Zur Anwendung der Systemidentifikation im Brückenbau

Matthias Haslbeck

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieurwesen und Umweltwissenschaften der Universität der Bundeswehr München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs
(Dr.-Ing.)

angenommenen Dissertation.

Die Dissertation wurde am 05.11.2025 bei der Universität der Bundeswehr München eingereicht und durch die Fakultät für Bauingenieurwesen und Umweltwissenschaften am 13.02.2026 angenommen. Die mündliche Prüfung fand am 23.02.2026 statt.

Prüfungsausschuss

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Josef Kiendl
Gutachter: 1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Thomas Braml
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Steffen Marx

Abstract

When assessing the behavior of mechanical structures under load, there are often significant discrepancies between the measurements and the assumptions made on the basis of calculation models. System identification methods can provide a remedy by enabling the model to be adapted to the information obtained from measurements.

This thesis discusses issues relating to the adaptation of finite element models of civil engineering structures based on measured system responses by means of backpropagating the system parameters. The widespread use of system identification methods requires proven and efficient methods for determining adjusted models. In addition to re-assessment, the concept can also be applied to the generation of digital twins and life cycle management.

The theoretical part of the thesis sets out the methodologies applied. These include uncertainty propagation, variance-based sensitivity analysis, and Bayesian updating as the fundamental component of the calibration process. In addition to the mathematical aspects, specific problems in civil engineering are addressed and tailored procedures are presented.

The investigation is conducted on two reference bridges. The conceptual framework is explained by utilising the bridge Traunwalchen. The experimental procedure, parameter selection, and properties of various measurement systems are examined through the use of comparative simulations. Previous work in this area has been limited to system identification using predefined system responses without examining the advantages and disadvantages of the sensor technology and the test procedure used. Using the reference bridge Roding it is demonstrated that accurate models can be calculated even with limited data and that the assumptions of the static calculation can be improved by a considerable degree.

In addition to the theoretical aspects, a concrete course of action for practical implementation is also outlined. This includes both a preliminary investigation to examine the potential for improvement through on-site measurements and the derivation of a model that represents best the behavior of the structure under existing loads by an optimized number of parameters. The Markov Chain Monte Carlo method is employed for algorithmic implementation, which integrates measurement uncertainties and prior information in the form of probability distributions and also describes the findings obtained by means of probabilities. This allows the evaluation of the accuracy of the parameter estimation and of the predictions.

The implementation of both forward and backward simulation is explained using flowcharts which enables easy adaptation to practical issues regardless of the software products used.

Kurzfassung

Bei der Bestimmung des Verhaltens von mechanischen Strukturen unter Last können in vielen Fällen eklatante Unterschiede zwischen der Messung und den Vermutungen auf Grundlage von Berechnungsmodellen festgestellt werden. Abhilfe können Methoden der Systemidentifikation schaffen. Diese ermöglichen die Anpassung des Modells an die durch Messung hinzukommenden Informationen.

In dieser Arbeit werden Fragestellungen zur Anpassung von Finite-Elemente-Modellen von Ingenieurbauwerken auf Grundlage von gemessenen Systemreaktionen durch Rückrechnung auf die Systemparameter erörtert. Der großflächige Einsatz der Systemidentifikation erfordert dabei erprobte und effiziente Verfahren zur Ermittlung angepasster Modelle. Anwendungsfelder des Konzepts sind dabei neben der statischen Neubewertung auch die Generierung von Digitalen Zwillingen und das Lebenszyklusmanagement.

Im theoretischen Teil der Arbeit werden die verwendeten Methodiken dargestellt. Hierzu zählen die Unsicherheitspropagation, die varianzbasierte Sensitivitätsanalyse und das Bayes'sche Updating als Kernstück der Kalibrierung. Neben den mathematischen Aspekten wird auf die konkreten Problemstellungen des Ingenieurbaus eingegangen und hierauf zugeschnittene Verfahrensweisen vorgestellt.

Die Untersuchungen werden an zwei Beispielbrücken vorgenommen. Die Grundprinzipien der Kalibrierung werden anhand der Brücke Traunwalchen erläutert. Im Rahmen von Vergleichssimulationen wird auf die Versuchsdurchführung, die Parameterauswahl und die Eigenschaften verschiedener Messsysteme eingegangen. Bisherige Arbeiten beschränken sich in diesen Punkten auf die Systemidentifikation mit Hilfe vordefinierter Systemreaktionen ohne die Vor- und Nachteile der verwendeten Sensorik und der Versuchsdurchführung zu untersuchen. Anhand der Brücke Roding wird gezeigt, dass sich auch bei begrenztem Datenumfang zutreffende Modelle berechnen lassen und die Annahmen der statischen Berechnung erheblich verbessert werden können.

Neben den theoretischen Aspekten wird auch ein konkreter Handlungsablauf zur praktischen Umsetzung entworfen. Dieser umfasst sowohl eine Vorab-Untersuchung um die Verbesserungsmöglichkeiten durch Messungen am Bauwerk zu prüfen als auch die Ableitung eines Modells, das bei optimierter Parameteranzahl das Verhalten des Bauwerks unter realen Lasten bestmöglich abbildet. Für die algorithmische Umsetzung wird die Markov-Chain-Monte-Carlo-Methode verwendet, welche die Messunsicherheiten und die Prior-Informationen als Wahrscheinlichkeitsverteilungen integriert und auch die gewonnenen Erkenntnisse durch Wahrscheinlichkeiten beschreibt. Hierdurch kann sowohl eine Abschätzung der Genauigkeit der Parameterbestimmung als auch der Vorhersagen erfolgen.

Die Implementierung der Vorwärts- wie auch der Rückwärtssimulation wird durch Ablaufschemata so erläutert, dass eine einfache Adaptierung in praktischen Fragestellungen unabhängig von den verwendeten Softwareprodukten ermöglicht wird.

Danksagung

Die Erstellung dieser Dissertation wäre ohne die Unterstützung einer Vielzahl von Personen und Institutionen nicht möglich gewesen. Aus diesem Grund bedanke ich mich bei all denjenigen, die mich persönlich und fachlich auf diesem Weg begleitet haben.

Für die Betreuung der Arbeit bedanke ich mich bei Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Thomas Braml. Bei Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Steffen Marx bedanke ich mich für die Übernahme der Zweitgutachtertätigkeit. Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Josef Kiendl möchte ich für die Übernahme des Vorsitzes des Prüfungsausschusses danken.

Mit seiner Expertise im Bereich der inversen Probleme und der statistischen Versuchsplanung stand mir Herr Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Mathias Richter mit seinem Rat zur Seite, wofür ich mich vielmals bedanke. Für den fachlichen Austausch in Bezug auf die Ermittlung von Messunsicherheiten der elektrischen Messtechnik und die stets motivierende Zusammenarbeit danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Jörg Böttcher. Ohne die Unterstützung durch Experten anderer Disziplinen wäre die Bearbeitung der thematisch sehr breit angelegten Aufgabenstellung nicht möglich gewesen.

Für die Unterstützung bei der Planung und Durchführung der Versuche gilt mein Dank dem Laborteam des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau, allen voran Herrn B.Eng. Maik Hopke. Für die institutsübergreifende Unterstützung bedanke ich mich sehr herzlich bei Herrn Dr.-Ing. Max Garsch und Herrn Dr.-Ing. Thorsten Strübing. Beim Textsatz stand mir Herr OLt Schöller mit Rat und Tat zur Seite, wofür ich mich ebenfalls herzlich bedanke. Für ihre fachliche Meinung und die Verbesserungsvorschläge danke ich vielmals meinen Kollegen Herrn M.Sc. Christian Merkl, Frau M.Eng. Kira Buchenau, Herrn M.Sc. Lukas Rauch, Herrn M.Sc. Simon Christian Becker und Herrn Dr.-Ing. Thomas Hertle.

Die Versuche an den verschiedenen Brücken wurden durch die Kommandeure und Soldaten der Panzerbrigade 12 und der Gebirgsjägerbrigade 23 sowie die staatlichen Bauämter Regensburg und Traunstein ermöglicht. Für die stets gute und kameradschaftliche Zusammenarbeit und die Unterstützung bei meiner Dissertation gilt mein Dank dem Bauunterstützungszentrum der Pionierschule Ingolstadt sowie der Wehrtechnischen Dienststelle 41, Außenstelle Koblenz.

Besonderer Dank gilt Herrn OStFw Finster, der mich in organisatorischen Fragen und durch seine langjährige Erfahrung als Brückenbaupionier sowohl in meiner Dissertation als auch bei meiner Arbeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter fachlich unterstützt und motiviert hat. Mit ihrer fachlichen Expertise in der Bewertung der Baugrundverhältnisse standen mir Herr RDir Dipl.-Geol. Jörg Hermel und Herr Dr.-Ing. Yashar Forouzandeh zur Seite. Für diese Unterstützung bedanke ich mich ebenfalls sehr herzlich.

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis ..... **V**

Abkürzungsverzeichnis ..... **XIII**

1 Einleitung **1**
1.1 Ziel der Arbeit 1
1.2 Abgrenzung der Arbeit 2
1.3 Struktur der Arbeit 2

2 Stand des Wissens **5**
2.1 Abweichungen von Modell und Messung 5
2.2 Einordnung und Aufgabenstellung der Systemidentifikation 6
2.3 Normative Bezüge 7
2.4 Berechnungsmethoden für die Parameterbestimmung 9
2.5 Anwendungsbezug und Vorarbeiten 11
2.5.1 Allgemeines 11
2.5.2 Digitaler Zwilling 12
2.5.3 SHM und Schadenserkennung 12
2.5.4 Nachrechnung 13
2.6 Modellbildung 14
2.7 Versuchsdurchführung 15

3 Theoretische Grundlagen **19**
3.1 Systemtheorie und grundlegende Definitionen 19
3.1.1 Allgemeines 19
3.1.2 Charakterisierung und Einteilung der Unsicherheiten 20
3.1.3 Unsicherheitsquantifizierung, Vorwärts- und Rückwärtssimulation 22
3.2 Unsicherheitspropagation mittels Monte-Carlo-Simulation 23
3.2.1 Methodische Grundlagen und Vorgehen 23
3.2.2 Statistischer Fehler und Konvergenz 24
3.3 Sensitivitätsanalyse 30
3.3.1 Definition, Nutzen und Einteilung 30
3.3.2 Modellcharakterisierung 32
3.3.3 Methoden der Sensitivitätsanalyse 33
3.3.4 Globale Sensitivitätsmaße 36
3.4 Methoden der Systemidentifikation 43
3.4.1 Allgemeines 43
3.4.2 Schlecht-Gestelltheit inverser Probleme 44
3.4.3 Punktschätzungen 44
3.4.4 Statistische Inversion und Satz von Bayes 46
3.5 Markov-Chain-Monte-Carlo 50
3.5.1 Übersicht, Grundbegriffe und Einteilung 50
3.5.2 Metropolis-Algorithmus 53
3.5.3 Adaptive Sampling-Strategien 55
3.5.4 $\hat{R}$-Statistik zur Konvergenzdiagnose 60

4 Eigene Forschung 63
4.1 Versuchsbrücken 63
4.1.1 Brücke Traunwalchen 63
4.1.2 Brücke Roding 64
4.2 Finite-Elemente-Modellierung 66
4.2.1 Allgemeines 66
4.2.2 Brücke Traunwalchen 66
4.2.3 Brücke Roding 67
4.3 Statistische Modellbildung 68
4.3.1 Unsicherheit in den Basisvariablen 68
4.3.2 Messunsicherheiten 76
4.4 Ausgewertete Systemreaktionen und durchgeführte Versuche 79
4.4.1 Allgemeines 79
4.4.2 Brücke Traunwalchen 79
4.4.3 Brücke Roding 85
4.5 Implementierung 89
4.5.1 Allgemeines 89
4.5.2 Kommunikation zwischen Matlab und Sofistik 89
4.5.3 Implementierung der Vorwärtssimulation 90
4.5.4 Implementierung der Rückwärtssimulation 91
4.6 Vorwärtssimulation und Selektion der Updating-Parameter 94
4.6.1 Allgemeines 94
4.6.2 Propagation Brücke Traunwalchen 94
4.6.3 Propagation Brücke Roding 97
4.6.4 Sensitivitätsanalyse Brücke Traunwalchen 99
4.6.5 Sensitivitätsanalyse Brücke Roding 107
4.7 Systemkalibrierungen für die Brücke Traunwalchen 111
4.7.1 Allgemeines 111
4.7.2 Kalibrierung mit allen verfügbaren Daten 111
4.7.3 Nutzung von Eigenfrequenzen zur Modellanpassung 120
4.7.4 Modellanpassung zur Verringerung der Posterior-Korrelationen 123
4.7.5 Auswahlmethodik der Kalibrierungsparameter und Vorhersagefähigkeit 123
4.7.6 Verteilung und Betrag der Versuchslast 128
4.7.7 Einfluss der Messunsicherheit auf die Kalibrierungsergebnisse 133
4.7.8 Vergleich der faseroptischen und elektrischen Dehnungsmessung 136
4.8 Systemkalibrierungen für die Brücke Roding 140
4.8.1 Allgemeines 140
4.8.2 Kalibrierung mit umfangsreduziertem Datensatz 140

5 Entwicklung eines Konzepts zur baupraktischen Umsetzung 143
5.1 Konzept 143
5.2 Beispiel 149

6 Schluss 153
6.1 Zusammenfassung 153
6.2 Ausblick 154

Anhang 157

A Zusammenstellung von Projekten 159

B Generierung von Zufallszahlen 167
B.1 Allgemeines 167
B.2 Generierung gleichverteilter Zufallszahlen 167
B.3 Simulation von Verteilungen 168

B.3.1 Allgemeines ... 168
B.3.2 Inversionsmethode ... 168
B.3.3 Verwerfungsmethode ... 168
B.4 Varianzreduktion und Quasi-Monte-Carlo ... 169
B.4.1 Allgemeines ... 169
B.4.2 Latin-Hypercube-Sampling ... 169
B.4.3 Quasi-Monte-Carlo-Sequenzen (Sobol-Sequenzen) ... 170
B.4.4 Anschaulicher Vergleich der Verfahren ... 170

C Unsicherheiten der eingesetzten Messsysteme ... 171
C.1 Allgemeines ... 171
C.2 Tachymetrische Durchsenkungsmessung an der Brücke Traunwalchen ... 171
C.3 Elektrische Dehnungsmessung an der Brücke Traunwalchen ... 172
C.4 Faseroptische Dehnungsmessung an der Brücke Traunwalchen ... 174
C.5 Piezoelektrische Beschleunigungsmessung und Eigenfrequenzen ... 176
C.6 Reflektorlose tachymetrische Durchsenkungsmessung an der Brücke Roding ... 178
C.7 Elektrische Dehnungsmessung an der Brücke Roding ... 179

D Schätzfunktionen für die Sensitivitätsindizes nach Sobol ... 181
D.1 Allgemeines ... 181
D.2 Vergleichende Untersuchungen ... 182

E Literaturzusammenstellung zu den Basisvariablen ... 189
E.1 Allgemeines ... 189
E.2 E-Modul ... 189
E.3 Geometrische Abmessungen ... 194
E.4 Wichte ... 204
E.5 Federsteifigkeit der Lagerfedern am Überbau ... 207
E.5.1 Geotechnische Streuungen ... 207
E.5.2 Steifigkeit des Elastomerlagers ... 209

F Versuchsaufbauten ... 211
F.1 Allgemeines ... 211
F.2 Brücke Traunwalchen ... 211
F.2.1 Verformungsmessung ... 211
F.2.2 Punktuelle Dehnungsmessung mittels elektrischer Dehnmessstreifen ... 212
F.2.3 Quasi-kontinuierliche Dehnungsmessung mittels Lichtwellenleitern ... 213
F.2.4 Beschleunigungsmessung ... 214
F.2.5 Lastermittlung ... 215
F.2.6 Impulserreger ... 216
F.2.7 Schwingerreger ... 216
F.3 Brücke Roding ... 217
F.3.1 Verformungsmessung ... 217
F.3.2 Punktuelle Dehnungsmessung mittels elektrischer Dehnmessstreifen ... 218
F.3.3 Beschleunigungsmessung ... 219
F.3.4 Lastermittlung ... 220

G Diskussion ausgewählter Versuchsergebnisse ... 221
G.1 Allgemeines ... 221
G.2 Brücke Traunwalchen ... 221
G.3 Brücke Roding ... 229

H Auswerte- und Messstellenpläne ... 235
H.1 Versuchsbrücke Traunwalchen ... 236
H.2 Versuchsbrücke Roding ... 240

I Erstellung und Auswertung der Laserscans 243
I.1 Allgemeines 243
I.2 Eingesetzte Laserscanner und Messunsicherheiten 243
I.3 Maßkontrolle an den Bauwerken 244
I.4 Kontrolle der Sensorplazierung 246

J Ausgewählte Sensoren für die Kalibrierungsdatensätze 251
J.1 Allgemeines 251
J.2 Brücke Traunwalchen 251
J.3 Brücke Roding 252

Abbildungsverzeichnis 259

Tabellenverzeichnis 262

Literatur 263

Symbolverzeichnis

Zur Verbesserung der Lesbarkeit werden in der Arbeit Formelzeichen verwendet, die in der Fachliteratur üblich sind. Hierdurch kommt es an einigen Stellen zu Mehrdeutigkeiten, deren Bedeutung aber aus dem Kontext erschlossen werden kann.

w	Durchsenkung
f_1	1.Eigenfrequenz
F	Betrag der Kraft
l	Länge
EI	Biegesteifigkeit
μ	Verteilte Masse
$\boldsymbol{\theta} = \{\theta_1, \cdots, \theta_i, \cdots, \theta_d\}$	Parametervektor mit Einzelwerten θ_i, mit $i \in \{1, \cdots, d\}$
$\widetilde{\boldsymbol{U}} = \{\widetilde{U}_1, \cdots, \widetilde{U}_j, \cdots, \widetilde{U}_n\}$	Angesetzte Randbedingungen (Konstanten der Modellfunktion $\mathcal{F}(\cdot)$)
$\widetilde{\boldsymbol{\psi}}_0$	Anfangszustände
$\widetilde{U}_j$	Randbedingung j bzw. j-ter Eintrag im Vektor $\widetilde{U}$ der Randbedingungen
$\boldsymbol{Y} = \{\boldsymbol{Y}_1, \cdots, \boldsymbol{Y}_j, \cdots, \boldsymbol{Y}_n\}$	Realisation(en) der Abbildung $\mathcal{F} : \boldsymbol{\theta}, \widetilde{\boldsymbol{U}} \mapsto \boldsymbol{Y}$ (Systemantwort(en)).
$\boldsymbol{E} = \{e_1, \cdots, e_j, \cdots, e_n\}$	Vektor der Abweichungen, zusammengesetzt aus den n Einzelabweichungen der Beobachtungen oder der Simulation
$\boldsymbol{\theta^*} = \{\theta_1^*, \cdots, \theta_i^*, \cdots, \theta_d^*\}$	Spezieller Wert eines Parametervektors wie dessen Idealer oder wahrer Wert
$\widetilde{\boldsymbol{Y}} = \{\widetilde{y}_1, \cdots, \widetilde{y}_j, \cdots, \widetilde{y}_n\}$	Vektor mit n Einzelbeobachtungen $\widetilde{y}_j$ der gleichen oder verschiedener Ergebnisgrößen.
$\hat{\mu}_Y$	Schätzung für den Erwartungswert $E(Y)$
$\hat{\sigma}_Y$	Schätzung für die Standardabweichung $\sigma(Y)$
$\hat{\sigma}$	Schätzung für die Standardabweichung (allgemein)
θ	Verallgemeinerter Parameter einer Verteilungsfunktion
$\hat{I}_\theta$	Schätzung des Konfidenzintervalls für einen allgemeinen Parameter θ
L_θ	Länge des Konfidenzintervalls $\hat{I}_\theta$
ε_θ	(gewählte) Genauigkeitsschranke für den Verteilungsparameter θ
Y_i	Realisierung der Wahrscheinlichkeitsverteilung Y
$\sigma(\hat{\mu}_Y)$	Standardabweichung der Schätzung des Erwartungswertes für eine Antwortgröße Y
$s(\hat{\mu}_Y)$	Empirische Standardabweichung für den geschätzten Erwarungswert von Y
$Y(\theta)$	Verteilung der Grundgesamtheit eines Parameters θ für eine Verteilungsfunktion
$\Phi^{-1}(\cdot)$	Inverse Verteilungsfunktion der Standard-Normalverteilung
$\hat{I}_\mu$	Schätzung Konfidenzintervall für die Funktionsparameter μ
$s\left(\hat{\sigma}_Y\right)$	Empirische Standardabweichung für die geschätzte Standardabweichung von Y
$\hat{I}_\sigma$	Schätzung Konfidenzintervall für die Funktionsparameter σ
$\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, \cdots, y_n)$	Stichprobe aus $Y(\theta)$ vom Umfang n
$\boldsymbol{y}^{*b} = (y_1^*, y_2^*, \cdots, y_n^*)$	Durch Bootstrapping erzeugte künstliche Beobachtung (Bootstrap-Sample) mit Index b, wobei $b \in \{1, \cdots, B\}$

B	Festgelegte Anzahl an Stichproben $\boldsymbol{y}^{*b}$
$\hat{\theta}^{*b}$	Parameterschätzung aus einem Bootstrap-Sample mit Index b
$\hat{\theta}^{*}$	Schätzung für den Wert des Verteilungsparameters θ, abgeleitet aus den Stichproben $\hat{\theta}^{*b}$ für $b \in \{1, 2, \cdots, B\}$
$bias(\hat{\theta}, \theta)$	Verzerrung (Bias) der Schätzung für den Verteilungsparameter θ
z_0	Bias-Korrektur für die Schätzung des BC_a-Intervalls
a	Konstante zur Bestimmung des BC_a-Intervalls (Acceleration)
$\hat{z_0}$	Geschätzte Bias-Korrektur für die Schätzung des BC_a-Intervalls
$\#$	Anzahl der Samples, die eine vorgegebene Bedingung erfüllen; hier: Zahl der Resamples, die die Bedingung $\hat{\theta}^{*b} < \hat{\theta}$ erfüllen
$\hat{a}$	Geschätzte Konstante zur Bestimmung des BC_a-Intervalls (Acceleration)
$\hat{\theta}^{(-i)}$	i-tes Jackknife Sample für $\hat{\theta}$
$f(\cdot)$	Modellfunktion; auch mit $\mathcal{F}(\cdot)$ abgekürzt
$\boldsymbol{X} = \{X_1, \cdots, X_i, \cdots, X_d\}$	Vektor der Modellvariablen einer d-dimensionalen Modellfunktion
X_i	i-te Variable im Variablenvektor $\boldsymbol{X}$
m	Masse
k	Federsteifigkeit
$E \cdot I$	Biegesteifigkeit
q	Betrag einer Gleichstreckenlast
ϵ	Dehnung
b	Querschnittsabmessung Breite
h	Querschnittsabmessung Höhe
$\boldsymbol{X}^{(0)}$	Nomineller Entwicklungspunkt zur Bildung der Sensitivitäten
s_i	Partielle Ableitung der Modellfunktion
$\boldsymbol{S}$	Sensitivitätsvektor, gebildet aus den partiellen Ableitungen s_i für alle Variablen
$\widetilde{s}_i$	Partielle Ableitung der Modellfunktion für die Variable X_i normiert mit Hilfe des Quotienten aus nominellem Variablenwert am betrachteten Basispunkt $\boldsymbol{X}^{(0)}$ und dessen Funktionswert $f(\boldsymbol{X}^{(0)})$
s_i^{σ}	Sigma-normierter Sensitivitätsindex für die Variable X_i
ΔX_i	Variation des Parameters X_i
$\boldsymbol{X}^p$	Vektor für eine Stichprobe p zur Erstellung eines Streudiagramms (Scatterplots)
(X_i^p, Y^p)	Wertepaar aus Eingangswert der i-ten Variablen X_i^p und dem Berechnungsergebnis der Modellfunktion Y^p für ein Sample mit Index p
E	Elastizitätsmodul
Ω^d	d-dimensionaler Einheitshyperkubus
$V(f(\boldsymbol{X}))$	Varianz der Modellfuntion $f(\boldsymbol{X})$
S_i	Sensitivitätsindex 1.Ordnung für die Variable X_i; allgemein mit S_1 bezeichnet
S_{Ti}	Totaler Sensitivitätsindex für die Variable X_i; allgemein mit S_T bezeichnet
C	Matrix der Dimension $N \times 2d$, zusammengesetzt aus A und B
A	Matrix der Dimension $N \times d$ aus Zufallsstichproben der Dimension d für eine Zahl von N Samples
B	Matrix der Dimension $N \times d$ aus Zufallsstichproben der Dimension d für eine Zahl von N Samples

$A_B^{(i)}$	Matrix, in der jeweils die i-te Spalte aus A durch die i-te Spalte aus B ersetzt wurde
$B_A^{(i)}$	Matrix, in der jeweils die i-te Spalte aus B durch die i-te Spalte aus A ersetzt wurde
$y(A)$	Ergebnisvektor für die Propagation der Samples in A durch die Modellfunktion
$y(B)$	Ergebnisvektor für die Propagation der Samples in B durch die Modellfunktion
$y(A_B^{(i)})$	Ergebnisvektor für die Propagation der Samples in $A_B^{(i)}$ durch die Modellfunktion
$\|\|\boldsymbol{Y} - \widetilde{\boldsymbol{Y}}\|\|_p$	p-Norm der Verlustfunktion der berechneten Funktionswerte $\boldsymbol{Y}$ und der gemessenen Werte $\widetilde{\boldsymbol{Y}}$
ω_j	Wichtungsfaktor für die Residuen $\|Y_j - \widetilde{Y}_j\|$
$\|\|\boldsymbol{Y} - \widetilde{\boldsymbol{Y}}\|\|_\infty$	Maximumsnorm der Verlustfunktion der berechneten Funktionswerte $\boldsymbol{Y}$ und der gemessenen Werte $\widetilde{\boldsymbol{Y}}$
$\boldsymbol{A}$	Koeffizientenmatrix des linearen Modells $\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{r}$
$\boldsymbol{r}$	Residuenvektor im linearen Modell $\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{r}$, zumeist gilt $\boldsymbol{r} \propto N(0; \boldsymbol{\Sigma})$
$I(\boldsymbol{\theta})$	Fisher-Informationsmatrix der Wahrscheinlichkeitsverteilung für den Parametervektor $\boldsymbol{\theta}$
$p(\boldsymbol{\theta})$	Dichtefunktion einer Zufallsvariablen Θ bzw. Prior-Wahrscheinlichkeit
$h(\Theta)$	Differentielle Shannon Entropie einer Zufallsvariable Θ
$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{\hat{\theta}_1, \cdots, \hat{\theta}_i, \cdots, \hat{\theta}_d\}$	Schätzwert des Parametervektors
$p(\widetilde{\boldsymbol{Y}}\|\boldsymbol{\theta}) = L(\boldsymbol{\theta}\|\widetilde{\boldsymbol{Y}})$	Likelihood-Funktion
$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MLE}$	Maximum-Likelihood-Punkt; geschätzter Wert des Parametervektors $\boldsymbol{\theta}$ für den die Likelihood-Funktion maximal wird
$\boldsymbol{\varepsilon} = \{\varepsilon_1, \cdots, \varepsilon_j, \cdots, \varepsilon_n\}$	Vektor der Messabweichungen für eine Zahl von n Messungen
$p(\boldsymbol{\theta}\|\widetilde{\boldsymbol{Y}})$	Posterior-Wahrscheinlichkeit
$p(\widetilde{\boldsymbol{Y}})$	Evidenz
$p(\boldsymbol{\theta})$	Prior-Wahrscheinlichkeit für den Parametervektor $\boldsymbol{\theta}$
$f_{\widetilde{y}_j}(y_j(\boldsymbol{\theta}))$	Dichtefunktion von $\widetilde{y}_j$, ausgewertet bei $y_j(\boldsymbol{\theta})$
$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{CM}$	Schätzer des bedingten Mittelwerts einer Parameter-Schätzung
$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MAP}$	Maximum a-posteriori-Schätzer; geschätzter Wert des Parametervektors $\boldsymbol{\theta}$ für den die Posterior-Verteilung maximal wird
$\boldsymbol{x}_t$	d-dimensionaler Vektor für den Zustand einer Markov-Kette zum Zeitpunkt $t \in [0; T]$
$\{\boldsymbol{x}_t\}_{t\in[0;T]}$	Abfolge der Zustände einer Markov-Kette
$P(\boldsymbol{x}_t\|\boldsymbol{x}_{t-1}, \cdots, \boldsymbol{x}_{t-2}, \cdots, \boldsymbol{x}_{t-r})$	Übergangskern
d	Anzahl der betrachteten Dimensionen
π	Gesuchte Wahrscheinlichkeitsdichte (des Posteriors)
$p(\boldsymbol{x} \to \boldsymbol{x}')$	Wahrscheinlichkeit für einen Übergang vom Zustand $\boldsymbol{x}$ in den Zustand $\boldsymbol{x}'$
$p(\boldsymbol{x}' \to \boldsymbol{x})$	Wahrscheinlichkeit für einen Übergang vom Zustand $\boldsymbol{x}'$ in den Zustand $\boldsymbol{x}$
τ	Time Lag (Zeitverschiebung) für die Ermittlung der Autokorrelation
$\hat{\rho}_{j,\tau}$	Geschätzter Autokorrelationskoeffizient für einen Parameter j bei einer Zeitverschiebung τ
$\boldsymbol{x}_p$	Vorschlag für den nächsten Kettenzustand
$q(\boldsymbol{x}_{t-1} \to \boldsymbol{x}_p)$	Vorschlagsdichte für den Übergang auf $\boldsymbol{x}_p$ bei gegebenem $\boldsymbol{x}_{t-1}$
$p_{acc}(\boldsymbol{x}_{t-1} \to \boldsymbol{x}_p)$	Akzeptanzwahrscheinlichkeit für den Übergang von $\boldsymbol{x}_{t-1}$ auf $\mathbf{x}_p$

$\boldsymbol{x}_0$	Startwert einer Markov-Kette
U	Gleichverteilung
s_d	d-dimensionaler Skalierungsfaktor des Proposals
φ	Skalierung zur Bildung der Kovarianz des Proposals Σ_p
$\boldsymbol{I}_d$	d-dimensionale Einheitsmatrix
γ_d	Skalierungsfaktor der Schrittweite des DE-MC
ζ_d	d-dimensionale Zufallszahl zur Randomisierung des DE-MC, auch Ergodizität genannt; zumeist gilt: $Z \sim N_d\,(0; c^*)$
d^*	Anzahl der Dimensionen für das Subspace Sampling mit $d^* \in d$
cr	Kreuzungs-Operator zur Konstruktion eines Unterraums aus einer Menge $\{1, \cdots, d\}$
CR	Geometrische Reihe für die Ziehung von cr
n_{CR}	Anzahl der Kreuzungswahrscheinlichkeiten
$\boldsymbol{p}_{CR}$	Kreuzungswahrscheinlichkeit
$\boldsymbol{z} = \{z_1, \cdots, z_d\}$	Vektor, der aus einer d-dimensionalen Gleichverteilung $Z \sim U_d(0; 1)$ gezogen wird
$\boldsymbol{X}_p^i$	Vorschlag für einen neuen Kettenzustand zur Erweiterung der Kette i
δ	Anzahl der Kettenpaare
$d\boldsymbol{X}^i$	Vorgeschlagene Veränderung für die i-te Kette
$\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{a_j}}$	Zustand der Kettenelemente, die Teil der Menge A sind, für solche Ketten mit Ordnungsnummer gemäß dem j-ten Eintrag des Vektors $\boldsymbol{a}$
$\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{b_j}}$	Zustand der Kettenelemente, die Teil der Menge A sind, für solche Ketten mit Ordnungsnummer gemäß dem j-ten Eintrag des Vektors $\boldsymbol{b}$
1_{d^*}	d^*-dimensionaler Einheitsvektor
λ_{d^*}	d^*-dimensionaler Zufallsvektor, meist aus $\Lambda \sim U_{d^*}\,(-c; +c)$ gezogen (Randomisierung); häufig wird c = 0,1 gesetzt
$\gamma_{(\delta, d^*)}$	Faktor zur Bestimmung des Sub-Raums in Abhängigkeit der Anzahl der Kettenpaare δ und Dimensionalität d^* des Sub-Raums
β_0	Skalierungsfaktor für $\gamma_{(\delta, d^*)}$
A	Teilmenge aus $\{1, \cdots, d\}$ mit d^* Elementen
ζ_{d^*}	d^*-dimensionale Zufallszahl zur Randomisierung des DE-MC $Z \sim N_{d^*}\,(0; c^*)$, auch Ergodizität genannt
$\boldsymbol{Z} = \{\boldsymbol{Z}^1, \cdots, \boldsymbol{Z}^m\}$	Archiv von m Zuständen aus der Vergangenheit
m	Anzahl der Zustände aus der Vergangenheit im Archiv des DREAM$_{ZS}$ zur Bildung des Proposals
$\boldsymbol{Z_0}$	Startpopulation $\boldsymbol{Z}_0$ der Dimension $m_0 \times d$ (gesampled aus der Prior-Verteilung)
m_0	Anfängliche Populationsgröße
$\boldsymbol{X} = \{\boldsymbol{x}_t^1, \cdots, \boldsymbol{x}_t^i, \cdots, \boldsymbol{x}_t^N\}$	$N \times d$ Matrix für N Vektoren der Dimension d in der der Zustand von N Ketten zum Zeitpunkt $t \in [0; T]$ enthalten ist
$\boldsymbol{Z}_{\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{a_j}}$	Eintrag des Archivs $\boldsymbol{Z}$ zum j-ten Eintrag im Vektor $\boldsymbol{a}$ für die Dimensionen in A
$\boldsymbol{Z}_{\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{b_j}}$	Eintrag des Archivs $\boldsymbol{Z}$ zum j-ten Eintrag im Vektor $\boldsymbol{b}$ für die Dimensionen in A
$\boldsymbol{Z}_{\perp}^{b}$	Senkrechte Projektion der Kettenzustände b
$\boldsymbol{Z}_{\perp}^{c}$	Senkrechte Projektion der Kettenzustände c
k	Anzahl Generationen bis Archiv $\boldsymbol{Z}$ erweitert wird
$p_{Snooker}$	Wahrscheinlichkeit für ein Snooker-Update
N	Anzahl der Ketten
$\overline{\boldsymbol{X}}_j^r$	Mittelwert der Zustände der Kette r bezüglich des Parameters j

$\boldsymbol{X}_{i,j}^{r}$	Zustand der Kette r zum Zeitpunkt i für die Kette j
$\lfloor \cdot \rfloor$	Gaußklammer; ganzzahlige Abrundung des Wertes
W_j	Varianz innerhalb der Ketten (Within Sequence Variance)
$\boldsymbol{X}^{r}$	Zustände einer Kette r
$\overline{\overline{\boldsymbol{X}}}_j$	Mittelwert über die Mittelwerte in den Einzelketten $\overline{\boldsymbol{X}}_j^r$
$\frac{B_j}{t}$	Varianz zwischen den Ketten (Between Sequence Variance)
$\sigma_+^{2(j)}$	Schätzwert für die Varianz der Zielverteilung
n	Anzahl der für die Posterior-Auswertung verwendeten Samples einer Markov-Kette
$\hat{R}_j$	Scale Reduction Factor für den Parameter j
t^*	Zeitpunkt ab dem $\hat{R}_j \leq$ 1,2 gilt
d	Durchmesser
$F_T(x)$	Gestutzte Verteilungsfunktion auf Basis von $F(x)$
$f_T(x)$	Gestutzte Verteilungsdichtefunktion auf Basis von $f(x)$
f_{cm}	Mittlere Druckfestigkeit des Betons
σ_c	Standardabweichung der Druckfestigkeit von Beton
E_{cm}	Mittlerer Elastizitätsmodul des Betons
$k_{Gruendung}$	Ersatzsteifigkeiten zur Repräsentierung der Gründung
k_{Lager}	Ersatzsteifigkeiten zur Repräsentierung der Lager
$k_{Lagerfeder}$	Kombinierte Steifigkeit der Senkfeder
$q_{b,k}$	Pfahlspitzendruck
s/D	Bezogene Pfahlkopfsetzung
K_1	Mitwirkung der Kappen und Geländer im Feld 1
K_2	Mitwirkung der Kappen und Geländer im Feld 2
ν_1	Querdehnzahl im Feld 1
ν_2	Querdehnzahl im Feld 2
γ_1	Wichte des Stahlbetons im Feld 1
γ_2	Wichte des Stahlbetons im Feld 2
z_1	Dickenabweichung der Überbauplatte im Feld 1
z_2	Dickenabweichung der Überbauplatte im Feld 2
K_3	Mitwirkung der Kappen und Geländer im Feld 3
dw_1	Relative Dickenabweichung der Stege im Feld 1
dw_2	Relative Dickenabweichung der Stege im Feld 2
dw_3	Relative Dickenabweichung der Stege im Feld 3
N	Normalverteilung
zo_1	Relative Dickenabweichung der Fahrbahnplatte im Feld 1
zo_2	Relative Dickenabweichung der Fahrbahnplatte im Feld 2
zo_3	Relative Dickenabweichung der Fahrbahnplatte im Feld 3
zu_1	Relative Dickenabweichung der Bodenplatte im Feld 1
zu_2	Relative Dickenabweichung der Bodenplatte im Feld 2
zu_3	Relative Dickenabweichung der Bodenplatte im Feld 3
E_1	Elastizitätsmodul im Feld 1
E_2	Elastizitätsmodul im Feld 2
E_3	Elastizitätsmodul im Feld 3
γ_3	Wichte des Stahlbetons im Feld 3
$Asphalt$	Asphaltsteifigkeit
F_1	Steifigkeit der Lagerfedern in der Auflagerreihe 1
F_2	Steifigkeit der Lagerfedern in der Auflagerreihe 2
F_3	Steifigkeit der Lagerfedern in der Auflagerreihe 3
F_4	Steifigkeit der Lagerfedern in der Auflagerreihe 4
u_c	Kombinierte Messunsicherheit
$f(x_1, x_2, \cdots, x_N)$	Funktionalzusammenhang zwischen den Einflussgrößen x_1, x_2, $\cdots$, x_N und der Messgröße

x_i	Einflussgröße auf die Messunsicherheit
$u(x_i)$	Unsicherheit in der Einflussgröße x_i
$proz_Intervall$	Angabe zum Konfidenzniveau des BC_a-Intervalls
$rel_Intervall$	Geforderte relative Genauigkeit der Parameterschätzung
$sample_nr_max$	Maximale Anzahl an Modellberechnungen
$int_kontrolle$	Anzahl der berechneten Samples in einer Iteration (bis Konvergenzkontrolle)
SA_Sample_nr	Anzahl der Samples in den Matrizen A bzw. B
$\hat{\sigma}_Y$	Geschätzte Standardabweichung der Grundgesamtheit für eine Antwortgröße Y
c^*	Standardabweichung für die Randomisierung ζ_d
T	Anzahl der Generationen (Simulationen je Kette)
S_1	Sensitivitätsindex 1.Ordnung (allgemein)
S_T	Totaler Sensitivitätsindex (allgemein)
$\sigma\left(S_T - S_1\right)$	Standardabweichung des Unterschieds von S_T und S_1
$\mathcal{F}\left(MAP\right)$	Auswertung der Modellfunktion für den MAP-Schätzer
σ_{MW}	Standardabweichung der Messung
n	Anzahl Einzelmessungen
$\sigma_{Einzelmessung}$	Standardabweichung für eine Einzelmessung einer Messgröße; hier: Verformung
σ_n	Messunsicherheit nach Addition von ε_{noise} zu den Messwerten
$\sigma_{n=6}$	Messunsicherheit der (präzisen) Referenz-Messung
$\mathcal{F}_n\left(MAP\right)$	Auswertung der Modellfunktion für den MAP-Schätzer für eine Anzahl an n Messungen
U	Sample aus $U(0;1)$
N	Anzahl der Samples
σ_{lin}	Standardabweichung des Unsicherheitsbeitrags einer Linearitätsabweichung der Übertragungsfunktion zur Messunsicherheit
$\sigma_{Uebertragung}$	Standardabweichung des Unsicherheitsbeitrags der Kenntnis des Übertragungsfaktors (k-Faktors) zur Messunsicherheit
$\sigma_{Installation}$	Standardabweichung des Unsicherheitsbeitrags aus Installationseinflüssen zur Messunsicherheit
MW	Messwert
$\sigma_{Aufloesung}$	Standardabweichung des Unsicherheitsbeitrags der Auflösungsgrenze zur Messunsicherheit
$\sigma_{Instrument}$	Standardabweichung des Unsicherheitsbeitrags der Instrumentengenauigkeit zur Messunsicherheit
MW_{max}	Messwert mit maximalem Betrag
EW	Messbereichsendwert
σ_{EF}	Standardabweichung der Eigenfrequenz
$\sigma\left(S_1\right)$	Standardabweichung der Schätzung des Sensitivitätsindexes 1.Ordung
$\sigma\left(S_T\right)$	Standardabweichung der Schätzung des Totalen Sensitivitätsindexes
f_c	Druckfestigkeit des Betons
α_E	Vorfaktor zur Ermittlung des Elastizitätsmoduls von Beton
E_c	Elastizitätsmodul von Beton
μ_{f_c}	Erwartungswert der Druckfestigkeit von Beton
μ_{α_E}	Erwartungswert des Vorfaktors zur Ermittlung des Elastizitätsmoduls von Beton
ν_{f_c}	Variationskoeffizient der Druckfestigkeit von Beton
ν_{α_E}	Variationskoeffizient des Vorfaktors zur Ermittlung des Elastizitätsmoduls von Beton

ν_E	Variationskoeffizient des Elastizitätsmoduls des Beton
$\mu_{f_{cm}}$	Erwartungswert der mittleren Druckfestigkeit von Beton
β_w	Würfeldruckfestigkeit von Beton
σ_{α_E}	Standardabweichung des Vorfaktors zur Ermittlung des Elastizitätsmoduls von Beton
σ_E	Standardabweichung des E-Moduls
Δa_{max}	Technisch zulässige Abweichung
σ_a	Standardabweichung der Maßabweichung
k_a	Erweiterungsfaktor für die geometrischen Abweichungen
$a_{min/max}$	Grenzen der Bauteilabmessung
a_{nom}	Nomineller Wert der Abmessung
Δa	Maßabweichung
Δa_1	Zufallsvariable zur Beschreibung der Streuung zwischen unterschiedlichen Bauteilen
Δa_2	Zufallsvariable zur Beschreibung der Streuung innerhalb des Bauteils
a	Betrag einer Geometrischen Abmessung
G	Eigenlast
γ	Wichte
V	Volumen
LN	Lognormalverteilung
ν_1	Variationskoeffizient zur Berücksichtigung der örtlichen Variation der Baugrundeigenschaften
ν_2	Variationskoeffizient der Unsicherheiten innerhalb des Bewertungsprozesses von Bodenproben
ν_{nat}	Im Gelände vorhandener Variationskoeffizient
θ_{max}	Obere Schranke eines Parameterwertes
θ_{min}	Untere Schranke eines Parameterwertes

Abkürzungsverzeichnis

SHM	Structural Health Monitoring
BC_a	Verbesserte und Bias-korrigierte Intervalle (bias corrected and accelerated)
DE-MC	Differential-Evolution-Markov-Chain
$DREAM_{ZS}$	Differential-Evolution-Adaptive-Metropolis mit Verwendung eines Archivs vorheriger Zustände Z und Snooker-Update
DREAM	Differential-Evolution-Adaptive-Metropolis
MCMC	Markov-Chain-Monte-Carlo
DE	Differential-Evolution
MAC	Modal Assurance Criterion
MEMS	Micro Electro Mechanical Systems
EDV	Elektronische Datenverarbeitung
OAT-Design	One-At-A-Time-Design
HDMR	High-Dimensional-Model-Representation
ANOVA	ANalysis Of VAriance
FANOVA	Functional ANalysis Of VAriance
FAST	Fourier Amplitude Sensitivity Testing
EASI	Effective Algorithm for Computing Sensitivity Indices
(e)FAST	(Extended) Fourier Amplitude Sensitivity Testing
ESS	Effective Sample Size
SCMCMC	Single-Chain-Markov-Chain-Monte-Carlo
MCMCMC	Multi-Chain-Markov-Chain-Monte-Carlo
AM	Adaptive Metropolis
DRAM	Delayed-Rejection-Adaptive-Metropolis
AP	Adaptive Proposal
DE-MCMC	Differential-Evolution-Markov-Chain-Monte-Carlo

UK	Unterkante
OK	Oberkante
FE	Finite-Elemente
GUM	Guide to the expression of Uncertainty in Measurement
DMS	Dehnmessstreifen
LWL	Lichtwellenleiter
WL	Widerlager
ATR	Automatic Target Recognition (Automatische Zielerfassung)
SLT	Schwerlasttransporter mit aufgeladenem Bergepanzer
UTF	Ungeschütztes Transportfahrzeug
PZ	Bergepanzer 1
UML	Unified Modeling Language
UHPc	Ultra High Performance Concrete
LHS	Latin-Hypercube-Sampling
KI	Künstliche Intelligenz

1 Einleitung

1.1 Ziel der Arbeit

Wer die Zukunft gestalten möchte muss die Wirklichkeit begreifen. In meiner Ingenieurpraxis musste ich feststellen, dass die im Bauwesen verwendeten Finite-Elemente-Modelle häufig ein verzerrtes Abbild der Wirklichkeit wiedergeben. Dieser Umstand ist sowohl für die realitätsnahe Nachrechnung als auch für die Kopplung realer Brückenbauwerke mit ihrem digitalen Abbild ein Hindernis, das sowohl Sicherheitsrelevanz besitzt als auch in Zeiten knapper werdender Ressourcen Investitionsentscheidungen negativ beeinflussen kann. Aus diesem Grund etabliert sich die Systemidentifikation für Ansätze des Performance Based Designs, der Zustandsüberwachung sowie für die Generierung Digitaler Zwillinge.

Den vielversprechendsten Rahmen, in dem eine mechanische Struktur mit ihrem digitalen Abbild in Einklang gebracht werden kann, bildet das Bayes'sche Theorem. Durch die Einbeziehung von Vorwissen ähnelt diese Analysemethode einem Denkprozess, in dem Vorerfahrungen und neu hinzukommende Informationen zu einer Wahrscheinlichkeitsfunktion verschmolzen werden, die einer ingenieurmäßigen Interpretation zugänglich ist und sich in Konzepte moderner statistischer Datenanalyse integrieren lässt. Unverzichtbar für die praxisgerechte Anwendung ist eine effiziente Methode zur numerischen Auswertung der entstehenden Verteilung, wie die in dieser Arbeit verwendete Markov-Chain-Monte-Carlo-Methode. Insbesondere durch die Kombination mit einem evolutionären Auswahlverfahren und dessen adaptivem Charakter ermöglicht der in dieser Arbeit verwendete Differential-Evolution-Adaptive-Metropolis (DREAM) eine effiziente Ermittlung von Verteilungen. Durch die gleichzeitige Simulation mehrerer Ketten ist eine hochparallele Berechnung auf handelsüblichen Systemen oder auch der Rückgriff auf externe, parallele Rechenressourcen möglich, sodass auch komplexe statistische Modelle betrachtet werden können. Die Verfügbarkeit von Rechnern mit 16 oder mehr Rechenkernen für einen Preis von unter 1000 € schafft dabei neue Möglichkeiten in der Praxis.

Das Hauptaugenmerk dieser Arbeit liegt auf einer Untersuchung welche Möglichkeiten sich durch die statistische Modellierung für das Verständnis baulicher Strukturen ergeben. In den Betrachtungen werden dafür solche Parameter des Finite-Elemente-Modells einbezogen, die einen merklichen Einfluss auf die Systemsteifigkeit haben und dadurch potenziell ein verändertes Systemverhalten bewirken bzw. geänderte Widerstände gegenüber aufgezwungenen Lasten nach sich ziehen. Zudem wird eine Methodik entwickelt, die es ermöglicht, praxisgerecht und effizient die Bayes'sche Systemidentifikation im Brückenbau einzusetzen. In der Arbeit wird insbesondere auf folgende Aspekte eingegangen:

1. **Wie lässt sich die Bayes'sche Systemidentifikation im Konstruktiven Ingenieurbau nutzen?**
   Es wird die statistische Modellierung von Spannbetonbrücken erläutert und gezeigt, welche Informationen für den Konstruktiven Ingenieurbau aus dem identifizierten Modell gewonnen werden können. Die Modellbildung erfolgt durch Zuordnung von Wahrscheinlichkeitsfunktionen für steifigkeitsrelevante Systemparameter wie der E-Modul tragender Bauteile, die Mitwirkung von Ausbauelementen, die Steifigkeit der Lagerfedern oder die geometrischen Abmessungen.

2. **Wie kann die Bayes'sche Systemidentifikation angewandt werden?**
   Es wird eine Methodik entwickelt, wie eine probabilistische Kalibrierung der Steifigkeitskomponenten in Finite-Elemente-Modellen einen Mehrwert für die Tragwerksmodellierung bei gleichzeitig möglichst geringem Aufwand an Rechenressourcen bringen kann. Hierin werden sowohl theoretische Überlegungen an einfachen statischen Systemen für praxisrelevante Fragestellungen erörtert als auch numerische Aspekte des Updating-Prozesses einbezogen. Überprüft und um praktische Aspekte ergänzt wird die Vorgehensweise anhand von zwei Beispielbrücken.

3. **Welche Faktoren beeinflussen den Erfolg der Identifikation und wie kann eine Optimierung erfolgen?**
   Um die praktische Umsetzung zu erleichtern, werden mit Hilfe eines realen Projekts Untersuchungen zur Modellbildung, Parameterauswahl, Versuchskonzeption und zur Sensorauswahl durchgeführt. Die Verwendung von Messwerten aus Großversuchen unter realitätsnahen Versuchsbedingungen ermöglicht Untersuchungen anhand von tatsächlichen Steifigkeitsabweichungen und bedingen keine künstlich erzeugten Abweichungen zum Ursprungsmodell. Dies erleichtert die Übertragung der Ergebnisse in die praktische Anwendung.

Die vorliegende Arbeit erweitert den Stand der wissenschaftlichen Forschung, indem ein Handlungsrahmen geschaffen wird, der sowohl Aspekte zu Unsicherheiten im Ursprungsmodell, der Parameterauswahl, der Modellbildung als auch der Durchführung von Großversuchen und deren Auswertung beinhaltet. Zudem wird eine ausführliche Literaturzusammenstellung zur Abbildung von unsicheren Parametern im Finite-Elemente-Modell als auch in ihrer probabilistischen Repräsentation vorgestellt, die auch für ähnliche Problemstellungen nutzbar ist. Ein besonderer Fokus wird auf die Auswahl der Algorithmen gelegt, die es ermöglichen, für eine möglichst große Bandbreite von Problemstellungen statistisch korrekte Aussagen zu treffen. Innerhalb der Erläuterung der theoretischen Grundlagen wird zudem Bezug auf die besonderen Anforderungen des Konstruktiven Ingenieurbaus genommen. In der Auswahl der statistischen Methoden wird großer Wert darauf gelegt, dass möglichst wenig Erfahrung und Kenntnis des Funktionalzusammenhangs für die Interpretation der Ergebnisse notwendig ist und eine flexible Anpassung des Berechnungsaufwands an den Verwendungszweck bzw. die Rechenressourcen ermöglicht wird. Teil des Konzepts dieser Arbeit ist auch die Integration kommerzieller Finite-Elemente-Software in die implementierten Algorithmen, um die praktische Adaptierbarkeit der Methodik zu zeigen. Da bis dato sehr wenige Untersuchungen zur Versuchsdurchführung, zur Sensorauswahl und dem Einfluss von Unsicherheiten in den Messwerten existieren, werden des Weiteren mit Hilfe von zwei Großversuchen numerische Vergleichsberechnungen mit Hilfe von Messdaten angestellt und praxisnahe Empfehlungen gegeben. Die gewonnenen Erkenntnisse werden abschließend in einen Handlungsrahmen für die Anwendung der Systemidentifikation überführt.

1.2 Abgrenzung der Arbeit

Kern der Dissertation ist ein Beitrag zur Anwendung der Bayes'schen Systemidentifikation im Brückenbau. Um die Komplexität der Berechnung zu begrenzen, werden ausschließlich Überbauten mit ungerissenem Querschnitt betrachtet, sodass eine elastische Berechnung zulässig ist. Die in der Arbeit gezeigten theoretischen Zusammenhänge und Algorithmen sind jedoch auf komplexere Berechnungsmodelle übertragbar. Eine Schwerpunktsetzung findet überdies für statische Messgrößen, insbesondere Verformungen und Dehnungen durch ruhende Lasten, und für die Verwendung handelsüblicher Messsysteme statt. Wissenschaftliches Ziel dieser Arbeit ist nicht die Weiterverwendung der generierten Modelle zum Zwecke der Nachrechnung, der Erstellung Digitaler Zwillinge oder des Erhaltungsmanagements, sondern die Entwicklung einer Vorgehensweise für den Prozess der Erstellung von statistischen Modellen baulicher Strukturen. Aus diesem Grund werden in Kapitel 2 anstatt einer ausführlichen Literaturdarstellung ausschließlich Anwendungsbezüge für die Weiternutzung der generierten Modelle aufgezeigt. Die Herleitung der vorgeschlagenen Methodik anhand der beiden untersuchten Brückenbauwerke erlaubt die Ableitung von Empfehlungen sowie Untersuchungen basierend auf diesen repräsentativen Anwendungsfällen. Allgemeingültige Aussagen und Best-Practice-Lösungen sind jedoch erst im Laufe weiterer Forschungstätigkeiten zu erwarten.

1.3 Struktur der Arbeit

Den Einstieg in den fachlichen Teil der Arbeit bildet ein Literaturüberblick zu den Gründen der Abweichungen zwischen der gemessenen Wirklichkeit und der Modellierung mittels Finiter Elemente in **Kapitel 2**. Zudem wird eine Einordnung der Systemidentifikation in die Systematik der ingenieurtechnischen Aufgabenstellungen vorgenommen. Da bereits erste Regelwerke für die Anwendung im Bauwesen existieren, werden diese im Anschluss knapp aufgeführt. Um Vorarbeiten in die Forschungsarbeit zu integrieren, werden zudem erprobte Berechnungsmethoden erläutert, der Anwendungsbezug angerissen und die Ergeb-

nisse vorhergehender wissenschaftlicher Arbeiten vorgestellt. Zudem werden die bisherigen Forschungsergebnisse in Bezug auf die Modellbildung und Durchführung von Kalibrierversuchen dargestellt.

Kapitel 3 wird von einer kurzen systemtheoretischen Betrachtung des Systems „Brücke“ eingeleitet, und es werden einige zum Verständnis erforderliche Grundbegriffe erläutert. Im Anschluss wird auf die Ermittlung von Wahrscheinlichkeitsfunktionen für die Reaktionen des Systems für streuende Parameterwerte, der sogenannten Propagation, eingegangen. Neben der Beschreibung der Monte-Carlo-Methode werden auch Verfahren der Konvergenzschätzung für die Ermittlung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen vorgestellt. Um die Grundlagen für die Auswahl der Systemparameter zu legen, werden des Weiteren Sensitivitätsmaße erläutert und es wird vertieft auf den durch eine Finite-Elemente-Berechnung entstehenden Funktionalzusammenhang zwischen Parameterwerten und Simulationsergebnissen eingegangen. Die Vorgehensweise bei der Systemidentifikation wird erläutert, indem die zur Verfügung stehenden Berechnungsmethoden vorgestellt werden und insbesondere die Bayes'sche Vorgehensweise erklärt wird. Das Kapitel schließt mit der Erläuterung von Markov-Chain-Monte-Carlo-Algorithmen, die eine numerische Berechnung der Parameterschätzung zulassen.

Als wissenschaftliches Kernstück der Arbeit wird in **Kapitel 4** die durchgeführte Forschungstätigkeit vorgestellt. Nach der Beschreibung der Versuchsbrücken wird auf die Bildung der zugehörigen statistischen Modelle und die Ermittlung von Messunsicherheiten eingegangen. Im Anschluss an die Beschreibung der durchgeführten Kalibrierversuche wird die Implementierung der verwendeten Algorithmen dokumentiert. Die Ergebnisse der Propagation und der Sensitivitätsanalyse für beide Brücken werden im Anschluss vorgestellt. Dabei wird auch auf das Potenzial der Systemidentifikation eingegangen und eine Untersuchung des Modells der Brücke Traunwalchen in Bezug auf ihre Linearität und zu den Interaktionen zwischen den Parametern durchgeführt. Hierauf folgt die Ergebnisdarstellung der Rückwärtsanalyse (Kalibrierung) für die Versuchsbrücke Traunwalchen. Hierbei werden auch Studien zur Versuchsdurchführung, zur Parameterauswahl und zu den eingesetzten Messsystemen vorgestellt. Abschließend wird anhand des praxisnahen Beispiels der Regenbrücke Roding das Potenzial der Systemkalibrierung für Datensätze mit geringem Umfang verdeutlicht.

Die in Kapitel 2 bis 4 gewonnenen Erkenntnisse fließen in **Kapitel 5** in ein Konzept für die Anwendung der Systemidentifikation ein, welches einen Rahmen vorschlägt, der eine effiziente und baupraktisch sinnvolle Systemkalibrierung ermöglicht. Hierin werden die in Abschnitt 1.1 definierten Grundsatzfragen aufgegriffen und beantwortet.

Kapitel 6 gibt eine Zusammenfassung der wesentlichen Ergebnisse und einen Ausblick auf weitere Forschungsmöglichkeiten.

Eine graphische Veranschaulichung der Struktur der Arbeit sowie der inhaltlichen Zusammenhänge gibt Abbildung 1.1 wieder.

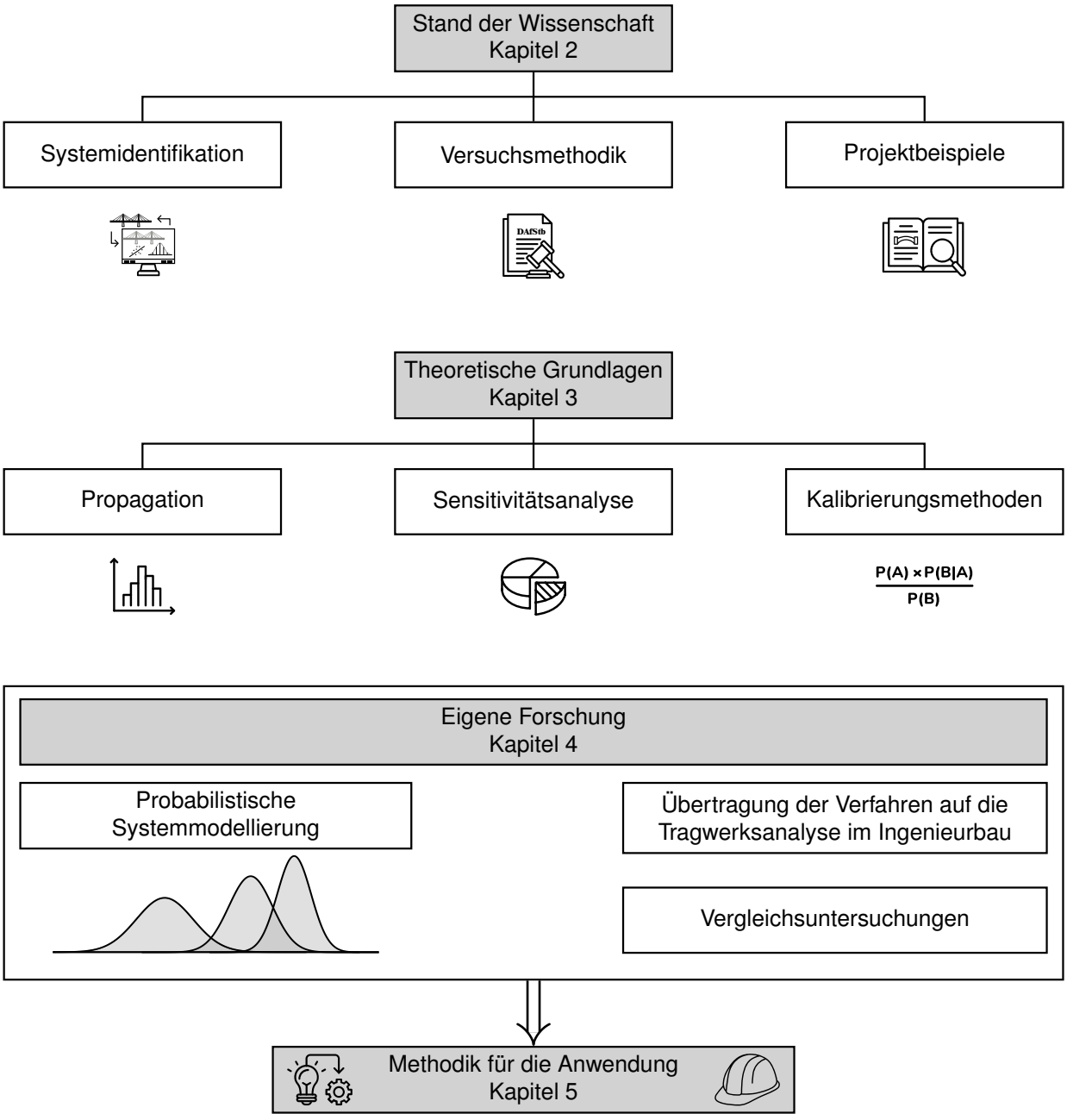


Abbildung 1.1: Struktur der Arbeit und wesentliche Inhalte

2 Stand des Wissens

2.1 Abweichungen von Modell und Messung

Der Entwurf und die Nachrechnung von Bauwerken werden in der Regel rechnerisch durchgeführt. Dabei wird das Hauptaugenmerk zumeist auf einen ausreichenden Sicherheitsabstand zwischen den Einwirkungen und den Widerständen gelegt, nicht jedoch auf die zutreffende Beschreibung von System und Belastbarkeit [1, 2, 3, 4, 5, 6]. In der experimentellen Untersuchung baulicher Strukturen zeigen sich deshalb regelmäßig beträchtliche Abweichungen zwischen den Bauwerkseigenschaften gemäß statischer Berechnung und der gebauten Wirklichkeit [7, 8, 6, 9].

Die Gründe für die Abweichungen zwischen Simulation und Messung am Bauwerk lassen sich wie folgt benennen:

- Modellvereinfachungen und Annahmen zur Struktur des Modells, insbesondere
  - Modellidealisierung, beispielsweise die Abbildung von Brückenüberbauten durch Stab- statt durch Schalenelemente [8, 2, 10, 11, 12, 13]
  - Diskretisierung des Finite-Elemente-Modells [8, 14, 4]
  - Annahme zu Rand- und Übergangsbedingungen, beispielsweise zu den Lagerbedingungen [8, 10, 11, 14, 4, 15], zu den Eigenschaften des Baugrunds [16] oder der Boden-Bauwerk-Interaktion [4]
- Fehler im numerischen Berechnungsverfahren [8, 17]
- Abweichungen beim Bau, z.B. durch Ausführungsungenauigkeit oder durch menschliche Fehler [10, 18, 19]
- Nichtberücksichtigte Steifigkeiten durch (ungewollt) lastabtragende Konstruktions- und Ausbauelemente oder durch unberücksichtigte Einspanneffekte [20, 21, 22, 4, 23, 24, 25]
- Degradationsprozesse, die zu Steifigkeitsänderungen führen [7, 26, 18, 27]
- Unsicherheiten in den angesetzten Materialeigenschaften [7, 8, 10, 11, 22, 28, 19]

Abweichungen zwischen der gängigen, sicherheitsorientierten Modellierung baulicher Strukturen und deren tatsächlicher Tragwirkung können im Experiment ermittelt werden.

Eine Zusammenstellung von Untersuchungen zu den Steifigkeitsbeiträgen der Konstruktions- und Ausbauelemente wird in [21] gegeben. Insbesondere wird auf die Versteifung durch Aufbauschichten wie Schutzbeton, Gehwege, Kleinpflaster oder Asphalt eingegangen, die sich vorrangig an den Brückenrändern feststellen lässt. Für Plattenbrücken wurde hierdurch eine deutliche Entlastung der innen liegenden Bereiche festgestellt. Eine Untersuchung zum Einfluss baulicher Randbedingungen auf das eigendynamische Verhalten aus [29] bestätigt die Ergebnisse aus [21]. Es zeigte sich eine gute Übereinstimmung zwischen Modellannahme und Messung, sofern die Randkappen mit starrem Verbund an den Überbau modelliert werden und so einen Gesamtquerschnitt bilden. Vor allem für kürzere Brücken ergibt sich in den Untersuchungen ein erheblicher Einfluss. Eine explizite Messung der Dehnung an mit Bewehrung angeschlossenen Randkappen aus Beton wird in [30] beschrieben. Die Ergebnisse zeigen eine erhebliche Wirkung als Verbundquerschnitt. Der Grad des Verbunds zwischen dem Schutzsystem und dem Überbau konnte anhand der dort untersuchten Royalton-Brücke jedoch nicht quantifiziert werden. Quantitative Ergebnisse zum Einfluss der Randkappen werden dagegen in [31] gezeigt. Bei der Kalibrierung des Finite-Elemente-Modells einer Plattenbalkenbrücke wird eine Vergrößerung der Überbausteifigkeit um bis zu 11 % festgestellt.

Mögliche Einflüsse aus dem Belag werden in [32] bestätigt, jedoch existieren hierzu nur wenige Studien.

Untersuchungen, die die Bedeutung der Rand- und Übergangsbedingungen zur Abbildung physikalischer Systeme verdeutlichen, werden beispielsweise in [33, 15, 18, 27] beschrieben und zeigen deren Bedeutung für die Modellbildung. Bei Messungen an einer zweifeldrigen Fertigteilbrücke im Wuhletal aus [33] ergab sich eine Verdopplung der Steifigkeit gegenüber der Vorhersage aus dem ursprünglichen Modell. Die Abweichung konnte durch eine Teileinspannung am Endauflager, sowie durch die ungeplante Durchlaufwirkung der Einfeldträgerkette und durch die Mitwirkung des Fahrbahnaufbaus erklärt werden. Ähnliche Erkenntnisse können den Ausführungen in [18] entnommen werden. Die veränderte Steifigkeitsverteilung an einer Plattenbrücke in Neu Kaliß (Mecklenburg) wurde durch eine unplanmäßige Einspannung der Randauflager herbeigeführt, die sich durch die konstruktive Ausführung der Betongelenke ergab. Diese Feststellungen decken sich auch mit den Untersuchungen aus [15]. Eine systematische Versuchskampagne zu den Unterschieden zwischen Modell und Messung an Spannbeton-Kastenbrücken wurde in [23] publiziert. Die Untersuchungen an insgesamt sechs Brücken ergaben teils erhebliche Abweichungen, welche auf nicht rechnerisch erfasste Steifigkeiten durch Rückhalteeinrichtungen oder erhöhte Auflagersteifigkeit zurückgeführt wurden. Für die Berücksichtigung dieser Tragmechanismen im Rahmen einer Neubewertung wurden so genannte Feldfaktoren eingeführt, die dazu dienen, die erhöhten Steifigkeiten näherungsweise im Modell abzubilden.

Unzutreffende Annahmen zu den Bodensteifigkeiten wurden im Rahmen einer Messkampagne an semiintegralen Brücken auf der Neubaustrecke Erfurt-Leipzig/Halle belegt und in [7] publiziert. Dabei konnten um 38 % geringere Beanspruchungen auf die Pfeilerköpfe nachgewiesen werden. Diese resultierten aus einer günstiger anzusetzenden Beziehung zwischen der Längsverschiebung und der Krümmung der monolithisch angeschlossenen Pfeilerköpfe, welche auf geringere Bodensteifigkeiten rückgeführt werden konnten. Gegenteilige Ergebnisse konnten an einer Eisenbahnbrücke im Itztal festgestellt werden und sind in [16, 34] publiziert. Anders als in der vorausgehenden Bemessung auf Grundlage des Geotechnischen Berichts konnte eine 3 bis 5-fach größere Steifigkeit der Pfeilerfundamente nachgewiesen werden, was den Nachweis der Schienenspannung positiv beeinflusst.

2.2 Einordnung und Aufgabenstellung der Systemidentifikation

Um das Rechenmodell mit den tatsächlichen Bauwerkseigenschaften in Übereinstimmung zu bringen, werden Methoden der Systemidentifikation angewandt.

Der Begriff Systemidentifikation wurde erstmals in [35] eingeführt und ist seither fester Bestandteil wissenschaftlicher Forschung und technischer Entwicklung[1]. Definitionsgemäß werden unter diesem Begriff Techniken subsummiert, die es erlauben, Modelle mit Hilfe von Experimentaldaten so anzupassen, dass sich eine für den Verwendungszweck ausreichende Übereinstimmung zu Messergebnissen einstellt [36, 25, 8]. Damit ist die Systemidentifikation das Bindeglied zwischen der theoretischen Analyse von Systemen und deren experimenteller Untersuchung [37, 3, 38]. Neben dem Begriff der Identifikation sind auch die eng verwandten Begriffe des Modell-Updates, der Kalibrierung oder der (Modell-)Korrektur gebräuchlich [11]. Bedeutende Grundlagenliteratur auf dem Gebiet der Systemidentifikation ist in [39] und in Bezug auf Fragestellungen im Bauwesen und des Structural Health Managements in [40] zu finden. Mit Verweis auf diese Quellen wird an dieser Stelle nur ein verkürzter Überblick gegeben.

Identifikationsprobleme lassen sich in die Klasse der Strukturprobleme einordnen, in welchen die Modellbildung mechanischer Vorgänge behandelt wird [39]. Eine Unterteilung der verschiedenen Bereiche zeigt Abbildung 2.1.

Den *Strukturproblemen* gemeinsam ist der Zusammenhang zwischen den Einwirkungen, auch Ursachen genannt, und deren Wirkung, die durch das Modell verbunden sind. Auf die systemtheoretische Betrachtung der in dieser Arbeit behandelten Fragestellungen und zu grundlegenden Begriffsdefinitionen wird in Abschnitt 3.1 eingegangen. Bei der Lösung des *direkten Problems*, in dieser Arbeit auch Vorwärtsanalyse genannt, werden anhand gegebener Einwirkungen und mit einer als zutreffend angenommenen Modellbeziehung die resultierenden Auswirkungen ermittelt [39].

[1] Eine ausführliche Darstellung der historischen Entwicklung der Systemidentifikation kann [3] entnommen werden.

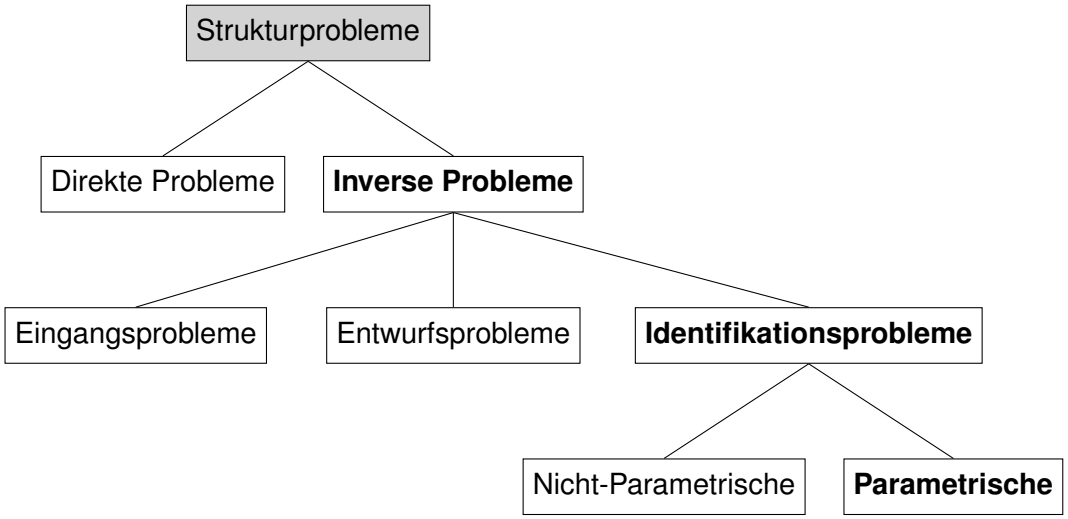


Abbildung 2.1: Einordnung der Systemidentifikation in den Kontext der Strukturprobleme

Im Unterschied zum direkten Problem wird im *inversen Problem* von der Wirkung auf die zu Grunde liegende Ursache geschlossen. Unter diese Kategorie fallen Eingangs-, Entwurfs- und Identifikationsprobleme. *Eingangsprobleme* behandeln die Bestimmung von Einwirkungen eines zuvor als korrekt angenommenen Systems durch deren Auswirkungen [39]. Bei einem *Entwurfsproblem* wird ein System so konzipiert, dass bei gegebenen Ursachen und Wirkungen zuvor definierte Forderungen an das System erfüllt werden [39]. In den in dieser Arbeit primär behandelten *Identifikationsproblemen* wird auf Grundlage der Auswirkungen der Einwirkungen eine passende Systembeschreibung gesucht [39]. Sofern die Ursache der Einwirkungen auf das betrachtete System unbekannt ist, wird von Output-Only-Systemidentifikation gesprochen [41]. Für die Definition und Lösung entsprechender Fragestellungen wird an dieser Stelle mit Verweis auf [42] verzichtet.

In Abhängigkeit der Charakterisierung des Modells lässt sich die Lösung der Identifikationsaufgabe unterteilen in *Nicht-Parametrische* Methoden, in denen das zu identifizierende Modell keine Struktur aufweist und in solche Methoden, in denen dem Modell eine innere Struktur gegeben wird (*Parametrische Identifikation*) [39]. Die beiden Typen von Modellen werden auch als Verhaltens- bzw. Strukturmodelle bezeichnet [43]. In dieser Arbeit werden ausschließlich parametrische Identifikationsverfahren verwendet, da Parameter identifiziert werden, die physikalische Größen repräsentieren und eine bekannte Modellstruktur vorausgesetzt wird[2]. Diese Wahl ist für mechanische Strukturen üblich [44], bedingt aber die vorherige Auswahl der Parameter, auf die in Abschnitt 3.3 eingegangen wird.

Eine weitere Unterscheidung kann anhand der Beobachtbarkeit der Modellparameter getroffen werden. Abhängig davon, ob Parameter direkt beobachtbar sind oder nicht, wird von einer direkten oder indirekten Identifikation gesprochen [39]. Im Rahmen dieser Arbeit wird ausschließlich die indirekte, parameterbasierte Identifikation behandelt, in der auf Basis eines Modells physikalisch interpretierbare Modellparameter ermittelt werden.

2.3 Normative Bezüge

Die Berücksichtigung von rechnerisch zunächst nicht ansetzbaren Tragwirkungen wird in Deutschland durch die DAfStb-Richtlinie „Belastungsversuche an Betonbauwerken“ geregelt. Deren Anwendungsbereich erstreckte sich in der Ausgabe von September 2000 nur auf Hochbauten, wurde in der Überarbeitung von Juli 2020 [45] jedoch auf Ingenieurbauwerke, insbesondere solche aus Spannbeton, erweitert.

[2] Eine detaillierte Auseinandersetzung mit den verschiedenen Herangehensweisen und Anwendungsbeispiele sind in [3] zu finden.

Belastungsversuche sind nach [45, 2] vor allem dann angezeigt, wenn Kenntnisse

- zum Materialverhalten
- zu den statischen Randbedingungen
- zum Zusammenwirken der Konstruktionselemente
- zum Einfluss von Schäden auf den Ist-Zustand
- zur Wirksamkeit von Verstärkungsmaßnahmen

unzureichend sind oder überprüft werden sollen.

Die in dieser Arbeit verwendete Methodik der Korrektur von Berechnungsannahmen durch Belastungsversuche wird in [45] als „Versuchsvariante B – Systemmessung“ geführt, in dem ein Vergleich von Modell und Messung unter definierter Last stattfindet und so den Rückschluss auf schwer quantifizierbare Systemgrößen zulässt [1]. Belastungsversuche werden hierin als Vorgang definiert, in dem „ein bestehendes Bauteil belastet wird und dessen Reaktion unter dieser Belastung beobachtet, messtechnisch erfasst und dokumentiert wird“ [45]. Das Anwendungsfeld der Systemidentifikation im Sinne der Richtlinie bleibt dabei auf die Ergänzung statischer Nachweise begrenzt. Zudem wird die Verwendung der Ergebnisse an die Bedingung geknüpft, dass deren Übertragung auf Grenzzustände der Tragfähigkeit nur unter dem Vorbehalt der Übertragbarkeit auf größere Belastungsniveaus erfolgen darf. Obwohl die bauaufsichtliche Einführung der Richtlinie bis dato noch nicht erfolgt ist, kann die Anwendung auf DIN EN 1990 [46] gestützt werden, erfordert aber gemäß DIN EN 1990/NA2010-12, in NCI zu 5.2(1) bzw. [47] neben der Abstimmung mit dem Bauherrn einer behördlichen Zustimmung [1, 2]. Für Systemmessungen auf Gebrauchslastniveau ist nach [1] die Zustimmung im Einzelfall entbehrlich, sofern technische Baubestimmungen nur in geringem Maß verletzt werden. Eingesetzt werden kann die versuchsunterstützte Berechnung nach DIN EN 1990:2021-10, Anhang D [46], insbesondere bei unzutreffenden Modellen oder zur Überprüfung von Entwurfsannahmen. Für die Auswertung der Versuche sollen nach Möglichkeit statistische Verfahren eingesetzt werden. Sofern keine ausreichende Anzahl an unabhängigen Versuchen durchgeführt werden kann, sollen Vorinformationen in die Bewertung eingehen. Hierfür werden in Abschnitt D.6 der Norm explizit Bayes'sche Verfahren vorgeschlagen. Internationale Bezüge zur Systemkalibrierung finden sich beispielsweise in Großbritannien und den USA. In Großbritannien wurde die Anwendung der Verfahren bis zur Einführung der Eurocodes, in BS 8110-2, Abschnitt 9 [48], geregelt. In der US-amerikanischen Normung für die Bemessung von Neubauten wird in ACI 318, Kapitel 20 [49] auf Belastungsversuche eingegangen. Für das Bauen im Bestand ist die Verwendung von Belastungsversuchen in ACI 437.2-13 [50] in Verbindung mit ACI 562-13 [51] geregelt. Eine ausführliche Darstellung internationaler Normen zum Thema kann [2] entnommen werden.

Eine Einordnung von Verfahren der Systemidentifikation in den Kontext des Monitorings findet im Merkblatt „Brückenmonitoring“ des Deutschen Beton Vereins [52] statt. Systemidentifikation im Sinne des Merkblatts wird darin als Kalibrierung von Rechenmodellen durch Bestimmung realer Tragwerksreaktionen verstanden, die durch Lasten auf dem Niveau des Grenzzustands der Gebrauchstauglichkeit hervorgerufen werden. Bei Verwendung von zeitlich begrenzten Belastungsversuchen ist die Systemidentifikation in die Kategorie des Kurzzeitmonitorings einzuordnen. Die Zuordnung zu Leistungsbildern des Monitorings findet in Phase 6 „Bewertung der Messergebnisse“ unter Basisleistung B6-03 „Systemidentifikation/Bewertung der Systemeigenschaften“ statt. Im Forschungsbericht „Strategischer Einsatz von Monitoring für Ingenieurbauwerke“ [7] wird die Systemidentifikation mittels statischer Lasten oder der dynamischen Eigenschaften als Monitoringaufgabe in der Anwendungsklasse 070 aufgeführt. Als Einsatzgebiete werden hierin die Nachrechnung von Bestandsbauwerken und die Überprüfung von Modellannahmen im Vorfeld der Inbetriebnahme gezeigt. Das Merkblatt „Dauerüberwachung von Ingenieurbauwerken (B09)“ [53] hebt die Bedeutung von Belastungsversuchen insbesondere vor Inbetriebnahme von Monitoringmaßnahmen hervor, um vorab bestehende Modelle zu validieren bzw. zu kalibrieren.

Anwendungsbezüge für die Nachrechnung lassen sich aus den verwendeten Verfahren der Messung und Auswertung ableiten. Im Kontext der Nachrechnungsrichtlinie für Straßenbrücken [47] lässt sich die Systemidentifikation je nach gewähltem Auswerteverfahren durch die Verwendung von „am Bauwerk ermittelte(n) Messergebnisse(n)“ in Stufe 3 einordnen oder kann, sofern komplexe Modellierungen unter Anwendung wissenschaftlicher Methoden einfließen, nach [52] als Kombination der Stufen 3 und 4 gesehen wer-

den. Im Sinne der Richtlinie Ril805 [54] der Deutschen Bahn finden Verfahren der Systemidentifikation im Rahmen der Bewertungsstufe 4 Anwendung [52]. Rechenannahmen sind gemäß Abschnitt 1(2) der Richtlinie dann durch Kalibrierung zu überprüfen, wenn keine zuverlässige Einschätzung des Tragverhaltens gegeben werden kann, oder sich eine unwirtschaftliche Bemessung ergeben würde. Diese Empfehlung findet sich auch im „fib-Model Code für Betonbauwerke“ [25], wobei insbesondere auf die Verwendung der Systemkalibrierung im Rahmen der Bestimmung angepasster bzw. objektspezifischer Teilsicherheitsbeiwerte oder der vollprobabilistischen Bemessung (Assessment Verification Level 3-5) eingegangen wird.

2.4 Berechnungsmethoden für die Parameterbestimmung

Um die Bestimmung von Systemparametern algorithmisch umzusetzen, stehen Verfahren zur Verfügung, welche sich im Hinblick auf die Möglichkeiten der Ergebnisinterpretation, die Anwendbarkeit auf spezielle Fragestellungen und deren Berechnungsaufwand unterscheiden.

Diese Lösungsstrategien können nach [55] in fünf Kategorien eingeteilt werden:

- **Manuelle Anpassung**
  Basierend auf Ingenieurerfahrung und Plausibilitätsbetrachtungen werden die Parameter manuell so angepasst, dass sich eine gute Übereinstimmung von Messwerten aus dem physischen System und dem parametrisierten Berechnungsmodell ergibt.

- **Minimierung von Residuen**
  Durch einen deterministischen Optimierungsalgorithmus wird eine Parameterkonstellation berechnet, welche die Unterschiede zwischen den gemessenen Daten und den berechneten Systemreaktionen auf äußere Lasten minimiert.

- **Bayes’sches Updating**
  Mit Hilfe des in Abschnitt 3.4.4 beschriebenen Bayes-Theorems wird ein statistisches Modell generiert, das neben den optimalen Parametern auch Aussagen zu deren Unsicherheiten zulässt.

- **Error-Domain-Falsification**
  Es werden mehrere mögliche Modellvarianten erzeugt um Kandidaten für die zutreffende mathematische Beschreibung zu identifizieren, die anschließend einem Hypothesentest unterzogen werden.

- **Maschinelles Lernen**
  Es wird ein Neuronales Netz trainiert, das es erlaubt das Modell anhand der gemessenen Trainingsdaten dem Verhalten des physikalischen Modells anzupassen.

Unter den Methoden der datengestützten Anpassung eines vorhandenen Modells lassen sich deterministische und statistische Verfahren unterscheiden [56]. In deterministischen Verfahren werden die zu identifizierenden Parameter als feste Größen aufgefasst, so dass die Lösung des Problems in der Minimierung der Abweichung zwischen gemessenen und berechneten Daten besteht. Bei der Parameteridentifikation im Bauwesen werden häufig gradientenbasierte Optimierungsalgorithmen eingesetzt, jedoch finden zunehmend auch genetische Algorithmen Verwendung. Beispiele finden sich in [57, 58, 59]. Eine explizite Erläuterung einer Auswahl von Techniken für die deterministische Parameterbestimmung wird in Abschnitt 3.4.3 gegeben. Im Unterschied zu deterministischen Verfahren werden in statistischen Methoden die zu identifizierenden Parameter nicht als feststehende Größen aufgefasst, sondern mit Hilfe von Wahrscheinlichkeiten beschrieben [56]. Besondere Bedeutung hat dabei das in Abschnitt 3.4.4 vorgestellte Bayes’sche Updating im Rahmen des Prozesses der Unsicherheitsquantifizierung. Die in [19] erstmals für Bauingenieuranwendungen vorgestellte Methodik ersetzt die Annahme eines „Richtigen Modells“ durch eine wahrscheinlichkeitstheoretische Gewichtung möglicher Modelle [60]. Durch die Auffassung der Parameter und der Messergebnisse als Zufallsgrößen lassen sich Nachteile deterministischer Verfahren wie die Mehrdeutigkeit der Lösung durch lokale Minima vermieden [61, 19]. Dabei wird auch die implizite Annahme der Richtigkeit der Modellstruktur [61] korrigiert und durch eine explizite Betrachtung von Unsicherheiten in den Parametern und im Modell ersetzt [61]. Letzterer Grund trägt maßgeblich zur steigenden Popularität Bayes’scher Ansätze bei [62]. Zudem lassen sich die im Ingenieurkontext meist vorhandenen Vorkenntnisse zu den Parametern im Bayes’schen Updating berücksichtigen [36]. Ein Vergleich beider

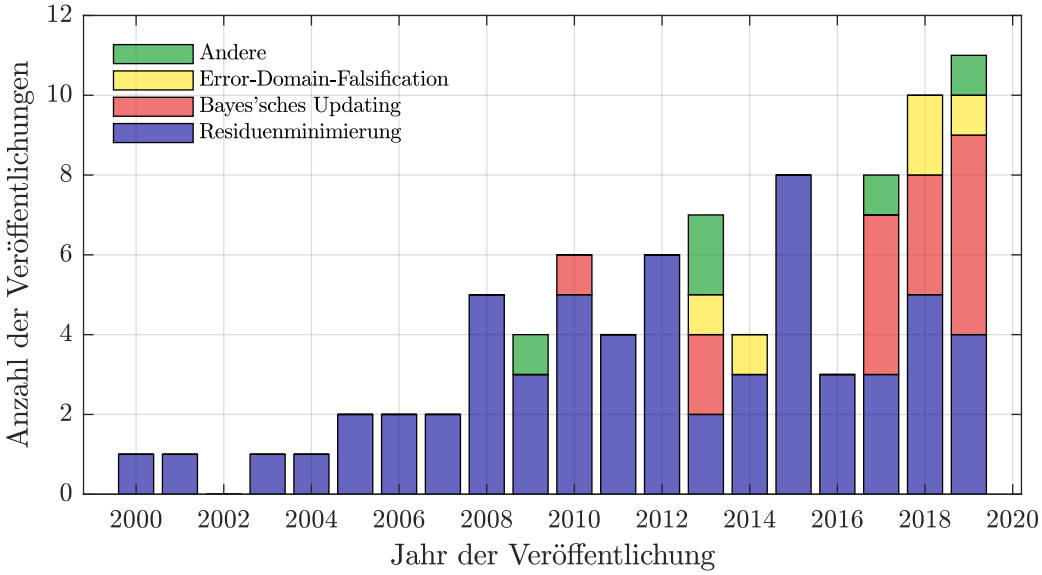


Abbildung 2.2: Anzahl der in [55] zusammengetragenen Veröffentlichungen zum Thema Systemidentifikation, aufgeschlüsselt nach der verwendeten Updating-Technik und Erscheinungsjahr

Herangehensweisen anhand eines Beispiels kann [63] oder [64] entnommen werden. Die Gegenüberstellung der beiden Methoden zeigt in beiden Fällen die Überlegenheit des Bayes‘schen Ansatzes gegenüber der Punktschätzung für die Bestimmung von Parametern und deren Unsicherheiten.

Die in [4] vorgestellte Error-Domain-Falsification ist ein auf der Bayes-Methodik basierendes Verfahren, in dem auf Grundlage von vorgegebenen Variationen der Parameter, einer Ziel-Identifikationswahrscheinlichkeit und der Messunsicherheiten obere und untere Grenzen für jede untersuchte Größe festgelegt werden. Sofern der Messwert nicht innerhalb dieser Grenzen liegt, wird die Hypothese verworfen, dass das zu Grunde liegende Modell eine Erklärung für den gemessenen Wert darstellt. Eine eingehende Beschreibung und illustrierende Beispiele zu dieser Methode im Ingenieurbau sind in [4, 65, 9, 5] zu finden.

In Abbildung 2.2 sind die Ergebnisse der in [55] durchgeführten Studie zu Veröffentlichungen aus den Jahren 2000 bis 2019 im Themenbereich der Systemidentifikation im Hinblick auf die dort verwendete Methodik zur Parameteridentifikation abgebildet. Hieraus geht die frühere Dominanz der Residuenminimierung hervor, im Jahr 2019 wurde jedoch für die Mehrzahl der Kalibrierungen das Bayes’sche Updating verwendet. Die Error-Domain-Falsification findet zwar Anwendung, ist in Ihrer Bedeutung aber untergeordnet. Manuelle Anpassung findet allenfalls als Voruntersuchung statt. Anwendungsbeispiele für die Verwendung Künstlicher Neuronaler Netze zur Schätzung eines optimalen Parametersatzes können beispielsweise aus [66, 57] entnommen werden. Das Training Bayes‘scher Netze zur Parameteridentifikation wird in [67, 68] beschrieben. In [69] wird ein Vergleich zwischen der Optimierung von Parametern mittels dem KI-basierten künstlichen Bienenvolk-Algorithmus und der Parameterschätzung durch Bayes’sches Updating bzw. Markov-Chain-Monte-Carlo gezogen. Die Optimierungsergebnisse beider Algorithmen zeigen dabei große Ähnlichkeit in den Ergebnissen. In [57] wird mit Hilfe eines Neuronalen Netzes und eines Genetischen Optimierungsverfahrens das Finite-Elemente-Modell einer vorgespannten Kastenbrücke geupdated und die Verfahren verglichen. Weitere Berechnungen anhand einer Stahlbeton-Plattenbrücke und einer Stahlkastenbrücke ergaben, dass Genetische Algorithmen der Verwendung von Künstlichen Neuronalen Netzen in Bezug auf deren Genauigkeit und dem Rechenaufwand vorzuziehen sind. In [70] wird das Updating durch einen genetischen Algorithmus mit den Ergebnissen des Linear Programming nach [71] verglichen und bescheinigt beiden Methoden gute Eignung.

Eine Übersicht zu verschiedenen Methoden zur Behandlung des Identifikationsproblems wird in [72] und [6] gegeben. Zudem werden die Unterschiede zwischen deterministischen, statistischen Verfahren und der Error-Domain-Falsification diskutiert. In [6] werden graphische Entscheidungshilfen für die Wahl der Herangehensweise an Identifikationsprobleme vorgestellt.

Der Identifikation von Systemparametern vorgeschaltet ist häufig eine Sensitivitätsanalyse. Hierbei werden die maßgebenden Parameter im Modell identifiziert oder die Auswahl der Messdaten gemäß den Abhän-

gigkeiten innerhalb des Modells vorgenommen. Für die Anwendung zum Updating von Finite-Elemente-Systemen wird beispielsweise in [73, 74, 62] vorrangig die in Abschnitt 3.3.4 beschriebene globale Sensitivitätsanalyse empfohlen, um die potenziell nicht-linearen Eigenschaften des Modells zu berücksichtigen. Die Bedeutung und das Potenzial der Sensitivitätsanalyse für die Parameterselektion im Vorfeld des Bayes'schen Systemupdatings im Ingenieurbau wird in [73] bzw. [74] am Beispiel einer Stabbogenbrücke bzw. einer Schrägseilbrücke gezeigt. In [11] wird die Methodik zur Festlegung der optimalen Sensorplatzierung an einer Spannbetonbrücke, zur Variablenreduktion und zur Ableitung der erforderlichen Genauigkeit in der Versuchsdurchführung bei der Kalibrierung des Modells eines Brückenüberbaus eingesetzt. Ebenso finden sich Beispiele für die Verwendung einer vorgeschalteten Sensitivitätsanalyse zur Auswahl der Parameter in [75, 76, 77, 78, 79].

Eine Ermittlung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die Modellantworten bei streuenden Eingangsgrößen (Propagation) wird in [80] ausführlich beschrieben. Hierin wird auf die Vorteile einer solchen Analyse zur Validierung der Ergebnisse eines Updates hingewiesen.

Für sehr komplexe oder rechenintensive Modelle kann auch die Erstellung eines einfacher auszuwertenden Ersatzmodells, auch Metamodell oder Response-Surface-Model genannt, vorgenommen werden. In der in [81] vorgestellten Methode wird das ursprüngliche Modell durch eine einfachere Funktion approximiert [82, 83]. Voraussetzung einer zutreffenden Metamodellierung ist eine tiefgreifende Kenntnis der Modellfunktion [84]. Diese kann, wie in Abschnitt 3.3.2 gezeigt, nicht vorausgesetzt werden, so dass auf die vorherige Ableitung eines Metamodells für die Systembeschreibungen verzichtet wird. Modellvereinfachungen werden lediglich für die Wahl der auszuwertenden Systemreaktionen aus Abschnitt 4.7 durch Linearisierung im Rahmen der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung vorgenommen. Für eine vertiefte Behandlung der Methodik wird deshalb auf [83], sowie auf [85, 86, 87, 85] verwiesen. Anwendungen dieser Vorgehensweisen finden sich beispielsweise in [80, 88, 89, 61, 90, 91, 92, 93].

2.5 Anwendungsbezug und Vorarbeiten

2.5.1 Allgemeines

Aktuelle Anwendungsbezüge für die Systemidentifikation ergeben sich durch die Verbreitung des Konzepts des Digitalen Zwillings im Ingenieurbau, sowie der Notwendigkeit datengestützter Nachrechnungs- und Instandhaltungskonzepte und des Performance-based Designs. Durch die starke thematische Verknüpfung dieser Bereiche untereinander lassen sich diese nicht immer eindeutig voneinander trennen und werden daher in der Literatur häufig gemeinsam diskutiert oder unter dem Begriff des Digitalen Zwillings zusammengefasst. So beispielsweise in [25]. Eine systematische Zusammenstellung von Projekten mit verschiedenen Anwendungsbezügen der Systemidentifikation ist in Anhang A zu finden.

Eine wissenschaftliche Untersuchung zur Anwendung von Konzepten der Systemidentifikation ist in [55] publiziert. In einer Auswertung von 95 wissenschaftlichen Aufsätzen zum Thema „Digitaler Zwilling“ wurde u.a. der Verwendungszweck für die Modellkalibrierung abgefragt. Die Abbildung 2.3 zeigt die Ergebnisse in Form eines Kreisdiagramms. Projekte zur *Schadenserkennung* hatten vornehmlich das Ziel durch die Veränderung des Systemverhaltens auf lokale Steifigkeitsänderungen und damit Schädigungen wie Risse oder Querschnittsverlust an Bauteilen zu schließen. In 2 % der Veröffentlichungen wurde auch die *Kritikalität von Schädigungen* in Bezug auf die Tragfähigkeit untersucht. Bei Betrachtung der *Tragfähigkeit* wurden in den dort untersuchten Aufsätzen zumeist gängige Modellierungsannahmen in Frage gestellt und angesetzte Rand- und Übergangsbedingungen neu bewertet bzw. zunächst nicht als tragend berücksichtigte Bauteile in die Bewertung einbezogen. Die Ermittlung der *Restlebensdauer* im Rahmen einer vorausschauenden Instandhaltung beschränkte sich in den Untersuchungen vornehmlich auf die Vorhersage von Ermüdungsprozessen.

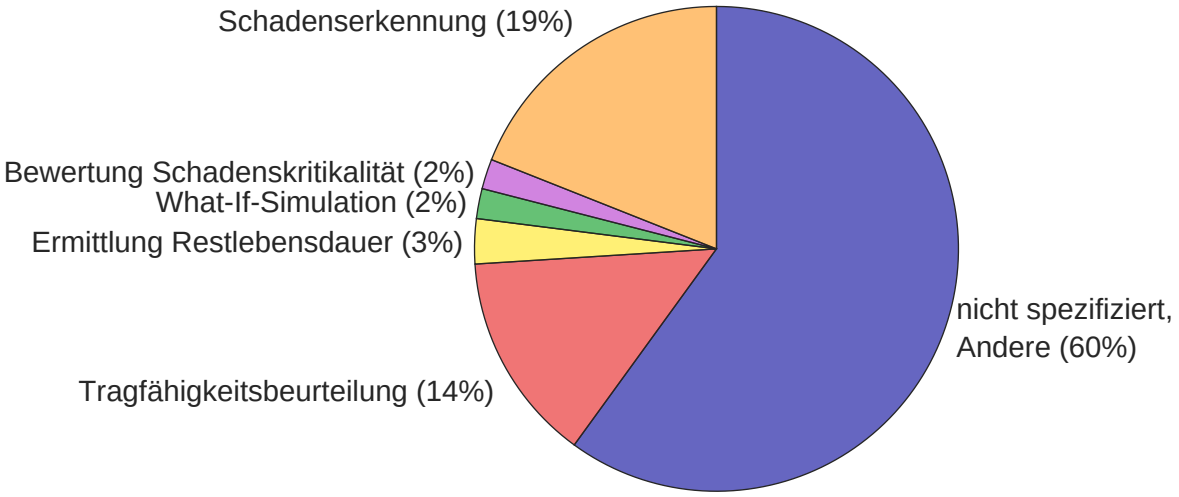


Abbildung 2.3: In [55] gesichtete Publikationen aufgeschlüsselt nach der Intention für die Systemidentifikation

2.5.2 Digitaler Zwilling

Für die Verwendung der Systemidentifikation im Rahmen der Initialisierung oder des Betriebs eines Digitalen Zwillings lässt sich ein Anwendungsbezug direkt aus dessen Definition herleiten. Zwar steht derzeit noch keine einheitliche Definition des Konzepts zur Verfügung, eine zusammenfassende Beschreibung in [94] definiert aber den Digitalen Zwilling als „ein virtuelles Abbild eines realen Systems, das durch den Austausch von Information zwischen dem physikalischen und dem virtuellen System geupdated wird“. Aus der Forderung der Aktualität und gegenseitigen Beeinflussung leitet sich die Notwendigkeit ab, den Digitalen Zwilling regelmäßig einer Anpassung zu unterziehen, so dass dieser das tatsächliche Verhalten exakt wiedergibt [66, 95, 96, 97].

Konzepte für das digitale Abbild der physikalischen Struktur können nach der Herkunft der zu Grunde liegenden Daten in Geometrie-, Daten- und Simulationsbasierte Digitale Zwillinge gegliedert werden [5]. In Bezug auf die Ziele dieser Arbeit sind vornehmlich simulationsbasierte Zwillinge relevant, da diese Sensorinformationen mit einem agilen, modellbasierten Ansatz für die Beschreibung Digitaler Zwillinge vereinen. Für die Ableitung von Modellen auf Basis physikalischer Zusammenhänge bietet sich die Bayes'sche Methode des Updating an, um Modelle mit Hilfe der gemessenen Daten in Übereinstimmung mit der gebauten Wirklichkeit zu bringen und gleichzeitig Unsicherheiten im ermittelten Modell zu quantifizieren [98, 55]. Ein Überblick über den Stand der Technik, sowie des breiten Anwendungsspektrums Digitaler Zwillinge im Erhalt der Verkehrsinfrastruktur wird in [99, 100, 101] gegeben. Dort werden insbesondere die Bezüge zum Building-Information-Modeling und den prädiktiven und vorausschauenden Konzepten des Erhaltungsmanagements aufgezeigt. Auf die Notwendigkeit von regelmäßigen Belastungsversuchen im Konzept des Digitalen Zwillings und der Bedeutung statischer Belastungsversuche für die Schaffung eines digitalen Abbilds von Brücken wird in [31] eingegangen.

2.5.3 SHM und Schadenserkennung

Anwendungsfelder für die Systemidentifikation im Bereich der Bauwerksdiagnostik und Bauwerksinstandhaltung ergeben sich als Teil eines Digitalen Zwillings oder als eigenständiges Konzept im Rahmen des Structural Health Monitoring (SHM). In der Definition der Deutschen Gesellschaft für Zerstörungsfreie Prüfung wird unter diesem Konzept eine „kontinuierliche oder periodische und automatisierte Methode zur Bestimmung und Überwachung des Zustandes eines Überwachungsobjektes innerhalb der Zustandsüberwachung (gemäß DIN ISO 17359 [102]) verstanden“ [103]. Besonderes Merkmal der Methode ist dabei die Verwendung von Messdaten aus einer lang- oder kurzzeitigen Überwachung um solche Informationen zu gewinnen, die Aussagen zum Zustand der Struktur ermöglichen [41]. Eine aktuelle Zusammenstellung zum Stand der Technik für diesen Anwendungsfall kann aus [70] entnommen werden.

Die Herangehensweise an diese Aufgabenstellung wird gewöhnlich in die Bereiche der symptombasierten und der modellgestützten Verfahren unterschieden. Symptombasierte Verfahren betrachten die Begleiterscheinungen von Systemveränderungen, während modellgestützte Verfahren Veränderungen in den Messdaten auf einen definierten Satz an Parametern eines Modells zurückführen [28]. Für den letztgenannten Ansatz stellt die Systemidentifikation eine Basisaufgabe bei der Zustandsüberwachung technischer Systeme dar [104, 96, 105]. Änderungen im System lassen sich so auf ein Bezugsmodell zurückführen und damit Schädigungen sowie Alterungsprozesse erkennen und bewerten [106, 107]. Zudem wird durch eine zutreffendere Beschreibung der Eigenschaften die Vorhersagegenauigkeit von Prognosemodellen erhöht, wodurch zuverlässige Aussagen für die Bauwerkserhaltung oder der Restlebensdauer baulicher Strukturen möglich werden. Beispiele hierfür lassen sich in [6, 108, 109, 70] finden.

Die Schadenslokalisierung soll auf Grund ihrer Besonderheiten in Bezug auf die Modellbildung und des Simulationsziels nicht im Fokus dieser Arbeit stehen. Deshalb soll für eine detailliertere Erläuterung der Vorteile, der theoretischen Hintergründe und für konkrete Anwendungsbeispiele an dieser Stelle mit Verweis auf [41, 28, 107, 70, 110] verzichtet werden. Systematische Übersichten zu diesem Thema sind in [6, 111, 112, 113] zu finden. Konkrete Erfahrungen in der Anwendung des Bayes'schen Updatings für die Schadenserkennung werden beispielsweise in [64, 114] anhand der Pfosten vorgespannter Lärmschutzwände erläutert.

2.5.4 Nachrechnung

Systemidentifikation für die Tragfähigkeitsanalyse wird vorrangig zur genaueren Erfassung der Lastabtragung verwendet [7]. Die in der Literatur beschriebenen und an dieser Stelle auszugsweise vorgestellten Projekte für Zwecke der statischen Neubewertung von Bestandsbauwerken basieren zumeist auf einer geänderten Schnittgrößenermittlung durch detailliertere Kenntnis zur Verteilung der Beanspruchungen oder der Bestätigung statischer Annahmen. Zudem lassen verbesserte Voraussagen zu Verformungen und Lastverteilung auch Korrekturen in der Bauphase und die Überprüfungen von Verstärkungs- und Erweiterungsmaßnahmen zu.

In [115] wird mit Hilfe eines Systemupdates an einer Beton-Stahl-Verbundbrücke in Jacksonville (Florida) durch statische Dehnungs- und Verformungsmessungen die Tragwirkung der Betonplatte neu bewertet. Es konnte die Mitwirkung des gesamten Betonquerschnitts nachgewiesen und Tragfähigkeitsnachweise um die neuen Erkenntnisse ergänzt werden.

Ähnliche Ergebnisse werden in [116] vorgestellt. Dabei wurden an einer Trägerbücke eine zunächst nicht rechnerisch berücksichtigte Verbundwirkung zwischen Stahlträgern und Betonplatte, sowie Einspanneffekte an den Lagern nachgewiesen, um Perspektiven für die Tragfähigkeitsbeurteilung bei steigenden Lasten aufzuzeigen.

Eine nichtlineare Nachrechnung einer Plattenbalkenbrücke im australischen Pilbara mit Hilfe des geupdateten Modells in [117] ergab eine Steigerung der Tragfähigkeit um das 1,67-fache im Vergleich zur Verwendung des Ursprungsmodells.

An der Fuldabrücke in Bad Hersfeld werden in [7] Kalibrierungsversuche zur Nachrechnung bzw. späteren Ertüchtigung des Bauwerks beschrieben. Bauzeitliche Veränderungen konnten so durch die Kalibrierung des Berechnungsmodells in die Bewertung des Tragwerks mit einbezogen werden. Als Messgrößen wurden dabei Verformungen und Neigungen des Überbaus betrachtet.

Eine Anwendungsmöglichkeit zur Überprüfung von Lastannahmen wird in [118] aufgezeigt. Es werden steifigkeitsrelevante Parameter identifiziert, um ein bauwerksspezifisches Modell für die Auswirkungen der Temperaturbelastung an einer fugen- und lagerlos hergestellten Hangbrücke abzuleiten.

Eine Neubewertung der Tragfähigkeit mit negativem Ergebnis ist in [27] zu finden. Beschädigte Fugen zwischen den Elementen einer Fertigteilbrücke führten zu einer geänderten Querverteilung zwischen den Elementen und in der Konsequenz zu einer verringerten Tragfähigkeit des Bauwerks.

Eine Anwendung im Bauzustand von Brücken wird in [119] gezeigt. Die Methodik der Systemidentifikation wird dazu verwendet, Verformungen während des Freivorbaus bestmöglich vorherzusagen.

Weitere Beispiele für die Unterstützung von Brückennachrechnungen durch Belastungsversuche finden sich in [18, 120, 121, 122]. An der oben bereits angesprochenen Plattenbrücke in Neu Kaliß konnte beispielsweise mittels eines Belastungsversuchs eine geringere Steifigkeit der Lagerung bewiesen werden, die die Tragfähigkeitsnachweise an der stumpfen Lagerecke günstig beeinflusst. Eine Überprüfung

der Wirksamkeit einer Verstärkungs- und Erweiterungsmaßnahme fand an einer Bundesstraßenbrücke in Dassow (Mecklenburg) statt. Hierbei konnte gezeigt werden, dass sich eine Aufbetonschicht als statisch wirksam erwies. Auf diese Weise konnte die zureichende Tragfähigkeit der am Kragarm erweiterten Brücke bestätigt werden. Bei wissenschaftlichen Untersuchungen an einer Brücke in Bad Sülz (Vorpommern) konnte während des sukzessiven Rückbaus die günstige Wirkung von Aufbauschichten nachgewiesen, sowie die statische Modellbildung überprüft und angepasst werden [18].

In den Forschungsberichten aus [120, 121, 122] wird anhand von drei repräsentativen Verbundbrücken gezeigt, dass die Anpassung von Finite-Elemente-Modellen im Hinblick auf vorhandene Tragreserven Chancen zur Bewertung von Brücken birgt. An allen drei Versuchsbrücken konnte eine höhere Tragfähigkeit nachgewiesen werden als in den statischen Unterlagen vermerkt war. Ein experimenteller Nachweis der Wirksamkeit einer Verstärkungsmaßnahme durch Hilfsstützen wurde an einer 12-feldrigen Spannbetonbrücke in Düsseldorf geführt. Die Ergebnisse des z.B. in [123] vorgestellten Projekts zeigten die verhältnismäßig geringe Wirksamkeit der Stützen, da deren Steifigkeit im Vergleich zum ursprünglichen Modell geringer ausfiel.

Handlungsempfehlungen und sicherheitstheoretische Betrachtungen zur Systemidentifikation für Nachweise des Grenzzustands der Tragfähigkeit, wie auch der Gebrauchstauglichkeit können aus [9] entnommen werden. Die Untersuchungen an einer vorgespannten Kastenbrücke erbrachten eine Kapazitätsreserve von ca. 60 % im Grenzzustand der Tragfähigkeit gegenüber den ursprünglichen statischen Unterlagen. Der Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit konnte auch für die Anwendung der gegenüber dem British Standard 5400-2:1978 [124] erhöhten Gebrauchslasten nach Eurocode 1 [125] nachgewiesen werden.

2.6 Modellbildung

Für die Abbildung des Tragverhaltens spielt eine zutreffende Struktur des Modells eine zentrale Rolle. Ziel der Modellierung ist nicht die Aussage über Grenzfälle. Vielmehr geht es darum, die Ursache indirekt gemessener Steifigkeiten den Parametern des Modells zuzuordnen [25].

Die Parameterauswahl ist dabei so zu treffen, dass die Reaktion des Systems auf äußere Lasten korrekt abgebildet wird [41]. Eine zu starke Vereinfachung in der Parametrisierung führt dabei zu einer großen verbleibenden Modellunsicherheit, während eine zu detaillierte statistische Modellierung die Identifizierbarkeit negativ beeinflusst [70, 126, 127]. Hieraus ergibt sich ein Zielkonflikt zwischen der Genauigkeit des Modells und der Modellkomplexität [76]. Deshalb wird in [10, 126, 76] darauf hingewiesen, dass eine ingenieurtechnische Auswahl der Modellierungsparameter unverzichtbar ist.

Um in der Ingenieurpraxis einen Kompromiss zwischen einer Überparametrisierung durch eine zu große Zahl von zu identifizierenden Parameterwerten und einer zu groben Modellierung mit ungenügender Anpassung an die Realität zu finden, können Parameter in Gruppen zusammengefasst werden [128]. Aus diesem Grund wird in [128] eine Gruppenbildung für solche Konstruktionselemente vorgeschlagen, die jeweils gleiche physikalische Hintergründe haben.

Die gängigsten Parameter für die statistische Modellierung lassen sich nach [25, 17] zumeist folgenden Kategorien zuordnen:

- **Materialeigenschaften**, z.B. Verformungsmodul, Massebelegung oder Querdehnzahl, wie in [129, 119, 11, 22, 118, 130, 75, 70, 107, 26, 67]
- **Geometrie**, wie in [119, 58, 131, 26]
- **Randbedingungen**, z.B. Lagerung, wie in [26, 132, 131, 133, 13, 109, 7, 16, 34, 130, 15, 134, 70, 107]

Um eventuell vorhandene Auswirkungen von Konstruktions- und Ausbauelementen zu berücksichtigen, sind diese ebenfalls geeignet zu modellieren. In [11] wird beispielsweise die Interaktion zwischen dem Überbau und einer punktweise darin verankerten Fahrzeugrückhalteeinrichtung durch einen Faktor modelliert, der den mitwirkenden Anteil der vollen Steifigkeit der Beton-Fertigteile angibt. Die Ergebnisse der Identifikation belegen einen Mitwirkungsgrad von bis zu rund 69 % [11]. Praktisch wird diese Abminderung durch eine Reduktion des linear in die Steifigkeit einfließenden E-Moduls vorgenommen [11, 9, 31]. Die

Modellierung der separaten Blöcke erfolgte dabei in [11] ebenso wie in [9] monolithisch. Ein ähnliches Vorgehen, bei dem Aufbauschichten über einen Korrekturbeiwert zum E-Modul berücksichtigt werden, findet sich in [21, 129]. Um die Geländer zu modellieren werden in [23] exzentrische Stäbe eingesetzt.

Die Modellierung des Fahrbahnaufbaus wird beispielsweise in [135] oder [132] diskutiert und als potentiell relevant beschrieben. In den Untersuchungen aus [136] und [137] wird zudem die große Bedeutung der mit der Temperatur schwankenden Steifigkeit des Asphalts auf die Systemreaktionen und die Updating-Ergebnisse an einer Fußgängerbrücke hervorgehoben. Besonders der mit der Belastungsgeschwindigkeit veränderliche E-Modul stellt dabei eine Herausforderung dar. Voraussetzungen für die Mitwirkung sind eine Schubübertragung zum Überbau sowie ein geringer Einfluss von Rissen im Belag [15].

Auflagerbedingungen von Brückenüberbauten werden regelmäßig als Federn abgebildet, wie z.B. in [135, 126, 78, 132, 107]. Die Einzelfedern einer Lagerreihe werden in [132] zu einer Parametergruppe zusammengefasst bzw. in [78] für alle Lager gleich angesetzt.

Für die Plausibilisierung von Messungen können zudem Umwelt- und Alterungseinflüsse berücksichtigt werden [138]. In [135] wird daher die Nacherhärtung von Konstruktionsbeton in die Schätzung der Materialeigenschaften des Betons einbezogen. Untersuchungen zu den Temperatur- und Feuchteeinflüssen auf die Steifigkeit finden sich beispielsweise in [136, 139, 140, 26, 141, 138, 142, 143], sollen aber nicht im Fokus dieser Arbeit stehen.

2.7 Versuchsdurchführung

Die Identifikation von Modellen kann im Grundsatz durch alle mit den zu identifizierenden Parametern in Verbindung stehenden Reaktionen des Systems auf äußere Einflüsse erfolgen. Eine Unterscheidung in der Konzeption der Versuche ist zwischen der Aufzeichnung baudynamischer Prozesse und der Herbeiführung von Systemreaktionen mit Hilfe statischer Lasten, so genannten Totlasten, zu treffen [25, 3].

Die gängigste Grundlage für die Systemidentifikation stellen derzeit Eigenmoden bzw. Eigenfrequenzen dar, die eine Aufzeichnung von Schwingungsvorgängen erfordern [144, 112, 145]. Große Bedeutung hat in diesem Bereich die Optimierung im Hinblick auf das Modal Assurance Criterion nach [146], das ein Maß für die Korrelation zwischen der gemessenen Eigenmode zur Referenzmode angibt [14]. Häufig werden hierzu Daten aus Beschleunigungs-, Dehnungs- oder Verformungsmessungen verwendet.

Zur Anregung baulicher Strukturen können dabei folgende Quellen genutzt werden:

- **Anregung durch einen Impulserreger (Impulshammer)**, z.B. verwendet in [139, 133, 147, 148]
- **Verwendung eines Schwingerregers (Shakers)**, wie in [79, 107]
- Anregung durch die **Überfahrt von Versuchsfahrzeugen** und Messung parallel zur Überquerung oder Beobachtung des Ausschwingvorgangs, wie in [133]
- **Ambiente Anregung**, d.h. durch unkontrollierte Anregung aus der Umwelt (z.B. Wind), wie in [57, 107, 106, 149]
- **Erzeugung eines Dirac-Impulses**, z.B. durch ein Fallgewicht und Beobachtung des freien Ausschwingens, wie in [147, 150]

Ein Vergleich ausgewählter Anregungsarten und deren Nutzen für die Identifikation von Steifigkeitsparametern findet sich u.a. in [147, 149, 133, 15, 151].

Im Gegensatz zur Nutzung dynamischer Vorgänge steht die Aufbringung von Totlasten und die Aufzeichnung von statischen Messsignalen. Im Bereich der Zustandsüberwachung von Bauwerken wurde hierfür die Bezeichnung „static SHM“ geprägt [11]. Als Messgrößen werden regelmäßig Verformungen verwendet, wie in [132, 111, 152, 22, 118, 88, 15, 144], oder Dehnungsmessungen, wie in [115, 116, 106, 153, 65, 144, 134]. In einigen Fällen wurden auch sehr langsame Überfahrten als quasi-statische Belastung verwendet. Diese Methode wird beispielsweise in [13, 109, 9, 154, 144] genutzt um Einflusslinien aufzuzeichnen.

Eine besondere Herausforderung bei der praktischen Umsetzung von statischen oder dynamischen Versuchen ist die Wahl des Messsystems. Die zur Verfügung stehenden Systeme können in dieser Arbeit nur kurz skizziert werden. Für eine praxisnahe Übersicht zur Anwendbarkeit und Eignung verschiedener Messsysteme wird deshalb auf [7] verwiesen. In der Quelle ist neben einer textlichen Beschreibung verschiedener Systeme auch eine tabellarische Zusammenstellung zur Wahl der Sensorik enthalten.

Schwingungsvorgänge lassen sich durch eine Vielzahl von Messsystemen aufzeichnen. Am gebräuchlichsten sind hierfür Beschleunigungsdaten [155], jedoch lassen sich auch Zeitreihen aus Geschwindigkeitsmessungen, Verschiebungen oder Neigungen nutzen. Die Messung von Beschleunigungen erfolgt zumeist mit Hilfe piezoelektrischer Beschleunigungsaufnehmer, jedoch wird auch die Verwendung von in Smartphones verbauten MEMS (Micro Electro Mechanical Systems) beschrieben [156, 157, 158]. Ein Vergleich der beiden Messprinzipien für Anwendungen im Ingenieurbau findet sich in [159].

Die Auswertung von Dehnungssignalen elektrischer und faseroptischer Dehnmessstreifen wird in [70, 109, 133, 160] bzw. [161] erläutert. In [162] werden bei faseroptischen Messverfahren mit großer Sensorlänge insbesondere Vorteile in der größeren Integrationslänge der Dehnung gesehen, was störende Einflüsse aus Diskontinuitäten im Messobjekt vermindert. Zudem wird die in den Versuchen dieser Arbeit eingesetzte quasi-kontinuierliche Messung auf Grund ihrer großen Dauerhaftigkeit, der einfachen Anbringung und der Resistenz gegen elektromagnetische Felder für die Systemidentifikation empfohlen. Die Parameteridentifikation mit Hilfe von quasi-kontinuierlichen Dehnungssignalen aus faseroptischen Messungen mit Hilfe von Totlasten wird in [44] vorgestellt. Hierin wird insbesondere auf die Lokalisierung von Schäden durch parametrische Identifikation eingegangen und der Nutzen quasi-kontinuierlicher Dehnungsmessung für die Parameterbestimmung beschrieben. Es wird jedoch auch der große Forschungsbedarf zu dieser Technologie in Bezug auf die korrekte Dehnungsmessung aufgezeigt.

Verformungen lassen sich z.B. durch induktive Wegaufnehmer, Laserdistanzsensoren oder durch Geodätische Messverfahren aufzeichnen. Auf die Zeitreihenanalyse durch Verformungen auf Grundlage von Daten aus Messungen mit einem Tracking-Interferometer (Lasertracker) wird in [163] eingegangen.

Eine systematische Untersuchung zur verwendeten Versuchsmethodik anhand aktueller Veröffentlichungen zum Thema Systemidentifikation aus [55] verdeutlicht die Verbreitung von modalen Daten für das System-Updating, zeigt jedoch auch die zunehmende Bedeutung von Belastungsversuchen und der Kombination von statischen und dynamischen Messanordnungen. Eine Aufschlüsselung der verwendeten Versuchsmethoden geordnet nach Jahr des Erscheinens der Publikation ist in Abbildung 2.4 dargestellt.

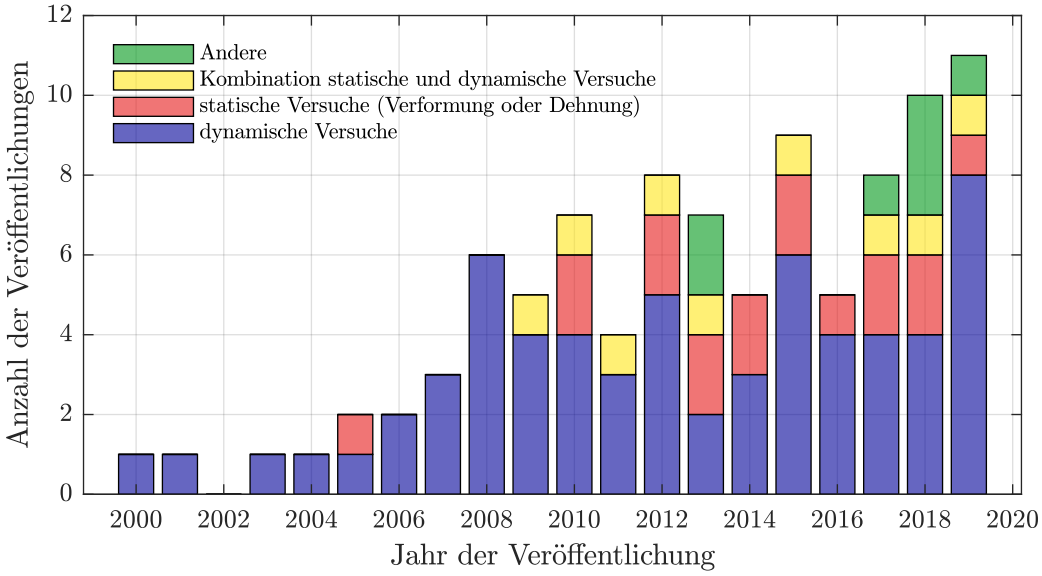


Abbildung 2.4: Säulendiagramm aus [55] zur verwendeten Versuchsmethode bei der Systemidentifikation

Die Vor- und Nachteile **dynamischer Versuchskonzepte** lassen sich wie folgt benennen:

+ Die Anregung von Systemen ist häufig versuchspraktisch einfacher zu realisieren als die Aufbringung von statischen Versuchslasten [128, 164, 152, 88, 165].
+ Eigenfrequenzen sind weniger anfällig für lokale Einflüsse, beispielsweise solche aus materiellen Diskontinuitäten [166, 135].
+ Für die Ermittlung von Eigenfrequenzen reicht eine vergleichsweise geringe Anzahl von Sensoren aus [141].
+ Für die Messung von Beschleunigungen steht sehr genaue, einfach anzubringende Sensorik zur Verfügung [167, 155].

– Bei Verwendung von Eigenfrequenzen ist die Anzahl der Eingangsdaten stark begrenzt [135, 148, 168, 15, 76]. Insbesondere bei ambienter Anregung ist die sichere Ermittlung von Eigenfrequenzen auf den unteren Frequenzbereich beschränkt [132, 147], da nicht ausreichend Energie in die Struktur eingebracht wird um höhere Schwingformen anzuregen [169]. Die Verwendung einer zu geringen Zahl an Daten wiederum führt dabei zu unzureichenden Modellen nach dem Updating [15].
– Die Unsicherheit in der Bestimmung von Eigenfrequenzen nimmt mit steigender Frequenz zu [133, 170], was die Systemidentifikation mitunter ungenau oder auch unmöglich macht [15, 78].
– Die Zuordnung der experimentell ermittelten Frequenzen zu den rechnerischen Moden ist aufwändig bzw. nicht zwingend eindeutig [130, 171].
– Systemidentifikationen auf Grundlage des eigendynamischen Verhaltens überschätzen häufig die Steifigkeiten des Systems, da nicht alle Strukturelemente angeregt wurden [151]. Eine Verwendung für statische Berechnungen ist daher nicht in allen Fällen gerechtfertigt [11, 15]. In [172] wird zudem von Erfahrungen berichtet, dass die ausschließliche Verwendung von Eigenfrequenzen häufig keine zufriedenstellenden Identifikationsergebnisse zulässt.
– Auf der Brücke anwesende Fahrzeuge wirken als zusätzliche Massen und beeinflussen die Bauwerkseigenschaften, wie z.B. in [173] gezeigt.

Für **statische Versuchskonzepte** lassen sich die Vor- und Nachteile nachfolgend angeben:

+ Statische Messgrößen sind unter Umständen sensitiver gegenüber Änderungen im System als dynamische Systemreaktionen [152].
+ Es ergibt sich oft eine bessere Identifizierbarkeit durch die Verwendung unterschiedlicher Laststellungen [135].
+ Einflüsse aus der Steifigkeit des Fahrbahnbelags sind geringer als bei dynamischen Versuchskonzepten [152].
+ Unter definierten Versuchsbedingungen lassen sich Fehlereinflüsse und Unsicherheiten reduzieren [88, 144].
+ Der Belastungszustand ist besser mit den tatsächlichen statischen Einwirkungen vergleichbar und ermöglicht zutreffende Aussagen über statische Zielgrößen [79, 132, 164, 76].
+ Die Auswertung statischer Versuche ist in vielen Fällen einfacher [88] und stellt geringere Anforderungen an das Datenmanagement [141].

– Es ist eine Vollsperrung des Verkehrswegs notwendig, die nicht in allen Fällen einfach zu realisieren ist [11, 107, 20, 164].
– Es wird eine verwogene Last benötigt [164].

Eine Diskussion von statischen und dynamischen Versuchskonzepten wird in [152] durchgeführt. Anhand eines illustrierenden Beispiels wird die potentiell größere Sensitivität statischer Messungen zur gesuchten Steifigkeit gegenüber der Änderung der dynamischen Systemreaktion beschrieben. Die Versuchsanordnung für das veranschaulichende Beispiel der maximalen Verformung eines Einfeldträgers unter Einzellast im Vergleich zur Kreisfrequenz gibt Abbildung 2.5 wieder. In dieser Quelle wird ebenso wie in [132, 135, 2, 172, 106, 76, 162, 31, 168] eine Kombination von statischer und dynamischer Versuchskonzeption vorgeschlagen.

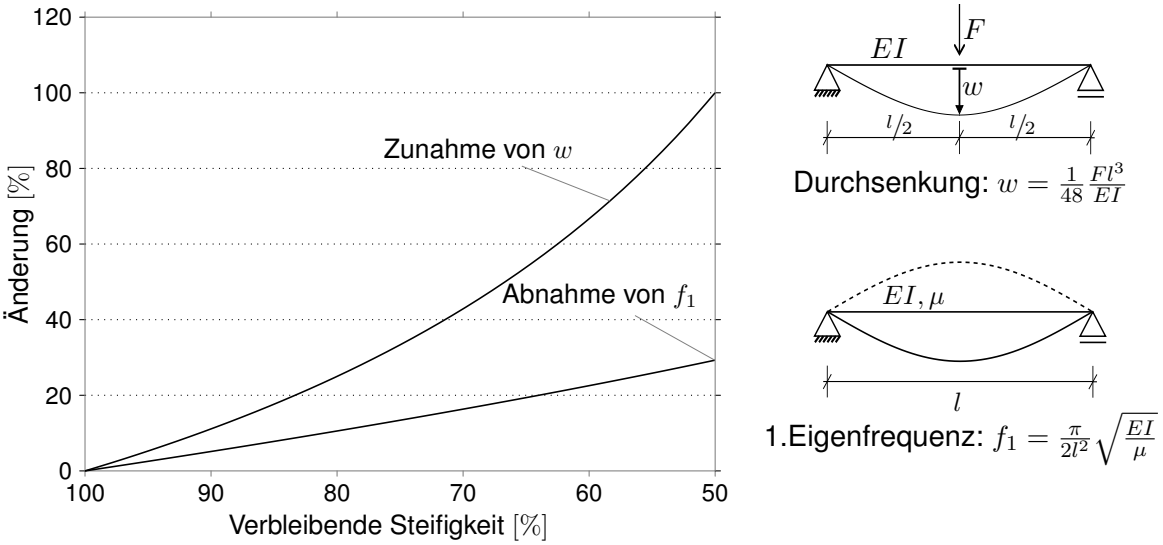


Abbildung 2.5: Gegenüberstellung der Änderung der statischen Verformung eines Einfeldträgers durch eine Einzellast in Feldmitte mit der Änderung der 1.Eigenfrequenz bei sich ändernder Steifigkeit, nach [152]

3 Theoretische Grundlagen

3.1 Systemtheorie und grundlegende Definitionen

3.1.1 Allgemeines

Die Anpassung statischer Systeme an gemessene Größen erfordert zunächst eine systemtheoretische Betrachtung des physikalischen Prozesses und die Einführung von Begriffsdefinitionen. Eine eingehende Erörterung von Brückenbauwerken aus Sicht der Systemtheorie ist an dieser Stelle nicht möglich. Stattdessen wird auf [174] verwiesen. Eine Darstellung der Überschneidung von Systemtheorie, Mechanik und Messung wird in [175, 43] vorgenommen.

Die Nachbildung eines physikalischen Vorgangs und die Beobachtung von messbaren Ausgangsgrößen lässt sich nach [176] in der Systemdarstellung aus Abbildung 3.1 veranschaulichen. Die Verknüpfung von Input und Output ist das *System*, welches eine „Übersetzung“ von Eingangsgrößen in Ausgangsgrößen darstellt [176, 177].

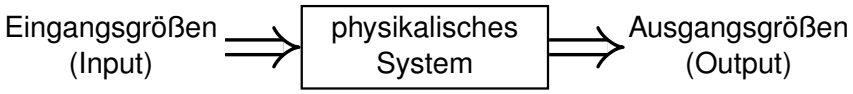


Abbildung 3.1: Systemdarstellung mit Ein- und Ausgangsgrößen verknüpft durch das (physikalische) System, nach [39]

Als *Eingangsgrößen* oder *Input* werden Parameter, Randbedingungen oder Anfangszustände bezeichnet, die den physikalischen Vorgang beeinflussen [178]. Der Begriff des Parameters beschreibt physikalisch interpretierbare Eigenschaften [179], deren Werte unbekannt sind und Streuungen unterliegen [178]. Im Bereich der Sensitivitätsanalyse und der statistischen Versuchsplanung ist auch die Bezeichnung des Faktors gebräuchlich, wird in dieser Arbeit jedoch nicht verwendet, um Einheitlichkeit in der Begrifflichkeit zu wahren. Bei der algebraischen Betrachtung des funktionalen Zusammenhangs zwischen Eingangs- und Ausgangsgrößen in Abschnitt 3.3 wird jedoch in Übereinstimmung mit der Konvention in diesem Themengebiet der Terminus „Variable“ gebraucht.

Sofern Einflussgrößen keinerlei Streuungen aufweisen oder näherungsweise als konstant angenommen werden, sollen diese in Abgrenzung zu den Parametern hier als Randbedingungen bezeichnet werden. Bei Systemen, in denen eine Abhängigkeit der Beobachtung vom Zustand des Systems vor Beobachtungsbeginns vorliegt, ist in der Beschreibung des Systems zudem der Anfangszustand zu berücksichtigen.

Als *Ausgangsgrößen* oder *Output* werden Ergebnisse eines Experiments definiert, welche diejenigen Informationen beinhalten, die Rückschlüsse auf das System zulassen [178]. Sofern der physikalische Zusammenhang von Input und Output durch ein Berechnungsmodell approximiert wird, tritt an die Stelle der messbaren Größe das Simulationsergebnis [178]. Die Begrifflichkeiten Messung, Beobachtung und Daten für das Ergebnis eines physikalischen Vorgangs, werden innerhalb dieser Arbeit synonym gebraucht. Ebenso werden die Begriffe Modell-Output bzw. Modellantwort und Systemreaktion bzw. Systemantwort für das Ergebnis eines Berechnungsmodells gleichbedeutend verwendet.

Eine detaillierte und auf die Problemstellung dieser Arbeit bezogene Darstellung des betrachteten Systems und der Aufgabenstellung der Vorwärts- und Rückwärtssimulation ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Den Input für das FE-Modell zur Approximation des Verhaltens des Bauwerks als physikalisches System bilden die Parameter $\boldsymbol{\theta} = \{\theta_1, \cdots, \theta_i, \cdots, \theta_d\}$, die Randbedingungen $\widetilde{\boldsymbol{U}} = \{\widetilde{U}_1, \cdots, \widetilde{U}_j, \cdots, \widetilde{U}_n\}$, sowie die ggf. zu berücksichtigenden Anfangszustände $\widetilde{\psi}_0$. Die Parameter $\boldsymbol{\theta}$[1] sind hierbei zumeist nicht direkt beobachtbar und in ihrem Wert unsicher [180]. Deren Bestimmung stellt das Ziel der Identifikation des physikalischen

[1] In der Literatur finden sich auch Darstellungen als einzelner, mehrdimensionaler Parameter, jedoch wird der besseren Lesbarkeit wegen der Plural gebraucht.

Systems dar [181]. Die Randbedingungen $\widetilde{\boldsymbol{U}}$ beeinflussen das Modell, sind jedoch annähernd feste Größen. Beispiele für Randbedingungen $\widetilde{U}_j$ sind Modellannahmen in der Beschreibung des Bauwerks durch Finite-Elemente, die zur Nachbildung der Versuche aufgezwungenen Lasten oder deterministisch angenommene Einflussgrößen auf das System. Die Anfangszustände $\widetilde{\psi}_0$ charakterisieren den Zustand der Ausgangsgrößen vor Beobachtungsbeginn. Da das physikalische System als zeitinvariant und im Sinne der Definition aus [176] als gedächtnislos aufgefasst werden soll, ergibt sich für die Betrachtungen in dieser Arbeit keine Abhängigkeit von Anfangszuständen, so dass diese im Weiteren keine Berücksichtigung finden. Veränderungen des Systems, beispielsweise durch Steifigkeitsabfall in Folge von Rissbildung, werden durch eine angepasste Versuchsplanung ausgeschlossen.

Das der Finite-Elemente-Methode unterliegende mathematische Modell $\mathcal{F}(\boldsymbol{\theta}, \widetilde{\boldsymbol{U}})$ stellt im Allgemeinen eine Zuordnung von $\boldsymbol{\theta}, \widetilde{\boldsymbol{U}}$ zu den Modellantworten $\boldsymbol{Y} = \{\boldsymbol{Y}_1, \cdots, \boldsymbol{Y}_j, \cdots, \boldsymbol{Y}_n\}$ dar [182]. Bei konstant angenommenem $\widetilde{\boldsymbol{U}}$ erfolgt die Abbildung vom Parameterraum als Mannigfaltigkeit möglicher Parametervektoren $\boldsymbol{\theta}$ in den Datenraum als Mannigfaltigkeit möglicher Beobachtungen $\boldsymbol{Y}$ [183]. Die Funktion $\mathcal{F} : (\boldsymbol{\theta}, \widetilde{\boldsymbol{U}}) \mapsto \boldsymbol{Y}$ wird als deterministisch aufgefasst, d.h. es existiert eine eindeutige Beziehung der Eingangsgrößen zu den Berechnungsergebnissen [84]. Durch Abstraktion und Idealisierung des tatsächlichen physikalischen Systems stellt die Beziehung lediglich einen unvollkommenen Ausschnitt der Wirklichkeit dar, was Modellunsicherheiten nach sich zieht [184]. Da die Abbildung $(\boldsymbol{\theta}, \widetilde{\boldsymbol{U}}) \mapsto \boldsymbol{Y}$ im Rahmen dieser Arbeit nicht in eine explizite mathematische Form gebracht wird, wird die zu Grunde liegende Finite-Elemente-Berechnung als „Black Box“ aufgefasst, deren Struktur nur durch punktweise Berechnung ergründet werden kann [185][2]. Die probabilistische Herangehensweise zeichnet sich durch die Auffassung des Parametervektors $\boldsymbol{\theta}$ als Zufallsvariable aus, wodurch auch die Modellantworten in $\boldsymbol{Y}$ (abhängige) Zufallsvariablen darstellen [187]. Die in dieser Arbeit verwendete Lösungsstrategie ist die Verwendung eines stochastischen Solvers. Als Kern des Vorgehens findet die Monte-Carlo-Methode Anwendung, welche nicht in das deterministische Berechnungsmodell eingreift und damit auch die Verwendung kommerzieller Softwarepakete zulässt [187]. Auf die Erstellung von Metamodellen zur Vereinfachung des Funktionalzusammenhangs wird in dieser Arbeit verzichtet, um die baupraktische Anwendung zu erleichtern. Für eine tiefergehende Darstellung der Methodik wird auf [188, 179, 178, 189, 190, 74] verwiesen.

Auf Grund der unvermeidlichen Unsicherheiten in der Modellierung des physikalischen Systems sowie in der Beobachtung der Veränderungen unter den aufgezwungenen Lasten entstehen Differenzen von Modellantworten und Beobachtungen, welche in den Abweichungen $\boldsymbol{E} = \{e_1, \cdots, e_j, \cdots, e_n\}$ zusammengefasst werden.

3.1.2 Charakterisierung und Einteilung der Unsicherheiten

Die in der probabilistischen Modellbildung des Systems aus Abbildung 3.2 entstehenden Unsicherheiten lassen sich in aleatorische und epistemische Unsicherheiten differenzieren [178]. Als aleatorisch werden Unsicherheiten dann bezeichnet, wenn der Zufallsvariablen eine intrinsische Variabilität zugrunde liegt [188] und damit ein von Natur aus zufälliges Phänomen beschreibt [187]. Im Gegensatz hierzu beschreiben epistemische Unsicherheiten unvollständiges Wissen über ein Phänomen [191, 188], so dass durch genauere Untersuchungen potenziell eine Verringerung der Unsicherheit erfolgen kann [188]. Diese sind systematischer Natur [178]. In praktischen Anwendungen ist eine strikte Trennung der beiden Arten von Unsicherheit schwierig, da die Möglichkeiten der Reduzierung durch technische Randbedingungen begrenzt sind [191, 178].

Die Einteilung der Unsicherheiten anhand des in Abbildung 3.2 dargestellten Schemas kann nach deren Herkunft gemäß [178] wie folgt vorgenommen werden:

- **Unsicherheiten im Input**
  Epistemische Unsicherheiten in den eigentlich festen, jedoch unbekannten und nicht direkt beobachtbaren Parametern führen zu Unsicherheiten im Modell [192, 178, 113].

[2] Abweichend von dieser Betrachtung könnte, begründet durch die bekannten analytischen Zusammenhänge der Finite-Elemente-Methode, auch eine Charakterisierung als „White Box“ vorgenommen werden [20]. Da von den zu Grunde liegenden mathematischen Beziehungen kein direkter Gebrauch gemacht wird, ist der Begriff „Black Box“ für die behandelte Aufgabenstellung zutreffender. Dieses Vorgehen entspricht auch der Empfehlung und dem Vorgehen aus [186].

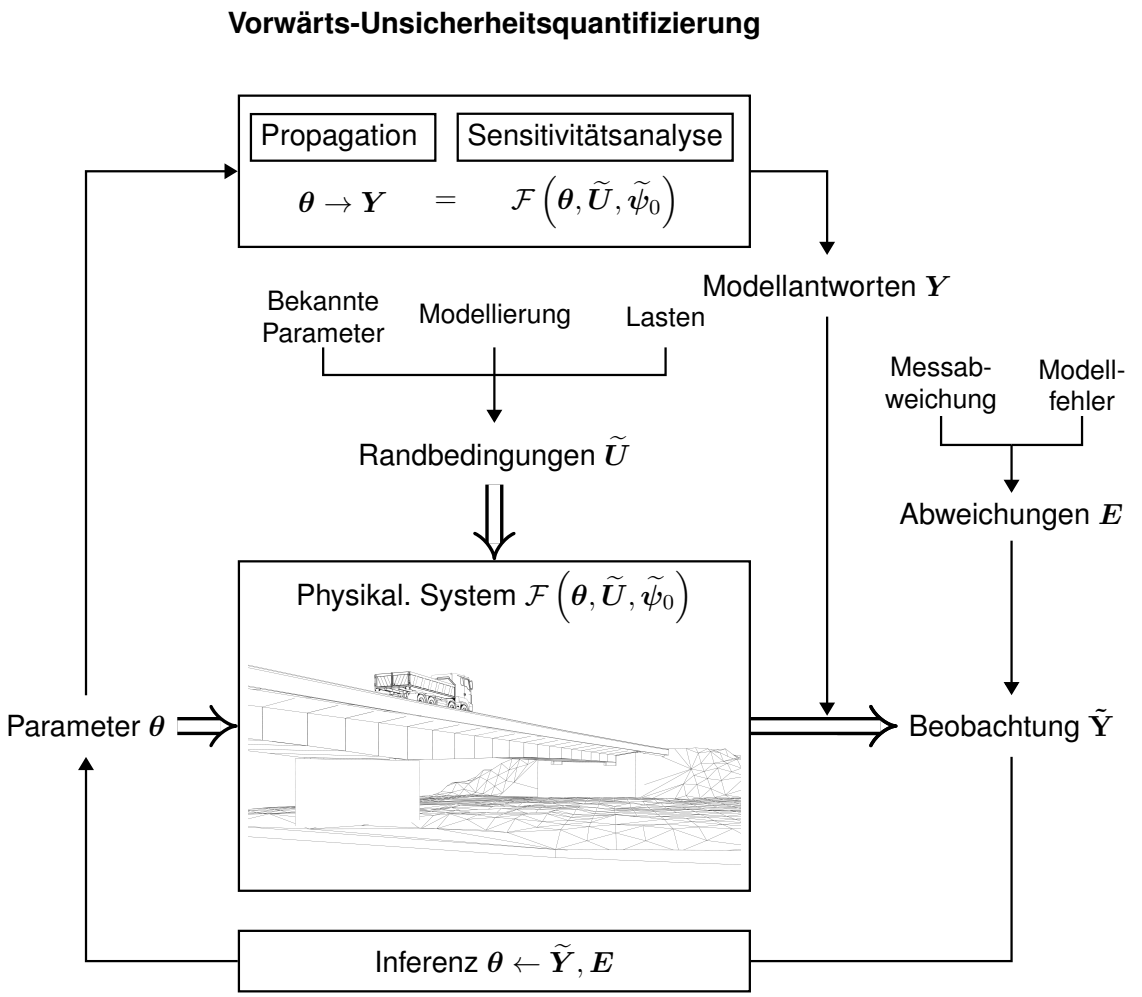


Abbildung 3.2: Systemtheoretische Darstellung für die Unsicherheitsquantifizierung an Finite-Elemente-Modellen bestehend aus Vorwärts- und Rückwärtssimulation

- **Unzureichende Abbildung des physikalischen Zusammenhangs**
  Eine ungenügende bzw. mit Approximationsfehlern behaftete Repräsentation des physikalischen Zusammenhangs wird im Modellfehler ausgedrückt [178, 192, 113]. Im Modellfehler sind sowohl Abweichungen der Modellstruktur gegenüber dem physikalischen System als auch epistemische Fehler aus nicht im Input berücksichtigten, sondern als bekannt angenommenen Parametern enthalten [185]. Häufig lassen sich diese Anteile nach erfolgtem Modell-Updating nicht eindeutig von den Unsicherheiten der Parameter trennen [193]. Beispiele für als bekannt angesetzte Parameter sind die im Rahmen der Parameterreduktion festgesetzten Einflüsse gemäß Abschnitt 3.3. Unsicherheiten in der Abbildung der Realität durch das Berechnungsmodell $\mathcal{F}(\boldsymbol{\theta}^*, \widetilde{\boldsymbol{U}})$ für einen vorgegebenen Parametervektor $\boldsymbol{\theta}^* = \{\theta_1^*, \cdots, \theta_i^*, \cdots, \theta_d^*\}$ wird durch geeignete Finite-Elemente-Modellierung entgegengewirkt, jedoch nicht explizit als Zufallsvariable berücksichtigt. Diese Vorgehensweise folgt der Empfehlung aus [187].

- **Unsicherheiten in Experiment und Messung**
  Unsicherheiten in der korrekten Durchführung des Experiments bzw. in der Einhaltung der Versuchsbedingungen (Randbedingungen $\widetilde{\boldsymbol{U}}$), sowie die in Abschnitt 4.3.2 beschriebene Unsicherheit in der Bestimmung des wahren Wertes der zu messenden Größen führen zu experimentell bedingten Unsicherheiten [178, 192]. Diese tragen zu Unsicherheiten im geupdateten Modell bei.

- **Numerische Fehler**
  Bedingt durch Fehler in der Berechnungsalgorithmik, die Rundung von Zwischenergebnissen oder

Bit-Fehler entstehen imperfekte Abbildungen von In- und Output [178, 192], die gegenüber anderen Quellen von Unsicherheiten aber zumeist eine untergeordnete Rolle spielen [113] und unberücksichtigt bleiben sollen.

3.1.3 Unsicherheitsquantifizierung, Vorwärts- und Rückwärtssimulation

Unter dem Begriff der Unsicherheitsquantifizierung werden im weitesten Sinne Verfahren verstanden, die die Unsicherheiten in Modellen identifizieren, quantifizieren oder reduzieren [178]. Typische Aufgaben innerhalb der Unsicherheitsquantifizierung sind die Vorhersage von Systemantworten oder die Schätzung von Parametern anhand gemessener Daten [191]. Wie auch in der in Abschnitt 1.1 beschriebenen Aufgabenstellung dieser Arbeit treten häufig mehrere Teilbereiche des Themenkomplexes innerhalb einer Problemstellung auf [191]. Der Ablauf der Unsicherheitsquantifizierung gliedert sich nach [183] zumeist in 3 Phasen:

Phase 1: Parametrisierung des Systems

Phase 2: Vorwärtssimulation

Phase 3: Rückwärtssimulation

Im ersten Schritt der *Parametrisierung des Modells* werden Parameter ausgewählt, die eine Charakterisierung des physikalischen Vorgangs ermöglichen. Die verwendete Auswahl an Parametern ist dabei nicht eindeutig, sondern von den Zielen und Anforderungen des Modells abhängig [183]. Im Rahmen dieser Arbeit findet die Auswahl vornehmlich ingenieurmäßig statt bzw. orientiert sich an der Identifizierbarkeit anhand der vorliegenden Daten.

Der Begriff der *Vorwärts-Unsicherheitsquantifizierung* bzw. *Vorwärtssimulation* oder *Vorwärtsanalyse* beschreibt die Vorhersage von Modellantworten $\boldsymbol{Y}$ bzw. $\widetilde{\boldsymbol{Y}} = \{\widetilde{y}_1, \cdots, \widetilde{y}_j, \cdots, \widetilde{y}_n\}$ auf Basis streuender Eingangsgrößen [183]. Hierbei wird die Wahrscheinlichkeitsfunktion des Output bei streuendem Input und gegebener deterministischer Abbildungsvorschrift 3.1 mittels eines stochastischen Solvers ermittelt [187]. Die in dieser Arbeit verwendeten Teilbereiche der Vorwärts-Unsicherheitsquantifizierung sind die in Abschnitt 3.2 erläuterte Propagation sowie die Sensitivitätsanalyse aus Abschnitt 3.3.

$$\boldsymbol{\theta}, \widetilde{\boldsymbol{U}} \mapsto \boldsymbol{Y} = \mathcal{F}(\boldsymbol{\theta}, \widetilde{\boldsymbol{U}}) \tag{3.1}$$

Im Rahmen der *Rückwärts-Unsicherheitsquantifizierung* bzw. *Rückwärtssimulation* oder *Rückwärtsanalyse* wird aus zumeist indirekten, unsicherheitsbehafteten Beobachtungen auf die unbekannten Parameter geschlossen [191]. Häufig ist die direkte Beobachtung von Parametern technisch nicht möglich oder stellt einen unverhältnismäßigen Aufwand dar, so dass indirekte Verfahren angewendet werden müssen [185]. Derartige Fragestellungen werden als inverse Probleme bezeichnet [182, 182, 180, 179]. Diese werden in Abschnitt 3.4.2 näher behandelt. Die auch als Systemidentifikation oder Modellkalibrierung bezeichnete Identifikation von Parametern ist ein Teilbereich der Rückwärts-Unsicherheitsquantifizierung zur Identifikation von Parameterunsicherheiten im Rahmen eines Kalibrierungs- bzw. Updating-Prozesses [178, 188]. Die Lösung des inversen Problems stellt eine Übersetzung von Informationen aus dem Daten- in den Parameterraum dar [183], die in dieser Arbeit durch die in Abschnitt 3.4.4 beschriebene statistische Inversion vorgenommen wird.

3.2 Unsicherheitspropagation mittels Monte-Carlo-Simulation

3.2.1 Methodische Grundlagen und Vorgehen

Bei vorliegendem Modell und Kenntnis über die Unsicherheit des Input kann, wie in Abschnitt 3.1 beschrieben, eine Vorwärtsanalyse durchgeführt werden [191]. Im Rahmen der Unsicherheitspropagation wird der Effekt des streuenden Inputs auf die Systemantworten ermittelt [194, 195].

Die Systemantworten in $\boldsymbol{Y}$ werden dabei als Zufallsvariablen interpretiert, die durch die Modellfunktion $\mathcal{F}\left(\boldsymbol{\theta}^*, \widetilde{\boldsymbol{U}}\right)$ aus der Abbildungsvorschrift 3.1 mit dem Input verbunden sind [185]. Dies erlaubt die Ableitung von Lage- und Streuungsmaßen bzw. Wahrscheinlichkeitsfunktionen für das Auftreten einer Systemantwort bei gegebener Variation des Input [189, 185, 188]. Die Berechnung der Unsicherheit in den Ausgangsgrößen kann dabei sowohl vor der Implementierung der Rückwärtsanalyse zur Ermittlung des Grades der Unsicherheit als auch zur Validierung der Ergebnisse des Updating-Prozesses verwendet werden [6].

Methoden der Unsicherheitspropagation, die jedoch auf die ersten beiden Momente der Wahrscheinlichkeitsfunktionen beschränkte Aussagen liefern [185], sind u.a. die Störungsrechnung, die Quadraturmethode oder spektrale Verfahren. Da in dieser Arbeit die vollständige Verteilung zur Bewertung des Outputs herangezogen werden soll, wird die Monte-Carlo-Methode für die Generierung von Systemantworten verwendet. Für eine Beschreibung der weiteren Verfahren und einen Vergleich verschiedener auf Monte-Carlo-Simulation basierender Methoden wird auf [185, 190, 178, 187, 191, 196, 195] verwiesen.

Für die Ermittlung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen werden unabhängige Stichproben gezogen. Gleichbedeutend mit dem Begriff der Stichprobe wird in diesem Zusammenhang auch der Begriff „Sample“ verwendet. Theoretische Grundlage der verwendeten Monte-Carlo-Methode auf Basis unkorrelierter Samples ist die wiederholte Auswertung der Abbildungsvorschrift 3.1 mit zufällig ermittelten Parametervektoren $\boldsymbol{\theta}$. Dabei werden die Randbedingungen $\widetilde{\boldsymbol{U}}$ als bekannt angenommen. Entsprechend vereinfacht sich Ausdruck 3.1 zur mathematischen Abbildung aus 3.2.

$$\mathcal{F} : \boldsymbol{\theta} \rightarrow \boldsymbol{Y} \tag{3.2}$$

Die Vorgehensweise der Unsicherheitspropagation mittels Monte-Carlo-Simulation lässt sich nachfolgend aufschlüsseln:

Schritt 1: Erstellung des deterministischen Berechnungsmodells $\mathcal{F}(\boldsymbol{\theta}^*)$ und Festlegung derjenigen Parameter, durch welche das Modell charakterisiert werden soll [185]

Schritt 2: Deutung der Parameter als Zufallsvariablen und probabilistische Modellbildung durch Zuordnung von Wahrscheinlichkeitsfunktionen [191, 188]

Schritt 3: Erzeugung von unabhängigen Realisationen für die Zufallsvariable Θ als Eingangsgrößen für die Berechnung des Modells mit Hilfe von Zufallssamples [187]; Hierfür kommen Zufallszahlengeneratoren sowie Methoden zur Transformation der Stichprobenverteilung zum Einsatz. Diese sind in Anhang B näher erläutert

Schritt 4: Deterministische Modellberechnung für die unabhängigen Parameterrealisierungen von Θ [187]

Schritt 5: Konvergenzbestimmung, beispielsweise durch das in Abschnitt 3.2.2 beschriebene Verfahren des Bootstrapping [187]

Schritt 6: Ergebnisinterpretation für die entstehenden Systemantworten $\boldsymbol{Y} = \mathcal{F}(\boldsymbol{\theta})$ [188, 187]

Eine Veranschaulichung der Schritte 2 bis 6 ist in Abbildung 3.3 dargestellt.

Vorteile bieten Sampling-Verfahren vor allem durch ihre intuitiv eingängliche Vorgehensweise [178], die Möglichkeit eine „Black Box“ zur Modellberechnung zu verwenden [194] und durch die Ableitung von empirischen Wahrscheinlichkeitsfunktionen als Ergebnis der Simulation [185]. Nachteile der Methodik fallen insbesondere dann ins Gewicht, wenn rechenintensive Auswertungen der Modellfunktion notwendig sind [194]. Bedingt durch die endliche Anzahl an Berechnungsdurchläufen verbleiben epistemische Unsicherheiten in den ermittelten Verteilungsfunktionen [194]. Um die Konvergenz der entstehenden Verteilungen

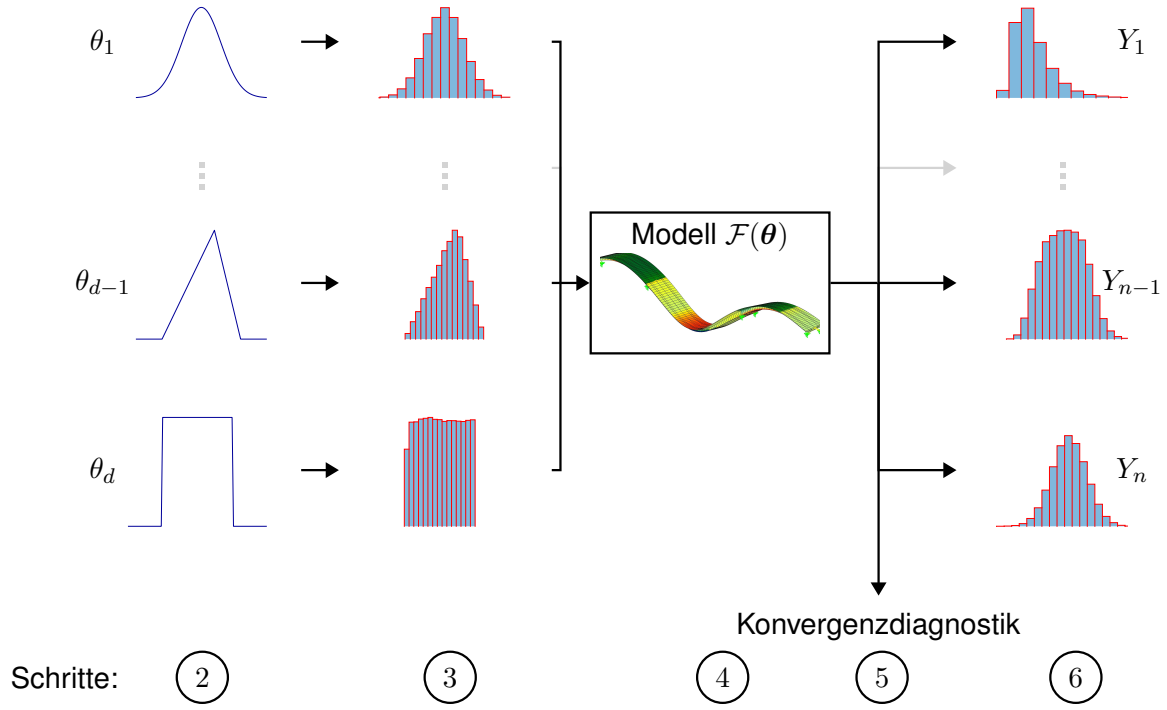


Abbildung 3.3: Veranschaulichung der Sample-basierten Unsicherheitspropagation anhand von d eingehenden Parametern und n Ausgangsgrößen für die Schritte 2 bis 6

festzustellen, werden in dieser Arbeit Verfahren des Bootstrapping verwendet, welche in Abschnitt 3.2.2 näher erläutert werden. Die Ergebnisdarstellung erfolgt durch die Analyse von Lage- und Streuungsparametern sowie durch Histogramme.

3.2.2 Statistischer Fehler und Konvergenz

3.2.2.1 Allgemeines

Zur Sicherstellung der Validität der simulierten Verteilungen der Ergebnisgrößen ist zu gewährleisten, dass sich bei Beendigung der iterativen Approximation durch die Monte-Carlo-Methode eine ausreichende Konvergenz zur Grundgesamtheit eingestellt hat [197]. Die Zahl der zu berechnenden Realisationen für $\boldsymbol{Y} = \mathcal{F}(\boldsymbol{\theta}^*)$ hängt dabei von den statistischen Verteilungsparametern, der Zufallsvariable Y zur Beschreibung der Verteilung der Ausgangsgröße und der angestrebten Genauigkeitsschranke ab [198]. Im Folgenden werden Verfahren vorgestellt, die es erlauben, eine Genauigkeitsschätzung für die simulierten Verteilungen vorzunehmen. Dadurch kann die Zahl der Samples abgeleitet werden, die als ausreichend betrachtet werden kann um die Ergebnisse zu charakterisieren. Eine Anwendung auf die Konfidenzschätzung für die Angabe von Sensititvitätsmaßen erfolgt in Abschnitt 3.3.3 und bei der Bestimmung von Messunsicherheiten in Anhang C.

Parametrische Schätzer, wie beispielsweise das Standard-Intervall, setzen bei der Berechnung eines Schätzintervalls bestimmte Eigenschaften der Grundgesamtheit möglicher Schätzwerte voraus [199, 200, 201]. Non-Parametrische Verfahren bedingen zwar zumeist einen erhöhten numerischen Aufwand [200, 197], sind jedoch unabhängig von der Form der Verteilung der möglichen Schätzwerte [202, 197] und werden auf Grund ihrer Genauigkeitseigenschaften generell empfohlen [200, 203].

Zur Verdeutlichung der Vorgehensweise wird zunächst auf parametrische Verfahren zur Abschätzung des statistischen Fehlers eingegangen. Für die Konvergenzabschätzung der Verteilungsparameter $\hat{\mu}_Y$ für $E(Y)$ und $\hat{\sigma}_Y$ für $\sigma(Y)$ sollen die Intervalle nach Gleichung 3.3 bzw. Gleichung 3.4 genutzt werden. Die Schranken $\hat{\mu}_{low}$ und $\hat{\sigma}_{low}$ bzw. $\hat{\mu}_{up}$ und $\hat{\sigma}_{up}$ stellen dabei Untere und Obere Schranken der geschätzten Verteilungsparameter μ_Y und σ_Y dar, so dass die Parameterschätzung mit einer Wahrscheinlichkeit geringer als α außerhalb dieser Grenzen liegt.

$$P\left(\hat{\mu}_{low} \leq \hat{\mu}_Y \leq \hat{\mu}_{up}\right) = P\left(\hat{\mu}_Y \in \hat{I}_\mu\right) \geq 1 - \alpha \tag{3.3}$$

$$P\left(\hat{\sigma}_{low} \leq \hat{\sigma}_Y \leq \hat{\sigma}_{up}\right) = P\left(\hat{\sigma}_Y \in \hat{I}_\sigma\right) \geq 1 - \alpha \tag{3.4}$$

Die Gleichungen 3.3 und 3.4 lassen sich für einen verallgemeinerten Schätzparameter θ gemäß Gleichung 3.5 darstellen. Das verwendete Formelzeichen θ für die Lage- und Streuungsmaße der Verteilungen ist dabei nicht mit der Bezeichnung für physikalisch interpretierbare Parameter des Modells zu verwechseln. Da in der Literatur beide Fachbegriffe mit dem gleichen Buchstaben bezeichnet werden, wird θ in dieser Arbeit ebenfalls in beiden Zusammenhängen verwendet.

$$P\left(\hat{\theta}_{low} \leq \hat{\theta} \leq \hat{\theta}_{up}\right) = P\left(\hat{\theta} \in \hat{I}_\theta\right) \geq 1 - \alpha \tag{3.5}$$

Aus der Forderung in Gleichung 3.5 lassen sich Konfidenzintervalle der Länge $L_\theta = \hat{\theta}_{up} - \hat{\theta}_{low}$ festlegen, welche den tatsächlichen Wert von θ mit einer Wahrscheinlichkeit von $1 - \alpha$ einschließen. Dies ermöglicht die Erstellung von Konvergenzkriterien, die eine vordefinierte absolute oder relative Genauigkeit ε_θ der Schätzung nutzen um eine ausreichende Konvergenz festzustellen.

Für die in dieser Arbeit behandelte Aufgabenstellung soll die verwendete Methodik folgende Eigenschaften aufweisen:

- Das zu implementierende Verfahren soll auf alle im Rahmen der Unsicherheitsanalyse betrachteten Verteilungen anwendbar sein und keine Einschränkungen bezüglich der erfassbaren Simulationsergebnisse haben.
- Die Methodik soll jede Art von Parameterschätzern behandeln können, beispielsweise bei der Simulation von Quantilen oder bei der Bestimmung von Sensitivitätsmaßen.
- Es sollen sowohl symmetrische als auch unsymmetrische Intervalle erfasst werden können um ein Konfidenzintervall mit minimaler Länge anzugeben.
- Die verwendete Methodik soll baupraktisch umsetzbar und nutzerfreundlich sein.

3.2.2.2 Parametrische Konfidenzintervalle

Parametrische Konfidenzintervalle basieren auf der Annahme einer zuvor festgelegten Verteilung für die Parameterschätzer $\hat{\mu}_Y$ und $\hat{\sigma}_Y$ [200, 198]. Bei Unterstellung einer Normalverteilung ergeben sich sogenannte Standard-Intervalle.

Als Schätzer für den Erwartungswert der Verteilung von Y soll das arithmetische Mittel aus n Realisierungen nach der Beziehung in 3.6 Anwendung finden [204].

$$\hat{\mu}_Y = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} Y_i \tag{3.6}$$

Die Punktschätzung $\hat{\mu}_Y$ ist erwartungstreu [204] und besitzt die Konvergenzordnung $1/2$ [205]. Für die Standardabweichung des Schätzers kann die Beziehung in 3.7 angesetzt werden [204].

$$\sigma(\hat{\mu}_Y) = \frac{\sigma_Y}{\sqrt{n}} \tag{3.7}$$

Da die Grundgesamtheit für $\hat{\mu}_Y$ unbekannt ist, soll an dieser Stelle ein weiterer Punktschätzer eingeführt werden, die so genannte empirische Standardabweichung des Mittelwertes $s(\hat{\mu}_Y)$ [198]. Diese approxi-

miert die Standardabweichung der Grundgesamtheit für $\hat{\mu}_Y$ aus der Beziehung in 3.7 durch die Beziehung in 3.8 [204].

$$s(\hat{\mu}_Y) \approx \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{\mu}_Y)^2} \tag{3.8}$$

Für den Spezialfall der Verteilungsfunktion des Mittelwertes möglicher, unabhängig gezogener Stichproben lässt sich aus dem zentralen Grenzwertsatz für ausreichend große n folgern, dass diese einer Normalverteilung genügt [206, 204, 198, 203]. Demnach sind die für den Fall des Stichprobenmittels berechneten Standard-Intervalle korrekt [200] und es lässt sich für jede Schätzung des Erwartungswertes der zu simulierenden Wahrscheinlichkeitsfunktion $Y(\theta)$ ein symmetrisches Intervall nach Gleichung 3.9 angeben. Dieses kann mit Hilfe der inversen Verteilungsfunktion der Standard-Normalverteilung $\Phi^{-1}(\cdot)$ konstruiert werden [198, 200, 207]. Es handelt sich dabei um ein so genanntes „asymptotisches“ Konfidenzintervall [198], da die Verwendung der empirischen Standardabweichung nach der Beziehung in 3.8 zwar für ausreichend große n eine gute Näherung für σ_Y darstellt, jedoch erst für $n \to \infty$ dem wahren Wert entspricht. Für Stichproben mit $n \leq 30$ kommt häufig auch die Student-Verteilungsfunktion zum Einsatz [207].

$$\hat{I}_\mu = \left[\hat{\mu} - \Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot s(\hat{\mu}_Y)\ ;\ \hat{\mu} + \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \cdot s(\hat{\mu}_Y)\right] \tag{3.9}$$

In ähnlicher Weise lässt sich auch ein Konfidenzintervall für die Standardabweichung einer Verteilungsfunktion herleiten. Die geschätzte Standardabweichung und deren Standardabweichung lässt sich in diesem Fall nach den Berechnungsvorschriften in 3.10 und 3.11 für Stichproben Y_i der eindimensionalen Verteilung Y schätzen [204, 202].

$$\hat{\sigma}_Y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{\mu})^2} \tag{3.10}$$

$$s\left(\hat{\sigma}_Y\right) = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{\mu}_Y)^4 - \frac{n-3}{n-1} \cdot \hat{\sigma}_Y^4\right)} \tag{3.11}$$

Das sich hieraus ergebende Konfidenzintervall kann analog zu Gleichung 3.9 gemäß Ausdruck 3.12 angegeben werden, jedoch ist hiermit die Annahme einer Normalverteilung des Schätzparameters $\hat{\sigma}_Y$ verbunden.

$$\hat{I}_\sigma = \left[\hat{\sigma}_Y - \Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot s\left(\hat{\sigma}_Y\right)\ ;\ \hat{\sigma}_Y + \Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot s\left(\hat{\sigma}_Y\right)\right] \tag{3.12}$$

Anzumerken ist, dass die in der Schätzung aus 3.11 getroffene Unterstellung einer Normalverteilung der möglichen Schätzwerte bereits für die Standardabweichung einer gaußverteilten Zufallsvariable nicht erfüllt ist. Die Standardabweichung folgt in diesem Fall einer χ^2-Verteilung [208]. Zudem ist der Schätzer nicht erwartungstreu [204], wodurch Verzerrungen im Konfidenzintervall auftreten. Weitere Beispiele in denen sich die Normalverteilungsannahme als unzutreffend erweist, finden sich in [209, 210, 202].

Die analytische Auswertung der Konvergenz ist sich in vielen Fällen wenig robust gegen Verletzungen der zu Grunde liegenden Annahmen oder entsprechende Maße sind problemabhängig zu implementieren [201]. Aus diesem Grund ist deren Verwendung insbesondere für Ingenieuraufgaben zu hinterfragen. Non-Parametrische Verfahren sind daher zu empfehlen.

3.2.2.3 Non-Parametrische Intervalle (Bootstrap)

In [200] bzw. [202] wird ein Verfahren vorgestellt, das Aussagen über den statistischen Fehler von Parameterschätzungen erlaubt, ohne Annahmen über die Art der Verteilungsfunktion des Stichprobenkennwertes treffen zu müssen. Dieses eignet sich daher insbesondere für die statistische Schätzung von Momenten höherer Ordnung und von Quantilen [203].

Das von Bradley Efron in [210] erstmals beschriebene Verfahren des Bootstrapping gilt anderen Verfahren wie der Kreuzvalidierung oder der Jackknife-Methode als zumeist überlegen [202]. Auf die Beschreibung dieser alternativen Methoden und für Benchmark-Vergleiche wird mit Verweis auf [211] bzw. [210] verzichtet. Bootstrapping lässt sich auf nahezu jedes Schätzproblem anwenden [212, 199] und wird in vielen

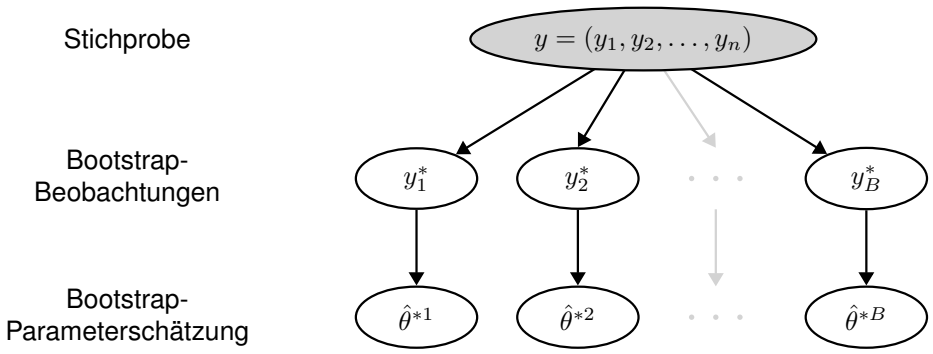


Abbildung 3.4: Veranschaulichung der Zwischenergebnisse des Bootstrap-Algorithmus nach [212], der zur Schätzung eines Verteilungsparameters θ auf Grundlage einer Stichprobe verwendet wird

Bereichen der statistischen Datenanalyse eingesetzt [199]. Eine Konvergenzabschätzung für Monte-Carlo-Simulationen ist beispielsweise in [203] beschrieben. Beim Bootstrapping handelt es sich um ein Verfahren aus der Klasse der Resampling-Methoden [199]. Die unbekannte Verteilung der Grundgesamtheit $Y(\theta)$ wird durch die Verteilung der Stichprobe $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, \cdots, y_n)$ ersetzt [199]. Im Anschluss werden durch zufälliges Ziehen mit Zurücklegen aus $\boldsymbol{y}$ insgesamt B weitere, künstliche Beobachtungen, sog. „Bootstrap-Samples“, erzeugt. Diese werden mit $\boldsymbol{y}^{*b} = (y_1^*, y_2^*, \cdots, y_n^*)$ bezeichnet, wobei $b \in \{1, 2, \cdots, B\}$. Auf die so generierten Bootstrap-Samples wird im Anschluss die Schätzfunktion für θ angewandt. Aus den entstehenden Schätzern $\hat{\theta}^{*b}$ kann eine empirische Verteilungsfunktion für $\hat{\theta}^*$ abgeleitet werden, die für die Ermittlung der Streuung der Parameterschätzer bzw. zur Festlegung von Intervallgrenzen für einen gesuchten Verteilungsparameter genutzt wird [199]. Der Grundgedanke in der non-parametrischen Bootstrapping-Methodik ist die unterstellte Analogie zwischen der Verteilung von $\hat{\theta} - \theta$ und der Verteilung der Abweichung zwischen $\hat{\theta}^*$ und der ursprünglichen Schätzung $\hat{\theta}$ [199, 210, 200]. Eine größer werdende Zahl an Versuchs- bzw. Simulationsergebnissen führt dabei zu beständig kleiner werdenden Unterschieden zwischen den Bootstrap-Samples. Dadurch wird das Konvergenzverhalten des Schätzers $\hat{\theta}$ messbar.

Das Vorgehen im Rahmen des Bootstrapping kann nach [213] bzw. [210] folgendermaßen zusammengefasst werden:

Schritt 1: Berechnung des Schätzers $\hat{\theta}$ für die Stichprobe $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, \cdots, y_n)$ mit Stichprobenumfang n als Ergebnis der bisherigen Simulationen

Schritt 2: Ziehen mit Zurücklegen aus $\boldsymbol{y}$ mit gleicher Wahrscheinlichkeit für alle Elemente aus $(y_1, y_2, \cdots, y_n)$ und Erzeugung eines Bootstrap-Samples $\boldsymbol{y}^{*b} = (y_1^*, y_2^*, \cdots, y_n^*)$

Schritt 3: Berechnung von $\hat{\theta}^{*b}$ als Parameterschätzung für $\boldsymbol{y}^{*b}$

Schritt 4: B-maliges Wiederholen der Schritte 2 und 3

Schritt 5: Statistische Auswertung der Verteilung für $\hat{\theta}^*$, zusammengesetzt aus $\left(\hat{\theta}^{*1}, \hat{\theta}^{*2}, \cdots, \hat{\theta}^{*B}\right)$ und Ableitung des gesuchten Verteilungsparameters

In Abbildung 3.4 werden die Zwischenergebnisse aus dem Bootstrap-Algorithmus veranschaulicht.

Mittels des vorgestellten Verfahrens lassen sich eine Vielzahl von Methoden zur Bestimmung von Intervallschätzern herleiten, von denen in dieser Arbeit ausschließlich die Methode der BC_a-Intervalle beschrieben und verwendet wird. Diese hat sich als sehr genau und robust erwiesen und ist auch bei komplexeren Datenstrukturen anwendbar [209, 214, 200]. Auf eine detaillierte Betrachtung weiterer Vorteile des Bootstrapping gegenüber parametrischen Verfahren wird an dieser Stelle aus Umfangsgründen verzichtet und stattdessen auf [201] verwiesen. Die als anzustrebend aufgeführten Eigenschaften der Bereichsschätzer werden von BC_a-Intervallschätzern allesamt erfüllt. Die verwendeten BC_a-Intervalle überdecken den wahren Wert mit einer Wahrscheinlichkeit von $(1 - \alpha) + \mathcal{O}(\frac{1}{n})$, wohingegen Standard-Intervalle lediglich mit $(1 - \alpha) + \mathcal{O}(\frac{1}{\sqrt{n}})$ gegen den wahren Wert konvergieren [209, 203].

Für das Verständnis der verbesserten und Bias-korrigierten BC_a-Intervalle soll im Folgenden der Begriff des Bias, auch Verzerrung genannt, eingeführt werden. Als Bias wird die Abweichung zwischen dem Erwartungswert der Schätzung für θ und dem wahren Wert der Grundgesamtheit gemäß der Definition in 3.13 bezeichnet [200]. Der Bias ist neben der Varianz des Schätzers ein Gütemerkmal einer Schätzfunktion [213]. Schätzer, die einen Bias ungleich Null aufweisen, heißen verzerrt [215]. BC_a-Intervalle sind in der Lage, eine Korrektur des Bias mit Hilfe der Analogie nach Gleichung 3.14 vorzunehmen [200, 213].

$$bias(\hat{\theta}, \theta) = E\left(\hat{\theta}\right) - \theta \tag{3.13}$$

$$\widehat{bias(\hat{\theta}, \theta)} = \frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B} \hat{\boldsymbol{\theta}}^{*b} - \hat{\theta} \tag{3.14}$$

Zur Ermittlung der BC_a-Intervalle wird eine monoton steigende Transformation $\Phi = m(\theta)$ vorausgesetzt, so dass der Ausdruck in 3.15 gilt.

$$\hat{\Phi} \sim N(\Phi - z_0 \cdot \sigma_\Phi, \sigma_\Phi^2), \text{ wobei } \sigma_\Phi = 1 + a \cdot \Phi \tag{3.15}$$

Durch die Existenz der Transformation lassen sich die Mängel der parametrischen Verfahren weitestgehend beheben [209, 200]. Die Konstante z_0 bzw. deren Schätzer $\hat{z_0}$ zur Korrektur des Bias lässt sich durch die Bedingung $P\left[\hat{\phi} < \phi\right] = \phi(z_0)$ nach der Berechnungsvorschrift in 3.16 berechnen [209]. Das Symbol $\#$ beschreibt die Zahl der Resamples, die die Bedingung $\hat{\theta}^{*b} < \hat{\theta}$ erfüllen. Die Konstante a bzw. deren Schätzwert $\hat{a}$ aus der Transformation in 3.15 kann nach der Berechnungsvorschrift in 3.17 angegeben werden, wobei $\hat{\theta}^{(-i)}$ den Schätzer ohne den Wert des i-ten Samples bezeichnet (i-tes Jackknife Sample).

$$\hat{z_0} = \phi^{-1}\left(\frac{\#(\hat{\theta}^{*b} < \hat{\theta})}{B}\right) \tag{3.16}$$

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\hat{\theta}^{(-i)} - \hat{\theta}^{(-i)}\right\}^3}{6 \cdot \left\{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}\hat{\theta}^{(-i)} - \hat{\theta}^{(-i)}\right)^2\right\}^{\frac{3}{2}}} \tag{3.17}$$

Die Grenzen des gesuchten Konfidenzintervalls können aus den α_1 und α_2- Quantilen der Verteilung von $\hat{\theta}^*$ nach den Beziehungen in 3.18 und 3.19 berechnet werden, sodass ein Intervall nach Ausdruck 3.20 entsteht [213].

$$\alpha_1 = \phi\left(\hat{z_0} + \frac{\hat{z_0} + z^{\frac{\alpha}{2}}}{1 - \hat{a}\cdot\left(\hat{z_0} + z^{\frac{\alpha}{2}}\right)}\right) \tag{3.18}$$

$$\alpha_2 = \phi\left(\hat{z_0} + \frac{\hat{z_0} + z^{(1-\frac{\alpha}{2})}}{1 - \hat{a}\cdot\left(\hat{z_0} + z^{(1-\frac{\alpha}{2})}\right)}\right) \tag{3.19}$$

$$\left[\hat{\theta}_{low}; \hat{\theta}_{up}\right]_{BC_a} = \left[\hat{\theta}^{*(\alpha_1)};\ \hat{\theta}^{*(\alpha_2)}\right] \tag{3.20}$$

Damit sich die beim Bootstrapping unterstellte Analogie einstellen kann und auch eine hinreichend genaue Bestimmung der Intervalllängen möglich gemacht wird, ist die Zahl der Bootstrap-Samples $\hat{\theta}^{*B}$ ausreichend groß zu wählen [199]. Die Festlegung der mit dem Buchstaben B abgekürzten Zahl an künstlich erzeugten Stichproben wird in der Literatur kontrovers diskutiert. Für Punktschätzungen kann nach [199] mit einer notwendigen Zahl der künstlich erzeugten Pseudo-Stichproben von B = 100 bis 200 bzw. nach [216] von B = 20 bis 30 gerechnet werden. Für Intervallschätzungen ist eine weit größere Anzahl an künstlich erzeugten Pseudo-Stichproben notwendig als für Punktschätzer. Für die Erstellung von hinreichend genauen Konfidenzintervallen werden in der Regel mehr als 1000 Pseudo-Stichproben empfohlen

[214, 210, 199, 197], jedoch sind durch die Leistungsfähigkeit moderner EDV-Systeme auch über 5000 Iterationen keine Seltenheit [199].

Der Ablauf der Erstellung verbesserter Konfidenzintervalle nach [200] lässt sich gemäß [213] wie folgt zusammenfassen:

Schritt 1: Ermittlung der Simulationsergebnisse mit Stichprobenumfang n und Ermittlung des Parameterschätzers. Es ergibt sich $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, \cdots, y_n)$ und $\hat{\theta}$

Schritt 2: Generierung eines Bootstrap-Samples durch Ziehen mit Zurücklegen.
Es ergibt sich $\boldsymbol{y}^{*b} = (y_1^*, y_2^*, \cdots, y_n^*)$

Schritt 3: Ermittlung des Schätzers $\hat{\theta}^{*b}$ als Parameterschätzung für $\boldsymbol{y}^{*b}$ in Analogie zu Schritt 1

Schritt 4: B-maliges Wiederholung der Schritte 2 und 3

Schritt 5: Ermittlung von $\hat{z_0}$, $\hat{a}$, nach den Gleichungen 3.16 und 3.17 und α_1 bzw. α_2 nach den Berechnungsvorschriften in 3.18 und 3.19

Schritt 6: Ermittlung der Quantilwerte $\left[\hat{\theta}^{*(\alpha_1)};\ \hat{\theta}^{*(\alpha_2)}\right]$ als Grenzen des Konfidenzintervalls

3.3 Sensitivitätsanalyse

3.3.1 Definition, Nutzen und Einteilung

Als Sensitivitätsanalyse werden Analyseverfahren bezeichnet, die die Streuung der Ausgangsgrößen von Systemen den verschiedenen Quellen unsicherer Eingangsgrößen zuordnen [217, 218, 219].

Die von den realen Systemen abgeleiteten Modelle weisen zumeist eine große Komplexität in der mathematischen Beschreibung des physikalischen Zusammenhangs auf [84]. Daher ist ein tiefgreifendes Verständnis der Bedeutung von Eingangsinformationen für die resultierenden Beobachtungen elementarer Bestandteil der Modellierung und Verifizierung von Modellen [220, 217, 74]. Insbesondere bei Verwendung von Modellfunktionen hoher Komplexität wie bei der Finite-Elemente-Methode üblich ergeben sich Zusammenhänge, die nicht ohne Weiteres eindeutig erkennbar sind [186].

Die Fragestellungen, für die sich eine Sensitivitätsanalyse eignet, lassen sich nach [221] in folgende Bereiche aufteilen:

- **Priorisierung von Parametern (Priorization)**
  Die Bedeutung der Streuung der Eingangsgrößen für die Unsicherheit in den Ergebnissen wird ermittelt, um gemäß deren Rangfolge diejenigen Parameter zu finden, für die eine genaue Kenntnis des tatsächlichen Wertes eine signifikante Verbesserung in der Vorhersagekraft des Modells mit sich bringt. Im Kontext der Systemidentifikation erlaubt eine solche Information auch Rückschlüsse auf die Identifizierbarkeit von Systemparametern bei Beobachtung der untersuchten Ausgangsgröße [62, 220, 222, 217].

- **Festsetzung von Parametern (Fixing)**
  Für den gesamten Parameterraum als unbedeutend einzustufende Parameter können als konstanter Input auf einen beliebigen Wert festgesetzt werden, ohne die Streuung des Output signifikant zu beeinflussen. Hierdurch kann die Dimensionalität des zu berücksichtigenden Parameterraums und damit die Modellkomplexität reduziert werden. [74]

- **Begrenzung der Vorhersageunsicherheit (Variance Cutting)**
  Die Unsicherheit des Output wird durch die genaue Bestimmung einzelner Parameter so lange verringert, bis die Streuung des Outputs unter eine vorgegebene Grenze fällt. Diese Vorgehensweise findet vorwiegend im Bereich der Sicherheits- und Zuverlässigkeitsanalyse Anwendung.

- **Zuordnung von Parametereinstellungen zu einem vorgegebenen Ereignis (Mapping)**
  Es wird die Bedeutung der Parameter für ein festgelegtes Ergebnis ermittelt [223].

Ziele einer der Systemidentifikation vorgeschalteten Sensitivitätsanalyse können die Vereinfachung von mechanisch oder statistisch komplexen Systemen durch Reduzierung der Zahl der Einflussgrößen sowie eine auf die zu identifizierenden Parameter abgestimmte Versuchsplanung sein [223, 224, 178, 191]. Insbesondere bei rechenaufwändigen Funktionen kann auf diese Weise ein Modell abgeleitet werden, das bei ähnlich großer Erklärungskraft den physikalischen Zusammenhang abbildet und die Systemidentifikation effizienter macht bzw. in einigen Fällen erst ermöglicht [188, 225]. Deshalb sollten diejenigen Parameter ausgewählt werden, die eine große Unsicherheit in ihrem Wert aufweisen und deren Unsicherheit großen Einfluss auf das Modell hat [74].

Durch die Festsetzung von Parametern mit geringer Bedeutung für die zu untersuchenden Systemreaktionen kann durch eine Reduzierung der Komplexität der häufig überparametrisierten Modelle die Identifizierbarkeit von Systemvariablen verbessert werden [220, 226, 186]. Die Dimensionsreduktion trägt somit zu einer größeren Robustheit der ermittelten Lösung bei [181]. Zudem verringert sich der Rechenaufwand durch Reduzierung des Parameterraums [227, 186] und das zu erwartende Maß an Modellverbesserung kann durch statistische Inferenz abgeschätzt werden [226].

Auch im Rahmen der Konzeption von Versuchen zur datengestützten Modellierung kann eine vorgeschaltete Sensitivitätsanalyse hilfreich sein. Eine Begrenzung der verwendeten Parameter verbessert dabei oft die physikalische Interpretierbarkeit der Ergebnisse [127]. Die zu beobachtenden Systemreaktionen sollten so gewählt werden, dass eine möglichst große Sensitivität zu den geschätzten Parametern besteht [178, 223, 221, 226]. Nur solche Parameter mit hoher Sensitivität zur beobachteten Systemreaktion stellen

aussichtsreiche Kandidaten für eine erfolgreiche Parameterschätzung dar [228, 217, 229]. Anwendungen finden sich beispielsweise in [223, 230, 220, 231, 232, 233, 234, 235].

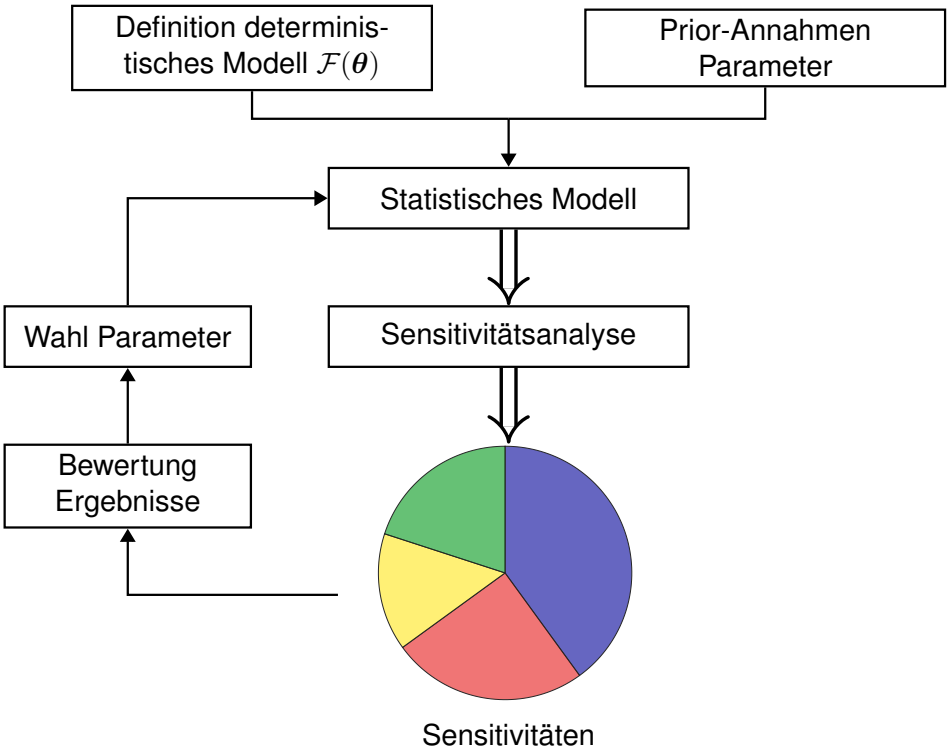


Abbildung 3.5: Flussdiagramm zur Sensitivitätsanalyse

Die Vorgehensweise im Rahmen einer Sensitivitätsanalyse veranschaulicht Abbildung 3.5. Nach der Erstellung des Modells und der Wahl der zu untersuchenden Parameter lassen die durchgeführten Berechnungen je nach verwendetem Verfahren eine quantitative oder qualitative Aussage zu, welche relative Bedeutung ein Parameter für die Unsicherheit in den streuenden Ausgangsgrößen aufweist [223, 236]. Voraussetzung für alle hier betrachteten Formen der Sensitivitätsanalyse ist eine einzige skalare Zielfunktion je Ausgangsvariable [223].

Da sich die verschiedenen Sensitivitätsmaße in ihren Aussagen und Beträgen nicht vergleichen lassen, bedarf es einer Auswahl des zu verwendenden Verfahrens im Einzelfall [217, 237]. Die Wahl der Methode für die jeweilige Aufgabenstellung soll sich nach [238] an folgenden Kriterien orientieren:

- Anzahl der Parameter und der zu untersuchenden Antwortgrößen
- Komplexität des Modells und Rechenaufwand
- Eventuell vorhandene Korrelationen zwischen den Eingangsgrößen
- Mathematische Systemdefinition und Konvergenz

Unterscheidungen zwischen den Verfahren beziehen sich insbesondere auf deren universelle Anwendbarkeit auf verschiedene Modellfunktionen, deren Aussagekraft und den damit verbundenen Rechenaufwand. Als idealtypisch sind Analysemethoden anzusehen, die die nachfolgend definierten Eigenschaften aufweisen:

- Die Analyse ist frei von Annahmen zur mathematischen Beschreibung des Modells [223, 239].
- Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Eingangsgrößen geht in das Sensitivitätsmaß ein [223]
- Die Bestimmung der Sensitivität eines einzelnen Parameters ist unabhängig vom tatsächlichen Wert der weiteren Parameter und Interaktionen zwischen Variablen werden berücksichtigt [223].
- Das verwendete Sensitivitätsmaß ist einfach und intuitiv interpretierbar [240, 223].
- Die Algorithmik sollte effizient sein, d.h. die Sensitivitätsmaße werden mit möglichst geringem Rechenaufwand ermittelt [239].

3.3.2 Modellcharakterisierung

Zur Festlegung der Methodik sowie für die Aussagekraft der Sensitivitätsanalyse ist die Charakterisierung der Modellfunktion zur Verknüpfung von Eingangs- und Ausgangsgrößen in seinen Linearitäts-, Additivitäts- und Monotonitätseigenschaften von entscheidender Bedeutung.

Um Einheitlichkeit mit der in diesem Bereich gängigen Notation herzustellen, wird diese im Folgenden weitgehend übernommen. Aus diesem Grund wird die Modellfunktion mit $f(\cdot)$ statt mit $\mathcal{F}(\cdot)$ abgekürzt und die Modellparameter mit $\boldsymbol{X} = \{X_1, \cdots, X_i, \cdots, X_d\}$ statt mit $\boldsymbol{\theta}$ bezeichnet. Sofern der Funktionalzusammenhang hervorgehoben werden soll, wird zudem der Begriff der „Variablen“ genutzt.

Als additiv lassen sich Modellfunktionen bezeichnen, die als Summe von Teilfunktionen $f_i(X_i)$ mit jeweils einer Variablen X_i darstellbar sind und damit in die Form aus Gleichung 3.21 gebracht werden können [241, 84]. Charakteristikum additiver Funktionen ist die Unabhängigkeit des Einflusses jedes Parameters auf das Ergebnis von der Wahl der übrigen Parameter [218]. Die Partiellen Ableitungen der Modellfunktion nach zwei verschiedenen Variablen X_i, X_j ergeben sich deshalb jeweils zu Null.

$$\begin{aligned} &Y = f(\boldsymbol{X}) = f(X_1, X_2, \cdots, X_i, \cdots, X_d) = \\ &\sum_{i=1}^{d} f_i(X_i) + f_0 = f_1(X_1) + f_2(X_2) + \cdots + f_d(X_d) + f_0 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Eine Modellfunktion, in welcher der Funktionalzusammenhang ausschließlich additive Terme in Form von Polynomen 1.Ordnung beinhaltet, wird als linear bezeichnet [221]. Diese lässt sich in eine Form nach Gleichung 3.22 bringen, in der die Variablen alleinig unter Zuhilfenahme konstanter Koeffizienten aufsummiert werden [84]. Partielle Ableitungen nach den jeweiligen Variablen X_i führen auf die Koeffizienten c_i.

Solche Funktionen, in denen keine Zerlegung in Teilfunktionen mit nur einer Variablen möglich ist, weisen sog. „Wechselwirkungen“ oder „Interaktionen“ auf. Effekte auf das Simulationsergebnis $Y = f(\boldsymbol{X})$ sind dann nicht alleinig aus der Summe der Effekte aus der Variation der einzelnen Variablen X_i erklärbar [223, 221]. Für Zusammenhänge mit nicht-additiven Modellanteilen kann das Sensitivitätsmaß von Variablen durch die Wahl der übrigen Variablen beeinflusst werden [221].

$$Y = f(\boldsymbol{X}) = \sum_{i=1}^{d} c_i X_i + f_0 = c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot X_2 + \cdots + c_d \cdot X_d + f_0 \tag{3.22}$$

Ein weiteres wichtiges Charakteristikum eines Modells ist seine Monotonitätseigenschaft. Als monoton werden eindimensionale Funktionalzusammenhänge dann bezeichnet, wenn für alle Argumente $b > a$ innerhalb des Definitionsbereichs für jeden Fall entweder $f(b) \geq f(a)$ oder für alle $b > a$ die Beziehung $f(b) \leq f(a)$ gilt [206]. Modelle, die von mehreren Eingangsgrößen abhängen, werden dann als monoton charakterisiert, wenn diese Bedingung auf jede der Beziehungen zwischen Eingangs- und Ausgangsgröße zutrifft und sich so in keinem betrachteten Intervall ein abweichendes Verhalten einstellt [223].

Um die Beziehungen der Modelleigenschaften untereinander und deren Abgrenzung zu veranschaulichen ist in Abbildung 3.6 eine Schnittmengendarstellung der vorgestellten Funktionstypen dargestellt. Eine allgemeingültige Zuordnung von Finite-Elemente-Berechnungen in einen der vorgeschriebenen Funktionstypen ist auf Grund der Variabilität der Methodik und der Vielzahl möglicher Zufallsvariablen von Eingangs- und Ausgangsgrößen nicht möglich. Allerdings geht aus den Beispielen in Tabelle 3.2 hervor, dass in vielen Fällen nicht-additive, nicht-monotone Beziehungen zu erwarten sind. Eine weiterführende theoretische Betrachtung der nicht-linearen Modelleigenschaften der Methode der Finiten Elemente kann [14, 73, 74] entnommen werden.

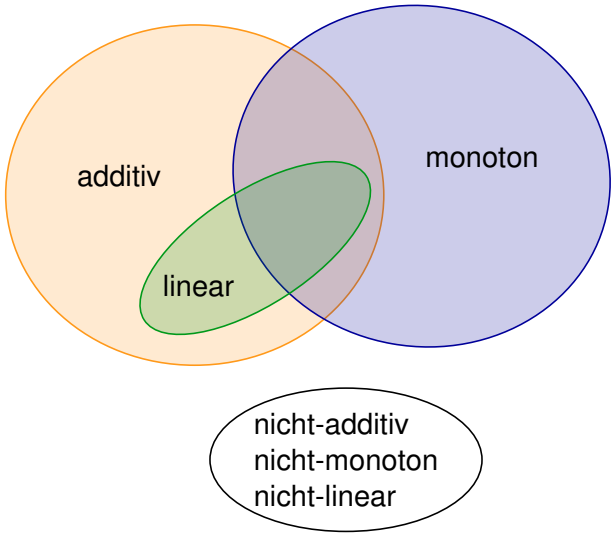


Abbildung 3.6: Schnittmengendarstellung zu Linearität, Additivität und Monotonität von Modellfunktionen

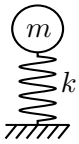
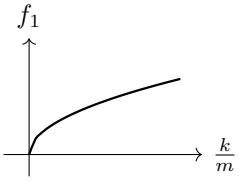
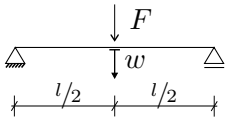
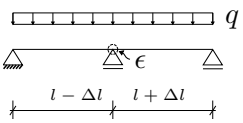
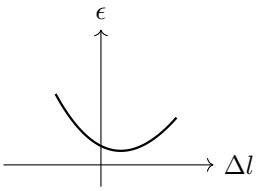
Modell-eigenschaft	Anwendung	Funktional-zusammenhang	Funktionsgraph
Linearität		$f_1 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \propto \sqrt{\frac{k}{m}}$	
Additivität		$w = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \frac{Fl^3}{48} \propto \frac{1}{E \cdot I}$	
Monotonität		$\epsilon = \frac{6}{E \cdot bh^3} \cdot \frac{q[(l-\Delta l)^3+(l+\Delta l)^2]}{16l}$	

Tabelle 3.2: Baupraktische Funktionsbeispiele für Systemreaktionen in denen nicht-lineares, nicht-additives oder nicht-monotones Modellverhalten zu erwarten ist

3.3.3 Methoden der Sensitivitätsanalyse

3.3.3.1 Einteilung und Überblick

Die Einteilung der Methoden zur Ermittlung von Sensitivitätsmaßen kann sowohl nach deren qualitativem oder quantitativem Charakter als auch nach deren Aussagekraft für sich verändernde Beträge der Eingangsgrößen in lokale und globale Verfahren erfolgen [84, 226, 231].

Es lassen sich folgende drei Klassen unterscheiden:

- **Methoden zur Angabe lokaler Sensitivitätsmaße**, die eine quantitative Untersuchung für eine betrachtete Variablenkonstellation innerhalb des Definitionsbereichs der Modellfunktion darstellt und zumeist auf der analytischen Berechnung oder numerischen Approximation partieller Ableitungen beruht. Die ermittelten Sensitivitätsmaße sind allein für einen (unendlich) kleinen Bereich um den betrachteten Punkt im Parameterraum gültig und betrachten die Veränderung jeweils eines einzigen

Parameters zur gleichen Zeit[3].

- **Screening-Methoden**, die den qualitativen Einfluss von Parametern auf eine Ausgangsgröße untersuchen und häufig zur Fixierung von Eingangsgrößen auf einen nominellen Wert herangezogen werden.
- **Methoden zur globalen Sensitivitätsanalyse**, die die gleichzeitige Variationen von Einflussgrößen über deren gesamten Definitionsbereich erfassen und sowohl qualitativer als auch quantitativer Natur sein können.

Auf Grund der Vielzahl von Analysemethoden ist leider keine umfassende Darstellung aller Verfahren möglich, weshalb nachfolgend nur auf eine Auswahl der Möglichkeiten eingegangen wird. Ein Benchmark-Vergleich verschiedener Analysemethoden und Empfehlungen zur Wahl des Verfahrens ist in [243, 231] beschrieben. Eine Übersicht zur numerischen Komplexität und der Gültigkeit verschiedener Verfahren ist in [226, 231] zu finden.

3.3.3.2 Lokale Sensitivitätsmaße

Methoden zur Ermittlung lokaler Sensitivitätsmaße beschränken sich in ihrer Aussagekraft auf (infinitesimal) kleine Änderungen der Parameter um einen nominellen Entwicklungspunkt $\boldsymbol{X} = \boldsymbol{X}^{(0)}$ innerhalb des Parameterraums [217, 221, 223, 244, 229]. Als nominelle Werte der Parameter dienen häufig die Erwartungswerte [243, 245, 228, 217].

Zur Ermittlung lokaler Sensitivitäten werden zumeist partielle Ableitungen s_i gemäß der Festlegung in 3.23 genutzt [246, 217, 242].

$$s_i = \frac{\partial Y}{\partial X_i} \tag{3.23}$$

Bei der Betrachtung einer einzelnen skalaren Ausgangsvariablen Y ergibt sich für eine Anzahl d an Eingangsgrößen ein Sensitivitätsvektor $\boldsymbol{S}$ nach Ausdruck 3.24. Grundlegende Voraussetzung für die Verwendung von partiellen Ableitungen zur Ermittlung von Sensitivitäten ist das Vorliegen einer stetigen und differenzierbaren Modellfunktion [247].

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Y}{\partial X_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial Y}{\partial X_i} \\ \vdots \\ \frac{\partial Y}{\partial X_d} \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

Sofern keine analytische Differentiation der Modellfunktion möglich ist oder adäquat erscheint, können Differenzenquotienten gemäß der Festlegung in 3.25 als Näherung zum Einsatz kommen [248, 217]. Diese sind jedoch in ihrer Genauigkeit beschränkt [178]. Hierbei wird jeweils nur die betrachtete Variable X_i geändert. Die übrigen Variablen werden auf deren nominellen Wert fixiert. Über den ausgewerteten Basispunkt $\boldsymbol{X}^{(0)}$ hinausgehende Aussagen zur Sensitivität von Parametern sind nur dann als global zutreffend zu betrachten, wenn lineares Modellverhalten vorliegt [217, 249].

$$\frac{\partial Y}{\partial X_i} \approx \frac{\Delta Y}{\Delta X_i} = \frac{f(X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, \cdots, X_i^{(0)} + \Delta X_i, \cdots X_d^{(0)}) - f(X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, \cdots, X_i^{(0)}, \cdots X_d^{(0)})}{\Delta X_i} \tag{3.25}$$

Die Verwendung von partiellen Ableitungen hat zur Folge, dass die ermittelten Sensitivitätsmaße auf die physikalischen Einheiten der Ein- und Ausgangsgrößen bezogen sind und sich ein Vergleich der Sensitivitätsmaße verschiedener Eingangsgrößen verbietet [228, 217].

Um lokale Sensitivitätsangaben von der physikalischen Einheit zu entkoppeln, findet deshalb zumeist eine Normierung statt [245, 226]. Durch die in der Festlegung 3.26 angegebene Normierung durch Multiplikation der partiellen Ableitung mit dem Koeffizienten aus dem nominellen Variablenwert $X_i^{(0)}$ und dem

[3] Die Bildung von Sensitivitätsmaßen für gemischte partielle Ableitungen (Sensitivitätsmaße höherer Ordnung) zur Berücksichtigung von Wechselwirkungen ist zwar möglich, wird jedoch in der Regel nicht untersucht [242]. Dadurch kann die lokale Sensitivitätsanalyse zumeist als spezielles One-At-A-Time-Design gemäß Abschnitt 3.3.3.3 verstanden werden.

Funktionswert am betrachteten Basispunkt $\boldsymbol{X}^{(0)}$ kann ein Maß $\widetilde{s}_i$ ermittelt werden, das eine lineare Schätzung der relativen Änderung von $Y = f(\boldsymbol{X})$ bei Änderung der betrachteten Variablen X_i wiedergibt [245].

$$\widetilde{s}_i = \frac{X_i^{(0)}}{f(X_1^{(0)},\, X_2^{(0)},\, \cdots,\, X_i^{(0)},\, \cdots, X_d^{(0)})} \cdot \left.\frac{\partial f(X_1,\, X_2,\, \cdots,\, X_i,\, \cdots, X_d)}{\partial X_i}\right|_{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}^{(0)}} \tag{3.26}$$

Durch die Bildung von Ableitungen oder deren Normierung durch die Werte $X_i^{(0)}$ und $f(\boldsymbol{X}^{(0)})$ kann noch keine Aussage über die Streuungen der Ausgangsvariable bei Veränderungen in den Streuungen der Eingangsvariablen getroffen werden. Daher hat sich die Gewichtung durch den Quotienten der Standardabweichungen $\sigma(Y) = \sigma(f(\boldsymbol{X}))$ und $\sigma\,(X_i)$ nach Ausdruck 3.27 etabliert [221]. Durch die implizite Einbeziehung der Standardabweichung wird so eine gewisse Globalisierung ermöglicht [223, 221, 178]. Dieses Maß kann anschaulich als Effekt auf Y beschrieben werden, wenn X_i um einen definierten Teil der Standardabweichung verändert wird [228]. Die Ermittlung von $\sigma\,(Y)$ kann beispielsweise durch die Anwendung des Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetzes aus 3.28 erfolgen. Für lineare Modelle gilt $\sum_1^d (s_i^\sigma)^2 = 1$.

$$s_i^\sigma = \frac{\sigma(X_i)}{\sigma(Y)} \cdot \frac{\partial Y}{\partial X_i} \tag{3.27}$$

$$\sigma(Y) = \sigma(f(\boldsymbol{X})) = \sqrt{\sum_{i=1}^{d} \left(\left.\frac{\partial f(\boldsymbol{X})}{\partial X_i}\right|_{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}^{(0)}} \right)^2 \cdot \sigma(X_i)^2} \tag{3.28}$$

Ein großer Vorteil der Beschränkung auf lokale Aussagen ist die Realisierung der Sensitivitätsanalyse bei geringem Einsatz von Rechenkapazität [221, 231] und der geringe Implementierungsaufwand für die Bildung des Differentials bzw. des Differenzenquotienten [237]. Dies gilt insbesondere, wenn eine Vielzahl von Variablen oder sehr komplexe Modelle untersucht werden [232]. Nachteile der lokalen Methoden der Sensitivitätsanalyse sind die Beschränkung auf einen einzelnen Entwicklungspunkt im Parameterraum [221, 217], die Abhängigkeit von der Wahl der endlich kleinen Variation ΔX_i für nicht-lineare Modelle [217], sowie die fehlende Möglichkeit Wechselwirkungen zwischen den Parametern erkennen und quantifizieren zu können [250, 178, 231]. Da für die vorliegende Aufgabenstellung, wie in Abschnitt 3.3.2 ausgeführt, mit nicht-linearen Anteilen der Modellfunktion zu rechnen ist, kommen in dieser Arbeit die in Abschnitt 3.3.4 beschriebenen globalen Verfahren zur Anwendung.

3.3.3.3 Screening-Methoden

Screening-Methoden kommen in erster Linie zum Einsatz, wenn eine sehr hohe Zahl an potentiell bedeutsamen Variablen [223] auf ihre Relevanz untersucht und nach ihrem Einfluss auf das Sensitivitätsergebnis sortiert werden sollen [251, 217]. Quantitative Aussagen sind auf diese Weise nicht möglich [231, 223]. Allerdings sind vorgeschaltete Screenings, insbesondere bei sehr komplexen Modellfunktionen oder einer sehr großen Zahl an Einflussgrößen als Vorinformationen für eine anschließende Beurteilung sinnvoll, um die rechenintensive, quantitative Sensitivitätsanalyse auf die ggf. nur wenigen wichtigen Parameter zu beschränken [252, 223].

Gängige Methoden des Screenings sind One-At-A-Time Designs, abgekürzt OAT-Designs. Insbesondere die Methode von Morris erfreut sich großer Beliebtheit [223], obwohl eine Unterscheidung von Interaktionen und Nicht-Linearitäten durch dieses Verfahren nicht möglich ist [253]. Praktische Nachteile in der Implementierung des Morris-Screenings sind die vorab festzulegenden Screening-Parameter wie das Inkrement der Auswertepunkte [247] und deren Fehleranfälligkeit bei unzutreffend modellierten globalen Effekten [178]. Eine ausführliche Darstellung der mathematischen Hintergründe dieser Methodik und der Berechnungsalgorithmik für die Sensitivitätsmaße findet sich in der Erstveröffentlichung durch Max D. Morris in [254] sowie in [248, 223, 221]. Eine Weiterentwicklung des Verfahrens kann [255] entnommen werden.

In dieser Arbeit wird auf eine detaillierte Darstellung der Anwendung von Screening-Methoden verzichtet, da mit der ingenieurmäßigen Festlegung der betrachteten Variablen bereits eine Eingrenzung der zu untersuchenden Variablen verbunden ist und gänzlich unbedeutende Parameter bereits im Vorfeld ausgeschlossen werden. Zudem soll im Rahmen der entwickelten Methodik eine Quantifizierung der Einflüsse

durchgeführt werden, deren Nachprüfbarkeit und eindeutige Interpretierbarkeit gegeben ist.

3.3.4 Globale Sensitivitätsmaße

3.3.4.1 Allgemeines

Im Gegensatz zu den lokalen Methoden der Sensitivitätsanalyse beschränken sich globale Sensitivitätsmaße in ihrem Informationsgehalt nicht auf einen zuvor festgelegten Basispunkt $\boldsymbol{X} = \boldsymbol{X}^{(0)}$ [244], sondern behalten ihre Gültigkeit für den gesamten Definitionsbereich der Eingangsgrößen [229, 84, 251]. Methoden der globalen Sensitivitätsanalyse sind auch für nicht-monotone, nicht-lineare oder diskontinuierliche Modellfunktionen geeignet [256, 257, 217, 232]. Durch ihre Unabhängigkeit vom Modellverhalten eignen sich globale Sensitivitätsanalysen insbesondere bei unbekannter Beziehung zwischen den Ein- und Ausgangsgrößen wie bei Verwendung von Finite-Elemente-Modellen [253]. Die in Abschnitt 3.3.1 aufgeführten Kriterien für die Anforderungen an das Analyseverfahren werden von globalen Methoden allesamt erfüllt.

Globale Verfahren der Sensitivitätsanalyse basieren zumeist auf einer probabilistischen Systembetrachtung [257]. Hierbei werden in einer Monte-Carlo-Simulation Sensitivitätsmaße geschätzt [257, 217]. Der Ablauf von Sensitivitätsanalysen auf Basis großer Stichproben kann angelehnt an die Ausführungen in [223] in folgende Schritte eingeteilt werden:

Schritt 1: Festlegung der (skalaren) Zielfunktion(en) und Modellbildung

Schritt 2: Auswahl der zu berücksichtigenden Parameter

Schritt 3: Statistische Beschreibung der Streuungen in den Eingangsgrößen durch eine Wahrscheinlichkeits- oder Häufigkeitsverteilung

Schritt 4: Wahl einer Methode für die Sensitivitätsanalyse

Schritt 5: Generierung von Stichproben der Eingangsgrößen auf Basis von (Quasi-)Zufallszahlen

Schritt 6: Generierung der Ausgangsgrößen durch wiederholte (Finite-Elemente-)Simulation

Schritt 7: Anwendung der gewählten Algorithmik und Analyse der Sensitvitätsmaße; ggf. graphische Ausgabe

3.3.4.2 Sensitivitätsanalyse durch Scatterplots

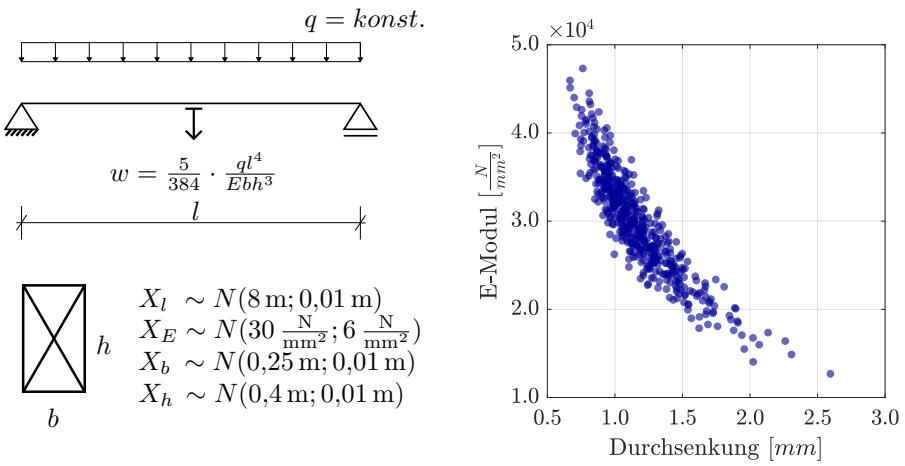
Eine sehr anschauliche Methode für den Vergleich von Sensitivitäten und der Darstellung von Abhängigkeiten zwischen Parameter ist die Erstellung von Streudiagrammen, auch Scatterplots genannt [223, 221].

Im Anschluss an das Ziehen von einzelnen Stichproben der korrelierten oder unkorrelierten Eingangsgrößen, bezeichnet mit $\boldsymbol{X}^p$ für die Stichprobe p und Berechnung des Funktionswertes der Ausgangsgröße Y^p werden für jede einzelne Eingangsgröße X_i Wertepaare (X_i^p, Y^p) gebildet und in der Horizontal- bzw. Vertikalachse aufgetragen [236, 223]. Alle nicht in den jeweiligen Diagrammen betrachteten Parameter streuen dabei zufällig. Die Abbildung 3.7 zeigt ein Beispiel für eine Sensitivitätsanalyse mittels eines Scatterplots. Maß für die Sensitivität dieser anschaulichen, jedoch sehr subjektiven Methodik ist die Identifizierbarkeit eines erkennbaren Zusammenhangs in den aufgetragenen Wertepaaren [221]. Erleichtert werden kann der Vergleich von Datensätzen verschiedener Plots durch Regressionskurven [252], durch dreidimensionale Histogramme oder durch multivariante Kerndichteschätzer [258].

Neben der Darstellung der Beziehung zwischen Eingangs- und Ausgangsgrößen lassen sich nach erfolgter Identifikation auch die Abhängigkeiten zwischen den gesampleten Parametern untereinander darstellen. Dies findet insbesondere für die Auswertung der Ergebnisse der Simulationen durch die MCMC-Methode in Abschnitt 4.7 dieser Arbeit Verwendung. In diesem Fall werden verschiedene Eingangsgrößen i, j als Wertepaare (X_i^p, X_j^p) aufgetragen, um Korrelationen erkennen zu können.

Auf eine ausführliche Erläuterung weiterer Verfahren wie der Erstellung von Matrix-Streudiagrammen oder der Überlagerung mehrerer Plots wird zur textlichen Straffung mit Verweis auf [236, 259, 239, 260, 261, 262] verzichtet.

Vorteile der graphischen Auswertung durch Streudiagramme sind der große Informationsgehalt durch Beibehaltung und Darstellung sämtlicher Wertepaare (X_i^p, Y^p) [221], die intuitive Interpretierbarkeit [243]



(a) (b)

Abbildung 3.7: (a) Schematische Darstellung des Beispiels zur Sensitivitätsanalyse durch Scatterplots sowie die verwendeten Eingangsgrößen und (b) Streudiagramm für den Zusammenhang zwischen dem E-Modul E und der Durchsenkung w

und des Weiteren die globale Aussagekraft zur Bedeutung von Parametern, deren gegenseitige Interaktion und Aufschluss über Nicht-Linearitäten in der Modellfunktion [243, 237, 237]. Die Verwendung von Verfahren der Varianzreduktion kann zudem eine gleichmäßige Verteilung der Stichproben X_i^p im Parameterraum bewirken und dadurch die Aussagekraft und Interpretierbarkeit erhöhen [236]. Auf Grund der rein qualitativen Bewertung und des subjektiven Charakters dieses Verfahrens dienen Streudiagramme innerhalb dieser Arbeit ausschließlich zur Veranschaulichung der teils komplexen Zusammenhänge zwischen Parameterwerten und Systemreaktionen bzw. der Illustration der Korrelationen zwischen Parametern.

3.3.4.3 Varianzbasierte Verfahren

Im Unterschied zu Streudiagrammen ermöglichen es varianzbasierte Methoden, sowohl eindeutige als auch quantitative Maße für den Einfluss von Variablen anzugeben. Zur Quantifizierung der Streuungen in den Ausgangsgrößen wird hierfür die Varianz, d.h. das Moment 2.Ordnung herangezogen[4]. Die Unterstellung der Varianz als geeignetes Maß der Unsicherheit kann nach [226] für alle Ergebnisverteilungen mit mäßiger Schiefe als zutreffend angenommen werden[5].

In Einklang mit der in Abschnitt 4.3.1 getroffenen Annahme und der Empfehlung aus [223, 226] wird in den folgenden Ausführungen weiterhin von unabhängigem Input als Voraussetzung für die Eindeutigkeit der Varianzzerlegung ausgegangen. Bei vorhandenen Korrelationen zwischen den Einflussgrößen wäre kein eindeutiger Bezug zwischen der Modellstruktur und den Varianzen mehr herzustellen. Da dieser Fall im Folgenden nicht betrachtet wird, soll für die Interpretation von Sensitivitätsmaßen für korrelierte Eingangsgrößen auf [223, 265, 266, 267, 268] verwiesen werden.

Ausgangspunkt der varianzbasierten Verfahren ist eine in [269] erstmals implizit verwendete und in [270] detailliert beschriebene Zerlegung der Modellfunktion $f(X_1,\ X_2, \cdots, X_d)$ in 2^d Teilterme aufsteigender Dimensionalität gemäß Gleichung 3.29 [244], die als High-Dimensional-Model-Representation (HDMR) bezeichnet wird [221].

$$f(\boldsymbol{X}) = f_0 + \sum_{i=1}^{d} f_i(X_i) + \sum_{1 \le i < j \le d} f_{i,j}(X_i, X_j) + \cdots + f_{1,2,\cdots,d}(X_1,\ X_2, \cdots, X_d) \tag{3.29}$$

[4] Alternative Bewertungsmaßstäbe werden in [263] oder [264] vorgeschlagen, finden in der praktischen Anwendung der Sensitivitätsanalyse jedoch selten Anwendung. Gründe hierfür sind beispielsweise inhärente Schwachstellen in der Interpretierbarkeit der gewonnenen Maße [223] oder eine geringe numerische Robustheit der Algorithmen gegen Ausreißer [243].

[5] Die Richtigkeit dieser Annahme für die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen kann beispielhaft in den Histogrammen aus Abschnitt 4.6 nachvollzogen werden.

In den folgenden Ausführungen wird eine Gleichverteilung der Eingangsgrößen $\boldsymbol{X}$ mit Definitionsbereich in Form eines d-dimensionalen Einheitshyperkubus Ω^d gemäß der Definition in 3.30 herangezogen. Diese Annahme stellt für die Übertragung auf andere Verteilungsfunktionen der Eingangsgrößen keine Einschränkung dar, weil jede beliebige Wahrscheinlichkeitsfunktion in den Einheitsraum transformiert werden kann [266, 271].

$$\Omega^d = (\boldsymbol{X} |\ 0 \leq X_i \leq 1; i = 1, \cdots, d) \tag{3.30}$$

Unter der Voraussetzung der Gültigkeit der Bedingung aus Gleichung 3.31 für jeden der Teilterme aus Gleichung 3.29 wird diese Repräsentation als ANOVA-Dekomposition bezeichnet [244]. Zuweilen findet sich auch die Bezeichnung FANOVA um auf den funktionalen Charakter der Zerlegung hinzuweisen und gegenüber der klassischen ANOVA, wie sie in der statistischen Versuchsplanung praktiziert wird, abzugrenzen. Bei Erfüllung der Forderung aus Gleichung 3.31, wonach sich für jeden Summanden des Integrals über jeder beliebigen darin enthaltenen Variablen zu Null ergeben muss, wird in [272] die Eindeutigkeit der Dekomposition und die paarweise Orthogonalität der Teilterme für unabhängigen Input bewiesen.

$$\int_0^1 f_{i_1,\cdots,i_s}(X_{i_1}, X_{i_s})\, dX_{i_k} = 0 \text{ für } 1 \leq k \leq s \tag{3.31}$$

Als Konsequenz der Forderung aus Gleichung 3.31 ergibt sich f_0 als Konstante, welche sich als Integral von $f(\boldsymbol{X})$ über den gesamten Definitionsbereich interpretieren lässt. Diese wird in Ausdruck 3.32 berechnet. Alle weiteren Teilterme können durch die Auswertung multidimensionaler Integrale gewonnen werden. Diese sind für die Terme erster und zweiter Ordnung in den Ausdrücken 3.33 und 3.34 beispielhaft aufgeführt.

$$f_0 = \int_{\Omega^d} f(\boldsymbol{X})\, d\boldsymbol{X} \tag{3.32}$$

$$f_i(X_i) = \int_0^1 \cdots \int_0^1 f(\boldsymbol{X}) \prod_{k \neq i} dX_k - f_0 \tag{3.33}$$

$$f_{i,j}(X_i, X_j) = \int_0^1 \cdots \int_0^1 f(\boldsymbol{X}) \prod_{k \neq i,j} dX_k - f_0 - f_i(X_i) - f_j(X_j) \tag{3.34}$$

Unter der Voraussetzung der quadratischen Integrierbarkeit[6] von $f(\boldsymbol{X})$ [244, 272] und unter Verwendung des Satzes der Totalen Varianz aus 3.35, angewendet auf jeden der Teilterme aus Gleichung 3.29 für $1 \leq i_1 < i_s \leq d$ bzw. auf die Funktion $f(\boldsymbol{X})$, lassen sich Momente 2.Ordnung mit Hilfe des Ausdrucks in 3.36 berechnen [239]. Diese stellen das Mittel der Quadrate der jeweiligen Terme aus Gleichung 3.29 dar [273].

$$V(f(\boldsymbol{X})) = \int_{\Omega^d} f^2(\boldsymbol{X})\, d\boldsymbol{X} - f_0^2 \tag{3.35}$$

$$V_{i_1,\cdots,i_s} = \int_0^1 \cdots \int_0^1 f^2_{i_1,\cdots,i_s}(X_{i_1}, \cdots, X_{i_s})\, dX_{i_1}, \cdots, dX_{i_s} \tag{3.36}$$

Die Anwendung dieser Vorgehensweise auf alle in Gleichung 3.29 enthaltenen Terme zeigt, dass sich die Varianz von $f(\boldsymbol{X})$ ebenso wie die eigentliche Funktion $f(\boldsymbol{X})$ in Bestandteile zerlegen lässt, die den einzelnen Eingangsgrößen zugeordnet werden können [239]. Die Beziehung in 3.37 gibt diesen Zusammenhang wieder.

$$V(f(\boldsymbol{X})) = \sum_{i=1}^{d} V_i + \sum_{1 \leq i < j \leq d} V_{i,j} + \cdots + V_{1,2,\cdots,d} \tag{3.37}$$

[6] Die quadratische Integrierbarkeit kann insbesondere immer dann unterstellt werden, wenn die Stetigkeit von $f(\boldsymbol{X})$ bestätigt werden kann [206]

Die Komponenten aus der Beziehung in 3.37 lassen sich jeweils als Summen von Varianzen bedingter Erwartungswerte deuten und sind für die Terme erster, zweiter und dritter Ordnung in den Ausdrücken 3.38, 3.39 und 3.40 gegeben.

$$V_i = V_{X_i}(E_{\sim X_i}(Y|X_i)) \tag{3.38}$$

$$V_{i,j} = V_{X_{i,j}}(E_{\sim X_{i,j}}(Y|X_i, X_j)) - V_i - V_j \tag{3.39}$$

$$V_{i,j,k} = V_{X_{i,j,k}}(E_{\sim X_{i,j,k}}(Y|X_i, X_j, X_k)) - V_i - V_j - V_k - V_{i,j} - V_{i,k} - V_{j,k} \tag{3.40}$$

Als normiertes Sensitivitätsmaß für die Auswirkungen jedes einzelnen Teilsummanden aus Gleichung 3.29 wird in [272] der Quotient aus den Varianzen der jeweiligen Summanden und der Varianz von $f(\boldsymbol{X})$ angegeben. Die Berechnungsvorschrift für jeden der Anteile ist in Ausdruck 3.41 und die daraus resultierende Umformung der Beziehung 3.37 als Summe der als „Sobol-Indizes“ bezeichneten Sensitivitätsmaße ist in Gleichung 3.42 angegeben.

$$S_{i_1,\cdots,i_s} = \frac{V_{i_1,\cdots,i_s}}{V} \tag{3.41}$$

$$1 = \sum_{i=1}^{d} S_i + \sum_{1 \le i < j \le d} S_{i,j} + \cdots + S_{1,2,\cdots,d} \tag{3.42}$$

Die Indizes $S_{i,j}$ bis $S_{1,2,\cdots,d}$ spiegeln Terme höherer Ordnung wider und bilden Wechselwirkungseffekte ab. Durch die Addition an die Summanden S_i werden Anteile an der Gesamtvarianz berücksichtigt, die sich nicht aus der alleinigen Variation einzelner Variablen X_i erklären lassen [239]. Diese können jedoch für das Systemverhalten mitunter bedeutender sein als die Haupteffekte S_i [274]. Insgesamt ergeben sich für Modelle mit d Variablen insgesamt $2^d - 1$ Teilterme [272, 229, 223]. Die exponentielle Abhängigkeit der Komplexität mit der Dimensionalität des Modells wird in [275] zur Verdeutlichung der Problematik als „Curse of Dimensionality “ bezeichnet.

Da sich für komplexere oder nicht in Form einer Gleichung vorliegende Modelle eine explizitere Berechnung jeder der Sensitivitätskoeffizienten ausschließt [229, 223], werden in [272] und [229] Sensitivitätsmaße beschrieben, welche die Haupt- und Gesamteffekte der Variation von Eingangsgrößen auf das Berechnungsergebnis ausdrücken. Das Sensitivitätsmaß 1.Ordnung, das mit S_i bezeichnet und gemäß Ausdruck 3.43 berechnet wird, beschreibt denjenigen Varianzanteil, der ermittelt werden würde, wenn alle Variablen mit Ausnahme von X_i gemittelt wären [221], was mit $E_{X_{\sim i}}(Y|X_i)$ angezeigt wird. Die Beträge von S_i können dabei zwischen 0 und 1 liegen [221]. Insbesondere für die Priorisierung von Parametern spielt dieses Maß eine besondere Rolle, da hieran abgelesen werden kann, welcher Parameter zu untersuchen ist, um die Varianz des Ergebnisses bestmöglich zu reduzieren [221]. In [62] wird zudem anhand eines realen technischen Systems gezeigt, dass der Sensitivitätsindex 1.Ordnung ein Indikator für die Identifizierbarkeit sein kann.

Für rein additive Modellfunktionen lassen sich die Sensitivitäten allein durch Sensitivitätsindizes 1.Ordnung beschreiben. Die Addition der Sensitivitätsindizes 1.Ordnung für alle Variablen ergibt sich in diesem Fall zu 1 [221].

$$S_i = \frac{V_{X_i}\left[E_{X_{\sim i}}(Y|X_i)\right]}{V(Y)} \tag{3.43}$$

Da sich neben reinen Haupteffekten auch Varianzanteile aus Interaktionen ergeben können, wird in [229] ein Maß eingeführt, welches alle von einer bestimmten Variablen X_i abhängigen Teilterme der Gleichung 3.29 enthält [239, 253]. Insbesondere für den in dieser Arbeit vorrangig betrachteten Fall der Festsetzung von Parametern (Fixing) ist dieses Maß von großer Bedeutung [221, 238] und reduziert den Rechenaufwand im Vergleich zur Ermittlung aller Sensitivitätsindizes aus der Gleichung 3.42 [178]. Mathematischer Hintergrund der Herleitung des „Totalen Sensitivitätsindexes“ ist die Aufspaltung des Parameterraums in einen Sub-Raum für die gesuchte Variable X_i und einen Sub-Raum $X_{\sim i}$, in dem alle Variablen außer X_i enthalten sind [229]. Folglich kann der Totale Sensitivitätsindex berechnet werden als Differenz zwischen 1 und denjenigen Anteilen aus Gleichung 3.42, die die gesuchte Variable X_i nicht enthalten. Entsprechend lässt sich der Totale Sensitivitätsindex interpretieren als die Varianzreduktion für den Fall, dass X_i in seinem Betrag bekannt und fixiert wäre [223]. Die Berechnungsvorschrift des Totalen Sensitivitätsindexes S_{Ti}

ist in Ausdruck 3.44 gegeben [223].

$$S_{Ti} = 1 - \frac{V_{X_{\sim i}}\left(E_{X_i}(Y|X_{X_{\sim i}})\right)}{V(Y)} \tag{3.44}$$

Durch die Mehrfachberücksichtigung von Interaktionstermen für die Berechnung des Totalen Sensitivitätsindexes S_{Ti} ergibt sich für nicht-additive Modellfunktionen die Summe der Indizes über alle Variablen X_i größer als 1 [228]. Der Vergleich der Sensitivitätsmaße S_i und S_{Ti} gibt Aufschluss über nicht-additive Anteile in der Modellfunktion [276]. Im Rahmen einer der Systemidentifikation vorgeschalteten Parameterselektion lassen sich durch den Vergleich dieser Sensitivitätsmaße insbesondere solche Parameter erkennen, die erst durch Ihre Interaktion mit anderen Parametern großen Anteil an der Unsicherheit im Modell haben und somit nicht als konstant angesetzt werden sollten [186].

Alternativ zur Berechnung von Sensitivitätsindizes durch multidimensionale Integration nehmen spektrale Verfahren wie FAST oder EASI die Sensititvitätsanalyse im Frequenzraum vor. In der von Cukier in [277, 278, 279] beschriebenen FAST-Methode für die Ermittlung von Sobol-Indizes 1.Ordnung und durch Saltelli in [251] um Totale Sensitivitätskoeffizienten erweiterte (e)FAST-Methode wird der Parameterraum entlang einer Suchkurve analysiert und den einzelnen Parametern deterministische Frequenzen zugeordnet [251]. Die Sensitivitäten werden anschließend anhand der jeweiligen Amplituden im Frequenzspektrum bewertet [251]. Erweiterungen wie der EASI-Algorithmus aus [280] ermöglichen Effizienzsteigerungen in der Ermittlung von Sensitivitäten. Zwar gelten spektrale Verfahren als recheneffizient [84, 243, 251], jedoch wird innerhalb dieser Arbeit die in Abschnitt 3.3.4.5 vorgestellte Algorithmik zur Monte-Carlo-Integration verwendet. Hierdurch können in der baupraktischen Adaption mit dem Algorithmus einhergehende Fragestellungen zur Frequenzzuordnung oder zur Wahl der Transformationsfunktion umgangen werden. Eine Darstellung zu den mathematischen Hintergründen und zur Wahl der Berechnungsalgorithmik der (e)FAST-Methodik sind in [177, 84, 279] zu finden.

3.3.4.4 Genauigkeitsabschätzung

Eine Abschätzung der Genauigkeit der Sensitivitätsaussage kann sowohl über den von Sobol in [272] oder [244] vorgeschlagenen analytisch abgeleiteten Wahrscheinlichen Fehler erfolgen oder, wie in [249] beschrieben, durch Bootstrapping. Da die in Abschnitt 3.2.2 bereits beschriebenen Verfahren des Bootstrapping auch für die Ermittlung der Genauigkeit von Sensitivitätsmaßen nach [249, 231] als überlegen anzusehen sind, wird für die Ableitung von Konfidenzintervallen auf diese Methode zurückgegriffen. Die Stichprobengröße des Bootstraps zur Ermittlung von Sensitivitätsindizes wird in der Literatur kontrovers diskutiert, zumal nach [226] auch Abhängigkeiten zum Varianzbeitrag der einzelnen Parameter bestehen. In [249] wird eine Zahl von $B = 10\,000$ Replikaten für die dort untersuchten Sensitivitäten angegeben. Für praktische Zwecke wird die Wahl von 1000 bis 2000 Resamples als ausreichend betrachtet. In [251] wird eine Mindestzahl von 100 Resamples gefordert. In den Untersuchungen aus [231] werden 1000 Replikate verwendet.

3.3.4.5 Implementierung der Varianzanalyse nach Sobol

Für die numerische Ermittlung der Sensitivitätsmaße S_i und S_{Ti} kann auf ein erstmals in [257] beschriebenes Verfahren zurückgegriffen werden. Anders als bei einer numerischen Integration der Gleichungen 3.43 und 3.44 werden für eine Stichprobe von N Samples mit jeweils d Parametern nicht N^2, sondern lediglich $N \cdot (d + 2)$ Modellantworten ermittelt [221].

Für die Berechnung der Sensitivitätsmaße kann nach [221] für orthogonale Eingangsgrößen nach folgendem Schema vorgegangen werden:

- **Erzeugung einer Matrix C und zweier abgeleiteter Sample-Matrizen A und B**
  Es wird eine Sample-Matrix C mit einer Anzahl von N Zeilen und $2 \cdot d$ Spalten erzeugt. Für das Sampling haben sich in der Praxis quasi-zufällige Sequenzen wie diejenigen nach Sobol bewährt [229, 281]. In einigen Fällen wird auch auf Latin-Hypercube-Sampling zurückgegriffen [177]. So beispielsweise in [282] oder [283]. Beide Verfahren der Erzeugung von Zufallszahlen werden in Anhang B.4 anschaulich dargestellt. Ein Vergleich in Bezug auf die Konvergenz der Sensitivitätsmaße und Empfehlungen für deren Einsatz kann [284] entnommen werden.
  Des Weiteren wird die Matrix C gemäß den Ausdrücken in 3.45 in zwei Matrizen aufgespalten. Die ersten d Spalten der Matrix C werden der Matrix A zugeordnet, die zweite Hälfte als Matrix B. Gegebenenfalls findet im Anschluss für beide Matrizen die Transformation der Spalten gemäß der Verteilungsfunktion der Basisvariablen statt. In dieser Arbeit wird hierfür die in Anhang B.3.2 beschriebene Inversionsmethode verwendet.
  Die notwendige Anzahl N der für jede der Matrizen zu erzeugenden Samples $\boldsymbol{X}_i$ hängt von der Qualität der Generierung der Zufallszahlen und den Genauigkeitsanforderungen an die Sensitivitätsschätzung ab. Die Festlegung beruht häufig auf Erfahrungswerten [231]. In [62] wird beispielsweise eine Zahl von N = 500 bis 1000 Samples je Variable vorgeschlagen. Dieser Bereich wird in der beispielhaften Untersuchung aus [231] für das Ranking von Totalen Sensitivitätsindizes als ausreichend angesehen, eine eindeutige Konvergenz aber erst bei 3000 Replikaten je Parameter beobachtet [231]. Eine aufgabenspezifische Untersuchung wird in Anhang D für die Versuchsbrücke Traunwalchen durchgeführt.

$$C = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1d} & \cdots & b_{11} & \cdots & b_{1i} & \cdots & b_{1d} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{21} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2d} & \cdots & b_{21} & \cdots & b_{2i} & \cdots & b_{2d} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{N1} & \cdots & a_{Ni} & \cdots & a_{Nd} & \cdots & b_{N1} & \cdots & b_{Ni} & \cdots & b_{Nd} \end{bmatrix} \tag{3.45}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1d} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{21} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2d} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{N1} & \cdots & a_{Ni} & \cdots & a_{Nd} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1i} & \cdots & b_{1d} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ b_{21} & \cdots & b_{2i} & \cdots & b_{2d} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ b_{N1} & \cdots & b_{Ni} & \cdots & b_{Nd} \end{bmatrix}$$

- **Erzeugung von k zusätzlichen Matrizen $A_B^{(i)}$ durch Substitution**
  Für jeden zu untersuchenden Parameter wird aus den Matrizen A und B eine weitere Matrix $A_B^{(i)}$ abgeleitet. Mit i wird jeweils die Spaltennummer der Matrizen bezeichnet und kann jeweils dem i-ten Parameter in $\boldsymbol{X}$ zugeordnet werden. Für die Generierung von $A_B^{(i)}$ wird jeweils die i-te Spalte aus A durch die i-te Spalte aus B ersetzt, wodurch sich Matrizen nach Ausdruck 3.46 ergeben[7].

$$A_B^{(i)} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & b_{1i} & \cdots & a_{1d} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{21} & \cdots & b_{2i} & \cdots & a_{2d} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{N1} & \cdots & b_{Ni} & \cdots & a_{Nd} \end{bmatrix} \tag{3.46}$$

[7] Für Abwandlungen des hier beschriebenen Berechnungsalgorithmus bzw. für die Verwendung bestimmter Schätzfunktionen aus Anhang D wie denjenigen aus [221, 283] kann auch die Erzeugung von Matrizen $B_A^{(i)}$ erforderlich werden, welche analog zu erzeugen sind. Die Verwendung des alternativen Triplets kann insbesondere bei sukzessiv erstellten Zufallszahlen Unterschiede im Konvergenzverhalten bewirken [285].

- **Modellberechnung für jedes der Samples aus A, B und $y(A_B^{(1)})$ bis $y(A_B^{(d)})$**
  Für jeden der zu erzeugenden Sätze an Eingangsgrößen wird das Simulationsergebnis ermittelt, woraus sich die Matrizen $y(A),\ y(B)$ und $y(A_B^{(1)}), \cdots, y(A_B^{(i)}), \cdots, y(A_B^{(d)})$ ergeben.

- **Sensitivitätsschätzung**
  Aus dem Simulationsergebnis des vorhergegangenen Schritts können die Sensitivitätsmaße S_i nach Ausdruck 3.43 und S_{Ti} nach 3.44 ermittelt werden. In der Literatur wird eine Vielzahl von Schätzfunktionen vorgeschlagen, von denen eine Auswahl in Anhang D vorgestellt wird. Eingehendere Vergleiche zwischen den verschiedenen Schätzfunktionen finden sich beispielsweise in [286, 287, 281, 288, 240, 285], beziehen sich jedoch meist auf Testfunktionen, welche nicht zwingend auf ingenieurtechnische Fragestellungen an realen Systemen übertragbar sind. Als Grund hierfür werden in [289] die Abhängigkeiten zur Größe des Parameterraums und der Art der Modellfunktion angeführt. Ein in Anhang D vorgestellter Vergleich der Schätzungen anhand der Sensitivitätsanalyse für die Versuchsbrücke Traunwalchen ergab, dass die Schätzer nach Jansen aus [290] für S_i und nach Janon aus [291] für S_{Ti} für die Aufgabenstellung am besten geeignet sind.

- **Konvergenzabschätzung durch Bootstrapping**
  Als Large-Sample-Technik hängt die Genauigkeit der Bestimmung der Sensitivitätsschätzung entscheidend von der Anzahl der verwendeten Stichproben ab. Wie in [249] beschrieben, kann die Genauigkeitsermittlung der berechneten Sensitivitätsmaße durch Bootstrapping erfolgen. Gegenüber der Ermittlung von Konfidenzintervallen auf Basis des zentralen Grenzwertsatzes hat sich dieses Verfahren der statistischen Datenanalyse als überlegen erwiesen. Dies wird auch in [231] gezeigt. Dabei werden die Vektoren $f(A),\ f(B)$ und $f(A_B^{(i)})$ geresampled und die Schätzfunktion einer statistischen Analyse analog zu Abschnitt 3.2.2 unterzogen.

3.4 Methoden der Systemidentifikation

3.4.1 Allgemeines

Anders als in der Vorwärts-Unsicherheitsanalyse aus Abschnitt 3.2, in der aus vorgegebenen Parameterverteilungen Wahrscheinlichkeiten für den Modell-Output berechnet werden, wird in der Rückwärts-Unsicherheitsquantifizierung bzw. Kalibrierung bei vorhandenen Unsicherheiten im gemessenen Output auf die Parameter des Modells geschlossen [292, 293].

Den verschiedenen Verfahren der Rückwärtsanalyse gemeinsam ist dabei ein Abgleich eines Rechenmodells mit gemessenen Daten, um im Rahmen eines inversen Prozesses eine optimale Anpassung zu erzielen [294, 20]. Da innerhalb dieser Arbeit nur eine Auswahl an Lösungsstrategien für inverse Probleme vorgestellt werden kann, wird für eine vertiefte Darstellung auf [295, 113, 296, 218, 297, 298] verwiesen. Eine Entscheidungshilfe zur Wahl der Updating-Methodik anhand von Schaubildern wird in [6] gegeben.

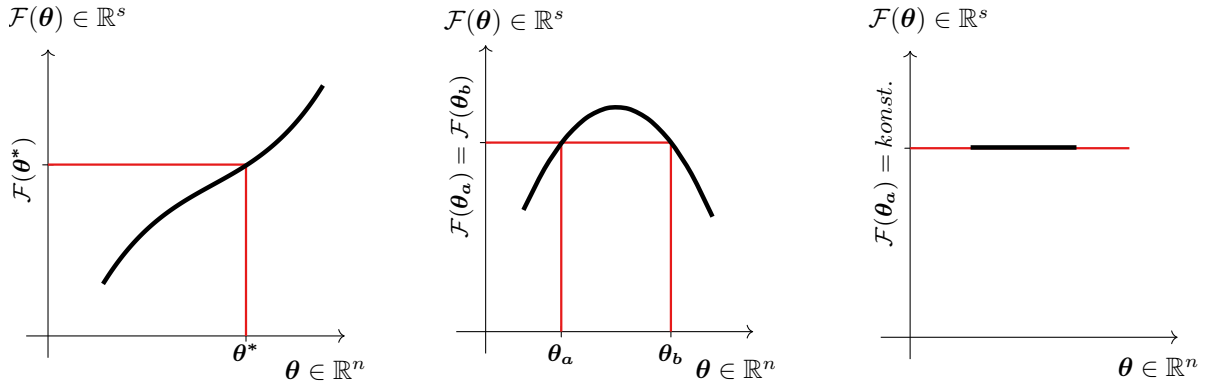
Herausforderung bei der Rückwärts-Unsicherheitsquantifizierung von Finite-Elemente-Modellen mit Hilfe unsicherer Beobachtungen ist neben der häufig großen zu verarbeitenden Datenmenge [292], den oft aufwändigen Modellberechnungen [299, 300] und der teils hohen Dimensionalität des Parametervektors [292] auch die Uneindeutigkeit des gefitteten Modells [299].

In Abhängigkeit der verwendeten Messgrößen und des Verfahrens zur Parameteridentifikation kommt die Identifizierbarkeit von Parametern als Problemstellung hinzu [60, 62]. Eine Betrachtung der Fragestellung veranschaulicht Abbildung 3.8. Identifizierbarkeit im deterministischen Sinne liegt genau dann vor, wenn für einen gegebenen Output höchstens eine Parameterkonstellation verantwortlich sein kann, d.h es gilt: $\boldsymbol{\theta}_1 \neq \boldsymbol{\theta}_2 \implies \mathcal{F}(\boldsymbol{\theta}_1) \neq \mathcal{F}(\boldsymbol{\theta}_2)$ [178]. Andernfalls wird von Nicht-Identifizierbarkeit gesprochen. Solche Parameter, die das Ergebnis der Modellfunktion nicht beeinflussen, werden als unbedeutend bezeichnet [178]. Sofern Parameter unbedeutend für die gemessenen Beobachtungen sind, sind diese auch nicht identifizierbar [178]. Für den Fall der stochastischen Modellierung von Daten und Parametern ist der Begriff der Identifizierbarkeit weiter zu fassen, da keine Existenz einer idealen Parameterkonstellation vorausgesetzt wird. Insbesondere den Einträgen in der Kovarianzmatrix des Posteriors können Maße für die Identifizierbarkeit von Parametern entnommen werden [192, 301]. Dementsprechend wird von guter Identifizierbarkeit gesprochen, wenn sich geringe Varianzen der Parameterverteilungen ergeben und die identifizierten Parameter nur in geringem Maß korreliert sind[8]. Sofern zwei oder mehrere Variablen stark miteinander korrelieren, spricht man von Kollinearität bzw. Multikollinearität [304, 305]. Dieses häufig beschriebene Problem führt zur Nicht-Indentifizierbarkeit, da die Datengrundlage der Parameterbestimmung keine ausreichende Information über den unabhängigen Effekt der einzelnen Parameter enthält [306, 307]. Die Ergebnisse der Identifikation sind dann nicht mehr physikalisch interpretierbar, eine Anpassung des Modells an die Daten ist aber weiterhin möglich [304]. Häufig ist das Auftreten der Multikollinearität mit inkonsistenten Vorzeichen verbunden [304]. Der Erfolg der Identifikation auf Grundlage des Bayes'schen Satzes hängt demnach neben der Wahl der Parameter auch vom Informationsgehalt der verwendeten Systemantworten ab [308, 6]. Die in Abschnitt 4.3.2 näher betrachteten und in Anhang C für die durchgeführten Versuche ermittelten Messunsicherheiten haben dabei ebenso wie der Ort der Messung und die Versuchsanordnung Einfluss auf die Identifizierbarkeit von Systemen [308]. Die Identifizierbarkeit von Parametern lässt sich in vielen Anwendungen durch die Verwendung von Multi-Response-Ansätzen verbessern [309, 192]. Hierbei werden mehrere Antwortgrößen mit jeweils unterschiedlichem Informationsgehalt zur Identifikation herangezogen [192, 308, 309].

Der Literatur zur Identifikation von Steifigkeiten an baulichen Strukturen können folgende Erfahrungen entnommen werden:

- Die Analyse der Identifizierbarkeit ist unverzichtbarer Teil der Versuchsplanung [62].
- Es sollten physikalisch interpretierbare Parameter mit großer Sensitivität zur Systemreaktion gewählt werden [41, 62].
- Eine Überparametrisierung von Modellen sollte vermieden und die Anzahl der Messwerte (erheblich) größer gewählt werden als die Zahl der zu identifizierenden Parameter [41, 128, 301].
- Der Informationsgehalt in den Messungen kann durch die Berücksichtigung unterschiedlicher Lastfälle erhöht werden [308].

[8] Für abweichende Definitionen des Begriffs „Identifizierbarkeit“ wird auf [60, 302, 303] verwiesen.



(a) (b) (c)

Abbildung 3.8: (a) identifizierbare, (b) nicht-identifizierbare und (c) unbedeutende Parameter, nach [178]

3.4.2 Schlecht-Gestelltheit inverser Probleme

Die in Abschnitt 3.1 eingeführte Rekonstruktion von Modellparametern aus indirekten, unsicherheitsbehafteten Beobachtungen stellt typischerweise ein schlecht gestelltes Problem im Sinne der Definition von Hadamard [310] dar. Die dort aufgeführten Bedingungen von Existenz, Eindeutigkeit und Stetigkeit der inversen Abbildung werden im Allgemeinen verletzt [182, 293, 113, 76, 98, 311]. Durch die häufig große Sensitivität der Lösung gegenüber unsicheren Messdaten führen bereits kleine Abweichungen vom Wahren Wert der gemessenen Größen zu erheblichen Fehlinterpretationen in der Parameterschätzung [292, 182, 312, 181]. Zudem zeigt sich häufig eine Uneindeutigkeit der Lösung [313]. Durch die Eigenschaft der Parameteridentifikation als zumeist schlecht gestelltes Problem ist die Einführung von Zusatzinformationen notwendig, auf die in Abschnitt 3.4.4 gesondert eingegangen wird.

3.4.3 Punktschätzungen

3.4.3.1 l_p-Normen

Für den Fall von mit Messunsicherheiten behafteten Daten ist es häufig notwendig, das eigentliche Identifkationsproblem in ein Ausgleichsproblem umzuwandeln. Die Minimierung der Verlustfunktion $||\boldsymbol{Y} - \widetilde{\boldsymbol{Y}}||_p$ ist dabei eines der gängigsten Verfahren, um Schätzwerte für die unbekannten Parameter zu bestimmen [313].

Die Differenzen zwischen den Ausgangsgrößen $\boldsymbol{Y} = \mathcal{F}(\boldsymbol{\theta})$ und dem Vektor der beobachteten Daten $\widetilde{\boldsymbol{Y}} = \{\widetilde{y}_1, \cdots, \widetilde{y}_j, \cdots, \widetilde{y}_n\}$ werden dabei einer Norm unterzogen. Diese Abbildung wird mit $|| \cdot ||_p$ notiert. Die allgemeine Form einer mittels der Faktoren $\omega_j \geq 0$ mit $j \in \{1, \cdots, n\}$ gewichteten Norm ist in Gleichung 3.47 für $1 \leq p < \infty$ dargestellt [183].

$$||\boldsymbol{Y} - \widetilde{\boldsymbol{Y}}||_p = \left(\sum_{j=1}^{n} \omega_j \, |Y_j - \widetilde{Y}_j|^p \right)^{\frac{1}{p}} \tag{3.47}$$

Für $p \to \infty$ ergibt sich abweichend zu Gleichung 3.47 die Definition in 3.48, die so genannte Maximumsnorm [183].

$$||\boldsymbol{Y} - \widetilde{\boldsymbol{Y}}||_\infty = \max_j \, \omega_j |Y_j - \widetilde{Y}_j| \tag{3.48}$$

Die Lösung des inversen Problems wird dabei in der Minimierung der Zielfunktion aus 3.47 bzw. 3.48 gesucht. Diese Minimierung lässt sich gemäß dem Ausdruck 3.49 darstellen.

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \underset{\boldsymbol{\theta}}{argmin} ||\boldsymbol{Y} - \widetilde{\boldsymbol{Y}}||_p \tag{3.49}$$

Spezialfall für das Argument des Minimums für eine l_p-Norm ist die l_1- bzw. Summennorm, auch Betragsmaximum genannt. Insbesondere bei vorhandenen Ausreißern in den Daten ergeben sich durch diese Wahl vorteilhafte Eigenschaften im Hinblick auf die Robustheit der Schätzung [183, 314]. Weit verbreitet

in der Parameterbestimmung ist die Verwendung der Euklidischen Norm bzw. l_2-Norm. Diese bildet die Grundlage der Methode der gewöhnlichen kleinsten Quadrate, auch Least-Squares-Verfahren genannt. Nachteil dieser Methode ist deren häufig geringe Robustheit [315, 183].

Für ein lineares Modell $\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{r}$ mit $\boldsymbol{r} \sim N(\mathbf{0}; \boldsymbol{\Sigma})$ ergibt sich die Kovarianzmatrix des Schätzers $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ nach der Beziehung in 3.50 [316, 304]. Hierbei ist $\boldsymbol{A}$ die Koeffizientenmatrix des Gleichungssystems und $\boldsymbol{\Sigma} = I \cdot \boldsymbol{\sigma}$ die Kovarianzmatrix der Residuen $\boldsymbol{r}$. Der Term $\boldsymbol{A}^T \cdot \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \cdot \boldsymbol{X}$ stellt dabei die so genannte Fisher-Informationsmatrix $I(\boldsymbol{\theta})$ dar. Die Determinante dieser Matrix $det(I(\boldsymbol{\theta})) = \frac{1}{det(Cov(\boldsymbol{\theta}))}$ kann als Maß für den Informationsgehalt der Verteilung verwendet werden. Besondere Bedeutung hat diese Beziehung in der statistischen Versuchsplanung, da sich hieraus Versuchskonzepte entwickeln lassen, die eine besonders effiziente Parameterschätzung bei gegebener Anzahl an (verschiedenartigen) Versuchen möglich machen [84]. Häufig wird hierzu das in [317] erstmals vorgestellte D-optimale Design genutzt. Hierbei wird dasjenige Versuchskonzept bevorzugt, das den mit dem Ergebnis verbundenen Informationsgehalt maximiert und somit die Determinante der Kovarianzmatrix $Cov(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ aus Ausdruck 3.51 minimiert [316]. Dieses Kriterium ist gleichbedeutend mit der Maximierung der differentiellen Shannon-Information. Die Definition des in [318] für den Fall kontinuierlicher Wahrscheinlichkeitsfunktionen eingeführten Maßes wird in der Beziehung aus 3.52 anhand der Dichtefunktion $p(\boldsymbol{\theta})$ der Zufallsvariablen Θ mit Träger $\mathcal{T}$ wiedergegeben [319]. Hierdurch lassen sich gegebene Dichten von Wahrscheinlichkeitsfunktionen in ihrem Informationsgehalt miteinander vergleichen [320]. Durch die Verwendung des Natürlichen Logarithmus ist die Einheit der Entropie aus der Beziehung in 3.52 mit „nat“ bezeichnet.

$$Cov(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = (\boldsymbol{A}^T \cdot \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \cdot \boldsymbol{A})^{-1} \tag{3.50}$$

$$det(Cov(\hat{\boldsymbol{\theta}})) = det((\boldsymbol{A}^T \cdot \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \cdot \boldsymbol{A})^{-1}) = \frac{1}{det(\boldsymbol{A}^T \cdot \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \cdot \boldsymbol{A})} \tag{3.51}$$

$$h(\Theta) = E[-ln(p(\Theta))] = -\int_{\mathcal{T} \subset \mathbb{R}^d} p(\boldsymbol{\theta})\, ln(p(\boldsymbol{\theta}))\, d\boldsymbol{\theta} \tag{3.52}$$

Das Kriterium der Entropie wird auch in [321, 5] für die Bewertung von Versuchskonzepten und Sensoranordnungen verwendet. Alternative Möglichkeiten werden beispielsweise in [322, 62] beschrieben und eine überblicksmäßige Darstellung verschiedener Ansätze ist in [323] zu finden.

Allen Verfahren der Minimierung einer Verlustfunktion ist gemein, dass die unerwünschte Eigenschaft der Schlecht-Stellung des Problems erhalten bleibt. Der Schlecht-Stellung kann durch Regularisierung entgegengewirkt und die Stabilität des Identifikationsproblems verbessert werden, jedoch wird hierbei auch die zu lösende Aufgabenstellung verändert [181]. Für eine Beschreibung möglicher Regularitätsmaße wird an dieser Stelle verzichtet und auf [180, 182, 324], sowie für eine ausführliche Diskussion der Nachteile der klassischen Regularisierung, auf [325] verwiesen. Verfahren unter Verwendung von l_p-Normen basieren zudem auf Annahmen zur Struktur des Vorwärtsmodells, bieten nur eine Punktschätzung für eine als optimal angenommene Parameterkonstellation und ermöglichen meist keine Abschätzung der Genauigkeit der Parameterbestimmung [326]. Zudem konnte in [153] gezeigt werden, dass die Methode bei vorhandener Unsicherheit in der Modellierung des Systems und den Messungen nur unzureichende Ergebnisse liefert. Innerhalb dieser Arbeit wird deshalb auf deren Anwendung verzichtet und stattdessen das in Abschnitt 3.4.4 beschriebene Bayes'sche Theorem verwendet.

3.4.3.2 Maximum Likelihood Schätzer

Ein sehr weit verbreitetes Verfahren der parametrischen Punktschätzung ist die Maximum-Likelihood-Methode [327, 328]. Grundidee ist es, den vorhandenen Experimentaldaten $\widetilde{\boldsymbol{Y}} = \{\widetilde{y}_1, \cdots, \widetilde{y}_j, \cdots, \widetilde{y}_n\}$ diejenige Parameterkonstellation $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{\hat{\theta}_1, \cdots, \hat{\theta}_i, \cdots, \hat{\theta}_d\}$ zuzuordnen, die die Beobachtungen $\widetilde{\boldsymbol{Y}}$ besonders wahrscheinlich werden lassen [329]. Die Likelihood-Funktion weist jedem Parametervektor $\boldsymbol{\theta}$ einen Wert proportional zu dessen Wahrscheinlichkeit zu, mit der unter dem gegebenen $\boldsymbol{\theta}$ die Messwerte in $\widetilde{\boldsymbol{Y}}$ beobachtet werden [329, 330, 331]. Anschaulich kann die Likelihood-Funktion daher als Maß für die Plausibilität eines Modells bei vorgegebenen Daten $\widetilde{\boldsymbol{Y}}$ aufgefasst werden [183]. Die Konstruktion der Likelihood-Funktion $p(\widetilde{\boldsymbol{Y}}|\boldsymbol{\theta}) = L(\boldsymbol{\theta}|\widetilde{\boldsymbol{Y}})$ erfolgt mit Hilfe der Messwerte in $\widetilde{\boldsymbol{Y}}$. Diese werden als Realisationen von Zufallsvariablen interpretiert, deren Verteilungsdichtefunktion bekannt ist, jedoch von einem unbekannten

Parametervektor $\boldsymbol{\theta}$ abhängt. Die Funktion $L(\boldsymbol{\theta}|\widetilde{\boldsymbol{Y}})$ gemäß der Definitionsgleichung 3.53 ist durch die gemeinsame Dichtefunktion für die betrachtete Messung $\widetilde{\boldsymbol{Y}}$ gegeben [327, 332]. Auf die Formulierung der Likelihood-Funktion, insbesondere bei unabhängigen und identisch verteilten Zufallsvariablen wird in Abschnitt 3.4.4 eingegangen.

$$L(\boldsymbol{\theta}|\widetilde{\boldsymbol{Y}}) := f(\widetilde{y}_1, \cdots, \widetilde{y}_j, \cdots, \widetilde{y}_n|\boldsymbol{\theta}) \tag{3.53}$$

Für die Maximum-Likelihood-Schätzung ist derjenige Parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MLE}$ zu bestimmen, der $L(\boldsymbol{\theta}|\widetilde{\boldsymbol{Y}})$ gemäß der Festlegung 3.54 maximiert [332, 328].

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MLE} = \underset{\boldsymbol{\theta}}{argmax}\ L(\boldsymbol{\theta}|\widetilde{\boldsymbol{Y}}) \tag{3.54}$$

Für die Lösung des Extremwertproblems aus Gleichung 3.54 können in einfachen Fällen analytische Ableitungen der Likelihood-Funktion nach den Parametern Anwendung finden, oder es werden numerische Solver eingesetzt [328, 333]. Häufig ist es aus Gründen der einfacheren Berechnung vorteilhaft, an Stelle der eigentlichen Likelihood-Funktion aus Funktionsgleichung 3.53 deren Logarithmus auszuwerten [329, 334, 178, 328]. Dies ist auf Grund der Monotonie in der Abbildung $L(\boldsymbol{\theta}|\widetilde{\boldsymbol{Y}}) \rightarrow log(L(\boldsymbol{\theta}|\widetilde{\boldsymbol{Y}}))$ zulässig und führt zu identischen Ergebnissen für die Schätzung von $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MLE}$ [178, 328].

3.4.4 Statistische Inversion und Satz von Bayes

3.4.4.1 Bayes'sche Sichtweise der Wahrscheinlichkeit

Für das Lernen aus indirekten Beobachtungen der Ausgangsgrößen durch induktives Schließen auf die Eingangsgrößen stellt der Satz von Bayes eine stringente Methode des Updating von Vorinformationen mit gemessenen Daten zur Verfügung [335].

Die Erstveröffentlichung des von Thomas Bayes aufgestellten Theorems fand bereits 1763 in [336] statt, jedoch schuf erst die Exploration der entstehenden Verteilungen durch die in Abschnitt 3.5 beschriebenen Markov-Ketten in den 1990er Jahren zusammen mit gestiegener Kapazität zur Durchführung komplexer Simulationen die vielfältigen Möglichkeiten, die heute mit der Bayes-Statistik verbunden werden [337]. Zuvor waren die Anwendungen auf wenige, analytisch leicht lösbare Fälle begrenzt [338].

Die traditionelle, frequentistische Statistik definiert Wahrscheinlichkeit als Grenzwert der relativen Häufigkeit für eine gegen unendlich strebende Zahl an Versuchsdurchführungen [326, 314, 338]. In dieser Sichtweise ist ein Parametervektor $\boldsymbol{\theta}$ eine feste bzw. eindeutige, jedoch unbekannte Größe [330, 178]. Somit ist die Verwendung von Wahrscheinlichkeiten für $\boldsymbol{\theta}$ aus frequentistischer Sicht unsinnig [326]. Da für die zu identifizierenden Parameter selbst keine Zufallsexperimente durchgeführt werden können, wurde der Wahrscheinlichkeitsbegriff in der Bayes-Statistik erweitert, indem einem unbekannten Parameter θ_i eine Wahrscheinlichkeit zugeordnet wird [326, 339]. An die Stelle der Häufigkeit tritt dabei der individuelle Grad der Überzeugung an das Auftreten einer Realisierung für Θ gemäß des zu diesem Zeitpunkt vorhandenen Wissens [314]. Wahrscheinlichkeiten repräsentieren demnach keine Häufigkeiten, sondern die Plausibilität von Aussagen unter Unsicherheiten [314] und können daher als subjektive Einschätzungen aufgefasst werden [178].

3.4.4.2 Statistische Inversion

Mit der Betrachtung der Parameter und Messdaten als Zufallsvariablen ist es möglich, das in Abschnitt 3.4.2 beschriebene inverse Problem umzuformulieren, um mittels Verfahren der statistischen Inversion eine Abwandlung in ein gut gestelltes Problem zu erreichen [187, 312]. Mehrdeutigkeiten in den möglichen Lösungen lassen sich dabei berücksichtigen [312]. Die statistische Inversion integriert alle vorhandenen Informationen aus Vorkenntnissen zu den Parametern selbst, den so genannten Prior-Informationen, aber auch Daten aus den Messungen in Form von Zufallsvariablen [326, 330, 180].

Bei der Anwendung des Bayes'schen Theorems für die Inferenz werden die Unsicherheiten in der Anpassung der Modellparameter $\boldsymbol{\theta}$ an die Messdaten $\widetilde{\boldsymbol{Y}}$ in der Posterior-Verteilung ausgedrückt [327]. Diese bilden den Stand des Wissens über die Parameter ab [180].

Die aus den Messunsicherheiten und den zumeist imperfekten Modellen resultierenden Abweichungen werden in der Theorie der statistischen Inversion als unerlässlicher Teil der Lösung behandelt [183] und ermöglichen die robuste Schätzung von Parametern auf Basis gemessener Daten [326]. Eine Wichtung der möglichen Parameterkonstellationen vor Berücksichtigung der Informationen aus den Daten kann durch die Prior-Verteilung vorgenommen werden [312]. Diese stellt eine Art der Regularisierung des Problems dar [191, 225, 113].

Die Prinzipien der statistischen Inversion lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Sämtliche Parameter des Modells werden als Zufallsvariablen aufgefasst. Diese dienen der Beschreibung des Informationsstands zu den möglichen Realisierungen der Parameter. [180]
- Die Plausibilität einer Aussage wird als Wahrscheinlichkeitsfunktion ausgedrückt. [180]
- Die Lösung des inversen Problems ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung von $\boldsymbol{\theta}$ bei gegebenem $\widetilde{\boldsymbol{Y}}$ [312, 313, 183, 325]. Es fließen alle vorhandenen Informationen aus dem vor der Datenerhebung vorhandenen, a-priorischen Wissen und die unsicherheitsbehafteten Messwerte ein. Diese Verteilung wird als Posterior-Verteilung bezeichnet [180, 325].

Durch die Integration von Einflussgrößen als Verteilungen lassen sich, anders als die in Abschnitt 3.4.3 beschriebenen Punktschätzungen, die Ergebnisse auf intuitiv zu interpretierende Verteilungsfunktionen zurückführen [327]. Hierdurch wird der gesamte Kenntnisstand, bestehend aus Vorwissen und Experimentaldaten, in die Interpretation einbezogen [327]. Dies ermöglicht die Quantifizierung der Unsicherheiten in den Ergebnissen [327, 326, 325, 312]. Auch die Gefahr der Überanpassung an unsichere Messdaten wird durch Interpretation als statistische Aufgabe umgangen [315], und es können auch heterogene Datensätze im Rahmen eines Multi-Response-Ansatzes als Informationsquelle genutzt werden [225]. Die Struktur des Satzes von Bayes ermöglicht zudem die Implementierung von Ansätzen des sequentiellen Lernens durch Uminterpretation von Posterior- in Prior-Informationen [340, 225, 325].

3.4.4.3 Bayes-Theorem

Die Modifikation von Vor- bzw. Prior-Wissen mit Hilfe von am Bauwerk gemessenen Daten zu a-posteriorischem Wissen über die gesuchten Parameter stellt einen Lernprozess durch die Ansammlung von Informationen dar [314, 332].

Die in $\widetilde{\boldsymbol{Y}} = \{\widetilde{y}_1, \cdots, \widetilde{y}_j, \cdots, \widetilde{y}_n\}$ zusammengefassten Messwerte sind die Antworten eines Systems $\mathcal{F}$, welche unter den Randbedingungen $\widetilde{\boldsymbol{U}}$ erzeugt sein können [334]. Die Beobachtungen sind mit dem physikalischen System gemäß der Zuordnung aus 3.55 verknüpft, wobei $\boldsymbol{\theta^*} = \{\theta_1^*, \cdots, \theta_i^*, \cdots, \theta_d^*\}$ den wahren Wert der unbekannten Parameter und $\boldsymbol{\varepsilon} = \{\varepsilon_1, \cdots, \varepsilon_j, \cdots, \varepsilon_n\}$ die Messabweichungen darstellt [334].

$$\widetilde{\boldsymbol{Y}} \leftarrow \mathcal{F}(\boldsymbol{\theta^*}) + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{3.55}$$

Sofern, wie im Fall des Updatings von Finite-Elemente-Systemen, ein Modell des physikalischen Prozesses vorliegt, kann die Zuordnung aus 3.55 in das Modell der Daten aus 3.56 überführt werden. $\boldsymbol{E}$ beschreibt dabei sowohl den Beobachtungsfehler bzgl. der Messung gemäß Abschnitt 4.3.2 als auch die systematischen Fehler durch Abstraktion der Realität im Modell gemäß Abschnitt 3.1 [334, 294].

$$\widetilde{\boldsymbol{Y}} \leftarrow \mathcal{F}(\boldsymbol{\theta^*}, \widetilde{\boldsymbol{U}}) + \boldsymbol{E} \tag{3.56}$$

Die Idealisierung des Beobachtungsfehlers im Modell der Daten erfolgt in der Regel unter der Annahme der gegenseitigen Unabhängigkeit der Einzelabweichungen als additiv aufzufassende Zufallsgrößen mit Erwartungswert Null [181, 299, 178, 180, 74]. Abweichende Fehlermodelle sind beispielsweise in [180] zu finden.

Die Formalisierung des Satzes von Bayes ist in Gleichung 3.57 gegeben. Die Modellstruktur wird darin als gegeben angenommen, so dass in Übereinstimmung mit [314] auf eine Verallgemeinerung des Theorems durch Konditionierung auf die gewählte Modellstruktur verzichtet wird.

$$p(\boldsymbol{\theta}|\widetilde{\boldsymbol{Y}}) = \frac{p(\boldsymbol{\theta}) \cdot p(\widetilde{\boldsymbol{Y}}|\boldsymbol{\theta})}{p(\widetilde{\boldsymbol{Y}})} = \frac{p(\boldsymbol{\theta}) \cdot L(\boldsymbol{\theta}|\widetilde{\boldsymbol{Y}})}{p(\widetilde{\boldsymbol{Y}})} \tag{3.57}$$

3.4.4.4 Prior-Verteilung

Der Term $p(\boldsymbol{\theta})$ aus dem Bayes'schen Theorem in 3.57 wird als Prior-Wahrscheinlichkeit bezeichnet und stellt eine subjektive Einschätzung des Standes des Wissens vor Erhebung der Daten dar [314, 330, 341]. Der Prior wird dabei zumeist aus vorherigen Experimenten bzw. Experteneinschätzungen oder Literaturstudien abgeleitet [294]. Sofern nur sehr wenige Anhaltspunkte für die Verteilungsannahme der Parameter vorliegen, wird oft eine recht grobe Abschätzung für die möglichen Parameterwerte und deren Wahrscheinlichkeiten getroffen [338], bis hin zu nicht informativen Prior-Verteilungen, die alle Parameterwerte als gleich plausibel auffassen und damit gemäß der Beziehung 3.58 beschrieben werden können [314].

$$p(\boldsymbol{\theta}) \propto \text{const. für } -\infty < \theta_i < +\infty \tag{3.58}$$

Ein informativer Prior sollte nur tatsächlich vorhandene Informationen enthalten [314]. Für grobe, wenig informative Abschätzungen, in denen lediglich Schranken für die Parameter bekannt sind, bieten sich Gleichverteilungen für die Beschreibung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion an [338, 185].

Für die Berechnung von Posterior-Dichten auf analytischem Weg spielen konjugierte Priori eine besondere Rolle, für die Prior und Posterior der gleichen Klasse von Verteilungen angehören [314, 328]. Da die numerische Auswertung des Posteriors derartige Festlegungen nicht fordert, wird für eine detaillierte Darstellung auf [314, 326, 340, 335] verwiesen. Eine tabellarische Übersicht konjugierter Wahrscheinlichkeitsdichten ist [338, 328] zu entnehmen. Ein praktischer Vorteil der Verwendung konjugierter Verteilungen in nicht-parametrischen Verfahren ist die direkte Vergleichbarkeit von Lage- und Streuungsmaßen durch die identische Verteilungsform [335].

Mit informativen Priori ist eine Wichtung der möglichen Lösungen des inversen Problems vor Einbeziehung der Beobachtungen verbunden [312, 330]. So kann die Schlecht-Stellung des (veränderten) Problems reduziert werden [326]. Dies entspricht einer Regularisierung des Problems durch Zusatzinformationen [225, 326, 313, 312, 180, 181].

Die Verteilungen für die einzelnen Parameter im Prior sollen in dieser Arbeit als unabhängig angenommen werden, da entweder keine Informationen zu Parameterkorrelationen vorliegen, oder die Korrelationszusammenhänge nicht quantifiziert werden können. Die angesetzte mehrdimensionale Prior-Verteilung wird entsprechend durch Multiplikation von aus Literaturquellen oder geschätzten eindimensionalen, unabhängigen Randdichten gewonnen (Marginalisierter Prior).

3.4.4.5 Likelihood

Der Ausdruck $p(\widetilde{\boldsymbol{Y}}|\boldsymbol{\theta})$ im Bayes'schen Theorem aus 3.57 ist ein Maß für die Übereinstimmung von Modell und Daten [183, 334].

Da der Vektor $\widetilde{\boldsymbol{Y}}$ bekannt ist, ist dieser Ausdruck nach [331] statt als Funktion von $\widetilde{\boldsymbol{Y}}$ als Funktion von $\boldsymbol{\theta}$ aufzufassen und wird als Likelihood-Funktion bezeichnet und mit $L(\boldsymbol{\theta}|\widetilde{\boldsymbol{Y}})$ notiert [314, 338, 330]. In die Likelihood-Funktion fließen das Vorwärtsmodell $\mathcal{F}(\boldsymbol{\theta}^*, \widetilde{\boldsymbol{U}})$, der Datenvektor $\widetilde{\boldsymbol{Y}}$, sowie das den Daten zugeordnete Unsicherheitsmodell ein [180]. Mit der Einbeziehung der Unsicherheiten in die Likelihood-Funktion erfolgt eine Wichtung der Einträge in $\widetilde{\boldsymbol{Y}}$ für die Rückschlüsse im Posterior [180].

Für paarweise unabhängige Residuen der Messabweichungen ergibt sich die Likelihood-Funktion durch Multiplikation der (Rand-)Dichten $f_{\tilde{y}_j}(y_j(\boldsymbol{\theta}))$ gemäß der Berechnungsvorschrift aus Gleichung 3.59. Der Ausdruck $f_{\tilde{y}_j}(y_j(\boldsymbol{\theta}))$ ist dabei die Dichtefunktion von $\tilde{y}_j$, ausgewertet bei $y_j(\boldsymbol{\theta})$. [334]

$$L(\boldsymbol{\theta}|\widetilde{\boldsymbol{Y}}) = \prod_{j=1}^{n} f_{\tilde{y}_j}(y_j(\boldsymbol{\theta})) \tag{3.59}$$

3.4.4.6 Evidenz

Der Ausdruck $p(\widetilde{\boldsymbol{Y}})$ im Nenner des Satzes von Bayes aus 3.57 wird als Evidenz bezeichnet. Sie kann nach Gleichung 3.60 berechnet werden.

$$p(\widetilde{\boldsymbol{Y}}) = \int p(\boldsymbol{\theta}) \cdot p(\widetilde{\boldsymbol{Y}}|\boldsymbol{\theta})\, d\boldsymbol{\theta} = \int p(\boldsymbol{\theta}, \widetilde{\boldsymbol{Y}})\, d\boldsymbol{\theta} \tag{3.60}$$

$p(\widetilde{\boldsymbol{Y}})$ stellt die Randdichteverteilung von $\widetilde{\boldsymbol{Y}}$ dar [332] und ist damit keine Funktion von $\boldsymbol{\theta}$ [213]. Im Ausdruck aus Gleichung 3.57 ist $p(\widetilde{\boldsymbol{Y}})$ eine Normierungskonstante, um den Charakter von $p(\boldsymbol{\theta}|\widetilde{\boldsymbol{Y}})$ als Wahrschein-

lichkeitsdichtefunktion beizubehalten [213, 314]. Bis auf wenige Ausnahmefälle ist die Evidenz in praktischen Problemstellungen kaum zu bestimmen [213, 342]. Ihre Interpretation als Normierungskonstante ermöglicht jedoch die Aufstellung der Proportionalitätsbeziehung aus 3.61 [314]. Diese hat insbesondere für die im Rahmen der in Abschnitt 3.5 beschriebenen numerischen Berechnungen große Bedeutung.

$$p(\boldsymbol{\theta}|\widetilde{\boldsymbol{Y}}) \propto p(\boldsymbol{\theta}) \cdot L(\boldsymbol{\theta}|\widetilde{\boldsymbol{Y}}) \tag{3.61}$$

3.4.4.7 Posterior

Die Lösung des Problems der statistischen Inversion stellt der Posterior $p(\boldsymbol{\theta}|\widetilde{\boldsymbol{Y}})$ dar als bedingte Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Parameterwerten bei gegebenen Beobachtungen [343, 213, 330]. Er formalisiert die Synthese aus Vorwissen und dem Lernerfolg aus gemessenen Daten [338] und ist das Herzstück der Bayes'schen Inferenz [213]. Für unbedeutende Parameter ist die Inferenz nicht erfolgreich, so dass Prior und Posterior gleich sind [303].

Aus dem Posterior lassen sich Punktschätzungen für $\boldsymbol{\theta}$ ableiten, beispielsweise der bedingte Mittelwert $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{CM}$ als Erwartungswert $E(\boldsymbol{\theta}|\widetilde{\boldsymbol{Y}})$ [180] oder der Maximum-a-posteriori-Schätzer $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MAP}$ gemäß der Festlegung nach Gleichung 3.62 [339, 180]. Die Lösung der Optimierungsaufgabe für $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MAP}$ kann durch Logarithmieren erleichtert werden [328].

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MAP} = \underset{\boldsymbol{\theta}}{argmax}(p(\boldsymbol{\theta}|\widetilde{\boldsymbol{Y}})) \tag{3.62}$$

3.5 Markov-Chain-Monte-Carlo

3.5.1 Übersicht, Grundbegriffe und Einteilung

Die Auswertung des Bayes'schen Theorems in 3.57 bzw. der Beziehung in 3.61 ist bis auf wenige Ausnahmefälle geringer Dimensionalität nicht trivial und erfordert zumeist numerische Näherungslösungen [183, 326, 334].

Die Markov-Chain-Monte-Carlo-Methode hat sich zum Kernstück moderner Bayes-Inferenz entwickelt, ohne die eine realitätsnahe Modellierung auf Basis komplexer Daten nicht möglich wäre [335, 213, 342, 338]. Obwohl die Theorie zu Markov-Ketten bereits in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts entwickelt [344] und auch die MCMC-Methode bereits in den 50er Jahren [337, 335] eingesetzt wurde[9], sorgte erst die Verbreitung rechenstarker Computersysteme für breitgestreute Einsatzmöglichkeiten, durch die in den 1980ern und 1990ern das Interesse sprunghaft anstieg und praktische Anwendungen möglich wurden [344, 339, 337].

Die Ermittlung der Posterior-Verteilung aus Gleichung 3.57 stellt auf Grund ihrer zumeist hohen Dimensionalität und ihrer Komplexität eine Herausforderung in der numerischen Simulation dar [326]. Methoden der direkten Simulation durch unabhängig gezogene Zufallszahlen sind für diesen Anwendungszweck zumeist hochgradig ineffizient [326, 335]. Insbesondere die Auswertung der Evidenz $p(\widetilde{\boldsymbol{Y}})$ aus dem Bayes'schen Satz aus Abschnitt 3.4.4 bzw. Gleichung 3.60 ist in vielen Fällen mit großen Schwierigkeiten verbunden [330, 346, 342]. Um eine Auswertung der Posterior-Verteilung in ihrer unnormalisierten Form nach Beziehung 3.61 zu realisieren, können Verfahren wie das Sampling-Importance-Resampling oder das Acceptance-Rejection-Sampling verwendet werden. Diese haben sich für hochdimensionale Parameterräume aber als ineffizient erwiesen [330, 347]. Stattdessen soll innerhalb dieser Arbeit die Auswertung des Posteriors mittels der Markov-Ketten-Monte-Carlo-Methodik erfolgen.

Eine Markov-Kette r-ter Ordnung ist im engeren Sinne ein diskreter stochastischer Prozess, bei dem die weitere Entwicklung der Zustände $\boldsymbol{x}_t$ alleinig vom gegenwärtigen und den $r-1$ vorangegangenen Zuständen abhängt [348]. Die Indizes $t \in \mathbb{N}_0$ an den Zuständen $\boldsymbol{x}_t$ werden zumeist als Zeitpunkte interpretiert [349, 348]. Als stochastische Prozesse oder Zufallsprozesse, abgekürzt mit $\{\boldsymbol{x}_t\}_{t\in[0;T]}$, werden solche Prozesse bezeichnet, die sich in einer Menge möglicher Zustände bewegen und deren zukünftiger Zustand nicht mit Sicherheit vorhergesagt werden kann [330, 350]. Die Modellierung von Zufallsprozessen erfolgt durch geordnete Sequenzen der Zufallsvariable, deren Übergangswahrscheinlichkeit in den nächsten Zustand $\boldsymbol{x}_t$ zu gelangen vom aktuellen und den $r-1$ vorausgehenden Zuständen abhängt [348]. Die Wahrscheinlichkeit $P\left(\boldsymbol{x}_t|\boldsymbol{x}_{t-1},\cdots,\boldsymbol{x}_{t-2},\cdots,\boldsymbol{x}_{t-r}\right)$ ist auch als Übergangskern bekannt [351, 342]. Sofern die Übergangswahrscheinlichkeit keine Abhängigkeit vom betrachteten Zeitpunkt aufweist, wird eine Markov-Kette als zeitinvariant oder homogen bezeichnet [330, 198].

Sofern nur eine Abhängigkeit des aktuellen Zustands zum letzten vorangegangenen Zustand besteht, wird der stochastische Prozess als „gedächtnislos" [198, 330] bzw. als Kette 1.Ordnung charakterisiert [348]. Ketten höherer Ordnung werden in Abschnitt 3.5.3 in Zusammenhang mit der Adaptierung der Vorschlagsfunktion behandelt. Deshalb wird zunächst ausschließlich auf Ketten 1.Ordnung eingegangen.

Als Zustandsraum wird der Raum aller möglichen Werte der Zustandsvariablen bezeichnet [330]. Für die Aufgabenstellung der Parameteridentifikation entspricht der Zustandsraum dem Parameterraum [330]. Für die Identifikation von einer Zahl von d Parametern ergibt sich ein d-dimensionaler Euklidischer Raum $\mathbb{R}^d$ [352].

Auf Grund der in Abschnitt 3.5.3 beschriebenen Adaptierung des Übergangskerns mit Hilfe aller vorangegangenen Samples[10] geht die Eigenschaft des Vergessens vorangehender Zustände verloren [332, 178, 327, 353]. Im Rahmen dieser Arbeit soll jedoch auch dann von Markov-Ketten gesprochen werden, wenn diese Eigenschaft nicht mehr gegeben ist, sondern der aktuelle Zustand der Kette auch von allen anderen Zuständen der selben oder von einer oder mehreren parallel simulierten Ketten abhängen kann.

[9] Auf eine detaillierte historische Einordnung der Methodik kann an dieser Stelle nicht eingegangen werden, stattdessen wird auf [337] verwiesen. Eine eingehende Einführung in die Grundlagen der Ermittlung des Posteriors durch MCMC und eine Darstellung der Vorteile für die Systemidentifikation ist in [345] zu finden.

[10] Wie auch für die Ziehung unabhängiger Stichproben ist auch in der MCMC-Methodik für die Kettenglieder oder eine Menge von Kettengliedern der Begriff des „Samples" gebräuchlich und wird in dieser Arbeit synonym zum Begriff der Stichprobe gebraucht. Ebenso wird für die Generierung von Kettengliedern der Begriff des „Sampling" verwendet und Algorithmen zur Generierung als „Sampler" bezeichnet.

Zur Gewinnung von Zufallsstichproben aus der Posteriorverteilung für die Bayes-Inferenz wird eine Markov-Kette so konstruiert, dass ihre stationäre Verteilung dem Posterior in seiner ggf. unnormalisierten Form entspricht [352, 354, 178]. Die Aufenthaltszeit der Kette während der Bewegung durch den Zustandsraum stellt ein Maß für die gesuchte Wahrscheinlichkeitsdichte π dar [354]. Eine stationäre Verteilung einer Markov-Kette liegt dann vor, wenn für jede ganze Zahl k die Stichprobenverteilung in den k-Tupels $(\boldsymbol{x}_{n+1}, \cdots, \boldsymbol{x}_{n+2}, \cdots, \boldsymbol{x}_{n+k})$ unabhängig von n ist [337, 348]. Synonym zum Begriff der stationären Verteilung sind auch die Begriffe „Gleichgewichtsverteilung“ und „invariante Verteilung“ geläufig [329].

Die theoretische Grundlage des MCMC-Konzepts bildet der so genannte Ergodensatz, der in Analogie zum Gesetz der großen Zahlen die Annäherung der Markov-Kette an den gesuchten Posterior sicherstellt [198, 355, 356]. Homogene, ergodische Markov-Ketten konvergieren gegen eine eindeutig festgelegte stationäre Verteilung unabhängig vom Startwert der Kette [184, 198]. Bedingung für diese Eigenschaft der Konstruktionsvorschrift für Ketten 1.Ordnung ist dabei die Irreduzibilität, Aperiodizität und positive Rekurrenz [352, 356, 357].

Diese Eigenschaften lassen sich anschaulich wie nachfolgend aufgelistet beschreiben:

- **Irreduzibilität** liegt vor, wenn jeder Zustand von jedem beliebigen anderen Zustand aus erreicht werden kann [352, 358]. Unabhängig vom Startpunkt gelangt die Markov-Kette mit positiver Wahrscheinlichkeit zu jeder nicht-leeren Menge an Punkten mit positiver Wahrscheinlichkeitsdichte [355, 180, 351].
- Das **Verbot der Periodizität** schließt solche Ketten aus, die periodisch zwischen verschiedenen Zuständen oszillieren [355, 351]. Die Kette kann so von jedem Zustand in jeden beliebigen anderen Zustand wechseln [329].
- Die Forderung der **positiven Rekurrenz** ist erfüllt, wenn der erste mittlere Rückkehrzeitpunkt an einen beliebigen Zustand endlich ist, so dass eine Rückkehr der Kette zu jedem Zustand sicher ist [330, 356]. Andernfalls ist die Markov-Kette transient. Für irreduzible, aperiodische Markov-Ketten mit endlichem Zustandsraum ist die Bedingung der positiven Rekurrenz immer erfüllt [356].

Auf eine formale Definition der Bedingungen für ergodische Ketten wird aus Umfangsgründen an dieser Stelle verzichtet und auf [355, 348, 329] verwiesen.

Um die Konstruktion des Übergangskerns so zu gestalten, dass die stationäre Verteilung der Kette zugleich die Posterior-Verteilung ist, kann das Konzept der Detailed Balance bzw. der Detaillierten Balance verwendet werden [330, 178, 180]. Sofern die Detailed Balance equation aus Gleichung 3.63 für eine ergodische Markov-Kette erfüllt ist, stellt π die einzige stationäre Verteilung dar, zu der die Kette konvergieren kann [178, 342, 330]. Mit $p(\boldsymbol{x} \to \boldsymbol{x}')$ wird dabei die Wahrscheinlichkeit angegeben vom Zustand $\boldsymbol{x}$ in den Zustand $\boldsymbol{x}'$ überzugehen. $p(\boldsymbol{x}' \to \boldsymbol{x})$ gibt entsprechend die Wahrscheinlichkeit in umgekehrter Richtung an. Mit $p(\boldsymbol{x})$ wird die Wahrscheinlichkeit bezeichnet, dass sich das System im Kettenzustand $\boldsymbol{x}$ befindet. Anschaulich bedeutet der Ausdruck aus 3.63, dass der Übergang eines Zustandes $\boldsymbol{x}$ in einen Zustand $\boldsymbol{x}'$ gleichwahrscheinlich dem gegenteiligen Ereignis ist und impliziert so die Reversibilität[11].

$$p(\boldsymbol{x}) \cdot p\left(\boldsymbol{x} \to \boldsymbol{x}'\right) = p\left(\boldsymbol{x}'\right) \cdot p\left(\boldsymbol{x}' \to \boldsymbol{x}\right) \tag{3.63}$$

Um die Unabhängigkeit der mit Hilfe eines MCMC-Algorithmus gesampleten Kettenglieder vom Startwert zu gewährleisten, ist in der Regel eine Aufwärm- bzw. Einschwingphase, auch „Burn-in“ genannt, notwendig [360, 348]. Der Burn-in ist dabei die Anzahl der Schritte, die notwendig sind, damit die folgenden Kettenglieder unabhängig von den Startwerten in $\boldsymbol{x}_0$ sind [342, 361] und als Stichprobe aus dem Posterior gelten können [330, 359]. Dieser Entwicklungsschritt der Markov-Kette vor Erreichen der stationären Verteilung, wird auch als transiente Phase bezeichnet [362]. Die zu stark vom Anfangszustand der Markov-Kette abhängigen Kettenglieder werden anschließend verworfen [361]. Die Länge des burn-in hängt vorrangig vom Startwert und dem gewählten Übergangskern bezogen auf die zu samplende Verteilung ab, so dass bei Simulationsbeginn oft keine allgemeingültige Aussage zur Länge des Burn-in gegeben werden

[11] Unter Reversibilität wird die Eigenschaft verstanden, dass die ermittelte Dichte nicht von der Richtung abhängt, in der die Markov-Kette konstruiert wird [332] und spielt insbesondere für die Entwicklung von MCMC-Algorithmen eine große Rolle [351, 356]. Für die formale Definition wird auf [337], sowie für die Konvergenz gegen die globale Gleichgewichtsverteilung auf [359] verwiesen.

kann [342, 330, 183]. Stattdessen wird die Anzahl der zu verwerfenden Samples häufig visuell mit Hilfe von Traceplots bestimmt bzw. überprüft. In Traceplots werden die sich entwickelnden Zustände für jede einzelne Dimension der Verteilung im Zeitverlauf dargestellt [359, 342]. Ein Beispiel für einen Traceplot wird in Abbildung 3.9 aus Abschnitt 3.5.2 gegeben.

Unter der Mischzeit einer Markov-Kette wird die Anzahl der Zeitschritte verstanden, um einen bestimmten Variationsabstand zur stationären Verteilung zu erreichen bzw. zu unterschreiten [198, 329]. Eine formale Definition der Mischzeit ist in [359] zu finden. Zügiges Mischen der Kette stellt sicher, dass die Kette von einem beliebigen Startpunkt aus in wenigen Schritten jeden anderen Punkt im Zustandsraum erreichen kann [330]. Algorithmen, die schnell mischende Ketten zur Folge haben, sind im Allgemeinen zu bevorzugen [330]. Die Visualisierung des Mischverhaltens von Markov-Ketten kann mit Hilfe von Autokorrelationsdiagrammen (Korrelogrammen) vorgenommen werden [178]. Diese zeigen die Beeinflussung des vorhandenen Samples durch vorhergehende Zustände [363]. Hierfür wird die geschätzte Korrelation der Kette mit sich selbst zu einem um τ Iterationen verschobenen Zeitpunkt berechnet und in Abhängigkeit der Zeitverschiebungen, dem so genannten „time lag“, dargestellt [363]. Die Berechnungsvorschrift des Autokorrelationskoeffizienten $\hat{\rho}_{j,\tau}$ für eine Kette $\boldsymbol{x}$ bei einer Zeitverschiebung τ zum Zeitpunkt T für einen Parameter j ist in der Funktionsgleichung 3.64 angegeben [178, 334]. Ein schnelles Abklingen deutet dabei auf gutes Mischverhalten und potentiell gute Konvergenzeigenschaften hin [364]. Ein Beispiel für ein Korrelogramm ist in Abbildung 3.9 aus Abschnitt 3.5.2 sowie in weiterführender Literatur wie in [364, 337] zu finden.

$$\hat{\rho}_{j,\tau} = \frac{\sum_{i=1}^{T-\tau} \left(\boldsymbol{x}_{i,j} - \overline{\boldsymbol{x}}_j\right) \left(\boldsymbol{x}_{i+\tau,j} - \overline{\boldsymbol{x}}_j\right)}{\sum_{i=1}^{T} \left(x_{i,j} - \overline{\boldsymbol{x}}_j\right)^2} \tag{3.64}$$

Durch die Abhängigkeit von den vorhergehenden Zuständen ist eine größere Anzahl an ausgewerteten Samples notwendig als für unabhängig gezogene Stichproben. Eine Möglichkeit die Vergleichbarkeit herzustellen ist die Effektive Stichprobengröße, kurz ESS [327]. Diese gibt die Größe einer unabhängig gezogenen Stichprobe mit äquivalenter Aussagegraft an und kann aus der Autokorrelation $\hat{\rho}_{j,\tau}$ und der Anzahl der betrachteten Kettenzustände n gemäß der Funktionsvorschrift in 3.65 ermittelt werden [365]. Für die Auswertungen in dieser Arbeit wird hierzu die Routine aus [366] verwendet.

$$ESS = \frac{n}{1 + \int_{\tau=1}^{\infty} \hat{\rho}_{j,\tau}} \tag{3.65}$$

Eine Einteilung der Herangehensweise zur Exploration der gesuchten Verteilung kann nach der Anzahl der simulierten Ketten erfolgen. Single-Chain-Markov-Chain-Monte-Carlo-Methoden, als SCMCMC abgekürzt, beobachten eine einzelne Kette über einen längeren Zeitraum, um die stationäre Verteilung zu bestimmen [330]. Durch die Verwendung einer einzelnen Kette entfällt zwar nur ein geringer Teil der Samples auf den zu verwerfenden Burn-in [335], jedoch tendieren diese Verfahren insbesondere für multimodale Wahrscheinlichkeitsdichten als Zielverteilung zur so genannten Pseudo-Konvergenz [337]. Hierbei führen lokale Moden zu scheinbarer Kenntnis der Gleichgewichtsverteilung, wobei aber nicht alle Bereiche der Verteilung durch die Kette exploriert wurden [337, 334].

Multi-Chain-Monte-Carlo-Markov-Chain-Ansätze, als MCMCMC abgekürzt, verwenden mehrere Ketten, deren Länge ausreicht, um zu einer stationären Verteilung der einzelnen Ketten zu konvergieren [330, 337]. Durch eine Überdispersion[12] der Startpunkte gegenüber der tatsächlichen Posterior-Verteilung soll eine zügige Exploration des gesamten Zustandsraums ermöglicht werden [342, 327]. Der Vergleich der unterschiedlichen Ketten lässt zudem erkennen, ob die gesuchte Verteilung ausreichend abgebildet wurde [342].

Um die Markov-Chain-Monte-Carlo-Methode nutzbar zu machen, wurde eine Vielzahl von Samplern entwickelt, wie der in Abschnitt 3.5.2 beschriebene Metropolis-Algorithmus [368, 369] oder dessen Generalisierung zum Metropolis-Hastings-Algorithmus aus [370]. Auf die Hintergründe dieser Algorithmen wird in [342, 337, 327, 213] im Detail eingegangen. Von großer Bedeutung ist zudem der in [371] vorgestellte und durch die Veröffentlichungen [372, 373] bekannt gewordene Gibbs-Sampler. Dieser Spezialfall des Metropolis-Hastings-Algorithmus setzt jedoch die Kenntnis der bedingten Wahrscheinlichkeiten jedes Pa-

[12] Als überdispers werden Startverteilungen dann bezeichnet, wenn sie eine größere Varianz als die gesuchte Verteilung aufweisen [367].

rameters in Abhängigkeit der restlichen Parameter voraus [327, 337, 335]. Zudem eignen sich diese für stark korrelierte Zielverteilungen nur sehr schlecht [335, 359]. Für eine eingehende Beschreibung des Gibbs-Samplers wird auf [342, 337, 359, 327] und für Anwendungsbeispiele auf [213] verwiesen. Der in [374] vorgestellte Independence-Metropolis-Sampler, in dem Vorschläge für neue Kettenglieder verwendet werden, die nicht vom aktuellen Kettenzustand abhängen [213, 359], erwies sich in der praktischen Anwendung als problematisch, da dieser eine gute Kenntnis der gesuchten Verteilung voraussetzt, um die Vorschläge entsprechend anzupassen [342, 213]. Der Algorithmus hierzu ist in [330, 342, 359, 213] beschrieben. Aufbauend auf diesen grundlegenden Samplern existieren zudem Verfahren, die mittels einer angepassten Vorschlagsdichte Effizienzsteigerungen der Algorithmen erreichen. Diese werden in Abschnitt 3.5.3 behandelt.

Für eine Übersicht der gängigen MCMC-Sampler zur Systemidentifikation sowie Benchmark-Vergleiche soll aus Umfangsgründen auf [375, 376] verwiesen werden.

3.5.2 Metropolis-Algorithmus

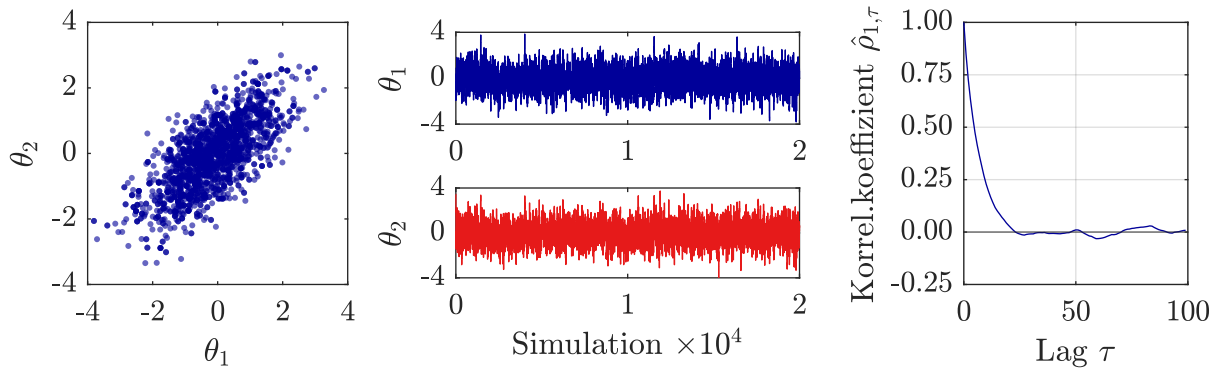
Die Ermittlung einer Zielverteilung π durch Simulation mittels Markov-Ketten erfordert effiziente Algorithmen, die rasch gegen die gesuchte Verteilung konvergieren. Der erste aus dem Konzept der Markov-Ketten zur Verteilungsermittlung hervorgegangene Algorithmus ist der in [368] und [369] vorgestellte Metropolis-Algorithmus.

Bei der Bewegung der Kette durch den Zustandsraum wird zumeist in Abhängigkeit vom aktuellen Zustand $\boldsymbol{x}_{t-1}$ ein Vorschlag $\boldsymbol{x}_p$ für den nächsten Kettenzustand gemacht, der mit Hilfe einer Entscheidungsregel entweder angenommen wird und $\boldsymbol{x}_t = \boldsymbol{x}_p$ gesetzt wird, oder diese auf dem aktuellen Zustand verbleibt, so dass $\boldsymbol{x}_t = \boldsymbol{x}_{t-1}$ gilt [342, 337]. Zur Generierung von Kandidaten (Englisch: Proposals) wird eine symmetrische Vorschlagsdichte q verwendet, so dass $q\left(\boldsymbol{x}_{t-1} \rightarrow \boldsymbol{x}_p\right) = q\left(\boldsymbol{x}_p \rightarrow \boldsymbol{x}_{t-1}\right)$ gilt [337, 342, 354]. Zumeist wird hierfür eine (multivariante) Normal- oder Gleichverteilung verwendet [337]. Sofern die vorgeschlagene Veränderung des Zustands $\boldsymbol{x}_{t-1}$ in Richtung und Betrag unabhängig von $\boldsymbol{x}_{t-1}$ ist, so dass $q\left(\boldsymbol{x}_{t-1} \rightarrow \boldsymbol{x}_p\right) = q\left(|\boldsymbol{x}_{t-1} - \boldsymbol{x}_p|\right)$ gilt, wird die entstehende Bewegung der Kette als Random Walk bezeichnet und es ergibt sich der Sonderfall des Random Walk Metropolis [351, 342, 377].

Um die Forderung der Detailed Balance-Bedingung aus Gleichung 3.63 zu erfüllen, wird neben der Erstellung von Vorschlägen auf Basis einer einfach zu samplenden Verteilungsfunktion [332] auch ein Entscheidungsprozess eingeführt, der einen Vorschlag $\boldsymbol{x}_p$ für ein neues Kettenglied mit einer Wahrscheinlichkeit $p_{acc}\left(\boldsymbol{x}_{t-1} \rightarrow \boldsymbol{x}_p\right)$ annimmt [180, 351]. Die von Nicholas Metropolis in [368] vorgeschlagene Akzeptanzwahrscheinlichkeit $p_{acc}\left(\boldsymbol{x}_{t-1} \rightarrow \boldsymbol{x}_p\right)$ ist in Gleichung 3.66 angegeben.

$$p_{acc}\left(\boldsymbol{x}_{t-1} \rightarrow \boldsymbol{x}_p\right) = min\left\{1\,;\frac{p(\boldsymbol{x}_p)}{p(\boldsymbol{x}_{t-1})}\right\} \tag{3.66}$$

Als Konsequenz der Entscheidungsregel in Gleichung 3.66 werden Vorschläge, die zu Zuständen mit größerer Wahrscheinlichkeitsdichte führen, immer akzeptiert, solche, die eine geringere Wahrscheinlichkeitsdichte zur Folge haben, werden in Abhängigkeit des Verhältnisses der Wahrscheinlichkeitsdichte des Proposals zu der des aktuellen Zustands angenommen [213, 337]. Im Quotienten aus Gleichung 3.66 heben sich Konstanten in $\pi(\cdot)$ gegenseitig auf, so dass die Auswertung des Posteriors aus Gleichung 3.57 auch in seiner unnormalisierten Form aus der Beziehung 3.61 möglich ist [327, 213].



(a) (b) (c)

Abbildung 3.9: (a) Scatterplot einer mit Hilfe eines Random-Walk-Metropolis gesampleten bivarianten Normalverteilung mit Erwartungswert der beiden Variablen von Null, Varianz von 1 und einem Korrelationskoeffizienten von 0,7, (b) Traceplots der Parameter θ_1, θ_2 und (c) Autokorrelationsdiagramm für den Parameter θ_1

Der Ablauf des Metropolis-Algorithmus lässt sich nach [213] in folgende Einzelschritte aufteilen:

Schritt 1: Initialisiere die Kette mit $\boldsymbol{x}_0$ für $t = 0$.

Schritt 2: Setze $t = t + 1$ und generiere einen Vorschlag $\boldsymbol{x}_p$ aus $q\left(\boldsymbol{x}_{t-1} \rightarrow \boldsymbol{x}_p\right)$.

Schritt 3: Ziehe eine Zufallszahl u aus einer Gleichverteilung $U\left(0; 1\right)$.

Schritt 4: Wenn $u \leq p_{acc}\left(\boldsymbol{x}_{t-1} \rightarrow \boldsymbol{x}_p\right)$, setze $\boldsymbol{x}_t = \boldsymbol{x}_p$, sonst setze $\boldsymbol{x}_t = \boldsymbol{x}_{t-1}$.

Schritt 5: Wiederhole die Schritte 2 bis 5.

Die Abbildung 3.9 zeigt Samples einer mit dem Metropolis-Algorithmus gesampleten bivarianten Normalverteilung in der Draufsicht und die zugehörigen Traceplots für zwei Variablen x_1 und x_2. Im Kontext der Auswertung von Simulationsergebnissen werden Scatterplots bzw. Scatterplotmatrizen genutzt, um Abhängigkeiten zwischen Parametern grafisch darzustellen. Eine Erläuterung dieser Darstellungsart wurde bereits in Abschnitt 3.3.4 vorgenommen.

Auf eine ausführliche Erläuterung des Algorithmus, eine Abschätzung des Burn-in auf Grundlage von Traceplots und ein praktisches Anwendungsbeispiel des Random-Walk-Metropolis-Algorithmus zur Auswertung des Posteriors wird mit Verweis auf die Veröffentlichung des Autors in [378] an dieser Stelle verzichtet. Der Nachweis der Ergodizität des Algorithmus ist beispielsweise in [379] zu finden.

Die Effizienz des Metropolis-Algorithmus für das Sampling unbekannter Wahrscheinlichkeitsfunktionen ist in hohem Maß von der Wahl der Vorschlagsdichte $q\left(\boldsymbol{x}_{t-1} \rightarrow \boldsymbol{x}_p\right)$ abhängig [351, 327, 326, 380]. Sowohl deren Orientierung als auch deren Skalierung sind von entscheidender Bedeutung für die Entwicklung der Kette und deren Konvergenz in die stationäre Verteilung [381, 382].

Vorschläge, die zu sehr kleinen Änderungen der Kette gegenüber dem vorherigen Zustand führen, werden in nahezu allen Fällen akzeptiert. Dann benötigt die Kette sehr lange bis die stationäre Verteilung ausreichend abgebildet wird, so dass sich sehr lange Mischzeiten ergeben. Vorschläge, die große Schrittweiten zur Folge haben, führen zur schnellen Exploration des gesamten Zustandsraums, gleichzeitig aber auch zu sehr kleinen Akzeptanzraten. Dadurch stellt sich auch in diesem Fall schlechtes Mischverhalten ein. [342, 380, 383, 377]

Empfohlene Akzeptanzraten zur Überprüfung der Eignung einer Vorschlagsdichte liegen zwischen 30 % und 50 % [335, 327, 328], jedoch variieren optimale Einstellungen je nach Korrelationsverhältnis des Posteriors und dessen Dimensionalität [327].

Da vor Simulationsbeginn meist keine Kenntnisse zur gesuchten Verteilungsfunktion vorliegen, fällt die Festlegung von Orientierung und Skalierung der Vorschlagsdichte zur Optimierung der Mischzeiten häufig schwer [342, 332], so dass eine Adaptierung der Vorschlagsverteilung im Zuge der Simulation sinnvoll ist. Auf diese als Adaptive Metropolis bekannten Verfahren wird in Abschnitt 3.5.3 eingegangen.

3.5.3 Adaptive Sampling-Strategien

3.5.3.1 Allgemeines

Die Wahl der Vorschlagsdichte in Abhängigkeit der Dimension des Zustandsraums und der Korrelationsverhältnisse des Posteriors zur Überwindung der Problematik von Skalierung und Orientierung des Proposals kann mit Hilfe einer Adaptierung des Proposals an die vorhergehenden Stichproben erfolgen[13] [327, 384, 380, 385].

Unter Adaptiven MCMC-Samplern werden Mechanismen verstanden, die Informationen zur Zielverteilung aus vorangegangenen Samples nutzen, um die Vorschlagsdichte für neue Kettenglieder gemäß einer vorgegebenen Updating-Regel anzupassen, während sich die Markov-Ketten weiterentwickeln [178, 332]. Die Anpassung des Vorschlagskerns ist hierbei so vorzunehmen, dass die Stationäre Verteilung der entstehenden Ketten zu jedem Zeitpunkt die gesuchte Verteilungsfunktion bleibt [351, 386]. Adaptive Strategien sind insbesondere dann erfolgreich, wenn der zusätzliche Aufwand für die Adaptierung klein gegenüber der Berechnung der Wahrscheinlichkeitsdichte ist und ein Lernprozess für neue Vorschläge stattfindet [387]. Dies ist bei komplexen Modellen meist der Fall.

Da Samples adaptiver Algorithmen durch die Aggregation von Wissen aus vorhandenen Stichproben entstehen [383, 386, 388], stellen diese, wie in Abschnitt 3.5.1 bereits angesprochen, keine Markov-Ketten im eigentlichen Sinne dar. Aus diesem Grund sind auch die für Markov-Ketten 1.Ordnung als hinreichend definierten Bedingungen für die Ergodizität adaptiver Sampler ungültig. Wie in [389] bzw. [390] bewiesen, sind stattdessen die Forderungen der Diminishing Adaptation und der Bounded Convergence einzuhalten, um Ergodizität zu gewährleisten [391, 351].

Mit der Bedingung der Diminishing Adaptation ist die Forderung verbunden, den stochastischen Prozess in zunehmend geringerem Maß an die gesuchte Dichte anzupassen [353, 391] und die Transienz der entstehenden Verteilung zu verhindern [392, 386, 351]. Während die Bedingung der Diminishing Adaptation zumeist einfach zu erfüllen ist, ist die Konstruktion von Algorithmen, für die die Bounded Convergence als Bedingung erfüllt ist, häufig schwieriger [390, 391, 353, 386]. Unter Bounded Convergence wird die Bedingung verstanden, dass die Zeit bis zur Stationärität beschränkt in Wahrscheinlichkeit sein muss [353, 391, 351]. Da auf die eingehende mathematische Darstellung der beiden Bedingungen zur Sicherstellung der Ergodizität und der Nachweisformate an dieser Stelle nicht eingegangen werden kann, wird auf [353, 389, 391, 386, 387, 351] verwiesen.

Die Einteilung der Verfahren zur Adaptierung des Proposals kann nach [351] in folgende Kategorien erfolgen:

- **Approximationsbasierte Algorithmen**
  Der Proposal wird auf Basis vorhergehender Samples geupdated. Die Adaptierung wird im Laufe der Simulation geringer.

- **Adaptive Independence Sampler**
  Der Vorschlag für das folgende Kettenglied ist von den vorangegangenen Samples abhängig, jedoch nicht vom aktuellen Zustand.

- **Regenerationsbasierte Adaptive Algorithmen**
  Die Anpassung der Verteilungsfunktion des Proposals findet an diskreten Zeitpunkten im Laufe der Simulation unter Zuhilfenahme aller vorhergehenden Samples statt.

- **Populationsbasierte Adaptive Algorithmen**
  Durch die parallele Ausführung mehrerer Ketten mit unterschiedlicher, aber verwandter invarianter Verteilung und Informationsaustausch zwischen den Ketten wird es ermöglicht, aus vorherigen Zuständen zu lernen und die Konvergenzgeschwindigkeit zu verbessern.

[13] Ein illustrierendes Beispiel für die Bedeutung der Vorschlagsdichte für die Konvergenzgeschwindigkeit hin zur stationären Verteilung kann [384] entnommen werden.

3.5.3.2 Single-Chain-Methoden: AM, DRAM

Im Vorgriff auf die Multi-Chain-Methoden sollen die von Heikki Haario entwickelten Algorithmen des Adaptive Metropolis (AM) und des Delayed-Rejection-Adaptive-Metropolis (DRAM) beschrieben werden. Diese gehören zu den am weitesten verbreiteten Verfahren des SCMCMC und sind Grundlage für die aufbauenden Verfahren des MCMCMC [334].

Im Algorithmus des Adaptive Metropolis wird während des Simulationsprozesses die Kovarianz eines ggf. multivarianten Proposals den vorliegenden Informationen angepasst [334, 393], so dass diese zur Gruppe der Approximativen Adaptions-Algorithmen gehören [351] und keine Markov-Ketten 1.Ordnung hervorbringen [381]. Der in [381] vorgestellte Algorithmus stellt eine Fortentwicklung des Adaptive Proposal aus [380] dar. Die Anpassungen der Kovarianz der Vorschlagsdichte im Adaptive Metropolis finden unter Zuhilfenahme aller Samples nach der Initialisierung statt, wohingegen im Adaptive Proposal (AP) nur eine festgelegte Zahl an Vorgängern zur Veränderung des Proposals beiträgt [381]. Der Nachweis der Ergodizität des Adaptive Metropolis kann [381] sowie [388] entnommen werden. Ein Beispiel zur Effizienzsteigerung durch den Adaptive Metropolis ist in [390] zu finden. Für ein Ablaufschema des Adaptive Metropolis wird auf [375] verwiesen.

Bei den Verfahren wird die d-dimensionale Verteilungsdichte des Proposals $q\left(\boldsymbol{x}_{t-1} \rightarrow \boldsymbol{x}_p\right)$ gemäß einer zum aktuellen Kettenstand symmetrischen Normalverteilung $N_d\left(\boldsymbol{x}_{t-1}; \boldsymbol{\Sigma}_p\right)$ mit Kovarianz $\boldsymbol{\Sigma}_p = s_d \cdot \boldsymbol{\Sigma}$ gewählt, wobei sich $\boldsymbol{\Sigma}$ nach der Festlegung in 3.67 aus der empirischen Kovarianzmatrix aller bisherigen Samples und einem sehr kleinen Skalar φ, multipliziert mit der d-dimensionalen Einheitsmatrix $\boldsymbol{I}_d$, zusammensetzt [178, 394]. Der zweite Term im Ausdruck 3.67 stellt sicher, dass $\boldsymbol{\Sigma}$ positiv definit bleibt [178] und sich so keine singuläre Kovarianzmatrix einstellen kann [334, 375, 394]. Der skalare Wert φ ist mit einem kleinen positiven Wert anzunehmen [178]. Zumeist wird $\varphi = 1 \cdot 10^{-6}$ gewählt [334]. Der Skalierungsfaktor s_d wird häufig mit $s_d = \frac{2{,}38^2}{d}$ angesetzt, ein Wert der sich, wie in [395] gezeigt, für normalverteilte Zielverteilungen als optimal erwiesen und sich auch für beliebige Verteilungstypen als Faustregel für hohe Akzeptanzraten bewährt hat [375]. Bei dieser Wahl von s_d ergibt sich für eine multivariante Normalverteilung mit einer großen Zahl von Variablen eine Akzeptanzrate von ca. 0,234 [395]. Für die Anpassung der Vorschlagsdichte an die gesuchte Verteilungsfunktion hat sich die parametrische Adaption der Kovarianz $\boldsymbol{\Sigma}_p$ im Allgemeinen als geeigneter erwiesen als die Anpassung der Skalierung [334].

$$\boldsymbol{\Sigma}_p = Cov\left(\boldsymbol{x}_0,\ \boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_{t-1}\right) + \varphi \cdot \boldsymbol{I}_d \tag{3.67}$$

Eine Erweiterung des Adaptive Metropolis und dessen Kombination mit einem Delayed-Rejection-Algorithmus zum DRAM wird in [385] beschrieben. Bei Zurückweisung eines Kandidaten $\boldsymbol{x}_p$ findet in diesem Algorithmus eine Änderung der Skalierung der darauffolgenden Vorschlagsdichte statt [385]. Auf eine zusätzliche Erweiterung um die Einbeziehung der zurückgewiesenen Samples kann an dieser Stelle nicht eingegangen werden, weshalb hierfür auf [375, 335] verwiesen wird.

Die Adaptierung des Proposals, um aus vorangegangenen Samples zu lernen [351, 394] steigert zwar die Effizienz der MCMC-Methodik in hochdimensionalen Zustandsräumen, jedoch besteht insbesondere für komplexe Verteilungsfunktionen mit isolierten Bereichen erhöhter Wahrscheinlichkeitsdichte weiterhin die Gefahr der Pseudo-Konvergenz, wenn nicht alle Bereiche des Zustandsraums exploriert werden konnten [382, 351, 376]. Zur Sicherstellung der Exploration aller bedeutenden Teilräume haben sich Verfahren bewährt, die mehrere Ketten gleichzeitig nutzen. Auf diese wird in Abschnitt 3.5.3.3 eingegangen.

3.5.3.3 Multi-Chain-Methoden: DE-MC, DREAM

Obwohl die bereits beschriebenen Verfahren eine Steigerung der Effizienz und damit auch der praktischen Relevanz des Bayes'schen Updating bewirken, ermöglicht erst die Simulation paralleler Ketten und die Kombination der darin enthaltenen Informationen eine praktische Lösung für komplexe Posterior-Verteilungen, beispielsweise wenn diese mehrere Optima oder starke Korrelationen aufweisen [334].

Viele Problemstellungen des Ingenieurwesens beinhalten rechenintensive Funktionsauswertungen, die eine Parallelisierung der Modellberechnung notwendig machen [178, 396, 393]. Die Konstruktion mehrerer paralleler Ketten und die Anpassung des Vorschlags unter Zuhilfenahme von Informationen aus parallelen Simulationen führt zur schnelleren Konvergenz der Einzelketten [178] und ermöglicht durch den Vergleich der Realisierungen des stochastischen Prozesses eine statistisch begründbare Konvergenzdiagnose [334, 393, 397]. Diese wird in Abschnitt 3.5.4 beschrieben.

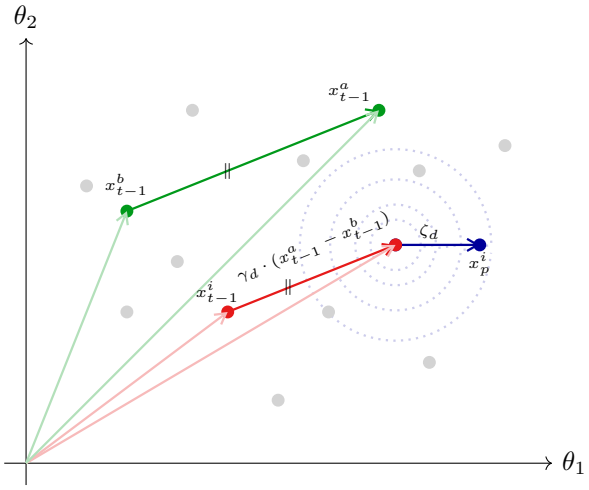


Abbildung 3.10: Schematische Darstellung zur Erzeugung neuer Vorschläge ${\boldsymbol{x}_p}^i$ durch Skalierung der Differenz zweier Samples $\boldsymbol{x}^a_{t-1}, \boldsymbol{x}^b_{t-1}$ aus Populationsbestandteilen der gleichen Generation und Addition eines Zufallswertes $Z \sim N_d(0; c^*)$ für einen zweidimensionalen Zustandsraum, nach [400]

Durch die Implementierung des evolutionären Algorithmus der Differential-Evolution (DE) ermöglichen die populationsbasierten Algorithmen des Differential-Evolution-Markov-Chain (DE-MC) und des Differential-Evolution-Adaptive-Metropolis (DREAM) die effiziente Auswertung des Posteriors als Zielverteilung.

Die Methodik der Differential-Evolution-Markov-Chain-Monte-Carlo (DE-MCMC) nutzt den eigentlich aus dem Optimierungsbereich stammenden Algorithmus der Differential-Evolution (DE) nach [398], um aus der Differenz bestehender Kettenglieder Informationen zur Orientierung und Skalierung des neuen Vorschlags zu gewinnen [397, 396, 384] und Markov-Ketten 1.Ordnung zu bilden [385]. Methoden der Differential-Evolution bilden einen guten Ausgleich zwischen der Exploration des Parameterraums und der lokalen Generierung neuer Samples [397, 351].

Ausgehend von überdispersen Startpunkten werden N Ketten parallel simuliert und die aktuelle Generation in einer Matrix $\boldsymbol{X}_{t-1} = \{\boldsymbol{x}^1_{t-1}, \cdots, \boldsymbol{x}^i_{t-1}, \cdots, \boldsymbol{x}^N_{t-1}\}$ der Dimension $N \times d$ abgespeichert, wobei $\boldsymbol{x}^i_{t-1}$ den i-ten Parametervektor zum Zeitpunkt $t-1$ bezeichnet [178, 334]. Als Start-Population können Samples aus der Prior-Verteilung verwendet werden [334]. In der in [399] vorgeschlagenen Konstruktionsregel aus 3.68 wird ein Vorschlag für ein Kettenglied der i-ten Kette, bezeichnet mit $\boldsymbol{x}^i_p$, durch die Addition der mit dem Skalierungsfaktor γ_d gewichteten Differenz zweier Generationsbestandteile $\boldsymbol{x}^a_{t-1}, \boldsymbol{x}^b_{t-1}$ und einer Zufallszahl ζ_d für den aktuellen Zustand der Kette $\boldsymbol{x}^i_{t-1}$ ermittelt [396, 178]. Die herangezogenen Ketten mit Index a, b werden aus der Menge aller Indizes $\{1, \cdots, N\} \backslash i$ ohne Zurücklegen gezogen, so dass $a \neq b \neq i$ gilt [399, 400]. Das Skalar γ_d zur Festlegung der Schrittweite sollte den Empfehlungen aus [401] zur Folge mit $\gamma_d = \frac{2{,}38}{\sqrt{2d}}$ angenommen werden. Um den Ketten Sprünge zwischen den Moden zu ermöglichen, ist eine sporadische Anpassung der Skalierung auf $\gamma_d = 1{,}0$ empfehlenswert [178, 334]. Dieser Eingriff in die Adaption des Zufallsprozesses wird in [178, 399] für jede 10.Generation bzw. in [334] mit einer Wahrscheinlichkeit von $p(\gamma_d = 1{,}0) = 0{,}1$ empfohlen. Der additive Term ζ_d wird meist aus der d-varianten Verteilung mit sehr kleiner Standardabweichung c^* im Vergleich zur gesuchten Verteilung gezogen [399], beispielsweise $Z_d \sim N_d(0; c^*)$. Dieser Term ermöglicht die Bewegung durch den gesamten Zustandsraum, so dass jeder mögliche Zustand erreicht werden kann [402]. Es entsteht ein populationsbasierter Algorithmus [384] und identische Samples werden nahezu ausgeschlossen [403]. Eine Veranschaulichung des Algorithmus anhand einer zweidimensionalen Dichtefunktion wird in Abbildung 3.10 gezeigt.

$$ {\boldsymbol{x}_p}^i = \boldsymbol{x}^i_{t-1} + \gamma_d \left(\boldsymbol{x}^a_{t-1} - \boldsymbol{x}^b_{t-1} \right) + \zeta_d \tag{3.68} $$

Im Anschluss an das so genannte „Parallel Direction Sampling“, d.h. das Sampling parallel zu vorhandenen Unterschieden von Samples, mit geringfügiger Zufallskomponente ζ_d wird die Metropolisregel nach Gleichung 3.66 angewandt, was die Gültigkeit der Detailed Balance und die Ergodizität des Algorithmus sicherstellt [397]. Der Nachweis der Eindeutigkeit der entstehenden stationären Verteilung ist [399] zu entnehmen. Die Zuordnung zur Gruppe der adaptiven MCMC-Techniken im Sinne der Definition aus [381]

ergibt sich durch den Lernprozess der Kette aus vorherigen Zuständen [397]. Die Fortentwicklung der DE-Algorithmik erbrachte eine Vielzahl von Varianten des hier vorgestellten Verfahrens aus [399], wie die Erweiterung im DE-MC$_Z$ oder die Implementierung des Snooker-Updates im DE-MC$_{ZS}$. Diese sind in dem in dieser Arbeit verwendeten DREAM$_{ZS}$-Algorithmus eingebettet und werden deshalb in Zusammenhang mit dem DREAM-Algorithmus separat erläutert.

Aufbauend auf dem Konzept des DE kann die Effizienz des Sampling aus multidimensionalen Verteilungen durch eine Kombination aus evolutionärer Algorithmik und der Stichprobengenerierung in Unterräumen des Zustandsraums weiter gesteigert werden und bildet die Basis für die Familie der DREAM-Algorithmen [178]. Charakteristiken des DREAM sind insbesondere die Verwendung eines MCMCMC-Ansatzes und die Kreuzung von Ketten, die die Diversität der Vorschläge erhöht, sowie ein randomisiertes Subspace-Sampling [404, 405]. Durch das Sampling in einer zufällig ausgewählten Teilmenge der Dimensionen (Subspace Sampling) lässt sich die mit steigender Dimension des Proposals exponentiell sinkende Effizienz des Sampling verbessern und die Anzahl der erforderlichen Ketten im Vergleich zum DE-MC-Verfahren senken [404, 382].

Der Ablauf der grundlegenden Algorithmik basiert auf der Auswahl einer Teilmenge A mit d^* Elementen aus der Menge $\{1, \cdots, d\}$ der Dimensionen des Zustandsraums in jedem Iterationsschritt. Mittels Kreuzung und Mutation werden anschließend neue Generationen erzeugt, die Stichproben aus der gesuchten Verteilung darstellen. Um die Teilmenge A aus den zu samplenden Dimensionen zu gewinnen, wird aus den d Dimensionen des Zustandsraums zufällig und ohne Zurücklegen eine Menge mit d^* Dimensionen ausgewählt. [334]

Die Konstruktion des Unterraums $\mathbb{R}^{d^*} \subseteq \mathbb{R}^d$ erfolgt mit Hilfe eines Kreuzungs-Operators cr. Der Wert von cr wird aus der geometrischen Reihe $CR = \left\{\frac{1}{n_{CR}}, \frac{2}{n_{CR}}, \cdots, 1\right\}$ mit einer Anzahl von n_{CR} verschiedenen Kreuzungswahrscheinlichkeiten gesampled, wofür eine Multinomialverteilung $\mathcal{M}(CR, \boldsymbol{p}_{CR})$ verwendet wird [334, 382]. Im Laufe des Burn-in kann die Kreuzungswahrscheinlichkeit $\boldsymbol{p}_{CR}$ adaptiv so eingestellt werden, dass die durch die Varianz der bis dato gesampelten Glieder jeder Kette normierte Euklidische Distanz auf einen der folgenden Zustände für jede Kette maximiert wird [382]. Zum Vergleich wird ein Vektor $\boldsymbol{z} = \{z_1, \cdots, z_d\}$ aus einer d-dimensionalen Gleichverteilung $Z \sim U_d\,(0; 1)$ gezogen und diejenigen Spalten j des Vektors $\boldsymbol{z}$ im Subset A gespeichert, deren Werte $\boldsymbol{z}_j$ der Bedingung $\boldsymbol{z}_j \leq cr$ genügen. Sofern keiner der Werte diese Bedingung erfüllt, wird eine Dimension aus $\{1, 2, \cdots, d\}$ zufällig ausgewählt [334].

Zur Bildung von Vorschlägen für eine Kette i, hier mit $\boldsymbol{X}_p^i$ bezeichnet, wird eine Anzahl von δ Kettenpaaren ausgewählt. Hierzu werden zwei Vektoren $\boldsymbol{a}$ und $\boldsymbol{b}$ der Länge δ generiert, deren Einträge aus $\{1, \cdots, i-1, i+1, \cdots, N\}$ ohne Zurücklegen gezogen werden. Der vorgeschlagene Sprung $d\boldsymbol{X}^i$ für die i-te Kette zum Zeitpunkt $t \geq 2$ gemäß der Konstruktionsvorschrift 3.69 wird für Dimensionen, die Teil des Subsets sind, durch die Summe der Differenzen von Kettengliedern $\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{a_j}}$, $\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{b_j}}$ der bestehenden, aktuellen Generation gewonnen. Andernfalls wird keine Änderung vorgesehen. [334]

Zur Initialisierung des Algorithmus ist zu Beginn der Simulation eine Start-Population zu wählen, die beispielsweise aus der Prior-Verteilung gezogen werden kann [334]. Zudem kann der Zustandsraum durch Vorgabe eines (technisch) möglichen Parameterbereichs eingeschränkt werden. Sofern die Samples außerhalb dieses zulässigen Bereichs fallen, werden diese mittels der in Abbildung 3.11 gezeigten Optionen „bound“, „reflect“ oder „fold“ in den vordefinierten Zustandsraum zurückgeführt [334]. Innerhalb dieser Arbeit wird die Option „reflect“ gewählt, da sich diese in der Praxis bewährt hat [334]. Für eine detaillierte Darstellung der Möglichkeiten und den damit verbundenen Vorteilen wird auf [334] verwiesen.

Die Skalierung der Differenzen erfolgt durch die Multiplikation mit der Summe aus dem d^*-dimensionalen Einheitsvektor 1_{d^*} und einem Zufallsvektor λ_{d^*} , sowie mit dem Faktor $\gamma_{(\delta,d^*)}$. Der Vektor λ_{d^*} wird aus $\Lambda \sim U_{d*}\,(-c; +c)$ gezogen, wobei c häufig zu 0,1 gewählt wird. Der Faktor $\gamma_{(\delta,d^*)}$ wird meist zu $\frac{2{,}38}{\sqrt{2\delta d^*}}$ gesetzt und mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,2 wird der Wert 1,0 verwendet. Dies forciert ebenso wie im DE-MC Sprünge zwischen den Moden. Für normal- oder studentverteilte Zufallsfunktionen ergibt sich für diese Wahl eine Akzeptanzrate von ca. 0,44 für d = 1, 0,28 für d = 5 und 0,23 für $d \to \infty$ und entspricht damit dem Optimum aus [401]. [334]

In praktischen Anwendungsfällen hat sich eine Anpassung von $\gamma_{(\delta,d^*)}$ um einen weiteren Faktor β_0 als zielführend für die Konvergenz erwiesen [334]. Typisch sind Werte zwischen 0,25 und 0,50 [334].
Den durch Kreuzungen in der Vorgängerpopulation ermittelten Vektor für alle in A enthaltenen Dimensionen wird ein d^*-dimensionaler Zufallsvektor ζ_{d^*} aus $Z \sim N_{d^*}\,(0; c^*)$ hinzuaddiert, der eine gegenüber

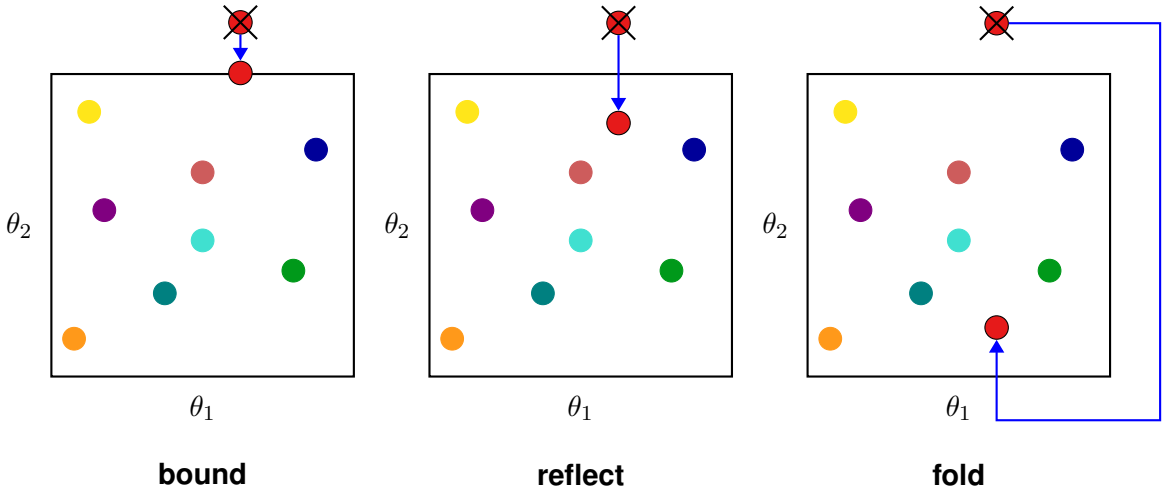


Abbildung 3.11: Möglichkeiten der Behandlung von Samples außerhalb des vorgegebenen Parameterraums, nach [334]

der gesuchten Verteilung kleine Standardabweichung c^* aufweist, beispielsweise $c^* = 1 \cdot 10^{-6}$ [334]. Die Konstruktion des Proposals erfolgt nach der Vorschrift in 3.70.

Auf Grundlage der Metropolis-Regel aus Gleichung 3.66 wird am Ende jeder Iteration eine Entscheidung über die Akzeptierung eines Proposals $\boldsymbol{X}_p^i$ gefällt [405, 334].

$$\begin{aligned} d\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{i}} &= \zeta_{d^*} + (1_{d^*} + \lambda_{d^*}) \cdot \gamma_{(\delta,d^*)} \sum_{j=1}^{\delta} \left(\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{a_j}} - \boldsymbol{X}_{\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{b_j}} \right) \\ d\boldsymbol{X}_{\neq \boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{i}} &= 0 \end{aligned} \tag{3.69}$$

$$\boldsymbol{X}_p^i = \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{i}} + d\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{i}} \tag{3.70}$$

3.5.3.4 Sampling aus vorherigen Zuständen und Snooker-Update: DREAM$_{ZS}$

Basierend auf dem ursprünglichen DREAM-Algorithmus aus [405, 382] wurde eine Familie von Algorithmen entwickelt, beispielsweise DREAM$_D$ [406] oder DREAM$_{ABC}$ [407].

Unter den zur Verfügung stehenden Algorithmen als besonders gut für die Aufgabenstellung dieser Arbeit geeignet hat sich der in [397] vorgestellte DREAM$_{ZS}$-Algorithmus erwiesen. Hierin wird vom Prinzip des Samplings parallel zur Verbindungslinie zweier Individuen der vorhergehenden Generation abgewichen und stattdessen ein Archiv vorangegangener Zustände aus der gesamten Entwicklungsgeschichte rekombiniert [408]. Mittels eines Snooker-Updates wird eine weitere Diversifizierung der Vorschläge vorgenommen [393].

Aus einem Archiv $\boldsymbol{Z} = \left\{ \boldsymbol{Z}^1, \cdots, \boldsymbol{Z}^m \right\}$ von m Zuständen aus der Vergangenheit wird ein Vorschlag gemäß der Konstruktionsvorschrift in 3.71 generiert. Dies entspricht dem Vorgehen des ursprünglichen DREAM, jedoch erweitert um ältere Kettenzustände. Hierzu wird eine Anzahl δ an Kettenpaaren verwendet, um einen neuen Proposal zu generieren. Die Vektoren $\boldsymbol{a}$ und $\boldsymbol{b}$ sind Zufallsvektoren der Länge δ, deren Einträge ohne Zurücklegen aus $\{1, \cdots, m\}$ gezogen werden. Für $t = 1$ wird auf eine Population $\boldsymbol{Z_0}$ der Dimension $m_0 \times d$ zurückgegriffen, die aus der Prior-Verteilung gesampled wird. Empfohlen wird eine anfängliche Populationsgröße von $m_0 = 10d$. Die letzten N gezogenen Zustände bilden die Matrix $\boldsymbol{X} = \left\{ \boldsymbol{x}_t^1, \cdots, \boldsymbol{x}_t^i, \cdots, \boldsymbol{x}_t^N \right\}$ als aktuelle Generation. [334]

$$\begin{aligned} d\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{i}} &= \zeta_{d^*} + (1_{d^*} + \lambda_{d^*}) \cdot \gamma_{(\delta,d^*)} \sum_{j=1}^{\delta} \left(\boldsymbol{Z}_{\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{a_j}} - \boldsymbol{Z}_{\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{b_j}} \right) \\ d\boldsymbol{X}_{\neq \boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{i}} &= 0 \end{aligned} \tag{3.71}$$

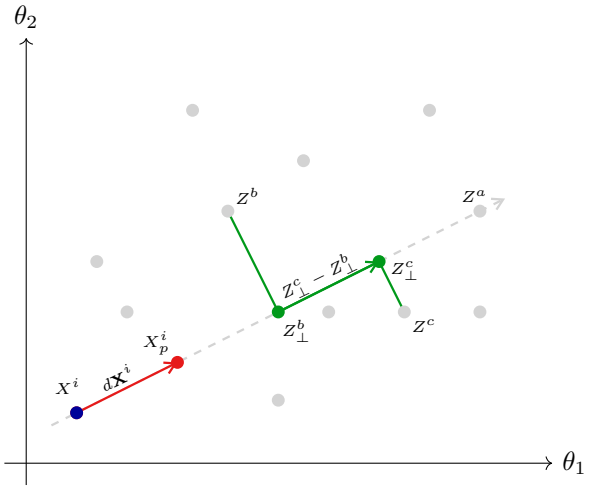


Abbildung 3.12: Snooker-Update einer 2-dimensionalen Verteilungsdichte; aus einem Archiv $\boldsymbol{Z}$ (grau) werden Samples $\boldsymbol{Z}^a, \boldsymbol{Z}^b$ und $\boldsymbol{Z}^c$ (grau) zufällig ausgewählt; die Zustände $\boldsymbol{Z}^b$ und $\boldsymbol{Z}^c$ werden senkrecht auf die Verbindungslinie zwischen dem Individuum $\boldsymbol{X}^i$ (blau) und $\boldsymbol{Z}^a$ projiziert, wodurch $\boldsymbol{Z}^b_\perp, \boldsymbol{Z}^c_\perp$ entstehen; der Unterschied der Zustände $\boldsymbol{Z}^b_\perp$ und $\boldsymbol{Z}^c_\perp$ wird zur Bildung des neuen Vorschlags $\boldsymbol{X}^i_p$ verwendet [397, 334]

Nach Update gemäß der Konstruktionsvorschrift in 3.71, analog zu der in 3.69, erfolgt in jedem k-ten Schritt eine Erweiterung des Archivs $\boldsymbol{Z_0}$ bzw. $\boldsymbol{Z}$ um $\boldsymbol{X}$ [334]. Um die Effizienz des Algorithmus durch eine größere Diversität der Vorschläge zu erhöhen, wird neben dem Parallel-Direction-Sampling mit einer Wahrscheinlichkeit von $p_{Snooker}$ ein Snooker-Update in den Ablauf integriert [334, 393]. Dieses Update ist in Abbildung 3.12 anhand eines 2-dimensionalen Problems erklärt. Die Richtung des Snooker-Updates wird dabei aus der Verbindungslinie zwischen dem Individuum $\boldsymbol{X^i}$ der aktuellen Generation und einem zufällig ausgewählten Zustand $\boldsymbol{Z}^a$ aus dem Archiv $\boldsymbol{Z}$ bestimmt. Die Schrittweite des Updates ergibt sich aus dem Unterschied der Projektionen $\boldsymbol{Z}^b_\perp$ und $\boldsymbol{Z}^a_\perp$ zweier anderer Zustände $\boldsymbol{Z}^b$ und $\boldsymbol{Z}^c$ aus dem Archiv $\boldsymbol{Z}$. Die Indizes a, b und c werden aus $\{1, \cdots, m\}$ ohne Zurücklegen gezogen. Die Differenz zwischen dem aktuellen Individuum $\boldsymbol{X^i}$ und dem Vorschlag $\boldsymbol{X}^i_p$ ergibt sich gemäß der Festlegung in 3.72, wobei γ_s aus $\Gamma \sim U(1, 2; 2, 2)$ gezogen wird. Der Vorschlag $\boldsymbol{X}^i_p$ wird gemäß der Konstruktionsvorschrift in 3.70 ermittelt. [334, 397]. Benchmark-Beispiele für die Verwendung des DREAM$_{ZS}$ zur Lösung komplexer hochdimensionaler Probleme sind in [409, 397, 393] zu finden.

$$d\boldsymbol{X}^i = \gamma_s \cdot \left(\boldsymbol{Z}^b_\perp - \boldsymbol{Z}^c_\perp \right) + \zeta_d \tag{3.72}$$

Durch die Verwendung des DREAM$_{ZS}$ ist es möglich, die Anzahl der Ketten N zu reduzieren, so dass auch für hochdimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilungen eine Zahl von N = 3 ausreicht und weniger Samples für den Burn-in verworfen werden müssen [397, 334]. Bedingt durch das Sampling aus vorhergehenden Zuständen erzeugt der Prozess keine Markov-Ketten im eigentlichen Sinne und gehört zur Klasse der adaptiven Algorithmen. Die Bedingung der Diminishing Adaptation ist durch die schwächer werdende Adaptierung zu begründen, da das Archiv $\boldsymbol{Z}$ mit N/m bzw. k/t mit jeder Generation langsamer wächst und so die Konvergenz sicherstellt. [397]

3.5.4 $\hat{R}$-Statistik zur Konvergenzdiagnose

Zur Feststellung der Konvergenz der simulierten Ketten und Festlegung des Burn-in ist für die MCMC-Methodik eine Konvergenzdiagnose unerlässlich [410, 411]. Die zur Bildung der simulierten Verteilung herangezogenen Samples n sind dabei so zu wählen, dass die transiente Phase des stochastischen Prozesses überwunden ist und die auf den Burn-in folgenden Samples allesamt aus der Zielverteilung stammen [362, 178].

Ebenso wie für die unabhängig gezogenen Samples aus Abschnitt 3.2 ist auch für das Sampling durch Markov-Ketten bei einer endlichen Anzahl von Simulationen keine exakte Übereinstimmung mit der gesuchten Wahrscheinlichkeitsverteilung möglich [361, 412]. Wie für alle stochastischen Algorithmen kann

keine monotone Entwicklung der Schätzer angenommen werden [413] und Konvergenz kann nur falsifiziert, nie aber verifiziert werden [178, 362, 351]. Theoretische Überlegungen zu Fehlerschranken der Simulation finden sich beispielsweise in [198, 356], haben sich in der praktischen Anwendung jedoch als wenig zielführend erwiesen [414, 415, 342]. Ein Überblick und eine vergleichende Diskussion theoretischer Ansätze ist in [415] zu finden.

Für Multi-Chain-Verfahren hat sich insbesondere die $\hat{R}$-Statistik aus [367] etabliert. Die sogenannte Potential Scale Reduction $\hat{R}$ ist ein robustes Maß [334] für die mögliche Verbesserung einer Schätzfunktion bei der Steigerung der Kettenlänge gegen unendlich [413, 367]. Vorteile der $\hat{R}$-Statistik sind insbesondere die einfache Implementierung und die Einfachheit in der Aussage mit Hilfe eines einzigen Indikators [327]. Von Nachteil für die Anwendung ist hingegen die separate Beurteilung jeder einzelnen Dimension der ermittelten Verteilung [327, 361] und die Bedingung der Überdispersion der Startpunkte [327].

Die $\hat{R}$-Statistik begründet sich in dem Gedanken, dass die Ähnlichkeit des Samples zur unbekannten Zielverteilung durch den Vergleich parallel simulierter Ketten erfolgen kann [413, 414]. Sofern sich die Konvergenzannahme nicht als begründbar erweist, wird für die Einzelketten eine geringere Varianz berechnet als dies für die Gesamtheit aller Kettenglieder der Simulation der Fall ist [413, 213]. Diese Überprüfung findet durch eine Varianzanalyse (ANOVA) der unabhängig simulierten Ketten mit überdispersen Startpunkten statt [330]. Die Forderung der Unabhängigkeit der parallel simulierten Ketten [414] kann für populationsbasierte Sampler durch die Unabhängigkeit der Samples in jeder Generation sichergestellt werden [399, 397, 405, 393]. Die Forderung der Überdispersion ergibt sich aus der Notwendigkeit, alle Bereiche erhöhter Wahrscheinlichkeit zu repräsentieren, um Konvergenzprobleme besser erkennen zu können [213, 413].

Zu jedem Zeitpunkt t wird die Potential Scale Reduction $\hat{R}$ für die N parallel simulierten Ketten getrennt für jeden Parameter j nach [334] wie folgt ermittelt:

Schritt 1: **Bestimmung der Varianz W_j innerhalb der Ketten (Within Sequence Variance)**
Mit Hilfe der zweiten Hälfte der gesampelten Zustände jeder Kette $\boldsymbol{X}^r$ wird der Mittelwert der Varianzen innerhalb der Ketten gemäß Gleichung 3.73 bestimmt [334]. Die Verwendung der letzten Hälfte der Glieder jeder Kette folgt den Empfehlungen aus [367] bzw. dem Vorgehen aus [405, 382]. $\overline{\boldsymbol{X}}_j^r$ ist dabei der Mittelwert der Zustände der Einzelketten $\boldsymbol{X}_{i,j}^r$. Die Abrundung der unteren Summationsgrenze in den Ausdrücken in 3.73 wird durch die Gaußklammer $\lfloor \cdot \rfloor$ symbolisiert.
Der ermittelte Wert unterschätzt tendenziell die Varianz, da die Kette potenziell noch nicht den gesamten Zustandsraum explorieren konnte und deshalb eine geringere Variabilität aufweist [413].

$$W_j = \frac{2}{N\,(t-2)} \sum_{r=1}^{N} \sum_{i=\lfloor \frac{t}{2} \rfloor}^{t} \left(\boldsymbol{X}_{i,j}^r - \overline{\boldsymbol{X}}_j^r \right)^2 \qquad \text{mit } \overline{\boldsymbol{X}}_j^r = \frac{2}{t-2} \sum_{i=\lfloor \frac{t}{2} \rfloor}^{t} \boldsymbol{X}^r{}_{i,j} \tag{3.73}$$

Schritt 2: **Bestimmung der Varianz $\frac{B_j}{t}$ zwischen den Ketten (Between Sequence Variance)**
Aus den gesampelten Ketten wird die Varianz zwischen den Kettensequenzen auf Basis der zweiten Hälfte der Ketten gemäß der Berechnungsvorschrift in 3.74 ermittelt. $\overline{\overline{\boldsymbol{X}}}_j$ ist dabei der Mittelwert über die Mittelwerte in den Einzelketten $\overline{\boldsymbol{X}}_j^r$ für die N Ketten.

$$\frac{B_j}{t} = \frac{1}{2(N-1)} \sum_{r=1}^{N} \left(\overline{\boldsymbol{X}}_j^r - \overline{\overline{\boldsymbol{X}}}_j \right)^2 \text{ mit } \overline{\overline{\boldsymbol{X}}}_j = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^{N} \left(\overline{\boldsymbol{X}}_j^r \right) \tag{3.74}$$

Schritt 3: **Schätzung der Varianz $\sigma_+^{2(j)}$**

Mit Hilfe der Ergebnisse aus den Berechnungsvorschriften in 3.73 und 3.74 kann eine Schätzung der Varianz des j-ten Parameters der Zielverteilung angegeben werden. Der Schätzwert $\sigma_+^{2(j)}$ aus 3.75 ist ein gewichtetes Mittel aus der Varianz zwischen den Mittelwerten der Sequenzen $\frac{B_j}{t}$ und dem Mittel der N Varianzen W_j [367] und überschätzt die tatsächliche Varianz für den Fall der Überdispersion der Startwerte [413]. Durch die Wichtung ist der Schätzwert $\sigma_+^{2(j)}$ für die Varianz der Zielverteilung unter stationären Bedingungen unverzerrt [367, 413].

$$\sigma_+^{2(j)} = \frac{t-2}{t} W_j + \frac{2}{t} B_j \tag{3.75}$$

Schritt 4: **Bestimmung des Scale Reduction Factors $\hat{R}_j$**

Der Faktor, um den die aktuelle Verteilung für $n \to \infty$ verbessert werden kann, wird durch den Wert $\hat{R}_j$ gemäß der Berechnungsvorschrift in 3.76 ausgedrückt [367]. Werte nahe 1,0 sind Indikatoren für gute Konvergenz zur Zielverteilung [413, 361]. Sofern bedeutend größere Werte auftreten, sind weitere Simulationen notwendig, um bessere Übereinstimmung zwischen den Ketten herzustellen [413, 213].

$$\hat{R}_j = \sqrt{\frac{N+1}{N} \cdot \frac{\sigma_+^{2(j)}}{W_j} - \frac{t-2}{N \cdot t}} \tag{3.76}$$

Konvergenz wird in der Regel dann angenommen, sobald für jeden Parameter j die Forderung $\hat{R}_j \leq 1{,}2$ erfüllt ist. Dieser Wert entspricht der Empfehlung aus [413]. Sobald die Bedingung $\hat{R}_j \leq 1{,}2$ zum Zeitpunkt t^* erfüllt ist, kann die transiente Phase der Kettenentwicklung als abgeschlossen betrachtet werden, so dass alle weiteren $N \cdot (t - t^*)$ Samples aus der Zielverteilung stammen.

Basierend auf den Überlegungen der $\hat{R}$-Statistik wird in [414] eine multivariante Erweiterung vorgeschlagen, auf die in diesem Abschnitt jedoch nicht weiter eingegangen wird, da die Zahl an Variablen eine gesonderte Betrachtung zulässt.

4 Eigene Forschung

4.1 Versuchsbrücken

4.1.1 Brücke Traunwalchen

Das als Zweifeldträger ausgebildete Spannbeton-Tragwerk (BwNr.: 8041504 0) überführt die Staatsstraße 2096 über die Traun zwischen Matzing und Traunreuth bei Traunwalchen im Landkreis Traunstein. Die Abbildung 4.1 zeigt eine Ansicht des Bauwerks. Eine zeichnerische Darstellung ist der Skizze 4.2 zu entnehmen.

Die Brücke aus dem Jahr 1972 weist äquidistante Stützweiten von 22,9 m und Feldlängen von 23,3 m auf. Der Überbau wurde als vorgespanntes Plattentragwerk mit veränderlichen Überbauhöhen von 70 cm im Feldbereich bis 120 cm im Stützbereich ausgeführt. Die Überführung der Traun erfolgt in einem Winkel von 77 °. Die Brücke weist einen Radius von 100 m auf. Der Querschnitt hat eine Gesamtbreite von 11,25 m zwischen den Gesimsaußenkanten. Die Richtungsfahrbahnen sind jeweils 3,50 m breit. [416]

Die Betonfestigkeit des Überbaus wird im Bauwerksbuch [416] mit Bn450 nach DIN 1045 [417] angegeben. Dies entspricht [47] der heutigen Betonfestigkeitsklasse C35/45. Die Vorspannung des Bauwerks durch intern verlegte Spannglieder erfolgt ausschließlich in Längsrichtung [418]. Der Belag besteht aus splittreichem Asphaltfeinbeton [416]. Die Dicke der Asphaltschicht beträgt 10 cm [418]. Die Kappen wurden aus Beton der Festigkeitsklasse Bn250 (≈C20/25 nach [47]) hergestellt und liegen als zusammenhängendes Bauteil auf der Brückenabdichtung auf [416]. Die Verankerung erfolgt durch Anschlussbewehrung. Die Breite der Kappen beträgt westlich 2,50 m und östlich 1,75 m [416]. Die Lagerung erfolgt auf je drei Elastomerlagern an den Widerlagern und sechs Lagern auf dem Mittelpfeiler. Es handelt sich um eine schwimmende Lagerung. Die Abmessungen der Elastomere am Widerlager betragen jeweils 250 mm×400 mm×54 mm und am Pfeiler 400 mm×300 mm×29 mm [419]. Produktbezeichnungen oder Zulassungen konnten den Unterlagen nicht entnommen werden.

Die Gründung der Widerlager erfolgt durch zwei Großbohrpfähle d = 1,3 m mit Fußpunkt 6,0 m unter UK Widerlagerfundament. Diese binden in sandigen bzw. stark sandigen Kies ein. Der Abstand der Pfähle untereinander beträgt 6,0 m. Unter der Mittelpfeilerscheibe sind drei Großbohrpfähle mit d = 1,3 m angeordnet, die bis 5,5 m unter UK Fundament einbinden und einen Rasterabstand von 2,6 m aufweisen. Die Bohrpfähle sind in B300 ausgeführt. [419]

Für die statische Berechnung des Bauwerks wurde das Lastmodell BK60 nach DIN 1072:1967-11 [420] angesetzt. Die Militärlastklasse nach STANAG 2021 [421] beträgt für Rad und Kette jeweils MLC30/30-60 [416]. Die am 7. November 2019 durchgeführte Hauptprüfung ergab eine Zustandsnote von 2,2 [422]. Hierin konnten keine Schadensbilder ermittelt werden, die auf eine Steifigkeitsminderung des Querschnitts durch Rissbildung schließen lassen.



Abbildung 4.1: Ansicht der Brücke Traunwalchen

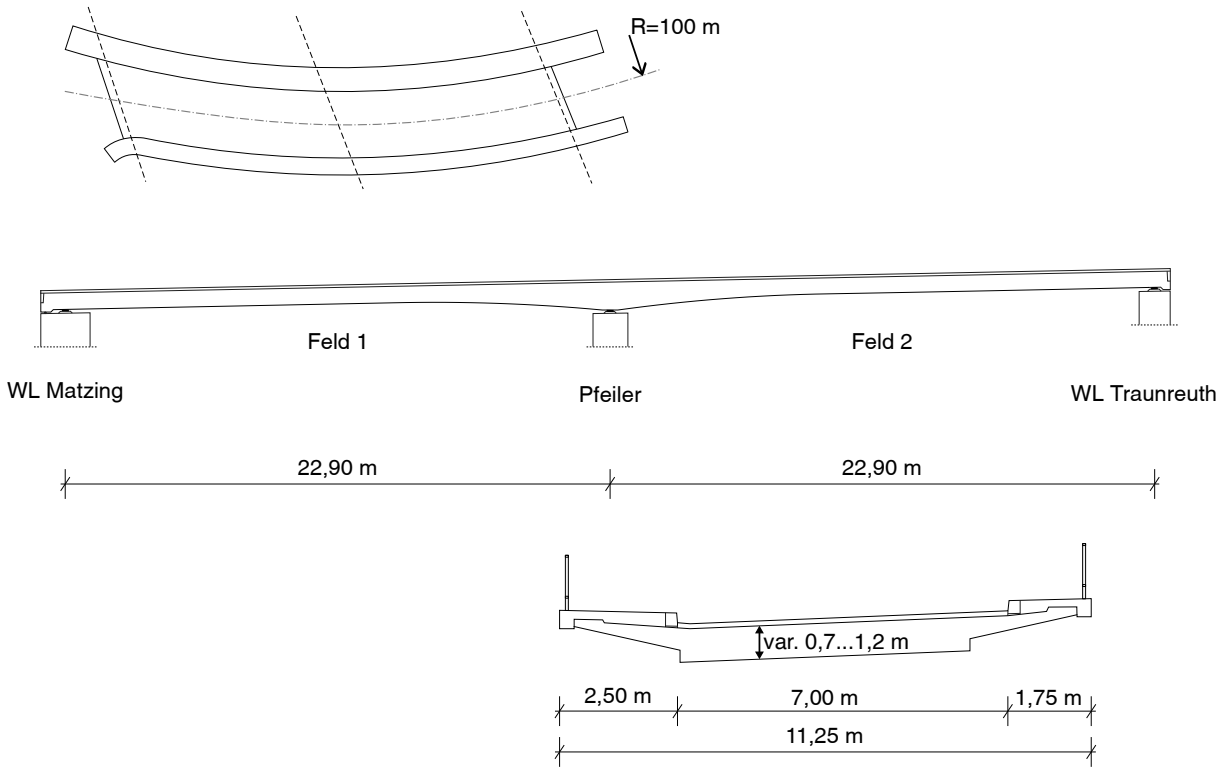


Abbildung 4.2: Draufsicht, sowie Längs- und Querschnitt der Brücke Traunwalchen, nach [418]

4.1.2 Brücke Roding

Die einzellige Spannbeton-Kastenbrücke (BwNr.: 6741504 0) aus dem Jahr 1965 überführte die Bundesstraße 85 auf der Strecke von Schwandorf nach Cham über den Fluss Regen bei Roding. Die Abbildung 4.3 zeigt eine Luftaufnahme des Bauwerks nach der Umleitung des Verkehrs auf den danebenliegenden Ersatzneubau. Die Skizze 4.4 zeigt eine zeichnerische Darstellung des Bauwerks.

Das drei-feldrige Tragwerk weist eine Gesamtlänge von 137 m mit Einzelstützweiten von 39,00 m, 55,00 m und 39,00 m auf. An den Zwischenauflagern wurden Vouten ausgeführt, so dass die Gesamthöhe des Querschnitts zwischen 1,20 m und 2,25 m variiert. Die Kreuzung des Flusses Regen erfolgt unter einem Winkel von 92°. Der Querschnitt weist eine Gesamtbreite zwischen den Gesimsaußenkanten von 12,00 m auf, die Richtungsfahrbahnen haben jeweils eine Breite von 4,25 m. [423, 424]

Die Betonfestigkeit des Überbaus wird in der statischen Berechnung als B300 (≈C20/25 nach [47]) angegeben, jedoch weisen spätere Prüfberichte und das Bauwerksbuch [423] auf die Verwendung eines B450 (≈C30/35 nach [47]) hin. Innerhalb dieser Arbeit wird von einem B300 ausgegangen. Die Spannglieder in Längsrichtung wurden exzentrisch in den Stegen geführt. Der Verbund erfolgte nachträglich. Als Spannverfahren wurde das System BBRV-SUSPA mit Zulassungsnummer Z-13.1-14 gewählt. Die Fahrbahn- und die Bodenplatte des Kastens wurden in Querrichtung vorgespannt. Der Kastenquerschnitt wurde für volle Vorspannung bemessen. [423]

Der Belag besteht gemäß [425] aus Gußasphalt mit Stärken zwischen 8 cm und 9 cm [423]. Die Kappen wurden aus Stahlbeton der Festigkeitsklasse B300 (≈C20/25 nach [47]) hergestellt und liegen als zusammenhängendes Betonbauteil auf [423]. Die Verankerung erfolgt über Anschlussbewehrung. Die Gesamtbreite der Kappen beträgt 1,75 m [424]. Zum Zeitpunkt der Versuche waren das Geländer und das Gesims auf nördlicher Seite zum Teil entfernt.

Die Lagerung in jeder Achse erfolgte auf zwei Linienkipplagern. In horizontaler Richtung wird eine statisch bestimmte Lagerung angenommen. Die Gründung erfolgt als Flachgründung auf festgelagertem Kies und braunem Fels. [423]

Die ursprüngliche Statische Berechnung sieht als Ziellastniveau die Brückenklasse 60 nach DIN 1072: 1952-06 [426] für zivile Lasten und MLC50/50-100 nach STANAG 2021 [421] für militärische Lasten (Rad und Kette) vor [423]. Die am 14. Oktober 2013 durchgeführte letzte Hauptprüfung ergab eine Zustands-

note von 3,5. In der Bauwerksprüfung konnten keine Risse festgestellt werden, die Auswirkungen auf den lastabtragenden Querschnitt haben könnten [423]. Das Bauwerk wurde im Jahr 2019 rückgebaut und durch einen Ersatzneubau ersetzt.



Abbildung 4.3: Luftaufnahme der Versuchsbrücke Roding, nach [427] (Foto: Medienzentrum der Universität der Bundeswehr München, mit Genehmigung von Springer Nature wiedergegeben)

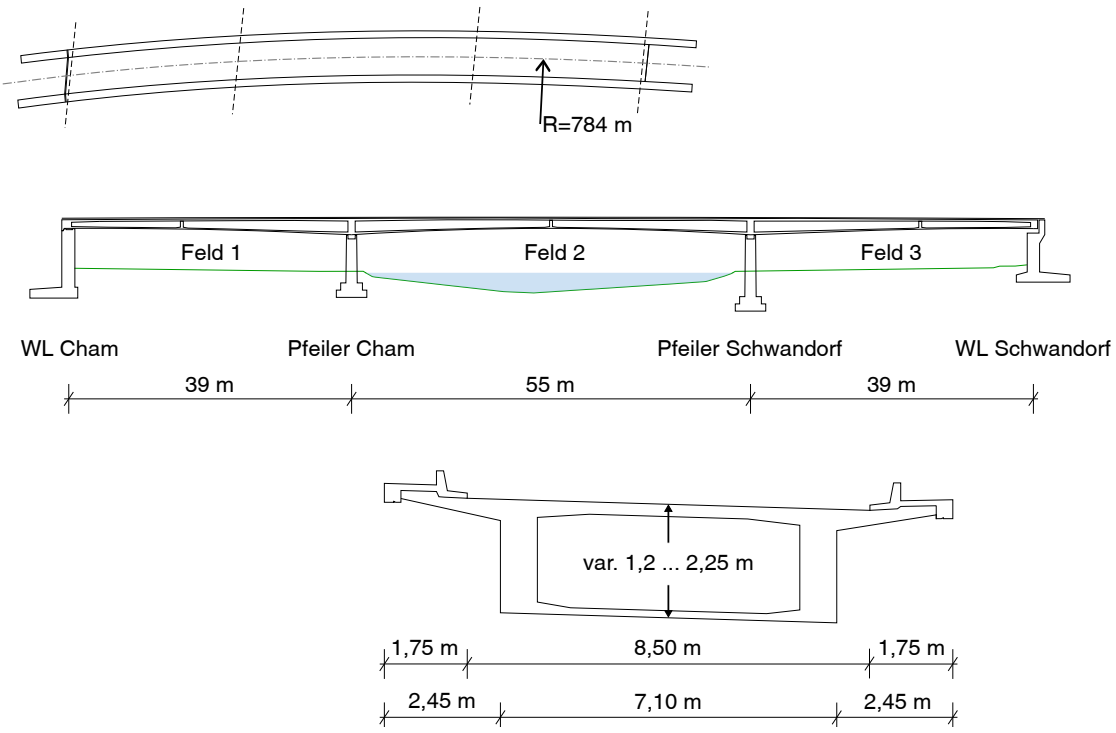


Abbildung 4.4: Draufsicht, sowie Längs- und Querschnitt der Brücke Roding, nach [424]

4.2 Finite-Elemente-Modellierung

4.2.1 Allgemeines

Für die beiden Versuchsbrücken wird im Folgenden die grundlegende Modellierung mittels Finiter Elemente beschrieben. Die Eingabe der Modelle erfolgte textbasiert in Sofistik 2024. Auf die Übergabe der Ein- und Ausgangsgrößen des Berechnungsmodells wird in Abschnitt 4.5.2 eingegangen.

4.2.2 Brücke Traunwalchen

Die Modellierung des Überbaus erfolgt durch Schalenelemente veränderlicher Dicke, sowie durch Senkfederelemente zur Modellierung der Lagerung auf den Unterbauten. Die Visualisierung des Modells zeigt Abbildung 4.5. Als Bauwerksachse wird die Fahrbahnachse verwendet und alle Systemlinien daran ausgerichtet. Die positive z-Achse wird auf OK des Überbauquerschnitts festgelegt. Die erforderliche Netzfeinheit wurde durch eine Konvergenzstudie bestimmt, um insbesondere die schiefwinkligen Plattenränder korrekt abzubilden. Für die feldweise veränderlichen Systemparameter werden jeweils unterschiedliche Materialnummern verwendet.

Die Kappen werden durch Flächenelemente modelliert. Diese werden mit Hilfe der selben Knoten eingegeben wie die Überbauplatte. Der Fahrbahnbelag wird in gleicher Weise modelliert. Die Handläufe der Geländer werden als exzentrische Stäbe an den Kappenquerschnitt angeschlossen.

Die Verbindung zwischen der Platte des Überbaus und den Lagerfedern wurde durch eine Kopplung auf Grundlage der Equivalent Stress Transformation eingegeben. Durch diese in [428] vorgestellte Methode wird die durch eine Einzellast oder ein Einzelmoment hervorgerufene Spannungsverteilung auf Grundlage des Lagerquerschnitts auf das System aufgebracht und so Koppelbedingungen für den Auflagerknoten definiert. Auf diese Weise lassen sich Singularitäten vermeiden und die Lagerung unabhängig von der Netzgeometrie definieren. Für eine eingehende Beschreibung des Verfahrens wird mit Verweis auf [429] verzichtet.

Für die Modellierung der horizontalen Steifigkeit der Elastomerlager werden an den Federn Quersteifigkeiten eingeführt. Deren Betrag wurde gemäß [430] ermittelt, wobei ein Schubmodul von 0,9 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ angesetzt wurde. Dies entspricht dem Vorzugswert nach DIN EN 1337-3:2018-02 [431]. Die Geometrie der Lager wird gemäß Bestandsstatik [419] modelliert. Die Federsteifigkeit an den Endauflagern ergibt sich zu 2000 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}$. Am Pfeiler wurde die Steifigkeit aus der Kombination der Steifigkeit des Pfeilers bei Belastung am Pfeilerkopf und der des Elastomers gemäß [430] berechnet. Es ergibt sich eine Federkonstante von 3655 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}$.

Bewehrung und Vorspannung wird nicht modelliert, da diese für materiell-lineare Berechnung keinen Einfluss auf die Systemreaktionen durch äußere Lasten hat.

Der Einfluss der Dämpfungen des Stahlbeton-Überbaus auf die Eigenfrequenzen wird nach einem Vergleich mit den Ergebnissen bei verschiedenen gängigen Dämpfungsmaßen als sehr gering eingestuft und deshalb vernachlässigt.

Die Lasten der Versuchsfahrzeuge werden durch Flächenlasten berücksichtigt und mit Hilfe von Lastenzügen eingegeben. Hierfür wird die Lastausbreitung nach Eurocode 1 [432] berücksichtigt.

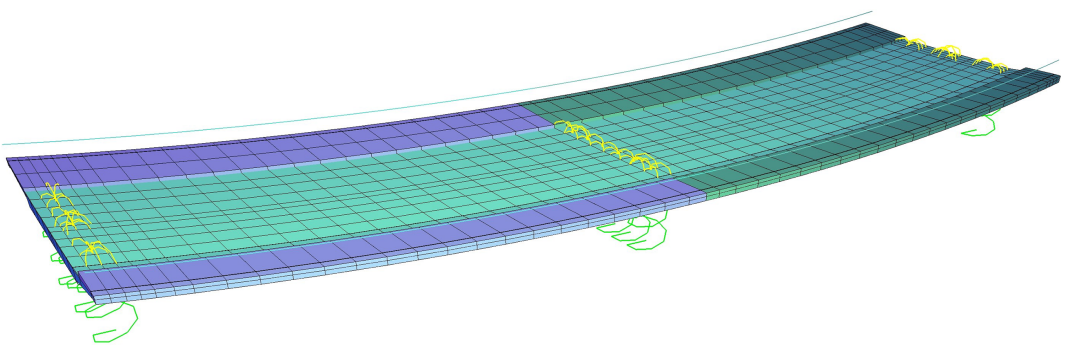


Abbildung 4.5: Visualisierung des Finite-Elemente-Modells für die Berechnungen an der Brücke Traunwalchen

4.2.3 Brücke Roding

Das verwendete Modell baut auf dem für den Abbruch erstellten Modell des Ingenieurbüro K^3 GmbH auf und wurde zur Abbildung sämtlicher untersuchter Steifigkeitsanteile angepasst. Für die Manipulation im Rahmen der Unsicherheitsquantifizierung wurde das Modell derart verändert, dass eine automatisierte Übergabe von Systemparametern möglich ist. Die Visualisierung des Modells zeigt Abbildung 4.6.

Die Geometriedefinition erfolgt durch eine achsbasierte Eingabe mit Hilfe von Balkenelementen sowie durch Senkfedern zur Modellierung der Lager auf den Unterbauten. Die Querschnittswerte werden anhand der Stationierung im Modell festgelegt. Die Achse verläuft hierbei entlang der Oberkante des Überbaus in der Querschnittsmittelachse. Zur feldweisen Parametrisierung werden den Elementen der einzelnen Felder verschiedene Materialnummern zugewiesen.

Die Querschnittswerte der Kappen wurden im Vorfeld gemäß einem Aufmaß am Tag der Messung durch Balkenelemente abgebildet und entsprechend ihrer Schwerelinie an den Überbau gekoppelt. Die Asphaltdecke wird ebenfalls als Stab modelliert und starr gekoppelt. Deren Dicke wurde gemäß dem Aufmaß vor Ort angesetzt.

Die Abbildung der Lager im Modell erfolgt durch Senkfedern an den tatsächlichen Positionen der Lager, die an die Querschnittsachse gekoppelt sind.

Vorspannungs- und Bewehrungsparameter werden nicht berücksichtigt, da diese in der durchzuführenden linearen Berechnung keinen Einfluss auf die Schnittgrößen durch externe Lasten oder die Schwingformen haben und lediglich zu erhöhten Rechenzeiten führen würden.

Die Eigenfrequenzen werden ohne Ansatz einer Dämpfung ermittelt. Deren Einfluss konnte nach einer Vergleichsberechnung als vernachlässigbar eingestuft werden.

Die Belastungsfahrzeuge werden durch Lastenzüge abgebildet, deren Einzelkomponenten aus Punktlasten bestehen.

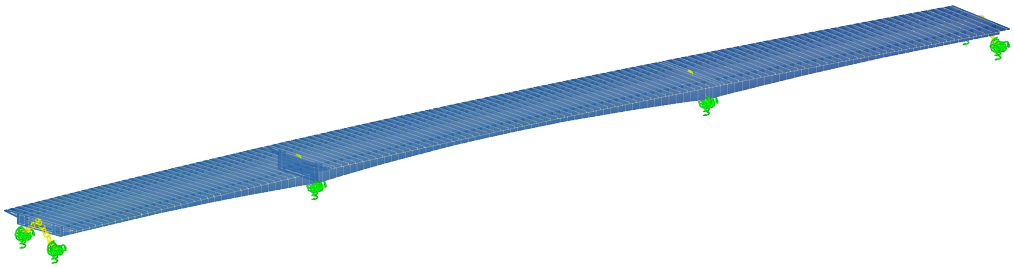


Abbildung 4.6: Visualisierung des Finite-Elemente-Modells für die Berechnungen an der Brücke Roding (Kappen und Asphalt nicht dargestellt)

4.3 Statistische Modellbildung

4.3.1 Unsicherheit in den Basisvariablen

4.3.1.1 Allgemeines

Die Parameter für die Ermittlung der Unsicherheiten im a-priori-Modell sowie für die Modellbildung im Rahmen des Updatings werden ingenieurmäßig ausgewählt. Dabei werden mit Hilfe der mechanischen Zusammenhänge der Tragwerksanalyse solche Parameter der FE-Simulation verwendet, die signifikanten Einfluss auf die untersuchten Ausgangsgrößen aufweisen und für die relevante Streuungen vermutet werden können. Zur Einordnung der Bedeutung und der angesetzten Verteilungsparameter werden zudem vergleichbare Projekte aus Kapitel 2 herangezogen. Unsicherheiten in den aufgebrachten Lasten werden in der Unsicherheitsquantifizierung nicht berücksichtigt, da diese im Rahmen der Versuche mit großer Genauigkeit bestimmt werden konnten. Dieses Vorgehen ist üblich und findet sich zum Beispiel in [31].

Um die a-priori-Unsicherheiten der betrachteten Systemparameter durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen zu charakterisieren und den spezifischen Randbedingungen der beiden untersuchten Versuchsbrücken Rechnung zu tragen, wurde eine ausführliche Literaturstudie durchgeführt. Diese ist im Anhang E zusammengestellt. Deshalb werden in den nachfolgenden Kapiteln nur die projektspezifisch verwendeten a-priori-Parameterverteilungen straff erläutert. Auf die Verwendung zutreffender Wahrscheinlichkeitsfunktionen wird besonders großer Wert gelegt, da zum einen die Auswahl der Parameter und das Versuchskonzept entscheidend hiervon abhängen und zum anderen die Modellierung des Priors Einfluss auf das Update hat.

Besondere praktische Bedeutung in der Angabe der Parameterverteilung haben gestutzte Wahrscheinlichkeitsfunktionen. Hierbei wird der mögliche Parameterraum eingeschränkt, um numerischen Problemen in der FE-Berechnung vorzubeugen [76] und eine recheneffiziente Ermittlung der Posterior-Verteilung zu ermöglichen. Aus diesem Grund wird für alle Basisvariablen aus Gründen der Simulationsstabilität eine Stutzung am 0,1 % und 99,9 %-Quantil vorgenommen, sofern keine anderen Schranken physikalisch begründbar sind.

Schranken im möglichen Parameterbereich können immer dann begründet werden, wenn den anzusetzenden Verteilungsfunktionen technische Grenzen gesetzt sind [433]. Dies ist insbesondere dann der Fall, wenn eine entsprechende Güteüberwachung solche Werte ausschließt, die außerhalb der normativ festgelegten Toleranzen liegen. Dies trifft auf die Konformitätsprüfung von Baustoffeigenschaften oder auf die Überprüfung der geometrischen Toleranzen nach bauaufsichtlichen Vorgaben zu. Vergleichsprojekte zur Verwendung gestutzter Wahrscheinlichkeitsfunktionen in der Unsicherheitsquantifizierung finden sich in [130, 434, 435, 88]. Die in Anhang E angegebenen ungestutzten Verteilungsfunktionen aus Literaturangaben werden als Näherungen für die Grundgesamtheit aufgefasst, welche noch keiner hinreichenden Qualitätskontrolle unterzogen wurden.

Gestutzte Stichproben entstehen durch Zensierung um diejenigen Parameterbereiche, die außerhalb von ein- oder zweiseitig festgelegten Ergebnisschranken der zu Grunde liegenden Verteilungen liegen [436]. Aus der Forderung, dass α und β Schranken für die auftretenden Realisationen sind, können Verteilungs- und Dichtefunktionen nach den Gleichungen 4.1 und 4.2 abgeleitet werden [436]. Charakteristisch für gestutzte Funktionen ist eine Verschiebung des Erwartungswertes hin zur schwächeren Stutzung und die geringere Streuung der gestutzten Funktion gegenüber der ungestutzten Verteilung [363]. Eine Veranschaulichung dieser Vorgehensweise anhand einer Gauß-Normalverteilung zeigt Abbildung 4.7.

$$F_T(x) = \frac{F(x) - F(\alpha)}{F(\beta) - F(\alpha)} \tag{4.1}$$

$$f_T(x) = \frac{f\,(x)}{F\,(\beta) - F\,(\alpha)} = \frac{f\,(x)}{\int_\alpha^\beta f\,(x)\;dx} \quad \text{für} \quad [\alpha;\beta] \tag{4.2}$$

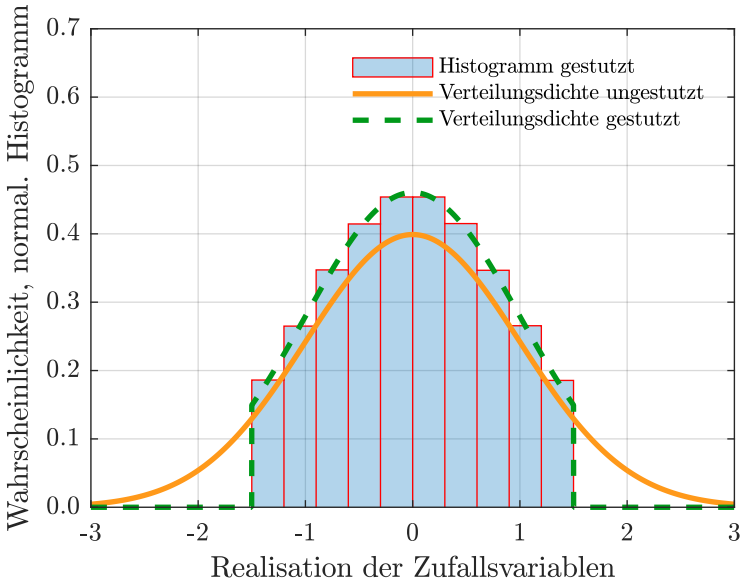


Abbildung 4.7: Ungestutzte und für den Wertebereich $]-\infty,-1,5[\ \cup\ ]1,5,+\infty[$ gestutzte Dichtefunktion für $X \sim N(0;1)$, sowie normalisiertes Histogramm eines der möglichen Samples

4.3.1.2 E-Modul des Betons

Der Elastizitätsmodul des Betons fließt direkt in die Steifigkeiten der Überbauten ein und ist ein gängiger Parameter für die probabilistische Modellbildung beim Updating baulicher Strukturen.

Für die Form der Verteilung wird für beide Brücken die Normalverteilung angenommen, was dem Gros der in Tabelle E.1 aus Anhang E.2 beschriebenen Empfehlungen entspricht.

Der Ansatz für die Wahrscheinlichkeitsfunktion der Verformungsmodule beider Versuchsbrücken folgt den vom Autor zuvor in [437] veröffentlichten Angaben für die beiden Betone Bn450 (Traunwalchen) und B300 (Roding). Nachfolgend wird deshalb nur eine Zusammenfassung der Vorgehensweise wiedergegeben.

Angelehnt an [438] bzw. [439] wird durch eine Monte-Carlo-Simulation ein Quantil bestimmt, das denjenigen Anteil der möglichen Stichproben einer ungestutzten Verteilung angibt, der unter den zum Zeitpunkt der Errichtung der Bauwerke geltenden Konformitätsbestimmungen nicht verbaut worden wäre. Hieraus kann eine untere Grenze der möglichen Betonqualität abgeleitet werden. Zu starke Steifigkeitsunterschiede führen zu schlechter Konditionierung der Steifigkeitsmatrix und sind deshalb zu vermeiden [429]. Ein Vergleichsbeispiel für die Stutzung des Elastizitätsmoduls bei der Durchführung des Bayes'schen Updatings kann beispielsweise [11] entnommen werden, jedoch sind die dort beschriebenen Schranken des 0,75- und 1,25-fachen der normativen Annahme nicht physikalisch begründet.

Der Erwartungswert für den E-Modul der beiden Betone wird aus deren mittlerer Zylinderdruckfestigkeit f_{cm} gemäß DIN EN 1992-2:2011-01 [440] bzw. Beziehung E.2 aus Anhang E.2 ermittelt. Die mittlere Würfeldruckfestigkeit ergibt sich durch die Annahme der Nennfestigkeiten als 5 %-Quantil einer normalverteilten Grundgesamtheit. Diese Auffassung ist in DIN 1045:1972-01 [417] hinterlegt und entspricht nach [441] auch den Gepflogenheiten der vorausgehenden Normengeneration DIN1045:1959-11 [442]. Dies korrespondiert auch mit den historischen Empfehlungen aus [443, 444]. Als Standardabweichung soll für beide Betonsorten $\sigma_c = 5\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ verwendet werden, was der Angabe für höherwertige Betone aus [445] entspricht. Für eine detailliertere Diskussion möglicher Ansätze wird auf [446] verwiesen. Die verwendeten Annahmen für f_{cm} und σ_c gelten für Betonwürfel mit Kantenlänge 200 mm [417, 442], so dass diese erst in Druckfestigkeiten für Zylinder mit den Abmessungen und Prüfbedingungen aus DIN EN 1992-2:2011-01 [447] umgerechnet werden müssen. Die Umrechnung erfolgt mit Hilfe des Faktors 0,8. Dies entspricht in guter Näherung den Angaben aus [438].

Um die zeitliche Abhängigkeit der Entwicklung des E-Moduls durch Nacherhärtung zu berücksichtigen, wird den Ausführungen in [448] folgend, ein um 15 % größerer Erwartungswert des E-Moduls angenommen. Die dort hinterlegten Werte beziehen sich auf die empirische Beprobung von Betonprobekörpern 50 Jahre nach deren Herstellung.

Zudem erfolgt eine Stutzung am unteren Parameterrand. Der vom Autor in [437] vorgestellte Algorithmus erbrachte untere Schranken von 21 % der Samples für die Betonfestigkeitsklasse Bn450 (Traunwalchen) und 5 % für den B300 (Roding). Die Übertragung auf die innerhalb der Unsicherheitsquantifizierung angesetzten E-Moduln lässt sich durch den monotonen Zusammenhang zwischen den Festigkeits- und Steifigkeitseigenschaften rechtfertigen, welcher beispielsweise in [449] beschrieben ist und in [450, 447, 451, 49, 452] normativ übernommen wurde.

Die in Anhang E.2 zusammengefasste Literaturrecherche zur Verteilungsfunktion des Verformungsmoduls ergab große Unterschiede in den vorgeschlagenen Variationskoeffizienten. Ein Vergleich der Angaben für Ortbetonbauwerke aus [453, 454, 449, 455, 456, 457, 458] zeigt einen Wertebereich von etwa ν = 0,090 bis ν = 0,15. Für den spezifischen Fall bestehender Brückenbauwerke wird in [459] ein Variationskoeffizient von ν = 0,15 angegeben. Bedingt durch erhöhte Unsicherheiten durch die pauschale Berücksichtigung der Nacherhärtung mittels Anhebung des Erwartungswertes, dem Näherungscharakter der Beziehung von Druckfestigkeit und des Verformungsmoduls, sowie der Umrechnung von Würfel- auf Zylinderdruckfestigkeiten wird in dieser Arbeit der Variationskoeffizient ν = 0,2 verwendet. Die Berücksichtigung erfolgt für beide Brücken jeweils feldweise unabhängig.

Einflüsse aus Kriecherscheinung, Feuchtegehalt, Belastungsgeschwindigkeit wie in [460] bzw. [461] beschrieben, sowie Abhängigkeit von der Bauteiltemperatur wie in [462] diskutiert werden nicht explizit berücksichtigt. Eine explizite Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit des E-Moduls kann beispielsweise nach [25] oder [463] erfolgen.

Die angesetzten Werte sind in Tabelle 4.1 zusammengestellt.

Betonfestigkeitsklasse	**Bn450 (Traunwalchen)**	**B300 (Roding)**
Mittelwert der Festigkeit f_{cm}	42,6 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	30,6 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
Mittelwert des E-Moduls E_{cm}	39 100 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	35 400 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
Variationskoeffizient	0,2	0,2
Quantil für die Stutzung	21 %	5 %
Verteilung	N	N

Tabelle 4.1: Angesetzte Materialkennwerte zur Ermittlung des Erwartungswertes des E-Moduls, angesetzte Variationskoeffizienten, Quantil der Stutzung am unteren Parameterrand und Form der Verteilung für die ungestutzten Wahrscheinlichkeitsfunktionen zur Bildung der probabilistischen Modelle der Versuchsbrücken Traunwalchen und Roding

4.3.1.3 Mitwirkung von Kappen und Geländern

Wie in Abschnitt 2.6 ausgeführt, können Ausbauelemente erheblichen Einfluss auf die Steifigkeit sowie auf die Unsicherheiten in Modellen haben.

Daher werden die Kappen und das Geländer der Brücke Traunwalchen in ihrer vollen Steifigkeit und bei vollständigem Verbund mit dem Überbauquerschnitt modelliert und die tatsächliche Tragwirkung mit einem für beide Bauteile gleichen Anpassungsbeiwert berücksichtigt. Die Steifigkeitsanpassung wird durch einen multiplikativen Faktor zur Anpassung des E-Moduls der Bauteile realisiert. In diesem Faktor ist sowohl die tatsächliche Steifigkeit des Bauteils als auch die Korrektur der Annahme des vollen Verbunds enthalten. Dies entspricht auch dem Vorgehen aus [11] wie in Abschnitt 2.6 beschrieben. An der Brücke Roding wurde das Geländer teilweise im Zuge der Vorbereitungen des Rückbaus entfernt und entfaltet nur sehr untergeordnete Steifigkeitsbeiträge. Daher wird diese Komponente für die Brücke Roding vernachlässigt.

Da keine hinreichenden Erkenntnisse über Wahrscheinlichkeitsverteilungen für derartige Fragestellungen vorliegen und bisher nur Untersuchungen an einzelnen Brücken bekannt sind, wird als Anpassungsfaktor für beide Brücken ein Wertebereich von 0,010 bis 1,2 geschätzt, der als Grenzen einer Gleichverteilung in das statistische Modell eingeht. Eine derartige Abschätzung bei unbekannter Verteilungsfunktion folgt der Empfehlung in [6]. Der Wertebereich deckt somit die beobachteten Mitwirkungsgrade aus [11] als untere und [29] als obere Schranke ab. Die obere Grenze ergibt sich aus dem möglichen vollen Verbund von Kappe und Überbau bei gleichzeitiger Nacherhärtung des Kappenbetons. Als Basisgröße wird für die

Betonkappen beider Brücken ein E-Modul von 30 000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ und für das Stahl-Geländer von 210 000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ angesetzt. Die Berücksichtigung der Faktoren erfolgt jeweils feldweise und miteinander unkorreliert.

4.3.1.4 Senkfedersteifigkeiten an den Lagern

Die Steifigkeit der Lagerung des Überbaus wird maßgeblich von den Verformungseigenschaften des Baugrunds und der Lager beeinflusst. Mechanisch handelt es sich um eine Serienschaltung beider Anteile $k_{Gruendung}$ und k_{Lager} gemäß der Beziehung in 4.3. Die mechanischen Grundlagen hierzu sind in [464] erläutert.

$$k_{Lagerfeder} = \frac{1}{\frac{1}{k_{Lager}} + \frac{1}{k_{Gruendung}}} \tag{4.3}$$

Für die Brücke Traunwalchen werden die Steifigkeiten der Senkfedern zur Lagerung des Überbaus mit Hilfe einer Zufallsvariablen modelliert, die einer Normalverteilung folgt. Zur Ermittlung des Erwartungswertes wird eine Berechnung der vertikalen Steifigkeit der Elastomerlager gemäß [430] vorgenommen. Hierbei wurde ein Schubmodul von 0,9 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ (Vorzugswert nach DIN EN 1337-3:2018-02 [465]) und ein Abstand der Bewehrungsbleche von 8 mm angesetzt. Der Variationskoeffizient für die Elastomersteifigkeit kann, wie in Anhang E.5.2 erläutert, mit ν = 0,1 angesetzt werden.

Es wurde jeweils ein vereinfachtes FE-Modell der Unterbauten erstellt um die Wirkung des Pfahlkopfbalkens und der Pfähle als kombinierte Pfahl- und Plattengründung abzubilden. Für die Ermittlung der Ersatzfedersteifigkeiten wurden an der Position aller betrachteten Lager Einzellasten aufgebracht und die vertikalen Verformungen ermittelt. Die Mantelreibung wurde der Stellungnahme von Herrn Dr.-Ing. Yashar Forouzandeh vom 17. Juli 2023 [466] folgend als Mittelwert des Streubereichs zu 90 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ angesetzt. Hierdurch wird der stark auf der sicheren Seite liegende Wert von 40 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ gemäß der Baugrundbeurteilung beim Bau der Bestandsbrücke in [467] auf ein Maß korrigiert, das als Mittelwert der Prior-Schätzung angesehen werden kann. Der Ansatz des Spitzendrucks wird gemäß [466] auf die Mitte des möglichen Streubereichs der Erfahrungswerte aus [468] für nichtbindige Böden bei einem mittleren Spitzenwiderstand der Drucksonde von 11 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ festgesetzt. Entsprechend ergibt sich ein Pfahlspitzendruck von $q_{b,k}$ ($^s/_D$ = 0,10) $\approx$ 2550 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ als Mittelwert des Streubereichs. Für die bezogenen Pfahlkopfsetzungen $^s/_D$ = 0,02 und $^s/_D$ = 0,03 ergeben sich durch Interpolation Pfahlspitzendrücke von etwa 893 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ und 1150 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$. Die Bettung unter den Pfahlkopfbalken wurde nach [469] zu 200 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$ angesetzt. Die Pfahlfußfedern der Pfahlgruppen wurden mit Hilfe der Widerstands-Setzungs-Linie bei Wirkung der Eigengewichts- und Ausbaulasten des Überbaus, der Unterbauten und der Bodenauflast ermittelt. Die Pfahlkopflasten wurden um den Traganteil der Flächenbettung reduziert und die Pfahlfußfedersteifigkeit ggf. iterativ angepasst. Tabelle 4.2 gibt die ermittelten Federkonstanten getrennt für die Anteile aus Elastomerlager und Gründung, sowie deren Kombination als Serienschaltung nach Beziehung 4.3 an.

Gemäß der Mehrzahl der in Anhang E.5 ausgewerteten Quellen wie [470, 451] soll eine Normalverteilung angenommen werden. Die Parameterwerte sollen am 0,1 %-Quantilwert gestutzt werden, um negative oder sehr geringe Steifigkeiten auszuschließen. Die obere Parametergrenze wird auf das 20-fache des Erwartungswertes festgelegt, um den möglichen Verzerrungen der Schätzung des Erwartungswertes bei der Baugrundbeurteilung Rechnung zu tragen. Bedingt durch die ungenauen Angaben zum Baugrund und die vereinfachte Ermittlung der Federkonstanten im Modell wird der Variationskoeffizient der ungestutzten Wahrscheinlichkeitsfunktion angelehnt an die Prior-Annahme der Beispielberechnung aus [471] mit ν = 0,3 angesetzt. Dieser Wert liegt etwas höher als die in Anhang E.5.1 aufgeführten Literaturstellen für empirische Untersuchungen wie in [470], jedoch im Wertebereich der Angaben aus [451, 472, 473]. Die Kennwerte der verschiedenen Lagerreihen werden angelehnt an [471] jeweils als unkorreliert angesetzt.

Lagerreihe	Aus Elastomerlager	Aus Bodensteifigkeit	Gesamt
WL Matzing	989 000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	186 000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	156 000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
Pfeiler	2 380 000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	141 000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	133 000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
WL Traunreuth	2 380 000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	182 000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	169 000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$

Tabelle 4.2: Angesetzte Erwartungswerte der ungestutzten Verteilungsfunktion der Federsteifigkeiten je Elastomerlager für die Brücke Traunwalchen

Für die Versuchsbrücke Roding erfolgte die Lagerung auf Linienkipplagern sowie flachgegründeten Unterbauten. Konstruktionsbedingt werden die Rollenlager als annähernd starr angesehen, so dass sich die Federsteifigkeit der Lagerfedern alleinig aus der Verformbarkeit des Baugrunds ergibt. Die Annahmen zu den Bettungsmoduln an den Widerlagern und Pfeilern wurde der Berechnung des Geoinformationsdienstes der Bundeswehr vom 7. Juni 2023 [474] entnommen. Die Bewertung erfolgte auf Grundlage der Angaben des Geotechnischen Berichts der IMH Ingenieurgesellschaft für Bauwesen und Geotechnik mbH vom 8. September 2017 [475]. Dieser wurde für den nebengelegenen Ersatzneubau erstellt. Die Federsteifigkeiten werden ebenso wie für die Brücke Traunwalchen als normalverteilt angesetzt. Für die Bodenkennwerte der Homogenbereiche wurden jeweils Mittelwerte des angegebenen Wertebereichs angesetzt, was auch dem Vorgehen nach [476] als Näherung für den Erwartungswert entspricht. Die obere Parametergrenze wird ebenfalls auf das 20-fache des Erwartungswertes festgelegt.

Der Variationskoeffizient der ungestutzten Wahrscheinlichkeitsfunktion wird zu ν = 0,25 angesetzt. Dieser Wert kann aus dem Anhaltswert nach [477] für das angegebene Intervall des Geotechnischen Berichts als 6-fache Standardabweichung für die unsicherste Bodenschicht abgeleitet werden und ist in etwa vergleichbar mit den Variationskoeffizienten aus Anhang E.5.1 für Projekte mit hinreichender Baugrunderkundung. Die Lagerreihen werden als paarweise unkorreliert betrachtet.

Eine Übersicht der angenommenen Erwartungswerte der Federsteifigkeiten an den Auflagerfedern des Überbaus kann Tabelle 4.3 entnommen werden.

WL Cham	Pfeiler Cham	Pfeiler Schwandorf	WL Schwandorf
204 000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	1 450 000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	1 340 000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	1 450 000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$

Tabelle 4.3: Angesetzte Erwartungswerte der Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Federsteifigkeiten je Lagerfeder an der Brücke Roding

4.3.1.5 Wichte des Stahlbetons

Die Wichte des Stahlbetons und damit die Massebelegung ist ein Einflussfaktor für die dynamischen Eigenschaften der Überbauten beider Brücken.

Den Vorschlägen für die anzusetzende Verteilungsfunktion aus Anhang E.4 ist zu entnehmen, dass die Modellierung mit einer Normalverteilung in aller Regel gerechtfertigt ist. Diese Art der Verteilung wird auch in dieser Arbeit angenommen.

Um eine systematische Über- oder Unterschätzung der Stahlbetonwichte zu vermeiden, soll dem Vorschlag von [478] gefolgt werden und der Bewehrungsgehalt explizit in den Erwartungswert einfließen. Hierzu wurde anhand eines charakteristischen Schnitts jeweils der Bewehrungsgrad ermittelt. Für die Untersuchungen soll eine mittlere Wichte des unbewehrten Betons von 24 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$ angenommen werden, was den Angaben aus [479, 480] bzw. [481] entspricht und in den vorgeschlagenen Grenzen aus [482] liegt. Die Berücksichtigung des Bewehrungsanteils am Eigengewicht erfolgt mit einer Wichte des Bewehrungsstahls von 77 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$ [483, 479, 480]. Aus den Annahmen ergibt sich ein Erwartungswert von 24,64 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$ für die Brücke Traunwalchen und 24,73 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$ für die Regenflutbrücke in Roding.

Der Variationskoeffizient wird gemäß [483, 479, 484] zu ν = 0,04 gewählt, was einer Standardabweichung von 0,985 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$ bzw. 0,989 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$ entspricht. In Bezug auf die Unsicherheit der Variablen liegt dieser Wert gegenüber den stichprobenartigen Untersuchungen aus [485] im eher vorsichtigen Bereich und tendiert damit nicht zur Überkonfidenz. Die Wichten der Felder sollen paarweise unabhängig durch je eine Zufallsvariable beschrieben werden.

4.3.1.6 Geometrische Abmessungen

Die Geometrischen Abmessungen haben direkten Einfluss auf die Biege-, Torsions- und Dehnsteifigkeit und sollen deshalb auf ihre Auswirkungen für die Reaktionen des Systems untersucht werden.

Für die Traunbrücke bei Traunwalchen erfolgt die Modellierung der Plattendicke durch eine Normalverteilung mit Standardabweichung von 10 mm und einem mit dem nominellen Maß identischen Erwartungswert. Die Angabe der Standardabweichung ist damit unabhängig von der Plattendicke und entspricht dem anzusetzenden Maximalwert aus [451]. Durch die Voutung der Platte im Pfeilerbereich ergeben sich veränderliche Varianzkoeffizienten von 0,0083 bis 0,014. Eine Plausibilisierung dieses Ansatzes kann anhand der Angaben in [486] vorgenommen werden. Die identische Verteilungsfunktion wird in dieser Referenz für die Grenzzustandsfunktion einer Plattenbrücke aus den 70er Jahren mit einer Plattendicke von 60 cm verwendet. Im Modell soll die feldweise Unabhängigkeit der Parameter angenommen werden.

Um dem Einfluss der Toleranzkontrolle Rechnung zu tragen, soll als untere Schranke der zu erwartenden Querschnittsabweichungen das 1 %-Quantil verwendet werden. Mittels dieser Annahme wird die nach [487] zumeist sehr nachlässig gehandhabte bauseitige Kontrolle berücksichtigt.

Auf Grund der Vergleichbarkeit der Konstruktionsart der Versuchsbrücke in Roding mit der in [488] behandelten Brücken soll in dieser Arbeit die dort verwendete Modellierung der Geometrieparameter übernommen werden. Im Rahmen der Untersuchungen soll zwischen der Fahrbahnplatte, den Stegen und der Bodenplatte unterschieden werden. Die Dicke der beiden Stege wird dabei durch eine gemeinsame Zufallsvariable modelliert. Als Verteilung für sämtliche Querschnittsteile wird eine Normalverteilung angenommen. Als Erwartungswert soll der nominelle Wert der Komponenten gemäß Planung fungieren. Dies entspricht einer gängigen Praxis für probabilistische Modelle der Geometrie [478, 489, 490]. Dabei werden jedoch tendenziell die wahren Abmessungen im Mittel unterschritten [478, 446].

Die Variationskoeffizienten werden in etwa mit dem Mittelwert des in [488] angegebenen Bereichs angenommen. Tabelle 4.4 gibt die angesetzten Lage- und Streuungsparameter der ungestutzten Verteilung für die einzelnen Bauteile wieder. Für die Einzelfelder soll a-priori die Vermutung der Unabhängigkeit gelten. In Anlehnung an [487] wird zudem auf Grund der Verschiedenartigkeit der Herstellungsprozedur bzw. der Schalungstechniken Unabhängigkeit der Zufallsvariablen für die Einzelkomponenten des Querschnitts unterstellt.

Ebenso wie in der Modellbildung für die Brücke Traunwalchen soll eine untere Grenze möglicher Parameterwerte am 1 %-Quantil angesetzt werden.

Für die Berücksichtigung im Modell werden die Dickenabweichungen als Faktor angegeben. Dieser wird mit der nominalen Dicke multipliziert, wodurch die Zufallsvariablen den Erwartungswert 1,00 und eine Standardabweichung gemäß dem angesetzten Variationskoeffizienten aufweisen.

Die Systemabmessungen werden den Ausführungen in [453, 484, 491, 492] folgend für beide Brücken als deterministische Größen aufgefasst und aus den Bestandsunterlagen übernommen.

Bauwerksteil	Erwartungswert	Variationskoeffizient	Verteilung
Fahrbahnplatte Kasten	a_{nom}	0,050	N
Stege	a_{nom}	0,0050	N
Bodenplatte Kasten	a_{nom}	0,016	N

Tabelle 4.4: Angesetzte Erwartungswerte und Variationskoeffizienten der ungestutzten Verteilungsfunktion für die Abmessungen der Teilquerschnitte der Kastenbrücke in Roding

4.3.1.7 Dehnsteifigkeit Asphalt

Die potentielle Relevanz des Belags für die Steifigkeit von Brückenüberbauten wird in [493] gezeigt. Die anzusetzende Dehnsteifigkeit des Belags hängt in starkem Maß von den verwendeten Ausgangsstoffen, deren Mischungsverhältnis und insbesondere der Temperatur ab. Eine Berechnung des temperaturabhängigen E-Moduls kann beispielweise durch das Formelwerk aus [494] erfolgen. Die Verbundwirkung zwischen Betonquerschnitt und Belag wird für beide Brücken als perfekt angenommen. Hierdurch wird der

Einfluss des Belags in der Modellbildung durch Finite Elemente in der Tendenz überschätzt. Als Haupteinflussfaktoren für die Unsicherheiten können die Dehnungsübertragung zwischen Betonquerschnitt und Belag, sowie die unsichere Temperaturschätzung benannt werden.

Da für die Versuchsbrücke Traunwalchen keine zufriedenstellenden Angaben zum Schichtenaufbau vorliegen, wird in Anlehnung an die Ergebnisse aus [495] der Erwartungswert mit 2000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$ geschätzt und die Grundgesamtheit als normalverteilt angesetzt. Dies entspricht auch den Angaben in [496] für die gemessenen Temperaturen von 30 °C bis 35 °C.

Der Variationskoeffizient aus Herstellung und weiteren zufälligen Streuungen kann in Anlehnung an die Versuche aus [495] mit $\nu \leq 0{,}12$ abgeschätzt werden. Da für die Berücksichtigung von Streuungen aus dem unbekannten Aufbau, der Art des Belags und der Schubübertragung von Belag und Beton-Überbau kaum Unsicherheiten geschätzt werden können, wird konservativ ein Wert von $\nu \leq 0{,}60$ angesetzt. Aus diesen beiden Angaben ergibt sich ein kombinierter Variationskoeffizient von $\nu \approx 0{,}61$. Die Verteilungsfunktion wird als normalverteilt angenommen, wobei bei ca. 300 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ eine untere Grenze angenommen wird, die sich aus den minimalen Werten gängiger Asphaltschichten bei den ermittelten Temperaturen gemäß [495] ergibt. Durch die anzunehmende Homogenität in der Steifigkeit und der Verbundwirkung erfolgt keine feldweise Berücksichtigung.

Für die Versuchsbrücke Roding wurden im Juli 2017 im Rahmen einer Substanzbegutachtung Asphaltbohrkerne entnommen [425]. Abweichend von den Planungsunterlagen wurden Schichtdicken von 8 cm bis 9 cm angetroffen. Den Unterlagen kann zudem entnommen werden, dass es sich um Gussasphalt handelt.

Den Angaben aus [497] folgend kann der Erwartungswert für eine geschätzte Temperatur von 20 °C mit 4500 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ angenommen werden. Für die Verteilung des E-Moduls als Parameter der Asphaltsteifigkeit wird eine Normalverteilung berücksichtigt.

Der Variationskoeffizient wird mit $\nu \approx 0{,}40$ angesetzt. Als untere Schranke für den E-Modul wird, wie auch für die Brücke Traunwalchen, ein Wert von 300 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ berücksichtigt. Die Asphaltsteifigkeit wird für beide Brückenfelder mit einem gemeinsamen Parameter berücksichtigt.

Die Querdehnzahl des Belags wird für beide Bauwerke nach [496] mit 0,35 angesetzt.

4.3.1.8 Querdehnzahl

Die Querdehnzahl als Materialparameter kann insbesondere für mehrachsige Spannungszustände und die Schubverformung von Bedeutung sein und wird deshalb in einigen Veröffentlichungen wie [98, 67] als Parameter gewählt.

Für die Verteilung möglicher Parameterwerte im Prior wird der in [25] angegebene Wertebereich von 0,14 bis 0,26 übernommen und als gleichverteilt modelliert. Die Berücksichtigung erfolgt jeweils als eine unabhängige Zufallsvariable je Feld. Da Versuchsergebnisse wie aus [498, 499] auch Abweichungen von diesem Bereich in beide Richtungen zeigen, soll für den Zustandsraum ein größerer Bereich angenommen werden, der mit $[0{,}05;0{,}30]$ angesetzt wird.

4.3.1.9 Zusammenfassung

Die Abbildungen 4.8 und 4.9 fassen die verwendeten Verteilungsfunktionen in ihrer ungestutzten Form in je einem Schaubild zusammen.

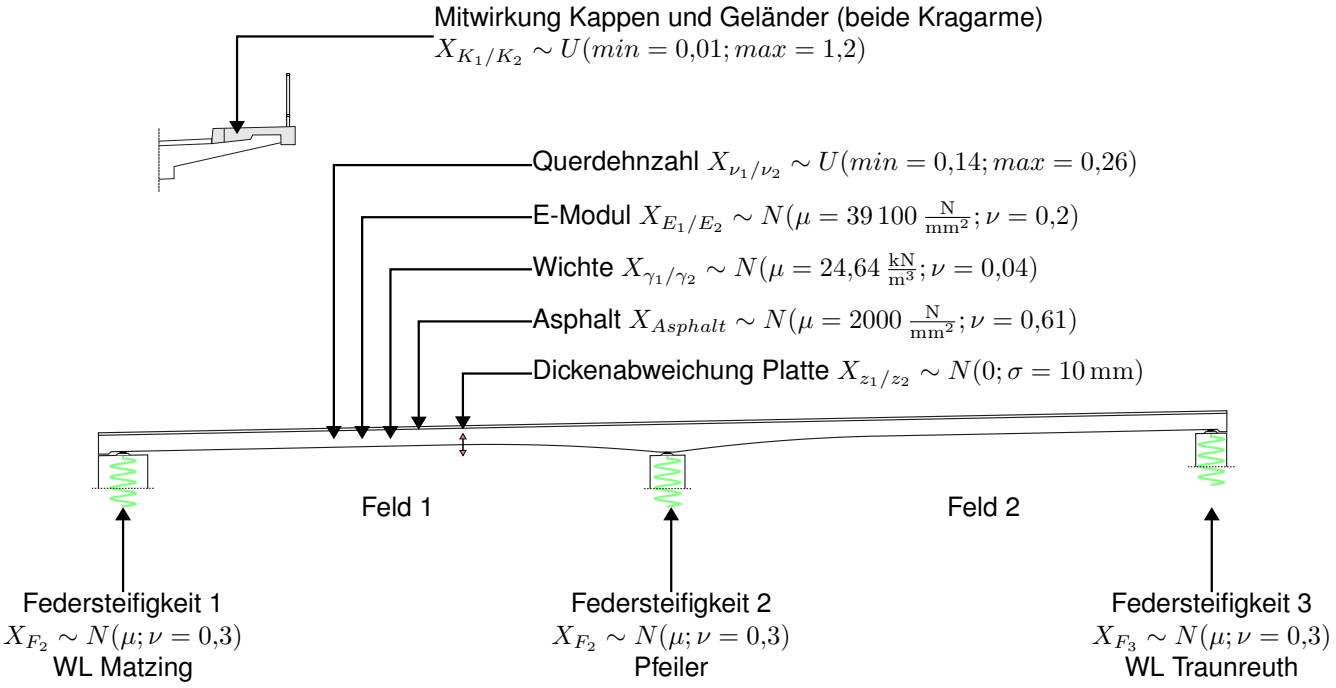


Abbildung 4.8: Veranschaulichung der verwendeten Verteilungsfunktionen in ihrer ungestutzten Form für die Brücke Traunwalchen

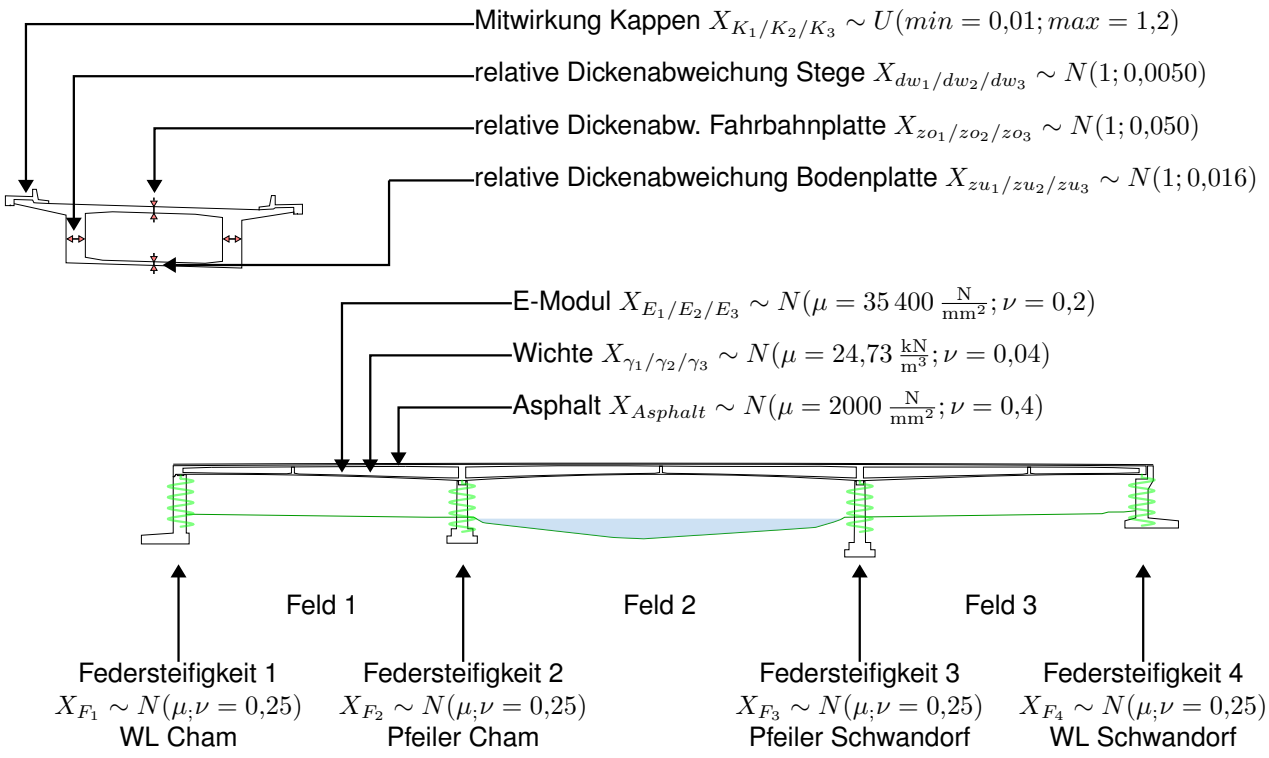


Abbildung 4.9: Veranschaulichung der verwendeten Verteilungsfunktionen in ihrer ungestutzten Form für die Brücke Roding

4.3.2 Messunsicherheiten

Neben den in Abschnitt 4.3.1 diskutierten Unsicherheiten in den anzusetzenden Modellparametern fließen auch die mit der Messung einhergehenden Unsicherheiten in der Bestimmung der Systemantworten in den Bayes'schen Updating-Prozess ein. [178, 345]

Bedingt durch unvermeidliche Umwelteinflüsse oder auf den Messvorgang selbst zurückzuführende Abweichungen vom „Wahren Wert" sind Messungen als Zufallsexperimente zu betrachten [500, 501, 502, 314]. Dem Ergebnis einer Messung zugeordnet verbleibt so stets eine Unsicherheit, die als Streuung der Messgröße ausgedrückt wird [503, 501]. Einen Leitfaden zur Bestimmung von Messunsicherheiten gibt der in seiner ursprünglichen Form 1993 eingeführte GUM [504], welcher 2008 in [505] in überarbeiteter Form neu erschienen ist und in [506] um eine Ergänzung zum Einsatz von Monte-Carlo-Techniken erweitert wurde. Der 2021 erschienene Teil 6 des Leitfadens behandelt Empfehlungen zur Modellbildung in der Unsicherheitsanalyse [507]. Zudem geht DIN 1319, Teil 1 bis 4 [508, 509, 501, 510] auf die Grundlagen der Messtechnik und die Bestimmung von Unsicherheiten ein.

Da an dieser Stelle keine umfassende Darstellung der Methodik zur Quantifizierung von Messunsicherheiten gegeben werden kann, wird für eine ausführliche Erläuterung der Konzepte und für eine Definition der in diesem Kapitel verwendeten Begriffe der Metrologie auf [511, 512, 513, 514, 515, 516] und auf die zitierten Regelwerke selbst verwiesen. Eine Beschreibung verschiedener Fehlertypen von Messeinrichtungen und deren Berücksichtigung kann [517] bzw. [513] entnommen werden.

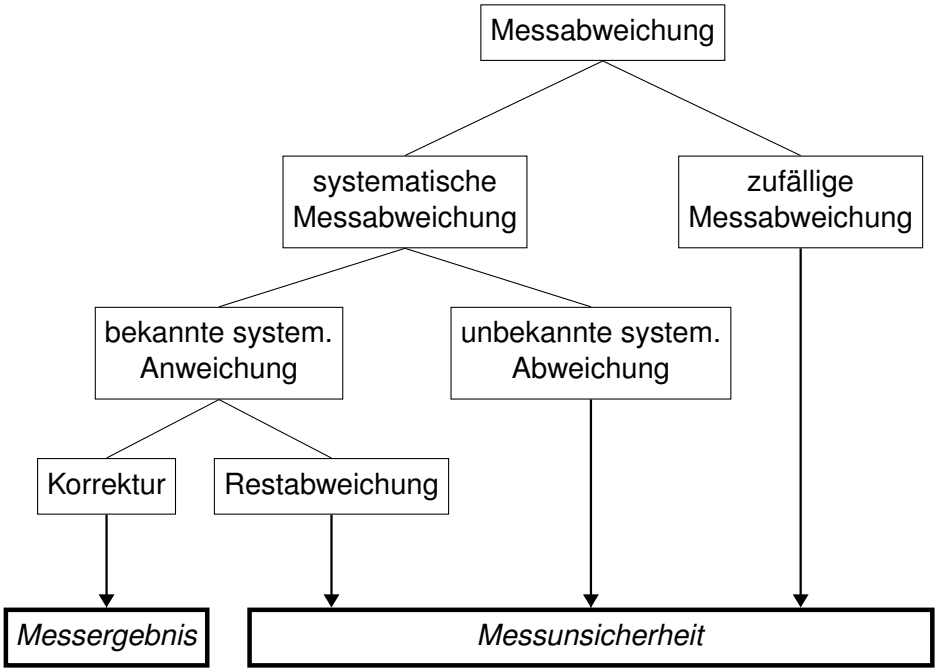


Abbildung 4.10: Systematik der verschiedenen Arten von Messabweichungen und deren Einfluss auf das Messergebnis und die Messunsicherheit, nach [518]

Die Abbildung 4.10 zeigt die verschiedenen Komponenten der Messabweichung und deren Einfluss auf Messergebnis und Messunsicherheit. Diese können sowohl systematischer als auch zufälliger Natur sein. Systematische Abweichungen zeichnen sich durch eine reproduzierbare Abweichung vom „Wahren Wert" einer Messgröße aus und können zumindest teilweise durch einen Korrekturwert berichtigt werden [516, 505, 519]. Verbleibende Restabweichungen werden ebenso wie nicht aufzudeckende systematische Abweichungen in die Messunsicherheit einbezogen [505]. Die Beseitigung bekannter systematischer Abweichungen der in dieser Arbeit verwendeten Systeme wurde durch Kalibrierung nachgewiesen. Wo keine Korrektur möglich war oder unvertretbaren Aufwand nach sich gezogen hätte, wird dieser Anteil gemäß [505] in die Messunsicherheit einbezogen. Driften in den Messungen werden in dieser Arbeit den Empfehlungen aus [507] folgend linear kompensiert. Als zufällig werden im Gegensatz zu den systematischen Abweichungen solche Anteile bezeichnet, die sich aus zufälligen Effekten auf die Einflussgrößen

der Messungen ergeben. Charakteristisch für zufällige Komponenten ist, dass deren Erwartungswert zu Null angenommen werden kann [505]. Im GUM fließen unbekannte, aber abschätzbare systematische Anteile der Messunsicherheit gemeinsam mit zufälligen Anteilen auf gleiche Weise in die Unsicherheitsbetrachtung ein [505, 511]. Diese Vorgehensweise wird in Anhang E des GUM [505] näher erläutert und begründet. Als quantitatives Maß für die Unsicherheit in der Angabe eines Messergebnisses wird in dieser Arbeit die Standardabweichung[1] herangezogen und folgt somit einem Vorschlag aus [503]. Der Schätzwert für den „Wahren Wert“ einer Messgröße wird mit dem, gegebenenfalls korrigierten, Messwert angegeben [505].

Für die Bestimmung von Unsicherheiten unterscheidet der GUM [505] zwei Herangehensweisen. Im Rahmen einer Typ A-Analyse wird auf Grundlage von Mehrfachmessungen eine statistische Auswertung der Beobachtungen unter den in [508] definierten Wiederholbedingungen durchgeführt. Methoden der deskriptiven Statistik liefern so Aussagen über die Standardmessunsicherheit und die Verteilung der Abweichungen [505]. Bedingt durch die endliche Zahl an Beobachtungen verbleibt in den erhobenen statistischen Kennwerten selbst ebenfalls noch eine Unsicherheit, die zu berücksichtigen ist. Die Standardabweichung der Parameterschätzung kann nach [505, 520] unter der Bedingung einer Normalverteilung durch den Standardfehler des Schätzers oder, wie vom Autor in [427] angewendet, durch das in Abschnitt 3.2.2 beschriebene Verfahren des Bootstrapping ausgedrückt und gegebenenfalls auf ein sichereres Maß korrigiert werden. Dem positiven Einfluss von unabhängigen Wiederholungsmessungen auf die Unsicherheit im Messergebnis kann nach [505] durch die Mittelung der Messergebnisse unter Verwendung der empirischen Standardabweichung Rechnung getragen werden.

Die Typ A-Analyse kommt im Rahmen dieser Arbeit u.a. für folgende Messungen zum Einsatz:

- Messunsicherheit reflektorloser tachymetrischer Durchsenkungsmessungen unter Wiederholbedingungen als Laborversuch im Nachgang zu den Versuchen in Roding
- Messunsicherheit für die Ermittlung der Durchsenkung mittels automatischer Zielerfassung im Zuge der Versuche an der Brücke Traunwalchen
- Wiederholgenauigkeit in der Bestimmung der Übertragungsfunktion der faseroptischen Dehnungsmessung
- Ermittlung versuchsbedingter Unsicherheiten in der Frequenzermittlung aus Dehnungs- und Beschleunigungsdaten
- Abschätzung der Unsicherheiten durch Fehlausrichtung des Dehnmessstreifens durch einen Laborversuch im Nachgang zu den Versuchen in Roding

Im Gegensatz zu den aus wiederholten Beobachtungen gewonnenen und statistisch ausgewerteten Unsicherheiten aus der Vorgehensweise des Typ A bedienen sich Verfahren des Typ B derjenigen Informationen, die aus sonstigen Informationsquellen stammen [505]. Die Schätzung von Verteilungen stützt sich insbesondere auf Erfahrungswerte, Datenblätter oder Angaben aus Kalibrierzertifikaten [505]. Hierdurch spiegeln Typ B-Komponenten den Stand der Kenntnis über das Auftreten einer Abweichung der Mess- oder Einflussgröße wieder [505]. Unsicherheitskomponenten vom Typ A und Typ B können kombiniert werden [505].

Eine Abschätzung vom Typ B wird in dieser Arbeit u.a. für die Unsicherheitsbetrachtung folgender Komponenten verwendet:

- Abschätzung der atmosphärischen Einflüsse auf die reflektorlose Durchsenkungsmessung für die Versuche an der Brücke Roding
- Instrumentengenauigkeit des Interrogators für die faseroptische Dehnungsmessung
- Linearitätsabweichung des Messverstärkers zur elektrischen Dehnungsmessung
- Unsicherheit in der Angabe des Übertragungsfaktors der elektrischen Dehnmessstreifen (k-Faktor)
- Unsicherheiten in der Installation der elektrischen Dehnmessstreifen an der Brücke Traunwalchen

[1] In DIN 1319-4:1999-02 [510] wird die Standardabweichung auch als Standardunsicherheit bezeichnet.

Sofern für die Messunsicherheit mehrere Einflussgrößen zu berücksichtigen sind, kann gemäß [505] die kombinierte Unsicherheit u_c aus der Ableitung des funktionalen Zusammenhangs $f(x_1, x_2, \cdots, x_N)$ zur Bestimmung der Messgröße nach den Einflussgrößen x_i und den Unsicherheiten der Einflussgrößen $u(x_i)$ nach Gleichung 4.4 ermittelt werden. Diese als Gauß'sches Fehlerfortpflanzungsgesetz bekannte Kombinationsregel stellt eine Näherung 1.Ordnung für unkorrelierte Unsicherheitskomponenten dar [510]. Die Annahme der Unabhängigkeit sämtlicher Einflussgrößen darf nach [505] dann erfolgen, wenn keine expliziten Informationen zur Korrelation der Teilkomponenten vorliegen. Da für die eingesetzte Messtechnik keine solchen Erkenntnisse vorhanden sind, wird in den Untersuchungen von dieser Regelung Gebrauch gemacht. Zum Umgang mit korrelierten Einflussgrößen und der Einbeziehung von Termen höherer Ordnung in die Unsicherheitsbetrachtung wird auf [505, 515, 4] verwiesen.

$$u_c = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f(x_1, x_2, \cdots, x_N)}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i)} \tag{4.4}$$

Ergänzend zur Ermittlung der Kombinierten Messunsicherheit u_c durch Anwendung der Definitionsgleichung in 4.4 empfiehlt es sich eine Überlagerung der Einflüsse auf numerischem Weg vorzunehmen. Die Simulation der Verteilungsfunktion auf Basis der Monte-Carlo-Methode ermöglicht neben der Ermittlung des Streuungsmaßes auch eine Überprüfung der zu Grunde liegenden Art der Wahrscheinlichkeitsverteilung, um die korrekte Berücksichtigung der Messdaten in der Likelihood-Funktion sicher zu stellen [507]. Zudem sind die Ergebnisse auch für nicht-lineare Modellbeziehungen gültig [507]. Bei der Unsicherheitsermittlung nach [506] werden den einzelnen Unsicherheitskomponenten x_i auf Basis von vorliegenden Informationen zu deren Schwankungen jeweils Wahrscheinlichkeitsfunktionen zugeordnet. Durch die Kenntnis des zu Grunde liegenden physikalischen Zusammenhangs kann unter Verwendung von Zufallsstichproben der Einflussparameter für das Messergebnis eine Verteilung bestimmt werden. Beispiele für die Implementierung des in [506] vorgeschlagenen Verfahrens und zu dessen Vorteilen gegenüber der analytischen Berechnung finden sich u.a. in [521] oder in einer Veröffentlichung des Autors in [522].

Sofern sich die Systemantworten aus einer Differenzmessung zwischen dem unbelasteten „Nullzustand" und der Messung im belasteten Zustand zusammensetzen, werden in beiden Ermittlungsmethoden die Einzelabweichungen beider Messungen überlagert [520].

Die Ergebnisse der Unsicherheitsermittlung nach dem GUM [505] bzw. dessen erster Ergänzung [506] sind in vielen Fällen nicht für jeden gemessenen Wert konstant, sondern beziehen sich auf einen spezifischen Betrag der Messgröße. Sofern die ermittelten Messungenauigkeiten eine Abhängigkeit vom Messwert zeigen, werden diese als heteroskedastisch bezeichnet, andernfalls als homoskedastisch [515, 523].

In Anhang C dieser Arbeit werden die Messunsicherheiten der einzelnen Messsysteme zusammengestellt.

4.4 Ausgewertete Systemreaktionen und durchgeführte Versuche

4.4.1 Allgemeines

Für die Untersuchungen an beiden Versuchsbrücken wurden Systemreaktionen ausgewählt, welche sowohl für die Vorwärtssimulationen aus Abschnitt 4.6 als auch für die Rückwärtssimulationen aus Abschnitt 4.7 genutzt werden. Nachfolgend werden sowohl die ausgewählten Systemreaktionen als auch die durchgeführten Versuche beschrieben.

Eine detaillierte technische Beschreibung zur eingesetzten Messtechnik, deren Anbringung sowie der Datenerfassung kann dem Anhang F entnommen werden und wird deshalb im Folgenden in gestraffter Form wiedergegeben. Eine Zusammenstellung der Messunsicherheiten unter den spezifischen Randbedingungen vor Ort ist zudem in Anhang C zu finden. Ausgewählte Versuchsergebnisse werden in Anhang G diskutiert.

4.4.2 Brücke Traunwalchen

Für die Traunbrücke Traunwalchen werden Systemreaktionen an der gesamten Unterseite der Plattenbrücke betrachtet. Die Planung der Auswertestellen erfolgte unter Verwendung des FE-Modells und der Lasten der Versuchsfahrzeuge. Hierzu wurden die zu diesem Zeitpunkt vorhandenen Daten zu Geometrie und Gewicht der Fahrzeuge genutzt. Die der Simulation entnommenen Maxima für die verschiedenen Lastpositionen wurden jeweils vermerkt und zur Positionsplanung der Sensorik herangezogen. Sofern sich die Maxima nahe beieinander befanden, wurde die Anordnung der Auswertestellen vereinfacht. Für die Planung der Sensoranbringung wurde ein im Rahmen einer Vorbesichtigung angefertigter Laserscan des Bauwerks verwendet um dreidimensionale Visualisierungen vorzunehmen und eine effiziente Ausführung des Vorhabens zu ermöglichen. Die Vorgehensweise hierzu ist in [524] erläutert.

Das Versuchskonzept sieht dabei die Beobachtung folgender Systemreaktionen vor:

- **Vertikalverformungen**, aufgezeichnet mittels zweier Tachymeter und fest installierter Tripelprismen
- **Punktuell ermittelte Dehnungen in Längsrichtung**, aufgezeichnet mit Hilfe von Folien-Dehnmessstreifen
- **Quasi-kontinuierliche faseroptische Dehnungsmessungen** mit Hilfe von Lichtwellenleitern
- **Beschleunigungen**, aufgezeichnet durch piezoelektrische Beschleunigungssensoren

Ergänzend wurden an ausgewählten Stellen unter der Brücke Temperaturen aufgezeichnet. Die Abbildung 4.11 zeigt die angebrachten Systeme anhand eines Laserscans der Brückenuntersicht.



Abbildung 4.11: Untersicht der Brücke mit eingeblendeten Koordinatenpunkten der Sensorik

Die Benennung der Auswertestellen erfolgt über die Art der eingesetzten Sensorik und deren Position in Quer- und Längsrichtung der Brücke:

- Die Messeinrichtungen zur Verformungsmessung werden mit „PRISMA“ benannt um die angeschraubten Tripelprismen der tachymetrischen Verformungsmessung zu repräsentieren.
- Die Dehnungen der Brücke in Längsrichtung, welche mittels der punktuell angebrachten elektrischen Dehnmessstreifen (DMS) oder den angeklebten Lichtwellenleitern (LWL) ermittelt sein können, werden mit „DMS“ bezeichnet. Sofern im Kontext die Verwendung der Lichtwellenleitertechnik zur Dehnungsbestimmung relevant ist, wird die Bezeichnung „DMS“ durch „LWL“ ersetzt.
- Beschleunigungssensorik wird mit „BE“ abgekürzt.

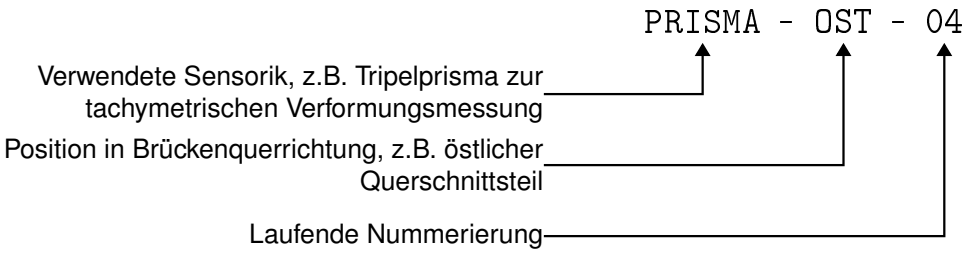


Abbildung 4.12: Benennung der Auswertestellen anhand des Beispiels PRISMA-OST-04

Die Position der Auswertestellen in Brückenquerrichtung wird durch die Beifügung „WEST“, „OST“ und „MITTE“ in der Benennung angezeigt. Des Weiteren werden die Sensoren in Längsrichtung in jeder Sensorreihe beginnend am WL Matzing fortlaufend nummeriert. Diese Benennungsmethodik wird anhand der Auswertestelle PRISMA-OST-04 in Abbildung 4.12 verdeutlicht. Pläne der Auswertestellen bzw. der angebrachten Sensorik können dem Anhang H.1 entnommen werden. Die Vertikalverformungen wurden mit Hilfe von zwei Tachymetern am nördlichen (WL Traunreuth) und südlichen Ufer (WL Matzing) unter dem Überbau aufgezeichnet. Die Anzielung der an der Brücke befestigten Tripelprismen erfolgte mit Hilfe der ATR der Tachymeter. Um grobe Fehler in der Messung (z.B. Absinken des Stativs) aufdecken zu können, wurde neben den Auswertestellen noch ein Prisma am Pfeiler vom südlichen Ufer aus sowie ein Prisma am Überbau nahe den Lagern am Pfeiler vom nördlichen Ufer aus angezielt. Dadurch hätten systematische Veränderungen erkannt werden können. Eine Verfälschung der Messung trat in der Versuchsreihe UTF-WEST-01-stat durch eine elektrische Störung an den Tachymetern auf. Daher wurden die Verformungen dieser Messreihe nicht in der Rückwärtsanalyse verwendet. Für die übrigen Messungen ergaben sich keine Hinweise auf systematische Fehler. Für die punktuelle Dehnungsmessung wurden Folien-Dehnmesssteifen verwendet. Bedingt durch einen elektrischen Defekt wurden an der Auswertestelle DMS-WEST-07 keine Messwerte aufgezeichnet.

Die quasi-kontinuierliche Dehnungsmessung mittels Lichtwellenleitern fand entlang der gesamten Brückenlängsrichtung an der östlichen wie auch an der westlichen Unterseite der Überbauplatte statt. Die Länge der Fasern entsprach der Längsausdehnung der Brücke, so dass der Dehnungsverlauf in Längsrichtung von einer einzelnen Sensorfaser erfasst werden konnte. Die Benennung des (kontinuierlichen) Sensors erfolgt abweichend zur vorbeschriebenen Konvention mittels der Bezeichnung „LWL“. Für den Vergleich der Ergebnisse aus elektrischen Dehnmessstreifen und Lichtwellenleitertechnik aus Abschnitt 4.7.8 werden die Dehnungssignale auch an den gleichen Stellen ausgewertet und der Unterschied mit der Bezeichnung „LWL“ bzw. „DMS“ kenntlich gemacht. Auf Grund von Fehlstellen im Beton, Überlappungen mit anderen Sensoren oder bedingt durch die Installationssituation über den Auflagern kam es zu unverklebten Abschnitten. Diese Bereiche wurden in gesonderten Plänen vermerkt und nicht zur Dehnungsauswertung herangezogen. Die Bilddokumentation solch eines Bereichs ist in Abbildung F.3 aus Anhang F zu finden.

Für die Ermittlung der Eigenfrequenzen wurden am östlichen wie auch am westlichen Plattenrand piezoelektrische Beschleunigungsaufnehmer angebracht. Die Auswahl der Sensorpositionen erfolgte anhand der ersten 10 Schwingformen.

Für die Umsetzung des Messkonzepts wurden in der Woche vom 25. August 2022 bis 2. September 2022 mittels eines Untersichtgerätes die vorbeschriebenen Systeme unter der Brückenplatte angebracht und die Messkabel zentral in einem Messfahrzeug zur Datenerfassung zusammengeführt.

Die statischen Belastungsversuche erfolgten am 6. und 7. September 2022. Am 8. September 2022 wurden dynamische Systemreaktionen aufgezeichnet, welche durch einen Impulshammer und einen Schwingerreger erzeugt wurden. An allen Versuchstagen wurde eine Vollsperrung des Verkehrsweges veranlasst. Die Abbildung 4.13 zeigt eines der eingesetzten Belastungsfahrzeuge auf der Brücke und einen Teil der auf der Plattenunterseite angebrachten Sensorik.

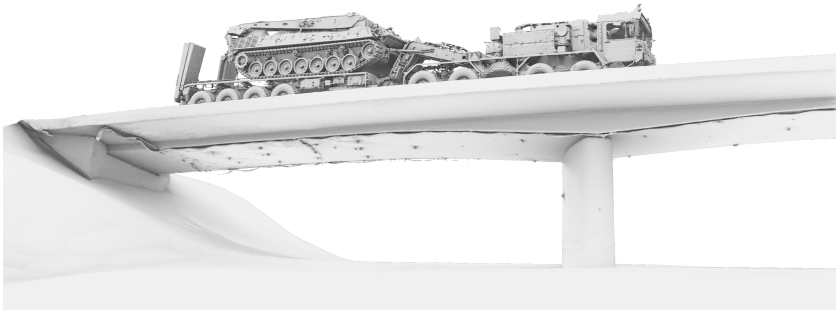


Abbildung 4.13: Versuchsfahrzeug und Sensorik veranschaulicht anhand eines Punktwolkenmodells der Brücke Traunwalchen



(a) (b)

Abbildung 4.14: Für die Belastungsversuche an der Versuchsbrücke Traunwalchen eingesetzte Versuchsfahrzeuge; (a) Schwerlasttransporter mit aufgeladenem Bergepanzer (SLT) und (b) Ungeschütztes Transportfahrzeug (UTF) mit Anhänger

Im Rahmen der statischen Belastung wurden Versuchsfahrzeuge mit bekannten Achs- bzw. Kettenlasten auf der Brücke positioniert und die Systemreaktionen des statischen Belastungsversuchs aufgezeichnet. Als Versuchsfahrzeuge wurden ein Ungeschütztes Transportfahrzeug (UTF), welches mit Betonteilen beladen war und eine Gesamtmasse von ca. 40 Tonnen aufwies, ein Schwerlasttransporter mit aufgeladenem Bergepanzer (SLT) mit einer Gesamtmasse von ca. 80 Tonnen und der abgeladene Bergepanzer 1 (PZ) mit Gesamtgewicht von ca. 41 Tonnen genutzt. Die Abbildung 4.14 zeigt in (a) den eingesetzten Schwerlasttransporter mit aufgeladenem Panzer und in (b) das eingesetzte Transportfahrzeug. Die Bestimmung der Achslasten der Radfahrzeuge erfolgte durch Wiegung. Die ermittelten Lasten aus den Einzelrädern werden gemäß der Ablesung mit einer Genauigkeit von 1 kg in die Finite-Elemente-Berechnung übernommen. Das Aufmaß der Abstände der Einzelachsen erfolgte durch ein Bandmaß, sofern keine Fahrgestellzeichnungen verfügbar waren. Die Masse des Kettenfahrzeugs sowie dessen Verteilung wurden durch die Differenz der Radlasten des Schwerlasttransporters im beladenen und im unbeladenen Zustand ermittelt.

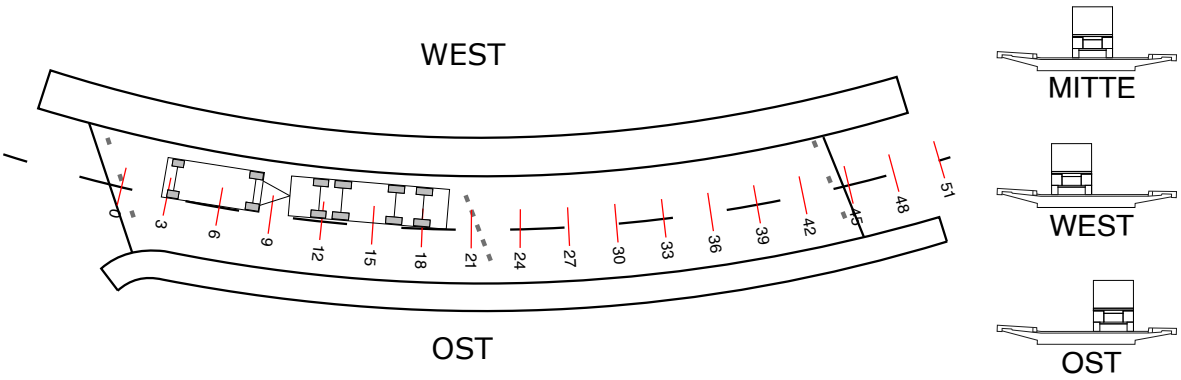


Abbildung 4.15: Bezeichnung der Fahrzeugpositionen und Lastpositionierung in Querrichtung und Erläuterung anhand des Beispiels des UTF bei x = 18 m auf dem westlichen Fahrstreifen



Abbildung 4.16: Im Rahmen der Versuchsvorbereitung aufgesprühte Markierungen zur Verdeutlichung der angestrebten Radposition und Fahrzeug an der Stelle x = 45 m

Für jede Versuchsreihe wurden die Fahrzeuge jeweils an definierten Positionen auf der Brücke positioniert und die Messungen durchgeführt. Im Regelfall wurden Abstände von 3 m für die Lastposition angestrebt. Für die Bezeichnung der jeweiligen Lastposition wurde die Position des ersten Rades bzw. der ersten Laufrolle verwendet. Als Bezugssystem an der Brücke wurde – ebenso wie im statischen Modell – die Lagerachse Matzing gewählt. Die Exzentrizität der Fahrzeuge auf der Brücke wird durch die Relativposition der Mittelachse des Fahrzeugs zur Fahrstreifenmarkierung (Fahrbahnachse) mit „`MITTE`“, „`OST`“ und „`WEST`“ angegeben. Abweichungen der Fahrzeugmitte in Querrichtung von der Brückenmitte, welche sich durch die Krümmung der Brücke ergeben, werden in der Modellierung der Last berücksichtigt. Die verwendeten Lastpositionen sind in Abbildung 4.15 verdeutlicht. Die Abbildung 4.16 zeigt die aufgesprühten Markierungen für die Signalisierung der Radpositionen der ersten Achse.

Die Messwerte werden durch die Differenzbildung zwischen dem belasteten und dem unbelasteten Zustand ermittelt. Die Durchführung der Nullmessung erfolgte vor dem Befahren der Brücke. Zur Überprüfung und Korrektur von Driften in den Messsystemen oder geringfügigen zeitlich veränderlichen Temperaturbelastungen auf das Bauwerk wurde eine zusätzliche Nullmessung am Ende der Versuchszyklen durchgeführt. Zur Verringerung zeitlicher Einflüsse wurden ergänzend zu den Messungen bei äquidistanten Laststellungen von 3 m ergänzende Versuchszyklen mit verringerter Anzahl an Lastpositionen durchgeführt. Hierdurch konnten die Messzeiträume der Zyklen verkürzt bzw. die Anzahl der Wiederholungsmessungen vergrößert werden. Für die Messung der Durchsenkungen ergaben sich so erhebliche Genauigkeitsverbesserungen.

Für die Bezeichnung der statischen Versuche und die zugehörigen Systemreaktionen bzw. Messwerte wird ein Benennungsschema eingeführt, das die Daten eindeutig kennzeichnet. Die Bezeichnung des Versuchs erfolgt über die verwendete Versuchslast, die laufende Nummer der Messung, die Art der Versuchsdurch-

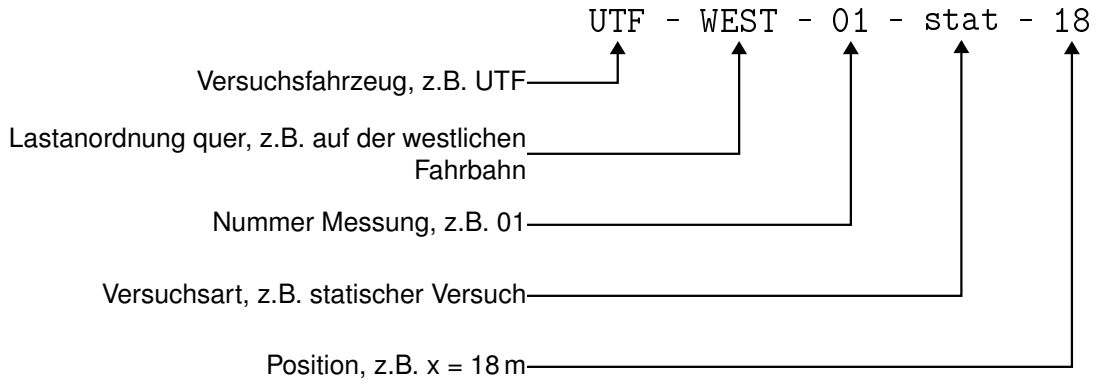


Abbildung 4.17: Versuchsbezeichnung, veranschaulicht anhand des Beispiels `UTF-WEST-01-stat-18`

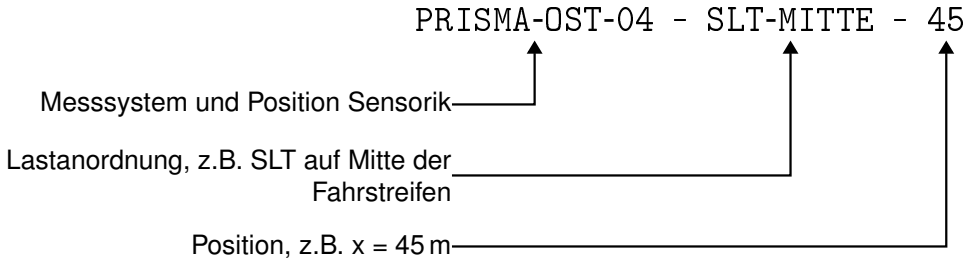


Abbildung 4.18: Bezeichnung der numerisch oder im Experiment ermittelten Systemreaktionen anhand des Beispiels `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45`

führung und die Position des Versuchsfahrzeugs. Eine Erläuterung der Kurzbezeichnung anhand einer Laststellung in der das UTF auf der westlichen Fahrbahn ruhend mit der ersten Achse auf der Position x = 18 m steht, ist in Abbildung 4.17 zu finden.

Die Kennzeichnung der Systemreaktionen bei gegebenen Lasten erfolgt durch eine Kombination aus der Bezeichnung der Sensorik und der Bezeichnung des Versuchs mit Hilfe der verwendeten Versuchslast und deren Position auf der Brücke. Dieses Benennungsschema ist beispielhaft in Abbildung 4.18 anhand eines Messwertes an einem Prisma auf der östlichen Brückenseite unter der Versuchslast des Schwerlasttransporters bei Positionierung mittig auf der Fahrbahnachse an der Position x = 45 m verdeutlicht. Eine zeichnerische Darstellung der Laststellung und der Auswertestelle `PRISMA-OST-04` zeigt Abbildung 4.19.

Die statischen Versuche mit dem UTF wurden für alle drei Positionierungen in Querrichtung, sowie für die Lastpositionen von x = 3 m bis x = 60 m mit Abständen von $\Delta x = 3$ m durchgeführt. Hieraus ergaben sich

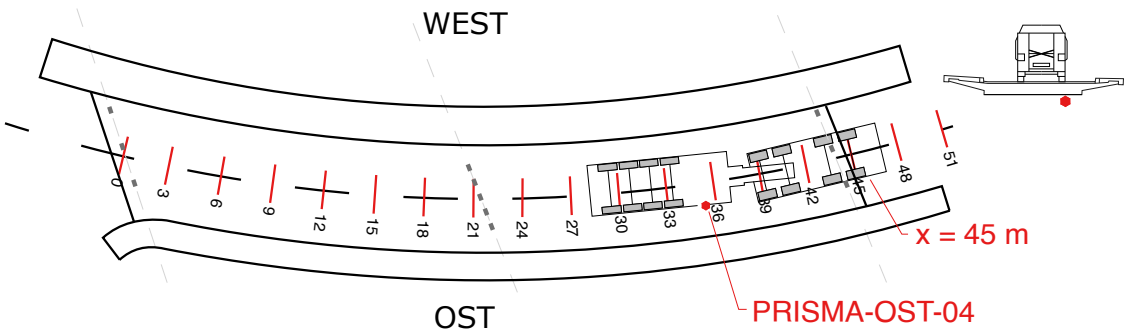


Abbildung 4.19: Veranschaulichung von Laststellung und Auswertestelle bzw. Sensorposition für die Systemreaktion `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45`

die Versuche, die mit UTF-MITTE-01-stat, UTF-OST-01-stat, UTF-WEST-01-stat und UTF-MITTE-02-stat bezeichnet werden. Für die Versuchsreihe UTF-MITTE-01-stat wurden zur Erhöhung der Genauigkeit die Prismen doppelt angezielt und das Ergebnis gemittelt.

Mittels des SLT wurde in den Versuchsreihen SLT-MITTE-01-stat, SLT-MITTE-03-stat und SLT-MITTE-03-stat der Schwerlasttransporter mit aufgeladenem gepanzertem Fahrzeug an den Positionen x = 3 m bis x = 60 m mit Abständen von Δx = 3 m positioniert. Für die Versuchsreihe SLT-MITTE-02-stat wurden abgesehen von den beiden Nullmessungen ausschließlich die Positionen x = 21 m und x = 42 m angefahren und die tachymetrische Durchsenkungsmessung 6-fach durchgeführt. Durch dieses Konzept konnte die Genauigkeit der Messung erhöht und gleichzeitig der Messzeitraum begrenzt werden. Hierdurch wurden externe Einflüsse wie Temperaturveränderungen minimiert. Eine durchgehende Aufzeichnung von Dehnungen wurde in allen Lastpositionen in der Versuchsreihe SLT-MITTE-05-stat durchgeführt.

Nach Abladen des Kettenfahrzeugs wurde auch dieses gemäß dem Schema aus Abbildung 4.15 auf der Brücke positioniert. Als Bezug wurden die jeweils ersten Laufrollen verwendet. Für die Versuchsreihen PZ-MITTE-01-stat fuhr der Panzer die Positionen x = 3 m bis x = 51 m im Abstand von Δx = 3 m an. Die verringerte Zahl an Positionen ergibt sich aus der geringeren Länge des Fahrzeugs. Ebenso wie beim eingesetzten SLT wurde auch eine verkürzte Versuchsreihe PZ-MITTE-02-stat, in diesem Fall mit Fahrzeugpositionen bei x = 12 m und x = 36 m durchgeführt, wobei die Verformungen 6-fach gemessen wurden. Durch Mittelung der Ergebnisse konnten Messwerte mit höherer Genauigkeit generiert werden. Zudem wurde in PZ-MITTE-03-stat ein Versuchskonzept gewählt, in dem durch eine Erhöhung der Lastabstände die Anzahl der verwendeten Positionen verringert und damit eine kürzere Versuchsdauer ermöglicht wurde. Hierfür wurden die Positionen x = 3 m bis x = 51 m bei einem Positionsabstand von Δx = 6 m angefahren. Eine Übersicht zu den durchgeführten Versuchsreihen ist in Tabelle 4.5 zu finden.

Versuchsreihe	**Lastpositionen (von:Abstand:bis)**	**Anzielungen mit Tachymeter**
UTF MIT ANHÄNGER		
UTF-MITTE-01-stat	x = 3 m : 3 m : 60 m	2-fach
UTF-WEST-01-stat	x = 3 m : 3 m : 60 m	keine Messung
UTF-OST-01-stat	x = 3 m : 3 m : 60 m	1-fach
UTF-MITTE-02-stat	x = 3 m : 3 m : 60 m	1-fach
SLT MIT AUFGELADENEM PZ		
SLT-MITTE-01-stat	x = 3 m : 3 m : 60 m	1-fach
SLT-MITTE-02-stat	x = 21 m, 42 m	6-fach
SLT-MITTE-03-stat	x = 3 m : 3 m : 60 m	1-fach
SLT-MITTE-04-stat	x = 3 m : 3 m : 60 m	Keine Messung
SLT-MITTE-05-stat	x = 3 m : 3 m : 60 m	Keine Messung
BERGEPANZER 1		
PZ-MITTE-01-stat	x = 3 m : 3 m : 48 m	1-fach
PZ-MITTE-02-stat	x = 12 m, 36 m	6-fach
PZ-MITTE-03-stat	x = 3 m : 6 m : 51 m	1-fach

Tabelle 4.5: Übersicht zu den durchgeführten Versuchen zur Tragwerksreaktion unter statischen Versuchslasten an der Brücke Traunwalchen

Zur Plausibilisierung der statischen Messergebnisse wurden mit allen drei eingesetzten Fahrzeugen Überfahrten über die Brücke bei verschiedenen Geschwindigkeiten durchgeführt. Diese umfassten u.a. Überfahrten in Schrittgeschwindigkeit mit 2 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ bis 5 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ als quasi-statische Last und mit 10 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ bis 40 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ als zügigere Überfahrten.

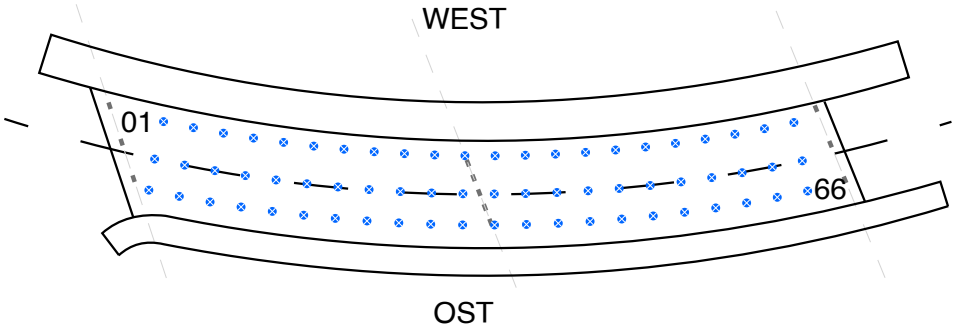


Abbildung 4.20: Positionen für die Anregung mittels Impulshammer an der Brücke Traunwalchen

Zur Bestimmung des dynamischen Verhaltens wurden Versuche mittels Impulshammer durchgeführt. Die Anregung erfolgte mit Hilfe von Hammerschlägen an insgesamt 66 Positionen auf den Fahrbahnbelag. Die verwendeten Positionen für die Impulsanregung sind der Abbildung 4.20 zu entnehmen.

Zur Verifizierung der mittels Impulsanregung bestimmten Eigenfrequenzen, sowie für die Zuordnung der gemessenen Frequenzen zu den Lastfällen der FE-Berechnung wurde ein Schwingerreger eingesetzt. Die Anregung erfolgte u.a. als linearer Sweep. Der Sweep wurde über eine Dauer von 180 s für Frequenzen von 1 Hz bis 25 Hz mit einer Kraft von 250 N gefahren. Die Untersuchungen wurden an 24 Stellen sowohl an den Rändern der Fahrbahnen als auch am Mittelstreifen vorgenommen. Die Aufstellpositionen wurden gemäß den Maxima der Eigenmoden gewählt.

4.4.3 Brücke Roding

Für die Charakterisierung des Verhaltens der Regenbrücke Roding werden Verformungs- und Dehnungsdaten, sowie die ersten beiden Eigenfrequenzen genutzt.

Als Systemreaktionen wurden folgende Größen berücksichtigt:

- **Vertikalverformungen**, aufgezeichnet durch reflektorlose Durchsenkungsmessung mittels Tachymeter und einem Tracking-Interferometer
- **Längsdehnungen**, gemessen mit Hilfe elektrischer Dehnmessstreifen
- **Beschleunigungen**, aufgezeichnet durch piezoelektrische Beschleunigungssensoren

Ergänzend wurden Temperaturaufzeichnungen durchgeführt, die zur Kompensation von Temperatureffekten genutzt wurden und in die Ermittlung der Messunsicherheiten nach Anhang C.7 einfließen.

Die Art der Messstellen wird mit der im Rahmen der Versuche eingesetzten Sensorik bzw. dem verwendeten Messsystem benannt:

- Stellen, an denen eine Verformungsmessung ausgewertet wird, werden mit „TACHY“ gekennzeichnet, als Abkürzung für das u.a. hierfür eingesetzte Tachymeter.
- Ermittelte Dehnungen werden mit der Bezeichnung „DMS“ versehen, stellvertretend für die in den Versuchen eingesetzten elektrischen Dehnmessstreifen.
- Stellen, an denen Beschleunigungen mittels piezoelektrischer Sensoren durchgeführt wurden, werden mit „BE“ abgekürzt.

Für die Untersuchungen werden insgesamt 6 Auswertestellen an der Unterseite des Kastens betrachtet, welche sich in der Mitte des Flussfeldes und in der Mitte des Feldes Schwandorf, jeweils unter den Stegen und an der Unterseite der Bodenplatte in der Achse des Querschnitts befinden. Zur Anzeige der örtlichen Position der Auswertestelle für Verformungs- und Dehnungsgrößen wird die fortlaufende Nummerierung von P1 bis P6 verwendet. Abbildung 4.21 zeigt die Messstellen an der Unterseite der Brücke. Die Bezeichnung „DMS-P2“ beispielsweise kennzeichnet den Betrag der Dehnung an der Unterseite in der Mitte des Querschnitts in der Feldmitte des zweiten Feldes. Beschleunigungssensorik wurde ausschließlich auf

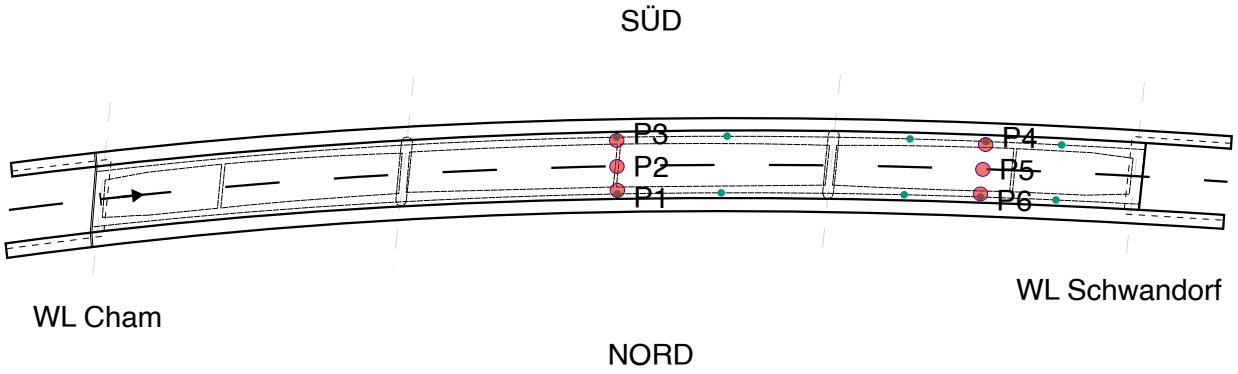


Abbildung 4.21: Auswertestellen für die Verformungs- und Dehnungsgrößen an den Orten P1 bis P6 und angebrachte Beschleunigungssensorik (in Grün)

der Hälfte des Brückenüberbaus in Richtung Schwandorf, jeweils in den Viertelspunkten, sowie in den Feldmitten der Brücke angebracht.

Pläne der Auswertestellen bzw. der angebrachten Sensorik können dem Anhang H entnommen werden. Die Bestimmung der Verformungen in Vertikalrichtung erfolgte mit Hilfe eines Tachymeters sowie durch ein Tracking-Interferometer (Lasertracker). Für die Verformungsbestimmung im Feld Schwandorf und an den Stegen des mittleren Feldes (P1 und P3 bis P6) wurde jeweils ein Tachymeter verwendet. Für die Brückenmitte (P2) wurde ein Lasertracker eingesetzt. Der Standort der Messgeräte befand sich jeweils leicht nördlich des Pfeilers Schwandorf. Der Einsatz des Tracking-Interferometers für die statisch durchgeführten Versuche beschränkte sich auf die einmalige Messung in jedem der Lastzustände.

Die Dehnungsmessung der Brücke in Längsrichtung erfolgte durch Folien-Dehnmessstreifen. Da im Zuge der Versuchsdurchführung bei statischen Lasten erhebliche Temperatureffekte auftraten, wurden diese unter Zuhilfenahme des Temperaturverlaufs am Messort und zweier Nullmessungen vor und nach der Belastung durch die Versuchsfahrzeuge kompensiert. Für die Integration der Temperaturmessung in die Unsicherheitsermittlung wird auf Anhang C.7 bzw. auf das vom Autor in [522] speziell entwickelte Unsicherheitsmodell verwiesen.

Die Aufzeichnung der Beschleunigung erfolgte mit Hilfe von 10 piezoelektrischen Beschleunigungssensoren. Unter Zuhilfenahme dieser Daten wurde eine Frequenzzerlegung der Signale durchgeführt.

Die Installation der Sensorik wurde in den Tagen vom 6. bis 10. Mai 2019 von einer mobilen Arbeitsplattform aus durchgeführt. Die Versuche zur Ermittlung der Systemreaktionen am Bauwerk fanden am 23. und 24. Mai 2019 kurz vor deren Rückbau statt. Auf Grund des direkt neben der Versuchsbrücke befindlichen Ersatzneubaus traten leichte Einflüsse durch den dort fließenden Verkehr auf.

Die Versuche umfassten sowohl statische Belastungen und Überfahrten mit Fahrzeugen als auch die Aufzeichnung einer Impulsantwort, welche durch ein Fallgewicht ausgelöst wurde. In Abbildung 4.22 ist die eingesetzte Messtechnik, das Messfahrzeug in dem diese betrieben wurden, das aufgehängte Fallgewicht sowie eines der Belastungsfahrzeuge anhand eines Punktwolkenmodells zu sehen.

Für die Versuche wurden Fahrzeuge verwendet, deren Lastbild bekannt ist. Es wurde ein Bergepanzer 3 A0A1 („Büffel“) der Herstellerfirma Rheinmetall mit einer Gesamtlast von ca. 55 t eingesetzt. Dieser wird in der Kurzbezeichnung der Versuche mit „PZ“ benannt. Die Kettenaufstandsfläche, die Lastverteilung und die anzusetzende Masse wurde den Angaben des Herstellers entnommen. Als weiteres Belastungsfahrzeug wurde ein mit Erdreich beladener Muldenkipper vom Typ TGS 35.440 des Herstellers MAN verwendet. Dieser wird in der Kurzbezeichnung als „LKW“ abgekürzt. Die Ermittlung der im FE-Modell angesetzten Lasten erfolgte durch Verwiegung der Einzelräder mittels einer Achslastwaage. Die Summe der 4 Achslasten beträgt 30,8 t. Die Abbildung 4.23 zeigt die beiden Versuchsfahrzeuge.

Das eingesetzte Kettenfahrzeug fuhr jeweils die Mitten der drei Brückenfelder an. In Querrichtung wurde das Fahrzeug so positioniert, dass sich die Achsen von Fahrzeug und Querschnitt deckten. Dies entspricht auch der Fahrbahnmitte. Die Bezeichnung dieser Positionen erfolgt jeweils durch „PZ-Feld1“, „PZ-Feld2“

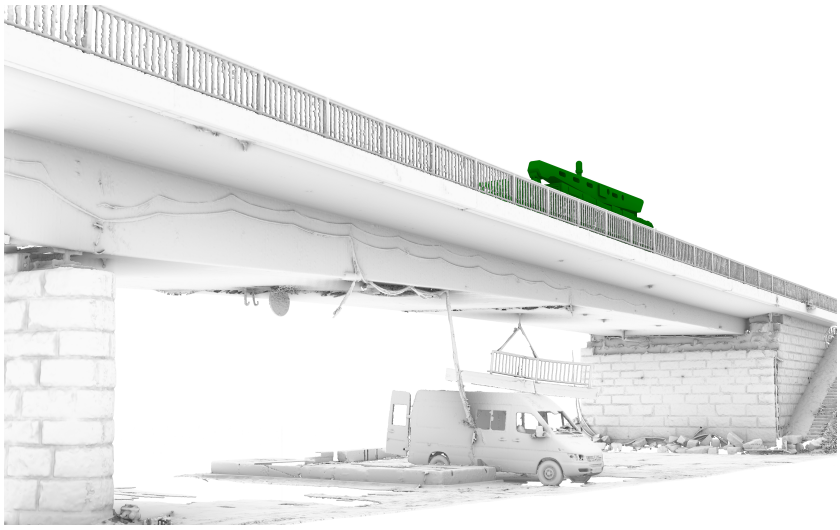


Abbildung 4.22: Messeinrichtungen, Fallgewicht, Messfahrzeug und Belastungsfahrzeug an der Versuchsbrücke Roding



(a) (b)

Abbildung 4.23: An der Versuchsbrücke Traunwalchen eingesetzte Versuchsfahrzeuge: (a) Bergepanzer 3 A0A1 („Büffel“) und (b) mit Erdreich beladener Muldenkipper

bzw. „PZ-Feld3“. Die Abbildung 4.24 zeigt die Brücke Roding im Modell, sowie den Bergepanzer an der Lastposition „PZ-Feld2“.

Für die Durchsenkungsmessung unter der Last des beladenen Muldenkippers wurden insgesamt 33 Positionen auf der Brücke angefahren, was einem Abstand der Positionen von jeweils 4 m entspricht. Als Bezug für die Fahrzeugposition wurde die erste Achse des Fahrzeugs verwendet. Diese Positionen wurden zuvor mittels Sprühkreide auf der Fahrbahn markiert. Bedingt durch die angestrebte Symmetrie in der Anordnung der Positionsmarkierungen beginnt die Fahrzeugposition für den ersten belasteten Zustand bei 1,5 m nach der Lagerachse am Widerlager Cham. Die Lagerachse WL Cham wurde ebenso wie im FE-Modell als Bezugs-Nulllinie für die Längs- bzw. x-Achse verwendet. Die Positionierung des Fahrzeugs erfolgte jeweils mittig zum Querschnitt, so dass sich Fahrzeugachse und Querschnittsachse deckten.

Die Messungen mit beiden Versuchsfahrzeugen erfolgten bei einer Nullmessung vor Belastung und einer weiteren Messung am Ende einer Versuchsreihe, d.h. sobald das Fahrzeug die Brücke verlassen hatte.

In die Benennung der Versuche mit statischer Last wird sowohl das eingesetzte Fahrzeug mit „PZ“ (Bergepanzer 3) bzw. „LKW“ (Muldenkipper) als auch die Lastposition mit der Bezeichnung des Feldes bzw. der Lastposition auf der angenommenen Längs- bzw. x-Achse kombiniert. Die Bezeichnung PZ-Feld1 beispielsweise kennzeichnet einen Versuch, bei welchem der Panzer in der Mitte des ersten Feldes (Richtung Cham) steht. Die Kurzbezeichnung „LKW-25-5“ steht z.B. für eine Messung, bei der der LKW auf der Position x = 25,5 m steht. Für die eindeutige Benennung der ausgewerteten Systemreaktion wird die Bezeichnung des Versuchs mit der Sensorposition verknüpft, indem diese vorangestellt wird. Hierfür wird auf das Messsystem („DMS“ bzw. „TACHY“) und die Auswertestelle referenziert. Die Bezeichnung

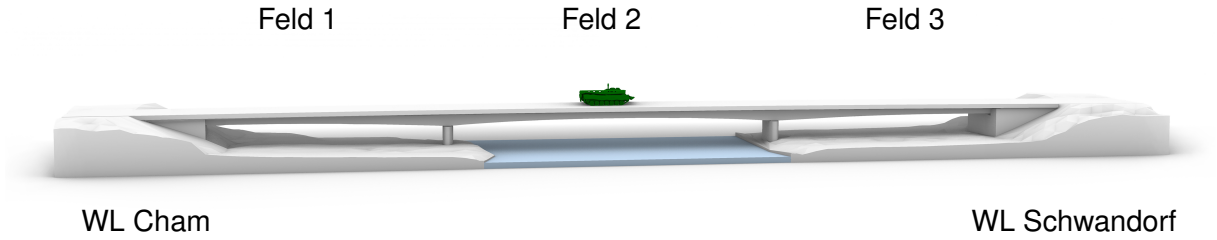


Abbildung 4.24: Visualisierung der Versuchsbrücke Roding mit Positionierung des Bergepanzers im Feld 2

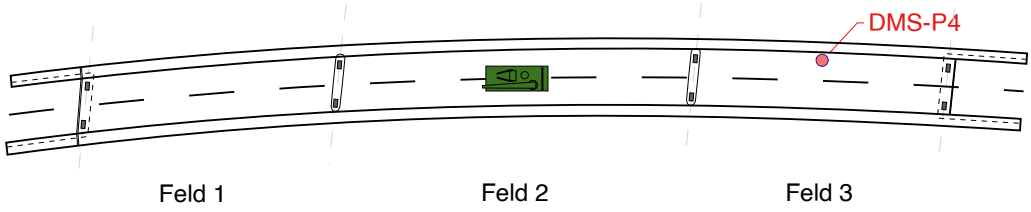


Abbildung 4.25: Veranschaulichung von Laststellung und Auswertestelle bzw. Sensorposition „DMS-P4“ an der Brücke Roding

DMS-P4-PZ-Feld2 kennzeichnet beispielsweise eine Dehnungsmessung auf der südlichen Messposition des Feldes Schwandorf, während der Panzer auf dem Feld 2 steht. Die Abbildung 4.25 zeigt die Lastposition sowie die Auswerteposition der Dehnungsmessung.

Die Dehnungen und Verformungen aus der statisch aufgebrachten Last des Panzers werden aus der Auswertung der Zeitreihen der kontinuierlichen Aufzeichnung wie in [427] beschrieben vorgenommen.

Für die Versuchsreihe zur Verformungsermittlung mittels LKW konnte für die Positionen x = 29,5 m und x = 105,5 m bei P2 wegen des sehr starken Einflusses des Verkehrs auf der angrenzenden Neubaubrücke keine Messwerte bestimmt werden.

Teil der Versuchskonzeption waren neben den statischen Belastungen auch Überfahrten über die Brücke, sowie die Impulserregung mittels Fallgewicht. Für die Aufzeichnung einer Impulsantwort wurde in der Mitte des Feldes Schwandorf (Feld 3) ein Abbruchstück als Fallgewicht mit einer Masse von 1,7 Tonnen an den Überbau angehängt und das Ausschwingverhalten in allen 4 Wiederholungen aufgezeichnet.

4.5 Implementierung

4.5.1 Allgemeines

Für die numerische Umsetzung der in Kapitel 3 vorgestellten Algorithmik werden in Matlab erstellte Skripte eingesetzt. Diese führen speziell für diesen Anwendungszweck zugeschnittene Funktionen aus. Abgelegt sind diese Funktionen in $rechnen.m$ für das parallele Ausführen von FE-Simulationen und $lesen.m$ zum Einlesen der Ergebnisse. Zur Rückwärtssimulation mittels MCMC wird das von Jasper Vrugt zur Verfügung gestellte „DREAM-Package“ in der Matlab-Implementierung genutzt und durch Anpassungen in der graphischen Ausgabe ergänzt. Für die in Abschnitt 4.7 beschriebenen Simulationen werden die Programmversionen Matlab2023b mit Update 10, Sofistik 2024 und das DREAM-Package in der Version 1.0 eingesetzt. Das Einlesen der Messdaten, sowie die Zuordnung des Input zu den Ergebnissen der FE-Simulation erfolgt durch eine mit $Werte.m$ benannte Funktion, die die Sortierung und Übergabe der im Ordner „Messwerte“ abgelegten Eingangsdaten übernimmt.

4.5.2 Kommunikation zwischen Matlab und Sofistik

Die Kommunikation zwischen Matlab bzw. dem DREAM-Package zum Samplen und Auswerten der Ergebnisse und Sofistik zur Propagation der Samples durch das Modell erfolgt mit Hilfe von Übergabedateien und Konsolenbefehlen. Die Abbildung 4.26 zeigt den schematischen Ablauf der Reihenfolge der genutzten Programme für die Berechnung, sowie der erzeugten Dateitypen für ein einzelnes Sample in der UML-Darstellung nach DIN 66001 [525].

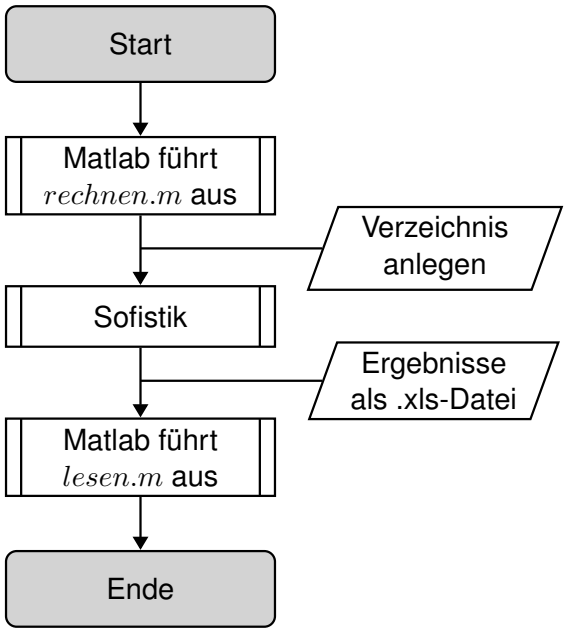


Abbildung 4.26: UML-Darstellung des Programmablaufs für die Berechnung eines einzelnen Samples und erzeugte Dateiformate zur Informationsübergabe zwischen den Programmen Matlab und Sofistik

Die Berechnung der Modellantworten $\mathcal{F} : \boldsymbol{\theta}^* \rightarrow \boldsymbol{Y}$ für ein Sample $\boldsymbol{\theta}^*$ wird durch ein Zusammenspiel der Anwendungen Matlab und Sofistik ermöglicht. Im ersten Schritt werden durch Matlab die zu verwendenden Parameterwerte der Eingangsgrößen durch einen Monte-Carlo-Sampler generiert und in einer ASCII-Datei abgelegt. Um die Lesbarkeit durch Sofistik zu gewährleisten, werden hierfür die Programmstruktur und die Eingabesätze des Sofistik-Moduls $Template$ verwendet.

Zur korrekten Programmausführung der Sofistik-Anwendung ist neben den durch Matlab generierten Eingangsdaten zusätzlich eine Konfigurationsdatei mit den Einstellungen der Sofistik-Anwendung notwendig. Diese beinhaltet Informationen zur Geometrie und Modellierung sowie zur Berechnung und zur Ausgabe der Ergebnisse.

Um eine parallele Berechnung zu ermöglichen, werden Ordner erzeugt, die als Speicherorte für die Eingangsdaten, die Konfigurationsdatei und im späteren Verlauf für die Ergebnisfiles dienen. Der Programmstart wird durch die Konsolenfunktion der Matlab-Umgebung realisiert. Die Pfade zur Konfigurationsdatei

werden als Parameter an die Anwendung übergeben. Nach der Beendigung der Sofistik-Anwendung werden die entstehenden Ergebnisse im Ordner abgelegt, durch die Matlab-Funktion $lesen.m$ eingelesen und als interne Variable zur weiteren Nutzung verfügbar gemacht. Zudem findet in dieser Funktion die Prüfung statt, ob die Berechnung erfolgreich war.

4.5.3 Implementierung der Vorwärtssimulation

Durch die große Ähnlichkeit in den Berechnungsschritten sind die Propagation der Unsicherheit und die Sensitivitätsanalyse in einem gemeinsamen Skript implementiert. Ein Ablaufschema für die beiden Varianten ist in Abbildung 4.27 dargestellt.

Nach dem Programmstart wird die Aufgabenstellung abgefragt. Entsprechend wird entweder die Propagation oder die Sensitivitätsanalyse ausgeführt.

Für die Aufgabenstellung der *Propagation* wird zunächst eine durch die Konstante $sample_nr_max$ festgesetzte Anzahl an Samples generiert. Diese sind unabhängige Zufallsstichproben aus den Verteilungen der Basisvariablen. Hierfür wird der in Anhang B beschriebene Marsenne-Twister eingesetzt. Die Anzahl der Simulationen ist auf den Wert in $sample_nr_max$ begrenzt, um bei schlechter Konvergenz einzelner Systemreaktionen die Zahl der Iterationen zu limitieren.

Sofern eine *Sensitivitätsanalyse* durchgeführt werden soll, ergibt sich die Anzahl der Stichproben durch die Größe des Samples N, im Skript bezeichnet durch die Variable SA_Sample_nr und der Dimensionalität d als Anzahl der untersuchten Parameter des Problems. Entsprechend den Ausführungen in Abschnitt 3.3.4 ergibt sich die Gesamtzahl aller Stichproben zusammengesetzt aus A, B und ${A_B}^{(i)}$, mit $\mathrm{i} \in \{1, 2, \ldots, d\}$ zu $N \times (d + 2)$. Die Generierung der Eingangsgrößen kann sowohl durch Latin-Hypercube-Sampling als auch durch die Erzeugung von Sobol-Sequenzen erfolgen und wird über die Variable $Sampling$ festgelegt. Für eine Erklärung der Verfahren wird auf Anhang B.4 verwiesen.

Mittels der Funktion $rechnen.m$ werden für beide Berechnungsoptionen die erzeugten Eingabefiles an Sofistik zur Ausführung übergeben und die Ergebnisse im Ordner des jeweiligen Samples abgelegt. Da die Kontrolle der Konvergenz für die Propagation iterativ erfolgt, wird in diesem Fall je Iteration eine mit $int_kontrolle$ bezeichnete Anzahl an Samples blockweise parallel berechnet. Für den Fall einer zuvorigen Unterbrechung der Ausführung wird hier zudem geprüft, welche Samples bereits berechnet wurden. Im Anschluss erfolgt das Einlesen der Ergebnisfiles als Vektor der Ausgangsgrößen aus den Ordnern und die Erstellung einer Matrix mit sämtlichen Berechnungsergebnissen. Aus den Eintragungen dieser Matrix ergeben sich die gesuchten Größen der Lage- und Streuungsmaße für die Propagation bzw. die ermittelten Sobol-Indizes, falls eine Sensitivitätsanalyse ausgeführt wird.

Die Genauigkeitsschätzung der gewonnenen Maße erfolgt durch die in Abschnitt 3.2.2 beschriebenen BC_a-Intervalle. Die Anzahl der Bootstrap-Resamples wird dabei für beide Simulationsarten durch die Variable $nboot$ gesteuert. Das geforderte kleinste $(1-\alpha)$-Konfidenzintervall wird durch den Inhalt der Variablen $proz_interval$ spezifiziert, so dass dieser dem Wert für α aus Gleichung 3.5 entspricht.

Um in der Propagation nach jedem Berechnungsblock mit $int_kontrolle$ Samples über den Iterationsabbruch zu entscheiden, wird für jede Ausgangsgröße der Quotient aus der Länge des geschätzten $(1 - \alpha)$ -Konfidenzintervalls $\hat{I}_\sigma$ für die Standardabweichung und deren Schätzwert $\hat{\sigma}_Y$ gebildet und gemäß der Bedingung in 4.5 mit dem Vorgabewert $rel_interval$ verglichen. Der Iterationsabbruch erfolgt, wenn die Bedingung für alle Ausgangsgrößen erfüllt ist.

$$\frac{\hat{L}_{\sigma_Y}}{\hat{\sigma}_Y} < rel_Intervall \tag{4.5}$$

Für die Sensitivitätsanalyse erfolgt die Ausgabe der Grenzen und Länge des 95 %-Konfidenzintervalls, um dem Nutzer die Interpretation der Ergebnisse zu erleichtern und um ggf. eine Anpassung der Anzahl der Simulationen vornehmen zu können. Im Anschluss werden für beide Simulationsoptionen Diagramme ausgegeben.

Eine Übersicht zu den verwendeten Steuerungsparametern und deren Bedeutung ist in Tabelle 4.6 angegeben.

Parameter	Zuweisung	Beschreibung
ALLGEMEIN		
$Sampling$	*Marsenne / Sobol / LHS*	Auswahl der Methode für die Stichprobengenerierung
$proz_Intervall$	*[Numerisch]*	Angabe zum Konfidenzniveau des BC_a-Intervalls nach Gleichung 3.5
$rel_Intervall$	*[Numerisch]*	Geforderte relative Genauigkeit der Parameterschätzung
$nboot$	*[Numerisch]*	Anzahl der Bootstrap-Resamples zur Konvergenzermittlung
PROPAGATION		
$sample_nr_max$	*[Numerisch]*	Maximale Anzahl an Modellberechnungen
$int_kontrolle$	*[Numerisch]*	Anzahl der berechneten Samples in einer Iteration (bis Konvergenzkontrolle)
SENSITIVITÄTSANALYSE		
SA_Sample_nr	*[Numerisch]*	Anzahl der Samples in den Matrizen A bzw. B

Tabelle 4.6: Steuerungsparameter für das Berechnungsskript der Vorwärtsanalyse

4.5.4 Implementierung der Rückwärtssimulation

Die Implementierung der Rückwärtssimulation durch eine statistische Inversion mittels MCMC erfolgte unter Zuhilfenahme der Matlab-Implementierung des $DREAM_{ZS}$-Algorithmus aus Abschnitt 3.5.3. Der Algorithmus mit zugehörigem Programm-Code ist in [334] ausführlich dargestellt. Deshalb wird an dieser Stelle auf eine Beschreibung verzichtet und nur auf die Implementierung der erforderlichen Matlab-Funktion zur Modellberechnung eingegangen. Diese entspricht der algorithmischen Umsetzung des Vorwärtsmodells $\boldsymbol{\theta}^*, \widetilde{\boldsymbol{U}} \rightarrow \boldsymbol{Y} = \mathcal{F}\left(\boldsymbol{\theta}^*; \widetilde{\boldsymbol{U}}\right)$ aus Abschnitt 3.1.3 bei der Ermittlung der Likelihood-Funktion nach Gleichung 3.59. Die Berechnung ist für jedes Sample gesondert auszuführen. Ein Flussdiagramm nach UML-Standard ist in Abbildung 4.28 dargestellt.

Als Input der Modellfunktion wird ein Vektor $\boldsymbol{x}$ mit dem aktuellen Zustand jeder einzelnen Kette übergeben. Die Ermittlung der Simulationsergebnisse erfolgt analog zur Vorwärtssimulation aus Abschnitt 4.5.3 durch Erzeugung eines Ordners, in dem ein Sofistik-Input-File mit den Eingangswerten der Berechnung als Werte in $\boldsymbol{x}$ in der Satzstruktur des Sofistik-Moduls $Template$ abgelegt ist, und einer Konfigurationsdatei. Die Sofistik-Anwendung wird anschließend durch die Konsolenfunktion der Matlab-Umgebung mit Hilfe der Funktion $rechnen.m$ ausgeführt und die Ergebnisse werden im erstellten Ordner gespeichert. Nach Einlesen der Simulationsergebnisse erfolgt deren Übergabe als Ergebnis-Vektor an DREAM. In jeder Generation kann die Modellfunktion für bis zu 20 Samples parallel ausgeführt werden. Nach Beendigung der DREAM-Algorithmik durch Erreichen der vorgegebenen Anzahl an Samples erfolgt die graphische Ergebnisdarstellung. Durch eine Neuimplementierung der grafischen Ausgabe des DREAM-Programmpaketes wurden hierfür weitere Möglichkeiten zur Auswertung und Visualisierung geschaffen.

In den Tabellen 4.7 und 4.8 sind die in den durchgeführten Simulationen verwendeten Steuerungsvariablen und deren Bedeutung aufgeführt. Da einige der Steuerungsparameter simulationsabhängig festgelegt werden, finden sich die Eingabewerte aus Tabelle 4.8 in den jeweiligen Teilabschnitten der Abschnitte 4.7 und 4.8. Die Festlegung der Einstellungen für $\delta, \eta_{cr}, \lambda_{d^*}$ und β_0 erfolgte durch eine Parameterstudie. In dieser wurden die Variablen jeweils einzeln nacheinander in der vorgenannten Reihenfolge in verschiedenen Stufen untersucht. Ausgehend von den in [334] vorgeschlagenen Werten wurden optimale Einstellungen für eine repräsentative Problemstellung ausgewählt. Als Kriterien wurden die Autokorrelation der Ketten, die Konvergenzstatistik, die Traceplots und die Effektive Stichprobengröße gemäß Gleichung 3.65 verwendet.

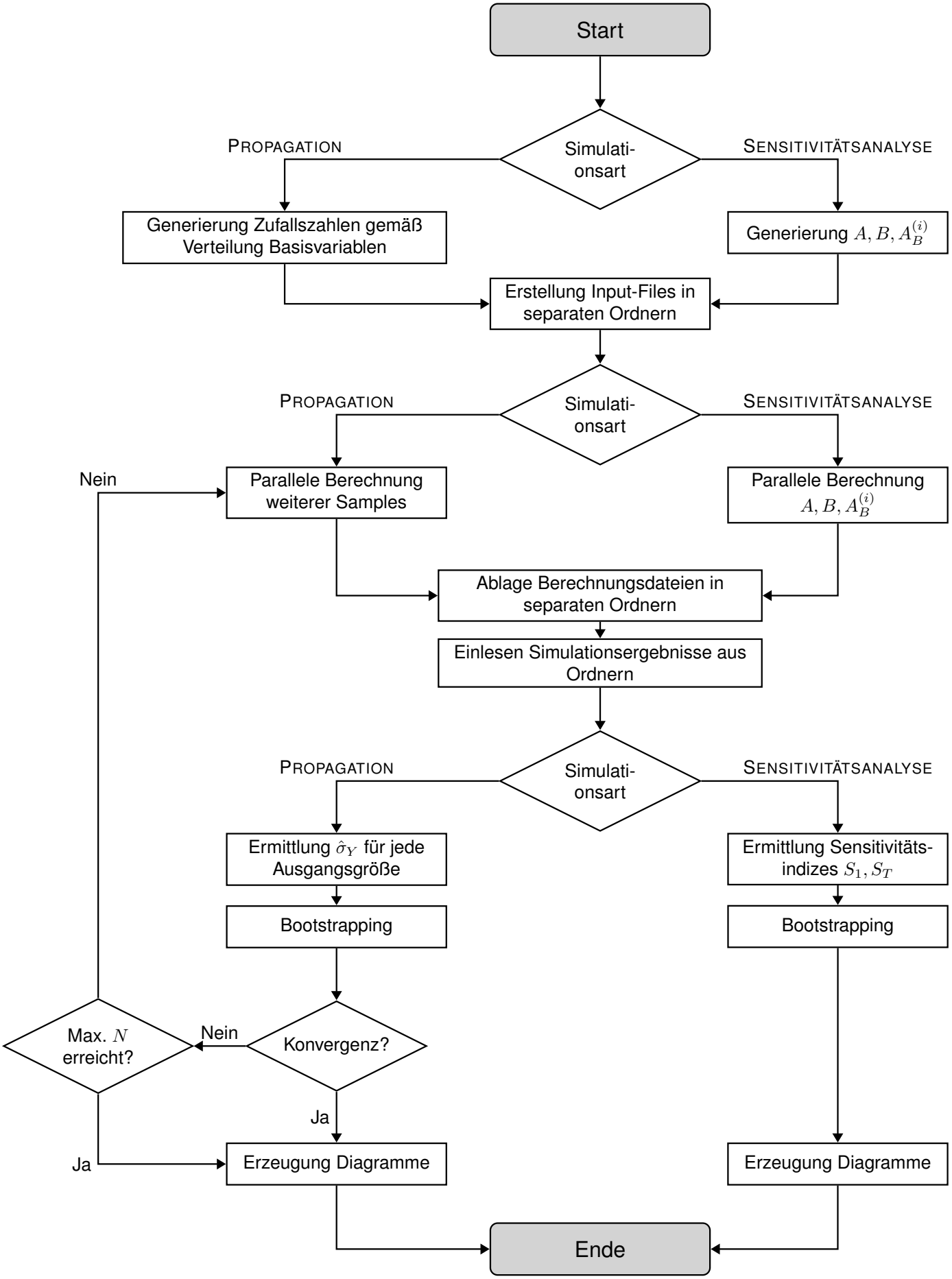


Abbildung 4.27: Implementierung der Vorwärtsanalyse im Flussdiagramm

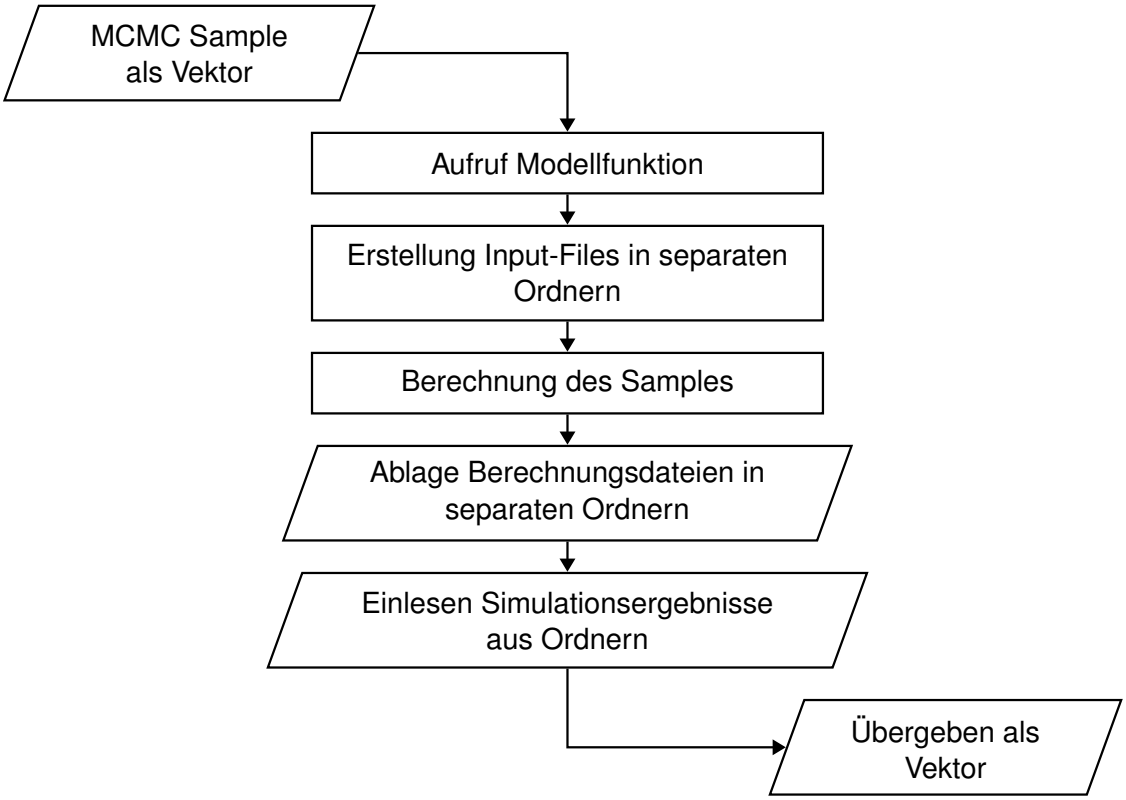


Abbildung 4.28: Implementierung der Modellfunktion für die Rückwärtsanalyse

Parameter	**Zuweisung**	**Beschreibung**
n_{CR}	2	Anzahl der Kreuzungswahrscheinlichkeiten
δ	1	Anzahl der Kettenpaare
λ_{d^*}	0,2	Randomisierungsfaktor
c^*	10^{-6}	Standardabweichung für die Randomisierung ζ_d
m_0	$10d \geq 50$	Anfängliche Populationsgröße
k	10	Anzahl Generationen bis Archiv $\boldsymbol{Z}$ erweitert wird
$p\left(\gamma_d = 1{,}0\right)$	0,2	Wahrscheinlichkeit für $\gamma_d = 1{,}0$
$p_{Snooker}$	0,1	Wahrscheinlichkeit für ein Snooker-Update
β_0	0,9	Skalierungsfaktor des Proposals

Tabelle 4.7: Global festgesetzte Steuerungsparameter für das DREAM-Package

Parameter	**Zuweisung**	**Beschreibung**
d	*[Numerisch]*	Anzahl der Parameter
N	*[Numerisch]*	Anzahl der parallel simulierten Markov-Ketten
T	*[Numerisch]*	Anzahl der Generationen (Simulationen je Kette)
n	*[Numerisch]*	Gesamtzahl der für den Posterior verwendeten Samples

Tabelle 4.8: Simulationsabhängig festgesetzte Steuerungsparameter für das DREAM-Package

4.6 Vorwärtssimulation und Selektion der Updating-Parameter

4.6.1 Allgemeines

Um eine Charakterisierung des Effekts von Parameterunsicherheiten auf die Unsicherheiten in den Systemreaktionen vorzunehmen, wird eine Vorwärts-Unsicherheitsquantifizierung mit Hilfe des in Abschnitt 4.5.3 beschriebenen Skripts durchgeführt.

Zunächst sollen die Ergebnisse der Propagation dargestellt werden. Anhand der a-priori-Parameterunsicherheiten kann eine Vorhersage zu den Systemreaktionen getroffen werden sowie eine Abschätzung erfolgen, ob die Durchführung von Kalibrierungsmessungen zur Reduzierung der Unsicherheit im Modell sinnvoll ist. Ein Vergleich der Ergebnisse vor und nach erfolgter Systemidentifikation kann zudem Aussagen über die Veränderung in der Aussagekraft des geupdateten Modells, sowie zur Änderung der Lagemaße der Verteilungen relevanter Ergebnisgrößen gegenüber der a-priori-Schätzung liefern. Diese wird beispielsweise in Abschnitt 4.7.2 durchgeführt.

Auf eine Unsicherheitsquantifizierung zur probabilistischen Nachrechnung der Brücke Roding und auf analytische Näherungsverfahren wird vom Autor in [526] eingegangen. Eine grundlegende Darstellung zur Unsicherheitsabschätzung im Kontext Digitaler Zwillinge wurde vom Autor in [527] vorgelegt.

Zur anschaulichen Darstellung der Parameterverteilungen und der Schätzung der Systemreaktionen werden normalisierte Histogramme verwendet. Diese geben die Anzahl der Samples in jeder Klasse im Verhältnis zur Gesamtanzahl an. Zudem werden Normalverteilungsplots genutzt, um die entstehenden Verteilungen zu charakterisieren. Um tiefergehende Einblicke in die Beziehung zwischen Eingangs- und Ausgangsgrößen zu geben, werden die Nicht-Linearität und die Nicht-Monotonität des Modells, sowie das Konvergenzverhalten der Simulation am Beispiel der Brücke Traunwalchen untersucht. Für die Brücke Roding zeigen sich übertragbare Ergebnisse, auf deren Darstellung aus Umfangsgründen aber verzichtet wird. Da keine Behandlung aller Simulationsdaten erfolgen kann, werden diese beispielhaft gezeigt, um die getroffenen Schlussfolgerungen zu erläutern.

4.6.2 Propagation Brücke Traunwalchen

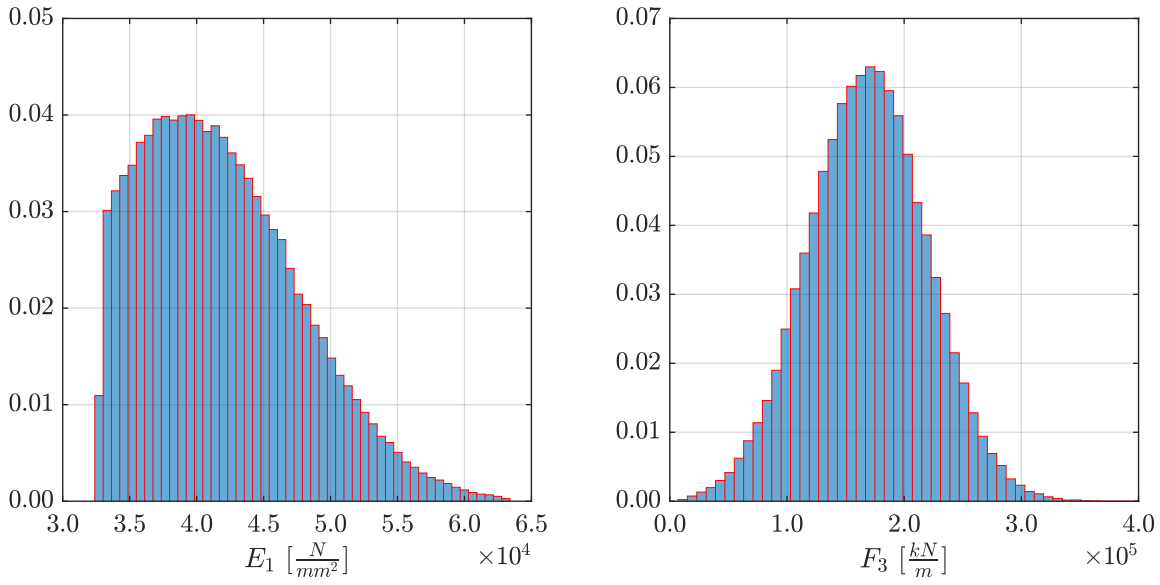
Zunächst sollen die Ergebnisse der Vorwärtsanalyse für die Brücke Traunwalchen vorgestellt werden. Die Eingangsgrößen wurden aus den Parameterverteilungen aus Abschnitt 4.3.1 gesampled und durch das Modell propagiert. Die Abbildung 4.29 zeigt beispielhaft Histogramme für die Eingangssamples des E-Moduls im Feld 1 und für die Steifigkeit der Senkfedern am Widerlager Traunreuth. Die verwendeten Einstellungen der Steuerungsvariablen sind in Tabelle 4.9 zu finden.

Parameter	Zuweisung	Beschreibung
$Sampling$	Marsenne	Methode für die Stichprobengenerierung
$proz_Intervall$	0,05	Konfidenzniveau des BC_a-Intervalls
$rel_Intervall$	0,10	geforderte relative Genauigkeit der Parameterschätzung
$nboot$	10 000	Anzahl der Bootstrap-Resamples
$sample_nr_max$	200 000	Maximale Anzahl an Modellberechnungen
$int_kontrolle$	5000	Anzahl der Samples je Iteration

Tabelle 4.9: Verwendete Steuerungsparameter der Propagation für die Brücke Traunwalchen

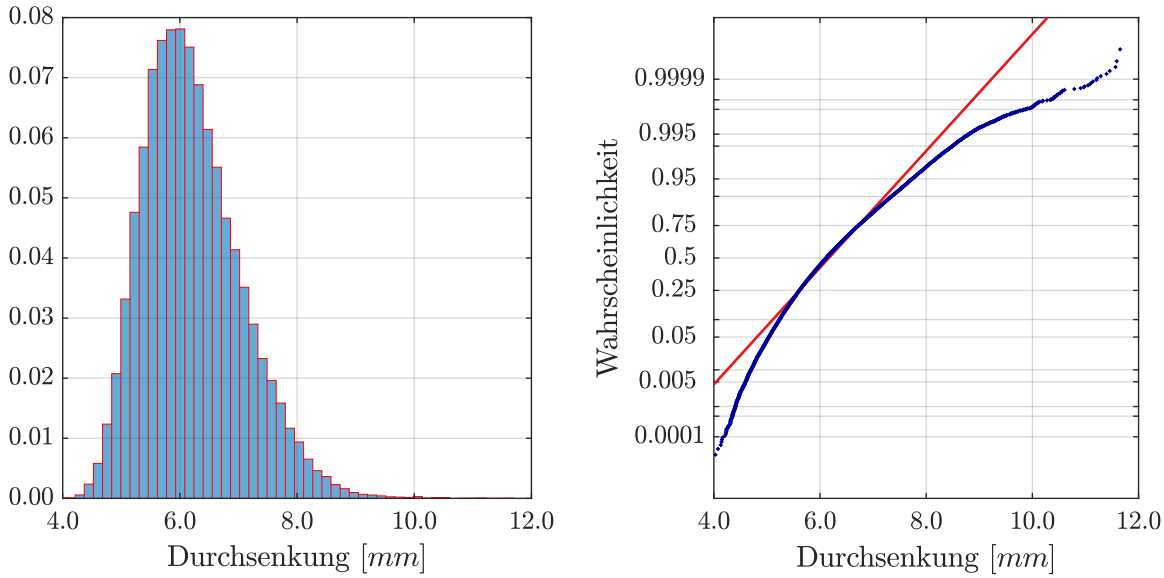
Für die Brücke Traunwalchen wird die a-priori-Schätzung der Beobachtungen anhand der erwarteten Durchsenkung an der Auswertestelle `PRISMA-OST-04` und Positionierung des SLT auf x = 45 m gezeigt. In Abbildung 4.30(a) ist das normalisierte Histogramm der Durchsenkungen am `PRISMA-OST-04` für die Position des SLT bei x = 45 m zu sehen. Die Standardabweichung der Stichprobe der Verteilung beträgt 0,83 mm, die Schiefe +0,70 mm. Somit ist die Verteilung rechtsschief. Der Mittelwert beträgt 6,2 mm, die 5 % und 95 %-Quantile können mit 5,0 mm und 7,7 mm angegeben werden.

Aus der ermittelten Verteilung lässt sich schlussfolgern, dass das a-priori-Modell der Brücke Traunwalchen erhebliche Unsicherheiten in der Vorhersage der Systemreaktionen beinhaltet. Ein Vergleich mit den



(a) (b)

Abbildung 4.29: Normalisierte Histogramme der Parameterstichprobe für die Parameter (a) E_1 und (b) F_3, die bei der Unsicherheitspropagation für die Brücke Traunwalchen verwendet werden



(a) (b)

Abbildung 4.30: (a) Normalisiertes Histogramm der Unsicherheitspropagation für die Durchsenkung an der Position `OST-04` unter der Last des SLT an der Stelle x = 45 m und (b) Normalwahrscheinlichkeitsplot der Stichprobe für die Systemreaktion `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45` für das Modell der Brücke Traunwalchen

Messunsicherheiten, die bei üblichen Methoden zur Verformungsmessung erzielt werden können und in Anhang C zusammengestellt sind, zeigt, dass Messungen die Vorhersage erheblich verbessern können. Die Messunsicherheit bei direkter Beobachtung ist dabei in etwa mit σ = 0,073 mm anzugeben und entspricht etwa einem Achtel der in der Propagation geschätzten Unsicherheit von σ = 0,83 mm. Modellverbesserung durch eine Kombination von Messdaten an unterschiedlichen Mess- oder Fahrzeugpositionen sind bei dieser Betrachtung noch nicht beinhaltet.

Der Normalwahrscheinlichkeitsplot für diese Stichprobe, der in Abbildung 4.30(b) dargestellt ist, sowie für alle weiteren ausgewerteten Systemreaktionen lässt den Schluss zu, dass die häufig getroffene Annahme der Normalverteilung nicht gerechtfertigt ist. Dies wird auch durch einen Kolmogorov-Smirnov-Test

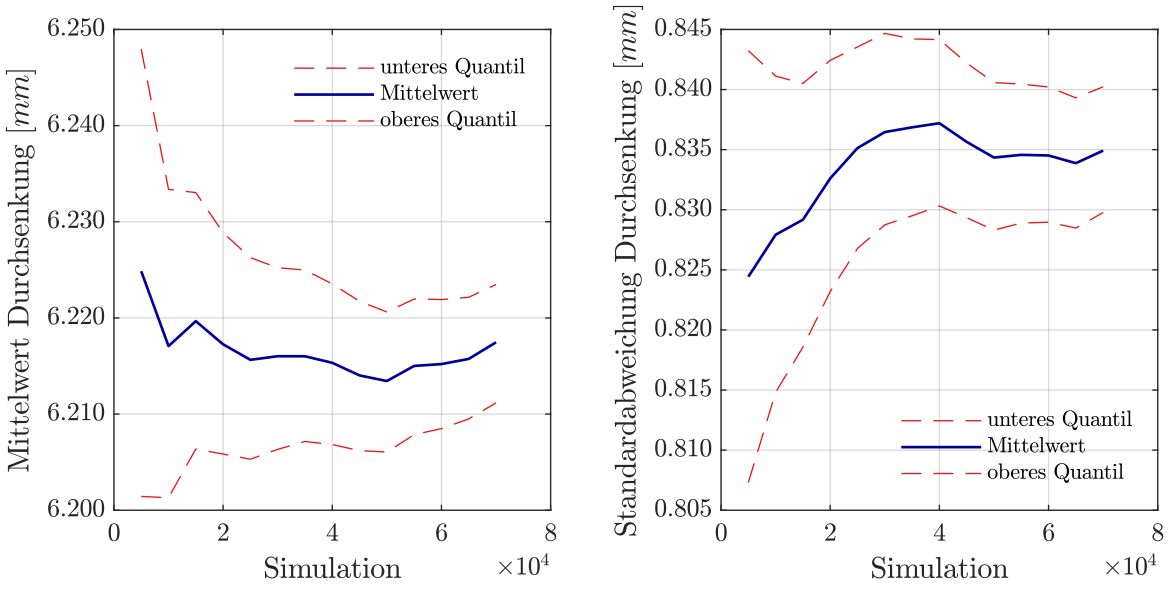


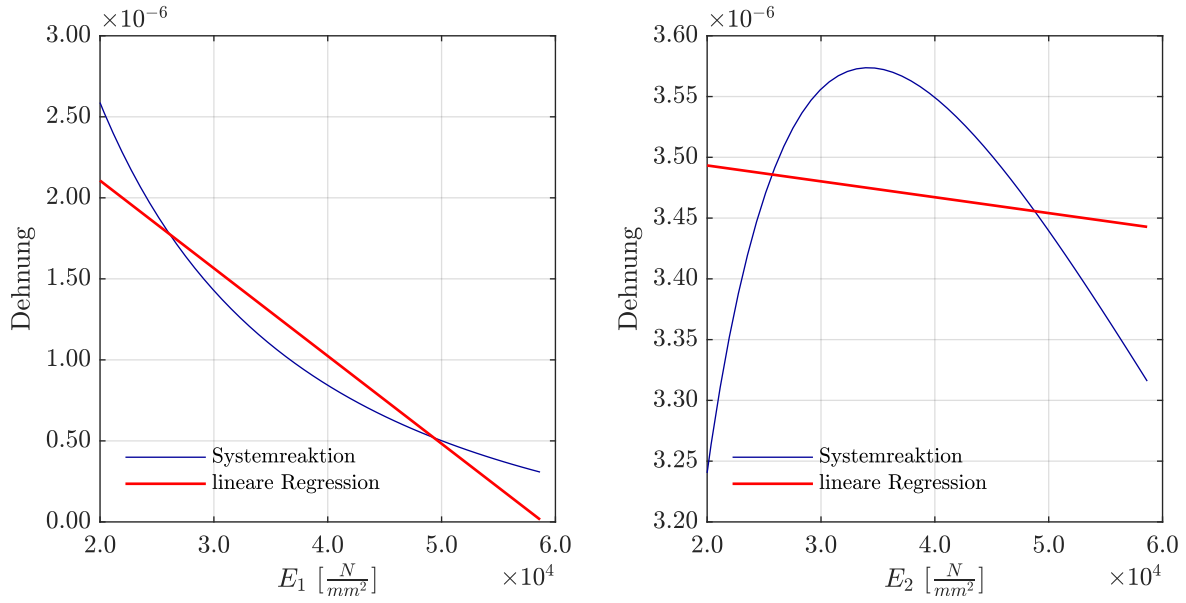
Abbildung 4.31: Konvergenzdiagramme für die Simulation der Vertikalverformung an der Auswertestelle `PRIS-MA-OST-04` unter der Last des SLT an der Stelle x = 45 m für (a) den Mittelwert und (b) die Standardabweichung

auf dem Signifikanzniveau von 5 % bestätigt. In der Konsequenz ist für eine zutreffende Unsicherheitspropagation die Monte-Carlo-Methode und die Verwendung der Non-Parametrischen Konvergenzschätzung nach Abschnitt 3.2.2 zu empfehlen.

Eine Überprüfung des Konvergenzverhaltens zeigt Abbildung 4.31. Dargestellt sind die Entwicklung des Mittelwertes und der Standardabweichung, sowie die Schranken der 95 %-BC_a-Konfidenzintervalle der beiden Schätzgrößen. Konvergenz wurde nach 70 000 Simulationen festgestellt. Das eingesetzte Kriterium aus Gleichung 4.5, nach dem jede der Ergebnisgrößen einen zuvor definierten Quotienten $rel_Intervall$ aus der Länge des Konfidenzintervalls der Standardabweichung und der Schätzung selbst aufweisen soll, wurde zu diesem Zeitpunkt erreicht. Vorteil dieser Methode ist insbesondere, dass für die Ergebnisgrößen unterschiedlicher physikalischer Bedeutung und Einheit ein gemeinsames Kriterium für die Konvergenzbestimmung herangezogen werden kann. Ein ähnliches Kriterium, das die relative Unsicherheit in der Mittelwertschätzung verwendet, zeigte Nachteile bei sehr geringen Erwartungswerten durch die sich ergebenden Singularitäten. Im Allgemeinen kann aber eine schnellere Konvergenz der Mittelwerte gegenüber der Standardabweichung festgestellt werden.

Die Überprüfung der in Abschnitt 3.3.2 theoretisch behandelten Modellcharakteristik von Finite-Elemente-Modellen in Bezug auf deren Linearität und Monotonität wird anhand einer Parameterstudie durchgeführt. Hierzu wurde jeweils der betrachtete Parameter im Bereich $\pm$ 50 % um den Parameterwert mit maximaler Wahrscheinlichkeitsdichte (Modus) variiert. Sofern Gleichverteilungen als Prior verwendet werden, werden die Erwartungswerte als Basispunkt gewählt.

Die Abbildung 4.32(a) zeigt beispielhaft für die Auswertestelle `DMS-WEST-03` bei der Positionierung des SLT an der Stelle x = 33 m die nicht-lineare Abhängigkeit der Dehnung vom E-Modul im Feld 1 und den Vergleich mit einer Regressionsgeraden. In der Abbildung 4.32(b) ist zudem anhand der Systemreaktion `UTF-OST-48-DMS-WEST-06` zu erkennen, dass auch die Grundannahme der Monotonität, die ebenfalls in vielen Verfahren der Sensitivitätsanalyse vorausgesetzt wird, nicht erfüllt ist. Somit sind globale Verfahren der Sensitivitätsanalyse wie die Varianzzerlegung nach Sobol aus Abschnitt 3.3.4 auch nach numerischer Überprüfung am Beispiel Traunwalchen zu empfehlen.



(a) (b)

Abbildung 4.32: Ergebnisse der Parameterstudie für die Dehnungen an (a) der Auswertestelle `DMS-WEST-03` unter der Last des SLT an der Stelle x = 33 m für die Variation des E-Moduls im Feld 1 und (b) der Auswertestelle `DMS-WEST-06` bei Aufbringung der Last des UTF an der Stelle x = 48 m auf dem östlichen Fahrstreifen für die Variation des E-Moduls im Feld 2

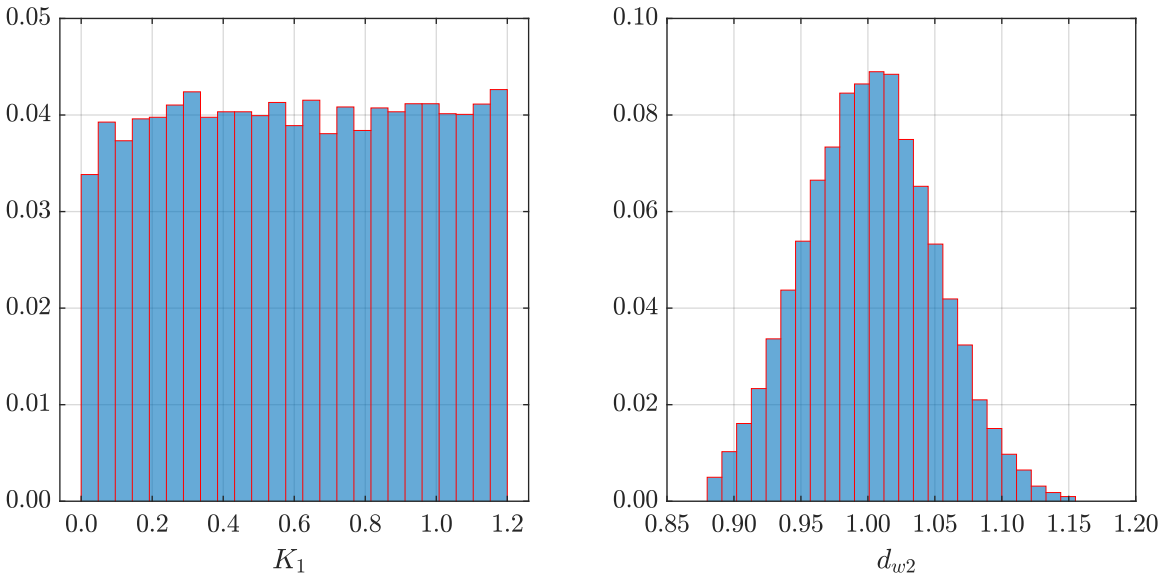
4.6.3 Propagation Brücke Roding

Für die Brücke Roding werden 236 Systemreaktionen ausgewertet, was der Anzahl der in den Kalibrierversuchen generierten Messdaten entspricht. Tabelle 4.10 zeigt die in der Ausführung des Skripts aus Abschnitt 4.5.3 genutzten Steuerungsparameter. Für die Propagation wurden bis zur Konvergenz 20 000 Samples benötigt. Die Abbildung 4.33 zeigt die normalisierten Histogramme für den Faktor zur Modellierung der Mitwirkung der Kappen am Lastabtrag (K_1) und für den Parameter d_{w2}, der einem mit der nominellen Stegdicke zu multiplizierenden Faktor für die Simulation von Querschnittsvariationen entspricht.

Parameter	Zuweisung	Beschreibung
$Sampling$	Marsenne	Methode für die Stichprobengenerierung
$proz_Intervall$	0,05	Konfidenzniveau des BC_a-Intervalls
$rel_Intervall$	0,05	geforderte relative Genauigkeit der Parameterschätzung
$nboot$	10 000	Anzahl der Bootstrap-Resamples
$sample_nr_max$	30 000	Maximale Anzahl an Modellberechnungen
$int_kontrolle$	2000	Anzahl der Samples je Iteration

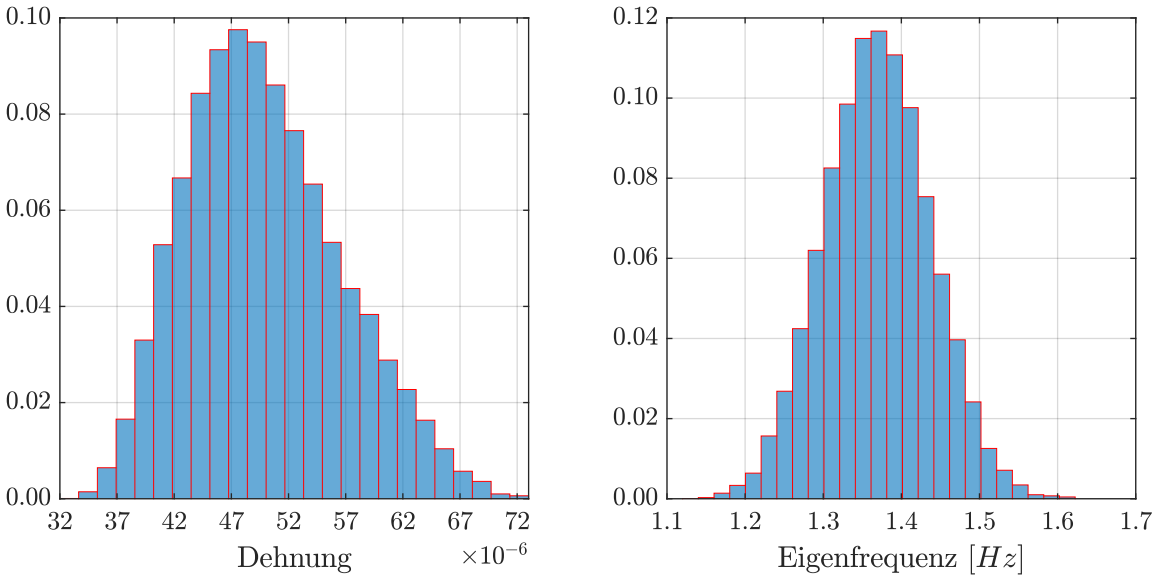
Tabelle 4.10: Verwendete Steuerungsparameter der Propagation für die Brücke Roding

Ein Beispiel für die entstehenden Histogramme der Ausgangsgrößen zeigt Abbildung 4.34(a) anhand der Systemreaktion `DMS-P2-PZ-Feld2`. Diese bezeichnet die Dehnung an der Unterseite der Bodenplatte in Brückenmitte, während das Kettenfahrzeug direkt über der Auswertestelle steht. Die Auswertung ergibt einen Mittelwert von $50 \cdot 10^{-6}$ und eine Standardabweichung von $6{,}7 \cdot 10^{-6}$. Hieraus resultiert ein Variationskoeffizient von 0,14. Die Abbildung 4.34(b) zeigt zudem das Histogramm für die 1.Eigenfrequenz als Beispiel für die Unsicherheit in den zu erwartenden dynamischen Eigenschaften. Der Mittelwert ergibt sich zu 1,4 Hz, die Standardabweichung zu σ = 0,068 Hz. Wie auch an der Brücke Traunwalchen führen die a-priori-Unsicherheiten in den Parametern zu beträchtlichen Streuungen in den Systemreaktionen.



(a) (b)

Abbildung 4.33: Normalisierte Histogramme der Parameterstichprobe für die Parameter (a) K_1 und (b) d_{w2}



(a) (b)

Abbildung 4.34: Normalisierte Histogramme der Vorwärtssimulation zur Versuchsbrücke Roding für (a) die Dehnung an der Auswertestelle P2 bei Positionierung des Kettenfahrzeugs im Feld 2 und für (b) die 1.Eigenfrequenz

4.6.4 Sensitivitätsanalyse Brücke Traunwalchen

4.6.4.1 Allgemeines

Um die Effekte zu quantifizieren, die die Unsicherheit in den einzelnen Parameterwerten auf die Unsicherheit in den Simulationsergebnissen hat, werden nachfolgend die Ergebnisse einer globalen, varianzbasierten Sensitivitätsanalyse nach Sobol diskutiert. Hierzu wird das in Abschnitt 4.5.3 beschriebene Skript verwendet, um mittels einer Monte-Carlo-Simulation die Sensitivitätsindizes 1.Ordnung S_1, sowie die Totalen Sensitivitätsindizes S_T zu ermitteln. Hintergrund der zweischrittigen Vorwärtsanalyse des a-priori-Modells ist eine tiefergehende Charakterisierung und Validierung der statistischen Systembeschreibung für das Bauwerk. Insbesondere bei Auffassung des Finite-Elemente-Modells als „black box“ gemäß Abschnitt 3.1 lässt sich, wie in Abschnitt 3.3 dargestellt, mittels einer Sensitivitätsanalyse neben der Zuordnung von Unsicherheitsanteilen für die einzelnen Parameter auch die Modellstruktur ergründen und ggf. die Zahl der untersuchten Variablen reduzieren.

Die Auswertung der Sensitivitätsindizes für alle untersuchten Systemreaktionen auf die auch im Versuch aufgebrachten Lasten des UTF, SLT und des Panzers erfolgte anhand von Balkendiagrammen bzw. geordneten Listen der ermittelten Werte.

Für die Schätzung von S_1 und S_T werden die Schätzfunktionen nach Jansen aus [290] und nach Janon aus [291] verwendet. Eine Untersuchung zur Eignung sowie zum statistischen Fehler der ermittelten Sensitivitätsindizes aus der begrenzten Stichprobengröße wird in Anhang D durchgeführt. Dort wird auch die Anzahl an Simulationen diskutiert, die notwendig ist, um hinreichend genaue Ergebnisse zu erhalten. Zudem sind dort weitere mögliche Schätzfunktionen zusammengestellt und es wird ein numerischer Vergleich zur Konvergenz der verschiedenen Schätzer durchgeführt.

4.6.4.2 Sensitivitäten 1.Ordnung

Zunächst werden die Ergebnisse für die Brücke Traunwalchen, getrennt für die Sensitivitätsindizes 1.Ordnung und die Totalen Sensitivitäten, diskutiert. Die Bezeichnung der beiden Arten von Sensitivitätsindizes in diesem Abschnitt erfolgt durch S_1 bzw. S_T, sofern der Bezug zur Variablen eindeutig ist. Andernfalls wird der betrachtete Parameter in Klammern nachgestellt. Die Abbildungen 4.35 und 4.36 zeigen zwei der generierten Diagramme zur Bedeutung der jeweiligen Parameter für die Unsicherheit in den simulierten Systemreaktionen aus reiner Variation des jeweiligen Parameters (Sensitivitätsindex 1.Ordnung). Die Steuerungsparameter für die Simulation sind der Tabelle 4.11 zu entnehmen. Hohe Sensitivitätsindizes 1.Ordnung zeigen einen großen Einfluss des jeweiligen Parameters unabhängig von etwaigen Interaktionen mit anderen Parametern an [223]. Für dieses Maß wird zudem in [62, 222, 223] die Eigenschaft beschrieben anzuzeigen, ob die Prior-Annahme eines Parameters durch den zu Grunde liegenden Versuch besonders gut durch Messdaten präzisiert werden kann. Gleichbedeutend hiermit ist ein Versuch genau dann ein besonders guter Kandidat für die Identifizierung eines Parameters, wenn sich ein hoher Wert für S_1 ergibt. Für sehr kleine Sensitivitätsindizes S_1 ist der Parameter aus Gründen der geringen Höhe des Effekts auf die Systemreaktionen schlecht oder gar nicht identifizierbar.

Parameter	Zuweisung	Beschreibung
$Sampling$	Sobol	Methode für die Stichprobengenerierung
$proz_Intervall$	0,05	Konfidenzniveau des BC_a- Intervalls
$nboot$	10 000	Anzahl der Bootstrap-Resamples
SA_Sample_nr	10 000	Anzahl Samples in A bzw. B

Tabelle 4.11: Steuerungsparameter der Sensitivitätsanalyse für die Brücke Traunwalchen

Die Auswertung der Sensitivitätsanalyse für die Brücke Traunwalchen zeigt insbesondere Abhängigkeiten von den E-Moduln, der Steifigkeit der Dehnfedern an den Lagerpunkten und der Steifigkeitsfaktoren zur Berücksichtigung der Kappen und Geländer. Die Einflüsse machen einzeln zum Teil über 60 % der Gesamtunsicherheit in den Modellantworten aus. Diese Abhängigkeit lässt sich an den Balkendiagrammen aus Abbildung 4.35(a) und (b) am Beispiel der Verformung an der Auswertestelle `PRISMA-OST-04`

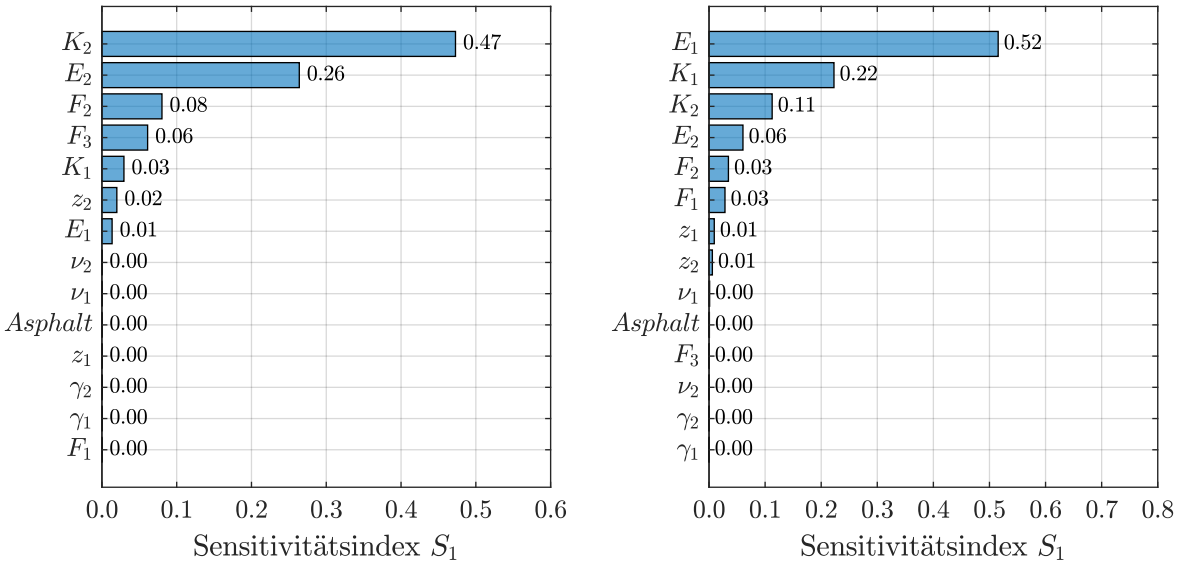


Abbildung 4.35: Balkendiagramme zu den ermittelten Sensitivitätsindizes 1.Ordnung am Modell der Versuchsbrücke Traunwalchen für (a) die Verformung an der Auswertestelle `PRISMA-OST-04`, unter der Last des SLT an der Stelle x = 45 m und für (b) die Dehnung an der Auswertestelle `DMS-MITTE-03`, wenn die Last des STL an der Position x = 15 m angesetzt wird

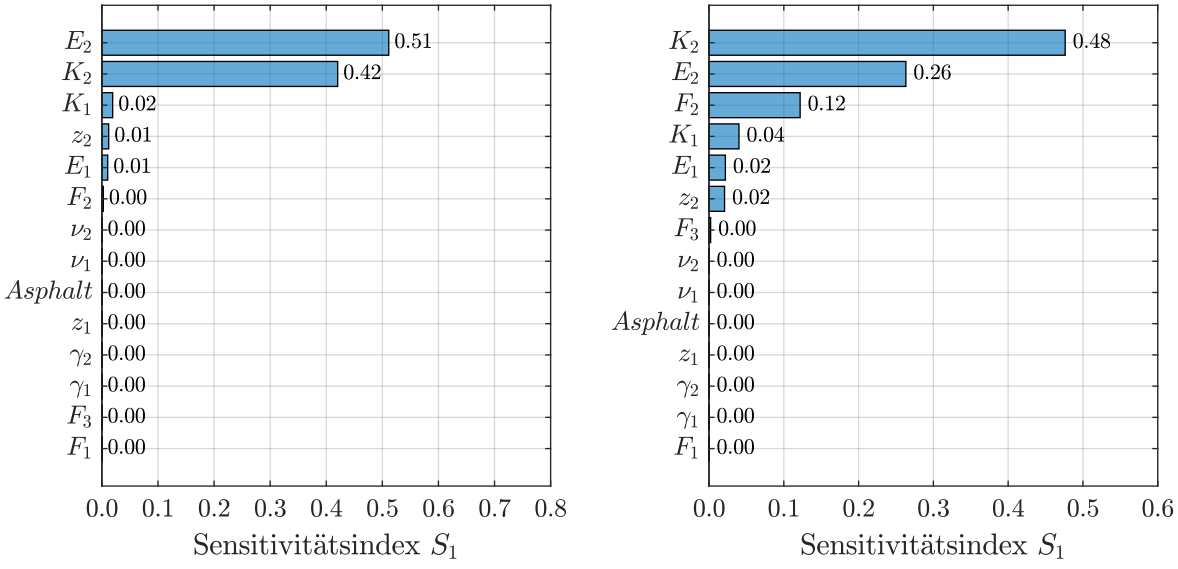


Abbildung 4.36: Balkendiagramme zu den ermittelten Sensitivitätsindizes 1.Ordnung am Modell der Versuchsbrücke Traunwalchen für (a) die Dehnung an der Auswertestelle `DMS-MITTE-07` unter der Last des Panzers an der Stelle x = 36 m und für (b) die Verformung am Prisma `PRISMA-MITTE-07` unter der Last des Panzers an der Stelle x = 36 m

bei Positionierung des SLT an der Stelle x = 45 m und der Dehnung in Längsrichtung an `DMS-MITTE-03` für die Position x = 15 m zeigen. Ein geringerer Einfluss der E-Moduln auf die Ergebnisse lässt sich für die Verformungsmessung feststellen. Hier beträgt der Anteil der E-Moduln an der Unsicherheit in allen ausgewerteten Fällen unter 32 %.

Für die Unsicherheitsbestandteile, die sich aus der Mitwirkung von Kappen und Geländern ergeben, zeigen sich an Messstellen in den Randbereichen der Überbauplatte signifikante Einflüsse. Dies korrespondiert auch mit dem beispielsweise in [18, 21, 15] beschriebenen Effekt einer erhöhten Steifigkeit an

den Brückenrändern. Der in vielen Systemreaktionen deutlich feststellbare Einfluss auf die Gesamtvarianz ist vermutlich auf die große a-priori-Unsicherheit für diese Parameterart zurückzuführen.

Die Bedeutung der Lagersteifigkeiten auf die Ausgangsgrößen zeigt sich insbesondere dann, wenn die Lasten direkt über der entsprechenden Lagerreihe stehen und sich kaum Biegung in der Platte ergibt. Eine entsprechende Versuchsanordnung würde der direkten Messung entsprechen, welche jedoch auf Grund der sehr geringen zu erwartenden Messwerte und der im Vergleich zu diesen recht großen Unsicherheit wenig zielführend erscheint.

Die Auswertung der Sensitivitätsindizes im Hinblick auf die verwendeten Versuchsfahrzeuge zeigt, dass die sehr konzentrierten Lasten des eingesetzten Kettenfahrzeugs vor allem bei lastnahen Auswertestellen die Dominanz der Unsicherheit sehr weniger Parameter nach sich zieht. Dies ist in Abbildung 4.36(a) und (b) anhand einer ausgewerteten Dehnungs- und einer Verformungsmessung verdeutlicht, in denen sich das Kettenfahrzeug im Feld 2 in direkter Nähe zur Auswertestelle befindet.

4.6.4.3 Totale Sensitivitäten

Für die Selektion der Parameter, die in den Updating-Prozess einbezogen werden sollen, und für die Untersuchungen von Interaktionen innerhalb des Modells werden neben den Sensitivitätsindizes 1.Ordnung auch die Totalen Sensitivitätsindizes ermittelt. Diese werden im Anschluss an eine kurze Erläuterung der verwendeten Methodik getrennt nach den zu Grunde liegenden physikalischen Parameterarten diskutiert. Theoretische Grundlagen sowie der Bezug zur Anwendung im Rahmen der Systemidentifikation wurden bereits in Abschnitt 3.3 diskutiert. Durch die Reduktion der Dimensionalität des statistischen Modells durch Festsetzung unbedeutender Parameter (Fixing) lässt sich die Identifizierbarkeit häufig verbessern [220]. Auch die Konvergenz des verwendeten MCMC-Algorithmus wird beschleunigt [187] und die zur Identifikation notwendigen Daten verringern sich durch Reduktion der Unbekannten. Ziel ist es dabei, ein Modell zu ermitteln, das bei geringerer Komplexität eine ähnlich gute Approximation der Modellfunktion ermöglicht [528]. Eine Berücksichtigung von zu vielen Parametern führt hierbei zu schlechter Identifizierbarkeit der Parameter und damit zu einem weiterhin hohen Grad der Schlecht-Gestelltheit. Eine zu stark reduzierte Modellstruktur führt jedoch ebenso zu schlechter Approximation der Ausgangsgrößen und damit zu einer geringen Aussagekraft des Modells [186]. Durch die in Abschnitt 3.3.2 beschriebene Funktionscharakteristik von Finite-Elemente-Modellen ist eine globale Sensitivitätsanalyse anzuraten. Diese wird auch in vergleichbaren Projekten aus [221, 186, 529, 223] praktiziert. Die Auswahl der Parameter ist hierbei sehr aufgabenspezifisch. Es werden deshalb für alle untersuchten Systemreaktionen die Totalen Sensitivitätsindizes der Parameter ermittelt und anhand von Maximalwerten, sowie durch die Zusammenschau verschiedener Systemreaktionen, eine Auswahl getroffen. Sehr geringe Totale Sensitivitätsindizes zeigen eine untergeordnete Bedeutung des Parameters auf die Unsicherheit in der Systemreaktion und deuten entsprechend auf einen vernachlässigbaren Parameter hin [178]. In diesem Fall ergeben sich weder Unsicherheiten durch den Parameter selbst, noch durch Interaktion mit anderen Parametern, wodurch die Vernachlässigung unerhebliche Auswirkungen auf das Identifikationsergebnis hat. Parameter mit sehr geringen Sensitivitäten zeigen zumeist eine schlechte unabhängige Identifizierbarkeit und führen zu sehr großen Varianzen im Posterior oder zur Kollinearität [222]. Durch den Vergleich des Sensitivitätsindexes 1.Ordnung und des Totalen Sensitivitätsindexes können auch Aussagen zu Interaktionen getroffen werden. Besonders hohe Unterschiede $S_T - S_1$ deuten auf eine Überparametrisierung des Modells hin [223].

Die Entscheidung, welche der Basisvariablen Relevanz besitzen, wird mit Hilfe der in der Simulation ermittelten Totalen Sensitivitätsindizes S_T getroffen. Hierfür werden jeweils deren Maxima, aufgeschlüsselt nach den verschiedenen Arten von Systemreaktionen, ausgewählt[2]. Eine Simulation mit Hilfe aller ingenieurmäßig ausgewählten Parametern im Vergleich zur Auswahl nach erfolgter Sensitivitätsanalyse wird in Abschnitt 4.7.4 durchgeführt.

Die Untersuchung der Unsicherheitsanteile der **E-Moduln** in beiden Feldern zeigt jeweils eine herausragende Bedeutung des Varianzanteils, der durch diese Parameterart hervorgerufen wird. Dies gilt sowohl bei Betrachtung von Verformungen als auch von Dehnungen oder Eigenfrequenzen. Ein veranschaulichendes Beispiel hierfür ist in Abbildung 4.37(a) anhand der Dehnung an der Auswertestelle `DMS-OST-04` für die Positionierung des Panzers bei x = 18 m dargestellt.

[2] Die Mittelwerte der Indizes S_T über sämtliche betrachteten Systemreaktionen als Maß zur Selektion von Parametern, wie in [224, 228] verwendet, findet auf Grund der Aufgabenstellung dieser Arbeit keine Anwendung, da die in Abschnitt 4.7 verwendeten Messgrößen nur Teile der in der Sensitivitätsanalyse untersuchten Menge an Systemreaktionen darstellen.

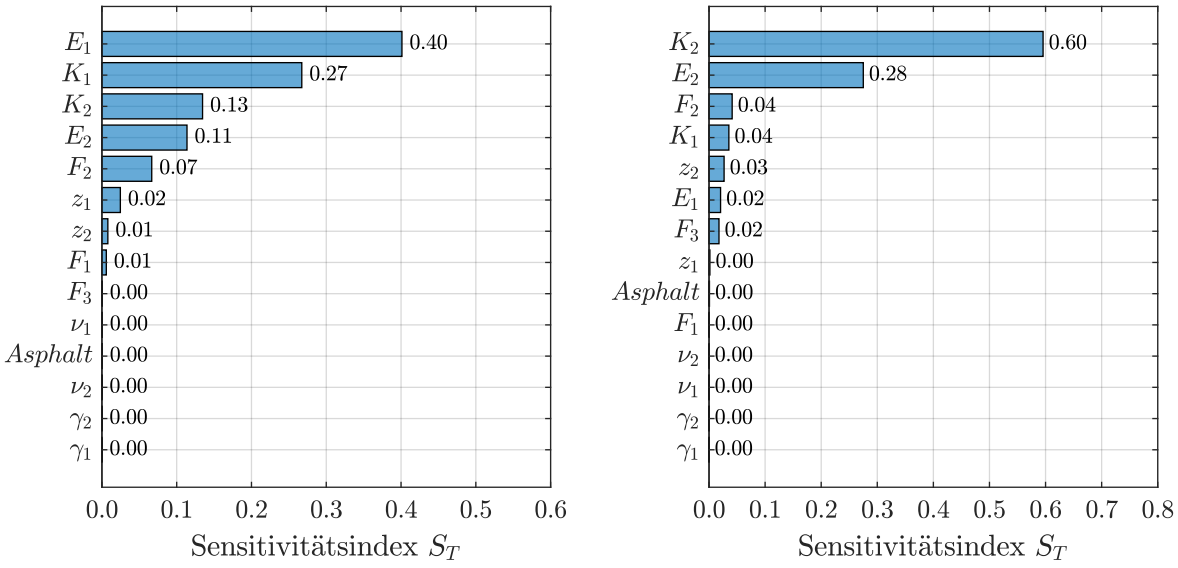


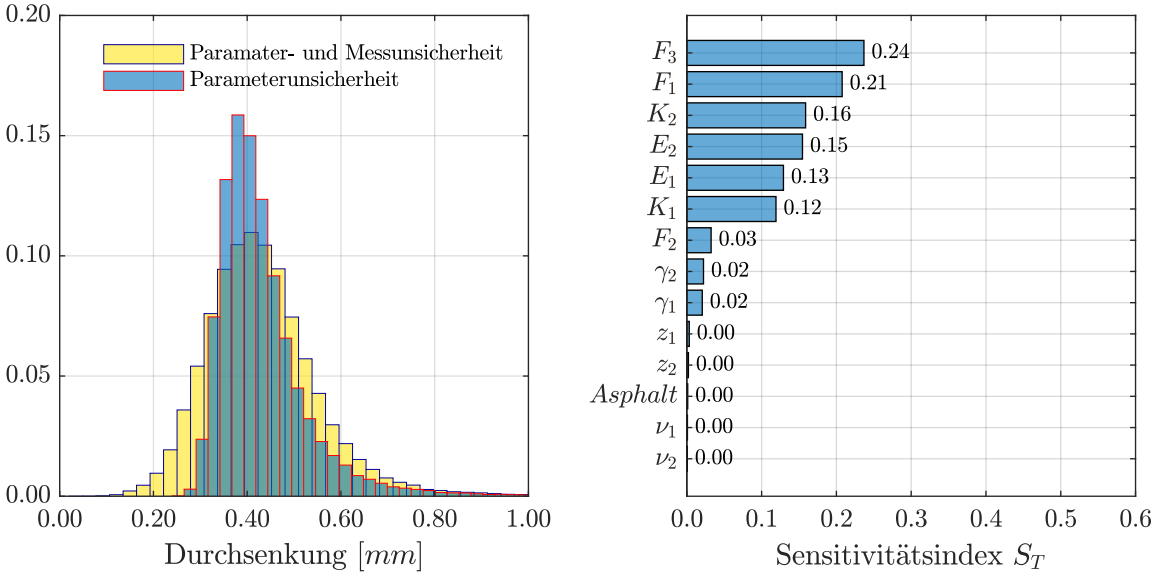
Abbildung 4.37: Totale Sensitivitätsindizes für (a) die Dehnung an der Auswertestelle `DMS-OST-04` für die Position des Panzers bei x = 18 m und für (b) die Vertikalverformung an der Auswertestelle `PRISMA-WEST-04` unter der Last des SLT an der Stelle x = 42 m auf dem östlichen Fahrstreifen

Den Einfluss der **Kappen und Geländer** für die Dehnungen in Längsrichtung zeigen die hohen Totalen Sensitivitätsindizes mit Maximalwerten um 0,60 für beide Felder. Die Auswertung der Verformungen ergab Indizes mit ähnlichen Maximalbeträgen. Die Abbildung 4.37(b) zeigt die ermittelten Totalen Sensitivitäten für die Durchsenkung an der Auswertestelle `PRISMA-WEST-04` bei Verwendung des UTF an der Position x = 42 m auf der östlichen Fahrpur.

Die in der Analyse betrachteten Systemreaktionen weisen teils sehr große Abhängigkeiten zu den Unsicherheiten in den Federsteifigkeiten der **Senkfederreihen an den Auflagern** und dem Pfeiler auf. Dies ist insbesondere dann der Fall, wenn Verformungsreaktionen betrachtet werden und zudem, bedingt durch die Laststellung, Biegung von untergeordneter Bedeutung ist. Hieraus ergeben sich recht geringe zu erwartende Beträge der Messwerte für die untersuchten Messgrößen und geringe absolute Unsicherheiten in den Systemreaktionen, die eine Verbesserung der Parameterschätzung erschweren. Dies wird anhand der Systemreaktion `PRISMA-MITTE-01-PZ-MITTE-24` verdeutlicht, in der sich sowohl recht geringe Mittelwerte als auch geringe Standardabweichungen ergeben. Die Abbildung 4.38(a) zeigt ein Histogramm der Ausgangs-Samples bei Variation der Parameter gemäß den in Abschnitt 4.3.1 beschriebenen Verteilungsfunktionen sowie auch die Kombination der Parameterunsicherheit mit der Messunsicherheit. Die Unsicherheit im Modell ergibt sich zu σ = 0,12 mm. Bei Überlagerung mit der zu erwartenden Messunsicherheit von σ = 0,073 mm bei einfacher Anzielung mittels Tachymeter ergibt sich eine Gesamtunsicherheit von σ = 0,14 mm. Eine direkte Messung der Durchsenkung an dieser Stelle würde die Unsicherheit in der Kenntnis des wahren Wertes nur um die Parameterunsicherheit reduzieren, durch die aber trotzdem verbleibende Unsicherheit durch die Messung würde sich aber nur eine relativ geringe Verbesserung der Standardabweichung ergeben. Entsprechend ist für den Rückschluss auf die Federsteifigkeit F_1 aus dieser Systemreaktion eine erhöhte Unsicherheit zu erwarten.

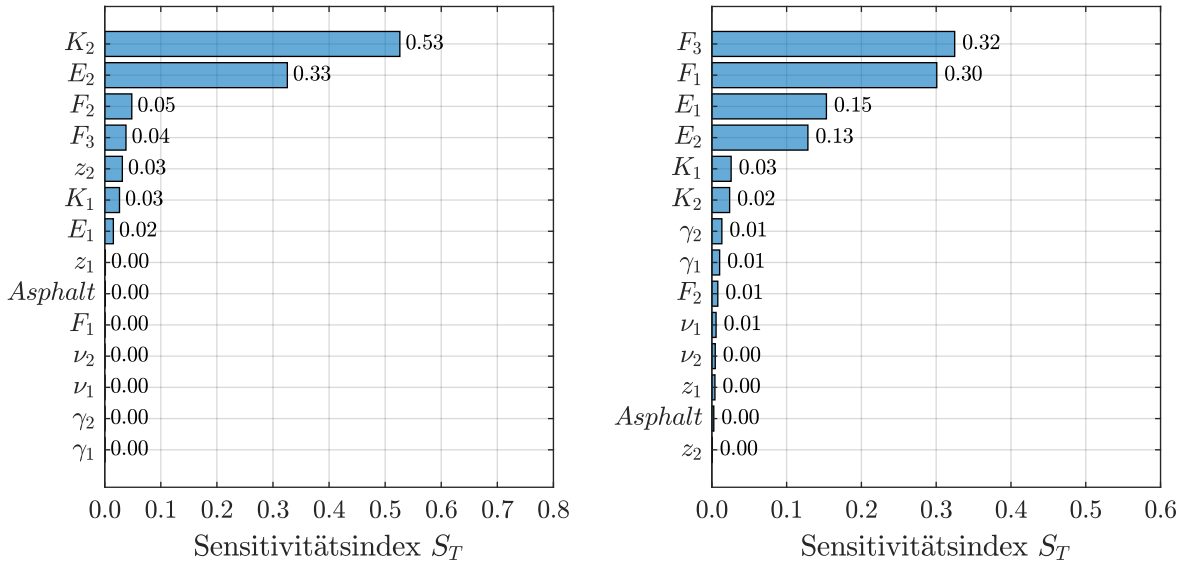
Die Masse des Konstruktionsbetons der Platte beeinflusst unter den betrachteten Ausgangsgrößen alleinig die Eigenfrequenzen. Der Beitrag der **Wichten** der beiden Felder zeigt sich dabei insbesondere in der 5.Eigenfrequenz, was in Abbildung 4.38(b) dargestellt ist. Die Beiträge an der Varianz des Gesamtergebnisses sind mit maximal 0,022 jedoch auch hier als eher gering einzustufen.

Der Anteil der **Maßabweichung** zeigt für die beiden Felder Totale Sensitivitätsindizes $\leq$ 0,03 und ist somit von untergeordneter Bedeutung. Dies verdeutlicht Abbildung 4.39(a), in der das Balkendiagramm der Sensitivitätsindizes für die Vertikalverformung an der Auswertestelle `PRISMA-OST-04` für die Laststellung des Panzers bei x = 39 m dargestellt ist. Für diese Systemreaktion ergibt sich die maximale Bedeutung der Unsicherheiten in den Geometrischen Abmessungen im Feld 2. Auffälligkeiten in Bezug auf die Zu-



(a) (b)

Abbildung 4.38: (a) Histogramm der simulierten Verformungen an der Auswertestelle PRISMA-MITTE-06 bei der Positionierung des Panzers bei x = 24 m sowie deren Überlagerung mit der zugehörigen Messunsicherheit und (b) Balkendiagramm der Sensitivitätsindizes für die 5.Eigenfrequenz



(a) (b)

Abbildung 4.39: Totale Sensitivitätsindizes für (a) die Verformung an der Auswertestelle PRISMA-OST-04 unter der Last des Panzers an der Stelle x = 39 m und für (b) die 3.Eigenfrequenz

ordnung der Beträge für die Sensitivitätsindizes auf einzelne Arten der Systemreaktionen oder der Art der Last sind nicht festzustellen, wohl jedoch Auffälligkeiten bei Zusammentreffen von Last- und Auswerteposition. Für diesen Fall ergeben sich erhöhte Sensitivitäten der geometrischen Parameter z_1 bzw. z_2 in Kombination mit den jeweiligen E-Moduln. Durch die gleichgerichtete Wirkung von E-Modul und Maßabweichung stellt sich in diesem Fall jedoch die Frage der Identifizierbarkeit der einzelnen Parameter. Bei Berücksichtigung beider Parameter im statistischen Modell ist daher ein hoher Korrelationsgrad beider Parameterarten zu erwarten. Auf Grund des geringen Unsicherheitsbeitrags und des Zusammenspiels mit dem E-Modul soll im Weiteren keine Betrachtung der aus Maßabweichungen resultierenden Unsicherheiten der Systemreaktionen stattfinden. Zudem lassen sich Maßabweichungen auf zerstörungsfreie Weise durch geodätische Verfahren aufdecken und entsprechend im Finite-Elemente-Modell berücksich-

tigen. Gute Erfahrungen wurden im Rahmen der Forschungstätigkeit an beiden Versuchsbrücken mit der Auswertung von Punktwolken gemacht, die sich mittels Laserscanning oder Photogrammmetrie gewinnen lassen. Die Untersuchungen an beiden Brücken zur Bestätigung der angenommenen Abmessungen werden in Anhang I erläutert.

Der Anteil der Mitwirkung der **Asphaltschicht** an den Unsicherheiten in den Systemreaktionen kann nach Auswertung der Totalen Sensitivitätsindizes als sehr gering bezeichnet werden. Die Simulation der statischen Systemreaktionen ergibt Indizes unter 0,0011 für die betrachteten Verformungs- und Dehnungsgrößen. Bei Auswertung der dynamischen Systemreaktionen ergibt sich ein maximaler Sensitivitätsindex von 0,0026 bei der Auswertung der 3.Eigenfrequenz. Somit kann der Anteil der Unsicherheit an der Gesamtunsicherheit im a-priori-Modell als gering bezeichnet werden. Das Balkendiagramm für die Sensitivitätsindizes für diese Systemreaktion ist in Abbildung 4.39(b) zu finden. Durch den mit ν = 0,61 sehr großen Variationskoeffizienten, der in der Tendenz eine Überschätzung des Unsicherheitsbeitrags zur Folge hat, und den gleichzeitig recht geringen Betrag der Sensitivitätsindizes, lässt sich die Vernachlässigung des Parameters im Modell für den Updating-Vorgang rechtfertigen. Zudem zeigen die geringen Beträge der Sensitivitätsindizes, dass durch die Vergrößerung der Asphaltsteifigkeit mit der Belastungsfrequenz ebenfalls keine nennenswerten Einflüsse auf die Unsicherheiten im Modell erwartet werden müssen. Da die Betrachtung der Sensitivitäten insbesondere für den Parameter der Asphaltsteifigkeit auf die vor Ort gemessenen Temperaturen beruht, lassen sich diese Ergebnisse nicht auf abweichende Versuchsbedingungen übertragen, was insbesondere bei eventuellen Nachkalibrierungen zu beachten ist. Bei stark abweichenden Versuchsbedingungen ergibt sich hieraus der Bedarf einer erneuten Sensitivitätsanalyse. Neben dem Einfluss, den die Asphaltschicht auf die Unsicherheit in den Systemreaktionen ausübt, wurde auch der Unterschied in den absoluten Beträgen der Systemreaktionen ermittelt, der sich bei Vernachlässigung dieses Traganteils ergibt. Der Vergleich der Berechnungsergebnisse bei Vernachlässigung der Asphaltsteifigkeit gegenüber der Berücksichtigung eines E-Moduls von 2000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ ergab relative Abweichungen von maximal ca. 1 % vom Betrag der jeweiligen Systemreaktion. Die Vernachlässigung des Anteils führt zwar zu einer Verzerrung in den ermittelten Parametern des a-posteriori-Modells, jedoch auch zu einer Verringerung der Modellkomplexität bzw. zur besseren Identifizierbarkeit, und ermöglicht zudem geringere Stoppzeiten der Vorwärtsberechnung. Daher wird für die Kalibrierung von dieser Vereinfachung Gebrauch gemacht.

Der Einfluss der **Querdehnzahlen** des Konstruktionsbetons in den beiden Feldern auf die untersuchten Durchsenkungen bzw. Dehnungen in Brückenlängsrichtung ergibt einen maximalen Totalen Sensitivitätsindex von 0,012, welcher bei der Ermittlung des Betrags der Dehnung an der Auswertestelle `DMS-MITTE-05` unter der Last des UTF bei Position x = 33 m auf der Fahrbahnmitte beobachtet werden kann. Durch den sehr geringen Unsicherheitsbeitrag für die Systemreaktionen in Brückenlängsrichtung sollen beide Querdehnzahlen auf dem Wert ν = 0,2 festgesetzt werden. Die zusätzliche Betrachtung der Unsicherheiten für Dehnungen in Querrichtung würde bedeutend größere Abhängigkeiten mit Indizes bis ca. 0,50 zur Folge haben. Da in dieser Arbeit eine Fokussierung auf die Schnittgrößen in Längsrichtung erfolgen soll, wird dennoch auf die Berücksichtigung verzichtet.

Aus den insgesamt 14 untersuchten Parametern konnten durch die Sensitivitätsanalyse 7 Parameter herausgearbeitet werden, die eine hinreichende Beschreibung der statischen Eigenschaften des Bauwerks ermöglichen. Diese Vorgehensweise und die zugehörige Modellierung wird in Abschnitt 4.7.5 auf Praxistauglichkeit und Vorteilhaftigkeit überprüft. Die Maximalwerte für die ermittelten Indizes ergeben sich nach Tabelle 4.12 für die zu berechnenden Dehnungen und nach Tabelle 4.13 für die Unsicherheit der Verformungsbeträge. Für die Wichten werden keine Werte dargestellt, da diese ausschließlich die dynamischen Eigenschaften beeinflussen.

Parameterbezeichnung	**Bezeichnung Systemreaktion**	**Max. S_T**
E-Modul Feld 1 (E_1)	DMS-MITTE-01-PZ-MITTE-06	0,68
E-Modul Feld 2 (E_2)	DMS-MITTE-08-UTF-MITTE-57	0,68
Kappen und Geländer Feld 1 (K_1)	DMS-OST-01-UTF-OST-03	0,54
Kappen und Geländer Feld 2 (K_2)	DMS-OST-04-PZ-MITTE-39	0,56
Steifigkeit Federn Matzing (F_1)	DMS-WEST-06-UTF-OST-03	0,83
Steifigkeit Federn Pfeiler (F_2)	DMS-MITTE-04-UTF-WEST-27	0,92
Steifigkeit Federn Traunreuth (F_3)	DMS-OST-06-PZ-MITTE-51	1,0
Maßabweichung Feld 1 (z_1)	DMS-OST-04-PZ-MITTE-18	0,025
Maßabweichung Feld 2 (z_1)	DMS-WEST-03-UTF-OST-12	0,026
Asphalt	DMS-OST-06-PZ-MITTE-30	0,0010
Querdehnzahl Feld 1 (ν_1)	DMS-MITTE-04-UTF-WEST-24	0,0080
Querdehnzahl Feld 2 (ν_2)	DMS-MITTE-05-UTF-MITTE-33	0,012

Tabelle 4.12: Zusammenstellung der maximalen Sensitivitätsindizes S_T und der zugehörigen Bezeichnungen der Dehnungsreaktionen an den Auswertestellen der Brücke Traunwalchen

Parameterbezeichnung	**Bezeichnung Systemreaktion**	**Max. S_T**
E-Modul Feld 1 (E_1)	PRISMA-WEST-01-PZ-MITTE-09	0,30
E-Modul Feld 2 (E_2)	PRISMA-OST-04-PZ-MITTE-39	0,33
Kappen und Geländer Feld 1 (K_1)	PRISMA-WEST-01-UTF-OST-15	0,56
Kappen und Geländer Feld 2 (K_2)	PRISMA-WEST-04-UTF-OST-42	0,60
Steifigkeit Federn Matzing (F_1)	PRISMA-OST-01-UTF-OST-3	0,90
Steifigkeit Federn Pfeiler (F_2)	PRISMA-MITTE-05-UTF-OST-30	0,99
Steifigkeit Federn Traunreuth (F_3)	PRISMA-MITTE-10-PZ-MITTE-48	0,96
Maßabweichung Feld 1 (z_1)	PRISMA-WEST-01-PZ-MITTE-09	0,027
Maßabweichung Feld 2 (z_1)	PRISMA-OST-04-PZ-MITTE-39	0,031
Asphalt	PRISMA-OST-02-PZ-MITTE-15	0,0011
Querdehnzahl Feld 1 (ν_1)	PRISMA-WEST-03-UTF-WEST-03	0,000 32
Querdehnzahl Feld 2 (ν_2)	PRISMA-OST-02-PZ-MITTE-51	0,0015

Tabelle 4.13: Zusammenstellung der maximalen Sensitivitätsindizes S_T und der zugehörigen Bezeichnungen der Verformungsreaktionen an den Auswertestellen der Brücke Traunwalchen

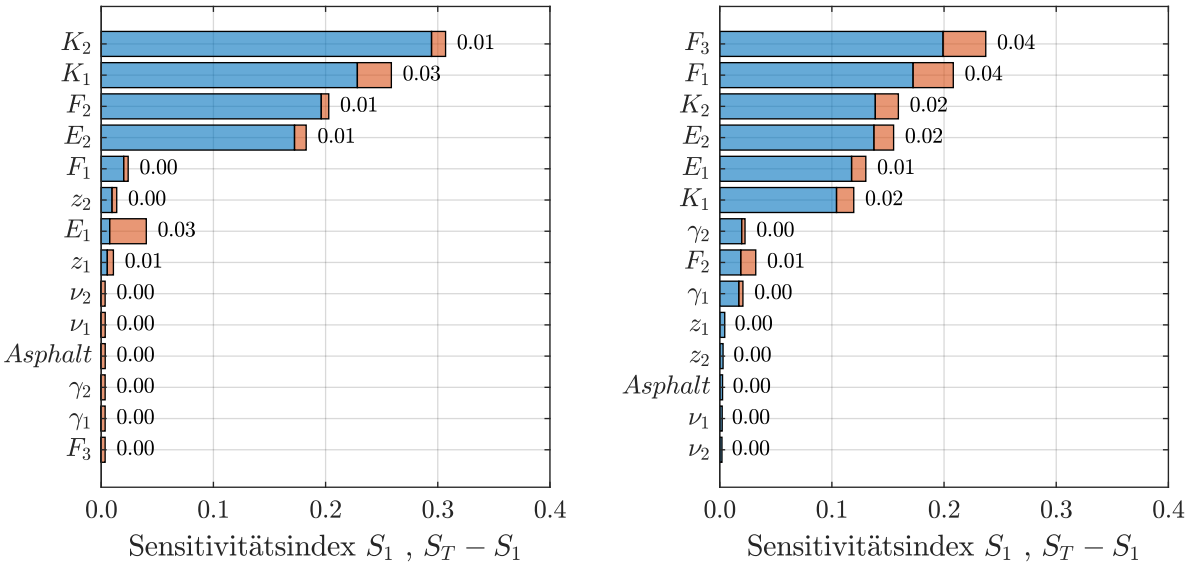


Abbildung 4.40: Sensitivitätsindizes S_1 und Interaktionsbestandteile $S_T - S_1$ für (a) die Dehnung an der Auswertestelle `DMS-MITTE-04` unter der Last des SLT an der Stelle x = 24 m und für (b) die 5.Eigenfrequenz

4.6.4.4 Interaktionen

Wie in Abschnitt 3.3.2 theoretisch hergeleitet, sind modellbedingt **Interaktionen** zwischen den Parametern zu erwarten.

Um auch geringe Interaktionsanteile in der Varianz der Systemreaktionen nachweisen zu können, wurde eine zusätzliche Simulation mit 35 000 Samples je Parameter durchgeführt. Im Anschluss wurde die Standardabweichung der Indizes S_1 und S_T ermittelt, indem Bootstrap-Verteilungen mit 5000 Resamples generiert wurden. Die Summe der Interaktionsterme für jeden Parameter wird dabei durch die Differenz $S_T - S_1$ berechnet. Die Unsicherheiten in den Differenzen wird durch die kombinierte Standardabweichung aus $\sigma(S_1)$ und $\sigma(S_T)$ ermittelt. Diese ergibt sich durch $\sigma\left(S_T - S_1\right) = \sqrt{(\sigma(S_1))^2 + (\sigma(S_T))^2}$. Für normalverteilte Bootstrap-Samples kann die Signifikanz der Ergebnisse auf einfache Weise mit Hilfe des Quotienten aus der Differenz $S_T - S_1$ und der kombinierten Standardabweichung $\sigma\left(S_T - S_1\right)$ bestimmt werden.

Die Auswertung der Interaktionen wird beispielhaft anhand der Systemreaktionen `DMS-MITTE-04-SLT-MITTE-24` und der 5.Eigenfrequenz gezeigt. Die Beträge für S_1 und $S_T - S_1$ werden in den Abbildungen 4.40(a) und 4.40(b) veranschaulicht. Für die Dehnung in Abbildung 4.40(a) zeigen sich insbesondere für die Parameter K_1 und E_1 signifikante Interaktionen, die Unterschiede in $S_T - S_1$ von ca. 3 % bewirken. Diese betragen das 3,31 und 3,79-fache der zugehörigen Standardabweichungen aus Unsicherheiten durch die zufälligen Samples der Monte-Carlo-Analyse. Die Interaktionen spielen für die Sensitivitäten folglich eine Rolle, die auch signifikant in Anbetracht der Unsicherheiten der Sensitivitätsermittung auf einem Signifikanzniveau von 5 % sind. Die Interaktionsanteile für K_2, F_2 und E_2 betragen 0,013, 0,0067 und 0,010, was der 1,44, 0,781 und 1,36-fachen Standardabweichung der Differenzschätzung $S_T - S_1$ entspricht. Insgesamt ergeben sich für die untersuchten Dehnungen stärkere Interaktionen als für Verformungsreaktionen. Für die 5.Eigenfrequenz als Beispiel für einen Kennwert zum eigendynamischen Verhalten können Interaktionsanteile für F_3 und F_1 von je ca. 0,04 festgestellt werden, was der 5,41 bzw. 5,55-fachen Standardabweichung entspricht. Auch für die Systemparameter K_2, E_2 und K_1 ergeben sich Varianzbestandteile, die mehr als das 1,96-fache von $\sigma\left(S_T - S_1\right)$ betragen.

Die Beispiele zeigen ebenso wie die Auswertung der weiteren Systemreaktionen, dass Interaktionen bestehen, welche eine globale Sensitivitätsanalyse erfordern. Für das Beispiel Traunwalchen hätten diese aber keine geänderte Parameterauswahl nach sich gezogen.

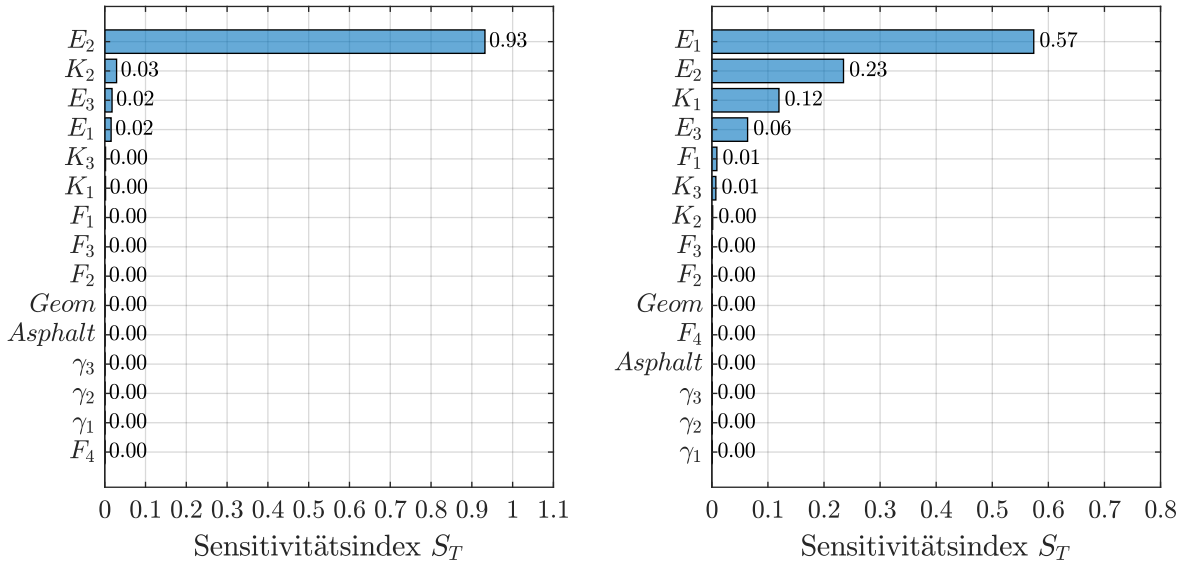


Abbildung 4.41: Totale Sensitivitätsindizes für die Systemreaktion an der Auswertestelle `DMS-P2` für (a) die Position des Panzers im Feld 2 und für (b) für die Position des Panzers im Feld 1

4.6.5 Sensitivitätsanalyse Brücke Roding

Um die Parameter festzulegen, die für das Updating des Modells der Brücke Roding herangezogen werden sollen, wurde eine Sensitivitätsanalyse mit 5000 Samples je untersuchtem Parameter durchgeführt. Durch die insgesamt 23 Dimensionen ergeben sich hieraus 125 000 Simulationsläufe. Wie für die Brücke Traunwalchen werden die Schätzfunktionen nach Jansen aus [290] und nach Janon aus [291] verwendet. Die Einstellungen der Steuerungsparameter sind Tabelle 4.14 zu entnehmen. Die Untersuchungen beschränken sich auf die Totalen Sensitivitätsindizes zur Parameterselektion, da die Auswertestellen vor Versuchsbeginn ingenieurtechnisch festgelegt wurden und keine Untersuchung zu den Orten der Dehnungs- und Verformungsauswertung erfolgen soll.

Parameter	**Zuweisung**	**Beschreibung**
$Sampling$	Sobol	Methode für die Stichprobengenerierung
$proz_Intervall$	0,05	Konfidenzniveau des BC_a-Intervalls
$nboot$	10 000	Anzahl der Bootstrap-Resamples
SA_Sample_nr	5000	Anzahl Samples in A bzw. B

Tabelle 4.14: Steuerungsparameter der Sensitivitätsanalyse für die Brücke Roding

Die Zusammenschau der Ergebnisse für alle 236 ausgewerteten Systemreaktionen zeigt, dass sich genau dann sehr große Sensitivitäten ergeben, wenn sich die Auswertestelle und Lastposition im gleichen Feld befinden. In diesen Fällen ergeben sich Sensitivitätsindizes von teils über 0,90. Es kann eine Dominanz der E-Moduln für die Unsicherheit an den festgelegten Auswertepositionen beobachtet werden, die bei der Auswertung der Dehnungsreaktionen besonders ausgeprägt ist. Die ausgewerteten Verformungen weisen eine geringere Dominanz der einzelnen Parameter auf als dies für Dehnungen der Fall ist. Für die im gleichen Querschnitt liegenden Auswertestellen P1, P2, P3 bzw. P4, P5, P6 für Dehnung und Verformung können bei gleicher Lastanordnung praktisch identische Sensitivitäten beobachtet werden.

Bedingt durch die große Zahl an Variablen für Maßabweichungen werden für eine übersichtlichere Darstellung der Ergebnisse diese Parameter in einer mit „$Geom$“ bezeichneten Größe zusammengefasst, die der Summe der Sensitivitätsindizes dieser Parameterart entspricht. Wie für die Brücke Traunwalchen werden die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse für die einzelnen Parameter getrennt nach den zu Grunde liegenden physikalischen Größen diskutiert und in Diagrammen veranschaulicht.

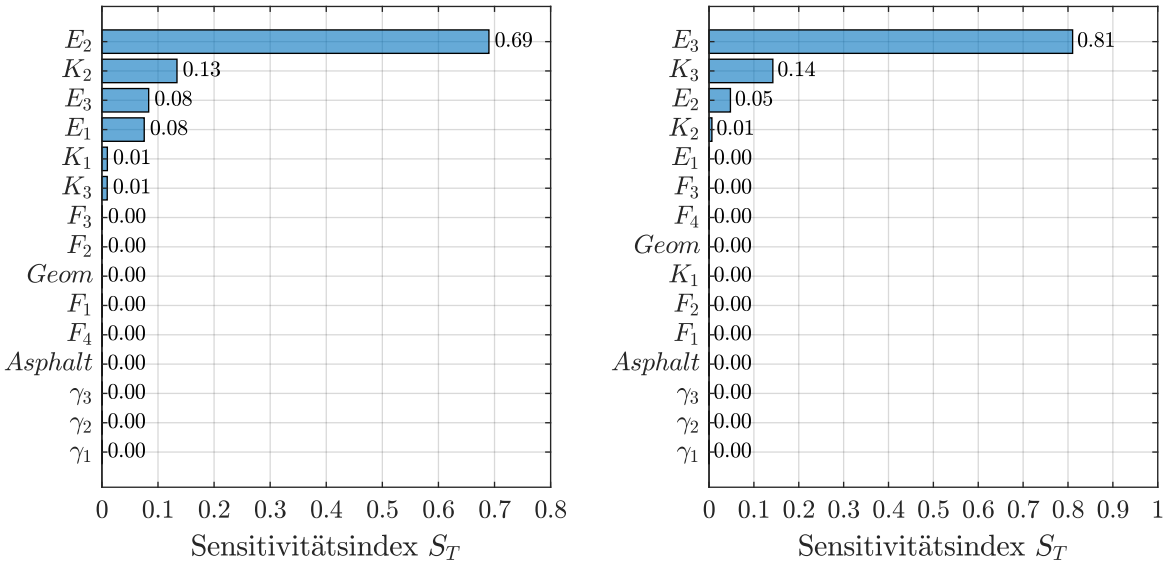


Abbildung 4.42: Totale Sensitivitätsindizes für (a) die Vertikalverformung an der Auswertestelle TACHY-P2 bei Positionierung des Panzers im Feld 2 und für (b) die Verformung an der Auswertestelle TACHY-P6 für die Positionierung des Muldenkippers bei x = 125,5 m

Die Auswertung der Diagramme in Hinblick auf die **E-Moduln** E_1, E_2 und E_3 zeigt für die beiden untersuchten Fahrzeuge sehr große Indizes. Insbesondere ergeben sich Abhängigkeiten zu den E-Moduln der Felder, in denen entweder die Last aufgebracht oder die Systemreaktion ausgewertet wird. Die Abbildung 4.41(a) veranschaulicht dies anhand einer Systemreaktion, in der sich sowohl die Last im Feld 2 befindet als auch die Auswertung dort erfolgt. Der Sensitivitätsindex ergibt sich zu 0,93. Wie Abbildung 4.41(b) zeigt, ergibt sich bei Positionierung der Last im Feld 1 für die gleiche Auswertestelle sowohl eine Aufteilung der Varianz auf E_1 und E_2 als auch eine stärkere Beteiligung weiterer Parameter. Im Vergleich zu den Dehnungsauswertestellen zeigt sich für Verformungen eine geringere Beeinflussung der Unsicherheit durch die E-Moduln. Die Abbildung 4.42(a) zeigt die ermittelten Verformungen an der Auswertestelle TACHY-P2 bei Positionierung des Panzers im Feld 2. Statt der Dominanz des E-Moduls E_2 mit über 0,90 ergibt sich ein Sensitivitätsindex von 0,69 und Einflüsse der Kappen mit S_T = 0,13 für K_2. Die E-Moduln E_1 und E_3 weisen Sensitvitätsindizes von je 0,08 auf. Sowohl für die 1. als auch für die 2.Eigenfrequenz zeigen sich Abhängigkeiten von den E-Moduln der drei Felder von zusammen genommen jeweils 0,81.

Einflüsse der **Kappen** auf die Unsicherheiten im Modell konnten insbesondere für die Vertikalverformung festgestellt werden. Die Abbildung 4.42(b) zeigt die Ergebnisse der Sensitivitätsindizes an der Auswertestelle TACHY-P6 für die Positionierung des Muldenkippers bei x = 125,5 m. Die Sensitivitätsindizes für den Einfluss der Kappen erreichen im Maximum 0,14. Besonders große Einflüsse zeigen sich, wenn die ausgewertete Stelle der Verformung mit der Position der Last übereinstimmt. Der Einfluss der Kappen auf die Unsicherheit in der Simulation der Eigenfrequenzen ist als moderat einzustufen. Dieser ergab sich mit maximal S_T = 0,07 für K_2 in der 1.Eigenfrequenz.

Für den Einfluss der **Steifigkeit der Senkfedern** zur Modellierung der Lagerung des Überbaus ergaben sich für das Gros der ausgewerteten Systemreaktionen verhältnismäßig geringe Sensitivitätsindizes. Bei statischer Belastung werden zumeist Indizes geringer als 0,05 festgestellt. Grund hierfür ist vermutlich die Wahl der Auswertestellen. In der Versuchsplanung wurden vornehmlich solche Auswertestellen berücksichtigt, deren Dehnungs- und Verformungsreaktion unter den untersuchten Laststellungen durch Biegung geprägt ist. Lediglich in einem kleinen Teil der ausgewerteten Systemreaktionen, nämlich für Laststellungen, in denen die Last des LKW direkt über den Lagern steht, ergeben sich Sensitivitätsindizes $>$ 0,10. Um die Parameteranzahl möglichst gering zu halten und damit den praktischen Charakter des Beispiels zu unterstreichen, werden die Parameter festgesetzt und entsprechend mit ihren Erwartungswerten aus Tabelle 4.3 aus Abschnitt 4.3.1 berücksichtigt. Anhand dieses Beispiels lässt sich die Bedeutung einer zielgerichteten Versuchsplanung verdeutlichen, um relevante Parameter zu identifizieren. Durch die inge-

nieurmäßige Festlegung der Auswertestellen ohne vorherige Sensitivitätsanalyse ergeben sich geringe Sensitivitäten zu eventuell relevanten Parametern, so dass die Vorhersagen in den Bereichen des Modells zutreffender sind, in denen Sensorik angebracht wurde.

Für die Parameter zur Berücksichtigung der **Wichten** des Konstruktionsbetons ergaben sich Maximalwerte von 0,04 für die WIchte γ_2 bei Untersuchung der 1.Eigenfrequenz. In der 2.Eigenfrequenz ergab sich ein Totaler Sensitivitätsindex von 0,02 für die Wichte γ_3 und damit ebenfalls eine geringe Abhängigkeit. Wie auch für die Traunbrücke Traunwalchen soll deshalb eine Berücksichtigung der Wichte als Updating-Parameter unterbleiben.

Maßabweichungen spielen für die Unsicherheiten in den untersuchten Systemreaktionen eine stark untergeordnete Rolle. Höchstwerte für den Einfluss der einzelnen Parameter ergaben sich kleiner als 0,001, deren Summe geringer als 0,01. Die Auswertung der Punktwolke und eine stichprobenartige Überprüfung einzelner Abmessungen aus Anhang I ergab zudem keine Hinweise auf übergroße Abweichungen zum Soll-Maß. Maßabweichungen werden folglich nicht als Updating-Parameter berücksichtigt.

Für die Mitwirkung des **Asphalts** konnten nur sehr geringe Sensitivitäten mit Indizes unter 0,001 für statische Systemreaktionen und geringer als 0,01 für die ersten beiden Eigenfrequenzen festgestellt werden. Wie auch für die Brücke Traunwalchen soll dieser Parameter deshalb unberücksichtigt bleiben. Zur Beteiligung des Asphalts an der Lastabtragung wurden ergänzende Simulationen zur Abschätzung dieses Einflusses durchgeführt. Dabei wurde zunächst der E-Modul mit 4500 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ angesetzt. In der Vergleichssimulation wurde der Asphalt nicht als Modellbestandteil berücksichtigt. Die übrigen Parameter wurden auf den Erwartungswert der ungestutzten Verteilungsfunktion festgesetzt. Bei Vernachlässigung des Asphalts ergab sich eine relative Abweichung von maximal 2 % in den betrachteten Dehnungen. Für Verformungsreaktionen wurden Differenzen bis zu 3 % ermittelt. Für die Brücke Roding soll auf Grund der verhältnismäßig großen Unterschiede zwar eine Berücksichtigung als Updating-Parameter unterbleiben, die Mitwirkung an der Lastabtragung soll aber durch die Festsetzung des E-Moduls des Asphalts auf den Schätzwert von 4500 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ berücksichtigt werden. Durch die recht geringen Einflüsse auf die Eigenfrequenzen der Brücke und die recht tief liegenden untersuchten Frequenzen wird die Frequenzabhängigkeit der Asphaltsteifigkeit vernachlässigt.

Für die maßgebenden Parameter sind die maximalen Sensitivitätsindizes in Tabelle 4.15 für Dehnungsreaktionen und Tabelle 4.16 für die Vertikalverformungen zusammengefasst. Die nicht berücksichtigten Maßabweichungen und die nicht durch Auswertung statischer Systemreaktionen untersuchbaren Wichten sind der Übersichtlichkeit halber nicht dargestellt.

Parameter	Bezeichnung Systemreaktion	Max. S_T
E-Modul Feld 1 (E_1)	DMS-P1-PZ-Feld1	0,58
E-Modul Feld 2 (E_2)	DMS-P1-PZ-Feld2	0,93
E-Modul Feld 3 (E_3)	DMS-P6-PZ-Feld3	0,95
Mitwirkung Kappen Feld 1 (K_1)	DMS-P1-PZ-Feld1	0,13
Mitwirkung Kappen Feld 2 (K_2)	DMS-P6-PZ-Feld2	0,038
Mitwirkung Kappen Feld 3 (K_3)	DMS-P3-PZ-Feld3	0,11
Steifigkeit Federn WL Cham (F_1)	DMS-P3-PZ-Feld1	0,010
Steifigkeit Federn Pfeiler Cham (F_2)	DMS-P6-PZ-Feld1	0,0016
Steifigkeit Federn Pfeiler Schwandorf (F_3)	DMS-P6-PZ-Feld2	0,000 36
Steifigkeit Federn WL Schwandorf (F_4)	DMS-P1-PZ-Feld3	0,000 15

Tabelle 4.15: Zusammenstellung der maximalen Sensitivitätsindizes S_T und der zugehörigen Bezeichnungen der Dehnungsreaktionen an den Auswertestellen der Brücke Roding

Parameter	Bezeichnung Systemreaktion	Max. S_T
E-Modul Feld 1 (E_1)	TACHY-P3-LKW-33-5	0,62
E-Modul Feld 2 (E_2)	TACHY-P3-PZ-Feld2	0,69
E-Modul Feld 3 (E_3)	TACHY-P4-LKW-129-5	0,82
Mitwirkung Kappen Feld 1 (K_1)	TACHY-P1-LKW-13-5	0,14
Mitwirkung Kappen Feld 2 (K_2)	TACHY-P3-PZ-Feld2	0,13
Mitwirkung Kappen Feld 3 (K_3)	TACHY-P6-LKW-125-5	0,14
Steifigkeit Federn WL Cham (F_1)	TACHY-P1-LKW-1-5	0,71
Steifigkeit Federn Pfeiler Cham (F_2)	TACHY-P3-LKW-41-5	0,60
Steifigkeit Federn Pfeiler Schwandorf (F_3)	TACHY-P1-LKW-97-5	0,94
Steifigkeit Federn WL Schwandorf (F_4)	TACHY-P6-LKW-129-5	0,0015

Tabelle 4.16: Zusammenstellung der maximalen Sensitivitätsindizes S_T und der zugehörigen Bezeichnungen der Verformungsreaktionen an den Auswertestellen der Brücke Roding

4.7 Systemkalibrierungen für die Brücke Traunwalchen

4.7.1 Allgemeines

Auf Grundlage der Ergebnisse der Vorwärtssimulation zur Parameterauswahl und der Prior-Unsicherheiten wird die Bayes'sche Systemidentifikation mit Hilfe der MCMC-Simulationsmethodik vorgenommen. Im Vorfeld erfolgte die Kontrolle der Querschnittsgeometrie sowie die Überprüfung und ggf. Anpassung der Finite-Elemente-Modelle, um Abweichungen zwischen dem Ort der rechnerischen Auswertung der Systemreaktion und der tatsächlichen Position der installierten Sensorik auf ein vertretbares Maß zu begrenzen. Das Konzept und die Umsetzung des Vorgehens ist in Anhang I beschrieben.

Die Auswahl der Systemreaktionen für die Untersuchungen aus den Abschnitten 4.7.2 bis 4.7.8 erfolgte anhand des in Abschnitt 3.4.3 beschriebenen Kriteriums der D-Optimalität. Hierfür ist die Linearisierung des Modells notwendig. Für die Ermittlung der Koeffizientenmatrix $\boldsymbol{A}$ wurde jeder Parameter jeweils unabhängig von den übrigen Parametern im Bereich von $\pm 50\,\%$ des Erwartungswertes variiert. Die numerische Regression erfolgte mit Hilfe von 20 äquidistanten Stützstellen. Für die Untersuchungen wird eine festgelegte Anzahl an Sensoren verwendet, deren Informationen für alle Lastfälle genutzt wird. Aus diesem Grund sieht die Implementierung für die jeweils zu ermittelnde Anzahl an Sensoren die Zusammenstellung der möglichen Kombinationen von Sensoren vor. Für jede Kombination wird mit Hilfe aller betrachteten Lastfälle anschließend die Kovarianzmatrix $Cov(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ gebildet und diejenige Kombination mit dem größtmöglichen Informationsgehalt (minimale Determinante der Kovarianzmatrix) ermittelt. Für die Messdaten der optimalen Sensorkombination wurde eine automatisierte Ablage implementiert, so dass diese direkt in der Rückwärtsrechnung übernommen werden können. Die Zusammenstellung der ausgewählten Sensoren für beide Brücken ist in Anhang J dokumentiert.

In diesem Abschnitt werden die Identifikationsergebnisse an der Brücke Traunwalchen vorgestellt. Die sehr umfangreichen Daten aus den Versuchen werden zudem genutzt um Untersuchungen zur Modellierung, Versuchsdurchführung, Parameterauswahl und dem Einsatz verschiedener Messsysteme vorzunehmen.

4.7.2 Kalibrierung mit allen verfügbaren Daten

Für die Brücke Traunwalchen werden zunächst die Ergebnisse einer Simulation vorgestellt, in welcher der in Abschnitt 4.6.4 ermittelte Parametersatz des Modells zu Grunde gelegt wird und sämtliche aufgezeichneten Systemreaktionen als Eingangsdaten genutzt werden. Dies dient der Erklärung der Eigenschaften des geupdateten Modells sowie grundlegender Darstellungsweisen der Ergebnisse, und fungiert als Referenz für die folgenden Untersuchungen, in denen meist nur ausgesuchte Informationen und ein abweichender Parameterumfang verwendet werden. Für die Simulation werden Messwerte aus allen Typen von Systemreaktionen, Fahrzeugen und Laststellungen genutzt. Dabei werden die Ergebnisse der elektrischen Dehnungsmessung und der Verformungsmessung für die Versuchsreihen `UTF-MITTE-02-stat`, `UTF-OST-01-stat`, `SLT-MITTE-01-stat`, `PZ-MITTE-01-stat` sowie die ermittelten Eigenfrequenzen herangezogen. Für die Versuchsreihe `UTF-WEST-01-stat` wurden ausschließlich die gemessenen Dehnungen genutzt, da durch einen technischen Defekt keine verwendbaren Verformungen aufgezeichnet werden konnten. Ergebnisse aus der faseroptischen Dehnungsmessung werden nicht berücksichtigt, sondern in Abschnitt 4.7.8 gesondert untersucht. Um einfacher auf den verwendeten Datensatz mit allen auszuwertenden Systemreaktionen referenzieren zu können, wird dieser mit „`MWGesamt`“ bezeichnet.

Die Steuerungsparameter der Simulation werden in Tabelle 4.17 wiedergegeben.

Parameter	Zuweisung	Beschreibung
d	7	Anzahl der Parameter
N	10	Anzahl der parallel simulierten Markov-Ketten
T	12 000	Anzahl der Generationen (Simulationen je Kette)
n	50 000	Gesamtzahl der für den Posterior verwendeten Samples

Tabelle 4.17: Verwendete Steuerungsparameter für die Systemkalibrierung anhand des Datensatzes `MWGesamt`

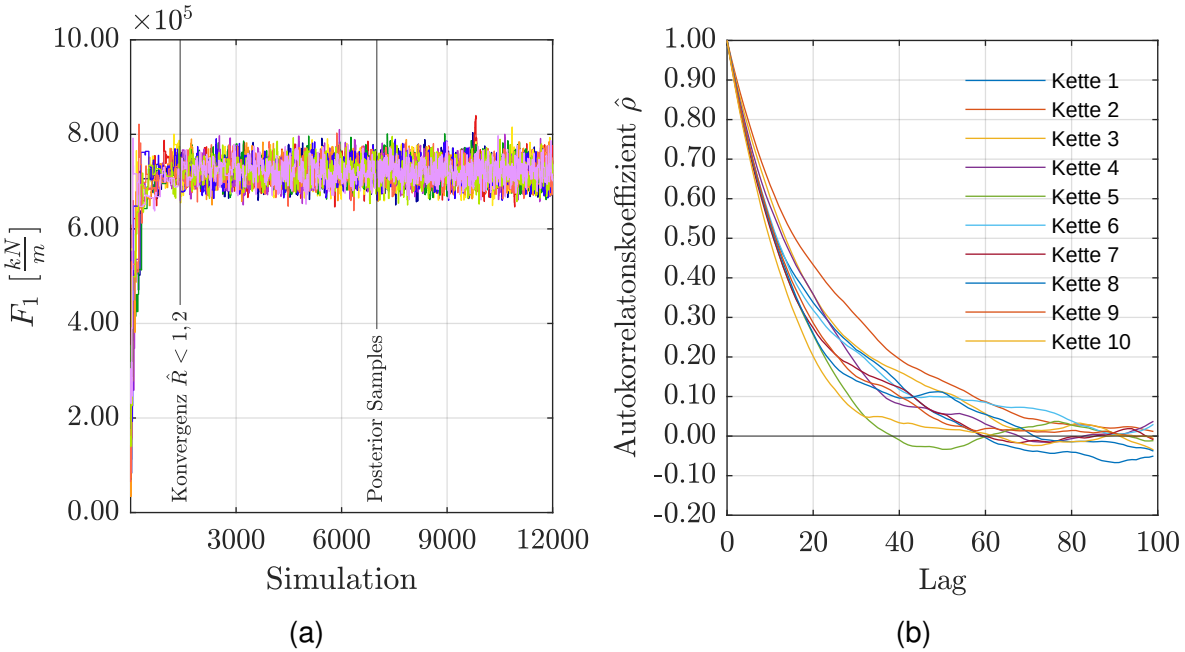
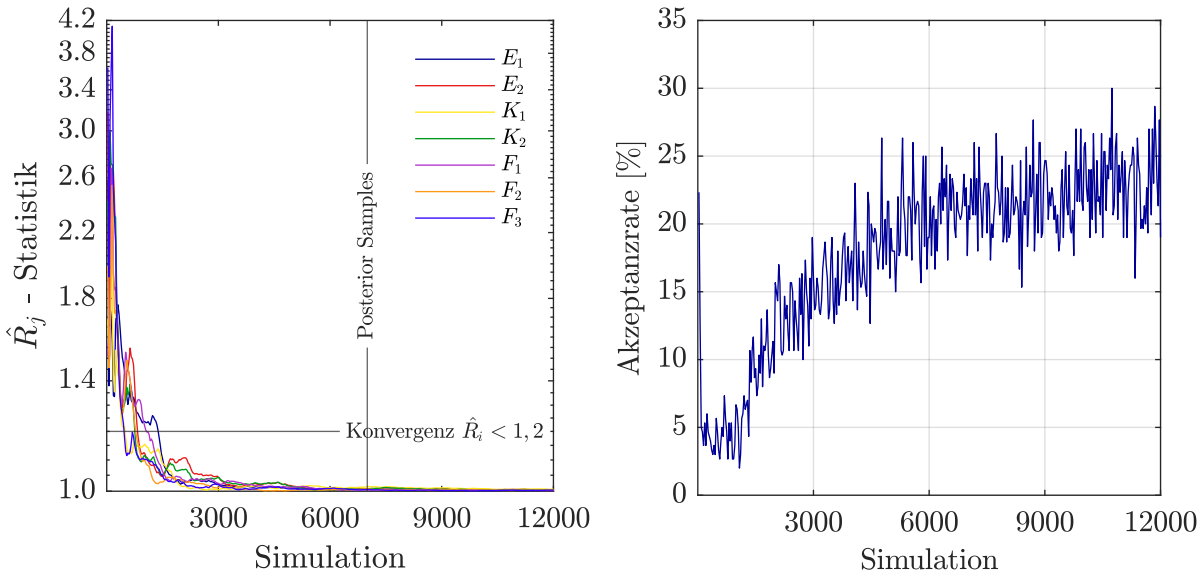


Abbildung 4.43: (a) Traceplot und (b) Autokorrelationsdiagramm für den Parameter F_1 bei Verwendung des Datensatzes `MWGesamt`

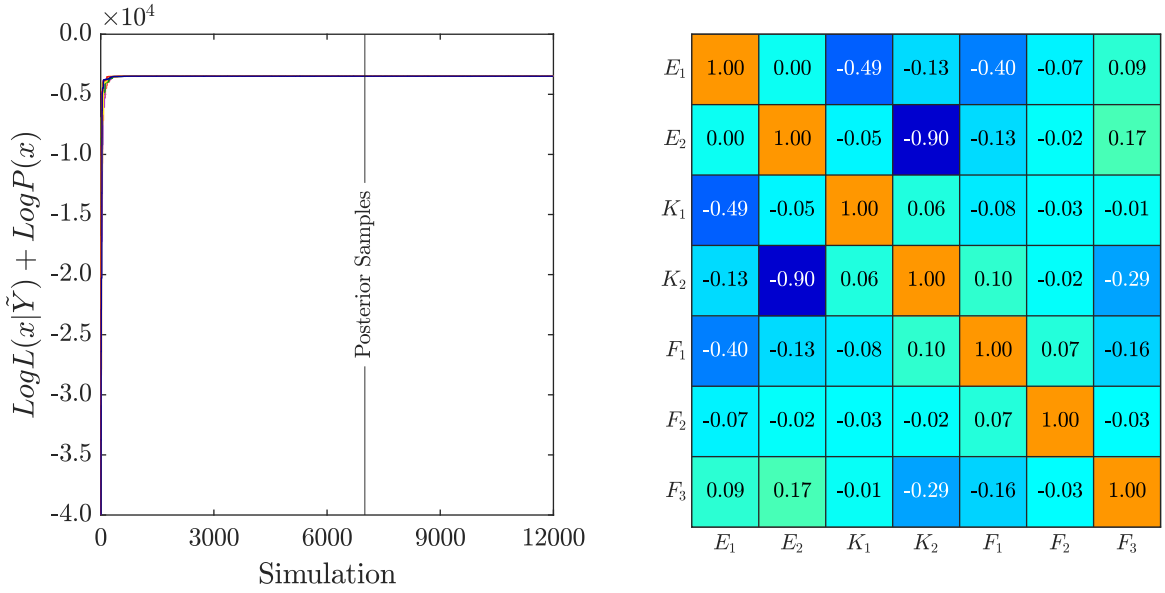
Der **Traceplot** für den Parameter F_1 aus Abbildung 4.43(a) zeigt das augenscheinlich gute Mischverhalten, sowie die rasche Entwicklung der Ketten hin zu Bereichen hoher Wahrscheinlichkeitsdichte. Der große Unterschied zwischen dem Modus des Posteriors und den gemäß der Prior-Randdichten gesampelten Startwerten zeigt die bemerkenswerten Abweichungen zwischen der Prior- und der Posterior-Schätzung. Diese ergibt sich trotz der mit sehr großer Sorgfalt vorgenommenen Wahl der Parameterverteilungen aus Abschnitt 4.3.1. Im Diagramm ebenfalls abgebildet ist die Anzahl der Generationen nach der sämtliche Ketten unter die Konvergenzschranke von $\hat{R}_j$ = 1,2 fallen, sowie der Zeitpunkt ab dem die Samples als Stichproben aus dem Posterior gewertet werden.

Aus dem **Autokorrelationsdiagramm** in Abbildung 4.43(b) kann die Abhängigkeit der Samples von deren Vorgängern abgelesen werden. Die langsam zurückgehenden Autokorrelationswerte im Diagramm sind auf den stark korrelierten, hochdimensionalen Posterior zurückzuführen. Die Korrelationen werden in den folgenden Untersuchungen gesondert diskutiert. Um ausreichend durchmischte Ketten und eine möglichst geringe Korrelation der Kettenglieder im Posterior-Sample sicher zu stellen, werden die letzten 5000 Kettenglieder jeder Kette ausgewertet. Für einen Lag von 5 ergibt sich bei dieser Wahl eine Autokorrelation von ca. 75 %. Die Effektive Stichprobengröße je Kette beträgt ca. 120, so dass sich dennoch eine Gesamtzahl der effektiven Posterior-Samples > 1200 ergibt.



(a) (b)

Abbildung 4.44: (a) Scale Reduction Factor $\hat{R}_j$ für jede der 10 Ketten in Abhängigkeit der Anzahl der Samples und (b) Entwicklung der Akzeptanzrate für die Vorschläge des MCMC-Samplers bei Verwendung des Datensatzes `MWGesamt`



(a) (b)

Abbildung 4.45: (a) Auswertung des Log-Posteriors im Verlauf der Simulation und (b) Heatmap für die Parameteridentifikation bei Verwendung des Datensatzes `MWGesamt`

Die Entwicklung des **Konvergenzschätzers** $\hat{R}_j$ zeigt Abbildung 4.44(a) in halblogarithmischer Darstellung. Auch die $\hat{R}$-Statistik bestätigt die rasche Exploration des Zustandsraums.

Für die **Akzeptanzrate** aus Abbildung 4.44(b) kann eine Stabilisierung ca. ab der 8000. Generation auf Werte um 22 % festgestellt werden. Dieser Wert entspricht näherungsweise dem in [395] beschriebenen Optimum. Dies zeigt zum einen, dass die Steuerungsparameter passend gewählt sind und zum anderen, dass die Adaptierung erfolgreich ist. Der rasche Sprung in den Bereich des Modus kann auch in Abbildung 4.45(a) nachvollzogen werden. Dort ist der **Logarithmus des Posteriors** gegenüber der Anzahl der Generationen aufgetragen. Der Plateau-Wert wird sehr zügig erreicht.

Eine grafische Auswertung des Posteriors ermöglicht die **Scatterplotmatrix** aus Abbildung 4.46. Den Zellen kann für jede Kombination der Parameter ein Scatterplot der gemeinsamen Dichte sowie eine Trendlinie zur Veranschaulichung der linearen Korrelationen zwischen den Parametern entnommen werden. Die Histogramme zeigen qualitativ die ermittelten Randdichten für jeden Parameter. Visuell erkennbar ist die starke (lineare) Abhängigkeit der Parameterpaare E_2 und K_2. Auffällig ist zudem die Form der Randdichte des Parameters K_1. Diese und die Randdichte des Parameters E_1 sind in Abbildung 4.47 vergrößert dargestellt.

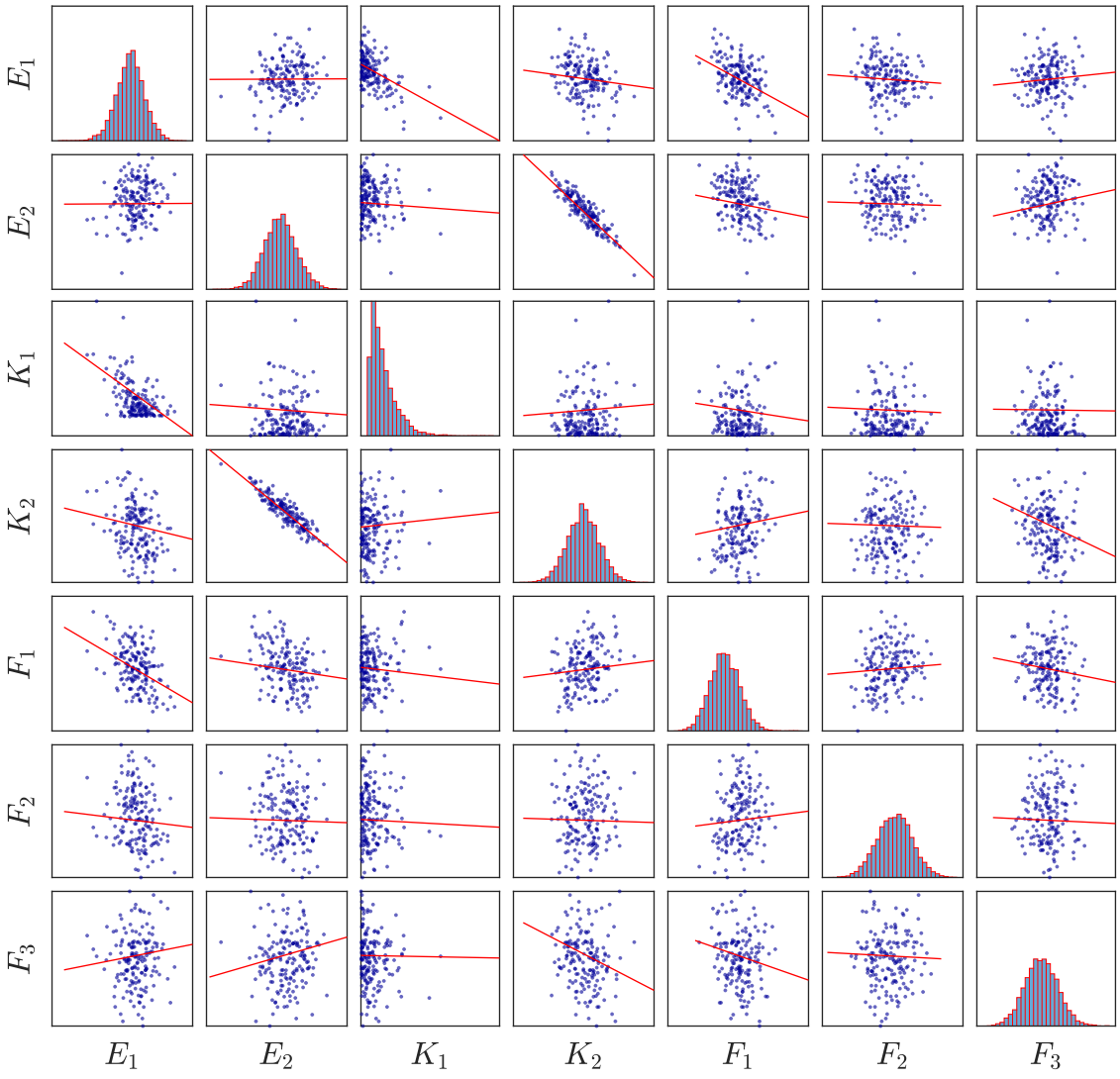
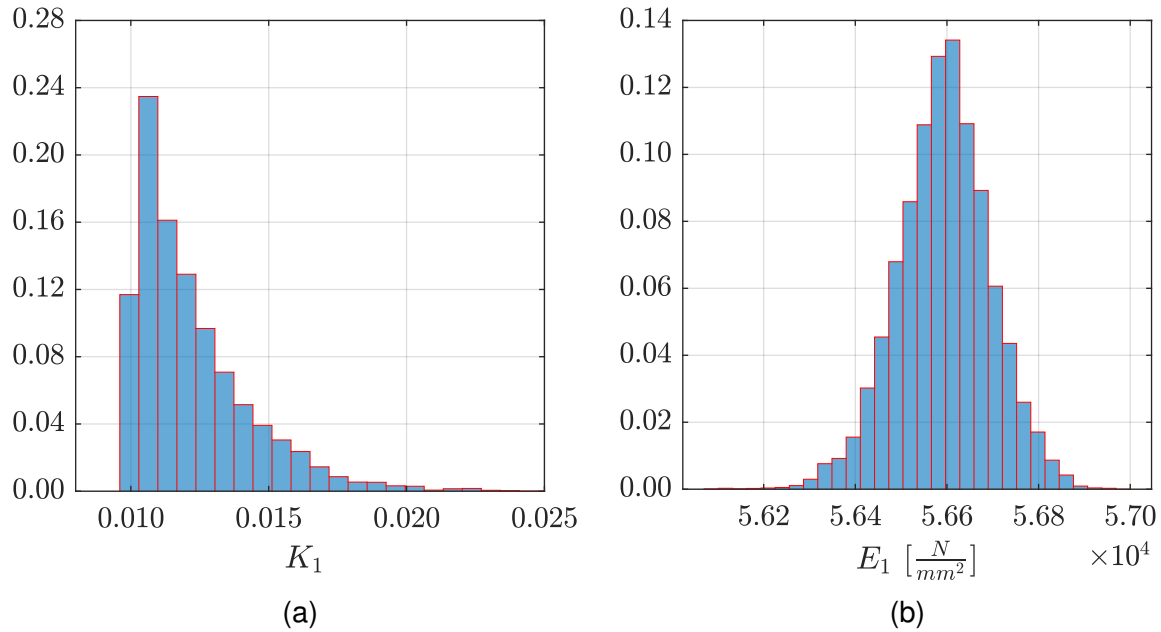
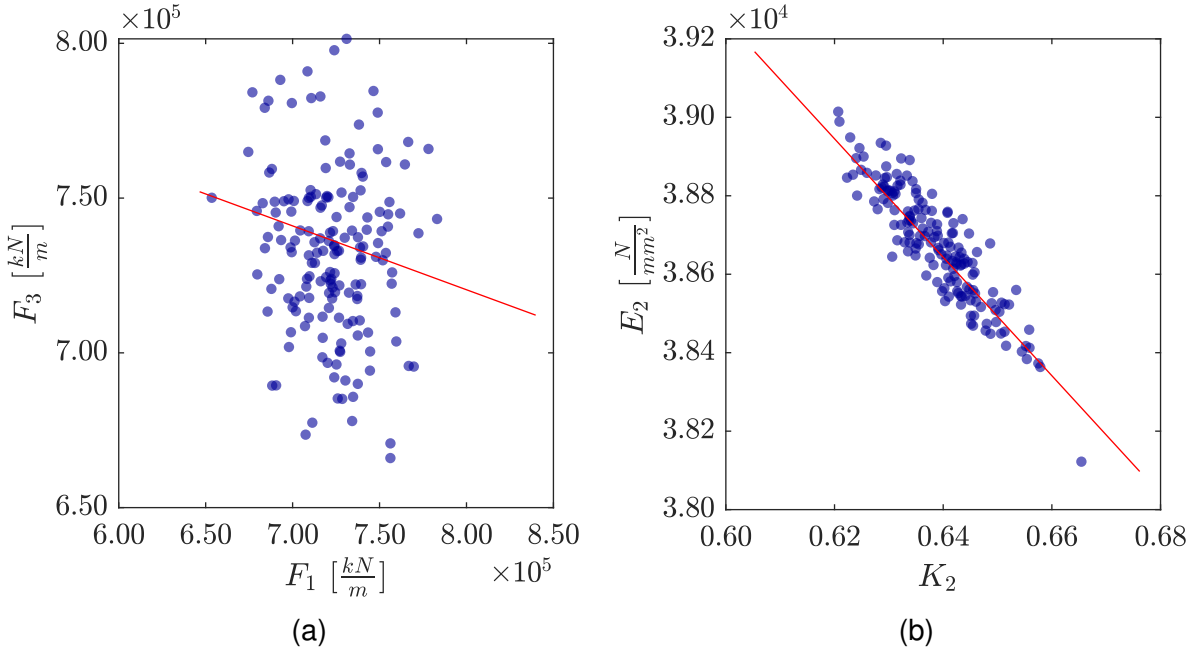


Abbildung 4.46: Scatterplotmatrix für die Simulation bei Verwendung des Datensatzes `MWGesamt`



(a) (b)

Abbildung 4.47: Normalisierte Histogramme der Randdichten der Posterior-Verteilung für die Parameter (a) K_1 und (b) E_1 bei Verwendung des Datensatzes `MWGesamt`



(a) (b)

Abbildung 4.48: Scatterplot für die Posterior-Samples (a) des Parameterpaars F_1 und F_3 sowie (b) für K_2 und E_2 bei Verwendung des Datensatzes `MWGesamt`

Einblick in die Korrelationen der Parameter untereinander geben **Heatmaps**. Hierin werden in Matrixdarstellung die ermittelten Pearson-Korrelationskoeffizienten als Zahlenwerte angegeben und entsprechend der Korrelationsintensität eingefärbt. Starke Korrelationen zwischen den Parametern geben keine physikalischen Zusammenhänge wieder, sondern zeigen, dass mit den gegebenen Kalibrierdaten keine unabhängige Identifikation möglich ist. Die Abbildung 4.45(b) zeigt diese Darstellung. Die Mehrzahl der Parameter sind nahezu unkorreliert mit $|\hat{\rho}| \leq 0{,}20$. Die Abbildung 4.48(a) gibt den Scatterplot für die mit $\hat{\rho} \approx -0{,}16$ nahezu unkorrelierten Parameter F_1 und F_3 wieder. Lediglich für K_2 und F_3 sowie E_1 und F_3 zeigt sich eine geringe (negative) Korrelation mit $\hat{\rho} \approx -0{,}29$ und $\hat{\rho} \approx -0{,}40$. Wie bereits bei der Diskussion der Scatterplotmatrix vermutet ergibt sich für die Parameterpaare E_1 und K_1 bzw. K_2 und K_2 eine hohe bis sehr hohe Korrelation. Eine Erklärung für die starke Korrelation kann eine ähnliche Wirkung beider Parame-

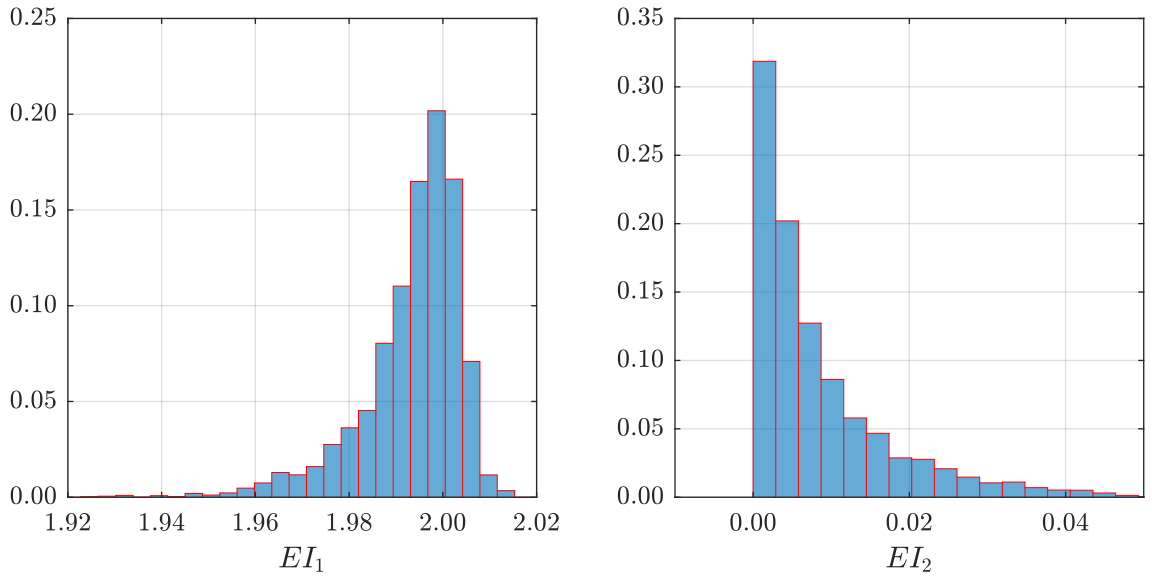


Abbildung 4.49: Histogramme für die Parameter (a) EI_1 und (b) EI_2 zur Veranschaulichung der Kollinearität am Beispiel der Verformungsbeobachtung an einem Einfeldträger unter einer Einzellast

terarten auf die gemessenen Systemreaktionen sein. Der Scatterplot aus Abbildung 4.48(b) bestätigt die sehr große und nahezu lineare Abhängigkeit des Parameterpaars K_2 und E_2. In den Messdaten sind keine ausreichenden Informationen enthalten, die eine Unterscheidung der Effekte aus den beiden Parametern ermöglicht. Für die Parameter E_1 und K_1 zeigt sich für dieses Beispiel eine unzureichende Identifizierbarkeit, wodurch E_1 systematisch überschätzt wird, während der korrespondierende Parameter K_1 Werte sehr nahe an der unteren Parameterschranke aufweist. Dieses Verhalten ist typisch für die in Abschnitt 3.4.1 bereits angesprochene Kollinearität. Die involvierten Parameter sind dadurch nicht mehr ohne weiteres physikalisch interpretierbar. Die Abbildung 4.49 zeigt die Histogramme der beiden Parameter. Die Verteilung für E_1 weist dabei eine Linksschiefe auf, während für K_1 eine ausgeprägte Rechtsschiefe feststellbar ist. Dieses Verhalten kann an einem vereinfachten Beispiel veranschaulicht werden, das in Abbildung 4.50 beschrieben ist. Es wird die Verformung betrachtet, die von den Parametern EI_1 und EI_2 in gleicher Art und Weise beeinflusst wird. Dies entspricht im Modell der Überbauplatte mit aufgelegten Kappen. Die Prior-Information für den Parameter EI_2 wird dabei bedeutend weniger aussagekräftig gewählt als für den Parameter EI_1 mit Standardabweichungen von $\sigma \approx 1{,}15$ gegenüber $\sigma \approx 0{,}1$ für EI_2. Für das Beispiel ergeben sich die in Abbildung 4.49 dargestellten Histogramme. Diese entsprechen qualitativ den Randdichten des Posteriors aus Abbildung 4.47. Bei Variation der Parameter kann festgestellt werden, dass insbesondere bei sehr geringen Unsicherheiten in der Messung die Prior-Information keine ausreichende Regularisierung sicherstellt. Durch die sehr starke Korrelation und damit schlechte unabhängige Identifizierbarkeit führen bereits sehr geringe Abweichungen vom Zielwert zum beschriebenen Verhalten.

Ein Vergleich zwischen den Prior-Verteilungen und den Ergebnissen nach dem Updating-Prozess zeigt den Erfolg der Simulationen. Dieser kann anhand des Federsteifigkeit der Lagerung am Pfeiler F_2 aus Abbildung 4.51(a) und der Dehnung an der Auswertestelle `DMS-MITTE-05` bei Position des SLT auf x = 42 m aus Abbildung 4.51(b) nachvollzogen werden. Für die Parameteridentifikation ergibt sich beispielsweise eine beträchtliche Änderung der Schätzung des Mittelwertes der Steifigkeit F_2 von $1{,}34 \cdot 10^5 \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}$ auf $1{,}29 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}$. Die Standardabweichung der Prior-Annahme beträgt $0{,}398 \cdot 10^5 \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}$ und kann nach erfolgter Parameteridentifikation auf $0{,}227 \cdot 10^5 \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}$ reduziert werden. Tabelle 4.18 gibt die Ergebnisse der Inferenz wieder. Die im Vergleich zu anderen Parametern recht geringe Verbesserung der Standardabweichung lässt sich auf die in Abschnitt 4.6 bereits diskutierten und als begrenzt einzustufenden Inferenzmöglichkeiten für die Federsteifigkeiten zurückführen. Die Auswertung der Posterior-Verteilungen für die E-Moduln und der Mitwirkung der Kappen und Geländer ermöglicht zwar keine unabhängige Identifizierbarkeit der Parameterpaare, jedoch lässt sich qualitativ schlussfolgern, dass die Mitwirkung der Ausbauelemente si-

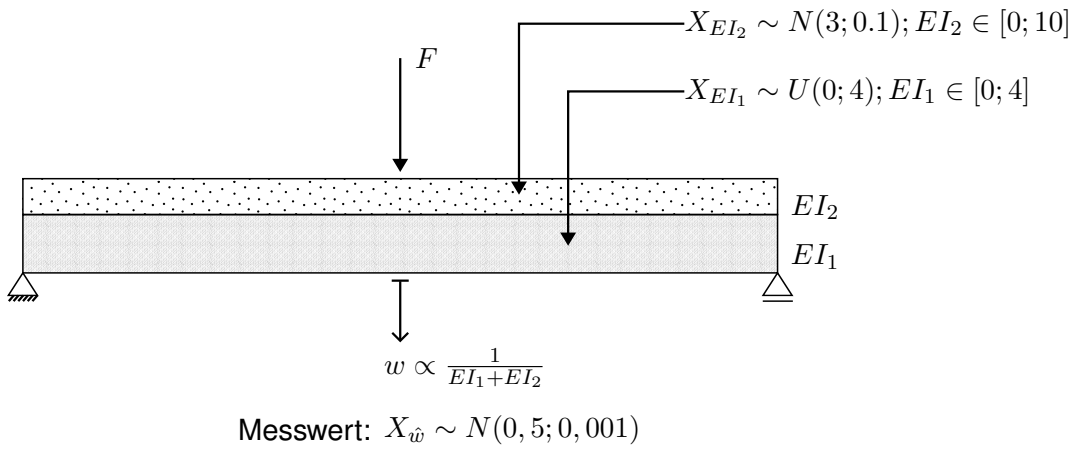
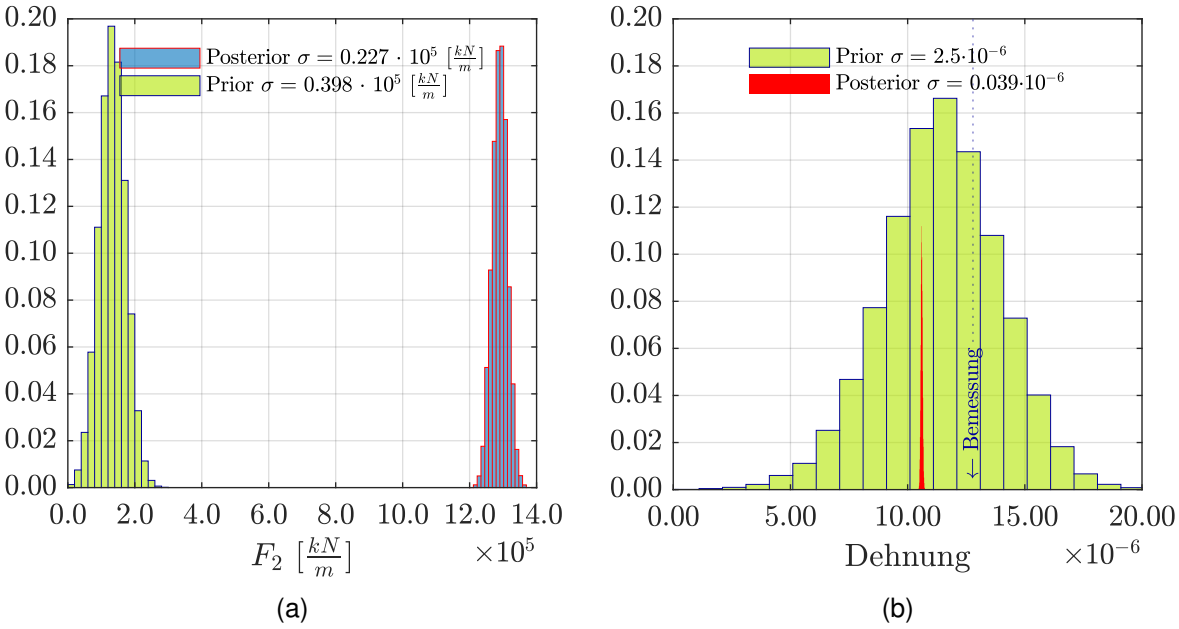


Abbildung 4.50: Veranschaulichung zum Updating nicht unabhängig identifizierbarer Parameter



(a) (b)

Abbildung 4.51: (a) Histogramme der Prior- und Posterior-Samples des Parameters F_2 und (b) Schätzung der Dehnung für die Auswertestelle `DMS-MITTE-05` unter der Last des SLT an der Stelle x = 42 m für das Modell der Brücke Traunwalchen gemäß den Prior-Verteilungen der Parameter als auch mittels der Simulationsergebnisse bei Verwendung des Datensatzes `MWGesamt`

gnifikanten Einfluss auf die Systemreaktionen hat. Anhand des Parameterpaares E_1 und K_1 kann gesehen werden, dass für die sehr geringen simulierten Werte mit $K_1 \approx 0$ ein Erwartungswert für E_1 resultiert, der mit 56 600 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ ca. 35 % über der Erwartung im Prior liegt, was einem Abstand von mehr als 2σ entspricht. Entsprechend ist ein signifikanter Einfluss anzunehmen.

Der Vergleich des Schätzers für die maximale Wahrscheinlichkeit der Posterior-Verteilung (MAP-Schätzer) und des Likelihoods (ML-Schätzer) zeigt Unterschiede von weniger als 6 %. Entsprechend ergibt sich ein recht geringer Einfluss des Priors. Lediglich für den Parameter K_1 ergibt sich ein merklicher Unterschied.

Einen Eindruck von der Vorhersagekraft des entstehenden Modells geben Vergleiche zwischen den Verteilungen aus dem Propagationsschritt der Vorwärtsanalyse und den Modellberechnungen der MCMC-Simulation. Die Abbildung 4.51(b) zeigt stellvertretend für sämtliche verwendeten Systemreaktionen die enorme Verbesserung der Vorhersagegenauigkeit, die durch das Update möglich ist. Die Standardabweichung fällt durch die Parameteridentifikation von $2{,}55 \cdot 10^{-6}$ auf $0{,}0393 \cdot 10^{-6}$, also um mehr als das

60-fache. Der Erwartungswert verändert sich von $11{,}4 \cdot 10^{-6}$ auf $11{,}1 \cdot 10^{-6}$. Im Vergleich ergibt sich eine Dehnung von $12{,}8 \cdot 10^{-6}$, wenn die Parameter so angesetzt worden wären wie dies für Bemessungsaufgaben üblich ist.

Parameter	Prior		Posterior		Punktschätzer	
	Mittelwert	Standardabw.	Mittelwert	Standardabw.	MAP	ML
E_1 $\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\right]$	41 900	5860	56 600	101	56 600	56 500
E_2 $\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\right]$	41 900	5860	38 600	152	38 600	38 800
K_1	0,605	0,344	0,0122	0,002 13	0,0101	0,0119
K_2	0,605	0,344	0,640	0,009 06	0,645	0,633
F_1 $\left[\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}\right]$	157 000	46 700	721 000	22 800	721 000	719 000
F_2 $\left[\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}\right]$	134 000	39 800	1 290 000	22 700	1 290 000	1 370 000
F_3 $\left[\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}\right]$	169 000	50 400	737 000	30 300	732 000	777 000

Tabelle 4.18: Mittelwerte und Standardabweichungen der Parameterverteilungen des Priors und des Posteriors sowie MAP- und ML-Schätzung bei Verwendung des Datensatzes `MWGesamt`

Die Überprüfung der Anpassung des Modells an die Messdaten kann anhand der Abweichungen von Messwerten und MAP-Schätzern $\widetilde{\boldsymbol{Y}} - \mathcal{F}\,(MAP)$ sowie mit Hilfe der standardisierten Residuen $\frac{\widetilde{\boldsymbol{Y}} - \mathcal{F}(MAP)}{\sigma_{MW}}$ erfolgen. Die Abbildung 4.52 zeigt die Residuen der berechneten und gemessenen Verformungen. Die Standardabweichung der Residuen beträgt 0,120 mm. Bei Beachtung der Unsicherheit von 0,0735 mm in den Messwerten ergibt sich eine recht gute Anpassung an das Modell. Für die simulierten Dehnungsreaktionen beträgt die Standardabweichung der Abweichungen $2{,}80 \cdot 10^{-6}$. Die standardisierten Residuen weisen Standardabweichungen von 0,536 für die berücksichtigten Verformungen und 0,814 für die Dehnungen auf. Entsprechend betragen die Unterschiede zwischen Messung und Vorhersage mit einer Wahrscheinlichkeit von 68 % nicht mehr als die 0,54- bzw. 0,81-fache Standardabweichung der Messung.

Die Auswertung der Mittelwerte der Differenzen $\widetilde{\boldsymbol{Y}} - \mathcal{F}\,(MAP)$ zwischen den einzelnen Sensorarten ergibt, dass die Verformungsreaktionen mit +0,0136 mm durch das Posterior-Modell leicht zu niedrig geschätzt werden, während die Dehnungen mit $-0{,}251 \cdot 10^{-6}$ sehr geringfügig überschätzt werden. Für die Auswertung der Eigenfrequenzen fällt auf, dass eine systematische Abweichung zwischen den gemessenen

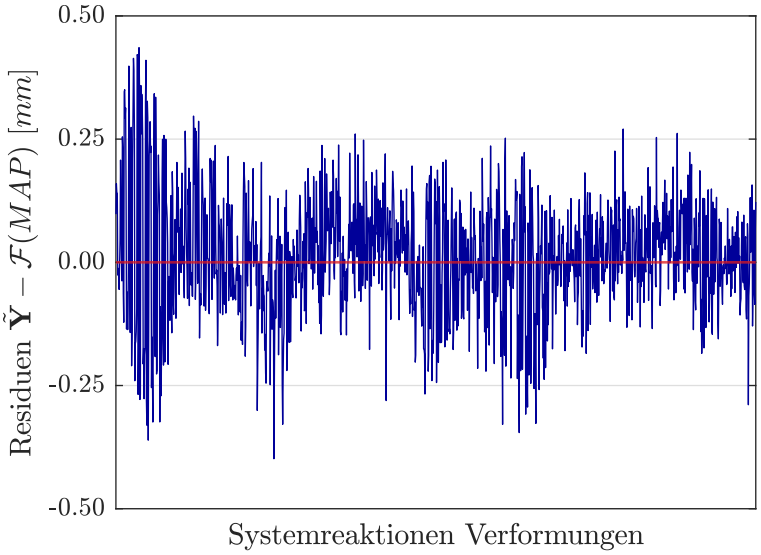


Abbildung 4.52: Abweichungen von Messwerten und MAP-Schätzern $\widetilde{\boldsymbol{Y}} - \mathcal{F}\,(MAP)$ der Verformungsmessungen bei Verwendung der Versuchsreihen `UTF-MITTE-02`, `UTF-OST-01`, `SLT-MITTE-01`, `PZ-MITTE-01` aus den Messungen in Traunwalchen

Frequenzen und den Resultaten aus der MAP-Schätzung vorliegt. Dies ist auch in Abbildung 4.53 zu erkennen. Der Mittelwert der Abweichungen liegt hier bei +0,36 Hz. Zudem liegt keiner der Messwerte im 90 %-Vertrauensintervall der Gesamtunsicherheit aus Parameter- und Messunsicherheit. Es ist deshalb zu vermuten, dass bei Verwendung von Eigenfrequenzen die Steifigkeiten größer geschätzt werden als in statischen Versuchskonzepten. Dies wird in Abschnitt 4.7.3 näher untersucht. Diese Feststellung ist auch in [151] beschrieben.

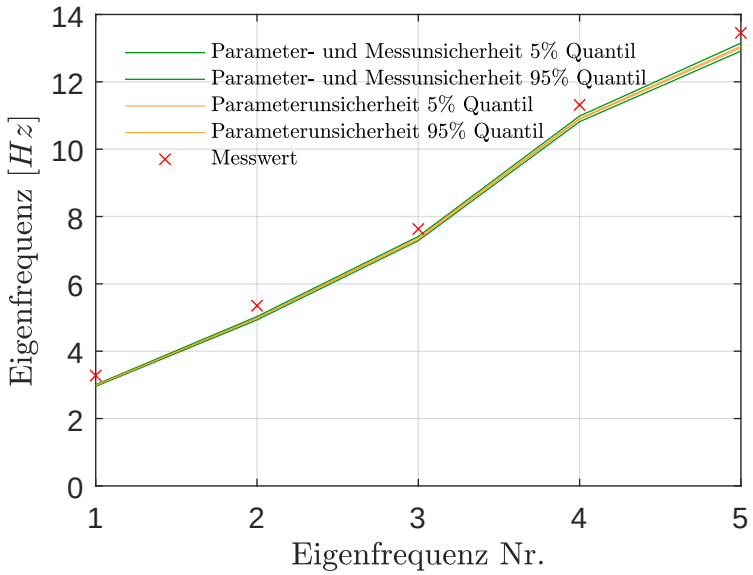


Abbildung 4.53: Vergleich der gemessenen Eigenfrequenzen an der Brücke Traunwalchen mit den simulierten Frequenzen auf Grundlage des Posteriors bzw. deren Kombination mit den Messunsicherheiten

Die Anpassung der Parameter an die Messdaten und eine Gegenüberstellung mit den Unsicherheiten bei direkter Messung kann anhand der Verteilung der simulierten Systemreaktionen verdeutlicht werden. In dieser Darstellung wird sowohl ein Histogramm der erwarteten Systemreaktion bei Verwendung der Posterior-Samples gezeigt als auch deren Überlagerung mit der Unsicherheit für eine direkte Messung der Systemreaktion. Durch eine Messung würde dabei nur der Varianzanteil aus der Unsicherheit in den Parametern verbessert werden, jedoch nicht die Unsicherheiten aus dem Messvorgang selbst. Diese Darstellungsweise wurde bereits in der Untersuchung zum Grad der möglichen Verbesserung der Vorhersage durch Messungen in Abschnitt 4.6.4 genutzt. Der Vorteil der modellgestützten Kalibrierung für die Vorhersage von Systemreaktionen gegenüber direkten Messungen soll anhand der Dehnung an der Auswertestelle `DMS-MITTE-05` bei Positionierung des SLT bei x = 42 m in der Mitte der Fahrstreifen erläutert werden. Die zugehörigen Histogramme sind in Abbildung 4.54 dargestellt. Die a-posteriori-Vorhersage der Systemreaktion kann mit einer Standardabweichung von $0{,}0393 \cdot 10^{-6}$ angegeben werden. Bei Kombination mit der Messunsicherheit ergibt sich $\sigma \approx 0{,}405 \cdot 10^{-6}$. Es zeigt sich, dass die Vorhersage der Systemreaktion durch modellgestütztes Updating eine bedeutend größere Kenntnis des tatsächlichen Systemverhaltens ermöglicht als dies durch die singuläre Beobachtung der Systemreaktion möglich wäre. Die Überprüfung weiterer Auswertestellen und Lastfälle ergab zum Teil noch sehr viel geringere Varianzanteile der Parameterunsicherheiten an der Gesamtunsicherheit, welche grafisch kaum noch darstellbar sind.

Die vorgestellten Ergebnisse zeigen die Leistungsfähigkeit des parameterbasierten, modellgestützen Updatings zur realitätsnahen Modellierung des Tragverhaltens der Brücke Traunwalchen. Der eingesetzte DREAM$_{ZS}$-Algorithmus zeigt bei den gewählten Steuerungsparametern gutes Konvergenzverhalten.

Mit Hilfe der geupdateten Parameterverteilungen ist eine genaue, und soweit die vorhandenen Messunsicherheiten eine Bewertung zulassen, auch eine zielsichere Prognose von Systemreaktionen möglich. Die Vorhersage der Systemreaktionen durch das Modell wurde dabei durch das Zusammenwirken von Informationen zu verschiedenen Systemreaktionen erheblich verbessert und sind der direkten Beobachtung überlegen.

Trotz der recht umfangreichen Daten und vorgeschalteten Parameterreduktion muss festgestellt werden, dass die Identifikationsaufgabe für die Parameter zur Tragwirkung der Kappe und der Plattensteifigkeit

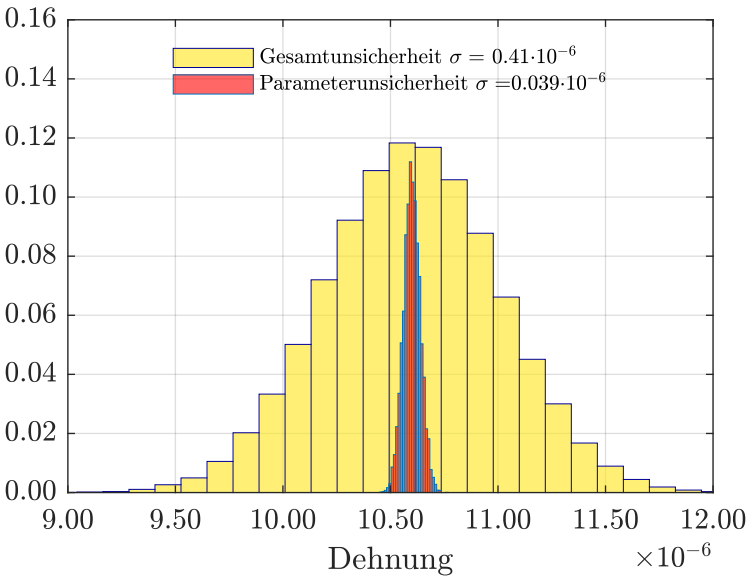


Abbildung 4.54: Histogramm der simulierten Dehnungen an der Auswertestelle `DMS-MITTE-05` unter der Last des SLT an der Stelle x = 42 m sowie deren Überlagerung mit der zugehörigen Messunsicherheit

nicht eindeutig lösbar ist und sich hierdurch starke Korrelationen im Posterior ergeben. Die Resultate des Updating und die theoretischen Überlegungen anhand eines vereinfachten Beispiels zeigen, dass die gewonnenen Informationen nicht ausreichen, um eine unabhängige Identifikation der E-Moduln und der Mitwirkung der Ausbauelemente durchzuführen.

Durch die Verwendung aller ermittelten Messdaten konnte zwar festgestellt werden, dass eine recht genaue Systemanpassung möglich ist, jedoch besteht für die praktische Anwendbarkeit der Bedarf Datensätze geringeren Umfangs zu verwenden. Durch die Auswahl an Fahrzeugen, Messsystemen und Sensorpositionen kann ein optimaler Ausgleich zwischen dem Aufwand der Versuchsdurchführung und dem Nutzen der Parameteridentifikation gefunden werden. Entsprechende Untersuchungen werden in den nachfolgenden Abschnitten durchgeführt.

4.7.3 Nutzung von Eigenfrequenzen zur Modellanpassung

Bei der Reproduktion der Messdaten mit Hilfe des Datensatzes `MWGesamt` aus Abschnitt 4.7.2, in dem sowohl Messwerte zum Verhalten des Bauwerks unter statisch aufgebrachten Lasten als auch zu den dynamischen Eigenschaften abgebildet werden, konnte eine Unterschätzung der Eigenfrequenzen festgestellt werden.

In der Literatur werden Abweichungen zwischen den Ergebnissen von Systemkalibrierungen auf Basis statischer und dynamischer Messgrößen regelmäßig beschrieben. So beispielsweise in [132, 172, 76, 15, 79]. Dennoch werden Eigenfrequenzen häufig zur Prognose des Verhaltens von Ingenieurbauwerken herangezogen wie in [171, 78].

Die Anpassung der untersuchten Modelle an das tatsächliche Verhalten unter verschiedenen Lasten und an verschiedenen Auswertestellen wird mit Hilfe des Datensatzes `MWstatGesamt` mit seinen 1386 Verformungs- und 2231 Dehnungsdaten vorgenommen. Hierbei wird die Abweichung der Messwerte zu den Simulationsergebnissen der MAP-Schätzer statistisch ausgewertet. Im Mittel belaufen sich die Beträge der Messwerte des Datensatzes auf 1,45 mm bzw. $10{,}2 \cdot 10^{-6}$. Die Kalibrierung wird mit Hilfe eines mit `MW5EF` bezeichneten Datensatzes durchgeführt, in dem die 5 niedrigsten gemessenen Eigenfrequenzen enthalten sind. Die Bestimmung der Messwerte und deren Zuordnung zu den rechnerischen Eigenmoden ist in Anhang G.2 beschrieben. Die Anregung der Brücke erfolgte mit Hilfe des Impulshammers aus Anhang F.2. Neben der Verwendung der ersten 5 Eigenfrequenzen wurden auch Simulationen für die ersten 3 bzw. 4 ermittelten Frequenzen sowie mit Hilfe des geänderten Modells aus Abschnitt 4.7.4 durchgeführt. Die Ergebnisse sind qualitativ vergleichbar.

Tabelle 4.19 zeigt die verwendeten Parametereinstellungen für die Untersuchungen dieses Abschnitts.

Parameter	Zuweisung	Beschreibung
d	7	Anzahl der Parameter
N	10	Anzahl der parallel simulierten Markov-Ketten
T	12 000	Anzahl der Generationen (Simulationen je Kette)
n	50 000	Gesamtzahl der für den Posterior verwendeten Samples

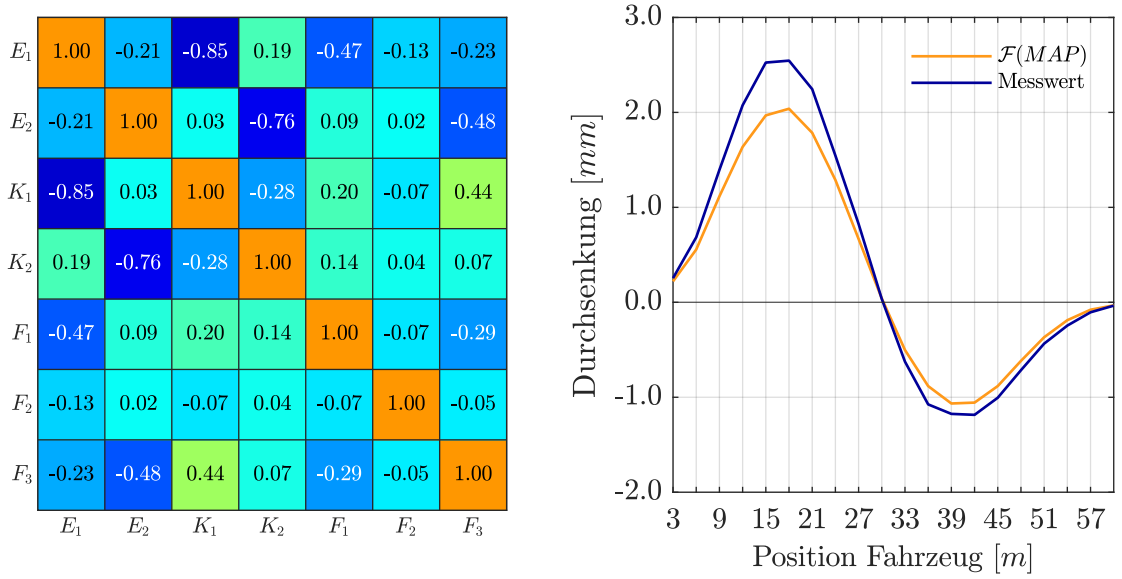
Tabelle 4.19: Verwendete Steuerungsparameter für die Systemkalibrierung anhand der ersten 3, 4 und 5 gemessenen Eigenfrequenzen

Die Simulationsergebnisse müssen in Bezug auf die Versuchsmethodik interpretiert werden. Charakteristikum der Systemidentifikation mittels Frequenzanalyse ist der oft limitierte Umfang an Kalibrierungsdaten [135, 148, 168, 15, 76]. Dieser resultiert aus der Begrenzung der Energie, die durch die verschiedenen Anregungsarten eingebracht wird und höhere Schwingformen nicht angeregt werden [169]. In vergleichbaren Publikationen wie in [126] werden mit einer Zahl von 5 und in [530] von 15 Messwerten ebenfalls eher wenige Messwerte verwendet. Folglich stehen den Updating-Parametern eine relativ geringe Zahl an Messwerten gegenüber. In der Heatmap aus Abbildung 4.55(a) ergeben sich deshalb verstärkt Korrelationen, die keine unabhängige Identifikation möglich machen.

Die Analyse der Residuen zwischen der Prognose statischer Systemreaktionen mit Hilfe des MAP-Schätzers und der experimentellen Bestimmung am Bauwerk zeigt zudem erhebliche Abweichungen. Diese sind beispielhaft anhand der simulierten und gemessenen Systemreaktionen an der Auswertestelle `PRISMA-WEST-02` und der Versuchsreihe `UTF-MITTE-02` in Abbildung 4.55(b) veranschaulicht. Es zeigt sich, dass keine ausreichende Anpassung des Modells für die untersuchten Verformungen erzielt werden kann und die berechneten Durchsenkungen im Betrag geringer ausfallen als die im Experiment ermittelten Vergleichswerte. Eine Verifizierung für den Datensatz `MWGesamt` bestätigt die Vermutung einer systematischen Überschätzung der Steifigkeit bei Verwendung der Eigenfrequenzen. Die Abbildung 4.56(a) zeigt die Schätzung der Verformung auf Grundlage der MAP-Werte im Vergleich zu sämtlichen im Datensatz `MWGesamt` enthaltenen Verformungen. Die Beträge der Abweichungen liegen im Mittel bei 0,290 mm. Damit unterschätzt die Simulation die gemessenen Werte im Schnitt um 20 %. Die Standardabweichung der Residuen beträgt 0,252 mm. Der maximale Betrag der Abweichung liegt bei 1,23 mm. Die Auswertung von gemessenen und berechneten Dehnungen in gleicher Weise zeigt ähnliche Resultate. Die in Abbildung 4.56(b) gegenübergestellten Werte weisen einen mittleren Betrag der Abweichungen von $3{,}74 \cdot 10^{-6}$ und damit 40 % vom Messwert auf. Die Tabelle 4.20 fasst die Gegenüberstellung von $\widetilde{\boldsymbol{Y}}$ und $\mathcal{F}(MAP)$ zusammen.

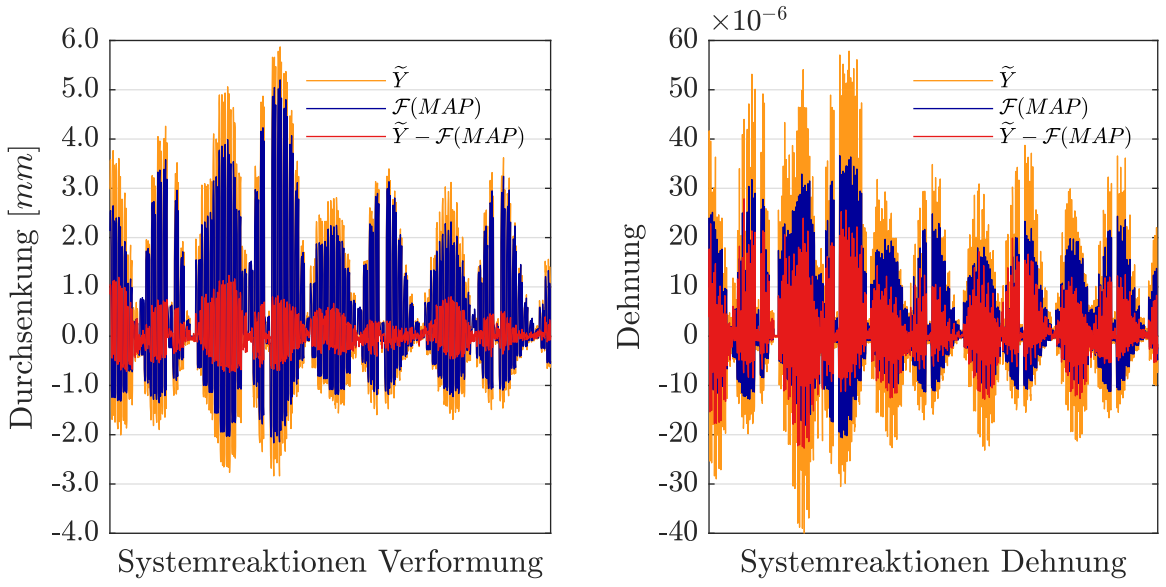
Statistische Kennzahl für $\widetilde{\boldsymbol{Y}} - \mathcal{F}(MAP)$	
DEHNUNGEN	
Mittelwert	$0{,}171 \cdot 10^{-6}$
Mittelwert der Absolutbeträge	$3{,}74 \cdot 10^{-6}$
Standardabweichung	$4{,}30 \cdot 10^{-6}$
VERFORMUNGEN	
Mittelwert	0,0669 mm
Mittelwert der Absolutbeträge	0,290 mm
Standardabweichung	0,252 mm

Tabelle 4.20: Kennwerte der Verteilungen der Abweichungen zwischen Messung und MAP-Schätzung der Dehnungs- sowie der Verformungsgrößen in `MWGesamt` bei Kalibrierung mittels des Datensatzes `MW5EF`



(a) (b)

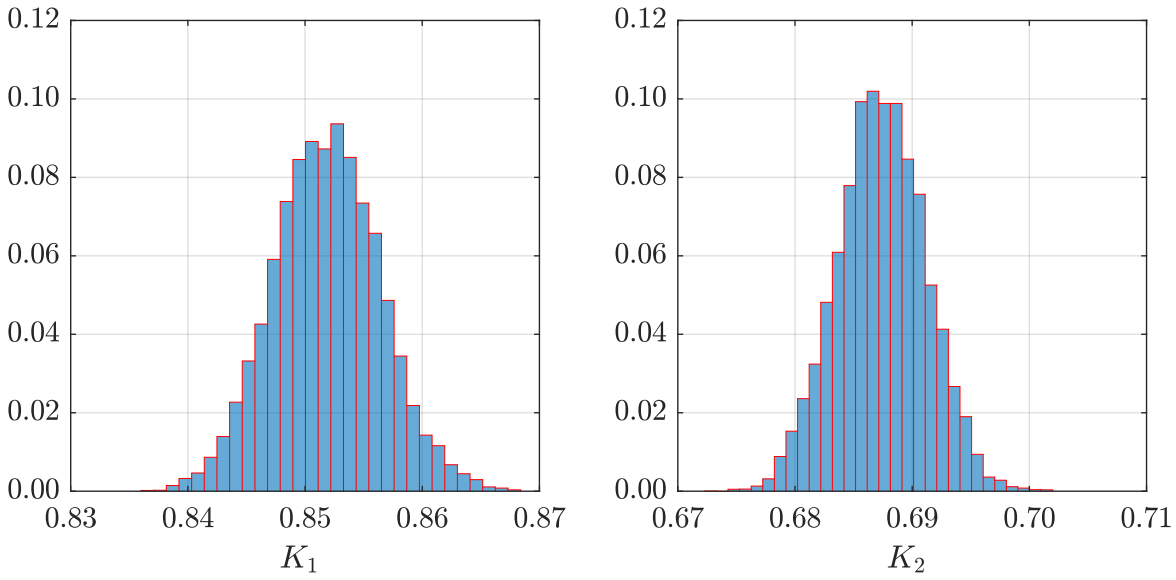
Abbildung 4.55: (a) Heatmap für die Parameteridentifikation bei Verwendung der ersten 5 Eigenfrequenzen und (b) Vergleich der berechneten Dehnungen und den Messwerten an der Auswertestelle `PRISMA-WEST-02` für die Versuchsreihe `UTF-MITTE-02`



(a) (b)

Abbildung 4.56: Gegenüberstellung der MAP-Schätzung und der Messung (a) für die Verformung und (b) für die Dehnungen anhand der Messwerte im Datensatz `MWGesamt`

Die durchgeführten Simulationen zeigen, dass bei ausschließlicher Verwendung der niedrigsten 5 Eigenfrequenzen keine ausreichende Übereinstimmung zwischen der Simulation und den durch statische Lasten ermittelten Systemreaktionen erzielt werden konnte. Die Steifigkeiten werden in diesem Fall systematisch überschätzt. Zwar steht die Ursache für dieses Verhalten nicht im Fokus dieser Arbeit, mögliche Erklärungen können nach [151] aber die unvollständige Aktivierung aller Bauteile oder nach [152] der erhöhte Einfluss des Asphalts sein.



(a) (b)

Abbildung 4.57: Histogramme der Parameter (a) K_1 und (b) K_2 zur Festsetzung der beiden Parameter in der Anpassung des Modells der Brücke Traunwalchen

4.7.4 Modellanpassung zur Verringerung der Posterior-Korrelationen

Wie in Abschnitt 4.7.2 führt die gleichzeitige Verwendung der E-Moduln und der Kappensteifigkeit zu starken Korrelationen der beiden Parameterarten. Diese sind dadurch nicht mehr paarweise unabhängig identifizierbar und ihre getrennte Modellierung kann bei geringen Änderungen in der Datengrundlage zu unverhältnismäßigen Änderungen in der Parameterschätzung führen. Für die systematische Untersuchung von Veränderungen in der Parameterschätzung für unterschiedliche Versuchsanordnungen ist solch ein Modell schlecht zu interpretieren und damit unbrauchbar.

Aus diesem Grund wird die Modellbildung angepasst und die Parameter K_1 und K_2 auf einen sinnvollen Parameterwert festgesetzt. Somit werden für die Ermittlung der Steifigkeit ausschließlich die E-Moduln der Überbauplatte verwendet. Um weiterhin eine bestmögliche Modellanpassung zu gewährleisten, werden die Parameterwerte K_1 und K_2 mittels eines Modells bestimmt, in dem die E-Moduln E_1 und E_2 auf den wahrscheinlichsten Wert der Priori als besten Schätzer für diese Parameter festgesetzt werden. Die Parameter der Steifigkeit der Auflagerfedern F_1, F_2, F_3 werden gemäß deren Wert des MAP-Schätzers aus Abschnitt 4.7.2 festgesetzt. Durch die Fixierung der E-Moduln auf einen physikalisch plausiblen Wert kann auf diese Weise eine möglichst realitätsnahe Abschätzung des tatsächlichen Tragverhaltens gewährleistet werden. Die aus der Vereinfachung resultierenden Modellfehler werden dadurch geringgehalten.

Die Simulation erfolgt mit Hilfe des Datensatzes `MWGesamt`, um die Parameterbestimmung anhand möglichst vieler Informationen durchzuführen.

Nach erfolgter Parameteridentifikation für K_1 und K_2 ergeben sich die Verteilungen nach Abbildung 4.57. Die Standardabweichungen ergeben sich zu $\sigma(K_1)$ = 0,004 56 und $\sigma(K_2)$ = 0,003 77. Die Parameterwerte werden gemäß der ermittelten MAP-Schätzung auf K_1 = 0,852 und K_2 = 0,687 festgesetzt. Der Unterschied zwischen K_1 und K_2 lässt sich auf eine größere Steifigkeit von Feld 1 verglichen mit der von Feld 2 zurückführen.

4.7.5 Auswahlmethodik der Kalibrierungsparameter und Vorhersagefähigkeit

In der angestrebten Methodik soll nach einer Auswahl der Modellparameter eine Selektion mittels einer varianzbasierten Sensitivitätsananlyse durchgeführt werden. Diese wird in Abschnitt 4.6 für beide Brücken beschrieben.

Ziel der Parameterauswahl ist es, ein für den Anwendungsfall adäquates Modell möglich zu machen, das einen Ausgleich zwischen einer gewissen Komplexität zur Verbesserung der Anpassung und der Einfachheit der Modellierung schafft. Die Entfernung unbedeutender oder nicht eindeutig identifizierba-

rer Eingangsgrößen durch eine vorangestellte Sensitivitätsanalyse ermöglicht es, in vielen Fällen eine physikalische Interpretierbarkeit herzustellen [127]. Zudem lassen sich durch die Dimensionsreduktion des Parameterraums für rechenintensive Modelle Konvergenzverbesserungen erzielen [226, 74, 186]. Ein Missverhältnis zwischen der Anzahl der Parameter und der Zahl der Datenpunkte birgt dabei das Risiko der Überanpassung (engl. Overfitting), so dass das entstehende Modell lediglich den Trainingsdatensatz abbildet, sich Aussagen zu nicht gemessenen und damit nicht im Trainingsdatensatz enthaltenen Systemreakionen aber verbieten [36].

Die in Abschnitt 4.6.4 durchgeführte Parameterselektion für das Modell der Brücke Traunwalchen soll daher mit Hilfe von Vergleichssimulationen mit abweichender Parameter- und Sensorauswahl überprüft werden. Dabei wird ein Modell mit allen 14 Parametern, also vor der Parameterselektion mit dem Modell bei reduzierter Dimensionalität mit 5 Parametern nach Abschnitt 4.7.4 verglichen. Insbesondere werden Auswirkungen auf die Konvergenzgeschwindigkeit, die Identifikationsergebnisse und die Approximationskraft der Modelle untersucht. Da der Fokus der Arbeit auf dem Verhalten unter statischen Lasten liegt, sollen für die Untersuchung der Parameterauswahl ausschließlich Dehnungsmesswerte der statischen Versuchsreihen `UTF-MITTE-02-stat`, `SLT-MITTE-01-stat`, `UTF-OST-01-stat` und `PZ-MITTE-01-stat` einfließen. Im Datensatz `MWstatGesamt` sind daher die Verformungs- und Dehnungsdaten aus `MWGesamt` enthalten. Zusätzlich wird ein Vergleichsdatensatz genutzt, der mit `MW14DMSSelektion` benannt ist. Hierin sind ausschließlich Messwerte der 14 D-optimalen Dehnmessstreifen aus den statischen Versuchsreihen `UTF-MITTE-02-stat`, `UTF-OST-01-stat` und `PZ-MITTE-01-stat` enthalten. Dadurch kann eine Überprüfung der Vorhersagefähigkeit der Modelle anhand einer baupraktisch realistischen Anzahl an Auswertestellen erfolgen. Die Versuchsreihe `SLT-MITTE-01-stat` dient als Testdatensatz um die Vorhersagekraft der generierten Modelle zu überprüfen. Dieser enthält 460 Dehnungs- und 360 Verformungsdaten mit Mittelwerten der Absolutbeträge von $16{,}0 \cdot 10^{-6}$ bzw. 2,21 mm.

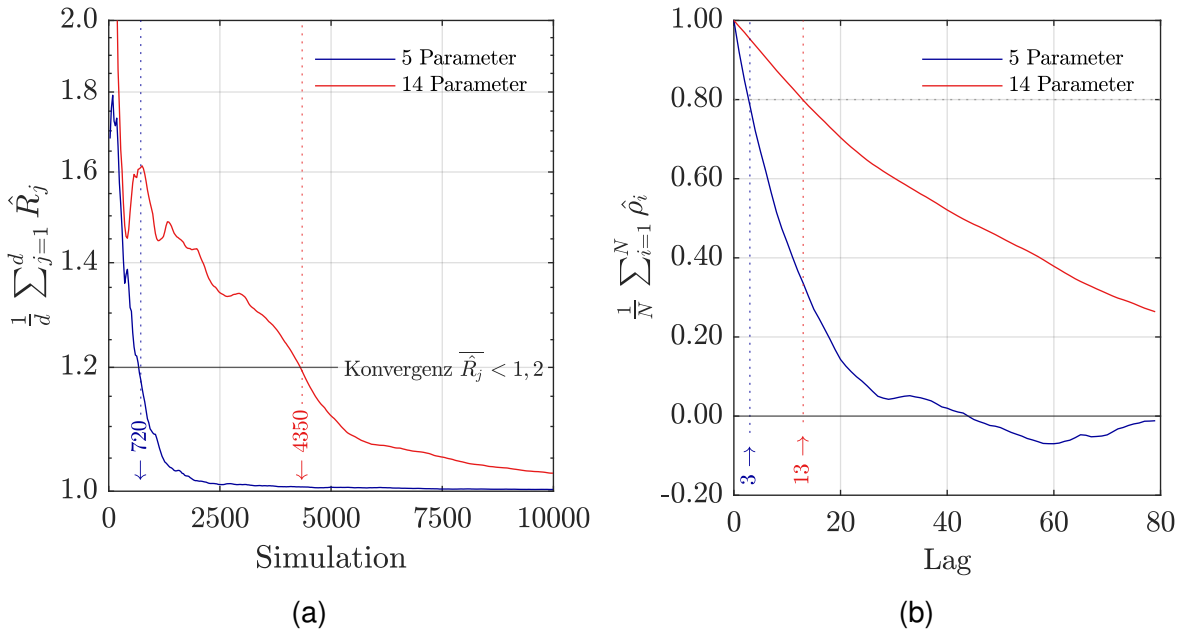
Für die Simulationen mit den zu vergleichenden Parametersätzen wurden jeweils die Steuerungsparameter gemäß Tabelle 4.21 verwendet.

Parameter	**Zuweisung**	**Beschreibung**
d	14 | 5	Anzahl der Parameter
N	20 | 10	Anzahl der parallel simulierten Markov-Ketten
T	20 000 | 12 000	Anzahl der Generationen (Simulationen je Kette)
n	120 000 | 50 000	Gesamtzahl der für den Posterior verwendeten Samples

Tabelle 4.21: Verwendete Steuerungsparameter für die Systemkalibrierung anhand der Datensätze `MWstatGesamt` und `MW14DMSSelektion`, die jeweils unter Verwendung von 14 bzw. 5 Modellparametern durchgeführt wird

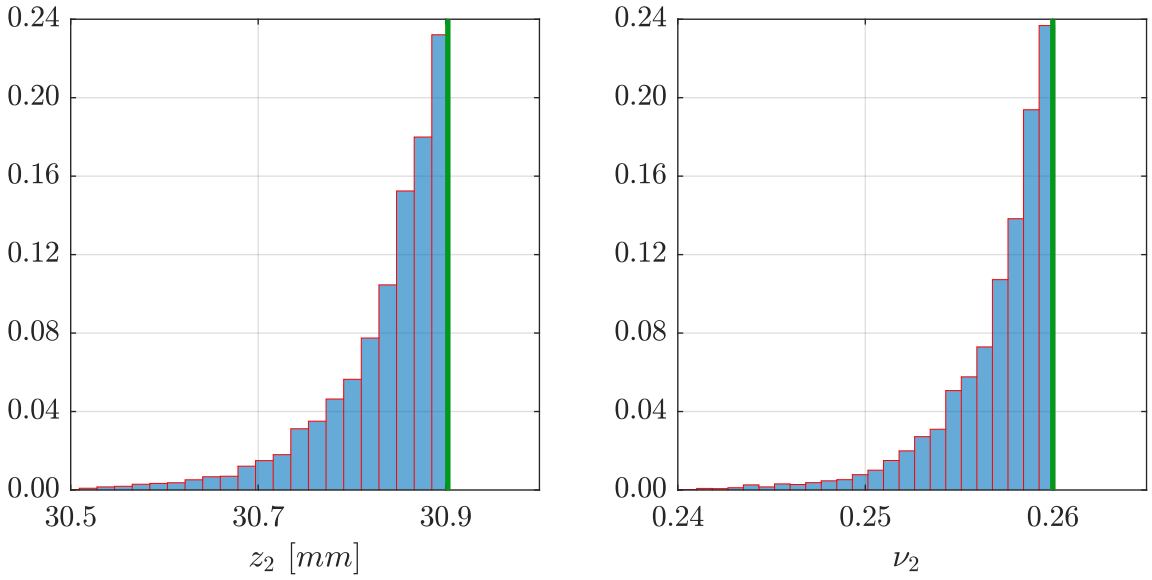
Zwar weist der verwendete DREAM$_{ZS}$-Algorithmus in hochdimensionalen Zustandsräumen nachweislich gute Konvergenzeigenschaften auf, dennoch ergeben sich deutliche Abhängigkeiten von der Parameteranzahl. Diese werden anhand der Potential Scale Reduction $\hat{R}$ aus Abschnitt 3.5.4 untersucht. Die Abbildung 4.58(a) zeigt den Vergleich der über die Parameter gemittelten Werte $\bar{\hat{R}}_j$ im Verlauf der ersten 10 000 Simulationsläufe bei Verwendung des Datensatzes `MWstatGesamt`. Der Wert von $\bar{\hat{R}}_j < 1{,}2$ wird im reduzierten Modell mit 5 Parametern in der Generation 720 erreicht, während für 14 Parameter dies erst nach 4350 Kettengliedern der Fall ist.

Zudem ergibt sich durch die Dimensionsreduktion eine deutlich schneller abklingende Autokorrelation der Kettenglieder. Die Abbildung 4.58(b) zeigt den Mittelwert der Autokorrelation der verwendeten Kettenglieder für den Parameter E_2 bei beiden Simulationen. Beispielsweise wird ein Autokorrelationskoeffizient von $\rho < 80\,\%$ für 5 Parameter bei einem Lag von 3 erreicht, während dieser Wert bei 14 Dimensionen erst bei einem Lag von 13 erreicht wird.



(a) (b)

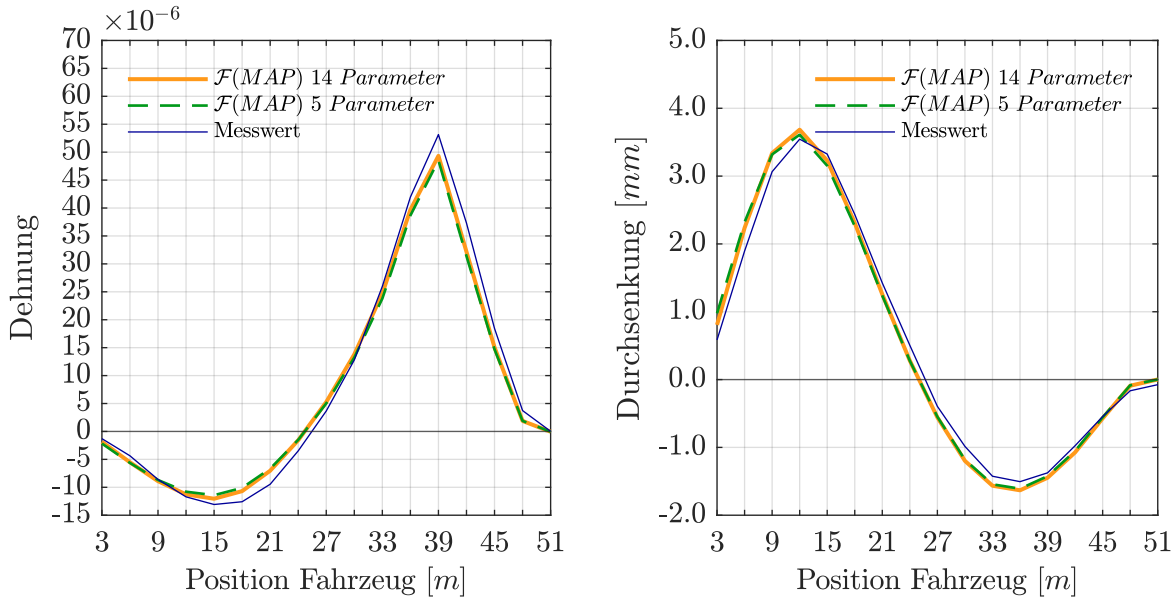
Abbildung 4.58: Entwicklung (a) des über die Parameter gemittelten $\hat{R}_j$-Wertes und (b) des Mittelwertes der Autokorrelationskoeffizienten für den Parameter E_2 der N Ketten in Abhängigkeit der Anzahl der Kettenglieder vor und nach der Reduktion des Parameterraums von 14 auf 5 Dimensionen bei Kalibrierung mit Hilfe des Datensatzes `MWstatGesamt`



(a) (b)

Abbildung 4.59: Normalisierte Histogramme der Randdichten der Posterior-Verteilung für die Parameter (a) z_2 und (b) ν_2 bei Verwendung des Datensatzes `MW14DMSSelektion`

Neben der geringeren Konvergenzgeschwindigkeit zeigt die Einbeziehung von 14 teils nicht für die Messwerte relevanten Parametern Auffälligkeiten in Bezug auf die ermittelten Posterior-Randdichten. Dies ist insbesondere für die Geometrieparameter und die Querdehnzahlen der Fall. Für diese Parameterarten entspricht der Modus der Verteilung den Parametergrenzen. Die Abbildungen 4.59(a) und (b) zeigen die Histogramme der Randdichten für die Parameter z_2 und ν_2. Nach der Überprüfung mittels der Punktwolke aus Anhang I.3 ergeben sich keinerlei Anhaltspunkte für Abweichungen im Bereich von 30 mm, so dass von einer unzutreffenden Schätzung auszugehen ist. Die MAP-Schätzung der Querdehnzahlen ν_1 und ν_2 befindet sich ebenfalls jeweils an der oberen bzw. unteren Parametergrenze mit sehr geringen Standardabweichungen von $\sigma(\nu_1)$ = 0,0679 und $\sigma(\nu_2)$ = 0,003 03. Auf Grund des geringen Informationsgehalts in



(a) (b)

Abbildung 4.60: Vergleich der Simulationsergebnisse für die Anpassung mittels 14 bzw. 5 Modellparametern mit den Messergebnissen (a) an der Auswertestelle `DMS-MITTE-07` und (b) an der Auswertestelle `PRISMA-MITTE-02` für die Versuchsreihe `PZ-MITTE-01`

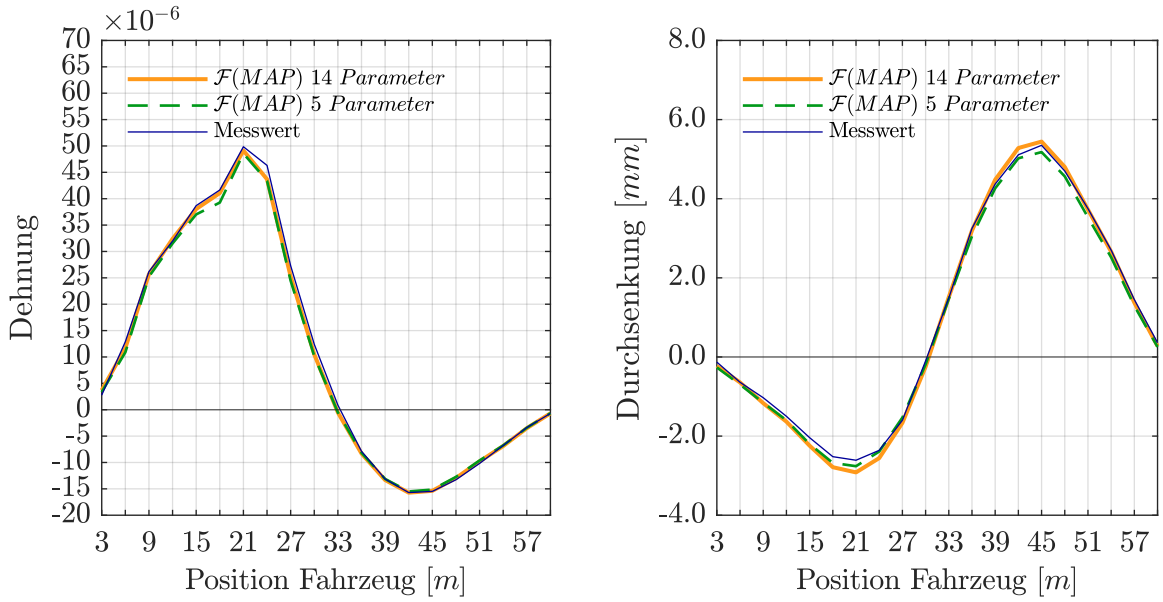
den verwendeten Messwerten für diese Parameterart sind die Verteilungen als unzutreffend zu charakterisieren. Die Prior-Verteilung scheint für den verwendeten Datensatz kaum eine regularisierende Wirkung zu entfalten.

Mit der Reduktion der Dimensionalität des Zustandsraums kann bei unzutreffender Wahl der Parameter eine Verschlechterung der Aussagekraft des ermittelten Wahrscheinlichkeitsmodells einhergehen. Diese drückt sich in einer unzutreffenden Anpassung an die Daten und einer geringeren Prognosefähigkeit des Modells aus. Deshalb wird die gewählte Methode der Selektion durch eine varianzbasierte Sensitivitätsanalyse nachfolgend validiert. Es wird ein Vergleich der Simulationsergebnisse auf Grundlage der MAP-Parameterschätzung mit den Dehnungs- und Verformungsdaten der Messungen vorgenommen. Abbildung 4.60 zeigt beispielhaft den Vergleich für die Auswertestellen `DMS-MITTE-07` in (a) und `PRISMA-MITTE-02` in (b) bei Überfahrt des Panzers in der Versuchsreihe `PZ-MITTE-01`. Es ergeben sich auch, verglichen mit den Ergebnissen aus Publikationen wie [531, 41, 98], eine als zufriedenstellend zu bezeichnende Anpassung der Modelle an die Messergebnisse und nahezu identische Ergebnisse für die simulierten Systemreaktionen auf Grundlage der unterschiedlich komplexen Modelle.

Die Betrachtung aller Systemreaktionen im Datensatz `MWstatGesamt` bestätigt die Beobachtung des Beispiels. In der Auswertung aus Tabelle 4.22 zeigen sich für beide Modellstrukturen ähnliche Kennzahlen der Abweichungen zu den Messergebnissen. Zudem ist im Vergleich zwischen den Dehnungen und den Verformungen keine systematische Über- oder Unterschätzung der Messwerte erkennbar.

Eine vorgeschaltete, varianzbasierte Sensitivitätsanalyse zur Reduktion des Modells um solche Parameter mit geringer Sensitivität zu den betrachteten Systemreaktionen durchzuführen, ist folglich ein probates Mittel die Modellkomplexität zu reduzieren ohne die Anpassung an die Daten merklich zu verschlechtern.

Die Qualität des probabilistischen Modells drückt sich neben einer guten Rekonstruktion der Trainingsdaten insbesondere in der Möglichkeit aus, Vorhersagen für Systemreaktionen zu treffen, die nicht Teil des Modellupdatings sind. Die Abbildung 4.61 zeigt den Erfolg der Parameteranpassung in Bezug auf die Testdaten der Versuchsreihe `SLT-MITTE-01` für (a) die Dehnungen an der Auswertestelle `DMS-MITTE-07` und für (b) die Auswertung der Verformungen bei `PRISMA-MITTE-02` wenn die Kalibrierung mit Hilfe des Datensatzes `MW14DMSSelektion` durchgeführt wird. Für die MAP-Schätzung beider Parametersätze ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung. Die systematische Auswertung anhand aller im Testdatensatz enthaltenen Messwerte gibt Tabelle 4.23 wieder. Es treten für beide Arten von Systemreaktionen weder systematische Fehler in der Approximation noch übergroße Mittelwerte der Abweichungsbeträge $\left|\widetilde{\boldsymbol{Y}} - \mathcal{F}\left(MAP\right)\right|$



(a) (b)

Abbildung 4.61: Beispielhafte Überprüfung der Vorhersagekraft der Modelle mittels 14 bzw. 5 Modellparametern (a) an der Auswertestelle `DMS-MITTE-07` und (b) an der Auswertestelle `PRISMA-MITTE-02` für den Testdatensatz der Versuchsreihe `SLT-MITTE-01` bei Kalibrierung mit Hilfe des Datensatzes `MW14DMSSelektion`

auf. Die Standardabweichungen der Fehlbeträge sind jeweils mit denen der Unsicherheiten der Messung vergleichbar.

Der Vergleich zwischen dem ursprünglichen Modell mit 14 Parametern und dem in seiner Dimensionalität reduzierten Modell zeigt, dass die Parameterreduktion eine verbesserte Konvergenz sowie eine verbesserte Identifizierbarkeit bewirkt. Die Vorhersagefähigkeit des geänderten Modells ist durch die Parameterreduktion kaum beeinträchtigt, so dass sich für praktische Anwendungen erhebliche Vorteile durch die Parameterauswahl mittels Sensitivitätsanalyse zeigen.

Statistische Kennzahl für $\widetilde{\boldsymbol{Y}} - \mathcal{F}(MAP)$	**14 Parameter**	**5 Parameter**
DEHNUNGEN		
Mittelwert	$-0{,}237 \cdot 10^{-6}$	$-0{,}207 \cdot 10^{-6}$
Mittelwert der Absolutbeträge	$1{,}80 \cdot 10^{-6}$	$1{,}88 \cdot 10^{-6}$
Standardabweichung	$2{,}03 \cdot 10^{-6}$	$2{,}13 \cdot 10^{-6}$
VERFORMUNGEN		
Mittelwert	0,0127 mm	0,009 28 mm
Mittelwert der Absolutbeträge	0,0907 mm	0,0959 mm
Standardabweichung	0,0710 mm	0,0786 mm

Tabelle 4.22: Kennwerte der Verteilungen der Abweichungen zwischen Messung und MAP-Schätzung der Dehnungs- sowie der Verformungsgrößen in `MWGesamt` anhand der Modelle mit 14 bzw. 5 Modellparametern bei Kalibrierung mit Hilfe des Datensatzes `MWstatGesamt`

Statistische Kennzahl für $\widetilde{\boldsymbol{Y}} - \mathcal{F}(MAP)$	14 Parameter	5 Parameter
DEHNUNGEN		
Mittelwert	$0{,}525 \cdot 10^{-6}$	$-0{,}397 \cdot 10^{-6}$
Mittelwert der Absolutbeträge	$2{,}68 \cdot 10^{-6}$	$2{,}73 \cdot 10^{-6}$
Standardabweichung	$2{,}63 \cdot 10^{-6}$	$2{,}65 \cdot 10^{-6}$
VERFORMUNGEN		
Mittelwert	0,0416 mm	0,0419 mm
Mittelwert der Absolutbeträge	0,193 mm	0,161 mm
Standardabweichung	0,171 mm	0,198 mm

Tabelle 4.23: Kennwerte der Verteilungen der Abweichungen zwischen der Messung und der MAP-Schätzung der Dehnungs- und Verformungsreaktionen des Testdatensatzes aus der Versuchsreihe `SLT-MITTE-01` für die Modelle mit 14 bzw. 5 Modellparametern zur Überprüfung der Prognosefähigkeit der Modelle bei Kalibrierung mit Hilfe des Datensatzes `MW14DMSSelektion`

4.7.6 Verteilung und Betrag der Versuchslast

4.7.6.1 Allgemeines

In der praktischen Umsetzung der Systemidentifikation für statische Versuchskonzepte ist die Wahl des Belastungsfahrzeugs eine zentrale Planungsaufgabe. Anhand der drei eingesetzten Belastungsfahrzeuge soll die Eignung der unterschiedlichen Verteilungen und Beträge der Lastbilder für die Systemidentifikation untersucht werden. Dabei werden die Ergebnisse der Versuchsreihen `UTF-MITTE-02`, `PZ-MITTE-01` und `SLT-MITTE-01` genutzt. Es wurden jeweils 10 Prismen bzw. 10 DMS mit Hilfe des Kriteriums der D-Optimalität ausgewählt. Die drei Belastungsfahrzeuge wurden so ausgesucht, dass jeweils zwei Lastbilder in deren Lastbetrag oder -anordnung ähnliche Eigenschaften aufweisen. Dies ermöglicht den direkten Vergleich in Bezug auf das Untersuchungsziel. Die Betrachtungen finden unabhängig von Erwägungen zur Verfügbarkeit und den Kosten für die Belastungsfahrzeuge statt.

Für die Kalibrierung mit Hilfe der verschiedenen Versuchslasten wurden die in Tabelle 4.24 zusammengestellten Steuerungsparameter verwendet.

Parameter	Zuweisung	Beschreibung
d	5	Anzahl der Parameter
N	10	Anzahl der parallel simulierten Markov-Ketten
T	15 000	Anzahl der Generationen (Simulationen je Kette)
n	80 000	Gesamtzahl der für den Posterior verwendeten Samples

Tabelle 4.24: Verwendete Steuerungsparameter für die Systemkalibrierung anhand der Datensätze `UTF10PRISMEN`, `PZ10PRISMEN`, `SLT10PRISMEN`, `UTF10DMS`, `PZ10DMS` und `SLT10DMS` zur Untersuchung des Einflusses von Verteilung und Betrag der Versuchslast

Die Ergebnisse der insgesamt 6 Simulationen werden jeweils tabellarisch festgehalten. Die Standardabweichungen der Posterior-Randdichte der Einzelparameter sind in Tabelle 4.25 für die Kalibrierung mit Hilfe von Verformungsdaten und in Tabelle 4.28 für die Verwendung von Dehnungswerten angegeben.

Auf Grundlage der im Datensatz `MWGesamt` enthaltenen Dehnungs- und Verformungsdaten soll die Anpassung der Modelle an das tatsächliche Verhalten untersucht werden. Zudem werden die Determinanten der Kovarianzmatrizen $\det(Cov(\hat{\boldsymbol{\theta}}))$ sowie die differentielle Entropie zum Vergleich der entstehenden

Posterior-Verteilungen herangezogen. Dies ermöglicht den direkten Vergleich der Verteilungen unter Einbeziehung der Korrelationen in einer einzigen Maßzahl. In Ergänzung zu diesem Maß werden die Angaben auch für eine Standardisierung der Posterior-Verteilung durch Division der Werte durch die jeweiligen Mittelwerte angegeben. Die Standardisierung kann durch die Eliminierung von Einheiten und der Absolutbeträge der Parameterwerte bei der Bewertung von Verteilungen, in denen unterschiedliche physikalische Größen enthalten sind, helfen [532]. Die Ermittlung der Verteilung erfolgt analytisch, da der Posterior näherungsweise als normalverteilt bezeichnet werden kann und die Anzahl der ausgewerteten Samples noch keine stabile Monte-Carlo-Schätzung zulässt. Die ermittelten Verteilungsmaße sind in den Tabellen 4.26 und 4.29 angegeben.

4.7.6.2 Untersuchung zur Lastverteilung

Zunächst erfolgt die Untersuchung der Auswirkungen der Lastverteilung auf die Kalibrierergebnisse. Hintergrund des Vergleichs ist die Frage, ob für die Identifikation von Systemparametern eher räumlich verteilte Lasten, die auf eine große Zahl von Sensoren wirken zu bevorzugen sind, oder lokaler wirkende Lasten eine erfolgreichere Kalibrierung ermöglichen.

Für die Untersuchung wird der Panzer mit einer Gleiskettenaufstandslänge von ca. 4 m und das UTF mit einem Abstand zwischen vorderster Achse und der letzten Achse des Anhängers von ca. 16 m verwendet. Die Gesamtmasse der Fahrzeuge ist mit 41 Tonnen bzw. 40 Tonnen annähernd gleich. Bedingt durch die unterschiedliche Länge der Fahrzeuge ergibt sich eine abweichende Anzahl von Lastfällen in den Versuchsreihen `UTF-MITTE-02` und `PZ-MITTE-01`, die bei Verwendung aller Lastpositionen zu einer unterschiedlich großen Zahl an Kalibrierungsdaten führen würden. Aus diesem Grund wurde jeweils mit allen auswertbaren Dehnungsreaktionen sowie in getrennter Berechnung mit sämtlichen verfügbaren Verformungsreaktionen eine Abschätzung durchgeführt, welche Lastfälle vielversprechend für die Kalibrierung sind. Kriterium hierfür war die sich für jeden Lastfall ergebende Determinante der Parameterschätzung im linearen Modell. Dieses Vorgehen entspricht dem Konzept der D-Optimalität aus Abschnitt 3.4.3. Es wurden alle im Modell ausgewerteten Systemreaktionen getrennt für jede Sensorart in die Parameterschätzung einbezogen.

Für das Kettenfahrzeug konnten signifikant hohe Determinanten für die Fahrzeugpositionen x = 3 m, x = 48 m und x = 51 m festgestellt werden, so dass für die Untersuchungen die Laststellungen x = 6 m bis 45 m verwendet werden. Für das UTF werden in gleicher Weise die 14 relevantesten Lastfälle ausgewertet. Diese ergeben sich für x = 9 m bis 48 m.

Die selektierten Lastfälle sind für die Dehnungs- bzw. Verformungsgrößen jeweils gleich für jede Fahrzeugart. Für die Identifikation werden jeweils die 10 D-optimalen Sensoren verwendet. Die Datensätze werden mit `UTF10PRISMEN` und `PZ10PRISMEN` bzw. `UTF10DMS` und `PZ10DMS` benannt. Die Auswertung der Posteriori in Tabelle 4.25 zeigt, dass bei Verwendung des Panzers als Versuchsfahrzeug teils deutlich geringere Standardabweichungen der Randdichten zu verzeichnen sind. Eine Ausnahme bilden die Federsteifigkeiten F_1 und F_2. Eine Erklärung für die verringerte Präzision der Parameterschätzung kann im Ausschluss der lagernahen Lastfälle des Kettenfahrzeugs bei x = 3 m, 6 m und 51 m gesehen werden, so dass weniger Informationen zu diesen Parametern zur Verfügung stehen. Dies unterstreicht auch die in Abschnitt 4.6 beobachtete Bedeutung des Zusammenspiels von Last- und Sensorposition für die Systemidentifikation. Auffälligkeiten beim Vergleich der Korrelationsmatrizen der Simulationen für die beiden Fahrzeugarten ergeben sich nicht. Der Informationsgehalt der Posterior-Verteilung ist bei Verwendung des Kettenfahrzeugs höher als dies beim UTF der Fall ist, was die Auswertung der Differentiellen Entropie und der Determinanten der Kovarianzmatrizen bei Verwendung von Verformungsdaten zur Kalibrierung in Tabelle 4.26 zeigt.

Die Vorhersage der Systemreaktionen auf Basis von Verformungen in Tabelle 4.27 belegt eine sehr ähnliche und zufriedenstellende Anpassung an die Verformungs- und Dehnungsdaten durch beide Fahrzeugarten. Die Mittelwerte der Abweichungen $\widetilde{\boldsymbol{Y}} - \mathcal{F}\,(MAP)$ zeigen, dass bei Nutzung von Verformungen zur Simulation weder eine systematische Über- oder Unterschätzung der Verformungen noch der Dehnungen stattfindet. Die Mittelwerte der Absolutbeträge der Residuen $\widetilde{\boldsymbol{Y}} - \mathcal{F}\,(MAP)$ sind mit ca. 0,13 mm im Bereich des Doppelten der Messunsicherheit. Die Approximation der Dehnungen auf Grundlage von Verformungsdaten kann mit mittleren Absolutwerten der Abweichungen von weniger als $3{,}00 \cdot 10^{-6}$ und einer Standardabweichung in ähnlicher Höhe ebenfalls als gut bezeichnet werden.

Die Ergebnisse der Simulationen mit Hilfe von Sensordaten der Dehnmessstreifen sind in Tabelle 4.28

zusammengefasst. Der Vergleich der Standardabweichungen der Posteriori von UTF und Kettenfahrzeug zeigt, wie auch bei Auswertung von Verformungsdaten, verringerte Standardabweichungen der Dichten mit Ausnahme der Federsteifigkeiten F_1 und F_3. Diese Feststellung drückt sich auch in den erhöhten Entropien und Determinanten in Tabelle 4.29 aus. Die Überprüfung der Simulationsdaten mit den Messungen am Bauwerk aus Tabelle 4.30 zeigt sehr geringe Mittelwerte der Abweichungen von weniger als $0{,}500 \cdot 10^{-6}$ für beide Fahrzeuge und mit mittleren Absolutbeträgen von $2{,}03 \cdot 10^{-6}$ gegenüber $2{,}11 \cdot 10^{-6}$ eine leicht schlechtere Anpassung an die Dehnungen bei Nutzung des Panzers gegenüber dem UTF. Auffällig ist die systematische Überschätzung der tatsächlichen Verformungen durch das generierte Modell. Diese ist für alle drei Versuchsfahrzeuge in gleicher Weise mit Abweichungen verbunden, die im Durchschnitt 0,1 mm betragen. Die Approximation der Verformungen durch die Dehnungsmesswerte zeigt entsprechend auch erhöhte Standardabweichungen der Abweichungen. Dies legt die Vermutung nahe, dass sich Dehnungen mit Hilfe von Verformungsdaten besser voraussagen lassen als umgekehrt.

Der Vergleich eines UTF mit der alternativen, weniger ausgedehnten Last eines Bergepanzers zeigt, dass sich für das kompaktere Fahrzeug ein höherer Informationsgehalt im Posterior ergibt. Eine merkliche Verringerung der Korrelationen und damit eine bessere unabhängige Identifizierbarkeit der Modellparameter ist hiermit aber nicht verbunden. Bei der Überprüfung der Vorhersagefähigkeit anhand eines Testdatensatzes, der alle ausgewerteten statischen Systemreaktionen beinhaltet, konnten ebenfalls keine signifikanten Unterschiede festgestellt werden, wobei beide Simulationen eine als gut zu bezeichnende Anpassung ermöglichen. Als Schwierigkeit bei der Nutzung von Kettenfahrzeugen als Versuchslast lässt sich die Abbildung der Lasten im Finite-Elemente-Modell nennen, da die lokale Lastverteilung unter den Ketten schlechter bekannt ist. Bei Radfahrzeugen konnte festgestellt werden, dass insbesondere die Ermittlung der Dehnungen unter den Punktlasten stark von der Lastausbreitung beeinflusst wird.

Parameter	**UTF**	**PZ**	**SLT**
$E_1 \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\right]$	866	491	436
$E_2 \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\right]$	645	462	358
$F_1 \left[\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}\right]$	29 300	29 600	27 000
$F_2 \left[\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}\right]$	21 300	22 200	20 600
$F_3 \left[\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}\right]$	34 200	29 800	32 200

Tabelle 4.25: Standardabweichungen der Randdichten des Posteriors bei Verwendung der Datensätze `UTF10PRISMEN`, `PZ10PRISMEN` und `SLT10PRISMEN`

Statistische Kennzahl Posterior	**UTF**	**PZ**	**SLT**
Determinante der Kovarianzmatrix	$2{,}95 \cdot 10^{37}$	$5{,}24 \cdot 10^{36}$	$9{,}23 \cdot 10^{35}$
Determinante der Kovarianzmatrix (standardisiert)	$4{,}73 \cdot 10^{-15}$	$1{,}18 \cdot 10^{-15}$	$6{,}73 \cdot 10^{-17}$
Differentielle Entropie	50,2 nat	49,4 nat	48,5 nat
Differentielle Entropie (standardisiert)	–9,40 nat	–10,1 nat	–11,5 nat

Tabelle 4.26: Kennwerte der Posterior-Verteilung bei Kalibrierung mit Hilfe der Datensätze `UTF10PRISMEN`, `PZ10PRISMEN` und `SLT10PRISMEN`

Statistische Kennzahl für $\widetilde{\boldsymbol{Y}} - \mathcal{F}(MAP)$	**UTF**	**PZ**	**SLT**
DEHNUNGEN			
Mittelwert	$-0{,}207 \cdot 10^{-6}$	$-0{,}482 \cdot 10^{-6}$	$-0{,}332 \cdot 10^{-6}$
Mittelwert der Absolutbeträge	$2{,}15 \cdot 10^{-6}$	$2{,}17 \cdot 10^{-6}$	$1{,}96 \cdot 10^{-6}$
Standardabweichung	$2{,}58 \cdot 10^{-6}$	$2{,}47 \cdot 10^{-6}$	$2{,}26 \cdot 10^{-6}$
VERFORMUNGEN			
Mittelwert	–0,003 22 mm	–0,0687 mm	–0,0222 mm
Mittelwert der Absolutbeträge	0,135 mm	0,136 mm	0,0984 mm
Standardabweichung	0,120 mm	0,121 mm	0,0854 mm

Tabelle 4.27: Kennwerte der Verteilungen der Abweichungen zwischen der Messung und der MAP-Schätzung der Dehnungs- und Verformungsreaktionen in `MWGesamt` bei Kalibrierung mit Hilfe der Datensätze `UTF10PRISMEN`, `PZ10PRISMEN` und `SLT10PRISMEN`

Parameter	**UTF**	**PZ**	**SLT**
$E_1 \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\right]$	381	257	223
$E_2 \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\right]$	305	219	213
$F_1 \left[\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}\right]$	1580	4130	776
$F_2 \left[\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}\right]$	24 700	24 700	24 100
$F_3 \left[\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}\right]$	5770	32 200	3880

Tabelle 4.28: Standardabweichungen der Randdichten des Posteriors bei Verwendung der Datensätze `UTF10DMS`, `PZ10DMS` und `SLT10DMS`

Statistische Kennzahl Posterior	**UTF**	**PZ**	**SLT**
Determinante der Kovarianzmatrix	$3{,}99 \cdot 10^{32}$	$2{,}66 \cdot 10^{34}$	$6{,}30 \cdot 10^{30}$
Determinante der Kovarianzmatrix (standardisiert)	$3{,}79 \cdot 10^{-17}$	$6{,}63 \cdot 10^{-17}$	$5{,}57 \cdot 10^{-19}$
Differentielle Entropie	44,6 nat	46,7 nat	42,6 nat
Differentielle Entropie (standardisiert)	–11,8 nat	–11,5 nat	–13,9 nat

Tabelle 4.29: Kennwerte der Posterior-Verteilung bei Kalibrierung mit Hilfe der Datensätze `UTF10DMS`, `PZ10DMS` und `SLT10DMS`

Statistische Kennzahl für $\widetilde{\boldsymbol{Y}} - \mathcal{F}(MAP)$	UTF	PZ	SLT
DEHNUNGEN			
Mittelwert	$0{,}392 \cdot 10^{-6}$	$-0{,}276 \cdot 10^{-6}$	$0{,}447 \cdot 10^{-6}$
Mittelwert der Absolutbeträge	$2{,}03 \cdot 10^{-6}$	$2{,}11 \cdot 10^{-6}$	$2{,}05 \cdot 10^{-6}$
Standardabweichung	$2{,}22 \cdot 10^{-6}$	$2{,}26 \cdot 10^{-6}$	$2{,}18 \cdot 10^{-6}$
VERFORMUNGEN			
Mittelwert	–0,115 mm	–0,106 mm	–0,124 mm
Mittelwert der Absolutbeträge	0,287 mm	0,243 mm	0,338 mm
Standardabweichung	0,308 mm	0,251 mm	0,368 mm

Tabelle 4.30: Kennwerte der Verteilungen der Abweichungen zwischen der Messung und der MAP-Schätzung der Dehnungs- und Verformungsreaktionen in `MWGesamt` bei Kalibrierung mit Hilfe der Datensätze `UTF10DMS`, `PZ10DMS` und `SLT10DMS`

4.7.6.3 Untersuchung zum Fahrzeuggewicht

Die Untersuchungen zur Abhängigkeit vom Betrag der aufgebrachten Lasten werden anhand des Ungeschützten Transportfahrzeugs mit einer Gesamtmasse von 40 Tonnen und dem Schwerlasttransporter mit aufgeladenem Panzer mit rund 80 Tonnen Masse durchgeführt.

Die Abstände zwischen erster und letzter Achse sind in etwa gleich und betragen ca. 16 m. Es werden ebenso wie für die Untersuchungen zur Lastverteilung 14 Lastfälle betrachtet. Die Auswahl erfolgt erneut über den Informationsgehalt des Parametervektors analog zur Untersuchung der Abhängigkeit von der Lastverteilung. In diesen Untersuchungen ergeben sich für die Dehnungs- und Verformungsdaten abweichende Laststellungen. Für die Messdaten der Dehnmessstreifen werden die Positionen x = 12 m bis 30 m und x = 36 m bis 54 m genutzt. Für die Auswertung der Verformungsdaten werden die Positionen x = 9 m bis 27 m und x = 36 m bis 54 m verwendet.

Die Ergebnisse der Simulation aus den Tabellen 4.25 und 4.28 zeigen, dass die Standardabweichungen der Randdichten bei Verwendung des SLT gegenüber dem UTF geringer sind. Dies ist insbesondere für die E-Moduln beider Felder zu erkennen. So fallen diese beispielsweise für den Parameter E_1 um etwa die Hälfte von 866 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ auf 436 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ für die Versuchsreihe `SLT10PRISMEN` gegenüber `UTF10PRISMEN`, und von 381 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ auf 223 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ für die Versuchsreihe `SLT10DMS` gegenüber `UTF10DMS`. Die Korrelationen der Posteriori zeigen keine merkliche Verbesserung der unabhängigen Identifizierbarkeit der Parameter, lediglich Verschiebungen in den Korrelationen der Parameterpaare.

Die Simulationsergebnisse für den Vergleich der Fahrzeuge UTF und SLT bei Nutzung von Verformungsdaten aus Tabelle 4.27 zeigt, dass sowohl für die Vorhersage von Verformungs- als auch von Dehnungsreaktionen keine systematischen Fehler gemacht werden. Die Mittelwerte der Verformungs- bzw. Dehnungsabweichung sind mit maximal -0,0220 mm bzw. $-0{,}330 \cdot 10^{-6}$ sehr gering. Für die Mittelwerte der Absolutbeträge der Abweichungen in den Verformungen zeigt sich in der Versuchsreihe mittels SLT eine bessere Anpassung mit 0,0984 mm gegenüber 0,135 mm beim UTF. Diese sind folglich im Bereich der Messunsicherheiten. Damit zeigt das Modell eine sehr gute Abbildung des Testdatensatzes. Für die Dehnungen ergibt sich ein ähnliches Bild mit mittleren Fehlbeträgen von um die $2{,}0 \cdot 10^{-6}$ und Standardabweichungen in ähnlicher Höhe. Für die Entropie aus Tabelle 4.26 kann eine Verringerung bei Auswertung der Posterior-Verteilung sowohl in seiner unstandardisierten als auch in seiner standardisierten Form festgestellt werden.

Die Kalibrierung mittels der gemessenen Dehnungen für beide Fahrzeugarten aus Tabelle 4.30 zeigt sowohl in Bezug auf die mittleren Abweichungen mit um die $0{,}4 \cdot 10^{-6}$ als auch auf deren Absolutbeträge mit mittleren Abweichungen von ca. $2 \cdot 10^{-6}$ eine gute Vorhersage der Dehnungen für die Fahrzeuge beider Gewichtsklassen. Verformungen lassen sich, wie bereits in Abschnitt 4.7.6 ausgeführt, schlecht durch die Kalibrierung mittels Dehnungsmessung beschreiben. Der Informationsgehalt der Posterior-Verteilung ist

für die Nutzung des schwereren SLT merklich erhöht, wie aus den Randdichten bereits vermutet werden konnte. Tabelle 4.29 gibt die ermittelten Zahlenwerte wieder.

Beim Vergleich der Radfahrzeuge unterschiedlicher Gewichtsklassen lassen sich geringere Unsicherheiten in der Posterior-Verteilung für die Verwendung des schwereren SLT feststellen, die sich sowohl in den Randdichten der Parameter als auch der Entropieschätzung erkennen lassen. Die Anpassung an das Verhalten des realen Systems ist beim SLT exakter, insbesondere sofern Verformungsdaten verwendet werden.

4.7.6.4 Zusammenfassende Beurteilung

Zusammenfassend für alle drei untersuchten Fahrzeuge kann festgehalten werden, dass mit sämtlichen verwendeten Datensätzen der verschiedenen Fahrzeuge Bauwerksmodelle entwickelt werden konnten, die das Systemverhalten gut nachbilden. Tendenziell sind Fahrzeuge mit größerem Gewicht und geringerer Lastausdehnung zu bevorzugen. Unterschiede ergeben sich dabei insbesondere in den Standardabweichungen der E-Moduln. Eine Verringerung von Posterior-Korrelationen durch gedrungenere Lasten, wie die eines Panzers, konnte nicht nachgewiesen werden. Die Überprüfung der Ergebnisse anhand des gesamten Datensatzes aus statischer Belastung zeigt, dass die ermittelten Modelle eine Vorhersagekraft besitzen können, die bis in Bereiche der Messunsicherheiten reicht.

4.7.7 Einfluss der Messunsicherheit auf die Kalibrierungsergebnisse

Für die wirtschaftliche Anwendung der Systemidentifikation ist die Ermittlung der notwendigen Präzision der Messung und die Veränderung des Posteriors bei variierender Unsicherheit, mit der die Systemreaktionen bestimmt werden, von praktischer Bedeutung. Veränderungen in den Messunsicherheiten lassen sich durch die Wahl der Messtechnik, einer Überprüfung bzw. Kalibrierung der Messsysteme, oder durch eine Änderung der Anzahl an Wiederholungsmessungen herbeiführen. Die Methoden zur Ableitung und Beeinflussung der anzusetzenden Standardabweichung werden in Abschnitt 4.3.2 erläutert und in Anhang C für die beiden Versuchsbrücken projektspezifisch angewandt.

Für die statistische Inversion zur Lösung des Identifikationsproblems sind dem Autor keine systematischen Untersuchungen zum Einfluss der Messunsicherheit bekannt. Eine Betrachtung der Auswirkung streuender Messwerte auf die Identifikationsergebnisse findet vornehmlich für Punktschätzungen der Systemparameter bzw. deren numerischer Stabilität statt. In [533] wird künstliches Rauschen zu den vorgegebenen Werten eines theoretischen Beispiels hinzuaddiert und die Abweichung in der Parameterschätzung ermittelt. Bereits bei geringen relativen Messunsicherheiten ergeben sich teils erhebliche Fehler in der Punktschätzung der Parameter. Zudem wird ein nicht-linearer Zusammenhang zwischen dem Rauschverhältnis und den Abweichungen beschrieben. Diese Ergebnisse werden in [534, 308] bestätigt.

Der Einfluss der Unsicherheiten auf die Posterior-Dichte wird anhand von Verformungsmessungen untersucht. Diese sind durch die Unabhängigkeit der Einzelmessungen mit Hilfe einer mehrfachen Messung in ihrer Präzision leicht zu beeinflussen. Die Untersuchung erfolgt durch Addition künstlichen Rauschens zu den ermittelten Messwerten der auf Grund der 6-fachen Messung als sehr präzise anzusehenden Versuchsreihen `SLT-MITTE-02` und `PZ-MITTE-02` mit jeweils zwei Laststellungen der Versuchsfahrzeuge in den Mitten der Felder. Durch die geringe Zahl an Laststellungen in diesen Versuchsreihen werden Einflüsse aus temperaturbedingten Driften minimiert. Für die Untersuchung werden im Datensatz `MU10PRISMEN` sämtliche gemessenen Verformungen verwendet. Die Abwandlung der Daten erfolgt sowohl durch Zuordnung einer neuen Standardabweichung als auch durch Addition einer Zufallskomponente zu den Messwerten. Die in den Simulationen verwendeten Standardabweichungen werden für die simulierten Stufen an Anzielungen $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ nach Beziehung 4.6 ermittelt. Die Unsicherheit der Einzelmessung wird gemäß Abschnitt C.2 mit $\sigma_{Einzelmessung}$ = 0,06 mm angenommen.

$$\sigma_n = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{Einzelmessung}}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{Einzelmessung}}{\sqrt{n} \cdot \sqrt{2}}\right)^2} \tag{4.6}$$

Um die bei unsicherer Messung stärker schwankenden abgelesenen Messwerte zu berücksichtigen, wird durch Addition einer Zufallsvariablen $\varepsilon_{\text{noise}} \sim N\left(0, \sqrt{{\sigma_n}^2 - {\sigma_{n=6}}^2}\right)$ für jeden Einzelwert aus den Messwerten der Versuchsreihen mit $n = 6$ und damit der ursprünglichen Standardabweichung $\sigma_{n=6}$ eine neue

Standardabweichung σ_n zugeordnet. Der Erwartungswert der Zufallsgröße wird hierbei nicht verändert und auch die in Anhang C erläuterte Verwendung der Normalverteilung für die Messabweichungen bleibt gerechtfertigt.

Tabelle 4.31 zeigt die Parametereinstellungen für die Vergleichsberechnungen mit variierender Messunsicherheit.

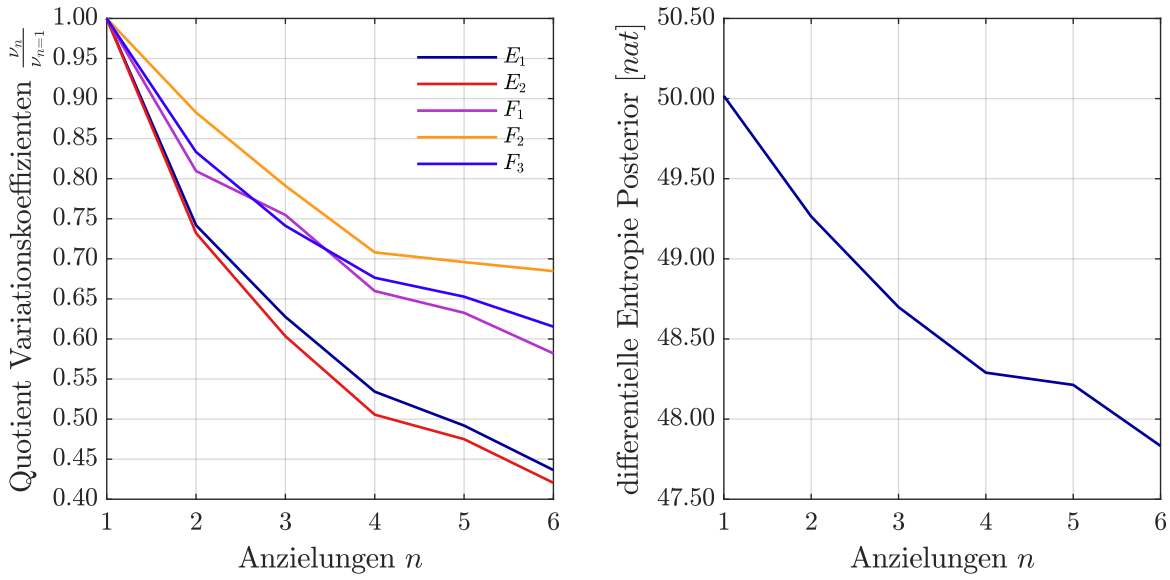
Parameter	Zuweisung	Beschreibung
d	7	Anzahl der Parameter
N	10	Anzahl der parallel simulierten Markov-Ketten
T	12 000	Anzahl der Generationen (Simulationen je Kette)
n	50 000	Gesamtzahl der für den Posterior verwendeten Samples

Tabelle 4.31: Verwendete Steuerungsparameter zur Durchführung von Vergleichsberechnungen mit variierender Messunsicherheit mit Hilfe des Datensatzes `MU10PRISMEN`

Die Auswertung der Posterior-Randdichten der insgesamt 6 Simulationen bestätigt die zu erwartende Verringerung der Parameterunsicherheit mit steigender Genauigkeit der Messung. Die Abbildung 4.62(a) zeigt die Entwicklung der Variationskoeffizienten der Randdichten in Abhängigkeit von der simulierten Anzahl der Anzielungen $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Die Darstellung erfolgt dabei relativ zu dem für n = 1 ermittelten Wert, der mit 1,00 angegeben ist. Die E-Moduln E_1, E_2 zeigen dabei eine zügigere Verminderung der Unsicherheiten als dies bei den Senkfedersteifigkeiten F_1, F_2, F_3 der Fall ist. Als Grund lassen sich die mit der Modellierung der Lagerung verbundenen Modellunsicherheiten vermuten, die auch bei erhöhter Präzision der Messung eine Unsicherheit in dieser Parameterart zur Folge haben.

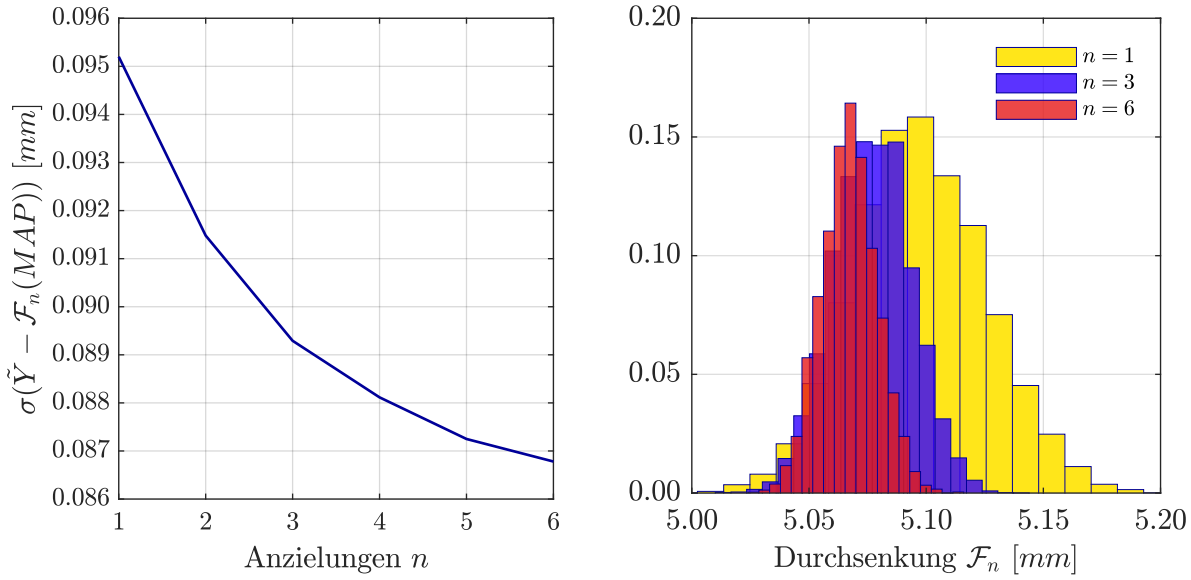
Mit der Unsicherheit in den Parametern sinkt auch die Entropie des Posteriors. Die Abbildung 4.62(b) zeigt die Entwicklung der differentiellen Entropien der Posteriori. Die Tabelle 4.32 gibt die Zahlenwerte der Variationskoeffizienten aller Systemparameter und die zugehörigen differentiellen Entropien der Posteriori für die verschiedenen Stufen wieder.

Der Abgleich der MAP-Schätzer mit den Verformungs- und Dehnungsdaten mit dem Testdatensatz `MW-Gesamt` zeigt bei steigender Genauigkeit der Messung auch eine verbesserte Vorhersagekraft des Posterior-Modells. Die Abbildung 4.63(a) zeigt die Entwicklung der Standardabweichung der Differenzen der Messwert zur MAP-Schätzung der Systemreaktionen in den verschiedenen Stufen an Anzielungen. Mit geringer werdender Messunsicherheit zeigen sich für die Verformungsgrößen Verringerungen bis 0,0868 mm bei $n = 6$, d.h. in den Bereich der Messunsicherheit des Testdatensatzes von $\sigma \approx$ 0,0735 mm. Für die Dehnungsgrößen stellt sich eine insgesamt etwas schlechtere Anpassung ein mit nur geringen Verbesserungen mit Werten zwischen $\sigma \approx 2{,}20 \cdot 10^{-6}$ für $n = 1$ und $\sigma \approx 2{,}17 \cdot 10^{-6}$ für $n = 6$. Dies ist auf die ungenauere Abbildung der Dehnungen im Modell sowie eine geringere Kenntnis der lokalen Lastverteilung und Lastausbreitung des Kettenfahrzeugs zurückzuführen. Die Zahlenwerte der Standardabweichungen für alle simulierten Stufen sind in Tabelle 4.32 zusammengefasst. Die Auswirkungen der verringerten Messunsicherheiten lassen sich anhand der Systemreaktion `PRISMA-MITTE-10-SLT-MITTE-42` veranschaulichen. Die Abbildung 4.63(b) zeigt normalisierte Histogramme der Schätzwerte für $n = 1$, $n = 3$ und $n = 6$. Die zugehörigen Standardabweichungen betragen 0,0282 mm, 0,0166 mm und 0,0118 mm.



(a) (b)

Abbildung 4.62: (a) Entwicklung der Variationskoeffizienten der Posterior-Randdichten der Parameter in Abhängigkeit von der Anzahl der Anzielungen ausgehend von n = 1 als 1,00 und (b) Entwicklung Entropie des Posteriors in Abhängigkeit der Anzahl der Anzielungen n bei Verwendung des Datensatzes `MU10PRISMEN` und Addition künstlichen Rauschens zu den Messwerten



(a) (b)

Abbildung 4.63: (a) Entwicklung der Standardabweichung der Differenzen $\widetilde{\boldsymbol{Y}} - \mathcal{F}(MAP)$ in Abhängigkeit von n für sämtliche im Datensatz `MWGesamt` enthaltenen Verformungswerte und (b) normalisierte Histogramme für die Schätzung der Systemreaktion `PRISMA-MITTE-10-SLT-MITTE-42` anhand der Posterior-Verteilung für die anzusetzende Messunsicherheit bei $n = 1$, $n = 3$ und $n = 6$ Anzielungen bei Verwendung des Datensatzes `MU10PRISMEN` und Addition künstlichen Rauschens zu den Messwerten

Die Entwicklung der Unsicherheiten für die Parameter wie auch für die simulierten Systemreaktionen zeigt, dass durch die Verbesserung der Präzision der Messung auch eine exaktere Modellbildung möglich ist. Die mit der Abbildung durch Finite-Elemente-Modelle einhergehende Abstraktion der Realität ist dabei insbesondere für die Vorhersage von Verformungsgrößen untergeordnet, wie die Auswertung des Testdatensatzes in Tabelle 4.32 zeigt. Für die praktische Anwendung lässt sich folgern, dass eine größere Präzision der Messung bei einer gleichbleibenden Anzahl an Messwerten zwar eine Verbesserung des Modells nach sich zieht, sich aber mit der recht einfachen und zügigen Messung mittels Tachymeter und einfacher Anzielung für viele Aufgabenstellungen zufriedenstellende Ergebnisse erzielen lassen. Die sich mit jeder Messung linear vergrößernde Zeit bis zum Abschluss der Messung wird dabei nicht von der Verringerung der Unsicherheiten aufgewogen. Vielversprechender zur Steigerung der Parameterschätzung und der Vorhersagefähigkeit des Modells ist also eher eine größere Anzahl an Messstellen mit jeweils neuem Informationsgehalt.

Statist. Kennzahl	$\mathbf{n=1}$	$\mathbf{n=2}$	$\mathbf{n=3}$	$\mathbf{n=4}$	$\mathbf{n=5}$	$\mathbf{n=6}$
POSTERIOR						
$\nu(E_1)$	1,00	0,742	0,628	0,534	0,492	0,436
$\nu(E_2)$	1,00	0,732	0,603	0,506	0,475	0,420
$\nu(F_1)$	1,00	0,810	0,755	0,660	0,633	0,582
$\nu(F_2)$	1,00	0,883	0,791	0,708	0,696	0,685
$\nu(F_3)$	1,00	0,833	0,741	0,676	0,653	0,615
Different. Entropie	50,0 nat	49,3 nat	48,7 nat	48,3 nat	48,2 nat	47,8 nat
ANPASSUNG AN DEN TESTDATENSATZ $\sigma\left(\widetilde{\boldsymbol{Y}}-\mathcal{F}_n\left(MAP\right)\right)$						
Verformungen	0,0952 mm	0,0915 mm	0,0893 mm	0,0881 mm	0,0872 mm	0,0868 mm
Dehnungen	$2{,}20\cdot10^{-6}$	$2{,}18\cdot10^{-6}$	$2{,}17\cdot10^{-6}$	$2{,}17\cdot10^{-6}$	$2{,}17\cdot10^{-6}$	$2{,}17\cdot10^{-6}$

Tabelle 4.32: Statistische Kennwerte der Posterior-Randverteilungen und Standardabweichungen der Abweichungen zwischen der Messung und der MAP-Schätzung für die Verformungs- und Dehnungsreaktionen des Testdatensatzes `MWGesamt` zur Ermittlung des Einflusses der Messunsicherheit auf die Kalibrierergebnisse mit Hilfe des Datensatzes `MU10PRISMEN`

4.7.8 Vergleich der faseroptischen und elektrischen Dehnungsmessung

Die Verwendung elektrischer DMS ermöglicht es auf Basis gemessener Dehnungen die Steifigkeiten derart anzupassen, dass sich eine gute Übereinstimmung zum tatsächlichen Verhalten einstellt. Für das Dauermonitoring von Ingenieurbauwerken werden häufig aber auch quasi-kontinuierlich messende faseroptische Systeme eingesetzt, die eine Aufzeichnung von Systemreaktionen bei sehr hoher Ortsauflösung ermöglichen. Diese Sensorsysteme zeichnen sich durch ihre Robustheit gegenüber magnetischen Feldern und Feuchtigkeit am Bauwerk sowie durch ihre Dauerhaftigkeit aus [535, 44].

Erste Arbeiten zur Funktionsweise der Messung zum Einsatz quasi-kontinuierlicher Messtechnik in der Systemidentifikation finden sich in [145, 44]. In beiden Publikationen werden Totlasten dazu genutzt Strukturparameter zu bestimmen. Dabei wird den Verfahren großes Potenzial bescheinigt, aber auch der erhebliche Forschungsbedarf aufgezeigt.

In den Untersuchungen dieses Abschnitts soll deshalb ein Vergleich der Simulationsergebnisse bei Verwendung elektrischer und faseroptischer Systeme anhand von Messungen an der Versuchsbrücke Traunwalchen erfolgen. Die verwendete Messtechnik, die Anbringung am Bauwerk und eine beispielhafte Darstellung der Ergebnisse findet sich in den Anhängen F und G. Die mit der Messung verbundenen Unsicherheiten sind in Anhang C erläutert.

Der Vergleich der Messsysteme soll anhand der mit „`LWL-GRUEN`“ bezeichneten Fasern erfolgen, welche am östlichen und westlichen Plattenrand des Überbaus angebracht waren. Um die Vergleichbarkeit herzustel-

len, werden die Dehnungen der Faser an denjenigen Stellen ausgewertet, an denen sich auch elektrische DMS befinden. Die Ermittlung der Dehnungen durch Mittelwertbildung fand entlang eines Abschnitts von 120 mm Länge statt, was auch der Messgitterlänge der verwendeten DMS entspricht. Der zur Kalibrierung genutzte Datensatz ist mit `SLT10LWL` bezeichnet und wird aus den 10 D-optimalen Auswertestellen der Messreihe `SLT-MITTE-01-stat` gewonnen. Der mit dem Referenzsystem der elektrischen Dehnungsmessung erstellte Datensatz wird mit `SLT10EL` bezeichnet. Dabei wird die Optimierung in Bezug auf das faseroptische System vorgenommen, um dessen Eignung in den Vordergrund zu stellen. Der Umstand, dass sich mit Hilfe der nahezu kontinuierlichen Dehnungsermittlung eine sehr viel größere Ortsauflösung erzielen lässt als bei elektrischen DMS, bleibt der besseren Vergleichbarkeit wegen unberücksichtigt.

Die Steuerungsparameter für die Simulationen sind in Tabelle 4.33 zusammengestellt.

Parameter	**Zuweisung**	**Beschreibung**
d	5	Anzahl der Parameter
N	10	Anzahl der parallel simulierten Markov-Ketten
T	12 000	Anzahl der Generationen (Simulationen je Kette)
n	50 000	Gesamtzahl der für den Posterior verwendeten Samples

Tabelle 4.33: Verwendete Steuerungsparameter für den Vergleich der Systemidentifikationsergebnisse auf Basis elektrischer und faseroptischer Dehnungsmessungen mit Hilfe der Datensätze `SLT10LWL` und `SLT10EL`

Die Simulation anhand der Daten aus beiden Messsystemen ergab Posteriori mit geringen Korrelationen zwischen den Parametern. Die Samples sind als näherungsweise normalverteilt zu bezeichnen. Eine Gegenüberstellung der Mittelwerte, Standardabweichungen und MAP-Schätzer wird in Tabelle 4.34 wiedergegeben. Der Vergleich der E-Moduln E_1, E_2 zeigt, dass die ermittelten Lagemaße bei Nutzung der Daten aus der faseroptischen Messung und der elektrischen DMS-Technik als Referenzsystem vergleichbar sind. Die MAP-Schätzer liegen etwas höher als der Modus des Prior von 39 100 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$. Die Posterior-Schätzungen weisen entsprechend für E_1 eine Abweichung von 2,62 % und für E_2 von 3,61 % vom Mittelwert aus beiden Simulationen auf. Die Standardabweichung der Randdichten liegen für das Referenzsystem in etwa ⅔ unter der Parameterunsicherheit bei faseroptischer Messung. Im Vergleich liegen die mittleren Standardunsicherheiten der Messungen bei $\sigma_{kombiniert}(LWL)$ = 1,26 · 10^{-6} bzw. $\sigma_{kombiniert}(el.DMS)$ = 0,483 · 10^{-6}. Größere Abweichungen zeigen sich für die Schätzung der Parameter F_1, F_2, F_3. Die Differenzen der MAP-Schätzer vom Mittelwert aus beiden Simulationen betragen 119 %, 48,1 % und 27,7 %. Diese Unterschiede sind auf die verhältnismäßig schlechte Identifizierbarkeit zurückzuführen, die sich aus dem schwachen Zusammenhang zwischen den ausgewerteten Dehnungen und den Federkonstanten ergibt. Messtechnische Aspekte wie die stärkere Beeinflussung durch Temperaturveränderungen können ebenfalls eine Rolle spielen. Zudem ermöglicht die Auswahl der Sensorik mit Hilfe des Kriteriums der D-Optimalität nicht zwingend eine gute Identifizierbarkeit aller Einzelparameter.

Parameter	**LWL**			**el. DMS**		
	Mittelwert	**Stdabw.**	**MAP**	**Mittelwert**	**Stdabw.**	**MAP**
E_1 $\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\right]$	45 300	605	45 300	44 100	220	44 100
E_2 $\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\right]$	46 800	653	46 900	45 200	224	45 200
F_1 $\left[\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}\right]$	262 000	30 600	257 000	65 900	1810	65 600
F_2 $\left[\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}\right]$	408 000	25 000	402 000	664 000	24 600	656 000
F_3 $\left[\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}\right]$	149 000	21 700	141 000	109 000	5300	107 000

Tabelle 4.34: Mittelwerte, Standardabweichungen und MAP-Schätzung der Parameter bei Kalibrierung mit Hilfe der Datensätze `SLT10LWL` und `SLT10EL`

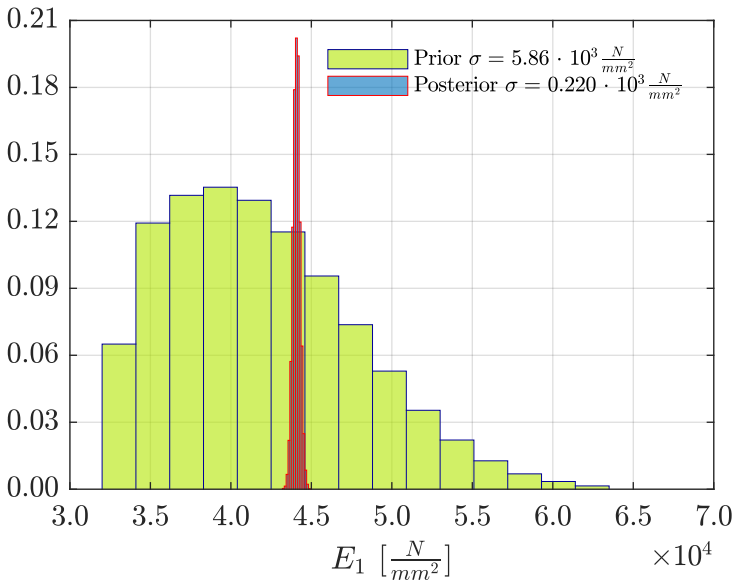


Abbildung 4.64: Histogramme der Prior- und Posterior-Samples des Parameters E_1 für die Verwendung faseroptischer Dehnungsmesstechnik zur Erstellung des Datensatzes `SLT10LWL`

Die geringeren nominellen Messunsicherheiten bei Nutzung der elektrischen DMS drücken sich neben verminderten Unsicherheiten in den Randdichten auch in geringeren Beträgen der Determinanten der Kovarianzmatrizen bzw. Entropien aus. Diese sind ebenfalls in Tabelle 4.35 wiedergegeben.

Statistische Kennzahl Posterior $p(\boldsymbol{\theta}\|\widetilde{\boldsymbol{Y}})$	**LWL**	**el. DMS**
Determinante der Kovarianzmatrix	$3{,}07 \cdot 10^{37}$	$8{,}72 \cdot 10^{31}$
Determinante der Kovarianzmatrix (standardisiert)	$2{,}67 \cdot 10^{-14}$	$9{,}76 \cdot 10^{-19}$
Differentielle Entropie	50,3 nat	43,9 nat
Differentielle Entropie (standardisiert)	–8,53 nat	–13,6 nat

Tabelle 4.35: Kennwerte der Posterior-Verteilung bei Kalibrierung mit Hilfe der Datensätze `SLT10LWL` und `SLT10EL`

Der Grad der Verbesserung des Priors bei Nutzung der faseroptisch generierten Messdaten lässt sich am Beispiel des Parameters E_1 in Abbildung 4.64 veranschaulichen. Die Standardabweichung kann durch die Messung um ca. 96,3 % gesenkt werden, was die Eignung der Lichtwellenleiter als Messsystem zur Systemidentifikation unterstreicht. Ein Vergleich mit den Ergebnissen einer Simulation mit 15 Auswertestellen zeigt, dass die Präzision durch Einbeziehung zusätzlicher Messwerte weiter gesteigert werden kann.
Der Vergleich der Vorhersagefähigkeit der Modelle anhand aller aufgezeichneten Dehnungsdaten in Tabelle 4.36 zeigt zwar eine etwas schlechtere Übereinstimmung mit den Testdaten durch die faseroptisch ermittelten Dehnungen, die Ergebnisse sind aber durchaus vergleichbar. Es ergeben sich für beide Systeme sowohl geringe Mittelwerte der Residuen als auch zufriedenstellende Mittelwerte der Absolutbeträge. Die Standardabweichungen ergeben sich für die Lichtwellenleiter im Bereich des Doppelten der Messunsicherheiten und für die elektrische Dehnungsmessung in etwa mit dem 5-fachen der zugehörigen Standardunsicherheit.

Durch die Vorteile im Betrieb und der Anbringung stellen faseroptische Messsysteme in der praktischen Anwendung eine Alternative zu den derzeit gebräuchlichen elektrischen Dehnmessstreifen dar. In den Vergleichsberechnungen konnte gezeigt werden, dass auch für die Parameterschätzung und die Vorhersage von Reaktionen des Systems auf beliebige Lasten faseroptische Systeme eine Alternative darstellen. Bedingt durch größere Unsicherheiten in der Messung zeigen sich lediglich erhöhte Varianzen im Posterior. Dem kann durch eine größere Dichte in den ausgewerteten Dehnungsmessstellen des quasikontinuierlichen Signals auf einfache Weise entgegengewirkt werden, jedoch sind dabei Fragen zur Korrelation von Messwerten aneinandergrenzender Auswertungsbereiche noch nicht ausreichend erforscht.

Statistische Kennzahl für $\widetilde{\boldsymbol{Y}} - \mathcal{F}(MAP)$	**LWL**	**el. DMS**
DEHNUNGEN		
Mittelwert	$-9{,}70 \cdot 10^{-8}$	$2{,}32 \cdot 10^{-7}$
Mittelwert der Absolutbeträge	$2{,}28 \cdot 10^{-6}$	$2{,}09 \cdot 10^{-6}$
Standardabweichung	$2{,}80 \cdot 10^{-6}$	$2{,}49 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 4.36: Kennwerte der Verteilungen der Abweichungen zwischen der Messung und der MAP-Schätzung der Dehnungsreaktionen in `MWGesamt` bei Kalibrierung mit Hilfe der Datensätze `SLT10LWL` und `SLT10EL`

4.8 Systemkalibrierungen für die Brücke Roding

4.8.1 Allgemeines

Die Ausführungen zur Brücke Traunwalchen aus Abschnitt 4.7, die vornehmlich Vergleichssimulationen zur Nutzung der Systemidentifikation zum Inhalt haben, sollen um ein praxisnahes Beispiel ergänzt werden. Charakteristisch für die erzeugten Datensätze ist, dass die Sensoren nicht über den gesamten Baukörper angebracht waren und nur auf eine begrenzte Zahl an Laststellungen und damit an Messdaten zurückgegriffen werden kann. Durch zeitlich Verzögerungen im Ablauf war für die Messungen mittels LKW eine stärkere Kompensation von Temperatureinflüssen notwendig, die die Qualität der Daten mindert. Die Simulationseinstellungen wurden so gewählt, dass die Hardware-Anforderungen auch durch in der Praxis gebräuchliche Rechnersysteme erfüllt werden können.

4.8.2 Kalibrierung mit umfangsreduziertem Datensatz

Zunächst soll eine Kalibrierung mit den 6 in Abschnitt 4.6.5 ausgewählten Parametern und dem Datensatz `PZP1346DMS` erfolgen. Dieser beinhaltet die gemessenen Dehnungen an den Messorten P1, P2, P3, P4, P5, P6 bei Belastung durch den Bergepanzer in den Feldern 1, 2 und 3. Mit Hilfe des mit 12 Messwerten im Umfang recht beschränkten Datensatzes können die Möglichkeiten der Systemidentifikation bei Nutzung von nur wenigen DMS und einer geringen Zahl an Laststellungen gezeigt werden. Die Überprüfung der Vorhersagefähigkeit erfolgt mit Hilfe der Verformungsdaten des Laser-Interferometers an der Auswertestelle P2. Die Vergleichsdaten sind als recht genau einzustufen. Dies wird in [427] spezifisch für die Messungen an der Brücke Roding gezeigt. Die ermittelten Messunsicherheiten ergeben sich für die Einzelmessungen in den Feldern zu $\sigma(Feld1)$ = 6,35 · 10^{-4} mm, $\sigma(Feld2)$ = 5,62 · 10^{-4} mm und $\sigma(Feld3)$ = 5,50 · 10^{-4} mm.

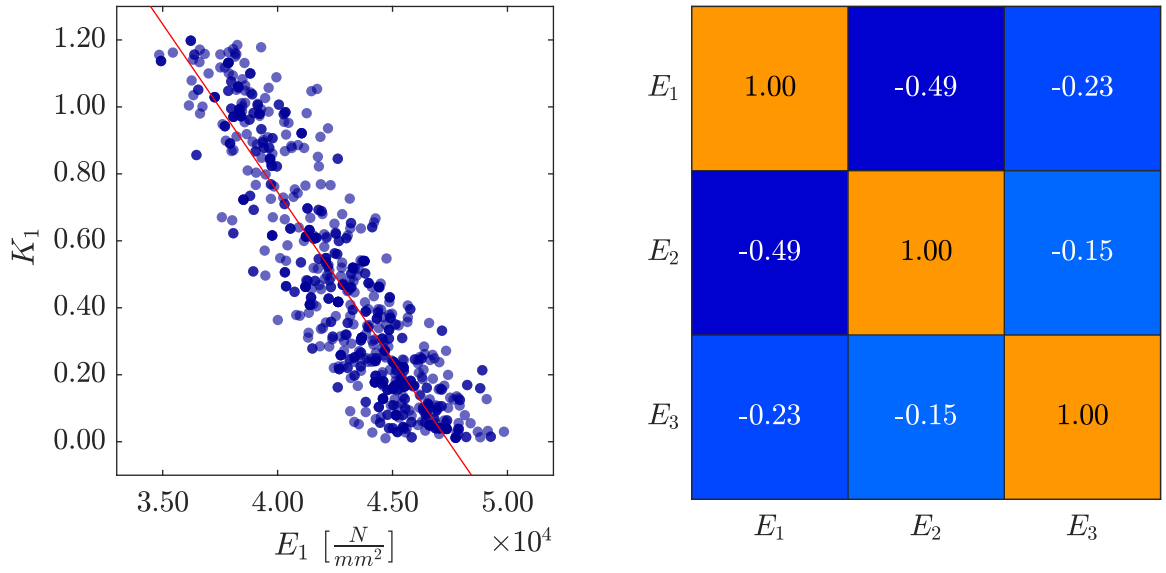
Tabelle 4.37 zeigt die verwendeten Parametereinstellungen für die Untersuchungen dieses Abschnitts.

Parameter	Zuweisung	Beschreibung
d	6 | 3	Anzahl der Parameter
N	16 | 16	Anzahl der parallel simulierten Markov-Ketten
T	2000 | 2000	Anzahl der Generationen (Simulationen je Kette)
n	16 000 | 16 000	Gesamtzahl der für den Posterior verwendeten Samples

Tabelle 4.37: Verwendete Steuerungsparameter für die Systemkalibrierung an der Brücke Roding mit Hilfe der Datensätze `PZP1346DMS`, `LKWP1346TACHY` und `MWRodingGesamt`

Die Auswertung der Posterior-Samples zeigt wie schon für die Traunbrücke eine Abhängigkeit zwischen den E-Moduln und der Kappenmitwirkung in den jeweiligen Feldern. Diese ist anhand der Parameter E_1 und K_1 in Abbildung 4.65(a) veranschaulicht. Eine Vergrößerung der Kappensteifigkeiten um 10 % führt zu einer Verringerung des E-Moduls von ca. 997 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, was 2,82 % vom Modus des Priors entspricht. Ebenso wie in Abschnitt 4.7.4 für die Brücke Traunwalchen durchgeführt, wird das statistische Modell geändert und die Kappensteifigkeit als deterministische Größe betrachtet. Für Werte von K = 1,0 in allen Feldern ergeben sich sinnvolle E-Moduln und eine gute Anpassung an die Messdaten. Entsprechend sollen die Parameter K_1, K_2 und K_3 auf diesen Wert fixiert werden.

Für das geupdatete Modell zeigt die Überprüfung des Konvergenzverhaltens, dass für die zugewiesenen Werte der Simulationsparameter aus Tabelle 4.37 zum zügigen Sampling aus der Posterior-Verteilung führt. Die Akzeptanzrate steigt im Simulationsablauf und erreicht für die ausgewerteten Samples Werte um 30 %. Die Konvergenzstatistik zeigt Werte von $\hat{R}_j \leq 1{,}2$ für $t \geq 270$. Die effektive Stichprobengröße für die 16 000 ausgewerteten Samples beträgt 1140.



(a) (b)

Abbildung 4.65: (a) Scatterplot zur Abhängigkeit zwischen E-Modul E_1 und K_1 vor der Reduktion der Parameteranzahl und (b) Heatmap für die Parameteridentifikation im dimensionsreduzierten Modell für die Brücke Roding mit Hilfe des Datensatzes `PZP1346DMS`

Die entstehende Verteilung zeigt, dass sich trotz der geringen Anzahl von Messdaten eine merkliche Verbesserung der Prior-Annahme einstellt. Die Tabelle 4.38 zeigt die MAP- und die ML-Schätzung der Parameter sowie die Standardabweichung der Randdichten. Im Vergleich zu den E-Moduln E_1 und E_2 kann für E_1 eine erheblich unpräzisere Schätzung festgestellt werden. Zudem ist der Korrelationsmatrix zu entnehmen, dass für das Parameterpaar E_1 und E_2 mit $\rho \approx 0,49$ eine erhöhte Korrelation vorliegt. Die zugehörige Heatmap ist in Abbildung 4.65(b) dargestellt. Die eingeschränkte Identifizierbarkeit lässt sich auf die fehlende Bestückung mit Sensoren im unmittelbaren Einflussbereich des Parameters E_1 zurückführen. Dies unterstreicht die Bedeutung der Platzierung von Last und Sensorik in allen zu identifizierenden Bereichen des Bauwerks.

Die Anpassung an die Kalibrierungsdaten ist mit dem Datensatz `PZP1346DMS` sehr erfolgreich. Die Abweichungen $\widetilde{\boldsymbol{Y}} - \mathcal{F}(MAP)$ weisen einen Mittelwert von $0{,}528 \cdot 10^{-6}$, einen mittleren Betrag von $0{,}922 \cdot 10^{-6}$ und eine Standardabweichung von $1{,}29 \cdot 10^{-6}$ auf.

Parameter	**MAP**	**ML**	**Stdabw.**
E_1 $[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}]$	37 900	37 900	1290
E_2 $[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}]$	35 000	35 000	316
E_3 $[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}]$	41 800	41 800	318

Tabelle 4.38: MAP- und ML-Schätzung und Standardabweichung der Parameter bei Kalibrierung mit Hilfe der Datensätze `PZP13456DMS`

Die Übertragbarkeit des Modells auf die Vorhersage weiterer Messdaten kann anhand der Verformungsdaten aus den Messungen mittels Laser-Interferometer an der Auswertestelle P2 überprüft werden. Zusätzlich zu den Ergebnissen dieser Messung werden die MAP-Schätzungen für zwei weitere Datensätze gegenübergestellt. Dabei werden sämtliche Systemreaktionen der statischen und dynamischen Versuche sowie der Verformungen unter der Last des LKW an den Auswertestellen P1, P3, P4, P5 und P6 als Datengrundlage verwendet. Diese Datensätze werden mit `P2LKWGesamt` und `TACHYP13456LKW` benannt. Die Steuerungsparameter werden gemäß den Angaben in Tabelle 4.37 gewählt.

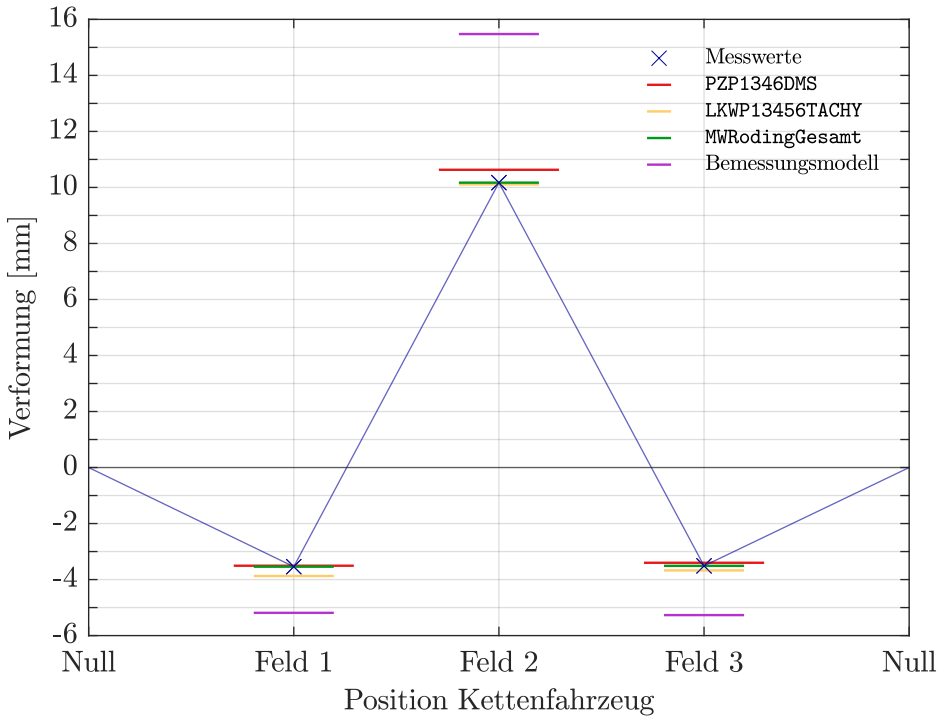


Abbildung 4.66: Veranschaulichung der Vorhersagefähigkeit des mit Hilfe des Datensatzes `PZP1346DMS` geupdateten Modells der Brücke Roding anhand eines Vergleichs der mittels der MAP-Schätzung berechnet Verformung an der Auswertestelle P2 bei Positionierung der Last des Panzers in den Feldern 1, 2 und 3 mit den Messergebnissen des Laser-Interferometers sowie Vergleich mit den Ergebnissen der Kalibrierung mit dem Datensatz `LKWP1346TACHY`, `MWRodingGesamt` und der Berechnung eines FE-Modells aus der Nachrechnung der Brücke

Die simulierten Systemreaktionen `TACHY-P2-PZ-Feld1`, `TACHY-P2-PZ-Feld2` und `TACHY-P2-PZ-Feld3` sowie die zugehörigen, als sehr präzise einzustufenden Messwerte sind der Tabelle 4.39 zu entnehmen und in Abbildung 4.66 grafisch veranschaulicht. Zum Vergleich werden auch die Ergebnisse des ursprünglichen Modells angegeben, welches zu Bemessungszwecken angefertigt wurde. Es zeigt sich, dass bereits mit dem stark im Umfang reduzierten Datensatz `PZP1346DMS` Vorhersagen getroffen werden können, welche das tatsächliche Verhalten recht gut widerspiegeln. Die maximale Abweichung ergibt sich für die Position des Kettenfahrzeugs im Feld 2 mit einem Betrag von –0,460 mm. Der Vergleich mit der Kalibrierung auf Grundlage der Durchsenkungen des LKWs zeigt in diesem Fall Verformungsdaten, die gut mit Hilfe von Dehnungen vorhersagbar sind. Dies ist vermutlich auf die Modellierung als Balkenmodell zurückzuführen, in der lokale Auswirkungen der Lasten auf die Dehnung von untergeordneter Bedeutung sind. Der Vergleich mit den Simulationsergebnissen aus dem ursprünglichen Modell zur Tragwerksnachrechnung unterstreicht die Notwendigkeit und die Möglichkeiten der Kalibrierung statischer Modelle mit Hilfe von Messdaten.

Position	**Messwert**	`PZP1346DMS`	`LKWP13456TACHY`	`MWRodingGesamt`	**Bemessung**
Feld 1	–3,54 mm	–3,51 mm	–3,87 mm	–3,54 mm	–5,19 mm
Feld 2	+10,2 mm	+10,6 mm	+10,1 mm	+10,2 mm	+15,5 mm
Feld 3	–3,51 mm	–3,40 mm	–3,67 mm	–3,51 mm	–5,27 mm

Tabelle 4.39: Vergleich der gemessenen Verformung an der Auswertestelle P2 bei Positionierung des Panzers im Feld 1, 2 und 3 mit $\mathcal{F}(MAP)$ für `PZP1346DMS` und den Vergleichsdatensätzen `LKWP1346TACHY` und `MWRodingGesamt` sowie gemäß der Nachrechnung der Brücke

5 Entwicklung eines Konzepts zur baupraktischen Umsetzung

5.1 Konzept

Die in Kapitel 3 durchgeführte theoretische Betrachtung der Randbedingungen und die Durchführung der Bayes'schen Systemidentifikation sowie die Untersuchungen zum optimalen Einsatz des Updating sollen in ein Konzept überführt werden, das eine Umsetzung für baupraktische Fragestellungen ermöglicht. Es werden die Schritte der Umsetzung von der Bildung des statistischen Modells über die Vorwärtsanalyse, die Versuchsdurchführung und -auswertung bis zum Updating und der Weiterverwendung des Posterior-Modells beschrieben. Das Flussdiagramm in Abbildung 5.2 zeigt die regulären Schritte des in 5 Phasen aufgeteilten Konzepts, welches im Folgenden detailliert erläutert wird.

Phase 1 sieht vor der Erstellung des statistischen Modells zunächst eine Entscheidung über die Notwendigkeit des Abgleichs zwischen dem deterministischen Modell und dem tatsächlichen Verhalten des Systems vor. Abbildung 5.1 zeigt eine Detaildarstellung dieser Phase.

Nicht tolerierbare Unsicherheiten können dabei sowohl in großen Abweichungen des Modells vom tatsächlichen Verhalten als auch in großen Unsicherheiten aus den Prior-Annahmen bestehen, die durch die Bestätigung des Modells durch Messung reduziert werden können. Anhaltspunkte für relevante Abweichungen in den Steifigkeitsverhältnissen können dabei ein großer Anteil der Konstruktions- und Ausbauelemente bei entsprechender Verbindung zum Überbau oder auch Beobachtungen am Bauwerk sein. Solche Hinweise können sich im Rahmen der Bauwerksprüfung bei visuell erkennbaren Veränderungen an der Struktur ergeben oder im Zuge von laufenden Monitoringmaßnahmen. Als Hilfsmittel lassen sich dabei auch Smartphones nutzen, die auf einfache Weise die Frequenzermittlung und damit die Erkennung von Veränderungen möglich machen [157].

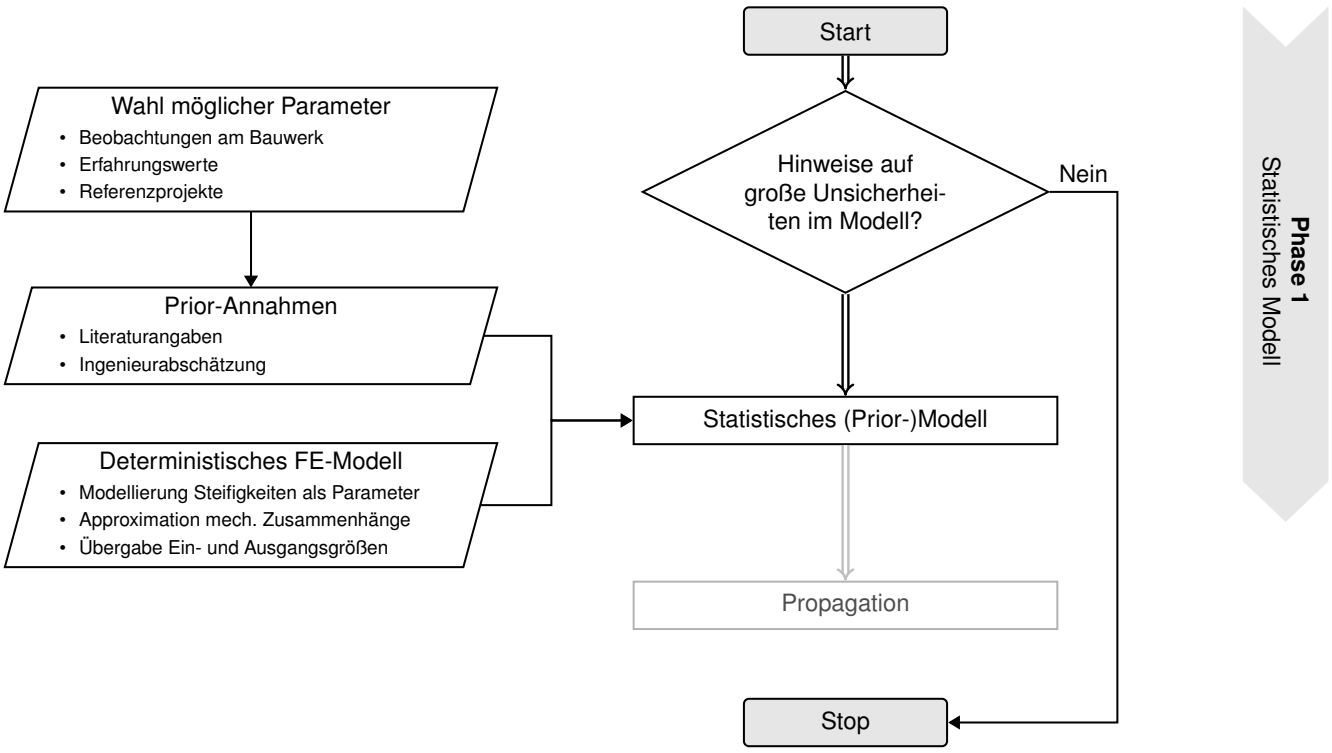


Abbildung 5.1: Veranschaulichung der Phase 1 des vorgeschlagenen Konzepts mit ihren regulären Schritten

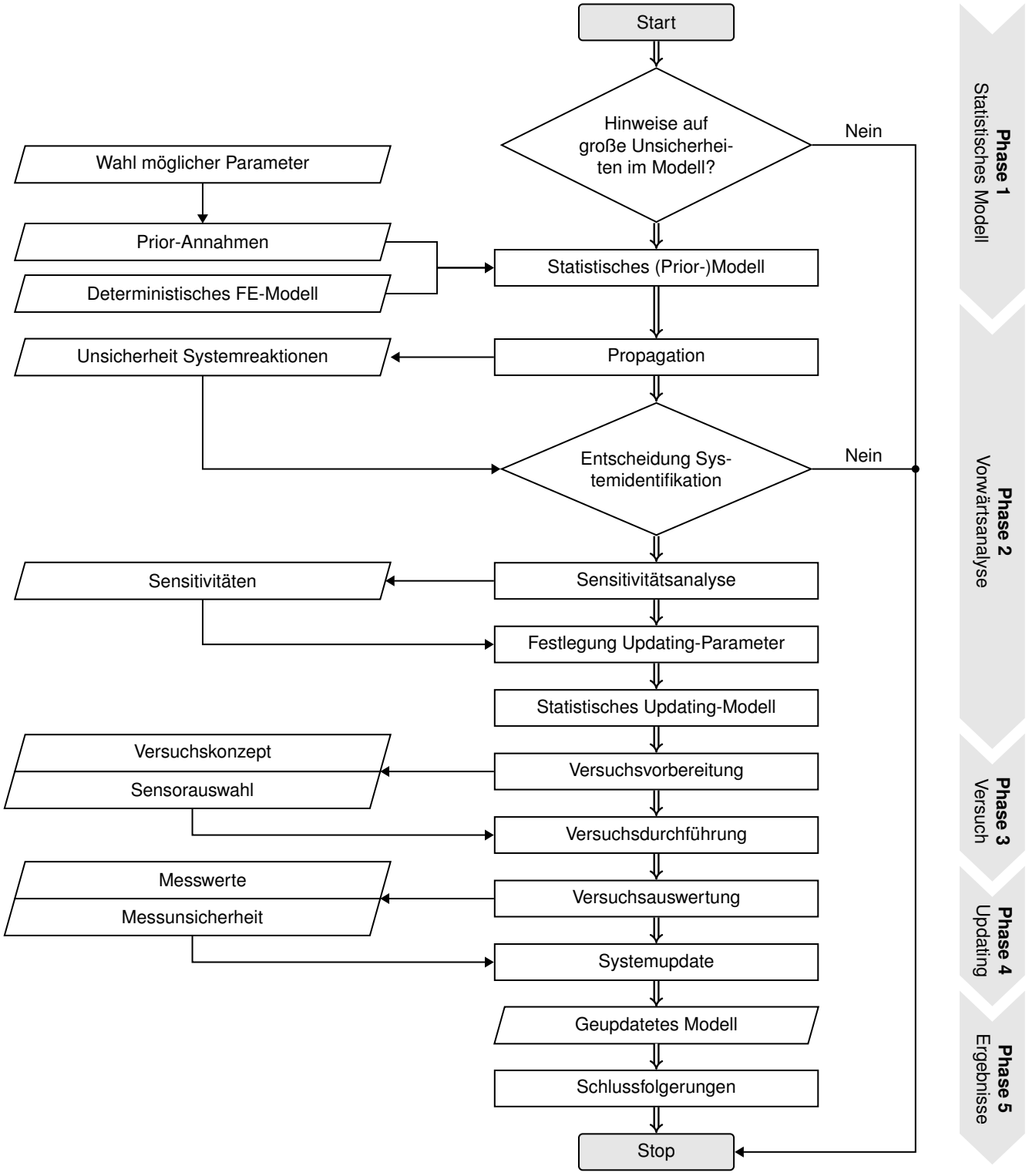


Abbildung 5.2: Reguläre Schritte der vorgeschlagenen Methodik zur Systemidentifikation

Sofern keine Hinweise auf relevante Unsicherheiten vorliegen, kann auf die probabilistische Systembetrachtung verzichtet werden. Andernfalls erfolgt die Erstellung des *Statistischen (Prior-)Modells*. Diese beginnt mit einer ingenieurmäßigen *Wahl möglicher Updating-Parameter* zur Beschreibung der Steifigkeiten. Als Grundlage der Parameterauswahl können bauwerksspezifische Vermutungen zu den Quellen von unsicheren Annahmen im Modell, Erfahrungswerte oder auch Referenzprojekte wie die in Abschnitt 2 vorgestellten Beispiele dienen.

Den gewählten Parametern für die Steifigkeit werden *Prior-Annahmen* für die Wahrscheinlichkeitsfunktionen zugeordnet. Die Lage- und Streuungsmaße können in vielen Fällen der Literatur entnommen werden. Für die Parameter der in dieser Arbeit betrachteten Brücken ist eine Zusammenstellung möglicher Ansätze dem Anhang E zu entnehmen. Andernfalls kann zumeist eine ggf. konservative Schätzung von Unter- und Obergrenzen einer Gleichverteilung aus der Ingenieurerfahrung oder auf Basis technischer Grenzen angegeben werden. Für die statistische Beschreibung der Zufallsvariablen können Transformationen der physikalischen Größen vorgenommen werden, die eine Modellierung als Faktor zu einem angenommenen Steifigkeitsbeitrag oder als Abweichung zu einem nominellen Wert vorsehen.

Im Hinblick auf die Effizienz der Algorithmen zur Vorwärts- und Rückwärtssimulation sowie um die Korrektheit der Finite-Elemente-Berechnung sicherzustellen, hat sich die Beschränkung des Parameterraums durch Stutzung der Wahrscheinlichkeitsfunktionen bewährt. Durch Verringerung der Größe des zu explorierenden Wahrscheinlichkeitsraums lässt sich die Konvergenz beschleunigen. Zudem führen in negative und positive Richtung extreme Steifigkeiten sowie Steifigkeitsunterschiede zwischen den Bauteilen oft zu numerischen Instabilitäten oder interne Plausibilitätsprüfungen kommerzieller Softwareprogramme verhindern die Berechnung gänzlich.

Die Verbindung zwischen den Parametern und den Systemreaktionen stellt das *deterministische Finite-Elemente-Modell* her. Die Steifigkeiten werden im Modell parametrisiert abgelegt um die Manipulation durch Numeriksoftware zu ermöglichen. Es geht damit ebenso wie die Beschreibung der Parameterverteilungen in das statistische Prior-Modell ein. Die Anpassung des Modells an gemessene Systemreaktionen kann dabei nie besser sein als die Approximation der mechanischen Zusammenhänge durch Finite-Elemente. Dennoch sollte das Modell eine möglichst geringe Komplexität aufweisen um bei Auswertung einer Vielzahl von Samples akzeptable Berechnungszeiten zu ermöglichen. Zudem ist insbesondere bei Verwendung kommerzieller Softwareprodukte die Übergabe von Ein- und Ausgangsgrößen und die Ausführung der Berechnung sicher zu stellen. Der Ablauf der Übergabe für die untersuchten Versuchsbrücken ist in Abschnitt 4.5.2 beschrieben.

Das in Phase 1 geschaffene statistische Modell ist die Grundlage für die in **Phase 2** durchzuführende Vorwärtsanalyse. Abbildung 5.3 zeigt die Einzelschritte dieser Phase im Detail.

Die *Propagation* gibt dabei Auskunft über die a-priori vermuteten Unsicherheiten in den betrachteten Systemreaktionen und ermöglicht auf diese Weise eine qualifizierte *Entscheidung* ob eine Reduktion der Unsicherheiten möglich und lohnenswert ist. Zu erwartende Korrekturen der Lagemaße der Verteilungsfunktionen für die Systemreaktionen sind dadurch aber nicht bestimmbar. Sofern die Lasten der Belastungsfahrzeuge nicht bekannt sind, sollten diese mit Hilfe von Vergleichsprojekten geschätzt werden.

Für die Durchführung der Propagation bietet die Monte-Carlo-Methode ein gutes Hilfsmittel, das es ermöglicht, auch ohne tiefgreifende Kenntnis der Modellfunktion zutreffende Schlüsse zu ziehen. Die Kontrolle der Konvergenz und die Anpassung des Rechenaufwands ist durch Bootstrap-Intervalle möglich.

Mit den ermittelten Unsicherheiten in den Systemreaktionen kann im Anschluss eine informierte Entscheidung über die Durchführung der Systemidentifikation erfolgen, die dann speziell auf solche Systemreaktionen mit besonders relevanten Unsicherheiten eingeht.

Sofern die Entscheidung zu Gunsten des Updating ausfällt, erfolgt anhand der Ergebnisse der *Sensitivitätsanalyse* die *Festlegung der Updating-Parameter*.

Als Methodik hat sich die varianzbasierte, globale Sensitivitätsanalyse als zielführend erwiesen, da nur sehr milde Vorbedingungen an die Modellfunktion gestellt werden müssen und keine Vorprozessierung wie die Bildung von Ableitungen notwendig ist. Die Untersuchung der Modellcharakteristik aus Abschnitt 4.6.4 betätigt die Notwendigkeit einer globalen Betrachtung anhand der Brücke Traunwalchen. Die Ermittlung von Sobol-Indizes auf Grundlage des in Abschnitt 3.3.4 beschriebenen Monte-Carlo-Algorithmus zur Ermittlung der Sensitivitäten hat sich dabei bewährt. Eine Untersuchung zu den Schätzfunktionen für S_1 und S_T sowie zum Berechnungsaufwand in Anhang D zeigt, dass sich mit handelsüblichen Rechnersystemen Ergebnisse ausreichender Genauigkeit erzielen lassen. Die Reduktion der Anzahl der Parameter

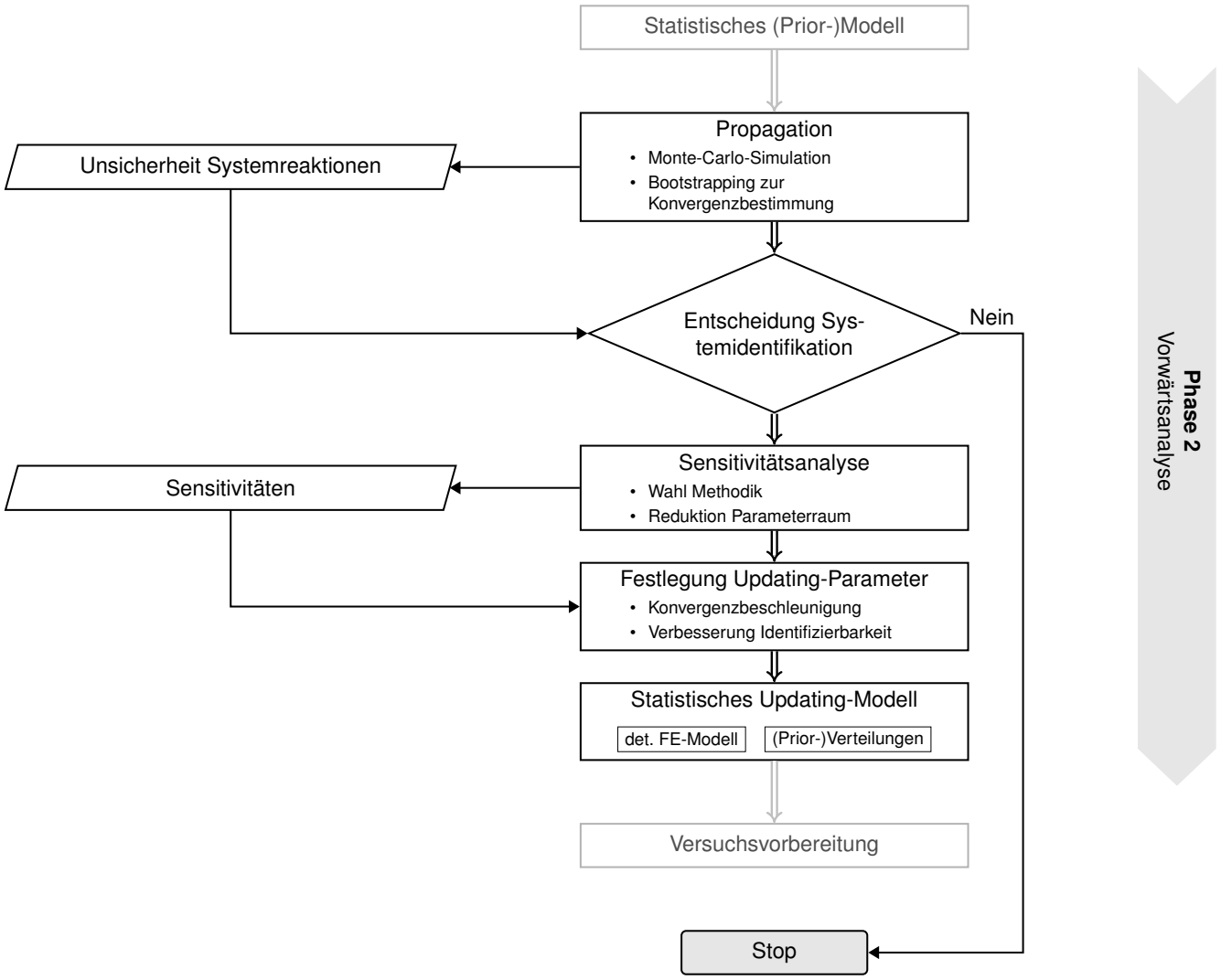


Abbildung 5.3: Veranschaulichung der Phase 2 des vorgeschlagenen Konzepts mit ihren regulären Schritten

führt wie in Abschnitt 4.7.5 gezeigt zur schnelleren Konvergenz und im dort gezeigten Beispiel zu einer ähnlich guten Approximation der Systemreaktionen. Zudem lässt sich die Identifizierbarkeit verbessern und Korrelationen lassen sich verringern.

Bei der Auswertung der Sensitivitätsanalyse für die untersuchten Versuchsbrücken konnte in beiden Fällen gezeigt werden, dass die Streuung der Parameter zur Querschnittsgeometrie einen sehr geringen Einfluss auf das Systemverhalten zeigen und die Identifizierbarkeit negativ beeinflussen können. In vielen Fällen können Querschnittsabmessungen auf anderem Wege überprüft werden, beispielsweise wenn im Rahmen von Planungsprozessen oder bei der Erstellung eines Digitalen Zwillings ohnehin As-built-Modelle erstellt werden. Die für die Beispiele durchgeführte Überprüfung findet sich in Anhang I.

Die gewählten Parameter und deren *(Prior-)Verteilungen* bilden gemeinsam mit dem *deterministischen Finite-Elemente-Modell* das *statistische Updating-Modell*, das durch die Daten aus Belastungsversuchen angepasst wird.

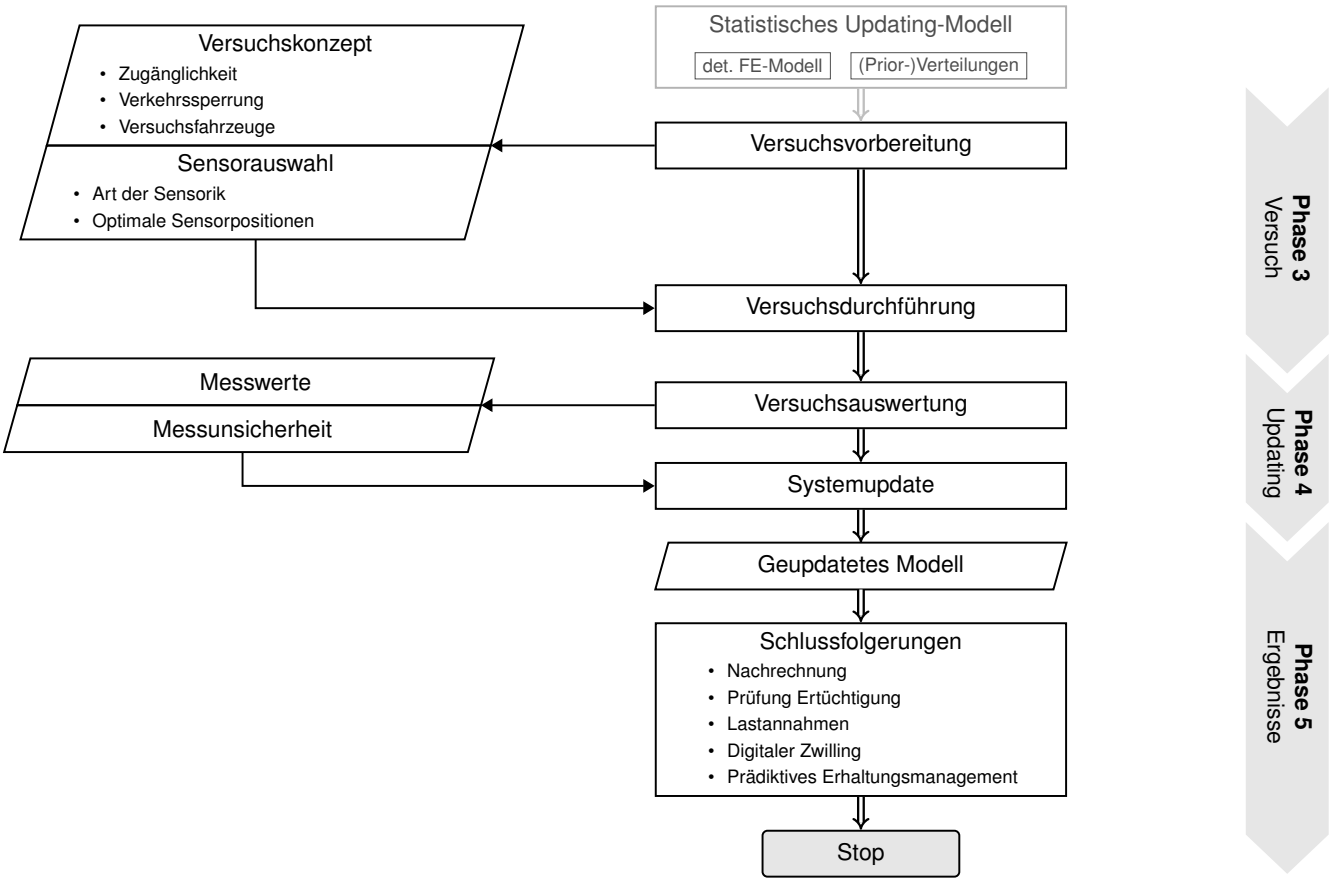


Abbildung 5.4: Veranschaulichung der Phasen 3, 4 und 5 des vorgeschlagenen Konzepts mit ihren regulären Schritten

Die Zusatzinformationen aus dem tatsächlichen Verhalten des Systems werden in **Phase 3** des vorgeschlagenen Konzepts gesammelt. Die Einzelschritte der Phase 3 sowie die nachfolgenden Schritte in Phase 4 und 5 zeigt Abbildung 5.4.

Zunächst werden im Rahmen der *Versuchsvorbereitung* die Randbedingungen geklärt und ein *Versuchskonzept* festgelegt. Die Prüfung soll sich dabei u.a. auf Fragen der Zugänglichkeit zur Sensoranbringung, die Möglichkeit der Verkehrssperrung, die Verfügbarkeit von Versuchsfahrzeugen und ggf. auf die Dauerhaftigkeitsanforderungen der Sensorik erstrecken.

Im Rahmen der *Sensorauswahl* wird die Art der verwendeten Sensorik sowie deren optimaler Anbringungsort bestimmt. Sowohl tachymetrische Verformungsmessungen als auch Dehnungsmessungen mittels elektrischer DMS lassen sich zur Systemidentifikation nutzen. Die Anpassung des Modells an das tatsächliche Verhalten und die Vorhersage von Systemreaktionen lässt sich mit in der Praxis gebräuchlichen Messsystemen wie dem Tachymeter vornehmen. Auch mit Daten, die mit einfach zu erreichender Genauigkeit erzeugt wurden, können zufriedenstellende Kalibrierungen erzielt werden. Die Untersuchungen konnten zudem zeigen, dass bereits ein sehr begrenzter Datenumfang bei hinreichend genauer Messung eine merkliche Verbesserung des Modells nach sich zieht. Die Verwendung quasi-kontinuierlicher faseroptischer Messsysteme zur Dehnungsermittlung stellt eine sehr gute Alternative zur elektrischen Dehnungsmessung dar. Dies gilt sowohl in Bezug auf die Korrektheit der Schlussfolgerung als auch in Bezug auf den Aufwand für Anbringung und Betrieb.

Nach Linearisierung des Modells und Abschätzung der zu erwartenden Messunsicherheit kann ein Vergleich verschiedener Sensortypen und -positionierung anhand der zu erwartenden Verbesserung der Parameterschätzung mit Hilfe des in Abschnitt 3.4.3 beschriebenen Kriteriums der D-Optimalität erfolgen.

Die Wahl der *Versuchsfahrzeuge* beruht sowohl auf Überlegungen zur Verfügbarkeit, den Kosten als auch auf der Eignung der Lasten für die Rückwärtssimulation. Fahrzeuge mit hohem Betrag der aufgebrachten Lasten und einer geringen Ausdehnung des Lastbilds in Längsrichtung ermöglichen eine zielgenauere Kalibrierung. Allerdings konnten mit allen verwendeten Versuchsfahrzeugen zufriedenstellende

Ergebnisse erzielt werden.

Die *Versuchsdurchführung* ist in statischen Versuchskonzepten mit der Verwiegung der Fahrzeuge verbunden, sofern die notwendigen Informationen zu den Lasten nicht anderweitig beschafft werden können. In den Versuchsreihen werden festgelegte Positionen angefahren und die Systemreaktionen auf diese Lasten aufgezeichnet. Vor und möglichst auch nach dem Aufbringen der Lasten durch das Versuchsfahrzeug sollten Nullmessungen durchgeführt werden, um aus der Differenzbildung zwischen diesen Zuständen ausschließlich lastinduzierte Systemreaktionen ermitteln zu können und auch Einflüsse aus Temperaturveränderungen während der Versuche kompensieren zu können. Der Zeitbedarf der Einzelmessung ist entscheidend von der Art der Messsysteme und der Anzahl der durchgeführten Wiederholungsmessungen abhängig. Messungen mittels elektrischer Dehnmessstreifen oder faseroptischer Systeme setzen nur sehr kurze Messintervalle voraus, während beispielsweise tachymetrische Messungen je nach Anzahl der Sätze erheblich mehr Zeit in Anspruch nehmen.

Die Inferenz des Modells durch die Messdaten findet in **Phase 4**, dem Updating, statt. Im Rahmen der *Versuchsauswertung* werden aus den aufgezeichneten Daten die *Messwerte* extrahiert und die *Messunsicherheiten* bestimmt.

Die Datenanalyse erfordert dabei zunächst die Kompensation von Messwert-Driften und die Entfernung von Ausreißern. Die Plausibilisierung der Ergebnisse kann durch den Vergleich der Abfolge der Messwerte bei statischer Belastung durch die Fahrzeuge mit Überfahrten bei geringen Geschwindigkeiten vorgenommen werden. Für die Bestimmung der Standardunsicherheit der Messungen ist das Vorgehen nach dem GUM [505] in weiten Teilen der Fachwelt anerkannt und ermöglicht sowohl die Auswertung von Herstellerangaben bzw. Kalibrierscheinen als auch die statistische Auswertung von Mehrfachmessungen. Die praktische Anwendung der beiden Methoden wird in Anhang C gezeigt.

Durch das anschließende *Systemupdate* fließen die Ergebnisse der Messung in das Wissen über das statische System ein. Das Bayes'sche Updating ermöglicht die Integration unsicherer Beobachtungen in das Prior-Modell um posteriorisches Wissen zu generieren. Dadurch liegt neben dem FE-Modell eine Wahrscheinlichkeitsverteilung der Modellparameter vor. Zusätzlich zu den vollständigen Verteilungsinformationen lassen sich aus der Posterior-Dichte auch Punktschätzungen wie MAP- oder ML-Schätzer ableiten. Diese bieten sich für praktische Anwendungen an, da die Übergabe eines einzelnen Modells mit optimaler Anpassung der Parameter am besten der gängigen Praxis in der Tragwerksplanung entspricht. Der in Abschnitt 3.5.3 vorgestellte DREAM$_{ZS}$-Algorithmus hat sich dabei durch seine guten Konvergenzeigenschaften, seine Fehlerrobustheit und seine Parallelisierbarkeit als geeignet erwiesen. Die direkte Verwendung des Finite-Elemente-Modells zur Beschreibung der mechanischen Zusammenhänge eröffnet die Möglichkeit ohne vorherige Ableitung eines Ersatzmodells das in der Tragwerksplanung erstellte Modell weiter zu nutzen.

Unter Umständen kann nach erfolgter Kalibrierung eine Modellanpassung notwendig werden, falls mit den gewählten Parametern trotz sorgfältiger Auswahl keine ausreichende Identifizierbarkeit vorliegt. Dies war beispielsweise für beide Versuchsbrücken notwendig. Die Überprüfung der Vorhersagegenauigkeit des Modells ist mit Hilfe eines Testdatensatzes möglich, d.h. mit Daten, welche (zunächst) nicht zur Kalibrierung genutzt werden. Dies wird beispielhaft in Abschnitt 4.7.5 gezeigt.

Ergebnis des Updating-Prozesses ist das in **Phase 5** vorliegende *geupdatete Modell* bestehend aus der Systembeschreibung der mechanischen Zusammenhänge als Finite-Elemente-Modell und der Posterior-Verteilung.

Je nach Aufgabenstellung können aus den Ergebnissen verschiedenste *Schlussfolgerungen* gezogen werden. Die Bauwerkserhaltung kann dabei durch die Nachweisführung mit geänderten Steifigkeiten oder der Einbeziehung von Konstruktions- und Ausbauelementen profitieren, sofern für Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit die Gültigkeit der Ergebnisse auf dem Niveau der Bemessungslasten sichergestellt werden kann.

Für die Nutzung im Rahmen der Instandsetzungsplanung lässt sich bei Eingriffen in das statische System die Wirksamkeit der getroffenen Maßnahmen überprüfen. Auch veränderte Lastannahmen bei steifigkeitsabhängigen Lastauswirkungen, wie der Temperaturbelastung bei statisch unbestimmten Systemen, können aus dem Update resultieren.

Für die Integration in das Konzept des Digitalen Zwillings stellt die Systemidentifikation eine Grundlage des Informationsaustauschs zwischen der realen Struktur und ihrem digitalen Abbild dar. Der Abgleich

ermöglicht dabei Feststellungen zu Veränderungen im System sowie Prognosen zum Verhalten in der Zukunft, um prädiktive Erhaltungsstrategien anzuwenden oder eine Initialkalibrierung als Startpunkt einer dauerhaften Bauwerksüberwachung zu nutzen.

5.2 Beispiel

Das in Abschnitt 5.1 beschriebene Konzept zur Vorgehensweise soll anhand der Brücke Roding konkretisiert und um ein Beispiel mit direkten praktischem Nutzen ergänzt werden. Durch den bereits erfolgten Rückbau des Bauwerks ist das Beispiel zwar von theoretischem Charakter, jedoch kann gezeigt werden, wie die Systemidentifikation die Nachweisführung positiv beeinflussen kann.

Grundlage der Untersuchung ist eine Nachrechnung des Bestandsbauwerks der SSF Ingenieure AG, die im Rahmen eines Forschungsprojekts zur Bewertung von Brücken auf Basis zerstörungsfreier Prüfverfahren angefertigt wurde und in [536] zu finden ist. Als Ziellastniveau wurde darin das Lastmodell 1 nach DIN-Fachbericht 101:2009-03 [537] zu Grunde gelegt, wodurch sich höhere Lasten ergeben als für ein Bauwerk der Brückenklasse 60 nach DIN 1072:1967-11 [420] vorgesehen. Die Nachrechnung des Überbaus ergab u.a. rechnerische Defizite in Bezug auf den Nachweis der Dekompression. Ausgehend von dieser Fragestellung soll deshalb das vorgestellte Konzept zur baupraktischen Umsetzung nachvollzogen werden. Es wird gezeigt, wie eine genauere Kenntnis des Systems dabei hilft nachzuweisen, dass am tatsächlichen Bauwerk kein Zug auftritt.

Hinweise auf Abweichungen des Modells zum tatsächlichen Verhalten ergeben sich dadurch, dass die am Rande des Projekts „ZfPStatik – Bessere Beurteilung von Bestandsbauwerken“ durchgeführten Verformungsmessungen unter laufendem Verkehr geringere Messwerte zur Folge hatten als dies nach Abschätzung mittels eines FE-Modells zu erwarten war. Zudem ergeben sich in den bisherigen Prüfberichten der Bauwerksprüfung nach DIN 1076 [538] und einer Überprüfung am Bauwerk keine Hinweise auf Rissbildung unter Last. Diese Beobachtung führte zur Einschätzung, dass es im bisherigen Modell Unsicherheiten gibt, deren Aufdeckung zu einem potenziell günstigeren Lastabtrag führt.

Als Folge der Entscheidung, eine probabilistische Systembetrachtung durchzuführen, wird eine ingenieurmäßige Auswahl der vorab zu untersuchenden Parameter durchgeführt und die Prior-Randdichten festgelegt. Dieser Schritt ist für das Beispiel bereits in Abschnitt 4.3.1 beschrieben. Die Erstellung des deterministischen FE-Modells erfolgte projektbedingt bereits für die Nachrechnung und die Abbruchplanung, wodurch nur mehr geringfügige Anpassungen am Modell notwendig waren.

Im Rahmen der Vorwärtsanalyse in Phase 2 des Handlungsschemas wird die Propagation durchgeführt. Als Belastung werden die späteren Versuchslasten aufgebracht, alternativ könnte auch das Lastmodell der Nachrechnung angesetzt werden. Die Modellierung mit den Lasten der Versuchsfahrzeuge hat den Vorteil, dass ein direkter Vergleich der Prior-Schätzung mit den Messergebnissen bzw. den Ergebnissen der Rückwärtssimulation erfolgen kann. Die Auswertung der entstehenden Verteilung ergibt sowohl wesentliche Streuungen der Dehnungsverteilungen als auch im Vergleich zum Modell der Nachrechnung geringere zu erwartende Dehnungen. Diese werden in Abschnitt 4.6.3 bereits diskutiert. Für die Systemreaktion `DMS-P2-PZ-Feld2` ergibt sich beispielsweise ein Varianzkoeffizient von 0,14 und ein Erwartungswert von $50 \cdot 10^{-6}$ gegenüber dem Ergebnis des Berechnungsmodells der Nachrechnung von $70 \cdot 10^{-6}$.

Die ermittelten Verteilungen geben Anlass dazu, dass größere Widerstände vorliegen als im Modell aus der Nachrechnung. Dies kann den Nachweis der Dekompression positiv beeinflussen, sodass im nächsten Schritt die Ermittlung der Sensitivitäten erfolgt.

Mit der in Abschnitt 4.6.5 bereits beschriebenen Sensitivitätsanalyse können für diesen Anwendungsfall die E-Moduln und die Kappensteifigkeiten als besonders relevant und ausreichend zur Beschreibung des Systems identifiziert werden.

Aus der Kombination des deterministischen FE-Modells und mit den Prior-Verteilungen ergibt sich das statistische Updating-Modell, das mit Hilfe der Messdaten kalibriert wird.

Mit der Phase 3 erfolgt die praktische Umsetzung des Versuchs- und Sensorkonzepts. Im Fall der Brücke Roding war die Anbringung von Dehnmessstreifen von einer mobilen Hubarbeitsbühne aus bei laufendem Verkehr problemlos möglich. Als Versuchslast wird in diesem Beispiel das Kettenfahrzeug mit ca. 55 Tonnen Gesamtmasse ausgewählt, jedoch sind auch geringere oder andersartige Lasten zur Identifikation geeignet. Die Auswertepositionen und Laststellungen werden in Abschnitt 4.4.3 erläutert und

entsprechen dem Datensatz PZP1346DMS aus Abschnitt 4.8. Die Ableitung der Messunsicherheiten und Überprüfung der Sensorpositionen ist in den Anhängen C und I zu finden. Da Ziel der Identifikation die Betrachtung der Dehnungen ist, liegt die Verwendung von Dehnmessstreifen nahe, jedoch kann dem Vergleich aus Abschnitt 4.8.2 entnommen werden, dass ebenso Verformungen für die Identifikation verwendet werden können. Die Auswahl der Sensoren erfolgt für die Brücke Roding ingenieurmäßig. Die Anwendung für die Brücke Traunwalchen in Abschnitt 4.7 zeigt aber, dass mittels des Kriteriums der D-Optimalität eine praxisgerechte Sensorauswahl möglich ist.

Die Auswertung der Messung kann bereits Anhaltspunkte zum Erfolg der versuchsgestützten Bestandsbewertung geben. Der Vergleich der Messwerte an der Auswertestelle DMS-P2 und der Nachrechnung in Stufe 1 zeigt mit ca. $50 \cdot 10^{-6}$ gegenüber ca. $70 \cdot 10^{-6}$ einen Unterschied von 28 % von der Ursprungsannahme.

Das Systemupdate und die Auswertung des geupdateten Modells gibt im Anschluss Auskunft über die tatsächlichen Auswirkungen der aufgebrachten Einwirkungen. Bedingt durch die Kollinearität zwischen den Parametern Kappensteifigkeit und E-Modul war die in Abschnitt 4.8.2 beschriebene Modellanpassung notwendig. Diese führt zu einer weiteren Vereinfachung des statistischen Modells. Die Auswertung des kalibrierten Modells zeigt, dass die Dehnungen aus den geänderten Lasten geringer ausfallen als diese in den ursprünglichen statischen Berechnungen bereits berücksichtigt waren. Beispielsweise ergibt sich an P2 eine maximale Dehnung von $188 \cdot 10^{-6}$ für die Brückenklasse 60 im ursprünglichen Modell gegenüber $173 \cdot 10^{-6}$ bei geändertem Lastmodell nach der Kalibrierung. Für die Auswertestelle DMS-P5 ergibt sich ein Wert von $167 \cdot 10^{-6}$ gegenüber $141 \cdot 10^{-6}$.

In der Folge kann der Nachweis geführt werden, dass auch bei Berücksichtigung des höheren Ziellastniveaus geringere Dehnungen auftreten als in den ursprünglichen statischen Berechnungen angenommen. Da das Bauwerk mit voller Vorspannung ausgeführt wurde, kann eine ausreichende Sicherheit gegen Dekompression bestätigt werden.

Eine Veranschaulichung des Handlungsschemas mit den erforderlichen Prüf- und Berechnungsschritten kann der Abbildung 5.5 entnommen werden.

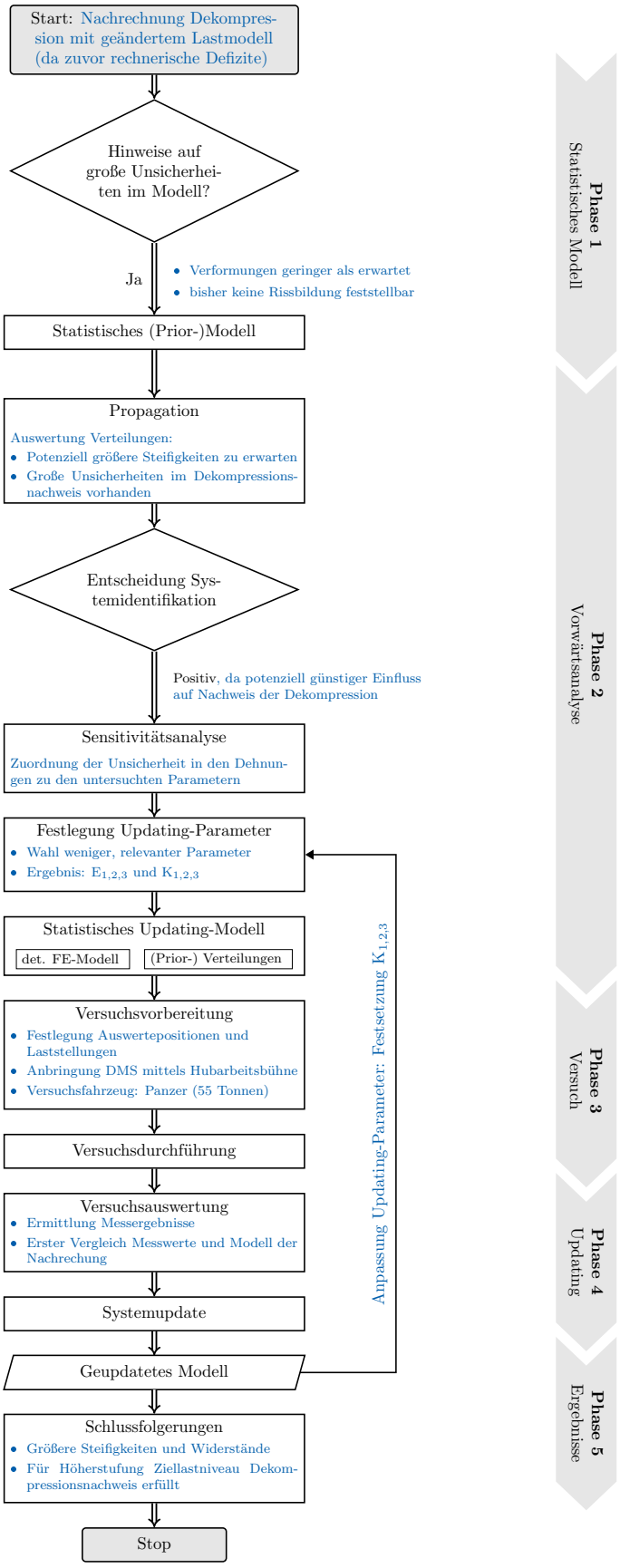


Abbildung 5.5: Verfahrensschritte des Konzepts zur Bestandsbewertung von Brückenbauwerken am Beispiel Roding

6 Schluss

6.1 Zusammenfassung

In der Arbeit werden die Potenziale und Einschränkungen der Bayes‘schen Systemanalyse im Ingenieurbau am Beispiel von zwei repräsentativen Bauwerken untersucht. Theoretische Überlegungen und deren Überprüfung anhand der Brücke Traunwalchen zeigen die Notwendigkeit und den Nutzen von Verfahren zur Quantifizierung der Unsicherheiten im Modell vor der Berücksichtigung von Messdaten, der globalen Sensitivitätsanalyse zur Parameterauswahl und der MCMC-Methodik zur numerischen Ermittlung der Posterior-Verteilung. Die Untersuchungen beziehen sich dabei auf die Art der gemessenen Systemreaktionen, das Messverfahren und die Präzision des eingesetzten Messystems sowie die Wahl der Versuchsfahrzeuge. Zudem wird die Auswahl der Parameter mittels Sensitivitätsanalyse anhand einer Vergleichsberechnung untersucht. Abschließend wird aus den Erkenntnissen ein Konzept entwickelt, wie die praktische Umsetzung der Systemidentifikation gelingen kann. Die in Kapitel 1 formulierten Fragestellungen konnten wie folgt beantwortet werden:

1. **Wie lässt sich die Bayes’sche Systemidentifikation im Konstruktiven Ingenieurbau nutzen?**
    - Die durchgeführten Simulationen zeigen, dass das Bayes’sche Updating enorme Verbesserungen in der Analyse und der Prognose des tatsächlichen Verhaltens ermöglicht. Die praxisnahe Umsetzung kann dabei durch die Nutzung der Markov-Chain-Monte-Carlo-Methode erfolgen. Der in dieser Arbeit verwendete DREAM_{ZS}-Algorithmus hat sich für die Aufgabenstellung als geeignet erwiesen.
    - Ein realitätsnahes Beispiel anhand der Brücke Roding zeigt, dass auch ein verhältnismäßig kleiner Datensatz in der Lage ist, das Systemverhalten zuverlässig abzubilden und auch mit moderatem numerischem Aufwand eine zutreffende Systemidentifikation möglich ist.
    - Es wird gezeigt, wie die verwendeten Algorithmen für ähnliche Aufgabenstellungen adaptiert werden können.
2. **Wie kann die Bayes‘sche Systemidentifikation angewandt werden?**
    - Durch eine Propagation der Prior-Parameterverteilungen durch das Modell kann eine Abschätzung der Unsicherheiten in den Bauwerkseigenschaften erfolgen. Zudem können Verbesserungsmöglichkeiten durch Messungen am Bauwerk eingeschätzt werden. Die Unsicherheit der Parameter im statistischen Prior-Modell sollten auf Grundlage von Vergleichsprojekten, Literaturangaben oder durch ingenieurmäßige Abschätzungen vorgenommen werden.
    - Um einen Ausgleich zwischen den Zielen einer ausreichenden Anzahl an Parametern für eine zutreffende Beschreibung der Realität und dem Ziel einer recheneffizienten und zutreffenden Parameterbestimmung zu ermöglichen, ist eine vorgeschaltete Sensitivitätsanalyse unerlässlich.
    - Die theoretischen Überlegungen und eine Parameterstudie anhand des Modells der Brücke Traunwalchen zeigen, dass die für viele Methoden der Sensitivitätsermittlung getroffenen Annahmen zur Modellfunktion nicht erfüllt werden. Die von der Modellcharakteristik unabhängigen globalen Verfahren der Sensitivitätsanalyse stellen deshalb für die praktische Anwendung eine Vorzugsvariante dar.
    - Die Bayes’sche Analyse und die Umsetzung durch die Simulation von Markov-Ketten bieten einen Rahmen für die Systemidentifikation, die sich gut in Konzepte moderner Datenanalyse und der probabilistischen Nachrechnung einfügen.

3. **Welche Faktoren beeinflussen den Erfolg der Identifikation und wie kann eine Optimierung erfolgen?**
    - Als Kriterium zur Sensorplatzierung wurde das Kriterium der D-Optimalität genutzt. Dies ermöglicht eine objektive Auswahl der Sensorik anhand derer die Kalibrierung durchgeführt wird.
    - Durch die alleinige Nutzung von Eigenfrequenzen konnte keine ausreichende Übereinstimmung mit dem Verhalten unter statischen Lasten erreicht werden.
    - Die Parameterreduktion auf Grundlage einer globalen Sensitivitätsanalyse ermöglicht es für den Anwendungsfall adäquate Modelle zu erzeugen, die bei ähnlicher Prognosefähigkeit eine bessere Konvergenz und Identifizierbarkeit aufweisen. Die verwendeten Sobol-Indizes ermöglichen eine objektive Zuordnung der Unsicherheiten auf die Parameter und können mit vertretbarem numerischem Aufwand berechnet werden.
    - Der Vergleich verschiedener Fahrzeuge als Versuchslast zeigt, dass kompaktere Fahrzeuge mit großem Betrag der Last zu bevorzugen sind. Schwierigkeiten in der Modellierung der Lasten ergeben sich insbesondere bei der Lastausbreitung in die Platte. Abweichungen konnten dabei vor allem für das Plattentragwerk der Brücke Traunwalchen bei der Dehnungsermittlung direkt unter den Lasten festgestellt werden.
    - Mit der Erhöhung der Präzision der Verformungsmessung gehen verbesserte Parameterschätzungen und Verhaltensprognosen einher. Durch den meist höheren Aufwand ist aber häufig eher eine größere Anzahl an Messstellen mit ggf. neuem Informationsgehalt zu empfehlen.
    - Die im Bereich des Monitorings zunehmend verwendeten quasi-kontinuierlichen faseroptischen Messsysteme zur Dehnungsermittlung können ebenso wie punktuelle Messergebnisse mittels elektrischer DMS für die Systemidentifikation eingesetzt werden und führen in der direkten Gegenüberstellung zu vergleichbaren Ergebnissen. Zwar zeigen faseroptische Systeme höhere Unsicherheiten in den Identifikationsergebnissen, durch die Möglichkeit, eine bedeutend höhere Anzahl diskreter Auswertestellen nutzen zu können, eröffnen diese Systeme aber neue Perspektiven für die Anpassung statischer Modelle.

6.2 Ausblick

Die Systemidentifikation an Ingenieurbauwerken bietet Potenziale, die in dieser Arbeit nur in einem kleinen Ausschnitt beleuchtet werden konnten. Auch die Anwendungsmöglichkeiten konnten noch nicht vollumfänglich dargestellt werden, da sich diese erst im Laufe der nächsten Jahre zeigen werden.

Diese Arbeit leistet einen Beitrag anhand zweier Versuchsbrücken und der Ableitung eines Konzepts zur praktischen Umsetzung. Eine Generalisierung der Methodik und Best-Practice-Lösungen werden sich aber erst im Laufe weiterer Forschungsaktivitäten und der Verwendung in der Praxis herausbilden.

Für die verwendete Algorithmik besteht Forschungsbedarf in Bezug auf die Nutzung von Ersatzmodellen, sogenannter Response-Surface-Modelle, die eine weniger aufwändige Ermittlung der Systemreaktionen bei gegebener Parameterkonstellation möglich machen. In der Ableitung dieser Modelle ergeben sich jedoch noch eine Vielzahl an Fragen, wie die anzusetzende Basisfunktion oder die Methodik zur Ableitung derartiger Näherungslösungen.

In der Arbeit wurde, begründet durch die sorgfältige Modellierung des Finite-Elemente-Modells, eine zutreffende Modellstruktur vorausgesetzt. Diese Einschränkung kann durch die Überprüfung von verschiedenen Hypothesen zur Modellstruktur validiert werden. Auf Grundlage sogenannter Bayes-Faktoren können verschiedene Modellierungsarten miteinander verglichen und die Vorhersagegenauigkeit der Modelle weiter gesteigert werden.

Ein Schwerpunkt der Arbeit liegt auf der korrekten Einbeziehung von Messunsicherheiten in den Kalibrierungsprozess und dem Vergleich von Messsystemen. Im Rahmen der Arbeit konnten einige Aspekte jedoch nicht aufgegriffen werden, wie z.B. die Kombination verschiedener Sensorarten oder der methodisch richtige Umgang mit Korrelationen in den Messwerten. Derartige Fragestellungen aufzugreifen würde das Potenzial der Systemidentifikation steigern und die Akzeptanz der Methodik erhöhen.

Eines der Hauptaufgabenfelder um die Identifikation mit Hilfe von Lasten auf Gebrauchslastniveau für die Praxis nutzbar zu machen, ist die Klärung der Übertragbarkeit auf stark abweichende Lastniveaus und die Entwicklung eines Sicherheitskonzepts für die Tragwerksnachrechnung. Insbesondere die Berücksichtigung nicht-linearer Effekte spielen eine entscheidende Rolle für die Übertragbarkeit der Ergebnisse in den Grenzzustand der Tragfähigkeit. Umfangreiche Forschungen zur sicherheitstheoretischen Behandlung von Belastungsversuchen laufen bereits, eine Fortschreibung der Konzepte wird die praktische Bedeutung der experimentellen Tragwerksanalyse aber weiter erhöhen.

Anhang

A Zusammenstellung von Projekten

Um einen Überblick über bereits durchgeführte Projekte zur Systemidentifikation zu geben, wird in Tabelle A.1 eine Auswahl an Referenzen zusammengestellt. Um einen systematischen Überblick zu geben wird neben einer kurzen Beschreibung der Kerninhalte auch eine Charakterisierung bzgl. der Versuchsdurchführung in statische, dynamische Versuchsmethodiken bzw. deren Kombination und der Art der gemessenen Systemreaktionen vorgenommen. Zudem wird vermerkt, ob Bayes'sches Updating zum Einsatz kam.

Quelle	statisch	dynamisch	Dehnung	Verformung	Beschleunig.	Bayes	Inhalt
[129]		×		×	×		Für das Updating von Systemparametern einer Fußgängerbrücke mit einer Gesamtlänge von 86,3 m mit drei Feldern und einem Pylonen werden die E-Moduln, Massendichten und die Seilkraft als Parameter verwendet, um ein Updating anhand der ersten 10 Eigenfrequenzen durchzuführen. Als Übereinstimmungskriterium wird das MAC verwendet. Im Rahmen einer vorgeschalteten Sensitivitätsanalyse mittels Sobol-Indizes wurden solche Parameter aus dem Updating ausgeschlossen, die keinen nennenswerten Einfluss auf die gemessenen Frequenzen haben. Als Grenze für die Totalen Sensitivitätsindizes wurde der Wert von 0,2 gewählt. Von dieser Regelung war u.a. die Lagerung der Brücke betroffen. Interaktionen zwischen den Parametern waren vernachlässigbar klein. Die Untersuchungen wurden anhand eines Meta-Modells durchgeführt, um den Aufwand für die Modellberechnungen gering zu halten. Ein Vergleich mit dem DRAM-Algorithmus zur Systemidentifikation zeigt die Überlegenheit des DREAM. Ergebnis der vorgestellten Untersuchungen war eine gegenüber der initialen Modellierung erheblich geringere Steifigkeit.
[74]		×		×	×		Anhand eines einfachen Stahlblechs, sowie einer 120 m langen, vierfeldrigen Fußgängerbrücke aus Stahl wird das Potenzial des Bayes'schen Updatings gezeigt. Für die Auswahl der upzudatenden Parameter wird eine Sensitivitätsanalyse basierend auf Sobol-Indizes verwendet. Als Prior-Information der Parameterauswahl wird ein geschätzter Parameterbereich als Gleichverteilung angesetzt. Die Posterior-Verteilung wird mittels des DRAM-Algorithmus ausgewertet, wobei auf Grund des komplexen FE-Modells ein Metamodell zum Einsatz kam. Die betrachteten Systemantworten beschränken sich auf Eigenfrequenzen.
[153]					×	×	Für zwei Fußgängerbrücken in Singapur (Fort Siloso Skywalk) und den USA (Dowling Hall Footbridge) wird gezeigt, dass Verfahren des Bayes'schen Updating dann gute Ergebnisse erzielen, wenn die Messunsicherheiten als unkorreliert angesehen werden können.

Quelle	statisch	dynamisch	Dehnung	Verformung	Beschleunig.	Bayes	Inhalt
[107]	×	×	×	×	×		Um die Ursache von Defiziten im Tragverhalten einer Highway-Brücke nahe New York zu ergründen, wurde mit Hilfe verschiedener Messsysteme eine Systemidentifikation mit Hilfe eines FE-Modells der 4-feldrigen Stahlträgerbrücke vorgenommen. Als Parameter werden dabei die Steifigkeiten der Auflagerfedern, die E-Moduln verschiedener Bauteile und die Wichten der Fahrbahnplatte verwendet. Es zeigt sich, dass sich die Systemidentifikation zur Erkennung von Schadensquellen eignet, insbesondere wenn diese durch visuelle Inspektion nicht erkennbar sind. Für die Übertragbarkeit in der Praxis ergibt sich jedoch häufig die Herausforderung, dass die mit dem Updating betrauten Ingenieure sowohl profunde Kenntnisse im Ingenieurbau als auch in der Konzeption von Versuchen und der Anwendung mathematischer Verfahren des System-Updatings benötigen.
[11]			×	×	×		Es wird ein Identifikationsprojekt, in dem quasi-statische Messsignale aus der Überfahrt von LKW gewonnen wurden, beschrieben. Hierbei wurden Dehnungsmessungen an einer vorgespannten Fertigteilbrücke durchgeführt, um ein Modell zu ermitteln, das die vorhandenen Schäden berücksichtigt. Es wird auch auf versuchsbedingte Streuungen durch Unsicherheiten in der Laststellung eingegangen.
[80]	×						Anhand eines Finite-Elemente-Modells der Aradebrücke in Portugal wird der Einfluss streuender Parameter auf die Eigenfrequenzen der Struktur gezeigt (Propagation). Es wird die Bedeutung der Unsicherheitsanalyse im Vorfeld des Modell-Updatings betont, um die entstehenden Ergebnisse validieren zu können.
[106]	×	×			×		Es wird ein Vergleich von statischen und dynamischen Messdaten für die Kalibrierung des FE-Modells einer Fachwerkbrücke vorgestellt. Insbesondere wird auf die Bedeutung von statischen Versuchen zur Validierung der Dauerüberwachung hingewiesen.
[132]	×	×			×		Durch eine Kombination von statischen und dynamischen Messungen wird die Identifikation von Steifigkeitsparametern und Randbedingungen anhand einer 79 m langen Fußgängerbrücke vorgenommen. Die Aufbringung der statischen Last erfolgte durch Zementsäcke, die auf dem Überbau aufgelegt waren.
[22]	×	×		×	×		Anhand von statischen und dynamischen Versuchen wird ein vereinfachtes FE-Modell einer Stahl-Beton-Verbundbrücke kalibriert um die beobachteten größeren Steifigkeiten zu erklären. Zurückgeführt werden konnte dieses Verhalten auf einen größeren E-Modul, eine Versteifung durch die Tragwirkung der Schiene und die Mitwirkung des Schotterbetts.

Quelle	statisch	dynamisch	Dehnung	Verformung	Beschleunig.	Bayes	Inhalt
[539] [540] [533]	×		×				Es werden Dehnungsmessungen unter statischer Last dazu verwendet, um eine deterministische Identifikation durchzuführen und die Vorteile von aus statischen Versuchen gewonnenen Messergebnissen zu zeigen. In [540] wird dieser Ansatz erweitert und die Vorteile statischer Dehnungsmessungen gegenüber der Bestimmung von Verformungen betont. Hierfür wurde eine Systemidentifikation anhand eines zweistöckigen Rahmens im Modellmaßstab durchgeführt. Die Wichtung der Messergebnisse erfolgt dabei mit Hilfe der Inversen der Standardabweichung. Eine der ersten Untersuchungen zu den Auswirkungen von Messunsicherheiten findet sich in [533]. Mittels einer Monte-Carlo-Analyse werden hierbei die Messwertabweichungen simuliert und im Rahmen einer Sensitivitätsanalyse deren Auswirkungen auf die Parameterbestimmung untersucht, um solche Messgrößen zu wählen, die eine große Toleranz gegenüber Messunsicherheiten aufweisen.
[70]	×	×	×		×		Mit dem Ziel der Lebensdauerabschätzung und der Erstellung eines Digitalen Zwillings wird die Validität eines vorhandenen FE-Modells mit Hilfe von Frequenzdaten überprüft. Die Identifikation findet durch einen Maximum-Likelihood-Ansatz statt.
[541]		×			×	×	Für eine initiale Kalibrierung eines Digitalen Zwillings wird der Satz von Bayes genutzt. Ziel ist dabei die Erkennung von Systemveränderungen.
[139]		×			×		Für eine Fußgängerbrücke mit UHPc-Fahrbahnplatte wird die Identifikation im Rahmen einer Initialmessung und die fortlaufende Zustandsüberwachung durchgeführt.
[76]	×	×			×		Beim Modell-Updating einer Hängebrücke mit einer Spannweite des mittleren Felds von 1490 m konnten im Rahmen der deterministischen Optimierung der Systemparameter erhebliche Verbesserungen in der Vorhersage von Systemreaktionen erzielt werden. Besonders betont wird hierbei die Notwendigkeit zutreffender Modelle für SHM-Anwendungen sowie für Erdbebenanalysen. Das Updating erfolgte zweistufig. In der Bauphase wurde zunächst der Pylon untersucht, um die Anzahl an Updating-Parametern zu begrenzen. Die Komplexität der Identifikationsaufgabe für die gesamte Brücke konnte so reduziert werden. Dem Update vorgeschaltet wurde eine Sensitivitätsanalyse um eine Auswahl der Parameter vorzunehmen. Mit dem Ziel die numerische Stabilität der Optimierung zu verbessern, werden Schranken in den Parameterwerten eingeführt. Zudem wird ein erheblicher Informationsgewinn durch die Kombination von statischen und dynamischen Messgrößen (Eigenfrequenzen) beschrieben.

Quelle	statisch	dynamisch	Dehnung	Verformung	Beschleunig.	Bayes	Inhalt
[542]			×			×	Es wird eine statistische Unsicherheitsanalyse und die varianzbasierte Sensitivitätsanalyse genutzt, um Streuungen im Modell für zeitabhängige Kriech- und Schwindprozesse zu quantifizieren und die Einflüsse zu gewichten. Durch die Bayes'sche Rückwärtsanalyse auf Basis von gemessenen Dehnungen an den Spannlitzen wird zudem die Vorhersagegenauigkeit für die zeitabhängigen Verluste in den Vorspannkräften verbessert.
[78]		×					Es werden Sobol-Indizes zur Beurteilung verschiedener Einflussgrößen auf die ersten fünf Eigenfrequenzen verwendet. An einer Eisenbahnbrücke wird der Einfluss der Lagersteifigkeit, des E-Moduls des Betonüberbaus, sowie der Steifigkeit und Wichte des Schotters untersucht. Hierbei werden jeweils Normalverteilungen mit Variationskoeffizienten von 5 % bis 15 % verwendet, in denen als Erwartungswerte die aus der Erfahrung wahrscheinlichsten Werte angesetzt werden. Der Vergleich der Sensitivitätsindizes zeigte einen verhältnismäßig kleinen und damit vernachlässigbaren Einfluss der Steifigkeit des Schotterbetts auf die ersten 5 Eigenfrequenzen.
[15]	×	×		×	×		Anhand einer Stahlbrücke wird gezeigt, welchen Einfluss die Lagerungssituation auf die Abtragung der Lasten und damit auf die Identifikation des statischen Systems haben kann. Zudem wird die Notwendigkeit von statischen Versuchen gezeigt, um dynamische Versuchsanordnungen zu ergänzen.
[543]		×			×	×	Mit Hilfe von 8 Eigenfrequenzen werden durch Bayes'sches Updating an einer Stabbogenbrücke E-Moduln und Dichten ermittelt. Dabei wird der DRAM-Algorithmus eingesetzt.
[145]	×		×		×		Für die Systemidentifikation an einer Kastenbrücke wird die Hälfte eines der Felder aus dem statischen System herausgelöst und verschiedene Modellstrukturen im Rahmen des Updating verglichen. Die Lagerbedingungen der Teilstruktur werden durch Dreh- und Senkfedern abgebildet. Zudem wird der E-Modul des Bauwerks als Parameter verwendet. Durch statische Messung mit Hilfe eines verwogenen LKW werden Neigungen, Verformung und mittels faseroptischer Messtechnik ermittelte Dehnungen aufgezeichnet. Das Update fand deterministisch unter Verwendung der mittleren quadratischen Abweichung statt.
[77]							Es wird auf die Bedeutung der Sensitivitätsanalyse für die anschließende Identifikation der Steifigkeiten eines Mauerwerks-Viadukts hingewiesen. Als Analysemethode werden Korrelationskoeffizienten verwendet, die mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode berechnet werden. Für das Sampling wird ein LHS-Schema genutzt. Dieses Sampling-Verfahren wird in Anhang B vorgestellt.

Quelle	statisch	dynamisch	Dehnung	Verformung	Beschleunig.	Bayes	Inhalt
[18]	×						Durch weit unter dem Grenzzustand der Tragfähigkeit durchgeführte Probebelastungen an einer Rahmenbrücke am Ludwigsluster Kanal in Klein Krams (Mecklenburg) konnte mittels einer vereinfachten Systemidentifikation durch Neigungsmessung das tatsächliche Tragverhalten des Bauwerks angegeben und die Nachrechnung des Bauwerks erfolgreich unterstützt werden.
[3]	×	×	×	×	×		Unter den in Anhang B des Buchs aufgeführten Fallstudien zur Systemidentifikation sind neben anderen herausragenden Bauwerken wie der Golden Gate Bridge auch die durchgeführten Untersuchungen an der Neuen Svinesundbrücke beschrieben. Für das Modellupdating wurde ein dauerhaft eingebautes Monitoring-System um temporär angebrachte Sensorik ergänzt, um Dehnungen, Beschleunigungen und Verformungen aufzeichnen zu können. Im Rahmen einer Messkampagne konnten aus ambienter Anregung und durch Belastungsversuche Daten gewonnen werden, die zu einer Kalibrierung mittels deterministischer Optimierung herangezogen werden. Ziel der Untersuchung war die Erstellung eines FE-Modells, das für Zwecke der Nachrechnung und als Ur-Modell für spätere Erhaltungsmaßnahmen genutzt werden kann. Ergebnisse sind neben der erhöhten Steifigkeit der Hauptträger und der Reduzierung der Unsicherheit im Modell auch Schwierigkeiten in der Vorhersage von Dehnungen.
[544]		×			×		Für die Systemidentifikation an einer Schrägseilbrücke wird ein vorhandenes Monitoring-System genutzt, um mit Hilfe von Beschleunigungssensorik Frequenzen und Moden zu ermitteln und in einem zweistufigen Verfahren ein geupdatetes FE-Modell zu berechnen. Hierzu wurde zunächst eine manuelle Kalibrierung durch händische Anpassungen am Modell durchgeführt, die anschließend durch einen deterministischen Optimierungsalgorithmus ergänzt wurde. Als Updating-Parameter werden die E-Moduln der verschiedenen Materialien, sowie die Querschnittsfläche tragender Elemente und die aufgebrachten Massen genutzt. In besonderer Weise wird auf die Vergrößerung der Eigenfrequenzen mit sinkender Temperatur eingegangen. Um die Vergleichbarkeit sicherzustellen, wurde deshalb ein Zeitpunkt für die Aufzeichnung ausgewählt, an dem die Bauwerkstemperatur dem Referenzwert von 20 °C entspricht.
[131]					×		Um die Restlebensdauer einer Stahlbrücke zu prognostizieren, wird ein SHM-Ansatz vorgeschlagen, dessen Grundlage die Systemidentifikation durch Dauermonitoring ist.
[545]		×			×	×	Anhand eines Glockenturms werden der Einfluss korrelierter Messunsicherheiten auf das Identifikationsergebnis aufgezeigt und die Bedeutung der ausgewählten Messtechnik für die Identifikation dargestellt. Hierzu wird ein Bayes'scher Ansatz verwendet.

Quelle	statisch	dynamisch	Dehnung	Verformung	Beschleunig.	Bayes	Inhalt
[75]		×		×			Anhand einer über 100-jährigen Eisenbahnbrücke mit einer Spannweite von 17 m wird die Verwendung einer kostengünstigen optischen Methode der Verformungsmessung für die Systemidentifikation durch Zugüberfahrten bei verschiedenen Geschwindigkeiten gezeigt. Für die Parameterauswahl wird eine vorgeschaltete Sensitivitätsanalyse verwendet.
[69]		×			×	×	Es wird ein Vergleich zwischen der Optimierung von Parametern mittels dem KI-basierten künstlichen Bienenvolk-Algorithmus und der Parameterschätzung durch Bayes'sches Updating gezogen. Als Referenz wird eine 600 m lange Bogenfachwerkbrücke verwendet, deren Eigenfrequenzen bei ambienter Anregung ermittelt wurden. Als Optimierungsparameter werden die Massen und der E-Modul jeweils für jedes Feld einzeln angesetzt. Beide Algorithmen ergaben ähnliche und zufriedenstellende Verbesserungen des ursprünglichen Modells.
[172]	×	×	×	×	×		Es wird der Fmincon-Optimierungsalgorithmus in einer Matlab-Implementierung verwendet, um eine vorgespannte Kastenbrücke mit Wellblech-Stegen upzudaten. Die Ergebnisse der Untersuchungen zeigen die große Bedeutung der Auswahl und der Art der Messdaten. Für ausreichende Übereinstimmung mit dem realen Modell wird dringend eine Kombination aus dynamischen und statischen Versuchen empfohlen.
[434] [435]		×			×		In den Veröffentlichungen werden anhand der gleichen Brücke eine Identifikation auf Basis eines „Grey Wolf"-Optimierers wie auch durch einen Partikelschwarmoptimierer durchgeführt und in beiden Fällen gute Ergebnisse erzielt. In den Algorithmen werden jeweils obere und untere Schranken für die gesuchten Parameter eingesetzt, um den Ergebnisraum einzuschränken. Die entsprechenden Intervallgrenzen werden jeweils an Erfahrungen der Autoren angelehnt oder weiterführenden Quellen aus Referenzprojekten entnommen. Zudem wird die Bedeutung der Systemidentifikation für die Genauigkeit und Effizienz des SHM hervorgehoben.
[130]		×			×		Es wird eine Methode vorgestellt, wie die Zahl an als bekannt vorauszusetzenden Frequenzen anhand einer vorgeschalteten Sensitivitätsanalyse gewählt werden kann. Die Betrachtungen umfassen dabei die Eingrenzung des Parameterraums durch obere und untere Grenzen für die Optimierung anhand eines Kriteriums für die Übereinstimmung der berechneten und im Experiment ermittelten Eigenfrequenzen. Die Anwendung der Methode wird anhand einer Fachwerkbrücke gezeigt, für die 21 Eigenfrequenzen aus Beschleunigungsmessungen bestimmt wurden. Als Nachteil des Updating auf Grundlage des Frequenzspektrums wird die hohe Zahl an zu ermittelnden Eigenfrequenzen angegeben.

Quelle	statisch	dynamisch	Dehnung	Verformung	Beschleunig.	Bayes	Inhalt
[88]	×			×			Es wird ein Beispiel für die Anwendung von Response-Surface-Ansätzen, sowie zur Verwendung von aus statischen Messungen gewonnenen Versuchsdaten gegeben. Das Response-Surface-Modell wird dazu genutzt, die Berechnung effizienter zu gestalten. Für die untersuchte Brücke zeigt das generierte Modell aber auch erhebliche Schwächen in Bezug auf dessen Korrektheit. Aus diesem Grund werden Methoden zur Beschränkung des Parameterbereichs vorgeschlagen. An einer 5-feldrigen Kastenbrücke wird beispielhaft eine Systemkalibrierung mittels Verformungsdaten an 42 Stellen unter den Stegen durchgeführt, wobei eine einzige Lastposition in der Mitte des mittleren Feldes verwendet wird. Das Updating selbst erfolgt deterministisch.
[144]	×		×	×			Es wird eine Methode zur adaptiven Meta-Modellierung für die Systemidentifikation durch Optimierung statischer Systeme vorgestellt. Insbesondere Probleme bei der Erzeugung von Metamodellen für den gesamten Parameterbereich werden diskutiert. Die vorgestellte Methodik wird anhand von quasi-statischen Überfahrten über eine 1280 m lange Hängebrücke gezeigt. Hierfür wurden Einflusslinien für Dehnungen und Verformung verwendet. Als Vorteile statischer Messungen wird dabei die größere Genauigkeit im Vergleich zur Messung dynamischer Systemreaktionen genannt.
[89]					×		Die Vorteile des Response-Surface-Ansatzes für die Systemidentifikation im Brückenbau werden anhand des Beispiels einer 6-feldrigen Kastenbrücke veranschaulicht und eine Weiterentwicklung bisheriger Methoden zur Konstruktion der Response-Surface vorgestellt. Als Parameter werden dabei der E-Modul, die Poisson-Zahl und die Wichte verwendet. Als Messgrößen wurden Beschleunigungsdaten zur Bestimmung der ersten drei Eigenfrequenzen genutzt und das entstandene Modell mit Messungen von Dehnungen und Verformung verglichen. Durch das auf die gemessenen Daten angepasste Modell konnte gezeigt werden, dass die Vorgaben aus dem Grenzzustand der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit erfüllt werden.

Tabelle A.1: Systematisierte Zusammenstellung von Projekten zur Systemidentifikation

B Generierung von Zufallszahlen

B.1 Allgemeines

Die in dieser Arbeit verwendete Monte-Carlo-Methode für die Unsicherheitspropagation und Sensitivitätsanalyse basiert auf Algorithmen, die Zufallszahlen einsetzen, um Aussagen über komplexe Modellzusammenhänge zu machen.

Eine Zufallszahl ist dabei eine zufällige Realisierung einer Zufallsvariablen [184] und wird mit Hilfe eines Zufallszahlengenerators erzeugt. Dieser generiert Folgen von Zahlen, die möglichst nicht von unabhängigen und identisch verteilten Folgen einer bestimmten Verteilung zu unterscheiden sein sollen [347].

Neben der Generierung gleichverteilter Zufallsvariablen im Intervall $]0;1[$ wird in diesem Anhang auch auf die Simulation von Verteilungen und auf die Möglichkeiten der Varianzreduktion zur Konvergenzbeschleunigung eingegangen.

Da zur Zufallszahlengenerierung sehr umfangreiche Grundlagenliteratur zur Verfügung steht, beschränken sich die Erläuterungen in diesem Anhang auf eine anschauliche Darstellung der verwendeten Verfahren. Für eine vertiefte Darstellung und eine Erläuterung der mathematischen Hintergründe wird auf [347, 271, 546, 349, 547, 548, 549] bzw. im Speziellen auf die jeweils zitierten Quellen verwiesen.

B.2 Generierung gleichverteilter Zufallszahlen

Die Notwendigkeit der Generierung von Zufallsstichproben hat zu einer großen Zahl unterschiedlicher Zufallsgeneratoren geführt.

Generatoren auf Basis zufälliger physikalischer Prozesse wie durch Auswertung thermischen Rauschens in Schaltkreisen, Luftturbulenzen oder atomaren Zerfalls sind zwar echte Zufallsprozesse, haben sich aber als langsam erwiesen und sind vor allem in ihren Ergebnissen nicht reproduzierbar [548, 549]. Stattdessen werden häufig Pseudozufallszahlengeneratoren eingesetzt, die auf deterministischen Algorithmen beruhen, deren Stichproben sich jedoch nicht von echten Zufallssequenzen unterscheiden lassen [546, 347, 547]. Pseudozufallszahlengeneratoren sind zumeist für Gleichverteilungen konzipiert, die Stichproben können aber anschließend transformiert werden um einer beliebigen Verteilung zu entsprechen [213].

Die Qualität von Zufallszahlengeneratoren kann nach [347] insbesondere an folgenden Kriterien gemessen werden:

- Bei bekannten Startwerten des Algorithmus, dem so genannten „Seed“, ist die Sequenz reproduzierbar.
- Die Generierung erfolgt recheneffizient.
- Statistische Tests zur Überprüfung der Zufälligkeit, wie beispielsweise in [546] beschrieben, zeigen die vorteilhafteren Eigenschaften eines Generators.
- Die Werte 0 und 1 werden nicht generiert, um numerische Probleme bei der Transformation zu vermeiden.
- Die Periodenlänge, d.h. die Zahl der Generierungen bis zur Wiederholung, ist ausreichend groß.

Als besonders geeignet für die Generierung von Zufallszahlen hat sich der von Matsumoto und Nishimura entwickelte Marsenne Twister (MT19937ar) erwiesen, welcher in [550] erstmals vorgestellt wurde und zur Gruppe der Twisted Generalized Feedback Register Generatoren zählt [347, 349]. Dieser weist gute Verteilungseigenschaften, eine schnelle Zufallszahlengenerierung und eine sehr lange Periodenlänge von $2^{19\,937} - 1$ auf [347, 198, 546]. Daher wird der Marsenne Twister in dieser Arbeit eingesetzt. Eine eingehende Erklärung des Algorithmus und dessen Implementierung ist in [546] zu finden.

B.3 Simulation von Verteilungen

B.3.1 Allgemeines

Um aus beliebigen bekannten Verteilungen Zufallsstichproben zu gewinnen, ist meist eine Transformation notwendig. Von den beispielsweise in [271, 349] beschriebenen Verfahren wird in diesem Anhang nur die Inversions- und Verwerfungsmethode behandelt und die erstgenannte verwendet.

B.3.2 Inversionsmethode

Für Variablen mit berechen- und umkehrbarer Verteilungsfunktion kann die Inversionsmethode verwendet werden [198].

Diese nutzt die Eigenschaft, dass für eine Transformation $U = F(X)$ die Zufallsvariable X dann ein Sample aus der gesuchten Verteilung darstellt, wenn U ein Sample aus $U(0;1)$ ist [349]. Sofern die Umkehrfunktion analytisch beschreibbar ist, ist eine exakte Transformation möglich [271]. Andernfalls können numerische Lösungen zum Einsatz kommen [271].

Eine Veranschaulichung der Methodik zeigt Abbildung B.1. Aus einer gleichverteilten Stichprobe wird in diesem Beispiel mittels Inversion der Verteilungsfunktion ein Sample aus der Normalverteilung bestimmt.

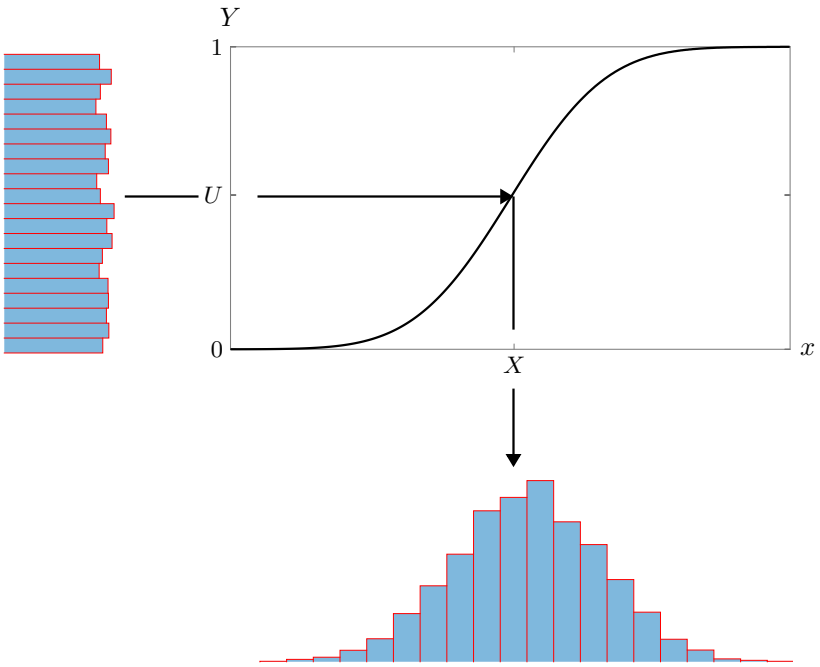


Abbildung B.1: Veranschaulichung der Inversionsmethode anhand einer Normalverteilung

B.3.3 Verwerfungsmethode

Eine universell anwendbare Methode der Generierung von Zufallsstichproben ist die in [551] erstmals beschriebene Verwerfungsmethodik, auch Acceptance-Rejection-Sampling genannt.

Eine Beschreibung des Verfahrens findet sich in [213] und wird nachfolgend wiedergegeben. Zunächst wird zur Generierung von Samples aus $f(y)$ eine Zufallszahl aus einer einfacher zu samplenden Dichtefunktion $g(y)$ generiert und diese mit einer Wahrscheinlichkeit angenommen, die proportional zu $\frac{f(y)}{g(y)}$ ist. Um sicherzustellen, dass $g(y)$ größer als $f(y)$ ist, wird eine Konstante c so gewählt, dass in jedem Fall $\frac{f(y)}{g(y)} \leq c$ gilt. In der Algorithmik der Verwerfungsmethode wird eine Zufallszahl genau dann akzeptiert, wenn $U \leq \frac{f(y)}{c \cdot g(y)}$ gilt. Hierbei ist U eine Zufallszahl aus $U(0;1)$. Auf eine detaillierte Darstellung des Verfahrens und eine Beschreibung der theoretischen Hintergründe wird mit Verweis auf [271] verzichtet.

Zwar ist die Verwerfungsmethode für eine große Zahl von Funktionen und auch im mehrdimensionalen Fall anwendbar [347], jedoch sinkt die Effizienz mit steigender Zahl an Dimensionen rapide [347, 330].

B.4 Varianzreduktion und Quasi-Monte-Carlo

B.4.1 Allgemeines

Eine signifikante Steigerung der Effizienz von Monte-Carlo-Simulationen kann durch Methoden der Varianzreduktion und Quasi-Monte-Carlo-Verfahren erreicht werden.

Die mit Hilfe dieser Verfahren erzeugten Stichproben reflektieren die zu samplenden Verteilungen besser als andere Methoden und ermöglichen so einen geringeren Umfang der Stichprobe bei gleicher Präzision der Simulationsergebnisse. Innerhalb dieser Arbeit werden Verfahren für die Generierung von Zufallszahlen zur Ermittlung von Sobol-Indizes für die Sensitivitätsanalyse eingesetzt. Aus diesem Grund werden hier die in Abschnitt 3.3.4.5 angesprochenen Verfahren des Latin-Hypercube-Sampling und der Generierung von Sobol-Sequenzen kurz erklärt.

B.4.2 Latin-Hypercube-Sampling

Latin-Hypercube-Sampling ermöglicht für eine definierte Zahl an Samples eine gleichmäßigere Aufteilung der Stichproben, insbesondere in hochdimensionalen Parameterräumen.

Das in [552] erstmals beschriebene Vorgehen ist eine Weiterentwicklung des Stratified-Sampling für den mehrdimensionalen Fall [549, 553]. Ein d-dimensionaler Parameterraum wird für die Generierung von N Samples in N^d Regionen der Dimensionalität d mit gleicher Wahrscheinlichkeit aufgeteilt und die Einzelstichproben so gewählt, dass sich in den Randdichteverteilungen der Variablen genau ein Sample in jedem Wahrscheinlichkeitsintervall befindet [349]. Für die Untersuchungen in dieser Arbeit werden zudem solche Stichproben bevorzugt, die eine möglichst geringe Korrelation der Zufallszahlen aufweisen.

Eine Erläuterung des Vorgehens wird in Abbildung B.2 für einen zweidimensionalen Parameterraum und 7 Stichproben gegeben. Eine entsprechende Anordnung wird als Latin Square bzw. Lateinisches Quadrat bezeichnet. Eine eingehende Erläuterung und Untersuchung zu diesem Verfahren ist in [554] zu finden. Eine Untersuchung der Leistungsfähigkeit im Hinblick auf die Sensitivitätsanalyse wird in [555] durchgeführt. Nachteile der Methode für die Unsicherheitsanalyse ist die vorab festzulegende Zahl an Stichproben N, wodurch die Simulationsgenauigkeit nicht ohne Weiteres während der Simulation angegeben und die Zahl der Simulationsdurchläufe nicht geändert werden kann [556].

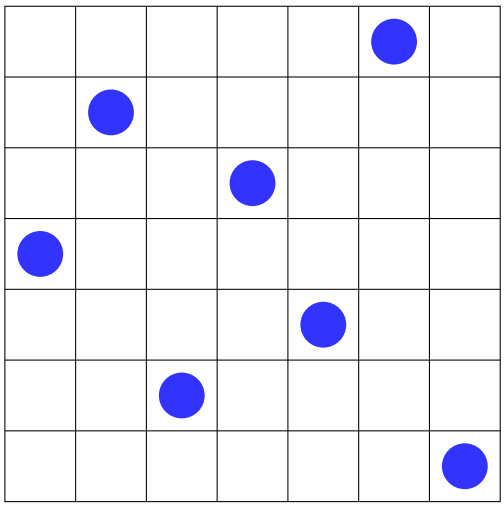


Abbildung B.2: Veranschaulichung der Simulation einer Zufallsstichprobe mit Hilfe eines Latin Squares (Lateinisches Quadrat) anhand zweier gleichverteilter Basisvariablen

B.4.3 Quasi-Monte-Carlo-Sequenzen (Sobol-Sequenzen)

Quasi-Monte-Carlo-Sequenzen, auch Low-Discrepancy-Sequenzen genannt, basieren darauf, die Stichproben so gleichförmig wie möglich über den Parameterraum zu verteilen, so dass keine Häufungen oder Lücken in der Stichprobenverteilung entstehen [553]. Eine gute Übersicht über Methoden zur Erzeugung von Low-Discrepancy-Sequenzen ist in [347] zu finden.

Eine besonders effiziente Low-Discrepancy-Technik für mehrdimensionale Verteilungen ist die Generierung der in Abschnitt 3.3.4.5 angesprochenen Sobol-Sequenzen. Da auf die komplexe Konstruktion der Sequenzen nicht eingegangen werden kann, wird für den mathematischen Hintergrund des Samplings auf [349], sowie auf die Originalquelle in [557] verwiesen. Die Vorteile der Methodik in hochdimensionalen Parameterräumen sind in [558] beschrieben. Charakteristisch für derartig erzeugte Sequenzen ist, dass diese zwar eine sehr große Regularität aufweisen [347, 553], die Eigenschaft der Zufälligkeit jedoch verloren geht [546].

B.4.4 Anschaulicher Vergleich der Verfahren

Um einen Eindruck von der räumlichen Verteilung der entstehenden Stichproben für die drei vorgestellten Sampling-Techniken zu vermitteln, werden in Abbildung B.3 die drei Methoden für eine zweidimensionale Gleichverteilung veranschaulicht.

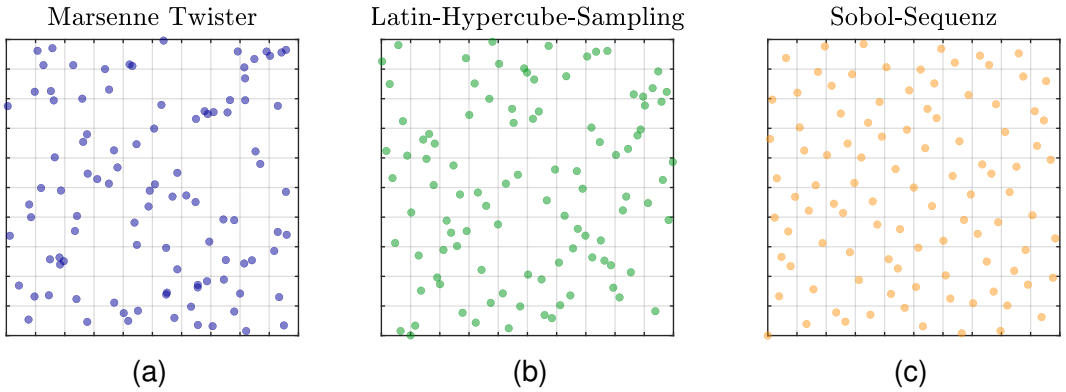


Abbildung B.3: Scatterplots für eine Stichprobe vom Umfang $N = 100$, die mit Hilfe (a) des Marsenne-Twisters MT19937ar, (b) eines Latin-Hypercube-Designs und (c) mit Hilfe einer Sobol-Sequenz generiert wurden

C Unsicherheiten der eingesetzten Messsysteme

C.1 Allgemeines

Um den Informationsgehalt der Messwerte für die Systemkalibrierungen der Brücken Traunwalchen und Roding zu bestimmen, werden den Ergebnissen der Messung Unsicherheiten zugeordnet. Eine Beschreibung der eingesetzten Versuchstechnik ist in Anhang F zu finden.

Die Berechnung der Standardunsicherheit erfolgt auf Grundlage des „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement“ (GUM) [505]. Zur Überprüfung und Visualisierung der Verteilungen werden Monte-Carlo-Simulationen genutzt, welche gemäß der 1.Ergänzung des GUM in [506] durchgeführt werden. Die theoretischen Grundlagen der Unsicherheitsbestimmung nach [505] bzw. [506] sind in Abschnitt 4.3.2 erläutert.

Die Unsicherheiten in den zu berücksichtigenden Einflüssen werden aus den Herstellerangaben, Kalibrierzertifikaten sowie der Literatur entnommen oder stammen aus eigenen Versuchen zu den Unsicherheiten der Messsysteme. Die Berechnung der Unsicherheiten erfolgte so praxisnah wie möglich, um die baupraktische Umsetzbarkeit zu zeigen.

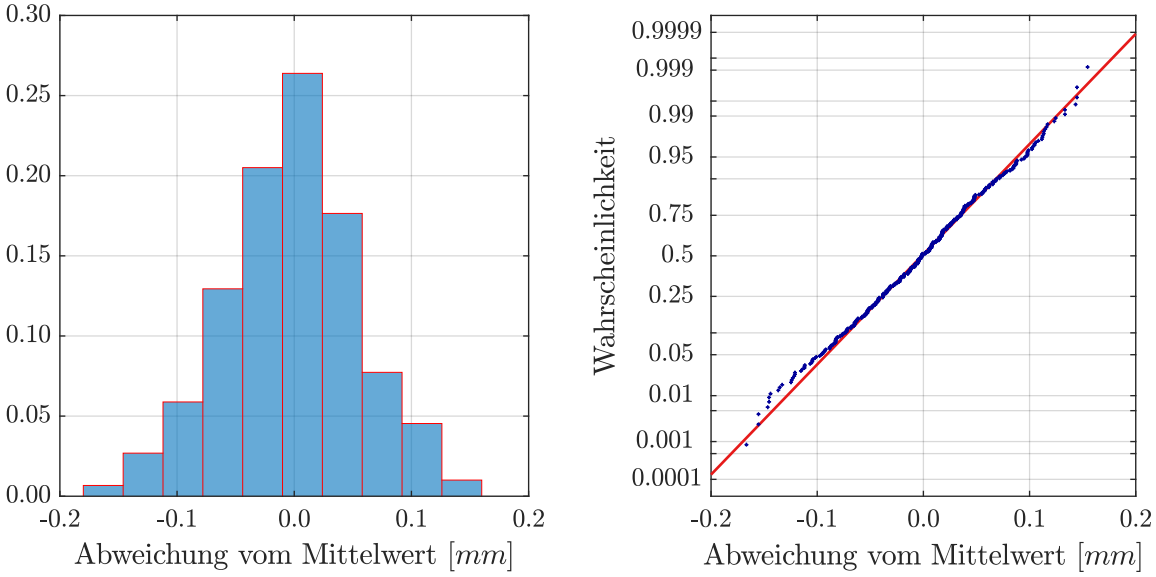
Nach der Nennung der für die konkrete Messaufgabe als relevant identifizierten Einflussgrößen auf die Messung werden die resultierenden Unsicherheiten quantifiziert, sowie eine Überprüfung der Verteilung vorgenommen. Für die Standardunsicherheit bzw. Standardabweichung der Messung wird abweichend zum GUM [505] das Formelzeichen σ verwendet, um Einheitlichkeit zur Bezeichnung in Abschnitt 3.4 herzustellen.

C.2 Tachymetrische Durchsenkungsmessung an der Brücke Traunwalchen

Für die Messung der Koordinatendifferenzen mit Hilfe der Tachymeter Leica TPS 1202 bei Anzielung von Prismen vom Typ Leica GPR1 mit Hilfe der automatischen Zielerfassung (ATR) können als Haupteinflüsse auf die Messung die Unsicherheiten der Zielerfassung, wechselnde Lichtverhältnisse unter der Brücke und zu einem gewissen Grad auch die Refraktion angegeben werden. Auf eine Erläuterung der Funktionsweise und der Genauigkeit einer automatischen Zielerfassung wird mit Verweis auf [514, 559] verzichtet.

Zur Ermittlung der Messunsicherheit der Durchsenkungsbestimmung mittels ATR wurden im Rahmen einer Typ A-Analyse nach GUM [505] alle Prismen im unbelasteten Zustand wiederholt angezielt und eine Ablesung des z-Achsenwertes vorgenommen. Die Abweichungen der Koordinatenwerte zum jeweiligen Mittel jeder Prismenposition wurden um solche Werte bereinigt, die mehr als drei Standardabweichungen vom Mittelwert entfernt lagen und so als Ausreißer identifiziert werden konnten. Derartige Ausreißer in den Daten ergeben sich insbesondere bei geringen Distanzen zwischen Tachymeter und Prisma. Diese wurden auch im Rahmen der Versuchsauswertung erkannt und entfernt. Ein Histogramm der insgesamt 595 berücksichtigten Datenpunkte der insgesamt 600 Messungen ist in Abbildung C.1(a) zu sehen. Zudem lässt sich im Normalwahrscheinlichkeitsplot aus Abbildung C.1(b) erkennen, dass die Annahme einer Normalverteilung in guter Näherung gerechtfertigt ist. Abweichungen der Standardunsicherheit zwischen den einzelnen Messpositionen sind nach Expertenaussage nicht zu befürchten, da die Messdistanzen mit maximal 12,8 m in einem sehr ähnlichen Entfernungsbereich liegen [560].

Die Standardabweichung der Stichprobe ergibt sich zu $\sigma_{Einzelmessung}$ = 0,056 33 mm $\approx$ 0,06 mm mit einem Standardfehler von $\sigma\left(\sigma_{Einzelmessung}\right)$ = 0,001 65 mm, welcher durch Bootstrapping ermittelt wurde. Da für die Messreihen jeweils unterschiedliche Anzahlen n von Wiederholungsmessungen durchgeführt wurden, wird die Kombinierte Messunsicherheit in der Beziehung C.1 allgemein angegeben und in Tabelle C.1 für die jeweils unterschiedliche Anzahl an Einzelmessungen zusammengefasst. Bei der Ermittlung ist



(a) (b)

Abbildung C.1: (a) Normalisiertes Histogramm für die Messwertdifferenzen zum Mittel der in-situ Unsicherheitsanalyse der Verformungsmessung durch Wiederholungsmessung in Traunwalchen und (b) Normalverteilungsplot der gemessenen Abweichungen zum Mittel

die Standardabweichung des Mittelwertes im belasteten Zustand mit der Standardunsicherheit der Nullmessung quadratisch zu überlagern. Die Ermittlung des Nullwerts als Mittel beider Messungen vor und nach den Belastungen resultiert in einer doppelt so großen Zahl an Messvorgängen wie in den belasteten Zuständen.

$$\sigma_{kombiniert} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{Einzelmessung}}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{Einzelmessung}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{n}}\right)^2} \tag{C.1}$$

Versuchsbezeichnung	Anzahl Einzelmessungen	Standardabweichung
Allgemein	n = 1	0,0735 mm
`UTF-MITTE-01-stat`	n = 2	0,0520 mm
`SLT-MITTE-02-stat`	n = 6	0,0300 mm

Tabelle C.1: Messunsicherheiten der Verformungsermittlung mittels automatischer Zielerfassung an der Versuchsbrücke Traunwalchen für die Versuchsreihen mit variierender Anzahl von Wiederholungsmessungen

C.3 Elektrische Dehnungsmessung an der Brücke Traunwalchen

Die Messunsicherheit der elektrischen Dehnungsmessung wird maßgeblich von der Linearitätsabweichung des Analog-Digital-Wandlers, der Unsicherheit in der Ermittlung des k-Faktors und von Installationseinflüssen bestimmt. Die Kennlinie des Dehnmessstreifens und der Wheatstone-Brücke wird als perfekt linear angenommen.

Es wurde ein Messdatenerfassungssystem vom Typ Quantum MX1615B des Herstellers Hottinger Brüel & Kjær GmbH und elektrische Dehnmessstreifen vom Typ PL-120-11-1LQM-F der Firma Sokki Kenkyujo verwendet. Die Ermittlung der Unsicherheiten erfolgte auf Grundlage der Datenblätter bzw. der Chargeninformation des Herstellers. Die Angaben zur installationsbedingten Unsicherheit sind der persönlichen Mitteilung der Firma HBM in [561] entnommen.

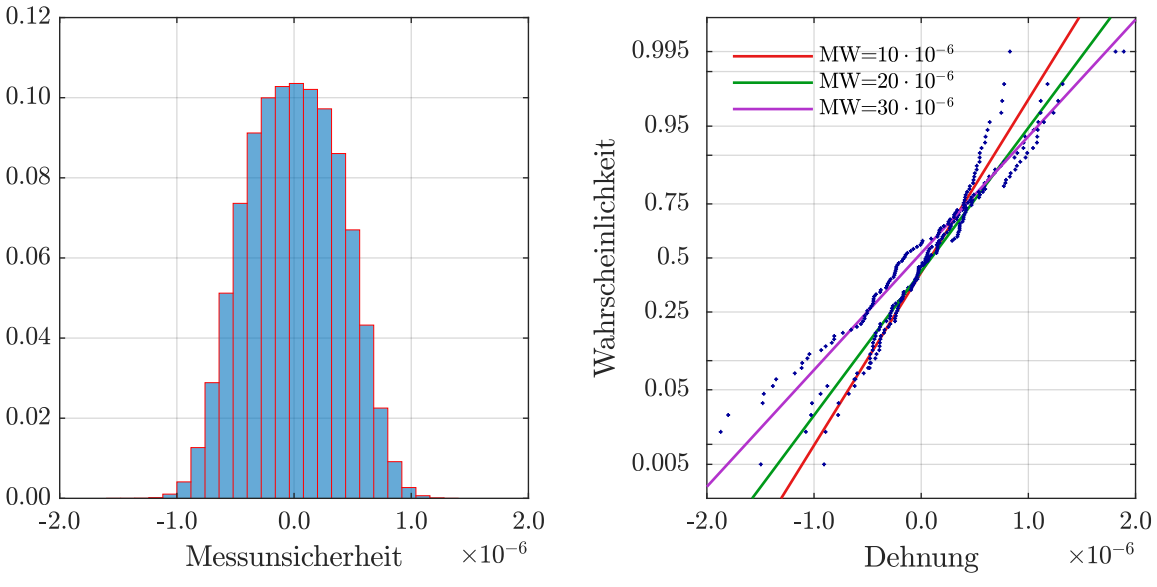
Einflüsse aus Temperatur sind auf Grund der geringen Messdauer der Einzelmessung und der nachträglichen Kompensationsmaßnahmen für die Versuche an der Brücke in Traunwalchen nicht berücksichtigt.

Tabelle C.2 fasst die Beiträge zur Messunsicherheit zusammen. Die Berechnungsvorschrift zur Ermittlung der kombinierten Standardunsicherheit ist in der Beziehung C.2 angegeben. Für die Überprüfung der Art der Verteilungsfunktion wurde eine Monte-Carlo-Simulation auf Basis der in Tabelle C.2 zusammengestellten Angaben durchgeführt. Die Unsicherheiten um die Messwerte herum werden näherungsweise als normalverteilt betrachtet, obwohl der Einfluss der Gleichverteilung besonders bei niedrigen Dehnungswerten erkennbar ist. Das Simulationsergebnis ist in Abbildung C.2(a) mit der Häufigkeitsverteilung für den Messwert $10 \cdot 10^{-6}$ und in Abbildung C.2(b) mit den Normalverteilungsplots für die repräsentativen Messwerte $10 \cdot 10^{-6}$, $20 \cdot 10^{-6}$ und $30 \cdot 10^{-6}$ dargestellt.

$$\sigma_{kombiniert} = \sqrt{\sigma_{lin}{}^2 + \sigma_{Uebertragung}{}^2 + \sigma_{Installation}{}^2} \tag{C.2}$$

Unsicherheitsbeitrag	**Verteilungsfunktion**	**Standardabweichung**
Linearitätsabweichung Messverstärker	$U(-0{,}576 \cdot 10^{-6}; 0{,}576 \cdot 10^{-6})$	$\sigma_{lin} = 0{,}332 \cdot 10^{-6}$
Unsicherheit Übertragungsfaktor (k-Faktor)	$N(0; 0{,}005 \cdot MW)$	$\sigma_{Uebertragung} = 0{,}005 \cdot MW$
Installation	$N(0; 0{,}02 \cdot MW)$	$\sigma_{Installation} = 0{,}02 \cdot MW$

Tabelle C.2: Unsicherheitsbeiträge, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Standardabweichungen für die elektrische Dehnungsmessung an der Brücke in Traunwalchen



(a) (b)

Abbildung C.2: (a) Normalisiertes Histogramm der Abweichungen vom Wahren Wert von $10 \cdot 10^{-6}$ und (b) Normalverteilungsplot für die entstehenden Verteilungen anhand der Messwerte $10 \cdot 10^{-6}$, $20 \cdot 10^{-6}$ und $30 \cdot 10^{-6}$

C.4 Faseroptische Dehnungsmessung an der Brücke Traunwalchen

Die Messunsicherheit der faseroptischen Dehnungsmessung wird maßgeblich von der Unsicherheit in der Kenntnis des Übertragungsfaktors, durch Installationseinflüsse, sowie durch die Auflösung der Dehnungsanzeige und der Instrumentengenauigkeit geprägt.

Unsicherheiten in der Bestimmung des Übertragungsfaktors zwischen der physikalischen Messgröße und der zu messenden Dehnung, werden gemäß den Streuungen der ermittelten Werte bei einer vom Autor durchgeführten Kalibrierung der Messfasern zu 5 % vom Messwert angesetzt. Die Kalibrierung erfolgte bei Dehnungen von $100 \cdot 10^{-6}$ bis $800 \cdot 10^{-6}$ in Schritten zu $100 \cdot 10^{-6}$ mit Hilfe einer hochpräzisen Zugprüfmaschine. Abbildung C.3 zeigt in (a) den Prüfstand in der Gesamtansicht und in (b) die obere Aufnahme der Faser. Für die aus der Kalibrierung ermittelten Übertragungsfaktoren konnte in einem durchgeführten Hypothesentest (Chi-Quadrat-Test) für den verwendeten Fasertyp auf einem Signifikanzniveau von 5 % die Hypothese der Normalverteilung nicht verworfen werden. Die Art der Wahrscheinlichkeitsfunktion für die Unsicherheit im angesetzten Übertragungsfaktor wird deshalb als Normalverteilung angegeben. Die ermittelten Übertragungsfaktoren der Stufenbelastung, ebenso wie die Auswertung der Residuen einer linearen Regression bei kontinuierlicher Laststeigerung ergab keine Abhängigkeit vom Belastungsniveau, so dass der Zusammenhang zwischen der Verschiebung der Wellenlänge und der aufgezwungenen Dehnung als linear angenommen wird.



(a) (b)

Abbildung C.3: Zugprüfmaschine zur Faserkalibrierung (a) in der Gesamtansicht und (b) Detail der oberen Aufnahme für die Prüffaser

Die Auflösung der Messwert-Angabe beträgt $\pm 0{,}5 \cdot 10^{-6}$ und ist als gleichverteilt anzunehmen.

Die Instrumentengenauigkeit wird gemäß der Angabe im Datenblatt mit $\pm 1 \cdot 10^{-6}$ berücksichtigt, wobei nach Auskunft des Herstellers in [562] ein Vertrauensintervall der Länge von 4σ angegeben wird.

Unsicherheiten, die im Rahmen der Installation entstehen, fließen mit einer Standardunsicherheit von 5 % vom Messwert (MW) ein, um den erschwerten Applikationsbedingungen von einem Brückenuntersichtgerät aus Rechnung zu tragen. Insbesondere die stark eingeschränkten Ausrichtungsmöglichkeit der Fasern im Zuge des Klebevorgangs tragen zur Unsicherheit bei. Der Wert ist dabei an die Empfehlung für einen unerfahrenen DMS-Installateur bei erschwerten Bedingungen gemäß den Angaben aus [561] angelehnt.

Durch die Relativmessung aus Nullmessung und Messung im belasteten Zustand sind die Unsicherheiten aus der Auflösung und der Instrumentengenauigkeit in der Beziehung C.3 jeweils doppelt berücksichtigt.

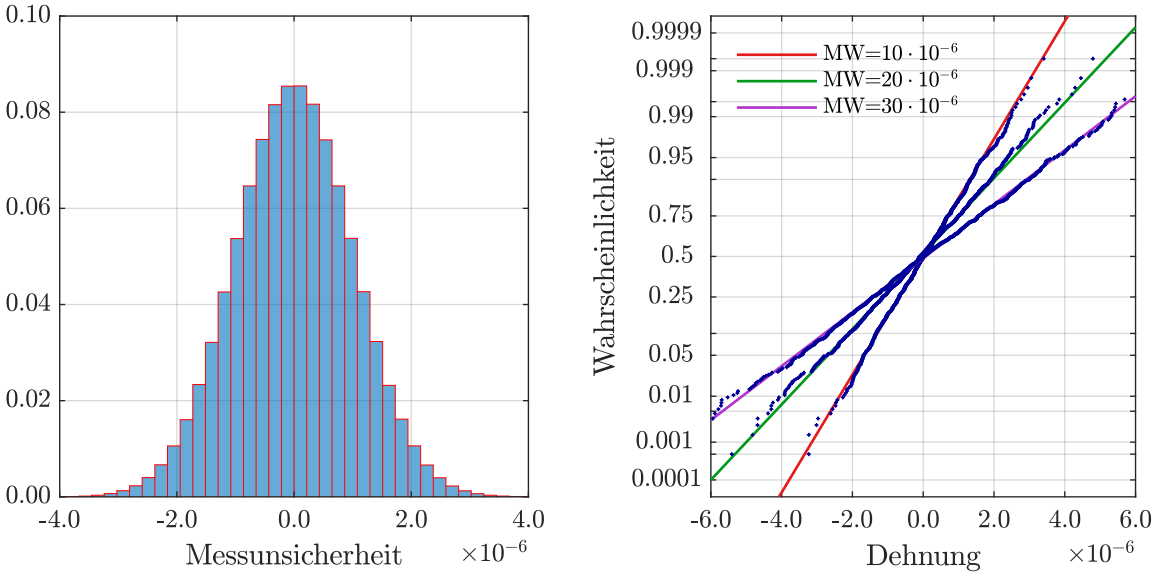
Die Einflüsse der einzelnen Unsicherheitsbeiträge zur kombinierten Unsicherheit sowie deren Verteilungsfunktion und Standardabweichung ist in Tabelle C.3 aufgelistet. Die resultierende Messunsicherheit wird

in der Beziehung C.3 berechnet. Abbildung C.4(a) zeigt das normalisierte Histogramm aus der Monte-Carlo-Simulation für die Messunsicherheiten bei einem Messwert von $10 \cdot 10^{-6}$. In Abbildung C.4(b) sind Normalwahrscheinlichkeitsplots für die repräsentativen Messwerte $10 \cdot 10^{-6}$, $20 \cdot 10^{-6}$ und $30 \cdot 10^{-6}$ angegeben. Es zeigt sich darin eine recht gute Übereinstimmung mit der Normalverteilungsannahme.

Unsicherheitsbeitrag	**Verteilungsfunktion**	**Standardabweichung**
Auflösung	$U(-0{,}05 \cdot 10^{-6}; 0{,}05 \cdot 10^{-6})$	$\sigma_{Aufloesung} = 2{,}89 \cdot 10^{-8}$
Instrumentengenauigkeit	$N(0; 0{,}5 \cdot 10^{-6})$	$\sigma_{Instrument} = 0{,}5 \cdot 10^{-6}$
Unsicherheit Übertragungsfaktor	$N(0; 0{,}05 \cdot MW)$	$\sigma_{Uebertragung} = 0{,}05 \cdot MW$
Installation	$N(0; 0{,}05 \cdot MW)$	$\sigma_{Installation} = 0{,}05 \cdot MW$

Tabelle C.3: Unsicherheitsbeiträge und Wahrscheinlichkeitsverteilungen der maßgebenden Einflüsse auf die Messunsicherheit der quasi-kontinuierlichen Dehnungsmessung mit Hilfe des LUNA ODiSI 6008 sowie zugehörige Standardabweichungen

$$\sigma_{kombiniert} = \sqrt{2 \cdot {\sigma_{Aufloesung}}^2 + 2 \cdot {\sigma_{Instrument}}^2 + {\sigma_{Uebertragung}}^2 + {\sigma_{Installation}}^2} \tag{C.3}$$



(a) (b)

Abbildung C.4: Normalisiertes Histogramm einer Monte Carlo Simulation für die Unsicherheiten der faseroptischen Dehnungsmessung für den Messwert $10 \cdot 10^{-6}$ und (b) Normalverteilungsplots für die entstehenden Verteilungen für Messwerte von $10 \cdot 10^{-6}$, $20 \cdot 10^{-6}$ und $30 \cdot 10^{-6}$

C.5 Piezoelektrische Beschleunigungsmessung und Eigenfrequenzen

Für die Ermittlung der Eigenfrequenzen beider Brücken wurden piezoelektrische Beschleunigungssensoren verwendet und die sich ergebenden Zeitreihen einer Fourier-Transformation unterzogen. Die Angabe der Unsicherheiten erfolgt dabei separat für die Beschleunigungen als die der Frequenzermittlung zu Grunde liegenden Messgröße wie auch für die Eigenfrequenzen als Eingangswerte für die Bayes'sche Analyse.

Die Messunsicherheit der Beschleunigungsmessung wird von der Linearitätsabweichung in der Kennlinie des Piezoelektrischen Messaufnehmers, sowie von Unsicherheiten in der Sensitivität des Systems dominiert.

Die Unsicherheit in der Bestimmung der Kennlinie wurde den Kalibrierprotokollen entnommen. Hierbei wurde im zu erwartenden Bereich zwischen 1 und 16 Hz die maximale Abweichung der ermittelten Sensitivitäten vom Mittelwert und der relative Fehler berechnet. Als Bezugswert für die Unsicherheitsermittlung der Beschleunigungsmessung wird der maximale Messwert MW_{max} verwendet. Dieser ergab sich für die Anregung durch den Impulshammer zu $\pm$ 1,5 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ = 0,15 g. Für die Verteilungsfunktion wird eine Normalverteilung angesetzt, deren Standardabweichung gleich der relativen Abweichung der Kennlinie ist [563].

Einflüsse aus dem Messverstärker vom Typ MX840A sowie der Koaxialkabel sind vernachlässigbar.

Tabelle C.4 zeigt die angesetzten Unsicherheiten für die Ermittlung der kombinierten Standardunsicherheit nach [505] aus Beziehung C.4. Die entstehenden Unsicherheiten für die Piezoelektrischen Beschleunigungssensoren vom Typ B04 und B05 sind in den Gleichungen C.5 und C.6 angegeben.

$$\sigma_{kombiniert} = \sqrt{{\sigma_{lin}}^2 + {\sigma_{Uebertragung}}^2} \tag{C.4}$$

$$\sigma_{kombiniert} = \sqrt{(0{,}142\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2})^2 + (0{,}0340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2})^2} = 0{,}146\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad \text{für Typ 393B04} \tag{C.5}$$

$$\sigma_{kombiniert} = \sqrt{(0{,}0142\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2})^2 + (0{,}0340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2})^2} = 0{,}0369\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad \text{für Typ 393B05} \tag{C.6}$$

Unsicherheitsbeitrag	Verteilungsfunktion	Standardabweichung
Linearitätsabweichung Messverstärker	$\boldsymbol{Typ393B04}$ **:** $U(-0,005 \cdot 5 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}; +0,005 \cdot 0,5 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2})$ *(Messbereich:* 5 g*)*	$\boldsymbol{Typ393B04}$ **:** $\sigma_{lin} = 0{,}0029 \cdot EW = 0{,}0029 \cdot 5 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 0{,}142\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ *(Messbereich:* 5 g*)*
	$\boldsymbol{Typ393B05}$ **:** $U(-0,005 \cdot 5 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}; +0,005 \cdot 0,5 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2})$ *(Messbereich:* 0,5 g*)*	$\boldsymbol{Typ393B05}$ **:** $\sigma_{lin} = 0{,}0029 \cdot EW = 0{,}0029 \cdot 0,5 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 0{,}0142\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ *(Messbereich:* 0,5 g*)*
Unsicherheit Übertragungsfaktor (Empfindlichkeit)	$N(0; 0{,}0231 \cdot MW_{max})$ *(gemäß Prüfprotokoll)*	$\sigma_{Uebertragung} = 0{,}0231 \cdot 1{,}47\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 0{,}0340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Tabelle C.4: Unsicherheitsbeiträge, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Standardabweichungen für die Beschleunigungsmessungen

Für die Bestimmung der Unsicherheiten in der Ermittlung der Eigenfrequenzen aus den Beschleunigungsdaten wird eine Typ A-Analyse nach [505] durchgeführt. Ein entsprechendes Vorgehen der Ermittlung der Unsicherheiten findet sich auch in [73]. Die Angabe der Standardunsicherheit für die Messungen in Traunwalchen lehnt sich dafür an den abgelesenen Frequenzen aus der Auswertung von insgesamt 68

fouriertransformierten Signalen an, die im Rahmen der Versuche zur Anregung mittels Impulshammer aufgezeichnet wurden. Ein Histogramm der abgelesenen Frequenzen am Beispiel der 3.Eigenfrequenz zeigt Abbildung C.5. Die Verteilungsform der Residuen kann in etwa als Normalverteilung angegeben werden. Ein Hypothesentest für ein Signifikanzniveau von 5 % ergab keine abweichende Vermutung. Die Ergebnisse sind in Tabelle C.5 zusammengestellt. Diese stehen näherungsweise in Einklang mit den in [133] angegebenen Varianzkoeffizienten und zeigen die in [148, 73, 74, 129] beschriebene Zunahme der Streuung mit steigender Frequenz. Die Auswertung erfolgt für die Signale nach Anregung mittels Dirac-Impuls. Die Ergebnisse sind in Tabelle C.6 angegeben.

In gleicher Weise wurden die Unsicherheiten in der Frequenzermittlung für die Brücke Roding festgelegt. Durch den Großversuchscharakter bei der Anregung des Bauwerks mittels Fallgewicht und der Aufzeichnung der Beschleunigungen konnte jedoch nur eine begrenzte Anzahl an Versuchswiederholungen durchgeführt werden. Für die Frequenzermittlung ergibt sich hieraus eine begrenzte Datenbasis, was eine detaillierte statistische Auswertung für diesen Fall erschwert.

Aus diesem Grund gibt die Tabelle C.6 Schätzungen auf Grundlage der ermittelten Frequenzen an. Als Verteilungsform kann eine Normalverteilung vermutet werden.

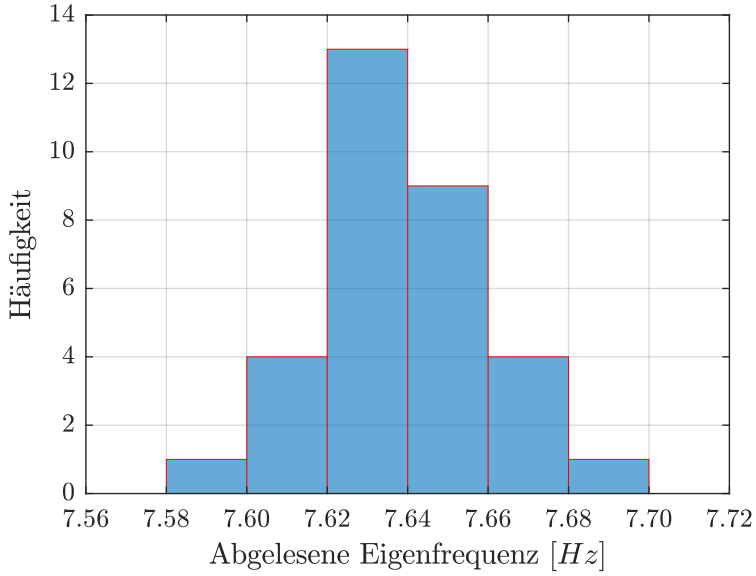


Abbildung C.5: Histogramm für die abgelesene Frequenz der 3.Eigenfrequenz bei Anregung durch den Modalhammer an der Brücke Traunwalchen

Eigenfrequenz	**Frequenz**	**Standardabweichung** σ_{EF}
1.Eigenfrequenz	3,28 Hz	0,015 Hz
2.Eigenfrequenz	5,34 Hz	0,030 Hz
3.Eigenfrequenz	7,64 Hz	0,035 Hz
4.Eigenfrequenz	11,3 Hz	0,050 Hz
5.Eigenfrequenz	13,5 Hz	0,070 Hz

Tabelle C.5: Unsicherheiten zur Berücksichtigung von versuchsbedingten Abweichungen im Rahmen der Bestimmung der Eigenfrequenzen durch Beschleunigungsmessung an der Brücke Traunwalchen

Eigenfrequenz	Frequenz	Anzahl Messwerte	Standardabweichung σ_{EF}
1.Eigenfrequenz	1,62 Hz	10	0,010 Hz
2.Eigenfrequenz	2,83 Hz	15	0,015 Hz
3.Eigenfrequenz	3,54 Hz	12	0,030 Hz
4.Eigenfrequenz	5,97 Hz	18	0,10 Hz

Tabelle C.6: Unsicherheiten zur Berücksichtigung von Abweichungen im Rahmen der Bestimmung der Eigenfrequenzen durch Beschleunigungsmessung an der Brücke Roding bei Anregung durch ein Fallgewicht

C.6 Reflektorlose tachymetrische Durchsenkungsmessung an der Brücke Roding

Die Unsicherheit der an der Versuchsbrücke Roding durchgeführten Durchsenkungsmessung durch manuelle Beobachtung eines Zielkreuzes wird maßgeblich durch die Unsicherheit der Winkelablesung [514] geprägt. Hinzu kommen menschliche Faktoren. Die Standardunsicherheit einer einzelnen Anzielung und Koordinatenbestimmung wurde im Rahmen einer Typ A-Analyse nach [505] unter den Wiederholbedingungen nach [508] ermittelt. Eine ausführliche Beschreibung des Vorgehens und die Auswertung für die Messungen in Roding findet sich in [427] und wird im Folgenden in gestraffter Form wiedergegeben.

Für die Untersuchung wurde mit dem im Feldversuch verwendeten Gerät durch den gleichen Bediener insgesamt 31 Mal mit dem selben Tachymeter Leica TPS 1201 ein Fadenkreuz in 30 m Entfernung angezielt und jeweils die Winkelangabe des Horizontalkreises abgelesen. Abbildung C.6 zeigt den Messvorgang. Die Messdistanz entspricht in etwa dem Maximum der Entfernung des Tachymeters von den Zielkreuzen im Feldversuch. Nach trigonometrischer Umrechnung der ermittelten Abweichungen vom Mittelwert der Horizontalwinkelablesungen auf Unterschiede der z-Koordinate ergab sich eine Standardabweichung von 0,0829 mm. Die Art der Verteilungsfunktion kann näherungsweise als Normalverteilung angegeben werden. Ein Hypothesentest (Chi-Quadrat-Test) für ein Signifikanzniveau von 5 % auf Grundlage der ermittelten Daten ergab keine abweichende Vermutung.

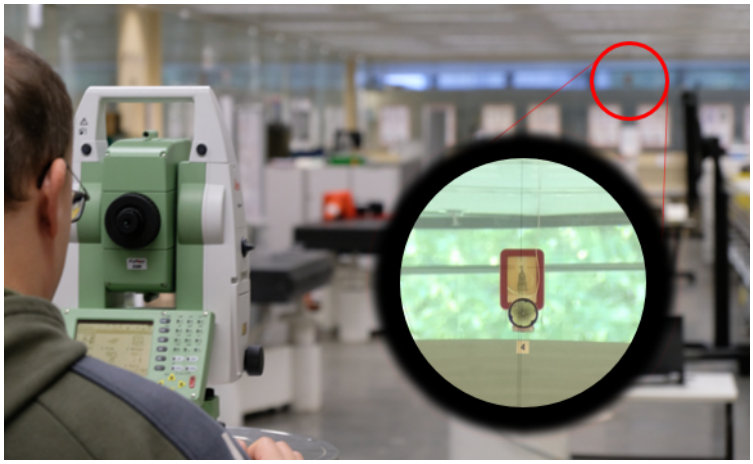


Abbildung C.6: Darstellung der Versuchsbedingungen des Laborversuchs zur Bestimmung der Unsicherheiten der reflektorlosen tachymetrischen Durchsenkungsmessung an der Brücke Roding, aus [427] (mit Genehmigung von Springer Nature wiedergegeben)

Um weitere, im Laborversuch nicht zu berücksichtigende Einflüsse in die Unsicherheitsbetrachtung mit einzubeziehen, wird nach Expertenschätzung des beteiligten Geodäten die Standardunsicherheit der Einzelmessung mit $\sigma_{Einzelmessung}$ = 0,1 mm angegeben. Da die Messung der Durchsenkung im Rahmen der Versuche in Roding sowohl aus der Mittelung zweier Werte der z-Koordinate als auch aus der Differenzbildung zum unbelasteten Zustand besteht, wird die Standardabweichung des Mittelwertes der beiden Koordinatenbestimmungen quadratisch mit der Standardunsicherheit der Nullmessung überlagert. Durch die Mittelung der Ablesewerte für einen Halbsatz und die Überlagerung zweier Messvorgänge (n = 2) ergibt sich gemäß Beziehung C.7 eine kombinierte Standardmessunsicherheit von $\sigma_{kombiniert}$ = 0,1 mm. Weitere, zumeist systematische Einflüsse wie Verkehr auf dem Ersatzneubau, Wind, Refraktion oder eine ungewollte Veränderung des Instrumentenstandorts wurden weitestgehend vermieden. Da diese Einflüsse kaum quantifiziert werden können, sind sie als Bestandteil des Modellfehlers im Identifikationsprozess aufzufassen.

$$\sigma_{kombiniert} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{Einzelmessung}}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{Einzelmessung}}{\sqrt{n}}\right)^2} = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{0{,}1\,\mathrm{mm}}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0{,}1\,\mathrm{mm} \qquad \text{(C.7)}$$

C.7 Elektrische Dehnungsmessung an der Brücke Roding

Die Dehnungsermittlung an der Versuchsbrücke Roding erfolgte bei nahezu kontinuierlicher Aufzeichnung des Signals während die drei in Abschnitt 4.4.3 beschriebenen Einzelpositionen durch das Kettenfahrzeug angefahren wurden, sowie im Zuge der beiden Referenzmessungen zu Beginn und am Ende der Versuchsreihe.

Bedingt durch die Schwankungen in den Umgebungsbedingungen während des Messvorgangs und die damit verbundenen großen Abweichungen von den in den Herstellerangaben definierten Randbedingungen zur Bestimmung der Messunsicherheit kann in diesem Fall keine Ermittlung nach [505] erfolgen. In Zusammenarbeit mit der Professur für Regelungstechnik und Elektrische Messtechnik der Universität der Bundeswehr München wurde deshalb ein anwendungsbezogenes, praxisnahes Modell zur Ermittlung der Messunsicherheit für die elektrische Dehnungsmessung entwickelt, das in [522] bereits veröffentlicht ist. Die Vorgehensweise wird deshalb innerhalb dieser Arbeit nur in ihrem grundlegenden Konzept wiedergegeben. Für eine detaillierte Beschreibung, sowie für quantitative Ergebnisse der durchgeführten Sensitivitätsanalyse für die einzelnen Einflussparameter wird auf diese Publikation verwiesen.

Durch die indirekte Bestimmung der Änderung der mechanischen Dehnung an der Oberfläche des Messobjekts durch die Änderung des Widerstands eines daran angebrachten Leiters ergibt sich eine komplex zusammengesetzte Messkette mit jeweils speziellen Einflüssen auf die Messunsicherheit. Für die Unsicherheitsermittlung ist deshalb eine eingehende Untersuchung und Berücksichtigung der Vielzahl von Einflusskomponenten und deren Zusammenwirken notwendig. Die Zusammenhänge zur Dehnungsermittlung weisen dabei Nicht-Additivitäten und Nicht-Linearitäten, sowie starke Abhängigkeiten zu den Temperaturen am Sensor auf. Hieraus ergibt sich der Bedarf an einer praxisnahen Modellierung und umsetzbaren Implementierung der Unsicherheitsmodellierung für die experimentelle Dehnungsbestimmung im Bauwesen. Einflussfaktoren werden dabei durch Zufallsvariablen beschrieben und die im Rahmen einer Monte-Carlo-Simulation ermittelten Stichproben durch ein Modell zur Bestimmung der Dehnungsunterschiede propagiert. Eine ausführliche Diskussion möglicher Einflüsse auf die Ergebnisse von Dehnungsmessungen mittels elektrischer Dehnmessstreifen wird in [564, 565, 566] für Laborversuche mit geringem praktischen Anwendungsbezug vorgenommen. Die Verwendung der Monte-Carlo-Methode zur Unsicherheitsbetrachtung nach [506], angewandt auf elektrische Dehnungsmessungen, wird in [567] bereits für eine abweichende Anwendung gezeigt.

Als Einflüsse auf die Unsicherheit im Messergebnis werden u.a. berücksichtigt:

- Abweichungen in der Empfindlichkeit der Dehnmessstreifen (k-Faktor), entnommen aus den Angaben des Herstellers
- Unsicherheiten durch Fehlausrichtung des Dehnmessstreifens am Bauwerk, ermittelt durch einen an die Verhältnisse am Bauwerk angelehnten Laborversuch
- Einflüsse auf die verschiedenen Komponenten der Messkette durch Temperaturänderungen während des Messvorgangs, beispielsweise durch Unsicherheiten im angegebenen Temperaturgang oder die Temperaturabhängigkeit der Empfindlichkeit
- Einflüsse aus der Unsicherheit in der Übertragung des abgegriffenen Spannungssignals innerhalb des Datenerfassungssystems

Im entwickelten Template wird die Übertragung der mechanischen Dehnung zwischen Messobjekt und Sensor als verlustfrei angenommen, was durch die große Ausführungsqualität durch qualifiziertes Personal und die Überprüfung der Messstelle gerechtfertigt werden kann. Durch die Mittelung des Signals über eine große Zahl an Einzelabtastungen kann die abgegriffene Spannung als deterministischer Wert aufgefasst werden. Die Simulation der Ergebnisverteilung wurde anhand von 300 000 Samples durchgeführt, die jeweils mit Hilfe der Technik des in Anhang B.4.2 vorgestellten Latin-Hypercube-Sampling generiert wurden. Sämtliche Eingangsgrößen werden als gegenseitig unabhängig angenommen, was der Regelung in [505] entspricht. Die Überprüfung der Genauigkeit der Simulationsergebnisse erfolgte durch Bootstrapping. Die Simulationsergebnisse für die Dehnungsmessung an der Versuchsbrücke Roding zeigen insbesondere den großen Einfluss der Temperaturunsicherheit auf die Unsicherheit in den Messergebnissen. Zudem zeigen sich leichte Abweichungen zur Verteilungsform der Gauß'schen Normalverteilung, die jedoch tolerierbar sind. Abbildung C.7 veranschaulicht beispielhaft die Ergebnisse der Simulation für `DMS-P2` im Feld 1, 2 und 3 gemäß Abschnitt 4.4.3.

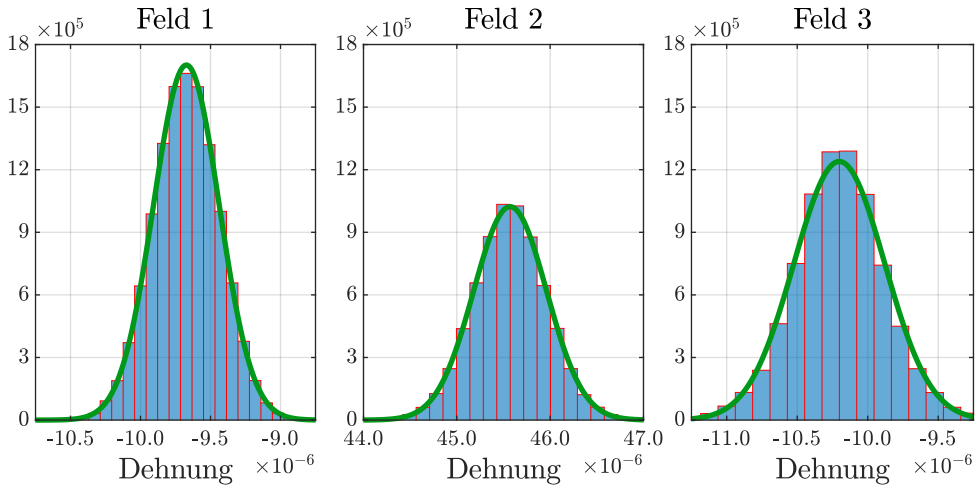


Abbildung C.7: Histogramme und gefittete Gauß-Verteilungen für die Ermittlung der Unsicherheiten der Dehnungsmessung an der Auswertestelle `DMS-P2` mittels elektrischer Dehnmessstreifen an der Versuchsbrücke Roding für die Positionierung des Kettenfahrzeugs im Feld 1, 2 und 3, nach [522]

D Schätzfunktionen für die Sensitivitätsindizes nach Sobol

D.1 Allgemeines

Für die Sensitivitätsindizes aus Abschnitt 3.3.4 wurden eine Vielzahl von Schätzfunktionen entwickelt, die in diesem Anhang tabellarisch aufgeführt werden. Diese sind in den Tabellen D.1 und D.2 enthalten. Die Bezeichnung der Schätzfunktionen erfolgt abweichend zu Abschnitt 3.3 mit S_1 und S_T um diese unabhängig vom Index der Variablen im Parametervektor zu machen.

Es existiert jeweils eine Vielzahl von Abwandlungen und abweichenden Darstellungsformen, die sich insbesondere im Sampling-Design unterscheiden [240]. Da auf die Unterschiede in der Berechnung der verschiedenen Schätzer nicht eingegangen werden kann, wird für eine Diskussion auf [285] verwiesen.

Quelle	Beziehung
[272]	$S_1 = \frac{\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N} f(A)_\nu f\left(B_A^{(i)}\right)_\nu - \left(\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N} f(A)_\nu\right)^2}{\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N} (f(A)_\nu)^2 - \left(\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N} f(A)_\nu\right)^2}$
[290]	$S_1 = 1 - \frac{\frac{1}{2N}\sum_{\nu=1}^{N}\left(f(B)_\nu - f\left(A_B^{(i)}\right)_\nu\right)^2}{\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N}\left(f(A)_\nu - \frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N} f(A)_\nu\right)^2}$
[221]	$S_1 = \frac{\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N}\left(f(A)_\nu \cdot f\left(B_A^{(i)}\right)_\nu\right) - \left(\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N} f(A)_\nu\right)^2}{\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N} (f(A)_\nu)^2 - \left(\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N} f(A)_\nu\right)^2}$
[568, 569, 283]	$S_1 = \frac{2\sum_{\nu=1}^{N}\left(f\left(A_B^{(i)}\right)_\nu - f(B)_\nu\right)\left(f(A)_\nu - f\left(B_A^{(i)}\right)_\nu\right)}{\sum_{\nu=1}^{N}(f(A)_\nu - f(B)_\nu)^2 + \left(f\left(A_B^{(i)}\right)_\nu - f\left(B_A^{(i)}\right)_\nu\right)^2}$
[276] [1]	$S_1 = \frac{\sum_{\nu=1}^{N} f(A)_\nu\left(f\left(B_A^{(i)}\right)_\nu - f(B)_\nu\right)}{V(Y)}$
[285] [1]	$S_1 = \frac{\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N} f(B)_\nu\left(f\left(A_B^{(i)}\right)_\nu - f(A)_\nu\right)}{V(Y)}$

Tabelle D.1: Tabellarische Aufzählung von Schätzfunktionen für den Sensitivitätsindex 1. Ordnung

[1] Nenner wird in der Quelle nicht näher spezifiziert

Quelle	Beziehung
[290]	$S_T = \frac{\frac{1}{2N}\sum_{\nu=1}^{N}\left(f(A)_\nu - f\left(A_B^{(i)}\right)_\nu\right)^2}{\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N}\left(f(A)_\nu - \frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N} f(A)_\nu\right)^2}$
[229]	$S_T = 1 - \frac{\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N} f(A)_\nu f\left(A_B^{(i)}\right)_\nu - \left(\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N} f(A)_\nu\right)^2}{\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N}\left(f(A)_\nu\right)^2 - \left(\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N} f(A)_\nu\right)^2}$
[291, 570]	$S_T = 1 - \frac{\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N} f(A)_\nu f\left(A_B^{(i)}\right)_\nu - \left(\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N}\frac{f(A)_\nu + f\left(A_B^{(i)}\right)_\nu}{2}\right)^2}{\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N}\left(\frac{(f(A)_\nu)^2 + \left(f\left(A_B^{(i)}\right)_\nu\right)^2}{2}\right) - \left(\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N}\frac{f(A)_\nu + f\left(A_B^{(i)}\right)_\nu}{2}\right)^2}$
[221]	$S_T = 1 - \frac{\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N} f(B)_\nu \cdot f\left(B_A^{(i)}\right)_\nu - \left(\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N} f(A)_\nu\right)^2}{\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N}\left(\left(f(A)_\nu\right)^2\right) - \left(\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N} f(A)_\nu\right)^2}$
[568, 283]	$S_T = \frac{\sum_{\nu=1}^{N}\left(f(B)_\nu - f\left(A_B^{(i)}\right)_\nu\right)^2 + \left(f(A)_\nu - f\left(B_A^{(i)}\right)_\nu\right)^2}{\sum_{\nu=1}^{N}\left(f(A)_\nu - f(B)_\nu\right)^2 + \left(f\left(A_B^{(i)}\right)_\nu - f\left(B_A^{(i)}\right)_\nu\right)^2}$

Tabelle D.2: Tabellarische Aufzählung von Schätzfunktionen für den totalen Sensitivitätsindex

D.2 Vergleichende Untersuchungen

Ein Vergleich der Schätzer nach [285, 272, 290, 291, 221] für die Sensitivitäten 1.Ordnung und der Schätzer aus [290, 229, 291, 221] für die Totalen Sensitivitäten soll exemplarischer anhand der Brücke Traunwalchen für die Systemreaktionen `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45` und `DMS-MITTE-07-PZ-MITTE-36` durchgeführt werden. Schätzer, in denen sowohl $A_B^{(i)}$ als auch $B_A^{(i)}$ ausgewertet werden müssten, sind hierin nicht einbezogen. Sofern in den Originalquellen keine Berechnungsvorschrift für $V(Y)$ enthalten ist, wird für den Vergleich der Schätzer die Varianz aus der Kombiation der Ergebnisse in $f(A)$ und $f(B)$ verwendet. In den Tabellen D.3 und D.4 sowie D.5 und D.6 sind die Längen der 95 %-Vertrauensintervalle für die Sensitivitäten 1.Ordnung aufgelistet. Für die Totalen Sensitivitäten sind die Intervalllängen in den Tabellen D.7 und D.8 sowie D.9 und D.10 enthalten.

Anhand des Vergleichs kann gezeigt werden, dass die in dieser Arbeit verwendeten Schätzer nach Jansen aus [290] und nach Janon aus [291] am besten geeignet sind die Sensitivitäten zu bestimmen und sich mit der verwendeten Zahl an Samples eine ausreichend genaue Schätzung ergibt. Für den Schätzer 1.Ordnung nach Jansen [290] ergibt sich durch diese Wahl eine recht homogene Unsicherheit in der Schätzung unabhängig vom Betrag der Sensitivitätsindizes. Die Zusammenschau der übrigen Systemreaktionen ergab qualitativ vergleichbare Ergebnisse.

Die Akzeptanz der varianzbasierten Sensitivitätsanalyse für praktische Zwecke hängt neben der Verwendung geeigneter Schätzfunktionen auch von dem mit der Berechnung verbundenen Simulationsaufwand ab. Am Beispiel der Systemreaktion `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45` wird deshalb die Änderung der berechneten Sensitivitätsindizes und der Genauigkeitsschranken des 95 %-Vertrauensintervalls in Abhän-

gigkeit von der Anzahl der Modellberechnungen je Parameter untersucht. Hierzu werden Simulationsergebnisse aus Berechnungen mit einer Anzahl von 250, 500, 750, 1000, 2000, 3000, 4000 und 5000 Samples je Parameter verglichen. Die zu Grunde liegenden Stichproben wurden dabei mit Hilfe von Sobol-Sequenzen ermittelt.

Die Abbildungen D.1 und D.2 zeigen die Veränderung der Schätzwerte für den Sensitivitätsindex 1.Ordnung bzw. des Totalen Sensitivitätsindexes mit zunehmender Anzahl von Modellberechnungen sowie die Ergebnisse einer Vergleichsauswertung mit 35 000 Samples je Parameter zur Annäherung des theoretischen Wertes. In beiden Fällen ist zu erkennen, dass auch bei einem geringeren Umfang der Stichprobe als in den Untersuchungen aus Abschnitt 4.6.4 vergleichbare Ergebnisse erzielt worden wären wie bei der verwendeten Anzahl von 10 000 Samples je Parameter. Qualitativ ähnliche Kurvenverläufe werden auch in [231, 285, 249, 571, 572] für die Untersuchung analytischer Modellfunktionen beschrieben. Für die ermittelten Sensitivitätsindizes 1.Ordnung zeigen sich insbesondere bei einer geringen Zahl an Berechnungen negative Werte, die aus numerischen Ungenauigkeiten resultieren.

Die Genauigkeit der Schätzungen für die beiden Indizes S_1 und S_T wird anhand der Sensitivitätsmaße für den E-Modul von Feld 2 beispielhaft gezeigt. In den Abbildungen D.3 und D.4 werden neben den Schätzungen auch die Grenzen der 95 % BC_a-Intervalle dargestellt. Zum Vergleich ist auch das 95 %-Vertrauensintervall und der berechnete Sensitivitätsindex bei einer Anzahl von 35 000 Samples je Parameter sowie das 95 %-Vertrauensintervall dargestellt. In Abbildung D.3 ist erkennbar, dass sich die Schätzwerte ab ca. 2000 Samples je Parameter nur mehr geringfügig ändern. Die Länge des Unsicherheitsintervalls verbleibt für den Sensitivitätsindex 1.Ordnung auch für relativ große Stichproben auf einem recht hohen Niveau. Im Diagramm zur Schätzung der Totalen Sensitivitätsindizes aus Abbildung D.4 zeigt sich, dass auch für S_T eine verhältnismäßig zügige Stabilisierung der Schätzwerte eintritt. Für praktische Zwecke der Parameterselektion eignen sich bereits moderate Stichprobengrößen, um hinreichend genaue Schätzungen vorzunehmen. Aus dem Vergleich der Diagramme für die Schätzer S_1 und S_T aus beiden Abbildungen lässt sich zudem folgern, dass für die Bestimmung der Totalen Sensitivitätsindizes bei gleichen Genauigkeitsanforderungen bedeutend weniger Modellberechnungen notwendig sind als für Sensitivitätsindizes 1.Ordnung. Dies entspricht auch den Beobachtungen anderer Untersuchungen wie aus [573].

Zusammenfassend kann für das Beispiel der Brücke Traunwalchen ausgesagt werden, dass die Sensitivitätsermittlung durch Sobol-Indizes für baupraktische Zwecke auch mit einer bedeutend geringeren und damit in der Praxis besser vertretbaren Anzahl an Simulationen als in Abschnitt 4.6.4 verwendet möglich ist. Dies gilt insbesondere für die Totalen Sensitivitäten zur Parameterselektion.

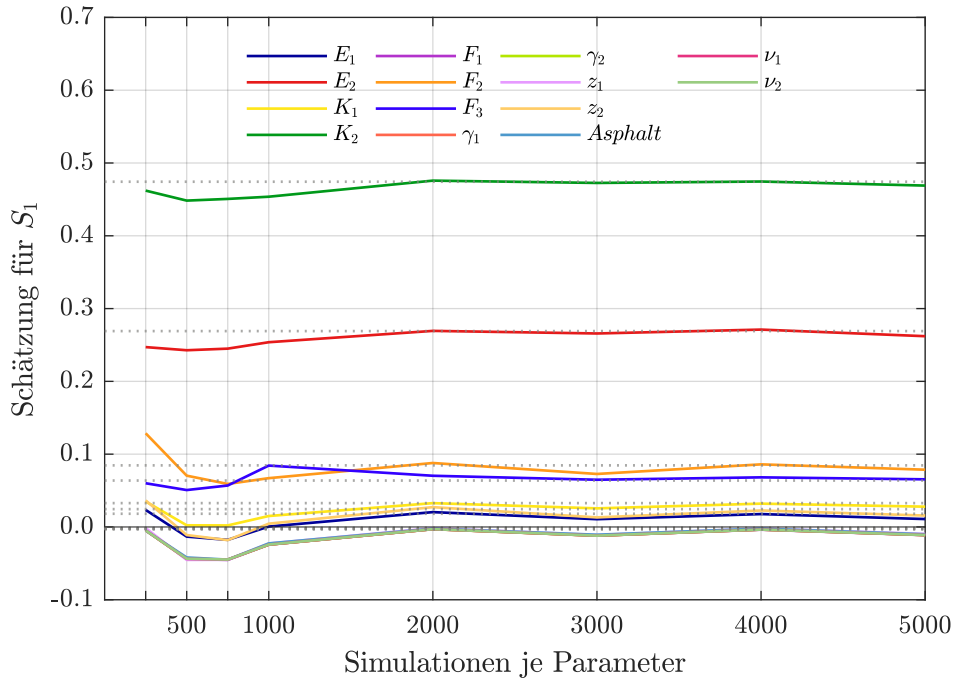


Abbildung D.1: Geschätzte Sensitivitätsindizes 1.Ordnung für die Systemreaktion `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45` in Abhängigkeit von der Anzahl der Modellberechnungen je Parameter und Vergleichswerte einer Berechnung mit 35 000 Samples je Parameter (grau gestrichelte Linien)

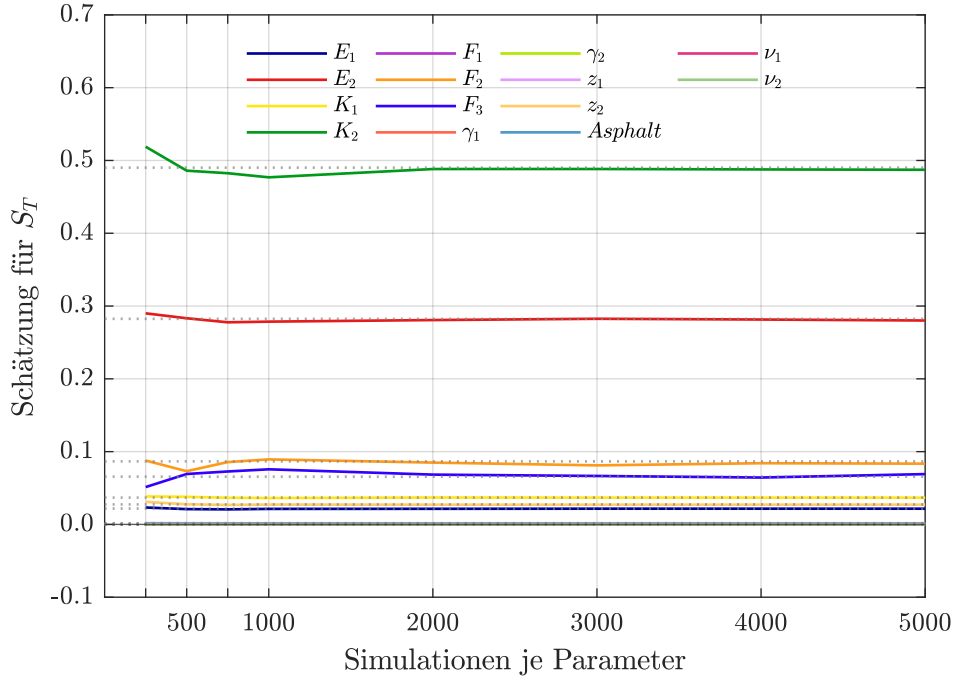


Abbildung D.2: Geschätzte Totale Sensitivitätsindizes für die Systemreaktion `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45` in Abhängigkeit von der Anzahl der Modellberechnungen je Parameter und Vergleichswerte einer Berechnung mit 35 000 Samples je Parameter (grau gestrichelte Linien)

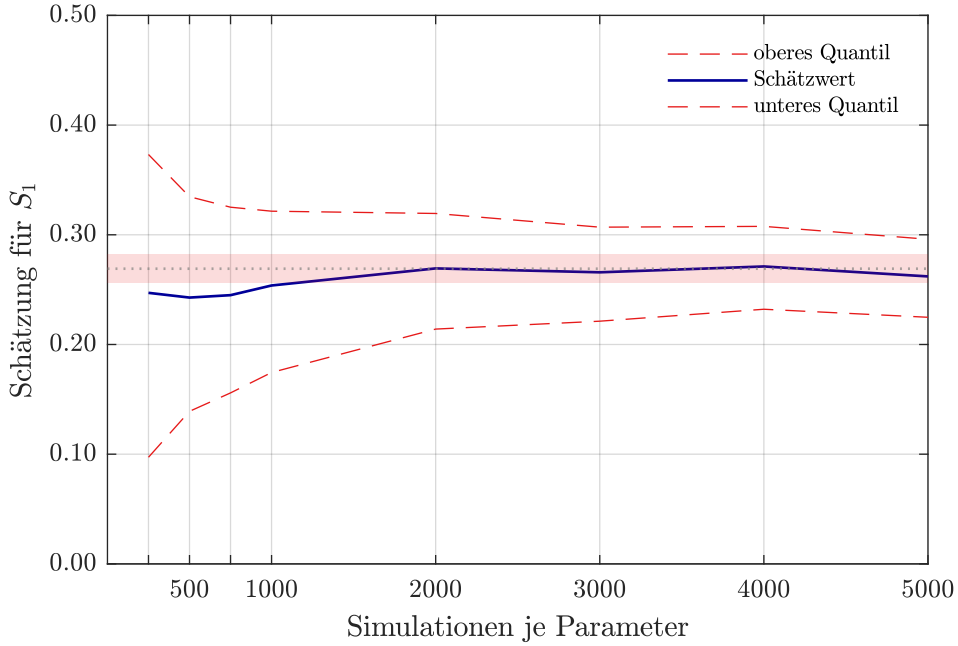


Abbildung D.3: Entwicklung des Sensitivitätsindexes 1.Ordnung für den E-Modul im Feld 2 bei der Berechnung der Systemreaktion `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45` in Abhängigkeit von der Anzahl der Modellberechnungen je Parameter, sowie obere und untere Grenze des 95 %-Vertrauensintervalls für die Schätzung der Sensitivität und Vergleichsauswertung bei einer Berechnung mit 35 000 Samples je Parameter (grau gestrichelte Linie und rötlich markierte Fläche)

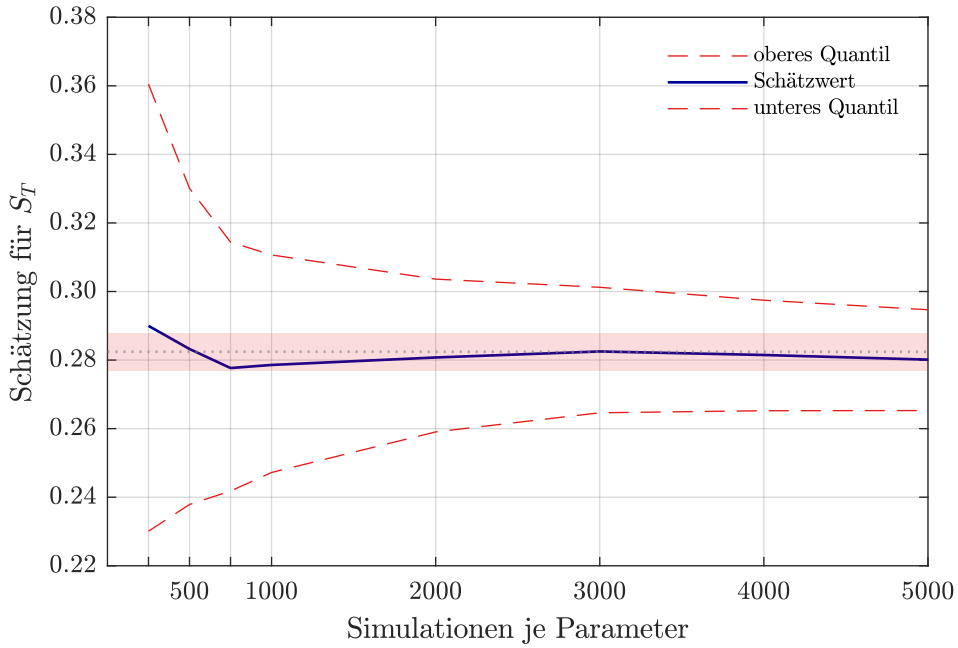
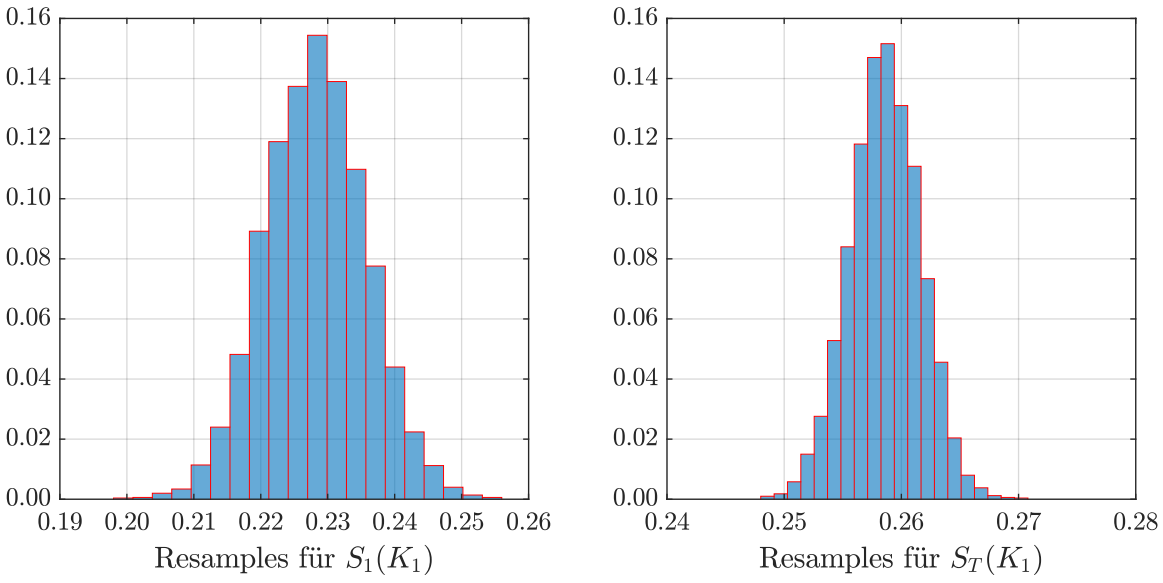


Abbildung D.4: Entwicklung des Totalen Sensitivitätsindexes für den E-Modul im Feld 2 bei der Berechnung der Systemreaktion `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45` in Abhängigkeit von der Anzahl der Modellberechnungen je Parameter, sowie obere und untere Grenze des 95 %-Vertrauensintervalls für die Schätzung der Sensitivität und Vergleichsauswertung bei einer Berechnung mit 35 000 Samples je Parameter (grau gestrichelte Linie und rötlich markierte Fläche)



(a) (b)

Abbildung D.5: Normalisierte Histogramme der Bootstrap-Resamples der Sensitivitätsschätzung des Parameters K_1 für (a) den Sensitivitätsindex 1.Ordnung S_1 und für (b) den Totalen Sensitivitätsindex S_T

Für die Ermittlung der Unsicherheiten bei der numerischen Berechnung der Sensitivitätsindizes werden in dieser Arbeit BC_a-Vertrauensintervalle genutzt, da diese unabhängig von der Verteilung der Grundgesamtheit sind. Hierfür werden Bootstrap-Samples der Schätzer mit Hilfe der Monte-Carlo-Stichproben der Eingangsgrößen generiert und deren Verteilung ausgewertet. Abbildung D.5 zeigt beispielhaft normalisierte Histogramme für S_1 und S_T bei Auswertung der beiden Systemreaktionen für K_1. Die dazugehörigen Standardabweichungen betragen $\sigma(S_1)$ = 0,0078 und $\sigma(S_T)$ = 0,0022. Für diese beiden Beispiele kann eine Normalverteilung vermutet werden. Eine Überprüfung der zu Grunde liegenden Verteilungen der Gesamtheit aller Sensitivitätsindizes ergab jedoch, dass die Hypothese der Normalverteilung der Samples bei den in dieser Arbeit betrachteten Systemreaktionen für S_1 in ca. 23 % und für S_T in ca. 15 % der Fälle auf einem 5 %-Signifikanzniveau zurückgewiesen werden muss. Somit können Intervallschätzungen auf Grundlage dieser Annahme unzutreffende Ergebnisse liefern. Entsprechend sind Verteilungsunabhängige Intervallschätzer zu empfehlen. Für die in Abschnitt 4.6.4 gezeigten Interaktionen konnte die Annahme der Normalverteilung aber auf Grundlage des Hypothesentests nicht zurückgewiesen werden, so dass die Aussagen zur Signifikanz der dort betrachteten Parameter auf Grundlage des Hypothesentests als gültig bezeichnet werden können.

Quelle	E_1	E_2	K_1	K_2	F_1	F_2	F_3
[272]	$4{,}26 \cdot 10^{-1}$	$5{,}65 \cdot 10^{-1}$	$4{,}49 \cdot 10^{-1}$	$6{,}55 \cdot 10^{-1}$	$4{,}14 \cdot 10^{-1}$	$4{,}70 \cdot 10^{-1}$	$4{,}68 \cdot 10^{-1}$
[290]	$5{,}91 \cdot 10^{-2}$	$4{,}97 \cdot 10^{-2}$	$5{,}75 \cdot 10^{-2}$	$3{,}77 \cdot 10^{-2}$	$5{,}90 \cdot 10^{-2}$	$5{,}80 \cdot 10^{-2}$	$5{,}80 \cdot 10^{-2}$
[221]	$4{,}16 \cdot 10^{-1}$	$3{,}58 \cdot 10^{-1}$	$4{,}07 \cdot 10^{-1}$	$3{,}14 \cdot 10^{-1}$	$4{,}22 \cdot 10^{-1}$	$4{,}00 \cdot 10^{-1}$	$4{,}08 \cdot 10^{-1}$
[285]	$6{,}23 \cdot 10^{-2}$	$2{,}22 \cdot 10^{-1}$	$8{,}01 \cdot 10^{-2}$	$3{,}02 \cdot 10^{-1}$	$6{,}25 \cdot 10^{-3}$	$1{,}32 \cdot 10^{-1}$	$1{,}17 \cdot 10^{-1}$

Tabelle D.3: Länge der 95 %-Vertrauensintervalle der Schätzung des Sensitivitätsindexes 1.Ordnung der Parameter E_1, E_2, K_1, K_2, F_1, F_2, F_3 für die Systemreaktion `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45`

Quelle	γ_1	γ_2	z_1	z_2	$Asphalt$	ν_1	ν_2
[272]	$4{,}19 \cdot 10^{-1}$	$4{,}20 \cdot 10^{-1}$	$4{,}18 \cdot 10^{-1}$	$4{,}32 \cdot 10^{-1}$	$4{,}18 \cdot 10^{-1}$	$4{,}14 \cdot 10^{-1}$	$4{,}25 \cdot 10^{-1}$
[290]	$5{,}89 \cdot 10^{-2}$	$5{,}95 \cdot 10^{-2}$	$5{,}86 \cdot 10^{-2}$	$5{,}88 \cdot 10^{-2}$	$5{,}98 \cdot 10^{-2}$	$5{,}81 \cdot 10^{-2}$	$5{,}94 \cdot 10^{-2}$
[221]	$4{,}15 \cdot 10^{-1}$	$4{,}11 \cdot 10^{-1}$	$4{,}13 \cdot 10^{-1}$	$4{,}08 \cdot 10^{-1}$	$4{,}20 \cdot 10^{-1}$	$4{,}14 \cdot 10^{-1}$	$4{,}20 \cdot 10^{-1}$
[285]	≈ 0	≈ 0	$1{,}66 \cdot 10^{-2}$	$6{,}80 \cdot 10^{-2}$	$1{,}24 \cdot 10^{-2}$	$3{,}38 \cdot 10^{-4}$	$6{,}21 \cdot 10^{-4}$

Tabelle D.4: Länge der 95 %-Vertrauensintervalle der Schätzung des Sensitivitätsindexes 1.Ordnung der Parameter γ_1, γ_2, z_1, z_2, $Asphalt$, ν_1, ν_2 für die Systemreaktion `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45`

Quelle	E_1	E_2	K_1	K_2	F_1	F_2	F_3
[272]	$4{,}25 \cdot 10^{-1}$	$6{,}60 \cdot 10^{-1}$	$4{,}23 \cdot 10^{-1}$	$6{,}38 \cdot 10^{-1}$	$4{,}24 \cdot 10^{-1}$	$4{,}18 \cdot 10^{-1}$	$4{,}14 \cdot 10^{-1}$
[290]	$5{,}43 \cdot 10^{-2}$	$3{,}25 \cdot 10^{-2}$	$5{,}35 \cdot 10^{-2}$	$3{,}78 \cdot 10^{-2}$	$5{,}50 \cdot 10^{-2}$	$5{,}39 \cdot 10^{-2}$	$5{,}46 \cdot 10^{-2}$
[221]	$4{,}09 \cdot 10^{-1}$	$2{,}97 \cdot 10^{-1}$	$4{,}14 \cdot 10^{-1}$	$3{,}16 \cdot 10^{-1}$	$4{,}20 \cdot 10^{-1}$	$4{,}16 \cdot 10^{-1}$	$4{,}13 \cdot 10^{-1}$
[285]	$4{,}58 \cdot 10^{-2}$	$3{,}04 \cdot 10^{-1}$	$5{,}95 \cdot 10^{-2}$	$2{,}79 \cdot 10^{-1}$	$7{,}06 \cdot 10^{-3}$	$2{,}74 \cdot 10^{-2}$	$1{,}07 \cdot 10^{-2}$

Tabelle D.5: Länge der 95 %-Vertrauensintervalle der Schätzung des Sensitivitätsindexes 1.Ordnung der Parameter E_1, E_2, K_1, K_2, F_1, F_2, F_3 für die Systemreaktion `DMS-MITTE-07-PZ-MITTE-36`

Quelle	γ_1	γ_2	z_1	z_2	$Asphalt$	ν_1	ν_2
[272]	$4{,}19 \cdot 10^{-1}$	$4{,}13 \cdot 10^{-1}$	$4{,}12 \cdot 10^{-1}$	$4{,}23 \cdot 10^{-1}$	$4{,}17 \cdot 10^{-1}$	$4{,}16 \cdot 10^{-1}$	$4{,}15 \cdot 10^{-1}$
[290]	$5{,}54 \cdot 10^{-2}$	$5{,}45 \cdot 10^{-2}$	$5{,}44 \cdot 10^{-2}$	$5{,}48 \cdot 10^{-2}$	$5{,}46 \cdot 10^{-2}$	$5{,}39 \cdot 10^{-2}$	$5{,}44 \cdot 10^{-2}$
[221]	$4{,}16 \cdot 10^{-1}$	$4{,}10 \cdot 10^{-1}$	$4{,}12 \cdot 10^{-1}$	$4{,}11 \cdot 10^{-1}$	$4{,}14 \cdot 10^{-1}$	$4{,}19 \cdot 10^{-1}$	$4{,}15 \cdot 10^{-1}$
[285]	≈ 0	≈ 0	$1{,}29 \cdot 10^{-2}$	$4{,}97 \cdot 10^{-2}$	$8{,}36 \cdot 10^{-3}$	$1{,}27 \cdot 10^{-4}$	$9{,}93 \cdot 10^{-3}$

Tabelle D.6: Länge der 95 %-Vertrauensintervalle der Schätzung des Sensitivitätsindexes 1.Ordnung der Parameter γ_1, γ_2, z_1, z_2, $Asphalt$, ν_1, ν_2 für die Systemreaktion `DMS-MITTE-07-PZ-MITTE-36`

Quelle	E_1	E_2	K_1	K_2	F_1	F_2	F_3
[290]	$1{,}78 \cdot 10^{-3}$	$2{,}16 \cdot 10^{-2}$	$2{,}82 \cdot 10^{-3}$	$3{,}51 \cdot 10^{-2}$	$4{,}73 \cdot 10^{-5}$	$1{,}46 \cdot 10^{-2}$	$1{,}50 \cdot 10^{-2}$
[229]	$6{,}42 \cdot 10^{-2}$	$2{,}27 \cdot 10^{-1}$	$8{,}38 \cdot 10^{-2}$	$2{,}97 \cdot 10^{-1}$	$6{,}46 \cdot 10^{-3}$	$1{,}33 \cdot 10^{-1}$	$1{,}21 \cdot 10^{-1}$
[291]	$1{,}77 \cdot 10^{-3}$	$2{,}02 \cdot 10^{-2}$	$2{,}83 \cdot 10^{-3}$	$3{,}16 \cdot 10^{-2}$	$4{,}70 \cdot 10^{-5}$	$1{,}48 \cdot 10^{-2}$	$1{,}52 \cdot 10^{-2}$
[221]	$8{,}80 \cdot 10^{-1}$	$7{,}71 \cdot 10^{-1}$	$8{,}54 \cdot 10^{-1}$	$6{,}99 \cdot 10^{-1}$	$8{,}64 \cdot 10^{-1}$	$8{,}46 \cdot 10^{-1}$	$8{,}46 \cdot 10^{-1}$

Tabelle D.7: Länge der 95 %-Vertrauensintervalle der Schätzung des Totalen Sensitivitätsindexes der Parameter E_1, E_2, K_1, K_2, F_1, F_2, F_3 für die Systemreaktion `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45`

Quelle	γ_1	γ_2	z_1	z_2	$Asphalt$	ν_1	ν_2
[290]	≈ 0	≈ 0	$1{,}31 \cdot 10^{-4}$	$2{,}41 \cdot 10^{-3}$	$8{,}20 \cdot 10^{-5}$	$5{,}53 \cdot 10^{-8}$	$2{,}24 \cdot 10^{-7}$
[229]	$1{,}50 \cdot 10^{-13}$	$1{,}46 \cdot 10^{-13}$	$1{,}78 \cdot 10^{-2}$	$7{,}00 \cdot 10^{-2}$	$1{,}40 \cdot 10^{-2}$	$3{,}44 \cdot 10^{-4}$	$6{,}25 \cdot 10^{-4}$
[291]	≈ 0	≈ 0	$1{,}35 \cdot 10^{-4}$	$2{,}38 \cdot 10^{-3}$	$8{,}03 \cdot 10^{-5}$	$5{,}47 \cdot 10^{-8}$	$2{,}25 \cdot 10^{-7}$
[221]	$8{,}65 \cdot 10^{-1}$	$8{,}80 \cdot 10^{-1}$	$8{,}64 \cdot 10^{-1}$	$8{,}60 \cdot 10^{-1}$	$8{,}64 \cdot 10^{-1}$	$8{,}70 \cdot 10^{-1}$	$8{,}55 \cdot 10^{-1}$

Tabelle D.8: Länge der 95 %-Vertrauensintervalle der Schätzung des Totalen Sensitivitätsindexes der Parameter γ_1, γ_2, z_1, z_2, $Asphalt$, ν_1, ν_2 für die Systemreaktion `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45`

Quelle	E_1	E_2	K_1	K_2	F_1	F_2	F_3
[290]	$9{,}49 \cdot 10^{-4}$	$3{,}47 \cdot 10^{-2}$	$1{,}53 \cdot 10^{-3}$	$2{,}83 \cdot 10^{-2}$	$4{,}58 \cdot 10^{-5}$	$8{,}48 \cdot 10^{-4}$	$1{,}59 \cdot 10^{-4}$
[229]	$4{,}85 \cdot 10^{-2}$	$2{,}98 \cdot 10^{-1}$	$6{,}25 \cdot 10^{-2}$	$2{,}81 \cdot 10^{-1}$	$7{,}28 \cdot 10^{-3}$	$2{,}79 \cdot 10^{-2}$	$1{,}10 \cdot 10^{-2}$
[291]	$9{,}33 \cdot 10^{-4}$	$3{,}01 \cdot 10^{-2}$	$1{,}51 \cdot 10^{-3}$	$2{,}46 \cdot 10^{-2}$	$4{,}63 \cdot 10^{-5}$	$8{,}28 \cdot 10^{-4}$	$1{,}59 \cdot 10^{-4}$
[221]	$8{,}44 \cdot 10^{-1}$	$6{,}52 \cdot 10^{-1}$	$8{,}42 \cdot 10^{-1}$	$6{,}86 \cdot 10^{-1}$	$8{,}41 \cdot 10^{-1}$	$8{,}37 \cdot 10^{-1}$	$8{,}48 \cdot 10^{-1}$

Tabelle D.9: Länge der 95 %-Vertrauensintervalle der Schätzung des Totalen Sensitivitätsindexes der Parameter E_1, E_2, K_1, K_2, F_1, F_2, F_3 für die Systemreaktion `DMS-MITTE-07-PZ-MITTE-36`

Quelle	γ_1	γ_2	z_1	z_2	$Asphalt$	ν_1	ν_2
[290]	≈ 0	≈ 0	$7{,}17 \cdot 10^{-5}$	$1{,}21 \cdot 10^{-3}$	$3{,}35 \cdot 10^{-5}$	$1{,}03 \cdot 10^{-8}$	$4{,}46 \cdot 10^{-5}$
[229]	$3{,}41 \cdot 10^{-13}$	$3{,}40 \cdot 10^{-13}$	$1{,}35 \cdot 10^{-2}$	$5{,}19 \cdot 10^{-2}$	$9{,}34 \cdot 10^{-3}$	$1{,}35 \cdot 10^{-4}$	$1{,}01 \cdot 10^{-2}$
[291]	≈ 0	≈ 0	$7{,}25 \cdot 10^{-5}$	$1{,}22 \cdot 10^{-3}$	$3{,}34 \cdot 10^{-5}$	$1{,}03 \cdot 10^{-8}$	$4{,}48 \cdot 10^{-5}$
[221]	$8{,}40 \cdot 10^{-1}$	$8{,}55 \cdot 10^{-1}$	$8{,}45 \cdot 10^{-1}$	$8{,}50 \cdot 10^{-1}$	$8{,}54 \cdot 10^{-1}$	$8{,}43 \cdot 10^{-1}$	$8{,}37 \cdot 10^{-1}$

Tabelle D.10: Länge der 95 %-Vertrauensintervalle der Schätzung des Totalen Sensitivitätsindexes der Parameter γ_1, γ_2, z_1, z_2, $Asphalt$, ν_1, ν_2 für die Systemreaktion `DMS-MITTE-07-PZ-MITTE-36`

E Literaturzusammenstellung zu den Basisvariablen

E.1 Allgemeines

Um eine fundierte Bewertung der vorhandenen Unsicherheiten der beiden betrachteten Systeme zu gewährleisten und das vorhandene Vorwissen aus dem Vergleich mit bereits durchgeführten Untersuchungen als Prior-Verteilung einfließen zu lassen, wurde eine ausführliche Literaturstudie durchgeführt, die in diesem Anhang zusammengefasst wird. Diese wurde speziell auf die beiden untersuchten Brücken abgestimmt. Besonderer Wert wird auf die in den Primärquellen aufgeführten Randbedingungen der Datenerhebung, wie etwa die Repräsentativität der Stichproben oder die Methodik der Datenerfassung gelegt. Diese werden in Ergänzung zur tabellarischen Darstellung gesondert angegeben.

E.2 E-Modul

Als charakteristische Eigenschaft des Baustoffs Beton fließt der E-Modul linear in die Biegesteifigkeit des Betonbauteils ein und ist somit ein bedeutender Modellierungsparameter für die Unsicherheitsbetrachtung und Systemkalibrierung.

Charakteristisch für die Verformungseigenschaft von Beton ist das Zusammenspiel der Komponenten Zementstein und Zuschlag, wobei der Zuschlag eine dominierende Rolle einnimmt [461, 574]. Zudem beeinflusst sowohl der Wasserzementwert, das Betonalter [461] als auch die Beschaffenheit der Kontaktfläche zwischen Zementstein und Zuschlag die Verformungseigenschaften [482]. In Abhängigkeit von der Betonrezeptur werden daher Streuungen des E-Moduls von Betonen gleicher Festigkeitsklasse von bis zu $\pm$ 40 % festgestellt [458]. Die Unterschiede rühren nach [453, 575, 461] aus den Schwankungen der mechanischen Eigenschaften unterschiedlicher Zuschlagmaterialien und deren Anteil am Gesamtvolumen her.

In [454, 449] wird eine (verhältnismäßig schwache) Korrelation zwischen der Druckfestigkeit und den Verformungseigenschaften beobachtet. Nach [453] kann aus diesem Grund der E-Modul des Betons aus der Druckfestigkeit f_c und einem Vorfaktor α_E näherungsweise nach Beziehung E.1 ermittelt werden. Begründet durch die mischungsbedingten Schwankungen innerhalb der Festigkeitsklassen wird in [461] jedoch auf die Streuungen in dieser Näherung hingewiesen. Eine Anpassung des Vorfaktors α_E in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit für rein elastisches Materialverhalten wird in [25] beschrieben.

$$E_c = \alpha_E \cdot {f_c}^{\frac{1}{3}} \tag{E.1}$$

DIN EN 1992-2:2011-01 [447] und der fib Model Code 2020 [25] folgen ebenso wie die zurückgezogenen Regelwerke DIN 1045-1-2001-07 [576] und DIN 1045-1-2008-08 [577] dem Ansatz aus Beziehung E.1, um den Mittelwert des E-Moduls E_{cm} zu berechnen. Dieser wird gemäß Beziehung E.2 angegeben. Die hieraus gewonnenen Werte des E-Moduls werden zumeist für die Ermittlung der Steifigkeiten bzw. der Schnittgrößen in statischen Berechnungen auch für Stahlbetonquerschnitte angenommen. Dieser Vorgehensweise soll gefolgt und der Einfluss der Bewehrung auf die Steifigkeitseigenschaften des Betons vernachlässigt werden.

$$E_{cm} = 22\,000 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0{,}3} \approx 11\,000 \cdot {f_{cm}}^{0{,}3} \tag{E.2}$$

Durch den in Beziehung E.1 beschriebenen Zusammenhang lässt sich neben der rein empirischen Auswertung von Versuchsergebnissen aus E-Modul-Prüfungen wie beispielsweise in [578, 449, 579] beschrieben auch durch die Anwendung des Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetzes nach Gleichung 4.4 aus Abschnitt 4.3.2 eine Berechnung des Variationskoeffizienten in Abhängigkeit der Einzelkomponenten f_c

und α_E nach Beziehung E.3 vornehmen. Diese Vorgehensweise findet sich z.B. in [449, 457, 446].

$$v_E = \frac{\sqrt{\left(\frac{\partial E_c}{\partial f_c}\Big|_{f_c=\mu_{f_c}}\right)^2 \cdot {\sigma_c}^2 + \left(\frac{\partial E_c}{\partial \alpha_E}\Big|_{\alpha_E=\mu_{\alpha_E}}\right)^2 \cdot \sigma_{\alpha_E}^2}}{E_c\,|_{f_c=\mu_{f_c}}} \tag{E.3}$$

In die Zusammenstellung von Literaturangaben aus Tabelle E.1 wurden sowohl Werte aufgenommen, die sich aus der Auswertung von Stichproben aus Materialprüfungen ergeben, als auch solche, die die Streuung des E-Moduls auf die Druckfestigkeitseigenschaft bzw. auf die Streuung des Vorfaktors α_E zurückführen.

Quelle	Gültigkeit	Erwartungswert	Variations-koeffizient	Verteilung
[578]	$f_c = 20\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	$29\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	$0{,}14$	
	$f_c = 40\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	$37\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	$0{,}08$	
	$f_c = 60\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	$40\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	$0{,}05$	
	$f_c = 80\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	$42\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	$0{,}05$	
[453]			$0{,}15$	LN
[454]			$0{,}10$	N
[446]			$\frac{1}{3} \cdot \nu_{f_c}$	
[445]			$0{,}04 - 0{,}05$	
[449]			$0{,}12$	
[580]			$0{,}10 - 0{,}25$	Pearson III
[455]			$0{,}12$	
[581]	B22,5	$28\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	$0{,}10$	LN
[456]			$0{,}10$	
[457]			$0{,}08 - 0{,}10$ alternativ: $\sqrt{\left(\frac{1}{3}\nu_{f_c}\right)^2 + \alpha_E}$	N
[579]	$B25$, $f_{cm} \approx 32{,}5\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	$25\,200 - 28\,330\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	$0{,}030 - 0{,}069$	N
	$B45$, $f_{cm} \approx 46{,}8\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	$28\,100 - 30\,290\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	$0{,}022 - 0{,}054$	
[458]	Zuschlag Basalt		$0{,}025$	
	Quarzitischer Zuschlag		$0{,}09$	

[459]	Fertigteile	$0{,}12$	N
	Lieferbeton	$0{,}15$	
	Baustellenbeton	$0{,}18$	
[491]			N
[451]	Transportbeton	$0{,}154-0{,}164$	Student
	Fertigteile	$0{,}153-0{,}156$	

Tabelle E.1: Zusammenstellung von Literaturangaben zur Streuung des Elastizitätsmoduls von Beton

Zu [578] Es wird ein mit dem Erwartungswert der Betongüte veränderlicher Variationskoeffizient vorgeschlagen. Die Variationskoeffizienten nehmen dabei mit steigendem Erwartungswert bzw. steigender Zylinderdruckfestigkeit ab.

Zu [453] Der E-Modul wird wie auch in [575] mit Hilfe von Beziehung E.3 berechnet. Die Streuung des Elastizitätsmoduls wird im Gegensatz zu [575] vorrangig auf die Streuung des Vorfaktors α_E zurückgeführt. Nach Anwendung des in Abschnitt 4.3.2 beschriebenen Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetzes ergibt sich der Variationskoeffizient des E-Moduls nach Beziehung E.4. Da die Streuung der Betonfestigkeit im Verhältnis zum Erwartungswert als gering eingestuft wird, ist der Variationskoeffizient ν_{α_E} des Elastizitätsmoduls in guter Näherung von gleichem Betrag wie der Variationskoeffizient α_E des Vorfaktors und wird mit $\nu_E \approx \nu_{\alpha_E}$ = 0,15 angegeben.

$$\nu_E = \nu_{\alpha_E} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_c}{3 \cdot f_{cm}}\right)^2} \approx \nu_{\alpha_E} \tag{E.4}$$

Zu [454] Die Streuung des E-Moduls wird durch einen Faktor mit Verteilung N(1;0,10) berücksichtigt. Es wird eine geringe Abhängigkeit des E-Moduls von der Druckfestigkeitsklasse beschrieben. Als Grund wird die Verschiedenartigkeit der zu Grunde liegenden Einflüsse auf die beiden Baustoffeigenschaften genannt. Anders als für die Druckfestigkeit, deren Betrag maßgeblich von den Festigkeitseigenschaften des Zementsteins bestimmt wird, wird der resultierende E-Modul des Kompositbaustoffs sowohl auf die Steifigkeit des Zementsteins als auch auf die der Zuschlagstoffe zurückgeführt. Folglich wird die Korrelation zwischen Festigkeit und Verformungsverhalten als eher schwach beschrieben.

Zu [446] Zur Ermittlung der Streuungen des E-Moduls wird wie in [25, 582] auf das Gauß'sche Fehlerfortpflanzungsgesetz aus Abschnitt 4.3.2 zurückgegriffen. Als Grundgleichung wird dabei die in [576] bzw. in [450] hinterlegte Beziehung nach Gleichung E.5 verwendet.

$$E_{cm} = \alpha_E \cdot (f_{cm})^{\frac{1}{3}} \approx 9500 \cdot (f_{cm})^{\frac{1}{3}} \tag{E.5}$$

Die Anwendung der linearen Fehlerfortpflanzung führt auf die Beziehung E.6, die von der Streuung der Betondruckfestigkeit und dem mittleren Wert der Zylinderdruckfestigkeit abhängt. Streuungen in der Beziehung von E-Modul und Betondruckfestigkeit bleiben bei dieser Betrachtung unberücksichtigt, jedoch wird in der Quelle auf mögliche Abweichungen durch die Wahl des Zuschlagsstoffs hingewiesen.

$$\nu_E \approx \frac{\sqrt{\left(\frac{\partial E_c}{\partial f_{cm}}\Big|_{f_c=\mu_{f_{cm}}}\right)^2 \cdot {\sigma_c}^2}}{E_c|_{f_c=\mu_{f_{cm}}}} = \frac{\alpha_E \cdot \frac{1}{3} \cdot {f_{cm}}^{-\frac{2}{3}} \cdot \sigma_c}{\alpha_E \cdot {f_{cm}}^{\frac{1}{3}}} = \frac{\sigma_c}{3 \cdot f_{cm}} = \frac{1}{3} \cdot \nu_{f_c} \tag{E.6}$$

Bei Ansatz einer Standardabweichung der Zylinderdruckfestigkeit von 5$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ und der mittleren E-Moduln nach [576] ergeben sich Mittelwerte und Variationskoeffizienten nach Tabelle E.2. Charakteristisch für diesen Ansatz ist die Abnahme der Variationskoeffizienten mit steigender Betonfestigkeit wie diese auch in [578] beschrieben wird.

Festigkeits-klasse	$12/15$	$16/20$	$20/25$	$25/30$	$30/37$	$35/45$	$40/50$	$45/55$	$50/60$
$f_{cm}\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\right]$	20	24	28	33	38	43	48	53	58
$E_{cm}\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\right]$	25 800	27 400	28 800	30 500	31 900	33 300	34 500	35 700	36 800
ν_{E_c}	0,083	0,069	0,059	0,051	0,044	0,039	0,035	0,031	0,029

Tabelle E.2: Mittlere Druckfestigkeit sowie Mittelwerte und Variationskoeffizienten des E-Moduls für verschiedene Betonfestigkeitsklassen bei Annahme einer Standardabweichung der Zylinderdruckfestigkeit von 5 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, nach [446]

Zu [445] Das in der Quelle beschriebene Testprogramm umfasste Betone verschiedener Festigkeiten (Würfeldruckfestigkeiten 200 bis 600 $\mathrm{kp/cm}^2$). Die Prüfung fand an Betonprismen unter Laborbedingungen statt, wobei jeweils der Tangentenmodul ermittelt wurde. Als Zuschlag wurde Rheinkies und Kalksteinkies verwendet. Die vom Autor dieser Arbeit vorgenommene statistische Auswertung der Versuchsergebnisse ergab für den Verformungsmodul von jungen Betonen Variationskoeffizienten von 0,02 bis 0,06 und über die gesamte Testreihe für Betone im Alter von 28 Tagen einen Variationskoeffizienten von ca. 0,04. Die Evaluierung der älteren Betone im Alter von 448 bis 1442 Tagen ergab Werte von 0,03 bis 0,12 für die verschiedenen Altersstufen. Im Mittel ergab sich für ältere Betone ein Variationskoeffizient von ca. 0,05. Da keine ausreichende Datengrundlage zur Verfügung steht um valide Aussagen über die Grundgesamtheit zu geben, kann nur eine Abschätzung der zu erwartenden Variationskoeffizienten gemacht werden, jedoch ist gegenüber den Angaben aus [455, 581, 456] eine geringere Streuung der Werte zu beobachten.

Zu [449] Die Ermittlung der Streuung erfolgt durch die Anwendung der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung aus Abschnitt 4.3.2 auf die Beziehung zwischen der Würfeldruckfestigkeit β_w des Betons und dem zugehörigen E-Modul E_c nach Gleichung E.7. Es wird auf den verhältnismäßig schwachen Zusammenhang von Festigkeit und E-Modul hingewiesen.

$$E_c = 6250 \cdot {\beta_w}^{\frac{2}{3}} \cdot \left[\frac{kp}{\mathrm{cm}^2}\right]^{\frac{1}{3}} \tag{E.7}$$

Zu [580] Bei den angegebenen Werten scheint es sich um die Auswertung verschiedener Versuche zu handeln. Hochfeste Betone wurden in den Untersuchungen nicht betrachtet. Die Schiefe beträgt 0,2 bis 0,5.

Zu [455] Es handelt sich um Angaben für die Streuungen des Tangentenmoduls. Die Herkunft der Werte bleibt in der Quelle offen.

Zu [581] Es handelt sich um einen Ansatz für einen Beton B22,5 mit E_{cm} = 28 000$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ aus einer Beispielberechnung.

Zu [457] Die Angaben beziehen sich auf Literaturstudien bzw. Erfahrungswerte. Alternativ wird die Ableitung der Streuung aus der Beziehung zwischen dem Vorfaktor α_E und der Druckfestigkeit f_c nach der Beziehung E.8 vorgeschlagen.

$$E_c = \alpha_E \cdot \left(\frac{f_c}{10}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{E.8}$$

Ebenso wie in [453] wird das Gauß'sche Fehlerfortpflanzungsgesetz aus Abschnitt 4.3.2 angewandt und der in Gleichung E.3 beschriebene Zusammenhang zwischen ν_E und ν_{f_c} bzw. ν_{α_E} auf die Beziehung E.8

verwendet um den Varianzkoeffizienten gemäß Beziehung E.9 abzuleiten.

$$\nu_E = \frac{\sqrt{\frac{1}{3} \cdot \left(\mu_{f_c} \cdot \left(\frac{\mu_{f_c}}{10}\right)^{-\frac{2}{3}}\right)^2 \cdot {\sigma_c}^2 + \left(\frac{\mu_{f_c}}{10}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot {\sigma_{\alpha_E}}^2}}{\mu_{f_c} \cdot \left(\frac{\mu_{f_c}}{10}\right)^{\frac{1}{3}}} = \sqrt{\left(\frac{1}{3} \cdot \nu_{f_c}\right)^2 + {\nu_{\alpha_E}}^2} \tag{E.9}$$

Zu [579] In einem Ringversuch wurden an verschiedenen Instituten die E-Moduln von Betonzylindern der Festigkeitsklassen B25 und B45 ermittelt. Da die Versuchsergebnisse aus den verschiedenen Prüfstellen nicht zu einer gemeinsamen Grundgesamtheit zusammenfassbar sind, werden die Maxima und Minima der Mittelwerte bzw. Variationskoeffizienten angegeben. Für die Überprüfung der Hypothese der Art der Verteilungsfunktion wurde der Kolmogorov-Smirnov-Test eingesetzt.

Zu [459] Die Werte beziehen sich auf Bestandsbrücken.

Zu [458] Es wird eine starke Abhängigkeit von der verwendeten Gesteinskörnung und dem Zementleimgehalt beschrieben, da der Verformungsmodul des Zementsteins lediglich bei 20 bis 50 % von dem der Gesteinskörnung liegt.

Zu [491] Die Angaben entstammen einem Berechnungsbeispiel einer Rahmenkonstruktion. Die Standardabweichung des E-Moduls wird dabei für verschiedene Mittelwerte mit σ_E = 1915,2 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ angegeben. Als Variationskoeffizienten ergeben sich für die getroffenen Annahmen ca. 0,08 bis 0,09. Da es sich um eine Berechnungsannahme handelt, kann die Herkunft dieser Werte nicht nachvollzogen werden.

Zu [451] Der angegebene Wertebereich der Variationskoeffizienten ergibt sich durch Auswertung verschiedener Betonsorten durch das Gauß'sche Fehlerfortpflanzungsgesetz aus Abschnitt 4.3.2.

E.3 Geometrische Abmessungen

Die Geometrischen Abmessungen beeinflussen durch die Änderung der Trägheitsmomente die Systemreaktionen.

Anders als Baustoffkenngrößen sind diese nicht im Labor, sondern meist nur punktuell am Bauwerk bestimmbar [492]. Mathematisch können Maßabweichungen als Zufallsfeld beschrieben werden. Dieses enthält sowohl systematische als auch zufällige Komponenten der Streuungen zwischen verschiedenen Bauteilen bzw. innerhalb eines Bauteils [583].

Der Erwartungswert geometrischer Abmessungen kann zumeist in guter Näherung mit dem nominellen Maß angegeben werden [478, 489, 490]. DIN EN 1990:2010-12 [46] übernimmt diesen Wert als normativ. Für Betonbauteile werden jedoch insbesondere bei kleinen Abmessungen in der Literatur auch systematische Übertoleranzen beschrieben [478, 446], die von [584, 580] auf die Verformung der Schalung infolge des Frischbetondrucks zurückgeführt werden. Zudem hat die Art der Schalung Einfluss auf die anzusetzenden Erwartungswerte und Standardabweichungen [585, 586]. In Bezug auf die Herstellung im Werk bzw. auf der Baustelle können ebenfalls Unterschiede festgestellt werden. Fertigteile weisen aufgrund der besseren Qualitätskontrolle in der Regel geringere Abweichungen auf als Ortbetonbauteile [587].

Abhängigkeiten der Streuungen von der Betonfestigkeitsklasse oder dem betrachteten Querschnitt in Längsrichtung des Bauteils sind als eher schwach einzustufen. Ebenso sind für vorgespannte Tragwerke keine Unterschiede zu schlaff bewehrten Querschnitten zu erkennen. [451]

Umfangreiche empirische Untersuchungen zu geometrischen Maßabweichungen finden sich insbesondere in [588, 487, 589, 590]. [488] enthält Angaben für Kastenbrücken, welche auf die in dieser Arbeit untersuchte Brücke Roding übertragbar sind.

Als Verteilungsfunktion wird in der überwiegenden Anzahl der Quellen aus Tabelle E.3 eine Normalverteilung angegeben, jedoch ist durch bauaufsichtliche oder betriebsinterne Kontrolle der Baumaßnahmen den möglichen Abweichungen häufig eine technische Schranke gesetzt. Diese kann mittels einer ungestutzten Verteilung nur unzutreffend beschrieben werden. Um die Korrektur offensichtlicher Herstellungsfehler zutreffend abzubilden, wird in [591, 592, 456, 593, 489] die Verwendung gestutzter Normalverteilungen vorgeschlagen.

[490, 489, 456] leiten die Standardabweichung aus den zulässigen Toleranzen Δa_{max} technischer Regelwerke ab. Hierbei wird die obere und untere Schranke nach Gleichung E.10 jeweils als Quantilwert aufgefasst, wodurch sich die zugehörige Standardabweichung σ_a aus Gleichung E.11 berechnen lässt. Als Quantilwerte werden in [489] die 5 % und 95 % Schranken (k_a = 1,65) angegeben, wohingegen [456] den Faktor k_a aus Gleichung E.11 mit 2,0 angibt.

$$a_{min/max} = a_{nom} \pm \Delta a_{max} \tag{E.10}$$

$$\Delta a_{max} = k_a \cdot \sigma_a \tag{E.11}$$

Quelle	Gültigkeit		Erwartungswert	Standard-abweichung	Variations-koeffizient	Verteilung
[583]	Zwischen	$a_{nom} \leq 1000\,\mathrm{mm}$	a_{nom}	$0{,}003 \cdot a_{nom}$		LN, N
	Einheit	$a_{nom} \geq 1000\,\mathrm{mm}$		$3\,\mathrm{mm}$		
	Innerhalb	$a_{nom} \leq 1000\,\mathrm{mm}$		$4\,\mathrm{mm} + 0{,}006 \cdot a_{nom}$		
	Einheit	$a_{nom} \geq 1000\,\mathrm{mm}$		$10\,\mathrm{mm}$		
[483]	$a_{nom} \leq 1000\,\mathrm{mm}$		$1{,}003 \cdot a_{nom}$	$4\,\mathrm{mm} + 0{,}006 \cdot a_{nom}$		N
	$a_{nom} > 1000\,\mathrm{mm}$		$a_{nom} + 3\,\mathrm{mm}$	$10\,\mathrm{mm}$		
[481]	Balkenbreite			$5\,\mathrm{mm}$		N
	Balkenhöhe			$7{,}5\,\mathrm{mm}$		
[593]	$a_{nom} = 100\,\mathrm{mm} - 400\,\mathrm{mm}$				$0{,}03 - 0{,}025$	N
	$a_{nom} = 400\,\mathrm{mm} - 1000\,\mathrm{mm}$				$0{,}025 - 0{,}010$	
	$a_{nom} > 1000\,\mathrm{mm}$				0	
	Vereinfachte Näherung				$0{,}02$	
[594, 595]			$1{,}05 \cdot a_{nom} - 1{,}07 \cdot a_{nom}$			
[587]	Fertigteile				$0{,}008$	
	Transportbeton, Baustellenbeton				$0{,}002$	
[486]			a_{nom}	$19\,\mathrm{mm}$		N

Quelle	Gültigkeit	Erwartungswert	Standard-abweichung	Variations-koeffizient	Verteilung
[596]				$0{,}020$	N
[580]	Höhe und Breite Rechteckquerschnitt	$> a_{nom}$		$< 0{,}03$	
	Anderer Querschnitt	$> a_{nom}$		$< 0{,}05$	
[581]		a_{nom}	$4\,\mathrm{mm}$		N
[589]		$a_{nom} + 1{,}9\,\mathrm{mm}$	$5{,}7\,\mathrm{mm}$		
[457]	Balkenbreite	a_{nom}		$0{,}03$	N
	Balkenhöhe			$0{,}015$	
[597]				$0{,}05$	N
[585]	$a_{nom} \leq 1000\,\mathrm{mm}$	a_{nom}		$0{,}02$	
	$a_{nom} > 1000\,\mathrm{mm}$	a_{nom}		$0{,}01$	
[584]		$\approx a_{nom}$	konst.		
[598]			$\leq 7\,\mathrm{mm}$		N
[484]		a_{nom}	$5\,\mathrm{mm}$		N
[549]	Ortbetonplatte	$< 1{,}06 \cdot a_{nom}$		$< 0{,}08$	
	Fahrbahnplatten hoher Herstellungsqualität	$1{,}005 \cdot a_{nom}$		$0{,}02$	
[25]	Allgemein	a_{nom}		$0{,}04$	N

Quelle	Gültigkeit	Erwartungswert	Standard-abweichung	Variations-koeffizient	Verteilung
	Erhöhte Herstellungsqualität	a_{nom}		0,02	
	Maßkontrolle nach Fertigstellung	a_{nom}		0,015	
[599]	Stahlbetonwände	$a_{nom} - 5{,}16\,\mathrm{mm}$	$0{,}418\,\mathrm{mm}$		
[600]	Bauteilübergreifend	$a_{nom} + 2\,\mathrm{mm}$			
[601]	Unsicherheitsquantifizierung	a_{nom}		0,020	N
[602]	Balkenbreite	$a_{nom} + 3\,\mathrm{mm}$	$4\,\mathrm{mm}$		N
[603]	Fertigteile BT 70 N	$a_{nom} - 3{,}5\,\mathrm{mm}$	$4{,}76\,\mathrm{mm}$		N
	Ortbetonbrücken	$a_{nom} + 19{,}75\,\mathrm{mm}$	$17{,}15\,\mathrm{mm}$		
[591]	Decken	a_{nom}	$6\,\mathrm{mm}$		gest. N
[604]		a_{nom}			
[605]		a_{nom}			
[606]	Decken	$a_{nom} + 6\,\mathrm{mm}$	$9\,\mathrm{mm}$		
[607]	Balkenbreite	$1{,}01 \cdot a_{nom}$		0,04	
	Stützenbreite	$1{,}005 \cdot a_{nom}$		0,04	
[590]	Ortbetonplatte	$a_{nom} + 0{,}8\,\mathrm{mm}$	$12\,\mathrm{mm}$		N
	Fertigteilplatte	a_{nom}	$4{,}76\,\mathrm{mm}$		

Quelle	Gültigkeit	Erwartungswert	Standard-abweichung	Variations-koeffizient	Verteilung
	Breite Ortbetonbalken	$a_{nom} + 2{,}4\,\mathrm{mm}$	$4{,}76\,\mathrm{mm}$		
	Breite Fertigteilbalken	a_{nom}	$4{,}76\,\mathrm{mm}$		
	Höhe Ortbetonbalken	$a_{nom} - 3{,}2\,\mathrm{mm}$	$6{,}35\,\mathrm{mm}$		
	Höhe Fertigteilbalken	$a_{nom} + 3{,}2\,\mathrm{mm}$	$3{,}97\,\mathrm{mm}$		
	Ortbeton-Rechteckstütze	$a_{nom} + 1{,}6\,\mathrm{mm}$	$6{,}35\,\mathrm{mm}$		
	Fertigteil-Rechteckstütze	$a_{nom} + 0{,}79\,\mathrm{mm}$	$3{,}18\,\mathrm{mm}$		
	Ortbeton-Rundstütze	a_{nom}	$4{,}77\,\mathrm{mm}$		
	Fertigteil-Rundstütze	a_{nom}	$2{,}38\,\mathrm{mm}$		
[608]		$a_{nom} + 3{,}1\,\mathrm{mm}$	$12{,}7\,\mathrm{mm}$		$\approx$ N (vermutet)
[451]		$1{,}003 \cdot a_{nom} \leq 3\,\mathrm{mm} + a_{nom}$	$0{,}006 \cdot a_{nom} +$ $4\,\mathrm{mm} \leq 10\,\mathrm{mm}$		$\approx$ N
[456]		a_{nom}	$\frac{\Delta a}{2}$		N
[489]		a_{nom}	$\frac{\Delta a}{1{,}65}$		N, gest. N
[592]		a_{nom}	$\frac{\Delta a}{1{,}65}$		N, gest. N
[492]	$a_{nom} \leq 1000\,\mathrm{mm}$	$1{,}003 \cdot a_{nom}$	$4\,\mathrm{mm} + 0{,}006 \cdot a_{nom}$		N, gest. N, Beta
	$a_{nom} > 1000\,\mathrm{mm}$	$a_{nom} + 3\,\mathrm{mm}$	$10\,\mathrm{mm}$		

Quelle	Gültigkeit	Erwartungswert	Standard-abweichung	Variations-koeffizient	Verteilung
[609]		$a_{nom} + 0{,}25\,\text{mm} + \frac{a_{nom}}{32}$	$4{,}04\,\text{mm} + \frac{a_{nom}}{18}$		
[12]					LN
[588]	Querschnitt Stütze	$a_{nom} + (-3{,}4\,\text{mm} \cdots + 9{,}6\,\text{mm})$	$1{,}1\,\text{mm} \cdots 6{,}2\,\text{mm}$		
	Breite Wand	$a_{nom} + (-4{,}2\,\text{mm} \cdots + 4{,}1\,\text{mm})$	$0{,}8\,\text{mm} \cdots 14{,}6\,\text{mm}$		
	Breite Unterzug	$a_{nom} + (-6\,\text{mm} \cdots + 3\,\text{mm})$	$1{,}6\,\text{mm} \cdots 4{,}1\,\text{mm}$		
	Höhe Unterzug	$a_{nom} + (-13{,}8\,\text{mm} \cdots + 3{,}6\,\text{mm})$	$3{,}2\,\text{mm} \cdots 15{,}7\,\text{mm}$		
	Deckenstärke	$a_{nom} + (4{,}2\,\text{mm} \cdots + 7{,}8\,\text{mm})$	$4{,}0\,\text{mm} \cdots 7{,}3\,\text{mm}$		
[586]	Stützen		$5\,\text{mm}$		N
[487]	Innerhalb eines Bauwerks		$10\,\text{mm}$		N
	Zwischen Bauwerken		$7\,\text{mm}$		
[488]	Fahrbahnplatte	a_{nom}		$0{,}07$	N
	Breite Stege	$(0{,}99-1{,}003) \cdot a_{nom}$		$0{,}003-0{,}007$	
	Höhe Trägerstege	$(0{,}94-1{,}025) \cdot a_{nom}$		$0{,}025-0{,}003$	
	Fahrbahnplatte Kastenbrücke	$(0{,}95-1{,}03) \cdot a_{nom}$		$0{,}02-0{,}07$	
	Bodenplatte $d = 200\,\text{mm}$	$1{,}002 \cdot a_{nom}$		$0{,}011$	
	Kastenbrücke $d = 350\,\text{mm} - 450\,\text{mm}$	$(0{,}95-1{,}1) \cdot a_{nom}$		$0{,}016-0{,}025$	

Quelle	Gültigkeit	Erwartungswert	Standard-abweichung	Variations-koeffizient	Verteilung
	Durchmesser Hohlkörper $d = 1200\,\mathrm{mm} - 1400\,\mathrm{mm}$	$0{,}97$		$0{,}007 - 0{,}008$	
	Asphaltdicke $d = 45\,\mathrm{mm} - 80\,\mathrm{mm}$	$(0{,}95 - 1{,}14) \cdot a_{nom}$		$0{,}26 - 0{,}11$	N, LN

Tabelle E.3: Zusammenstellung von Literaturangaben zu Maßabweichungen von Betonteilen

Zu [583] Die Maßabweichungen werden durch einen additiven Term Δa abgebildet, der als punktuelle Auswertung eines Zufallsfelds zu interpretieren ist. Dieser setzt sich aus einem Anteil Δa_1 als Zufallsvariable, die die Streuungen zwischen unterschiedlichen Bauteilen angibt, und einem innerhalb des Bauteils räumlich veränderlichen Anteil Δa_2 zusammen. Für baupraktische Anwendungen können die beiden Anteile zu einer einzigen Zufallsvariablen mit der nominellen Abmessung als Erwartungswert und einer Standardabweichung nach Beziehung E.12 zusammengefasst werden. Die Angaben werden in [610] übernommen. Als Verteilungsfunktion ist eine Lognormalverteilung anzunehmen, die bei kleinen Variationskoeffizienten in guter Näherung auch als normalverteilt beschrieben werden kann.

$$\sigma_a = \sqrt{\sigma^2_{\Delta a_1} + \sigma^2_{\Delta a_2}} \tag{E.12}$$

Zu [483] Die Angaben beziehen sich auf große Populationen von Ortbetonbauteilen aus nicht näher genannten Quellen, welche einer Qualitätskontrolle unterzogen worden sind. Wie in [583] werden die geometrischen Abweichungen als Zufallsfeld aufgefasst. Es ergibt sich ein systematischer Anteil, welcher auf den Mittelwert aufgeschlagen wird und ein zufälliger Anteil, der sich im Streuungsmaß ausdrückt. Als zufällig werden hierbei Einflüsse aus den Qualitätsunterschieden verschiedener Produktionslose, zufällige Abweichungen der Einzelelemente und Streuungen innerhalb der Bauteile selbst beschrieben. Die aufgeführten Ansätze werden in [478] übernommen.

Zu [481] Es handelt sich um einen Berechnungsansatz für die Bemessung eines Rechteckquerschnitts in einem Bürogebäude auf Grundlage eines Vergleichs mit verschiedenen anderen Quellen wie [593, 585, 455, 456, 590, 454].

Zu [593] Die Variationskoeffizienten werden in Abhängigkeit der Abmessungen des zu erstellenden Bauteils angegeben und gelten sowohl für die Querschnittshöhe als auch für die Breite des Querschnitts. Da für Bauteile mit geringeren Abmessungen eine größere Sorgfalt unterstellt wird, sind hierfür die anzuwendenden Variationskoeffizienten geringer. Als Standardabweichungen resultieren Werte zwischen 3 mm und 10 mm.

Zu [486] Die Angaben beziehen sich auf eine Plattenbrücke aus den 70er-Jahren mit Stützweite 11 m und einer Plattenstärke von 60 cm. Die sich ergebende Standardabweichung beträgt 10,2 mm.

Zu [596] Der Ansatz basiert auf Stichproben des Autors der Quelle, die nicht näher beschrieben werden.

Zu [580] Auf Grund des Ausbauchens der Schalung durch den Frischbetondruck wird eine Tendenz zur Übertoleranz beschrieben.

Zu [581] Es handelt sich um einen Berechnungsansatz für zwei Stahlbetonbalken mit Breiten von 300 mm und 500 mm.

Zu [589] Es wurden Ortbetonplatten mit Abmessungen von 140 mm bis 160 mm für Hochbauten in Schweden betrachtet. Für die ebenfalls aufgenommenen Fertigteile ergaben sich geringere Abweichungen.

Zu [457] Es handelt sich um einen Berechnungsansatz für die probabilistische Berechnung eines Rahmens, der nicht näher erläutert wird.

Zu [597] Die Angaben stammen aus einer Berechnungsannahme bzw. handelt es sich um Default-Werte einer Software.

Zu [585] Es handelt sich um einen Bemessungsansatz, der aus verschiedenen Literaturquellen, u.a. [487], abgeleitet wurde.

Zu [584] Es wird auf systematische Einflüsse durch das Ausbauchen der Schalung bei der Betonage hingewiesen. Die Standardabweichungen werden unabhängig von den nominellen Abmessungen beschrieben.

Zu [598] Der angegebene Wert für die Standardabweichung wird für die Bemessung einer Stahlbetonstütze als Wert auf der sicheren Seite angesetzt.

Zu [484] Für Bauteile mit mittleren und großen Betonquerschnitten können die Soll-Werte als Mittelwert angesetzt werden. Systemabmessungen sollen im Konstruktiven Ingenieurbau deterministisch modelliert werden.

Zu [549] Die Angaben beziehen sich auf Ortbetonplatten und Fahrbahnplatten des Ingenieurbaus bzw. Fertigteilplatten und entstammen einer Literaturrecherche.

Zu [25] Es handelt sich um Angaben zur Berechnung von Teilsicherheitsbeiwerten.

Zu [599] Die Werte stammen aus dem Forschungsprojekt F2176 „Toleranzen und Betondeckung“, welches vom Bundesministerium für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau gefördert wurde. Hauptziel des Projekts war die Bestimmung von Toleranzen der Betondeckung. An 7 Baustellen im Raum Köln/Bonn wurden mittels eines Stahlmaßbands Wanddicken gemessen. Angesichts der recht großen Messungenauigkeit von $\pm$ 2 mm ist die Genauigkeit der Streuungsangabe als beschränkt einzustufen.

Zu [600] Die Werte wurden an insgesamt 12 Hochbaustellen ermittelt und sind bauteilübergreifend aufzufassen. Hierbei wurden 22 Wände, 13 Decken, 12 Unterzüge und 16 Stützen in Bauwerken mittlerer Größe vermessen. Sofern unzureichend steife Schalplatten für die Wandschalung verwendet wurden, konnten mittlere Abweichungen von 16 mm beobachtet werden.

Zu [602] In der Untersuchung am Neubau einer Fabrikanlage in der Türkei wurde die Breite des Flansches von Stahlbetonträgern mit T-Querschnitt bestimmt. Hierzu wurden 57 Balken an jeweils 7 Stellen entlang des Trägers mit einer Genauigkeit von $\pm$ 0,5 mm gemessen. Im Rahmen der Untersuchung wurde festgestellt, dass sich ca. 70 % der Maßabweichungen auf die Schalung zurückführen lassen. Es wird vorgeschlagen, die Standardabweichung der Maßabweichungen zu etwa $\frac{1}{4}$ der Maßtoleranzen anzunehmen.

Zu [603] Für die Untersuchungen an den Fertigteilen BT70N aus der Produktion des VEB Elster-Elbe wurden in den Jahren 1979/80 die Höhenmaße aufgenommen. Die Fertigteilträger wurden vornehmlich im Straßenbau eingesetzt. Zur Erhebung der Streuungsdaten von Ortbetonbauwerken wurden insgesamt 3 Brücken mit gevouteten Vollplattenquerschnitten herangezogen, welche sich 1981 noch im Bau befanden. Die Sollquerschnittshöhe der Platten beliefen sich auf 980 mm, 1500 mm und 1567 mm. Die angegebenen Messwerte wurden durch Schleifennivellements an der Ober- und Unterseite der Brücken an jeweils 14 bzw. 18 gleichmäßig verteilten Messpunkten bestimmt. Vorbehaltlich der geringen Stichprobenanzahl lassen die Ergebnisse auf leicht positive Abweichungen schließen. Die Daten beziehen sich auf insgesamt 50 einzelne Messstellen. Auf Grund der wenigen ausgewerteten Brückenüberbauten sind die Angaben als nicht repräsentativ zu bewerten.

Zu [591] Die Werte beziehen sich auf eine Stahlbetondecke des üblichen Hochbaus mit einer Nenndicke von 200 mm. Die Stutzung der Verteilung findet für a = 0 mm statt.

Zu [606] Die Messungen wurden an insgesamt 142 Hochbaustellen in Stockholm, Göteborg und Malmö durchgeführt und beziehen sich auf Geschossdecken mit einer Stärke von 160 mm. Diese Werte werden auch in [455] übernommen.

Zu [607] Die Angaben beziehen sich auf Untersuchungen aus [611].

Zu [590] Die Ergebnisse verschiedener Studien werden zu Empfehlungen zusammengefasst.

Zu [456] Die Werte beziehen sich auf die Auswertung der Plattenstärke (a_{nom} = 150 mm) an einer Baustelle durch 272 Messungen. Anhand des in der Quelle auf Seite 45 angegebenen Histogramms kann eine Normalverteilung vermutet werden.

Zu [489] Systematische oder zufällige Schwankungen sollen in den statischen Berechnungen berücksichtigt werden, sofern sich hieraus bemessungsrelevante Änderungen ergeben. Systematische Abweichungen, welche vornehmlich aus zeitabhängigen Effekten stammen, sind dem Erwartungswert ggf. gesondert hinzuzurechnen. Toleranzangaben zur bauseitigen Qualitätssicherung sind in der Regel als 90 %-Konfidenzintervalle einer normalverteilten Grundgesamtheit zu interpretieren. Durch den Wert $\Delta a = 1{,}65 \cdot \sigma_a$ ist eine Grenze der anzutreffenden Abweichungen gegeben, so dass sich eine zweiseitig gestutzte Normalverteilung ergibt.

Zu [492] Der angegebene Vorschlag wurde auf Grundlage von Literaturrecherchen, beispielsweise in [602] erstellt, und wurde später in [483] zum Teil übernommen. Als Verteilungsfunktion wird eine Normalverteilung beschrieben. Sofern tatsächliche Grenzen der maximalen Maßabweichungen beobachtbar

sind, wird eine gestutzte Normalverteilung vorgeschlagen. Für Herstellverfahren, die Maßabweichungen nur in engen Grenzen zulassen, wird eine Beta-Verteilung als angemessen beschrieben.

Zu [609] Im Rahmen von Versuchen an Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen bis zu einer Breite von 140 mm wurden 41 801 Messwerte erhoben. Die Auswertung der Gesamtheit aller Messwerte ergab die in Tabelle E.3 angegebenen Daten. Die Analyse des Experiments bezüglich einer Abhängigkeit vom nominellen Wert führt neben den in Tabelle E.3 aufgeführten Verteilungsparametern durch Regression auf den Zusammenhang $0{,}23\,\mathrm{mm} + \frac{a_{nom}}{148}$ für die Schiefe der Verteilung. Mit Ausnahme einer Modifikation der Additionskonstanten des Erwartungswertes und Rundungen finden sich diese Angaben auch in [492, 483] wieder.

Zu [12] Abweichend zu [492, 483] wird auf Basis der in [609] beschriebenen Messdaten eine Lognormalverteilung vorgeschlagen.

Zu [588] Die zu Grunde liegenden Messergebnisse wurden 1975 und 1976 an vier Hochbauten im Raum München erhoben. Für detaillierte Angaben zu Imperfektionen an Stützen wird auf [586] verwiesen.

Zu [586] Die Datengrundlage ist mit der aus [588] identisch. Es wurde beobachtet, dass Bauteile, die in vermeintlich steiferen Stahlschalungen hergestellt wurden, geringere Abweichungen aufweisen als solche Stützen, die in Holzschalungen produziert wurden. Der angegebene Wert ist als Mittelwert zu interpretieren. Die Angaben werden in [454] übernommen.

Zu [487] Die Datengrundlage für die Angaben bilden die Untersuchungen aus [588]. Bei den angegebenen Werten handelt es sich um eine Abschätzung, die für die Maßabweichungen sämtlicher Bauteile des Hochbaus übernommen werden sollen. Die Toleranzgrenzen normativer bzw. vertraglicher Bestimmungen werden im Gegensatz zu [489] oder [592] als zumeist übertrieben beschrieben. Überschreitungen werden in der Praxis kaum geahndet.

Zu [488] Die Werte wurden speziell an Deck- und Kastenbrücken im Raum Barcelona ermittelt, die sich in den 90er-Jahren im Bau oder im Abbruch befanden. Die Überprüfung der Art der Verteilungsfunktion erfolgte durch einen Kolmogorov-Smirnov-Test.

E.4 Wichte

Die Streuungen des Raumgewichts von Stahlbeton ergeben sich sowohl durch die natürlichen Streuungen in der Wichte der Einzelkomponenten des Betons, als auch durch deren Mischungsverhältnis [482]. Insbesondere der Zuschlag bestimmt dabei die anzusetzenden Wichten [461].

Literaturangaben für die ständige Last von Massivbauteilen beziehen sich zumeist wie in [612] oder [613] auf die Eigenlast G als Ganzes und werden daher oft nicht getrennt nach Wichte und geometrischen Abmessungen angegeben. Stattdessen werden zumeist Verteilungsfunktionen für die Beziehung in E.13 beschrieben [483, 479].

$$G = \int \gamma \, dV \tag{E.13}$$

Eine Zusammenstellung von Literaturangaben, in denen speziell auf die Wichte von unbewehrten und bewehrten Betonen eingegangen wird, ist in Tabelle E.4 dargestellt.

Statistisch kann die Wichte innerhalb eines Bauteils als Zufallsfeld aufgefasst werden [610], das aus systematischen und zufälligen Anteilen der räumlichen Streuung zusammengesetzt ist [483]. Da in dieser Arbeit auf die Modellierung als Zufallsfeld verzichtet wird, wird für Angaben zur räumlichen Korrelation innerhalb eines Bauteils auf [479] verwiesen. Nach [483] brauchen im Massivbau keine Abhängigkeiten zwischen Dichte und den Maßabweichungen berücksichtigt werden. In [482, 483, 614, 481] wird jedoch ein Zusammenhang zwischen dem Raumgewicht und der Druckfestigkeit hergestellt. Die gemäß DIN EN 1991-1-1:2010-12 [480] anzusetzende Wichte des Stahlbetons von 25 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$ bezieht sich auf einen Normalbeton mit einem Bewehrungsgehalt von 3 % und einer Wichte des unbewehrten Betons von 23,5 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$ [610, 615]. Nach [481, 583] stellt dieser Wert eine obere Grenze bzw. einen 67 %-Quantilwert für den anzusetzenden Mittelwert der Verteilungsfunktion dar und überschätzt in vielen Fällen das tatsächliche Raumgewicht. Alternativ wird in [583] eine pauschale Erhöhung der Wichte des unbewehrten Betons um 1 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$ vorgeschlagen. Eine explizite Berücksichtigung des Bewehrungsgehalts wird in [478] empfohlen.

Die Verteilungsfunktion wird regelmäßig mit einer Normalverteilung beschrieben, so beispielsweise in [481, 615, 616, 484, 603, 25]. Seltener wird auch eine Lognormalverteilung verwendet wie in [610] oder [583].

Quelle	Gültigkeit	Erwartungswert	Standardabw.	Variations-koeffizient	Verteilung
[483]	Unbewehrter Normalbeton $f_c = 20\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$	$23{,}5\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$		$0{,}04$	
	Unbewehrter Normalbeton $f_c = 40\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$	$24{,}5\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$		$0{,}03$	
[479]	Unbewehrter Normalbeton	$24\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$		$0{,}04$	
	Unbewehrte hochfeste Betone	$24\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3} - 26\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$		$0{,}03$	
[25]	Normalbeton	$24\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$		$0{,}04$	N
	Hochfester Beton	$24\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3} - 26\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$		$0{,}03$	
	Leichtbeton			$0{,}04 - 0{,}08$	
	Porenbeton			$0{,}05 - 0{,}10$	
	Schwerbeton			$0{,}01 - 0{,}02$	
[481]	Stahlbeton	$24{,}0\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$		$0{,}06$	N
[617]				$< 0{,}03$	
[610]					N, LN
[616]				$\approx 0{,}01$	N
[482]	$C30 - C120$	$23{,}50 - 25{,}00\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$			
[484]	Bewehrter Beton	$25\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$	$1\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$	$0{,}04$	N
[603]		$23{,}5\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$	$0{,}29\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$	$0{,}012$	N
[485]	Innherhalb der Bauwerke	$21{,}75 - 24{,}28\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$	$0{,}4653 - 0{,}493\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$	$0{,}020$–$0{,}021$	
	Zwischen den Bauwerken	$23{,}5\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$	$0{,}65\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$	$0{,}028$	

Tabelle E.4: Zusammenstellung von Literaturangaben zur Wichte von Beton

Zu [483] Die Werte beziehen sich auf Betone mit stabilem Feuchtegehalt. Zudem können der Quelle auch statistische Werte für Porenbeton, Leicht- und Schwerbeton entnommen werden. Die angegebenen Werte finden sich auch in [583] und in ähnlicher Form in [479]. Maßabweichungen und Wichte werden als zumeist in guter Näherung unkorreliert beschrieben.

Zu [479] Die Angaben stammen aus der Auswertung verschiedener, nicht näher angegebener Quellen. Für hochfeste Betone wird eine merkliche Abhängigkeit von der Betonrezeptur beschrieben. Zudem können der Quelle Angaben für Leicht- und Porenbetone sowie für Schwerbetone entnommen werden.

Zu [25] Es handelt sich um Ansätze zur Berechnung von Teilsicherheitsbeiwerten.

Zu [481] Der in Normen übliche Mittelwert von 25 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$ kann als obere Grenze des Mittelwertes der Wichte von Stahlbeton betrachtet werden. Die Annahme der Normalverteilung und des Variationskoeffizienten entstammt einer Beispielberechnung für ständige Lasten.

Zu [617] Der Wert entstammt einer Abschätzung zu den Streuungen ständiger Lasten. Sowohl für die Volumenschwankungen als auch für die Streuung der Betonwichte wird ein Wert von $\nu < 0{,}03$ vorgeschlagen.

Zu [610] Sowohl die Wichte als auch die Bauteilabmessungen werden als Lognormalverteilung charakterisiert. Auf Grund der Streuungen wird auch die Modellierung mittels Normalverteilung als hinreichend genau beschrieben.

Zu [616] Die Angabe bezieht sich auf Normalbetone mit gewöhnlichen Zuschlägen. Für außergewöhnliche Zuschlagsstoffe können sich Variationskoeffizienten bis 0,16 ergeben.

Zu [482] Es werden Werte für verschiedene Betongüten bzw. Wasserzementwerte angegeben, die sich auf eine Luftfeuchtigkeit von 2 % beziehen. Die Spannbreite der möglichen Werte resultiert aus dem Mischungsverhältnis und der Dichte der Einzelkomponenten.

Zu [603] Die Angaben wurden durch Sichtung von Unterlagen aus der Qualitätssicherung von Ortbetonüberbauten des VEB Autobahnbaukombinats gewonnen. Die Unterschreitung der berechneten Wichte vom normativ festgelegten Wert wird als Hauptgrund für die festgestellte Abweichung vom Soll-Eigengewicht von Betonbauteilen angeführt.

Zu [485] Den Angaben liegen Messungen an 5 Brücken bzw. deren Teilbauwerken aus den Jahren 1949 bis 1963 in Deutschland zu Grunde, die jeweils mittels mehrerer Proben für jede Brücke einzeln ausgewertet wurden. In den Ergebnissen zeigen sich sowohl recht geringe Streuungen innerhalb der Einzelbauwerke als auch geringe Unterschiede in den Streuungsmaßen innerhalb der verschiedenen Bauten. Die im Vergleich zu anderen Literaturangaben wie [615] oder [481] verminderten Streuungen werden auf die gegenüber üblichen Hochbauten erhöhte Herstellungsqualität im Brückenbau zurückgeführt.

E.5 Federsteifigkeit der Lagerfedern am Überbau

Zur Modellierung der Auflagerung der Brückenüberbauten durch Federn ist sowohl die Steifigkeit der Brückenlager als auch die in Serie hinzugeschaltete Lagerung der Unterbauten auf dem Baugrund von Bedeutung. Aus diesem Grund wird eine separate Literaturstudie für beide Anteile vorgestellt.

E.5.1 Geotechnische Streuungen

Die mit der Baugrunderkundung verbundenen Unsicherheiten in den bodenmechanischen Eigenschaften können nach [473] bzw. [451] in drei Kategorien unterteilt werden:

1. Örtliche Streuungen der Bodeneigenschaften, die sich aus inhomogen stattfindenden geologischen Prozessen der Entstehung und Veränderung des Untergrunds ergeben
2. Unsicherheiten durch Störung der Proben und der Bestimmung der Bodeneigenschaften im Laborversuch, sowie Streuungen durch den begrenzten Umfang der Stichprobengröße
3. Unschärfen im Rückschluss aus den Versuchsergebnissen auf die bodenmechanischen Eigenschaften der Homogenbereiche

Durch die immanent räumliche Ausdehnung des Baugrunds sind örtliche Schwankungen der Bodenkennwerte im Allgemeinen als Zufallsfeld zu begreifen [618, 619]. Bedingt durch die Vereinfachung in der Modellbildung durch Verwendung linearer Federn soll innerhalb dieser Arbeit die mechanische Modellierung im Halbraum unterbleiben und die Steifigkeit der Auflagerfedern durch eindimensionale Zufallsverteilungen erfolgen.

Für die Kombination der natürlichen Streuungen der Bodeneigenschaften mit Unsicherheiten aus dem Prüfungs- und Bewertungsprozess werden in [473] bzw. [478] für beide Anteile separate Variationskoeffizienten angegeben. Die Überlagerung des Streuungsanteils ν_1 zur Berücksichtigung der örtlichen Variation und ν_2 für die Unsicherheiten innerhalb des Bewertungsprozesses zum im Gelände vorhandenen Variationskoeffizienten ν_{nat} erfolgt gemäß Gleichung E.14. Das gleiche Vorgehen wird auch in [451] vorgeschlagen.

$$\nu_{nat} = \sqrt{{\nu_1}^2 + {\nu_2}^2} \tag{E.14}$$

Ein weiterer vereinfachter Vorschlag zur Ermittlung der Streuung auf Grundlage geotechnischer Unterlagen wird in [477] diskutiert. Hierbei wird der vom Baugrundgutachter angegebene Bereich mit oberer Schranke des Bodenkennwertes θ_{max} und unterer Schranke θ_{min} als ein Intervall aufgefasst, dessen Länge der 6-fachen Standardabweichung entspricht. Folglich kann diese gemäß Gleichung E.15 abgeschätzt werden. Die Expertenbewertung für den wahrscheinlichsten Wert des Bodenparameters kann nach [476] als gute Näherung für den Erwartungswert angesehen werden.

$$\sigma = \frac{\theta_{max} - \theta_{min}}{6} \tag{E.15}$$

In Tabelle E.5 sind die Ergebnisse verschiedener Untersuchungen zur Streuung der Bodensteifigkeit dargestellt. Die Art der Verteilungsfunktion wird regelmäßig mit einer Normalverteilung angesetzt. Zur Vermeidung negativer Verformungs- und Festigkeitswerte wird in probabilistischen Berechnungen auch häufig eine Lognormalverteilung verwendet. [451, 478]

Die in Tabelle E.5 zusammengestellten Literaturangaben zu möglichen Variationskoeffizienten stellen eine grobe Abschätzung möglicher Verteilungsfunktionen dar. Bedingt durch die große Bandbreite geologischer Randbedingungen und Verfahren der Baugrunduntersuchung können den Quellen keine spezifischen Werte für die Baugrundverhältnisse an den untersuchten Versuchsbrücken oder für die angetroffenen Bodenarten entnommen werden.

Quelle	Gültigkeit	Standardabweichung	Variationskoeffizient	Verteilung
[620]			$0{,}1$	N
[478]				N, LN
[472]			$0{,}15-0{,}45$	LN
[470]			$0{,}16$	N
[477]		$\sigma = \frac{\theta_{max} - \theta_{min}}{6}$		
[476]			$0{,}2$	LN
[471]			$0{,}3$	LN
[473]	Örtliche Streuung		$0{,}15-0{,}65$	
	Bodenerkundung		$0{,}15-0{,}45$	
[451]			$0{,}2-1{,}0$	N, LN
[621]				N
[622]			$< 0{,}3$	N
[623]			$0{,}104; 0{,}176$	

Tabelle E.5: Zusammenstellung von Literaturangaben zur Streuung geotechnischer Verformungsparameter

Zu [620] Die Angaben entstammen einem Beispiel zur probabilistischen Setzungsberechnung und scheinen nicht durch Literaturstudien oder empirische Erhebungen plausibilisiert worden zu sein.

Zu [478] Die Verwendung von Lognormalverteilungen wird empfohlen, um negative Parameterwerte auszuschließen.

Zu [472] Die Angaben zur Art der Verteilungsfunktion entstammen Fallstudien zur probabilistischen Bemessung einer Tunnelschale. Neben Verteilungsangaben verschiedener Bodenkennwerte ist der Quelle auch eine Zusammenstellung von Literaturangaben zur örtlichen Korrelation der Bodenparameter zu entnehmen.

Zu [470] Die Angaben ergeben sich aus Rückrechnungen von Setzungsmessungen an Hochhäusern in der Frankfurter Innenstadt auf die anzusetzenden Steifezahlen. Insgesamt wurden acht Gebäude ausgewertet, die flach auf dem Frankfurter Ton gegründet wurden.

Zu [477] Für die Ermittlung der Standardabweichung aus oberen und unteren Schranken der Bodenkennwerte wird die Verwendung der Six-Sigma-Regel vorgeschlagen, bei der die Standardabweichung zu ⅙ der Differenz beider Schranken angenommen wird. Entsprechend sind die Angaben geotechnischer Berichte als 99,7 %-Intervall zu interpretieren.

Zu [476] Die Angabe entstammt Beispielen zur Auswertung von Grenzzustandsfunktionen für Verformungen unter einem Flächenfundament und einer Tunnelschale. Die Zufallsvariablen aller Zufallsgrößen wurden als unabhängig angenommen. Die Expertenschätzungen zu den Bodenkennwerten sind als Erwartungswerte zumeist gut verwertbar.

Zu [471] In der durchgeführten Bayes'schen Analyse werden die zu identifizierenden Parameter des Baugrunds in deren Prior-Verteilungen als unkorreliert angesetzt. Um negative Werte der Bodeneigenschaften auszuschließen, werden Lognormalverteilungen verwendet.

Zu [473] Auf Basis von Angaben zu Messwerten verschiedener Bauvorhaben werden Variationskoeffizienten für die verwendeten Erkundungsverfahren und die örtliche Streuung des Baugrunds angegeben.

Die Zusammenschau der Angaben ergibt eine ungefähre Streuung von maximal ν = 0,15 bis 0,65 für die inhärente Streuung des Baugrunds und für die Unsicherheit aus den Ergebnissen der Sondierung von ν = 0,15 bis 0,45. Hieraus ergibt sich ein Bereich von ν = 0,21 bis 0,79.

Zu [451] Es werden Bereiche von möglichen Parameterwerten für verschiedene Baugrundtypen angegeben. Die Verteilungsfunktion wird als Normalverteilung, in einigen Fällen auch als Lognormalverteilung beschrieben, sofern negative Werte vermieden werden sollen. Die Hypothese der Normalverteilung kann in vielen Fällen nicht widerlegt werden, jedoch hat diese Annahme häufig ihren Ursprung in der Einfachheit der Verteilungsform gegenüber anderen Typen. Die Angaben zur Parameterstreuung beziehen sich speziell auf die Verwendung als Prior-Information im Rahmen des Bayes'schen Updatings.

Zu [621] Sämtliche Parameter gewachsener Böden werden als annähernd normalverteilt beschrieben.

Zu [622] Die Angaben stellen einen geschätzten Wert dar, der im Rahmen einer probabilistischen Knickberechnung für Grauwackenbänke im Ahrthal verwendet wurde. Der Variationskoeffizient ist an die Angaben aus [623] angelehnt.

Zu [623] Die Angaben entstammen der Auswertung zweier Versuchsreihen mit je 11 Einzelversuchen, bei denen mittels eines einachsigen Druckversuchs Proben aus Schilfsandstein untersucht wurden.

E.5.2 Steifigkeit des Elastomerlagers

Die Streuung der vertikalen Steifigkeit der einzelnen Elastomerlager wird durch die Unsicherheit im Schubmodul bestimmt. Dieser schwankt beispielsweise auf Grund von Unsicherheiten in der Materialzusammensetzung, der Lagertemperatur oder durch Alterungsprozesse [585].

Nach [585] kann für die Steifigkeitsermittlung eine normalverteilte Grundgesamtheit angenommen werden, deren Mittelwert sich aus dem im Zulassungsbescheid angegebenen Schubmodul ergibt. Gemäß DIN EN 1337-3:2005 [431] ist hierfür vorzugsweise ein Wert von 0,90 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ für den Schubmodul anzusetzen.

Für die Ermittlung der Streuungen wird in [585] die Toleranz als 1,96-fache Standardabweichung angegeben. Die Toleranz nach [431] beträgt $\pm$ 0,15 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, so dass sich ein Variationskoeffizient von $\frac{0{,}15}{1{,}65} \approx 0{,}1$ ergibt. Im Vergleich hierzu liegt der zu erwartende Bereich der Abweichung vom Normwert bei Bestimmung der Lagersteifigkeit durch Prüfung nach [624] bei $\pm$ 20 %.

F Versuchsaufbauten

F.1 Allgemeines

Zur Dokumentation und bildlichen Veranschaulichung der Versuchsaufbauten an beiden untersuchten Brücken wird nachfolgend die verwendete Messtechnik spezifiziert und der Vorgang der Messung erläutert. Zudem werden die Hilfsmittel zur Ermittlung des Betrags der aufgebrachten Versuchslasten und zur gezielten dynamischen Anregung der Brücke Traunwalchen beschrieben.

F.2 Brücke Traunwalchen

F.2.1 Verformungsmessung

Die Verformungsmessung wurde vom Nord- und Südufer aus durch das Institut für Geodäsie der Universität der Bundeswehr München durchgeführt.

Es kamen zwei Tachymeter vom Typ Leica TPS 1202 und Tripelprismen vom Typ Leica GPR1 zum Einsatz. Abbildung F.1 zeigt in (a) das aufgestellte Tachymeter am südlichen Ufer und in (b) die angebrachten Prismen in der Phase der Installation. Die Tripelprismen wurden auf der Unterseite des Überbaus mittels Einschlagdübel und Zapfen befestigt. Die Anzielung erfolgte unter Verwendung der Automatischen Zielerfassung (ATR) der Tachymeter in einer Fernrohrlage. Für den Großteil der Messungen fand keine Wiederholungsmessung statt, lediglich in den Versuchsreihen `UTF-MITTE-01-stat` und `SLT-MITTE-02-stat` erfolgten 2 bzw. 6 Messungen. Vor und nach Befahren der Brücke durch die Versuchsfahrzeuge wurden jeweils Nullmessungen durchgeführt, um die Relativkoordinaten der Zielpunkte im unbelasteten Zustand zu ermitteln. Die Messwerte wurden durch Abziehen des Mittelwertes der Koordinaten aus den Nullmessungen von denen im belasteten Zustand generiert. Für die Untersuchungen wurde nur die Vertikalkomponente des Verformungsvektors ausgewertet.

Mögliche Gründe für Abweichungen können sich durch Reflexion des Lichts auf der Wasseroberfläche und den damit zeitlich veränderlichen Lichteinflüssen ergeben [514]. Refraktionseinflüsse können als vernachlässigbar betrachtet werden, da die Messdistanzen gering sind und die Temperaturunterschiede zwischen Überbau und umgebender Luft als klein angesehen werden können.



(a) (b)

Abbildung F.1: (a) Am Südufer positioniertes Tachymeter und (b) an der Brückenunterseite angebrachte Tripelprismen zur Verformungsmessung

F.2.2 Punktuelle Dehnungsmessung mittels elektrischer Dehnmessstreifen

Unter dem Überbau wurden DMS vom Typ PL-120-11-1LQM-F der Firma Tokyo Sokki Kenkyujo mit aktiver Messgitterlänge von 120 mm angebracht. Der eingesetzte Folien-Dehnmessstreifen mit Konstantan-Messgitter weist einen Widerstand von 120 Ω auf. Die Vorkonfektionierung des DMS erfolgte durch die Anbringung von Flachkabeln mit einer Länge von 0,30 m und der Anbringung von Modularsteckern 6p4c (sog. Westernstecker). Es wurde eine 4-Leiterschaltung verwendet. Für die Zuleitungen wurden geschirmte Cat-7-Kabel genutzt. Zur Adaptierung an den Messverstärker bzw. an das Datenerfassungssystem wurden zwei 24-Port-Patchpanels vorkonfektioniert. Abbildung F.2 zeigt in (a) einen der angebrachten Dehnmessstreifen und in (b) die Auswerteeinheit im Messfahrzeug.

Nach Anschleifen der Betonoberfläche wurde diese mittels eines acetonhaltigen Reinigers gesäubert und die Applikationsfläche durch einen kalt aushärtenden Klebstoff aus Methylmetacrylat versiegelt bzw. geglättet. Es wurde ein Schnellklebstoff mit dem Handelsnamen X60 der Firma Hottinger Baldwin verwendet. Die Klebung des DMS erfolgte mit Hilfe eines Cyanoacrylat-Klebers. Es kam ein Produkt mit der Bezeichnung „Klebstoff CN-E“, in Deutschland vertrieben durch die Firma Althen Sensors & Controls, zum Einsatz. Als Abdeckmittel zur Verhinderung des Eindringens von Wasser wurde ein Butyl-Kautschuk-Abdeckband des Herstellers Scotch-3M mit der Produktbezeichnung „VM Tape“ verwendet.

Für die Datenerfassung wurden Systeme des Typs QUANTUM MX1615B der Firma Hottinger Baldwin genutzt. Der aktive Dehnmessstreifen wurde in einer Viertelbrückenschaltung verwendet. Die Speisung der Brückenschaltung erfolgte mit einer Spannung von 2,5 V und einer Trägerfrequenz von 1200 Hz.

Zur Dehnungsermittlung wurden die Zeitreihen des Messsignals ausgewertet. Um Einflüsse aus den verschiedenen Rauschanteilen im Messsignal zu minimieren, wurden die aufgezeichneten Dehnungswerte über eine möglichst große Zahl an Werten gemittelt. Außerdem wurden zur Kompensation von Driften Nullmessungen im lastfreien Zustand vorgenommen. In den Auswertungen wurden die Messwerte im unbelasteten Zustand vor und nach der Anwesenheit des Versuchsfahrzeugs auf der Brücke gemittelt und als Nullwert verwendet.

Als Datenerfassungssoftware wurde catmanEasy/AP der Firma Hottinger Baldwin in der Version 5.2.1.34 verwendet. Die Abtastrate wurde sowohl für statische als auch für dynamische Versuchsanordnungen auf 1200 Hz festgelegt. Die numerische Genauigkeit beträgt 64 bit (16 Dezimalstellen). Als Ausgabeformat wurden Textdateien (.txt) gewählt, die anschließend durch die Numerik-Software Matlab eingelesen und weiterverarbeitet wurden.



(a) (b)

Abbildung F.2: (a) An der Brücke angebrachter, abgedeckter elektrischer Dehnmessstreifen und (b) Auswerteeinheit im Messfahrzeug

F.2.3 Quasi-kontinuierliche Dehnungsmessung mittels Lichtwellenleitern

Unter dem Überbau wurden in einem Abstand von 1,23 m von der Außenkante der Platte sowohl am östlichen als auch am westlichen Rand Glasfasern für eine quasi-kontinuierliche Dehnungsmessung angebracht. Für die Messungen am westlichen Teil der Platte wurde eine Single-Mode-Glasfaser vom Typ VA 0.9 FSCXS mit Durchmesser 0,85 mm und Coating aus Herkula UltraCoat HT831/804 verwendet, die durch die Solifos AG vertrieben wird. Diese wird in den Planunterlagen auf Grund ihrer grünlichen Färbung mit dem Zusatz „GRUEN“ gekennzeichnet.

Die Verklebung erfolgte mit Hilfe des hochviskosen Industrieklebstoffs „Blitzfix“ kontinuierlich auf der zuvor abgeschliffenen und mit Hilfe von Aceton gereinigten Betonoberfläche ohne das Verspachteln möglicher Poren. Zur Lokalisierung besonders auswertungsrelevanter Punkte auf der Messstrecke, wie beispielsweise nahegelegene Dehnmessstreifen, wurden diese als explizit benannte Gages softwareseitig hinterlegt.

Der Übertragungsfaktor zur Ermittlung der Dehnung aus der gemessenen Frequenz wurde mit dem Betrag $7{,}54 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{GHz}}$ berücksichtigt. Dieser Wert wurde in einer vom Autor durchgeführten Kalibrierung am Rollenprüfstand ermittelt.

Für die Dehnungsmessung wurde ein Interrogator vom Typ ODiSI 6108 mit Seriennummer 191160137 und Firmware-Version 1.6.10 von der Firma LUNA verwendet. Die Länge der Zuleitung zu den Pigtails betrug 50 m. Die Datenverarbeitung erfolgte mit der zugehörigen ODiSI-Software in der Version 2.2.0.

Bei den Messungen wurden jeweils vollständige Zeitreihen an jedem der Gages aufgezeichnet. Um Unsicherheiten durch Rauschen in den Einzelmesswerten zu verringern erfolgte eine Mittelwertbildung über einen möglichst langen Zeitraum bei unveränderlicher Last. Zur Kompensation von zeitabhängigen Effekten wurden Nullmessungen vorgenommen. Die Messwerte im unbelasteten Zustand vor und nach der Anwesenheit des Versuchsfahrzeugs auf der Brücke wurden gemittelt und in den Auswertungen als Nullwert verwendet.

Die Abtastfrequenz betrug für alle Versuche $6\frac{2}{3}$ Hz. Der Abstand der Gages (Messgitterabstand) wurde auf 2,6 mm festgelegt. Als Terminierung wurde eine kernlose Glasfaser verwendet.

Durch Fehlstellen am Beton oder den angetroffenen geometrischen oder installationsbedingten Grundbedingungen konnte stellenweise keine einwandfreie Verklebung gewährleistet werden. Diese Bereiche wurden in Plänen festgehalten und nicht zur Dehnungsermittlung verwendet. Abbildung F.3 zeigt eine am Bauwerk angebrachte Messfaser und eine Stelle, an der die Verklebung unterbrochen wurde, um die Faser an einer Kante zu schützen.



Abbildung F.3: Unter dem Überbau angebrachte Messfaser vom Typ „GRUEN“ und Stelle, an der die Verklebung unterbrochen wurde

F.2.4 Beschleunigungsmessung

Die Messung der aufgetretenen Beschleunigungen erfolgte unter Verwendung piezoelektrischer Beschleunigungssensoren. Es wurden Sensoren der Typen 393B04 und 393B05 der Firma PCB Piezotronics eingesetzt. Deren letztmalige Kalibrierung vor Versuchsbeginn fand am 28. Juli 2020 statt. Die Übertragung des Analogsignals erfolgte durch Koaxialkabel. Abbildung F.4 zeigt einen der am Bauwerk angebrachten Beschleunigungsaufnehmer nach der Verkabelung.
Die Anbringung fand sowohl auf der östlichen als auch auf der westlichen Seite, jeweils ca. 10 cm vom Rand der Platte entfernt, statt. Hierfür kamen Stockschrauben zum Einsatz, die mittels Dübeln an der Brückenunterseite angebracht wurden. Die Verbindung von Sensor und Stockschraube erfolgte mittels Adapter.

Zur Erfassung der Daten wurden zwei Systeme vom Typ MX840A, vertrieben durch die Firma Hottinger Baldwin, eingesetzt. Als Datenerfassungssoftware wurde catmanEasy/AP in der Version 5.2.1.34 verwendet. Die Abtastung der Signale erfolgte bei einer Frequenz von 1200 Hz. Die numerische Genauigkeit beträgt 64 bit (16 Dezimalstellen).



Abbildung F.4: An der Brücke Traunwalchen montierter Beschleunigungsaufnehmer

F.2.5 Lastermittlung

Die Radlasten der Versuchsfahrzeuge wurden mittels einer mobilen Achslastwaage ermittelt. Der Messbereich der 4 Waagen des Herstellers Dini Argeo ist im Datenblatt des Systems mit 10 000 kg angegeben. Die maximale Abweichung des Systems wurde in der am 23. September 2020 durchgeführten Überprüfung für den verwendeten Skalenbereich von < 6000 kg mit $\pm$ 5,7 kg beziffert. Höhendifferenzen in der Aufstandsebene der Räder durch die untergelegten Waagen wurden durch Platten gleicher Höhe ausgeglichen.

Die Abbildung F.5 zeigt das Ungeschützte Transportfahrzeug (UTF) bei der Wiegung der Achslasten. Die nur für den Dienstgebrauch bestimmten Achsabstände und Achslasten unterliegen Beschränkungen zur Veröffentlichung und werden daher nicht angegeben. Die Lastermittlung am Kettenfahrzeug erfolgte durch Differenzbildung der Verwiegung des Schwerlasttransporters im beladenen und unbeladenen Zustand. Die Abmessungen wurden den Herstellerangaben entnommen, können aus Gründen des Geheimschutzes jedoch ebenso wie die Beträge der Last nicht im Detail wiedergegeben werden.



Abbildung F.5: Verwiegung der beiden hinteren Achsen des Zugfahrzeugs des UTF und Höhenausgleich an den nicht verwogenen Achsen

F.2.6 Impulserreger

Für die dynamische Anregung kam u.a. ein Impulshammer der Firma PCB Piezotronics mit einer Hammermasse von 5,4 kg zum Einsatz. Die letztmalige Kalibrierung vor Versuchsbeginn fand am 6. Oktober 2021 statt. Je Messung wurden 3 Schläge ausgeführt. Für die Auswertung wurde jeweils ein einzelner Anregungsvorgang genutzt.



Abbildung F.6: Eingesetzter Impulshammer an der Brücke Traunwalchen

F.2.7 Schwingerreger

Zur Erzeugung einer sinusförmigen Anregung veränderlicher Frequenz kam ein Schwingerreger (Shaker) vom Typ BD-5 mit Seriennummer BD05.03.0003 der Wölfel-Firmengruppe zum Einsatz. Die Anregung erfolgte jeweils mit 16 kg Zusatzmasse (4 Gewichte mit je 4 kg). Die Beschwerung des Shakers erfolgte mit Gewichten auf einer angeschraubten Grundplatte. Auf der Erregermasse wurde ein Beschleunigungssensor angebracht um eine Zuordnung von Anregungsfrequenz und Beschleunigung vornehmen zu können. Abbildung F.7 zeigt das eingesetzte Gerät auf der Versuchsbrücke.

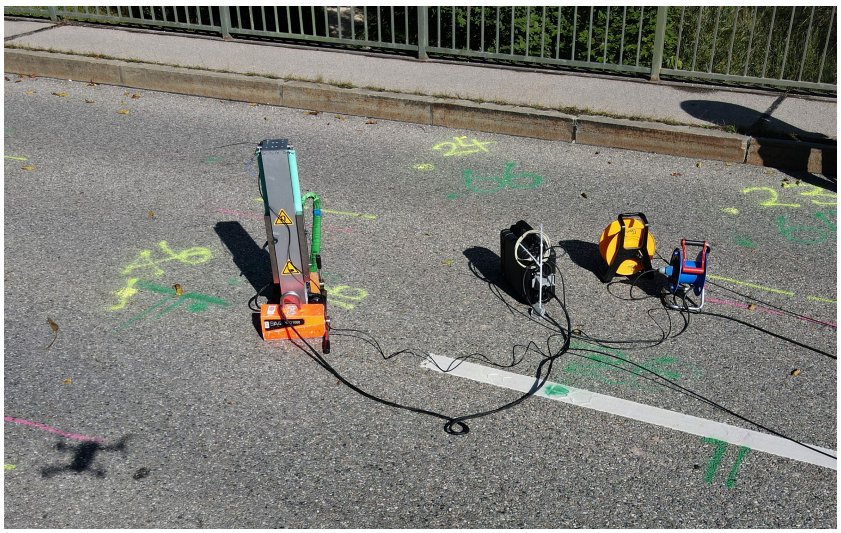


Abbildung F.7: Eingesetzter Schwingerreger (Shaker) an der Brücke Traunwalchen

F.3 Brücke Roding

F.3.1 Verformungsmessung

Die Geodätischen Messungen an der Regenflutbrücke Roding wurden durch das Institut für Geodäsie der Universität der Bundeswehr München durchgeführt.

Die Messung der Vertikalkomponenten der Verformungen wurde mittels eines Tachymeters des Typs Leica TPS 1201 und eines Tracking-Interferometers vom Typ AT 901-LR der Firma Leica Geosystems vorgenommen. Abbildung F.8 zeigt das eingesetzte Tachymeter und das Tracking-Interferometer während der Versuche.

Für die Messungen mit Hilfe des Tachymeters wurden jeweils an den Stegen bzw. mittig auf der Unterseite des Kastens Zielmarkierungen angebracht. Als Ziel für das Tracking-Interferometer wurde eine 1,5′ Rot-Ring-Reflektorkugel verwendet, welche auf einem magnetischen Reflektorhalter angebracht war. Dieser wurde durch Verschraubung am Brücken-Überbau befestigt.

Die Bestimmung der Koordinaten mittels Tachymeter erfolgte durch manuelle Beobachtung der Zielkreuze und Differenzbildung zwischen dem unbelasteten und dem belasteten Zustand. Die Messungen erfolgten jeweils in einem Halbsatz. Das Messkonzept schloss eine Nullmessung vor Versuchsbeginn und eine weitere nach Versuchsende ein, um Verformungen der Brücke durch Temperaturänderungen kompensieren zu können. Die Kompensation erfolgte in Abhängigkeit der Temperaturänderung zwischen den Nullmessungen.

Einflüsse aus dem Verkehr auf dem direkt angrenzenden Ersatzneubau wurden durch fortlaufende Beobachtung und Wahl des Messzeitpunktes minimiert. Die Messdistanz betrug für alle Punkte jeweils ca. 30 m.

Für die Aufzeichnung von Zeitreihen mit Hilfe des Tracking-Interferometers wurde eine Abtastung von 200 Hz gewählt.



Abbildung F.8: Eingesetztes Tachymeter und Tracking-Interferometer an der Versuchsbrücke Roding, aus [427] (Foto: Thorsten Strübing, mit Genehmigung von Springer Nature wiedergegeben)

F.3.2 Punktuelle Dehnungsmessung mittels elektrischer Dehnmessstreifen

Die Messung der Dehnungen an der Brücke Roding wurde durch die Ixist Measurement GmbH durchgeführt.

Die Bestimmung erfolgte mit Hilfe von elektrischen Folien-Dehnmessstreifen vom Typ KC-120-120-A1-11 der Firma KYOWA Co.Ltd. Diese weisen eine aktive Messgitterlänge von 120 mm und einen Widerstand von 120 Ω auf. Die Dehnmessstreifen wurden in 3-Leitertechnik verwendet, wobei als Zuleitungen 7-drahtige, geschirmte Kupferkabel vom Typ UNITRONIC LiYCY der Firma Lapp verwendet wurden. Die Speisung der Brückenschaltung erfolgte mit einer Gleichspannung von 2,0 V.

Die Verklebung der Folien-DMS auf der Betonoberfläche erfolgte mittels eines Cyanoacrylat-Klebers vom Typ CC-35x5 des Herstellers KYOWA Co. Ltd. Auf Grund der kurzen Zeitspanne zwischen Anbringung und Messung fand keine Abdeckung der Messstelle statt. Einen unter der Brücke angebrachten Dehnmessstreifen zeigt Abbildung F.9.

Die Datenerfassung erfolgte mit Hilfe von drei Datenloggern des Typs DS-NET BR8, welche in Deutschland von der Firma ZSE Electronic GmbH vertrieben werden. Einflüsse durch den Kabelwiderstand der Zuleitung werden intern im Datenerfassungssystem korrigiert. Zum Zeitpunkt der Messungen lagen Kalibrierzertifikate vom 19. Juli 2017 vor.

Aus den kontinuierlich aufgezeichneten Signalen vor, während und nach der Anwesenheit des Kettenfahrzeugs wurden die jeweiligen Sequenzen getrennt ausgewertet. Um Einflüsse aus den verschiedenen Rauschanteilen im Messsignal der Einzelmessungen zu minimieren, wurden die Dehnungen in jeder Sequenz aus einer möglichst großen Zahl an Abtastungen durch Mittelwertbildung berechnet. Die Ergebnisse für die Sequenzen in den unbelasteten Zuständen vor und nach der Anwesenheit des Versuchsfahrzeugs wurden gemittelt und als Nullwert verwendet.

Die Abtastung des Signals erfolgte sowohl für statische als auch dynamische Versuche mit 1000 Hz. Die numerische Genauigkeit der Datenerfassung beträgt 64 bit (16 Dezimalstellen).

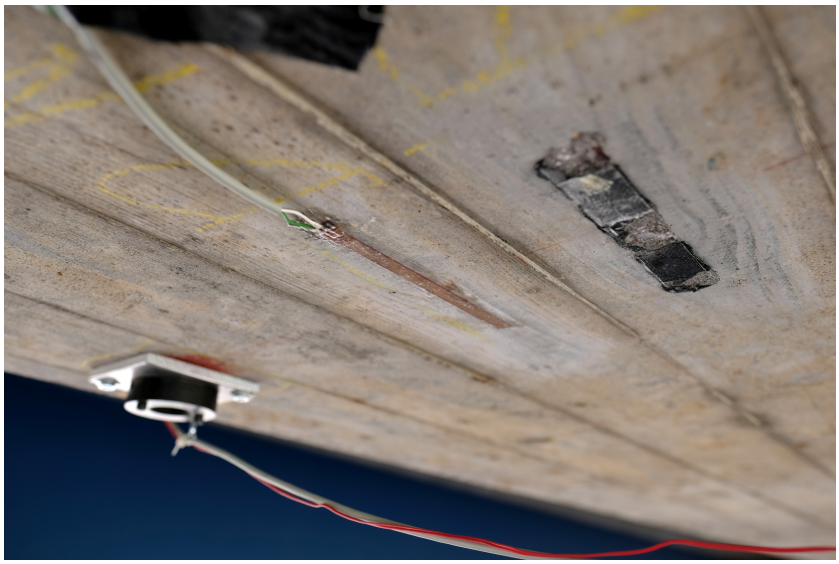


Abbildung F.9: An der Unterseite der Versuchsbrücke Roding applizierter elektrischer Dehnmessstreifen

F.3.3 Beschleunigungsmessung

Für die Messung der Beschleunigungen kamen Piezoelektrische Beschleunigungssensoren der Typen 393B04 und 393B05 der Firma PCB Piezotronics zum Einsatz. Die Signalübertragung erfolgte durch Koaxialkabel. Abbildung F.10 zeigt die Beschleunigungsmesstechnik an der Versuchsbrücke.

Die Beschleunigungen wurden ausschließlich an der südlichen Brückenhälfte (Richtung Schwandorf) aufgezeichnet. Die Sensoren wurden in den Feldmitten und den Viertelspunkten jeweils an beiden Stegen installiert. Die Anbringung erfolgte durch Anschrauben der Sensorik an Aluminium-Halterungen. Diese wurden zuvor mit Hilfe von Dübeln und Schrauben an den Außenflächen der Stege befestigt.

Als Datenerfassungssysteme wurden zwei Geräte vom Typ MX840A des Herstellers Hottinger Baldwin eingesetzt. Diese wurden durch die Software catmanEasy/AP in der Version 5.2.1.34 gesteuert. Das Messsignal wurde mit einer Frequenz von 150 Hz abgetastet und mit einer numerischen Genauigkeit von 64 bit (16 Dezimalstellen) aufgezeichnet.



Abbildung F.10: Außenseite des Steges der Brücke Roding im Randfeld „Schwandorf“ mit angebrachter Beschleunigungsmesstechnik

F.3.4 Lastermittlung

Die Verwiegung der einzelnen Räder des zuvor mit Erdreich beladenen Muldenkippers vom Typ TGS 35.440 des Herstellers MAN erfolgte mit Hilfe einer mobilen Achslastwaage vom Typ WWSE6T des Herstellers Dini Argeo. Der Wägebereich wird in der Werkskalibrierung vom 19. März 2019 mit 6000 kg und die Ziffernschritte mit 2 kg angegeben. Abbildung F.11 zeigt den Muldenkipper während des Wiegevorgangs. Die Skizze F.12 stellt die Beträge und die Anordnung der Lasten dar.

Die aus dem Bergepanzer resultierenden Belastungen wurden den Herstellerangaben entnommen. Die exakten Beträge und Verteilung der Lasten unterliegen Beschränkungen zur Veröffentlichung und können daher nicht wiedergegeben werden.



Abbildung F.11: Verwiegung des eingesetzten Muldenkippers an der Brücke Roding beim Umsetzen des Fahrzeugs (Foto: Bundesanstalt für Materialforschung)

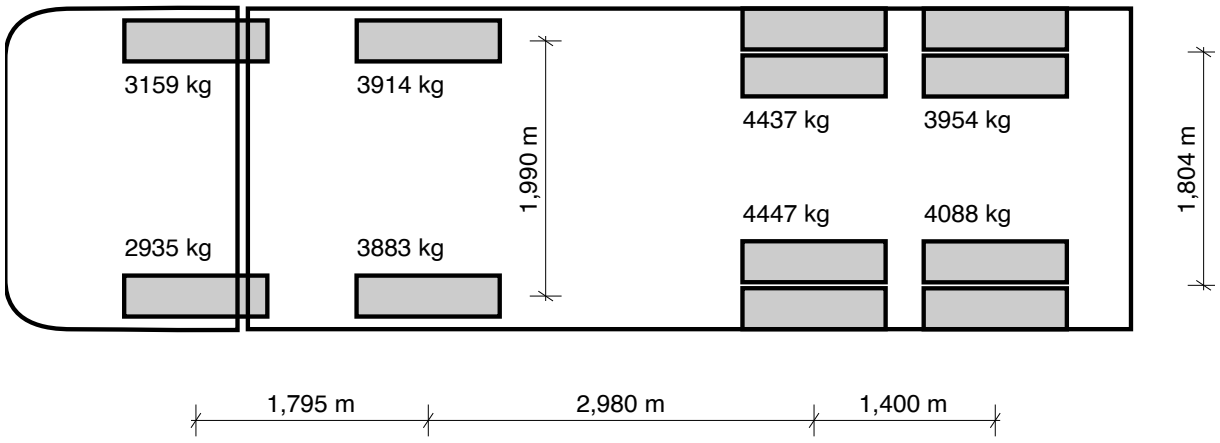


Abbildung F.12: Ermittelte Beträge der Lasten je Reifen und Lastanordnung gemäß Fahrgestellzeichnung

G Diskussion ausgewählter Versuchsergebnisse

G.1 Allgemeines

Für die in 4.4 vorgestellten Versuche zur Datengewinnung werden nachfolgend einige Beispiele der Messergebnisse vorgestellt und interpretiert.

G.2 Brücke Traunwalchen

Die Auswertung der Versuche an der Brücke Traunwalchen wird anhand der aufgezeichneten Verformungen, sowie der mittels verschiedener Versuchsfahrzeuge und Messeinrichtungen ermittelten Dehnungen gezeigt. Zudem werden ausgewählte Beschleunigungsdaten und das ermittelte Frequenzbild dargestellt und die Zuordnung der Frequenzen zu den rechnerisch ermittelten Eigenformen erläutert.

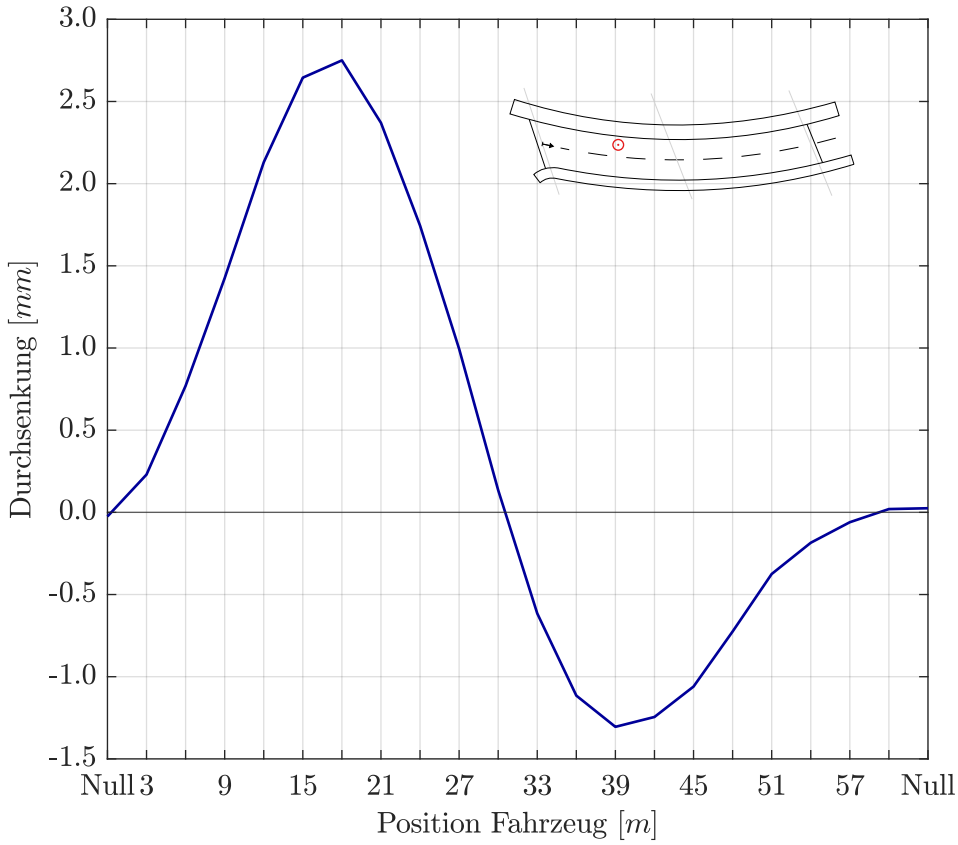


Abbildung G.1: Ergebnisse der Verformungsmessung in Abhängigkeit der statischen Lastpositionen am Prisma `WEST-02` in der Versuchsreihe `UTF-MITTE-01` und Übersichtsbild zur Position des Sensors

Ein Beispiel für die Messwerte eines Sensors für eine Versuchsreihe mit statischer Lastaufbringung kann anhand der Auswertestelle `PRISMA-WEST-02` bei mittiger Positionierung des UTF gegeben werden. Abbildung G.1 zeigt die gemessenen Vertikalverformungen für die Positionen x = 3 m bis x = 60 m in der Versuchsreihe `UTF-MITTE-01`, sowie die beiden Nullwerte. Die Kompensation von lastunabhängigen Veränderungen (Driften) erfolgte durch Subtraktion des Mittelwertes zwischen den (Null-)Messungen nach- und vor der Belastung durch die Versuchsfahrzeuge, so dass der Nullwert dem Mittelwert der beiden Messungen entspricht. Wie in der zweiten Nullmessung zu erkennen ist, ergeben sich nur sehr geringe Differenzen zwischen den beiden Nullmessungen, so dass von geringen Temperatureinflüssen ausgegangen werden kann.

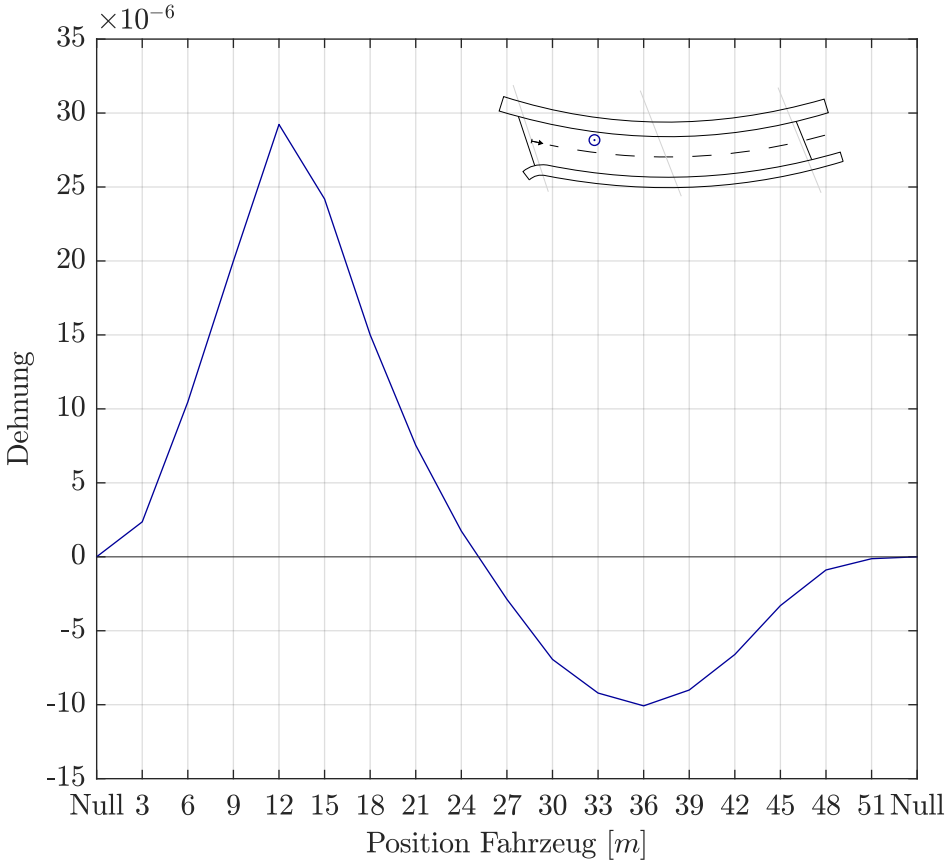


Abbildung G.2: Dehnungsmesswerte des DMS-WEST-02 für die statischen Belastungen durch den Bergepanzer in der Versuchsreihe PZ-MITTE-01 und Übersicht zur Sensorposition

In Abbildung G.2 sind die mit dem elektrischen Dehnmessstreifen DMS-WEST-02 aufgezeichneten Dehnungen für die Versuchsreihe PZ-MITTE-01 dargestellt. Charakteristisch für die Verläufe unter Belastung des Bergepanzers ist der ausgeprägte Peak beim Zusammentreffen von Last- und Sensorposition.

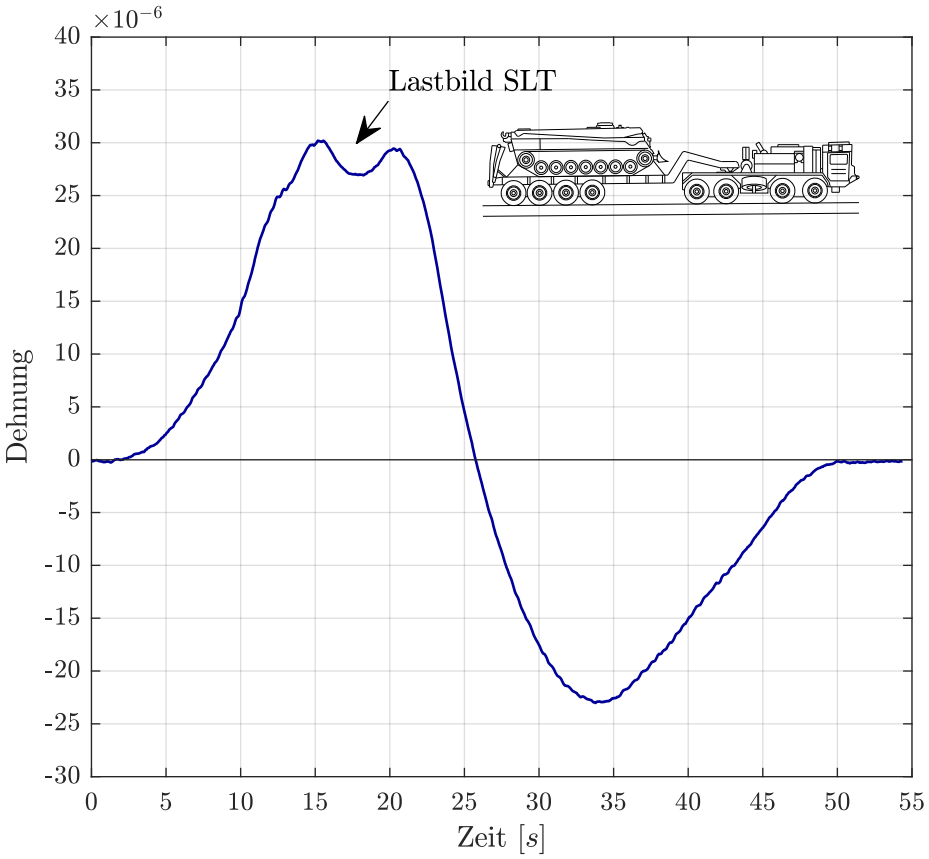


Abbildung G.3: Kontinuierlich aufgezeichnetes Dehnungssignal am Sensor DMS-MITTE-03 bei Überfahrt des SLT in Richtung Traunreuth mit einer Geschwindigkeit von 5 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ und Seitenansicht des SLT

Die ermittelten Dehnungen bei der Überfahrt des SLT in Richtung Traunreuth auf der Mitte der Fahrbahn zeigt Abbildung G.3. Hierfür wurden die Daten des Sensors DMS-MITTE-03 ausgewertet, wobei eine gleitende Mittelwertbildung für ein Fenster von 50 Datenpunkten bzw. von 1/20 Sekunde verwendet wird. Die Zeitreihen aus der Überfahrt weisen meist zwei separate, aber nahe beieinander liegende Extrembereiche auf. Dies ist auf die Lastkonzentrationen des Lastenzuges an der Sattelzugmaschine und dem Sattelhänger sowie deren verhältnismäßig großem Abstand im Vergleich zur Feldlänge zurückzuführen.

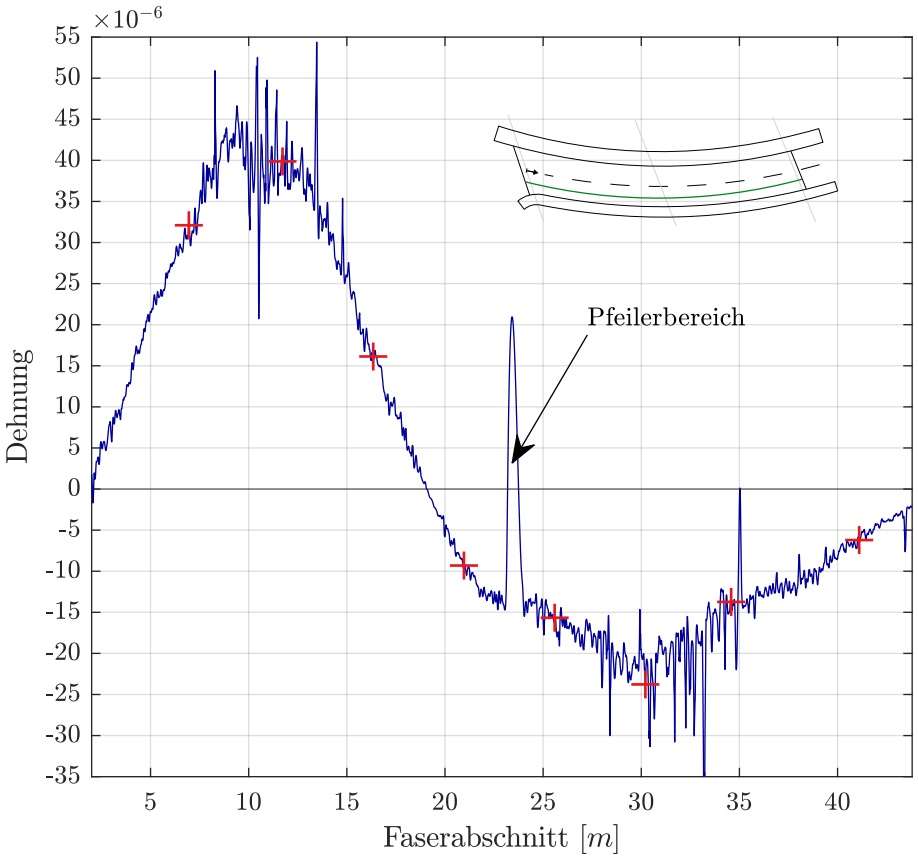


Abbildung G.4: Verlauf der gemessenen Dehnungen an der Faser GRUEN-OST entlang der Brückenlängsrichtung unter statischer Belastung mittels SLT in Fahrbahnmitte an der Position x = 24 m; mit „+“ markierte Messstellen aus der elektrischen Dehnungsmessung sowie Übersicht zur angebrachten Sensorik

Die Messungen mit Hilfe der quasi-kontinuierlichen Dehnungsmesstechnik ermöglichen sowohl die zusammenhängende Messwerterhebung entlang der Brückenlängsachse als auch die Aufzeichnung des zeitlichen Verlaufs an vorgegebenen Auswertestellen. Die Abbildung G.4 zeigt die aufgezeichneten Dehnungen der Messfaser GRUEN-OST für die Positionierung des Schwerlasttransporters bei x = 24 m. Stellen an denen sich auch elektrische Dehnmessstreifen befinden werden mit „+“ gekennzeichnet.

Im Bereich des Pfeilers wurde keine Verklebung vorgenommen, wodurch dieser Bereich keine mechanische Dehnung aus den aufgebrachten Lasten erfährt, sondern sich Änderungen durch Temperaturschwankungen oder Windanregung ergeben. Bereiche in denen sich sehr ausgeprägte isolierte Spitzen ergeben, lassen sich in aller Regel den in Anhang F beschriebenen Stellen fehlender oder mangelhafter Verklebung der Faser zuordnen.

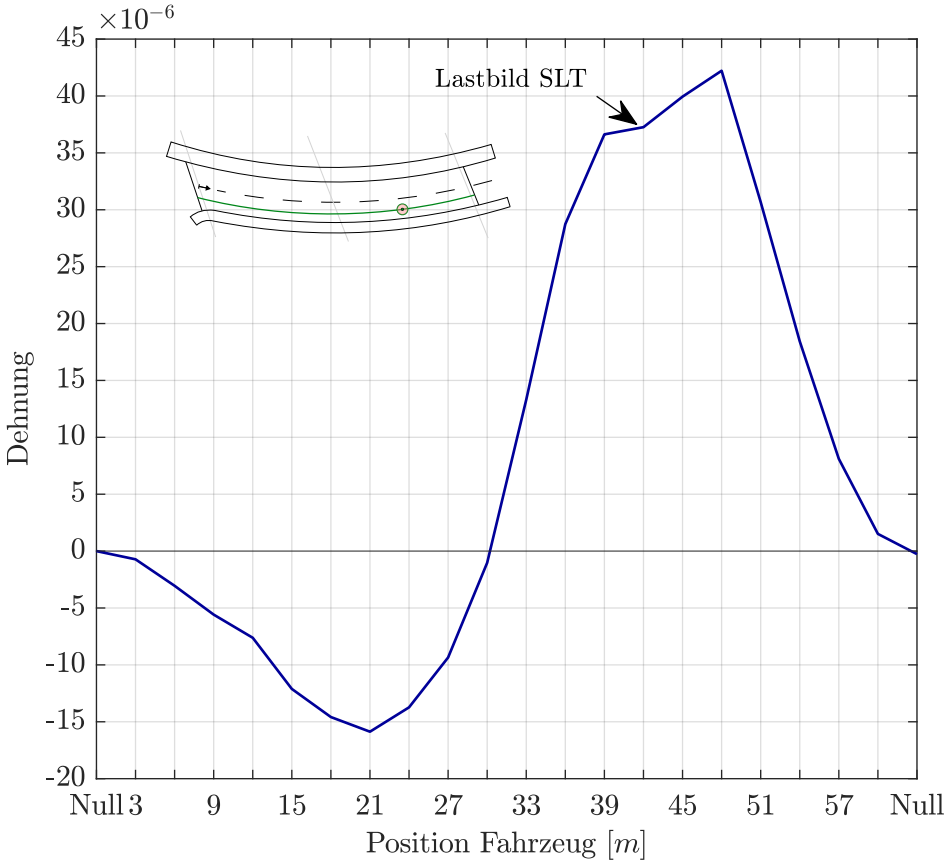


Abbildung G.5: Dehnungsmesswerte in Abhängigkeit der Lastposition für die Faser GRUEN-OST an der Auswertestelle OST-07 für die statische Belastung durch den SLT in der Versuchsreihe SLT-MITTE-01 und Übersichtsbild zur Sensorposition

Die Veränderung der Messwerte für die Auswertestelle GRUEN-OST-07 in Abhängigkeit der Position des Schwerlasttransporters in der Versuchsreihe SLT-MITTE-01 zeigt Abbildung G.5.

Die Ermittlung der Messgröße erfolgte unter Mittelung der quasi-kontinuierlichen Dehnungswerte über einen Bereich von 120 mm, wodurch die Vergleichbarkeit mit den eingesetzten elektrischen Dehnmessstreifen mit gleicher Messgitterlänge gewährleistet wird. Der Verlauf der ermittelten Werte zeigt ebenso wie die Daten aus Abbildung G.3 die Auswirkungen der konzentrierten Lasten durch Zugmaschine und Sattelanhänger mit Bergepanzer. Der gemessene Dehnungswert erreicht am Ende der Belastungsversuche in sehr guter Näherung den Anfangspunkt, wodurch gezeigt werden kann, dass keine Kompensation von Temperatureinflüssen notwendig ist.

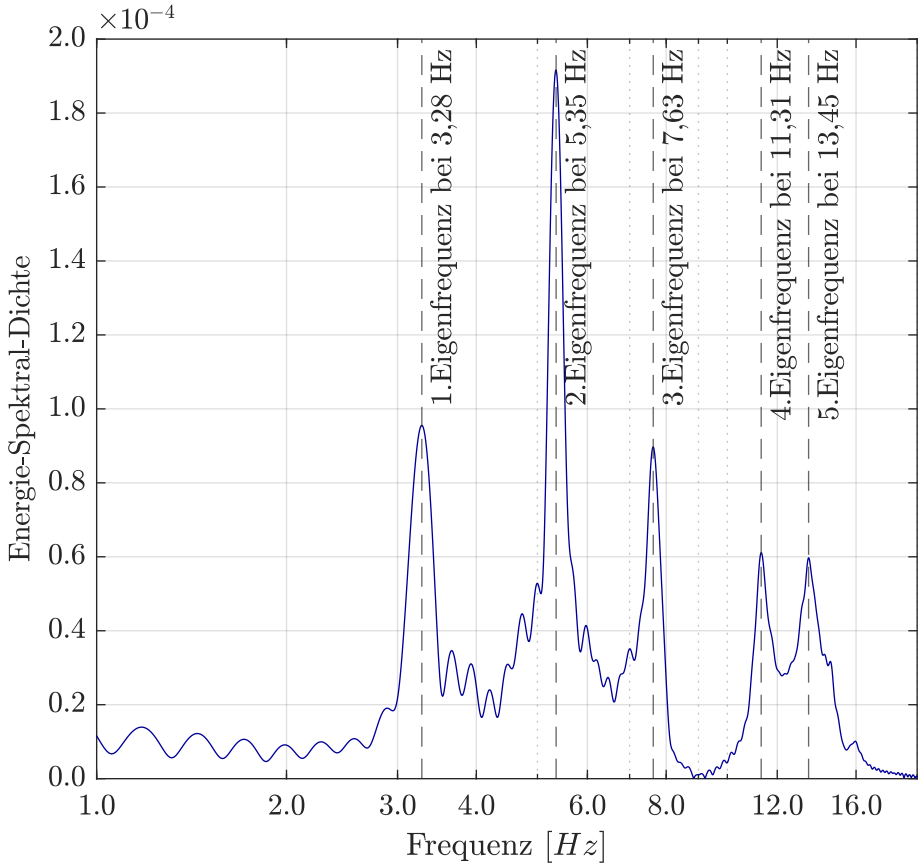


Abbildung G.6: Frequenzspektrum des Signals aus den Beschleunigungsdaten des Sensors `BE-OST-08` bei Anregung durch den Impulshammer an der Position 03 und ermittelte Eigenfrequenzen

Bei der Auswertung der dynamischen Versuche konnten 5 Eigenfrequenzen identifiziert werden. Für die experimentelle Bestimmung der Eigenfrequenzen wurde das Beschleunigungssignal aus dem Sensor `BE-OST-08` bei Anregung an der Hammerposition 03 verwendet. Das zugehörige Frequenzspektrum zeigt Abbildung G.6. Bei der Fouriertransformierten des Beschleunigungssignals wurde das Verfahren des Zero-Padding eingesetzt. Durch Ergänzung der Datenreihe durch Nullen kann das Signal mit kleinerer Schrittweite aufgelöst werden. Für die Auswertungen in dieser Arbeit wurde ein Nullvektor mit $5 \cdot 10^5$ Einträgen verwendet.

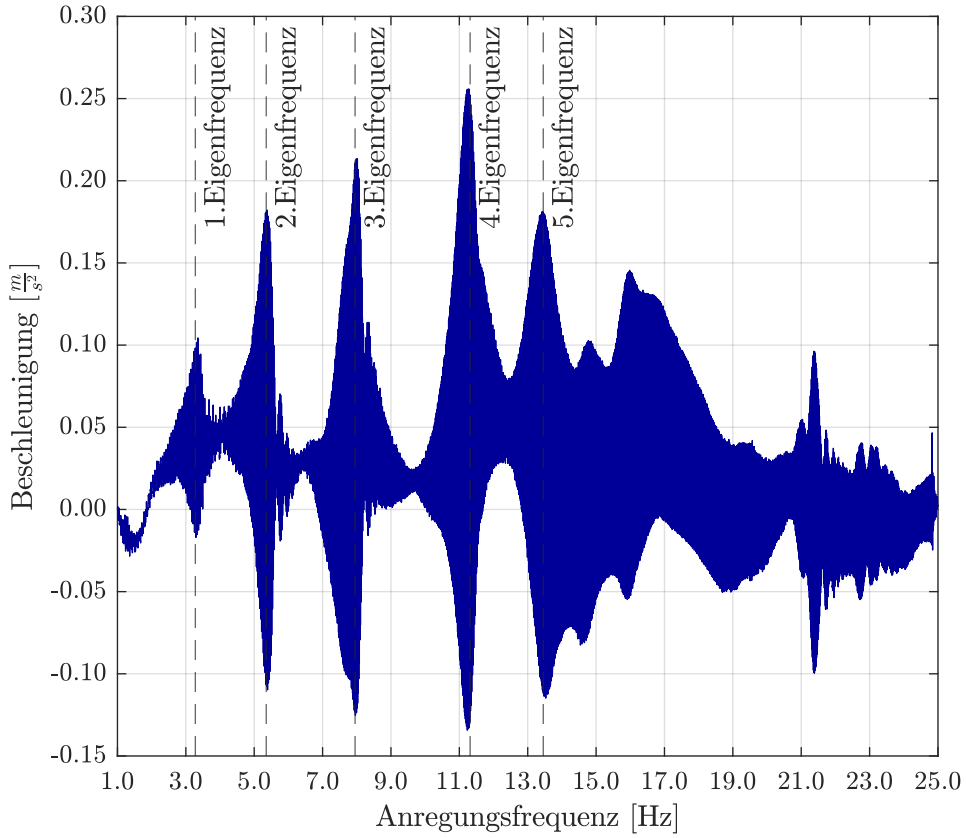


Abbildung G.7: Beschleunigungen an Sensor `BE-OST-08` bei Positionierung des Schwingerregers an der Anregungsstelle 24 in Abhängigkeit von der Anregungsfrequenz

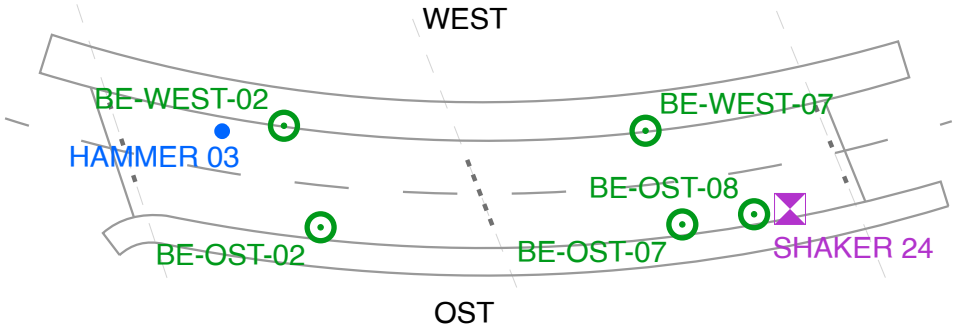


Abbildung G.8: Für die Bestimmung und Zuordnung der ersten Eigenfrequenzen genutzte Anregungs- und Auswertestellen

Die Zuordnung und Verifizierung der ermittelten Frequenzen zu den Ergebnissen der Finite-Elemente-Berechnung erfolgte u.a. mit Hilfe der Daten des Schwingerregers und dem Vergleich der Beschleunigungsdaten verschiedener Piezoelektrischer Sensoren. Die Verifizierung soll beispielhaft anhand der Beschleunigungen an den Sensoren `BE-WEST-02`, `BE-OST-02`, `BE-WEST-07` und `BE-OST-07` bei Anregung in der ersten Eigenfrequenz gezeigt werden. Hierfür wurde der Schwingerreger (Shaker) an der Anregungsstelle 24 aufgestellt und mittels eines Sweeps Anregungsfrequenzen von 1 bis 25 Hz durchlaufen. Abbildung G.7 zeigt die Beschleunigungen am Sensor `BE-OST-08` während dieses Vorgangs und die ermittelten Frequenzen. Eine Übersicht zu verwendeten Sensoren und Anregungs- und Auswertestellen zeigt Abbildung G.8.

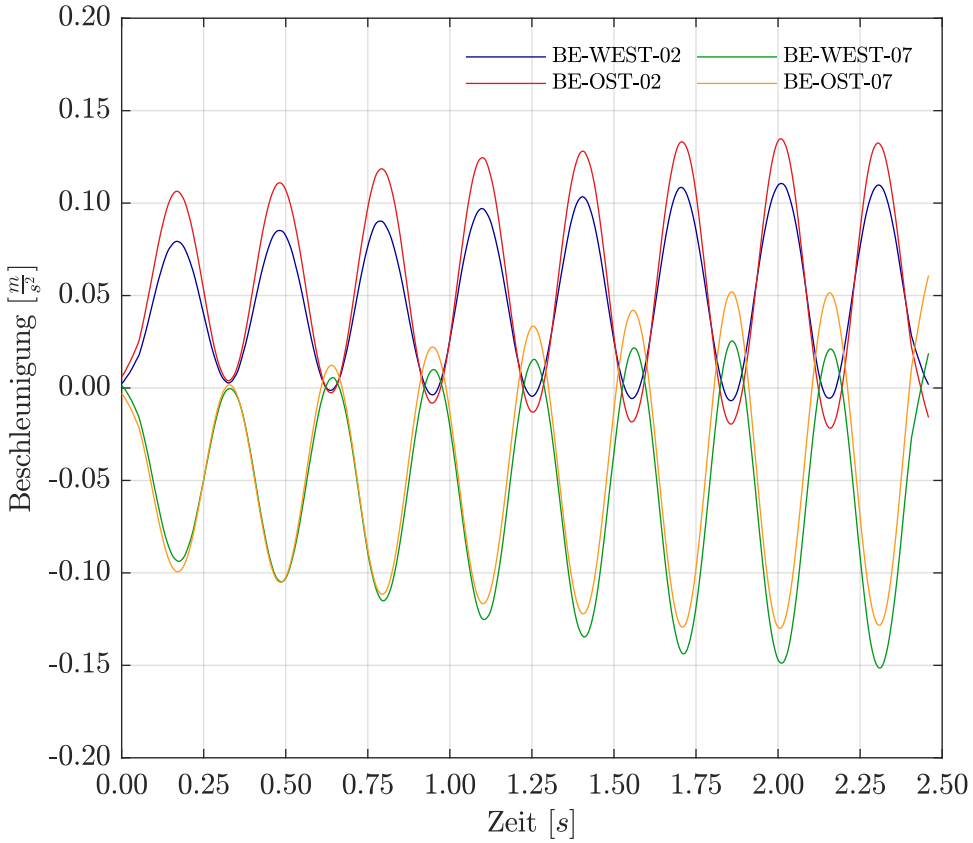


Abbildung G.9: Beschleunigungen an Sensor `BE-OST-08` bei Positionierung des Schwingerregers an der Stelle 24 in Abhängigkeit der Anregungsfrequenz

Die Zuordnung der Messungen zu den Eigenformen erfolgte durch Vergleich der Beschleunigungen an den Sensoren in den Mitten der Felder an beiden Plattenrändern. Abbildung G.9 zeigt einen Ausschnitt des Signals zum Zeitpunkt der Anregung in der ersten ermittelten Eigenfrequenz. Es ist zu erkennen, dass die Beschleunigungen im jeweiligen Feld gleichsinnig, die Signale für Sensoren in unterschiedlichen Feldern jedoch mit einem Versatz von 180° phasenverschoben sind. Die ermittelten Frequenzspektren lassen zwar weitere auswertbare Eigenfrequenzen vermuten, jedoch konnten diese nicht verifiziert bzw. eindeutig den berechneten Eigenformen zugeordnet werden.

G.3 Brücke Roding

Die Messergebnisse an der Versuchsbrücke Roding werden sowohl anhand der ermittelten Verformungen aus tachymetrischer Durchsenkungsmessung als auch anhand der gemessenen Dehnungen vorgestellt. Dabei werden Messwerte unter statischer als auch dynamischer Belastung durch das Kettenfahrzeug erläutert. Zudem werden Ergebnisse aus der Impulsantwort gezeigt, die durch das Fallgewicht generiert wurden.

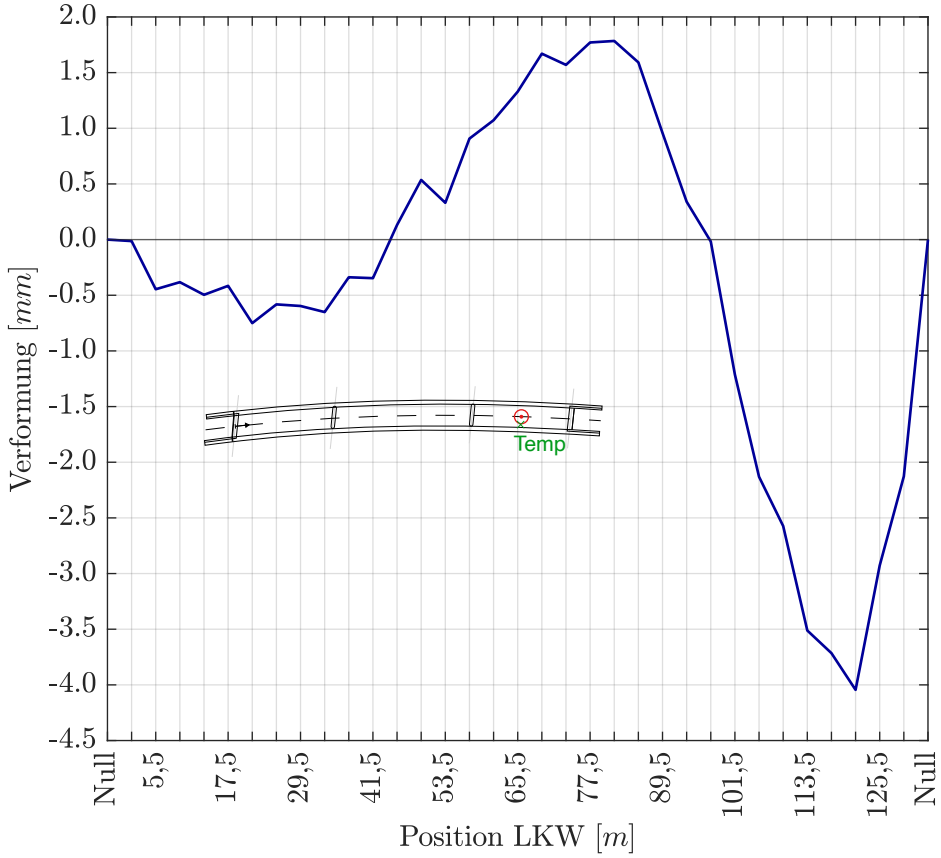


Abbildung G.10: Ergebnis der tachymetrischen Verformungsbestimmung durch manuelle Beobachtung von Zielkreuzen bei statischer Belastung durch den Muldenkipper am 24. Mai 2019

Abbildung G.10 zeigt die Ergebnisse der Verformungsmessung an der Auswertestelle P5 bei statischer Belastung durch den Muldenkipper. Die Messung wurde durch große Temperaturveränderungen während der Aufzeichnung beeinflusst, weshalb eine Korrektur der entstandenen Temperaturdrift erforderlich ist. Die Korrektur erfolgte durch Aufteilung des Unterschieds zwischen den beiden Messungen in den Referenzzuständen vor und nach der Belastung durch das Fahrzeug (Nullmessungen). Hierfür wurden die Temperaturunterschiede auf der Unterseite des Überbaus in der Mitte des Feldes 3 herangezogen.

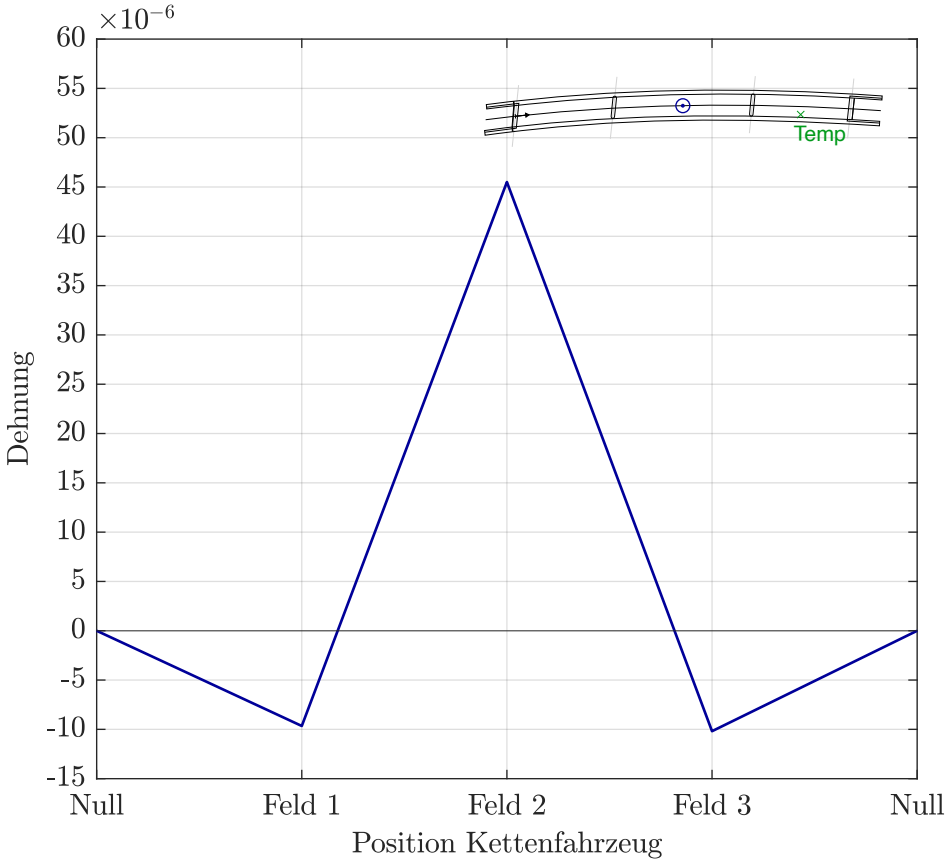


Abbildung G.11: Ergebnis der elektrischen Dehnungsmessung in Abhängigkeit des belasteten Feldes an der Auswertestelle P2 und Übersichtsbild zur Position des Dehnmessstreifens und dem zur Driftkorrektur genutzten Temperatursensor

Der in Abbildung G.10 gezeigte Verlauf der Messwerte ist durch das große Verhältnis zwischen der Messunsicherheit und den Messwerten geprägt. Gegenüber anderen Messeinrichtungen ergibt sich so eine erhöhte relative Messunsicherheit. Zudem können die in Abschnitt C.6 beschriebenen, nicht explizit berücksichtigten Umwelteinflüsse die Ergebnisse verfälschen. Die Dehnungsmessung bei statischer Last wird anhand der Auswertestellen P2 und P5 veranschaulicht. Hierfür wurde der Bergepanzer in den drei Feldern platziert und vor und nach dem Versuch Nullmessungen durchgeführt. Die ermittelten Dehnungen sind in den Abbildungen G.11 und G.12 dargestellt. Bedingt durch die erheblichen Temperaturdriften während der Messreihe wurde ebenso wie auch für die Verformungsmessung eine Kompensation anhand der Temperaturunterschiede in den Einzelmessungen vorgenommen.

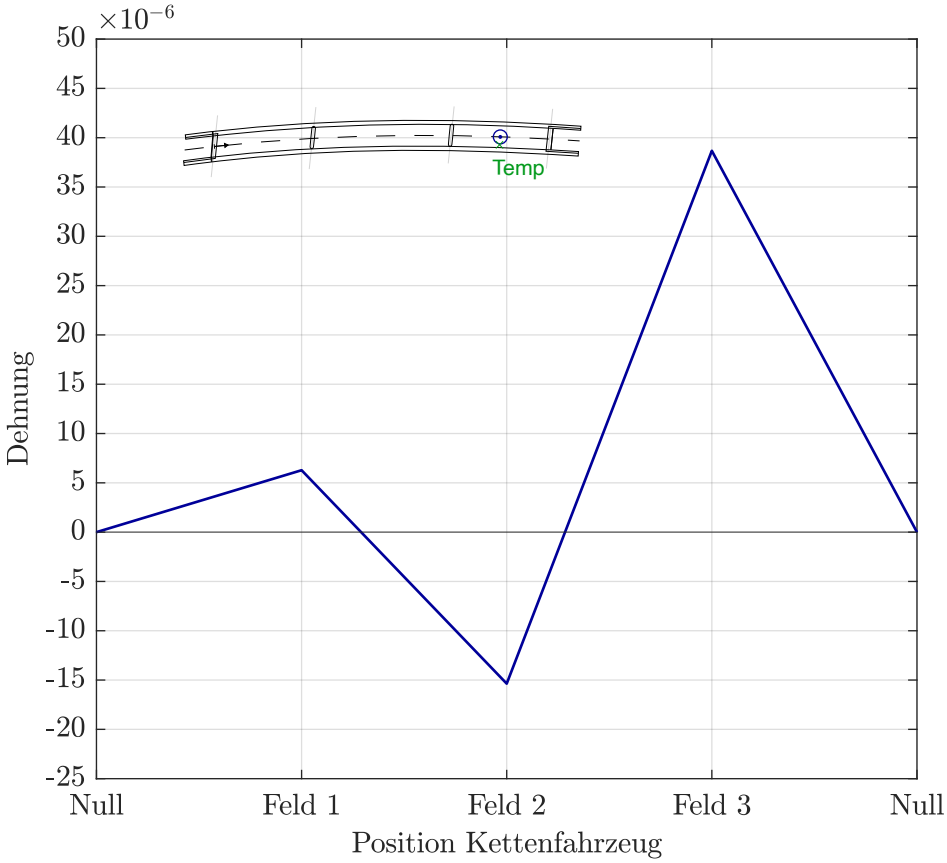


Abbildung G.12: Ergebnis der elektrischen Dehnungsmessung in Abhängigkeit des belasteten Feldes an der Auswertestelle DMS-P5 und Übersichtsbild zur Position des Dehnmessstreifens und dem zur Driftkorrektur genutzten Temperatursensor

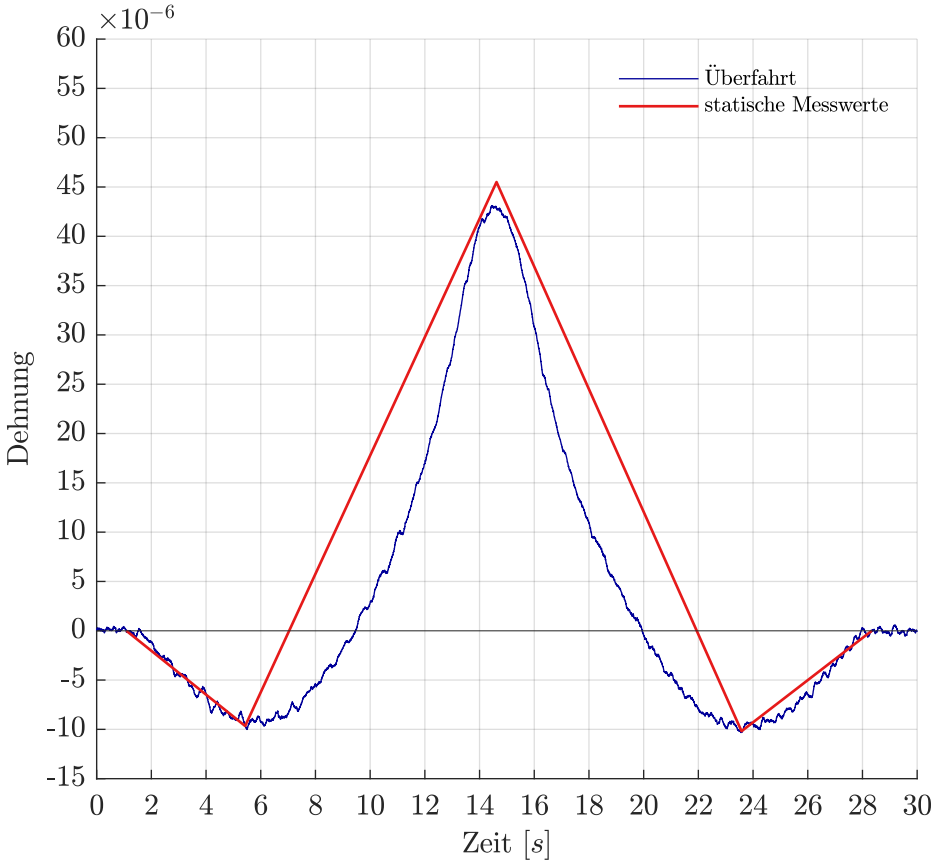


Abbildung G.13: Verlauf der Dehnungen an der Auswertestelle `DMS-P2` bei Überfahrt des Bergepanzers mit einer Geschwindigkeit von 10 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$; Vergleich mit den statischen Messwerten aus Abbildung G.11

Der Vergleich zwischen den korrigierten statischen Messwerten und den Zeitreihen bei kontinuierlicher Überfahrt bestätigt die Annahmen der Kompensationsmethodik. Abbildung G.13 zeigt den Vergleich der korrigierten Messwerte aus statistischer Belastung mit den Ergebnissen einer Überfahrt bei ca. 10 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Die Daten wurden in einem Fenster von 50 Datenpunkten bzw. 1⁄20 Sekunde gleitend gemittelt. Das sehr markante Maximum beim Durchlaufen von Feld 2 fällt hierbei etwas schwächer aus.

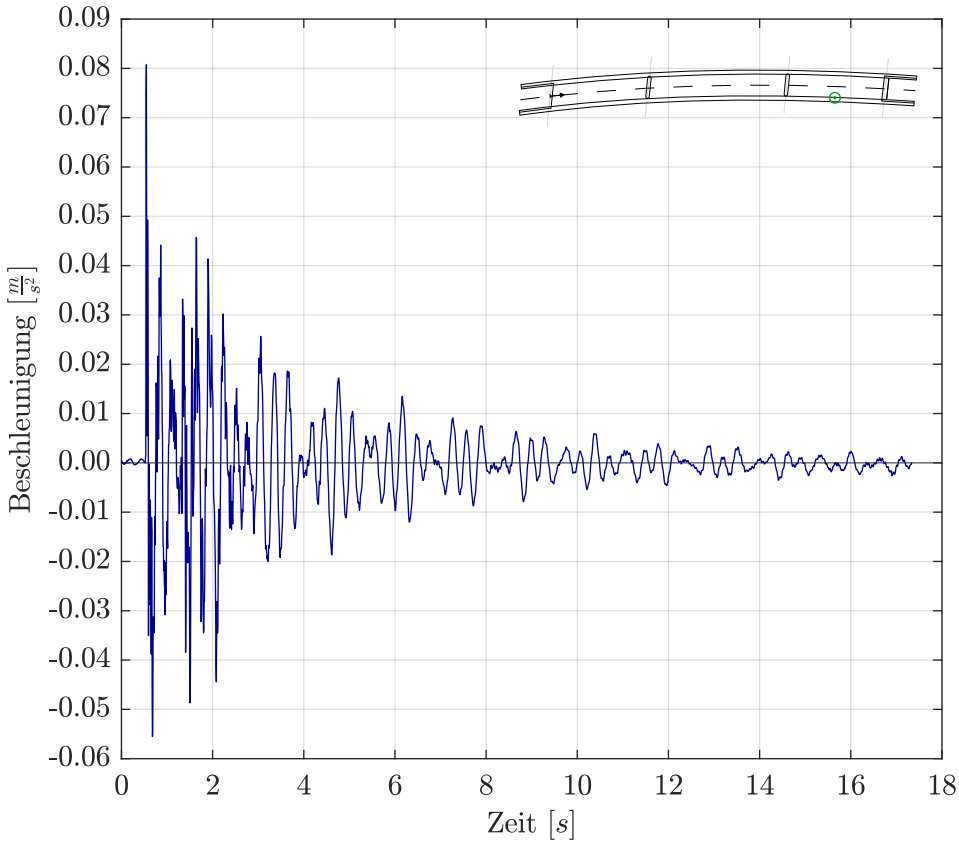


Abbildung G.14: Beschleunigung an der Auswertestelle BE-P6 während des Ausschwingvorgangs nach Abschneiden des Halteseils am Fallgewicht und Übersicht zur Sensorposition

Um einen Eindruck von den Messwerten aus den dynamischen Versuchen zu vermitteln, werden in Abbildung G.14 die Beschleunigungen während des Ausschwingvorgangs nach dem Durchtrennen des Halteseils am Fallgewicht dargestellt. Abbildung G.15 zeigt zudem das hieraus ermittelte Frequenzspektrum sowie die vier ermittelten Eigenfrequenzen. Bei der Ermittlung des Frequenzspektrums wurde das Verfahren des Zero-Padding mit einem Nullvektor mit $5 \cdot 10^5$ Einträgen eingesetzt. Eine Zuordnung der Experimentalergebnisse zu den aus der Finite-Elemente-Berechnung resultierenden Eigenformen war nur für die ersten beiden Frequenzen möglich. Für die beiden weiteren Frequenzen ermöglichte die Konzeption der Sensorik in Bezug auf deren Anordnung und Anzahl keine eindeutige Zuordnung.

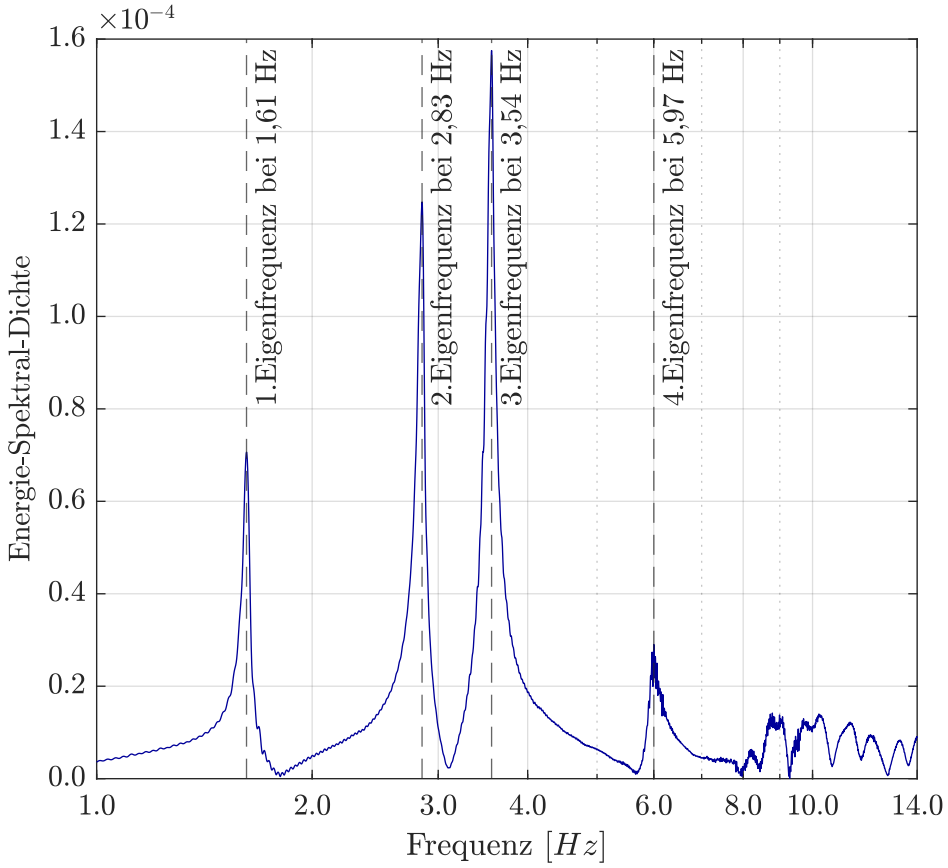


Abbildung G.15: Aus den Beschleunigungsdaten der Impulsantwort an der Auswertestelle BE-P6 ermitteltes Frequenzspektrum und ermittelte Eigenfrequenzen

H Auswerte- und Messstellenpläne

Die Benennung und Position der Auswerte- und Messstellen sind in den Planzeichnungen H.1 bis H.4 für beide Versuchsbrücken als Übersichten dargestellt.

H.1 Versuchsbrücke Traunwalchen

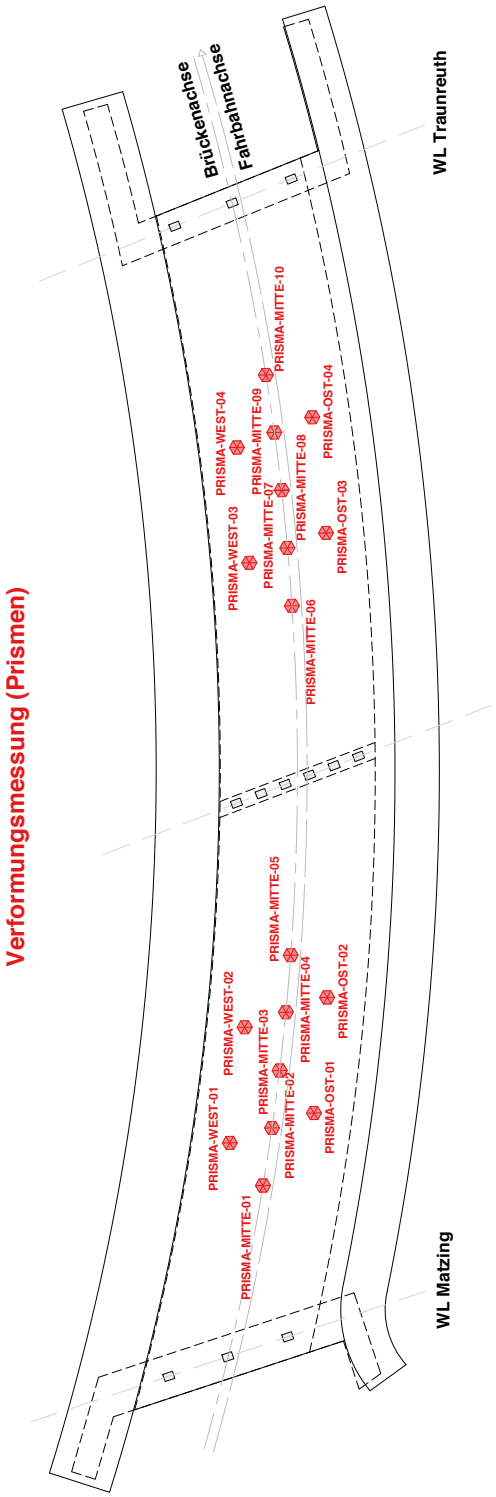


Abbildung H.1: Auswerte- und Messstellenplan zur Verformungsermittlung an der Versuchsbrücke Traunwalchen

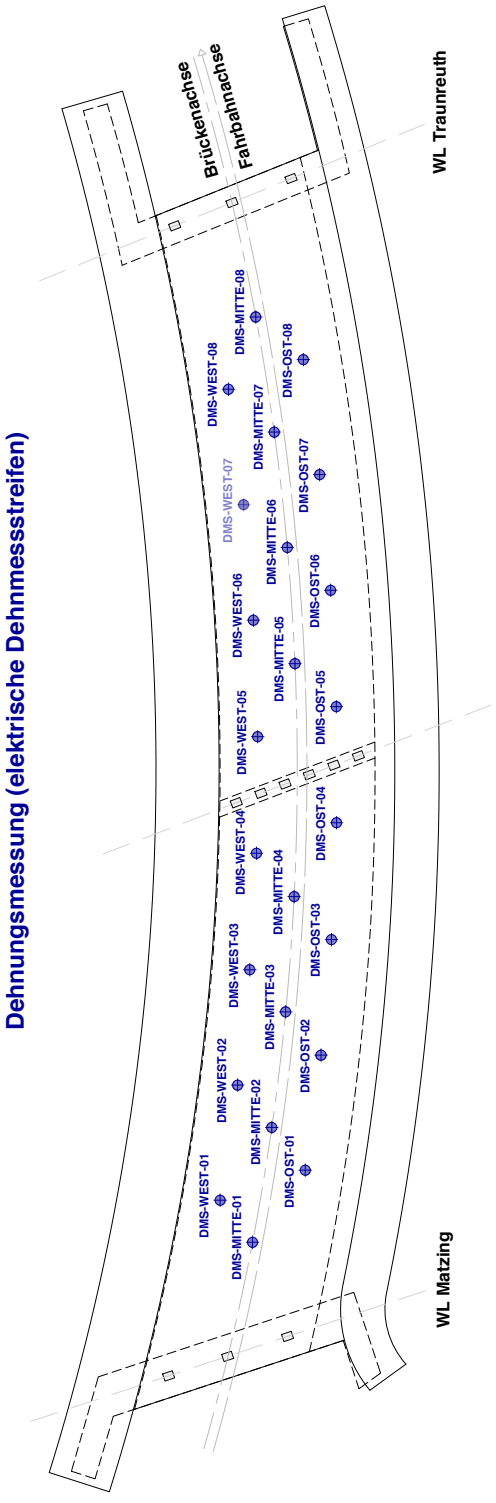


Abbildung H.2: Auswerte- und Messstellenplan zur punktuellen Dehnungsermittlung an der Versuchsbrücke Traunwalchen

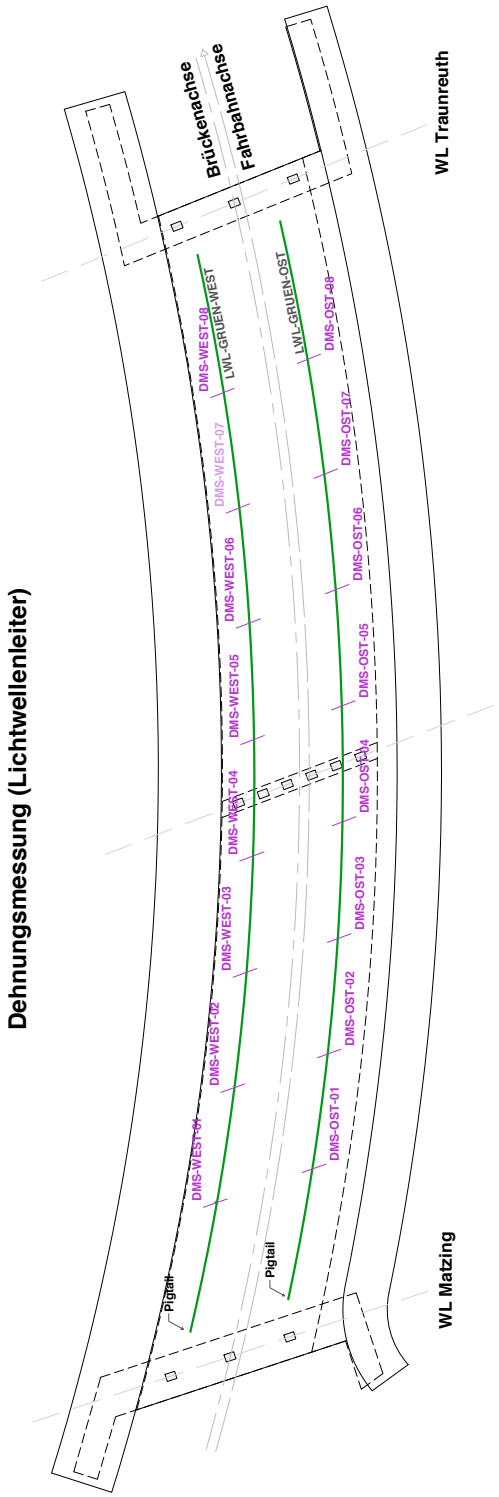


Abbildung H.3: Zeichnerische Darstellung der an der Brücke Traunwalchen angebrachten Sensorik zur quasi-kontinuierlichen Dehnungsmessung mittels Lichtwellenleitern (LWL) und Positionen, an denen parallel zur Faser elektrische Dehnmessstreifen angebracht waren

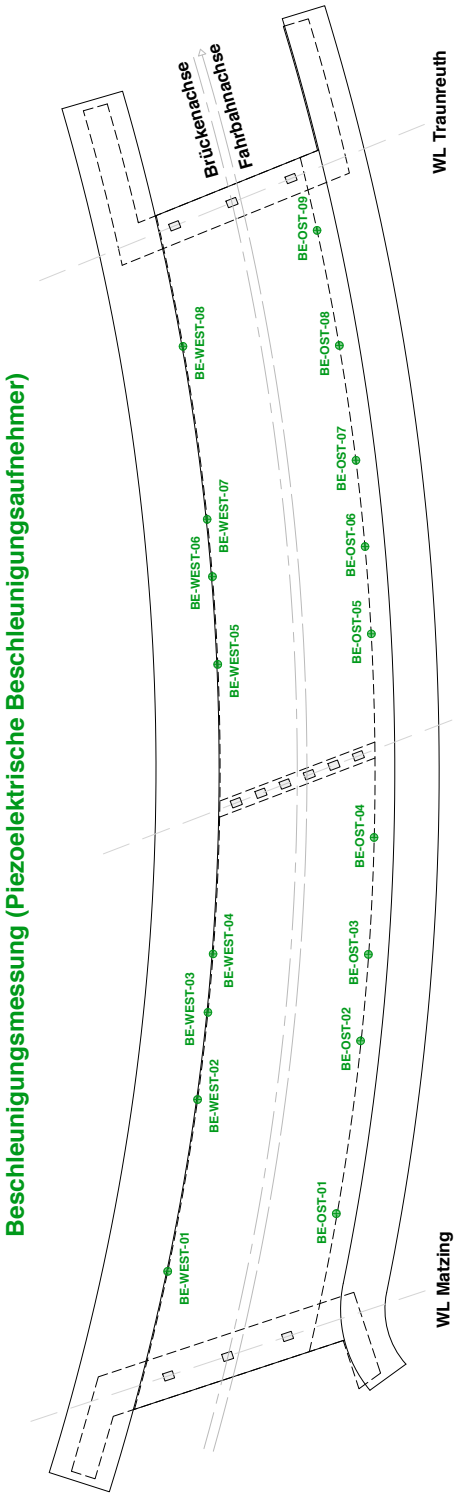


Abbildung H.4: Messstellenplan zu den angebrachten Piezoelektrischen Beschleunigungsaufnehmern an der Versuchsbrücke Traunwalchen

H.2 Versuchsbrücke Roding

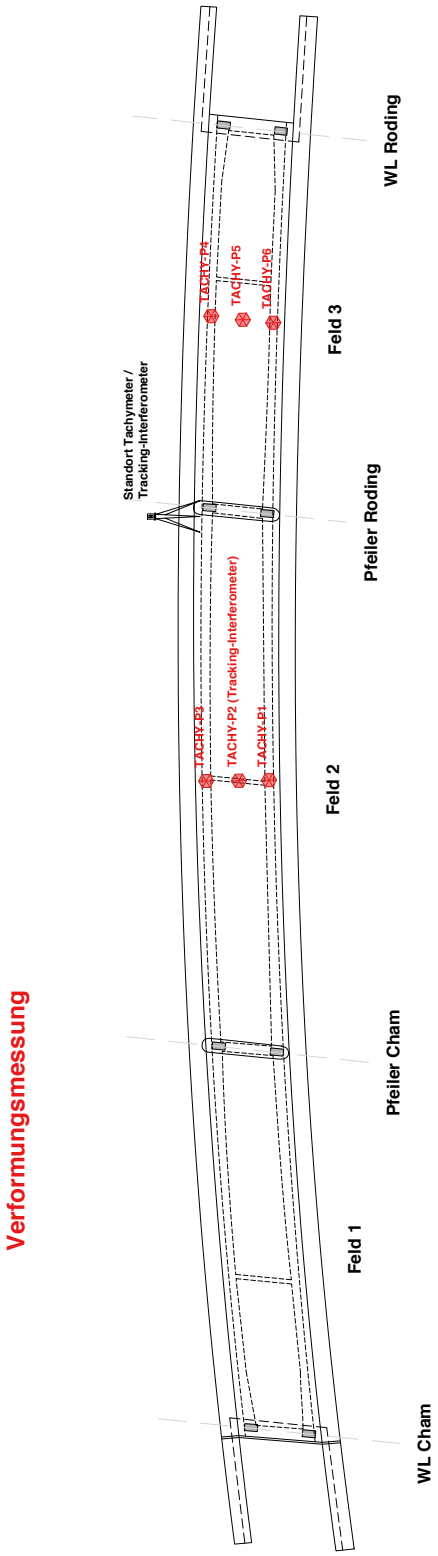


Abbildung H.5: Auswerte- und Messstellenplan zur Verformungsermittlung an der Versuchsbrücke Roding

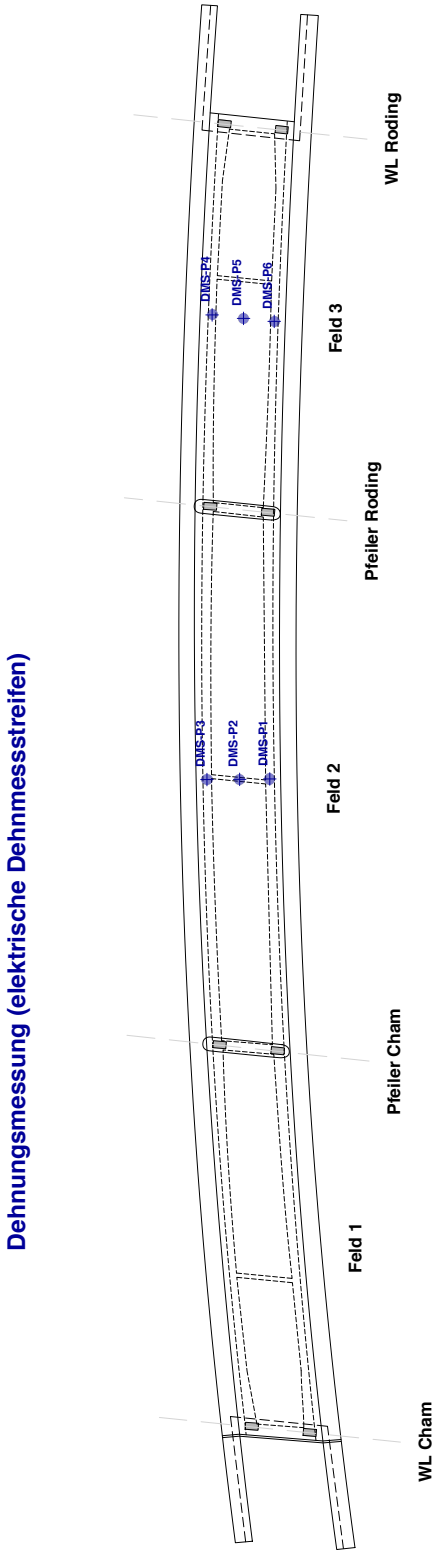


Abbildung H.6: Auswerte- und Messstellenplan zur Dehnungsermittlung an der Versuchsbrücke Roding

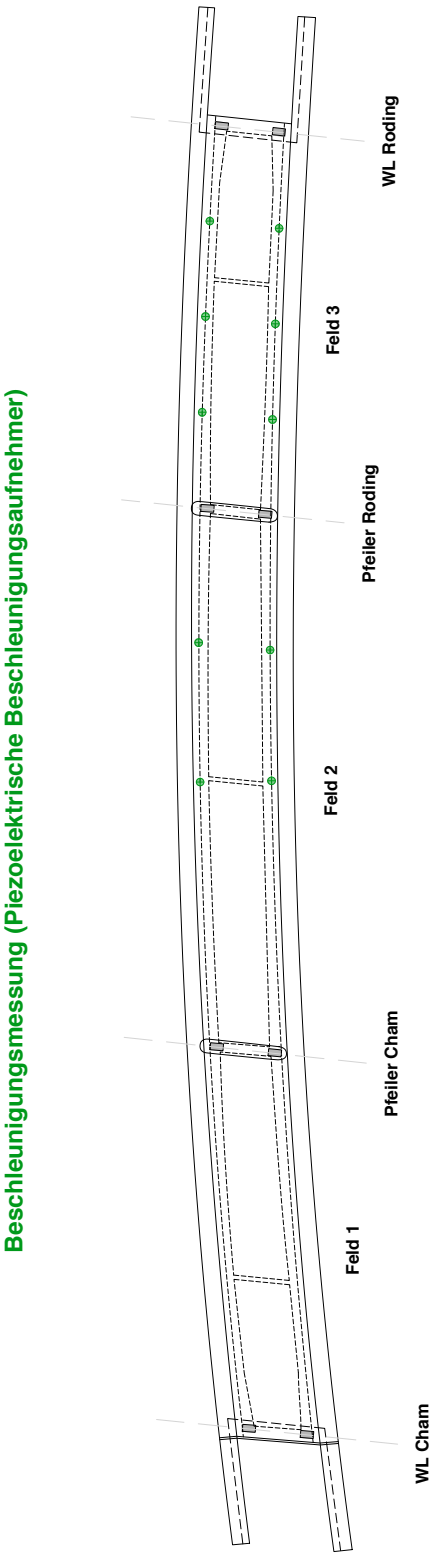


Abbildung H.7: Messstellenplan zu den angebrachten Piezoelektrischen Beschleunigungsaufnehmern an der Versuchsbrücke Roding

I Erstellung und Auswertung der Laserscans

I.1 Allgemeines

Für die Dokumentation der Versuche und die Kontrolle der Abmessungen sowie der Sensorpositionen wurden für beide Versuchsbrücken Laserscans angefertigt. Ziel der Erstellung der Punktwolke im Rahmen der Systemidentifikation ist es, unzulässige Abweichungen des Modells zur tatsächlichen Geometrie auszuschließen. Zudem können Abweichungen zwischen den (geplanten) Auswertestellen für die Systemreaktionen und den tatsächlichen Messpositionen bestimmt werden. Eine entsprechende Empfehlung kann auch [3] entnommen werden.

I.2 Eingesetzte Laserscanner und Messunsicherheiten

Die Scans an der Versuchsbrücke Traunwalchen fanden am 8. September 2022 parallel zur Messung der dynamischen Systemreaktionen der Brücke statt. Diese wurden durch das Institut für Konstruktiven Ingenieurbau der Universität der Bundeswehr bzw. dem Autor selbst durchgeführt und ausgewertet.

Für die Aufnahme kam ein Scanner vom Typ FARO Focus M70 zum Einsatz. Die letztmalige Werkskalibrierung wurde bei Auslieferung im September 2021 vorgenommen. Auf die Verknüpfung der Punktwolken mit Hilfe von Targets oder Scankugeln konnte auf Grund der günstigen geometrischen Bedingungen verzichtet werden. Für die Punktwolkenregistrierung wurde die Software FARO Scene in der Version 22.1.0 verwendet.

Es wurde an 15 Positionen gescannt, wobei die Objektpunkte zwischen 1 und 50 m entfernt waren. Die Standorte des Scanners sind in Abbildung I.1 dargestellt. Neben den Scans an den Ufern wurden auch Scans durchgeführt, bei denen das Stativ im Fluss positioniert wurde.

Die Genauigkeit der Punktwolke wird maßgeblich von der Distanzmessung, der Winkelgenauigkeit sowie durch die Unsicherheiten in der Registrierung geprägt. Die Distanzgenauigkeit des Scanners wird in den Leistungsspezifikationen zu $\sigma = \pm 3$ mm als systematischer Messfehler bei 10 und 25 m für eine Messgeschwindigkeit von 122 000 Punkten je Sek angegeben. Das Distanzrauschen bei diesen Abständen und einer Reflexivität des Objekts von 10 % (dunkelgraue Oberflächen) wird mit einer Standardabweichung von $\sigma = 0{,}8$ mm charakterisiert. Die Winkelgenauigkeit sowie die Genauigkeit der aufgenommenen Punkte im Raum ist für Laser dieses Typs nicht dokumentiert. Bei der Registrierung der 360 °-Scans wurde ein mittlerer Punktfehler der zusammengefügten Scans von 7 mm ermittelt. Im Maximum beträgt der Punktfehler 17,4 mm.

Die Laserscans für die Punktwolke der Versuchsbrücke Roding wurden am 22. Mai 2019 durch das Institut für Geodäsie der Universität der Bundeswehr München durchgeführt und im Nachgang die Registrierung der Scans vorgenommen.

Es wurde ein Laserscanner vom Typ Leica P50 verwendet, dessen Scans mit Hilfe von Tilt&Turn-Targets verknüpft wurden. Die letztmalige Kalibrierung vor Erstellung der Scans fand am 13. Juli 2018 statt. Für die Registrierung wurde die Auswertesoftware Leica Cyclone eingesetzt.

Für die Erstellung der Punktwolke wurde der Laserscanner an 14 Standorten positioniert. Der Entfernungsbereich der Verknüpfungspunkte betrug etwa 5 bis 40 m, die Objektpunkte waren zwischen 5 und 100 m vom Scanner entfernt.

Die Genauigkeit der erzeugten Punktwolke wird von der Genauigkeit der Einzelpunktmessung des Messsystems und der Unsicherheit in der Registrierung der Punktwolken beeinflusst. Der Spezifikation des Herstellers zur Reichweitengenauigkeit für geeignete Objektoberflächen ist eine Standardabweichung von $\sigma = 1{,}2$ mm + 10ppm zu entnehmen. Die Genauigkeit der Winkelmessung in Horizontal- und Vertikalrichtung wird mit $\sigma = 2{,}4$ mgon angegeben. Tabelle I.1 gibt für ausgewählte Entfernungen innerhalb des verwendeten Entfernungsbereichs die Standardabweichung der Reichweitenmessung und der Koordinatenbestimmung aus der Winkelmessung an. Die Standardabweichung in der Zielmarkenerfassung beträgt laut Herstellerangaben $\sigma = 2$ mm. Dieser Wert wurde durch Laboruntersuchungen bei einem Abstand von

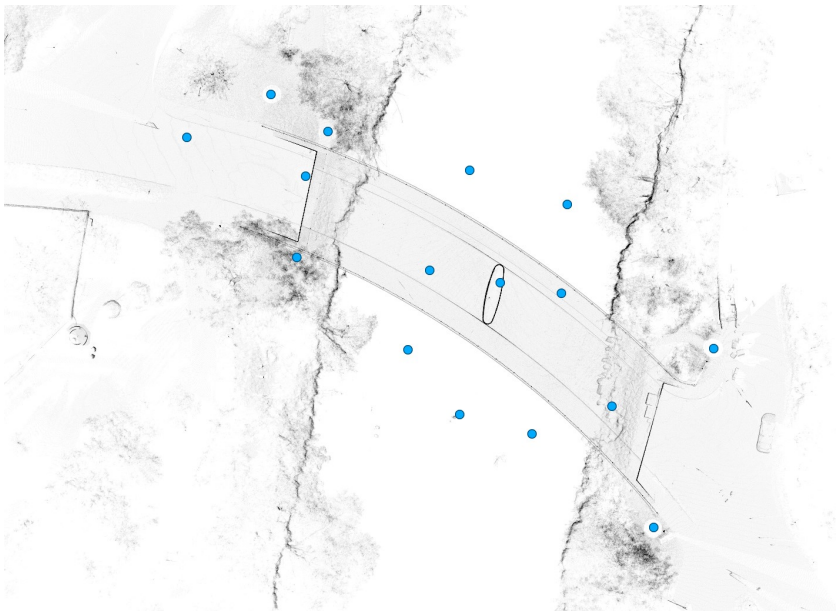


Abbildung I.1: Standorte des Laserscanners an der Brücke Traunwalchen

50 m bestimmt. Bei der Registrierung der einzelnen Punktwolken der Brücke Roding wurde eine Restklaffung der Verknüpfungspunkte im Bereich von 1 bis 3 mm ermittelt.

Entfernung zum Objekt	**Standardabweichung Einzelpunktgenauigkeit aus Streckenmessung**	**Standardabweichung Einzelpunktgenauigkeit aus Winkelmessung**
5 m	1,3 mm	0,19 mm
10 m	1,3 mm	0,38 mm
20 m	1,4 mm	0,75 mm
50 m	1,7 mm	1,9 mm
100 m	2,2 mm	3,8 mm

Tabelle I.1: Anzusetzende Standardabweichungen der Einzelpunktgenauigkeit des Laserscanners Leica P50 für die Streckenmessung und Einzelpunktgenauigkeit aus der Winkelmessung jeweils für ausgewählte Entfernungen vom Messobjekt

I.3 Maßkontrolle an den Bauwerken

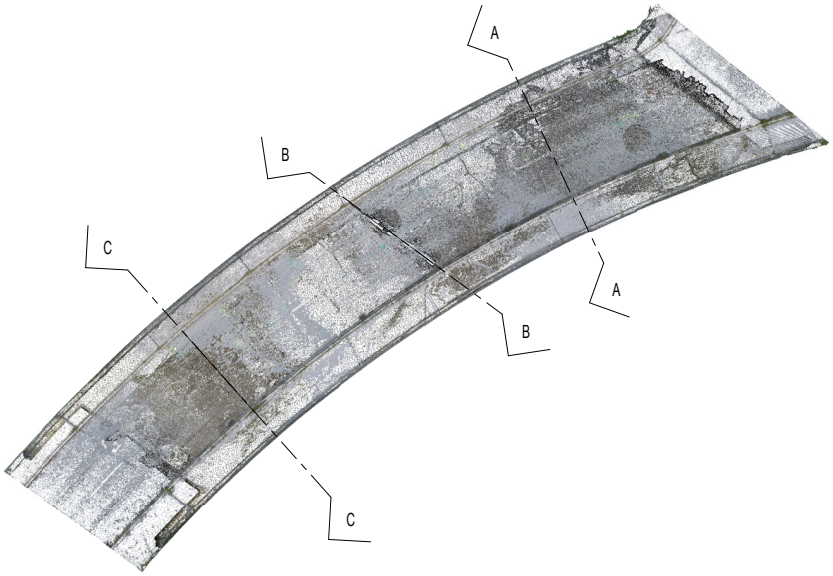
Für die Maßkontrolle des Querschnitts an den Versuchsbrücken wurden jeweils repräsentative Schnitte ausgewählt und statisch relevante Abmessungen mit den Plänen aus [418] verglichen.

Die Abbildungen I.2 und I.3 zeigen die kontrollierten Schnitte für die Brücke Traunwalchen bzw. Roding sowie die ermittelten Abmessungen. Eine Kontrolle der (Decken-)Platten ist auf Grund des darauf liegenden Fahrbahnbelags nicht möglich. An der Brücke Roding war die Verbindung der Laserscans von innerhalb bzw. von außerhalb der Kästen nur durch die Einstiegsluke möglich. Durch die entstehenden ungünstigen geometrischen Randbedingungen zur Verbindung der Einzelscans ergab sich eine Drift, die keine Überprüfung der Stegdicken und der Dicke der Bodenplatte zulässt. Auf der Brückenhälfte in Richtung Schwandorf wurden auf Grund der erschwerten Zugangsmöglichkeit und der Zwischenlagerung von Messtechnik in diesem Kasten keine Scans angefertigt.

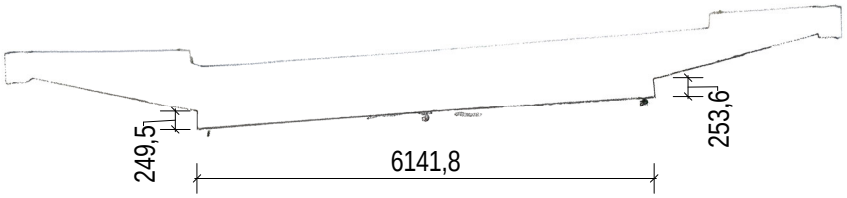
Insgesamt ergab sich für die ausgewählten Maße an beiden Brücken eine ausreichende Übereinstimmung mit den Bestandsplänen, so dass die dort angegebenen Maße in der Finite-Elemente-Modellierung

übernommen wurden. Auch ergaben sich keine Anhaltspunkte für Maßabweichungen, die auf größere Unsicherheiten schließen lassen als bereits im probabilistischen Modell der Vorwärtssimulation berücksichtigt sind.

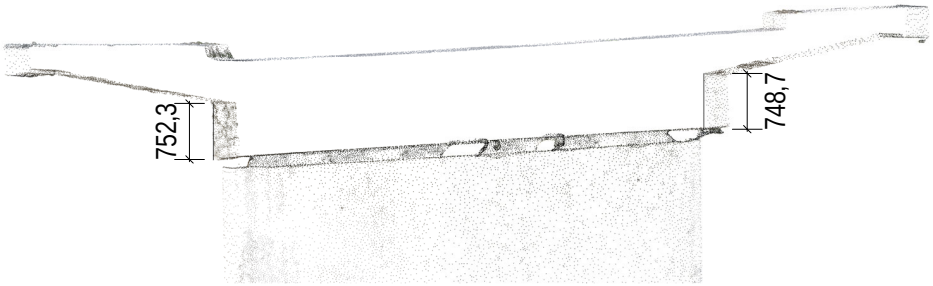
Aufsicht



Schnitt A-A Feld Matzing



Schnitt B-B Pfeiler



Schnitt C-C Feld Traunreuth

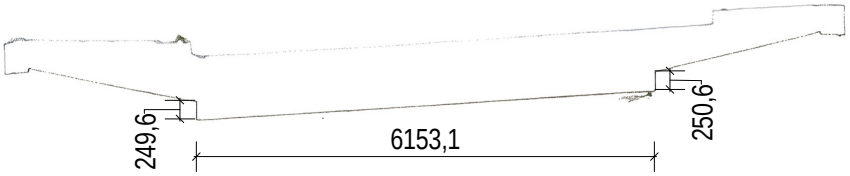


Abbildung I.2: Maßkontrolle an der Brücke Traunwalchen beim Schnitt durch die Feldmitten und durch den Stützbereich

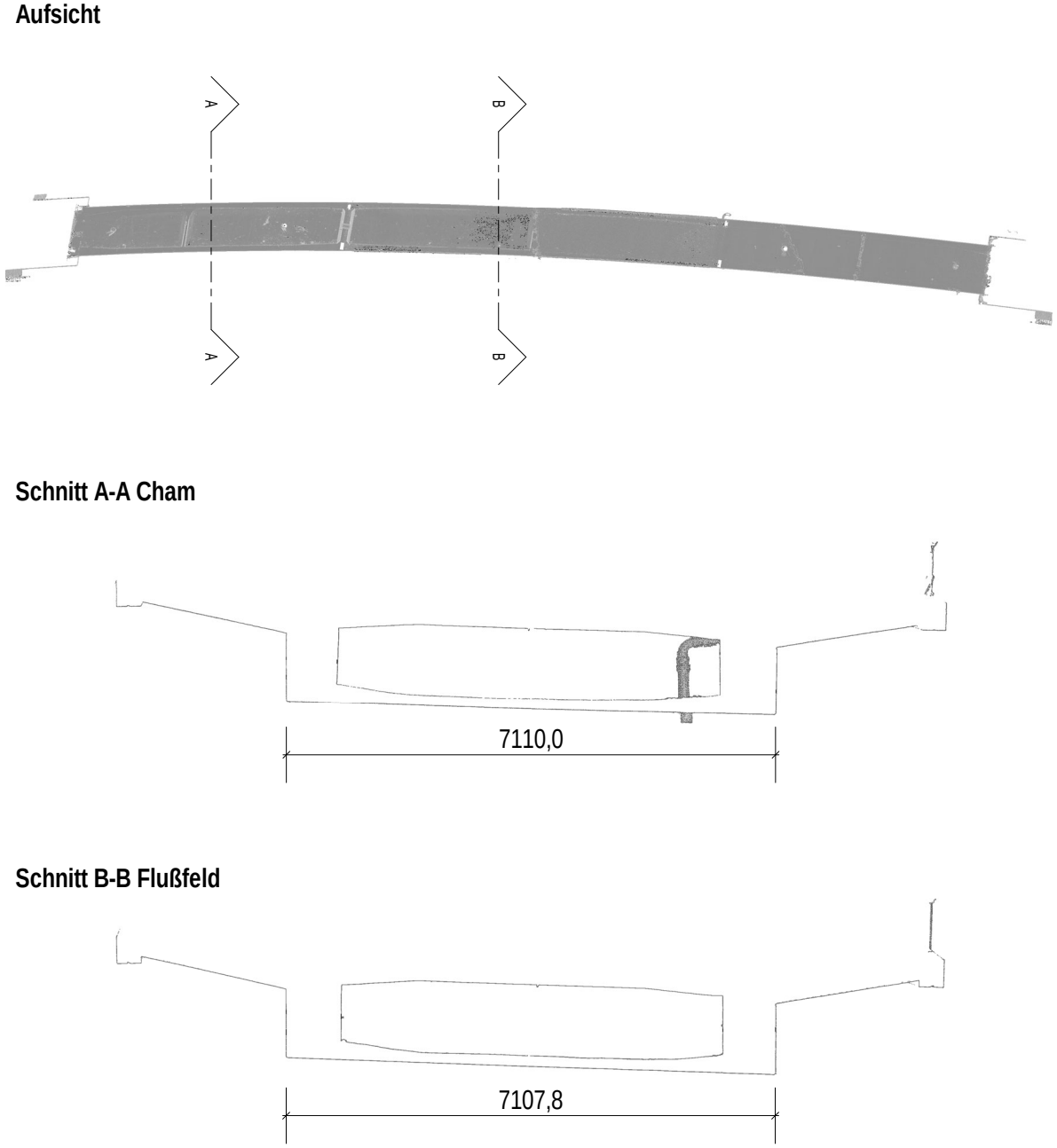


Abbildung I.3: Maßkontrolle an der Brücke Roding beim Schnitt durch den Kasten im Feld Schwandorf und im Flussfeld

I.4 Kontrolle der Sensorplazierung

Um eine ausreichende Übereinstimmung zwischen den im Modell berechneten Systemreaktionen und der Messung am Bauwerk zu gewährleisten, wurden die im Modell ausgewerteten bzw. geplanten Sensorpositionen mit den tatsächlichen Installationsorten verglichen. Hierzu werden für beide Brücken Punktaufmaße genutzt, die an den Versuchstagen durch das Institut für Geodäsie der Universität der Bundeswehr München erstellt wurden.

Für die Brücke Traunwalchen sind die Abweichungen vom Soll-Wert in Tabelle I.2 angegeben. Die grafische Veranschaulichung ist in Abbildung I.4 zu finden. Sämtliche Abweichungen zum verwendeten Modell können mit weniger als 50 cm angegeben werden. Der Mittelwert der Abweichung zur Planung beträgt 24 cm. Insbesondere die Dehnmessstreifen weisen dabei eine größere Übereinstimmung mit dem Berechnungsmodell auf. Deren Abweichung beträgt zumeist unter 25 cm. Grund für die größere Positionstreue der Dehnungssensorik ist die Anbringung der Dehnmessstreifen im zeitlichen Ablauf vor den Prismen.

Durch den räumlichen Versatz beider Systeme um die Störung der Dehnungsmessung durch die Bohrung zur Installation der Prismen zu minimieren ergeben sich vergrößerte Abweichungen. Die mit einem Mittelwert von 21 cm größere Genauigkeit der Position der Dehnmessstreifen ist insbesondere vor dem Hintergrund der größeren lokalen Abhängigkeit der Dehnungen gegenüber den Verformungen vorteilhaft.

Bezeichnung Messstelle	**Abweichung**	**Bezeichnung DMS**	**Abweichung**
PRISMA-MITTE-01	30,6 cm	DMS-MITTE-01	33,8 cm
PRISMA-MITTE-02	40,5 cm	DMS-MITTE-02	40,4 cm
PRISMA-MITTE-03	30,8 cm	DMS-MITTE-03	25,3 cm
PRISMA-MITTE-04	41,6 cm	DMS-MITTE-04	28,6 cm
PRISMA-MITTE-05	33,9 cm	DMS-MITTE-05	15,1 cm
PRISMA-MITTE-06	20,2 cm	DMS-MITTE-06	30,5 cm
PRISMA-MITTE-07	36,0 cm	DMS-MITTE-07	21,0 cm
PRISMA-MITTE-08	20,3 cm	DMS-MITTE-08	16,5 cm
PRISMA-MITTE-09	36,9 cm	DMS-OST-01	34,2 cm
PRISMA-MITTE-10	19,9 cm	DMS-OST-02	28,7 cm
PRISMA-OST-01	46,1 cm	DMS-OST-03	36,7 cm
PRISMA-OST-02	45,7 cm	DMS-OST-04	18,3 cm
PRISMA-OST-03	12,8 cm	DMS-OST-05	10,9 cm
PRISMA-OST-04	14,8 cm	DMS-OST-06	13,8 cm
PRISMA-WEST-01	18,5 cm	DMS-OST-07	13,9 cm
PRISMA-WEST-02	18,3 cm	DMS-OST-08	14,8 cm
PRISMA-WEST-03	10,7 cm	DMS-WEST-01	62,7 cm
PRISMA-WEST-04	10,9 cm	DMS-WEST-02	23,6 cm
		DMS-WEST-03	19,7 cm
		DMS-WEST-04	20,1 cm
		DMS-WEST-05	27,3 cm
		DMS-WEST-06	21,4 cm
		DMS-WEST-07	7,6 cm
		DMS-WEST-08	8,1 cm

Tabelle I.2: Ermittelte Entfernung der tatsächlichen Sensorposition von der Soll-Lage gemäß Berechnungsmodell bzw. Planung an der Brücke Traunwalchen

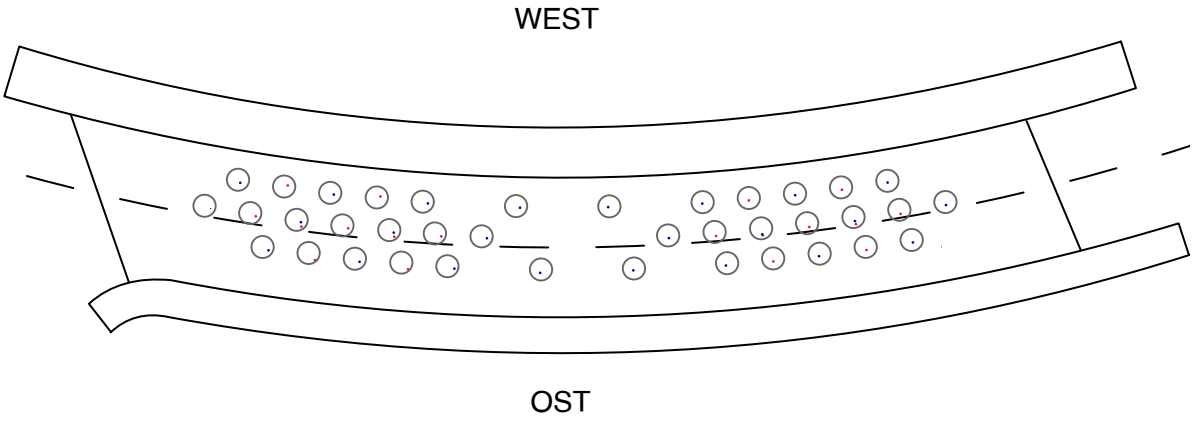
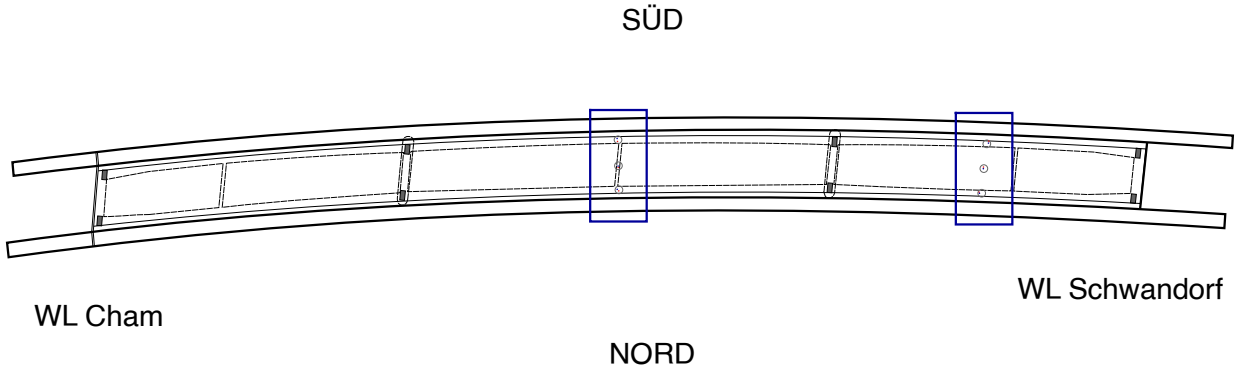


Abbildung I.4: Veranschaulichung der Abweichungen der Position von Dehnmessstreifen und Tripelprismen und Referenzkreise mit 50 cm Radius für die Brücke Traunwalchen

Für die Brücke Roding wurden im Nachgang zu den Messungen für das Feld Schwandorf (P4, P5, P6) signifikante Abweichungen zu den geplanten Messstellen festgestellt. Die Abweichungen zur Soll-Lage betragen bis zu 98 cm. Aus diesem Grund wird für die Auswertung der Systemreaktionen in der Rückwärtsanalyse eine andere Querschnittsposition gewählt als für die Vorwärtssimulation. Der ausgewertete Schnitt wird hierzu ca. 50 cm in Richtung WL Schwandorf versetzt, wodurch sich die Entfernungen zwischen modellierter Auswertestelle und tatsächlicher Lage auf ein akzeptables Maß mit im Mittel 23 cm und maximal 46 cm reduzieren lassen. Bis auf die Auswertestelle `DMS-P6` liegen alle Messstellen in einem Radius von weniger als 35 cm. Tabelle I.3 gibt die gemessenen Distanzen nach Anpassung des Finite-Elemente-Modells wieder. Abbildung I.5 veranschaulicht diese Ergebnisse grafisch.

Bezeichnung Messstelle	**Abweichung**	**Bezeichnung DMS**	**Abweichung**
`TACHY-P1`	22,6 cm	`DMS-P1`	22,7 cm
`TACHY-P2`	23,0 cm	`DMS-P2`	6,1 cm
`TACHY-P3`	12,8 cm	`DMS-P3`	29,3 cm
`TACHY-P4`	20,9 cm	`DMS-P4`	23,1 cm
`TACHY-P5`	18,9 cm	`DMS-P5`	7,2 cm
`TACHY-P6`	38,6 cm	`DMS-P6`	45,5 cm

Tabelle I.3: Ermittelte Abweichung der tatsächlichen Sensorposition von der Soll-Lage gemäß dem angepassten Berechnungsmodell der Brücke Roding



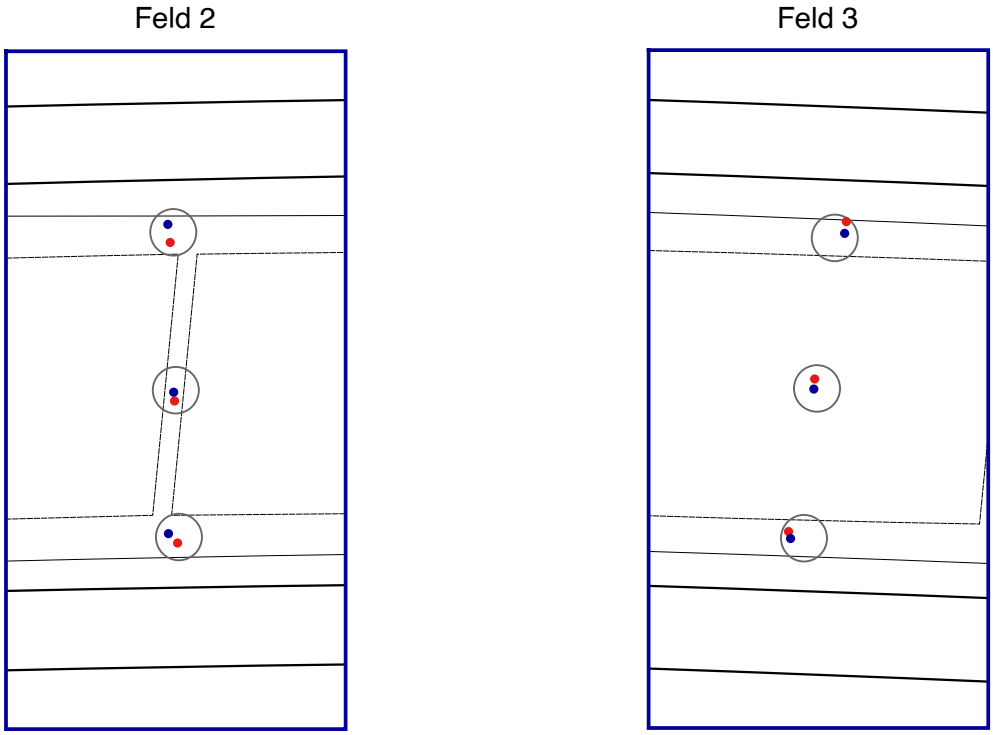


Abbildung I.5: Veranschaulichung der Abweichungen der Position von Dehnmessstreifen und Verformungsmesspunkten an der Brücke Roding und Referenzkreise mit 50 cm Radius um die Auswerteposition für die Dehnungsmessung (Blau) und Verformungsmessung (Rot)

J Ausgewählte Sensoren für die Kalibrierungsdatensätze

J.1 Allgemeines

Für die Simulationen aus den Abschnitten 4.7 und 4.8 werden verschiedene Kalibrierungsdatensätze zusammengestellt, die in den Tabellen J.1 bis J.4 und J.5 dokumentiert sind. Die Lastpositionen werden bereits in den Versuchsbeschreibungen aus Abschnitt 4.4 aufgeführt bzw. werden im Speziellen in den Untersuchungen selbst angegeben. Eigenfrequenzen bzw. die zu Grunde liegende Sensorik werden nicht aufgeführt.

J.2 Brücke Traunwalchen

MWGesamt			MW14DMSSelektion
DMS-MITTE-01	DMS-OST-06	PRISMA-MITTE-05	DMS-MITTE-03
DMS-MITTE-01	DMS-OST-07	PRISMA-MITTE-06	DMS-MITTE-04
DMS-MITTE-02	DMS-OST-08	PRISMA-MITTE-07	DMS-MITTE-05
DMS-MITTE-03	DMS-WEST-01	PRISMA-MITTE-08	DMS-MITTE-06
DMS-MITTE-04	DMS-WEST-02	PRISMA-MITTE-09	DMS-OST-02
DMS-MITTE-05	DMS-WEST-03	PRISMA-MITTE-10	DMS-OST-03
DMS-MITTE-06	DMS-WEST-04	PRISMA-OST-01	DMS-OST-04
DMS-MITTE-07	DMS-WEST-05	PRISMA-OST-02	DMS-OST-05
DMS-MITTE-08	DMS-WEST-06	PRISMA-OST-03	DMS-OST-06
DMS-OST-01	DMS-WEST-08	PRISMA-OST-04	DMS-OST-07
DMS-OST-02	PRISMA-MITTE-01	PRISMA-WEST-01	DMS-WEST-03
DMS-OST-03	PRISMA-MITTE-02	PRISMA-WEST-02	DMS-WEST-04
DMS-OST-04	PRISMA-MITTE-03	PRISMA-WEST-03	DMS-WEST-05
DMS-OST-05	PRISMA-MITTE-04	PRISMA-WEST-04	DMS-WEST-06

Tabelle J.1: Ausgewählte Sensoren für die Kalibrierungsdatensätze `MWGesamt` und `MW14DMSSelektion`

UTF10PRISMEN	PZ10PRISMEN	SLT10PRISMEN	UTF10DMS
PRISMA-MITTE-01	PRISMA-MITTE-09	PRISMA-MITTE-01	DMS-MITTE-03
PRISMA-MITTE-10	PRISMA-MITTE-10	PRISMA-MITTE-10	DMS-MITTE-05
PRISMA-OST-01	PRISMA-OST-01	PRISMA-OST-01	DMS-MITTE-06
PRISMA-OST-02	PRISMA-OST-02	PRISMA-OST-02	DMS-OST-03
PRISMA-OST-03	PRISMA-OST-03	PRISMA-OST-03	DMS-OST-04
PRISMA-OST-04	PRISMA-OST-04	PRISMA-OST-04	DMS-OST-05
PRISMA-WEST-01	PRISMA-WEST-01	PRISMA-WEST-01	DMS-OST-06
PRISMA-WEST-02	PRISMA-WEST-02	PRISMA-WEST-02	DMS-WEST-04
PRISMA-WEST-03	PRISMA-WEST-03	PRISMA-WEST-03	DMS-WEST-05
PRISMA-WEST-04	PRISMA-WEST-04	PRISMA-WEST-04	DMS-WEST-06

Tabelle J.2: Ausgewählte Sensoren für die Kalibrierungsdatensätze `UTF10PRISMEN`, `PZ10PRISMEN`, `SLT10PRISMEN` und `UTF10DMS`

PZ10DMS	SLT10DMS	MU10PRISMEN
DMS-MITTE-03	DMS-MITTE-03	PRISMA-MITTE-01
DMS-MITTE-04	DMS-MITTE-04	PRISMA-MITTE-10
DMS-OST-05	DMS-MITTE-05	PRISMA-OST-01
DMS-OST-02	DMS-MITTE-06	PRISMA-OST-02
DMS-OST-04	DMS-OST-03	PRISMA-OST-03
DMS-OST-05	DMS-OST-04	PRISMA-OST-04
DMS-OST-06	DMS-OST-05	PRISMA-WEST-01
DMS-WEST-04	DMS-OST-06	PRISMA-WEST-02
DMS-WEST-05	DMS-WEST-04	PRISMA-WEST-03
DMS-WEST-06	DMS-WEST-05	PRISMA-WEST-04

Tabelle J.3: Ausgewählte Sensoren für die Kalibrierungsdatensätze PZ10DMS, SLT10DMS und MU10PRISMEN

SLT10LWL	SLT10EL
GRUEN-OST-02	DMS-OST-02
GRUEN-OST-03	DMS-OST-03
GRUEN-OST-04	DMS-OST-04
GRUEN-OST-05	DMS-OST-05
GRUEN-OST-06	DMS-OST-06
GRUEN-OST-07	DMS-OST-07
GRUEN-WEST-03	DMS-WEST-03
GRUEN-WEST-04	DMS-WEST-04
GRUEN-WEST-05	DMS-WEST-05
GRUEN-WEST-06	DMS-WEST-06

Tabelle J.4: Ausgewählte Sensoren für die Kalibrierungsdatensätze SLT10LWL und SLT10EL

J.3 Brücke Roding

PZP1346DMS	LKWP1346TACHY	MWRodingGesamt
DMS-P1	TACHY-P1	DMS-P1
DMS-P3	TACHY-P3	DMS-P2
DMS-P4	TACHY-P4	DMS-P3
DMS-P5	TACHY-P5	DMS-P4
DMS-P6	TACHY-P6	DMS-P5
		DMS-P6
		TACHY-P1
		TACHY-P2
		TACHY-P3
		TACHY-P4
		TACHY-P5
		TACHY-P6

Tabelle J.5: Ausgewählte Sensoren für die Kalibrierungsdatensätze PZP1346DMS, LKWP1346TACHY und MWRoding-Gesamt

Abbildungsverzeichnis

1.1 Struktur der Arbeit und wesentliche Inhalte 4

2.1 Einordnung der Systemidentifikation in den Kontext der Strukturprobleme 7
2.2 Anzahl der in [55] zusammengetragenen Veröffentlichungen zum Thema Systemidentifikation, aufgeschlüsselt nach der verwendeten Updating-Technik und Erscheinungsjahr 10
2.3 In [55] gesichtete Publikationen aufgeschlüsselt nach der Intention für die Systemidentifikation .. 12
2.4 Säulendiagramm aus [55] zur verwendeten Versuchsmethode bei der Systemidentifikation 16
2.5 Gegenüberstellung der Änderung der statischen Verformung eines Einfeldträgers durch eine Einzellast in Feldmitte mit der Änderung der 1.Eigenfrequenz bei sich ändernder Steifigkeit, nach [152] 18

3.1 Systemdarstellung mit Ein- und Ausgangsgrößen verknüpft durch das (physikalische) System, nach [39] 19
3.2 Systemtheoretische Darstellung für die Unsicherheitsquantifizierung an Finite-Elemente-Modellen bestehend aus Vorwärts- und Rückwärtssimulation 21
3.3 Veranschaulichung der Sample-basierten Unsicherheitspropagation anhand von d eingehenden Parametern und n Ausgangsgrößen für die Schritte 2 bis 6 24
3.4 Veranschaulichung der Zwischenergebnisse des Bootstrap-Algorithmus nach [212], der zur Schätzung eines Verteilungsparameters θ auf Grundlage einer Stichprobe verwendet wird 27
3.5 Flussdiagramm zur Sensitivitätsanalyse 31
3.6 Schnittmengendarstellung zu Linearität, Additivität und Monotonität von Modellfunktionen 33
3.7 (a) Schematische Darstellung des Beispiels zur Sensitivitätsanalyse durch Scatterplots sowie die verwendeten Eingangsgrößen und (b) Streudiagramm für den Zusammenhang zwischen dem E-Modul E und der Durchsenkung w 37
3.8 (a) identifizierbare, (b) nicht-identifizierbare und (c) unbedeutende Parameter, nach [178] 44
3.9 (a) Scatterplot einer mit Hilfe eines Random-Walk-Metropolis gesampleten bivarianten Normalverteilung mit Erwartungswert der beiden Variablen von Null, Varianz von 1 und einem Korrelationskoeffizienten von 0,7, (b) Traceplots der Parameter θ_1, θ_2 und (c) Autokorrelationsdiagramm für den Parameter θ_1 54
3.10 Schematische Darstellung zur Erzeugung neuer Vorschläge ${\boldsymbol{x}_p}^i$ durch Skalierung der Differenz zweier Samples $\boldsymbol{x}_{t-1}^a, \boldsymbol{x}_{t-1}^b$ aus Populationsbestandteilen der gleichen Generation und Addition eines Zufallswertes $Z \sim N_d(0; c^*)$ für einen zweidimensionalen Zustandsraum, nach [400] 57
3.11 Möglichkeiten der Behandlung von Samples außerhalb des vorgegebenen Parameterraums, nach [334] 59
3.12 Snooker-Update einer 2-dimensionalen Verteilungsdichte; aus einem Archiv $\boldsymbol{Z}$ (grau) werden Samples $\boldsymbol{Z}^a, \boldsymbol{Z}^b$ und $\boldsymbol{Z}^c$ (grau) zufällig ausgewählt; die Zustände $\boldsymbol{Z}^b$ und $\boldsymbol{Z}^c$ werden senkrecht auf die Verbindungslinie zwischen dem Individuum $\boldsymbol{X}^i$ (blau) und $\boldsymbol{Z}^a$ projiziert, wodurch $\boldsymbol{Z}_\perp^b$, $\boldsymbol{Z}_\perp^c$ entstehen; der Unterschied der Zustände $\boldsymbol{Z}_\perp^b$ und $\boldsymbol{Z}_\perp^c$ wird zur Bildung des neuen Vorschlags $\boldsymbol{X}_p^i$ verwendet [397, 334] 60

4.1 Ansicht der Brücke Traunwalchen 63
4.2 Draufsicht, sowie Längs- und Querschnitt der Brücke Traunwalchen, nach [418] 64
4.3 Luftaufnahme der Versuchsbrücke Roding, nach [427] (Foto: Medienzentrum der Universität der Bundeswehr München, mit Genehmigung von Springer Nature wiedergegeben) 65
4.4 Draufsicht, sowie Längs- und Querschnitt der Brücke Roding, nach [424] 65
4.5 Visualisierung des Finite-Elemente-Modells für die Berechnungen an der Brücke Traunwalchen . 66

4.6 Visualisierung des Finite-Elemente-Modells für die Berechnungen an der Brücke Roding (Kappen und Asphalt nicht dargestellt) 67
4.7 Ungestutzte und für den Wertebereich $]-\infty,-1,5[\ \cup\ ]1,5,+\infty[$ gestutzte Dichtefunktion für $X \sim N(0;1)$, sowie normalisiertes Histogramm eines der möglichen Samples 69
4.8 Veranschaulichung der verwendeten Verteilungsfunktionen in ihrer ungestutzten Form für die Brücke Traunwalchen 75
4.9 Veranschaulichung der verwendeten Verteilungsfunktionen in ihrer ungestutzten Form für die Brücke Roding 75
4.10 Systematik der verschiedenen Arten von Messabweichungen und deren Einfluss auf das Messergebnis und die Messunsicherheit, nach [518] 76
4.11 Untersicht der Brücke mit eingeblendeten Koordinatenpunkten der Sensorik 79
4.12 Benennung der Auswertestellen anhand des Beispiels PRISMA-OST-04 80
4.13 Versuchsfahrzeug und Sensorik veranschaulicht anhand eines Punktwolkenmodells der Brücke Traunwalchen 81
4.14 Für die Belastungsversuche an der Versuchsbrücke Traunwalchen eingesetzte Versuchsfahrzeuge; (a) Schwerlasttransporter mit aufgeladenem Bergepanzer (SLT) und (b) Ungeschütztes Transportfahrzeug (UTF) mit Anhänger 81
4.15 Bezeichnung der Fahrzeugpositionen und Lastpositionierung in Querrichtung und Erläuterung anhand des Beispiels des UTF bei x = 18 m auf dem westlichen Fahrstreifen 82
4.16 Im Rahmen der Versuchsvorbereitung aufgesprühte Markierungen zur Verdeutlichung der angestrebten Radposition und Fahrzeug an der Stelle x = 45 m 82
4.17 Versuchsbezeichnung, veranschaulicht anhand des Beispiels UTF-WEST-01-stat-18 83
4.18 Bezeichnung der numerisch oder im Experiment ermittelten Systemreaktionen anhand des Beispiels PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45 83
4.19 Veranschaulichung von Laststellung und Auswertestelle bzw. Sensorposition für die Systemreaktion PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45 83
4.20 Positionen für die Anregung mittels Impulshammer an der Brücke Traunwalchen 85
4.21 Auswertestellen für die Verformungs- und Dehnungsgrößen an den Orten P1 bis P6 und angebrachte Beschleunigungssensorik (in Grün) 86
4.22 Messeinrichtungen, Fallgewicht, Messfahrzeug und Belastungsfahrzeug an der Versuchsbrücke Roding 87
4.23 An der Versuchsbrücke Traunwalchen eingesetzte Versuchsfahrzeuge: (a) Bergepanzer 3 A0A1 („Büffel“) und (b) mit Erdreich beladener Muldenkipper 87
4.24 Visualisierung der Versuchsbrücke Roding mit Positionierung des Bergepanzers im Feld 2 88
4.25 Veranschaulichung von Laststellung und Auswertestelle bzw. Sensorposition „DMS-P4“ an der Brücke Roding 88
4.26 UML-Darstellung des Programmablaufs für die Berechnung eines einzelnen Samples und erzeugte Dateiformate zur Informationsübergabe zwischen den Programmen Matlab und Sofistik . 89
4.27 Implementierung der Vorwärtsanalyse im Flussdiagramm 92
4.28 Implementierung der Modellfunktion für die Rückwärtsanalyse 93
4.29 Normalisierte Histogramme der Parameterstichprobe für die Parameter (a) E_1 und (b) F_3, die bei der Unsicherheitspropagation für die Brücke Traunwalchen verwendet werden 95
4.30 (a) Normalisiertes Histogramm der Unsicherheitspropagation für die Durchsenkung an der Position OST-04 unter der Last des SLT an der Stelle x = 45 m und (b) Normalwahrscheinlichkeitsplot der Stichprobe für die Systemreaktion PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45 für das Modell der Brücke Traunwalchen 95
4.31 Konvergenzdiagramme für die Simulation der Vertikalverformung an der Auswertestelle PRISMA-OST-04 unter der Last des SLT an der Stelle x = 45 m für (a) den Mittelwert und (b) die Standardabweichung 96
4.32 Ergebnisse der Parameterstudie für die Dehnungen an (a) der Auswertestelle DMS-WEST-03 unter der Last des SLT an der Stelle x = 33 m für die Variation des E-Moduls im Feld 1 und (b) der Auswertestelle DMS-WEST-06 bei Aufbringung der Last des UTF an der Stelle x = 48 m auf dem östlichen Fahrstreifen für die Variation des E-Moduls im Feld 2 97
4.33 Normalisierte Histogramme der Parameterstichprobe für die Parameter (a) K_1 und (b) d_{w2} 98

4.34 Normalisierte Histogramme der Vorwärtssimulation zur Versuchsbrücke Roding für (a) die Dehnung an der Auswertestelle P2 bei Positionierung des Kettenfahrzeugs im Feld 2 und für (b) die 1.Eigenfrequenz 98
4.35 Balkendiagramme zu den ermittelten Sensitivitätsindizes 1.Ordnung am Modell der Versuchsbrücke Traunwalchen für (a) die Verformung an der Auswertestelle PRISMA-OST-04, unter der Last des SLT an der Stelle x = 45 m und für (b) die Dehnung an der Auswertestelle DMS-MITTE-03, wenn die Last des STL an der Position x = 15 m angesetzt wird 100
4.36 Balkendiagramme zu den ermittelten Sensitivitätsindizes 1.Ordnung am Modell der Versuchsbrücke Traunwalchen für (a) die Dehnung an der Auswertestelle DMS-MITTE-07 unter der Last des Panzers an der Stelle x = 36 m und für (b) die Verformung am Prisma PRISMA-MITTE-07 unter der Last des Panzers an der Stelle x = 36 m 100
4.37 Totale Sensitivitätsindizes für (a) die Dehnung an der Auswertestelle DMS-OST-04 für die Position des Panzers bei x = 18 m und für (b) die Vertikalverformung an der Auswertestelle PRISMA-WEST-04 unter der Last des SLT an der Stelle x = 42 m auf dem östlichen Fahrstreifen 102
4.38 (a) Histogramm der simulierten Verformungen an der Auswertestelle PRISMA-MITTE-06 bei der Positionierung des Panzers bei x = 24 m sowie deren Überlagerung mit der zugehörigen Messunsicherheit und (b) Balkendiagramm der Sensitivitätsindizes für die 5.Eigenfrequenz 103
4.39 Totale Sensitivitätsindizes für (a) die Verformung an der Auswertestelle PRISMA-OST-04 unter der Last des Panzers an der Stelle x = 39 m und für (b) die 3.Eigenfrequenz 103
4.40 Sensitivitätsindizes S_1 und Interaktionsbestandteile $S_T - S_1$ für (a) die Dehnung an der Auswertestelle DMS-MITTE-04 unter der Last des SLT an der Stelle x = 24 m und für (b) die 5.Eigenfrequenz 106
4.41 Totale Sensitivitätsindizes für die Systemreaktion an der Auswertestelle DMS-P2 für (a) die Position des Panzers im Feld 2 und für (b) für die Position des Panzers im Feld 1 107
4.42 Totale Sensitivitätsindizes für (a) die Vertikalverformung an der Auswertestelle TACHY-P2 bei Positionierung des Panzers im Feld 2 und für (b) die Verformung an der Auswertestelle TACHY-P6 für die Positionierung des Muldenkippers bei x = 125,5 m 108
4.43 (a) Traceplot und (b) Autokorrelationsdiagramm für den Parameter F_1 bei Verwendung des Datensatzes MWGesamt 112
4.44 (a) Scale Reduction Factor $\hat{R}_j$ für jede der 10 Ketten in Abhängigkeit der Anzahl der Samples und (b) Entwicklung der Akzeptanzrate für die Vorschläge des MCMC-Samplers bei Verwendung des Datensatzes MWGesamt 113
4.45 (a) Auswertung des Log-Posteriors im Verlauf der Simulation und (b) Heatmap für die Parameteridentifikation bei Verwendung des Datensatzes MWGesamt 113
4.46 Scatterplotmatrix für die Simulation bei Verwendung des Datensatzes MWGesamt 114
4.47 Normalisierte Histogramme der Randdichten der Posterior-Verteilung für die Parameter (a) K_1 und (b) E_1 bei Verwendung des Datensatzes MWGesamt 115
4.48 Scatterplot für die Posterior-Samples (a) des Parameterpaars F_1 und F_3 sowie (b) für K_2 und E_2 bei Verwendung des Datensatzes MWGesamt 115
4.49 Histogramme für die Parameter (a) EI_1 und (b) EI_2 zur Veranschaulichung der Kollinearität am Beispiel der Verformungsbeobachtung an einem Einfeldträger unter einer Einzellast 116
4.50 Veranschaulichung zum Updating nicht unabhängig identifizierbarer Parameter 117
4.51 (a) Histogramme der Prior- und Posterior-Samples des Parameters F_2 und (b) Schätzung der Dehnung für die Auswertestelle DMS-MITTE-05 unter der Last des SLT an der Stelle x = 42 m für das Modell der Brücke Traunwalchen gemäß den Prior-Verteilungen der Parameter als auch mittels der Simulationsergebnisse bei Verwendung des Datensatzes MWGesamt 117
4.52 Abweichungen von Messwerten und MAP-Schätzern $\widetilde{\boldsymbol{Y}} - \mathcal{F}(MAP)$ der Verformungsmessungen bei Verwendung der Versuchsreihen UTF-MITTE-02, UTF-OST-01, SLT-MITTE-01, PZ-MITTE-01 aus den Messungen in Traunwalchen 118
4.53 Vergleich der gemessenen Eigenfrequenzen an der Brücke Traunwalchen mit den simulierten Frequenzen auf Grundlage des Posteriors bzw. deren Kombination mit den Messunsicherheiten 119
4.54 Histogramm der simulierten Dehnungen an der Auswertestelle DMS-MITTE-05 unter der Last des SLT an der Stelle x = 42 m sowie deren Überlagerung mit der zugehörigen Messunsicherheit ..120

4.55 (a) Heatmap für die Parameteridentifikation bei Verwendung der ersten 5 Eigenfrequenzen und (b) Vergleich der berechneten Dehnungen und den Messwerten an der Auswertestelle PRISMA-WEST-02 für die Versuchsreihe UTF-MITTE-02 122
4.56 Gegenüberstellung der MAP-Schätzung und der Messung (a) für die Verformung und (b) für die Dehnungen anhand der Messwerte im Datensatz MWGesamt 122
4.57 Histogramme der Parameter (a) K_1 und (b) K_2 zur Festsetzung der beiden Parameter in der Anpassung des Modells der Brücke Traunwalchen 123
4.58 Entwicklung (a) des über die Parameter gemittelten $\hat{R}_j$-Wertes und (b) des Mittelwertes der Autokorrelationskoeffizienten für den Parameter E_2 der N Ketten in Abhängigkeit der Anzahl der Kettenglieder vor und nach der Reduktion des Parameterraums von 14 auf 5 Dimensionen bei Kalibrierung mit Hilfe des Datensatzes MWstatGesamt 125
4.59 Normalisierte Histogramme der Randdichten der Posterior-Verteilung für die Parameter (a) z_2 und (b) ν_2 bei Verwendung des Datensatzes MW14DMSSelektion 125
4.60 Vergleich der Simulationsergebnisse für die Anpassung mittels 14 bzw. 5 Modellparametern mit den Messergebnissen (a) an der Auswertestelle DMS-MITTE-07 und (b) an der Auswertestelle PRISMA-MITTE-02 für die Versuchsreihe PZ-MITTE-01 126
4.61 Beispielhafte Überprüfung der Vorhersagekraft der Modelle mittels 14 bzw. 5 Modellparametern (a) an der Auswertestelle DMS-MITTE-07 und (b) an der Auswertestelle PRISMA-MITTE-02 für den Testdatensatz der Versuchsreihe SLT-MITTE-01 bei Kalibrierung mit Hilfe des Datensatzes MW14DMSSelektion 127
4.62 (a) Entwicklung der Variationskoeffizienten der Posterior-Randdichten der Parameter in Abhängigkeit von der Anzahl der Anzielungen ausgehend von n = 1 als 1,00 und (b) Entwicklung Entropie des Posteriors in Abhängigkeit der Anzahl der Anzielungen n bei Verwendung des Datensatzes MU10PRISMEN und Addition künstlichen Rauschens zu den Messwerten 135
4.63 (a) Entwicklung der Standardabweichung der Differenzen $\widetilde{\boldsymbol{Y}} - \mathcal{F}(MAP)$ in Abhängigkeit von n für sämtliche im Datensatz MWGesamt enthaltenen Verformungswerte und (b) normalisierte Histogramme für die Schätzung der Systemreaktion PRISMA-MITTE-10-SLT-MITTE-42 anhand der Posterior-Verteilung für die anzusetzende Messunsicherheit bei $n = 1$, $n = 3$ und $n = 6$ Anzielungen bei Verwendung des Datensatzes MU10PRISMEN und Addition künstlichen Rauschens zu den Messwerten 135
4.64 Histogramme der Prior- und Posterior-Samples des Parameters E_1 für die Verwendung faseroptischer Dehnungsmesstechnik zur Erstellung des Datensatzes SLT10LWL 138
4.65 (a) Scatterplot zur Abhängigkeit zwischen E-Modul E_1 und K_1 vor der Reduktion der Parameteranzahl und (b) Heatmap für die Parameteridentifikation im dimensionsreduzierten Modell für die Brücke Roding mit Hilfe des Datensatzes PZP1346DMS 141
4.66 Veranschaulichung der Vorhersagefähigkeit des mit Hilfe des Datensatzes PZP1346DMS geupdateten Modells der Brücke Roding anhand eines Vergleichs der mittels der MAP-Schätzung berechnet Verformung an der Auswertestelle P2 bei Positionierung der Last des Panzers in den Feldern 1, 2 und 3 mit den Messergebnissen des Laser-Interferometers sowie Vergleich mit den Ergebnissen der Kalibrierung mit dem Datensatz LKWP1346TACHY, MWRodingGesamt und der Berechnung eines FE-Modells aus der Nachrechnung der Brücke 142

5.1 Veranschaulichung der Phase 1 des vorgeschlagenen Konzepts mit ihren regulären Schritten ... 143
5.2 Reguläre Schritte der vorgeschlagenen Methodik zur Systemidentifikation 144
5.3 Veranschaulichung der Phase 2 des vorgeschlagenen Konzepts mit ihren regulären Schritten ... 146
5.4 Veranschaulichung der Phasen 3, 4 und 5 des vorgeschlagenen Konzepts mit ihren regulären Schritten 147
5.5 Verfahrensschritte des Konzepts zur Bestandsbewertung von Brückenbauwerken am Beispiel Roding 151

B.1 Veranschaulichung der Inversionsmethode anhand einer Normalverteilung 168
B.2 Veranschaulichung der Simulation einer Zufallsstichprobe mit Hilfe eines Latin Squares (Lateinisches Quadrat) anhand zweier gleichverteilter Basisvariablen 169

B.3 Scatterplots für eine Stichprobe vom Umfang N = 100, die mit Hilfe (a) des Marsenne-Twisters MT19937ar, (b) eines Latin-Hypercube-Designs und (c) mit Hilfe einer Sobol-Sequenz generiert wurden 170

C.1 (a) Normalisiertes Histogramm für die Messwertdifferenzen zum Mittel der in-situ Unsicherheitsanalyse der Verformungsmessung durch Wiederholungsmessung in Traunwalchen und (b) Normalverteilungsplot der gemessenen Abweichungen zum Mittel 172
C.2 (a) Normalisiertes Histogramm der Abweichungen vom Wahren Wert von $10 \cdot 10^{-6}$ und (b) Normalverteilungsplot für die entstehenden Verteilungen anhand der Messwerte $10 \cdot 10^{-6}$, $20 \cdot 10^{-6}$ und $30 \cdot 10^{-6}$ 173
C.3 Zugprüfmaschine zur Faserkalibrierung (a) in der Gesamtansicht und (b) Detail der oberen Aufnahme für die Prüffaser 174
C.4 Normalisiertes Histogramm einer Monte Carlo Simulation für die Unsicherheiten der faseroptischen Dehnungsmessung für den Messwert $10 \cdot 10^{-6}$ und (b) Normalverteilungsplots für die entstehenden Verteilungen für Messwerte von $10 \cdot 10^{-6}$, $20 \cdot 10^{-6}$ und $30 \cdot 10^{-6}$ 175
C.5 Histogramm für die abgelesene Frequenz der 3.Eigenfrequenz bei Anregung durch den Modalhammer an der Brücke Traunwalchen 177
C.6 Darstellung der Versuchsbedingungen des Laborversuchs zur Bestimmung der Unsicherheiten der reflektorlosen tachymetrischen Durchsenkungsmessung an der Brücke Roding, aus [427] (mit Genehmigung von Springer Nature wiedergegeben) 178
C.7 Histogramme und gefittete Gauß-Verteilungen für die Ermittlung der Unsicherheiten der Dehnungsmessung an der Auswertestelle `DMS-P2` mittels elektrischer Dehnmessstreifen an der Versuchsbrücke Roding für die Positionierung des Kettenfahrzeugs im Feld 1, 2 und 3, nach [522] .. 180

D.1 Geschätzte Sensitivitätsindizes 1.Ordnung für die Systemreaktion `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45` in Abhängigkeit von der Anzahl der Modellberechnungen je Parameter und Vergleichswerte einer Berechnung mit 35 000 Samples je Parameter (grau gestrichelte Linien) 184
D.2 Geschätzte Totale Sensitivitätsindizes für die Systemreaktion `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45` in Abhängigkeit von der Anzahl der Modellberechnungen je Parameter und Vergleichswerte einer Berechnung mit 35 000 Samples je Parameter (grau gestrichelte Linien) 184
D.3 Entwicklung des Sensitivitätsindexes 1.Ordnung für den E-Modul im Feld 2 bei der Berechnung der Systemreaktion `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45` in Abhängigkeit von der Anzahl der Modellberechnungen je Parameter, sowie obere und untere Grenze des 95 %-Vertrauensintervalls für die Schätzung der Sensitivität und Vergleichsauswertung bei einer Berechnung mit 35 000 Samples je Parameter (grau gestrichelte Linie und rötlich markierte Fläche) 185
D.4 Entwicklung des Totalen Sensitivitätsindexes für den E-Modul im Feld 2 bei der Berechnung der Systemreaktion `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45` in Abhängigkeit von der Anzahl der Modellberechnungen je Parameter, sowie obere und untere Grenze des 95 %-Vertrauensintervalls für die Schätzung der Sensitivität und Vergleichsauswertung bei einer Berechnung mit 35 000 Samples je Parameter (grau gestrichelte Linie und rötlich markierte Fläche) 185
D.5 Normalisierte Histogramme der Bootstrap-Resamples der Sensitivitätsschätzung des Parameters K_1 für (a) den Sensitivitätsindex 1.Ordnung S_1 und für (b) den Totalen Sensitivitätsindex S_T 186

F.1 (a) Am Südufer positioniertes Tachymeter und (b) an der Brückenunterseite angebrachte Tripelprismen zur Verformungsmessung 211
F.2 (a) An der Brücke angebrachter, abgedeckter elektrischer Dehnmessstreifen und (b) Auswerteeinheit im Messfahrzeug 212
F.3 Unter dem Überbau angebrachte Messfaser vom Typ „`GRUEN`“ und Stelle, an der die Verklebung unterbrochen wurde 213
F.4 An der Brücke Traunwalchen montierter Beschleunigungsaufnehmer 214
F.5 Verwiegung der beiden hinteren Achsen des Zugfahrzeugs des UTF und Höhenausgleich an den nicht verwogenen Achsen 215
F.6 Eingesetzter Impulshammer an der Brücke Traunwalchen 216
F.7 Eingesetzter Schwingerreger (Shaker) an der Brücke Traunwalchen 216

F.8 Eingesetztes Tachymeter und Tracking-Interferometer an der Versuchsbrücke Roding, aus [427] (Foto: Thorsten Strübing, mit Genehmigung von Springer Nature wiedergegeben) 217
F.9 An der Unterseite der Versuchsbrücke Roding applizierter elektrischer Dehnmessstreifen 218
F.10 Außenseite des Steges der Brücke Roding im Randfeld „Schwandorf“ mit angebrachter Beschleunigungsmesstechnik 219
F.11 Verwiegung des eingesetzten Muldenkippers an der Brücke Roding beim Umsetzen des Fahrzeugs (Foto: Bundesanstalt für Materialforschung) 220
F.12 Ermittelte Beträge der Lasten je Reifen und Lastanordnung gemäß Fahrgestellzeichnung 220

G.1 Ergebnisse der Verformungsmessung in Abhängigkeit der statischen Lastpositionen am Prisma WEST-02 in der Versuchsreihe UTF-MITTE-01 und Übersichtsbild zur Position des Sensors 221
G.2 Dehnungsmesswerte des DMS-WEST-02 für die statischen Belastungen durch den Bergepanzer in der Versuchsreihe PZ-MITTE-01 und Übersicht zur Sensorposition 222
G.3 Kontinuierlich aufgezeichnetes Dehnungssignal am Sensor DMS-MITTE-03 bei Überfahrt des SLT in Richtung Traunreuth mit einer Geschwindigkeit von 5 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ und Seitenansicht des SLT 223
G.4 Verlauf der gemessenen Dehnungen an der Faser GRUEN-OST entlang der Brückenlängsrichtung unter statischer Belastung mittels SLT in Fahrbahnmitte an der Position x = 24 m; mit „+“ markierte Messstellen aus der elektrischen Dehnungsmessung sowie Übersicht zur angebrachten Sensorik 224
G.5 Dehnungsmesswerte in Abhängigkeit der Lastposition für die Faser GRUEN-OST an der Auswertestelle OST-07 für die statische Belastung durch den SLT in der Versuchsreihe SLT-MITTE-01 und Übersichtsbild zur Sensorposition 225
G.6 Frequenzspektrum des Signals aus den Beschleunigungsdaten des Sensors BE-OST-08 bei Anregung durch den Impulshammer an der Position 03 und ermittelte Eigenfrequenzen 226
G.7 Beschleunigungen an Sensor BE-OST-08 bei Positionierung des Schwingerregers an der Anregungsstelle 24 in Abhängigkeit von der Anregungsfrequenz 227
G.8 Für die Bestimmung und Zuordnung der ersten Eigenfrequenzen genutzte Anregungs- und Auswertestellen 227
G.9 Beschleunigungen an Sensor BE-OST-08 bei Positionierung des Schwingerregers an der Stelle 24 in Abhängigkeit der Anregungsfrequenz 228
G.10 Ergebnis der tachymetrischen Verformungsbestimmung durch manuelle Beobachtung von Zielkreuzen bei statischer Belastung durch den Muldenkipper am 19. Mai 2019 229
G.11 Ergebnis der elektrischen Dehnungsmessung in Abhängigkeit des belasteten Feldes an der Auswertestelle P2 und Übersichtsbild zur Position des Dehnmessstreifens und dem zur Driftkorrektur genutzten Temperatursensor 230
G.12 Ergebnis der elektrischen Dehnungsmessung in Abhängigkeit des belasteten Feldes an der Auswertestelle DMS-P5 und Übersichtsbild zur Position des Dehnmessstreifens und dem zur Driftkorrektur genutzten Temperatursensor 231
G.13 Verlauf der Dehnungen an der Auswertestelle DMS-P2 bei Überfahrt des Bergepanzers mit einer Geschwindigkeit von 10 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$; Vergleich mit den statischen Messwerten aus Abbildung G.11 232
G.14 Beschleunigung an der Auswertestelle BE-P6 während des Ausschwingvorgangs nach Abschneiden des Halteseils am Fallgewicht und Übersicht zur Sensorposition 233
G.15 Aus den Beschleunigungsdaten der Impulsantwort an der Auswertestelle BE-P6 ermitteltes Frequenzspektrum und ermittelte Eigenfrequenzen 234

H.1 Auswerte- und Messstellenplan zur Verformungsermittlung an der Versuchsbrücke Traunwalchen 236
H.2 Auswerte- und Messstellenplan zur punktuellen Dehnungsermittlung an der Versuchsbrücke Traunwalchen 237
H.3 Zeichnerische Darstellung der an der Brücke Traunwalchen angebrachten Sensorik zur quasikontinuierlichen Dehnungsmessung mittels Lichtwellenleitern (LWL) und Positionen, an denen parallel zur Faser elektrische Dehnmessstreifen angebracht waren 238
H.4 Messstellenplan zu den angebrachten Piezoelektrischen Beschleunigungsaufnehmern an der Versuchsbrücke Traunwalchen 239

H.5 Auswerte- und Messstellenplan zur Verformungsermittlung an der Versuchsbrücke Roding 240
H.6 Auswerte- und Messstellenplan zur Dehnungsermittlung an der Versuchsbrücke Roding 241
H.7 Messstellenplan zu den angebrachten Piezoelektrischen Beschleunigungsaufnehmern an der Versuchsbrücke Roding 242

I.1 Standorte des Laserscanners an der Brücke Traunwalchen 244
I.2 Maßkontrolle an der Brücke Traunwalchen beim Schnitt durch die Feldmitten und durch den Stützbereich 245
I.3 Maßkontrolle an der Brücke Roding beim Schnitt durch den Kasten im Feld Schwandorf und im Flussfeld 246
I.4 Veranschaulichung der Abweichungen der Position von Dehnmessstreifen und Tripelprismen und Referenzkreise mit 50 cm Radius für die Brücke Traunwalchen 248
I.5 Veranschaulichung der Abweichungen der Position von Dehnmessstreifen und Verformungsmesspunkten an der Brücke Roding und Referenzkreise mit 50 cm Radius um die Auswerteposition für die Dehnungsmessung (Blau) und Verformungsmessung (Rot) 249

Tabellenverzeichnis

3.2 Baupraktische Funktionsbeispiele für Systemreaktionen in denen nicht-lineares, nicht-additives oder nicht-monotones Modellverhalten zu erwarten ist 33

4.1 Angesetzte Materialkennwerte zur Ermittlung des Erwartungswertes des E-Moduls, angesetzte Variationskoeffizienten, Quantil der Stutzung am unteren Parameterrand und Form der Verteilung für die ungestutzten Wahrscheinlichkeitsfunktionen zur Bildung der probabilistischen Modelle der Versuchsbrücken Traunwalchen und Roding 70
4.2 Angesetzte Erwartungswerte der ungestutzten Verteilungsfunktion der Federsteifigkeiten je Elastomerlager für die Brücke Traunwalchen 72
4.3 Angesetzte Erwartungswerte der Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Federsteifigkeiten je Lagerfeder an der Brücke Roding 72
4.4 Angesetzte Erwartungswerte und Variationskoeffizienten der ungestutzten Verteilungsfunktion für die Abmessungen der Teilquerschnitte der Kastenbrücke in Roding 73
4.5 Übersicht zu den durchgeführten Versuchen zur Tragwerksreaktion unter statischen Versuchslasten an der Brücke Traunwalchen 84
4.6 Steuerungsparameter für das Berechnungsskript der Vorwärtsanalyse 91
4.7 Global festgesetzte Steuerungsparameter für das DREAM-Package 93
4.8 Simulationsabhängig festgesetzte Steuerungsparameter für das DREAM-Package 93
4.9 Verwendete Steuerungsparameter der Propagation für die Brücke Traunwalchen 94
4.10 Verwendete Steuerungsparameter der Propagation für die Brücke Roding 97
4.11 Steuerungsparameter der Sensitivitätsanalyse für die Brücke Traunwalchen 99
4.12 Zusammenstellung der maximalen Sensitivitätsindizes S_T und der zugehörigen Bezeichnungen der Dehnungsreaktionen an den Auswertestellen der Brücke Traunwalchen 105
4.13 Zusammenstellung der maximalen Sensitivitätsindizes S_T und der zugehörigen Bezeichnungen der Verformungsreaktionen an den Auswertestellen der Brücke Traunwalchen 105
4.14 Steuerungsparameter der Sensitivitätsanalyse für die Brücke Roding 107
4.15 Zusammenstellung der maximalen Sensitivitätsindizes S_T und der zugehörigen Bezeichnungen der Dehnungsreaktionen an den Auswertestellen der Brücke Roding 110
4.16 Zusammenstellung der maximalen Sensitivitätsindizes S_T und der zugehörigen Bezeichnungen der Verformungsreaktionen an den Auswertestellen der Brücke Roding 110
4.17 Verwendete Steuerungsparameter für die Systemkalibrierung anhand des Datensatzes `MWGesamt` 111
4.18 Mittelwerte und Standardabweichungen der Parameterverteilungen des Priors und des Posteriors sowie MAP- und ML-Schätzung bei Verwendung des Datensatzes `MWGesamt` 118
4.19 Verwendete Steuerungsparameter für die Systemkalibrierung anhand der ersten 3, 4 und 5 gemessenen Eigenfrequenzen 121
4.20 Kennwerte der Verteilungen der Abweichungen zwischen Messung und MAP-Schätzung der Dehnungs- sowie der Verformungsgrößen in `MWGesamt` bei Kalibrierung mittels des Datensatzes `MW5EF` 121
4.21 Verwendete Steuerungsparameter für die Systemkalibrierung anhand der Datensätze `MWstatGesamt` und `MW14DMSSelektion`, die jeweils unter Verwendung von 14 bzw. 5 Modellparametern durchgeführt wird 124
4.22 Kennwerte der Verteilungen der Abweichungen zwischen Messung und MAP-Schätzung der Dehnungs- sowie der Verformungsgrößen in `MWGesamt` anhand der Modelle mit 14 bzw. 5 Modellparametern bei Kalibrierung mit Hilfe des Datensatzes `MWstatGesamt` 127

4.23 Kennwerte der Verteilungen der Abweichungen zwischen der Messung und der MAP-Schätzung der Dehnungs- und Verformungsreaktionen des Testdatensatzes aus der Versuchsreihe SLT-MITTE-01 für die Modelle mit 14 bzw. 5 Modellparametern zur Überprüfung der Prognosefähigkeit der Modelle bei Kalibrierung mit Hilfe des Datensatzes MW14DMSSelektion 128
4.24 Verwendete Steuerungsparameter für die Systemkalibrierung anhand der Datensätze UTF-10PRISMEN, PZ10PRISMEN, SLT10PRISMEN, UTF10DMS, PZ10DMS und SLT10DMS zur Untersuchung des Einflusses von Verteilung und Betrag der Versuchslast 128
4.25 Standardabweichungen der Randdichten des Posteriors bei Verwendung der Datensätze UTF-10PRISMEN, PZ10PRISMEN und SLT10PRISMEN 130
4.26 Kennwerte der Posterior-Verteilung bei Kalibrierung mit Hilfe der Datensätze UTF10PRISMEN, PZ10PRISMEN und SLT10PRISMEN 131
4.27 Kennwerte der Verteilungen der Abweichungen zwischen der Messung und der MAP-Schätzung der Dehnungs- und Verformungsreaktionen in MWGesamt bei Kalibrierung mit Hilfe der Datensätze UTF10PRISMEN, PZ10PRISMEN und SLT10PRISMEN 131
4.28 Standardabweichungen der Randdichten des Posteriors bei Verwendung der Datensätze UTF-10DMS, PZ10DMS und SLT10DMS 131
4.29 Kennwerte der Posterior-Verteilung bei Kalibrierung mit Hilfe der Datensätze UTF10DMS, PZ10DMS und SLT10DMS 131
4.30 Kennwerte der Verteilungen der Abweichungen zwischen der Messung und der MAP-Schätzung der Dehnungs- und Verformungsreaktionen in MWGesamt bei Kalibrierung mit Hilfe der Datensätze UTF10DMS, PZ10DMS und SLT10DMS 132
4.31 Verwendete Steuerungsparameter zur Durchführung von Vergleichsberechnungen mit variierender Messunsicherheit mit Hilfe des Datensatzes MU10PRISMEN 134
4.32 Statistische Kennwerte der Posterior-Randverteilungen und Standardabweichungen der Abweichungen zwischen der Messung und der MAP-Schätzung für die Verformungs- und Dehnungsreaktionen des Testdatensatzes MWGesamt zur Ermittlung des Einflusses der Messunsicherheit auf die Kalibrierergebnisse mit Hilfe des Datensatzes MU10PRISMEN 136
4.33 Verwendete Steuerungsparameter für den Vergleich der Systemidentifikationsergebnisse auf Basis elektrischer und faseroptischer Dehnungsmessungen mit Hilfe der Datensätze SLT10LWL und SLT10EL 137
4.34 Mittelwerte, Standardabweichungen und MAP-Schätzung der Parameter bei Kalibrierung mit Hilfe der Datensätze SLT10LWL und SLT10EL 137
4.35 Kennwerte der Posterior-Verteilung bei Kalibrierung mit Hilfe der Datensätze SLT10LWL und SLT10EL 138
4.36 Kennwerte der Verteilungen der Abweichungen zwischen der Messung und der MAP-Schätzung der Dehnungsreaktionen in MWGesamt bei Kalibrierung mit Hilfe der Datensätze SLT10LWL und SLT10EL 139
4.37 Verwendete Steuerungsparameter für die Systemkalibrierung an der Brücke Roding mit Hilfe der Datensätze PZP1346DMS, LKWP1346TACHY und MWRodingGesamt 140
4.38 MAP- und ML-Schätzung und Standardabweichung der Parameter bei Kalibrierung mit Hilfe der Datensätze PZP13456DMS 141
4.39 Vergleich der gemessenen Verformung an der Auswertestelle P2 bei Positionierung des Panzers im Feld 1, 2 und 3 mit $\mathcal{F}(MAP)$ für PZP1346DMS und den Vergleichsdatensätzen LKWP-1346TACHY und MWRodingGesamt sowie gemäß der Nachrechnung der Brücke 142

A.1 Systematisierte Zusammenstellung von Projekten zur Systemidentifikation 165

C.1 Messunsicherheiten der Verformungsermittlung mittels automatischer Zielerfassung an der Versuchsbrücke Traunwalchen für die Versuchsreihen mit variierender Anzahl von Wiederholungsmessungen 172
C.2 Unsicherheitsbeiträge, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Standardabweichungen für die elektrische Dehnungsmessung an der Brücke in Traunwalchen 173

C.3 Unsicherheitsbeiträge und Wahrscheinlichkeitsverteilungen der maßgebenden Einflüsse auf die Messunsicherheit der quasi-kontinuierlichen Dehnungsmessung mit Hilfe des LUNA ODiSI 6008 sowie zugehörige Standardabweichungen 175
C.4 Unsicherheitsbeiträge, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Standardabweichungen für die Beschleunigungsmessungen 176
C.5 Unsicherheiten zur Berücksichtigung von versuchsbedingten Abweichungen im Rahmen der Bestimmung der Eigenfrequenzen durch Beschleunigungsmessung an der Brücke Traunwalchen 177
C.6 Unsicherheiten zur Berücksichtigung von Abweichungen im Rahmen der Bestimmung der Eigenfrequenzen durch Beschleunigungsmessung an der Brücke Roding bei Anregung durch ein Fallgewicht 178

D.1 Tabellarische Aufzählung von Schätzfunktionen für den Sensitivitätsindex 1. Ordnung 181
D.2 Tabellarische Aufzählung von Schätzfunktionen für den totalen Sensitivitätsindex 182
D.3 Länge der 95 %-Vertrauensintervalle der Schätzung des Sensitivitätsindexes 1.Ordnung der Parameter E_1, E_2, K_1, K_2, F_1, F_2, F_3 für die Systemreaktion `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45` 187
D.4 Länge der 95 %-Vertrauensintervalle der Schätzung des Sensitivitätsindexes 1.Ordnung der Parameter γ_1, γ_2, z_1, z_2, $Asphalt$, ν_1, ν_2 für die Systemreaktion `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45` ... 187
D.5 Länge der 95 %-Vertrauensintervalle der Schätzung des Sensitivitätsindexes 1.Ordnung der Parameter E_1, E_2, K_1, K_2, F_1, F_2, F_3 für die Systemreaktion `DMS-MITTE-07-PZ-MITTE-36` 187
D.6 Länge der 95 %-Vertrauensintervalle der Schätzung des Sensitivitätsindexes 1.Ordnung der Parameter γ_1, γ_2, z_1, z_2, $Asphalt$, ν_1, ν_2 für die Systemreaktion `DMS-MITTE-07-PZ-MITTE-36` 187
D.7 Länge der 95 %-Vertrauensintervalle der Schätzung des Totalen Sensitivitätsindexes der Parameter E_1, E_2, K_1, K_2, F_1, F_2, F_3 für die Systemreaktion `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45` 188
D.8 Länge der 95 %-Vertrauensintervalle der Schätzung des Totalen Sensitivitätsindexes der Parameter γ_1, γ_2, z_1, z_2, $Asphalt$, ν_1, ν_2 für die Systemreaktion `PRISMA-OST-04-SLT-MITTE-45` 188
D.9 Länge der 95 %-Vertrauensintervalle der Schätzung des Totalen Sensitivitätsindexes der Parameter E_1, E_2, K_1, K_2, F_1, F_2, F_3 für die Systemreaktion `DMS-MITTE-07-PZ-MITTE-36` 188
D.10 Länge der 95 %-Vertrauensintervalle der Schätzung des Totalen Sensitivitätsindexes der Parameter γ_1, γ_2, z_1, z_2, $Asphalt$, ν_1, ν_2 für die Systemreaktion `DMS-MITTE-07-PZ-MITTE-36` 188

E.1 Zusammenstellung von Literaturangaben zur Streuung des Elastizitätsmoduls von Beton 191
E.2 Mittlere Druckfestigkeit sowie Mittelwerte und Variationskoeffizienten des E-Moduls für verschiedene Betonfestigkeitsklassen bei Annahme einer Standardabweichung der Zylinderdruckfestigkeit von 5 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, nach [446] 192
E.3 Zusammenstellung von Literaturangaben zu Maßabweichungen von Betonteilen 200
E.4 Zusammenstellung von Literaturangaben zur Wichte von Beton 205
E.5 Zusammenstellung von Literaturangaben zur Streuung geotechnischer Verformungsparameter 208

I.1 Anzusetzende Standardabweichungen der Einzelpunktgenauigkeit des Laserscanners Leica P50 für die Streckenmessung und Einzelpunktgenauigkeit aus der Winkelmessung jeweils für ausgewählte Entfernungen vom Messobjekt 244
I.2 Ermittelte Entfernung der tatsächlichen Sensorposition von der Soll-Lage gemäß Berechnungsmodell bzw. Planung an der Brücke Traunwalchen 247
I.3 Ermittelte Abweichung der tatsächlichen Sensorposition von der Soll-Lage gemäß dem angepassten Berechnungsmodell der Brücke Roding 248

J.1 Ausgewählte Sensoren für die Kalibrierungsdatensätze `MWGesamt` und `MW14DMSSelektion` 251
J.2 Ausgewählte Sensoren für die Kalibrierungsdatensätze `UTF10PRISMEN`, `PZ10PRISMEN`, `SLT10-PRISMEN` und `UTF10DMS` 251
J.3 Ausgewählte Sensoren für die Kalibrierungsdatensätze `PZ10DMS`, `SLT10DMS` und `MU10PRISMEN` 252
J.4 Ausgewählte Sensoren für die Kalibrierungsdatensätze `SLT10LWL` und `SLT10EL` 252
J.5 Ausgewählte Sensoren für die Kalibrierungsdatensätze `PZP1346DMS`, `LKWP1346TACHY` und `MW-RodingGesamt` 252

Literatur

[1] Steffen Marx, Guido Bolle und Gregor Schacht. „Erläuterungen zur Richtlinie Belastungsversuche“. In: *Nachhaltigkeit, Digitalisierung, Instandhaltung*. Hrsg. von Konrad Bergmeister, Frank Fingerloos und Johann-Dietrich Wörner. Beton-Kalender. Berlin: Ernst & Sohn a Wiley brand, 2022, ISBN: 978-3-433-03344-9.

[2] Gregor Schacht, Guido Bolle und Steffen Marx. „Load Testing of Concrete Building Constructions“. In: *Load testing of bridges*. Hrsg. von Eva O. L. Lantsoght. Structures and infrastructures series. Leiden: CRC Press/Balkema, 2019, ISBN: 978-0367210830.

[3] *Structural identification of constructed systems: Approaches, methods, and technologies for effective practice of St-Id*. Reston, Va.: American Society of Civil Engineers, 2013. ISBN: 978-0-7844-1197-1.

[4] James-A. Goulet und Ian F.C. Smith. „Structural identification with systematic errors and unknown uncertainty dependencies“. In: *Computers & Structures* 128 (2013), ISSN: 00457949. DOI: 10.1016/j.compstruc.2013.07.009.

[5] Numa Bertola u. a. „Methodology for selecting measurement points that optimize information gain for model updating“. In: *Journal of Civil Structural Health Monitoring* 13.6-7 (2023), DOI: 10.1007/s13349-023-00711-7.

[6] Sai G. S. Pai und Ian F. C. Smith. „Methodology Maps for Model-Based Sensor-Data Interpretation to Support Civil-Infrastructure Management“. In: *Frontiers in Built Environment* 8 (2022). DOI: 10.3389/fbuil.2022.801583.

[7] Frederik Wedel u. a. „Leitfaden – Strategischer Einsatz von Monitoring für Ingenieurbauwerke (Schlussbericht zum Forschungsprojekt FE 15.0707/2022/LRB)“. In: *Schriftenreihe der Bundesanstalt für Straßenwesen: Unterreihe B - Ingenieurbauwerke* (2024).

[8] *Mehlhorn, Gerhard (Hrsg.). Der Ingenieurbau: Grundwissen - Baustatik, Baudynamik*. Berlin: Ernst & Sohn, 1996. ISBN: 9783433015711.

[9] Marco Proverbio, Didier G. Vernay und Ian F. C. Smith. „Population-based structural identification for reserve-capacity assessment of existing bridges“. In: *Journal of Civil Structural Health Monitoring* 8.3 (2018), DOI: 10.1007/s13349-018-0283-6.

[10] You-Lin Xu und Jia He. *Smart Civil Structures*. Boca Raton, London und New York: CRC Press Taylor & Francis Group, 2017. ISBN: 9781498743983.

[11] Doron Hekič u. a. „Model Updating Concept Using Bridge Weigh-in-Motion Data“. In: *Sensors* 23.4 (2023). DOI: 10.3390/s23042067.

[12] Milík Tichý. *Applied Methods of Structural Reliability*. Bd. 2. Topics in Safety, Reliability and Quality. Dordrecht: Springer, 1993. ISBN: 9789401119481. DOI: 10.1007/978-94-011-1948-1.

[13] Sai G. S. Pai, Alain Nussbaumer und Ian F. C. Smith. „Comparing Structural Identification Methodologies for Fatigue Life Prediction of a Highway Bridge“. In: *Frontiers in Built Environment* 3 (2018). DOI: 10.3389/fbuil.2017.00073.

[14] Michael Friswell, M. I. Friswell und John E. Mottershead. *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*. Bd. 38. Solid Mechanics and Its Applications. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1995. ISBN: 0-7923-3431-0.

[15] David Hester u. a. „Boundary condition focused finite element model updating for bridges“. In: *Engineering Structures* 198 (2019), ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.109514.

[16] Marc Wenner u. a. „Versuchsgestützte Ermittlung der Unterbausteifigkeit einer großen Eisenbahnbrücke“. In: *Bautechnik* 96.2 (2019), DOI: 10.1002/bate.201800019.

[17] Ali Karimpour und Salam Rahmatalla. „Identification of structural parameters and boundary conditions using a minimum number of measurement points“. In: *Frontiers of Structural and Civil Engineering* 14.6 (2020), DOI: 10.1007/s11709-020-0686-4.

[18] Klaus Steffens. *Experimentelle Tragsicherheitsbewertung von Bauwerken: Grundlagen und Anwendungsbeispiele*. Bauingenieur-Praxis. Berlin: Ernst & Sohn, 2002. ISBN: 3-433-01748-4.

[19] James L. Beck und Lambros S. Katafygiotis. „Updating Models and Their Uncertainties. I: Bayesian Statistical Framework“. In: *Journal of Engineering Mechanics* 124.4 (1998), DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1998)124:4(455).

[20] Carsten Ebert. „Systemidentifikation zur Modellierung mechanischer Strukturen - Markovparameter zur experimentellen Schadenserfassung“. Dissertation. Siegen: Universität Siegen, 2013.

[21] Marc Gutermann. „Ein Beitrag zur experimentell gestützten Tragsicherheitsbewertung von Massivbrücken“. Dissertation. Dresden: Technische Universität Dresden, 2003.

[22] Darius Bacinskas u. a. „Load Testing and Model Updating of a Single Span Composite Steel-concrete Railway Bridge“. In: *Procedia Engineering* 57 (2013), ISSN: 18777058. DOI: 10.1016/j.proeng.2013.04.019.

[23] Chun S. Cai und Mohsen Shahawy. „Predicted and Measured Performance of Prestressed Concrete Bridges“. In: *Journal of Bridge Engineering* 9.1 (2004), DOI: 10.1061/(ASCE)1084-0702(2004)9:1(4).

[24] Gregor Schacht u. a. „Belastungsversuche an einer historischen Eisenbahn–Gewölbebrücke“. In: *Bautechnik* 94.2 (2017), DOI: 10.1002/bate.201600084.

[25] *Fib model code for concrete structures (2020)*. Version 1. Lausanne: Fédération internationale du béton - International Federation for Structural Concrete (fib), 2023. ISBN: 978-2-88394-175-5.

[26] Serdar Soyoz und Maria Q. Feng. „Long–Term Monitoring and Identification of Bridge Structural Parameters“. In: *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering* 24.2 (2009), DOI: 10.1111/j.1467-8667.2008.00572.x.

[27] Mohammad Abedin u. a. „Bridge load testing and damage evaluation using model updating method“. In: *Engineering Structures* 252 (2022). ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/j.engstruct.2021.113648.

[28] Hans Günther Natke und Czeslav Cempel. *Model-aided diagnosis of mechanical systems: Fundamentals, detection, localization and assessment*. Berlin und Heidelberg: Springer, 1997. ISBN: 3-540-61065-0.

[29] Tim Rauert. „Zum Einfluss baulicher Randbedingungen auf das dynamische Verhalten von WIB-Eisenbahnbrücken“. Dissertation. Aachen: Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule, 2011.

[30] Andrew E. Jeffrey, Sergio F. Breña und Scott A. Civjan. *Evaluation of Bridge Performance and Rating through Non-destructive Load Testing: Final Report*. 2009.

[31] Marcin Jasiński, Piotr Łaziński und Dawid Piotrowski. „The Concept of Creating Digital Twins of Bridges Using Load Tests“. In: *Sensors* 23.17 (2023). DOI: 10.3390/s23177349.

[32] Horst Georg Schäfer. *Verstärken von Betonbauteilen - Sachstandsbericht*. Heft 467. 1996.

[33] Heinz Haser. *Untersuchungen an Fertigteilbrücken BT 70, BT 700: Heft B 2*. Berichte der Bundesanstalt für Straßenwesen B, Brücken- und Ingenieurbau. Bremerhaven: Wirtschaftsverl. NW Verl. für Neue Wiss, 1993. ISBN: 3-89429-371-3.

[34] Marc Wenner u. a. „Experimental Determination of the Longitudinal Pier Stiffness of a Long Railway Viaduct“. In: *Frontiers in Built Environment* 5 (2019). DOI: 10.3389/fbuil.2019.00045.

[35] Lotfi A. Zadeh. „On the Identification Problem“. In: *IEEE Transactions on Circuits and Systems* 3 (1956),

[36] Arun K. Tangirala. *Principles of System Identification: Theory and Practice*. Hoboken: CRC Press, 2015. ISBN: 978-1-4398-9599-3.

[37] Necati Catbas und Tracy Kijewski-Correa. „Structural Identification of Constructed Systems: Collective Effort toward an Integrated Approach That Reduces Barriers to Adoption“. In: *Journal of Structural Engineering* 139.10 (2013), DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000682.

[38] Enrique García-Macías und Filippo Ubertini. „Real-time Bayesian damage identification enabled by sparse PCE-Kriging meta-modelling for continuous SHM of large-scale civil engineering structures“. In: *Journal of Building Engineering* 59 (2022), ISSN: 23527102. DOI: 10.1016/j.jobe.2022.105004.

[39] Hans Günther Natke. *Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse: Identifikation schwingungsfähiger elastomechanischer Systeme*. 3., überarbeitete Auflage. Springer eBook Collection Computer Science and Engineering. Wiesbaden und s.l.: Vieweg+Teubner Verlag, 1992. ISBN: 978-3-322-94266-1. DOI: 10.1007/978-3-322-94266-1.

[40] Michael I. Friswell. *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*. Bd. 38. Solid Mechanics and Its Applications. Dordrecht: Springer, 1995. ISBN: 978-90-481-4535-5. DOI: 10.1007/978-94-015-8508-8.

[41] Eleni Chatzi und Costas Papadimitriou, Hrsg. *Identification Methods for Structural Health Monitoring*. Courses and lectures at the International Centre for Mechanical Sciences. Springer, 2016. ISBN: 978-3-319-32077-9.

[42] Katrin Runtemund. „Output-only measurement-based parameter identification of dynamic systems subjected to random load processes“. Dissertation. München: Technische Universität München, 2014.

[43] Otto Heunecke u. a. *Auswertung geodätischer Überwachungsmessungen*. 2., neu bearbearbeitete und erweiterte Auflage. Handbuch Ingenieurgeodäsie. Berlin: Wichmann, 2013. ISBN: 978-3-87907-467-9.

[44] Andreas Künzel. „Parameteridentifikation auf Basis faseroptisch gemessener quasi-kontinuierlicher Dehnungssignale“. Dissertation. Berlin: Technische Universität Berlin.

[45] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e.V. *DAfStb-Richtlinie - Belastungsversuche an Betonbauwerken*. 2020-07.

[46] Deutsches Institut für Normung e.V. *DIN EN 1990:2021-10, Eurocode 0: Grundlagen der Tragwerksplanung; Deutsche Fassung EN 1990:2002+ A1:2005 + A1:2005/AC:2010*. 2021-10. DOI: 10.31030/3291403.

[47] Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung: Abteilung Straßenbau. *Richtlinie zur Nachrechnung von Straßenbrücken im Bestand (Nachrechnungsrichtlinie): Ausgabe 05/2011 mit 1.Ergänzung vom 29.04.2015*.

[48] Civil Engineering and Building Structures Standards Committee. *BS 8110-2: 1985: Structural use of concret - Part 2: Code of practice for special circumstances*. 1985.

[49] American Concrete Institute. *ACI 318-19: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary*. Farmington Hills, MI: American Concrete Institute, 2019. ISBN: 978-1-64195-056-5.

[50] American Concrete Institute. *ACI 437.2M-13: Code Requirements for Load Testing of Existing Concrete Structures*. Farmington Hills, MI, 2013.

[51] American Concrete Institute. *ACI 562M-13: Code Requirements for Evaluation, Repair, and Rehabilitation of Concrete Buildings*. Farmington Hills, MI, 2013.

[52] Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein. *Brückenmonitoring - Planung, Ausschreibung und Umsetzung*. 2018-08.

[53] DGZfP-Fachausschuss für Zerstörungsfreie Prüfung im Bauwesen Unterausschuss: Dauerüberwachung von Bauwerken. *Merkblatt zur Dauerüberwachung von Ingenieurbauwerken (DGZfP-B 09:2022-09)*. 2022-09.

[54] DB Netz AG. *Tragsicherheit bestehender Eisenbahnbrücken: Modulfamilie 805*. 2021.

[55] Cong Ye u. a. „Implementing bridge model updating for operation and maintenance purposes: examination based on UK practitioners' views“. In: *Structure and Infrastructure Engineering* 18.12 (2022), ISSN: 1573-2479. DOI: 10.1080/15732479.2021.1914115.

[56] Daniel T. Bartilson, Jinwoo Jang und Andrew W. Smyth. „Finite element model updating using objective-consistent sensitivity-based parameter clustering and Bayesian regularization“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 114 (2019), ISSN: 08883270. DOI: 10.1016/j.ymssp.2018.05.024.

[57] Ardalan Sabamehr, Chaewoon Lim und Ashutosh Bagchi. „System identification and model updating of highway bridges using ambient vibration tests“. In: *Journal of Civil Structural Health Monitoring* 8.5 (2018), DOI: 10.1007/s13349-018-0304-5.

[58] Fatima El Hajj Chehade u. a. „Use of genetic optimization in parameter identification of reinforced concrete bridge girders“. In: *Innovative Infrastructure Solutions* 5.3 (2020). DOI: 10.1007/s41062-020-00339-2.

[59] Vinicius N. Alves u. a. „Model-based Damage Identification of Railway Bridges using Genetic Algorithms“. In: *Engineering Failure Analysis* 118 (2020). ISSN: 13506307. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2020.104845.

[60] James L. Beck. „Bayesian System Identification Based on Probability Logic“. In: *Structural Control and Health Monitoring* 17.7 (2010), DOI: 10.1002/stc.424.

[61] Borja Conde Carnero u. a. „Parameter identification for damaged condition investigation on masonry arch bridges using a Bayesian approach“. In: *Engineering Structures* 172 (2018), ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/j.engstruct.2018.06.040.

[62] Alana Lund u. a. „Global sensitivity analysis for the design of nonlinear identification experiments“. In: *Nonlinear dynamics* 98.1 (2019), ISSN: 1573-269X. DOI: 10.1007/s11071-019-05199-9.

[63] Giulia Prando u. a. „Classical vs. Bayesian methods for linear system identification: Point estimators and confidence sets“. In: *2016 European Control Conference (ECC)*. Piscataway, NJ: IEEE, 2016, ISBN: 978-1-5090-2591-6. DOI: 10.1109/ECC.2016.7810479.

[64] Feras Alkam und Tom Lahmer. „Quantifying the Uncertainty of Identified Parameters of Prestressed Concrete Poles Using the Experimental Measurements and Different Optimization Methods“. In: *Engineering and Applied Sciences* 4.4 (2019), DOI: 10.11648/j.eas.20190404.13.

[65] Marco Proverbio, Numa J. Bertola und Ian F. C. Smith. „Outlier-Detection Methodology for Structural Identification Using Sparse Static Measurements“. In: *Sensors* 18.6 (2018). DOI: 10.3390/s18061702.

[66] Bas M. Kessels, Rob H. B. Fey und Nathan van de Wouw. „Real-time parameter updating for nonlinear digital twins using inverse mapping models and transient-based features“. In: *Nonlinear dynamics* 111.11 (2023), ISSN: 1573-269X. DOI: 10.1007/s11071-023-08354-5.

[67] Shuai Teng u. a. „Structural damage detection based on transfer learning strategy using digital twins of bridges“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 191 (2023). ISSN: 08883270. DOI: 10.1016/j.ymssp.2023.110160.

[68] Tao Yin und Hong–Ping Zhu. „An efficient algorithm for architecture design of Bayesian neural network in structural model updating“. In: *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering* 35.4 (2020), DOI: 10.1111/mice.12492.

[69] Quansheng Yan und Yinghao Zhao. „Parameters identification of a steel arch truss bridge with modified artificial bee colony algorithm“. In: *Proceedings of the 10th International Conference on Structural Health Monitoring of Intelligent Infrastructure (SHMII-10)*. Hrsg. von Genda Chen und Sreenivas Alampalli. Bd. 1. 2021,

[70] Ahmad Rageh u. a. „Model Updating and Parameter Identification for Developing Digital Twins for Riveted Steel Railway Bridges“. In: *Recent Developments in Structural Health Monitoring and Assessment — Opportunities and Challenges*. Hrsg. von Achintya Haldar und Abdullah Al-Hussein. World Scientific, 2022, ISBN: 978-981-12-4300-4. DOI: 10.1142/9789811243011_0010.

[71] Narendra Karmarkar. „A new polynomial-time algorithm for linear programming“. In: *Combinatorica* 4.4 (1984), ISSN: 0209-9683. DOI: 10.1007/BF02579150.

[72] Mehrdad Aghagholizadeh und Necati Catbas. „A Review of Model Updating Methods for Civil Infrastructure Systems“. In: *Computational Techniques for Civil and Structural Engineering*. Hrsg. von J. Kruis, Y. Tsompanakis und B.H.V. Topping. Stirlingshire, UK: Saxe-Coburg Publications, 2015, ISBN: 978-1-874672-71-5. DOI: 10.4203/csets.38.4.

[73] Hua-Ping Wan und Wei-Xin Ren. „Parameter Selection in Finite-Element-Model Updating by Global Sensitivity Analysis Using Gaussian Process Metamodel“. In: *Journal of Structural Engineering* 141.6 (2015). DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001108.

[74] Hua-Ping Wan und Wei-Xin Ren. „Stochastic model updating utilizing Bayesian approach and Gaussian process model“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* (2016), ISSN: 08883270. DOI: 10.1016/j.ymssp.2015.08.011.

[75] Dongming Feng und Maria Q. Feng. „Model Updating of Railway Bridge Using In Situ Dynamic Displacement Measurement under Trainloads“. In: *Journal of Bridge Engineering* 20.12 (2015). DOI: 10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000765.

[76] Hao Wang, Ai-qun Li und Jian Li. „Progressive finite element model calibration of a long-span suspension bridge based on ambient vibration and static measurements“. In: *Engineering Structures* 32.9 (2010), ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/j.engstruct.2010.04.028.

[77] Roger Schlegel und Johannes Will. „Sensitivitätsanalyse und Parameteridentifikation von bestehenden Mauerwerkstrukturen“. In: *Mauerwerk* 11.6 (2007), ISSN: 1432-3427. DOI: 10.1002/dama.200700355.

[78] Thiago M. Fernandez, Rafael H. Lopez und Miguel F.F. Leandro. „Sensitivity analysis and parameter identification to railway bridge structural model updating“. In: *Proceedings of the XLIII Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE-2022)*. 21.-25.11.2022.

[79] Jesse D. Sipple und Masoud Sanayei. „Full-Scale Bridge Finite-Element Model Calibration Using Measured Frequency-Response Functions“. In: *Journal of Bridge Engineering* 20.9 (2015). DOI: 10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000705.

[80] Iviane Cunha e. Santos, José Luis Vital de Brito und Elsa de Sá Caetano. „Uncertainty quantification: data assimilation, propagation and validation of the numerical model of the Arade river cable-stayed bridge“. In: *Structure and Infrastructure Engineering* 18.10-11 (2022), ISSN: 1573-2479. DOI: 10.1080/15732479.2022.2059528.

[81] George E. P. Box und K. B. Wilson. „On the Experimental Attainment of Optimum Conditions“. In: *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)* 13.1 (1951), ISSN: 00359246. (Besucht am 24. 05. 2025).

[82] George E. P. Box und Norman Richard Draper. *Empirical model-building and response surfaces*. Wiley series in probability and mathematical statistics. Applied probability and statistics. New York: Wiley, 1987. ISBN: 0471810339.

[83] Ping Jiang. *Surrogate Model-Based Engineering Design and Optimization*. Springer Tracts in Mechanical Engineering Ser. Singapore: Springer Singapore Pte. Limited, 2020. ISBN: 978-981-15-0731-1.

[84] Karl Siebertz, David van Bebber und Thomas Hochkirchen. *Statistische Versuchsplanung: Design of Experiments (DoE)*. Berlin und Heidelberg: Springer, 2010. ISBN: 978-3-642-05492-1.

[85] Bruno Sudret, Stefano Marelli und Joe Wiart. „Surrogate models for uncertainty quantification: An overview“. In: *11th European Conference 2017*, DOI: 10.23919/EuCAP.2017.7928679.

[86] Mukesh K. Ramancha u. a. „Bayesian model updating with finite element vs. surrogate models: Application to a miter gate structural system“. In: *Engineering Structures* 272 (2022). ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/j.engstruct.2022.114901.

[87] Lucas Brunel u. a. *A survey on multi-fidelity surrogates for simulators with functional outputs: unified framework and benchmark*. 2024. DOI: 10.48550/arXiv.2408.17075.

[88] Wei-Xin Ren, Sheng-En Fang und Miao-Yi Deng. „Response Surface–Based Finite-Element-Model Updating Using Structural Static Responses“. In: *Journal of Engineering Mechanics* 137.4 (2011), DOI: 10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000223.

[89] Ying Zhao u. a. „Finite Element Model Updating of Bridge Structures Based on Improved Response Surface Methods“. In: *Structural Control and Health Monitoring* 2023 (2023), DOI: 10.1155/2023/2488951.

[90] Wen-jun Cao u. a. „Optimizing the operating profit of young highways using updated bridge structural capacity“. In: *Journal of Civil Structural Health Monitoring* 10.2 (2020), DOI: 10.1007/s13349-020-00379-3.

[91] Xiaosong Lin, Zhouhong Zong und Jie Niu. „Finite element model validation of bridge based on structural health monitoring—Part II: Uncertainty propagation and model validation“. In: *Journal of Traffic and Transportation Engineering (English Edition)* 2.4 (2015), ISSN: 20957564. DOI: 10.1016/j.jtte.2015.06.002.

[92] Felix Schneider u. a. *Maximum a Posteriori Estimation for Linear Structural Dynamics Models Using Bayesian Optimization with Rational Polynomial Chaos Expansions*. 2024. DOI: 10.48550/arXiv.2408.03569.

[93] Xi Zhu und Bruno Sudret. „Stochastic polynomial chaos expansions to emulate stochastic simulators“. In: *International Journa for Uncertainty Quantification (International Journal for Uncertainty Quantification)* 13.2 (2023), DOI: 10.1615/Int.J.UncertaintyQuantification.2022042912.

[94] Eric VanDerHorn und Sankaran Mahadevan. „Digital Twin: Generalization, characterization and implementation“. In: *Decision Support Systems* 145 (2021). ISSN: 01679236. DOI: 10.1016/j.dss.2021.113524.

[95] Xin-Yu Guo und Sheng-En Fang. „Digital twin based lifecycle modeling and state evaluation of cable-stayed bridges“. In: *Engineering with Computers* (2023). ISSN: 1435-5663. DOI: 10.1007/s00366-023-01835-6.

[96] Wei Hu, Kendrik Yan Hong Lim und Yiyu Cai. „Digital Twin and Industry 4.0 Enablers in Building and Construction: A Survey“. In: *Buildings* 12.11 (2022), DOI: 10.3390/buildings12112004.

[97] He Zhang u. a. „An update method for digital twin multi-dimension models“. In: *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 80 (2023), ISSN: 07365845. DOI: 10.1016/j.rcim.2022.102481.

[98] Daniel Andrés Arcones u. a. „A Bayesian Framework for Simulation–based Digital Twins of Bridges“. In: *ce papers* 6.5 (2023), DOI: 10.1002/cepa.2177.

[99] Steffen Marx u. a. *Digitaler Zwilling – Strategie für den Bestandserhalt (DBV-Heft 51)*. Berlin: Eigenverlag Deutscher Beton-Verein e.V., 2021.

[100] De-Graft Joe Opoku u. a. „Digital twin application in the construction industry: A literature review“. In: *Journal of Building Engineering* 40 (2021). ISSN: 23527102. DOI: 10.1016/j.jobe.2021.102726.

[101] Hubert Naraniecki u. a. „Zustandsprognose von Ingenieurbauwerken auf Basis von digitalen Zwillingen und Bestandsdaten“. In: *Bautechnik* 99.3 (2022), DOI: 10.1002/bate.202100100.

[102] Deutsches Institut für Normung e.V. *ISO 17359:2018: Zustandsüberwachung und -diagnostik von Maschinen - Allgemeine Anleitungen*. DOI: 10.31030/2838751.

[103] Deutsche Gesellschaft für Zerstörungsfreie Prüfung e.V. *Webseite des Fachausschusses für Zerstörungsfreie Prüfung*. Hrsg. von Lars Schubert und Martin Bach. 24.06.2014. URL: www.dgzfp.de/Fachaussch%C3%BCsse/Zustands%C3%BCberwachung.

[104] Yuan Sun u. a. „Analytical observability method for the structural system identification of wide-flange box girder bridges with the effect of shear lag“. In: *Automation in Construction* 131 (2021). ISSN: 09265805. DOI: 10.1016/j.autcon.2021.103879.

[105] Konrad Schuster. „Systemidentifikation und Bauwerksüberwachung mit piezokeramischen Aktuatoren“. Dissertation. Braunschweig: Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, 2010.

[106] Necati Catbas u. a. „Limitations in Structural Identification of Large Constructed Structures“. In: *Journal of Structural Engineering* 133.8 (2007), DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2007)133:8(1051).

[107] Shi Ye u. a. „Technology for condition and performance evaluation of highway bridges“. In: *Journal of Civil Structural Health Monitoring* 10.4 (2020), DOI: 10.1007/s13349-020-00403-6.

[108] Wongon Kim u. a. „Estimation of fatigue crack initiation and growth in engineering product development using a digital twin approach“. In: *Reliability Engineering & System Safety* 226 (2022), ISSN: 09518320. DOI: 10.1016/j.ress.2022.108721.

[109] Sai G. S. Pai, Masoud Sanayei und Ian F. C. Smith. „Model-Class Selection Using Clustering and Classification for Structural Identification and Prediction“. In: *Journal of Computing in Civil Engineering* 35.1 (2021). DOI: 10.1061/(ASCE)CP.1943-5487.0000932.

[110] Felipe I. H. Sakiyama u. a. „Quantifying the extent of local damage of a 60-year-old prestressed concrete bridge: A hybrid SHM approach“. In: *Structural Health Monitoring* 22.1 (2023), ISSN: 1475-9217. DOI: 10.1177/14759217221079295.

[111] Jeong-Hwan Jang u. a. „Experimental Investigation of System-Identification-Based Damage Assessment on Structures“. In: *Journal of Structural Engineering* 128.5 (2002), DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2002)128:5(673).

[112] Michael I. Friswell. „Damage identification using inverse methods“. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 365.1851 (2007), DOI: 10.1098/rsta.2006.1930.

[113] Ellen Simoen, Guido de Roeck und Geert Lombaert. „Dealing with uncertainty in model updating for damage assessment: A review“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 56-57 (2015), ISSN: 08883270. DOI: 10.1016/j.ymssp.2014.11.001.

[114] Tao Yin, Heung-Fai Lam und Heung-Ming Chow. „A Bayesian Probabilistic Approach for Crack Characterization in Plate Structures“. In: *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering* 25.5 (2010), DOI: 10.1111/j.1467-8667.2009.00647.x.

[115] Dongzhou Huang. „Field Test and Rating of Arlington Curved-Steel Box-Girder Bridge: Jacksonville, Florida“. In: *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board* 1892.1 (2004), DOI: 10.3141/1892-19.

[116] Michael J. Chajes, Dennis R. Mertz und Brett Commander. „Experimental Load Rating of a Posted Bridge“. In: *Journal of Bridge Engineering* 2.1 (1997), DOI: 10.1061/(ASCE)1084-0702(1997)2:1(1).

[117] Lina Ding u. a. „Evaluation of Bridge Load Carrying Capacity Using Updated Finite Element Model and Nonlinear Analysis“. In: *Advances in Structural Engineering* 15.10 (2012), ISSN: 1369-4332. DOI: 10.1260/1369-4332.15.10.1739.

[118] Werner Lienhart und Fritz K. Brunner. „Integrierte Auswertung von inhomogenen Überwachungsdaten am Beispiel einer monolithischen Brücke“. In: *Ingenieurvermessung 07*. Hrsg. von Fritz K. Brunner. Heidelberg: Wichmann, 2007, ISBN: 9783879074488.

[119] Daniel Tomàs u. a. „Structural system identification of thin web bridges by observability techniques considering shear deformation“. In: *Thin-Walled Structures* 123 (2018), ISSN: 02638231. DOI: 10.1016/j.tws.2017.11.017.

[120] Travis Hosteng und Brent Phares. *Demonstration of Load Rating Capabilities through Physical Load Testing: Sioux County Bridge Case Study: Final Report 1 of 3: InTrans Project 12-444*. 2013.

[121] Travis Hosteng und Brent Phares. *Demonstration of Load Rating Capabilities through Physical Load Testing: Sioux County Bridge Case Study: Final Report 2 of 3: InTrans Project 12-444*. 2013.

[122] Travis Hosteng und Brent Phares. *Demonstration of Load Rating Capabilities through Physical Load Testing: Sioux County Bridge Case Study: Final Report 3 of 3: InTrans Project 12-444*. 2013.

[123] Konrad Bergmeister u. a. „Innovative Monitoringstrategien für Bestandsbauwerke“. In: *Beton Kalender 2015*. Hrsg. von Konrad Bergmeister, Frank Fingerloos und Johann-Dietrich Wörner. Beton-Kalender. Berlin: Ernst & Sohn, 2015, ISBN: 978-3-433-60486-1.

[124] British Standards Institution. *BS 5400-2:1978: Steel, concrete and composite bridges*. London, 1978-06. DOI: 10.3403/00073235.

[125] Singapore Standard, Building and Construction Standards Committee. *SS EN 1991-2:2012 (2017) + NA + A1, Eurocode 1 : Actions on structures – Part 2 : Traffic loads on bridges*.

[126] Emin Aktan u. a. „Structural Identification: Analytical Aspects“. In: *Journal of Structural Engineering* 124.7 (1998), DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1998)124:7(817).

[127] Gyeong-Ho Kim und Youn-Sik Park. „An improved updating parameter selection method and finite element model update using multiobjective optimisation technique“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 18.1 (2004), ISSN: 08883270. DOI: 10.1016/S0888-3270(03)00042-6.

[128] Mohammad R. Banan und Keith D. Hjelmstad. „Parameter Estimation of Structures from Static Response. I: Computational Aspects“. In: *Journal of Structural Engineering* 120.11 (1994), DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1994)120:11(3243).

[129] Jice Zeng, Young Hoon Kim und Shiqiang Qin. „Bayesian Model Updating for Structural Dynamic Applications Combing Differential Evolution Adaptive Metropolis and Kriging Model“. In: *Journal of Structural Engineering* 149.6 (2023). DOI: 10.1061/JSENDH.STENG-10837.

[130] Bjørn T. Svendsen u. a. „Improved finite element model updating of a full-scale steel bridge using sensitivity analysis“. In: *Structure and Infrastructure Engineering* 19.3 (2023), ISSN: 1573-2479. DOI: 10.1080/15732479.2021.1944227.

[131] Young-Joo Lee und Soojin Cho. „SHM-Based Probabilistic Fatigue Life Prediction for Bridges Based on FE Model Updating“. In: *Sensors* 16.3 (2016), DOI: 10.3390/s16030317.

[132] Mario Solís Muñiz u. a. „Finite element model updating of a footbridge based on static and dynamic measurements“. In: *Proceedings of the 4th International Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering (COMPDYN 2013)*. Hrsg. von Manolis Papadrakakis. Athen: Institute of Structural Analysis and Antiseismic Research School of Civil Engineering National Technical University of Athens (NTUA) Greece, 2014, ISBN: 978-960-99994-2-7. DOI: 10.7712/120113.4605.c1268.

[133] Mazin Alwash, Bruce F. Sparling und Leon D. Wegner. „Influence of Excitation on Dynamic System Identification for a Multi-Span Reinforced Concrete Bridge“. In: *Advances in Civil Engineering* 2009 (2009), ISSN: 1687-8086. DOI: 10.1155/2009/859217.

[134] Masoud Sanayei u. a. „Instrumentation, Nondestructive Testing, and Finite-Element Model Updating for Bridge Evaluation Using Strain Measurements“. In: *Journal of Bridge Engineering* 17.1 (2012), DOI: 10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000228.

[135] Hendrik Schlune, Mario Plos und Kent Gylltoft. „Improved bridge evaluation through finite element model updating using static and dynamic measurements“. In: *Engineering Structures* 31.7 (2009), ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/j.engstruct.2009.02.011.

[136] Iman Behmanesh und Babak Moaveni. „Accounting for environmental variability, modeling errors, and parameter estimation uncertainties in structural identification“. In: *Journal of Sound and Vibration* 374 (2016), ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2016.03.022.

[137] Bart Peeters, Johan Maeck und Guido de Roeck. „Vibration-based damage detection in civil engineering: excitation sources and temperature effects“. In: *Smart Materials and Structures* 10.3 (2001), DOI: 10.1088/0964-1726/10/3/314.

[138] Robert Bolton u. a. „Documentation of Changes in Modal Properties of a Concrete Box–Girder Bridge Due to Environmental and Internal Conditions“. In: *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering* 16.1 (2001), ISSN: 1093-9687. DOI: 10.1111/0885-9507.00212.

[139] Michael Link und Matthias Weiland. „Computational model updating based on stochastic test data and modelling parameters – a tool for structural health monitoring“. In: *International Conference on Noise and Vibration Engineering 2012 (ISMA 2012)*. Red Hook, NY: Curran, 2013, ISBN: 9781622768257.

[140] Bart Peeters und Guido de Roeck. „One-year monitoring of the Z24-Bridge: environmental effects versus damage events“. In: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 30.2 (2001),

[141] Qinghua Han u. a. „Structural health monitoring research under varying temperature condition: a review“. In: *Journal of Civil Structural Health Monitoring* 11.1 (2021), DOI: 10.1007/s13349-020-00444-x.

[142] Charles R. Farrar u. a. „Variability of Modal Parameters Measured on the Alamosa Canyon Bridge“. In: *Proceedings of SPIE*. Hrsg. von The International Society for Optical Engineering. Januar 1997.

[143] Hoon Sohn u. a. „An experimental study of temperature effect on modal parameters of the Alamosa Canyon Bridge“. In: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 28.8 (1999),

[144] Shi-Wei Lin u. a. „Model Updating Using Bridge Influence Lines Based on an Adaptive Metamodel Global Optimization Method“. In: *Journal of Bridge Engineering* 27.3 (2022). DOI: 10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0001839.

[145] Yvan Robert–Nicoud u. a. „Model Identification of Bridges Using Measurement Data“. In: *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering* 20.2 (2005), DOI: 10.1111/j.1467-8667.2005.00381.x.

[146] David John Ewins. *Modal testing: Theory, practice and application*. 2. Auflage. Bd. 10. Mechanical engineering research studies Engineering dynamics series. Baldock: Research Studies Press, 2000. ISBN: 978-0-86380-218-8. URL: http://www.loc.gov/catdir/enhancements/fy0745/97043590-d.html.

[147] Bart Peeters. „System identification and damage detection in civil engineering“. Dissertation. Katholieke Universiteit Leuven.

[148] Johan Maeck u. a. „Damage identification in reinforced concrete structures by dynamic stiffness determination“. In: *Engineering Structures* 22.10 (2000), ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/S0141-0296(99)00074-7.

[149] Roman Geier. „Systemidentifikation seilgestützter Tragwerke - Die dynamische Strukturantwort von Schrägseilen“. Dissertation. Wien: Technische Universität Wien, Universität für Bodenkultur Wien, 2005. DOI: 10.3239/9783638430944.

[150] Matthias Haslbeck, Christian Merkl und Thomas Braml. „Daten als Grundlage für KI-Anwendungen – Beispielprojekt Brücke Roding“. In: *4. Brückenkolloquium*. Hrsg. von Jürgen Krieger und Bernd Isecke. Tübingen und Ostfildern: expert und TAE, Technische Akademie Esslingen, 2020. ISBN: 978-3-8169-3518-6.

[151] Andreas Johann Felber. „Felber, A. Development of a Hybrid Bridge Evaluation System; 1994.“ Dissertation. Endowment Lands: University of British Columbia, 1993.

[152] Markus Waltering u. a. „Vergleich statischer und dynamischer Methoden zur Zustandsbewertung von Stahlbeton– und Spannbetontragwerken“. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 104.10 (2009), ISSN: 00059900. DOI: 10.1002/best.200900024.

[153] Wen-jun Cao, C. G. Koh und I. F. C. Smith. „Vibration Serviceability Assessment for Pedestrian Bridges Based on Model Falsification“. In: *Journal of Bridge Engineering* 26.3 (2021). DOI: 10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0001673.

[154] Xu Zheng u. a. „Development of bridge influence line identification methods based on direct measurement data: A comprehensive review and comparison“. In: *Engineering Structures* 198 (2019), ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.109539.

[155] Sandro Carbonari u. a. „A methodology for the identification of physical parameters of soil-foundation-bridge pier systems from identified state-space models“. In: *Engineering Structures* 255 (2022). ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/j.engstruct.2022.113944.

[156] Soheil Sadeghi Eshkevari, Thomas J. Matarazzo und Shamim N. Pakzad. „Bridge modal identification using acceleration measurements within moving vehicles“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 141 (2020). ISSN: 08883270. DOI: 10.1016/j.ymssp.2020.106733.

[157] Maximilian Garsch. „Tauglichkeit von Smartphones zur Schwingungsmessung, Systemidentifizierung und Beurteilung von Brücken“. Dissertation. München: Universität der Bundeswehr München: Fakultät für Bauingenieurwesen und Umweltwissenschaften, 2023.

[158] Maximilian Garsch u. a. „Smartphonebasierte Schwingungsmessung zur Beurteilung von Brückentragwerken“. In: *Bautechnik* 98.10 (2021), DOI: 10.1002/bate.202100014.

[159] Jan–Hauke Bartels u. a. „Beschleunigungssensoren zur Zustandsüberwachung von Ingenieurbauwerken unter Einfluss von Umweltfaktoren bei tiefen Frequenzen“. In: *Bautechnik* 101.10 (2024), DOI: 10.1002/bate.202300056.

[160] Jian Zhang u. a. „Strain flexibility identification of bridges from long-gauge strain measurements“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 62-63 (2015), ISSN: 08883270. DOI: 10.1016/j.ymssp.2015.02.021.

[161] Mattia Francesco Bado u. a. „Digital Twin for Civil Engineering Systems: An Exploratory Review for Distributed Sensing Updating“. In: *Sensors* 22.9 (2022). DOI: 10.3390/s22093168.

[162] Bitao Wu u. a. „Study on Finite Element Model Updating in Highway Bridge Static Loading Test Using Spatially-Distributed Optical Fiber Sensors“. In: *Sensors (Basel, Switzerland)* 17.7 (2017). DOI: 10.3390/s17071657.

[163] Frank Neitzel und Willfried Schwarz. „Schwingungsuntersuchungen“. In: *Ingenieurgeodäsie*. Hrsg. von Willi Freeden, Reinhard Rummel und Willfried Schwarz. Springer Reference Naturwissenschaften. Berlin: Springer Spektrum, 2017, ISBN: 978-3-662-47188-3. DOI: 10.1007/978-3-662-47188-3_28.

[164] Yuxin Zhang u. a. „Numerical Study on Elastic Parameter Identification of Large-Span Steel Truss Structures Based on Strain Test Data“. In: *Buildings* 12.11 (2022). DOI: 10.3390/buildings12111861.

[165] Arturo González, Eugene J. OBrien und Patrick J. McGetrick. „Identification of damping in a bridge using a moving instrumented vehicle“. In: *Journal of Sound and Vibration* 331.18 (2012), ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2012.04.019.

[166] Wei-Xin Ren und Guido de Roeck. „Structural Damage Identification using Modal Data. I: Simulation Verification“. In: *Journal of Structural Engineering* 128.1 (2002), DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2002)128:1(87).

[167] Juan R. Casas und Angel C. Aparicio. „Structural Damage Identification from Dynamic–Test Data“. In: *Journal of Structural Engineering* 120.8 (1994), DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1994)120:8(2437).

[168] Prabhat Hajela und F. J. Soeiro. „Recent developments in damage detection based on system identification methods“. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 2.1 (1990), DOI: 10.1007/BF01743515.

[169] Scott W. Doebling, Charles R. Farrar und Michael B. Prime. „A Summary Review of Vibration-Based Damage Identification Methods“. In: *The Shock and Vibration Digest* 30.2 (1998), ISSN: 0583-1024. DOI: 10.1177/058310249803000201.

[170] Adarsh Kumar Pandey und Mrinmay Biswas. „Damage Detection in Structures Using Changes in Flexibility“. In: *Journal of Sound and Vibration* 169.1 (1994), ISSN: 0022460X. DOI: 10.1006/jsvi.1994.1002.

[171] Necati Catbas, David L. Brown und A. Emin Aktan. „Parameter Estimation for Multiple-Input Multiple-Output Modal Analysis of Large Structures“. In: *Journal of Engineering Mechanics* 130.8 (2004), DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(2004)130:8(921).

[172] Wei Ji und Tianyan Shao. „Finite Element Model Updating for Improved Box Girder Bridges with Corrugated Steel Webs Using the Response Surface Method and Fmincon Algorithm“. In: *KSCE Journal of Civil Engineering* 25.2 (2021), DOI: 10.1007/s12205-020-0591-3.

[173] Chul-Young Kim u. a. „Effect of vehicle weight on natural frequencies of bridges measured from traffic-induced vibration“. In: *Earthquake Engineering and Engineering Vibration* 2.1 (2003), DOI: 10.1007/BF02857543.

[174] Hartwig Gregor Stempfle. „Systemtheorie im Brückenbau“. Dissertation. ETH Zurich, 2007. DOI: 10.3929/ethz-a-005336525.

[175] Otto Heunecke. „Zur Identifikation und Verifikation von Deformationsprozessen mittels adaptiver KALMAN-Filterung (Hannoversches Filter)“. Dissertation. Hannover: Universität Hannover, 1995.

[176] Rolf Unbehauen. *Systemtheorie: Grundlagen für Ingenieure*. 6. Auflage. München und Wien: Oldenbourg, 1993. ISBN: 9783486224658.

[177] Robert D. Moser und Todd A. Oliver. „Validation of Physical Models in the Presence of Uncertainty“. In: *Handbook of Uncertainty Quantification*. Hrsg. von Roger Ghanem, David Higdon und Houman Owhadi. Cham: Springer International Publishing, 2017, ISBN: 978-3-319-12384-4. DOI: 10.1007/978-3-319-12385-1_2.

[178] Ralph C. Smith. *Uncertainty quantification: Theory, implementation, and applications*. Bd. 12. Computational science & engineering. Philadelphia: SIAM Society for Industrial and Applied Mathematics, 2014. ISBN: 9781611973211.

[179] Paolo Giudici, Geof H. Givens und Bani K. Mallick, Hrsg. *Large-scale inverse problems and quantification of uncertainty*. Wiley, 2010. ISBN: 978-0-470-68586-0. DOI: 10.1002/9780470685853. URL: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9780470685853.

[180] Jari Kaipio und Erkki Somersalo. *Statistical and Computational Inverse Problems*. Bd. 160. Applied Mathematical Sciences. New York, NY: Springer Science+Business Media Inc, 2005. ISBN: 0-387-22073-9. DOI: 10.1007/b138659.

[181] Mathias Richter und Stefan Schäffler. *Inverse Probleme mit stochastisch modellierten Messdaten: Stochastische und numerische Methoden der Diskretisierung und Optimierung*. Berlin: Springer Spektrum, 2022. ISBN: 978-3-662-66342-4. DOI: 10.1007/978-3-662-66343-1.

[182] Andreas Rieder. *Keine Probleme mit inversen Problemen: Eine Einführung in ihre stabile Lösung*. 1. Auflage. Wiesbaden: Vieweg, 2003. ISBN: 978-3-528-03198-5. DOI: 10.1007/978-3-322-80234-7.

[183] Albert Tarantola. *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation*. Philadelphia: SIAM Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005. ISBN: 0-89871-572-5.

[184] Hans-Otto Georgii. *Stochastik: Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik*. 3., überarbeitete und erweiterte Auflage. de Gruyter Lehrbuch. Berlin und New York: De Gruyter, 2007. ISBN: 978-3-11-019349-7.

[185] Bruno Sudret. „Uncertainty propagation and sensitivity analysis in mechanical models: Contributions to structural reliability and stochastic spectral methods“. Habilitation. Clermont-Ferrand: Université Blaise Pascal - Clermont II, 2007.

[186] Marzieh Jafari und Khaled Akbari. „Global sensitivity analysis approaches applied to parameter selection for numerical model-updating of structures“. In: *Engineering Computations* 36.4 (2019), DOI: 10.1108/EC-08-2018-0336.

[187] Christian Soize. *Uncertainty quantification: An accelerated course with advanced applications in computational engineering*. Bd. 47. Interdisciplinary applied mathematics. Cham: Springer, 2017. ISBN: 978-3-319-54339-0. DOI: 10.1007/978-3-319-54339-0.

[188] Juan Zhang, Junping Yin und Ruili Wang. „Basic Framework and Main Methods of Uncertainty Quantification“. In: *Mathematical Problems in Engineering* 2020 (2020), ISSN: 1024-123X. DOI: 10.1155/2020/6068203.

[189] Khachik Sargsyan. „Surrogate Models for Uncertainty Propagation and Sensitivity Analysis“. In: *Handbook of Uncertainty Quantification*. Hrsg. von Roger Ghanem, David Higdon und Houman Owhadi. Cham: Springer International Publishing, 2017, ISBN: 978-3-319-12384-4. DOI: 10.1007/978-3-319-12385-1_22.

[190] Maximilian Ehre. „Uncertainty quantification and separation with high-dimensional engineering models“. Dissertation. München: Technische Universität München.

[191] Tim J. Sullivan. *Introduction to Uncertainty Quantification*. Bd. 63. Cham: Springer International Publishing, 2015. ISBN: 978-3-319-23394-9. DOI: 10.1007/978-3-319-23395-6.

[192] Zhen Jiang u. a. „Multi-response Approach to Improving Identifiability in Model Calibration“. In: *Handbook of Uncertainty Quantification*. Hrsg. von Roger Ghanem, David Higdon und Houman Owhadi. Cham: Springer International Publishing, 2017, ISBN: 978-3-319-12384-4. DOI: 10.1007/978-3-319-12385-1_65.

[193] Paul D. Arendt, Daniel W. Apley und Wei Chen. „Quantification of Model Uncertainty: Calibration, Model Discrepancy, and Identifiability“. In: *Journal of Mechanical Design* 134.10 (2012). ISSN: 1050-0472. DOI: 10.1115/1.4007390.

[194] Ilias Bilionis und Nicholas Zabaras. „Bayesian Uncertainty Propagation Using Gaussian Processes“. In: *Handbook of Uncertainty Quantification*. Hrsg. von Roger Ghanem, David Higdon und Houman Owhadi. Cham: Springer International Publishing, 2017, ISBN: 978-3-319-12384-4.

[195] Sanghoon Lee und Wei Chen. „A comparative study of uncertainty propagation methods for black-box-type problems“. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 37.3 (2009), ISSN: 1615-147X. DOI: 10.1007/s00158-008-0234-7.

[196] Bruno Sudret und Armen Der Kiureghian. *Stochastic finite element methods and reliability : a state-of-the-art report*. Report (University of California, Berkeley. Structural Engineering, Mechanics and Materials). Department of Civil Engineering, University of California, 2000.

[197] Elizabeth Koehler, Elizabeth Brown und Sebastien J-P A. Haneuse. „On the Assessment of Monte Carlo Error in Simulation-Based Statistical Analyses“. In: *The American statistician* 63.2 (2009), ISSN: 0003-1305. DOI: 10.1198/tast.2009.0030.

[198] Thomas Müller-Gronbach, Erich Novak und Klaus Ritter. *Monte Carlo-Algorithmen*. Springer-Lehrbuch. Berlin und Heidelberg: Springer, 2012. ISBN: 978-3-540-89140-6. DOI: 10.1007/978-3-540-89141-3.

[199] Michael R. Chernick. *Bootstrap methods: A guide for practitioners and researchers*. 2nd edition. Wiley series in probability and statistics. Hoboken, NJ: Wiley-Interscience, 2008. ISBN: 978-0-471-75621-7.

[200] Bradley Efron und Robert Tibshirani. *An introduction to the bootstrap*. Bd. 57. Monographs on statistics and applied probability. Boca Raton, Florida: Chapman & Hall, 1998. ISBN: 0412042312.

[201] Jiming Jiang. *Large sample techniques for statistics*. Springer texts in statistics. New York, NY und Heidelberg: Springer, 2010. ISBN: 978-1-4614-2623-3.

[202] Bradley Efron. „Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife“. In: *The Annals of Statistics* 7.1 (1979). DOI: 10.1214/aos/1176344552.

[203] Jeremy D. Lea. „Bootstrapping Procedure to Determine Convergence in Monte Carlo Simulations“. In: *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board* 1 (2011), DOI: 10.3141/2226-14.

[204] Helmut Pruscha. *Vorlesungen über Mathematische Statistik*. Springer eBook Collection Life Science and Basic Disciplines. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2000. ISBN: 978-3-322-82966-5. DOI: 10.1007/978-3-322-82966-5.

[205] Thomas Müller-Gronbach, Erich Novak und Klaus Ritter. „Das Verfahren der direkten Simulation“. In: *Monte Carlo-Algorithmen*. Hrsg. von Thomas Müller-Gronbach, Erich Novak und Klaus Ritter. Springer-Lehrbuch. Springer Berlin Heidelberg, 2012, DOI: 10.1007/978-3-540-89141-3_3.

[206] Ilja N. Bronstein u. a. *Taschenbuch der Mathematik*. 7., vollständig überarbeitete und ergänzte Auflage. Frankfurt am Main: Deutsch, 2008. ISBN: 978-3-8171-2007-9.

[207] Nicholas T. Thomopoulos. *Essentials of Monte Carlo Simulation: Statistical Methods for Building Simulation Models*. SpringerLink Bücher. New York, NY: Springer, 2013. ISBN: 978-1461460213. DOI: 10.1007/978-1-4614-6022-0.

[208] Regina Storm. *Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematische Statistik und statistische Qualitätskontrolle*. 12. Auflage. München: Fachbuchverl. Leipzig im Carl Hanser Verl., 2007. ISBN: 978-3446409064.

[209] Thomas J. DiCiccio und Bradley Efron. „Bootstrap Confidence Intervals“. In: *Statistical Science* 11.3 (1996), ISSN: 08834237. DOI: 10.1214/ss/1032280214. URL: http://www.jstor.org/stable/2246110 (besucht am 27. 08. 2023).

[210] Bradley Efron. *The jackknife, the bootstrap, and other resampling plans*. Bd. 38. CBMS-NSF regional conference series in applied mathematics. Philadelphia, Pa: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1982. ISBN: 978-0-898711-79-0. DOI: 10.1137/1.9781611970319.

[211] Dennis D. Boos. „Introduction to the Bootstrap World“. In: *Statistical Science* 18.2 (2003), ISSN: 08834237. DOI: 10.1214/ss/1063994971.

[212] Bradley Efron, David Rogosa und Robert Tibshirani. „Resampling Methods of Estimation“. In: *International encyclopedia of the social & behavioral sciences*. New York, NY: Elsevier, 2001, ISBN: 0-08-043076-7.

[213] Wendy L. Martinez und Angel R. Martinez. *Computational statistics handbook with MATLAB*. Third edition. Computer science and data analysis series. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2021. ISBN: 9781032179582.

[214] Bradley Efron. „Better Bootstrap Confidence Intervals“. In: *Journal of the American Statistical Association* 82.397 (1987), DOI: 10.1080/01621459.1987.10478410.

[215] Tilo Arens u. a. *Mathematik*. 4. Auflage. Lehrbuch. Berlin und Heidelberg: Springer Spektrum, 2018. ISBN: 978-3662567401. DOI: 10.1007/978-3-662-56741-8.

[216] Robert Kabacoff. *R in action: Data analysis and graphics with R*. 2nd, corrected printing. Shelter Island, NY: Manning, 2011. ISBN: 9781935182399.

[217] Andrea Saltelli. „What is Sensitivity Analysis“. In: *Sensitivity Analysis*. Hrsg. von Andrea Saltelli, Karen Chan und Ethel Marian Scott. Wiley paperback series. Chichester und Weinheim: Wiley, 2008, ISBN: 0470743824.

[218] Thomas J. Santner, Brian J. Williams und William I. Notz. *The Design and Analysis of Computer Experiments: Springer Series in Statistics*. 2nd ed. 2018. SpringerLink Bücher. New York, NY: Springer New York, 2018. ISBN: 978-1-4939-8845-7. DOI: 10.1007/978-1-4939-8847-1.

[219] Thomas Most, Johannes Will und Tino Dannenberg. „Anwendung effizienter Methoden zur Sensitivitätsanalyse zur Untersuchung komplexer Ingenieuraufgaben“. In: *Bautechnik* 90 (2013),

[220] Michael Bruce Beck. *Water quality modeling: A review of the anlysis of uncertainty*. Bd. RR-88-3. Research reports of the International Institute for Applied Systems Analysis. Laxenburg, Austria: IIASA, 1988.

[221] Andrea Saltelli u. a. *Global sensitivity analysis: The Primer*. Chichester, West Sussex: Wiley, 2008. ISBN: 978-0-470-05997-5.

[222] Xu Wu, Koroush Shirvan und Tomasz Kozlowski. „Demonstration of the relationship between sensitivity and identifiability for inverse uncertainty quantification“. In: *Journal of Computational Physics* 396 (2019), ISSN: 00219991. DOI: 10.1016/J.JCP.2019.06.032.

[223] Andrea Saltelli u. a. *Sensitivity analysis in practice: A guide to assessing scientific models*. Hoboken, NJ: Wiley, 2004. ISBN: 978-0-470-87093-8.

[224] Andrea Saltelli, Karen Chan und Ethel Marian Scott, Hrsg. *Sensitivity Analysis*. Paperback edition. Wiley paperback series. Chichester und Weinheim: Wiley, 2008. ISBN: 0470743824.

[225] Habib N. Najm und Kenny Chowdhary. „Inference Given Summary Statistics“. In: *Handbook of Uncertainty Quantification*. Hrsg. von Roger Ghanem, David Higdon und Houman Owhadi. Cham: Springer International Publishing, 2017, ISBN: 978-3-319-12384-4. DOI: 10.1007/978-3-319-12385-1_68.

[226] Francesca Pianosi u. a. „Sensitivity analysis of environmental models: A systematic review with practical workflow“. In: *Environmental Modelling & Software* 79 (2016), ISSN: 13648152. DOI: 10.1016/j.envsoft.2016.02.008.

[227] Vladimir Spielmann. „Unsicherheits- und Sensivitätsanalysen von Kompartiment-Modellen und Computer-Voxel-Phantomen für interne Strahlenexposition der Patienten durch Radiopharmazeutika in der Nuklearmedizin“. Dissertation. Magdeburg: Universitätsbibliothek, 2017.

[228] Andrea Saltelli, Stefano Tarantola und Francesca Campolongo. „Sensitivity Analysis as an Ingredient of Modeling“. In: *Statistical Science* 15.4 (2000), ISSN: 08834237.

[229] Toshimitsu Homma und Andrea Saltelli. „Importance measures in global sensitivity analysis of nonlinear models“. In: *Reliability Engineering & System Safety* 52.1 (1996), ISSN: 09518320. DOI: 10.1016/0951-8320(96)00002-6.

[230] William J. Welch u. a. „Screening, Predicting, and Computer Experiments“. In: *Technometrics* 34.1 (1992), ISSN: 00401706. DOI: 10.2307/1269548.

[231] Jing Yang. „Convergence and uncertainty analyses in Monte-Carlo based sensitivity analysis“. In: *Environmental Modelling & Software* 26.4 (2011), ISSN: 13648152. DOI: 10.1016/j.envsoft.2010.10.007.

[232] Gabriella Dellino und Carlo Meloni, Hrsg. *Uncertainty Management in Simulation-Optimization of Complex Systems*. Operations Research / Computer Science Interfaces Series. Boston, MA: Springer US, 2015. ISBN: 978-1-4899-7546-1. DOI: 10.1007/978-1-4899-7547-8.

[233] Huaping Yang u. a. „Parameter Sensitivity Analysis and Identification of an Improved Symmetrical Hysteretic Model for RC Hollow Columns“. In: *Symmetry* 14.5 (2022), DOI: 10.3390/sym14050945.

[234] Marco Ratto, Stefano Tarantola und Andrea Saltelli. „Sensitivity analysis in model calibration: GSA-GLUE approach“. In: *Computer Physics Communications* 136.3 (2001), ISSN: 00104655. DOI: 10.1016/S0010-4655(01)00159-X.

[235] Hamid Ahmadian u. a. „Parameter Selection Strategies in Finite Element Model Updating“. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 119.1 (1997), ISSN: 1048-9002. DOI: 10.1115/1.2889685.

[236] Jon C. Helton und Freddie J. Davis. „Sampling-Based Methods“. In: *Sensitivity Analysis*. Hrsg. von Andrea Saltelli, Karen Chan und Ethel Marian Scott. Wiley paperback series. Chichester und Weinheim: Wiley, 2008, ISBN: 0470743824.

[237] Henry Christopher Frey und Sumeet R. Patil. „Identification and Review of Sensitivity Analysis Methods“. In: *Risk analysis : an official publication of the Society for Risk Analysis* 22.3 (2002), ISSN: 0272-4332. DOI: 10.1111/0272-4332.00039.

[238] Knud Rasmussen u. a. „Novel mathematical and statistical approaches to uncertainty evaluation: Best practice guide to uncertainty evaluation for computationally expensive models“. In: *Euramet: Brunswick, Germany* (2015).

[239] Karen Chan u. a. „Variance-Based Methods“. In: *Sensitivity Analysis*. Hrsg. von Andrea Saltelli, Karen Chan und Ethel Marian Scott. Wiley paperback series. Chichester und Weinheim: Wiley, 2008, ISBN: 0470743824.

[240] Arnald Puy u. a. „A comprehensive comparison of total-order estimators for global sensitivity analysis“. In: *International Journal for Uncertainty Quantification* 12.2 (2022), DOI: 10.1615/Int.J.UncertaintyQuantification.2021038133.

[241] Prasanna K. Sahoo, Prasanna Sahoo und Thomas Riedel. *Mean value theorems and functional equations*. Singapore: World Scientific, 1998. ISBN: 9810235445.

[242] Tamás Turanyi. „Sensitivity analysis of complex kinetic systems. Tools and applications“. In: *Journal of Mathematical Chemistry* 5.3 (1990), DOI: 10.1007/BF01166355.

[243] Francesca Campolongo u. a. „Hitchhiker’s Guide to Sensitivity Analysis“. In: *Sensitivity Analysis*. Hrsg. von Andrea Saltelli, Karen Chan und Ethel Marian Scott. Wiley paperback series. Chichester und Weinheim: Wiley, 2008, ISBN: 0470743824.

[244] Ilya M. Sobol. „Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates“. In: *Mathematics and Computers in Simulation* 55.1-3 (2001), ISSN: 03784754. DOI: 10.1016/S0378-4754(00)00270-6.

[245] Tamas Turányi und Herschel Rabitz. „Local Methods“. In: *Sensitivity Analysis*. Hrsg. von Andrea Saltelli, Karen Chan und Ethel Marian Scott. Wiley paperback series. Chichester und Weinheim: Wiley, 2008, ISBN: 0470743824.

[246] Abdelkhalak El Hami. *Uncertainty and optimization in structural mechanics*. Online-Ausgabe. FOCUS Series. London: Wiley, 2013. ISBN: 978-1-84821-517-7.

[247] Sergey Kucherenko und Bertrand Iooss. „Derivative-Based Global Sensitivity Measures“. In: *Handbook of Uncertainty Quantification*. Hrsg. von Roger Ghanem, David Higdon und Houman Owhadi. Cham: Springer International Publishing, 2017, ISBN: 978-3-319-12384-4. DOI: 10.1007/978-3-319-12385-1_36.

[248] Francesca Campolongo, Jack P.C. Kleijnen und Terry Andres. „Screening Methods“. In: *Sensitivity Analysis*. Hrsg. von Andrea Saltelli, Karen Chan und Ethel Marian Scott. Wiley paperback series. Chichester und Weinheim: Wiley, 2008, ISBN: 0470743824.

[249] George E. B. Archer, Andrea Saltelli und Ilya M. Sobol. „Sensitivity measures, anova-like Techniques and the use of bootstrap“. In: *Journal of Statistical Computation and Simulation* 58.2 (1997), ISSN: 0094-9655. DOI: 10.1080/00949659708811825.

[250] Soong Oh Han. „Varianzbasierte Sensitivitätsanalyse als Beitrag zur Bewertung der Zuverlässigkeit adaptronischer Struktursysteme“. Dissertation. Darmstadt: Technischen Universität Darmstadt, 2011.

[251] Andrea Saltelli, Stefano Tarantola und Karen P.-S. Chan. „A Quantitative Model-Independent Method for Global Sensitivity Analysis of Model Output“. In: *Technometrics* 41.1 (1999), ISSN: 00401706. DOI: 10.2307/1270993.

[252] Jack P.C. Kleijnen. „Sensitivity analysis and related analyses: A review of some statistical techniques“. In: *Journal of Statistical Computation and Simulation* 57.1-4 (1997), ISSN: 0094-9655.

[253] Loïc Brevault u. a. „Comparison of different global sensitivity analysis methods for aerospace vehicle optimal design“. In: *Proceedings of the 10th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*. Orlando, Florida, 2013.

[254] Max D. Morris. „Factorial Sampling Plans for Preliminary Computational Experiments“. In: *Technometrics* 33.2 (1991). ISSN: 00401706. DOI: 10.2307/1269043.

[255] Francesca Campolongo, Jessica Cariboni und Andrea Saltelli. „An effective screening design for sensitivity analysis of large models“. In: *Environmental Modelling & Software* 22.10 (2007), ISSN: 13648152. DOI: 10.1016/j.envsoft.2006.10.004.

[256] Sebastian Burhenne und Sebastian Herkel. „Methodik zur Unsicherheitsbewertung und Sensitivitätsanalyse für thermische Gebäudesimulationen“. In: *Bauphysik* 35.2 (2013), ISSN: 01715445. DOI: 10.1002/bapi.201310052.

[257] Andrea Saltelli, Thomas H. Andres und Tatsuyuki Homma. „Sensitivity analysis of model output“. In: *Computational Statistics & Data Analysis* 15.2 (1993), ISSN: 01679473. DOI: 10.1016/0167-9473(93)90193-W.

[258] Dieter Rasch, Rob Verdooren und Jim I. Gowers. *Planung und Auswertung von Versuchen und Erhebungen*. 2., überarbeitete und erweiterte Auflage. Lehrbuch international. München und Wien: Oldenbourg, 2007. ISBN: 978-3-486-58300-7.

[259] Jeff D. Cawlfield. „Reliability Algorithms: FORM and SORM Methods“. In: *Sensitivity Analysis*. Hrsg. von Andrea Saltelli, Karen Chan und Ethel Marian Scott. Wiley paperback series. Chichester und Weinheim: Wiley, 2008, ISBN: 0470743824.

[260] Herschel Rabitz und Ömer F. Alis. „Managing the Tyranny of Parameters in Mathematical Modelling of Physical Systems“. In: *Sensitivity Analysis*. Hrsg. von Andrea Saltelli, Karen Chan und Ethel Marian Scott. Wiley paperback series. Chichester und Weinheim: Wiley, 2008, ISBN: 0470743824.

[261] David Rios Insua, Fabrizio Ruggeri und Jacinto Martin. „Bayesian Sensitivity Analysis“. In: *Sensitivity Analysis*. Hrsg. von Andrea Saltelli, Karen Chan und Ethel Marian Scott. Wiley paperback series. Chichester und Weinheim: Wiley, 2008, ISBN: 0470743824.

[262] Roger M. Cooke und Jan M. van Noortwijk. „Graphical Methods“. In: *Sensitivity Analysis*. Hrsg. von Andrea Saltelli, Karen Chan und Ethel Marian Scott. Wiley paperback series. Chichester und Weinheim: Wiley, 2008, ISBN: 0470743824.

[263] Bartosz Krzykacz-Hausmann. „Epistemic sensitivity analysis based on the concept of entropy“. In: *Proceedings of the International symposium on sensitivity analysis of model output (SAMO)*. Hrsg. von Pedro Prado und R. Bolado. Madrid: Ciemat, 2001, ISBN: 9788478343942.

[264] Steven C. Hora und Ronald L. Iman. „Comparison of Maximus / Bounding and Bayes / Monte Carlo for fault tree uncertainty analysis“. In: (1986). DOI: 10.2172/5824798. URL: https://www.osti.gov/biblio/5824798,%20journal%20=.

[265] Kaichao Zhang u. a. „Analytical variance based global sensitivity analysis for models with correlated variables“. In: *Applied Mathematical Modelling* 45 (2017), ISSN: 0307904X. DOI: 10.1016/j.apm.2016.12.036.

[266] Gaelle Chastaing, Fabrice Gamboa und Clémentine Prieur. „Generalized Hoeffding-Sobol decomposition for dependent variables - application to sensitivity analysis“. In: *Electronic Journal of Statistics* 6 (2012), DOI: 10.1214/12-EJS749.

[267] Andrea Saltelli und Stefano Tarantola. „On the Relative Importance of Input Factors in Mathematical Models“. In: *Journal of the American Statistical Association* 97.459 (2002), DOI: 10.1198/016214502388618447.

[268] Andrea Saltelli. „Sensitivity analysis for importance assessment“. In: *Risk analysis: an official publication of the Society for Risk Analysis* 22.3 (2002), DOI: 10.1111/0272-4332.00040.

[269] Wassily Hoeffding. „A Class of Statistics with Asymptotically Normal Distribution“. In: *The Annals of Mathematical Statistics* 19.3 (1948), DOI: 10.1214/aoms/1177730196.

[270] Aad W. van der Vaart. *Asymptotic statistics*. Cambridge series in statistical and probabilistic mathematics. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1993. ISBN: 0521496039.

[271] Luc Devroye. *Non-Uniform Random Variate Generation*. New York: Springer, 1986. ISBN: 0-387-96305-7. DOI: 10.1007/978-1-4613-8643-8.

[272] Ilya M. Sobol. „Sensitivity Estimates for Nonlinear Mathematical Models“. In: *Mathematical Modelling and Computational Experiments* 1.4 (1993),

[273] Emanuele Borgonovo. „Measuring uncertainty importance: investigation and comparison of alternative approaches“. In: *Risk analysis : an official publication of the Society for Risk Analysis* 26.5 (2006), ISSN: 0272-4332. DOI: 10.1111/j.1539-6924.2006.00806.x.

[274] Irmela Zentner, Carlo Stoisser und Etienne de Rocquigny. „A methodology for treating epistemic uncertainties in dynamic response analysis of turboset“. In: (2009).

[275] Herschel Rabitz u. a. „Efficient input-output model representations“. In: *Computer Physics Communications* 117.1-2 (1999), ISSN: 00104655. DOI: 10.1016/S0010-4655(98)00152-0.

[276] Andrea Saltelli. „Making best use of model evaluations to compute sensitivity indices“. In: *Computer Physics Communications* 145.2 (2002), ISSN: 00104655. DOI: 10.1016/S0010-4655(02)00280-1.

[277] Robert I. Cukier u. a. „Study of the sensitivity of coupled reaction systems to uncertainties in rate coefficients. I Theory“. In: *The Journal of Chemical Physics* 59.8 (1973), ISSN: 0021-9606. DOI: 10.1063/1.1680571.

[278] Robert I. Cukier, H.B Levine und K.E Shuler. „Nonlinear sensitivity analysis of multiparameter model systems“. In: *Journal of Computational Physics* 26.1 (1978), ISSN: 00219991. DOI: 10.1016/0021-9991(78)90097-9.

[279] John H. Schaibly und Kurt E. Shuler. „Study of the sensitivity of coupled reaction systems to uncertainties in rate coefficients. II: Applications“. In: *The Journal of Chemical Physics* 59.8 (1973), ISSN: 0021-9606. DOI: 10.1063/1.1680572.

[280] Elmar Plischke. „An effective algorithm for computing global sensitivity indices (EASI)“. In: *Reliability Engineering & System Safety* 95.4 (2010), ISSN: 09518320. DOI: 10.1016/j.ress.2009.11.005.

[281] Xifu Sun u. a. „A comparison of global sensitivity techniques and sampling method“. In: *22nd International Congress on Modelling and Simulation 2017 (MODSIM2017)*. Hrsg. von G. Syme u. a. 3.-08.12.2017, DOI: 10.36334/modsim.2017.a1.sun.

[282] Kanti Kishen. „On the construction of Latin and Hyper-Graeco-Latin cubes and hyper-cubes“. In: *Journal of the Indian Society of Agricultural Statistics* 2.1 (1949),

[283] Ivano Azzini, Thierry A. Mara und Rossana Rosati. „Comparison of two sets of Monte Carlo estimators of Sobol' indices“. In: *Environmental Modelling & Software* 144 (2021). ISSN: 13648152. DOI: 10.1016/j.envsoft.2021.105167.

[284] Sergei Kucherenko, Daniel Albrecht und Andrea Saltelli. *Exploring multi-dimensional spaces: a Comparison of Latin Hypercube and Quasi Monte Carlo Sampling Techniques*. Hrsg. von University of Cornell. 2015. DOI: 10.48550/arXiv.1505.02350.

[285] Andrea Saltelli u. a. „Variance based sensitivity analysis of model output. Design and estimator for the total sensitivity index“. In: *Computer Physics Communications* 181.2 (2010), ISSN: 00104655. DOI: 10.1016/j.cpc.2009.09.018.

[286] Andrea Saltelli, Francesca Campolongo und Jessica Cariboni. „Screening important inputs in models with strong interaction properties“. In: *Reliability Engineering & System Safety* 94.7 (2009), ISSN: 09518320. DOI: 10.1016/j.ress.2008.10.007.

[287] Debora Gatelli u. a. „Calculating first-order sensitivity measures: A benchmark of some recent methodologies“. In: *Reliability Engineering & System Safety* 94.7 (2009), ISSN: 09518320. DOI: 10.1016/j.ress.2008.03.028.

[288] Sergei Kucherenko und Shufang Song. „Different numerical estimators for main effect global sensitivity indices“. In: *Reliability Engineering & System Safety* 165 (2017), ISSN: 09518320. DOI: 10.1016/j.ress.2017.04.003.

[289] William Becker. „Metafunctions for benchmarking in sensitivity analysis“. In: *Reliability Engineering & System Safety* 204 (2020), ISSN: 09518320. DOI: 10.1016/j.ress.2020.107189.

[290] Michiel J.W. Jansen. „Analysis of variance designs for model output“. In: *Computer Physics Communications* 117.1-2 (1999), ISSN: 00104655. DOI: 10.1016/S0010-4655(98)00154-4.

[291] Alexandre Janon u. a. „Asymptotic normality and efficiency of two Sobol index estimators“. In: *ESAIM: Probability and Statistics* 18 (2014), DOI: 10.1051/ps/2013040.

[292] „Introduction“. In: *Large-scale inverse problems and quantification of uncertainty*. Hrsg. von Paolo Giudici, Geof H. Givens und Bani K. Mallick. Wiley, 2010, ISBN: 978-0-470-68586-0.

[293] Tim J. Sullivan. „Introduction“. In: *Introduction to Uncertainty Quantification*. Hrsg. von Tim J. Sullivan. Bd. 63. Texts in Applied Mathematics. Cham: Springer International Publishing, 2015, ISBN: 978-3-319-23394-9. DOI: 10.1007/978-3-319-23395-6_1.

[294] Richard David Wilkinson. „Bayesian Calibration of Expensive Multivariate Computer Experiments“. In: *Large–Scale Inverse Problems and Quantification of Uncertainty*. John Wiley & Sons, 2010, ISBN: 9780470685853. DOI: 10.1002/9780470685853.ch10.

[295] Oliver Pajonk. „Overview of System Identification with Focus on Inverse Modeling: Literature Review“. In: (2009). DOI: 10.24355/dbbs.084-200909231400-0.

[296] Pan Wei. „Bayesian Learning for Nonlinear System Identification“. Dissertation. London: Department of Bioengineering Imperial College London, 2017.

[297] Sourabh Katoch, Sumit Singh Chauhan und Vijay Kumar. „A review on genetic algorithm: past, present, and future“. In: *Multimedia tools and applications* 80.5 (2021), ISSN: 1380-7501. DOI: 10.1007/s11042-020-10139-6.

[298] Oliver Kramer. *Genetic Algorithm Essentials*. Bd. Volume 679. Studies in computational intelligence. Cham: Springer, 2017. ISBN: 978-3-319-52156-5. DOI: 10.1007/978-3-319-52156-5.

[299] John McFarland und Laura Swiler. „Calibration and Uncertainty Analysis for Computer Simulations with Multivariate Output“. In: *Large–Scale Inverse Problems and Quantification of Uncertainty*. John Wiley & Sons, 2010, ISBN: 9780470685853. DOI: 10.1002/9780470685853.ch9.

[300] Costas Papadimitriou. „Bayesian Uncertainty Quantification and Propagation (UQ+P): State-of-the-Art Tools for Linear and Nonlinear Structural Dynamics Models“. In: *Identification Methods for Structural Health Monitoring*. Hrsg. von Eleni Chatzi und Costas Papadimitriou. Bd. 567. CISM International Centre for Mechanical Sciences. Cham: Springer International Publishing, 2016, ISBN: 978-3-319-32075-5. DOI: 10.1007/978-3-319-32077-9_6.

[301] Lambros S. Katafygiotis, Heung-Fai Lam und Costas Papadimitriou. „Treatment of Unidentifiability in Structural Model Updating“. In: *Advances in Structural Engineering* 3.1 (2000), ISSN: 1369-4332. DOI: 10.1260/1369433001501996.

[302] Manolis N. Chatzis, Eleni N. Chatzi und Andrew W. Smyth. „On the observability and identifiability of nonlinear structural and mechanical systems“. In: *Structural Control and Health Monitoring* 22.3 (2015), DOI: 10.1002/stc.1690.

[303] Audrey Olivier und Andrew W. Smyth. „On the Performance of Online Parameter Estimation Algorithms in Systems with Various Identifiability Properties“. In: *Frontiers in Built Environment* 3 (2017). DOI: 10.3389/fbuil.2017.00014.

[304] Thomas P. Ryan. *Modern regression methods*. 2. ed. Wiley series in probability and statistics. Hoboken, NJ: Wiley, 2009. ISBN: 978-0-470-08186-0.

[305] Thomas B. Fomby. *Advanced econometric methods; with 26 Illustrations*. New York, Berlin und Heidelberg: Springer, 1984. ISBN: 978-0387909080.

[306] Mohammad Hashem Pesaran und Ron P. Smith. „A Bayesian analysis of linear regression models with highly collinear regressors“. In: *Econometrics and Statistics* 11 (2019), ISSN: 24523062. DOI: 10.1016/j.ecosta.2018.10.001.

[307] Steven McKay Curtis und Sujit K. Ghosh. „A Bayesian Approach to Multicollinearity and the Simultaneous Selection and Clustering of Predictors in Linear Regression“. In: *Journal of Statistical Theory and Practice* 5.4 (2011), ISSN: 1559-8608. DOI: 10.1080/15598608.2011.10483741.

[308] Mohammad R. Banan und Keith D. Hjelmstad. „Parameter Estimation of Structures from Static Response. II: Numerical Simulation Studies“. In: *Journal of Structural Engineering* 120.11 (1994), DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1994)120:11(3259).

[309] Paul D. Arendt u. a. „Improving Identifiability in Model Calibration Using Multiple Responses“. In: *Journal of Mechanical Design* 134.10 (2012). ISSN: 1050-0472. DOI: 10.1115/1.4007573.

[310] Jacques Hadamard. *Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations*. Mrs. Hepsa Ely Silliman memorial lectures. Yale University Press, 1923.

[311] Hyeong-Uk Park u. a. „Multidisciplinary wing design optimization considering global sensitivity and uncertainty of approximation models“. In: *Journal of Mechanical Science and Technology* 28.6 (2014), DOI: 10.1007/s12206-014-0127-1.

[312] Masoumeh Dashti und Andrew M. Stuart. „The Bayesian Approach to Inverse Problems“. In: *Handbook of Uncertainty Quantification*. Hrsg. von Roger Ghanem, David Higdon und Houman Owhadi. Cham: Springer International Publishing, 2017, ISBN: 978-3-319-12384-4. DOI: 10.1007/978-3-319-12385-1_7.

[313] Tim J. Sullivan. „Bayesian Inverse Problems“. In: *Introduction to Uncertainty Quantification*. Hrsg. von Tim J. Sullivan. Bd. 63. Texts in Applied Mathematics. Cham: Springer International Publishing, 2015, ISBN: 978-3-319-23394-9. DOI: 10.1007/978-3-319-23395-6_6.

[314] Karl-Rudolf Koch. *Einführung in die Bayes-Statistik*. Springer eBook Collection Life Science and Basic Disciplines. Berlin, Heidelberg und s.l.: Springer Berlin Heidelberg, 2000. ISBN: 978-3-642-63078-1. DOI: 10.1007/978-3-642-56970-8.

[315] Nicholas Galioto und Alex Arkady Gorodetsky. „Bayesian system ID: optimal management of parameter, model, and measurement uncertainty“. In: *Nonlinear dynamics* 102.1 (2020), ISSN: 1573-269X. DOI: 10.1007/s11071-020-05925-8.

[316] Olaf Krafft und Martin Schaefer. „D-Optimal designs for a multivariate regression model“. In: *Journal of Multivariate Analysis* 42.1 (1992), ISSN: 0047259X. DOI: 10.1016/0047-259X(92)90083-R.

[317] Kirstine Smith. „On the Standard Deviations of Adjusted and Interpolated Values of an Observed Polynomial Function and its Constants and the Guidance they give Towards a Proper Choice of the Distribution of Observations“. In: *Biometrika* 12.1/2 (1918), ISSN: 00063444. DOI: 10.2307/2331929.

[318] Norbert Wiener, Doug Hill und Sanjoy K. Mitter. *Cybernetics: Or control and communication in the animal and the machine*. Reissue of the 1961 second edition. Cambridge, Massachusetts und London, England: The MIT Press, 2019. ISBN: 9780262537841.

[319] Thomas M. Cover. *Elements of information theory*. 2nd ed. A Wiley-interscience publication. Hoboken, NJ: Wiley-Interscience, 2006. ISBN: 978-0-471-24195-9. DOI: 10.1002/047174882X.

[320] Stefan Schäffler. *Mathematik der Information: Theorie und Anwendungen der Shannon-Wiener Information*. Springer-Lehrbuch Masterclass. Berlin und Heidelberg: Springer Spektrum, 2015. ISBN: 978-3-662-46382-6. DOI: 10.1007/978-3-662-46382-6.

[321] Costas Papadimitriou. „Pareto optimal sensor locations for structural identification“. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 194.12-16 (2005), ISSN: 00457825. DOI: 10.1016/j.cma.2004.06.043.

[322] Guilherme Ferreira Gomes u. a. „A multiobjective sensor placement optimization for SHM systems considering Fisher information matrix and mode shape interpolation“. In: *Engineering with Computers* 35.2 (2019), ISSN: 1435-5663. DOI: 10.1007/s00366-018-0613-7.

[323] Sahar Hassani und Ulrike Dackermann. „A Systematic Review of Optimization Algorithms for Structural Health Monitoring and Optimal Sensor Placement“. In: *Sensors* 23.6 (2023). DOI: 10.3390/s23063293.

[324] Peter Knabner und Wolf Barth. *Lineare Algebra: Grundlagen und Anwendungen*. 2., überarbeitete und erweiterte Auflage. Lehrbuch. Berlin und Heidelberg: Springer Sprektum, 2018. ISBN: 978-3-662-55600-9.

[325] Daniela Calvetti und Erkki Somersalo. „Subjective Knowledge or Objective Belief? An Oblique Look to Bayesian Methods“. In: *Large–Scale Inverse Problems and Quantification of Uncertainty*. John Wiley & Sons, 2010, ISBN: 9780470685853. DOI: 10.1002/9780470685853.ch3.

[326] Ka-Veng Yuen. *Bayesian methods for structural dynamics and civil engineering*. Singapore: Wiley, 2010. ISBN: 978-0-470-82454-2.

[327] Bradley P. Carlin und Thomas A. Louis. *Bayesian methods for data analysis*. 3. ed. Bd. 78. Texts in statistical science. Boca Raton, Florida: Chapman & Hall/CRC, 2009. ISBN: 978-1-58488-697-6.

[328] Leonhard Held. *Methoden der statistischen Inferenz: Likelihood und Bayes*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 2008. ISBN: 978-3-8274-1939-2.

[329] Noemi Kurt. *Stochastik für Informatiker: Eine Einführung in einheitlich strukturierten Lerneinheiten*. Berlin und Heidelberg: Springer Vieweg, 2020. ISBN: 978-3-662-60516-5. DOI: 10.1007/978-3-662-60516-5.

[330] William M. Bolstad. *Understanding computational Bayesian statistics*. Wiley series in computational statistics. Hoboken, NJ: Wiley, 2010. ISBN: 978-0-470-04609-8.

[331] Ronald Aylmer Fisher. „On the mathematical foundations of theoretical statistics“. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 222.594-604 (1922), DOI: 10.1098/rsta.1922.0009.

[332] Christian P. Robert und George Casella. *Monte Carlo statistical methods*. 2. ed. Springer texts in statistics. New York, NY: Springer, 2004. ISBN: 978-0-387-21239-5.

[333] Martin A. Tanner. *Tools for statistical inference: Methods for the exploration of posterior distributions and likelihood functions*. 2. ed. Springer Series in Statistics. New York und Heidelberg: Springer, 1993. ISBN: 0-387-94031-6.

[334] Jasper A. Vrugt. „Markov chain Monte Carlo simulation using the DREAM software package: Theory, concepts, and MATLAB implementation“. In: *Environmental Modelling & Software* 75 (2016), ISSN: 13648152. DOI: 10.1016/j.envsoft.2015.08.013.

[335] Brian James Reich und Sujit K. Ghosh. *Bayesian statistical methods*. ASA-CRC Series on statistical reasoning in science and society. Boca Raton, London und New York: CRC Press Taylor & Francis Group, 2019. ISBN: 9780815378648.

[336] Thomas Bayes und Richard Price. „An Essay towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances: By the Late Rev. Mr. Bayes, F. R. S. Communicated by Mr. Price, in a Letter to John Canton, A. M. F. R. S“. In: *Philosophical Transactions (1683-1775)* 53 (1763), ISSN: 02607085. (Besucht am 04. 09. 2023).

[337] Charles J. Geyer. „Introduction to Markov Chain Monte Carlo“. In: *Handbook of Markov Chain Monte Carlo*. Hrsg. von Steven Brooks u. a. A Chapman & Hall book. Boca Raton und London: CRC Press Taylor & Francis, 2011, ISBN: 9781420079418.

[338] Edwin J. Green, Andrew O. Finley und William E. Strawderman. *Introduction to Bayesian Methods in Ecology and Natural Resources*. 1st ed. 2020. Cham: Springer International Publishing und Imprint Springer, 2020. ISBN: 978-3-030-60749-4. DOI: 10.1007/978-3-030-60750-0.

[339] Jean-Michel Marin und Christian P. Robert. *Bayesian core: a practical approach to computational Bayesian statistics*. Springer texts in statistics. New York, NY: Springer, 2007. ISBN: 0-387-38979-2.

[340] Peter M. Lee. *Bayesian Statistics: An introduction*. 4. ed., 1. publication. Chichester: Wiley, 2012. ISBN: 9781118332573.

[341] Ulrich Kockelkorn. *Statistik für Anwender*. Berlin und Heidelberg: Springer Spektrum, 2012. ISBN: 3827422949.

[342] Walter R. Gilks, Sylvia Richardson und David J. Spiegelhalter. „Introducing Markov Chain Monte Carlo“. In: *Markov Chain Monte Carlo in practice*. Hrsg. von Walter R. Gilks, Sylvia Richardson und David Spiegelhalter. Interdisciplinary statistics. Boca Raton, Florida: Chapman & Hall, 1998, ISBN: 0412055511.

[343] Roger Ghanem, David Higdon und Houman Owhadi. „Introduction to Uncertainty Quantification“. In: *Handbook of Uncertainty Quantification*. Hrsg. von Roger Ghanem, David Higdon und Houman Owhadi. Cham: Springer International Publishing, 2017, ISBN: 978-3-319-12384-4. DOI: 10.1007/978-3-319-12385-1_1.

[344] Ehrhard Behrends. *Introduction to Markov chains: With special emphasis on rapid mixing*. Advanced lectures in mathematics. Braunschweig und Wiesbaden: Vieweg, 2000. ISBN: 3528069864.

[345] Brett Ninness und Soren Henriksen. „Bayesian system identification via Markov chain Monte Carlo techniques“. In: *Automatica* 46.1 (2010), ISSN: 00051098. DOI: 10.1016/j.automatica.2009.10.015.

[346] Martin Haugh. „MCMC and Bayesian Modeling“. Lecture Notes. Columbia University.

[347] Dirk P. Kroese, Thomas Taimre und Zdravko I. Botev. *Handbook of Monte Carlo Methods*. Wiley series in probability and statistics. Hoboken, New Jersey: Wiley, 2011. ISBN: 978-0-470-17793-8.

[348] Franz Ferschl. *Markovketten*. Bd. 35. Lecture Notes in Operations Research and Mathematical Systems, Economics, Computer Science, Information and Control. Berlin und Heidelberg: Springer, 1970. ISBN: 978-3-540-04958-6. DOI: 10.1007/978-3-642-95166-4.

[349] James E. Gentle. *Random Number Generation and Monte Carlo Methods*. 2nd ed. Statistics and computing. New York und London: Springer, 2010. ISBN: 978-1441918086.

[350] Uwe Küchler. *Stochastische Prozesse*. De Gruyter, 1975. ISBN: 9783112480441. DOI: 10.1515/9783112480441.

[351] Faming Liang, Chuanhai Liu und Raymond J. Carroll. *Advanced Markov Chain Monte Carlo Methods: Learning from past samples*. 1. publication. Wiley series in computational statistics. Chichester: Wiley, 2010. ISBN: 978-0-470-74826-8.

[352] Luke Tierney. „Introduction to general state-space Markov chain theory“. In: *Markov Chain Monte Carlo in practice*. Hrsg. von Walter R. Gilks, Sylvia Richardson und David Spiegelhalter. Interdisciplinary statistics. Boca Raton, Florida: Chapman & Hall, 1998, ISBN: 0412055511.

[353] Radu V. Craiu u. a. „Stability of adversarial Markov chains, with an application to adaptive MCMC algorithms“. In: *The Annals of Applied Probability* 25.6 (2015), ISSN: 1050-5164. DOI: 10.1214/14-AAP1083.

[354] Ronald W. Shonkwiler und Franklin Mendivil. *Explorations in Monte Carlo methods*. Undergraduate texts in mathematics. Dordrecht und Heidelberg: Springer, 2009. ISBN: 038787836X.

[355] Gareth O. Roberts. „Markov chain concepts related to sampling algorithms“. In: *Markov Chain Monte Carlo in practice*. Hrsg. von Walter R. Gilks, Sylvia Richardson und David Spiegelhalter. Interdisciplinary statistics. Boca Raton, Florida: Chapman & Hall, 1998, ISBN: 0412055511.

[356] Pierre Brémaud. *Markov Chains: Gibbs fields, Monte Carlo simulation and queues*. Second edition. Bd. 31. Texts in Applied Mathematics. Cham: Springer International Publishing und Springer, 2020. ISBN: 978-3-030-45982-6. DOI: 10.1007/978-3-030-45982-6.

[357] Siddhartha Chib und Edward Greenberg. „Understanding the Metropolis-Hastings Algorithm“. In: *The American statistician* 49.4 (1995), ISSN: 0003-1305. DOI: 10.2307/2684568.

[358] Paul A. Gagniuc. *Markov chains: From theory to implementation and experimentation*. 1st edition. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2017. ISBN: 9781119387572. DOI: 10.1002/9781119387596.

[359] Adrian G. Barbu und Song-Chun Zhu. *Monte Carlo Methods*. Singapore: Springer, 2020. ISBN: 978-981-13-2971-5. DOI: 10.1007/978-981-13-2971-5.

[360] Daniel Bättig. *Angewandte Datenanalyse: Der Bayes'sche Weg*. 2., überarbeitete und erweiterte Auflage. Statistik und ihre Anwendungen. Berlin und Heidelberg: Springer Spektrum, 2017. ISBN: 978-3-662-54220-0.

[361] Andrew Gelman und Kenneth Shirley. „Inference from Simulations and Monitoring Convergence“. In: *Handbook of Markov Chain Monte Carlo*. Hrsg. von Steven Brooks u. a. A Chapman & Hall book. Boca Raton und London: CRC Press Taylor & Francis, 2011, ISBN: 9781420079418.

[362] Stephen P. Brooks und Gareth O. Roberts. „Convergence assessment techniques for Markov chain Monte Carlo“. In: *Statistics and Computing* 8.4 (1998), ISSN: 0960-3174. DOI: 10.1023/A:1008820505350.

[363] Jürgen Hedderich und Lothar Sachs. *Angewandte Statistik: Methodensammlung mit R*. 16., überarbeitete und erweiterte Auflage. Berlin: Springer Spektrum, 2018. ISBN: 978-3-662-56656-5. DOI: 10.1007/978-3-662-56657-2.

[364] Kenneth Lange. *Numerical analysis for statisticians*. 2. ed. Statistics and computing. New York und Heidelberg: Springer, 2010. ISBN: 978-1-4419-5944-7.

[365] David A. van Dyk und Taeyoung Park. „Partially Collapsed Gibbs Sampling and Path-Adaptive Metropolis–Hastings in High-Energy Astrophysics“. In: *Handbook of Markov Chain Monte Carlo*. Hrsg. von Steven Brooks u. a. A Chapman & Hall book. Boca Raton und London: CRC Press Taylor & Francis, 2011, ISBN: 9781420079418.

[366] Enes Makalic und Daniel F. Schmidt. *Funktion zur Berechnung der Effektiven Stichprobengröße*. 2016. URL: https://viewer.mathworks.com/?viewer=plain_code&url=https%3A%2F%2Fwww.mathworks.com%2Fmatlabcentral%2Fmlc-downloads%2Fdownloads%2F10cdc746-b908-4b9a-9c77-e60965368a3b%2Fa81c9d32-535b-4c1f-ac24-132fa6b20465%2Ffiles%2Fbayesreg%2Fess.m&embed=web.

[367] Andrew Gelman und Donald B. Rubin. „Inference from Iterative Simulation Using Multiple Sequences“. In: *Statistical Science* 7.4 (1992), ISSN: 08834237.

[368] Nicholas Metropolis u. a. „Equation of State Calculations by Fast Computing Machines“. In: *The Journal of Chemical Physics* 21.6 (1953), ISSN: 0021-9606. DOI: 10.1063/1.1699114.

[369] William L. Jorgensen. „Perspective on "Equation of state calculations by fast computing machines"“. In: *Theoretical Chemistry Accounts: Theory, Computation, and Modeling (Theoretica Chimica Acta)* 103.3-4 (2000), ISSN: 1432-881X. DOI: 10.1007/s002149900053.

[370] Wilfred Keith Hastings. „Monte Carlo Sampling Methods Using Markov Chains and Their Applications“. In: *Biometrika* 57.1 (1970), ISSN: 00063444. DOI: 10.2307/2334940.

[371] Stuart Geman und Donald Geman. „Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and the Bayesian Restoration of Images“. In: *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence* 6.6 (1984), ISSN: 0162-8828. DOI: 10.1109/TPAMI.1984.4767596.

[372] Alan E. Gelfand und Adrian F. M. Smith. „Sampling-Based Approaches to Calculating Marginal Densities“. In: *Journal of the American Statistical Association* 85.410 (1990), DOI: 10.2307/2289776.

[373] Alan E. Gelfand u. a. „Illustration of Bayesian Inference in Normal Data Models Using Gibbs Sampling“. In: *Journal of the American Statistical Association* 85.412 (1990), DOI: 10.2307/2289594.

[374] Luke Tierney. „Markov Chains for Exploring Posterior Distributions“. In: *The Annals of Statistics* 22.4 (1994), ISSN: 0090-5364.

[375] David Luengo u. a. „A survey of Monte Carlo methods for parameter estimation“. In: *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing* 2020.1 (2020). DOI: 10.1186/s13634-020-00675-6.

[376] Seung-Seop Jin, Heekun Ju und Hyung-Jo Jung. „Adaptive Markov chain Monte Carlo algorithms for Bayesian inference: recent advances and comparative study“. In: *Structure and Infrastructure Engineering* 15.11 (2019), ISSN: 1573-2479. DOI: 10.1080/15732479.2019.1628077.

[377] Gareth O. Roberts und Jeffrey S. Rosenthal. „Optimal scaling for various Metropolis-Hastings algorithms“. In: *Statistical Science* 16.4 (2001). ISSN: 08834237. DOI: 10.1214/ss/1015346320.

[378] Matthias Haslbeck u. a. „Uncertainty assessment for the Bayesian updating process of concrete strength properties“. In: *Acta Polytechnica CTU Proceedings* 36 (2022), DOI: 10.14311/APP.2022.36.0076.

[379] Peter Müller. *A Generic Approach to Posterior Integration and Gibbs Sampling: Technical Report #91-09*. 1991.

[380] Heikki Haario, Eero Saksman und Johanna Tamminen. „Adaptive proposal distribution for random walk Metropolis algorithm“. In: *Computational statistics* 14.3 (1999), ISSN: 1613-9658. DOI: 10.1007/s001800050022.

[381] Heikki Haario, Eero Saksman und Johanna Tamminen. „An adaptive Metropolis algorithm“. In: *Bernoulli* 7.2 (2001), ISSN: 13507265.

[382] Jasper A. Vrugt u. a. „Accelerating Markov Chain Monte Carlo Simulation by Differential Evolution with Self-Adaptive Randomized Subspace Sampling“. In: *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation* 10.3 (2009), ISSN: 1565-1339. DOI: 10.1515/ijnsns.2009.10.3.273.

[383] Yves F. Atchadé und Jeffrey S. Rosenthal. „On Adaptive Markov Chain Monte Carlo Algorithms“. In: *Bernoulli* 11.5 (2005), ISSN: 13507265.

[384] Brandon M. Turner u. a. „A method for efficiently sampling from distributions with correlated dimensions“. In: *Psychological methods* 18.3 (2013), DOI: 10.1037/a0032222.

[385] Heikki Haario u. a. „DRAM: Efficient adaptive MCMC“. In: *Statistics and Computing* 16.4 (2006), DOI: 10.1007/s11222-006-9438-0.

[386] Krzysztof Łatuszyński und Jeffrey S. Rosenthal. „The Containment Condition and AdapFail Algorithms“. In: *Journal of Applied Probability* 51.4 (2014), ISSN: 0021-9002. DOI: 10.1239/jap/1421763335.

[387] Christophe Andrieu und Christian P. Robert. *Controlled MCMC for optimal sampling*. Bd. 2001,33. Série des documents de travail du CREST. Paris, 2001.

[388] Christophe Andrieu und Éric Moulines. „On the ergodicity properties of some adaptive MCMC algorithms“. In: *The Annals of Applied Probability* 16.3 (2006), DOI: 10.1214/105051606000000286.

[389] Gareth O. Roberts und Jeffrey S. Rosenthal. „Coupling and Ergodicity of Adaptive Markov Chain Monte Carlo Algorithms“. In: *Journal of Applied Probability* 44.2 (2007), ISSN: 0021-9002.

[390] Gareth O. Roberts und Jeffrey S. Rosenthal. „Examples of Adaptive MCMC“. In: *Journal of Computational and Graphical Statistics* 18.2 (2009), ISSN: 10618600.

[391] Yan Bai, Gareth O. Roberts und Jeffrey S. Rosenthal. „On the Containment Condition for Adaptive Markov Chain Monte Carlo Algorithms“. In: *Advances and Applications in Statistics* 21.1 (2011).

[392] Christophe Andrieu und Johannes Thoms. „A tutorial on adaptive MCMC“. In: *Statistics and Computing* 18.4 (2008), DOI: 10.1007/s11222-008-9110-y.

[393] Eric Laloy und Jasper A. Vrugt. „High-dimensional posterior exploration of hydrologic models using multiple-try DREAMZS and high-performance computing“. In: *Water Resources Research* 48.1 (2012), DOI: 10.1029/2011WR010608.

[394] Jeffrey S. Rosenthal. „Optimal Proposal Distributions and Adaptive MCMC“. In: *Handbook of Markov Chain Monte Carlo*. Hrsg. von Steven Brooks u. a. A Chapman & Hall book. Boca Raton und London: CRC Press Taylor & Francis, 2011, ISBN: 9781420079418.

[395] Andrew Gelman, Gareth O. Roberts und Walter R. Gilks. „Efficient Metropolis jumping rules“. In: *Bayesian Statistics*. Hrsg. von J. M. Bernardo u. a. Oxford University Press, Oxford, 1996,

[396] David Higdon u. a. „Posterior Exploration for Computationally Intensive Forward Models“. In: *Handbook of Markov Chain Monte Carlo*. Hrsg. von Steven Brooks u. a. A Chapman & Hall book. Boca Raton und London: CRC Press Taylor & Francis, 2011, ISBN: 9781420079418.

[397] Cajo J. F. ter Braak und Jasper A. Vrugt. „Differential Evolution Markov Chain with snooker updater and fewer chains“. In: *Statistics and Computing* 18.4 (2008), DOI: 10.1007/s11222-008-9104-9.

[398] Rainer Storn und Kenneth Price. „Differential Evolution – A Simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces“. In: *Journal of global optimization* 11.4 (1997), ISSN: 1573-2916. DOI: 10.1023/A:1008202821328.

[399] Cajo J. F. ter Braak. „A Markov Chain Monte Carlo version of the genetic algorithm Differential Evolution: Easy Bayesian computing for real parameter spaces“. In: *Statistics and Computing* 16.3 (2006), DOI: 10.1007/s11222-006-8769-1.

[400] Marwan Sherri u. a. „A Differential Evolution Markov Chain Monte Carlo Algorithm for Bayesian Model Updating“. In: *Special Topics in Structural Dynamics, Volume 5*. Hrsg. von Nikolaos Dervilis. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. Cham: Springer International Publishing, 2019, ISBN: 978-3-319-75389-8. DOI: 10.1007/978-3-319-75390-4_9.

[401] Gareth O. Roberts und Jeffrey S. Rosenthal. „Optimal Scaling for Various Metropolis-Hastings Algorithms“. In: *Statistical Science* 16.4 (2001), ISSN: 08834237.

[402] Cajo J. F. ter Braak. *Genetic algorithms and Markov Chain Monte Carlo: Differential Evolution Markov Chain makes Bayesian computing easy: Report number 010404*. 2004.

[403] Don van Ravenzwaaij, Pete Cassey und Scott D. Brown. „A simple introduction to Markov Chain Monte-Carlo sampling“. In: *Psychonomic bulletin & review* 25.1 (2018), DOI: 10.3758/s13423-016-1015-8.

[404] Dan Lu u. a. „Bayesian calibration of terrestrial ecosystem models: a study of advanced Markov chain Monte Carlo methods“. In: *Biogeosciences* 14.18 (2017), DOI: 10.5194/bg-14-4295-2017.

[405] Jasper A. Vrugt u. a. „Treatment of input uncertainty in hydrologic modeling: Doing hydrology backward with Markov chain Monte Carlo simulation“. In: *Water Resources Research* 44.12 (2008), ISSN: 00431397. DOI: 10.1029/2007WR006720.

[406] Jasper A. Vrugt und Cajo J. F. ter Braak. „DREAMD: an adaptive Markov Chain Monte Carlo simulation algorithm to solve discrete, noncontinuous, and combinatorial posterior parameter estimation problems“. In: *Hydrology and Earth System Sciences* 15.12 (2011), DOI: 10.5194/hess-15-3701-2011.

[407] Jasper A. Vrugt und Mojtaba Sadegh. „Toward diagnostic model calibration and evaluation: Approximate Bayesian computation“. In: *Water Resources Research* 49.7 (2013), DOI: 10.1002/wrcr.20354.

[408] Tobias Lochbühler u. a. „Summary statistics from training images as prior information in probabilistic inversion“. In: *Geophysical Journal International* 201.1 (2015), ISSN: 0956-540X. DOI: 10.1093/gji/ggv008.

[409] Eric Laloy u. a. „Efficient posterior exploration of a high-dimensional groundwater model from two-stage Markov chain Monte Carlo simulation and polynomial chaos expansion“. In: *Water Resources Research* 49.5 (2013), DOI: 10.1002/wrcr.20226.

[410] Angelo J. Canty. „Hypothesis Tests of Convergence in Markov Chain Monte Carlo“. In: *Journal of Computational and Graphical Statistics* 8.1 (1999), ISSN: 10618600. DOI: 10.2307/1390922.

[411] Stephen P. Brooks und Paolo Giudici. „Markov Chain Monte Carlo Convergence Assessment via Two-Way Analysis of Variance“. In: *Journal of Computational and Graphical Statistics* 9.2 (2000), ISSN: 10618600. DOI: 10.2307/1390654.

[412] Jasper A. Vrugt u. a. „A Shuffled Complex Evolution Metropolis algorithm for optimization and uncertainty assessment of hydrologic model parameters“. In: *Water Resources Research* 39.8 (2003). DOI: 10.1029/2002WR001642.

[413] Andrew Gelman. „Inference and monitoring convergence“. In: *Markov Chain Monte Carlo in practice*. Hrsg. von Walter R. Gilks, Sylvia Richardson und David Spiegelhalter. Interdisciplinary statistics. Boca Raton, Florida: Chapman & Hall, 1998, ISBN: 0412055511.

[414] Stephen Brooks und Andrew Gelman. „General Methods for Monitoring Convergence of Iterative Simulations“. In: *Journal of Computational and Graphical Statistics* 7.4 (1998), ISSN: 10618600. DOI: 10.1080/10618600.1998.10474787.

[415] Mary Kathryn Cowles und Bradley P. Carlin. „Markov Chain Monte Carlo Convergence Diagnostics: A Comparative Review“. In: *Journal of the American Statistical Association* 91.434 (1996), DOI: 10.2307/2291683.

[416] *Bauwerksbuch nach DIN 1076 zur Brücke St 2096 über die Traun in Traunwalchen*. "04.05.2022".

[417] Deutsches Institut für Normung e.V. *DIN 1045:1972-01: Beton- und Stahlbetonbau - Bemessung und Ausführung*. 1972-01.

[418] *Planunterlagen zur Brücke über die Traun in Traunwalchen (Überführung der St 2096)*. 1972.

[419] *Statische Berechnung zum Neubau der Brücke über die Traun bei Traunwalchen St 2096 zwischen Matzing und Traunreuth, Teil A und B*.

[420] Deutsches Institut für Normung e.V. *DIN 1072:1967-11: Straßen- und Wegbrücken - Lastannahmen*. 1967-11.

[421] NATO Standardization Office. *STANAG2021: Military load classification of bridges, ferries, rafts and vehicles*.

[422] *Prüfbericht 2022 E nach DIN 1076 zur Brücke St 2096 über die Traun in Traunwalchen*. 26.01.2022.

[423] *Bauwerksbuch nach DIN 1076 zur Brücke B85 über den Regen Roding*. 17.08.2017.

[424] *Planunterlagen zur Regenbrücke in Roding*. 3/1965.

[425] IMH Ingenieurgesellschaft für Bauwesen und Geotechnik mbH. *Bausubstanzgutachten und Laboruntersuchungen zum Rückbau der Brücke der B 85 über den Regen in Roding: Projektnummer: 16131957*.

[426] Deutsches Institut für Normung e. V. *DIN 1072:1952-06: Straßen- und Wegbrücken - Lastennahmen*. 1952-06.

[427] Matthias Haslbeck, Thorsten Strübing und Thomas Braml. „Quantification of Uncertainties for Geodetic Observations in the Context of Bridge Surveillance“. In: *Proceedings of the 1st Conference of the European Association on Quality Control of Bridges and Structures*. Hrsg. von Carlo Pellegrino u. a. Bd. 200. Lecture Notes in Civil Engineering. Cham: Springer International Publishing, 2022, ISBN: 978-3-030-91876-7. DOI: 10.1007/978-3-030-91877-4_1.

[428] Horst Werkle. „Analysis of flat slabs by the finite element method“. In: *2nd International Symposium on Advances in Structural Engineering and Mechanics*. Hrsg. von Chang-Koon Choi und William Courtney Schnobrich. 2002. ISBN: 978898969305.

[429] Horst Werkle. *Finite Elemente in der Baustatik: Statik und Dynamik der Stab- und Flächentragwerke*. 4., aktualisierte Auflage. Wiesbaden und Heidelberg: Springer Vieweg, 2021. ISBN: 978-3-8348-2262-8.

[430] Helmut Eggert und Wolfgang Kauschke. *Lager im Bauwesen*. 2. Auflage. Berlin: Ernst & Sohn, 1996. ISBN: 3-433-01199-0.

[431] Deutsches Institut für Normung e.V. *DIN EN 1337-3:2018-02: Entwurf: Lager im Bauwesen - Teil 3: Elastomerlager*. 2018-02. DOI: 10.31030/2744429.

[432] Deutsches Institut für Normung e.V. *DIN EN 1991-2:2010-12, Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 2: Verkehrslasten auf Brücken; Deutsche Fassung EN 1991-2:2003 + AC:2010*. 2010-12. DOI: 10.31030/1723953.

[433] Nathabandu T. Kottegoda und Renzo Rosso. *Applied statistics for civil and environmental engineers*. 2nd edition. Oxford, UK: Blackwell Publishing, 2008. ISBN: 978-1-4051-7917-1.

[434] Tung Nguyen-Xuan u. a. „Model Updating for Large-Scale Railway Bridge Using Grey Wolf Algorithm and Genetic Alghorithms". In: *Journal of Materials and Engineering Structures* 9.4 (2022),

[435] Hieu Tran-Ngoc u. a. „Model Updating for Nam O Bridge Using Particle Swarm Optimization Algorithm and Genetic Algorithm". In: *Sensors (Basel, Switzerland)* 18.12 (2018). DOI: 10.3390/s18124131.

[436] Hans-Dieter Heike und Constantin Târcolea. *Grundlagen der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung: Statistik I*. Internationale Standardlehrbücher der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften. München: Oldenbourg, 2000. ISBN: 3-486-21009-2.

[437] Matthias Haslbeck und Thomas Braml. „Elaboration of a truncated probability function for the Young's modulus of concrete". In: *Life-Cycle of Structures and Infrastructure Systems*. Hrsg. von Fabio Biondini und Dan M. Frangopol. London: CRC Press, 2023, ISBN: 9781003323020. DOI: 10.1201/9781003323020-380.

[438] Markus Loch. „Beitrag zur Bestimmung von charakteristischen Werkstofffestigkeiten in Bestandstragwerken aus Stahlbeton". Technische Universität Kaiserslautern. Kaiserslautern: Technische Universität Kaiserslautern, 2014. DOI: 37669.

[439] Jürgen Schnell, Markus Loch und Na Zhang. „Umrechnung der Druckfestigkeit von zwischen 1943 und 1972 hergestellten Betonen auf charakteristische Werte". In: *Bauingenieur* (2010).

[440] Deutsches Institut für Normung e.V. *DIN EN 1992-2:2010-12, Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 2: Betonbrücken - Bemessungs- und Konstruktionsregeln; Deutsche Fassung EN 1992-2:2005 + AC:2008*. Berlin, 2010-12. DOI: 10.31030/1723952.

[441] Hans Blaut. *Statistische Verfahren für die Gütesicherung von Beton*. Wiesbaden und Berlin: Bauverlag, 1968.

[442] Deutsches Institut für Normung e.V. *DIN 1045:1959-11: Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton - A. Bestimmungen für Ausführung von Bauwerken aus Stahlbeton*. 1959-11.

[443] Otto Graf. *Die Eigenschaften des Betons: Versuchsergebnisse u. Erfahrungen zur Herstellung u. Beurteilung d. Betons*. 2., neubearbeitete Auflage von Walter Albrecht [u.] Hermann Schäffler. Berlin, Göttingen und Heidelberg: Springer, 1960. ISBN: 9783642862380.

[444] Wilhelm Künzel. *Der Weg zum guten Beton*. Karlsruhe: Badendruck GmbH, 1960er Jahre.

[445] Hubert Rüsch u. a. *Festigkeit und Verformung von unbewehrtem Beton unter konstanter Dauerlast: Versuchsergebnisse für zentrische und exzentrische Belastung: Heft 198*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Ernst & Sohn, 1968. ISBN: 978-3-410-65398-1.

[446] Michael Hansen. „Zur Auswirkung von Überwachungsmaßnahmen auf die Zuverlässigkeit von Betonbauteilen". Dissertation. Hannover, 2004.

[447] Deutsches Institut für Normung e. V. *DIN EN 1992-1-1:2011-01, Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 + AC:2010*. 2011-01.

[448] Klaus Walz. „Festigkeitsentwicklung von Betonen bis zum Alter von 30 und 50 Jahren“. In: *Betontechnische Berichte 1976*. Hrsg. von Kurt Walz. Betontechnische Berichte. Düsseldorf: Beton-Verlag, 1977. ISBN: 3764001038.

[449] Hans-Joachim Rüsch. „Die Streuung der Eigenschaften von Schwebebeton: IVBH Berichte der Arbeitskommissionen“. In: *Symposium sur les Notions de Securité des Structures et Methodes d'Elaboration des Projets* (1969), DOI: 10.5169/seals-5010.

[450] Deutsches Institut für Normung e.V. *DIN-Fachbericht 102:2003: Betonbrücken*. 2003.

[451] „Probabilistic Model Code: Part 3 - Resistance Models: 10.10.2000: (Latest Update 2011)“. In: *Probabilistic Model Code - Part I to IV*. Hrsg. von Joint Committee on Structural Safety. ISBN: 978-3-909386-79-6.

[452] *CEB-FIP model code 1990: Design code*. Bulletin d'information / Comité Euro-International du Béton. London: Telford, 1993. ISBN: 0727716964.

[453] Michael Six. *Sicherheitskonzept für nichtlineare Traglastverfahren im Betonbau (Heft 534)*. 1. Auflage. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton / Deutsches Institut für Normung. Berlin: Beuth, 2003. ISBN: 3410657347.

[454] Wolfgang Moosecker. *Zur Bemessung der Schubbewehrung von Stahlbetonbalken mit möglichst gleichmässiger Zuverlässigkeit (Heft 307): Eine sicherheitstheoretische Untersuchung unter Verwendung eines wirklichkeitsnahen, anhand von Versuchsergebnissen überprüften mechanischen Modells*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Berlin, München, Düsseldorf: Ernst & Sohn, 1979. ISBN: 9783433008591.

[455] Gerd Thielen. „Deterministische und stochastische Analyse des Tragverhaltens von Stahlbetonbauteilen unter Last- und Zwangsbeanspruchungen“. Dissertation. München: Technische Universität München, 1975.

[456] *Reliability of concrete structures: Final report of Permanent Commission I ; contribution à la 28. session plénière du C.E.B., Vienne, Septembre 1991*. Bd. 202. Bulletin d'information / Comité Euro-International du Béton. Lausanne: Comité Euro-International du Béton, 1991. ISBN: 978-2-88394-007-9.

[457] Dimitri Val, Fiodor Bljuger und David Yankelevsky. „Reliability evaluation in nonlinear analysis of reinforced concrete structures“. In: *Structural Safety* 19.2 (1997), ISSN: 0167-4730. DOI: 10.1016/S0167-4730(96)00025-2.

[458] Martin Schäper. „Ecm - Der E-Modul des Betons ist keine fixe Größe“. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 97.5 (2002), ISSN: 00059900. DOI: 10.1002/best.200201030.

[459] Konrad Bergmeister und Ulrich Santa. „Brückeninspektion und -überwachung“. In: *Beton-Kalender 2004*. Hrsg. von Konrad Bergmeister und Johann-Dietrich Wörner. Berlin, München und Düsseldorf: Ernst, 2004, ISBN: 3433016682.

[460] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e.V., Hrsg. *Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA*. 2. überarbeitete Auflage. Bd. Heft 600. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Berlin, Wien und Zürich: Beuth Verlag GmbH, 2020. ISBN: 978-3-410-65838-2.

[461] Harald S. Müller und "Hans–Wolf" Reinhardt. „Beton“. In: *Beton–Kalender 2009*. Hrsg. von Konrad Bergmeister, Frank Fingerloos und Johann–Dietrich Wörner. Wiley, 2008, ISBN: 9783433018545. DOI: 10.1002/9783433600344.ch1.

[462] Wolfgang Brameshuber. „Bruchmechanische Eigenschaften von jungem Beton“. Dissertation. Karlsruhe: Universität Karlsruhe, 1988.

[463] Harald Budelmann. *Verhalten von Beton bei mäßig erhöhten Betriebstemperaturen*. Bd. Heft 404. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton. Berlin: Beuth, 1989. ISBN: 3-410-65604-9.

[464] Eberhard Brommundt und Gottfried Sachs. *Technische Mechanik: Eine Einführung*. 2., neubearbeitete und erweiterte Auflage. Springer-Lehrbuch. Berlin und Heidelberg: Springer, 1991. ISBN: 978-3-540-54527-9.

[465] Deutsches Institut für Normung e.V. *DIN EN 1337-3:2018-02, Lager im Bauwesen - Teil 3: Elastomerlager (Entwurf)*. Februar 2018. DOI: 10.31030/2744429.

[466] Yashar Forouzandeh. *Baugrundkennwerte Traunwalchen - Kennwerte Pfahlgründung: E-Mail*. 17.07.2023.

[467] Richard Jelinek. *Ergänzung zur gutachterlichen Stellungnahme zum Bauvorhaben "Brücke Traunwalchen": Labor Nr. 6805/3*.

[468] Deutsche Gesellschaft für Geotechnik e. V., Hrsg. *Empfehlungen des Arbeitskreises "Pfähle" (EA-Pfähle)*. 2., ergänzte und erweiterte Auflage. Berlin: Ernst & Sohn, 2012. ISBN: 978-3-433-60156-3.

[469] Yashar Forouzandeh. *Baugrundkennwerte Roding / Traunwalchen - Bettung Pfahlkopfbalken Traunwalchen: E-Mail*. 14.04.2023.

[470] Ulrich Deutsch. „Sicherheitskonzept für die Bemessung von Gründungskörpern des Massivbaus“. Dissertation. Darmstadt: Technische Hochschule Darmstadt, 1983.

[471] Wan-Huan Zhou, Zhen-Yu Yin und Ka-Veng Yuen, Hrsg. *Practice of Bayesian Probability Theory in Geotechnical Engineering*. Singapore: Springer Singapore, 2021. ISBN: 978-981-15-9104-4. DOI: 10.1007/978-981-15-9105-1.

[472] Maximilian Huber. „Soil variability and its consequences in geotechnical engineering“. Dissertation. Stuttgart: Universität Stuttgart, 2013.

[473] Kok-Kwang Phoon und Fred H. Kulhawy. „Characterization of geotechnical variability“. In: *Canadian Geotechnical Journal* 36.4 (1999), DOI: 10.1139/t99-038.

[474] Jörg Hermel. *Berechnungen zum Bettungsmodul für die Regenbrücke Roding*.

[475] IMH Ingenieurgesellschaft für Bauwesen und Geotechnik mbH. *Geotechnischer Bericht (Baugrunderkungung, Baugrundgutachten) zum Bauwerk BW5-1 über den Regen bei Roding: Projektnummer: 16131957-1*.

[476] Kok-Kwang Phoon. *Reliability-based design in geotechnical engineering: Computations and applications*. 1. Auflage. London: Taylor & Francis, 2008. ISBN: 978-0-415-39630-1.

[477] James Michael Duncan. „Factors of Safety and Reliability in Geotechnical Engineering“. In: *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 126.4 (2000), ISSN: 1090-0241. DOI: 10.1061/(ASCE)1090-0241(2000)126:4(307).

[478] Gerhard Spaethe. *Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen*. 2., neubearbeitete Auflage. Wien und New York: Springer-Verlag, 1992. ISBN: 3-211-82348-4.

[479] „Probabilistic Model Code: Part 2 - Load Models: JCSS-VROU-12-03-97: (Latest Update 2015)“. In: *Probabilistic Model Code - Part I to IV*. Hrsg. von Joint Committee on Structural Safety. ISBN: 978-3-909386-79-6.

[480] Deutsches Institut für Normung e.V. *DIN EN 1991-1-1:2010-12, Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-1: Allgemeine Einwirkungen auf Tragwerke - Wichten, Eigengewicht und Nutzlasten im Hochbau; Deutsche Fassung EN 1991-1-1:2002 + AC:2009*. 2010-12. DOI: 10.31030/1719026.

[481] Thorsten Bach. „Tragfähigkeitsnachweise von Stahlbetonquerschnitten bei Biegebeanspruchung mit und ohne Längskraft auf Grundlage der Zuverlässigkeitstheorie der Stufe II“. Dissertation. Dresden: Technische Universität Dresden, 1992.

[482] Fédération internationale du béton, Hrsg. *Constitutive modelling of high strength/high performance concrete*. Lausanne, 2008.

[483] International Council for Building Research, Studies and Documentation. *Actions on Structures: Self-Weight Loads, CIB Publication 115*. Rotterdam, 1989.

[484] Jörg Schneider. „Zur Dominanz der Lastannahmen im Sicherheitsnachweis“. In: *Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Dr. Edoardo Anderheggen*. ETH Zurich, 1999,

[485] Vazul Boros. „Reassessment of the Partial Safety Factor for Self Weight of Existing Bridges“. In: *Proceedings of the 17th International Probabilistic Workshop (IPW 2019)*. Hrsg. von Heriot-Watt University. 2019,

[486] Milan Holicky, Jana Markova und Miroslav Sykora. „Partial factors for assessment of existing reinforced concrete bridges“. In: *Proceedings of the 6th International Probabilistic Workshop, Darmstadt*. 2008,

[487] Günther Maaß und Rüdiger Rackwitz. „Maßabweichungen bei Ortbetonbauten“. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 75.1 (1980), ISSN: 00059900. DOI: 10.1002/best.198000040.

[488] Juan R. Casas und Juan A. Sobrino. „Probabilistic response of reinforced and prestressed bridge cross-sections“. In: *IABSE reports - Rapports AIPC - IVBH Berichte* 67 (1993), DOI: 10.5169/seals-51382.

[489] Haig Gulvanessian, Jean Armand Calgaro und Milan Holický. *Designers' guide to Eurocode: Basis of structural design ; EN 1990*. 2.Auflage. Designers' guides to the Eurocodes. London: ICE Publishing, 2012. ISBN: 978-0-7277-4171-4.

[490] Haig Gulvanessian und Milan Holický. *Basis of design*. Bd. 1. Eurocode design handbooks. London: Telford, 1996. ISBN: 0727725246.

[491] Oswald Klingmüller und Ulrich Bourgund. *Sicherheit und Risiko im konstruktiven Ingenieurbau*. Braunschweig und Wiesbaden: Vieweg, 1992. ISBN: 978-3-528-08835-4.

[492] Milík Tichý. „Dimensional Variations“. In: *Proceedings of the RILEM Symposium on Quality Control of Concrete Structures*. Hrsg. von Swedish Cement and Concrete Research Institute. 1979,

[493] Frank Daniel Scherbaum. „Zustandsbewertung von Brücken unter Berücksichtigung der temperaturabhängigen Steifigkeit des Fahrbahnbelages“. Dissertation. Universität Luxemburg, 2019.

[494] Louis Francken und Johan Verstraeten. „Methods for predicting moduli und fatigue laws of bitumious road mixes under repeated bending“. In: *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board* 515 (1974),

[495] Rolf Leutner, Holger Lorenzl und Konrad Schmoeckel. *Stoffmodelle zur Voraussage des Verformungswiderstandes und Ermüdungsverhaltens von Asphaltbefestigungen: Bericht zum Forschungsprojekt FE 04.187/2001/AGB*. Bd. 45. Berichte der Bundesanstalt für Straßenwesen S, Strassenbau. Bremerhaven: Wirtschaftsverlag NW Verlag für neue Wissenschaft, 2006. ISBN: 3-86509-409-0.

[496] *Mechanisches Verhalten von Asphalt in Befestigungen für Verkehrsflächen - Eingangsgrößen in die Bemessung (Materialkennwerte)*. Ausg. 2006. Bd. Nr. 65. FGSV-Arbeitspapier / Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen. Köln: FGSV, 2006.

[497] Jürgen Krieger. *Untersuchung am Brückenbelag einer orthotropen Fahrbahnplatte: Bericht zum Forschungsprojekt 90210*. Bd. H 8. Berichte der Bundesanstalt für Straßenwesen B, Brücken- und Ingenieurbau. Bremerhaven: Wirtschaftsverlag NW Verlag für neue Wissenschaft, 1995. ISBN: 3-89429-586-4.

[498] Bertil Persson. „Poisson's ratio of high-performance concrete“. In: *Cement and Concrete Research* 29 (1999),

[499] Sami A. Klink. „Poisson's ratio variations in concrete“. In: *Experimental Mechanics* 15.4 (1975), ISSN: 0014-4851. DOI: 10.1007/BF02318850.

[500] Giovanni Battista Rossi. *Measurement and probability: A probabilistic theory of measurement with applications*. Bd. 1. Springer series in measurement science and technology. Dordrecht: Springer, 2014. ISBN: 978-94-017-8824-3.

[501] Deutsches Institut für Normung e.V. *DIN 1319-3:1996-05, Grundlagen der Meßtechnik -Teil 3: Auswertung von Messungen einer einzelnen Meßgröße, Meßunsicherheit*. Mai 1996. DOI: 10.31030/7204542.

[502] Boris Resnik und Ralf Bill. *Vermessungskunde für den Planungs-, Bau- und Umweltbereich*. 4., neu bearbeitete und erweiterte Auflage. Berlin und Offenbach: Wichmann, 2018. ISBN: 978-3-87907-650-5.

[503] BIPM u. a. *Evaluation of measurement data – Supplement 2 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" — Extension to any number of output quantities*. Hrsg. von Joint Committee for Guides in Metrology.

[504] ISO und BIPM. *ISO/IEC Guide 98-3:2008, Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM)*. Januar 1993.

[505] BIPM u. a. *Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM): JCGM 100:2008*. 2008.

[506] BIPM u. a. *Evaluation of measurement data - Supplement 1 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" — Propagation of distributions using a Monte Carlo method: JCGM 101:2008*. Hrsg. von Joint Committee for Guides in Metrology.

[507] BIPM u. a. *Guide to the expression of uncertainty in measurement - Part 6: Developing and using measurement models: JCGM GUM-6:2020*. Hrsg. von Joint Committee for Guides in Metrology.

[508] Deutsches Institut für Normung e.V. *DIN 1319-1:1995-01, Grundlagen der Meßtechnik -Teil 1: Grundbegriffe*. Januar 1995. DOI: 10.31030/2713411.

[509] Deutsches Institut für Normung e.V. *DIN 1319-2:2005-10, Grundlagen der Messtechnik -Teil 2: Begriffe für Messmittel*. Berlin, Oktober 2005. DOI: 10.31030/9638814.

[510] Deutsches Institut für Normung e.V. *DIN 1319-4:1999-02, Grundlagen der Meßtechnik -Teil 4: Auswertung von Messungen; Meßunsicherheit*. Februar 1999. DOI: 10.31030/8036548.

[511] Jörg Hoffmann, Hrsg. *Handbuch der Messtechnik*. 4., neu bearbeitete Auflage. München: Hanser, 2012. ISBN: 978-3-446-42736-5.

[512] Valerij A. Slaev, Anna G. Chunovkina und Leonid A. Mironovskij. *Metrology and theory of measurement*. Bd. 20. De Gruyter studies in mathematical physics. Berlin: De Gruyter, 2013. ISBN: 978-3-11-028482-9.

[513] Hans Hart, Werner Lotze und Eugen-Georg Woschni. *Meßgenauigkeit*. 3., verbesserte und aktualisierte Auflage. München und Wien: Oldenbourg, 1997. ISBN: 9783486227741.

[514] Bertold Witte, Peter Sparla und Jörg Blankenbach. *Vermessungskunde für das Bauwesen mit Grundlagen des Building Information Modeling (BIM) und der Statistik*. 9., neu bearbeitete und erweiterte Auflage. Berlin und Offenbach: Wichmann, 2020. ISBN: 978-3-87907-657-4.

[515] Ifan Hughes und Thomas P. A. Hase. *Measurements and their uncertainties: A practical guide to modern error analysis*. 1. publication. Oxford und New York: Oxford Univ. Press, 2010. ISBN: 978-0199566334.

[516] Jörg Hoffmann, Hrsg. *Taschenbuch der Messtechnik*. 7., aktualisierte Auflage. Hanser eLibrary. München: Hanser, 2015. ISBN: 978-3-44644271-9. DOI: 10.3139/9783446445116.

[517] Rainer Parthier. *Messtechnik: Grundlagen und Anwendungen der elektrischen Messtechnik*. 8., überarbeitete und erweiterte Auflage. Lehrbuch. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2016. ISBN: 978-3-658-13598-0. DOI: 10.1007/978-3-658-13598-0.

[518] Michael Hernla. „Meßunsicherheit und Fähigkeit - Eine Übersicht für die betriebliche Praxis". In: *Qualität und Zuverlässigkeit* 41 (1996),

[519] Jan-Hauke Bartels und Steffen Marx. „Addressing Time Variance in Measurement Systems with Bayesian Model Updating". In: *Sensors and Materials* 37.3 (2025), ISSN: 0914-4935. DOI: 10.18494/SAM5393.

[520] Brandon Austin Barry. *Errors in practical measurement in science, engineering, and technology*. A Wiley-interscience publication. New York: Wiley, 1978. ISBN: 0-471-03156-9.

[521] Miguel Solaguren-Beascoa Fernández, J. M. Alegre Calderón und P. M. Bravo Díez. „Implementation in MATLAB of the adaptive Monte Carlo method for the evaluation of measurement uncertainties". In: *Accreditation and Quality Assurance* 14.2 (2009), DOI: 10.1007/s00769-008-0475-6.

[522] Matthias Haslbeck, Jörg Böttcher und Thomas Braml. „An Uncertainty Model for Strain Gages Using Monte Carlo Methodology". In: *Sensors (Basel, Switzerland)* 23.21 (2023). DOI: 10.3390/s23218965.

[523] Larry Wasserman. *All of nonparametric statistics*. Springer texts in statistics. New York, NY: Springer, 2006. ISBN: 978-0387-25145-5. URL: http://www.loc.gov/catdir/enhancements/fy0662/2005925603-d.html.

[524] Thomas Braml, Matthias Haslbeck und Johannes Wimmer. „Digitalisierung in der Versuchsführung und Monitoring von Bauwerken“. In: *2024 BetonKalender*. Hrsg. von Konrad Bergmeister, Frank Fingerloos und Johann–Dietrich Wörner. Wiley, 2023, ISBN: 9783433034064. DOI: 10.1002/9783433611494.ch9.

[525] Deutsches Institut für Normung. *DIN 66001: Informationsverarbeitung; Sinnbilder und ihre Anwendung: Information processing; graphical symbols and their application*. Dezember 1983.

[526] Matthias Haslbeck, Michael A. Kraus und Thomas Braml. „Bayesian Reliability Assessment and System Identification for Existing Concrete Bridge Structures: Elaboration of a template for existing civil engineering structures“. In: *Proceedings of the 17th International Probabilistic Workshop*. 2019.

[527] Matthias Haslbeck und Thomas Braml. „The Role of Uncertainty Propagation for Digital Twins“. In: *20th International Probabilistic Workshop*. Hrsg. von José C. Matos u. a. Bd. 494. Lecture Notes in Civil Engineering. Cham: Springer Nature Switzerland, 2024, ISBN: 978-3-031-60270-2. DOI: 10.1007/978-3-031-60271-9_28.

[528] Tim J. Sullivan. „Sensitivity Analysis and Model Reduction“. In: *Introduction to Uncertainty Quantification*. Hrsg. von Tim J. Sullivan. Bd. 63. Texts in Applied Mathematics. Cham: Springer International Publishing, 2015, ISBN: 978-3-319-23394-9. DOI: 10.1007/978-3-319-23395-6_10.

[529] Zhaoxu Yuan u. a. „Parameter selection for model updating with global sensitivity analysis“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 115 (2019), ISSN: 08883270. DOI: 10.1016/j.ymssp.2018.05.048.

[530] Costas Argyris u. a. „Bayesian Model-Updating Using Features of Modal Data: Application to the Metsovo Bridge“. In: *Journal of Sensor and Actuator Networks* 9.2 (2020). DOI: 10.3390/jsan9020027.

[531] Li Na Yue und Sheng Li. „The Finite Element Model Updating of Long Span Cable-Stayed Bridge Based on Static and Dynamic Loading Test“. In: *Applied Mechanics and Materials* 644-650 (2014), DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.644-650.5014.

[532] David Bolin und Jonas Wallin. „Local scale invariance and robustness of proper scoring rules“. In: *Statistical Science* 38.1 (2023). ISSN: 08834237. DOI: 10.1214/22-STS864.

[533] Masoud Sanayei und Michael J. Saletnik. „Parameter Estimation of Structures from Static Strain Measurements. II: Error Sensitivity Analysis“. In: *Journal of Structural Engineering* 122.5 (1996), ISSN: 0733-9445. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1996)122:5(563).

[534] Masoud Sanayei und Stephen F. Scampoli. „Structural Element Stiffness Identification from Static Test Data“. In: *Journal of Engineering Mechanics* 117.5 (1991), DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1991)117:5(1021).

[535] Oliver Fischer, Sebastian Thoma und Simone Crepaz. „Quasikontinuierliche faseroptische Dehnungsmessung zur Rissdetektion in Betonkonstruktionen“. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 114.3 (2019), ISSN: 00059900. DOI: 10.1002/best.201800089.

[536] *Nachrechnung zur Brücke über den Regen bei Roding (Längsrichtung in Stufe 1)*.

[537] Deutsches Institut für Normung. *DIN-Fachbericht 101:2009-03: Einwirkungen auf Brücken*. März 2009.

[538] Deutsches Institut für Normung. *DIN 1076:1999-11: Ingenieurbauwerke im Zuge von Straßen und Wegen - Überwachung und Prüfung: Engineering structures in connection with roads - inspection and test*. November 1999. DOI: 10.31030/8499929.

[539] Masoud Sanayei und Michael J. Saletnik. „Parameter Estimation of Structures from Static Strain Measurements. I: Formulation“. In: *Journal of Structural Engineering* 122.5 (1996), DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1996)122:5(555).

[540] Masoud Sanayei u. a. „Structural Model Updating Using Experimental Static Measurements“. In: *Journal of Structural Engineering* 123.6 (1997), ISSN: 0733-9445. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1997)123:6(792).

[541] Laura Ierimonti u. a. „Bayesian-Based Damage Assessment of Historical Structures Using Vibration Monitoring Data“. In: *Civil Structural Health Monitoring*. Hrsg. von Carlo Rainieri u. a. Bd. 156. Lecture Notes in Civil Engineering. Cham: Springer International Publishing, 2021, ISBN: 978-3-030-74257-7. DOI: 10.1007/978-3-030-74258-4_28.

[542] In Hwan Yang. „Uncertainty and updating of long-term prediction of prestress forces in PSC box girder bridges“. In: *Computers & Structures* 83.25-26 (2005), ISSN: 00457949. DOI: 10.1016/j.compstruc.2005.02.030.

[543] Lanxin Luo, Huaqiang Zhong und Ye Xia. „Bayesian model updating of a large-span steel tied arch bridge: an experimental study“. In: *Structural engineering for future societal needs*. Hrsg. von H. H. Snijder. Red Hook, NY: Curran Associates Inc, 2021, ISBN: 9781713836254.

[544] Wonsuk Park, Ho-Kyung Kim und Park Jongchil. „Finite Element Model Updating for a Cable-Stayed Bridge Using Manual Tuning and Sensitivity-Based Optimization“. In: *Structural Engineering International* 22.1 (2012), ISSN: 1016-8664. DOI: 10.2749/101686612X13216060212870.

[545] He-Qing Mu u. a. „Analysis of Structural Health Monitoring Data with Correlated Measurement Error by Bayesian System Identification: Theory and Application“. In: *Sensors* 22.20 (2022). DOI: 10.3390/s22207981.

[546] Ronald T. Kneusel. *Random numbers and Computers*. Cham: Springer, 2018. ISBN: 978-3-319-77697-2. DOI: 10.1007/978-3-319-77697-2.

[547] Harald Niederreiter. *Random number generation and Quasi-Monte Carlo methods: Author's expanded lecture notes from his talks at the NSF-CBMS Regional Research Conference on Random Number Generation and Quasi-Monte Carlo Methods held at the University of Alaska at Fairbanks, Aug. 13-17, 1990*. Bd. 63. CBMS-NSF regional conference series in applied mathematics. Philadelphia, Pennsylvania: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992. ISBN: 978-0-898712-95-7. DOI: 10.1137/1.9781611970081.

[548] Reuven Y. Rubinstein und Dirk P. Kroese. *Simulation and the Monte Carlo method*. 2nd edition. Wiley series in probability and statistics. Hoboken, NJ: Wiley, 2008. ISBN: 0470177942.

[549] Robert E. Melchers und André T. Beck. *Structural reliability analysis and prediction*. 3nd edition. Hoboken, NJ: Wiley, 2018. ISBN: 9781119266075.

[550] Makoto Matsumoto und Takuji Nishimura. „Mersenne Twister: A 623-Dimensionally Equidistributed Uniform Pseudo-Random Number Generator“. In: *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation* 8.1 (1998), ISSN: 1049-3301. DOI: 10.1145/272991.272995.

[551] John von Neumann. „Various techniques used in connection with random digits“. In: *National Bureau of Standards Applied Math Series* 12 (1951),

[552] Michael D. McKay, Richard J. Beckman und Wiliam J. Conover. „A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code“. In: *Technometrics* 21.2 (1979), ISSN: 00401706. DOI: 10.1080/00401706.1979.10489755.

[553] Sebastian Burhenne, Dirk Jacob und Gregor P. Henze. „Sampling based on Sobol' sequences for Monte Carlo techniques applied to building simulations“. In: *Driving better design through simulation*. Hrsg. von Veronica Soebarto. Belconnen: IBPSA Australasia, 2011. ISBN: 9780646565101.

[554] Michael Stein. „Large Sample Properties of Simulations Using Latin Hypercube Sampling“. In: *Technometrics* 29.2 (1987). ISSN: 00401706. DOI: 10.2307/1269769.

[555] Guillaume Damblin und Alberto Ghione. „Adaptive use of replicated Latin Hypercube Designs for computing Sobol' sensitivity indices“. In: *Reliability Engineering & System Safety* 212 (2021). ISSN: 09518320. DOI: 10.1016/j.ress.2021.107507.

[556] Hans Janssen. „Monte-Carlo based uncertainty analysis: Sampling efficiency and sampling convergence“. In: *Reliability Engineering & System Safety* 109 (2013), ISSN: 09518320. DOI: 10.1016/j.ress.2012.08.003.

[557] Ilya M. Sobol. „On the distribution of points in a cube and the approximate evaluation of integrals“. In: *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics* 7 (1967), DOI: 10.1016/0041-5553(67)90144-9.

[558] Emanouil Atanassov und Sofiya Ivanovska. „On the Use of Sobol' Sequence for High Dimensional Simulation“. In: *Computational Science – ICCS 2022*. Hrsg. von Derek Groen u. a. Cham: Springer International Publishing, 2022, ISBN: 978-3-031-08760-8. DOI: 10.1007/978-3-031-08760-8_53.

[559] R. Haag, G. Bayer und M. Zimmermann. „Vermessen mit der automatischen Feinzielung des TCA 1800 von Leica“. In: *Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik* 7 (1997). DOI: 10.5169/seals-235360.

[560] Thorsten Strübing. *Unsicherheitsbetrachtung für die Messungen an der Brücke Traunwalchen: persönliches Telefonat*. 4.10.2022.

[561] Thomas Hesse. *Seminar "Erschwerte DMS Installation auf Beton"*. Neubiberg, 29.-30.03.2021.

[562] Jörg Schwarz. *Messunsicherheit des Messsystems Interrogator Typ ODiSI 6108: E-Mail*. 7.10.2021.

[563] Thomas Hesse. *Unsicherheitsbestimmung Piezoelektrischer Beschleunigungssenorik aus Kalibrierprotokollen: persönliches Telefonat*. 22.06.2022.

[564] Wilka Montero u. a. „Uncertainties Associated with Strain-Measuring Systems Using Resistance Strain Gauges“. In: *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design* 46.1 (2011), ISSN: 0309-3247. DOI: 10.1243/03093247JSA661.

[565] Balasubramanian Vasuki, Mangalanathan Umapathy und A. R. Senthilkumarr. „Uncertainty analysis of strain gage circuits: interval method and interval algorithm“. In: *International journal on smart sensing and intelligent systems* 2.3 (2009).

[566] Jan Lotichius. „Modellbildung der Messunsicherheit resistiver Sensorsysteme“. Dissertation. Darmstadt: Technische Universität Darmstadt, 2017.

[567] Pavel Dokoupil. „Determination of Measurement Uncertainty of Strain and Stress Using Strain Gages“. In: *Transactions of the VŠB - Technical University of Ostrava, Mechanical Series* 63.1 (2017), DOI: 10.22223/tr.2017-1/2023.

[568] Ivano Azzini, Thierry Mara und Rossana Rosati. *Monte Carlo estimators of first-and total-orders Sobol' indices*. 2020. DOI: 10.48550/arXiv.2006.08232.

[569] Ivano Azzini und Rossana Rosati. „Sobol' main effect index: an Innovative Algorithm (IA) using Dynamic Adaptive Variances“. In: *Reliability Engineering & System Safety* 213 (2021), ISSN: 09518320. DOI: 10.1016/j.ress.2021.107647.

[570] Hervé Monod, Cédric Naud und David Makowski. „Uncertainty and sensitivity analysis for crop models“. In: *Working with dynamic crop models*. Hrsg. von Daniel Wallach. Amsterdam und Heidelberg: Elsevier, 2006, ISBN: 0-444-52135-6.

[571] Liang Zhang, Zhuo Zhuang und Haisheng Zhao. „Sensitivity analysis of transmission loss of side outlet muffler with conical joint“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 218 (2024), ISSN: 08883270. DOI: 10.1016/j.ymssp.2024.111557.

[572] Mikhail Gasanov u. a. „Sensitivity Analysis of Soil Parameters in Crop Model Supported with High-Throughput Computing“. In: *Computational Science – ICCS 2020*. Hrsg. von Valeria V. Krzhizhanovskaya u. a. Bd. 12143. Lecture Notes in Computer Science. Cham: Springer International Publishing, 2020, ISBN: 978-3-030-50435-9. DOI: 10.1007/978-3-030-50436-6_54.

[573] Philipp Stahn u. a. „Combining global sensitivity analysis and multiobjective optimisation to estimate soil hydraulic properties and representations of various sole and mixed crops for the agro-hydrological SWAP model“. In: *Environmental Earth Sciences* 76.10 (2017). DOI: 10.1007/s12665-017-6701-y.

[574] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e.V., Hrsg. *Erläuterungen zu DIN 1045-1*. 2., überarbeitete Auflage. Bd. Heft 525. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Berlin, Wien und Zürich: Beuth, 2010. ISBN: 978-3-410-65054-6.

[575] Ulrich Vismann. *Zuverlässigkeitstheoretische Verifikation von Bemessungskriterien im Stahlbetonbau*. Bd. 4/95. Berichte aus dem konstruktiven Ingenieurbau. München, 1995.

[576] Deutsches Institut für Normung. *DIN 1045-1:2001-07: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion*. 2001-07.

[577] Deutsches Institut für Normung e.V. *DIN 1045-1:2008-08: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion*. 2008-08.

[578] Tryggve Degerman. „Dimensionering av Betongkonstruktioner enligt Sannolikhetsteoretiska metoder: Design of Concrete Structures with Probabilistic Methods“. Dissertation. Lund University, 1981.

[579] Tanja Brockmann. *Ringversuch zur Ermittlung des statischen Elastizitätsmoduls: Abschlussbericht; Forschungsbericht Nr. F 799 vom 04.08.2000*. Hrsg. von Institut für Bauforschung, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen. Stuttgart, 2001.

[580] Milík Tichý und Milos Vorlíček. *Statistical Theory of concrete structures: With special reference to ultimate design*. Shannon: Irish University Press, 1972. ISBN: 9780716520801.

[581] Adriaan C.W.M. Vrouwenvelder und A.J.M. Siemes. „Probabilistic calibration procedure for the derivation of partial safety factors for the Netherlands building codes“. In: *HERON* 32 (1987),

[582] Achim Johannis. „Zur Zuverlässigkeit und Wirtschaftlichkeit nichtlinear bemessener Stahlbetontragwerke“. Dissertation. Technische Universität München, 1999.

[583] *Der Ingenieurbau - Tragwerkszuverlässigkeit, Einwirkungen*. Der Ingenieurbau. Berlin: Ernst & Sohn, 1997. ISBN: 3433015740.

[584] Jörg Schneider. *Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen: Grundwissen für Ingenieure*. 2., überarbeitete Auflage. Zürich und Stuttgart: vdf Hochschulverlag AG an der ETH und Teubner, 1996. ISBN: 3-7281-2167-3.

[585] Dietmar Hosser. *Tragfähigkeit und Zuverlässigkeit von Stahlbetondruckgliedern: Vereinfachte Nachweise bei beliebigen Einwirkungen und Randbedingungen*. Bd. 28. Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau an der TH Darmstadt. Berlin: Ernst & Sohn, 1978. ISBN: 9783433008355.

[586] Günther Maaß und Rüdiger Rackwitz. *Geometrische Imperfektionen bei Stahlbetonstützen*. Bd. 11. Berichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke. München: Technische Universität, 1976.

[587] Michael Hansen und Jürgen Grünberg. „Überwachungsmaßnahmen und Bauwerkszuverlässigkeit – Zusammenhänge und Auswirkungen“. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 101.5 (2006), ISSN: 00059900. DOI: 10.1002/best.200600478.

[588] Günther Maaß. *Statistische Untersuchungen von geometrischen Abweichungen an ausgeführten Stahlbetonbauteilen*. Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke. München: Sonderforschungsbereich 96 und Laboratorium für den Konstruktiven Ingenieurbau (LKI), Technische Universität München.

[589] Arne Johansson und Birger Warris. *Deviations in the location of reinforcement*. Bd. 40. Handlingar / Svenska Forskningsinstitutet för Cement och Betong. Stockholm: Swedish Cement and Concrete Research Inst, 1969.

[590] Sher Ali Mirza und James G. MacGregor. „Variations in dimensions of Reinforced Concrete Members“. In: *Journal of the Structural Division* 105.12 (1979), DOI: 10.1061/JSDEAG.0005307.

[591] Emil Grasser und U. Krämer. „Die Auswirkungen streuender Einflussparameter auf die Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetondecken in Büroräumen“. In: *Sicherheit von Betonbauten. Beiträge zur Arbeitstagung Berlin 7./8. Mai 1973*. Hrsg. von Deutscher Beton-Verein e.V. Wiesbaden: Deutscher Beton-Verein e.V.,

[592] Milan Holický und Milos Vorlíček. „Statistical Analysis of Geometric Accuracy of Assembled Structures“. In: *Proceedings of the RILEM Symposium on Quality Control of Concrete Structures*. Hrsg. von Swedish Cement and Concrete Research Institute. 1979,

[593] Rolf Pottharst. *Zur Wahl eines einheitlichen Sicherheitskonzepts für den konstruktiven Ingenieurbau*. Bd. 22. Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt. Berlin: Ernst, 1977. ISBN: 3433007799.

[594] Oskar Szepesszentgyorgyi. „Deviation of dead weight from design values“. In: *Batiment International, Building Research and Practice* 3.3 (1975). ISSN: 0182-3329. DOI: 10.1080/09613217508550382.

[595] Joint Committee on Structural Safety. *Structural Safety: First order reliability concepts for design codes, CEB Bulletin d´Information No. 112*. Paris, 1976.

[596] Alexander Markus Fischer. „Bestimmung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte zur semiprobalistischen Bemessung von Stahlbetonkonstruktionen im Bestand“. Dissertation. Kaiserslautern: Technische Universität Kaiserslautern, 2011.

[597] Jesús Rodríguez. *A validated users manual for assessing the residual service life of concrete structures: Manual for assessing corrosion-affected concrete structures, EC Innovation Programme CONTECVET IN 309021*.

[598] Jörg Schneider. „Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Bauwerke“. In: *Schweizer Ingenieur und Architekt* 108.46 (1990),

[599] Rainer Dillmann. *Toleranzen der Betondeckung: Bauforschungsbericht BI5 - 80 01 89 7: F 2176*. Bauforschungsberichte des Bundesministers für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau. Fraunhofer IRB Verlag, 1990.

[600] Hansgünther Dobbelmann, J. Franke und S. Holler. „Einhaltung der Mindestbetondeckung - Empfehlungen für Bauplanung und Bauausführung“. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 91.8 (1996), ISSN: 00059900. DOI: 10.1002/best.199600330.

[601] Pavel Marek, Milan Guštar und Leander Bathon. *Tragwerksbemessung: Von deterministischen zu probabilistischen Verfahren*. Prag: Academia, 1998. ISBN: 8020007067.

[602] Ersin Arioglu u. a. „The control of dimensional variations of precast concrete systems and effects on structural stability“. In: *Proceedings of the RILEM Symposium on Quality Control of Concrete Structures*. Hrsg. von Swedish Cement and Concrete Research Institute. 1979,

[603] Markus Höptner. „Untersuchungen zur Ermittlung des Lastfaktors für die Eigenlast der Brückenüberbauten“. In: *Die Straße* 23.9 (1983),

[604] Svend Engelund u. a. *General guidelines for durability design and redesign: DuraCrete: Probabilistic Performance based Durability Design of Concrete Structures*. Hrsg. von The European Union - Brite EuRam III. 2000.

[605] Rüdiger Rackwitz. „Zuverlässigkeit und Lasten im konstruktiven Ingenieurbau: Teil I: Zuverlässigkeitstheoretische Grundlagen (Vorlesungsskript)“. Technische Universität München, 2004.

[606] Arne I. Johnson. „Strength, safety and economical dimensions of structures“. Dissertation. Stockholm: Technische Hochschule Stockholm, 1953.

[607] Andrzej S. Nowak, Anna M. Rakoczy and Ewa K. Szeliga. „Revised Statistical Resistance Models for R/C Structural Components“. In: *ACI Symposium Publication* 284 (2012). DOI: 10.14359/51683801.

[608] Palle Thoft-Christensen und Michael J. Baker. *Structural Reliability Theory and Its Applications*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1982. ISBN: 0387117318. DOI: 10.1007/978-3-642-68697-9.

[609] Milík Tichy. „Variability of Dimensions of Concrete Elements“. In: *Proceedings of the RILEM Symposium on Quality Control of Concrete Structures*. Hrsg. von Swedish Cement and Concrete Research Institute. 1979,

[610] Jürgen Schnell, Alexander Fischer und Markus Loch. *Anwendung von Teilsicherheitsbeiwerten auf Bestandsbauten im Hochbau: Abschlussbericht Nr. F 2719*. Forschungsinitiative Zukunft Bau. Stuttgart: Fraunhofer-IRB-Verlag, 2009. ISBN: 978-3-8167-8043-4.

[611] Bruce R. Ellingwood. *Development of a probability based load criterion for American National Standard A 58: Building code requirements for minimum design loads in buildings and other structures*. Bd. 577. National Bureau of Standards special publication. Washington, DC: US Gov. Print. Off, 1980.

[612] Gabi Koenig, Dietmar Hosser und Werner Schobbe. „Sicherheitsanforderungen für die Bemessung von baulichen Anlagen nach den Empfehlungen des NABau - eine Erläuterung“. In: *Bauingenieur* 57 (1982),

[613] Thomas Braml. „Zur Beurteilung der Zuverlässigkeit von Massivbrücken auf der Grundlage der Ergebnisse von Überprüfungen am Bauwerk“. Dissertation. Neubiberg: Universität der Bundeswehr München, 2010.

[614] Joint Committee on Structural Safety, Hrsg. *Probabilistic Model Code - Part I to IV*. ISBN: 978-3-909386-79-6.

[615] Carl-Alexander Graubner und Simon Glowienka. *Probabilistisch fundierte Analyse von Tragreserven bei Mauerwerksgebäuden zur kostengünstigeren Bemessung von Druckgliedern und Biegebauteilen unter Eigenlast: Abschlussbericht Nr. F 2508*. Bau- und Wohnforschung. Stuttgart: Fraunhofer IRB Verlag, 2008. ISBN: 9783816777625.

[616] Emilio Rosenblueth. „Safety and Structural Design“. In: *Reinforced concrete engineering*. Hrsg. von Boris Bresler und Óscar M. González Cuevas. New York: John Wiley and Sons, 1974, ISBN: 0471102792.

[617] Hartmut Tworuschka. „Physikalisch nichtlineare Zuverlässigkeitsanalysen für Stahlbetonstabtragwerke“. Dissertation. Wuppertal: Bergische Universität - Gesamthochschule Wuppertal, 1998.

[618] Maximilian Huber und Karl–Josef Witt. „Statistik und Probabilistik in der geotechnischen Bemessung“. In: *Grundbau-Taschenbuch*. Hrsg. von Karl Josef Witt. Wiley, 2017, ISBN: 9783433031513. DOI: 10.1002/9783433607275.ch4.

[619] Rüdiger Rackwitz. „Reviewing probabilistic soils modelling“. In: *Computers and Geotechnics* 26.3-4 (2000), ISSN: 0266352X. DOI: 10.1016/s0266-352x(99)00039-7.

[620] Kazimierz Biernatowski. „The reliability of Soil-Structure Interaction“. In: *Moan (Hg.) 1981 – Structural Safety and Reliability*,

[621] Peter Lumb. „The Variability of Natural Soils“. In: *Canadian Geotechnical Journal* 3.2 (1966), DOI: 10.1139/t66-009.

[622] Dieter D. Genske und Bernhard Walz. „Der Nachweis der Standsicherheit verankerter Felswände mit dem probabilistischen Sicherheitskonzept“. In: *Beiträge zur Probabilistik in der Geotechnik*. Hrsg. von Stavros Savidis. Veröffentlichungen des Grundbauinstitutes der Technischen Universität Berlin. Berlin: Univ.-Bibliothek der Technischen Universität Abt. Publ. Sekr. FRA-B, 1991, ISBN: 3-7983-1409-8.

[623] Wolfhard Leichnitz. „Mechanische Eigenschaften von Felstrennflächen im direkten Scherversuch: Heft 89“. In: *Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe*. Hrsg. von Alfred Blinde, Gerd Gudehus und Otfried Natau. Karlsruhe: Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik.

[624] Deutsches Institut für Normung e.V. *DIN EN 1337-3:2005-07: Einwirkungen auf Tragwerke- Teil 2: Lager im Bauwesen - Teil 3: Elastomerlager*. 2005-07. DOI: 10.31030/9538490.