

Weisen die Stromverteilungen im p-Ring zu Beginn und am Ende des Übergangsintervalls $[t_0, t_0 + T_s]$ unterschiedliche Vorzeichen der Determinanten auf, d. h.

$$\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}}^{(ss1)}) \cdot \det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}}^{(ss2)}) < 0,$$

so existiert mindestens ein Zeitpunkt t_x im Übergangsintervall $[t_0, t_0 + T_s]$, zu dem die Determinante $\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}}) = 0$ gilt und die Matrix \mathbf{M}_{PFCp} somit nicht invertierbar ist. In Abschnitt 6.4.1 wird ein Beispiel dafür gegeben.

- **Problem 2:** Wenn der Betrag von $\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}})$ sehr klein ist, ist das System (6.20) nahezu singular. Dadurch können bereits kleine Änderungen in den Abweichungen der PFC-Energien $\delta W_{Cp}^{(a=1,2,3)}$ oder der internen DC-Ströme $\delta i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ zu sehr großen Eingangskorrekturen $\delta^* \vec{u}_{Fp}$ führen. In der Studie von Kammana et al. [15], die den eingeschwungenen Zustand bei gleicher Konfiguration des MVDC-Netzes betrachtet, wird dasselbe Phänomen von sehr großen treibenden PFC-Spannungen unter bestimmten Szenarien jedoch auf der Grundlage von Simulationsergebnissen diskutiert. Daher wird der Zielzustand (ss2) so gewählt, dass $|\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}}^{(ss2)})|$ nicht zu klein ist.

Zur Lösung der **Probleme 1** und **2** werden zwei Zustandsrückführungen für die PFC entwickelt:

- **Erste Zustandsrückführung:** Eine einfache Zustandsrückführung für den Fall, dass zu jedem Zeitpunkt eine eindeutige Zuordnung zwischen den Eingangskorrekturen und den Abweichungen möglich ist:

$$\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}}) \neq 0, \quad \forall t \in [t_0, t_0 + T_s]. \quad (6.22)$$

Sie wird in Abschnitt 6.3.1 vorgestellt.

- **Zweite Zustandsrückführung:** Eine Zustandsrückführung auf Basis einer geeigneten Lyapunov-Funktion für den Fall, dass während des Übergangs nicht zu jedem Zeitpunkt eine eindeutige Zuordnung zwischen den Eingangskorrekturen und den Abweichungen besteht:

$$\exists t_x \in [t_0, t_0 + T_s] : \det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}}) \Big|_{t=t_x} = 0. \quad (6.23)$$

Diese wird in Abschnitt 6.3.2 erläutert.

Die Entscheidung für die jeweilige Zustandsrückführung wird bereits zu dem Zeitpunkt getroffen, an dem die Vorsteuerung die Solltrajektorien vollständig entworfen hat und der Verlauf von $\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}})$ für den bevorstehenden Übergang bekannt ist. An dieser Stelle bietet es sich als geeignete Vorgehensweise an, einen Schwellenwert $k > 0$ für $|\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}})|$ einzuführen, wodurch ein Toleranzband für $\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}})$ definiert wird. Daraus ergeben sich die folgenden Fälle:

- Befindet sich die Determinante außerhalb des Toleranzbands (dies wird als „unproblematischer Fall“ bezeichnet), d. h. $|\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}})| \geq k$, wird die erste, einfache Zustandsrückführung angewendet.
- Fällt die Determinante $\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}})$ in dieses Toleranzband (dies wird als „problematischer Fall“ bezeichnet), d. h. $|\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}})| < k$, wird die zweite Zustandsrückführung auf Basis der Lyapunov-Funktion eingesetzt.

Analog erfolgt die Diskussion für den n-Ring anhand der Determinante $\det(\mathbf{M}_{\text{PFCn}})$.

In Anhang B.7 findet sich eine Diskussion der alternativen Konfiguration des internen DC-Netzes, bei der die PFC direkt an den Anschlusspunkten der MMC zu den internen Ringen angeordnet sind.

6.3.1 Zustandsrückführung für die PFC zur Kompensation der Abweichungen im unproblematischen Fall

In diesem Abschnitt wird eine Zustandsrückführung für die PFC im p-Ring vorgestellt, die sowohl im Übergang als auch im eingeschwungenen Zustand einsetzbar ist, sofern $|\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}})| \geq k$ gilt.

Während des Übergangs tragen alle PFC zur Umsetzung der berechneten Trajektorien in einen neuen eingeschwungenen Zustand bei. Daher sind ihre Energien während dieses Prozesses zu regeln.

Im eingeschwungenen Zustand stellt sich die Situation jedoch anders dar. Wie bereits in Kapitel 3 erläutert, kann ein solcher Zustand durch die Spannungseinspeisung eines oder mehrerer PFC aufrechterhalten werden. PFC, die in diesem Zustand nicht zur Spannungseinspeisung beitragen, werden als Knoten betrachtet und müssen daher nicht geregelt werden. Die im eingeschwungenen Zustand daraus resultierende Regelungsaufgabe hängt von der Anzahl der eingesetzten PFC ab.

Im Fokus steht dabei insbesondere der eingeschwungene Zustand, der durch die gleichzeitige Spannungseinspeisung aller PFC im p-Ring aufrechterhalten wird. Dieser

KAPITEL 6. ZUSTANDSRÜCKFÜHRUNG ZUR KOMPENSATION AUFTRETENDER ABWEICHUNGEN

stellt die allgemeinste Regelungsaufgabe für die PFC dar. In einem solchen eingeschwungenen Zustand erfüllt die Stromverteilung stets die Bedingung $\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}}^{(ss)}) \neq 0$.

Im Folgenden wird die Zustandsrückführung für die PFC im p-Ring betrachtet. Die Eingangskorrekturen $\delta^* \vec{u}_{Fp}$ werden so bestimmt, dass die Stromabweichungen $\delta i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ und die Energieabweichungen $\delta W_{Cp}^{(a=1,2,3)}$ auf zwei unterschiedlichen Zeitskalen, τ_d und τ_D , asymptotische Stabilität aufweisen:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \delta i_{cwp}^{(a)} &= -\frac{1}{\tau_d} \delta i_{cwp}^{(a)}, \\ \frac{d}{dt} \delta W_{Cp}^{(a)} &= -\frac{1}{\tau_D} \delta W_{Cp}^{(a)}, \quad \text{für } a = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (6.24)$$

wobei τ_d in der Größenordnung von $\tau_{AC} = 5\Delta t$ liegt, um die kleinen DC-Stromabweichungen zu erreichen, was vorteilhaft für die physikalische Trennung der fehlerbehafteten Leitung vom System ist. Eine zu schnelle Ausregelung der DC-Stromabweichungen führt jedoch zu großen Eingangskorrekturen und belastet dadurch die PFC erheblich. Daher wird beispielsweise $\tau_d = 10\Delta t$ gewählt. Die Zeitskala τ_D für die Energieregulation der PFC wird so gewählt, dass sie gleich der Zeitskala für die Energieregulation der MMC ist, d. h. $\tau_D = \tau_{DC} = 50\Delta t$.

Im unproblematischen Fall, in dem die Bedingung $|\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}})| \geq k$ gilt, kann aus (6.20) und (6.24) die folgende Zustandsrückführung für die PFC im p-Ring abgeleitet werden:

$$\begin{pmatrix} \delta^* u_{F\alpha p}^{(1)} \\ \delta^* u_{F\beta p}^{(1)} \\ \delta^* u_{F\alpha p}^{(2)} \\ \delta^* u_{F\beta p}^{(2)} \\ \delta^* u_{F\alpha p}^{(3)} \\ \delta^* u_{F\beta p}^{(3)} \end{pmatrix} = \mathbf{M}_{\text{PFCp}}^{-1} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_D} \begin{pmatrix} \delta W_{Cp}^{(1)} \\ \delta W_{Cp}^{(2)} \\ \delta W_{Cp}^{(3)} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \delta i_{cwp}^{(1)} u_{F\alpha p}^{(1,ref)} + \left(\delta i_{DCp}^{(2)} - \delta i_{cwp}^{(2)} \right) u_{F\beta p}^{(1,ref)} \\ \delta i_{cwp}^{(2)} u_{F\alpha p}^{(2,ref)} + \left(\delta i_{DCp}^{(3)} - \delta i_{cwp}^{(3)} \right) u_{F\beta p}^{(2,ref)} \\ \delta i_{cwp}^{(3)} u_{F\alpha p}^{(3,ref)} + \left(\delta i_{DCp}^{(1)} - \delta i_{cwp}^{(1)} \right) u_{F\beta p}^{(3,ref)} \end{pmatrix} \\ \hline \left(-\frac{1}{\tau_d} \mathbf{L}_{rcw} + \mathbf{R}_{rcw} \right) \delta \vec{i}_{cwp} - \mathbf{L}_{re0} \frac{d}{dt} \delta \vec{i}_{DCp} - \mathbf{R}_{re0} \delta \vec{i}_{DCp} \end{bmatrix}, \quad (6.25)$$

wobei die Matrix \mathbf{M}_{PFCp} aus den Solltrajektorien abgeleitet ist und wie folgt lautet:

$$\mathbf{M}_{\text{PFCp}} = \begin{pmatrix} i_{cwp}^{(1,ref)} & \left(i_{DCp}^{(2,ref)} - i_{cwp}^{(2,ref)} \right) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i_{cwp}^{(2,ref)} & \left(i_{DCp}^{(3,ref)} - i_{cwp}^{(3,ref)} \right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & i_{cwp}^{(3,ref)} & \left(i_{DCp}^{(1,ref)} - i_{cwp}^{(1,ref)} \right) \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

6.3.2 Zustandsrückführung für die PFC zur Kompensation der Abweichungen im problematischen Fall

Die Grundidee dieser Methode besteht in der Aufteilung der Eingangskorrekturen $\delta^* \vec{u}_{Fp}$ im Fall $|\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}})| \leq k$ in zwei getrennte Ausregelungen für die Energieabweichun-

KAPITEL 6. ZUSTANDSRÜCKFÜHRUNG ZUR KOMPENSATION AUFTRETENDER ABWEICHUNGEN

gen $\delta W_{Cp}^{(a=1,2,3)}$ und die Stromabweichungen $\delta i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$, wobei in der Lyapunov-Funktion ausschließlich die Energieabweichungen $\delta W_{Cp}^{(a=1,2,3)}$ berücksichtigt werden.

Der Vorteil dieser Methode liegt im Regelungsansatz mit einer Lyapunov-Funktion: Die Eingangskorrekturen, die für die Regelung der PFC-Energien verantwortlich sind, unterstützen sich gegenseitig bei der Stabilisierung jeder einzelnen PFC-Energie – insbesondere, wenn der Betrag von $\det(\mathbf{M}_{PFCp})$ sehr klein ist.

Im Folgenden wird diese Zustandsrückführung für die PFC näher erläutert. Sie umfasst die folgenden zwei Aufgaben:

Aufgabe 1: Es ist zu erkennen, dass die letzten drei Zeilen der Matrix \mathbf{M}_{PFCp} nur konstante Einträge enthalten. Daher ist die Beeinflussung der Eingangskorrekturen auf die Dynamik der Stromabweichungen $\delta \vec{i}_{cwp}$ stets gewährleistet.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit werden die drei Eingangskorrekturen $\delta^* u_{F\alpha p}^{(a=1,2,3)}$ zur Ausregelung der Stromabweichungen $\delta i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ herangezogen. Diese werden so gewählt, dass ein exponentielles Abklingen der Stromabweichungen $\delta i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ gewährleistet ist:

$$\frac{d}{dt} \delta i_{cwp}^{(a)} = -\frac{1}{\tau_d} \delta i_{cwp}^{(a)}, \quad \text{für } a = 1, 2, 3, \quad (6.26)$$

wobei $\tau_d = 10\Delta t$ ist. Zusammen mit der Dynamik der internen DC-Stromabweichungen $\delta i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ gemäß Gleichung (6.3) ergibt sich aus Gleichung (6.26) eine Zustandsrückführung für die internen DC-Ströme:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \delta^* u_{F\alpha p}^{(1)} \\ \delta^* u_{F\alpha p}^{(2)} \\ \delta^* u_{F\alpha p}^{(3)} \end{pmatrix} &= \left(\frac{1}{\tau_d} \mathbf{L}_{rcw} - \mathbf{R}_{rcw} \right) \delta \vec{i}_{cwp} + \mathbf{L}_{re0} \frac{d}{dt} \delta \vec{i}_{DCp} + \mathbf{R}_{re0} \delta \vec{i}_{DCp} \\ &+ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta^* u_{F\beta p}^{(1)} \\ \delta^* u_{F\beta p}^{(2)} \\ \delta^* u_{F\beta p}^{(3)} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (6.27)$$

Aufgabe 2: Drei Eingangskorrekturen $\delta^* u_{F\beta p}^{(a=1,2,3)}$ verbleiben zur Ausregelung der drei Energieabweichungen in den PFC, $\delta W_{Cp}^{(a=1,2,3)}$, auf einer langsamen Zeitskala $\tau_D = 50 \Delta t$, die der Zeitskala τ_{DC} der Energieregulation der MMC entspricht. Allgemein wird angenommen, dass die Kompensation der DC-Stromabweichungen $\delta i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ auf dieser Zeitskala τ_D noch nicht abgeschlossen ist.

Da eine direkte Zuordnung der Eingangskorrekturen zur Ausregelung einzelner Energieabweichungen nicht immer möglich ist, wird ein anderer Ansatz verfolgt, bei dem die folgende Lyapunov-Funktion betrachtet wird:

$$V(t) = \frac{1}{2} \left(\delta W_{Cp}^{(1)} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\delta W_{Cp}^{(2)} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\delta W_{Cp}^{(3)} \right)^2. \quad (6.28)$$

Die Zeitableitung der Lyapunov-Funktion $V(t)$ ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V(t) &= \underbrace{\left(\delta W_{Cp}^{(1)} \quad \delta W_{Cp}^{(2)} \quad \delta W_{Cp}^{(3)} \right)}_{:= \delta \vec{W}_{Cp}^T} \frac{d}{dt} \delta \vec{W}_{Cp}. \end{aligned} \quad (6.29)$$

KAPITEL 6. ZUSTANDSRÜCKFÜHRUNG ZUR KOMPENSATION
AUFRETENDER ABWEICHUNGEN

Darüber hinaus kann die Dynamik der Energieabweichungen in den PFC aus (6.5) in der folgenden Form umformuliert werden:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta W_{Cp}^{(1)} \\ \delta W_{Cp}^{(2)} \\ \delta W_{Cp}^{(3)} \end{pmatrix} &\approx \underbrace{\begin{pmatrix} \delta i_{cwp}^{(1)} u_{F\alpha p}^{(1,ref)} + \left(\delta i_{DCp}^{(2)} - \delta i_{cwp}^{(2)} \right) u_{F\beta p}^{(1,ref)} \\ \delta i_{cwp}^{(2)} u_{F\alpha p}^{(2,ref)} + \left(\delta i_{DCp}^{(3)} - \delta i_{cwp}^{(3)} \right) u_{F\beta p}^{(2,ref)} \\ \delta i_{cwp}^{(3)} u_{F\alpha p}^{(3,ref)} + \left(\delta i_{DCp}^{(1)} - \delta i_{cwp}^{(1)} \right) u_{F\beta p}^{(3,ref)} \end{pmatrix}}_{:= \vec{m}} + \underbrace{\begin{pmatrix} i_{cwp}^{(1,ref)} & 0 & 0 \\ 0 & i_{cwp}^{(2,ref)} & 0 \\ 0 & 0 & i_{cwp}^{(3,ref)} \end{pmatrix}}_{:= \mathbf{M2}} \begin{pmatrix} \delta^* u_{F\alpha p}^{(1)} \\ \delta^* u_{F\alpha p}^{(2)} \\ \delta^* u_{F\alpha p}^{(3)} \end{pmatrix} \\
 &+ \underbrace{\begin{pmatrix} i_{DCp}^{(2,ref)} - i_{cwp}^{(2,ref)} & 0 & 0 \\ 0 & i_{DCp}^{(3,ref)} - i_{cwp}^{(3,ref)} & 0 \\ 0 & 0 & i_{DCp}^{(1,ref)} - i_{cwp}^{(1,ref)} \end{pmatrix}}_{:= \mathbf{M3}} \begin{pmatrix} \delta^* u_{F\beta p}^{(1)} \\ \delta^* u_{F\beta p}^{(2)} \\ \delta^* u_{F\beta p}^{(3)} \end{pmatrix}. \quad (6.30)
 \end{aligned}$$

Durch die Einsetzung der Gleichungen (6.27) und (6.30) in Gleichung (6.29) ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} V(t) &\stackrel{(6.30)}{=} \delta \vec{W}_{Cp}^T \left[\vec{m} + \mathbf{M2} \begin{pmatrix} \delta^* u_{F\alpha p}^{(1)} \\ \delta^* u_{F\alpha p}^{(2)} \\ \delta^* u_{F\alpha p}^{(3)} \end{pmatrix} + \mathbf{M3} \begin{pmatrix} \delta^* u_{F\beta p}^{(1)} \\ \delta^* u_{F\beta p}^{(2)} \\ \delta^* u_{F\beta p}^{(3)} \end{pmatrix} \right] \\
 &\stackrel{(6.27)}{=} \delta \vec{W}_{Cp}^T \left\{ \underbrace{\vec{m} + \mathbf{M2} \left[\left(\frac{1}{\tau_d} \mathbf{L}_{rcw} - \mathbf{R}_{rcw} \right) \delta \vec{i}_{cwp} + \mathbf{L}_{re0} \frac{d}{dt} \delta \vec{i}_{DCp} + \mathbf{R}_{re0} \delta \vec{i}_{DCp} \right]}_{:= c_0} \right\} \\
 &+ \underbrace{\left[\delta W_{Cp}^{(1)} \left(i_{DCp}^{(2,ref)} - i_{cwp}^{(2,ref)} \right) + \delta W_{Cp}^{(2)} i_{cwp}^{(2,ref)} \right]}_{:= c_1} \delta^* u_{F\beta p}^{(1)} \\
 &+ \underbrace{\left[\delta W_{Cp}^{(2)} \left(i_{DCp}^{(3,ref)} - i_{cwp}^{(3,ref)} \right) + \delta W_{Cp}^{(3)} i_{cwp}^{(3,ref)} \right]}_{:= c_2} \delta^* u_{F\beta p}^{(2)} \\
 &+ \underbrace{\left[\delta W_{Cp}^{(3)} \left(i_{DCp}^{(1,ref)} - i_{cwp}^{(1,ref)} \right) + \delta W_{Cp}^{(1)} i_{cwp}^{(1,ref)} \right]}_{:= c_3} \delta^* u_{F\beta p}^{(3)}, \quad (6.31)
 \end{aligned}$$

wobei der Term $\frac{d}{dt} \delta \vec{i}_{DCp}$ in c_0 wie folgt gerechnet werden kann:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \delta \vec{i}_{DCp} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \delta i_{DCp}^{(1)} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \delta i_{DCp}^{(2)} \\
 &= \begin{pmatrix} +1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \left[-\frac{R'_{DC}^{(1)}}{L'_{DC}^{(1)}} \delta i_{DCp}^{(1)} - \frac{1}{L'_{DC}^{(1)}} \left(\delta^* u_{\Sigma,0}^{(1)} + \frac{\delta u_{DCp}^{(1)} + \delta u_{DCn}^{(1)}}{2} \right) \right] \\
 &+ \begin{pmatrix} 0 \\ +1 \\ -1 \end{pmatrix} \left[-\frac{R'_{DC}^{(2)}}{L'_{DC}^{(2)}} \delta i_{DCp}^{(2)} - \frac{1}{L'_{DC}^{(2)}} \left(\delta^* u_{\Sigma,0}^{(2)} + \frac{\delta u_{DCp}^{(2)} + \delta u_{DCn}^{(2)}}{2} \right) \right],
 \end{aligned}$$

KAPITEL 6. ZUSTANDSRÜCKFÜHRUNG ZUR KOMPENSATION AUFRETENDER ABWEICHUNGEN

wobei die Eingangskorrekturen $\delta^* u_{\Sigma,0}^{(a=1,2)}$ bereits durch die Zustandsrückführungen von MMC1 und MMC2 auf derselben Zeitskala $\tau_{DC} = \tau_D = 50\Delta t$ bestimmt sind.

Die Eingangskorrekturen $\delta^* u_{F\beta p}^{(a=1,2,3)}$ werden so bestimmt, dass die Zeitableitung der Lyapunov-Funktion die folgende Form hat:

$$\frac{d}{dt}V(t) = -\frac{1}{\tau_D}V(t) = -\frac{1}{\tau_D}\delta\vec{W}_{Cp}^T\delta\vec{W}_{Cp} = -\frac{1}{\tau_D}\left[\left(\delta W_{Cp}^{(1)}\right)^2 + \left(\delta W_{Cp}^{(2)}\right)^2 + \left(\delta W_{Cp}^{(3)}\right)^2\right] \leq 0. \quad (6.32)$$

Dabei gilt: $\frac{d}{dt}V(t) = 0$ nur dann, wenn $\delta W_{Cp}^{(a=1,2,3)} = 0$. Es ist zu erkennen, dass die Ableitung der Lyapunov-Funktion nicht strikt negativ ist. Daher erzwingt die Zustandsrückführung lediglich das Verfolgen der Solltrajektorien, ohne jedoch eine asymptotische Stabilität von $\delta\vec{W}_{Cp}$ zu garantieren (es wird lediglich Lyapunov-Stabilität sichergestellt).

Mit dem Abklingen der Lyapunov-Funktion auf der langsamen Zeitskala τ_D und der Ausregelung der Stromabweichungen $\delta i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ auf der schnellen Zeitskala τ_d nähert sich die Dynamik der Abweichungen des p-Rings gegen die Ruhelage $(\delta\vec{W}_{Cp}, \delta\vec{i}_{cwp}) = (\vec{0}, \vec{0})$. Aus (6.31) und (6.32) ergeben sich:

$$c_0 + c_1 \delta^* u_{F\beta p}^{(1)} + c_2 \delta^* u_{F\beta p}^{(2)} + c_3 \delta^* u_{F\beta p}^{(3)} = -\frac{1}{\tau_D}\delta\vec{W}_{Cp}^T\delta\vec{W}_{Cp}. \quad (6.33)$$

An dieser Stelle gibt es zwei Fälle zu betrachten:

- **Fall 1:** $c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 > 0$, solange mindestens einer der Koeffizienten c_1, c_2, c_3 ungleich null ist.

Hier kann eine zusätzliche Gütefunktion der Eingangskorrekturen $\delta^* u_{\beta p}^{(a=1,2,3)}$ wie folgt optimiert werden:

$$J = \left(\delta^* u_{\beta p}^{(1)}\right)^2 + \left(\delta^* u_{\beta p}^{(2)}\right)^2 + \left(\delta^* u_{\beta p}^{(3)}\right)^2,$$

unter der Nebenbedingung gemäß Gleichung (6.33):

$$c_1 \delta^* u_{F\beta p}^{(1)} + c_2 \delta^* u_{F\beta p}^{(2)} + c_3 \delta^* u_{F\beta p}^{(3)} = -c_0 - \frac{1}{\tau_D}\delta\vec{W}_{Cp}^T\delta\vec{W}_{Cp}. \quad (6.34)$$

Die Gütefunktion J erreicht ihr Minimum genau dann, wenn

$$\delta^* u_{F\beta p}^{(1/2/3)} = \frac{c_{1/2/3}}{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2} \left(-c_0 - \frac{1}{\tau_D}\delta\vec{W}_{Cp}^T\delta\vec{W}_{Cp}\right), \quad (6.35)$$

was in diesem Fall der Zustandsrückführung entspricht. Die ausführliche Lösung findet sich im Anhang B.8.

- **Fall 2:** $c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 = 0$, wenn alle Koeffizienten c_1, c_2, c_3 gleich null sind.

Dieser Fall ist vernachlässigbar, da ausschließlich die Lyapunov-Stabilität, jedoch keine asymptotische Stabilität für die Energieabweichungen $\delta W_{Cp}^{(a=1,2,3)}$ gewährleistet ist, sodass $\delta\vec{W}_{Cp} = \vec{0}$ kaum erreicht wird. Darüber hinaus ist die Wahrscheinlichkeit, dass die drei Energieabweichungen $\delta W_{Cp}^{(a=1,2,3)}$ genau zu einem Zeitpunkt gleichzeitig auftreten, sodass alle Koeffizienten c_1, c_2, c_3 den Wert null annehmen, vernachlässigbar gering.

6.4 Simulationsergebnisse

6.4.1 Aufbau der Simulation

Zur Validierung der vorgeschlagenen Zustandsrückführungen für die MMC und die PFC wurde eine MATLAB-Simulation entwickelt. Diese Zustandsrückführungen ergänzen sowohl die in Kapitel 4 vorgestellte Vorsteuerung als auch jene aus Kapitel 5. In diesem Abschnitt wird jedoch die zuletzt genannte Vorsteuerung verwendet.

Die Parameter des MVDC-Netzsystems sind gemäß Tabelle 4.4 auf Seite 73 festgelegt. Die AC-Leistungen der AC-Netze im ersten eingeschwungenen Zustand (ss1) können Tabelle 5.2 auf Seite 91 entnommen werden.

Wie bereits in Abschnitt 4.5.2 auf Seite 74 erläutert, stellt der Fall 5 den herausforderndsten betrachteten Fehlerfall dar. Dabei muss der fehlerbehaftete Strom $i_{cwp}^{(3)}$ auf Null reduziert werden, während die internen Ströme $i_{cwp}^{(a=1,2)}$ konstant gehalten werden sollen.

In diesem Abschnitt wird Fall 5 erneut betrachtet. Zusätzlich wird vorgesehen, die aktive AC-Leistung an MMC2 im zweiten eingeschwungenen Zustand auf 60 % zu reduzieren. Ihre Trajektorie folgt dabei einer einfachen S-förmigen Funktion und enthält keinen Pulsbeitrag. Diese Maßnahme dient der Begrenzung des Stroms $i_{ccwp}^{(3)}$ und soll eine Überlastung der entsprechenden Übertragungsleitung vermeiden, da sie in diesem Fall den gesamten DC-Strom des p-Rings zu MMC3 überträgt.

Zur Demonstration der Robustheit der Zustandsrückführung wird in jedem Zeitschritt ein Diskretisierungsfehler von 3 % für die MMC sowie ein Fehler von 7 % für die PFC eingeführt, was einem extremen Fall entspricht, bei dem zu jedem Zeitpunkt derart große Störungen auftreten. Darüber hinaus unterliegen die externen Spannungen $u_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1,2,3)}$ und $u_{DCp/n}^{(a=1,2,3)}$ zu jedem Zeitschritt zufälligen Schwankungen im Bereich von ± 1 % ihres jeweiligen Ausgangswertes.

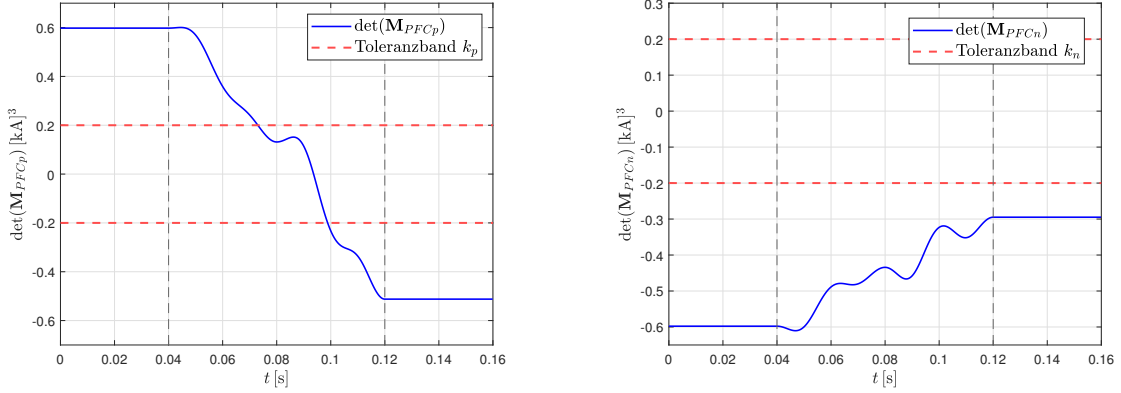
Mit den Simulationsparametern $N_{Trans} = 2$, $T_s = 40$ ms und $t_0 = 40$ ms ergibt sich der Verlauf der Determinante $\det(\mathbf{M}_{PFCp})$, wie in Abbildung 6.2(a) dargestellt. Dabei markieren die beiden senkrechten gestrichelten Linien die Unterteilung der Graphik in drei Bereiche: den ersten eingeschwungenen Zustand (ss1), den Übergang und den zweiten eingeschwungenen Zustand (ss2).

Das Toleranzband wird mit einem Schwellenwert von $k = 0.2$ [kA]³ eingeführt, wobei k je nach praktischer Anwendung variieren kann. Daraus ergibt sich folgende Regelungsstrategie für die PFC im p-Ring:

- Für $|\det(\mathbf{M}_{PFCp})| \geq k$ kommt die erste, einfache Zustandsrückführung zur Kompensation der Abweichungen im unproblematischen Fall zum Einsatz.
- Für $|\det(\mathbf{M}_{PFCp})| < k$ wird die zweite Zustandsrückführung anhand der Lyapunov-Funktion im problematischen Fall angewendet.

Es ist zu beachten, dass im n-Ring kein Erdschluss vorliegt. Zudem ist der n-Ring nur schwach mit dem p-Ring gekoppelt. Daher weist der Verlauf der Determinante $\det(\mathbf{M}_{PFCn})$ keinen Nulldurchgang auf (vgl. Abbildung 6.2(b)) und liegt ganz außerhalb

KAPITEL 6. ZUSTANDSRÜCKFÜHRUNG ZUR KOMPENSATION AUFTRETENDER ABWEICHUNGEN



(a) Verlauf der Determinante $\det(\mathbf{M}_{PFCp})$ im p-Ring.

(b) Verlauf der Determinante $\det(\mathbf{M}_{PFCn})$ im n-Ring.

Abbildung 6.2: Verlauf der Determinanten in den jeweiligen Ringen.

des Toleranzbandes. Folglich kann die erste, einfache Zustandsrückführung zur Kompensation der Abweichungen im gesamten Simulationszeitraum für die PFC im n-Ring angewendet werden.

6.4.2 Fall 5: Übergang zu $i_{cwp}^{(a=3,ss2)} = 0$, $i_{cwp}^{(a=1,2,ss2)} = i_{cwp}^{(a=1,2,ss1)}$, $P_{AC}^{(2,ss2)} = 0.6P_{AC}^{(2,ss1)}$, $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 40 \text{ ms}$

In den folgenden Grafiken stellen die gestrichelten Linien die referenzierten Trajektorien dar und sind in der Legende mit (*ref*) gekennzeichnet, während die durchgezogenen Linien die resultierenden Trajektorien darstellen und mit (*res*) markiert sind.

In Abbildung 6.3 wird der fehlerbehaftete Strom $i_{cwp}^{(3)}$ zu Null gefahren, während die zwei anderen $i_{cwp}^{(a=1,2)}$ konstant gehalten werden. Der Effekt der Kompensation der Stromabweichungen $\delta i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ kann erkannt werden, indem die Ergebnisse aus den Abbildungen 6.3 und 6.4 miteinander verglichen werden. Die geregelten internen DC-Ströme $i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ zeigen lediglich geringe Fluktuationen im Bereich von -10 A bis 10 A , während die ungeregelten Ströme $i_{ccwp}^{(a=1,2,3)}$ deutlich größere Abweichungen von den Solltrajektorien aufweisen. Die geringe Fluktuation im fehlerbehafteten Strom stellt einen Vorteil dar, da die entsprechende Leitung dadurch mithilfe physikalischer Schalter sicher vom Netz getrennt werden kann.

In Abbildung 6.5 sind die DC-Ströme $i_{DCp}^{(a=1,2)}$ an MMC1 und MMC2 dargestellt, wobei der dritte Strom $i_{DCp}^{(a=3)}$ von den beiden anderen abhängt und daher nicht mit aufgeführt ist. Auch diese zeigen nur geringe Fluktuationen, die etwa 5 % ihrer jeweiligen Solltrajektorien betragen.

Abbildung 6.6 zeigt die Energien der MMC. Die Energieabweichungen betragen etwa 5 % der jeweiligen Sollwerte.

In Abbildungen 6.7 und 6.8 sind die aktiven AC-Leistungen $P_{AC}^{(2)}$ und $P_{AC}^{(3)}$ sowie die

KAPITEL 6. ZUSTANDSRÜCKFÜHRUNG ZUR KOMPENSATION AUFRETENDER ABWEICHUNGEN

entsprechenden AC-Ströme dargestellt. Die aktive AC-Leistung an MMC2 $P_{AC}^{(2)}$ wird auf 60% gesunken. Es führt auch zu einer entsprechenden Änderung der aktiven Leistung $P_{AC}^{(3)}$ in dem zweiten eingeschwungenen Zustand (ss2). In den beiden Abbildungen weisen die AC-Ströme nur sehr geringe Abweichungen von ihren Solltrajektorien auf.

Durch den Vergleich der aktiven AC-Leistungen $P_{AC}^{(2)}$ und $P_{AC}^{(3)}$ wird ersichtlich, dass die Fluktuation in $P_{AC}^{(3)}$ größer ist als in $P_{AC}^{(2)}$. Dies lässt sich dadurch erklären, dass die AC-Ströme an MMC1 und MMC2 auf der schnellen Zeitskala τ_{AC} geregelt werden, so dass auch die entsprechenden AC-Leistungen $P_{AC}^{(a=1,2)}$ nur geringe Fluktuationen aufweisen. Die AC-Stromabweichungen an MMC3, $\delta i_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$, hingegen werden nicht vollständig auf der schnellen Zeitskala τ_{AC} ausgeregelt, sondern hängen zusätzlich von der Ausregelung der Energieabweichung $\delta W_{\Sigma,0}^{(3)}$ von MMC3 auf der langsamen Zeitskala τ_{DC} ab. Daher sind die Fluktuationen in der aktiven Leistung $P_{AC}^{(3)}$ größer.

Am interessantesten sind die Abbildungen 6.9 und 6.11, die die Energien der PFC in den p- und n-Ringen zeigen. Dabei werden die PFC-Energien durch ihre Kondensatorspannungen repräsentiert. Abbildung 6.9 zeigt die Kondensatorspannungen der PFC im p-Ring. Da zwischen den beiden Zustandsrückführungen jeweils zu den Zeitpunkten gewechselt wird, an denen der Verlauf von $\det(\mathbf{M}_{PFCp})$ das Toleranzband betritt oder verlässt, ändern sich die Kondensatorspannungen der PFC entsprechend. Dieses Phänomen wird in Abbildung 6.10, in der die Energieabweichungen der PFC im p-Ring dargestellt sind, noch deutlicher sichtbar.

Wird die einfache Zustandsrückführung zur Kompensation der Abweichungen im unproblematischen Fall angewendet, wenn $|\det(\mathbf{M}_{PFCp})| \geq k$ gilt, so sind die Energieabweichungen vernachlässigbar gering.

Kommt hingegen die Zustandsrückführung zur Kompensation der Abweichungen anhand der Lyapunov-Funktion im problematischen Fall zur Anwendung, fluktuieren die Kondensatorspannungen um etwa 1% relativ zu den Sollwerten, wenn die Bedingung $|\det(\mathbf{M}_{PFCp})| < k$ erfüllt ist.

Abbildung 6.11 zeigt die Kondensatorspannungen der PFC im n-Ring. Da die einfache Zustandsrückführung zur Kompensation von Abweichungen im unproblematischen Fall über die gesamte Simulationszeit hinweg angewendet werden kann, weisen die Kondensatorspannungen nur sehr geringe Abweichungen von ihren Solltrajektorien auf, wie in Abbildung 6.12 gezeigt wird.

Abbildung 6.13 zeigt die von den PFC im p-Ring erzeugten treibenden Spannungen. Da deren Beträge kleiner als die jeweiligen Kondensatorspannungen in Abbildung 6.9 sind, liegt keine Eingangsbeschränkung vor. Somit können die PFC im p-Ring die korrigierten Spannungen ohne Einschränkung erzeugen. Die daraus resultierenden Fluktuationen betragen ungefähr 15% des Auslegungswerts von 2 kV.

Zuletzt werden die von den MMC bereitgestellten Eingangsgrößen $u_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3)}$, welche die DC-Stromdynamik antreiben, in Abbildung 6.14 dargestellt. Die daraus resultierenden Fluktuationen betragen maximal 5% der Sollwerte.

KAPITEL 6. ZUSTANDSRÜCKFÜHRUNG ZUR KOMPENSATION AUFTRETENDER ABWEICHUNGEN

$$\text{Fall 5: } \left(i_{cwp}^{(a=1,2,3,ss1)} \right) = \begin{pmatrix} 0.286 \\ 0.960 \\ -1.246 \end{pmatrix} \text{ kA} \rightarrow \left(i_{cwp}^{(a=1,2,3,ss2)} \right) = \begin{pmatrix} 0.286 \\ 0.960 \\ 0.000 \end{pmatrix} \text{ kA}$$

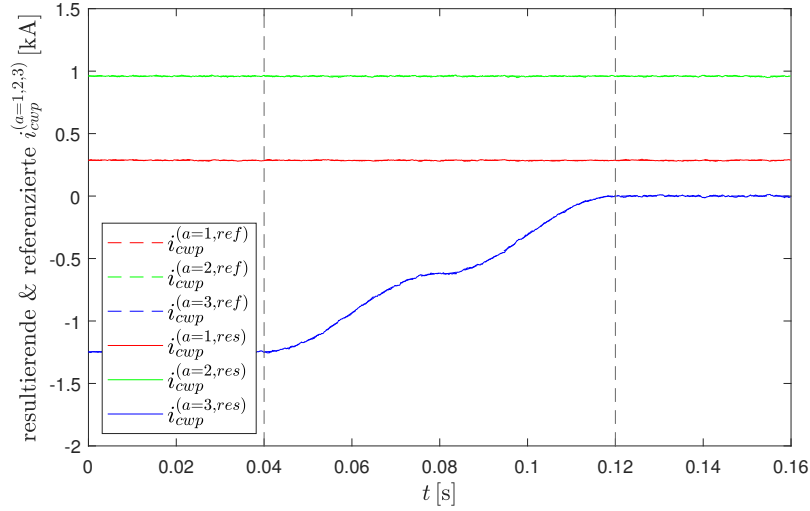


Abbildung 6.3: Fall 5: Interne DC-Ströme $i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ im p-Ring bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 40$ ms, $t_0 = 40$ ms.

$$\text{Fall 5: } \left(i_{ccwp}^{(a=1,2,3,ss1)} \right) = \begin{pmatrix} 1.012 \\ 0.207 \\ -1.220 \end{pmatrix} \text{ kA} \rightarrow \left(i_{ccwp}^{(a=1,2,3,ss2)} \right) = \begin{pmatrix} 1.012 \\ -0.252 \\ -2.01 \end{pmatrix} \text{ kA}$$

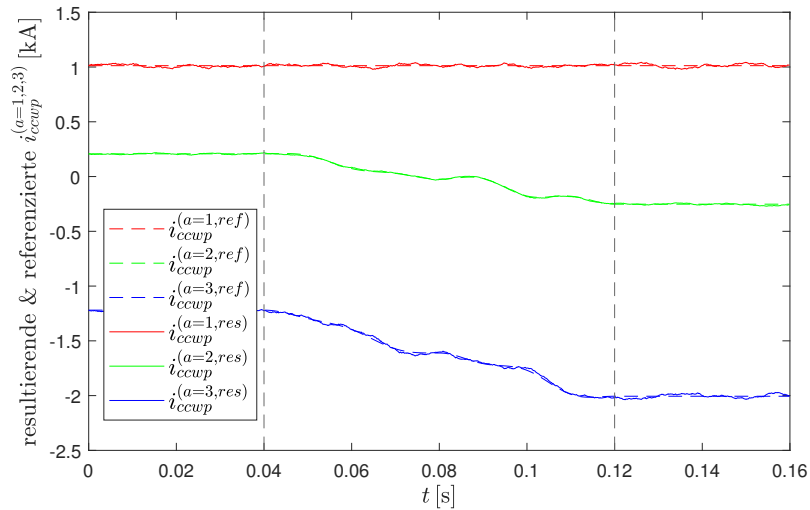


Abbildung 6.4: Fall 5: Interne DC-Ströme $i_{ccwp}^{(a=1,2,3)}$ im p-Ring bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 40$ ms, $t_0 = 40$ ms

KAPITEL 6. ZUSTANDSRÜCKFÜHRUNG ZUR KOMPENSATION AUFTRETENDER ABWEICHUNGEN

Fall 5: $\left(i_{DCp}^{(a=1,2,ss1)}\right) = \begin{pmatrix} 1.298 \\ 1.168 \end{pmatrix} \text{ kA} \rightarrow \left(i_{DCp}^{(a=1,2,ss2)}\right) = \begin{pmatrix} 1.298 \\ 0.708 \end{pmatrix} \text{ kA}$

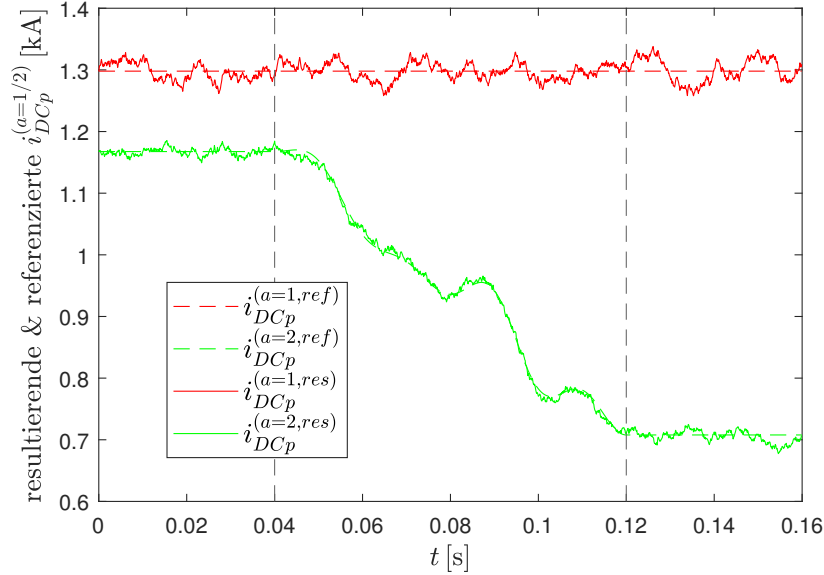


Abbildung 6.5: Fall 5: DC-Ströme $i_{DCp}^{(a=1,2)}$ bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 40 \text{ ms}$, $t_0 = 40 \text{ ms}$

Fall 5: $W_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3,ss1)} = 63.375 \text{ kJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3,ss2)} = 63.375 \text{ kJ}$

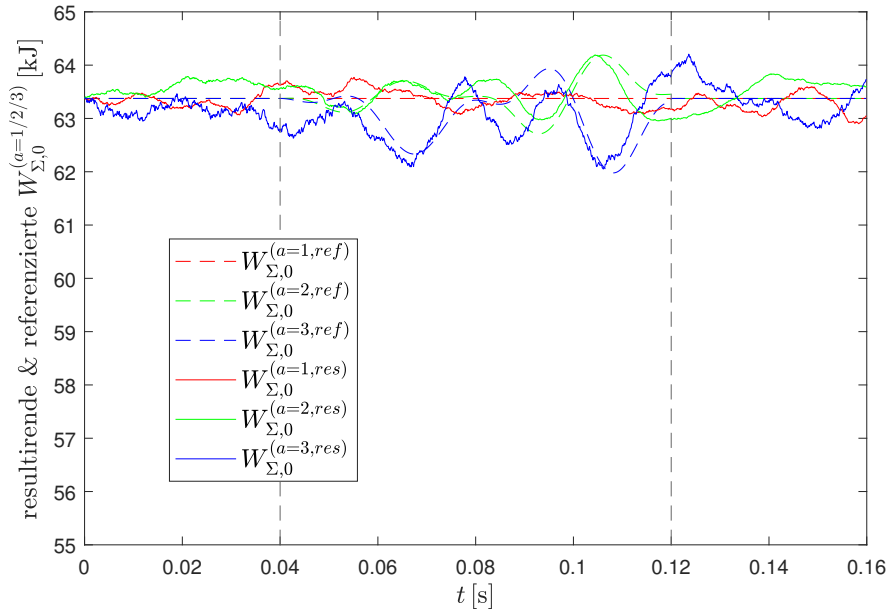


Abbildung 6.6: Fall 5: Die MMC-Energien bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 40 \text{ ms}$, $t_0 = 40 \text{ ms}$

KAPITEL 6. ZUSTANDSRÜCKFÜHRUNG ZUR KOMPENSATION AUFTRETENDER ABWEICHUNGEN

$$\text{Fall 5: } \left(P_{AC}^{(a=1,2,3,ss1)} \right) = \begin{pmatrix} 26.769 \\ 23.890 \\ -46.828 \end{pmatrix} \text{ MW} \rightarrow \left(P_{AC}^{(a=1,2,3,ss2)} \right) = \begin{pmatrix} 26.769 \\ 14.334 \\ -38.212 \end{pmatrix} \text{ MW}$$

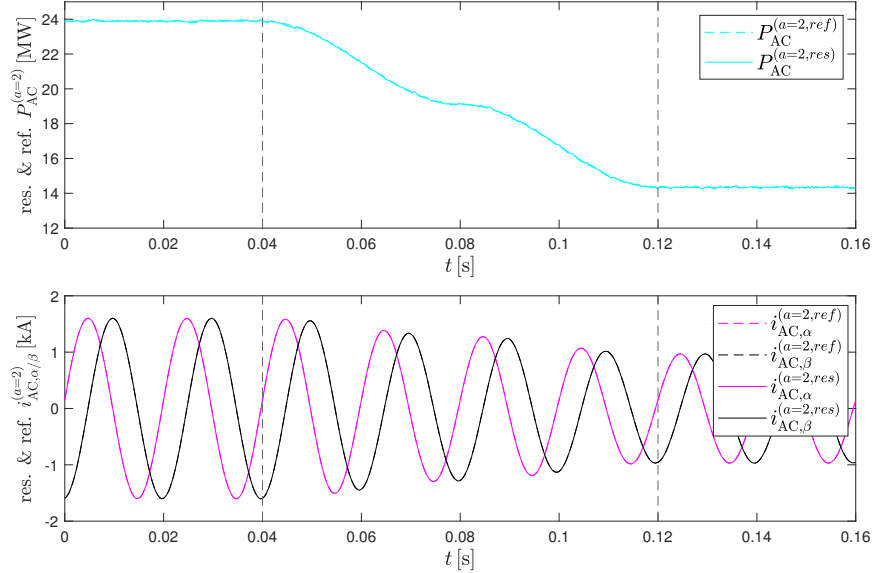


Abbildung 6.7: Fall 5: Die Wirkleistung $P_{AC}^{(2)}$ und die entsprechenden AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}^{(2)}$ bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 40$ ms, $t_0 = 40$ ms

$$\text{Fall 5: } \left(P_{AC}^{(a=1,2,3,ss1)} \right) = \begin{pmatrix} 26.769 \\ 23.890 \\ -46.828 \end{pmatrix} \text{ MW} \rightarrow \left(P_{AC}^{(a=1,2,3,ss2)} \right) = \begin{pmatrix} 26.769 \\ 14.334 \\ -38.212 \end{pmatrix} \text{ MW}$$

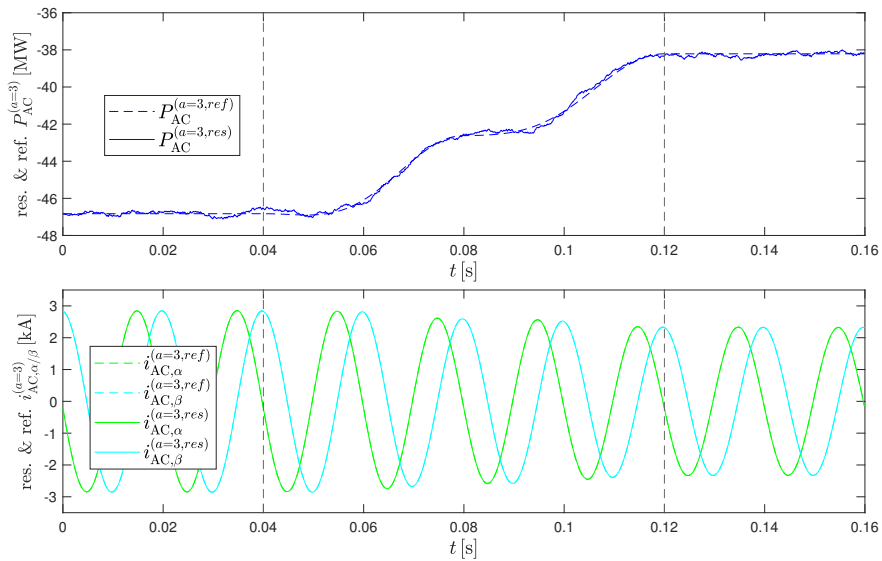


Abbildung 6.8: Fall 5: Die Wirkleistung $P_{AC}^{(3)}$ und die entsprechenden AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$ bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 40$ ms, $t_0 = 40$ ms

KAPITEL 6. ZUSTANDSRÜCKFÜHRUNG ZUR KOMPENSATION
AUFTRETENDER ABWEICHUNGEN

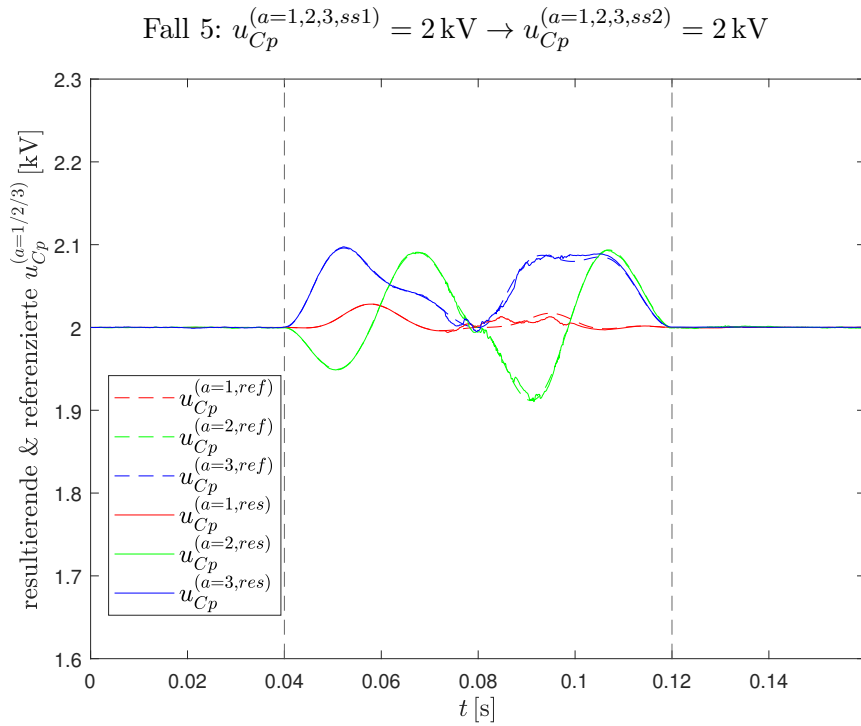


Abbildung 6.9: Fall 5: Die Kondensatorspannungen der PFC im p-Ring bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 40 \text{ ms}$, $t_0 = 40 \text{ ms}$

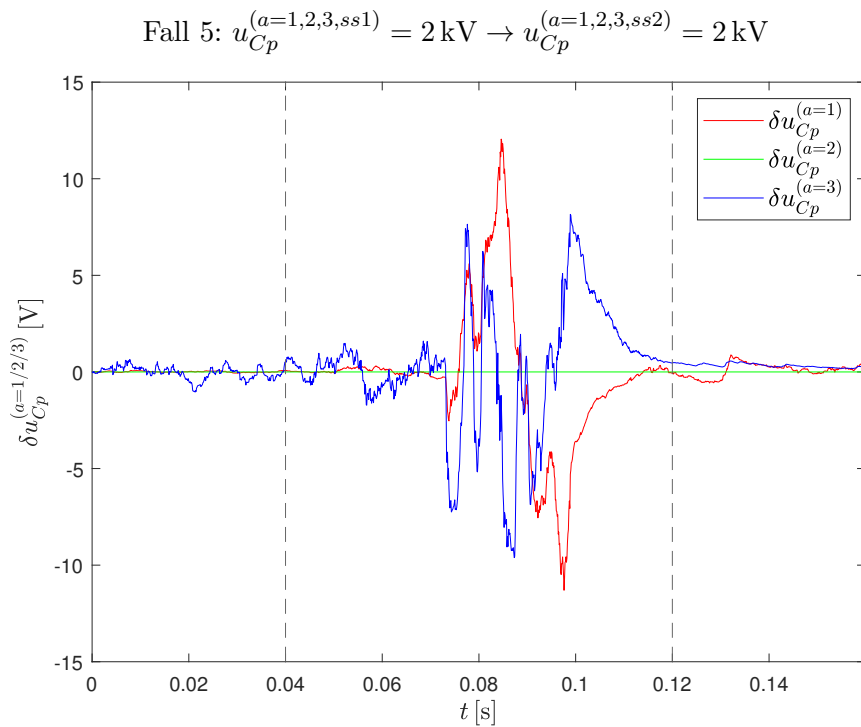


Abbildung 6.10: Fall 5: Abweichungen der Kondensatorspannungen der PFC im p-Ring $\delta u_{Cp}^{(a=1,2,3)}$ bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 40 \text{ ms}$, $t_0 = 40 \text{ ms}$

KAPITEL 6. ZUSTANDSRÜCKFÜHRUNG ZUR KOMPENSATION
AUFTRETENDER ABWEICHUNGEN

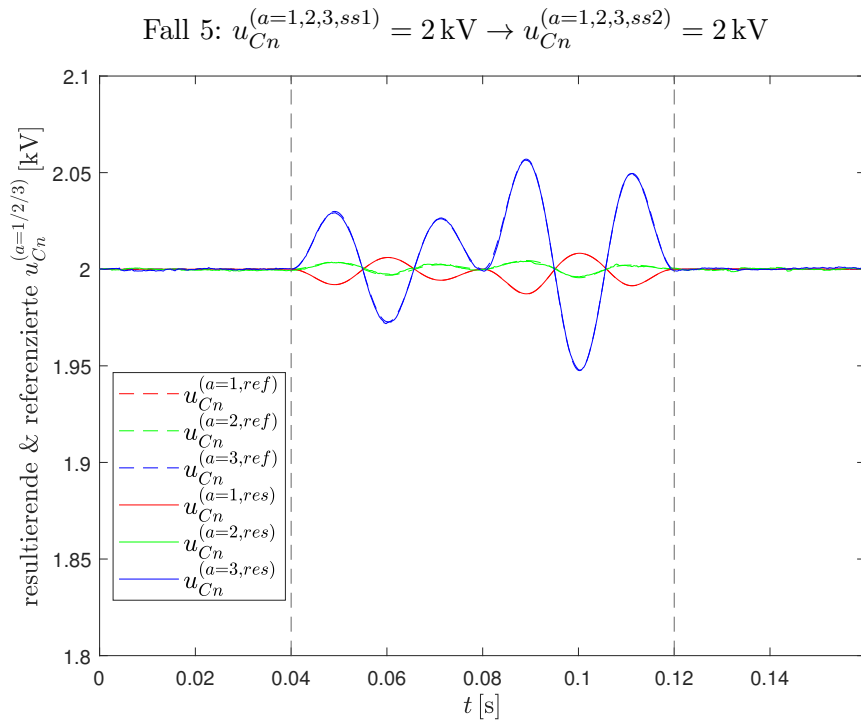


Abbildung 6.11: Fall 5: Die Kondensatorspannungen der PFC im n-Ring bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 40 \text{ ms}$, $t_0 = 40 \text{ ms}$.

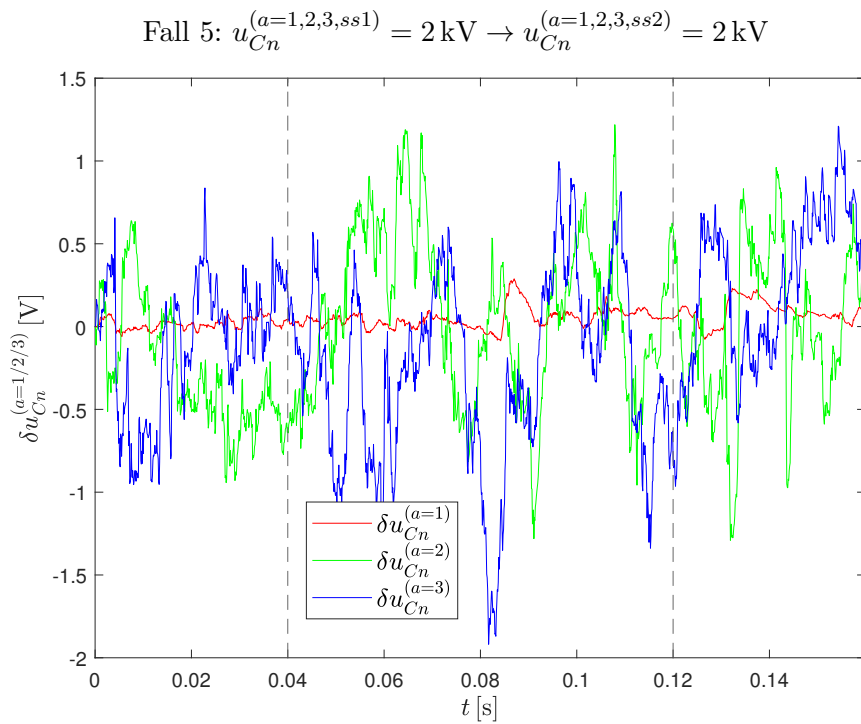


Abbildung 6.12: Fall 5: Abweichungen der Kondensatorspannungen der PFC im n-Ring $\delta u_{C_n}^{(a=1,2,3)}$ bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 40 \text{ ms}$, $t_0 = 40 \text{ ms}$

KAPITEL 6. ZUSTANDSRÜCKFÜHRUNG ZUR KOMPENSATION AUFTRETENDER ABWEICHUNGEN

Fall 5: $\left(\vec{u}_{Fp}^{(ss2)}\right)^T = (0.09, 0.10, 0.09, 0.04, -0.16, 0.00) \text{ kV}$

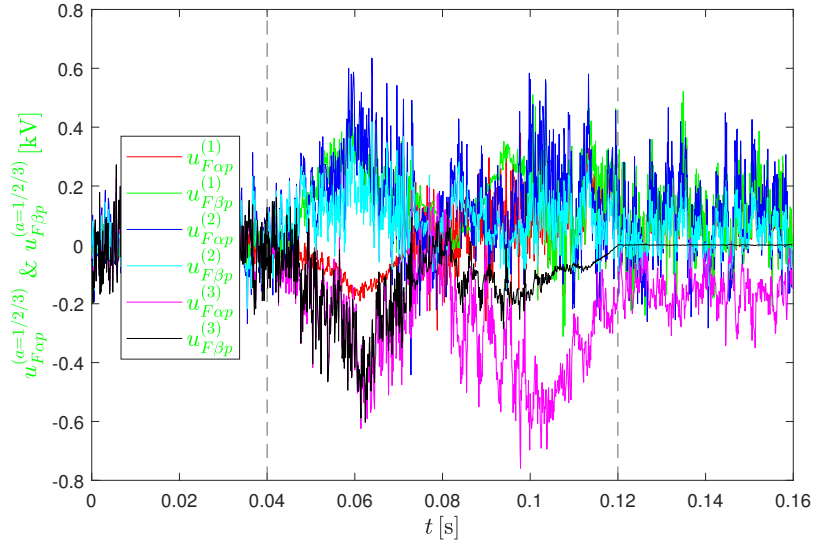


Abbildung 6.13: Fall 5: Die von den PFC im p-Ring bereitgestellten Spannungen bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 40 \text{ ms}$, $t_0 = 40 \text{ ms}$

Fall 5: $\left(u_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3,ss1)}\right) = \begin{pmatrix} -10.069 \\ -10.058 \\ -9.756 \end{pmatrix} \text{ kV} \rightarrow \left(u_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3,ss2)}\right) = \begin{pmatrix} -10.069 \\ -10.058 \\ -9.738 \end{pmatrix} \text{ kV}$

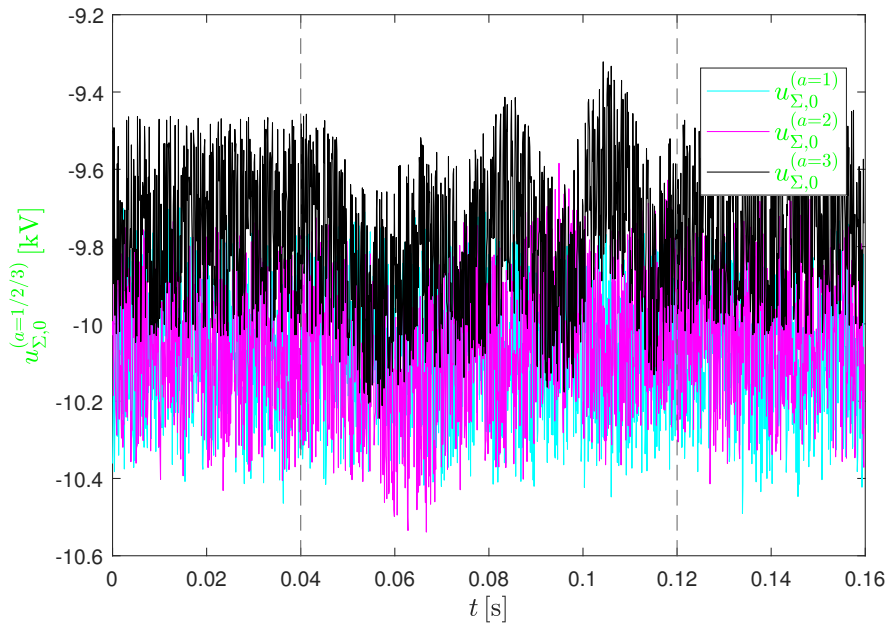


Abbildung 6.14: Fall 5: Die von den MMC bereitgestellten Spannungen bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 40 \text{ ms}$, $t_0 = 40 \text{ ms}$

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

Mit der Entwicklung moderner leistungselektronischer Umrichter wie MMC und PFC kann ein vermaschtes MVDC-Netz vollständig elektronisch und bei hoher Geschwindigkeit geregelt werden. Dadurch eröffnen sich neue Möglichkeiten für den fehlertoleranten Betrieb von MVDC-Übertragungssystemen. In dieser Arbeit wird eine neuartige Regelung mit zwei Freiheitsgraden (bestehend aus Vorsteuerung und Rückführung) vorgestellt, um einige dieser Herausforderungen zu bewältigen. Der in dieser Arbeit betrachtete Fehlertyp ist ein einzelner Erdschluss (Pol-zu-Erde-Fehler).

Die Arbeit beginnt in Kapitel 2 mit der Modellierung und der Herleitung der Dynamik des MVDC-Netzsystems. Dabei ist zu beachten, dass die interne Energieverteilung innerhalb eines MMC zwischen dessen Armen vom Leistungsaustausch zwischen den an das MMC gekoppelten Netzen entkoppelt betrachtet werden kann. Daher wird in dieser Arbeit lediglich die Gesamtenergie des MMC berücksichtigt, da der Fokus auf der Regelung des MVDC-Netzes liegt.

In Kapitel 3 erfolgt anschließend die Berechnung der eingeschwungenen Zustände für verschiedene Szenarien, einschließlich des normalen und des fehlerbehafteten Betriebs. In manchen Fällen können die eingeschwungenen Zustände analytisch bestimmt werden, andernfalls müssen sie aufgrund der hohen Anzahl nichtlinearer Gleichungen numerisch berechnet werden.

In Kapitel 4 und 5 werden zwei Vorsteuerungsansätze vorgestellt, mit denen das MVDC-Netzsystem im Fall eines Erdschlusses in einen neuen eingeschwungenen Zustand schnell überführt wird. In diesem Zustand wird der fehlerbehaftete Strom auf null eingefroren, sodass die betroffene Leitung mithilfe eines einfachen physikalischen Schalters vom DC-Netz anschließend getrennt werden kann, ohne dass teure DC-Leistungsschalter erforderlich sind. Dabei werden die Energieinhalte der MMC und PFC direkt gesteuert, wodurch nach dem Übergang keine Transienten oder Einschwingvorgänge auftreten. Obwohl die oben genannten Vorsteuerungsansätze auf demselben Prinzip beruhen – nämlich darauf, die Leistungsflüsse innerhalb des MVDC-Netzes zur Energiesteuerung der PFC zu beeinflussen –, unterscheiden sie sich in der Art des Eingriffs. Die in Kapitel 4 vorgestellte Vorsteuerung entwirft ausschließlich Stromtrajektorien, aus denen anschließend durch zeitliche Ableitung die Eingänge (hier die treibenden PFC-Spannungen) gewonnen werden, während die in Kapitel 5 dargestellte Vorsteuerung die Trajektorien der treibenden PFC-Spannungen direkt festlegt.

Die Simulationsergebnisse in Kapitel 4 bestätigen die Fähigkeit der Methode, einen Erdschluss in einer beliebigen Leitung des MVDC-Netzes zu beheben. Der Nachteil dieser Methode besteht jedoch in der aufwändigen Suche nach den geeigneten treibenden PFC-Spannungen für jeden Erdfehlerfall. Darüber hinaus erfolgt die Reduzierung der hohen Ströme im DC-Netz auf null relativ langsam.

Der in Kapitel 5 vorgestellte verbesserte Ansatz behebt die beiden oben genannten Probleme des Ansatzes aus Kapitel 4. Die neue Methode entlastet die PFC erheblich, da alle treibenden PFC-Spannungen auf ausgewogene Weise ausgenutzt werden und die Energieoszillationen in den PFC dadurch reduziert werden. Dies führt außerdem zu einer deutlich kürzeren Übergangsdauer. Die Simulationsergebnisse von Fall 5 - dem schwersten betrachteten Fehlerfall - in Kapitel 4 und 5 bestätigen diese Behauptung: Selbst bei erhöhter aktiver AC-Leistungszufuhr erreicht der fehlerbehaftete Strom in Kapitel 5 den Wert Null in nur 80 ms, was fast 10-mal schneller ist als mit der Vorsteuerungsmethode aus Kapitel 4, während die Oszillation der Kondensatorspannungen nur 10% beträgt.

Es ist zu beachten, dass die in Kapitel 4 entwickelte Vorsteuerung eigentlich auf der minimalen Konfiguration des MVDC-Netzes entwickelt wurde [17], wo die Anzahl der verfügbaren Eingangsgrößen kleiner als die Anzahl der zu steuernden Variablen ist. In der erweiterten Konfiguration mit mehr PFC sollte hingegen die in Kapitel 5 entwickelte Vorsteuerung angewendet werden. Darüber hinaus müssen die Parameter des Übergangs, wie die Anzahl der Teilübergänge sowie die Dauer der einzelnen Teilübergänge, im Rahmen dieser Arbeit durch Erprobung optimiert werden. Für praktische Anwendungen kann eine Lookup-Tabelle erstellt werden, um eine automatische Bestimmung der geeigneten Parameter zu ermöglichen.

In Kapitel 6 wird die stabilisierende Zustandsrückführung für die MMC und PFC vorgeschlagen, um ungewollte Abweichungen von der gewünschten Trajektorie zu kompensieren. Eine mehrstufige Regelungsstruktur in verschiedenen Zeitskalen ermöglicht die vollständige Regelung aller Zustandsvariablen, wobei alle Eingangsgrößen ausgenutzt werden. Die Regelungsmethode für MMC3 wird erweitert, indem seine Energie über das AC-Netz geregelt wird. Für die PFC wurden zwei Zustandsrückführungen entwickelt, da eine direkte Zuordnung der Eingangsgrößen zu den Regelgrößen während des Übergangs nicht immer möglich ist. Zur Lösung dieses Problems wird ein Toleranzband eingeführt, das einen effizienten Wechsel zwischen den beiden Ansätzen erlaubt.

Die Simulationsergebnisse in MATLAB zeigen ein enges Nachverfolgen der Solltrajektorien, trotz Diskretisierungsfehlern der Stellglieder und zufälliger Störungen in den externen Spannungsquellen. Auf diese Weise konnte mittels MATLAB-Simulation die erfolgreiche Funktion der schnellen Vorsteuerung sowie der stabilisierenden Zustandsrückführung nachgewiesen werden.

Zur Übertragung der in dieser Arbeit vorgestellten Zwei-Freiheits-Regelung auf zukünftige MVDC-Netze erweist sich die Methode als besonders vorteilhaft, da sie nicht auf einem konventionellen Regelungsansatz basiert – insbesondere im Hinblick auf die PFC, bei denen keine direkte Zuordnung der Eingangsgrößen zu den Regelgrößen erforderlich ist. Damit können die PFC in einem zukünftigen DC-Netz mit dieser Methode an beliebigen Knoten platziert werden, was eine bessere Anpassungsfähigkeit und Skalierbarkeit des Netzes ermöglicht.

Als Ausblick auf mögliche Erweiterungen können folgende Punkte betrachtet wer-

den. In dieser Arbeit wird die Optimierung des Trajektorienentwurfs in Kapitel 4 im Hinblick auf geringe Energieoszillationen der PFC nicht behandelt, da alle Freiheitsgrade bereits vollständig für die präzise Energiesteuerung genutzt werden. Es lässt sich jedoch argumentieren, dass die PFC deutlich weniger Energie speichern als die MMC und ihnen daher bei der Energiesteuerung Vorrang einzuräumen ist. Die Optimierungsaufgabe zur Reduzierung der Energieoszillationen der PFC während des Übergangs bleibt somit ein offenes Thema für zukünftige Untersuchungen. Darüber hinaus sollte auf Grundlage des vorgestellten zentralisierten Regelungskonzepts auch ein dezentrales Konzept entwickelt werden, da zentralisierte Regelungsansätze einen hohen Kommunikationsbedarf aufweisen und in der Praxis zusätzliche Faktoren wie Latenzen oder Paketverluste in der Kommunikation auftreten können.

Die Ergebnisse dieser Arbeit stützen sich derzeit ausschließlich auf Simulationen. Daher ist es für künftige Studien erforderlich, die Resultate durch experimentelle Untersuchungen zu überprüfen, um ihre praktische Anwendbarkeit zu gewährleisten.

Anhang A

Berechnung des eingeschwungenen Zustands mit frei wählbaren Zielströmen

A.1 Eingeschwungener Zustand bei Spannungseinspeisung durch einen PFC im p-Ring

Exemplarisch wird der Fehlerfall betrachtet, bei dem ein Erdschluss in der Leitung auftritt, durch die der Strom $i_{cwp}^{(1)}$ fließt. Durch die Einspeisung des PFC1 im p-Ring ist es jedoch nicht nur möglich, diesen fehlerbehafteten Strom $i_{cwp}^{(1,ss)}$ im eingeschwungenen Zustand auf null zu halten – wie bereits in Abschnitt 3.2 analytisch gezeigt wurde –, sondern ihn auch gezielt auf einen von Null verschiedenen Wert κ einzustellen, sodass $i_{cwp}^{(1,ss)} = \kappa$ gilt. Letzteres ist jedoch nicht analytisch lösbar und muss daher numerisch berechnet werden, beispielsweise mithilfe der Newton-Raphson-Methode.

Es gilt weiterhin, dass $u_{DCp}^{(1,ss)} = 0$ ist und $u_{DCn}^{(1,ss)}$ aufgrund des Erdschlusses im p-Ring die gesamte Spannung zwischen den beiden Übertragungsleitungen tragen muss.

Im Unterabschnitt 3.2 auf Seite 47 wurden bereits zehn Gleichungen zusammen mit den entsprechenden zehn Variablen aufgestellt:

$$\left\{ i_{DCp}^{(1,ss)}, i_{DCp}^{(2,ss)}, \hat{i}_{AC}^{(3,ss)}, i_{cwp}^{(2,ss)}, i_{cwp}^{(3,ss)}, i_{cwn}^{(1,ss)}, i_{cwn}^{(2,ss)}, i_{cwn}^{(3,ss)}, u_{F\alpha p}^{(1,ss)}, u_{F\beta p}^{(1,ss)} \right\}.$$

Der Ablauf der Berechnung wird in Abbildung A.1 veranschaulicht. Dabei ist zu beachten, dass die Berechnung von $i_{DCp}^{(1,ss)}$ in Schritt 1 und die Berechnung von $\hat{i}_{AC}^{(3,ss)}$ in Schritt 3 weiterhin analytisch lösbar und analog zu Abschnitt 3.2 sind. Aus diesem Grund werden sie im Folgenden nicht erneut dargestellt.

Alle nichtlinearen Gleichungen werden in Schritt 2 betrachtet, und zwar im Zusammenhang mit der Energiebilanz von MMC2 sowie derjenigen von PFC1 im p-Ring. Zur besseren Übersicht werden die acht Unbekannten in Schritt 2 wie folgt definiert:

$$\vec{x}^T = (x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_8)$$

ANHANG A. BERECHNUNG DES EINGESCHWUNGENEN ZUSTANDS MIT FREI WÄHLBAREN ZIELSTRÖMEN

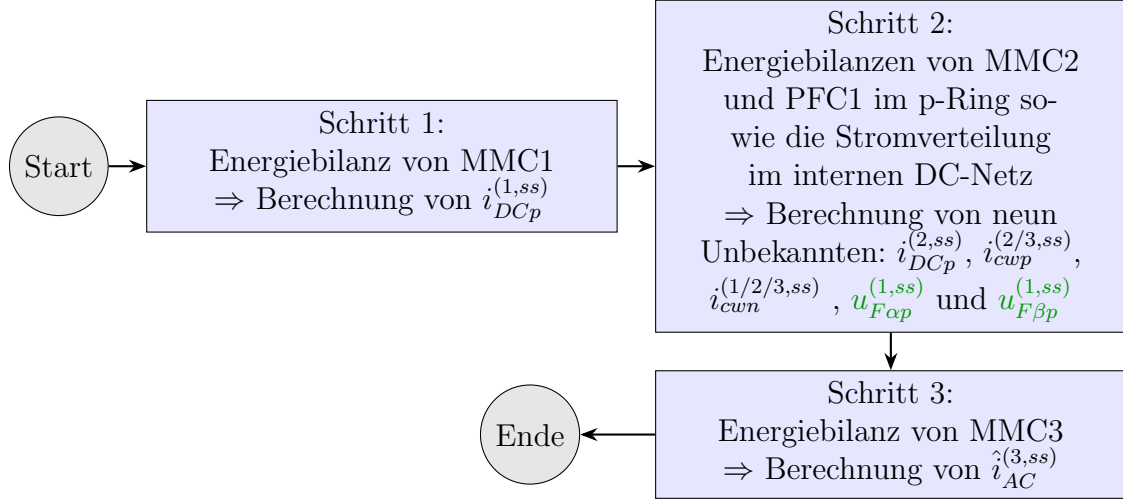


Abbildung A.1: Ablauf der Berechnung des eingeschwungenen Zustands bei der Spannungseinspeisung durch PFC1 im p-Ring mit frei wählbaren Zielstrom $i_{cwp}^{(1,ss)}$

wobei gilt:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= i_{DCp}^{(2,ss)}, & x_2 &= i_{cwp}^{(2,ss)}, & x_3 &= i_{cwp}^{(3,ss)}, & x_4 &= i_{cwn}^{(1,ss)}, \\
 x_5 &= i_{cwn}^{(2,ss)}, & x_6 &= i_{cwn}^{(3,ss)}, & x_7 &= u_{F\alpha p}^{(1,ss)}, & x_8 &= u_{F\beta p}^{(1,ss)}
 \end{aligned}$$

Die acht zugehörigen Gleichungen für \vec{x} werden in einem Vektor $\vec{f}_{8 \times 1}(\vec{x}) = \vec{0}_{8 \times 1}$ zusammengefasst. Die einzelnen Einträge dieses Vektors werden aus den folgenden Beziehungen abgeleitet:

$$\begin{aligned}
 f_1(\vec{x}) &\rightarrow \text{Energiebilanz von MMC2} \\
 f_2(\vec{x}) &\rightarrow \text{Energiebilanz von PFC1 im p-Ring} \\
 f_3(\vec{x}), f_4(\vec{x}), f_5(\vec{x}) &\rightarrow \text{Stromverteilung im p-Ring} \\
 f_6(\vec{x}), f_7(\vec{x}), f_8(\vec{x}) &\rightarrow \text{Stromverteilung im n-Ring}
 \end{aligned}$$

Die Herleitung dieser acht Gleichungen erfolgt im Folgenden:

- Zunächst wird die Energiebilanz von MMC2 betrachtet. Da es sich hier um Schritt 2 handelt, ist der Strom $i_{DCp}^{(1,ss)}$ bereits bekannt. Da die Spannungen $u_{DCp/n}^{(2,ss)}$ von $u_{DCp/n}^{(1,ss)}$ abhängig sind, werden ihre Gleichungen aufgrund der Gleichung (3.12) auf Seite 48 in Abhängigkeit der neuen Variablen \vec{x} sowie der Vorgabe $i_{cwp}^{(1,ss)} = \kappa$ umformuliert:

$$\begin{aligned}
 u_{DCp}^{(2,ss)} &= u_{DCp}^{(1,ss)} - (\mathbf{R}_{cw})_{1,:} \begin{pmatrix} \kappa \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + [(\mathbf{R}_{e0})_{1,1} - (\mathbf{R}_{e0})_{1,3}] i_{DCp}^{(1,ss)} \\
 &+ [(\mathbf{R}_{e0})_{1,2} - (\mathbf{R}_{e0})_{1,3}] x_1 - (\mathbf{M}_u)_{1,1} x_7 - (\mathbf{M}_u)_{1,2} x_8,
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Analog ergibt sich folgende Gleichung für $u_{DCn}^{(2,ss)}$:

$$u_{DCn}^{(2,ss)} = u_{DCn}^{(1,ss)} + (\mathbf{R}_{cw})_{1,:} \begin{pmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} + [(\mathbf{R}_{e0})_{1,1} - (\mathbf{R}_{e0})_{1,3}] i_{DCp}^{(1,ss)} + [(\mathbf{R}_{e0})_{1,2} - (\mathbf{R}_{e0})_{1,3}] x_1.$$

ANHANG A. BERECHNUNG DES EINGESCHWUNGENEN ZUSTANDS MIT FREI WÄHLBAREN ZIELSTRÖMEN

Daraus lässt sich die Energiebilanz von MMC2 wie folgt formulieren:

$$\begin{aligned}
0 &= +\frac{1}{4}\hat{u}_{AC}^{(2)}\hat{i}_{AC}^{(2,ss)}\cos\varphi_{AC} - \frac{R'_{AC}}{4}\left(\hat{i}_{AC}^{(2,ss)}\right)^2 - \frac{1}{6}\left(u_{DCp}^{(2,ss)} + u_{DCn}^{(2,ss)}\right)i_{DCp}^{(2,ss)} - \frac{R'_{DC}}{3}\left(i_{DCp}^{(2,ss)}\right)^2 \\
&= +\frac{1}{4}\hat{u}_{AC}^{(2)}\hat{i}_{AC}^{(2,ss)}\cos\varphi_{AC} - \frac{R'_{AC}}{4}\left(\hat{i}_{AC}^{(2,ss)}\right)^2 \\
&\quad - \frac{1}{3}\left[\left(\mathbf{R}_{e0}\right)_{1,1} - \left(\mathbf{R}_{e0}\right)_{1,3}\right]i_{DCp}^{(1,ss)}x_1 \\
&\quad - \frac{1}{6}\left[\left(u_{DCp}^{(1,ss)} + u_{DCn}^{(1,ss)}\right) - \left(\mathbf{R}_{cw}\right)_{1,:}\begin{pmatrix}\kappa \\ x_2 \\ x_3\end{pmatrix} + \left(\mathbf{R}_{cw}\right)_{1,:}\begin{pmatrix}x_4 \\ x_5 \\ x_6\end{pmatrix}\right]x_1 \\
&\quad + \frac{1}{6}\left[\left(\mathbf{M}_u\right)_{1,1}x_7 + \left(\mathbf{M}_u\right)_{1,2}x_8\right]x_1 + \left[-\frac{R'_{DC}}{3} - \frac{\left(\mathbf{R}_{e0}\right)_{1,2} - \left(\mathbf{R}_{e0}\right)_{1,3}}{3}\right]x_1^2 \stackrel{!}{=} f_1(\vec{x})
\end{aligned} \tag{A.2}$$

- Nun wird die Energiebilanz des PFC1 im p-Ring betrachtet. Die entsprechende Gleichung lautet:

$$0 = i_{cwp}^{(1,ss)}u_{F\alpha p}^{(1,ss)} + \left(i_{DCp}^{(2,ss)} - i_{cwp}^{(2,ss)}\right)u_{F\beta p}^{(1,ss)} = \kappa x_7 + (x_1 - x_2)x_8 \stackrel{!}{=} f_2(\vec{x}) \tag{A.3}$$

- Schließlich werden sechs Gleichungen hergeleitet, die die interne Stromverteilung im eingeschwungenen Zustand darstellen:

$$\begin{aligned}
\vec{0}_{3\times 1} &= -\mathbf{R}_{rcw}\vec{i}_{cwp}^{(ss)} + \mathbf{R}_{re0}\vec{i}_{DCp}^{(ss)} + \mathbf{M}_{pf}\vec{u}_{Fp}^{(ss)} \\
&= -\mathbf{R}_{rcw}\begin{pmatrix}\kappa \\ x_2 \\ x_3\end{pmatrix} + \left[\left(\mathbf{R}_{re0}\right)_{:,1} - \left(\mathbf{R}_{re0}\right)_{:,3}\right]i_{DCp}^{(1,ss)} + \left[\left(\mathbf{R}_{re0}\right)_{:,2} - \left(\mathbf{R}_{re0}\right)_{:,3}\right]x_1 \\
&\quad + \left(\mathbf{M}_{pf}\right)_{:,1}x_7 + \left(\mathbf{M}_{pf}\right)_{:,2}x_8 \\
&\stackrel{!}{=} \begin{pmatrix}f_3(\vec{x}) \\ f_4(\vec{x}) \\ f_5(\vec{x})\end{pmatrix}, \\
\vec{0}_{3\times 1} &= -\mathbf{R}_{rcw}\vec{i}_{cwn}^{(ss)} - \mathbf{R}_{re0}\vec{i}_{DCp}^{(ss)} + \overbrace{\mathbf{M}_{pf}\vec{u}_{Fn}^{(ss)}}^{\vec{0}_{3\times 1}} \\
&= -\mathbf{R}_{rcw}\begin{pmatrix}x_4 \\ x_5 \\ x_6\end{pmatrix} - \left[\left(\mathbf{R}_{re0}\right)_{:,1} - \left(\mathbf{R}_{re0}\right)_{:,3}\right]i_{DCp}^{(1,ss)} - \left[\left(\mathbf{R}_{re0}\right)_{:,2} - \left(\mathbf{R}_{re0}\right)_{:,3}\right]x_1 \\
&\stackrel{!}{=} \begin{pmatrix}f_6(\vec{x}) \\ f_7(\vec{x}) \\ f_8(\vec{x})\end{pmatrix},
\end{aligned} \tag{A.4}$$

wobei $\left(\vec{u}_{Fp}^{(ss)}\right)^T = \left(u_{F\alpha p}^{(1,ss)} \quad u_{F\beta p}^{(1,ss)} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\right)$ und $\vec{u}_{Fn}^{(ss)} = \vec{0}_{6\times 1}$.

Im Folgenden wird die Theorie des Newton-Raphson-Verfahrens kurz erläutert.

ANHANG A. BERECHNUNG DES EINGESCHWUNGENEN ZUSTANDS MIT FREI WÄHLBAREN ZIELSTRÖMEN

Das Newton-Raphson-Verfahren kann auf Systeme nichtlinearer Gleichungen in mehreren Variablen erweitert werden. Gegeben sei eine stetig differenzierbare Vektorfunktion

$$\vec{g} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, \quad \vec{z} \mapsto \vec{g}(\vec{z}),$$

deren Nullstelle \vec{z}^* mit $\vec{g}(\vec{z}^*) = \vec{0}$ gesucht wird. Ausgehend von einer Startnäherung \vec{z}_0 ergibt sich die folgende Iterationsvorschrift:

$$\vec{z}_{k+1} = \vec{z}_k - \mathbf{J}_{\vec{g}}(\vec{z}_k)^{-1} \cdot \vec{g}(\vec{z}_k),$$

wobei $\mathbf{J}_{\vec{g}}(\vec{z}_k) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ die Jacobi-Matrix von \vec{g} an der Stelle \vec{z}_k ist, definiert als

$$\mathbf{J}_{\vec{g}}(\vec{z}) = \begin{bmatrix} \frac{dg_1}{dz_1} & \cdots & \frac{dg_1}{dz_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{dg_n}{dz_1} & \cdots & \frac{dg_n}{dz_n} \end{bmatrix}.$$

Voraussetzungen für die lokale quadratische Konvergenz des Newton-Raphson-Verfahrens sind, dass \vec{g} stetig differenzierbar ist, die Jacobi-Matrix in der Umgebung der Lösung regulär bleibt und die Startnäherung \vec{z}_0 hinreichend nahe an der gesuchten Nullstelle gewählt wird.

Zurück zum Gleichungssystem $\vec{f}(\vec{x}) = \vec{0}$ in diesem Abschnitt wird nun die Jacobi-Matrix $\mathbf{J}_{\vec{f}}(\vec{x})$ gerechnet:

$$\mathbf{J}_{\vec{f}}(\vec{x}) = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{dx_1} & \cdots & \frac{df_1}{dx_8} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{df_8}{dx_1} & \cdots & \frac{df_8}{dx_8} \end{bmatrix},$$

wobei die Einträge der Jacobi-Matrix sind:

$$\begin{aligned} \frac{df_1(\vec{x})}{dx_1} &= -\frac{1}{3} \left[(\mathbf{R}_{e0})_{1,1} - (\mathbf{R}_{e0})_{1,3} \right] i_{DCp}^{(1,ss)} \\ &\quad - \frac{1}{6} \left[\left(u_{DCp}^{(1,ss)} + u_{DCn}^{(1,ss)} \right) - (\mathbf{R}_{cw})_{1,:} \begin{pmatrix} \kappa \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + (\mathbf{R}_{cw})_{1,:} \begin{pmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} \right] \\ &\quad + \frac{1}{6} \left[(\mathbf{M}_u)_{1,1} x_7 + (\mathbf{M}_u)_{1,2} x_8 \right] + \left[-\frac{R_{DC}'^{(2)}}{3} - \frac{(\mathbf{R}_{e0})_{1,2} - (\mathbf{R}_{e0})_{1,3}}{3} \right] 2x_1, \\ \frac{df_1(\vec{x})}{dx_2} &= +\frac{(\mathbf{R}_{cw})_{1,2}}{6} x_1, \quad \frac{df_1(\vec{x})}{dx_3} = +\frac{(\mathbf{R}_{cw})_{1,3}}{6} x_1, \\ \frac{df_1(\vec{x})}{dx_4} &= -\frac{(\mathbf{R}_{cw})_{1,1}}{6} x_1, \quad \frac{df_1(\vec{x})}{dx_5} = -\frac{(\mathbf{R}_{cw})_{1,2}}{6} x_1, \quad \frac{df_1(\vec{x})}{dx_6} = -\frac{(\mathbf{R}_{cw})_{1,3}}{6} x_1, \\ \frac{df_1(\vec{x})}{dx_7} &= \frac{(\mathbf{M}_u)_{1,1}}{6} x_1, \quad \frac{df_1(\vec{x})}{dx_8} = \frac{(\mathbf{M}_u)_{1,2}}{6} x_1, \\ \frac{df_2(\vec{x})}{dx_1} &= x_8, \quad \frac{df_2(\vec{x})}{dx_2} = -x_8, \quad \frac{df_2(\vec{x})}{dx_3} = \frac{df_2(\vec{x})}{dx_4} = \frac{df_2(\vec{x})}{dx_5} = \frac{df_2(\vec{x})}{dx_6} = 0, \\ \frac{df_2(\vec{x})}{dx_7} &= \kappa, \quad \frac{df_2(\vec{x})}{dx_8} = x_1 - x_2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\vec{x}} \begin{pmatrix} f_3(\vec{x}) \\ f_4(\vec{x}) \\ f_5(\vec{x}) \end{pmatrix} &= [(\mathbf{R}_{re0})_{:,2} - (\mathbf{R}_{re0})_{:,3} \mid -(\mathbf{R}_{rcw})_{:,2} \mid -(\mathbf{R}_{rcw})_{:,3} \mid \mathbf{0}_{3 \times 3} \mid (\mathbf{M}_{pf})_{:,1} \mid (\mathbf{M}_{pf})_{:,2}]_{3 \times 8}, \\ \frac{d}{d\vec{x}} \begin{pmatrix} f_6(\vec{x}) \\ f_7(\vec{x}) \\ f_8(\vec{x}) \end{pmatrix} &= [-(\mathbf{R}_{re0})_{:,2} + (\mathbf{R}_{re0})_{:,3} \mid \mathbf{0}_{3 \times 2} \mid -\mathbf{R}_{rcw} \mid \mathbf{0}_{3 \times 2}]_{3 \times 8}. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Als Startwert wird $\vec{x}_0 = \vec{0}_{8 \times 1}$ gewählt. Dieser Ansatz ist physikalisch sinnvoll, da die Lösung in der Nähe des Nullvektors liegt, d. h. die Beträge der Ströme möglichst klein sind. Die Iterationsvorschrift lautet:

$$\vec{x}_{k+1} = \vec{x}_k - \mathbf{J}_{\vec{f}}(\vec{x}_k)^{-1} \cdot \vec{f}(\vec{x}_k).$$

Nach wenigen Iterationen ergibt sich eine zufriedenstellende Näherungslösung $\vec{x}^{(ss)}$ für das obenstehende Gleichungssystem.

A.2 Eingeschwungener Zustand bei Spannungseinspeisung durch drei PFC

In diesem Abschnitt wird derselbe Fehlerfall wie im vorherigen Abschnitt betrachtet, bei dem ein Erdschluss in der Leitung auftritt, durch die der Strom $i_{cwp}^{(1)}$ fließt. Durch die gleichzeitige Einspeisung aller PFC im p-Ring kann jedoch im Fehlerfall nicht nur dieser fehlerbehaftete Strom, sondern auch die beiden weiteren internen Ströme $i_{cwp}^{(2,ss)}$ und $i_{cwp}^{(3,ss)}$ unabhängig voneinander auf von null verschiedene Werte eingestellt werden. Insgesamt gilt somit

$$\vec{i}_{cwp}^{(ss)} = \begin{pmatrix} \kappa_1 \\ \kappa_2 \\ \kappa_3 \end{pmatrix},$$

wobei die Einträge $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ die vorgegebenen Zielwerte aller drei Ströme im eingeschwungenen Zustand sind.

Im Abschnitt 3.3 auf Seite 52 wurden bereits 12 Gleichungen zusammen mit den folgenden 12 Variablen aufgestellt :

$$\left\{ i_{DCp}^{(1,ss)}, i_{DCp}^{(2,ss)}, \hat{i}_{AC}^{(3,ss)}, i_{cwn}^{(a=1,2,3,ss)}, u_{F\alpha p}^{(a=1,2,3,ss)}, u_{F\beta p}^{(a=1,2,3,ss)} \right\}.$$

Das Verfahren zur Berechnung des eingeschwungenen Zustands ist in Abbildung A.2 dargestellt. Im Folgenden wird ausschließlich Schritt 2 betrachtet, da Schritt 1 und Schritt 3 analytisch gelöst werden können.

Mit dem Vektor $\vec{x}^T = (x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_{10})$ definiert durch

$$\begin{aligned} x_1 &= i_{DCp}^{(2,ss)}, & x_{2-4} &= i_{cwp}^{(a=1,2,3,ss)}, & x_5 &= u_{F\alpha p}^{(1,ss)}, & x_6 &= u_{F\beta p}^{(1,ss)}, & x_7 &= u_{F\alpha p}^{(2,ss)}, \\ x_8 &= u_{F\beta p}^{(2,ss)}, & x_9 &= u_{F\alpha p}^{(3,ss)}, & x_{10} &= u_{F\beta p}^{(3,ss)}, \end{aligned}$$

ANHANG A. BERECHNUNG DES EINGESCHWUNGENEN ZUSTANDS MIT FREI WÄHLBAREN ZIELSTRÖMEN

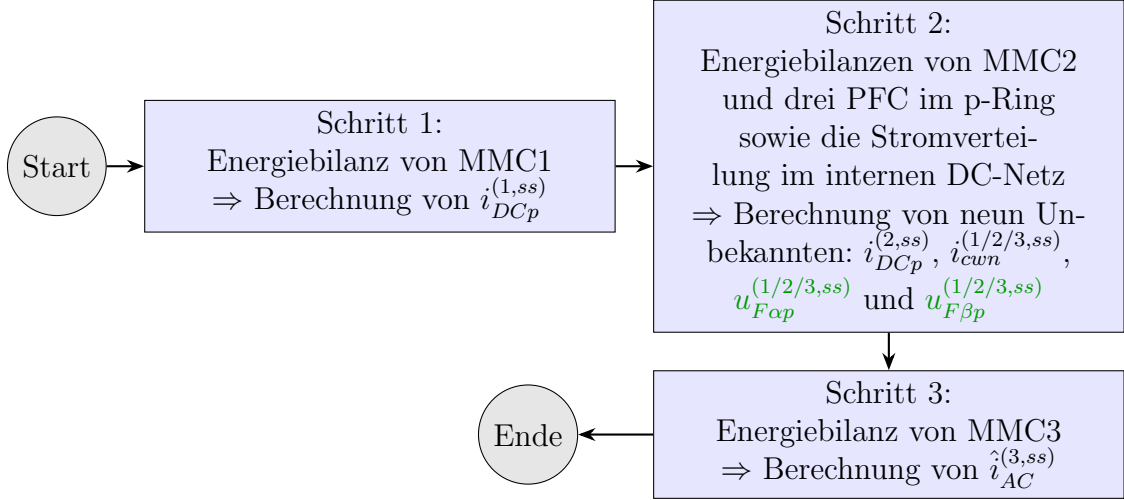


Abbildung A.2: Berechnungsablauf des eingeschwungenen Zustands bei der Spannungseinspeisung durch alle PFC im p-Ring mit drei frei wählbaren Zielströmen $i_{cwp}^{(1/2/3,ss)}$

und dem zugehörigen Gleichungsvektor $\vec{f}_{10 \times 1}(\vec{x}) = \vec{0}_{10 \times 1}$ mit

$$\begin{pmatrix} f_1(\vec{x}) & : & \text{Energiebilanz von MMC2,} \\ f_2(\vec{x}), f_3(\vec{x}), f_4(\vec{x}) & : & \text{Energiebilanz der drei PFC im p-Ring,} \\ f_5(\vec{x}), f_6(\vec{x}), f_7(\vec{x}) & : & \text{Stromverteilung im p-Ring,} \\ f_8(\vec{x}), f_9(\vec{x}), f_{10}(\vec{x}) & : & \text{Stromverteilung im n-Ring} \end{pmatrix}$$

lassen sich die zehn entsprechenden Gleichungen wie folgt umschreiben:

- Zunächst wird die Energiebilanz des MMC2 unter der Annahme von gerechneten $i_{DCp}^{(1,ss)}$ betrachtet. Die Spannungen $u_{DCp/n}^{(2,ss)}$ können in Abhängigkeit von den Unbekannten \vec{x} und dem Vorgabewert $\vec{i}_{cwp}^{(ss)T} = (\kappa_1 \ \kappa_2 \ \kappa_3)$ umformuliert:

$$\begin{aligned} u_{DCp}^{(2,ss)} &= u_{DCp}^{(1,ss)} - (\mathbf{R}_{cw})_{1,:} \begin{pmatrix} \kappa_1 \\ \kappa_2 \\ \kappa_3 \end{pmatrix} + [(\mathbf{R}_{e0})_{1,1} - (\mathbf{R}_{e0})_{1,3}] i_{DCp}^{(1,ss)} + [(\mathbf{R}_{e0})_{1,2} - (\mathbf{R}_{e0})_{1,3}] x_1 \\ &\quad + (\mathbf{M}_u)_{1,:} \begin{pmatrix} x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \end{pmatrix}, \\ u_{DCn}^{(2,ss)} &= u_{DCn}^{(1,ss)} + (\mathbf{R}_{cw})_{1,:} \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + [(\mathbf{R}_{e0})_{1,1} - (\mathbf{R}_{e0})_{1,3}] i_{DCp}^{(1,ss)} + [(\mathbf{R}_{e0})_{1,2} - (\mathbf{R}_{e0})_{1,3}] x_1. \end{aligned} \tag{A.6}$$

Daraus lässt sich die Energie von MMC2 wie folgt formulieren:

$$\begin{aligned}
0 = & +\frac{1}{4}\hat{u}_{AC}^{(2)}\hat{i}_{AC}^{(2,ss)}\cos\varphi_{AC}^{(2)} - \frac{R_{AC}^{(2)}}{4}\left(\hat{i}_{AC}^{(2,ss)}\right)^2 - \frac{1}{3}\left[(\mathbf{R}_{e0})_{1,1} - (\mathbf{R}_{e0})_{1,3}\right]i_{DCp}^{(1,ss)}x_1 \\
& - \frac{1}{6}\left[\left(u_{DCp}^{(1,ss)} + u_{DCn}^{(1,ss)}\right) - (\mathbf{R}_{cw})_{1,:}\begin{pmatrix}\kappa_1 \\ \kappa_2 \\ \kappa_3\end{pmatrix} + (\mathbf{R}_{cw})_{1,:}\begin{pmatrix}x_2 \\ x_3 \\ x_4\end{pmatrix}\right]x_1 \\
& - \frac{1}{6}(\mathbf{M}_u)_{1,:}\begin{pmatrix}x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10}\end{pmatrix}x_1 + \left[-\frac{R_{DC}^{(2)}}{3} - \frac{(\mathbf{R}_{e0})_{1,2} - (\mathbf{R}_{e0})_{1,3}}{3}\right]x_1^2 \\
\stackrel{!}{=} & f_1(\vec{x}).
\end{aligned} \tag{A.7}$$

- Nun wird die Energiebilanz der drei PFC im p-Ring betrachtet:

$$\begin{aligned}
0 = & i_{cwp}^{(1,ss)}u_{F\alpha p}^{(1,ss)} + \left(i_{DCp}^{(2,ss)} - i_{cwp}^{(2,ss)}\right)u_{F\beta p}^{(1,ss)} = \kappa_1x_5 + (x_1 - \kappa_2)x_6 \stackrel{!}{=} f_2(\vec{x}), \\
0 = & i_{cwp}^{(2,ss)}u_{F\alpha p}^{(2,ss)} + \left(i_{DCp}^{(3,ss)} - i_{cwp}^{(3,ss)}\right)u_{F\beta p}^{(2,ss)} = \kappa_2x_7 + \left(-i_{DCp}^{(1,ss)} - x_1 - \kappa_3\right)x_8 \stackrel{!}{=} f_3(\vec{x}), \\
0 = & i_{cwp}^{(3,ss)}u_{F\alpha p}^{(3,ss)} + \left(i_{DCp}^{(1,ss)} - i_{cwp}^{(1,ss)}\right)u_{F\beta p}^{(3,ss)} = \kappa_3x_9 + \left(i_{DCp}^{(1,ss)} - \kappa_1\right)x_{10} \stackrel{!}{=} f_4(\vec{x}).
\end{aligned} \tag{A.8}$$

- Schließlich werden sechs Gleichungen für die interne Stromverteilung hergeleitet:

$$\begin{aligned}
\vec{\mathbf{0}}_{3\times 1} = & -\mathbf{R}_{rcw}\vec{\kappa} + \left[(\mathbf{R}_{re0})_{:,1} - (\mathbf{R}_{re0})_{:,3}\right]i_{DCp}^{(1,ss)} + \left[(\mathbf{R}_{re0})_{:,2} - (\mathbf{R}_{re0})_{:,3}\right]x_1 \\
& + \mathbf{M}_{pf}\begin{pmatrix}x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10}\end{pmatrix} \stackrel{!}{=} \begin{pmatrix}f_5(\vec{x}) \\ f_6(\vec{x}) \\ f_7(\vec{x})\end{pmatrix}, \\
\vec{\mathbf{0}}_{3\times 1} = & -\mathbf{R}_{rcw}\begin{pmatrix}x_2 \\ x_3 \\ x_4\end{pmatrix} - \left[(\mathbf{R}_{re0})_{:,1} - (\mathbf{R}_{re0})_{:,3}\right]i_{DCp}^{(1,ss)} - \left[(\mathbf{R}_{re0})_{:,2} - (\mathbf{R}_{re0})_{:,3}\right]x_1 \\
\stackrel{!}{=} & \begin{pmatrix}f_8(\vec{x}) \\ f_9(\vec{x}) \\ f_{10}(\vec{x})\end{pmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.9}$$

Nachdem das Gleichungssystem in Abhängigkeit von \vec{x} hergeleitet wurde, kann das Newton-Raphson-Verfahren angewendet werden, um die Lösung \vec{x} zu finden – vollständig analog zum vorherigen Abschnitt.

Anhang B

Ergänzende Herleitungen, Beweise

B.1 Herleitung der expliziten Darstellung der DC-Stromdynamik

Aus Gleichungen (2.39) und (2.40) auf Seite 40 ergibt sich die folgende Gleichung:

$$\begin{aligned}
 & \overbrace{\left(\begin{array}{c|c|c|c} \mathbf{L}_{rcw} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -(\mathbf{L}_{re0})_{:,1} + (\mathbf{L}_{re0})_{:,3} & -(\mathbf{L}_{re0})_{:,2} + (\mathbf{L}_{re0})_{:,3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{L}_{rcw} & +(\mathbf{L}_{re0})_{:,1} - (\mathbf{L}_{re0})_{:,3} & +(\mathbf{L}_{re0})_{:,2} - (\mathbf{L}_{re0})_{:,3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & L_{DC}^{(1)} & 0 \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & 0 & L_{DC}^{(2)} \end{array} \right)}^{\mathcal{L}_{rDC}} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \vec{i}_{cwp} \\ \vec{i}_{cwn} \\ i_{DCp}^{(1)} \\ i_{DCp}^{(2)} \end{pmatrix} \\
 & = - \underbrace{\left(\begin{array}{c|c|c|c} \mathbf{R}_{rcw} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -(\mathbf{R}_{re0})_{:,1} + (\mathbf{R}_{re0})_{:,3} & -(\mathbf{R}_{re0})_{:,2} + (\mathbf{R}_{re0})_{:,3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{R}_{rcw} & +(\mathbf{R}_{re0})_{:,1} - (\mathbf{R}_{re0})_{:,3} & +(\mathbf{R}_{re0})_{:,2} - (\mathbf{R}_{re0})_{:,3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & R_{DC}^{(1)} & 0 \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & 0 & R_{DC}^{(2)} \end{array} \right)}^{\mathcal{R}_{rDC}} \begin{pmatrix} \vec{i}_{cwp} \\ \vec{i}_{cwn} \\ i_{DCp}^{(1)} \\ i_{DCp}^{(2)} \end{pmatrix} \\
 & + \left(\begin{array}{c|c|c|c} \mathbf{M}_{pf} & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{M}_{pf} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 6} & \mathbf{0}_{1 \times 6} & -1 & 0 \\ \mathbf{0}_{1 \times 6} & \mathbf{0}_{1 \times 6} & 0 & -1 \end{array} \right) \begin{pmatrix} \vec{u}_{Fp} \\ \vec{u}_{Fn} \\ u_{\Sigma,0}^{(1)} \\ u_{\Sigma,0}^{(2)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 2} \\ \mathbf{0}_{3 \times 2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{DCp}^{(1)} \\ u_{DCn}^{(1)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 2} \\ \mathbf{0}_{3 \times 2} \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{DCp}^{(2)} \\ u_{DCn}^{(2)} \end{pmatrix}, \tag{B.1}
 \end{aligned}$$

wobei die abhängigen Spannungen $u_{DCp/n}^{(2)}$ weiterhin enthalten sind. Aus Gleichung (2.30) lässt sich die Spannung $u_{DCp}^{(2)}$ in Abhängigkeit von $u_{DCp}^{(1)}$ wie folgt ausdrücken:

$$\begin{aligned}
 u_{DCp}^{(2)} & = u_{DCp}^{(1)} \\
 & - (\mathbf{L}_{cw})_{1,:} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp} + [(\mathbf{L}_{e0})_{1,1} - (\mathbf{L}_{e0})_{1,3}] \frac{d}{dt} i_{DCp}^{(1)} + [(\mathbf{L}_{e0})_{1,2} - (\mathbf{L}_{e0})_{1,3}] \frac{d}{dt} i_{DCp}^{(2)} \\
 & - (\mathbf{R}_{cw})_{1,:} \vec{i}_{cwp} + [(\mathbf{R}_{e0})_{1,1} - (\mathbf{R}_{e0})_{1,3}] i_{DCp}^{(1)} + [(\mathbf{R}_{e0})_{1,2} - (\mathbf{R}_{e0})_{1,3}] i_{DCp}^{(2)} \\
 & - (\mathbf{M}_u)_{1,:} \vec{u}_{Fp}. \tag{B.2}
 \end{aligned}$$

Analog wird die Gleichung für die DC-Spannung $u_{DCn}^{(2)}$ aus Gleichung (2.32) wie folgt hergeleitet:

$$\begin{aligned}
 u_{DCn}^{(2)} &= u_{DCn}^{(1)} \\
 &+ (\mathbf{L}_{cw})_{1,:} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwn} + [(\mathbf{L}_{e0})_{1,1} - (\mathbf{L}_{e0})_{1,3}] \frac{d}{dt} i_{DCp}^{(1)} + [(\mathbf{L}_{e0})_{1,2} - (\mathbf{L}_{e0})_{1,3}] \frac{d}{dt} i_{DCp}^{(2)} \\
 &+ (\mathbf{R}_{cw})_{1,:} \vec{i}_{cwn} + [(\mathbf{R}_{e0})_{1,1} - (\mathbf{R}_{e0})_{1,3}] i_{DCp}^{(1)} + [(\mathbf{R}_{e0})_{1,2} - (\mathbf{R}_{e0})_{1,3}] i_{DCp}^{(2)} \\
 &+ (\mathbf{M}_u)_{1,:} \vec{u}_{Fn}.
 \end{aligned} \tag{B.3}$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (B.2) und (B.3) in Gleichung (B.1) ergibt sich folgende explizite Darstellung der DC-Stromdynamik:

$$\mathcal{L}'_{rDC} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \vec{i}_{cwp} \\ \vec{i}_{cwn} \\ i_{DCp}^{(1)} \\ i_{DCp}^{(2)} \end{pmatrix} = -\mathcal{R}'_{rDC} \begin{pmatrix} \vec{i}_{cwp} \\ \vec{i}_{cwn} \\ i_{DCp}^{(1)} \\ i_{DCp}^{(2)} \end{pmatrix} + \mathcal{B} \begin{pmatrix} \vec{u}_{Fp} \\ \vec{u}_{Fn} \\ u_{\Sigma,0}^{(1)} \\ u_{\Sigma,0}^{(2)} \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 2} \\ \mathbf{0}_{3 \times 2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{\mathcal{D}} \begin{pmatrix} u_{DCp}^{(1)} \\ u_{DCn}^{(1)} \end{pmatrix}, \tag{B.4}$$

wobei die Matrizen in den obigen Gleichungen sind:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}'_{rDC} &= \mathcal{L}_{rDC} + \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c|c|c|c} +\mathbf{L}_{cw} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -(\mathbf{L}_{e0})_{:,1} + (\mathbf{L}_{e0})_{:,3} & -(\mathbf{L}_{e0})_{:,2} + (\mathbf{L}_{e0})_{:,3} \\ \hline \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{L}_{cw} & -(\mathbf{L}_{e0})_{:,1} + (\mathbf{L}_{e0})_{:,3} & -(\mathbf{L}_{e0})_{:,2} + (\mathbf{L}_{e0})_{:,3} \end{array} \right), \\
 \mathcal{R}'_{rDC} &= \mathcal{R}_{rDC} + \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c|c|c|c} +\mathbf{R}_{cw} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -(\mathbf{R}_{e0})_{:,1} + (\mathbf{R}_{e0})_{:,3} & -(\mathbf{R}_{e0})_{:,2} + (\mathbf{R}_{e0})_{:,3} \\ \hline \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{R}_{cw} & -(\mathbf{R}_{e0})_{:,1} + (\mathbf{R}_{e0})_{:,3} & -(\mathbf{R}_{e0})_{:,2} + (\mathbf{R}_{e0})_{:,3} \end{array} \right), \\
 \mathcal{B} &= \left(\begin{array}{c|c|c|c} \mathbf{M}_{pf} & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \hline \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{M}_{pf} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 6} & \mathbf{0}_{1 \times 6} & -1 & 0 \\ \hline \mathbf{0}_{1 \times 6} & \mathbf{0}_{1 \times 6} & 0 & -1 \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \hline \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c|c|c|c} +\mathbf{M}_u & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \hline \mathbf{0}_{3 \times 6} & -\mathbf{M}_u & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{array} \right).
 \end{aligned}$$

B.2 Bedingungen für die Basisfunktionen

Zur Veranschaulichung wird exemplarisch die erste Gleichung in (4.13) auf Seite 65 betrachtet, die dem Energieinhalt von MMC2 entspricht:

$$g_1(\vec{x}) = v_1 \Leftrightarrow \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d}{dt} W_{\Sigma,0}^{(2)} dt = W_{\Sigma,0}^{(2,ss2)}(t_0 + T_s) - W_{\Sigma,0}^{(2,ss1)}(t_0). \tag{B.5}$$

Für die folgende Diskussion reicht es aus, einen ausgewählten Term in der obigen Gleichung zu analysieren. Durch Einsetzen von Gleichung (4.5) in Gleichung (B.5) ergibt sich folgender Ausdruck, in dem exemplarisch ein nichtlinearer Term hervorgehoben wird:

$$\dots - \frac{1}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{DCp}^{(2)}(t) \cdot i_{DCp}^{(2)}(t) dt = v_1, \tag{B.6}$$

wobei dieser Term nichtlinear ist, da die DC-Spannung $u_{DCp}^{(2)}(t)$ selbst von anderen Stromgrößen im System abhängt:

$$u_{DCp}^{(2)} = u_{DCp}^{(1)} - \left(R_{cw}^{(1)} + L_{cw}^{(1)} \frac{d}{dt} \right) i_{cwp}^{(1)} - u_{F\alpha p}^{(1)} + u_{F\beta p}^{(1)} + \left(R_{ccw}^{(2)} + L_{ccw}^{(2)} \frac{d}{dt} \right) \left(i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp}^{(2)} \right) \quad (\text{B.7})$$

Durch das Einsetzen von (B.7) in (B.6) ergeben sich die folgenden vier Integrale, die sämtliche mögliche Integrationsformen repräsentieren:

$$\begin{aligned} v_1 = \dots & - \frac{R_{cw}^{(1)}}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{cwp}^{(1)}(t) i_{DCp}^{(2)}(t) dt - \frac{L_{cw}^{(1)}}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{di_{cwp}^{(1)}(t)}{dt} i_{DCp}^{(2)}(t) dt \\ & - \frac{R_{ccw}^{(2)}}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{DCp}^{(2)} \right)^2 dt - \frac{L_{ccw}^{(2)}}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{di_{DCp}^{(2)}(t)}{dt} i_{DCp}^{(2)}(t) dt. \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Man könnte nach dem Beitrag des folgenden Integrals in Gleichung (B.8) fragen:

$$\int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(-u_{F\alpha p}^{(1)} + u_{F\beta p}^{(1)} \right) i_{DCp}^{(2)} dt.$$

Unter der Annahme, dass die Spannungen $u_{F\alpha p}^{(1)}$ und $u_{F\beta p}^{(1)}$ aus den Stromtrajektorien abgeleitet werden, lässt sich das obige Integral als eine Summe mehrerer Integrale über Stromgrößen darstellen. Daher verlieren die in Gleichung (B.8) ausgewählten Integrale nicht ihre Repräsentativität für alle möglichen Typen von Integralen der gesamten Gleichung. Die detaillierte Herleitung dieser PFC-Spannungen aus den gegebenen Stromverläufen wird im Kapitel 4 dargestellt.

Die Stromtrajektorien $i_{DCp}^{(2)}(t)$ und $i_{cwp}^{(1)}(t)$ bestehen im Übergangsintervall $[t_0, t_0+T_s]$ jeweils aus einem Grundanteil und einem entsprechenden Pulsbeitrag und haben die folgende Form:

$$\begin{aligned} i_{cwp}^{(1)}(t) &= i_{cwp}^{(1,g)}(t) + \tilde{i}B_p^{(1)}\tilde{\Phi}_1(t), \\ i_{DCp}^{(2)}(t) &= i_{DCp}^{(2,g)}(t) + \tilde{i}A^{(2)}\tilde{\Phi}_2(t), \end{aligned}$$

wobei $\tilde{\Phi}_1(t)$ und $\tilde{\Phi}_2(t)$ zwei noch zu bestimmende Basisfunktionen darstellen. Somit ergibt sich aus Gleichung (B.8) die folgende Gleichung:

$$\begin{aligned} b_1 = \dots & - \frac{R_{cw}^{(1)}}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[i_{cwp}^{(1,g)}(t) + \tilde{i}B_p^{(1)}\tilde{\Phi}_1 \right] \cdot \left[i_{DCp}^{(2,g)}(t) + \tilde{i}A^{(2)}\tilde{\Phi}_2 \right] dt \\ & - \frac{L_{cw}^{(1)}}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d}{dt} \left[i_{cwp}^{(1,g)}(t) + \tilde{i}B_p^{(1)}\tilde{\Phi}_1 \right] \cdot \left[i_{DCp}^{(2,g)}(t) + \tilde{i}A^{(2)}\tilde{\Phi}_2 \right] dt \\ & - \frac{R_{ccw}^{(2)}}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[i_{DCp}^{(2,g)}(t) + \tilde{i}A^{(2)}\tilde{\Phi}_2 \right]^2 dt \\ & - \frac{L_{ccw}^{(2)}}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d}{dt} \left[i_{DCp}^{(2,g)}(t) + \tilde{i}A^{(2)}\tilde{\Phi}_2 \right] \cdot \left[i_{DCp}^{(2,g)}(t) + \tilde{i}A^{(2)}\tilde{\Phi}_2 \right] dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 = \dots & - \left[\frac{R_{cw}^{(1)}}{6} \tilde{i}^2 \int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{\Phi}_1 \tilde{\Phi}_2 dt \right] \cdot B_p^{(1)} A^{(2)} - \left[\frac{L_{cw}^{(1)}}{6} \tilde{i}^2 \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \tilde{\Phi}_2 dt \right] \cdot B_p^{(1)} A^{(2)} \\
 & - \left[\frac{R_{ccw}^{(2)}}{6} \tilde{i}^2 \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\tilde{\Phi}_2)^2 dt \right] \cdot (A^{(2)})^2 - \left[\frac{L_{ccw}^{(2)}}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d\tilde{\Phi}_2}{dt} \tilde{\Phi}_2 dt \right] \cdot (A^{(2)})^2.
 \end{aligned} \tag{B.9}$$

Aus Gleichung (B.9) lassen sich einige quadratische nichtlineare Terme in Bezug auf die unbekanntenen Koeffizienten identifizieren. Durch eine analoge Betrachtung aller weiteren nichtlinearen Terme im Gleichungssystem (4.13) auf Seite 65 ergibt sich, dass sämtliche Nichtlinearitäten der unbekanntenen Koeffizienten auf die Struktur der vier oben hergeleiteten nichtlinearen Terme zurückgeführt werden können.

Hier ist es wünschenswert, die Basisfunktionen so zu wählen, dass möglichst viele nichtlineare Terme eliminiert werden können. Das bedeutet, dass die zuvor in (B.9) gezeigten Integrale über dem Intervall $[t_0, t_0 + T_s]$ *möglichst* verschwinden sollen. Es ist jedoch zu beachten, dass eine vollständige Eliminierung aller Nichtlinearitäten mithilfe der Basisfunktionen nicht möglich ist, insbesondere aufgrund jener Terme, die proportional zu folgendem Integral sind:

$$\int_{t_0}^{t_0+T_s} (\tilde{\Phi}_2(t))^2 dt \geq 0, \quad \forall t \in [t_0, t_0 + T_s].$$

Das obige Integral ist nur dann gleich null, wenn $\tilde{\Phi}_2(t)$ im gesamten Intervall $[t_0, t_0 + T_s]$ verschwindet. In diesem Fall stünde jedoch der gesamte Pulsbeitrag zur Energiesteuerung des MMC2s nicht zur Verfügung.

Aus der obigen Diskussion ergeben sich die Bedingungen in Abschnitt 4.3.3.3 für die Basisfunktionen (4.14)–(4.17) sowie die Linearisierung der verbleibenden quadratischen Koeffizienten in (4.18).

B.3 Beweis der Äquivalenz zwischen Strom- und Leistungsformulierung der Übergangsbedingungen

Es ist ausreichend, lediglich den Zeitpunkt t_0 zu betrachten. Es ist zu zeigen, dass gilt (mit $a = 1, 2, 3$):

$$\left(\begin{array}{l} P_{AC}^{(a)}(t_0) = P_{AC}^{(a,ss1)}(t_0) \\ Q_{AC}^{(a)}(t_0) = Q_{AC}^{(a,ss1)}(t_0) \\ \left. \frac{dP_{AC}^{(a)}}{dt} \right|_{t=t_0} = \left. \frac{dP_{AC}^{(a,ss1)}}{dt} \right|_{t=t_0} \\ \left. \frac{dQ_{AC}^{(a)}}{dt} \right|_{t=t_0} = \left. \frac{dQ_{AC}^{(a,ss1)}}{dt} \right|_{t=t_0} \end{array} \right) \Leftrightarrow \left(\begin{array}{l} i_{AC,\alpha}^{(a)}(t_0) = i_{AC,\alpha}^{(a,ss1)}(t_0) \\ i_{AC,\beta}^{(a)}(t_0) = i_{AC,\beta}^{(a,ss1)}(t_0) \\ \left. \frac{di_{AC,\alpha}^{(a)}}{dt} \right|_{t=t_0} = \left. \frac{di_{AC,\alpha}^{(a,ss1)}}{dt} \right|_{t=t_0} \\ \left. \frac{di_{AC,\beta}^{(a)}}{dt} \right|_{t=t_0} = \left. \frac{di_{AC,\beta}^{(a,ss1)}}{dt} \right|_{t=t_0} \end{array} \right), \tag{B.10}$$

unter der Vorgabe symmetrischer externer AC-Spannungen

$$u_{AC,\alpha/\beta}^{(a)} = \hat{u}_{AC}^{(a)} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t) \\ -\cos(\omega_{AC}t) \end{pmatrix}$$

Beweis. Zunächst wird die notwendige Bedingung (\Leftarrow) behandelt. Die Wirk- und Blindleistungen lauten:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} P_{AC}^{(a)} \\ Q_{AC}^{(a)} \end{pmatrix} &= \frac{3}{2} \underbrace{\begin{pmatrix} u_{AC,\alpha}^{(a)} & u_{AC,\beta}^{(a)} \\ -u_{AC,\beta}^{(a)} & u_{AC,\alpha}^{(a)} \end{pmatrix}}_{= \mathbf{X}_1} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha}^{(a)} \\ i_{AC,\beta}^{(a)} \end{pmatrix}, \\ \Rightarrow \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} P_{AC}^{(a)} \\ Q_{AC}^{(a)} \end{pmatrix} &= \frac{3}{2} \omega_{AC} \underbrace{\begin{pmatrix} -u_{AC,\beta}^{(a)} & u_{AC,\alpha}^{(a)} \\ -u_{AC,\alpha}^{(a)} & -u_{AC,\beta}^{(a)} \end{pmatrix}}_{= \mathbf{X}_2} \begin{pmatrix} \dot{i}_{AC,\alpha}^{(a)} \\ \dot{i}_{AC,\beta}^{(a)} \end{pmatrix} + \frac{3}{2} \mathbf{X}_1 \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \dot{i}_{AC,\alpha}^{(a)} \\ \dot{i}_{AC,\beta}^{(a)} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Aus Gleichung (B.11) folgt unmittelbar die notwendige Bedingung gemäß (B.10).

Nun wird die hinreichende Bedingung (\Rightarrow) gezeigt. Die Matrizen \mathbf{X}_1 und \mathbf{X}_2 sind zu allen Zeitpunkten t regulär, da ihre Determinanten stets ungleich null sind:

$$\det(\mathbf{X}_1) = \left(\hat{u}_{AC}^{(a)}\right)^2 \neq 0, \quad \det(\mathbf{X}_2) = \omega_{AC} \left(\hat{u}_{AC}^{(a)}\right)^2 \neq 0.$$

Die zugehörigen Inversen lauten:

$$\mathbf{X}_1^{-1} = \frac{1}{\left(\hat{u}_{AC}^{(a)}\right)^2} \begin{pmatrix} u_{AC,\alpha}^{(a)} & -u_{AC,\beta}^{(a)} \\ u_{AC,\beta}^{(a)} & u_{AC,\alpha}^{(a)} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X}_2^{-1} = \frac{1}{\omega_{AC} \left(\hat{u}_{AC}^{(a)}\right)^2} \begin{pmatrix} -u_{AC,\beta}^{(a)} & -u_{AC,\alpha}^{(a)} \\ u_{AC,\alpha}^{(a)} & -u_{AC,\beta}^{(a)} \end{pmatrix}. \quad (\text{B.12})$$

Die AC-Ströme zum Zeitpunkt t können aus Gleichung (B.11) wie folgt berechnet werden:

$$\begin{pmatrix} \dot{i}_{AC,\alpha}^{(a)} \\ \dot{i}_{AC,\beta}^{(a)} \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \frac{1}{\left(\hat{u}_{AC}^{(a)}\right)^2} \begin{pmatrix} u_{AC,\alpha}^{(a)} & -u_{AC,\beta}^{(a)} \\ u_{AC,\beta}^{(a)} & u_{AC,\alpha}^{(a)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{AC}^{(a)} \\ Q_{AC}^{(a)} \end{pmatrix}, \quad (\text{B.13})$$

und

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \dot{i}_{AC,\alpha}^{(a)} \\ \dot{i}_{AC,\beta}^{(a)} \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \frac{1}{\left(\hat{u}_{AC}^{(a)}\right)^2} \begin{pmatrix} u_{AC,\alpha}^{(a)} & -u_{AC,\beta}^{(a)} \\ u_{AC,\beta}^{(a)} & u_{AC,\alpha}^{(a)} \end{pmatrix} \left[\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} P_{AC}^{(a)} \\ Q_{AC}^{(a)} \end{pmatrix} - \omega_{AC} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{AC}^{(a)} \\ Q_{AC}^{(a)} \end{pmatrix} \right]. \quad (\text{B.14})$$

Aus den Gleichungen (B.13) und (B.14) folgt unmittelbar die hinreichende Bedingung. \square

B.4 Beweis der Erfüllung der Anforderung 3 durch die Vorsteuerung in Kapitel 5

Beweis. Es genügt, den Zeitpunkt $t_0 + T_s$ zu betrachten. Unter der Voraussetzung, dass die Trajektorien aller Entwurfsvariablen für den Übergang zwischen zwei eingeschwungenen Zuständen ($ss1$) und ($ss2$) zur Erfüllung von **Anforderungen 1** und **2** ausgelegt sind. Dabei ist zu beachten, dass die Werte der treibenden PFC-Spannungen im p-Ring in diesen beiden Zuständen (d. h. $\vec{u}_{Fp}^{(ss1)}$ und $\vec{u}_{Fp}^{(ss2)}$) vorgegeben sind. Aus (5.1) ergibt sich zum Zeitpunkt $t_0 + T_s$:

$$\begin{pmatrix} -u_{F\alpha p}^{(1)}(t_0 + T_s) + u_{F\beta p}^{(3)}(t_0 + T_s) \\ -u_{F\alpha p}^{(2)}(t_0 + T_s) + u_{F\beta p}^{(1)}(t_0 + T_s) \\ -u_{F\alpha p}^{(3)}(t_0 + T_s) + u_{F\beta p}^{(2)}(t_0 + T_s) \end{pmatrix} = \mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp}^{(ss2)} - \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}^{(ss2)}$$

wobei $\frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp}(t_0 + T_s) = \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp}(t_0 + T_s) = 0$, $\vec{i}_{cwp}(t_0 + T_s) = \vec{i}_{cwp}^{(ss2)}$ und $\vec{i}_{DCp}(t_0 + T_s) = \vec{i}_{DCp}^{(ss2)}$ gilt. Es ist zu beachten, dass die vorgegebenen PFC-Spannungen $\vec{u}_{Fp}^{(ss2)}$ im eingeschwungenen Zustand ($ss2$) die folgende Beziehung erfüllen, welche die Stromverteilung im p-Ring beschreibt:

$$\mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp}^{(ss2)} - \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}^{(ss2)} = \begin{pmatrix} -u_{F\alpha p}^{(1,ss2)} + u_{F\beta p}^{(3,ss2)} \\ -u_{F\alpha p}^{(2,ss2)} + u_{F\beta p}^{(1,ss2)} \\ -u_{F\alpha p}^{(3,ss2)} + u_{F\beta p}^{(2,ss2)} \end{pmatrix}.$$

Aus den beiden obigen Gleichungen ergibt sich die Gleichung für die Differenz der PFC-Spannungen zum Zeitpunkt $t = t_0 + T_s$:

$$\begin{pmatrix} -u_{F\alpha p}^{(1)}(t_0 + T_s) + u_{F\beta p}^{(3)}(t_0 + T_s) \\ -u_{F\alpha p}^{(2)}(t_0 + T_s) + u_{F\beta p}^{(1)}(t_0 + T_s) \\ -u_{F\alpha p}^{(3)}(t_0 + T_s) + u_{F\beta p}^{(2)}(t_0 + T_s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -u_{F\alpha p}^{(1,ss2)} + u_{F\beta p}^{(3,ss2)} \\ -u_{F\alpha p}^{(2,ss2)} + u_{F\beta p}^{(1,ss2)} \\ -u_{F\alpha p}^{(3,ss2)} + u_{F\beta p}^{(2,ss2)} \end{pmatrix} \quad (\text{B.15})$$

Aus Gleichung (5.2) ergibt sich die Gleichungen für die Summen der entsprechenden PFC-Spannungen am Zeitpunkt $t = t_0 + T_s$:

$$\begin{pmatrix} u_{F\alpha p}^{(1)}(t_0 + T_s) + u_{F\beta p}^{(3)}(t_0 + T_s) \\ u_{F\alpha p}^{(2)}(t_0 + T_s) + u_{F\beta p}^{(1)}(t_0 + T_s) \\ u_{F\alpha p}^{(3)}(t_0 + T_s) + u_{F\beta p}^{(2)}(t_0 + T_s) \end{pmatrix} = \vec{U}_{Fp}^{(g)}(t_0 + T_s) = \begin{pmatrix} u_{F\alpha p}^{(1,ss2)} + u_{F\beta p}^{(3,ss2)} \\ u_{F\alpha p}^{(2,ss2)} + u_{F\beta p}^{(1,ss2)} \\ u_{F\alpha p}^{(3,ss2)} + u_{F\beta p}^{(2,ss2)} \end{pmatrix} \quad (\text{B.16})$$

Aus den Gleichungen (B.15) und (B.16) folgt:

$$\mathcal{M}_2 \cdot \vec{u}_{Fp}(t_0 + T_s) = \mathcal{M}_2 \cdot \vec{u}_{Fp}^{(ss2)}, \quad (\text{B.17})$$

wobei

$$\mathcal{M}_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & -1 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & 0 \end{pmatrix}$$

eine reguläre (invertierbare) Matrix ist. Damit ergibt sich aus (B.17) unmittelbar die Behauptung. \square

B.5 Herleitung des Gleichungssystems der unbekannt- ten Koeffizienten in Kapitel 4

Aufgrund der Komplexität wird die vollständige Form des Gleichungssystems hier nicht angegeben; stattdessen werden nur der Herleitungsweg und eine vollständige Beispielgleichung für MMC2 dargestellt. Der Abschnitt ist wie folgt gegliedert:

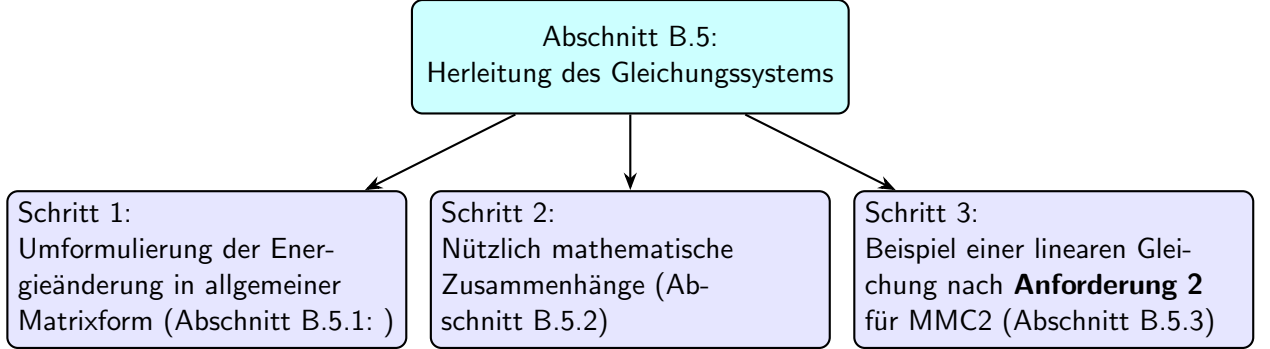


Abbildung B.1: Systematische Herleitungsschritte des Gleichungssystems im Kapitel 4

B.5.1 Umformulierung der Energieänderung aller Umrichter in allgemeiner Matrixform

Die Energiedynamik von PFC1 in den p- und n-Ringen wird erneut angegeben:

$$\begin{aligned} \frac{dW_{Cp/n}^{(1)}}{dt} = & \pm u_{DCp/n}^{(1)} i_{cwp/n}^{(1)} \pm u_{DCp/n}^{(2)} \left(\pm i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp/n}^{(2)} \right) - u_{Mp/n} \left(\pm i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp/n}^{(2)} + i_{cwp/n}^{(1)} \right) \\ & - R_{cw}^{(1)} \left(i_{cwp/n}^{(1)} \right)^2 - R_{ccw}^{(2)} \left(\pm i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp/n}^{(2)} \right)^2 - R_r^{(1)} \left(\pm i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp/n}^{(2)} + i_{cwp/n}^{(1)} \right)^2, \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

wobei die DC-Spannungen $u_{Mp/n}$ lauten:

$$u_{Mp/n} = \pm u_{DCp/n}^{(1)} - \left(R_{cw}^{(1)} + L_{cw}^{(1)} \frac{d}{dt} \right) i_{cwp/n}^{(1)} - u_{F\alpha p/n}^{(1)} - \left(R_r^{(1)} + L_r^{(1)} \frac{d}{dt} \right) \left(i_{cwp/n}^{(1)} \pm i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp/n}^{(2)} \right). \quad (\text{B.19})$$

Durch das Einsetzen von Gleichung (B.19) in Gleichung (B.18) ergibt sich die Energiedynamik von PFC1 in den p- und n-Ringen in Matrixform:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} W_{Cp/n}^{(1)} = & (\vec{u}_{DCp/n})^T \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \vec{i}_{DCp} + (\vec{u}_{DCp/n})^T \begin{pmatrix} 0 & \pm 1 & 0 \\ 0 & \mp 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \vec{i}_{cwp/n} \\ & + \left(\frac{d\vec{i}_{DCp}}{dt} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_r^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \vec{i}_{DCp} + \left(\frac{d\vec{i}_{DCp}}{dt} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \pm L_r^{(1)} & \mp L_r^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \vec{i}_{cwp/n} \\ & + \left(\frac{d\vec{i}_{cwp/n}^{(1)}}{dt} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & \pm (L_r^{(1)} + L_{cw}^{(1)}) & 0 \\ 0 & \mp L_r^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \vec{i}_{DCp} \\ & + \left(\frac{d\vec{i}_{cwp/n}^{(1)}}{dt} \right)^T \begin{pmatrix} L_{cw}^{(1)} + L_r^{(1)} & - (L_r^{(1)} + L_{cw}^{(1)}) & 0 \\ -L_r^{(1)} & L_r^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \vec{i}_{cwp/n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + u_{F\alpha p/n}^{(1)} \left(i_{cwp/n}^{(1)} \pm i_{DCp}^{(2)} - i_{cwp/n}^{(2)} \right) \\
 & + \left(\begin{array}{c|c} \vec{i}_{DCp}^T & \vec{i}_{cwp/n}^T \end{array} \right) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_{ccw}^{(2)} & 0 & \pm R_{cw}^{(1)} & \pm 2R_{ccw}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{cw}^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{ccw}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i}_{DCp} \\ \vec{i}_{cwp/n} \end{pmatrix} \quad (B.20)
 \end{aligned}$$

Durch Integration beider Seiten der Gleichung (B.20) über das Intervall $[t_0, t_0 + T_s]$ sowie durch Einsetzen der **Anforderung 2** an PFC1 im p- bzw. n-Ring

$$W'_{Cp/n}^{(1,ss2)}(t_0 + T_s) - W'_{Cp/n}^{(1,ss1)}(t_0) = \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d}{dt} W'_{Cp/n}^{(1)}(t) dt$$

ergibt sich folgende Beziehung:

$$\begin{aligned}
 & W'_{Cp/n}^{(1,ss2)}(t_0 + T_s) - W'_{Cp/n}^{(1,ss1)}(t_0) \\
 & = \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{u}_{DCp/n}(t))^T \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \vec{i}_{DCp}(t) dt + \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{u}_{DCp/n}(t))^T \begin{pmatrix} 0 & \pm 1 & 0 \\ 0 & \mp 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \vec{i}_{cwp/n}(t) dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d\vec{i}_{DCp}(t)}{dt} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_r^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \vec{i}_{DCp}(t) dt + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d\vec{i}_{DCp}(t)}{dt} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \pm L_r^{(1)} & \mp L_r^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \vec{i}_{cwp/n}(t) dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d\vec{i}_{cwp/n}^{(1)}(t)}{dt} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & \pm (L_r^{(1)} + L_{cw}^{(1)}) & 0 \\ 0 & \mp L_r^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \vec{i}_{DCp}(t) dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d\vec{i}_{cwp/n}^{(2)}(t)}{dt} \right)^T \begin{pmatrix} L_{cw}^{(1)} + L_r^{(1)} & - (L_r^{(1)} + L_{cw}^{(1)}) & 0 \\ -L_r^{(1)} & L_r^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \vec{i}_{cwp/n}(t) dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{F\alpha p/n}^{(1)}(t) \left(i_{cwp/n}^{(1)}(t) \pm i_{DCp}^{(2)}(t) - i_{cwp/n}^{(2)}(t) \right) dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\begin{array}{c|c} \vec{i}_{DCp}^T & \vec{i}_{cwp/n}^T \end{array} \right) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_{ccw}^{(2)} & 0 & \pm R_{cw}^{(1)} & \pm 2R_{ccw}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{cw}^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{ccw}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i}_{DCp}(t) \\ \vec{i}_{cwp/n}(t) \end{pmatrix} dt \quad (B.21)
 \end{aligned}$$

Die Trajektorie der treibenden PFC-Spannung $u_{F\alpha p/n}^{(1)}(t)$ im Intervall $[t_0, t_0 + T_s]$ ergibt sich aus Gleichung (4.23) auf Seite 70:

$$\begin{aligned}
 u_{F\alpha p/n}^{(1)}(t) & = (\mathbf{N}_1)_{1,:} \left(\mathbf{L}_{rcw} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp/n}(t) \mp \mathbf{L}_{re0} \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp}(t) + \mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp/n}(t) \mp \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}(t) \right) \\
 & + (\mathbf{N}_2)_{1,:} \left[\vec{u}_{Fp/n}^{(ss1)} \tilde{s}(t) + \vec{u}_{Fp/n}^{(ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right],
 \end{aligned}$$

Wird die obige Gleichung in (B.21) eingesetzt, so ergibt sich die folgende Gleichung:

$$\begin{aligned}
 & W'_{Cp/n}^{(1,ss2)}(t_0 + T_s) - W'_{Cp/n}^{(1,ss1)}(t_0) \\
 & = \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{u}_{DCp/n}(t))^T \mathbf{M}_1 \vec{i}_{DCp}(t) dt + \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{u}_{DCp/n}(t))^T \mathbf{M}_2 \vec{i}_{cwp/n}(t) dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d\vec{i}_{DCp}(t)}{dt} \right)^T \mathbf{M}_3 \vec{i}_{DCp}(t) dt + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d\vec{i}_{DCp}(t)}{dt} \right)^T \mathbf{M}_4 \vec{i}_{cwp/n}(t) dt
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d\vec{i}_{cwp/n}^{(1)}(t)}{dt} \right)^T \mathbf{M}_5 \vec{i}_{DCp}(t) dt + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d\vec{i}_{cwp/n}(t)}{dt} \right)^T \mathbf{M}_6 \vec{i}_{cwp/n}(t) dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\mathbf{N}_2)_{1,:} \left(\vec{u}_{Fp/n}^{(ss1)} \tilde{s}(t) + \vec{u}_{Fp/n}^{(ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right) (1 \quad -1 \quad 0) \vec{i}_{cwp/n} dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\mathbf{N}_2)_{1,:} \left(\vec{u}_{Fp/n}^{(ss1)} \tilde{s}(t) + \vec{u}_{Fp/n}^{(ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right) (0 \quad \pm 1 \quad 0) \vec{i}_{DCp} dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\vec{i}_{DCp}^T(t) \mid \vec{i}_{cwp/n}^T(t) \right) \mathbf{R}_{PFC1} \begin{pmatrix} \vec{i}_{DCp}(t) \\ \vec{i}_{cwp/n}(t) \end{pmatrix} dt. \tag{B.22}
 \end{aligned}$$

Dabei gilt:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_1 &= \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M}_2 = \begin{pmatrix} 0 & \pm 1 & 0 \\ 0 & \mp 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_r^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \mathbf{L}_{re0}^T \left((\mathbf{N}_1)_{1,:} \right)^T (0 \quad +1 \quad 0), \\
 \mathbf{M}_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \pm L_r^{(1)} & \mp L_r^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mp \mathbf{L}_{re0}^T \left((\mathbf{N}_1)_{1,:} \right)^T (1 \quad -1 \quad 0), \\
 \mathbf{M}_5 &= \begin{pmatrix} 0 & \pm (L_r^{(1)} + L_{cw}^{(1)}) & 0 \\ 0 & \mp L_r^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \mathbf{L}_{rcw}^T \left((\mathbf{N}_1)_{1,:} \right)^T (0 \quad \pm 1 \quad 0), \\
 \mathbf{M}_6 &= \begin{pmatrix} L_{cw}^{(1)} + L_r^{(1)} & - (L_r^{(1)} + L_{cw}^{(1)}) & 0 \\ -L_r^{(1)} & L_r^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \mathbf{L}_{rcw}^T \left((\mathbf{N}_1)_{1,:} \right)^T (1 \quad -1 \quad 0), \\
 \mathbf{R}_{PFC1} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_{ccw}^{(2)} & 0 & \pm R_{cw}^{(1)} & \pm 2R_{ccw}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{cw}^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{ccw}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 & + \left(\begin{array}{c|c} -\mathbf{R}_{re0}^T \left((\mathbf{N}_1)_{1,:} \right)^T (0 \quad +1 \quad 0) & \mp \mathbf{R}_{re0}^T \left((\mathbf{N}_1)_{1,:} \right)^T (1 \quad -1 \quad 0) \\ \mathbf{R}_{rcw}^T \left((\mathbf{N}_1)_{1,:} \right)^T (0 \quad \pm 1 \quad 0) & \mathbf{R}_{rcw}^T \left((\mathbf{N}_1)_{1,:} \right)^T (1 \quad -1 \quad 0) \end{array} \right).
 \end{aligned}$$

Analog zur Darstellung der Energieänderungen des PFC1 in den p- und n-Ringen lassen sich auch die entsprechenden Gleichungen gemäß **Anforderung 2** für den PFC2 in den p- und n-Ringen in identischer Matrixform formulieren:

$$\begin{aligned}
 & W'_{Cp/n}{}^{(2,ss2)}(t_0 + T_s) - W'_{Cp/n}{}^{(2,ss1)}(t_0) \\
 & = \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{u}_{DCp/n}(t))^T \mathbf{M}_7 \vec{i}_{DCp}(t) dt + \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{u}_{DCp/n}(t))^T \mathbf{M}_8 \vec{i}_{cwp/n}(t) dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d\vec{i}_{DCp}(t)}{dt} \right)^T \mathbf{M}_9 \vec{i}_{DCp}(t) dt + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d\vec{i}_{DCp}(t)}{dt} \right)^T \mathbf{M}_{10} \vec{i}_{cwp/n}(t) dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d\vec{i}_{cwp/n}^{(1)}(t)}{dt} \right)^T \mathbf{M}_{11} \vec{i}_{DCp}(t) dt + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d\vec{i}_{cwp/n}(t)}{dt} \right)^T \mathbf{M}_{12} \vec{i}_{cwp/n}(t) dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\mathbf{N}_2)_{1,:} \left(\vec{u}_{Fp/n}^{(ss1)} \tilde{s}(t) + \vec{u}_{Fp/n}^{(ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right) (0 \quad +1 \quad -1) \vec{i}_{cwp/n} dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\mathbf{N}_2)_{1,:} \left(\vec{u}_{Fp/n}^{(ss1)} \tilde{s}(t) + \vec{u}_{Fp/n}^{(ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right) (0 \quad 0 \quad \pm 1) \vec{i}_{DCp} dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\vec{i}_{DCp}^T(t) \mid \vec{i}_{cwp/n}^T(t) \right) \mathbf{R}_{PFC2} \begin{pmatrix} \vec{i}_{DCp}(t) \\ \vec{i}_{cwp/n}(t) \end{pmatrix} dt. \tag{B.23}
 \end{aligned}$$

Dabei gilt:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M}_8 = \begin{pmatrix} 0 & \mp 1 & \pm 1 \\ 0 & \pm 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mp 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M}_9 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_r^{(1)} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \mathbf{L}_{re0}^T \left((\mathbf{N}_1)_{1,:} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 \mathbf{M}_{10} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \pm L_r^{(1)} & \mp L_r^{(1)} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mp \mathbf{L}_{re0}^T \left((\mathbf{N}_1)_{1,:} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & +1 & -1 \end{pmatrix}, \\
 \mathbf{M}_{11} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & \pm (L_r^{(1)} + L_{cw}^{(1)}) \\ 0 & 0 & \mp L_r^{(1)} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \mathbf{L}_{rcw}^T \left((\mathbf{N}_1)_{1,:} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 0 & \pm 1 \end{pmatrix}, \\
 \mathbf{M}_{12} &= \begin{pmatrix} 0 & L_{cw}^{(1)} + L_r^{(1)} & - (L_{cw}^{(1)} + L_r^{(1)}) \\ 0 & -L_r^{(1)} & L_r^{(1)} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \mathbf{L}_{rcw}^T \left((\mathbf{N}_1)_{1,:} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & +1 & -1 \end{pmatrix}, \\
 \mathbf{R}_{PFC2} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r^{(1)} & 0 & \pm R_r^{(1)} & \mp R_r^{(1)} \\ 0 & 0 & - (R_{ccw}^{(3)} + R_r^{(2)}) & \pm (R_{cw}^{(1)} + R_r^{(1)}) & \mp (R_r^{(1)} + 2R_r^{(2)}) & \pm 2 (R_{ccw}^{(3)} + R_r^{(2)}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (R_{cw}^{(1)} + R_r^{(1)}) & - (R_{cw}^{(1)} + R_r^{(1)}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & - (R_r^{(1)} + R_{cw}^{(2)} + R_r^{(2)}) & (R_r^{(1)} + 2R_r^{(2)}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & - (R_{ccw}^{(3)} + R_r^{(2)}) \end{pmatrix} \\
 &+ \left(\begin{array}{c|c} -\mathbf{R}_{re0}^T \left((\mathbf{N}_1)_{1,:} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 0 & +1 \end{pmatrix} & \mp \mathbf{R}_{re0}^T \left((\mathbf{N}_1)_{1,:} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & +1 & -1 \end{pmatrix} \\ \hline \mathbf{R}_{rcw}^T \left((\mathbf{N}_1)_{1,:} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 0 & \pm 1 \end{pmatrix} & \mathbf{R}_{rcw}^T \left((\mathbf{N}_1)_{1,:} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & +1 & -1 \end{pmatrix} \end{array} \right).
 \end{aligned}$$

Für PFC3 in den p- und n-Ringen muss die jeweilige Energiedynamik nicht einzeln betrachtet werden. Stattdessen wird die gesamte Energieänderung aller PFC in einem Ring berücksichtigt, d. h. entweder

$$\left(W'_{Cp}^{(1)} + W'_{Cp}^{(2)} + W'_{Cp}^{(3)} \right) \quad \text{oder} \quad \left(W'_{Cn}^{(1)} + W'_{Cn}^{(2)} + W'_{Cn}^{(3)} \right).$$

Die zugehörige dynamische Gleichung ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \left(\sum_{a=1}^3 W'_{Cp/n}^{(a)} \right) &= \left(\vec{u}_{DCp/n} \right)^T \vec{i}_{DCp} - \sum_{a=1}^3 R_{cw}^{(a)} \left(i_{cwp/n}^{(a)} \right)^2 - \sum_{a=1}^3 R_{ccw}^{(a)} \left(\pm i_{DCp}^{(a)} - i_{cwp/n}^{(a)} \right)^2 \\
 &\quad - \sum_{\substack{a=1 \\ \text{cyc}}}^3 R_r^{(a)} \left(i_{cwp/n}^{(a)} \pm i_{DCp}^{(a+1)} - i_{cwp/n}^{(a+1)} \right)^2. \tag{B.24}
 \end{aligned}$$

Diese ohmschen Verluste lassen sich auch in kompakter Matrixform ausdrücken:

$$\left(\begin{array}{c|c} \vec{i}_{DCp}^T & \vec{i}_{cwp/n}^T \end{array} \right) \mathbf{R}_{PFC123} \begin{pmatrix} \vec{i}_{DCp} \\ \vec{i}_{cwp/n} \end{pmatrix},$$

wobei

$$\mathbf{R}_{PFC123} = \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{U}_1 & \mathbf{U}_2 \\ \hline \mathbf{U}_2^T & \mathbf{U}_3 \end{array} \right)$$

gegeben ist mit:

$$\mathbf{U}_1 = \begin{pmatrix} -\left(R_{ccw}^{(1)} + R_r^{(3)}\right) & 0 & 0 \\ 0 & -\left(R_{ccw}^{(2)} + R_r^{(1)}\right) & 0 \\ 0 & 0 & -\left(R_{ccw}^{(3)} + R_r^{(2)}\right) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{U}_2 = \begin{pmatrix} \pm\left(R_{ccw}^{(1)} + R_r^{(3)}\right) & 0 & \mp R_r^{(3)} \\ \mp R_r^{(1)} & \pm\left(R_{ccw}^{(2)} + R_r^{(1)}\right) & 0 \\ 0 & \mp R_r^{(2)} & \pm\left(R_{ccw}^{(3)} + R_r^{(2)}\right) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{U}_3 = \begin{pmatrix} -R_{cw}^{(1)} - R_{ccw}^{(1)} - R_r^{(1)} - R_r^{(3)} & R_r^{(1)} & R_r^{(3)} \\ R_r^{(1)} & -R_{cw}^{(2)} - R_{ccw}^{(2)} - R_r^{(2)} - R_r^{(1)} & R_r^{(2)} \\ R_r^{(3)} & R_r^{(2)} & -R_{cw}^{(3)} - R_{ccw}^{(3)} - R_r^{(3)} - R_r^{(2)} \end{pmatrix}.$$

Gemäß **Anforderung 2** ergibt sich:

$$\begin{aligned} & \sum_{a=1}^3 W'_{Cp/n}(a,ss2)(t_0 + T_s) - \sum_{a=1}^3 W'_{Cp/n}(a,ss1)(t_0) \\ &= \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{u}_{DCp/n})^T \vec{i}_{DCp} dt + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\vec{i}_{DCp}^T \mid \vec{i}_{cwp/n}^T \right) \mathbf{R}_{PFC123} \begin{pmatrix} \vec{i}_{DCp} \\ \vec{i}_{cwp/n} \end{pmatrix} dt. \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

Für MMC2 ist die Umformulierung der Energieänderung in Matrixform besonders einfach:

$$\begin{aligned} & W'_{\Sigma,0}(2,ss2)(t_0 + T_s) - W'_{\Sigma,0}(2,ss1)(t_0) \\ &= \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \begin{pmatrix} u_{AC,\alpha}^{(2)} & u_{AC,\beta}^{(2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha}^{(2)} \\ i_{AC,\beta}^{(2)} \end{pmatrix} dt - \frac{R'_{AC}(2)}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[\left(i_{AC,\alpha}^{(2)}\right)^2 + \left(i_{AC,\beta}^{(2)}\right)^2 \right] dt \\ & - \frac{1}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{u}_{DCp})^T \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \vec{i}_{DCp} dt - \frac{R'_{DC}(2)}{3} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{DCp}^{(2)}\right)^2 dt, \end{aligned}$$

wobei gilt:

$$\mathbf{M}_{MMC}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Für die Energieänderung von MMC3 gilt ein analoger Ausdruck; dennoch wird dort eine alternative Formulierung über die AC-Leistungen verwendet.

$$\begin{aligned} & W'_{\Sigma,0}(3,ss2)(t_0 + T_s) - W'_{\Sigma,0}(3,ss1)(t_0) \\ &= \frac{1}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} P_{AC}^{(3)} dt - \frac{R_{AC}^{(3)}}{9 \left(\hat{u}_{AC}^{(3)}\right)^2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[\left(P_{AC}^{(3)}\right)^2 + \left(Q_{AC}^{(3)}\right)^2 \right] dt \\ & - \frac{1}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{u}_{DCp})^T \mathbf{M}_{MMC}^{(3)} \vec{i}_{DCp} dt - \frac{R'_{DC}(3)}{3} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{DCp}^{(3)}\right)^2 dt, \end{aligned}$$

wobei gilt:

$$\mathbf{M}_{MMC}^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Im nächsten Schritt besteht die Aufgabe darin, die jeweiligen Integralausdrücke in lineare Gleichungen bezüglich der unbekanntenen Koeffizienten zu überführen.

B.5.2 Nützliche mathematische Zusammenhänge

Im vorherigen Abschnitt wurde die Energieänderung in jedem Umrichter in der allgemeinen Matrixform umformuliert, die aus mehreren Integralen der folgenden Form besteht (\mathbf{M} ist eine allgemeine Matrix, deren Größe der erforderlichen Dimension jedes Produkts entspricht):

$$\begin{aligned} & \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{u}_{DCp/n})^T \mathbf{M} \vec{i}_{DCp} dt, & \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{u}_{DCp/n})^T \mathbf{M} \vec{i}_{cwp/n} dt, \\ & \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{DCp} dt, & \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{cwp/n} dt, \\ & \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp/n} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{DCp} dt, & \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp/n} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{cwp/n} dt, \\ & \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{i}_{DCp})^T \mathbf{M} \vec{i}_{DCp} dt, & \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{i}_{DCp})^T \mathbf{M} \vec{i}_{cwp/n} dt, & \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{i}_{cwp/n})^T \mathbf{M} \vec{i}_{cwp/n} dt. \end{aligned}$$

Werden die oben genannten Integrale in lineare Gleichungen umgeformt, so lässt sich die Energieänderung in jedem Umrichter als lineare Gleichung für die unbekanntenen Koeffizienten

$$\vec{x}^T = (A^{(2)}, B_p^{(1)}, B_p^{(2)}, B_p^{(3)}, B_n^{(1)}, B_n^{(2)}, B_n^{(3)}, C)$$

formulieren. Die Trajektorien der Entwurfsvariablen in diesem Intervall $[t_0, t_0 + T_s]$ sind wie folgt:

$$\begin{aligned} i_{DCp}^{(2)} &= i_{DCp}^{(2,g)} + \tilde{i} A^{(2)} \tilde{\Phi}_2, \\ \vec{i}_{cwp/n} &= \vec{i}_{cwp/n}^{(g)} + \tilde{i} \vec{B}_{p/n} \tilde{\Phi}_1, \\ P_{AC}^{(3)} &= P_{AC}^{(3,g)} + \tilde{p} C \tilde{\Phi}_1, \end{aligned}$$

wobei gilt: $(\vec{B}_{p/n})^T = (B_{p/n}^{(1)} \ B_{p/n}^{(2)} \ B_{p/n}^{(3)})$. Der Stromverlauf $i_{DCp}^{(1)}$ wurde bereits bei der Betrachtung der Energieänderung in MMC1 unabhängig von den oben genannten Koeffizienten berechnet.

Im Folgenden werden die Integrale der Produkte der Stromverläufe im Übergangsintervall dargestellt. Dabei ist zu beachten, dass die gestrichelt unterstrichenen Terme in den folgenden Gleichungen keine Anteile enthalten, die von den unbekanntenen Koeffizienten

abhängen, und daher als konstant zu betrachten sind.

$$\begin{aligned}
 \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{DCp} dt &= \frac{1}{2} \left[\left(i_{DCp}^{(1,ss2)} \right)^2 - \left(i_{DCp}^{(1,ss1)} \right)^2 \right] (1 \ 0 \ -1) \mathbf{M} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\
 &\dots \\
 &+ \left[i_{DCp}^{(1,ss2)} i_{DCp}^{(2,ss2)} - i_{DCp}^{(1,ss1)} i_{DCp}^{(2,ss1)} \right] (0 \ 1 \ -1) \mathbf{M} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\
 &\dots \\
 &+ \frac{1}{2} \left[\left(i_{DCp}^{(2,ss2)} \right)^2 - \left(i_{DCp}^{(2,ss1)} \right)^2 \right] (0 \ 1 \ -1) \mathbf{M} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
 &\dots \\
 &+ (1 \ 0 \ -1) (\mathbf{M} - \mathbf{M}^T) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{di_{DCp}^{(1)}}{dt} i_{DCp}^{(2,g)} dt \\
 &\dots \\
 &+ \left[(1 \ 0 \ -1) (\mathbf{M} - \mathbf{M}^T) \vec{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{di_{DCp}^{(1)}}{dt} \tilde{\Phi}_2 \right] \downarrow A^{(2)}, \tag{B.26}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp/n} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{cwp/n} dt &= (1 \ 0 \ -1) \mathbf{M} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{di_{cwp/n}^{(1)}}{dt} \vec{i}_{cwp/n}^{(g)} dt + (0 \ 1 \ -1) \mathbf{M} \frac{di_{cwp/n}^{(2,g)}}{dt} \vec{i}_{cwp/n}^{(g)} \\
 &\dots \\
 &+ \left[(0 \ 1 \ -1) \mathbf{M} \vec{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d\tilde{\Phi}_2}{dt} \vec{i}_{cwp/n}^{(g)} dt \right] \downarrow A^{(2)} \\
 &+ \left[(1 \ 0 \ -1) \mathbf{M} \vec{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{di_{DCp}^{(1)}}{dt} \tilde{\Phi}_1 dt + (0 \ 1 \ -1) \mathbf{M} \vec{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{di_{DCp}^{(2,g)}}{dt} \tilde{\Phi}_1 \right] \downarrow \vec{B}_{p/n} \\
 &+ (0 \ 1 \ -1) \mathbf{M} \vec{i}^2 \underbrace{\int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d\tilde{\Phi}_2}{dt} \tilde{\Phi}_1 dt}_{= 0, \text{ Gl. (4.16)}} \downarrow A^{(2)} \downarrow \vec{B}_{p/n}, \tag{B.27}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp/n} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{DCp} dt &= \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d}{dt} \left[\left(\vec{i}_{cwp/n} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{DCp} \right] dt - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp} \right)^T \mathbf{M}^T \vec{i}_{cwp/n} dt \\
 &= \left[\left(\vec{i}_{cwp/n}^{(ss2)} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{DCp}^{(ss2)} - \left(\vec{i}_{cwp/n}^{(ss1)} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{DCp}^{(ss1)} \right] - (1 \ 0 \ -1) \mathbf{M}^T \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{di_{DCp}^{(1)}}{dt} \vec{i}_{cwp/n}^{(g)} dt \\
 &\dots \\
 &- (0 \ 1 \ -1) \mathbf{M}^T \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{di_{DCp}^{(2,g)}}{dt} \vec{i}_{cwp/n}^{(g)} dt \\
 &\dots \\
 &+ \left[- (0 \ 1 \ -1) \mathbf{M}^T \vec{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d\tilde{\Phi}_2}{dt} \vec{i}_{cwp/n}^{(g)} dt \right] \downarrow A^{(2)} \\
 &+ \left[- (1 \ 0 \ -1) \mathbf{M}^T \vec{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{di_{DCp}^{(1)}}{dt} \tilde{\Phi}_1 dt - (0 \ 1 \ -1) \mathbf{M}^T \vec{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{di_{DCp}^{(2,g)}}{dt} \tilde{\Phi}_1 dt \right] \downarrow \vec{B}_{p/n} \\
 &- (0 \ 1 \ -1) \mathbf{M}^T \vec{i}^2 \underbrace{\int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d\tilde{\Phi}_2}{dt} \tilde{\Phi}_1 dt}_{= 0, \text{ Gl. (4.16)}} \downarrow A^{(2)} \downarrow \vec{B}_{p/n}, \tag{B.28}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d}{dt} \vec{i}_{cw p/n} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{cw p/n} dt &= \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d}{dt} \vec{i}_{cw p/n}^{(g)} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{cw p/n}^{(g)} dt \\
 &+ \left[\tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d}{dt} \vec{i}_{cw p/n}^{(g)} \right)^T \tilde{\Phi}_1 dt \mathbf{M} + \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\vec{i}_{cw p/n}^{(g)} \right)^T \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} dt \mathbf{M}^T \right] \vec{\tilde{B}}_{p/n} \downarrow \\
 &+ \tilde{i}^2 \underbrace{\int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \tilde{\Phi}_1 dt}_{=0, \text{ Gl. (4.14)}} \left(\vec{\tilde{B}}_{p/n} \right)^T \mathbf{M} \left(\vec{\tilde{B}}_{p/n} \right) \downarrow, \quad (\text{B.29})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\vec{i}_{DCp} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{DCp} dt &\stackrel{\text{Linearisierung}}{\approx} \underbrace{(A^{(2)})^2}_{(1 \ 0 \ -1) \mathbf{M} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{DCp}^{(1)} \right)^2 dt \\
 &+ (1 \ 0 \ -1) \left(\mathbf{M} + \mathbf{M}^T \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{DCp}^{(1)} i_{DCp}^{(2,g)} dt \\
 &+ (0 \ 1 \ -1) \mathbf{M} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \left(\int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{DCp}^{(2,g)} \right)^2 dt - \tilde{i}^2 T_s \left(A^{(2,prov)} \right)^2 \right) \\
 &+ \left[(1 \ 0 \ -1) \left(\mathbf{M} + \mathbf{M}^T \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{DCp}^{(1)} \tilde{\Phi}_2 dt \right. \\
 &\quad + 2(0 \ 1 \ -1) \mathbf{M} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{DCp}^{(2,g)} \tilde{\Phi}_2 dt \\
 &\quad \left. + 2\tilde{i}^2 T_s A^{(2,prov)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \mathbf{M} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right] \vec{A}^{(2)} \downarrow \quad (\text{B.30})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\vec{i}_{DCp} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{cw p/n} dt &= (1 \ 0 \ -1) \mathbf{M} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{DCp}^{(1)} \vec{i}_{cw p/n}^{(g)} dt + (0 \ 1 \ -1) \mathbf{M} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{DCp}^{(2,g)} \vec{i}_{cw p/n}^{(g)} dt \\
 &+ \left[(0 \ 1 \ -1) \mathbf{M} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \vec{i}_{cw p/n}^{(g)} \tilde{\Phi}_2 dt \right] \vec{A}^{(2)} \downarrow \\
 &+ \left[(1 \ 0 \ -1) \mathbf{M} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{DCp}^{(1)} \tilde{\Phi}_1 dt + (0 \ 1 \ -1) \mathbf{M} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{DCp}^{(2,g)} \tilde{\Phi}_1 dt \right] \vec{\tilde{B}}_{p/n} \downarrow \\
 &+ (0 \ 1 \ -1) \mathbf{M} \tilde{i}^2 \underbrace{\int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{\Phi}_2 \tilde{\Phi}_1 dt}_{=0, \text{ Gl. (4.15)}} \vec{A}^{(2)} \vec{\tilde{B}}_{p/n}, \quad (\text{B.31})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\vec{i}_{cw p/n} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{cw p/n} dt &\stackrel{\text{Linearisierung}}{\approx} \underbrace{\left(\vec{\tilde{B}}_{p/n}^T \mathbf{M} \vec{\tilde{B}}_{p/n} \right)}_{\tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\vec{i}_{cw p/n}^{(g)} \right)^T \tilde{\Phi}_1 dt \left(\mathbf{M} + \mathbf{M}^T \right) + \tilde{i}^2 T_s \left(\vec{\tilde{B}}_{p/n}^{(prov)} \right)^T \left(\mathbf{M} + \mathbf{M}^T \right)} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\vec{i}_{cw p/n}^{(g)} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{cw p/n}^{(g)} dt - \tilde{i}^2 T_s \left(\vec{\tilde{B}}_{p/n}^{(prov)} \right)^T \mathbf{M} \vec{\tilde{B}}_{p/n}^{(prov)} \\
 &+ \left[\tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\vec{i}_{cw p/n}^{(g)} \right)^T \tilde{\Phi}_1 dt \left(\mathbf{M} + \mathbf{M}^T \right) + \tilde{i}^2 T_s \left(\vec{\tilde{B}}_{p/n}^{(prov)} \right)^T \left(\mathbf{M} + \mathbf{M}^T \right) \right] \vec{\tilde{B}}_{p/n}, \quad (\text{B.32})
 \end{aligned}$$

Es verbleiben nur noch die Integrale der restlichen Produkte $\left(\vec{u}_{DCp/n} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{DCp}$ und $\left(\vec{u}_{DCp/n} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{cw p/n}$. Zunächst werden die Trajektorien der folgenden DC-Spannungen im Intervall $[t_0, t_0 + T_s]$ betrachtet:

$$\begin{pmatrix} +1 & -1 & 0 \\ 0 & +1 & -1 \\ -1 & 0 & +1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{DCp/n}^{(1)} \\ u_{DCp/n}^{(2)} \\ u_{DCp/n}^{(3)} \end{pmatrix} = \pm \mathbf{L}_{cw} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cw p/n} - \mathbf{L}_{e0} \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp} \pm \mathbf{R}_{cw} \vec{i}_{cw p/n} - \mathbf{R}_{e0} \vec{i}_{DCp} \pm \mathbf{M}_u \vec{u}_{Fp/n}$$

Mit

$$\begin{aligned} \vec{u}_{Fp/n} &= \mathbf{N}_1 \left(\mathbf{L}_{rcw} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp/n} \mp \mathbf{L}_{re0} \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp} + \mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp/n} \mp \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp} \right) \\ &+ \mathbf{N}_2 \left(\vec{u}_{Fp/n}^{(ss1)} \tilde{s}(t) + \vec{u}_{Fp/n}^{(ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right). \end{aligned}$$

Daraus ergeben sich die folgenden Beziehungen für den DC-Spannungsverläufen

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} +1 & -1 & 0 \\ 0 & +1 & -1 \\ -1 & 0 & +1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{DCp/n}^{(1)} \\ u_{DCp/n}^{(2)} \\ u_{DCp/n}^{(3)} \end{pmatrix} &= \pm \underbrace{(\mathbf{L}_{cw} + \mathbf{M}_u \mathbf{N}_1 \mathbf{L}_{rcw})}_{=\mathcal{L}_{cw}} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp/n} - \underbrace{(\mathbf{L}_{e0} + \mathbf{M}_u \mathbf{N}_1 \mathbf{L}_{re0})}_{=\mathcal{L}_{e0}} \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp} \\ &\pm \underbrace{(\mathbf{R}_{cw} + \mathbf{M}_u \mathbf{N}_1 \mathbf{R}_{rcw})}_{=\mathcal{R}_{cw}} \vec{i}_{cwp/n} - \underbrace{(\mathbf{R}_{e0} + \mathbf{M}_u \mathbf{N}_1 \mathbf{R}_{re0})}_{=\mathcal{R}_{e0}} \vec{i}_{DCp} \\ &+ \mathbf{M}_u \mathbf{N}_2 \underbrace{\left(\vec{u}_{Fp/n}^{(ss1)} \tilde{s}(t) + \vec{u}_{Fp/n}^{(ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right)}_{=\vec{u}_{Fp/n}^{(g)}}. \end{aligned} \quad (\text{B.33})$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned} (\vec{u}_{DCp/n})^T &= u_{DCp/n}^{(1)} (1 \ 1 \ 1) + \left[\mp \left(\frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp/n} \right)^T \mathcal{L}_{cw}^T + \left(\frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp} \right)^T \mathcal{L}_{e0}^T \right. \\ &\quad \left. \mp \left(\vec{i}_{cwp/n} \right)^T \mathcal{R}_{cw}^T + \left(\vec{i}_{DCp} \right)^T \mathcal{R}_{e0}^T \mp \left(\vec{u}_{Fp/n}^{(g)} \right)^T \mathbf{N}_2^T \mathbf{M}_u^T \right] \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Die Integrale $\int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{u}_{DCp/n})^T \mathbf{M} \vec{i}_{DCp} dt$ und $\int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{u}_{DCp/n})^T \mathbf{M} \vec{i}_{cwp/n} dt$ können als lineare Kombinationen von Integralen dargestellt werden, die mithilfe der Gleichungen (B.26)–(B.32) in lineare Gleichungen für die unbekanntenen Koeffizienten \vec{x} überführt werden.

B.5.3 Beispiel einer linearen Gleichung für die unbekanntenen Koeffizienten von MMC2

Als Beispiel wird nachfolgend die aus der Anwendung der **Anforderung 2** für MMC2 resultierende lineare Gleichung für die unbekanntenen Koeffizienten hergeleitet:

$$\begin{aligned} 0 &= - \left[W'_{\Sigma,0}^{(2,ss2)} \Big|_{t_0+T_s} - W'_{\Sigma,0}^{(2,ss1)} \Big|_{t_0} \right] + \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha}^{(2)} - R'_{AC^i AC,\alpha}^{(2)} \quad u_{AC,\beta}^{(2)} - R'_{AC^i AC,\beta}^{(2)} \right) \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha}^{(2)} \\ i_{AC,\beta}^{(2)} \end{pmatrix} dt \\ &\dots \\ &- \frac{1}{6} (1 \ 1 \ 1) \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \int_{t_0}^{t_0+T_s} (u_{DCp}^{(1)} + u_{DCn}^{(1)}) i_{DCp}^{(1)} dt - \frac{1}{6} (1 \ 1 \ 1) \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \int_{t_0}^{t_0+T_s} (u_{DCp}^{(1)} + u_{DCn}^{(1)}) i_{DCp}^{(2,g)} dt \\ &\dots \\ &- \frac{2}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{di_{DCp}^{(1)}}{dt} (1 \ 0 \ -1) + \frac{di_{DCp}^{(2,g)}}{dt} (0 \ 1 \ -1) \right) \mathcal{L}_{e0}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(1)} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(2,g)} \right) dt \\ &\dots \\ &+ \frac{1}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d\vec{i}_{cwp}^{(g)}}{dt} - \frac{d\vec{i}_{cwn}^{(g)}}{dt} \right)^T \mathcal{L}_{cw}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(1)} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(2,g)} \right) dt \end{aligned}$$

ANHANG B. ERGÄNZENDE HERLEITUNGEN, BEWEISE

$$\begin{aligned}
& -\frac{2}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{DCp}^{(1)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} + i_{DCp}^{(2,g)} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \right) \mathcal{R}_{e0}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(1)} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(2,g)} \right) dt \\
& \dots \\
& + \frac{1}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\tilde{i}_{cwp}^{(g)} - \tilde{i}_{cwn}^{(g)} \right)^T \mathcal{R}_{cw}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(1)} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(2,g)} \right) dt \\
& \dots \\
& + \frac{2}{6} \tilde{i}^2 T_s \left(A^{(2,prov)} \right)^2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \mathcal{R}_{e0}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} - \frac{R'_{DC}}{3} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{DCp}^{(2,g)} \right)^2 dt + \frac{R'_{DC}}{3} \tilde{i}^2 T_s \left(A^{(2,prov)} \right)^2 \\
& \dots \\
& - \frac{1}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\tilde{u}_{Fp}^{(g)} - \tilde{u}_{Fn}^{(g)} \right)^T \mathbf{N}_2^T \mathbf{M}_u^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(1)} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(2,g)} \right] dt \\
& \dots \\
& + \left[\begin{aligned} & \overbrace{-\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}}^{=1 \neq 0} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{DCp}^{(1)} + u_{DCn}^{(1)} \right) \tilde{\Phi}_2 dt \\ & - \frac{2}{6} \tilde{i} \left(\int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{di_{DCp}^{(1)}}{dt} \tilde{\Phi}_2 dt \quad \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{di_{DCp}^{(2,g)}}{dt} \tilde{\Phi}_2 dt \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \\ & \quad \times \left(\mathcal{L}_{e0}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} - \left(\mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}^T \mathcal{L}_{e0} \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \\ & + \frac{1}{6} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d\tilde{i}_{cwp}^{(g)}}{dt} - \frac{d\tilde{i}_{cwn}^{(g)}}{dt} \right)^T \tilde{\Phi}_2 dt \mathcal{L}_{cw}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \\ & - \frac{2}{6} \tilde{i} \left(\int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{DCp}^{(1)} \tilde{\Phi}_{2/3} dt \quad \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{DCp}^{(2,g)} \tilde{\Phi}_{2/3} dt \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \\ & \quad \times \left(\mathcal{R}_{e0}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} + \left(\mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}^T \mathcal{R}_{e0} \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \\ & + \frac{1}{6} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\tilde{i}_{cwp}^{(g)} - \tilde{i}_{cwn}^{(g)} \right)^T \tilde{\Phi}_2 dt \mathcal{R}_{cw}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \\ & - \frac{4}{6} \tilde{i}^2 T_s A^{(2,prov)} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \mathcal{R}_{e0}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \\ & - \frac{2R'_{DC}}{3} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{DCp}^{(2,g)} \tilde{\Phi}_2 dt - \frac{2R'_{DC}}{3} \tilde{i}^2 T_s A^{(2,prov)} \\ & - \frac{1}{6} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\tilde{u}_{Fp}^{(g)} - \tilde{u}_{Fn}^{(g)} \right)^T \mathbf{N}_2^T \mathbf{M}_u^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \tilde{\Phi}_2 \right] \downarrow_{1 \times 1} A^{(2)} \\
& + \left[\begin{aligned} & + \frac{1}{6} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{DCp}^{(1)} \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} + i_{DCp}^{(2,g)} \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \right) dt \left(\mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathcal{L}_{cw} \\ & + \frac{1}{6} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{DCp}^{(1)} \tilde{\Phi}_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} + i_{DCp}^{(2,g)} \tilde{\Phi}_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \right) dt \left(\mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathcal{R}_{cw} \right] \downarrow_{1 \times 3} \tilde{E}_p \\
& + \left[\begin{aligned} & - \frac{1}{6} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{DCp}^{(1)} \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} + i_{DCp}^{(2,g)} \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \right) dt \left(\mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathcal{L}_{cw} \\ & - \frac{1}{6} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{DCp}^{(1)} \tilde{\Phi}_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} + i_{DCp}^{(2,g)} \tilde{\Phi}_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \right) dt \left(\mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathcal{R}_{cw} \right] \downarrow_{1 \times 3} \tilde{E}_n, \\
& \stackrel{\downarrow}{=} -b_1 + d_{1,1} A^{(2)} + (d_{1,2} \quad d_{1,3} \quad d_{1,4}) \tilde{E}_p + (d_{1,5} \quad d_{1,6} \quad d_{1,7}) \tilde{E}_n,
\end{aligned} \tag{B.34}
\end{aligned}$$

wobei sich b_1 auf die gestrichelt unterstrichenen Terme bezieht, während die übrigen Komponenten $d_{1,1-7}$ den Termen in den eckigen Klammern entsprechen.

B.6 Herleitung des Gleichungssystems für die unbekanntenen Koeffizienten im Kapitel 5

Analog zur Vorgehensweise im vorherigen Abschnitt wird die Herleitung des Gleichungssystems für die unbekanntenen Koeffizienten kurz zusammengefasst. Anschließend werden lediglich Schritt 2 und Schritt 3 im Detail diskutiert.

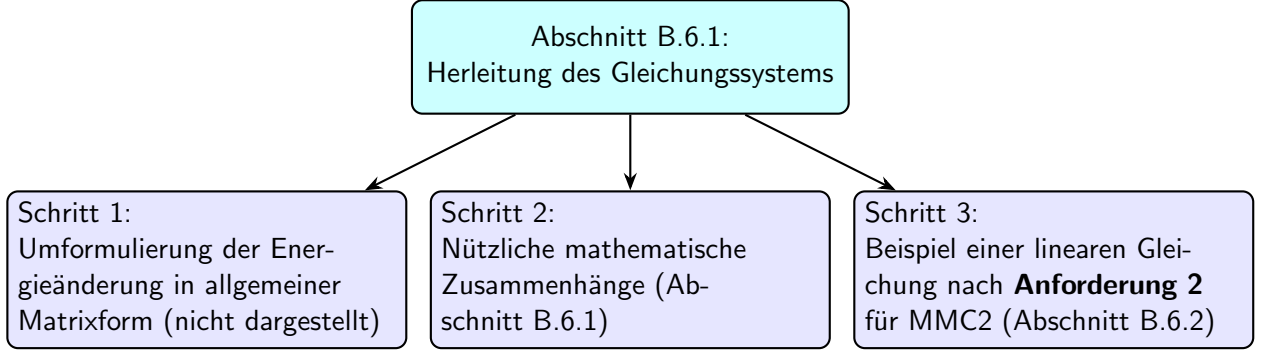


Abbildung B.2: Systematische Herleitungsschritte des Gleichungssystems im Kapitel 5

B.6.1 Weitere nützliche mathematische Zusammenhänge

Da die internen DC-Ströme $\vec{i}_{cwp/n}$ keine Pulsanteile mehr enthalten ($\vec{i}_{cwp/n} = \vec{i}_{cwp/n}^{(g)}$), um die PFC-Energien zu steuern, sind die Koeffizienten $\vec{B}_{p/n}$ wie in Abschnitt B.5.2 gleich null. Alle linearen Terme, die proportional zu diesen Koeffizienten sind, entfallen somit. Es sind daher nur die Integrale, die sich auf $\vec{i}_{cwp/n}$ beziehen, zu berücksichtigen; die übrigen bleiben unverändert.

$$\begin{aligned}
 \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{cwp/n} dt &= (1 \ 0 \ -1) \mathbf{M} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{di_{DCp}^{(1)} \vec{i}_{cwp/n}^{(g)}}{dt} dt + (0 \ 1 \ -1) \mathbf{M} \frac{di_{DCp}^{(2,g)} \vec{i}_{cwp/n}^{(g)}}{dt} \\
 &\dots \dots \dots \\
 &+ \left[(0 \ 1 \ -1) \mathbf{M} \vec{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d\vec{\Phi}_2 \vec{i}_{cwp/n}^{(g)}}{dt} dt \right] \downarrow \mathbf{A}^{(2)}, \quad (\text{B.35})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp/n} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{DCp} dt &= \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d}{dt} \left[\left(\vec{i}_{cwp/n} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{DCp} \right] dt - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp} \right)^T \mathbf{M}^T \vec{i}_{cwp/n} dt \\
 &= \left[\left(\vec{i}_{cwp/n}^{(ss2)} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{DCp}^{(ss2)} - \left(\vec{i}_{cwp/n}^{(ss1)} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{DCp}^{(ss1)} \right] \\
 &\dots \dots \dots \\
 &- (1 \ 0 \ -1) \mathbf{M}^T \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{di_{DCp}^{(1)} \vec{i}_{cwp/n}^{(g)}}{dt} dt - (0 \ 1 \ -1) \mathbf{M}^T \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{di_{DCp}^{(2,g)} \vec{i}_{cwp/n}^{(g)}}{dt} dt \\
 &\dots \dots \dots \\
 &+ \left[- (0 \ 1 \ -1) \mathbf{M}^T \vec{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{d\vec{\Phi}_2 \vec{i}_{cwp/n}^{(g)}}{dt} dt \right] \downarrow \mathbf{A}^{(2)}, \quad (\text{B.36})
 \end{aligned}$$

$$\int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp/n} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{cwp/n} dt = \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp/n}^{(g)} \right)^T \mathbf{M} \vec{i}_{cwp/n}^{(g)} dt, \quad (\text{B.37})$$

$$\begin{aligned}
 \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{i}_{DCp})^T \mathbf{M} \vec{i}_{cwp/n} dt &= (1 \ 0 \ -1) \mathbf{M} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \overset{(1)}{i_{DCp}} \overset{(g)}{i_{cwp/n}} dt \dots \dots \dots (0 \ 1 \ -1) \mathbf{M} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \overset{(2,g)}{i_{DCp}} \overset{(g)}{i_{cwp/n}} dt \\
 &+ \left[(0 \ 1 \ -1) \mathbf{M} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \overset{(g)}{i_{cwp/n}} \tilde{\Phi}_2 dt \right] \overset{\Downarrow}{A^{(2)}}, \tag{B.38}
 \end{aligned}$$

$$\int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{i}_{cwp/n})^T \mathbf{M} \vec{i}_{cwp/n} dt = \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\overset{(g)}{i_{cwp/n}})^T \mathbf{M} \overset{(g)}{i_{cwp/n}} dt. \tag{B.39}$$

Dabei ist zu beachten, dass alle unten gestrichelt unterstrichenen Terme keine unbekanntenen Koeffizienten enthalten.

Die treibenden PFC-Spannungen übernehmen gleichzeitig die Steuerung der internen Ströme und der PFC-Energien. Sie werden gemäß der Formel in (5.4) auf Seite 89 abgeleitet:

$$\begin{aligned}
 \vec{u}_{Fp/n}(t) &= \mathbf{N}_3 \left(\mathbf{L}_{rcw} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp/n}(t) \mp \mathbf{L}_{re0} \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp}(t) + \mathbf{R}_{rcw} \vec{i}_{cwp/n}(t) \mp \mathbf{R}_{re0} \vec{i}_{DCp}(t) \right) \\
 &+ \mathbf{N}_4 \left(\vec{U}_{Fp/n}^{(g)}(t) + \tilde{u}_{Xp/n} \tilde{\Phi}_1(t) \right), \quad \forall t \in [t_0, t_0 + T_s], \tag{B.40}
 \end{aligned}$$

mit:

$$\vec{U}_{Fp}^{(g)}(t) = \begin{pmatrix} u_{F\alpha p}^{(1,ss1)} + u_{F\beta p}^{(3,ss1)} \\ u_{F\alpha p}^{(2,ss1)} + u_{F\beta p}^{(1,ss1)} \\ u_{F\alpha p}^{(3,ss1)} + u_{F\beta p}^{(2,ss1)} \end{pmatrix} \cdot \tilde{s}(t) + \begin{pmatrix} u_{F\alpha p}^{(1,ss2)} + u_{F\beta p}^{(3,ss2)} \\ u_{F\alpha p}^{(2,ss2)} + u_{F\beta p}^{(1,ss2)} \\ u_{F\alpha p}^{(3,ss2)} + u_{F\beta p}^{(2,ss2)} \end{pmatrix} \cdot (1 - \tilde{s}(t)), \quad \forall t \in [t_0, t_0 + T_s],$$

$$\mathbf{N}_3^T = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{N}_4^T = \begin{pmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Es verbleiben die Integrale der Produkte $(\vec{u}_{DCp/n})^T \mathbf{M} \vec{i}_{DCp}$ und $(\vec{u}_{DCp/n})^T \mathbf{M} \vec{i}_{cwp/n}$. Analog zur Vorgehensweise in (B.33) ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} +1 & -1 & 0 \\ 0 & +1 & -1 \\ -1 & 0 & +1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{DCp/n}^{(1)} \\ u_{DCp/n}^{(2)} \\ u_{DCp/n}^{(3)} \end{pmatrix} &= \mathbf{L}_{cw} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp/n} - \mathbf{L}_{e0} \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp} + \mathbf{R}_{cw} \vec{i}_{cwp/n} - \mathbf{R}_{e0} \vec{i}_{DCp} + \mathbf{M}_u \vec{u}_{Fp/n} \\
 &\stackrel{\text{Gl. (B.40)}}{=} \pm \underbrace{(\mathbf{L}_{cw} + \mathbf{M}_u \mathbf{N}_3 \mathbf{L}_{rcw})}_{=\mathcal{L}_{cw}} \frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp/n} - \underbrace{(\mathbf{L}_{e0} + \mathbf{M}_u \mathbf{N}_3 \mathbf{L}_{re0})}_{=\mathcal{L}_{e0}} \frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp} \\
 &\quad \pm \underbrace{(\mathbf{R}_{cw} + \mathbf{M}_u \mathbf{N}_3 \mathbf{R}_{rcw})}_{=\mathcal{R}_{cw}} \vec{i}_{cwp/n} - \underbrace{(\mathbf{R}_{e0} + \mathbf{M}_u \mathbf{N}_3 \mathbf{R}_{re0})}_{=\mathcal{R}_{e0}} \vec{i}_{DCp} \\
 &+ \mathbf{M}_u \mathbf{N}_4 \left(\vec{U}_{Fp/n}^{(g)} + \tilde{u}_{Xp/n} \tilde{\Phi}_1 \right). \tag{B.41}
 \end{aligned}$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned}
 (\vec{u}_{DCp/n})^T &= u_{DCp/n}^{(1)} (1 \quad 1 \quad 1) + \left[\mp \left(\frac{d}{dt} \vec{i}_{cwp/n} \right)^T \mathcal{L}_{cw}^T + \left(\frac{d}{dt} \vec{i}_{DCp} \right)^T \mathcal{L}_{e0}^T \right. \\
 &\quad \left. \mp \left(\vec{i}_{cwp/n} \right)^T \mathcal{R}_{cw}^T + \left(\vec{i}_{DCp} \right)^T \mathcal{R}_{e0}^T \mp \left(\vec{U}_{Fp/n}^{(g)} + \tilde{u} \vec{X}_{p/n} \tilde{\Phi}_1 \right)^T \mathbf{N}_4^T \mathbf{M}_u^T \right] \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Daraus lassen sich die Integrale

$$\int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{u}_{DCp/n})^T \mathbf{M} \vec{i}_{DCp} dt \quad \text{und} \quad \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{u}_{DCp/n})^T \mathbf{M} \vec{i}_{cwp/n} dt$$

mithilfe der Gleichungen (B.35) bis (B.39) als lineare Gleichungen für die unbekanntenen Koeffizienten umformen.

B.6.2 Beispiel einer linearen Gleichung für die unbekanntenen Koeffizienten von MMC2

Exemplarisch wird im Folgenden die lineare Gleichung für die unbekanntenen Koeffizienten unter Anwendung der **Anforderung 2** für MMC2 hergeleitet:

$$\begin{aligned}
 0 &= - \left[W'_{\Sigma,0} \Big|_{t_0+T_s}^{(2,ss2)} - W'_{\Sigma,0} \Big|_{t_0}^{(2,ss1)} \right] + \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha}^{(2)} - R'_{AC} i_{AC,\alpha}^{(2)} \quad u_{AC,\beta}^{(2)} - R'_{AC} i_{AC,\beta}^{(2)} \right) \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha}^{(2)} \\ i_{AC,\beta}^{(2)} \end{pmatrix} dt \\
 &\dots \\
 &- \frac{1}{6} (1 \quad 1 \quad 1) \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{DCp}^{(1)} + u_{DCn}^{(1)} \right) i_{DCp}^{(1)} dt - \frac{1}{6} (1 \quad 1 \quad 1) \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{DCp}^{(1)} + u_{DCn}^{(1)} \right) i_{DCp}^{(2,g)} dt \\
 &\dots \\
 &- \frac{2}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{di_{DCp}^{(1)}}{dt} (1 \quad 0 \quad -1) + \frac{di_{DCp}^{(2,g)}}{dt} (0 \quad 1 \quad -1) \right) \mathcal{L}_{e0}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(1)} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(2,g)} \right) dt \\
 &\dots \\
 &+ \frac{1}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d\vec{i}_{cwp}^{(g)}}{dt} - \frac{d\vec{i}_{cwn}^{(g)}}{dt} \right)^T \mathcal{L}_{cw}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(1)} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(2,g)} \right) dt \\
 &\dots \\
 &- \frac{2}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{DCp}^{(1)} (1 \quad 0 \quad -1) + i_{DCp}^{(2,g)} (0 \quad 1 \quad -1) \right) \mathcal{R}_{e0}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(1)} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(2,g)} \right) dt \\
 &\dots \\
 &+ \frac{1}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\vec{i}_{cwp}^{(g)} - \vec{i}_{cwn}^{(g)} \right)^T \mathcal{R}_{cw}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(1)} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(2,g)} \right) dt \\
 &\dots \\
 &+ \frac{2}{6} \tilde{i}^2 T_s (A^{(2,prov)})^2 (0 \quad 1 \quad -1) \mathcal{R}_{e0}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} - \frac{R'_{DC}}{3} \int_{t_0}^{t_0+T_s} (i_{DCp}^{(2,g)})^2 dt + \frac{R'_{DC}}{3} \tilde{i}^2 T_s (A^{(2,prov)})^2 \\
 &\dots \\
 &- \frac{1}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\vec{U}_{Fp}^{(g)} - \vec{U}_{Fn}^{(g)} \right)^T \mathbf{N}_4^T \mathbf{M}_u^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(1)} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} i_{DCp}^{(2,g)} \right] dt \\
 &\dots \\
 &+ \left[\overbrace{-\frac{1}{6} (1 \quad 1 \quad 1) \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}}^{=1 \neq 0} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{DCp}^{(1)} + u_{DCn}^{(1)} \right) \tilde{\Phi}_2 dt \right. \\
 &\quad \left. - \frac{2}{6} \tilde{i} \left(\int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{di_{DCp}^{(1)}}{dt} \tilde{\Phi}_2 dt \quad \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{di_{DCp}^{(2,g)}}{dt} \tilde{\Phi}_2 dt \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \right. \\
 &\quad \left. \times \left(\mathcal{L}_{e0}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} - (\mathbf{M}_{MMC}^{(2)})^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}^T \mathcal{L}_{e0} \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{6} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{d\vec{i}_{cwp}^{(g)}}{dt} - \frac{d\vec{i}_{cwn}^{(g)}}{dt} \right)^T \tilde{\Phi}_2 dt \mathcal{L}_{cw}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
 & - \frac{2}{6} \tilde{i} \left(\int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{DCp}^{(1)} \tilde{\Phi}_{2/3} dt \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{DCp}^{(2,g)} \tilde{\Phi}_{2/3} dt \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \\
 & \quad \times \left(\mathcal{R}_{e0}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} + (\mathbf{M}_{MMC}^{(2)})^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}^T \mathcal{R}_{e0} \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
 & + \frac{1}{6} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{i}_{cwp}^{(g)} - \vec{i}_{cwn}^{(g)})^T \tilde{\Phi}_2 dt \mathcal{R}_{cw}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
 & - \frac{4}{6} \tilde{i} T_s A^{(2,prov)} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \mathcal{R}_{e0}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
 & - \frac{2R'_{DC}}{3} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{DCp}^{(2,g)} \tilde{\Phi}_2 dt - \frac{2R'_{DC}}{3} \tilde{i}^2 T_s A^{(2,prov)} \\
 & - \frac{1}{6} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} (\vec{U}_{Fp}^{(g)} - \vec{U}_{Fn}^{(g)})^T \mathbf{N}_4^T \mathbf{M}_u^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{M}_{MMC}^{(2)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \tilde{\Phi}_2 \Big]_{1 \times 1} \Downarrow A^{(2)} \\
 & + \left[+ \frac{1}{6} \tilde{u} \left[(1 \quad 0 \quad -1) i_{DCp}^{(1)} + (0 \quad 1 \quad -1) i_{DCp}^{(2,g)} \right] (\mathbf{M}_{MMC}^{(2)})^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}^T \mathbf{M}_u \mathbf{N}_4 \tilde{\Phi}_1 dt \right]_{1 \times 3} \Downarrow \tilde{X}_p \\
 & + \left[- \frac{1}{6} \tilde{u} \left[(1 \quad 0 \quad -1) i_{DCp}^{(1)} + (0 \quad 1 \quad -1) i_{DCp}^{(2,g)} \right] (\mathbf{M}_{MMC}^{(2)})^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}^T \mathbf{M}_u \mathbf{N}_4 \tilde{\Phi}_1 dt \right]_{1 \times 3} \Downarrow \tilde{X}_n, \\
 & \stackrel{!}{=} -q_1 + h_{1,1} \Downarrow A^{(2)} + (h_{1,2} \quad h_{1,3} \quad h_{1,4}) \Downarrow \tilde{X}_p + (h_{1,5} \quad h_{1,6} \quad h_{1,7}) \Downarrow \tilde{X}_n, \tag{B.42}
 \end{aligned}$$

B.7 Alternative Konfiguration des internen DC-Netzes

In diesem Abschnitt wird die alternative Konfiguration des internen DC-Netzes betrachtet, in der pro Ring drei PFC vorhanden sind, die jedoch direkt an den Anschlusspunkten der MMC zum internen DC-Netz liegen (vgl. Abbildung B.3). Dabei arbeiten MMC1 und MMC2 weiterhin als AC-DC-Umrichter, während MMC3 als DC-AC-Umrichter fungiert. Im Folgenden wird nur der p-Ring betrachtet.

In diesem Fall ergeben sich die Dynamiken der Abweichungen in den internen DC-Strömen und PFC-Energien im p-Ring wie folgt:

$$\begin{aligned}
 & \overbrace{\begin{pmatrix} i_{cwp}^{(1,ref)} & (i_{DCp}^{(1,ref)} - i_{cwp}^{(1,ref)}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i_{cwp}^{(2,ref)} & (i_{DCp}^{(2,ref)} - i_{cwp}^{(2,ref)}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & i_{cwp}^{(3,ref)} & (i_{DCp}^{(3,ref)} - i_{cwp}^{(3,ref)}) \\ -1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & +1 \end{pmatrix}}^{\mathbf{M}_{PFCp}} \begin{pmatrix} \delta^* u_{F\alpha p}^{(1)} \\ \delta^* u_{F\beta p}^{(1)} \\ \delta^* u_{F\alpha p}^{(2)} \\ \delta^* u_{F\beta p}^{(2)} \\ \delta^* u_{F\alpha p}^{(3)} \\ \delta^* u_{F\beta p}^{(3)} \end{pmatrix} \\
 & = \left[\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta W_{Cp}^{(1)} \\ \delta W_{Cp}^{(2)} \\ \delta W_{Cp}^{(3)} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \delta i_{cwp}^{(1)} u_{F\alpha p}^{(1,ref)} + (\delta i_{DCp}^{(1)} - \delta i_{cwp}^{(1)}) u_{F\beta p}^{(1,ref)} \\ \delta i_{cwp}^{(2)} u_{F\alpha p}^{(2,ref)} + (\delta i_{DCp}^{(2)} - \delta i_{cwp}^{(2)}) u_{F\beta p}^{(2,ref)} \\ \delta i_{cwp}^{(3)} u_{F\alpha p}^{(3,ref)} + (\delta i_{DCp}^{(3)} - \delta i_{cwp}^{(3)}) u_{F\beta p}^{(3,ref)} \end{pmatrix} \right]_{6 \times 1}, \tag{B.43} \\
 & \left[\mathbf{L}_{rcw} \frac{d}{dt} \delta \vec{i}_{cwp} - \mathbf{L}_{re0} \frac{d}{dt} \delta \vec{i}_{DCp} + \mathbf{R}_{rcw} \delta \vec{i}_{cwp} - \mathbf{R}_{re0} \delta \vec{i}_{DCp} \right]_{6 \times 1}
 \end{aligned}$$

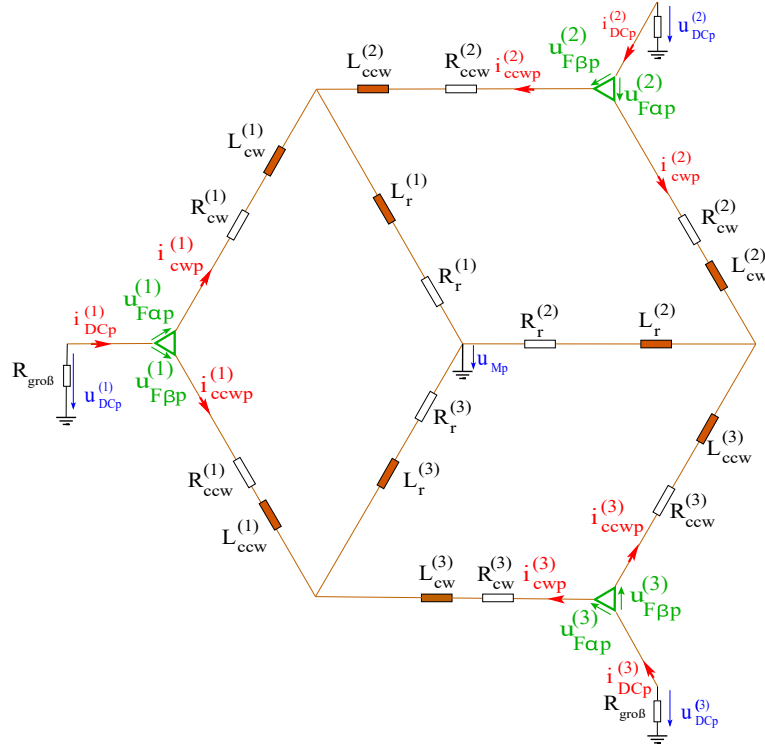


Abbildung B.3: Alternative Konfiguration des internen DC-Netzes

Daraus ergibt sich die Determinante von Matrix \mathbf{M}_{PFCp} :

$$\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}}) = -i_{DCp}^{(1,ref)} i_{DCp}^{(2,ref)} i_{DCp}^{(3,ref)}.$$

Im ersten eingeschwungenen Zustand gilt: $\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}}^{(ss1)}) = -i_{DCp}^{(1,ss1)} i_{DCp}^{(2,ss1)} i_{DCp}^{(3,ss1)} > 0$, da $i_{DCp}^{(1,ss1)} > 0$, $i_{DCp}^{(2,ss1)} > 0$, und $i_{DCp}^{(3,ss1)} = -(i_{DCp}^{(1,ss1)} + i_{DCp}^{(2,ss1)}) < 0$ gelten.

Es ist ersichtlich, dass diese alternative Konfiguration des MVDC-Netzes bestimmte Vorteile bietet, da das Vorzeichen von $\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}})$ unverändert bleibt, solange die Richtung der DC-Ströme an den MMC während des Übergangs aufrechterhalten wird. Daher kann die Regelung zur Kompensation der Abweichungen in den meisten Erdfehlerfällen angewendet werden.

Dies gilt jedoch nicht allgemein, da es Fälle gibt, in denen die Determinante im zweiten eingeschwungenen Zustand ihr Vorzeichen ändern muss, z. B. wenn MMC2 seine Rolle vom AC-DC-Umrichter zum DC-AC-Umrichter wechselt und der Betrag von $i_{DCp}^{(2,ss2)}$ kleiner ist als der Betrag von $i_{DCp}^{(1,ss2)}$. In diesem Fall gilt: $i_{DCp}^{(1,ss2)} > 0$, $i_{DCp}^{(2,ss2)} < 0$, $i_{DCp}^{(3,ss2)} = -(i_{DCp}^{(1,ss2)} + i_{DCp}^{(2,ss2)}) < 0$, und somit $\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}}^{(ss2)}) = -i_{DCp}^{(1,ss2)} i_{DCp}^{(2,ss2)} i_{DCp}^{(3,ss2)} < 0$.

Damit existiert mindestens ein Zeitpunkt während des Übergangs, für den $\det(\mathbf{M}_{\text{PFCp}})$ gleich Null ist. Daher ergibt sich die Notwendigkeit der in Kapitel 6 vorgestellten zwei Zustandsrückführungen für die PFC in beiden Konfigurationen des internen DC-Netzes.

B.8 Optimierung der Eingangskorrekturen $\delta u_{F\beta p}^{(a=1,2,3)}$ zur PFC-Energieregulung

Die Gütefunktion der Eingangskorrekturen $\delta^* u_{F\beta p}^{(a=1,2,3)}$ lautet:

$$J = \left(\delta^* u_{F\beta p}^{(1)} \right)^2 + \left(\delta^* u_{F\beta p}^{(2)} \right)^2 + \left(\delta^* u_{F\beta p}^{(3)} \right)^2,$$

unter der Bedingung für die PFC-Energieregulung:

$$c_1 \delta^* u_{F\beta p}^{(1)} + c_2 \delta^* u_{F\beta p}^{(2)} + c_3 \delta^* u_{F\beta p}^{(3)} = -c_0 - \frac{1}{\tau_D} \delta \vec{W}_{Cp}^T \delta \vec{W}_{Cp} \quad \forall c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 > 0. \quad (\text{B.44})$$

Lösung: Es sei ein Koordinatensystem $Oxyz$ gegeben. Die Zielfunktion $J = \left(\delta^* u_{F\beta p}^{(1)} \right)^2 + \left(\delta^* u_{F\beta p}^{(2)} \right)^2 + \left(\delta^* u_{F\beta p}^{(3)} \right)^2$ beschreibt das Quadrat des euklidischen Abstands des Punktes $(x, y, z) = \left(\delta^* u_{F\beta p}^{(1)}, \delta^* u_{F\beta p}^{(2)}, \delta^* u_{F\beta p}^{(3)} \right)$ vom Ursprung $(0, 0, 0)$. Da dieser Punkt stets auf der durch Gleichung (B.44) beschriebenen Ebene liegt, entspricht die Minimierung von J geometrisch der Bestimmung desjenigen Punktes dieser Ebene, der den minimalen Abstand zum Ursprung besitzt (die Quadratwurzel ist streng monoton).

Der Punkt auf dieser Ebene mit minimalem Abstand zum Ursprung ist die orthogonale Projektion des Ursprungs auf die Ebene (vgl. Abbildung B.4).

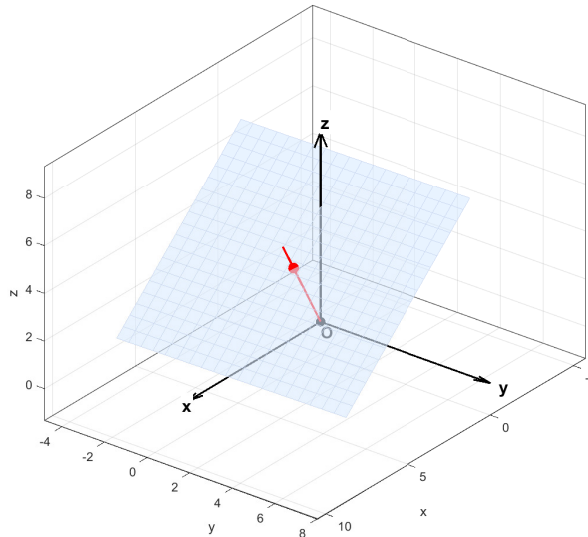


Abbildung B.4: Veranschaulichung der Projektion des Koordinatenursprungs auf die Ebene.

Folglich liegt der gesuchte Punkt auf der durch den Ursprung gehenden Geraden in

Richtung des Normalenvektors $(c_1, c_2, c_3)^T$ der Ebene, d. h. es existiert ein $\kappa \in \mathbb{R}$ mit

$$\begin{pmatrix} \delta^* u_{F\beta p}^{(1)} \\ \delta^* u_{F\beta p}^{(2)} \\ \delta^* u_{F\beta p}^{(3)} \end{pmatrix} = \kappa \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} \quad \forall c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 > 0.$$

Einsetzen in (B.44) ergibt

$$\kappa(c_1^2 + c_2^2 + c_3^2) = -c_0 - \frac{1}{\tau_D} \delta \vec{W}_{Cp}^T \delta \vec{W}_{Cp} \quad \Rightarrow \quad \kappa = \frac{-c_0 - \frac{1}{\tau_D} \delta \vec{W}_{Cp}^T \delta \vec{W}_{Cp}}{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2} \quad \forall c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 > 0.$$

Damit folgt komponentenweise (mit $c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 > 0$)

$$\delta^* u_{F\beta p}^{(i)} = \frac{c_i}{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2} \left(-c_0 - \frac{1}{\tau_D} \delta \vec{W}_{Cp}^T \delta \vec{W}_{Cp} \right), \quad i = 1, 2, 3.$$

Die Eindeutigkeit der obigen Lösung folgt aus der Eindeutigkeit der orthogonalen Projektion auf eine Ebene. □

Anhang C

Zusätzliche Simulation für Kapitel 4

C.1 Simulationsergebnisse für Fälle 1, 2, 4

C.1.1 Simulationsergebnisse für Fall 1: $i_{cwp}^{(1)} \rightarrow 0$

$$\text{Fall 1: } \begin{pmatrix} i_{cwp}^{(a=1,2,3,ss1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.132 \\ 0.706 \\ -0.838 \end{pmatrix} \text{ kA} \rightarrow \begin{pmatrix} i_{cwp}^{(a=1,2,3,ss2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.000 \\ 0.662 \\ -0.882 \end{pmatrix} \text{ kA}$$

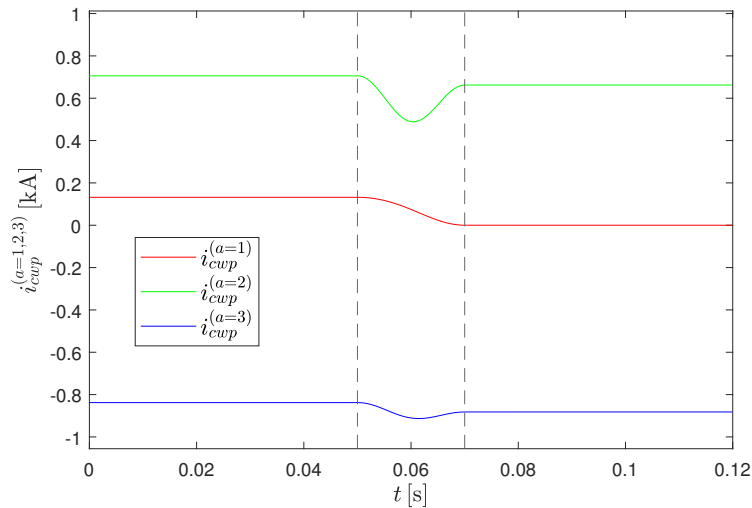


Abbildung C.1: Fall 1: Interne DC-Ströme $i_{cwp}^{(a=1,2,3)}$ im p-Ring bei $N_{\text{Trans}} = 1$, $T_s = 20$ ms, $t_0 = 50$ ms, getrieben durch $u_{F\alpha p}^{(a=1,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(1)}$

$$\text{Fall 1: } \left(i_{DCp}^{(a=1,2,ss1)} \right) = \begin{pmatrix} 0.787 \\ 0.914 \end{pmatrix} \text{ kA} \rightarrow \left(i_{DCp}^{(a=1,2,ss2)} \right) = \begin{pmatrix} 0.787 \\ 0.914 \end{pmatrix} \text{ kA}$$

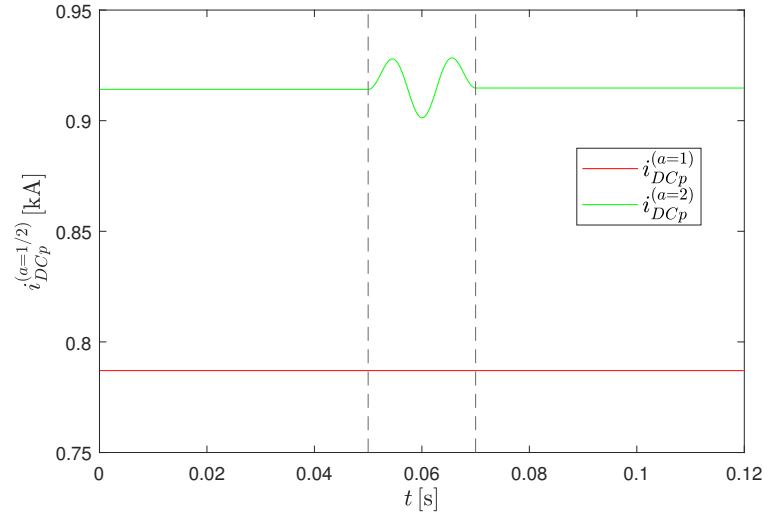


Abbildung C.2: Fall 1: DC-Ströme $i_{DCp}^{(a=1,2)}$ bei $N_{\text{Trans}} = 1$, $T_s = 20$ ms, $t_0 = 50$ ms

$$\text{Fall 1: } u_{Cp}^{(a=1,2,3,ss1)} = 2 \text{ kV} \rightarrow u_{Cp}^{(a=1,2,3,ss2)} = 2 \text{ kV}$$

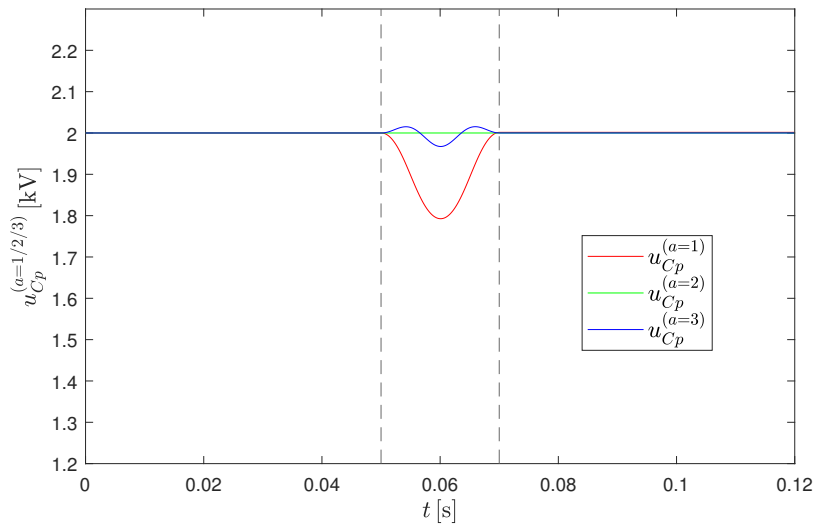


Abbildung C.3: Fall 1: Die Kondensatorspannungen in den PFC bei $N_{\text{Trans}} = 1$, $T_s = 20$ ms, $t_0 = 50$ ms, getrieben durch $u_{F\alpha p}^{(a=1,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(1)}$

Fall 1: $(\vec{u}_{Fp}^{(ss2)})^T = (0.02, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00)$ kV

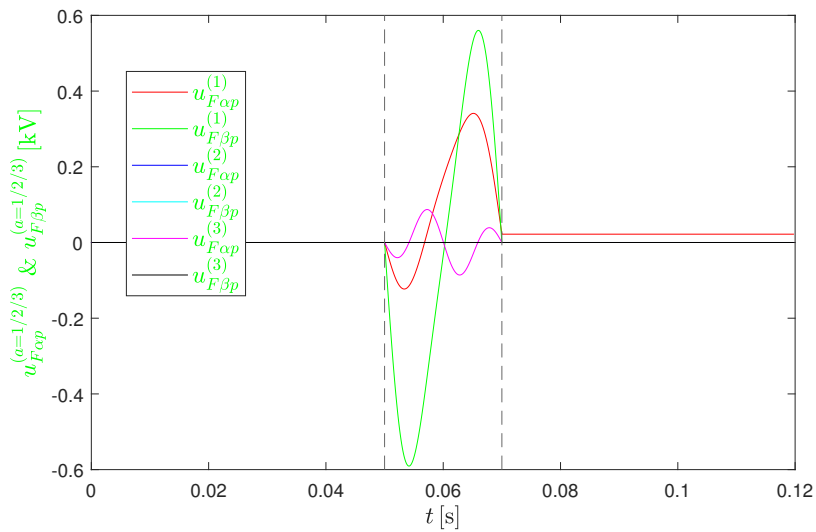


Abbildung C.4: Fall 1: Aus den Stromverläufen abgeleitete PFC-Spannungen bei $N_{\text{Trans}} = 1$, $T_s = 20$ ms, $t_0 = 50$ ms; treibende Spannungen: $u_{F\alpha p}^{(a=1,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(1)}$

Fall 1: $W_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3,ss1)} = 63.375$ kJ \rightarrow $W_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3,ss2)} = 63.375$ kJ

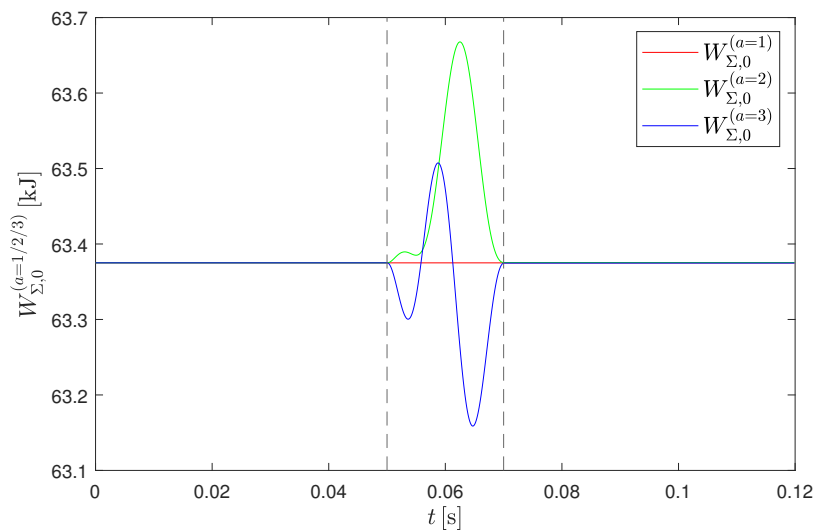


Abbildung C.5: Fall 1: Die MMC-Energien bei $N_{\text{Trans}} = 1$, $T_s = 20$ ms, $t_0 = 50$ ms

$$\text{Fall 1: } \begin{pmatrix} P_{AC}^{(a=1,2,3,ss1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16.437 \\ 18.783 \\ -32.615 \end{pmatrix} \text{ MW} \rightarrow \begin{pmatrix} P_{AC}^{(a=1,2,3,ss2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16.437 \\ 18.783 \\ -32.611 \end{pmatrix} \text{ MW}$$

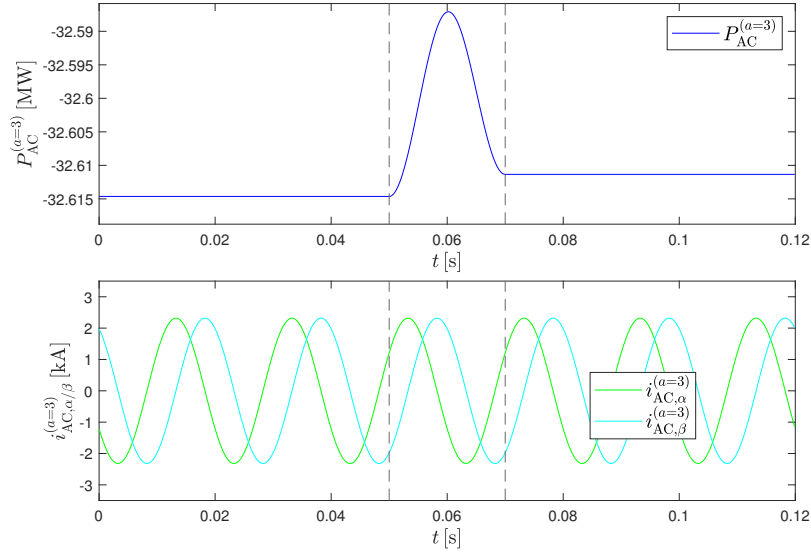


Abbildung C.6: Fall 1: Die Wirkleistung $P_{AC}^{(3)}$ und die entsprechenden AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$ bei $N_{\text{Trans}} = 1$, $T_s = 20$ ms, $t_0 = 50$ ms

C.1.2 Simulationsergebnisse für Fall 2: $i_{ccwp}^{(1)} \rightarrow 0$

$$\text{Fall 2: } \begin{pmatrix} i_{ccwp}^{(a=1,2,3,ss1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.655 \\ 0.208 \\ -0.863 \end{pmatrix} \text{ kA} \rightarrow \begin{pmatrix} i_{ccwp}^{(a=1,2,3,ss2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.00 \\ -0.010 \\ -1.082 \end{pmatrix} \text{ kA}$$

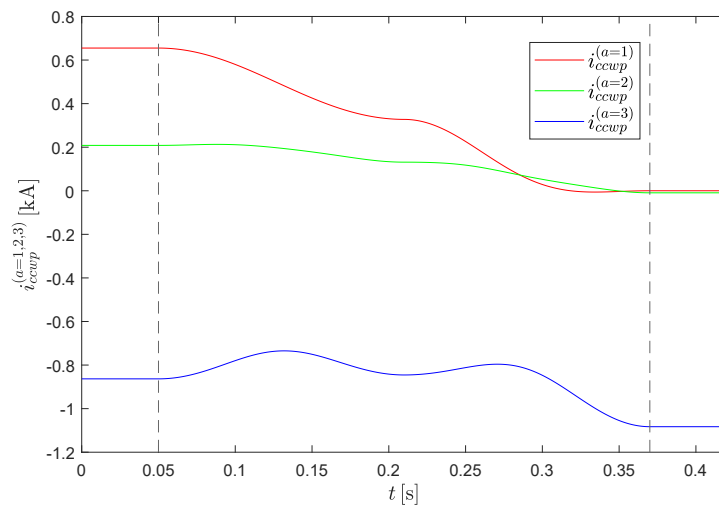


Abbildung C.7: Fall 2: Interne DC-Ströme $i_{ccwp}^{(a=1,2,3)}$ bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 160$ ms, $t_0 = 50$ ms, getrieben durch $u_{F\alpha p}^{(a=2,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(3)}$

$$\text{Fall 2: } \left(i_{DCp}^{(a=1,2,ss1)} \right) = \begin{pmatrix} 0.787 \\ 0.914 \end{pmatrix} \text{ kA} \rightarrow \left(i_{DCp}^{(a=1,2,ss2)} \right) = \begin{pmatrix} 0.787 \\ 0.915 \end{pmatrix} \text{ kA}$$

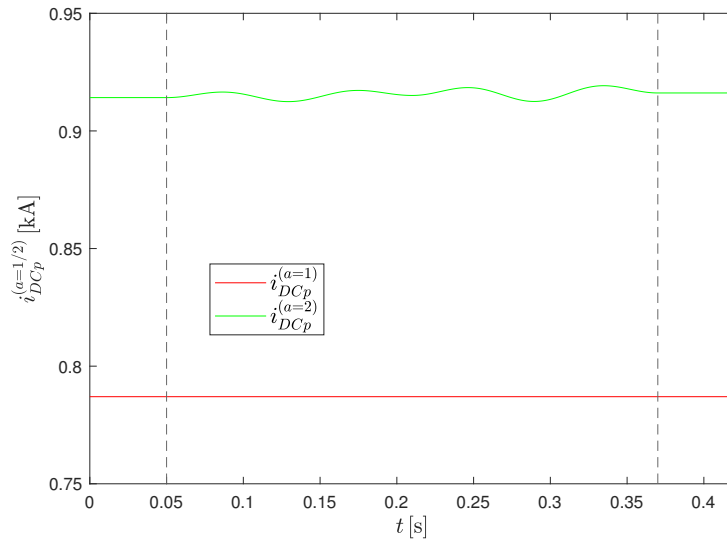


Abbildung C.8: Fall 2: DC-Ströme $i_{DCp}^{(a=1,2)}$ bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 160$ ms, $t_0 = 50$ ms

$$\text{Fall 2: } u_{Cp}^{(a=1,2,3,ss1)} = 2 \text{ kV} \rightarrow u_{Cp}^{(a=1,2,3,ss2)} = 2 \text{ kV}$$

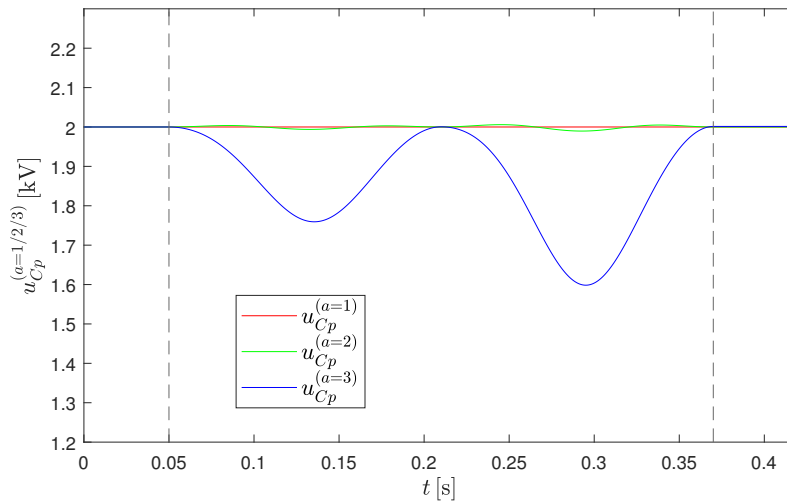


Abbildung C.9: Fall 2: Die Kondensatorspannungen in den PFC bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 160$ ms, $t_0 = 50$ ms, getrieben durch $u_{F\alpha p}^{(a=2,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(3)}$

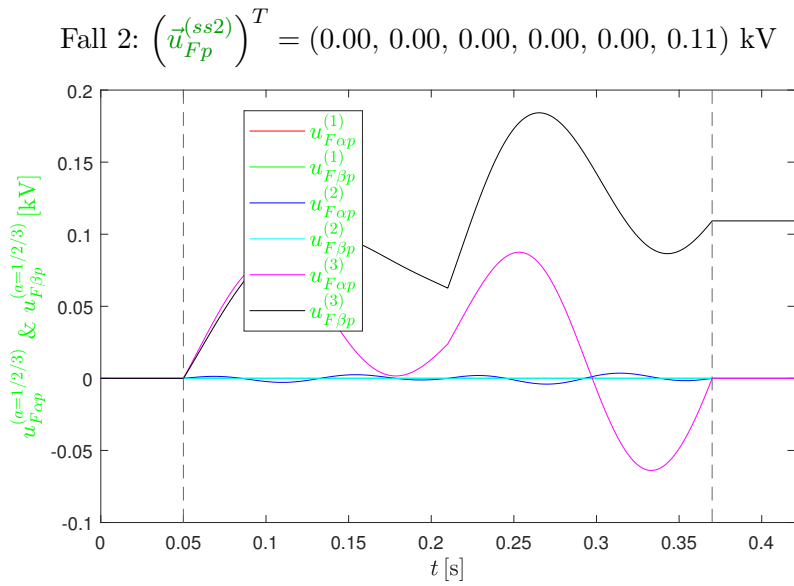


Abbildung C.10: Fall 2: Aus den Stromverläufen abgeleitete PFC-Spannungen bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 160 \text{ ms}$, $t_0 = 50 \text{ ms}$; treibende Spannungen: $u_{F\alpha p}^{(a=2,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(3)}$

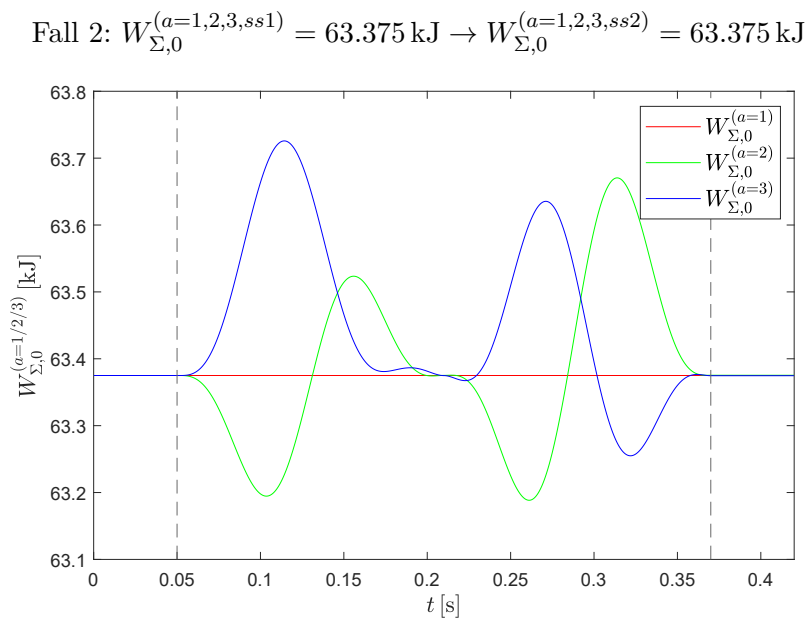


Abbildung C.11: Fall 2: Die MMC-Energien bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 160 \text{ ms}$, $t_0 = 50 \text{ ms}$

$$\text{Fall 2: } P_{AC}^{(a=1,2,3,ss1)} = \begin{pmatrix} 16.437 \\ 18.783 \\ -32.615 \end{pmatrix} \text{ MW} \rightarrow P_{AC}^{(a=1,2,3,ss2)} = \begin{pmatrix} 16.437 \\ 18.783 \\ -32.544 \end{pmatrix} \text{ MW}$$

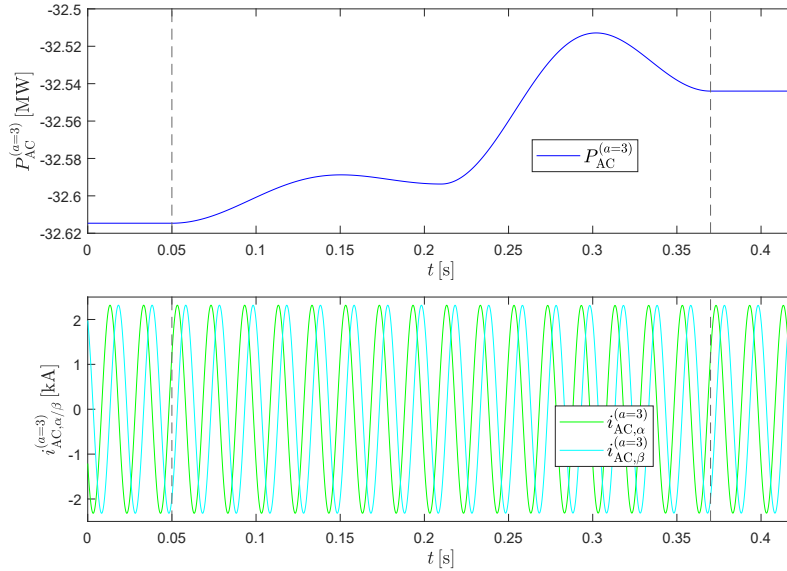


Abbildung C.12: Fall 2: Die Wirkleistung $P_{AC}^{(3)}$ und die entsprechenden AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$ bei $N_{\text{Trans}} = 2$, $T_s = 160$ ms, $t_0 = 50$ ms

C.1.3 Simulationsergebnisse für Fall 4: $i_{rp}^{(3)} \rightarrow 0$

$$\text{Fall 4: } \left(i_{rp}^{(a=1,2,3,ss1)} \right) = \begin{pmatrix} 0.340 \\ -0.157 \\ -0.183 \end{pmatrix} \text{ kA} \rightarrow \left(i_{rp}^{(a=1,2,3,ss2)} \right) = \begin{pmatrix} 0.249 \\ -0.249 \\ 0.000 \end{pmatrix} \text{ kA}$$

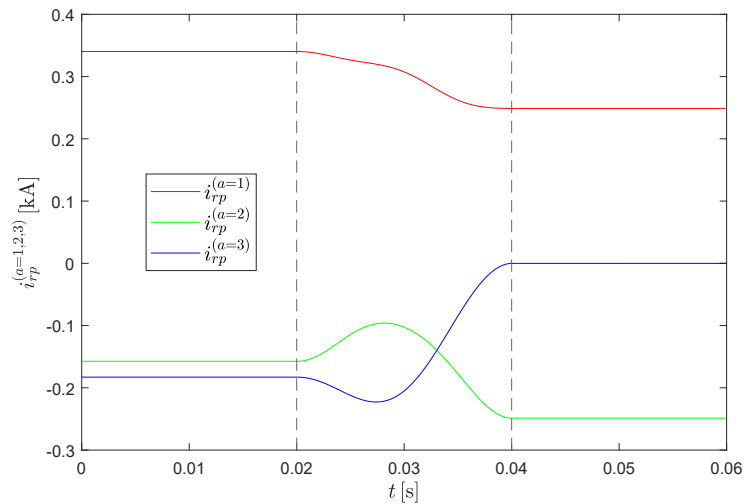


Abbildung C.13: Fall 4: Interne DC-Ströme $i_{rp}^{(a=1,2,3)}$ bei $N_{\text{Trans}} = 1$, $T_s = 20$ ms, $t_0 = 20$ ms, getrieben durch $u_{F\alpha p}^{(a=2,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(3)}$

$$\text{Fall 4: } \left(i_{DCp}^{(a=1,2,ss1)} \right) = \begin{pmatrix} 0.787 \\ 0.914 \end{pmatrix} \text{ kA} \rightarrow \left(i_{DCp}^{(a=1,2,ss2)} \right) = \begin{pmatrix} 0.787 \\ 0.914 \end{pmatrix} \text{ kA}$$

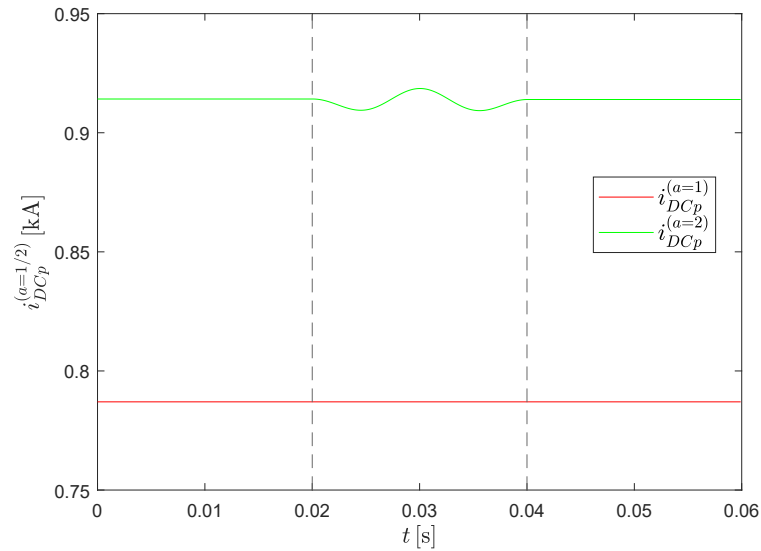


Abbildung C.14: Fall 4: DC-Ströme $i_{DCp}^{(a=1,2)}$ bei $N_{\text{Trans}} = 1$, $T_s = 20$ ms, $t_0 = 20$ ms

$$\text{Fall 4: } u_{Cp}^{(a=1,2,3,ss1)} = 2 \text{ kV} \rightarrow u_{Cp}^{(a=1,2,3,ss2)} = 2 \text{ kV}$$

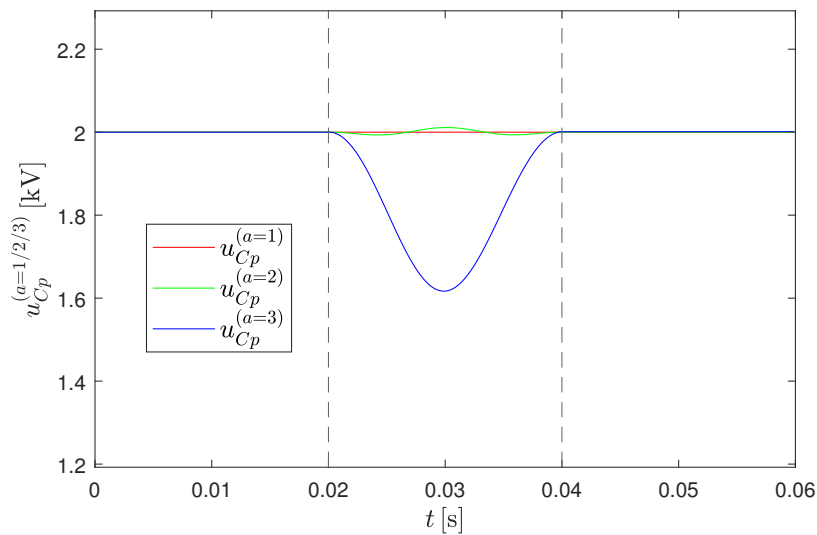


Abbildung C.15: Fall 4: Die Kondensatorspannungen in den PFC bei $N_{\text{Trans}} = 1$, $T_s = 20$ ms, $t_0 = 20$ ms, getrieben durch $u_{F\alpha p}^{(a=2,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(3)}$

Fall 4: $\left(\vec{u}_{Fp}^{(ss2)}\right)^T = (0.00, 0.00, 0.00, 0.00, -0.02, -0.02)$ kV

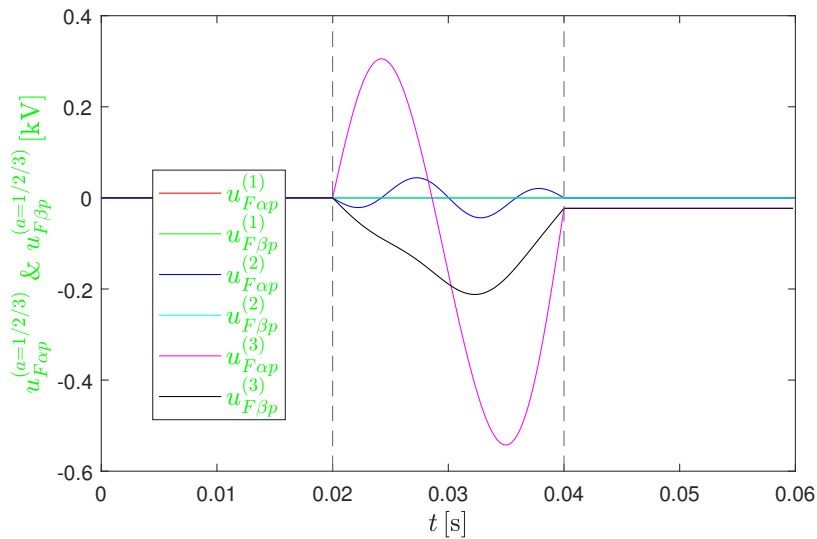


Abbildung C.16: Fall 4: Aus den Stromverläufen abgeleitete PFC-Spannungen bei $N_{\text{Trans}} = 1$, $T_s = 20$ ms, $t_0 = 20$ ms; treibende Spannungen: $u_{F\alpha p}^{(a=2,3)}$ und $u_{F\beta p}^{(3)}$

Fall 4: $W_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3,ss1)} = 63.375$ kJ \rightarrow $W_{\Sigma,0}^{(a=1,2,3,ss2)} = 63.375$ kJ

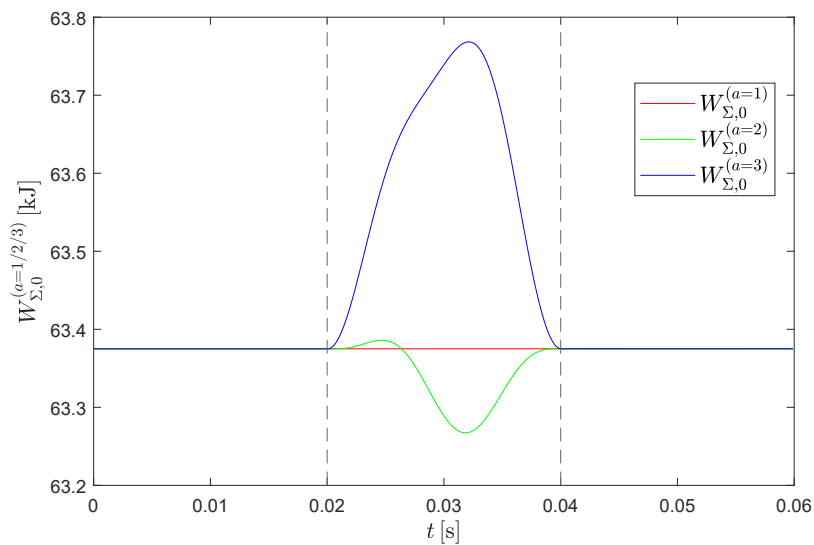


Abbildung C.17: Fall 4: Die MMC-Energien bei $N_{\text{Trans}} = 1$, $T_s = 20$ ms, $t_0 = 20$ ms

$$\text{Fall 4: } \left(P_{AC}^{(a=1,2,3,ss1)} \right) = \begin{pmatrix} 16.437 \\ 18.783 \\ -32.615 \end{pmatrix} \text{ MW} \rightarrow \left(P_{AC}^{(a=1,2,3,ss2)} \right) = \begin{pmatrix} 16.437 \\ 18.783 \\ -32.611 \end{pmatrix} \text{ MW}$$

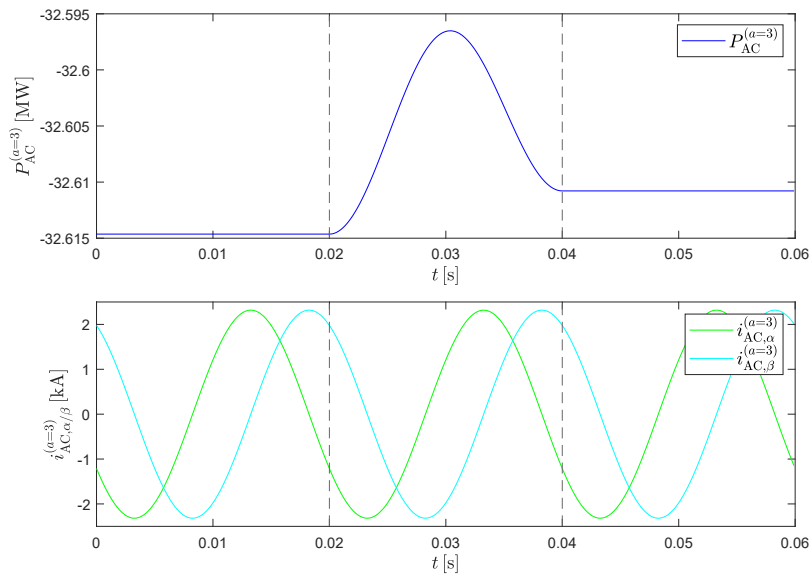


Abbildung C.18: Fall 4: Die Wirkleistung $P_{AC}^{(3)}$ und die entsprechenden AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}^{(3)}$ bei $N_{\text{Trans}} = 1$, $T_s = 20 \text{ ms}$, $t_0 = 20 \text{ ms}$

Literaturverzeichnis

- [1] VDE, Studie: Gleichspannung in der elektrischen Energieverteilung, 2020.
- [2] CIGRE Joint Working Group C6/B4.37, Medium Voltage DC (MVDC) Distribution Systems, Technical Brochure, CIGRE, 2022.
- [3] A. Lesnicar and R. Marquardt, An innovative modular multilevel converter topology, Proc. IEEE Power Tech, Bologna, Italy, 2003.
- [4] R. Marquardt, Modular Multilevel Converters: State of the Art and Future Progress, in IEEE Power Electronics Magazine, vol. 5, no. 4, pp. 24-31, Dec. 2018.
- [5] L. Zhang, et al., Modeling, control, and protection of modular multilevel converter-based multi-terminal HVDC systems: A review, CSEE Journal of Power and Energy Systems, vol. 3, no. 4, pp. 340–352, Dec. 2017.
- [6] M. Barnes, D. S. Vilchis-Rodriguez, X. Pei, R. Shuttleworth, O. Cwikowski and A. C. Smith, HVDC Circuit Breakers—A Review, in IEEE Access, vol. 8, pp. 211829-211848, 2020.
- [7] M. Muniappan, A comprehensive review of DC fault protection methods in HVDC transmission systems, in Protection and Control of Modern Power Systems, vol. 6, no. 1, pp. 1-20, January 2021.
- [8] S. Marquardt, C. Dahmen, and T. Brückner, Fault management in meshed MVDC grids enabling uninterrupted operation, Proc. PCIM Europe, Nuremberg, Germany, 2023, pp. 282–291.
- [9] M. Belgacem, R. Bouddou, M. Khatir, S. A. Zidi, and M. A. Djehaf, Modeling and Control of Multi-Terminal Direct Current with Voltage Margin Control Strategy, in Proceedings of the 4th International Conference on Power Electronics and their Applications (ICPEA), Elazig, Turkey, Sept. 25-27, 2019.
- [10] K. Rouzbehi, A. Miranian, J. I. Candela, A. Luna and P. Rodriguez, A Generalized Voltage Droop Strategy for Control of Multiterminal DC Grids, in IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 51, no. 1, pp. 607-618, Jan.-Feb. 2015.
- [11] A. Raza, Y. Liu, K. Rouzbehi, M. Jamil, S. O. Gilani, X. Dianguo, and B. W. Williams, Power Dispatch and Voltage Control in Multiterminal HVDC Systems: A Flexible Approach, IEEE Access, vol. 5, pp. 24608–24616, 2017.

- [12] M. N. Ambia, K. Meng, W. Xiao, A. Al-Durra, and Z. Y. Dong, Adaptive Droop Control of Multi-Terminal HVDC Network for Frequency Regulation and Power Sharing, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 36, no. 1, pp. 566-578, 2021.
- [13] A. Shetgaonkar, L. Liu, A. Lekić, M. Popov, and P. Palensky, Model predictive control and protection of MMC-based MTDC power systems, *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 146, p. 108710, 2023.
- [14] C. Stark, D. Danowski, J.-L. Marqués, and C. Hillermeier, Fast compensation of DC bus voltage drops using modular multilevel converters, *The Journal of Engineering*, 2019, pp. 3906–3911.
- [15] S. Kammana, C. Dahmen, and T. Brückner, Positioning and control of power-flow controllers in meshed MVDC grids, *Proc. 25th Eur. Conf. on Power Electronics and Applications (EPE'23 ECCE Europe)*, Aalborg, Denmark, 2023, pp. 1–11.
- [16] U. Goldhahn and J. -L. Marqués, Optimal steady state design and feedback control in a Modular Multilevel Converter, *2024 Energy Conversion Congress & Expo Europe (ECCE Europe)*, Darmstadt, Germany, 2024, pp. 1-8.
- [17] T. M. Nguyen, J.-L. Marqués-Lopez, and C. Hillermeier, Method for creating fast controlled transitions within multilevel converter-based DC grids, *Proc. 25th Eur. Conf. on Power Electronics and Applications (EPE'23 ECCE Europe)*, Aalborg, Denmark, 2023, pp. 1–10.
- [18] T. M. Nguyen, J.-L. Marqués-Lopez, and C. Hillermeier, Improved open-loop control for rapid power flow redistribution in meshed MVDC grids in response to ground faults, *Proc. 5th Int. Conf. on Electrical, Computer and Energy Technologies (ICECET)*, Paris, France, Jul. 2025.
- [19] T. M. Nguyen, J.-L. Marqués-Lopez, and C. Hillermeier, Handling ground faults in meshed MVDC grids by fast redistribution of power flow, *Proc. 26th Eur. Conf. on Power Electronics and Applications (EPE'25)*, Paris, France, 2025.
- [20] C. Stark, *Schnelle Energieregulung eines Modularen Multilevel Umrichters (MMC) für ein gekoppeltes DC-AC-Netz*, Dissertation, Universität der Bundeswehr München, 2022.
- [21] U. Goldhahn, *Optimale Steuerungsansätze und stabilisierende Regelungsmethoden von einzelnen und zwei gekoppelten MMCs für HVDC-Leistungsübertragungen*, noch nicht veröffentlichte Dissertation, Universität der Bundeswehr München, 2025.
- [22] K. Sharifabadi, L. Harnefors, H.-P. Nee, S. Norrga, and R. Teodorescu, *Design, Control, and Application of Modular Multilevel Converters for HVDC Transmission Systems*, IEEE Press, 2016.
- [23] J. Kolb, F. Kammerer, M. Gommeringer, and M. Braun, Cascaded control system of the modular multilevel converter for feeding variable-speed drives, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 30, no. 1, pp. 349–357, 2015.

- [24] D. Dinkel, C. Hillermeier, and R. Marquardt, Direct multivariable control for modular multilevel converters, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 37, no. 7, pp. 7819–7833, Jul. 2022.
- [25] J.-L. Marqués, Theoretische Betrachtung zum stationären Zustand eines MMC, Technischer Bericht, Professur für Automatisierungs- und Regelungstechnik, Universität der Bundeswehr München, 2018.
- [26] H. Akagi, Y. Kanazawa, and A. Nabae, Instantaneous reactive power compensators comprising switching devices without energy storage components, *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. IA-20, no. 3, pp. 625–630, May 1984.
- [27] A. Ellis, B. Kirby, N. Miller, et al., Inertia and the Power Grid – A Guide Without the Spin, Technical Report No. NREL/TP-6A20-73856, National Renewable Energy Laboratory (NREL), 2019.
- [28] A. Ulbig, T. Borsche, and G. Andersson, Impact of low rotational inertia on power system stability and operation, *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 47, no. 3, pp. 7290–7297, 2014.