

*Last- und Verformungsverhalten von  
Stahlbetonflächentragwerken unter  
zweiachsender Zugbeanspruchung*

René Purainer



UNIVERSITÄT DER BUNDESWEHR MÜNCHEN  
Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen

Thema der Dissertation:

Last- und Verformungsverhalten von Stahlbetonflächentragwerken unter  
zweiachsender Zugbeanspruchung

Verfasser: Dipl.-Ing. René Purainer

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Anton Heinen

1. Berichterstatter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Manfred Keuser

2. Berichterstatter: o.Univ.Prof. Dr.-Ing. Johann Kollegger, TU Wien

Tag der Prüfung: 21. Februar 2005

Mit der Promotion erlangter akademischer Grad:

Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

Neubiberg, den 21. Februar 2005





# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>1</b>
1.1	Problemstellung . . . . .	1
1.2	Zielsetzung . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Modelle zur numerischen Beschreibung des Werkstoffs Stahlbeton</b>	<b>7</b>
2.1	Vorbemerkungen . . . . .	7
2.2	Betonstahl . . . . .	8
2.3	Beton . . . . .	10
2.3.1	Einaxiale Beanspruchung . . . . .	10
2.3.1.1	Druckbereich . . . . .	10
2.3.1.2	Zugbereich . . . . .	14
2.3.2	Mehraxiale Beanspruchung . . . . .	16
2.3.3	Zeitabhängiges Verhalten von Beton . . . . .	17
2.3.3.1	Kriechen und Relaxation . . . . .	18
2.3.3.2	Schwinden . . . . .	19
2.4	Zusammenwirken von Stahl und Beton . . . . .	22
2.4.1	Verbundwirkung . . . . .	22
2.4.2	Dübelwirkung . . . . .	29
<b>3</b>	<b>Stahlbetonbauteile unter Zugbeanspruchung - Stand der Forschung</b>	<b>36</b>
3.1	Begriffsdefinitionen . . . . .	36
3.2	Einaxiale Zugbeanspruchung . . . . .	36
3.2.1	Stahlbetonstäbe ohne Querbewehrung unter einaxialer Zugbeanspruchung . . . . .	36
3.2.2	Einfluss von Querbewehrung auf einaxial gezogene Stahlbetonbauteile . . . . .	47
3.2.2.1	Lee et al. [56] . . . . .	47
3.2.2.2	Rizkalla [76] . . . . .	49
3.2.2.3	Eibl [27] . . . . .	50
3.2.2.4	Kreller [52] . . . . .	50
3.2.2.5	Zingone [93] . . . . .	51
3.3	Auswirkung einer Rissbildung entlang der Bewehrung . . . . .	53
3.3.1	Perdikaris, White und Gergely [70], [71] . . . . .	53
3.3.2	Oesterle und Russell [68], [69] . . . . .	53
3.3.3	Cho, Kim, Cho und Choi [22], [23] . . . . .	57

3.3.4	Nagatomo, Kaku [66] . . . . .	58
3.3.5	Idda [42] . . . . .	60
3.3.6	Gambarova, Rosati [30], [31] . . . . .	62
3.3.7	Mitchell, Abrishami [63] . . . . .	64
3.4	Bewehrungskorrosion . . . . .	65
3.4.1	Shima [90] . . . . .	66
3.4.2	Amleh, Mirza [15] . . . . .	67
<b>4</b>	<b>Querbewehrungseinfluss bei einaxialer Zugbeanspruchung</b>	<b>68</b>
4.1	Einführung . . . . .	68
4.2	Versuchsprogramm . . . . .	68
4.2.1	Versuchsdurchführung . . . . .	71
4.2.2	Versuchsergebnisse . . . . .	72
4.2.2.1	Erstrisslasten . . . . .	72
4.2.2.2	Rissabstände . . . . .	76
4.2.2.3	Last-Verformungs-Verhalten . . . . .	83
4.2.2.4	Rissbreite . . . . .	88
4.2.2.5	Zusammenfassung . . . . .	89
<b>5</b>	<b>Einfluss einer Rissbildung entlang der Bewehrung</b>	<b>91</b>
5.1	Einführung . . . . .	91
5.2	Versuchsauswertung der Scheibenversuche . . . . .	92
5.2.1	Risslasten . . . . .	92
5.2.2	Rissabstände . . . . .	94
5.2.3	Last-Verformungs-Verhalten . . . . .	94
5.2.4	Rissbreiten . . . . .	99
5.3	Untersuchungen an einaxialen Zugkörpern mit Längsriss . . . . .	100
5.3.1	Versuche an Zugkörpern mit Längsriss . . . . .	100
5.3.2	Berechnungen an Zugkörpern mit Längsriss unter Verwendung der FE-Methode	102
5.4	Verhalten unter Schwellbeanspruchung . . . . .	109
5.5	Zusammenfassung der Untersuchungen zur bewehrungsparallelen Rissbildung . . . . .	112
<b>6</b>	<b>Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens zwei axial gezogener Stahlbetonscheiben</b>	<b>113</b>
6.1	Folgerungen aus den Versuchsergebnissen . . . . .	113
6.2	Berechnungsmodell . . . . .	114
6.3	Versuchsnachrechnung . . . . .	117
6.3.1	Nachrechnung von ZSS 8B . . . . .	117
6.3.2	Versuche von Oesterle, Russel [69] . . . . .	118
6.3.3	Last-Verformungs-Verhalten . . . . .	120
6.3.4	Folgerungen aus der Nachrechnung von Versuchsergebnissen . . . . .	122
<b>7</b>	<b>Vorgerissene Scheiben unter Plattenbeanspruchung</b>	<b>123</b>
7.1	Ziel der Untersuchungen . . . . .	123

7.2	Beschreibung der Untersuchungsergebnisse . . . . .	123
7.2.1	Einaxiale Plattenversuche . . . . .	124
7.2.1.1	Last-Verformungs-Verhalten . . . . .	124
7.2.1.2	Rissbilder . . . . .	124
7.2.1.3	FE-Modellierung . . . . .	124
7.2.1.4	Parameterstudie zum Einfluss der Verbundschwächung bei Biegebeanspruchung . . . . .	128
7.2.2	Zweiaxiale Plattenversuche . . . . .	130
7.2.2.1	Rissbilder . . . . .	130
7.2.2.2	FE-Modellierung . . . . .	130
7.2.2.3	Last-Verformungs-Verhalten . . . . .	131
7.3	Folgerungen für das kombinierte Tragverhalten . . . . .	133
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>136</b>
8.1	Zusammenfassung . . . . .	136
8.2	Weiterer Forschungsbedarf . . . . .	138
<b>A</b>	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>I</b>
<b>B</b>	<b>Materialkennwerte</b>	<b>III</b>
B.1	Bewehrungsstahl . . . . .	III
B.2	Beton . . . . .	III
B.2.1	Betonrezepturen . . . . .	III
B.2.2	Materialparameter Beton . . . . .	IX
<b>C</b>	<b>Versuchsaufbau</b>	<b>X</b>
C.1	Einaxiale Scheibenversuche (ESS) . . . . .	X
C.1.1	Lastaufbringung . . . . .	X
C.1.2	Messtechnik . . . . .	X
C.1.3	Versuchskörperaufbau . . . . .	XI
C.2	Stahlbetonzugkörper (ZS) . . . . .	XI
C.2.1	Lastaufbringung . . . . .	XI
C.2.2	Messtechnik . . . . .	XIV
C.2.3	Versuchskörperaufbau . . . . .	XV
C.3	Zweiaxiale Scheibenversuche (ZSS) . . . . .	XVI
C.3.1	Lastaufbringung . . . . .	XVI
C.3.2	Messtechnik . . . . .	XVII
C.3.3	Versuchskörperaufbau . . . . .	XIX
C.4	Plattenversuche . . . . .	XXI
C.4.1	Lastaufbringung . . . . .	XXI
C.4.2	Messtechnik . . . . .	XXII
<b>D</b>	<b>Versuchsergebnisse (einaxial)</b>	<b>XXIII</b>
D.1	Rissbilder . . . . .	XXIII

D.2 Last-Verformungs-Kurven . . . . .	XXXII
<b>E Versuchsergebnisse (zwei axial)</b>	<b>XXXIV</b>
E.1 Rissbilder . . . . .	XXXIV
E.2 Last-Verformungs-Kurven . . . . .	XXXVIII
E.2.1 Querzug . . . . .	XXXVIII
E.2.2 Längszug . . . . .	XL
<b>F Versuchsergebnisse (Plattenversuche)</b>	<b>XLIII</b>
F.1 Rissbilder ESP . . . . .	XLIII
F.2 Last-Verformungs-Kurven ESP . . . . .	XLV
F.3 Rissbilder ZSP . . . . .	XLVII

## Zusammenfassung

Die Stahlbetonbauweise wird durch das komplexe Tragverhalten des Werkstoffes Stahlbeton geprägt. Dabei bilden die Aspekte Rissbildung und Verbundverhalten zwei wichtige Komponenten bei der rechnerischen Erfassung des Verformungsverhaltens. Ein Großteil der in bisherigen Normungen verwendeten Materialgesetze zur Berücksichtigung dieser Aspekte ist für einen einaxialen Beanspruchungszustand hergeleitet worden. Liegen aber mehraxiale Beanspruchungszustände vor, die sich auf die Materialansätze auswirken, kann die Vernachlässigung dieser Interaktionen zu einer Fehleinschätzung des Tragverhaltens führen. Dies betrifft vor allem die in den letzten Jahren in die Bemessungsnormen aufgenommenen nichtlinearen Berechnungsverfahren.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden die Auswirkungen von mehraxialen Beanspruchungszuständen auf das Trag- und Verformungs-Verhalten von Flächentragwerken aus Stahlbeton näher untersucht. Dabei liegt der Schwerpunkt auf der gegenseitigen Beeinflussung von Zugbeanspruchungen in den Bewehrungsrichtungen. Zunächst werden bestehende Formulierungen von Bauteilen unter einaxialer Zugbeanspruchung vorgestellt und insbesondere ihre Anwendbarkeit unter Berücksichtigung von Querbewehrung überprüft. Die hierbei auftretende Rissbildung entlang der Querbewehrung interagiert mit einer Zugbeanspruchung in der zweiten Bewehrungsrichtung. Die aus der einaxialen Zugbeanspruchung gewonnenen Beziehungen werden auf diese zweiaxiale Zugbeanspruchung übertragen und sofern notwendig modifiziert.

Nach der Aufstellung eines Berechnungsmodells zur Beschreibung des Tragverhaltens unter Berücksichtigung der vorhandenen Interaktionen und dessen Überprüfung an Bauteilversuchen, erfolgt eine Erweiterung des Berechnungsmodells auf eine zusätzliche Biegebeanspruchung mit ein- oder zweiachsiger Spannrichtung des Bauteils.

## Summary

The description of reinforced concrete structures is mainly influenced by complex behaviour of its material. Cracking and bond between steel and concrete are two important aspects in the numerical treatment of the load-carrying behaviour. Material laws used in the existing design codes were derived from uniaxial state of stress. Multiaxial states of stress can influence these material laws, so that neglecting these interacting effects can cause a false estimation of the structural behaviour. This has to be taken into account in the nonlinear analysis of rc-structures which is now allowed by the current design codes.

Within the scope of this dissertation the effects of multiaxial state of stress on the carrying and deformation behaviour of rc-surface structures is examined. Main focus lies on the interacting effects of tension forces in the direction of reinforcement. Initially existing formulations for structural members subjected to uniaxial tension are presented and their applicability taking into account the influence of transverse reinforcement is examined. The crack formation along the reinforcement interacts with tension forces into this reinforcement direction. The formulations derived from the uniaxial state of stress are transferred to biaxial tensioned members and modified if necessary.

After the development of a model to calculate rc-members under biaxial tension taking into account the different interacting effects, it is verified at test results of rc-members. This model is expanded for one- or two-way flexural members under additional biaxial tension forces.



# Kapitel 1

## Einführung

### 1.1 Problemstellung

Die Stahlbetonbauweise wird durch ein sehr komplexes Trag- und Verformungs-Verhalten gekennzeichnet, welches aus den einzelnen Materialeigenschaften und dem Zusammenwirken der Einzelkomponenten herrührt. Durch die bereits unter Gebrauchslastniveau auftretende Rissbildung und das plastische Materialverhalten, sowohl des Betons als auch des Bewehrungsstahls, weist dieser Verbundwerkstoff eine ausgeprägte Nichtlinearität auf.

Derzeit bestimmen Bemessungsprogramme mit linearer Ermittlung der Schnittgrößen und anschließender Bemessung der Bewehrung unter Annahme eines gerissenen Querschnittes und Verwendung idealisierter nichtlinearer Stoffgesetze den Alltag in der Ingenieurpraxis. Die Bemessung auf Grundlage einer linearen Berechnung führt zum Teil zu erheblichen Tragreserven vor allem in flächenartigen Bauteilen, da Spannungsumlagerungen infolge Rissbildung gemäß der bisherigen Normung nur bei balkenartigen Tragwerken berücksichtigt werden dürfen. Insbesondere erlaubt eine linear-elastische Berechnung nur in sehr eingeschränktem Maße eine realistische Berechnung des Verformungsverhaltens, da die Steifigkeitsreduzierungen aus dem nichtlinearen Werkstoffverhalten gar nicht oder nur näherungsweise berücksichtigt werden.

Im Rahmen der Novellierung der Normenwerke im Massivbau durch die Einführung der DIN 1045-1 [2] und des DIN-FACHBERICHTS 102 [5] werden nichtlineare Berechnungen für die Ermittlung der Schnittgrößen und Verformungen als Grundlage für die Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) und der Gebrauchstauglichkeit (GZG) im Stahl- und Spannbeton für eine Vielzahl von Konstruktionen zugelassen. Mit der Entwicklung von immer leistungsfähigeren Computern werden diese zum Teil aufwändigen Berechnungsverfahren zukünftig vermehrt in der Praxis Anwendung finden. Durch die Anwendung von Berechnungsverfahren, die die nichtlinearen Werkstoffeigenschaften von Beton und Stahl berücksichtigen, lassen sich die Tragreserven von statisch unbestimmten Tragwerken aktivieren, was zu einer Optimierung der Bewehrung führt, bzw. im Rahmen von Stabilitätsuntersuchungen genauere Vorhersagen des Systemversagens möglich macht. Von besonderem Interesse ist die Anwendung nichtlinearer Berechnungsverfahren zur realistischen Abschätzung der Verformungen im Bereich der Gebrauchslasten.

In der DIN 1045-1 [2] werden Vorgaben für die Verwendung von Materialkenngrößen bei der Anwendung von nichtlinearen Berechnungen gemacht. Hierbei werden jedoch lediglich zulässige Materialfestigkeiten vorgeschrieben. Für den Ansatz von Mitwirkungseffekten des Betons zwischen den Rissen (Tension-Stiffening) infolge der Verbundwirkung zwischen Stahl und Beton sind keine direkten Angaben vorhanden. Der Einfluss der Ansätze zur Berücksichtigung dieses Mitwirkungseffektes auf die Berechnungsergebnisse bei nichtlinearen Berechnungen ist nicht so sehr im Hinblick auf die Tragfähigkeit, sehr wohl aber im Bereich der Verformungen unter Gebrauchslasten von Bedeutung. Der Ansatz der Betonmitwirkung beeinflusst deutlich die Verformungen von Stahlbetonstrukturen im Gebrauchslastbereich. In Bild 1.1 ist der Einfluss unterschiedlicher Ansätze für die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen auf die Durchbiegung eines Stahlbetonbalkens im Rahmen einer Finite-Element-Berechnung zu sehen [44]. Der große Einfluss des Mitwirkungsansatzes auf die Verformungen im Bereich der Gebrauchslast ist eindeutig erkennbar.

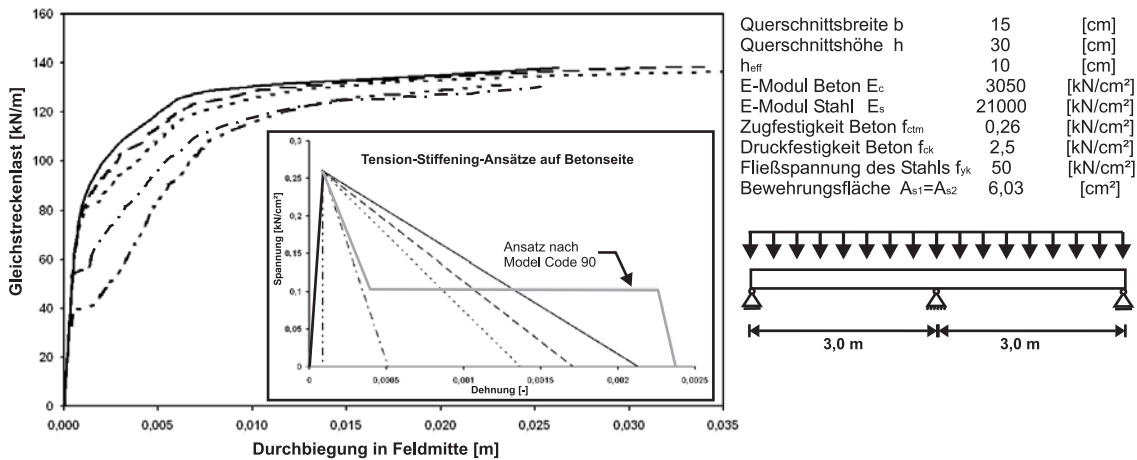


Bild 1.1: Auswirkung von unterschiedlichen Mitwirkungsansätzen von Beton zwischen den Rissen auf die Verformungen im Rahmen von FE-Berechnungen [44]

Mit vielen der heute verfügbaren Finite-Element-Programmen ist grundsätzlich eine wirklichkeitsnahe Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens von Stahlbeton-Konstruktionen möglich. Hierfür sind neben der Abbildung der Struktur in einem geeigneten mechanischen und geometrischen Modell wirklichkeitsnahe Werkstoffmodelle für Stahl und insbesondere für Beton erforderlich [44].

Im Meso- und Makro-Bereich, also bei der Berechnung von Bauteilen und Bauwerken, müssen die Werkstoffmodelle so modifiziert werden, dass wesentliche Tragwirkungen, die im geometrischen und mechanischen Modell nicht erfasst werden, über diese berücksichtigt werden.

Bei der Berücksichtigung von Mitwirkungs- oder Verbundgesetzen in Materialmodellen wird im Allgemeinen von einer Formulierung für einaxiale Beanspruchungen ausgegangen, da auf Grundlage dieser Beanspruchungssituation die Herleitung dieser Gesetze erfolgt ist. Dabei ist nur in wenigen Fällen geklärt, inwieweit die Gültigkeit für andere Beanspruchungssituationen und Bauteilspezifikationen, welche bei der Aufstellung dieser Formulierungen vorlagen, gegeben ist.

Dies betrifft primär:

- Einfluss von Querbewehrung auf das Rissverhalten von Stahlbeton, insbesondere auf die mittleren Rissabstände und Rissbreiten einaxial gezogener Bauteile
- Einfluss von Schwindeigenspannungen auf die Rissbildung und das Last-Verformungs-Verhalten
- Einfluss der Rissbildung auf die Verbundeigenschaften infolge einer Zugbeanspruchung orthogonal zur Bewehrung
- Einfluss des Lastpfades und den daraus resultierenden Steifigkeitsabminderungen infolge Rissbildung auf die Verformungen im GZG, wie zum Teil schon in [81] für Stahlbetonplatten beschrieben
- Übertragbarkeit der Materialgesetze für Zugbeanspruchungen auf Bauteile unter Biegebeanspruchung

Zusätzlich bleibt zu prüfen, ob nach der Verifikation bzw. Modifikation der bestehenden Materialgesetze für einaxiale Zugbeanspruchungen, diese auch für weitere Beanspruchungsarten - in diesem Fall eine zweiachsigale Zugbeanspruchung - anwendbar sind (Bild 1.2). Im Hinblick auf den Einfluss einer Querspannung eines gezogenen Bauteils wird in der DIN 1045-1 [2] lediglich darauf hingewiesen, dass die zulässigen Verbundspannungen um ein Drittel abzumindern sind.



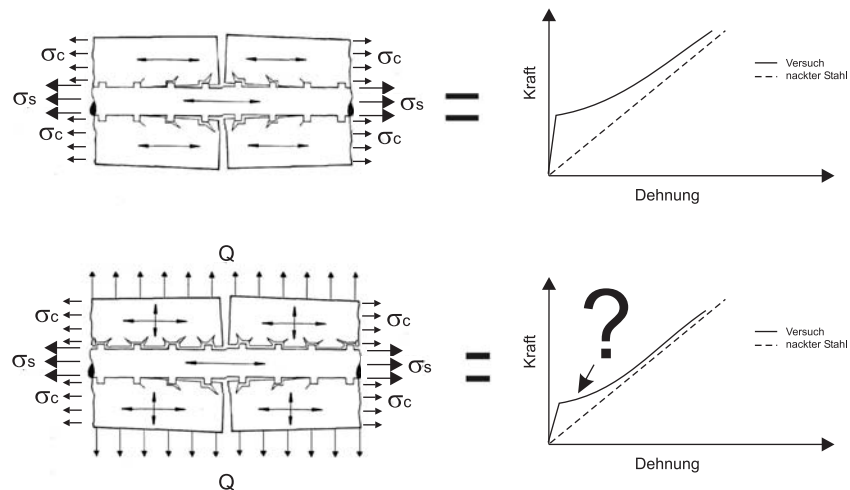


Bild 1.2: Problemstellung: Einaxiale - Zweiaxiale Zugbeanspruchung

Die zuvor beschriebenen mehraxialen Beanspruchungszustände, bei dem ein- oder zweiaxiale Zugbeanspruchungen in der Scheibenebene sich mit Biegebeanspruchungen überlagern, finden sich bei einer Reihe von Stahlbetonstrukturen (Bilder 1.3 und 1.4).

Im Brückenbau werden viele Tragwerke als ein- oder mehrzelliger Hohlkastenquerschnitt ausgeführt, da dieser Querschnitt gegenüber dem ein oder mehrstegigen Plattenbalken einen wesentlich höheren Torsionswiderstand bietet und sich zusätzlich bei statisch unbestimmten Durchlaufsystemen wesentlich besser zur Übertragung der Betondruckkräfte im Bereich negativer Momente über den Innenstützen eignet.

Die besondere Problematik liegt bei dieser Querschnittsform in der einfachen rechnerischen Erfassung des Tragverhaltens. Nach SCHLAICH und SCHEEF [86] ist es möglich, nach der von ihnen beschriebenen Faltwerkwirkung, die nach Längs- und Querrichtung zunächst getrennte Berechnung unter Berücksichtigung der Verträglichkeit zu koppeln. Heute ist es üblich geworden, solche komplexen Berechnungen mit der Methode der Finiten Elemente (FEM) durchzuführen. Wie die Aufteilung der Querschnittsberechnung in Teilaspekte von HOLST [41] zeigt, wird die Fahrbahnplatte als Platten-tragwerk betrachtet. Im Gesamtsystem übernimmt diese Fahrbahnplatte jedoch auch Tragfunktion in Brückenlängs- und Querrichtung. Im Bereich der Innenstützen entstehen bei den hier auftretenden negativen Momenten in Längsrichtung starke Zugbeanspruchungen, die je nach Bewehrungs- bzw. Vorspannungsgrad zur Rissbildung in der Fahrbahnplatte führen können. Diese Zugbeanspruchung kann aufgrund der Bauteilhöhe des Hohlkastenquerschnittes und der Lage der Bewehrung in der Fahrbahnplatte als näherungsweise zentrisch angesehen werden. In Querrichtung tritt infolge von Eigengewicht und Verkehrslast ebenfalls eine Biegebeanspruchung im Hohlkastenquerschnitt auf, welche zu einer Zugbeanspruchung in Querrichtung führt und somit, ebenfalls vom Bewehrungs- und Vorspannungsgrad abhängig, eine Rissbildung in dieser Richtung bedingt. Aufgrund der zusätzlich senkrecht zur Plattenebene auftretenden Einzellasten infolge Verkehr entsteht in der Fahrbahntafel eine kombinierte Scheiben- und Plattenbeanspruchung (Bild 1.3).

Ebenfalls im Brückenbau findet sich die Beanspruchung aus kombinierter Zugkraft und Biegung bei der Fahrbahnplatte einer Bogenbrücke im Bereich der Hängeranschlüsse bzw. von Radlasten. Neben dem Brückenbau können ähnliche Beanspruchungszustände auch im Behälterbau auftreten (Bild 1.4), bei denen sich Ringzugkräfte mit Biegemomenten in der Systemebene überlagern.

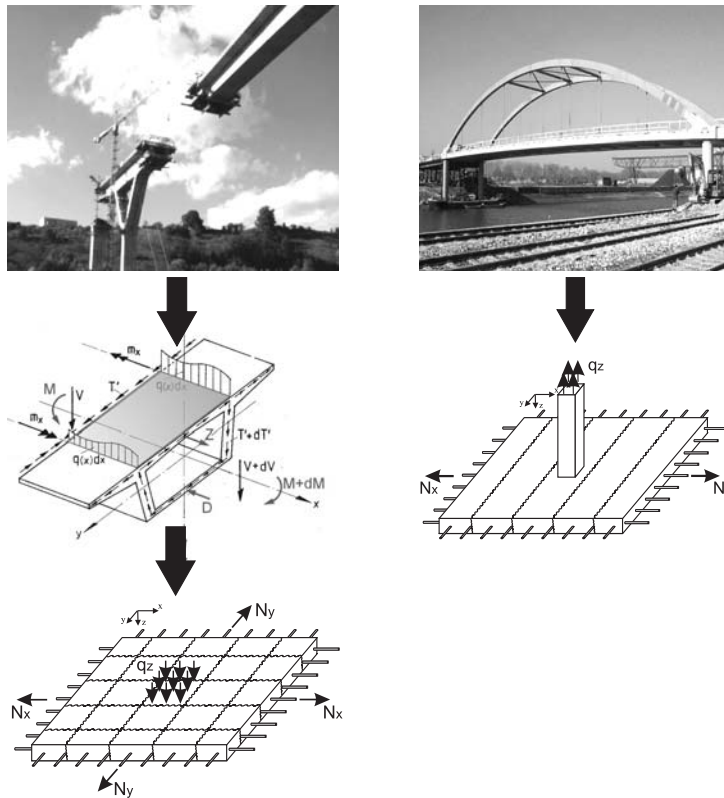


Bild 1.3: Anwendungsfälle für kombinierte Beanspruchungssituationen im Brückenbau

Bei der Erfassung der Verformungen im Rahmen von Stabilitätsuntersuchungen von Stahlbetonschalen ist ein wirklichkeitsnaher Ansatz der Materialkomponenten nicht nur von großer Bedeutung für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit sondern auch für die Versagenslast im Grenzzustand der Tragfähigkeit.

## 1.2 Zielsetzung

Im Rahmen dieser Arbeit soll das Tragverhalten von Stahlbetonflächentragwerken, insbesondere Scheiben unter zweiachsender Zugbeanspruchung und Platten unter kombinierter Scheiben-Platten-Beanspruchung, wirklichkeitsnah erfasst werden.

Zunächst wird das Riss- und Verformungs-Verhalten einaxial gezogener Stahlbetonkörper betrachtet, wobei insbesondere der Einfluss von Querbewehrung auf die Risslasten und Rissabstände untersucht wird und mit bisherigen zu diesem Themengebiet bestehenden Arbeiten verglichen wird.

Im Weiteren wird ein Überblick über die Untersuchungen an Stahlbetonscheiben unter kombinierter Zugbeanspruchung in Längs- und Querrichtung gegeben. Unter der Zuhilfenahme von Bauteilversuchen, deren Konzeption auf die Quantifizierung in der Literatur bisher nicht oder nur ungenau beschriebener Aspekte ausgelegt ist, sollen Formulierungen zum Einfluss einer Querbewehrung auf das Verformungsverhalten senkrecht zu dieser Beanspruchungsrichtung aufgestellt werden. In diesen Formulierungen sollen die zuvor untersuchten Aspekte des Querbewehrungseinflusses unter einaxialer Zugbeanspruchung Berücksichtigung finden. Die Lösungsansätze der Einzelaspekte sollen in ein Berechnungsmodell einfließen, mit dem das Last-Verformungs-Verhalten derartig beanspruchter Systeme beschrieben werden kann.

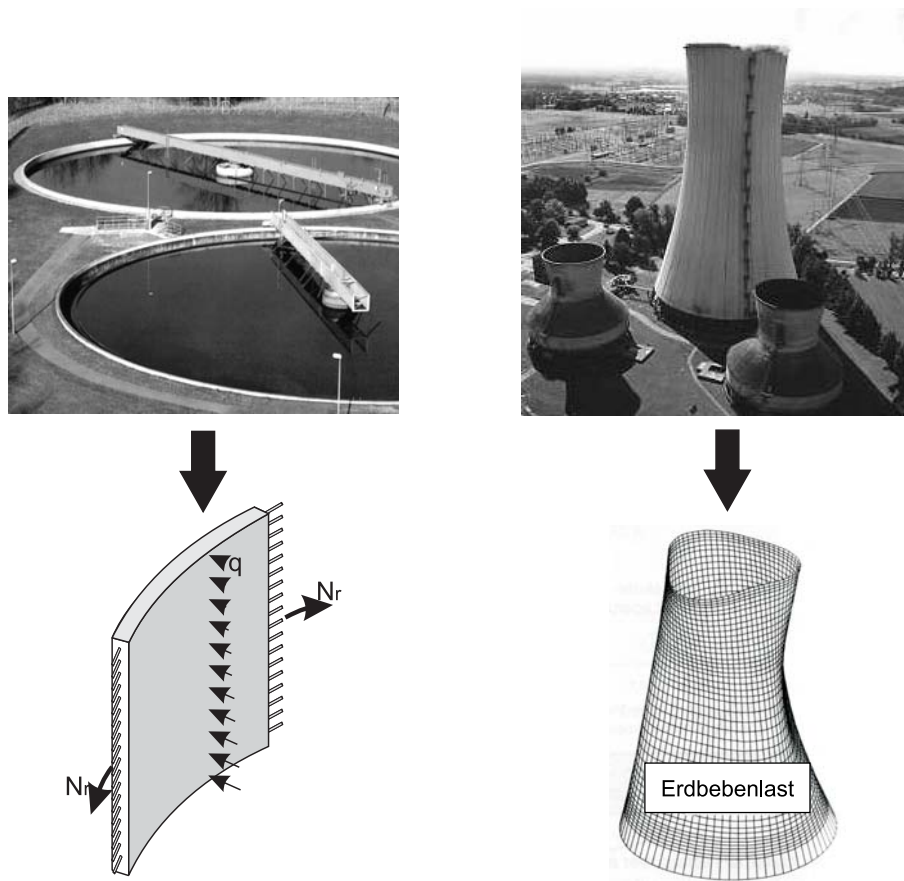


Bild 1.4: Anwendungsfälle für kombinierte Beanspruchungssituationen im Behälter- und Kühlturmbau

Beanspruchungsart	Einflussparameter	Auswirkung
Einaxiale Zugbeanspruchung	Schwinden	Risslast
	Querbewehrung	Rissabstand Last-Verformungs-Verhalten
Zweiaxiale Zugbeanspruchung	Rissbildung entlang der Bewehrung	Rissabstand
	Querzug- beanspruchung	Last-Verformungs- Verhalten Risslast
Biegebeanspruchung	induziertes Rissbild	Rissabstand
	statisches System	Last-Verformungs- Verhalten
		Traglast

Überprüfung der Übertragbarkeit  
auf geänderten Beanspruchungszustand

Bild 1.5: Zu untersuchende Aspekte für unterschiedliche Beanspruchungen

Zusätzlich sollen mit den Ergebnissen dieser Arbeit Materialgesetze für Stahlbetonstrukturen im Meso-Bereich aufgestellt werden, mit denen im Rahmen von nichtlinearen Finite-Element-Berechnungen derartig beanspruchter Bauteile das Tragverhalten wirklichtkeitsnäher erfasst werden kann, als dies bisher möglich ist.

Abschließend sollen die bisher gewonnenen Erkenntnisse aus den Zugbeanspruchungszuständen zur Beschreibung des Tragverhaltens von zwei axial gezogenen Stahlbetonplatten unter zusätzlicher Biegebeanspruchung herangezogen werden.

Um diesen kombinierten Beanspruchungszustand zu untersuchen, ist es zweckmäßig die Problemstellung in drei Teilbereiche zu unterteilen:

- Einfluss von Querbewehrung auf das Riss- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen unter einaxialer Zugbeanspruchung
- Einfluss einer Querszugbeanspruchung und damit verbundener Rissbildung entlang der beanspruchten Bewehrung auf das Verformungsverhalten unter zwei axialer Zugbeanspruchung
- Auswirkung der durch Zugbeanspruchung induzierten Rissbildung entlang der Bewehrung auf das Trag- und Verformungs-Verhalten unter Biegebeanspruchung

Den schematischen Ablauf der im Rahmen dieser Arbeit zu untersuchenden Teilaspekte zeigt Bild 1.5.

## Kapitel 2

# Modelle zur numerischen Beschreibung des Werkstoffs Stahlbeton

### 2.1 Vorbemerkungen

Zur numerischen Erfassung des Trag- und Verformungsverhaltens von Stahlbetontragwerken sind Materialmodelle mit wirklichkeitsnahen Annahmen für das Spannungs-Dehnungs-Verhalten des Betons und des Betonstahls erforderlich. Im folgenden Kapitel sollen diese Rechenannahmen der Einzelkomponenten erläutert werden. Zusätzlich wird das Zusammenwirken der beiden Einzelkomponenten beschrieben, sowie die hierfür anwendbaren Modelle vorgestellt. Nachfolgend werden die grundsätzlichen Annahmen und Voraussetzungen zur Herleitung von Materialgesetzen und Approximationen des Tragverhaltens von Stahlbetonflächentragwerken angegeben. Spezielle Annahmen bzw. Vereinfachungen sind den jeweiligen Einzelkapiteln zu entnehmen. Dabei gelten folgende Voraussetzungen:

- Beton:
  - Im ungerissenen Zustand wird der Beton trotz inhomogenen Aufbaues in der Mikrostruktur als homogener Werkstoff angesehen (nähere Angaben siehe [44])
  - Beanspruchungen aus Temperatur werden nicht berücksichtigt
  - Die hergeleiteten Materialbeziehungen gelten für statische Beanspruchung. Dynamische Beanspruchungen sowie Werkstoffermüdung werden nicht behandelt
  - Kriechen und Schwinden werden als unabhängige physikalische Einflüsse betrachtet und als adaptive Anteile angesehen
- Betonstahl:
  - Der Werkstoff Betonstahl wird als elastisch-plastischer Werkstoff mit Verfestigungsbereich beschrieben
  - Zeitabhängige Einflüsse werden nicht betrachtet
- Verbundverhalten
  - Der Werkstoff Stahlbeton wird als Zweikomponentenmaterial (Beton und Stahl) aufgefasst und die Verbundwirkung wird über Modifikation der Materialgesetze bzw. zusätzliche Materialgesetze erfasst

## 2.2 Betonstahl

Zur Beschreibung des Materialverhaltens von Betonstahl unter Zugbeanspruchung dienen die Kennwerte der Streckgrenze ( $f_y$ ), der Zugfestigkeit ( $f_t$ ), der Elastizitätsmodul ( $E_s$ ) sowie die zur Zugfestigkeit zugehörige Gleichmaßdehnung ( $\epsilon_{su}$ ). Des Weiteren ist das Verhältnis der Zugfestigkeit zur Streckgrenze ( $\frac{f_t}{f_y}$ ) von Interesse. Mit diesem Verhältnis, beziehungsweise mit dem Wert der Bruchdehnung, wird die mögliche Verformbarkeit des Betonstahls beschrieben. Man bezeichnet diese Verformbarkeit auch als Duktilität. In der DIN 1045-1[2] werden folgende Duktilitätsgrenzen festgelegt:

- normale Duktilität:  $\epsilon_{su} > 2,5\%$   $\frac{f_t}{f_y} \geq 1,05$
- hohe Duktilität:  $\epsilon_{su} > 5,0\%$   $\frac{f_t}{f_y} \geq 1,08$

Man unterscheidet Betonstähle auf der Grundlage ihres Herstellungsverfahrens wie folgt:

- warmgewalzt, ohne Nachbehandlung (naturhart)
- warmgewalzt und aus der Walzhitze nachbehandelt
- kaltverformt

Die Unterschiede im Herstellungsverfahren äußern sich im Verlauf der Spannungs-Dehnungslinien. Diese sind in Bild 2.1 einmal für warm- und für kaltverformten Stahl dargestellt. Während naturharte und wärmebehandelte Stähle nach Überschreiten der Streckgrenze ein ausgeprägtes Fließplateau mit einem anschließenden Verfestigungsbereich aufweisen, gehen kaltverformte Stähle stetig vom elastischen in den plastischen Verformungsbereich über. Ermittelt werden die Spannungs-Dehnungslinien im einaxialen Zugversuch, da sich der Betonstahl bei Druck- und Zugbeanspruchung sehr ähnlich verhält. Für den teilweise oder vollständig kaltverformten Stahl sind der Druck- und Zugbereich nicht mehr symmetrisch (Bauschinger-Effekt). Der Betrag der aufnehmbaren Spannung im Druckbereich ist geringer als im Zugbereich. Da aber der Bewehrungsstahl in Realität höhere Festigkeiten besitzt als für die Bemessung angenommen werden dürfen, ist dieser Effekt nicht von Belang.

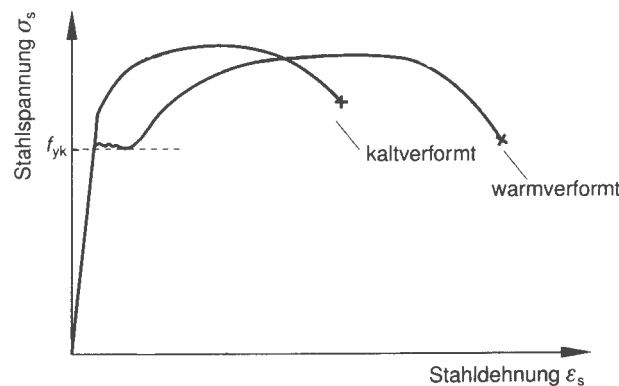


Bild 2.1: Spannungs-Dehnungsbeziehungen für warm- und kaltverformten Stahl

Für die Bemessung nach DIN 1045 [2] wird für den Betonstahl das in Bild 2.2 dargestellte Spannungs-Dehnungs-Diagramm verwendet. Als ansetzbare Rechenwerte können dem Betonstahl zum einen als Vereinfachung ein ideal elastisch-plastisches Werkstoffverhalten unterstellt werden. Für die Querschnittsbemessung nach [2] gilt sowohl für hochduktilen als auch für normalduktilen Betonstahl eine rechnerische Bruchdehnung von  $\epsilon_{su} = \pm 25\%$ . Zum anderen kann der Verfestigungsbereich des Betonstahls rechnerisch ausgenutzt werden. Die Unterschiede der beiden rechnerischen Ansätze finden sich in Bild 2.2. Für die Schnittgrößenermittlung kann ein bilinear idealisierter Verlauf angenommen werden, bei dem die Bruchdehnung  $\epsilon_{uk} = \pm 50\%$  und die maximale Spannung  $f_{yR} = 1,1 \cdot f_{yk}$  beträgt.

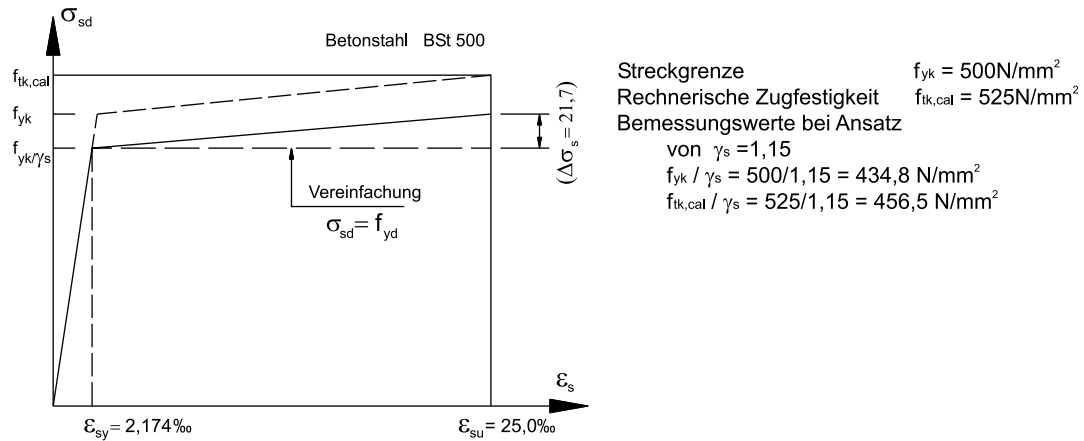


Bild 2.2: Rechenwerte für die Spannungs-Dehnungslinien für Betonstahl nach [2]

Der Elastizitätsmodul liegt für alle Betonstahlarten bei Druck- und Zugspannungen im Bereich von  $195000 \text{ N/mm}^2$  bis  $210000 \text{ N/mm}^2$ . In den Tabellen 2.1 und 2.2 sind alle für die nachfolgenden Überlegungen relevanten Materialkennwerte des hier betrachteten Betonstahles BSt 500 nach DIN 488 [1] aufgeführt. Hinweise zur historischen Entwicklung von Betonstahl finden sich in [20]. Eine Zusammenstellung der für den Betonstahl bedeutenden Forschungsprojekte kann [79] entnommen werden. Für die Verwendung von Bewehrungsstahltypen, deren Materialkennwerte von den Vorgaben der DIN 488 [1] abweichen, sind bauaufsichtliche Zulassungen zu erbringen.

Tabelle 2.1: Materialkennwerte für Betonstahl BSt 500 [1]

	BSt 500 S	BSt 500 M
Nenndurchmesser ( $d_s$ )	6 bis 28 mm	4 bis 12 mm
Streckgrenze ( $f_{yk}$ )	500 N/mm <sup>2</sup>	500 N/mm <sup>2</sup>
Zugfestigkeit ( $f_{uk}$ )	550 N/mm <sup>2</sup>	550 N/mm <sup>2</sup>
Querkontraktionszahl ( $\nu_s$ )	0,3	0,3
Duktilität	hochduktil	normalduktil
Dauerschwingfestigkeit $2\sigma_A(2 \cdot 10^6 \text{ Lastspiele})$		
gerade Stäbe	215 N/mm <sup>2</sup>	-
gerade freie Stäbe vom Matten mit Schweißstelle	-	100 N/mm <sup>2</sup>

Tabelle 2.2: Rippengeometrien für Betonstahl BSt 500 [1]

$d_s$ [mm]	$h_s$ [mm]	$c_s$ [mm]	$f_R$ [-]
6	0,39	6	0,039
8	0,52	8	0,045
10	0,65	10	0,052
12	0,78	10,8	0,056
14	0,91	12,6	0,056
16	1,04	14,4	0,056
20	1,3	18	0,056
25	1,63	22,5	0,056
28	1,82	25,2	0,056

$$f_R = \frac{F_R}{F_S} = \frac{2\pi(r_i \frac{h_s}{2})h_s}{2\pi(r_i + h_s)l_d} \approx \frac{h_s}{c_s} \quad (2.1)$$

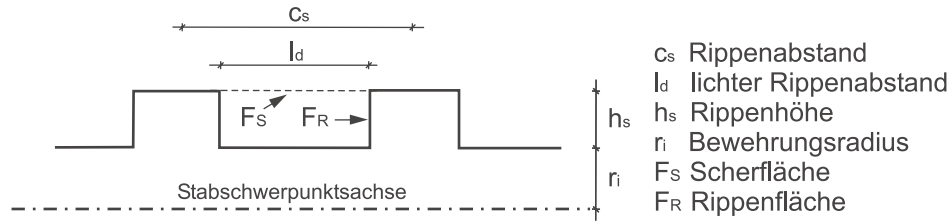


Bild 2.3: Rippengeometrien eines idealisierten Bewehrungsstahls

Die bezogene Rippenfläche ( $f_R$ ) ist ein Parameter bei gerippten Betonstählen zur Beschreibung der Verbundeigenschaften im Beton. Diese kann mit Gl. 2.1 bestimmt werden und ist näherungsweise gleich dem Verhältnis aus Rippenhöhe ( $h_s$ ) und Rippenabstand ( $c_s$ ). Die dazu benötigten Rippengeometrien (Bild 2.3) sind nach DIN 488 [1] genormt und in Tabelle 2.2 aufgeführt.

## 2.3 Beton

### 2.3.1 Einaxiale Beanspruchung

#### 2.3.1.1 Druckbereich

Im Folgenden wird nun zunächst das Spannungs-Dehnungs-Verhalten von Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung behandelt.

Bei der einaxialen Druckbelastung eines Betonkörpers entstehen neben Druckspannungen auch Querkzugspannungen. Diese entstehen als Folge der Querkontraktion des Versuchskörpers. Diese Querkontraktion wird über die Querkontraktionszahl  $\nu_c$  beschrieben und nimmt in der Regel bei nicht allzu hohen Spannungen nach HILSDORF [38] Werte zwischen 0,15 und 0,25 an. Die Betonzugfestigkeit wird genau wie die Betondruckfestigkeit vor allem durch die Haftzugfestigkeit zwischen Mörtelmatrix und Zuschlagkorn beeinflusst. Das Versagen eines einaxial gedrückten Betonkörpers entsteht primär als Folge von inneren Querkzugspannungen, welche mit den inneren Querdruckspannungen im Gleichgewicht stehen. Damit ist die Betondruckfestigkeit keine ursprüngliche Materialeigenschaft, da das Versagen durch die Querkzugspannungen eingeleitet wird und damit von der Zugfestigkeit des Betons abhängt. Als Grund hierfür können die stark unterschiedlichen Steifigkeiten der Mörtelmatrix und das im Verhältnis dazu sehr steifen Zuschlages angesehen werden. Es entstehen bei einer geringen Druckbeanspruchung bereits stark ungleichmäßige Spannungs- und Dehnungsverteilungen, welche zu örtlichen aus Umlenkkraften hervorgerufenen Querkzug- und Querdruckbeanspruchungen führen. Diese im Inneren auftretenden Zugspannungen führen dazu, dass sich im heterogenen Material Beton Verbundrisse entlang der Kontaktflächen zwischen Mörtelmatrix und Zuschlag ausbilden, da die Haftzugfestigkeit die geringste Festigkeit im Beton darstellt.

Abhängig von der Höhe der Beanspruchung lassen sich nach STREIT [91] verschiedene Stadien der Gefügezerstörung erkennen (Bild 2.4).

- Bereich 1:  $\sigma \leq 0,4f_c$
- Bereich 2:  $0,4f_c \leq \sigma \leq 0,8f_c$
- Bereich 3:  $\sigma > 0,8f_c$

Der Bereich 1 ist der Bereich der Mikrorissbildung. Er ist gekennzeichnet durch das Entstehen von Verbundrissen, die zum Teil bereits im unbelasteten Zustand durch den Prozess des Schwindens auch ohne Behinderung der Verformung entstehen können. Da in Querrichtung kein Überdrücken der Querkzugspannungen im Gegensatz zur Richtung der Druckbelastung erfolgt, entstehen bei Überschreitung der Haftzugfestigkeit entlang der Zuschlagoberflächen Mikrorisse. Trotz dieser Mikrorisse kann dem Beton hier ein nahezu lineares Werkstoffverhalten unterstellt werden.

Im Bereich 2, dem Bereich der fortschreitenden Rissbildung, kommt es bei steigender Belastung



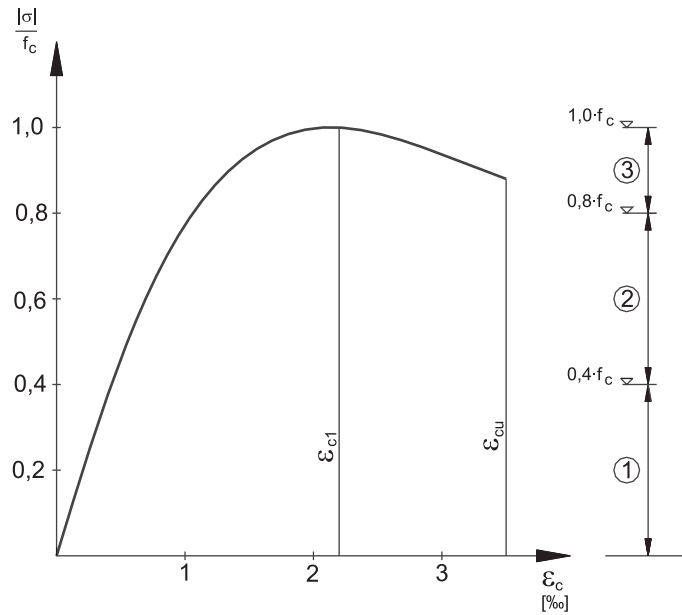


Bild 2.4: Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Beton unter Kurzzeitbelastung und Stadien der Gefügerstörung nach [91]

zunächst zu einem Wachsen der bereits vorhandenen Risse, aber auch zum Entstehen weiterer Verbundrisse. In den am höchsten beanspruchten Bereichen entstehen in der Mörtelmatrix nun ebenfalls Risse, die sich mit den Verbundrissen zu ersten durchgehenden Trennrissen verbinden. Dies geschieht parallel zu den Druckspannungstrajektorien. Zwischen diesen einzelnen Rissen verbleiben tragfähige kleinere Prismen, die mit zunehmender rissbedingter Unterteilung eine abnehmende Steifigkeit des Gesamtquerschnitts mit sich bringen.

Den eigentlichen Abschnitt der Trennrissbildung stellt der Bereich 3 dar. Hier kommt es zu einer zunehmenden Bildung von Trennrissen, aus denen Makrorisse entstehen. Zusätzlich zu einer netzförmigen Ausbreitung der Mikrorisse kommt es noch zu einem verstärkten Auftreten von schräg zur Druckrichtung verlaufenden Rissen. Zu dem eigentlichen Druckbruch kommt es dann, wenn sich die zuvor zusammenhängende Struktur des Betons in einen Kornhaufen auflöst. Es bleibt dabei zu beobachten, dass auch in diesem Bereich Risse im Zuschlagkorn bei Normalbeton die Ausnahme sind.

Allgemein bleibt zu sagen, dass die zuvor genannten Vorgänge von einer großen Anzahl von Parametern abhängen. Dies sind neben der Heterogenität des Betons und der Haftzugfestigkeit zwischen Zuschlag und Zementmatrix auch die Geometrie des Prüfkörpers, die Dehngeschwindigkeit und der Dehnungsgradient. Ebenfalls von Einfluss auf die Druckfestigkeit ist die Schlankheit der Probekörper. Gedrungene Probekörper (Würfel) weisen eine höhere Druckfestigkeit auf als schlanke (Prismen, Zylinder). In [82] und [84] finden sich Formfaktoren für die Betondruckfestigkeit.

Für Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung verlaufen die Spannungs-Dehnungs-Linien für unterschiedliche Druckfestigkeiten bis zum Maximalwert der Druckfestigkeit ähnlich. Für den Nachbruchbereich zeigen sie jedoch ein stark unterschiedliches Verhalten (Bild 2.5). Der Festigkeitsabfall erfolgt umso steiler, je höher die Festigkeit des Betons ist. Die Schlankheit der Probekörper beeinflusst ebenfalls das Nachbruchverhalten [92].

Für die mathematische Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung gibt der MODEL CODE 90 [10] eine Beschreibung mit einem parabelförmigen Ansatz für den Bereich  $|\epsilon_c| < |\epsilon_{cu}|$  (Gl. 2.2), welcher vom Ansatz her in der DIN 1045-1 [2] übernommen wurde.

$$\sigma_c = - \frac{\frac{E_{c1}}{E_{ci}} \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} - \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \right)^2}{1 + \left( \frac{E_{c1}}{E_{ci}} - 2 \right) \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}}} \cdot f_{cm} \quad (2.2)$$

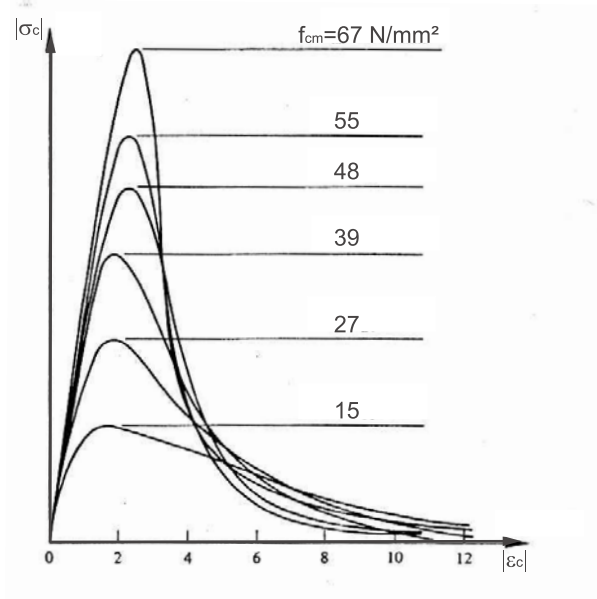


Bild 2.5: Spannungs-Dehnungs-Linien von Betonproben unter einaxialer Druckbeanspruchung

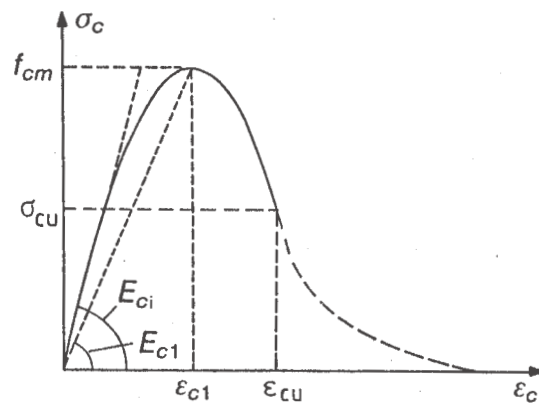


Bild 2.6: Bezeichnungen der Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung nach MODEL CODE 90 [10]

Das Spannungs-Dehnungs-Diagramm stellt sich damit wie in Bild 2.6 dar. Der Wert  $E_{ci}$  steht für den Tangentenmodul und beschreibt die Steigung der Geraden im Koordinatenursprung. Daneben findet sich unter anderem im MODEL CODE 90 [10] auch der Sekantenmodul ( $E_{c1}$ ), welcher den Verhältniswert zwischen Betondeckung ( $f_c$ ) und der Betonstauchung ( $\epsilon_{c1}$ ) beschreibt. In der DIN 1045-1 [2] wird der mittlere Tangentenmodul ( $E_{c0m}$ ) über die Gl. 2.3 bestimmt.

$$E_{c0m} = 9500 \cdot (f_{ck, zyl} + 8)^{1/3} \quad (2.3)$$

Die Umrechnung auf den mittleren Elastizitätsmodul erfolgt dann nach [12] anhand von Gl. 2.4.

$$E_{cm} = \alpha_i \cdot E_{c0m} \quad (2.4)$$

mit:  $\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{cm}}{88} \leq 1,0$

Dieser beschreibt die Steifigkeit des ungerissenen Betons im Gebrauchslastniveau bei Kurzzeitbelastung und unter der Berücksichtigung von plastischen Anfangsstauchungen. Der E-Modul nimmt für eine Druck- bzw. Zugbeanspruchung im Gebrauchslastbereich identische Werte an [89]. Hierbei handelt es sich um den Mittelwert des Sekantenmoduls im Bereich von  $0 \leq |\sigma_c| \leq 0,4f_{cm}$ . In Bild 2.7 sind die E-Module  $E_{c0m}$ ,  $E_{cm}$  und  $E_{c1}$  vergleichend für einen Beton C 20/25 ( $f_{cm} = 28\text{N/mm}^2$ ) dargestellt.

Mit Hilfe der Gl. 2.5 wird aus der Würfeldruckfestigkeit die Zylinderdruckfestigkeit bestimmt.

$$f_{ck,zyl} = 0,92 \cdot \frac{f_{cm,cube,15,DIN1048}}{1,25} - 8 \quad (2.5)$$

Die Division durch 1,25 dient der Umrechnung des Wertes auf die Druckfestigkeit des Normzylinders, und mit dem Faktor 0,92 berücksichtigt man die Lagerung gemäß EN 12390-2 [7]. Im Anschluss wird die mittlere Würfeldruckfestigkeit um  $8\text{N/mm}^2$  auf die charakteristische Würfeldruckfestigkeit abgemindert.

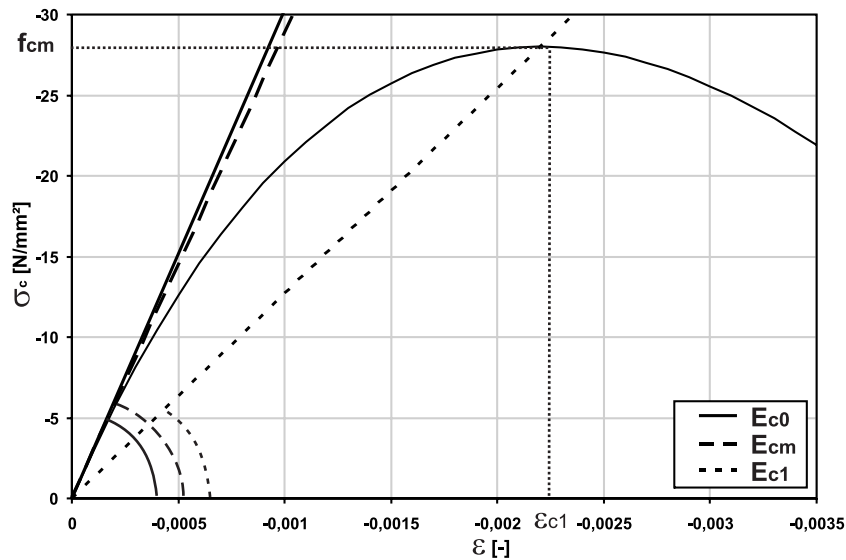


Bild 2.7: Spannungs-Dehnungs-Beziehung und zugehörige E-Module für einen Beton C 20 nach DIN 1045-1 [2]

Der Wert für die zur maximalen Festigkeit gehörenden Betonstauchung nach MODEL CODE 90 [10] wird als Näherung konstant gesetzt zu  $\epsilon_{c1} = -0,0022$ . Damit wird die unter anderem von RÜSCH [78] festgestellte Abnahme der Stauchungen  $\epsilon_{c1}$  mit steigender Betonfestigkeit vernachlässigt. In der DIN 1045-1 [2] wird diese Tatsache berücksichtigt. Hier gilt folgende Beziehung für das Spannungs-Dehnungs-Verhalten.

$$\sigma_c = - \frac{-1,1 \cdot E_{cm} \frac{\epsilon_{c1}}{f_c} \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} - \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \right)^2}{1 + \left( -1,1 \cdot E_{cm} \frac{\epsilon_{c1}}{f_c} - 2 \right) \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}}} \cdot f_{cm} \quad (2.6)$$

Dabei wird näherungsweise der Tangentenmodul durch Multiplikation des Sekantenmoduls mit dem Faktor 1,1 bestimmt. Stellt man die Spannungs-Dehnungs-Verläufe für verschiedene Betonfestigkeiten nach [10] und [2] gegenüber (Bild 2.8), so ist festzustellen, dass für steigende Betonfestigkeiten der Unterschied der Spannungs-Dehnungs-Linien deutlicher zu erkennen ist. Dies begründet sich in der unterschiedlichen Festlegung der Grenzstauchungen  $\epsilon_{c1}$  und  $\epsilon_{cu}$ . Beim Ansatz dieses Rechenwertes bleibt zu beachten, dass die realen Verhältnisse über den gesamten Bereich der Druckfestigkeit gut angenähert werden, jedoch im Tragwerk Abweichungen von etwa  $\pm 30\%$  gegenüber den Rechenwerten auftreten können. Im Allgemeinen ist der Steifigkeitsabfall durch Rissbildung in einem Bauteil

von wesentlich größerem Einfluss auf die Verformungen als eine Änderung des Elastizitätsmoduls. Bei hoch bewehrten Bauteilen oder Bauteilen, die im ungerissenen Zustand verbleiben, ist jedoch ein wirklichkeitsnaher Ansatz des Elastizitätsmoduls sehr wohl von Bedeutung. Bei nichtlinearen Verfahren zur Schnittgrößenermittlung sollte deshalb für den Sekantenmodul folgende Gleichung nach [12] angewendet werden.

$$E_{cm} = 0,85 \cdot E_{c0} / 1,1 \quad (2.7)$$

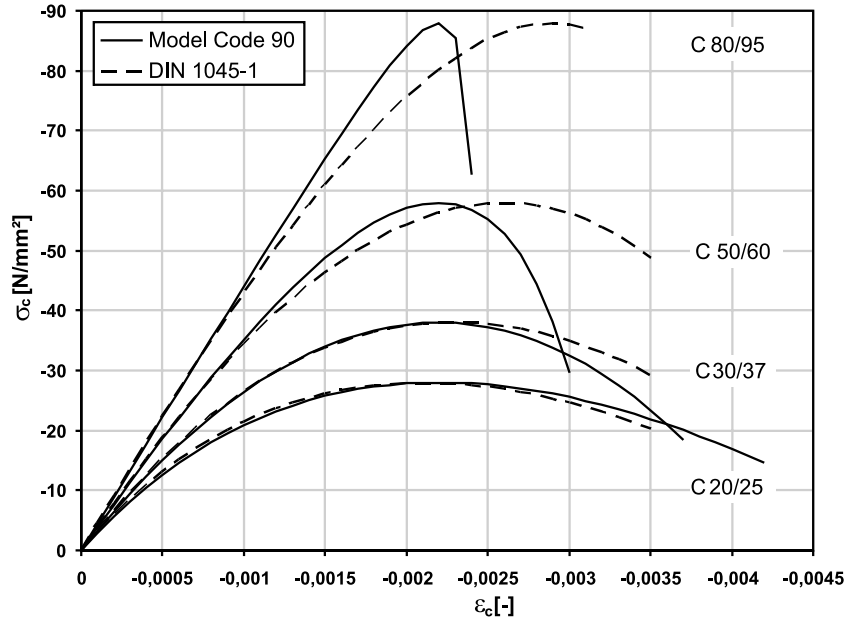


Bild 2.8: Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach [10] und [2] für unterschiedliche Betonfestigkeiten

### 2.3.1.2 Zugbereich

Die Betonzugfestigkeit bzw. der Einfluss der Betonzugfestigkeit auf das Tragverhalten ist insbesondere bei den Vorgängen der Rissbildung und den damit zusammenhängenden effektiven Steifigkeiten von großem Einfluss. Damit ist die Betonzugfestigkeit ein Materialparameter, der bei der nichtlinearen Schnittgrößenermittlung sowie der Verformungsberechnung unter Gebrauchs- und Bruchlasten von besonderer Bedeutung ist.

Zunächst vergrößern sich die schon vor der Belastung im betrachteten Querschnitt vorhandenen Mikrorisse bis etwa zu einem Lastniveau von 70 Prozent der Zugfestigkeit. Daher kann in diesem Bereich ein lineares Spannungs-Dehnungs-Verhalten unterstellt werden. Bei weiterer Steigerung der Last kommt es dann zu einem vermehrten Anwachsen der Mikrorisse senkrecht zur Belastungsrichtung. Bis zu 90 Prozent der Zugfestigkeit ist die Abnahme der Steifigkeit nur gering, so dass bis zu diesem Punkt weiterhin dieses lineare Verhalten angesetzt werden kann. Bei einer örtlichen Fehlstelle entwickelt sich daraufhin ein Bereich, in dem sich die Risse quer zur Belastung häufen. Da diese Mikrorisse nicht zusammenhängen, können weiterhin Zugspannungen über diesen Bereich hinweg übertragen werden. Jedoch nimmt die Dehnsteifigkeit bei dieser Laststufe ab. Der Bruchzustand tritt ein, wenn sich die Einzelrisse in diesem Bereich zu einem durchgehenden Trennriss verbunden haben. Der zuvor beschriebene zweite Bereich ist nur versuchstechnisch nachvollziehbar, da das schlagartige und instabile Risswachstum nur verhindert werden kann, wenn die Spannung reduziert wird.

Für die Beschreibung der zentrischen Zugfestigkeit in Abhängigkeit von der zentrischen Druckfestigkeit sind in der Literatur für Normalbeton verschiedene Formulierungen zu finden. In [36] wird der Zusammenhang zwischen Druck- und Zugfestigkeit systematisch untersucht. Als rechnerischer Zusammenhang zwischen der Würfeldruckfestigkeit ( $f_c$ ) und der Zugfestigkeit ( $f_{ct}$ ) gilt die Beziehung

$$f_{ct}(t) = C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot f_{c,28}^{2/3} \quad (2.8)$$

wobei der Koeffizient  $C_1$  von der Art der Prüfung abhängig ist (Tabelle 2.3). Die Faktoren  $C_2$  und  $C_3$  erfassen den Einfluss des Betonalters und können im Allgemeinen zu 1,0 gesetzt werden. Als Druckfestigkeit geht in diese Gleichung die Würfelfestigkeit zum Zeitpunkt ( $t=28d$ ) ein.

Tabelle 2.3: Koeffizient  $C_1$  nach [36]

	unterer Grenzwert	Mittelwert	oberer Grenzwert
Biegezugfestigkeit (Dreipunkt)	0,40	0,50	0,59
Biegezugfestigkeit (Vierpunkt)	0,35	0,45	0,56
Spaltzugfestigkeit	0,22	0,27	0,32
zentrische Zugfestigkeit	0,17	0,24	0,32

Die Formulierung für den Mittelwert der zentrischen Zugfestigkeit nach DIN 1045-1 [2] für Normalbeton geht auf diese Ansätze zurück und lautet

$$f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck,zyl}^{2/3} \quad (2.9)$$

Hierbei wird der Koeffizient  $C_1$  zu 0,30, da hier als Druckfestigkeit die Zylinderfestigkeit verwendet wird.

Für hochfesten Beton ist diese Formulierung nicht mehr gültig. Nach Untersuchungen von REMMEL [75] gilt ab einer Zylinderdruckfestigkeit von  $55 \frac{N}{mm^2}$  Gl. 2.10 zur Bestimmung der zentrischen Zugfestigkeit:

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln\left(1 + \frac{f_{cm}}{10}\right) \quad (2.10)$$

Die stochastische Streuung der Zugfestigkeit wird durch den 5% und 95% Fraktillenwert erfasst. Hierfür gilt

$$\begin{aligned} f_{ctk;0,05} &= 0,70 \cdot f_{ctm} \\ f_{ctk;0,95} &= 1,30 \cdot f_{ctm} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Geht man von einer Standardnormalverteilung der Festigkeiten aus, entsprechen diese Grenzwerte einem Variationskoeffizienten von 18%.

Neben der Berechnung der Zugfestigkeit aus einer versuchstechnisch ermittelten Druckfestigkeit besteht die Möglichkeit, die Zugfestigkeit mittels eines Spaltzugversuches an einem Probezylinder von 150 mm Durchmesser und 300 mm Höhe mit geringem Aufwand zu ermitteln. Aus der erreichten Höchstlast ( $F_{SZ}$ ) errechnet sich die Spaltzugfestigkeit ( $f_{ct,SZ}$ ) der Probe zu:

$$f_{ct,SZ} = \frac{F_{SZ}}{\pi \cdot d \cdot l} \quad (2.12)$$

Repräsentative und vergleichbare Ergebnisse können nach SCHLEE [85] nur erreicht werden, wenn die Prüfkörper dieselbe Geometrie aufweisen und die ersten Risse im Inneren des Körpers auftreten. Bei den zylindrisch geformten Prüfkörpern nach DIN 1048-5 [3] trifft dies zu, da die rissauslösende Querkzugspannung entlang der Zylinderachse gleichzeitig eine Hauptspannung ist. Da der Rissbildungsbereich weit entfernt von den hoch beanspruchten Rändern des Zylinders liegt, können zufällige und systembedingte Störeinflüsse weitgehend ausgeschlossen werden. Die zentrische Zugfestigkeit errechnet sich anhand Tabelle 2.3 aus der Spaltzugfestigkeit zu

$$f_{ctm} = 0,9 \cdot f_{ct,SZ} \quad (2.13)$$

Für den Rissbereich selber kann nach [10] eine Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung (Bild 2.9) aufgestellt werden.

Diese Beziehung ist abhängig von der Zugfestigkeit des Betons, von der Bruchenergie ( $G_f$ ) und vom

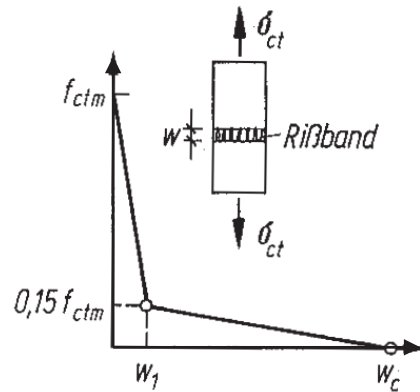


Bild 2.9: Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung [10]

Beiwert  $\alpha_f$ , die wiederum vom Größtkorn des Zuschlagstoffes beeinflusst werden. Für  $w_c$  und  $w_1$  gelten folgende Beziehungen:

$$w_c = \alpha_f \cdot \frac{G_f}{f_{ctm}} \quad (2.14)$$

$$w_1 = \frac{2 \cdot G_f}{f_{ctm}} - 0,15 \cdot w_c \quad (2.15)$$

Werte für die Bruchenergie ( $G_f$ ) sowie den Beiwert ( $\alpha_f$ ) können [38] entnommen werden. Die Form der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung ist für das Tragverhalten zugbeanspruchter unbewehrter Bauteile entscheidend.

### 2.3.2 Mehraxiale Beanspruchung

Strukturelemente wie Schalen, Platten oder Scheiben sind in der Regel mehraxialen Spannungszuständen ausgesetzt. Aus diesem Grund ist es wichtig, eine Überführung des zuvor betrachteten einaxialen Spannungszustandes des Betons auf einen mehraxialen Spannungszustand durchzuführen. Die Beschreibung der Spannungs-Verzerrungs-Beziehung bedarf der Anwendung spezieller konstitutiver Beziehungen, die im MODEL CODE 90 [10] dargelegt sind.

Abhängig ist die mehraxiale Festigkeit des Betons genau wie die einaxiale Druck- und Zugfestigkeit von mehreren Parametern, die bereits im Abschnitt 2.3.1 genannt wurden. Im Allgemeinen ist es ausreichend, die mehraxiale Festigkeit des Betons von der einaxialen Festigkeit abzuleiten. Dabei ist zu beachten, dass das Verhältnis der einaxialen Zugfestigkeit ( $f_{ctm}$ ) zur einaxialen Druckfestigkeit ( $f_{cm}$ ) und das Verhältnis aus der zweiaxialen Druckfestigkeit ( $f_{2cm}$ ) und der einaxialen Druckfestigkeit ( $f_{cm}$ ) in diese Betrachtung als zusätzliche Parameter einbezogen werden können. Die Festigkeit eines Materials wird oft durch Versagensflächen dargestellt. Dies kann bei der Darstellung der zweiaxialen Festigkeit durch eine zweidimensionale Darstellung der umhüllenden Kurve (Bild 2.10) und im Falle der Betrachtung der dreiaxialen Festigkeit in Form einer dreidimensionalen Versagensfläche (Bild 2.11) geschehen.

Zur Beschreibung dieser Beziehungen für die zweiaxiale Festigkeit dienen Gl. 2.16 nach MODEL CODE 90 [10]. Hierbei beschreibt Gl. 2.16a den Bereich von zweiaxialen Druck, Gl. 2.16b eine Druck-Zugbeanspruchung und Gl. 2.16c zweiaxialen Zug. Diese einfachen Beziehungen stellen nach Aussage von [10] eine akzeptable Näherung an die von KUPFER [54] aufgestellten Formulierungen dar (Bild 2.10).

$$\sigma_{3f} = -\frac{1 + 3,80 \cdot \alpha}{(1 + \alpha^2)} f_{cm} \quad (\text{a})$$

$$\text{mit: } \alpha = \sigma_{2f} / \sigma_{3f}$$

$$\sigma_{1f} = (1 + 0,8 \cdot \frac{\sigma_{3f}}{f_{cm}}) f_{ctm} \quad (\text{b})$$

$$\sigma_{1f} = f_{ctm} = \text{const.} \quad (\text{c})$$

(2.16)

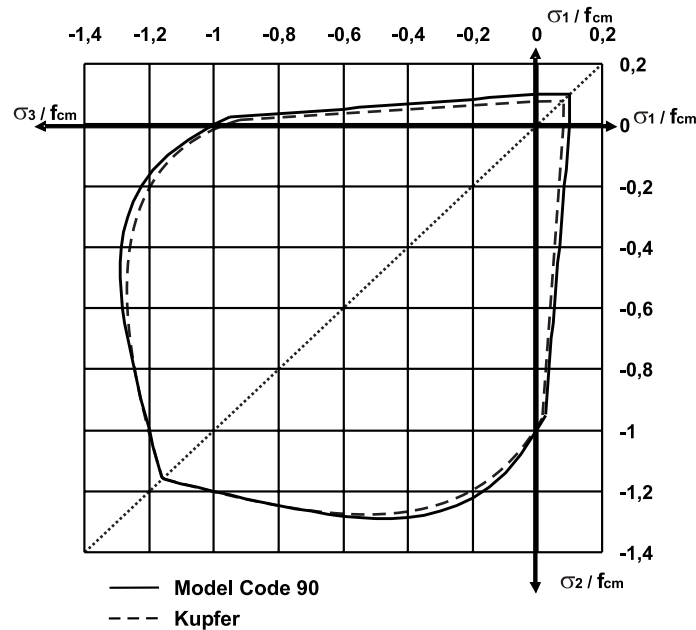


Bild 2.10: Zweiaxiale Betonfestigkeit nach MODEL CODE 90 [10] und KUPFER [54]

Für die dreiaxiale Betonfestigkeit werden in [26] verschiedene bruchmechanische Modelle vorgestellt, mit denen Beton unter dreiaxialen Spannungszuständen beschrieben werden kann. Ein Beispiel für eine räumliche Versagensfläche von Beton ist in Bild 2.11 dargestellt. Erkennbar wird hier, dass diese um die Raumdiagonale (Äquistrix) angeordnet sind, aber nicht rotationssymmetrisch sind. Die Versagensflächen weiten sich mit zunehmendem hydrostatischem Druck auf. In der Regel wird die Versagensfläche in ebenen Schnitten dargestellt. In Bild 2.12 ist eine Möglichkeit der Darstellung als Schnittebene senkrecht zur Hauptspannungsachse zu sehen. Weitere Ausführungen zum Spannungs-Dehnungs-Verhalten können dem MODEL CODE 90 [10] entnommen werden.

### 2.3.3 Zeitabhängiges Verhalten von Beton

Das zeitabhängige Verhalten von Beton beeinflusst die Zustandsgrößen von Betontragwerken und muss daher im Rahmen von Langzeitanalysen bzw. der Prognostizierung von Ergebnissen aus Kurzzeitanalysen auf Langzeiteffekte unter Gebrauchslasten berücksichtigt werden. Man unterscheidet in diesem Zusammenhang zwischen spannungsabhängigen und spannungsunabhängigen Einflüssen auf die Verformung. Neben der elastischen Verformbarkeit ( $\epsilon_{c,el}(t_0)$ ) ist das viskoelastische Materialverhalten des Betons, unter dem das Kriechen ( $\epsilon_{c,K}(t)$ ) zu verstehen ist, zu berücksichtigen. Das Schwinden ( $\epsilon_{c,S}(t)$ ) und das Quellen von Beton hingegen ist ein spannungsunabhängiger Prozess. Zusammengefasst kann das zeitabhängige Materialverhalten wie folgt beschrieben werden:

$$\epsilon_c(t) = \epsilon_{c,el}(t_0) + \epsilon_{c,K}(t) + \epsilon_{c,S}(t) \quad (2.17)$$

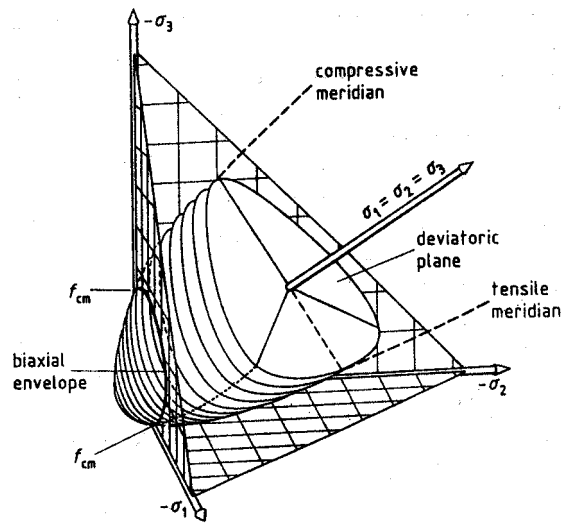
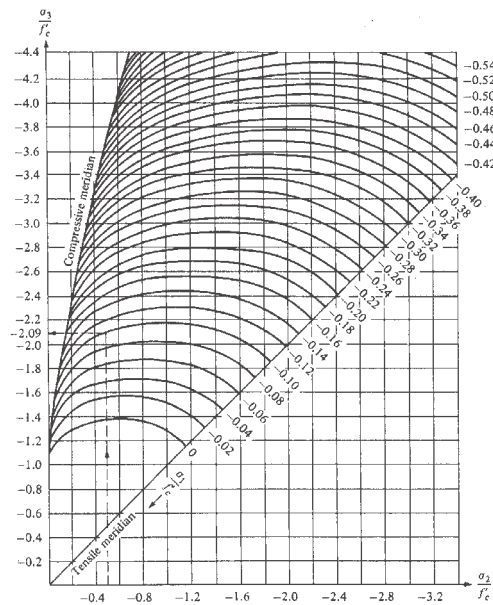


Bild 2.11: Dreiaxiale Betonfestigkeit nach [10]

Bild 2.12: Höhengichtlinien senkrecht zur  $\sigma_2 - \sigma_3$ -Ebene [10]

### 2.3.3.1 Kriechen und Relaxation

Unter dem Kriechen versteht man die zeitliche Zunahme von Betondehnungen, die durch eine äußere in der Regel konstante Belastung hervorgerufen werden. Die Kriechverformungen ( $\epsilon_{c,K}$ ) treten zusätzlich zu den bei Belastungsbeginn zum Zeitpunkt  $t_0$  auftretenden elastischen Verformungen ( $\epsilon_{c,el}(t_0)$ ) auf. Ausführliche Darlegungen zum Kriechverhalten von Beton sind u.a. MÜLLER [64] zu entnehmen. Für den nach MODEL CODE 90 [10] angegebene Gültigkeitsbereich von  $\sigma_c < 0,4f_{cm}(t_0)$  gilt dann folgende Beziehung für die Kriechverformung:

$$\epsilon_{c,K} = \phi(t, t_0) \cdot \frac{\sigma_c}{E_{c,28}} \quad (2.18)$$



Hierbei wird angenommen, dass bis zu diesem Spannungsniveau ein linearer Zusammenhang zwischen kriecherzeugender Spannung und Kriechdehnung besteht. In der DIN 1045-1 [2] wird diese Grenze zu  $\sigma_c = 0,4f_{ck}(t)$  festgelegt. Bei einem höheren Spannungsniveau verhält sich das Kriechen zunehmend nichtlinear, was durch die Bildung von Mikrorissen in der Matrix begründet ist. Die in Gl. 2.18 angegebenen Faktoren haben folgende Bedeutung:

$\phi(t, t_0)$	Kriechzahl zum Zeitpunkt $t$ und Belastungsbeginn $t_0$ (bezogen auf die mit $E_{c,28}$ ermittelten elastischen Verformungen)
$E_{c,28}$	wirksamer E-Modul (Tangentenmodul nach 28 Tagen)
$\sigma_c$	konstante kriecherzeugende Betonspannung im Betrachtungszeitraum (maximal 10%-20% Schwankung nach [10])

Die Kriechzahl stellt sich nach [10] in einem Produktansatz dar, der aus dem Grundwert der Kriechzahl ( $\phi_0$ ) und dem Faktor zur zeitlichen Beschreibung des Kriechverlaufs ( $\beta_c(t, t_0)$ ) besteht.

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 \cdot \beta_c(t, t_0) \quad (2.19)$$

Die gesamte spannungsabhängige Dehnung ( $\epsilon_{c\sigma}$ ) kann dann mit dem Term nach Gl. 2.20 ausgedrückt werden.

$$\epsilon_{c\sigma}(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \cdot \underbrace{\left( \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\phi(t, t_0)}{E_{c,28}} \right)}_{I(t, t_0)} \quad (2.20)$$

In dieser Gleichung steht  $I(t, t_0)$  für die so genannte Kriechfunktion. Für die Bestimmung der Kriechzahl ( $\phi(t, t_0)$ ) und deren zeitlichem Verlauf sind zahlreiche Untersuchungen durchgeführt worden. Für die Dauerhaftigkeit einer Stahlbetonkonstruktion ist die Endkriechzahl ( $\phi(\infty, t_0)$ ) von Bedeutung, da die Verformungen zum Ende der Nutzungsdauer des Bauwerkes für den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit interessant sind. Diese Endkriechzahl liegt für Konstruktionsbetone im Bereich von  $1 < \phi(\infty, t_0) < 4$ . Damit zeigt sich, dass die Kriechverformung den bis zu vierfachen Wert der elastischen Verformung annehmen kann.

Einen Sonderfall des Kriechens unter veränderlicher Spannung stellt die Relaxation dar, bei der die kriecherzeugende Spannung so abfällt, dass die Dehnung konstant bleibt. Analog zur Kriechzahl kann damit die Relaxationszahl ( $\psi(t, t_0)$ ) eingeführt werden. Der Zusammenhang zwischen Kriechzahl und Relaxationszahl wird mit Gl. 2.21 beschrieben.

$$\psi(t, t_0) = \frac{\phi(t, t_0)}{1 + \varrho \cdot \phi(t, t_0)} \quad (2.21)$$

Hierin kann der Relaxationskennwert  $\varrho$  für eine längere Beanspruchungsdauer näherungsweise zu 0,8 gesetzt werden [51].

Nach DIN 1045-1 [2] kann die Kriech- und Relaxationsverformung in der Regel mit Hilfe des wirkamen E-Modul des Betons ( $E_{c,eff}$ ) berücksichtigt werden, so dass gilt:

$$E_{c,eff} = \frac{E_c(t_0)}{1 + \phi(t, t_0)} \quad (2.22)$$

Auswirkungen des Kriechens auf die Verformung von Stahlbetonbauteilen insbesondere von Platten-tragwerken sind in DONAUBAUER [25] untersucht worden.

### 2.3.3.2 Schwinden

Die Längenänderung des Betons aufgrund von Austrocknungsprozessen wird im Allgemeinen als Schwinden bezeichnet. Dies ist ein langsam ablaufender Prozess, der durch Diffusionsvorgänge des im Beton vorhandenen Wassers nach außen entsteht und lastunabhängig ist. Die Schwindverformungen werden durch das Schwindmaß ( $\epsilon_{cS}(t)$ ) beschrieben, das als das Verhältnis der in der betrachteten

Richtung zu einem bestimmten Zeitpunkt vorhandenen Schwindverkürzung zur Ausgangslänge definiert ist. Die Bestimmung des Schwindmaßes ist ebenfalls Thema zahlreicher Untersuchungen. In der DIN 1045-1 [2] wird das Schwindmaß in einen Anteil für das Trocknungsschwinden ( $\epsilon_{cds}$ ) und in einen Schrumpfanteil ( $\epsilon_{cas}$ ) zerlegt, wobei das Trocknungsschwinden im Gegensatz zum Schrumpfen von den herrschenden Umweltbedingungen abhängig ist. Damit bestimmt sich das Schwindmaß wie folgt:

$$\epsilon_{cs}(t) = \epsilon_{cds}(t) + \epsilon_{cas}(t) \quad (2.23)$$

Die Herleitung zur Bestimmung der Größen für das Trocknungsschwinden und Schrumpfen (autogenes Schwinden) sind [65] zu entnehmen.

Das Schwinden des Betons ist insofern von Interesse, da bei behinderter Verformung zum Beispiel aus äußeren Randbedingungen oder durch vorhandene Bewehrung sich im Bauteilinneren Zwangsspannungen ausbilden können. Daneben entstehen durch den von Außen nach Innen abnehmenden Austrocknungsprozess des betrachteten Körpers Eigenspannungen im Beton. Durch den Verformungsunterschied infolge unterschiedlicher Austrocknung über den Querschnitt folgen Zugspannungen am Außenrand des Bauteils und mit ihnen im Gleichgewicht stehende Druckspannungen im Bauteilinneren. Diese Eigenspannungen überlagern sich bei einer aufgebrachtten äußeren Beanspruchung mit den hieraus hervorgerufenen Spannungen. Dieses Verhalten ist in Bild 2.13 dargestellt. Da diese Austrocknungsprozesse sehr langsam verlaufen, ist davon auszugehen, dass das Bauteil seine Ausgleichsfeuchte erst nach mehreren Jahren erreicht. Deshalb sind Schwindeigenspannungen in der Regel in die Betrachtungen des Rissverhaltens eines Bauteils mit einzubeziehen.

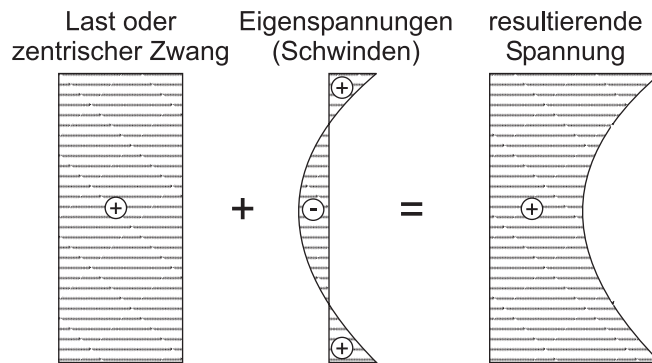


Bild 2.13: Überlagerung von äußerer Last mit Schwindeigenspannungen

Allgemein hängt die Größe der zentrischen Zwangsspannungen infolge Schwinden von den jeweiligen Steifigkeiten der schwindbehindernden und dem Schwinden ausgesetzten Bauteilen ab. Bei bewehrtem Beton erfolgt durch die eingelegte Bewehrung diese Behinderung der Schwindverformungen. Aus dieser Verformungsbehinderung resultieren neben den Zugkräften im Beton ( $F_{c,s}$ ) ebenfalls Druckkräfte im Stahl ( $F_{s,s}$ ). Die Größe der Zugspannung im Beton ( $\sigma_{cs}$ ) kann damit für den Fall einer Schwindbehinderung durch Bewehrung wie folgt unter Zuhilfenahme von Gl. 2.24 für den Sonderfall eines symmetrischen Körpers mit symmetrischer Bewehrungsanordnung abgeschätzt werden (Bild 2.14):

$$\sigma_{cs} = \frac{S_{Bewehrung}}{S_{Bewehrung} + S_{Körper}} \cdot E_{c,adj} \cdot \epsilon_{cS} \quad (2.24)$$

mit:  $S_{Körper}$  : Steifigkeit Gesamtkörper  $= E_s A_s + E_c A_c$   
 $S_{Bewehrung}$  : Steifigkeit Bewehrung  $= E_s A_s$   
 $E_{c,adj}$  : belastungsabhängiger Elastizitätsmodul von Beton nach [10]

Sobald von der Annahme einer symmetrischen Beanspruchung abgewichen wird, sind zusätzliche Betrachtungen notwendig. Hinweise hierzu finden sich in [9]. Diese Zugspannungen im Beton sind von der jeweiligen Steifigkeit der Bewehrung - wie bereits zuvor über das Verhältnis der Steifigkeiten beschrieben (Gl. 2.24) - somit also vom Bewehrungsgrad abhängig. Durch die Verträglichkeitsbedingung des Gleichgewichts zwischen inneren und äußeren Kräften bei dieser Beanspruchung folgt für das

Kräftegleichgewicht Gl. 2.25.

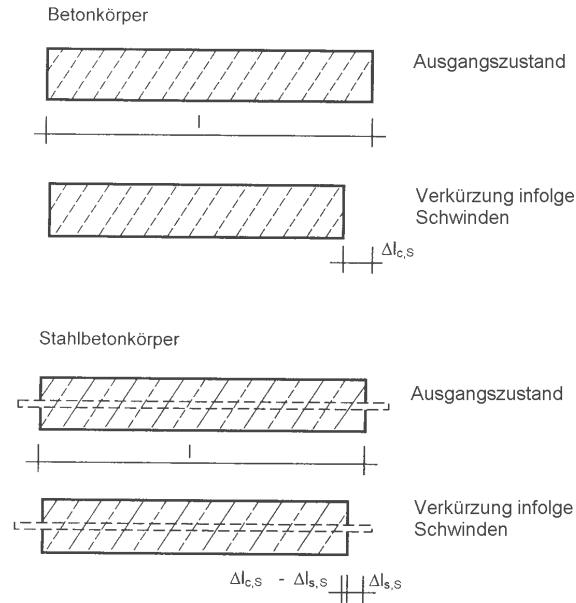


Bild 2.14: Behinderung der Schwindverformungen durch Bewehrung nach SEIBEL [88]

$$\begin{aligned}
 F_{c,S} &= F_{s,S} \\
 \frac{\Delta l_{c,S} - \Delta l_{s,S}}{l} \cdot E_c \cdot A_c &= \frac{\Delta l_{s,S}}{l} \cdot E_s \cdot A_s \quad (2.25) \\
 (\epsilon_{c,S} - \epsilon_{s,S}) \cdot E_c \cdot A_c &= \epsilon_{s,S} \cdot E_s \cdot A_s
 \end{aligned}$$

In Abhängigkeit der Dehnsteifigkeiten der Bewehrung und des Betons (E-Module und Bewehrungsgrad) kann die Schwinddehnung des Stahlbetongesamtkörpers ( $\epsilon_{s,S}$ ) über die Betonschwinddehnung ( $\epsilon_{c,S}$ ) ausgedrückt werden (Gl. 2.26).

$$\epsilon_{s,S} = \frac{\epsilon_{c,S}}{1 + \frac{E_s}{E_c} \cdot \rho} \quad (2.26)$$

Für den Fall einer Behinderung der Schwindverkürzung können in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad ( $\rho$ ) die im Beton auftretenden Zugspannungen unter der Annahme ermittelt werden, dass die Spannungen über die Bauteildicke konstant sind und das Schwindmaß des Betons bekannt ist (Gl. 2.27).

$$\sigma_{c,S} = (\epsilon_{c,S} - \epsilon_{s,S}) \cdot E_c \quad (2.27)$$

$$E_c(t) = E_{c,28} \sqrt{e^{s \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t/t_1}}\right)}}$$

mit:  $E_{c,28}$  : E-Modul nach  $t = 28$  Tagen  
 $s$  : Beiwert nach Zementart  
0,38 (CEM 32,5)  
0,25 (CEM 32,5R, 42,5)  
0,20 (CEM 42,5R, 52,5)  
 $t_1$  : Bezugsalter 1 Tag

(2.28)

Unter der Berücksichtigung des zeitlichen Verlaufes der Entwicklung des E-Moduls nach Gl. 2.28, der Kriechzahl nach Gl. 2.19 und der Schwinddehnung nach Gl. 2.26 ist damit die Entwicklung der Zugspannungen im Beton infolge Schwindens nach Gl. 2.27 ebenfalls von der Zeit ( $t$ ) abhängig. Damit ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$\sigma_{c,S}(t, t_0) = (\epsilon_{c,S}(t) - \epsilon_{s,S}) \cdot E_{c,eff}(t, t_0) \quad (2.29)$$

Da der effektive Elastizitätsmodul über die Kriech- bzw. Relaxationszahl (Gl. 2.22) von der aufgebrachtten Spannung abhängig ist, lässt sich Gl. 2.29 nicht mehr explizit lösen.

Um den Schwindeinfluss auf die Abnahme der Erstrisskraft zu untersuchen, wird in EMPELMANN [29] ein Vergleich zwischen der Zugfestigkeit beim Auftreten des ersten Risses aus über 100 Zugversuchen zentrisch beanspruchter schlanker Zugglieder und der rechnerischen Zugfestigkeit nach EUROCODE 2 [6] durchgeführt. Eine lineare Regressionsrechnung ergibt den Zusammenhang zwischen Bauteilzugfestigkeit ( $f_{ct, Versuch}$ ) und rechnerischer mittlerer Zugfestigkeit ( $f_{ctm}$ ) von

$$f_{ct, Versuch} = \alpha_S \cdot f_{ctm} \quad (2.30)$$

mit:  $\alpha_S = 0,73$

Von MAURER [61] wird der Faktor ( $\alpha_S$ ) anhand einer Auswertung von 54 Zugversuchen mit 0,85 angegeben. Die zuvor dargestellten Zusammenhänge machen deutlich, dass eine globale Abminderung der Zugfestigkeit zwar möglich ist, deren Größe aber von den Parametern Schwindmaß und Bewehrungsgrad abhängig ist. Da jedoch eine genaue Berechnung der Zwangsspannungen durch die zeitliche Veränderlichkeit der Eingangsparameter (E-Modul, Kriechzahl und Schwindmaß) sehr aufwendig ist, genügt es für baupraktische Probleme eine allgemeine Abminderung der Zugfestigkeit - wie sie in [29] und [61] beschrieben ist - vorzunehmen.

Es muss unterschieden werden zwischen einem Eigenspannungszustand infolge Schwindens, welcher unabhängig vom Grad der Schwindbehinderung ist und einem durch die Behinderung der Schwindverkürzung hervorgerufenen Zugspannungen im Beton. Die Schwindeigenspannungen sind von untergeordnetem Einfluss, sofern an allen Oberflächen des Bauteils ähnliche Umweltbedingungen herrschen.

## 2.4 Zusammenwirken von Stahl und Beton

Das Tragverhalten bewehrter Betonkonstruktionen wird nicht nur allein durch die mechanischen Eigenschaften der Materialien Stahl und Beton beeinflusst, sondern hängt vor allem vom Zusammenwirken dieser Stoffe ab. Es lassen sich hierbei drei unterschiedliche Effekte beschreiben, die von Einfluss auf das Tragverhalten sind:

- Verbundwirkung
- Dübelwirkung
- Umschnürungswirkung

Da im Rahmen dieser Arbeit flächenartige Tragwerke behandelt werden, wird auf die Umschnürungswirkung nicht näher eingegangen.

### 2.4.1 Verbundwirkung

Eine wesentliche Voraussetzung für den Verbundbaustoff Stahlbeton ist die Verbundwirkung der beiden Komponenten dieses Baustoffes sowohl im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit als auch im Grenzzustand der Tragfähigkeit. Die Verbundwirkung des Stahls im Beton entsteht zum einen durch chemisch-mechanische Bindung der Materialien untereinander (Haftverbund), welche aber nur von geringer Bedeutung ist. Zum anderen ist die Reibung zwischen Stahl und Beton zu nennen (Reibungsverbund), die an den Kontaktflächen auftritt. Von größter Bedeutung ist jedoch bei den heute

verwendeten gerippten Betonstählen die Kraftübertragung zwischen den Rippen und den dazwischen liegenden Betonkonsolen (Scherverbund in Bild 2.15b). In Folge der sich auf den Rippen abstützenden Betondruckkräfte bildet sich aus Gleichgewichtsgründen eine Ringzugspannung um den Bewehrungsstab aus (Bild 2.15a). Der Verbund zwischen Stahl und Beton wird damit im Wesentlichen von fol-

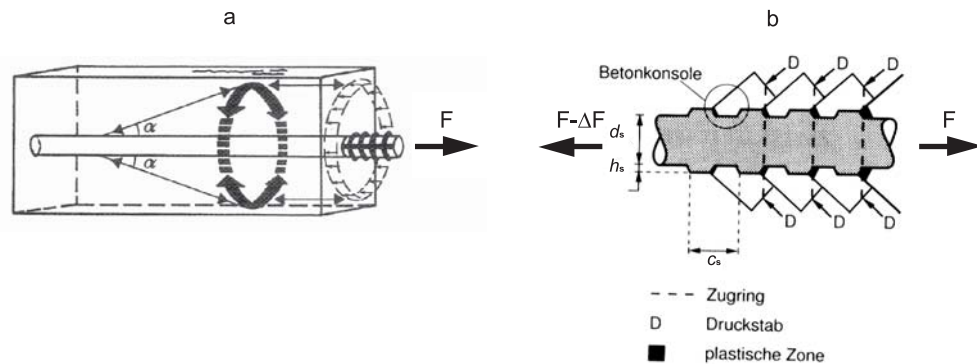


Bild 2.15: Kraftübertragung zwischen Stahl und Beton global (a) [11] und lokal (b) [49]

genden Faktoren bestimmt:

- Betonfestigkeit ( $f_{cm}$ ) und Betonzusammensetzung
- Betondeckung  $c$
- Betonierrichtung
- Oberflächenbeschaffenheit des Betonstahls
- Stabdurchmesser  $d_s$
- Rippenhöhe  $h_s$
- Rippenabstand  $c_s$
- Lastgeschichte
- Beanspruchung quer zur Bewehrungsstabachse

Diese Einzelkräfte an den Rippen des Bewehrungsstahls können bei größeren Abbildungsmaßstäben als veränderliche Schubspannungen ( $\tau(x)$ ) an der Kontaktfläche zwischen Stahl und Beton aufgefasst werden. Der genaue Verlauf der Schubspannungen ist Inhalt einer Vielzahl von experimentellen und theoretischen Untersuchungen. Es können zusammenfassend nach Bild 2.16 folgende Verbundarten unterschieden werden:

- Haftverbund
- Scherverbund
- Reibungsverbund

Haftverbund:

Die Haftung zwischen Stahl und Beton oder Adhäsion genannt besitzt nur eine geringe Festigkeit. Diese Klebewirkung hängt unter anderem von der Beschaffenheit der Oberflächen ab. Sie besitzt eine hohe Steifigkeit, d.h. sie erreicht hohe Verbundspannungswerte bereits bei sehr kleinen Verschiebungen. Dieser Haftverbund wird aber schon bei kleinen Relativverschiebungen gestört.

Scherverbund:

Beim Scherverbund erfolgt die Krafteinleitung über die Rippen des Bewehrungsstahls und verursacht

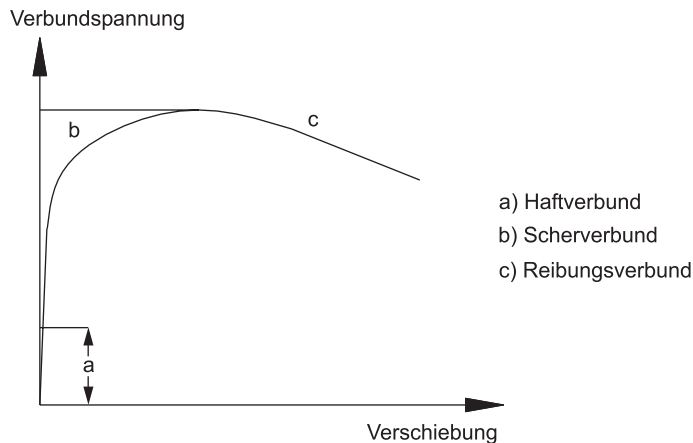


Bild 2.16: Verbundarten

im Beton neben den Druckkräften im Bereich der Rippen Querspannungen in Form eines Zuginnges um den Bewehrungsstab (Bild 2.15a). Zur Vermeidung von Längsrissen erfordert dies eine ausreichende Betondeckung. Die Rippenpressung verhält sich wesentlich weicher als der Haftverbund, besitzt aber eine deutlich höhere Festigkeit (mehraxialer Druckspannungszustand) und wird damit für hohe Verbundspannungen maßgebend. Dieser Anteil der Verbundwirkung liefert den maßgeblichen Anteil zur Kraftübertragung zwischen Beton und Stahl.

Reibungsverbund:

Nach dem Abscheren der Betonkonsolen wirkt lediglich der Verbund über Reibung. Die Größe der Reibungskraft hängt damit unter anderem auch vom Vorhandensein einer Querbeanspruchung ab.

Eine weitere Betrachtung des Verbundverhaltens ist jene von IDDA [42]. Hier wird der Verbundmechanismus in 6 Einzelphasen unterteilt:

1. Konische Rissbildung von der Rippenspitze ausgehend
2. Abspalten der Betonkonsole zwischen zwei Stahlrippen
3. Verzahnung und Kraftübertragung über die raue Trennfläche im Beton
4. Verbundversagen durch Glätten und Aufgleiten der Trennflächen
5. Rest einer Kraftübertragung entlang der Trennflächen durch Reibung
6. Parallel dazu verlaufende Längsrissbildung, die die Verzahnung der Trennflächen mindert

Die jeweiligen Phasen der aufgestellten Arbeitshypothese zum Verbundmechanismus nach IDDA [42] sind in Bild 2.17 dargestellt. Die geringe Relativverschiebung zwischen Stahl und Beton setzt sich bis zum Abspalten der Betonkonsolen aus der Öffnung der konischen Risse und der Stauchung des Betons vor den Stahlrippen zusammen (1). Nach dem Abspalten der Betonkonsolen kommt es zu großen Relativverschiebungen. Im Gegensatz zur vorherigen Betrachtung geht IDDA [42] nun von einer weiteren Steigerung der Verbundspannung auf Grund von Kontaktspannungen entlang der stark verzahnten Fuge aus. Das Aufgleiten der abgetrennten Betonkonsolen, die wie Keile wirken, führt zur Dilatanz (3). Werden diese Unebenheiten überwunden, fällt die Verbundspannung ab. Es kommt zu zunehmender Glättung der Trennflächen und einer daraus resultierenden Kontraktanz (4), bis letztendlich nur noch geringe Verbundspannungen durch Reibung übertragen werden können.

Von entscheidender Bedeutung für die Höhe der maximalen Verbundspannung ist die Druckfestigkeit des Betons [28]. Dem gegenüber hat der Stabdurchmesser nur einen geringen Einfluss [52]. Die auf den Beton übertragene Kraft ( $F_c$ ) kann durch die Integration der Verbundspannungen ( $\tau_c(x)$ ) über

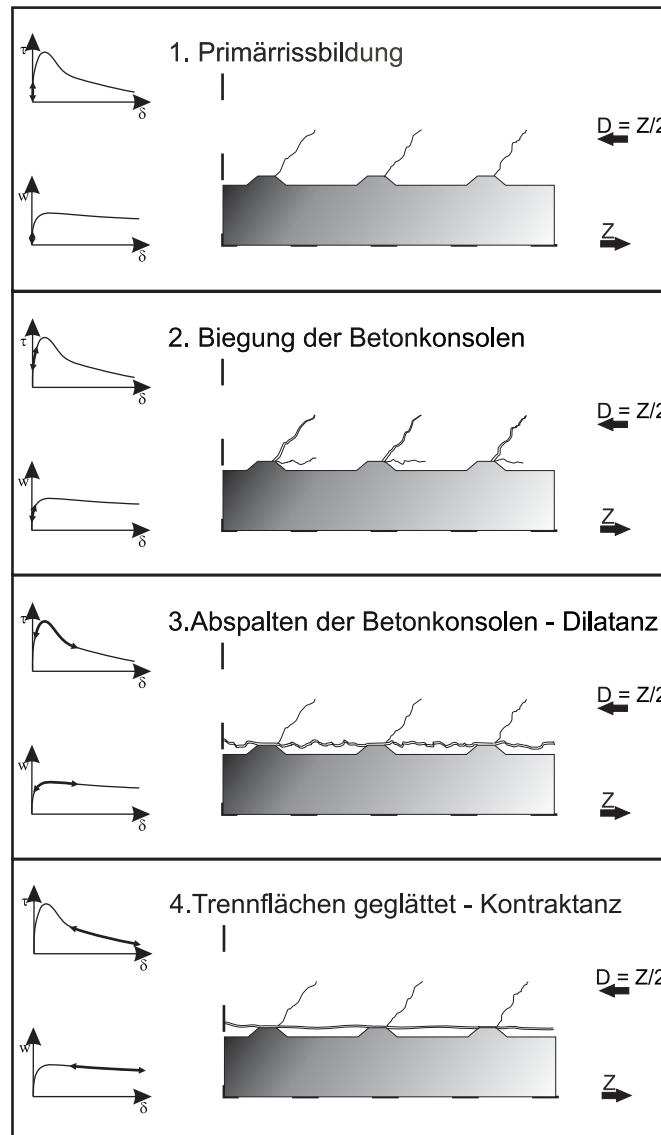


Bild 2.17: Örtliche Beanspruchung des Betons um den gerippten Bewehrungsstab nach [42]

die Einleitungslänge ( $l_e$ ) ermittelt werden.

$$F_c = \int_0^{l_e} \tau_c(x) U_s dx \quad (2.31)$$

Die mathematische Beschreibung der Verbundwirkung erfolgt über Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen, welche den Zusammenhang zwischen den gleichmäßig über den Umfang verteilten fiktiven Schubspannungen und dem örtlichen Schlupf zwischen Bewehrungsstahl und Beton herstellen. Diese Beziehungen werden in der Regel empirisch aus experimentellen Untersuchungen abgeleitet. Nur wenige Arbeiten beschäftigen sich mit einer theoretischen Herleitung des Verbundverhaltens. Solche mathematischen Beschreibungen des experimentell ermittelten Verbundverhaltens finden sich unter anderem in [10], [42], [67] und [74]. Der in Bild 2.16 dargestellte Verbundspannungs-Schlupf-Verlauf wird nach [10], wie in Bild 2.18 zu erkennen ist, angenähert. Zunächst erfolgt der nichtlineare ansteigende Ast, worauf ein Bereich mit der konstanten maximalen Verbundspannung ( $\tau_{max}$ ) folgt. Als nächstes fällt die aufnehmbare Verbundspannung linear bis auf eine Restverbundspannung ( $\tau_f$ ) ab.

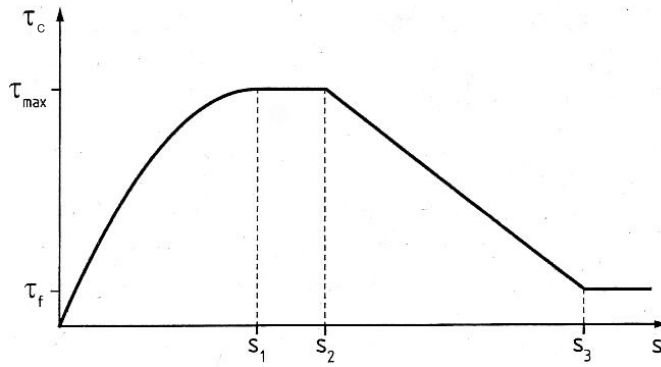


Bild 2.18: Idealisierte Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung nach MODEL CODE 90 [10]

Tabelle 2.4: Verbundparameter für unterschiedliche Verbundbedingungen nach MODEL CODE 90 [10]

Parameter	ohne Umschnürung		mit Umschnürung	
	guter Verbund	mäßiger Verbund	guter Verbund	mäßiger Verbund
$s_1$	0,6 mm	0,6 mm	1,0 mm	1,0 mm
$s_2$	0,6 mm	0,6 mm	3,0 mm	3,0 mm
$s_3$	1,0 mm	2,5 mm	$c_s$	$c_s$
$\alpha$	0,4	0,4	0,4	0,4
$\tau_{max}$	$2,0 \cdot f_{ck}^{1/2}$	$1,0 \cdot f_{ck}^{1/2}$	$2,5 \cdot f_{ck}^{1/2}$	$1,25 \cdot f_{ck}^{1/2}$
$\tau_f$	$0,15 \cdot \tau_{max}$	$0,15 \cdot \tau_{max}$	$0,4 \cdot \tau_{max}$	$0,4 \cdot \tau_{max}$

Nachfolgend werden die Beziehungen für den nichtlinearen ansteigenden Ast der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung aus MODEL CODE 90 [10], IDDA [42] und NOAKOWSKI [67] formelmässig gegenübergestellt und für eine Betonfestigkeit ( $f_c=25 \text{ N/mm}^2$ ) für guten und mäßigen Verbund in Bild 2.19 für geringe Schlupfwerte ( $s \leq 0,5 \text{ mm}$ ) dargestellt. Dieser Bereich bezieht sich lediglich auf den Bereich des Haft- und Scherverbundes, da dieser ansteigende Ast für das Verhalten von Bauteilen unter Gebrauchslasten zur Berechnung der Verformungen und Rissbreiten benötigt wird. Es wird hier jeweils von gerippten Bewehrungsstäben ausgegangen (für IDDA  $d_s=10 \text{ mm}$ ), da nur diese heutzutage von baupraktischer Bedeutung sind.

MODEL CODE 90 [10]

$$\begin{aligned}
 \tau_c(s) &= \tau_{max} \cdot \left( \frac{s}{s_1} \right)^\alpha & 0 \leq s \leq s_1 \\
 \tau_c(s) &= \tau_{max} & s_1 \leq s \leq s_2 \\
 \tau_c(s) &= \tau_{max} - (\tau_{max} - \tau_f) \cdot \left( \frac{s - s_2}{s_3 - s_2} \right) & s_2 \leq s \leq s_3 \\
 \tau_c(s) &= \tau_f & s_3 < s
 \end{aligned} \tag{2.32}$$



NOAKOWSKI [67]

$$\tau_c(s) = A \cdot s^\alpha \cdot f_c$$

guter Verbund:

$$A = 0,36$$

$$\alpha = 0,22$$

mäßiger Verbund:

$$A = 0,29$$

$$\alpha = 0,30$$

(2.33)

IDDA [42]

$$\tau_c(s) = f_c \cdot a_0 \cdot \left(\frac{s}{c_s}\right)^{b_0} \cdot e^{\left(c_0 \cdot \frac{s}{c_s} + d_0 \sqrt{\frac{w}{h_s}}\right)}$$

$$a_0 = 1,9 \quad w = 0$$

$$b_0 = 0,5 \quad c_s : \text{Tab. 2.2}$$

$$c_0 = -2,3 \quad h_s : \text{Tab. 2.2}$$

$$d_0 = -1,4$$

(2.34)

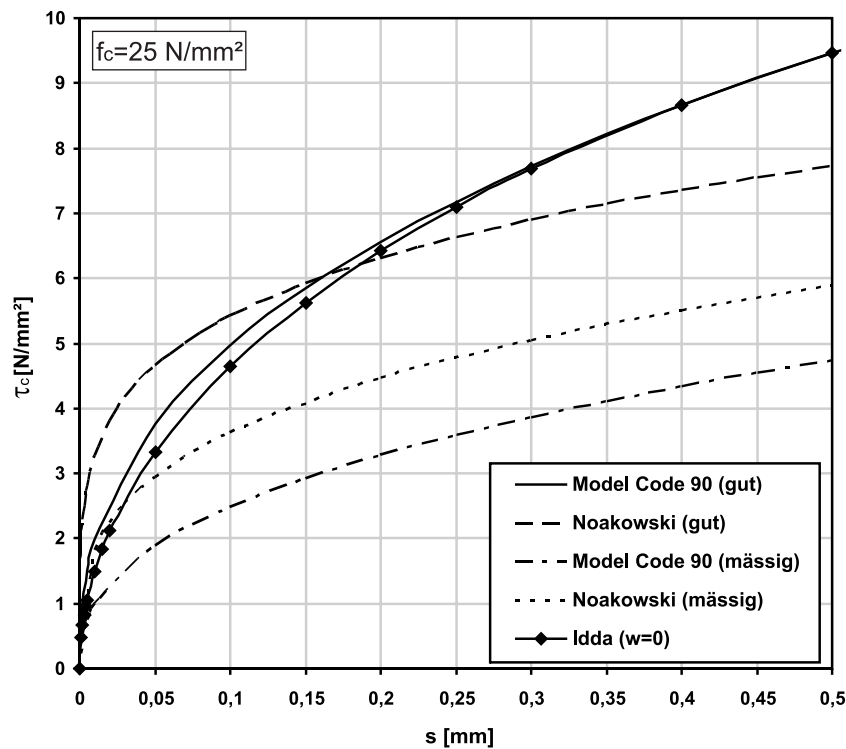


Bild 2.19: Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen nach [10], [67] und [42] für geringen Schlupf

Im Bereich von geringen Schlupfwerten ist erkennbar, dass die Verläufe nach MODEL CODE 90 [10] und IDDA [42] eine große Ähnlichkeit aufweisen, wohingegen der Ansatz nach NOAKOWSKI [67] im Bereich sehr geringen Schlupfes größere Verbundspannungen liefert. Daraus folgt für das Last-Verformungs-Verhalten eines Bauteils mit Rissbildung unter Verwendung dieser drei Ansätze ein steiferes Verhalten beim Ansatz nach [67] infolge größerer übertragener Verbundspannungen und damit größerem Mitwirkungsanteil des Betons. Für den mäßigen Verbund sind hier die Verläufe nach [10] und [67] der

Vollständigkeit halber aufgeführt. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird lediglich von guten Verbundbedingungen ausgegangen.

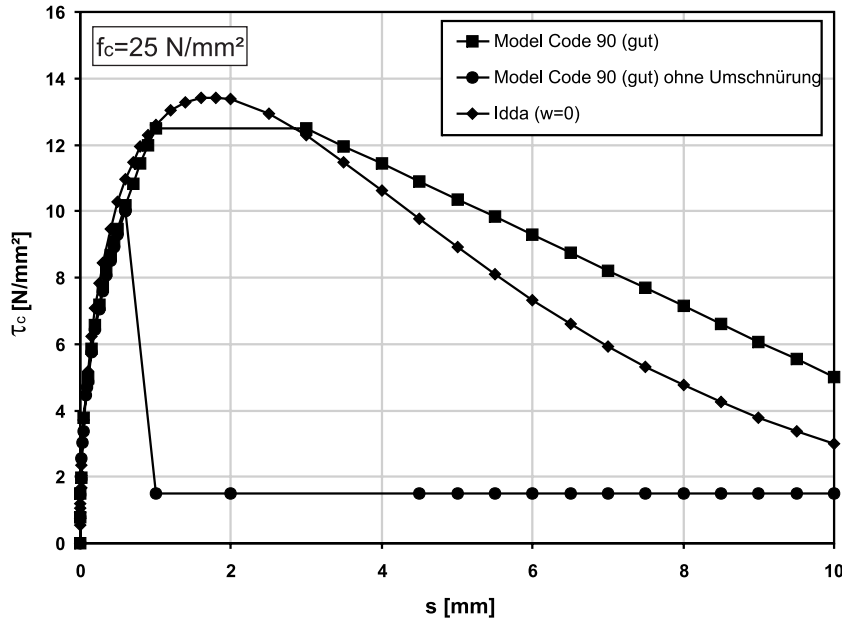


Bild 2.20: Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen nach [10] für Verbund mit und ohne Umschnürungswirkung und [42]

Der Vergleich der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen nach [10] und [42] in Bild 2.20 zeigt, dass die Ansätze auch über den gesamten Schlupfbereich ähnliche Verbundspannungswerte aufweisen. Hierbei wird für den Ansatz nach [10] ein Bauteil mit Umschnürung angenommen, was bedeutet, dass ein schlagartiges Auftreten von Längsrissen infolge Überschreitung von Ringzugspannungen im Beton verhindert wird. Zusätzlich ist noch der Verlauf ohne Umschnürungswirkung nach MODEL CODE 90 [10] aufgenommen. Dieser zeigt nach dem Überschreiten der Betonzugfestigkeit infolge zu großer Ringzugspannungen einen plötzlichen Abfall der Verbundspannung auf eine geringe Restverbundspannung.

Die Tragfähigkeit des Verbundes wird über die Scherflächen ( $F_S$ ) bestimmt. Dagegen sind die Verformungseigenschaften von der Rippenfläche ( $F_R$ ) des Betonstahls abhängig. Die Verbundeigenschaft kann nach Untersuchungen von REHM [74] als etwa proportional zur bezogenen Rippenfläche ( $f_R$ ) (Gl. 2.1) angesehen werden. Die bezogenen Rippenflächen ( $f_R$ ) von den in Deutschland verwendeten Bewehrungsstählen liegen im Bereich von 0,39 bis 0,56 und unterscheiden sich in ihrem Verbundverhalten damit nicht wesentlich. Diese Erkenntnisse decken sich damit mit den von IDDA [42] aufgestellten Formulierungen. In Bild 2.21 sind die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen für unterschiedliche Bewehrungsdurchmesser und Rippengeometrien nach Tab. 2.2 dargestellt. Erkennbar wird, dass sich zwar im Bereich des Reibungsverbundes die Kurven deutlich voneinander abheben, sich aber im Bereich von geringen Schlupfwerten nur gering unterscheiden und damit der Einfluss auf das Verformungsverhalten von untergeordneter Bedeutung ist.

Das Verbundverhalten von Bewehrungsstahl unter hohen dynamischen Beanspruchungen, wie z.B. durch Explosionsdruck, wird von GEBBEKEN und GREULICH [32] numerisch untersucht und mit experimentellen Ergebnissen von HJORTH [39] verglichen, um Aussagen zur Veränderung der Verbundeigenschaften in Abhängigkeit von der Beanspruchungsgeschwindigkeit zu machen.

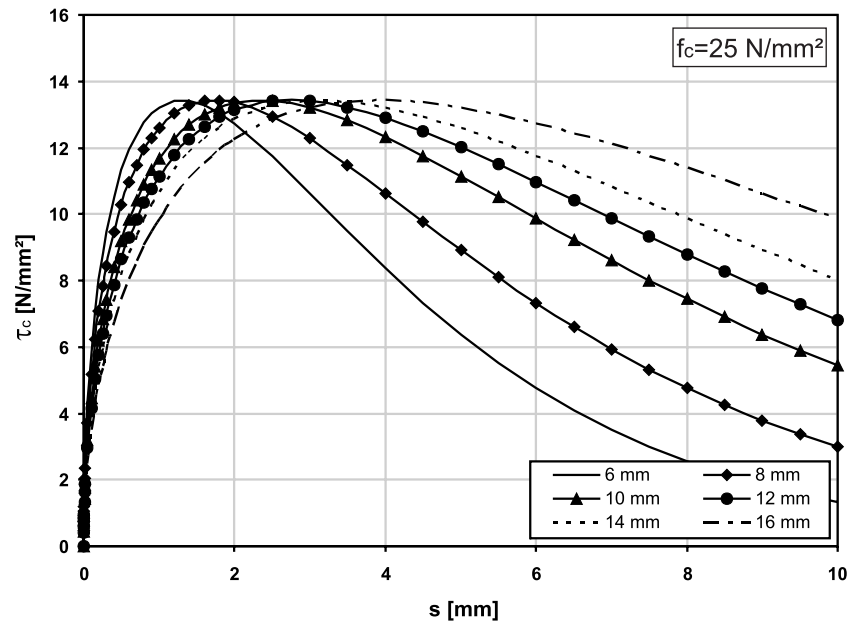


Bild 2.21: Vergleich der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen nach [42] für unterschiedliche Bewehrungsdurchmesser

## 2.4.2 Dübelwirkung

Die Dübelwirkung charakterisiert den Widerstand der im Beton eingebetteten Bewehrungsstäbe senkrecht zur Stabachse. Die Dübelwirkung entsteht in erster Linie bei Rissöffnungsrichtungen, die nicht parallel zur Achse des Bewehrungsstabes verlaufen. Hierbei entsteht durch die Verformungsbehinderung der Bewehrung eine örtlich begrenzte Kraft auf den Beton, in dem Querspannungen infolge der hohen Druckbelastung entstehen (Bild 2.22). Das Verhalten des im Beton eingebetteten Querbewehrungsstabes kann analog zur Theorie des elastisch gebetteten Balkens angesehen werden. Dabei gehen die bisherigen Untersuchungen im Allgemeinen davon aus, dass diese Wirkung bei einer Parallelverschiebung zweier Rissufer auftritt.

Für die Bestimmung der ertragbaren Dübelkraft sind mehrere Ansätze vorhanden. In diesem Fall wird

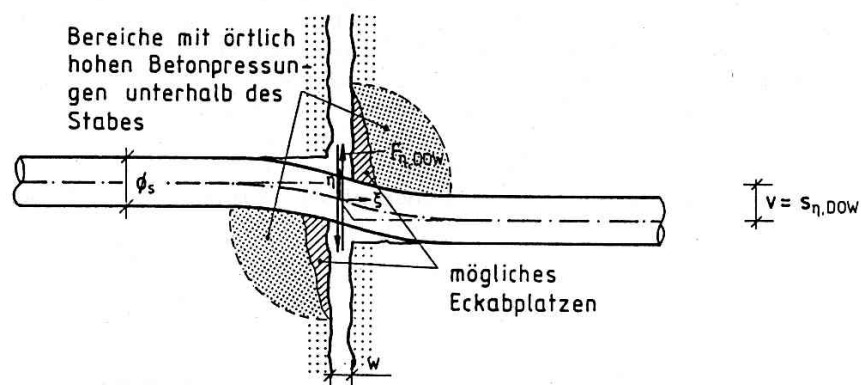


Bild 2.22: Dübelwirkung der Bewehrung bei gegenseitiger Rissuferverschiebung [77]

der Ansatz von BAUMANN [18] vorgestellt (Gl. 2.35).

$$F_{dü} = 0,76 \cdot b_n \cdot d_s \sqrt[3]{12f_{cm}}$$

(2.35)

mit:  $b_n = \text{Nettobreite}$   
 $b_n = b - \sum d_s$

In der DIN 1045-1 [2] wird der Dübelwirkung bei der Bemessung für die Querkraft im Grenzzustand der Tragfähigkeit durch das Einbeziehen des Bewehrungsgrades in Längsrichtung Beachtung geschenkt.

Nach den Ausführungen von ROOS [77] kann die Dübelkraft-Verschiebungs-Beziehung bis zu einem Verhältnis von 40% der maximalen Dübelkraft als linear angenommen werden. Das ist auch der Bereich in dem sich das Gebrauchslastniveau befindet. Die eigentliche Verschiebung unter Gebrauchslast ist abhängig von den Faktoren Betonfestigkeit, Stabdurchmesser, sowie Betonüberdeckung und kann auf einen Wert von 0,3 bis 0,5 mm abgeschätzt werden.

Bei der im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Problemstellung liegt hier jedoch eine zentrische Beanspruchung der Querbewehrung durch die Zugkraft im Längsstab vor. Wenn Längs- und Querbewehrung starr miteinander verbunden sind, wird über den Querstab die gesamte Kraft aus dem Längsstab im Beton verankert. Der Maximalwert der aufnehmbaren Dübelkraft wird zum einen durch die Zugfestigkeit des Betons in Verbindung mit der zur Abtragung dieser Kraft verfügbaren Fläche und zum anderen durch die Druckfestigkeit des Betons bei dem sich vor dem Querbewehrungsstab ausbildenden mehraxialen Spannungszustand begrenzt. Im Fall eines Stahlbetonzuggliedes ist ein Versagen infolge Überschreiten der Betonzugfestigkeit anzunehmen. In Bild 2.23 findet sich ein Teil eines horizontal aufgeschnittenen Stahlbetonzugstabes, bei dem der dreidimensionale Spannungszustand im Beton im Bereich eines Querbewehrungsstabes zur Rissbildung geführt hat.

Zur Bestimmung dieses Spannungszustandes wird dieser durch den Schnitt in zwei Ebenen in zwei zweidimensionale Spannungszustände aufgespalten. Hierbei handelt es sich im ersten Schritt um den Spannungszustand im Beton um den Querschnitt des Querbewehrungselementes, aus dem ein Spannungserhöhungsfaktor  $\alpha_{k1}$  abgeleitet wird. Dieser beschreibt die Kerbwirkung der Querbewehrung auf den umgebenden Beton. Durch die elastische Bettung der Querbewehrung im Beton variiert die Größe der in den Beton eingebrachten Druckspannung. Zur Ermittlung der Größe dieser Einwirkung in der jeweiligen Schnittebene wird darauf folgend der Spannungszustand entlang der Achse des Querbewehrungsstabes betrachtet und hieraus der Spannungserhöhungsfaktor  $\alpha_{k2}$  gewonnen. Die Zusammenführung der beiden Spannungserhöhungsfaktoren erfolgt multiplikativ mit Gl. 2.36.

$$\alpha_k = \alpha_{k1} \cdot \alpha_{k2} \tag{2.36}$$

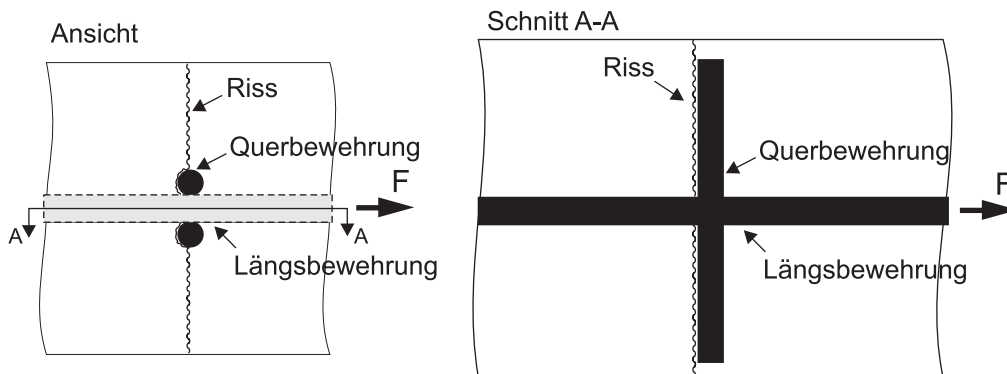


Bild 2.23: Rissbildung infolge Dübelwirkung für einen Querstab als Verankerungselement

Für die Ermittlung des Spannungszustandes um den Bewehrungsstab umgebenden Beton wird ein zweidimensionales Modell unter Annahme eines ebenen Spannungszustandes verwendet. Die Vernetzung der Beton- und Stahlflächen erfolgt mit 6-knotigen Dreieckselementen. Der Kontaktbereich zwi-

schen Stahl und Beton wird mit 3-knotigen Kontaktelementen abgebildet. Die Breite, sowie die Länge der Betonscheibe betragen 100 mm. Der Durchmesser der Querbewehrung ( $d_{sC}$ ) wird zwischen 6 und 20 mm variiert. Die Festhaltung der Scheibe erfolgt in vertikaler Richtung an der Oberkante. Die Querbewehrung in der Betonscheibe wird mittig mit einer Einheitskraft von 1 N in y-Richtung belastet. Die Berechnung erfolgt unter Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften am Halbsystem unter Verwendung äquivalenter Übergangsbedingungen in Scheibenmitte. Das sich hieraus ergebende FE-Modell ist in Bild 2.24 dargestellt.

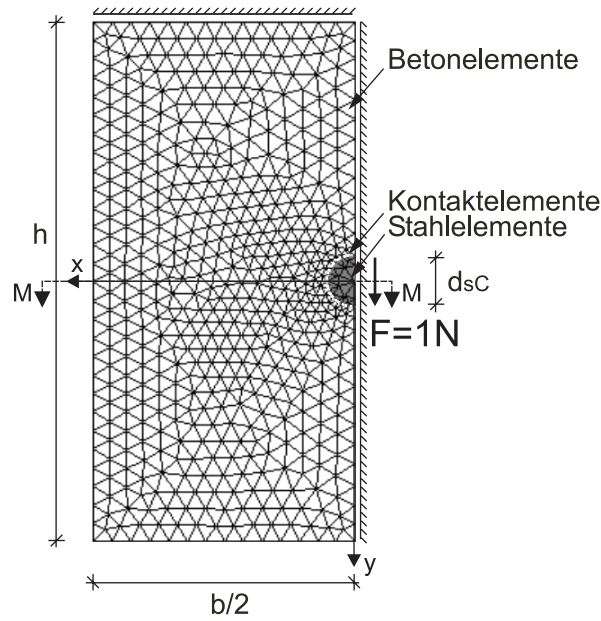


Bild 2.24: FE-Modell zur Berechnung des Spannungsverlaufes

Voraussetzung zur Verwendung der Ergebnisse aus einer FE-Berechnung ist die vorherige Überprüfung dieser Ergebnisse im Rahmen einer Zuverlässigkeitsanalyse. Dieses kann durch eine Parameterstudie der Diskretisierungsstufe des FE-Netzes oder auch durch den Vergleich der Ergebnisse mit aus Versuchen gewonnenen Daten erfolgen. Im Rahmen dieser Arbeit wird allen FE-Berechnungen dem eigentlichem Rechengang eine Netzfeinheitsstudie vorangestellt, da durch die alleinige Nachrechnung von Versuchen es zu einer gegenseitigen Kompensation von Fehlerquellen kommen kann und somit die Modellzuverlässigkeit nicht als hinreichend verifiziert angesehen werden kann. Die Ergebnisse sind lediglich in diesem Fall aufgeführt. Im Vorfeld der eigentlichen Berechnungen wird daher anhand einer Netzfeinheitsstudie der ausreichende Grad der Netzfeinheit überprüft. Variiert wird die Anzahl der Elemente bei unverändertem Elementansatz, was bei steigender Elementanzahl zu einem feinerem Netz führt. Das Ergebnis der hier durchgeführten Untersuchung gibt Bild 2.25 wieder. Die Parameterstudie zeigt, dass bereits ab einer Elementanzahl von 100 Betonelementen im Halbsystem keine signifikante Änderung der Spannung bei Erhöhung der Elementanzahl mehr auftritt.

Aus Berechnungen mit konstantem Querbewehrungsdurchmesser unter Variation des Elastizitätsmoduls des Betons hat sich in Vorberechnungen herausgestellt, dass durch die Veränderung des Elastizitätsmoduls des Betons zwischen 25000 und 45000 N/mm<sup>2</sup> die Spannungswerte entlang des Schnittes M-M nur minimal beeinflusst werden. Daher wird der Einfluss des E-Moduls nicht weiter berücksichtigt. Bei der linear-elastischen Berechnung wird mit einem konstanten E-Modul ( $E_c=30000$  N/mm<sup>2</sup>,  $E_s=200000$  N/mm<sup>2</sup>) gerechnet.

Um das Loch im betrachteten Bauteil stellt sich ein nichtlinearer Spannungsverlauf ein. Am Lochrand entsteht eine Spannungsspitze ( $\sigma_{y,max}$ ). Der Spannungsverlauf in positiver x-Richtung für  $y=0$  ist in Bild 2.26 für die untersuchten Querbewehrungsdurchmesser wiedergegeben.

Der Quotient aus dem maximalen Spannungswert in y-Richtung ( $\sigma_{y,max}$ ) dem Normspannungswert ( $\sigma_m$ ) ergibt den Spannungserhöhungsfaktor ( $\alpha_{k1}$ ) nach Gl. 2.37 analog zum Vorgehen in PETERSEN

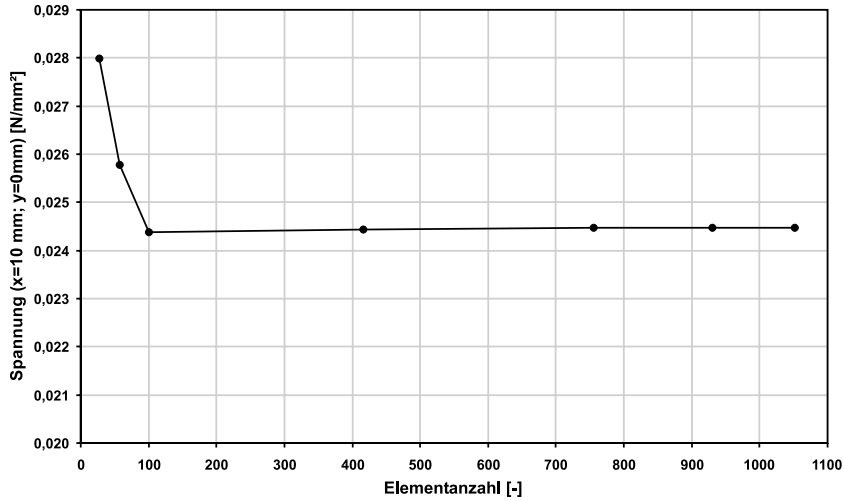
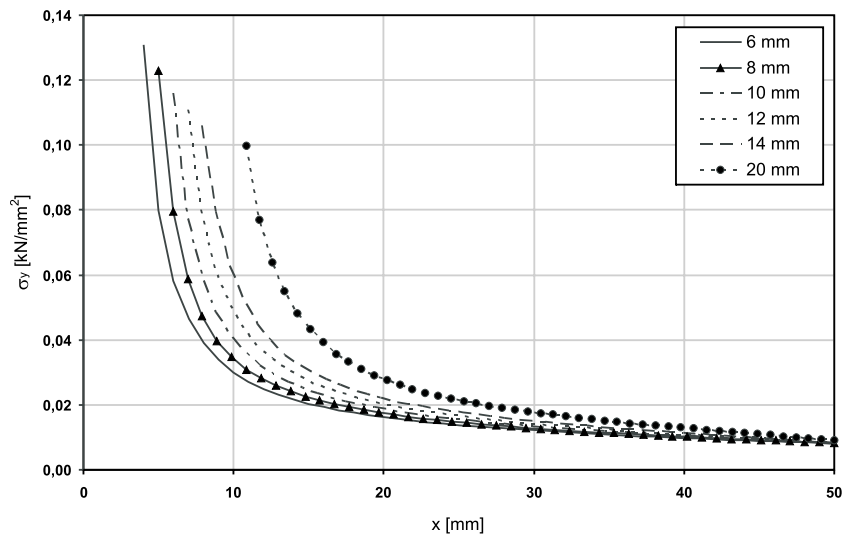


Bild 2.25: Netzfeinheitsstudie

Bild 2.26: Verlauf des Spannungen  $\sigma_y$  ( $y=0$ )

[72].

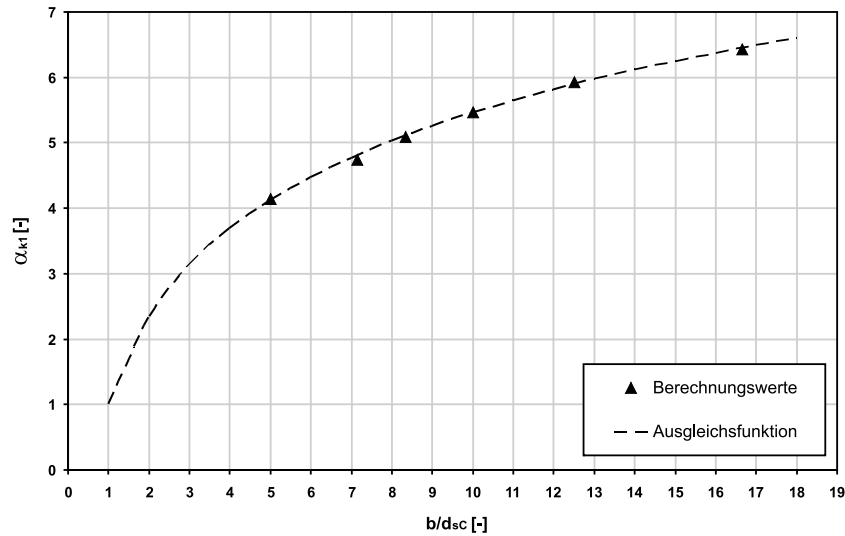
$$\alpha_{k1} = \frac{\sigma_{y,max}}{\sigma_m} \quad (2.37)$$

$$\text{mit: } \sigma_m = \frac{F}{(b - d_{sC}) \cdot t}$$

Die Darstellung des Spannungserhöhungsfaktors ( $\alpha_{k1}$ ) erfolgt unter Bezug zum Verhältnis der Scheibenbreite ( $b$ ) und dem Querbewehrungsdurchmesser ( $d_{sC}$ ) (Bild 2.27).

$$\alpha_{k1} = 1 + 1,94 \cdot \ln\left(\frac{b}{d_{sC}}\right) \quad (2.38)$$

Anhand der Formulierung nach Gl. 2.38, welche als logarithmische Ausgleichsfunktion an die Berechnungsergebnisse und der Bedingung  $\alpha_{k1}(\frac{b}{d_{sC}} = 1) = 1,0$  gefunden wurde, kann dieser Spannungserhöhungsfaktor mit aus der Literatur bekannten Versuchsergebnissen verglichen werden, um das ver-

Bild 2.27: Verlauf des Spannungserhöhungsfaktors  $\alpha_{k1}$ 

wendete FE-Modell zu verifizieren. In HERTEL [37] findet man Versuchsauswertungen zu nichtlinearen Spannungsproblemen bei Ermüdungsbelastung. Es wird ein Stahlbolzen, der passgenau in einer Bohrung in einem Stahlblech eingepasst ist, in der entgegengesetzten Richtung zur Festhaltung des Stahlbleches belastet. Ausgewertet werden die Tangentialspannungen an der Stelle des Schnittes M-M des FE-Modells. Der Kerbfaktor aus der FE-Studie wird mit dem Spannungserhöhungsfaktor aus Versuchen von [37] verglichen.

Die maximale tangentielle Randspannung im Schnitt M-M liegt nach [37] bei  $\sigma_{y,max}=300 \text{ N/mm}^2$ . Aus  $70 \text{ N/mm}^2$  Spannung im ungestörten Querschnitt aus Bolzenbelastung ergibt sich auf eine restliche Querschnittsfläche von  $15,9 \text{ mm}$  eine Normspannung von  $\sigma_m=111,82 \text{ N/mm}^2$ . Der Spannungserhöhungsfaktor beträgt damit  $\alpha_{k1}=2,68$  bei einem Verhältniswert  $b/d_{sC}=2,67$ . Die Berechnung mit der in Bild 2.27 angegebenen Funktion (Gl. 2.38) ergibt für einen Verhältniswert  $b/d_{sC}=2,67$  einen Spannungserhöhungsfaktor  $\alpha_k$  von  $2,90$ . Damit lässt sich für beliebige Verhältniswerte  $b/d_{sC}$  der Spannungserhöhungsfaktor  $\alpha_{k1}$  mit Gl. 2.38 mit ausreichender Genauigkeit bestimmen.

Da mit dem zuvor beschriebenen FE-Modell lediglich eine zweidimensionale Problemstellung betrachtet wird, muss zusätzlich noch die Veränderlichkeit der im Querbewehrungsstab wirkenden Kraft infolge der Bettung im Beton in Querstablängsrichtung in die Betrachtung mit einbezogen werden. Der Spannungserhöhungsfaktor  $\alpha_{k2}$  ergibt sich dann aus dem Verhältnis zwischen dem Maximalwert  $\sigma_A$  des nichtlinearen Bettungsspannungsverlaufes und einer gleichmäßig verteilten Bettungsspannung. Analog zur Theorie des elastisch gebetteten Balkens kann der Druckspannungsverlauf im Beton entlang des Querbewehrungsstabes mit Hilfe des Steifemodulverfahrens bestimmt werden.

Es gilt die DGL der Biegebalkentheorie:

$$EI_{pl} \frac{d^4 s}{dx^4} = q(x) - p(x) \quad (2.39)$$

Unter Einbeziehung der Integralgleichung für die Setzung nach BOUSSINESQ [21] gilt für  $q(x)-p(x)$ :

$$q(x) - p(x) = \frac{-2EI_{pl}(1 - \mu_{Bo}^2)}{\pi E_s} \cdot \frac{d^4 \int_{\xi=u}^{\xi=v} p_\xi \ln(\xi - x) d\xi}{dx^4} \quad (2.40)$$

mit:  $E_s = E \cdot \frac{1 - \mu_{Bo}}{1 - \mu_{Bo} - \mu_{Bo}^2}$

Für die Bodenwerte ( $E$  und  $\mu_{Bo}$ ) werden der Elastizitätsmodul und die Querdehnzahl des Betons ( $E_c, \mu_c$ ) verwendet. Für die oben genannte DGL. stehen nur für einige wenige Spezialfälle geschlossene

Lösungen zur Verfügung, so dass für die Berechnung der Spannungsverteilung die Zuhilfenahme von numerischen Lösungsverfahren notwendig ist.

Zur Ermittlung des Spannungsverlaufes ( $\sigma_c(x)$ ) wird eine Berechnung mit Hilfe des FE-Programmes SOFISTIK durchgeführt, welches die Möglichkeit bietet, die Schnittgrößen und Sohlspannungsverteilung elastisch gebetteter Balken zu berechnen. Hierbei werden als Eingangsparameter der E-Modul des Betons als Bodenkennwert und der Querbewehrungsdurchmesser als Breite des Balkens eingesetzt. Die zugehörige Höhe des Balkens ergibt sich aus Biegesteifigkeit des Querbewehrungsstabes.

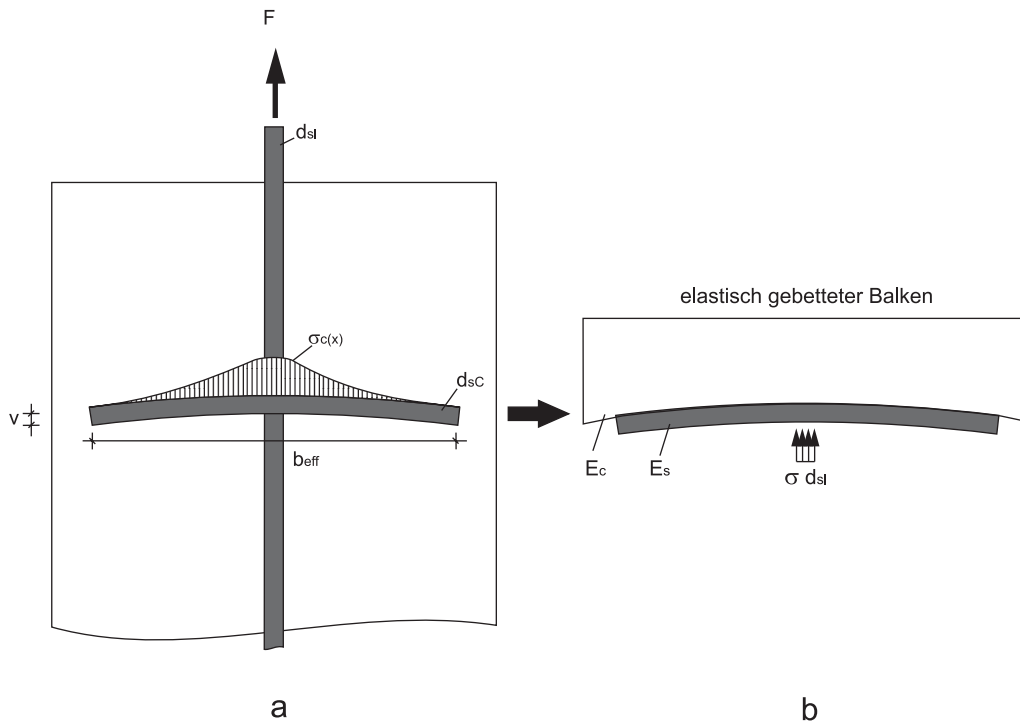


Bild 2.28: Ausgangsmodell (a) und Berechnungsmodell (b) zur Ermittlung der Druckspannungsverteilung entlang eines Querbewehrungsstabes

Als maximaler Bettungsspannungswert wird die Spannung im Anschnitt an den Lasteinleitungsbe-  
reich verwendet ( $\sigma_A$ ) (Bild 2.29). Dieser wird ins Verhältnis gesetzt zu einer gleichmäßig verteilten  
Bettungsspannung ( $\sigma_m$ ), welche sich aus dem Quotienten aus der Belastung und der Bettungsfläche  
ergibt.

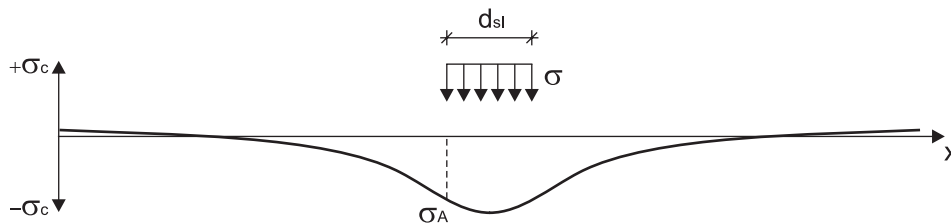


Bild 2.29: Verlauf der Bettungsspannung ( $\sigma_c(x)$ ) unterhalb eines Querbewehrungselementes

Das Ergebnis der Variation von sowohl Elastizitätsmodul des Betons als auch Bewehrungsdurch-  
messer zeigt einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Größe von  $\alpha_{k2}$ . Dieser kann nach Gl. 2.41  
näherungsweise zu 2,0 angenommen werden.

$$\alpha_{k2} = \frac{\sigma_A}{\sigma_m} \approx 2,0 \quad (2.41)$$



Damit ergibt sich der Gesamtspannungserhöhungsfaktor ( $\alpha_k$ ) als Produkt von  $\alpha_{k1}$  und  $\alpha_{k2}$  in Gl. 2.42.

$$\alpha_k = \left( 1 + 1,94 \cdot \ln \left( \frac{b}{d_{sC}} \right) \right) \cdot 2,0 \quad (2.42)$$

Dieser zuvor beschriebene Versagensmechanismus wurde im Rahmen von Ausziehversuchen an Verankerungselementen mit starr verbundenen Querstäben von MARTIN, SCHIESSL [59] experimentell untersucht.

Neuere Untersuchungen beschäftigen sich mit der Endverankerung und Übergreifungslängen von Bewehrungsstäben mit Rechteck- [35] oder Rundankern [16], [40].

# Kapitel 3

## Stahlbetonbauteile unter Zugbeanspruchung - Stand der Forschung

Das Tragverhalten von Bauteilen unter Zugbeanspruchung ist bereits in einer großen Anzahl von Arbeiten studiert worden. Im folgenden Kapitel sind die für diese Arbeit relevanten Ergebnisse zusammengestellt. Zunächst wird das Tragverhalten von Stahlbetonzugkörpern unter einaxialer Zugbeanspruchung beschrieben. Im Weiteren wird auf die Besonderheiten des Einflusses von Querbewehrung auf das Rissverhalten derartiger Körper eingegangen. Danach werden die bisherigen Untersuchungen der Auswirkung einer Quertzugbeanspruchung auf das Tragverhalten senkrecht zu dieser Beanspruchungsrichtung vorgestellt und ein Transfer auf verwandte Themengebiete zur Beschreibung dieses Verhaltens vorgenommen. Hierbei werden die Forschungsergebnisse kurz erläutert und kritisch bewertet.

### 3.1 Begriffsdefinitionen

Zum einfacheren Verständnis werden in den folgenden Kapiteln einheitliche Bezeichnungen verwendet (Bild 3.1). Hierbei steht die x-Ordinate für die Längs- und die y-Ordinate für die Querrichtung. Alle weiteren hier nicht dargestellten Bezeichnungen werden in den jeweiligen Abschnitten definiert.

### 3.2 Einaxiale Zugbeanspruchung

#### 3.2.1 Stahlbetonstäbe ohne Querbewehrung unter einaxialer Zugbeanspruchung

Das Tragverhalten eines zentrisch beanspruchten Stahlbetonstabes soll zunächst für den ungerissenen Zustand dargestellt werden. Außerhalb des Bereichs der Lasteinleitung sind die Dehnungen von Stahl und Beton identisch. Damit verteilt sich die vorhandene Zugkraft im Verhältnis der Dehnsteifigkeiten ( $E_c A_{c,eff}$  bzw.  $E_s A_s$ ). Unter  $A_{c,eff}$  ist die effektive Betonzugzone zu verstehen, d.h. der Bereich des Betons, der sich an der Abtragung von Zugkräften beteiligt. Bild 3.2 zeigt die Ausbreitung der Zugspannungen im Beton zwischen zwei Rissen.

Diese Fläche kann je nach Beanspruchungsart nach [2] wie in Bild 3.3 dargestellt definiert werden. Diese Definition liegt nach Aussagen in [50] auf der sicheren Seite. In den hier angestellten Berechnungen und Versuchen kann grundsätzlich davon ausgegangen werden, dass für eine Zugbeanspruchung die gesamte zur Verfügung stehende Betonfläche als mitwirkend in Ansatz gebracht werden kann. Damit

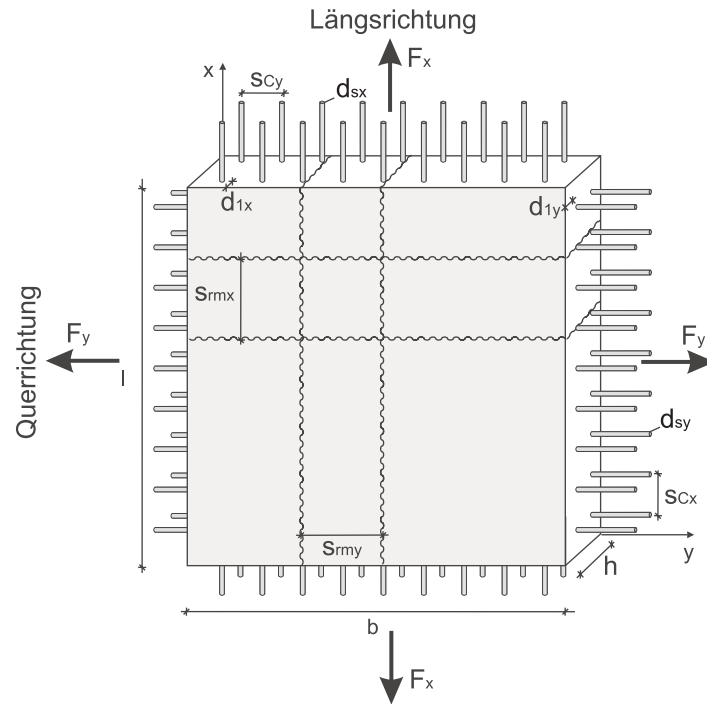


Bild 3.1: Bauteilbezogene Definitionen

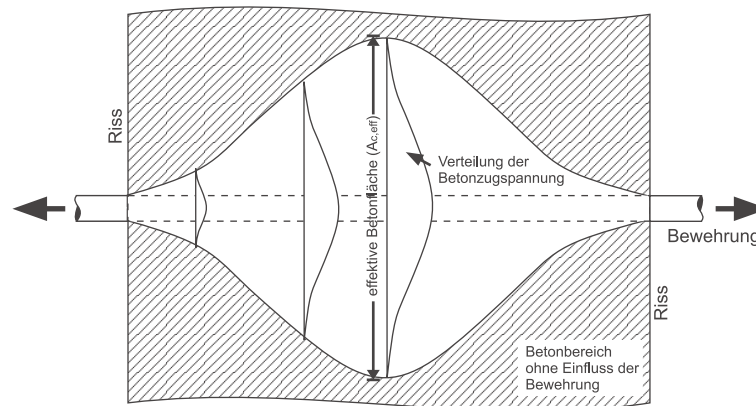


Bild 3.2: Ausbreitung der Zugspannungen im Beton zwischen zwei Rissen

gilt für eine Zugbeanspruchung:

$$\begin{aligned}\sigma_c &= E_c \cdot \epsilon_c \\ \sigma_s &= E_s \cdot \epsilon_s \\ \epsilon_c &= \epsilon_s\end{aligned}\quad (3.1)$$

und

$$F = \sigma_c \cdot A_{c,eff} + \sigma_s \cdot A_s \quad (3.2)$$

$$F = \sigma_c \cdot (A_{c,eff} + n \cdot A_s) \quad (3.3)$$

$$\text{mit: } n = \frac{E_s}{E_c}$$

Solange die Zugspannung im Beton kleiner ist als dessen Zugfestigkeit ( $f_{ct}$ ), bleibt der Querschnitt im ungerissenen Zustand. Man spricht hier vom vollkommenen Verbund.

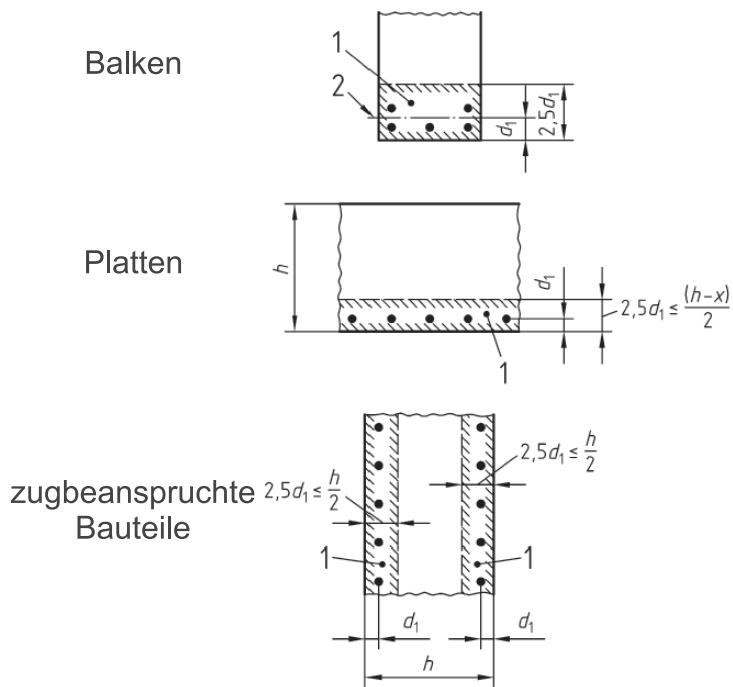


Bild 3.3: Wirkungsbereich der Bewehrung nach [2]

Wird die Last ( $F$ ) weiter gesteigert, tritt an der Stelle, an dem die Zugspannung die Zugfestigkeit des Betons überschreitet, ein Riss auf. Die Erstrisslast ( $F_r$ ) kann berechnet werden, indem in Gl. 3.3 für die Betonspannung ( $\sigma_c$ ) die Betonzugfestigkeit ( $f_{ct}$ ) eingesetzt wird. Damit ergibt sich für die Erstrisslast:

$$F_r = f_{ct} \cdot (A_{c,eff} + n \cdot A_s) \quad (3.4)$$

Im Riss übernimmt der Stahl die gesamte Zugkraft des Stabes. Die Zugspannung des Stahls im Riss ( $\sigma_{sr}$ ) ergibt sich zu

$$\sigma_{sr} = \frac{F_r}{A_s} \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{sr} = \frac{\sigma_c \cdot (A_{c,eff} + n \cdot A_s)}{A_s} \quad (3.5)$$

Im Bereich des Risses ist der Beton dehnungslos. Mit steigender Entfernung werden über die durch den Schlupf auftretenden Verbundkräfte Zugspannungen in den Beton eingeleitet. Damit wird der Dehnungsunterschied zwischen Stahl und Beton mit größer werdendem Abstand zum Riss kleiner. Ist kein Dehnungsunterschied zwischen Stahl und Beton vorhanden, liegt wieder der vollkommene Verbund vor (Bild 3.4). Diese Strecke wird als Einleitungslänge ( $l_e$ ) bezeichnet.

Für praktische Berechnungen wird oft der Mittelwert der Verbundspannungen ( $\tau_{cm}$ ) verwendet. Dieser kann nach [2] näherungsweise wie folgt bestimmt werden

$$\tau_{cm} = 1,8 \cdot f_{ct} \quad (3.6)$$

Damit wird wie in Bild 3.5 die vom Schlupf abhängige Verbundspannung durch einen konstanten Wert angenähert.

Mit der mittleren Verbundspannung unter Verwendung von Gl. 2.31 kann die auf den Beton übertragene Zugkraft berechnet werden, indem die mittlere Verbundspannung mit dem Bewehrungsumfang ( $U_s$ ) und der Einleitungslänge multipliziert wird.

$$F_c = \tau_{cm} \cdot U_s \cdot l_e = \sigma_c \cdot A_{c,eff} \quad (3.7)$$

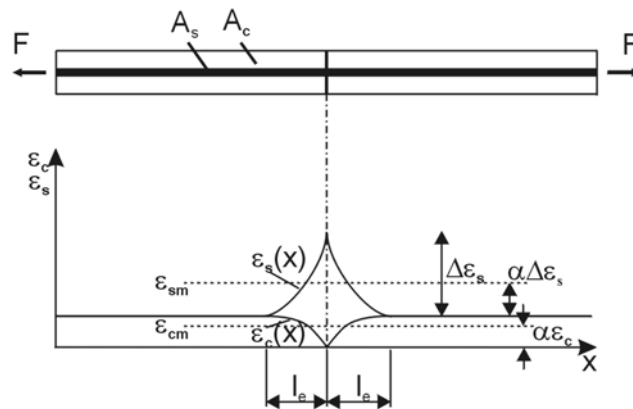
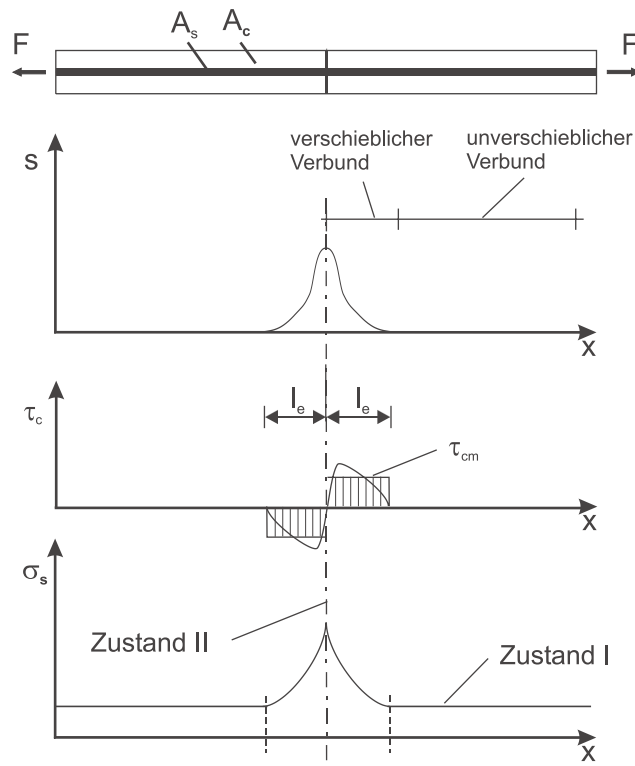


Bild 3.4: Einzelrissbildung beim zentrisch gezogenen Stahlbetonstab

Bild 3.5: Ansatz einer mittleren Verbundspannung ( $\tau_{cm}$ )

Die Größe der Einleitungsweite kann ermittelt werden, indem als maximale Betonzugspannung die Zugfestigkeit angesetzt wird.

$$l_e = \frac{f_{ct} \cdot A_{c,eff}}{\tau_{cm} \cdot U_s} \quad (3.8)$$

Nach Einführung des effektiven Bewehrungsgrades ( $\rho_{eff} = A_s/A_{c,eff}$ ) und Einsetzen von Gl. 3.6 ergibt sich für die Bestimmung der Einleitungsweite:

$$l_e = \frac{d_s}{1,2 \cdot \rho_{eff}} \quad (3.9)$$

Die Einzelrisse teilen den Gesamtzugstab in Einzelstäbe mit jeweils dem Riss als freiem Ende. So kann

der Bereich zwischen zwei Rissen wieder als Zugstab mit zwei freien Enden und einer Länge, welche dem Rissabstand entspricht, angesehen werden. Zwischen zwei Rissen verbleibt zunächst ein Bereich, in dem der Verbund zwischen Stahl und Beton ungestört ist, d.h. das Bauteil verbleibt bereichsweise im Zustand I. Bei Erhöhung der Last kommt es zur Bildung weiterer Risse. Örtliche Stellen mit geringer Betonzugfestigkeit können beim Vorhandensein genügend großer Zugspannungen der Ausgangspunkt eines weiteren Risses sein. Diese Phase wird als sukzessive Rissbildung bezeichnet.

Ab einem gewissen Lastniveau entstehen keine weiteren Risse mehr, d.h. das Rissbild ist abgeschlossen (Bild 3.6). Dies ist dann der Fall, wenn an keiner Stelle des Bauteils die Zugfestigkeit des Betons mehr erreicht wird. Eine weitere Laststeigerung führt dann nicht zu neuen Rissen, sondern lediglich zu einer Aufweitung der vorhandenen Risse. Der Rissabstand ist dabei so gering, dass zwischen benachbarten Rissen kein ungestörter Bereich mehr verbleibt. Bei abgeschlossenem Rissbild sind auf der gesamten Stablänge Dehnungsunterschiede zwischen Stahl und Beton vorhanden. Der Rissabstand ( $s_r$ ) liegt damit im Bereich zwischen der einfachen und zweifachen Einleitungslänge (Gl. 3.10).

$$\begin{aligned} s_{r,min} &= l_e \\ s_{r,max} &= 2l_e \end{aligned} \tag{3.10}$$

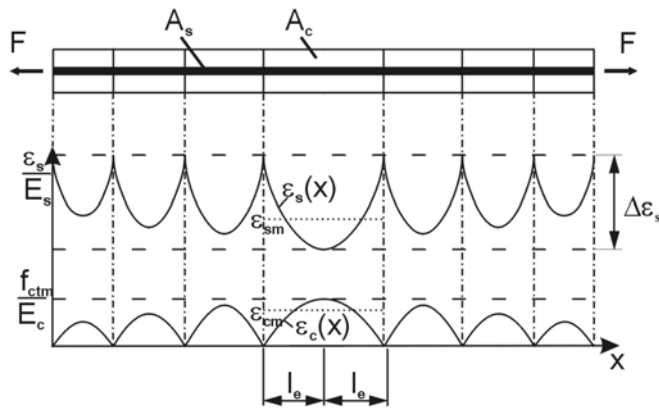


Bild 3.6: Abgeschlossenes Rissbild beim zentrisch gezogenen Stahlbetonstab

Im Folgenden sollen zwei häufig zu findende Formeln (Gl. 3.11 und 3.12) zur Berechnung der mittleren Rissabstände vorgestellt werden. Für die Darstellung der Formeln werden zur besseren Vergleichbarkeit einzelne Faktoren in ihrer Bezeichnung angeglichen.

**Rissabstand nach Schießl, Martin, Schwarzkopf [83]**

Die von SCHIESSL [83] hergeleitete Formulierung zur Berechnung des mittleren Rissabstandes geht auf die Beziehungen im MODEL CODE 78 [8] und auf Untersuchungen von LEONHARDT [57] zurück. Hierbei wird über die Faktoren  $k_2$  und  $k_3$  die Art der Belastung bzw. die Art des vorliegenden Verbundes geregelt. Dieser Formulierung liegen rein statistische Auswertungen von Zug- und Biegezugversuchen zu Grunde.

$$s_{rm} = 5 + \frac{1}{4} \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot \frac{d_s}{\rho_{eff}} \tag{3.11}$$

mit:  $k_2 = 0,5$  gerippter Stahl  
 $k_3 = 1,0$  zentrischer Zug

### Rissabstand auf Grundlage DIN 1045-1 [2]

Die Formulierung nach der DIN-1045-1 [2] geht auf die Untersuchungen von KÖNIG/TUE [50] zurück. In der DIN 1045-1 [2] wird aber lediglich ein maximaler Rissabstand ( $s_{r,max}$ ) mit der zweifachen Einleitungslänge ( $2l_e$ ) nach Gl. 3.9 und ein minimaler Rissabstand ( $s_{r,min}$ ), der der einfachen Einleitungslänge ( $l_e$ ) entspricht, angegeben (Gl. 3.10). Aufgrund von Wahrscheinlichkeitsüberlegungen in [19] und [87] kann der Bereich vom 1,31 bis zum 1,38-fachen der Einleitungslänge für den mittleren Rissabstand angesetzt werden. Hier wird für die Berechnung des mittleren Rissabstandes die 1,35-fache Einleitungslänge verwendet und als mittlerer Rissabstand nach DIN 1045-1 [2] bezeichnet.

$$s_{rm} = 1,35 \cdot l_e = 1,35 \cdot \frac{d_s}{7,2 \rho_{eff}} \quad (3.12)$$

In Bild 3.7 sind die sich nach Gl. 3.11 und 3.12 ergebenden mittleren Rissabstände in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad ( $\rho_{eff}$ ) dargestellt. Für geringe Bewehrungsgrade ( $\rho_{eff}$ ) ergeben sich nach der Formulierung der DIN 1045-1 [2] größere mittlere Rissabstände, während für größere Bewehrungsgrade die Formulierung nach SCHIESSL [83] die größeren mittleren Rissabstände liefert. Im Rahmen der Auswertung von Versuchsdaten werden die Ergebnisse mit dem mittleren Rissabstand auf Grundlage der DIN 1045-1 [2] verglichen.

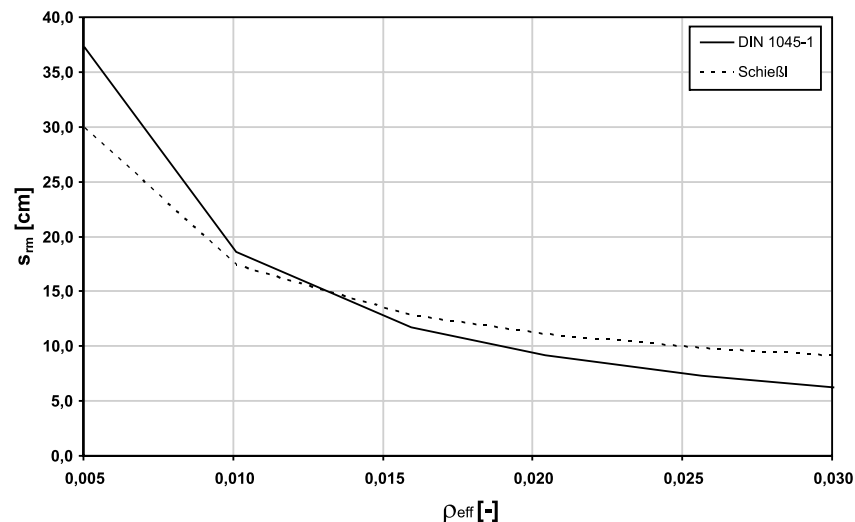


Bild 3.7: Vergleich der mittleren Rissabstände nach DIN 1045-1 [2] und SCHIESSL, MARTIN, SCHWARZKOPF [83]

### Last-Verformungs-Verhalten (statisch)

Durch die Verbundwirkung beteiligt sich der Beton im gesamten Lastbereich an der Abtragung von Zugkräften. Durch diese so genannte Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen sind die gemittelten Stahldehnungen im Zugstab geringer als die des nackten Stahls. Das Tragverhalten eines Stahlbetonzuggliedes ist in Bild 3.8 dargestellt. Es können dabei die zuvor beschriebenen drei Bereiche unterschieden werden. Dies sind der ungerissene Bereich, der Bereich der sukzessiven Rissbildung und die abgeschlossene Rissbildung. Die Mitwirkung des Betons im Bereich der abgeschlossenen Rissbildung hängt im Wesentlichen vom Bewehrungsgrad ( $\rho_{eff}$ ), der Betonzugfestigkeit ( $f_{ct}$ ) sowie den Verbundeigenschaften ab.

Die drei nachfolgend aufgeführten Ansätze zur Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens zentrisch beanspruchter Stahlbetonzugglieder sind nur ein Auszug der bisher durchgeführten Untersuchungen auf diesem Gebiet. Eine ausführliche Beschreibung verschiedener Ansätze findet sich in [33]. Sie unterscheiden sich darin, dass im Ansatz nach MODEL CODE 90 [10] (Gl. 3.13) der Verlauf in drei linearisierte Bereiche (ungerissen, sukzessive Rissteilung, abgeschlossenes Rissbild) unterteilt

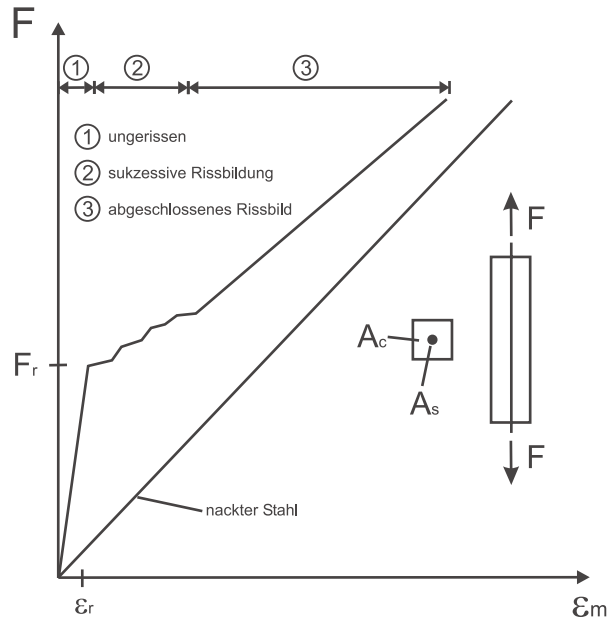


Bild 3.8: Last-Verformungs-Verhalten eines zentrisch beanspruchten Stahlbetonzuggliedes

wird. Im Gegensatz hierzu schlagen die Ansätze des EC2 [6] (Gl. 3.14) und MEHLHORN [34] (Gl. 3.15) eine Einteilung in zwei Bereiche (ungerissen, gerissen) vor. Der Ansatz des MODEL CODE 90 [10] sieht für den Bereich des abgeschlossenen Rissbildes einen konstanten Mitwirkungsanteil des Betons vor. Der Bereich des abgeschlossenen Rissbildes wird über die 1,3-fache Stahlspannung im Rissquerschnitt ( $\sigma_{sr}$ ) definiert. Die beiden anderen Ansätze sehen eine kontinuierliche Verringerung des Mitwirkungsanteils vor. Diese Unterschiede sind in Bild 3.9 nachzuvollziehen.

### Model Code 90 [10]

ungerissen

$$(0 < \sigma_s \leq \sigma_{sr})$$

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s1}$$

sukzessive Rissbildung

$$(\sigma_{sr} < \sigma_s \leq 1,3\sigma_{sr})$$

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - \frac{\beta_t(\sigma_s - \sigma_{sr}) + (1,3\sigma_{sr} - \sigma_s)}{0,3\sigma_{sr}}(\epsilon_{sr2} - \epsilon_{sr1})$$

abgeschlossene Rissbildung

$$(1,3\sigma_{sr} < \sigma_s \leq f_y)$$

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - \beta_t \cdot (\epsilon_{sr2} - \epsilon_{sr1}) \quad (3.13)$$

### EC2 [6]

ungerissen

$$(0 < \sigma_s \leq \sigma_{sr})$$

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s1}$$

gerissen

$$(\sigma_{sr} < \sigma_s \leq f_y)$$

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{sr1} + \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \left( 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right) \quad (3.14)$$



**Mehlhorn [34]**

ungerissen

$$(0 < \sigma_s \leq \sigma_{sr})$$

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{sr1}$$

gerissen

$$(\sigma_{sr} < \sigma_s \leq f_y)$$

(3.15)

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{sr1} + \frac{\sigma_s}{E_s} \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2}$$

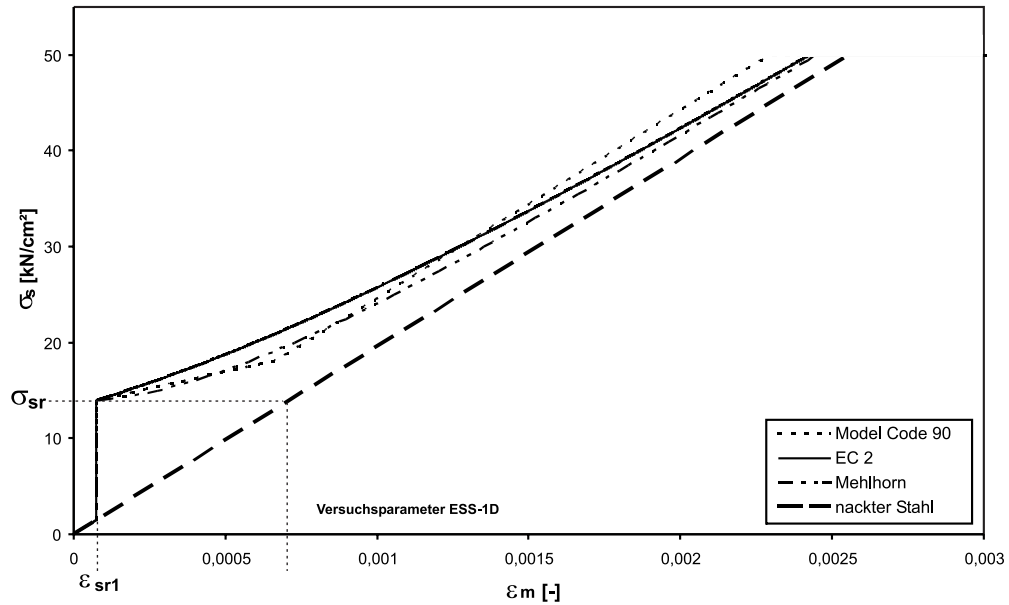


Bild 3.9: Ansätze für Tension Stiffening nach [2], [6] und [34]

Aufgrund ihres einfachen trilinearen Ansatzes wird im Weiteren zur Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens der Ansatz nach MODEL CODE 90 [10] verwendet. Der Mitwirkungsanteil des Betons wird bei dieser Formulierung über den Faktor  $\beta_t$  berücksichtigt. Die Herleitung des Mitwirkungsanteils ( $\beta_t$ ) (Gl. 3.13) erfolgt in Analogie zu den Formulierungen in [62].

Hierzu können folgende Aussagen über das abgeschlossene Erstrissbild getroffen werden:

- Über die gesamte Länge des Stahlbetonzugstabes herrschen Dehnungsunterschiede zwischen Stahl und Beton.
- Unter der vereinfachenden Annahme, dass die mittlere Verbundspannung ( $\tau_{cm}$ ) konstant ist, treten keine neuen Risse auf. Das Rissbild ist abgeschlossen.
- Betrachtet man den Verlauf der mittleren Verbundspannung realistischer (ein Anstieg der Dehnungen führt zu einem Anstieg der Verbundspannungen (Bild 2.16)), so kann es auch jetzt noch zwischen zwei Rissen mit Abstand  $s_{r,max}$  zu einem neuen Riss kommen. Dies wird als Phase der sukzessiven Risteilung bezeichnet.

Die rechnerische Bestimmung der mittleren Rissbreite ( $w_m$ ) setzt sich aus zwei Produktanteilen zusammen. Der erste Anteil ist der Rissabstand ( $s_r$ ). Der zweite Anteil ist die Dehnung des Körpers ( $\epsilon$ ). Es wird hier davon ausgegangen, dass die Dehnung und der Rissabstand jeweils als gemittelte Werte ( $s_{rm}$ ,  $\epsilon_m$ ) angenommen werden. Somit ergibt sich für die Rissbreite ebenfalls ein gemittelter Wert. Die rechnerische Beziehung für die Rissbreite ergibt sich somit zu Gl. 3.16.

$$w_m = s_{rm} \cdot \epsilon_m \quad (3.16)$$

Die mittlere Dehnung des Körpers ( $\epsilon_m$ ) kann über die Differenz der mittleren Dehnungen aus Stahl ( $\epsilon_{sm}$ ) und Beton ( $\epsilon_{cm}$ ) berechnet werden.

$$\epsilon_m = \epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} \tag{3.17}$$

Zur Bestimmung der mittleren Dehnungen des Betons ( $\epsilon_{cm}$ ) aus den tatsächlich vorhandenen Dehnungen im Zustand des abgeschlossenen Rissbildes (Bilder 3.6 und 3.11) wird der Völligkeitsbeiwert  $\alpha$  eingeführt, über den der Verlauf der Dehnungen abhängig von ihrer Form in einen gemittelten Wert umgerechnet wird.

$$\epsilon_{cm} = \alpha \cdot \frac{f_{ct}}{E_c} \tag{3.18}$$

Dabei kann der Völligkeitsbeiwert  $\alpha$  unter realitätsnahen Annahmen zu 0,6 gesetzt werden, im Gegensatz zu einem linearen Spannungsverlauf infolge konstanter Verbundspannung und einem Völligkeitsbeiwert von 0,5 (Bild 3.10).

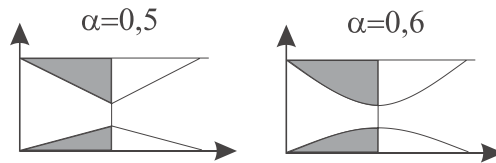


Bild 3.10: Völligkeitsbeiwert  $\alpha$

Damit kann die mittlere Stahldehnung aus der Differenz der Dehnung des nackten Stahls ( $\epsilon_s^{II}$ ) und der Dehnungsdifferenz im Stahl ( $\delta\epsilon_s$ ) unter Berücksichtigung des Völligkeitsbeiwertes bestimmt werden.

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_s^{II} - \alpha \cdot \delta\epsilon_s \tag{3.19}$$

Der Differenzbetrag der Stahldehnung ( $\delta\epsilon_s$ ) (Bild 3.11) ist abhängig von der Risslast und dem sich einstellenden Rissabstand.

$$\delta\epsilon_s = \frac{s_{rm}}{s_{r,max}} \cdot \frac{\delta\sigma_s}{E_s} = 0,675 \cdot \frac{f_{ct} \cdot A_{c,eff}}{E_s \cdot A_s} \tag{3.20}$$

Nach Einsetzen der Gln. 3.17-3.18 in Gl. 3.16 und unter Verwendung der bekannten Formulierung für die Einleitungslänge (Gl. 3.9) und der Berücksichtigung des mittleren Rissabstandes (Gl. 3.12) in Gl. 3.20 kann die mittlere Rissbreite ( $w_m$ ) dehnungsunabhängig in Gl. 3.21 formuliert werden.

$$w_m = \frac{d_s}{0,675 \cdot 7,2 \cdot \rho_{eff}} \cdot \left( \frac{\sigma_s - \frac{\alpha \cdot f_{ct}}{\rho_{eff}} \cdot (0,675 + n \cdot \rho_{eff})}{E_s} \right) \tag{3.21}$$

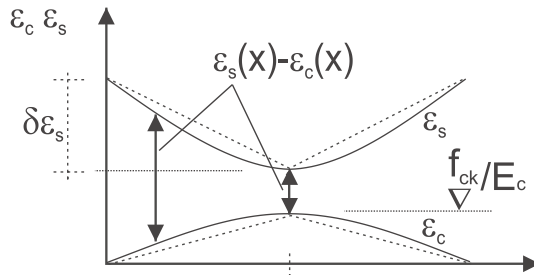


Bild 3.11: Verlauf der Dehnungen für Stahl und Beton zwischen zwei Rissen

Die hier getroffenen Aussagen gelten für kurzzeitige Einwirkungen. Vergleicht man diese Formulierun-

gen mit jenen in der DIN 1045 [2] ist eine Abweichung in der Verwendung des Völligkeitsbeiwertes  $\alpha$  zu erkennen. Die Ursache hierfür liegt in der Auslegung der DIN 1045 [2] auf dauerhafte Belastungen, da bei solchen Einwirkungen das Verbundkriechen einen deutlichen Einfluss besitzt. Deswegen setzt die DIN 1045 [2] den Völligkeitsbeiwert zu  $\alpha = 0,4$ . Dieser Ansatz ist gleichbedeutend mit der Reduzierung der Verbundspannungen  $\tau_{cm}$  auf  $2/3$  ihres Kurzzeitwertes, was in KÖNIG, FEHLING [48] anhand von Versuchen nachgewiesen wird. Der Mitwirkungsfaktor für den Betonanteil ( $\beta_t$ ) ergibt sich damit aus dem Produkt aus dem Verhältnis von mittlerem Rissabstand und maximalem Rissabstand und dem Völligkeitsbeiwert für den Spannungsverlauf ( $\alpha$ ).

$$\beta_t = \frac{s_{rm}}{s_{r,max}} \cdot \alpha \quad (3.22)$$

Kurzzeitbelastung	= 0,405
Dauerbelastung	= 0,27

Für den Vergleich eigener Versuche werden für das Last-Verformungs-Verhalten die Formulierungen des MODEL CODE 90 [10] nach Gl. 3.13 verwendet, wobei der Mitwirkungseffekt für eine Kurzzeitbeanspruchung nach Gl. 3.22 angesetzt wird. Von RUTNER [80] wird die zeitliche Abnahme des Mitwirkungseffektes genauer beschreiben. Hierbei ist neben dem betrachteten Zeitpunkt auch der Bewehrungsgrad von Einfluss auf die Abnahme. Anhand dieser Untersuchungen kann die Abnahme der Mitwirkung bei Zuggliedern abhängig vom Bewehrungsgrad zwischen 25 und 66 Prozent betragen. Zusätzlich bleibt anzumerken, dass aufgrund von Untersuchungen von KOLLEGER [47] bei Rissen schräg zur Bewehrungsrichtung der Mitwirkungseffekt nicht beeinflusst wird, wenn das Tension Stiffening in Richtung der Bewehrung angesetzt wird.

### Last-Verformungs-Verhalten (dynamisch)

Systematische Untersuchungen zum Spannungs-Dehnungs-Verhalten von auf Zug beanspruchten Stahlbetonbauteilen unter schwelloser Belastung sind bei MEHLHORN und GÜNTHER [33] sowie SEIBEL [88] zu finden.

Bei den Versuchen in [33] wird der Einfluss der Belastungsart auf den Mitwirkungseffekt des Betons untersucht. Bei der Belastungsart werden folgende Parameter variiert:

- Ober- und Unterspannung ( $\sigma^o, \sigma^u$ )
- Belastungsgeschwindigkeit
- Lastspielzahl (n)

Für den Bereich der abgeschlossenen Rissbildung ist in Bild 3.12 die Zunahme der Dehnung in Abhängigkeit der Lastspielzahl, der Oberspannung und des Bewehrungsgrades dargestellt. Die Unterspannung zeigt keinen wesentlichen Einfluss auf die Dehnungszunahme. Daraus folgt für eine Oberspannung von z.B.  $340 \text{ N/mm}^2$  nach 1000 Lastwechseln und einem Bewehrungsgrad von 2% eine Dehnungszunahme von 5,5%.

Diese Feststellungen werden in den Untersuchungen von SEIBEL [88] aufgegriffen und durch weitere Versuche ergänzt. Auch hier zeigt sich eine Zunahme der Dehnungen in Abhängigkeit der Lastspielzahl und des Bewehrungsgrades. Aussagen zur Berücksichtigung der Oberspannung werden keine getroffen. Die Ergebnisse sind in Bild 3.13 zusammengefasst. Eine Auswertung dieses Diagramms ergibt für eine eingelegte Bewehrung von  $2 \text{ } \emptyset 20$  und einem Bewehrungsgrad von 2% nach 1000 Lastwechseln eine prozentuale Dehnungszunahme von 7,2%.

Wird die Dehnungszunahme anhand der Bilder 3.12 und 3.13 nach 1000 Lastwechseln bestimmt und in einen abgeminderten Mitwirkungsfaktor ( $\beta_t$ ) umgerechnet, kann die Abhängigkeit dieses Mitwirkungsfaktors von der Betonfestigkeit und dem Bewehrungsgrad in Bild 3.14 dargestellt werden. Es wird erkennbar, dass die Betonfestigkeit näherungsweise keinen Einfluss auf die Abminderung des Mitwirkungsfaktors hat.

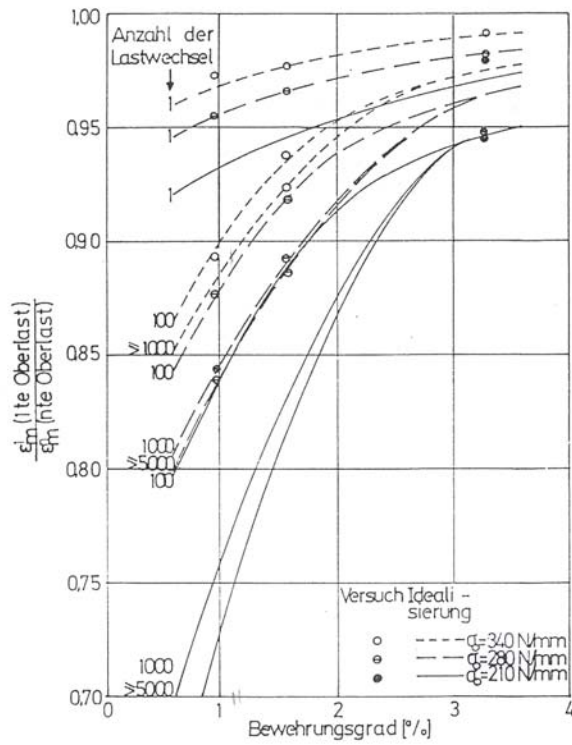


Bild 3.12: Dehnungszunahme infolge schwellerer Belastungen nach MEHLHORN [33]

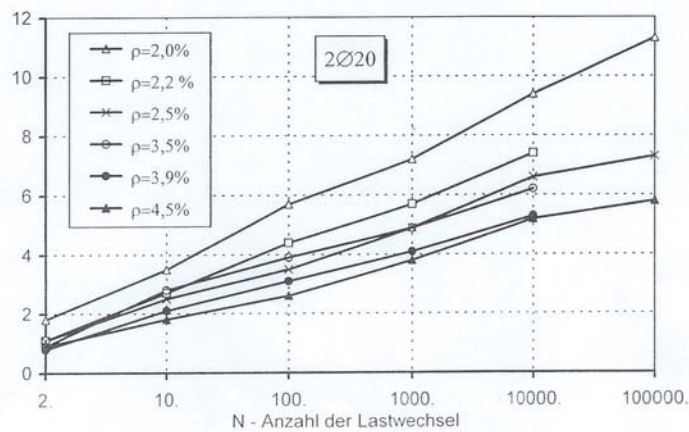


Bild 3.13: Prozentuale Dehnungszunahme infolge Schwellbeanspruchung nach SEIBEL [88]

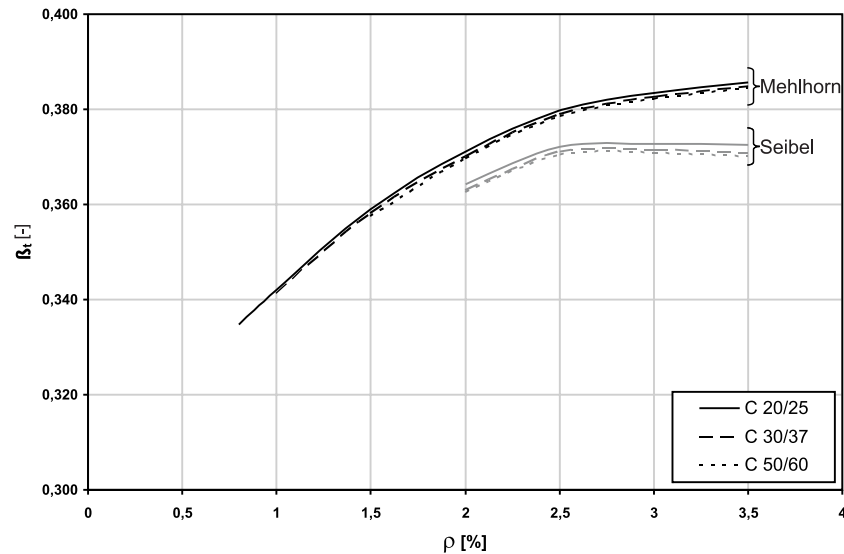


Bild 3.14: Reduktion des Mitwirkungsfaktors ( $\beta_t$ ) infolge 1000 Lastwechsell nach [33] und [88]

### 3.2.2 Einfluss von Querbewehrung auf einaxial gezogene Stahlbetonbauteile

In zahlreichen Veröffentlichungen, welche sich mit der Durchführung und Auswertung von Versuchen an Stahlbetonbauteilen unter Biege- bzw. Zugbeanspruchung beschäftigen, finden sich Hinweise auf die Tatsache, dass sich Risse oftmals im Bereich dieser Querbewehrung beziehungsweise bei balkenartigen Versuchskörpern vornehmlich an der eingelegten Schubbewehrung bilden. Diese Tatsache ist jedoch außer bei LEE ET AL. [56], RIZKALLA [76], EIBL [27], KRELLER [52] und ZINGONE [93] nicht genauer untersucht bzw. beschrieben worden. Die Formulierungen der einzelnen Autoren werden nachfolgend kurz beschrieben und eventuelle Defizite angesprochen. Zur besseren Vergleichbarkeit erfolgt die Darstellung der jeweiligen Formulierungen in einem einheitlichen Diagramm. In dieser Darstellungsweise zeigt die x-Achse das Verhältnis zwischen dem Querbewehrungsabstand ( $s_C$ ) und dem mittleren Rissabstand ohne Querbewehrung ( $s_{rm}$ ) nach Gl. 3.12. Die y-Achse zeigt das Verhältnis zwischen dem sich mit Querbewehrung einstellenden Rissabstand ( $s_{rC}$ ) und dem mittleren Rissabstand ohne Querbewehrung ( $s_{rm}$ ). Der Verhältniswert  $s_C/s_{rm}=4,0$  wird als Referenzwert für Versuchskörper ohne Querbewehrung definiert.

#### 3.2.2.1 Lee et al. [56]

Die Modellbildung geht hier davon aus, dass die Querbewehrung als starre Kopplung auftritt, wodurch eine Relativverschiebung zwischen Stahl und Beton auf Höhe der Querbewehrung verhindert wird. Es werden verschiedene Fälle für den Querbewehrungsabstand unterschieden und Folgerungen für den Maximal- und Minimalwert des Rissabstandes gezogen. Zunächst wird ein Querbewehrungsabstand kleiner als die Einleitungslänge betrachtet. Hierfür wird festgestellt, dass der Rissabstand ausschließlich vom Querbewehrungsabstand ( $s_C$ ) abhängt. Als Rissabstand ergibt sich für den Minimalwert der einfache Querbewehrungsabstand und für den Maximalwert der zweifache Querbewehrungsabstand. Als nächstes wird ein Querbewehrungsabstand betrachtet, der zwischen der einfachen und zweifachen Einleitungslänge liegt. Damit gilt als maximaler Rissabstand der Querbewehrungsabstand. Dies bedeutet, dass sich zwischen den Querbewehrungen kein weiterer Riss ausbildet. Als Grenze für den minimalen Rissabstand wird die Differenz aus Querbewehrungsabstand und Einleitungslänge gesetzt. Das leitet sich aus der Tatsache her, dass ein Riss zwischen den Querbewehrungen am Ende der Einleitungslänge entsteht und zum bereits vorhandenen Riss an der nächsten Querbewehrung der Minimalwert des Rissabstandes auftritt. Wird der Querbewehrungsabstand größer als die zweifache Einleitungslänge gewählt, ist der Maximalwert des Rissabstandes unabhängig vom Querbe-

wehungsabstand. Er ist für alle größer werdenden Querbewehrungsabstände gleich dem Maximalwert des Rissabstandes eines ungestörten Querschnittes ( $2l_e$ ). Für den minimalen Rissabstand kann dieser zwischen dem Grenzwert Null und der einfachen Einleitungslänge in Abhängigkeit vom Querbewehrungsabstand schwanken. Damit ergibt sich Gl. 3.23 für den minimalen und maximalen Rissabstand in Abhängigkeit vom Querbewehrungsabstand (Bild 3.15).

$$\begin{aligned}
 s_C < l_e & & s_{r,min} &= s_C \\
 & & s_{r,max} &= 2s_C \\
 l_e < s_C < 2l_e & & s_{r,min} &= s_C - l_e \\
 & & s_{r,max} &= s_C \\
 2l_e < s_C < 3l_e & & & \\
 & & s_{r,min} &= s_C - 2l_e \\
 & & s_{r,max} &= 2l_e \\
 nl_e < s_C < (n + 1)l_e & & s_{r,min} &= s_C - nl_e \\
 & & s_{r,max} &= 2l_e
 \end{aligned}
 \tag{3.23}$$

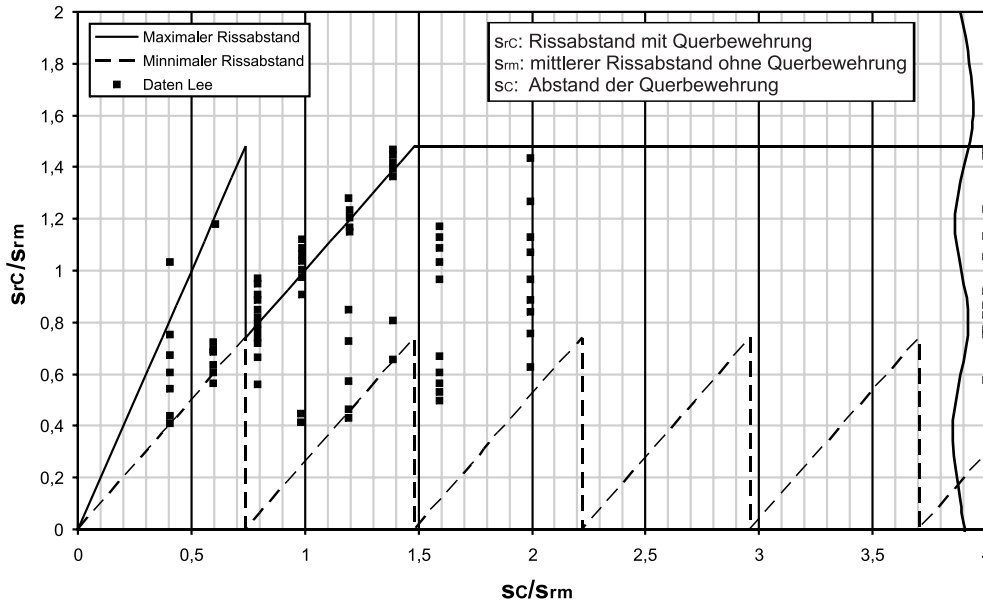


Bild 3.15: Darstellung des minimalen und maximalen Rissabstandes nach LEE ET AL. [56]

Für den Bereich, in dem der Querbewehrungsabstand kleiner ist als die Einleitungslänge, sind die aufgestellten Beziehungen mechanisch nicht nachvollziehbar. Für gegen Null gehende Querbewehrungsabstände würden ebenfalls gegen Null gehende Rissabstände folgen. Da hier gemäß der Formulierung Risse lediglich an den Querbewehrungen auftreten, ist hier der Grad der Querschnittsschwächung zusätzlich mit in Betracht zu ziehen. Durch die Querbewehrung sinkt die Risslast im Querschnitt. Damit ist die benötigte Einleitungslänge zum Erreichen der Risslast entsprechend der Querschnittsschwächung zu reduzieren. Liegt der Querbewehrungsabstand nun unter dieser reduzierten Einleitungslänge, so tritt ein Riss nicht an jeder Querbewehrung auf. Somit kann der minimale Rissabstand bei gegen Null gehendem Querbewehrungsabstand nicht gegen Null gehen. Es wird sich vielmehr als unterer Grenzwert die reduzierte Einleitungslänge einstellen.

Zusätzlich werden hier keine Aussagen über den mittleren Rissabstand gemacht, welcher von Interesse für die realitätsnahe Beschreibung des Last-Verformungs-Verhalten und der mittleren Rissbreiten ist. Weiterhin geht aus den Formulierungen nicht hervor, ab welcher Querschnittsschwächung durch Querbewehrung überhaupt ein Einfluss auf die Rissabstände zu erwarten ist.

### 3.2.2.2 Rizkalla [76]

Bei Rizkalla wird der Rissabstand unter Berücksichtigung der Querbewehrung über einen Korrekturfaktor ( $\beta$ ) für den mittleren Rissabstand beschrieben. Zur Herleitung dieses Korrekturfaktors wurden umfangreiche Versuche mit einaxial gezogenen Stahlbetonkörpern mit Querbewehrung durchgeführt. Aus der Darstellung der Versuchsdaten in Bild 3.16a wurde über eine Ausgleichsfunktion der Korrekturfaktor in Abhängigkeit vom Querbewehrungsabstand beschrieben. Damit ergibt sich Gl. 3.24 für den mittleren Rissabstand ( $s_{rC}$ ) in Abhängigkeit vom Querbewehrungsabstand.

$$s_{rC} = \underbrace{0,96 / \left( \frac{s_C}{s_{rm}} \right)^{0,02}}_{\beta} \cdot s_{rm} \quad (3.24)$$

Wie Bild 3.16a zunächst einmal in der von RIZKALLA [76] vorgeschlagenen Darstellungsart zeigt,

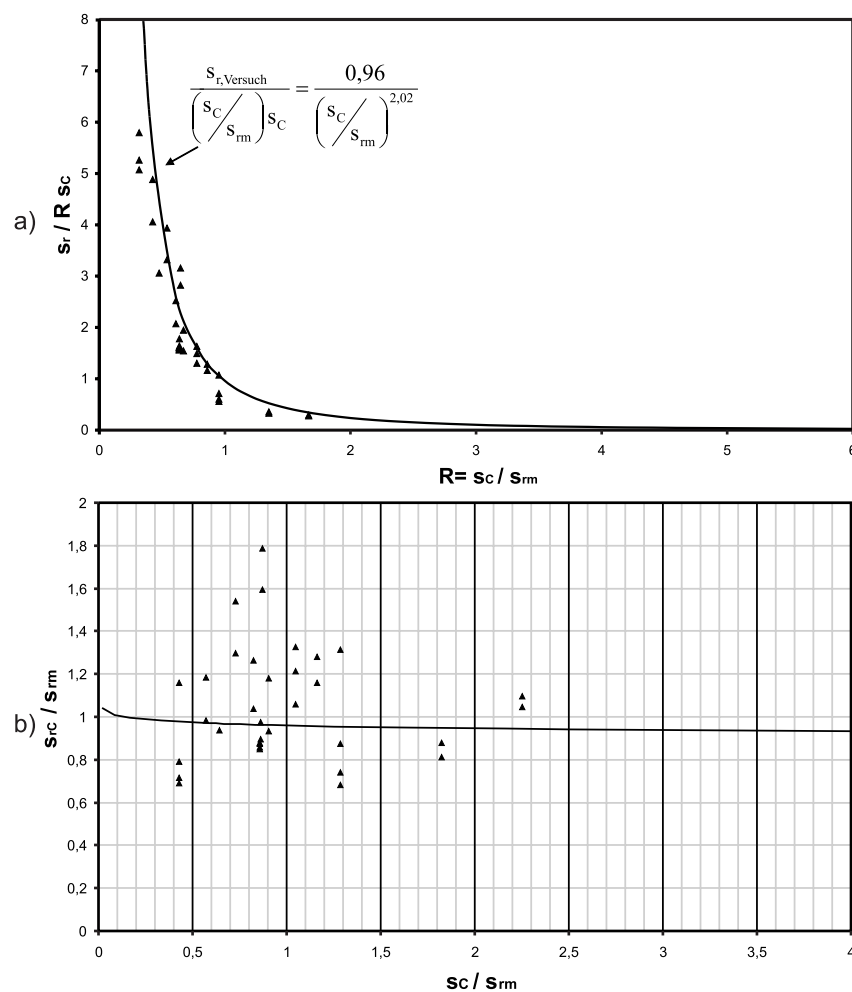


Bild 3.16: Darstellung des mittleren Rissabstandes nach [76] (a) und in veränderter Darstellung (b)

scheinen die gemessenen Rissabstände mit dem formelmäßigen Vorschlag (Gl. 3.24) gut überein zu stimmen. Verändert man jedoch die Darstellungsweise wie zuvor beschrieben und in Bild 3.16b zu sehen, wird deutlich dass der Vorschlag zur Berücksichtigung von Querbewehrung über die Gl. 3.24 die Versuchswerte nur sehr ungenau beschreibt. Des Weiteren sind bei den Versuchen verschiedene Grade der Schwächung durch die Querbewehrung (7 - 16 Prozent) verwendet worden, weshalb die Ergebnisse zumindest bei kleinen Querbewehrungsabständen nicht direkt vergleichbar sind.

### 3.2.2.3 Eibl [27]

In einem Forschungsbericht über Plattenversuche [27] wird von EIBL eine Formulierung (3.25) für den mittleren Rissabstand in Abhängigkeit vom Querbewehrungsabstand (Bild 3.17) benutzt. Es werden keine Angaben über die Herleitung dieser Formulierung gemacht. Es wird hier davon ausgegangen, dass im Bereich eines Querbewehrungsabstandes zwischen dem 0,80- und 1,33-fachen mittleren Rissabstand Risse nur an den Querbewehrungen entstehen und damit der mittlere Rissabstand ( $s_{rC}$ ) gleich dem Querbewehrungsabstand ist. Liegt der Querbewehrungsabstand zwischen dem 1,33- und dem 4,0-fachen mittleren Rissabstand, wird angenommen, dass sich zwischen den Querbewehrungen jeweils ein Zwischenriss bildet. Damit ist der mittlere Rissabstand unter Berücksichtigung der Querbewehrung ( $s_{rC}$ ) gleich dem halben Querbewehrungsabstand.

$$\begin{aligned} 0,75s_C \leq s_{rm} \leq 1,25s_C &\rightarrow s_{rC} = s_C \\ 0,25s_C \leq s_{rm} \leq 0,75s_C &\rightarrow s_{rC} = 0,5s_C \end{aligned} \quad (3.25)$$

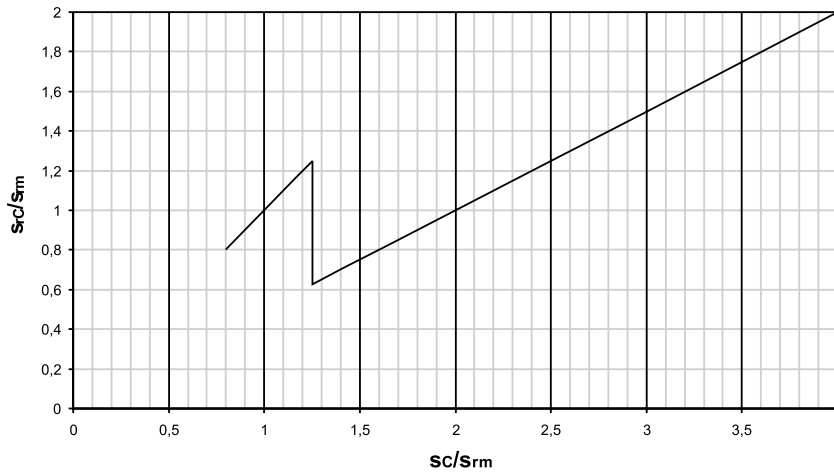


Bild 3.17: Darstellung des mittleren Rissabstandes nach [27]

In der Formulierung 3.25 fehlt eine Aussage über den Bereich, in dem der Querbewehrungsabstand kleiner als der 0,8-fache mittlere Rissabstand ist. Es gibt keine Möglichkeit, den Grad der Querschnittsschwächung zu berücksichtigen und damit die Formulierung für unterschiedliche Querbewehrungsgrade anpassbar zu machen. Im Bereich mit großen Querbewehrungsabständen bleibt unbeachtet, dass sich auch mehrere Risse zwischen den Querbewehrungen bilden können, was ab einem Querbewehrungsabstand größer der zweifachen Einleitungslänge der Fall sein kann. Ab welchem Querbewehrungsabstand kein Einfluss auf den mittleren Rissabstand zu erwarten ist, bleibt ebenfalls ungeklärt.

### 3.2.2.4 Kreller [52]

KRELLER [52] geht bei der Beschreibung des Rissverhaltens unter der Berücksichtigung von Querbewehrung davon aus, dass durch die Schwächung der Betonzugzone Risse an der Querbewehrung entstehen. Wie bei EIBL [27] beziehen sich seine Fallunterscheidungen auf sich einstellende mittlere Rissabstände. Die Fallunterscheidungen hängen von den Verhältnisswerten zwischen Querbewehrungsabstand und Einleitungslänge ab. Es werden im Gegensatz zu [27] auch große und kleine Querbewehrungsabstände berücksichtigt. Die Formulierungen beruhen auf Annahmen, welche durch den Autor nicht versuchstechnisch nachvollzogen worden sind.



$$\begin{aligned}
s_C < l_e &\rightarrow s_{rC} = n \cdot s_C \\
&\text{so dass gilt: } n \cdot s_C \geq l_e \\
l_e \leq s_C < 2l_e &\rightarrow s_{rC} = s_C \\
2l_e \leq s_C < 3l_e &\rightarrow s_{rC} = 0,5s_C \\
3l_e \leq s_C < 4l_e &\rightarrow s_{rC} = \frac{s_C^2}{6 \cdot \left(\frac{s_C}{l_e}\right) \cdot l_e} \\
4l_e \leq s_C &\rightarrow s_{rC} = s_{rm}
\end{aligned} \tag{3.26}$$

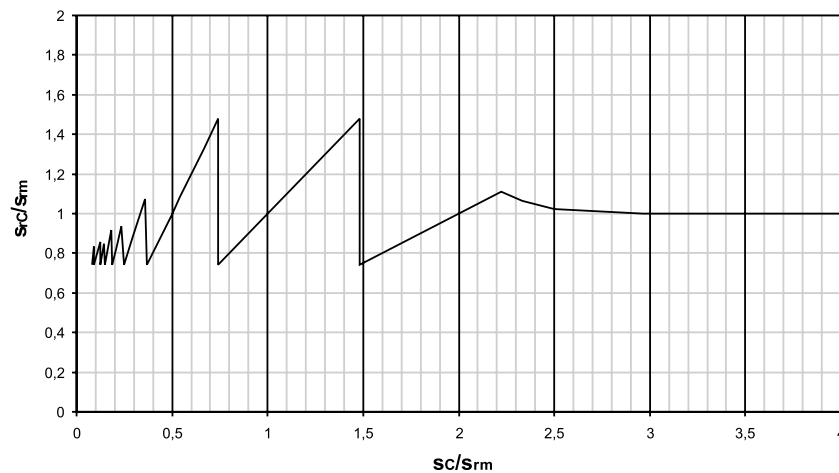


Bild 3.18: Darstellung des mittleren Rissabstandes nach [52]

Im Bereich von Querbewehrungsabständen kleiner der Einleitungslänge führt die Formulierung zu mittleren Rissabständen, die nicht kleiner werden können als die Einleitungslänge. Dies deckt sich jedoch nicht mit Versuchserkenntnissen. Da infolge einer Querbewehrungsschwächung die Risslast reduziert wird, verkürzt sich damit auch die Einleitungslänge. Diese Tatsache bleibt unberücksichtigt.

### 3.2.2.5 Zingone [93]

ZINGONE geht in seinem Ansatz ebenso wie LEE [56] davon aus, dass im Bereich der Querbewehrung durch Dübelwirkung ein Schlupf zwischen Längsbewehrung und dem umgebenden Beton verhindert wird. Damit wird an dieser Stelle eine Dehnungsgleichheit von Stahl und Beton erzwungen. Er geht ebenfalls davon aus, dass Risse durch die Querschnittsschwächung zuerst im Bereich der Querbewehrung entstehen. Auf Grundlage einer nichtlinearen Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung bei der die Anwesenheit von Querbewehrung berücksichtigt wird, stellt er ein analytisches Modell auf, mit dem das Last-Verformungs-Verhalten von gezogenen Stahlbetonbauteilen mit Querbewehrung beschrieben werden kann. Der Querbewehrungseinfluss wird hierbei über Randbedingungen zur Lösung der DGLn. für die Stahl- bzw. Betondehnungen berücksichtigt. Es wird keine direkte Risslast definiert, sondern das Auftreten von Rissen vom Überschreiten der Betonrissdehnung abhängig gemacht. Da an der Stelle der Querbewehrung eine Dehnungsgleichheit erzwungen wird, ist somit die Schwächung der Betonzugzone indirekt berücksichtigt. Wie aus der Nachrechnung von Versuchen von RIZKALLA [76] deutlich wird (Bild 3.19), stimmen die berechneten Risslasten mit den gemessenen Werten recht gut überein. Erkennbar ist allerdings auch, dass die Last-Verformungs-Kurve den experimentell ermittelten Verlauf deutlich unterschreitet.

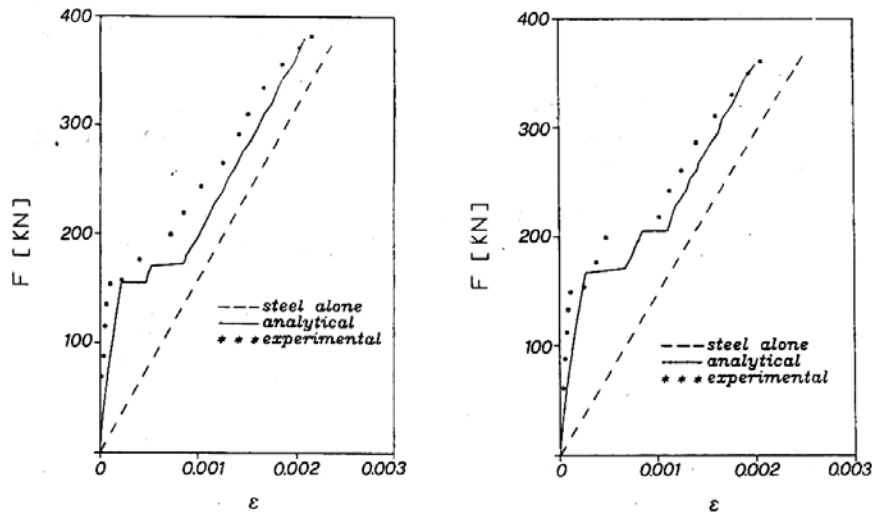


Bild 3.19: Nachrechnung von Versuchen von [76] durch ZINGONE [93]

Der hier dargestellte Ansatz bietet eine gute Möglichkeit zur Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens von einaxial gezogenen Stahlbetonkörpern. Damit zielt dieses Modell nicht auf die Beschreibung von Rissabständen ab, sondern betrachtet das gesamte Verhalten des Bauteils. In der Phase der sukzessiven Rissbildung kann dieses analytische Modell keine genauen Aussagen treffen, da hier durch den Benutzer für verschiedene Spannungszustände die Anzahl der sich einstellenden Risse vorgegeben werden muss.

### 3.3 Auswirkung einer Rissbildung entlang der Bewehrung

In den USA fanden 1979 und den Folgejahren Versuche zum Schubverhalten von Stahlbetonbauteilen in Kernkraftwerken statt. Diese wurden von PERDIKARIS, WHITE und GERGELY [70], [71] sowie OESTERLE und RUSSELL [68], [69] durchgeführt. Dabei wurden vor den Schubversuchen auch Versuche mit einaxial und zwei axial belasteten Stahlbetonscheiben durchgeführt. Hierbei konnte festgestellt werden, dass eine Querkzugbeanspruchung das Last-Verformungs-Verhalten in Längsrichtung beeinflusst. Neuere Untersuchungen zu diesem Aspekt fanden im Jahr 2003 in Korea von CHO, KIM, CHO und CHOI [22] statt.

Die Auswirkung einer Längsrissbildung entlang der Bewehrung wurde von NAGATOMO, KAKU [66], GAMBAROVA ET AL. [30] und IDDA [42] untersucht. Hier beschäftigte man sich mit den örtlichen Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen, während die Auswirkung einer Längsrissbildung auf das Last-Verformungs-Verhalten bei MITCHELL, ABRISHAMI [63] beschrieben wird.

Eine ähnliche Abminderung der aufnehmbaren Verbundspannungen und ihre Auswirkung auf das Last-Verformungs-Verhalten wird in Untersuchungen von AMLEH [15] und SHIMA [90] festgestellt, welche sich mit dem Einfluss der Bewehrungskorrosion auf das Verbundverhalten beschäftigen.

#### 3.3.1 Perdikaris, White und Gergely [70], [71]

An der Cornell University untersuchten PERDIKARIS, WHITE und GERGELY [70] 20 Versuchskörper unter zwei axialer Zugbeanspruchung. Dabei wurden die Scheiben solange belastet, bis die Last 60 Prozent der Streckgrenze der Bewehrung erreichte. Die Belastung erfolgte zuerst in Querrichtung und erst danach wurde die Last in Längsrichtung gesteigert. Dann wurden die Versuchskörper entlastet. Die Platten hatten eine Größe von 610 mm x 610 mm (Bild 3.20). Die Zugbeanspruchung wurde zunächst in einer Richtung aufgebracht und konstant gehalten, um danach in der zweiten Richtung die Zugbeanspruchung aufzubringen. Die Risse bildeten sich entlang des Bewehrungsnetzes. Solange die Stababstände etwa im Bereich der 1,2- bis 1,7-fachen Einleitungslänge lagen, wirkten die Stäbe als Rissformer. Dieses Verhalten wurde in [71] genauer untersucht. Es wurde aus den ein- und zwei axialen Versuchen die Zugsteifigkeit der Versuchskörper beim Lastniveau von 60 % der Stahlfließspannung berechnet. Aus dem Vergleich zwischen ein- und zwei axialer Beanspruchung wurde eine Abnahme der Zugsteifigkeit bei einer zwei axialen Zugbelastung um 20 % zur ein axialen Zugsteifigkeit festgestellt. Jedoch wird die Einschränkung gegeben, dass die Aussagen zur Zugsteifigkeit nur für Bewehrungsdurchmesser von 12,7 mm und 19,05 mm (Bewehrungsstangen No. 4 und No. 6 nach ASTM-Norm [13]) und für Lastniveaus größer 60 % der Stahlfließspannung anzuwenden seien.

#### 3.3.2 Oesterle und Russell [68], [69]

OESTERLE und RUSSELL [68], [69] führten Versuche bei der Portland Cement Association in Skokie, Illinois, durch. Der Versuchsaufbau ist in Bild 3.21 dargestellt. Es wurden zwei Versuchskörper in ein axialer Richtung und drei in zwei axialer Richtung belastet (Bild 3.23). In den Arbeiten finden sich keine Aussagen oder Berechnungen zu den Versuchen sondern lediglich eine reine Darstellung der Ergebnisse.

##### a) ein axiale Versuche

Die ein axialen Versuchskörper hatten die Abmessung von 304,8 mm x 609,6 mm x 1524,0 mm. Sie sind in Bild 3.22 mit den ermittelten Last-Verformungs-Kurven für die Längs- und Querrichtung dargestellt und lassen sich mit den in Abschnitt 3.2.1 vorgestellten Formulierungen gut nachvollziehen.

##### b) zwei axiale Versuche

Die zwei axialen Versuchskörper hatten die Abmessungen 1524 mm x 1524 mm x 609,6 mm. Die Bewehrung hatte einen Durchmesser von 57,2 und 44,5 mm (Bild 3.23). Die Druckfestigkeit des Betons betrug 20 N/mm<sup>2</sup> und der Stahl hatte eine Streckgrenze von 414 N/mm<sup>2</sup>. Die Belastung erfolgte gleichzeitig in beide Richtungen. Die ersten Risse stellten sich bei einer Stahlspannung von 90 N/mm<sup>2</sup> ein. Bis zu einer Stahlspannung von 138 N/mm<sup>2</sup> bildeten sich Risse, die durch den Körper

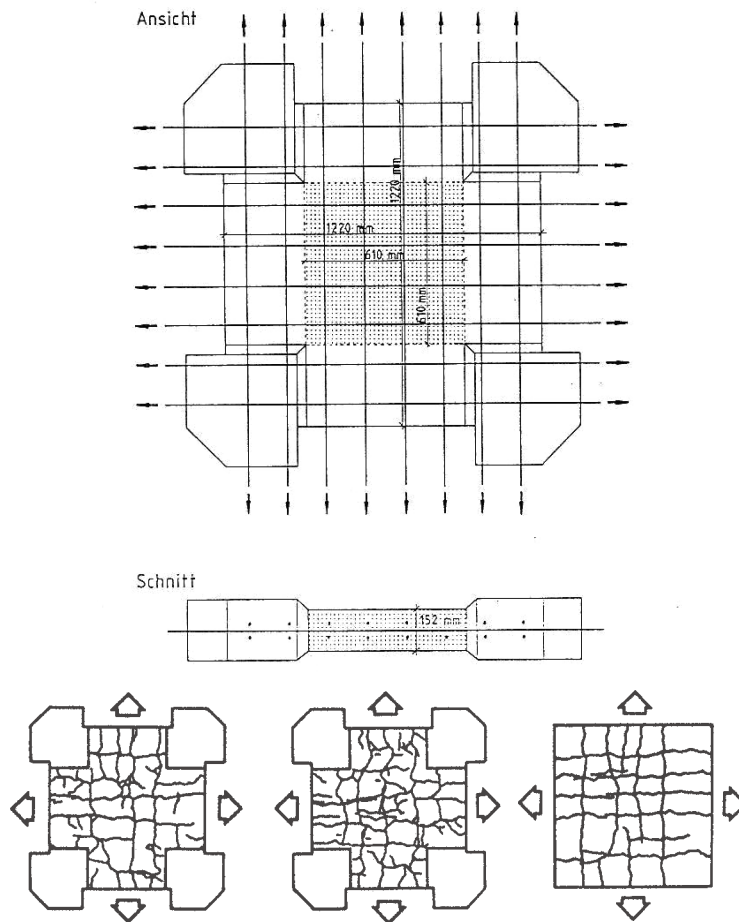


Bild 3.20: Versuchskörper mit Belastung und Rissbilder [70]

gingen. Bei der weiteren Laststeigerung wurde nur noch ein Rissbreitenwachstum beobachtet. Bei höheren Lasten auftretende Risse reichten nur von der Oberfläche des Körpers bis zur Bewehrung.

Die maximalen Rissbreiten betragen bei einer Stahlspannung von  $248 \text{ N/mm}^2$  von  $0,254 \text{ mm}$  bis  $0,8128 \text{ mm}$  und lagen bei einer Stahlspannung von  $372 \text{ N/mm}^2$  zwischen  $0,762 \text{ mm}$  und  $0,9144 \text{ mm}$ . Das Rissbild der zwei axialen Zugversuche wird beispielhaft in Bild 3.24 gezeigt. Deutlich erkennbar ist hierbei, dass die Rissbildung vornehmlich im Bereich der Bewehrung erfolgt. Das Last-Verformungs-Verhalten der Versuche in Längs- und Querrichtung ist in Bild 3.25 dargestellt. Die Steifigkeit der Versuchskörper fällt in beide Beanspruchungsrichtungen bereits vor der Rissbildung deutlich ab. Im Bereich der abgeschlossenen Rissbildung ist nur ein geringer Mitwirkungseffekt des Betons vorhanden.

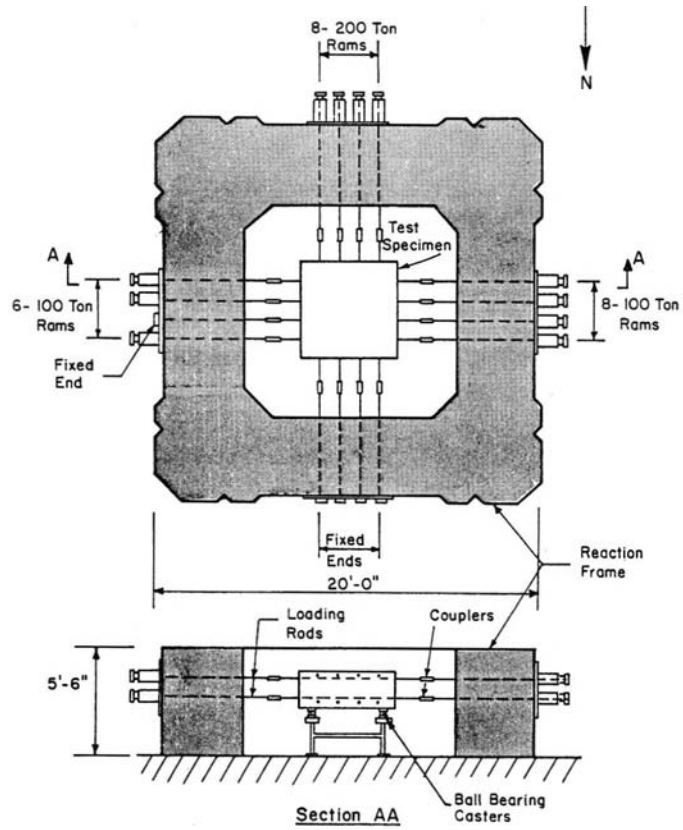


Bild 3.21: Versuchskörper und Lastaufbringung [69]

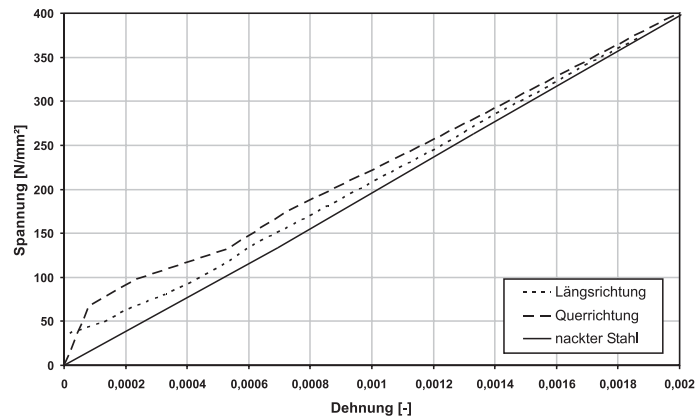
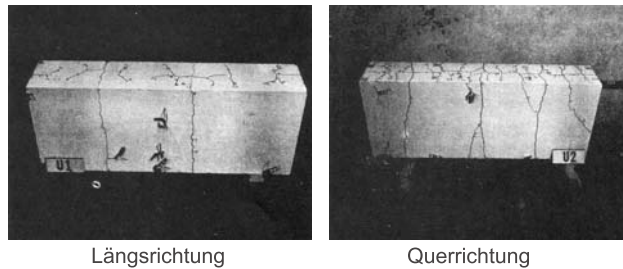


Bild 3.22: Einaxiale Versuche [69]

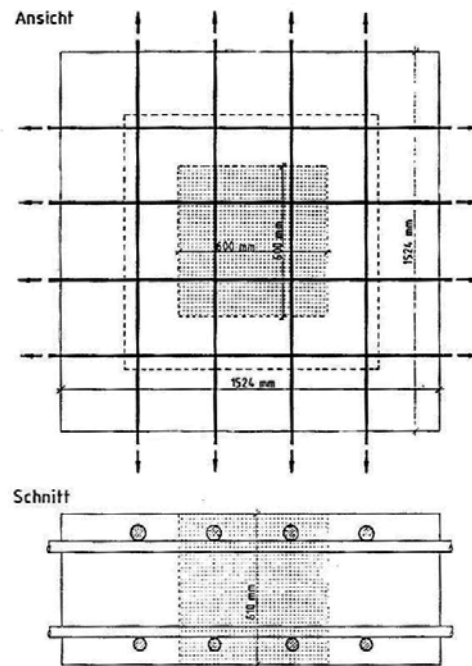


Bild 3.23: Versuchskörperabmessungen und Belastung [69]

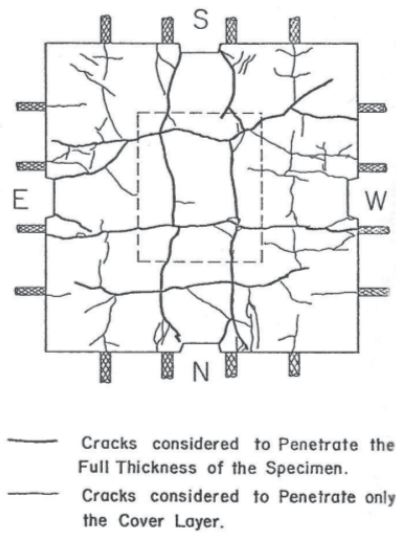


Bild 3.24: Rissbild zweiachialer Versuchskörper [69]

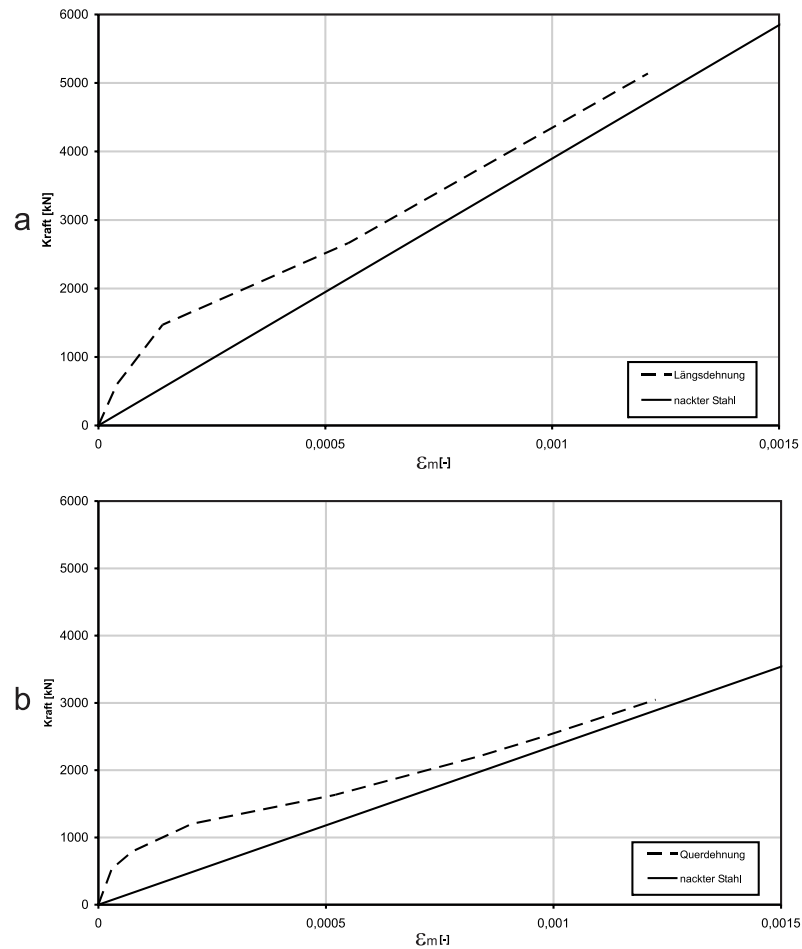


Bild 3.25: Last-Verformungs-Kurven in Längs- (a) und Querrichtung (b) [69]

### 3.3.3 Cho, Kim, Cho und Choi [22], [23]

Von CHO ET AL. [22] werden 6 Stahlbetonscheiben unter zweiachsialer Zugbeanspruchung getestet. Der Versuchsaufbau sowie die Versuchskörperabmessungen sind in Bild 3.26 dargestellt. Der Bewehrungsgrad der getesteten Scheiben betrug 0,9 %, 1,35% und 1,88% mit einem Bewehrungsdurchmesser von 29 mm. Die Betondruckfestigkeit lag bei 40 N/mm<sup>2</sup>. Da im Rahmen dieser Versuche ein Ausfall einer im Hüllrohr liegenden Vorspannung mit in Betracht gezogen werden sollte, wurden in beide Richtungen des Versuchskörpers Hüllrohre eingelegt. Diese fungierten als Rissformer infolge der Schwächung der Betonfläche. Die Zugbelastung wurde gleichzeitig im Verhältnis 2:1 von Längs- zu Querlast aufgebracht. Aus den Versuchsergebnissen wird eine Formulierung zur Berücksichtigung des Mitwirkungseffektes des Beton als Restzugfestigkeit des Betons in Abhängigkeit der mittleren Dehnung ( $f_{c,ts}$  ( $\epsilon_{cm}$ )) entwickelt (Gl. 3.27).

$$f_{c,ts} = f_{ct} \cdot \frac{0,000113^{0,4}}{\epsilon_{cm}} \quad (3.27)$$

Die Gl. 3.27 ist in Bild 3.27 mit bezogener Betonzugfestigkeit auf der Ordinate zusammen mit der Formulierung des MODEL CODE 90 [10] für die verwendeten Bewehrungsgrade dargestellt. Da die Gl. 3.27 keine Berücksichtigung des Bewehrungsgrades zulässt, dieser aber die Mitwirkung des Beton wesentlich beeinflusst, stellt sie lediglich eine Näherung an das reale Bauteilverhalten dar. Bild 3.27 zeigt, dass die Variation des Bewehrungsgrades den Mitwirkungseffekt deutlich beeinflusst. Die Herleitung der Formulierung erfolgte durch das Auffinden einer Ausgleichsfunktion an den Mittelwert aller Versuchsergebnisse. Dadurch wurde der Einfluss der Querzugbeanspruchung, des Rissbildes sowie des

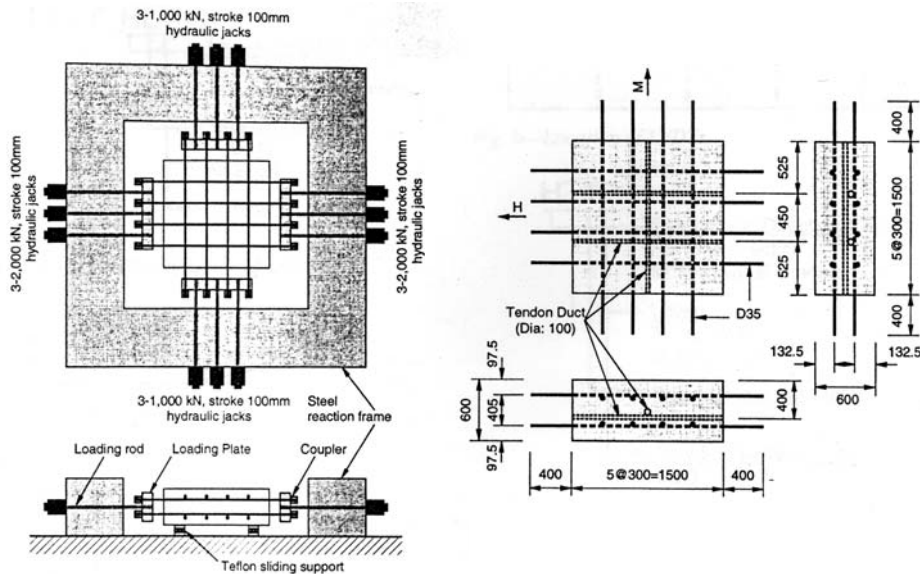


Bild 3.26: Versuchsaufbau und Versuchskörpergeometrie nach [22]

Bewehrungsgrades auf das Last-Verformungs-Verhalten vernachlässigt.

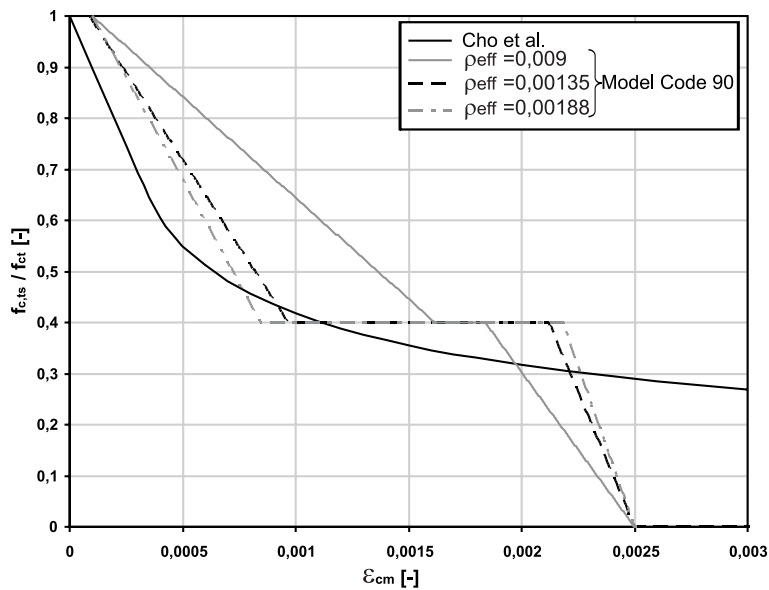


Bild 3.27: Ansatz zur Betonmitwirkung nach CHO ET AL. [23] im Vergleich zum Ansatz nach MODEL CODE 90 [10]

### 3.3.4 Nagatomo, Kaku [66]

NAGATOMO und KAKU [66] untersuchten das Verbundverhalten von Bewehrungsstäben unter Querdruck und unter Querzug. 55 Versuchskörper wurden unter Querzug getestet. Die Betonüberdeckung und die bei Beginn der Längsbelastung vorhandene Querzuglast wurden dabei variiert. Der Versuchsaufbau der Querzugversuche ist in Bild 3.28 dargestellt. Als Ergebnis ermitteln sie einen Zusammenhang zwischen der Verbundspannung und dem aufgetragenen Querzug. Demnach nimmt die Verbundspannung mit Zunahme der Querzugkraft ab. Wird die Querzugkraft so groß, dass



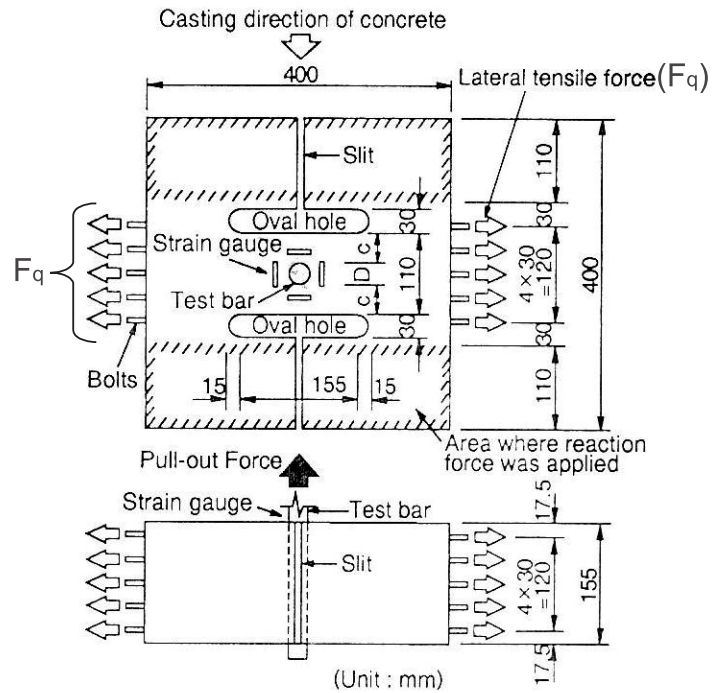
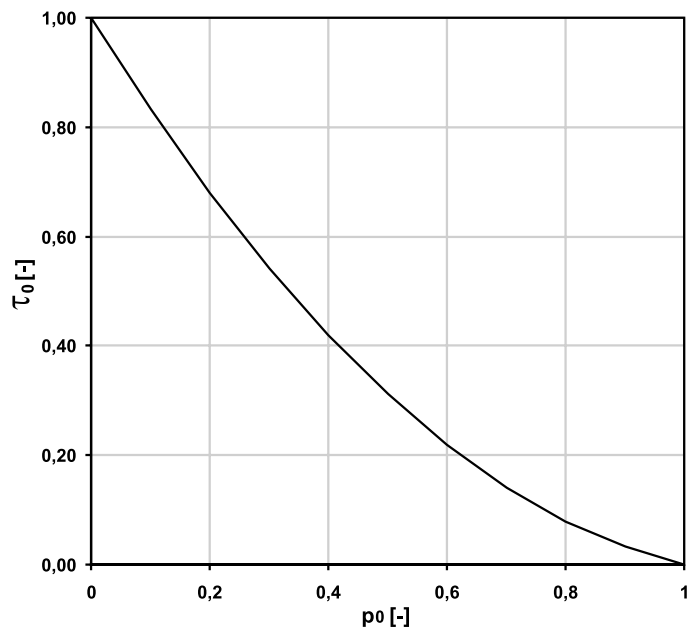


Bild 3.28: Versuchsaufbau [66]

Risse in Längsrichtung auftreten, ist die Verbundspannung in Längsrichtung gleich Null. Die Betonüberdeckung hatte auf dieses Verhalten keinen Einfluss. In Bild 3.29 ist der Einfluss der Größe der Querkzuglast auf das Verbundverhalten dargestellt.

Bild 3.29: Einfluss des bezogenen Querkuges ( $p_0$ ) auf die Verbundspannung nach [66]

Die zur Berechnung verwendeten Formeln lauten:

$$\tau_{nu}(p_0) = \tau_{nu}(p_0 = 0) \cdot (0,755 \cdot p_0 - 1) \cdot (p_0 - 1)$$

mit  $\tau_0 = \frac{\tau_{nu}}{\tau_{max}}$

$$\tau_{nu}(p_0 = 0) = \frac{\tau}{\sqrt{f_c}} \tag{3.28}$$

$$p_0 = \frac{F_q}{F_r}$$

$p_0$  ist dabei der Verhältniswert der aufgebrauchten Querkzugkraft zur Risskraft in Querrichtung und  $\tau_0$  ist dabei der Verhältniswert der vorhandenen Verbundspannung, zur maximal vorhandenen Verbundspannung ohne Querkzug. Bei den Formulierungen wird von der Annahme ausgegangen, dass sobald die Zugfestigkeit des Betons infolge Querkzugbeanspruchung erreicht wird ( $p_0 = 1$ ) keine Verbundspannungen mehr übertragen werden können. Diese Tatsache ist versuchstechnisch nicht nachgewiesen worden.

### 3.3.5 Idda [42]

IDDA stellt in [42] eigene Versuche zum Verbundverhalten von Bewehrungseisen mit kurzer Verankerungslänge beim Vorhandensein von Längsrissen an. Der verwendete Versuchskörper und Versuchsaufbau in Bild 3.30 dargestellt. Hierbei wird das Verbundverhalten für unterschiedlich große Längsrissbreiten untersucht und eine Formulierung aufgestellt, mit der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen unter Berücksichtigung von Längsrissen beschrieben werden können (Gl. 3.29). Die in dieser Gleichung vorkommenden Vorfaktoren  $a_0$  bis  $d_0$  sind in einer Dimensionsanalyse ermittelt worden und zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen.

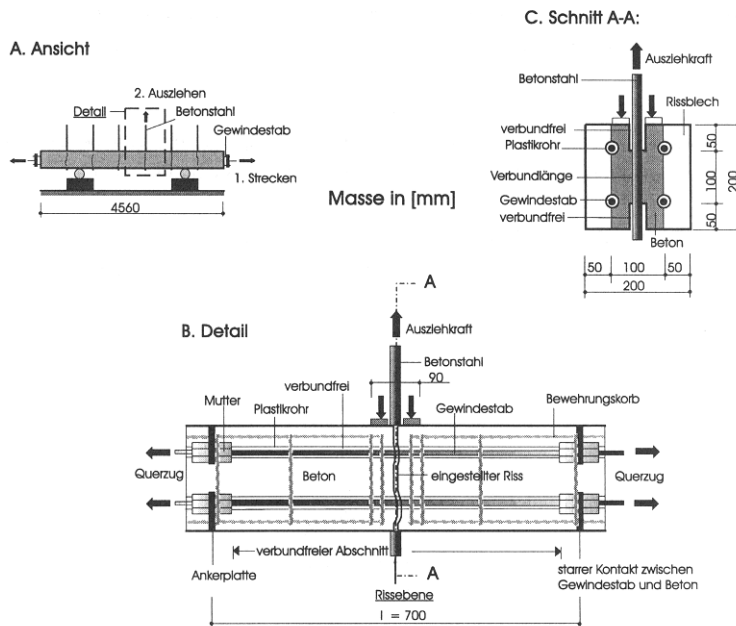


Bild 3.30: Versuchsaufbau [42]

$$\tau(s) = \beta_w \cdot a_0 \left( \frac{s}{c_s} \right)^{b_0} \cdot e^{c_0 \cdot s/c_s + d_0 \sqrt{w/h_s}}$$

mit

- $w$  : Längsrissbreite
- $\beta_w$  : Betondruckfestigkeit
- $s$  : Schlupf
- $c_s$  : Rippenabstand
- $h_s$  : Rippenhöhe

Faktoren

- $a_0 = 1,9$
- $b_0 = 0,5$
- $c_0 = -2,3$
- $d_0 = -1,4$

(3.29)

Mit dieser Formulierung können die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen unter der Berücksichtigung von Längsrissen verschiedener Breite treffend beschrieben werden. Der Verlauf der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen ist in Bild 3.31 ohne Längsriss ( $w = 0$ ) und für Längsrissbreiten von 0,2; 0,5 und 1,0 mm dargestellt. Aus Bild 3.31 wird deutlich wie stark

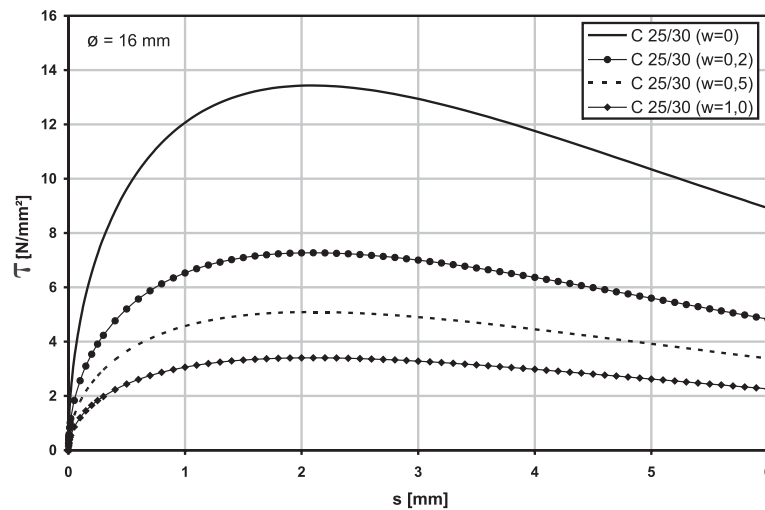


Bild 3.31: Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen nach Gl. 3.29

bereits kleine Längsrissbreiten die maximale Verbundspannung reduzieren. Bei einer Längsrissbreite von 0,2 mm wird die maximal aufnehmbare Verbundspannung fast auf 50 % des Wertes ohne Längsrissbildung abgemindert. Bei weiterer Vergrößerung der Längsrissbreite nimmt die aufnehmbare Verbundspannung weiter ab. Es besteht jedoch kein linearer Zusammenhang zwischen Vergrößerung der Längsrissbreite und der Abnahme der maximalen Verbundspannung sowie der Verbundsteifigkeitsabnahme bis zum Erreichen dieses Maximalwertes. In Bild 3.32 ist dieser Zusammenhang zwischen Abnahme der maximalen Verbundspannung und der Längsrissbreite ( $w$ ) für unterschiedliche Bewehrungsdurchmesser ( $d_s$ ) ausgewertet.

Die Abnahme der maximalen Verbundspannung kann als Funktion über das Verhältnis von  $\tau_{max}(w)$  zu  $\tau_{max}(w=0)$  ausgedrückt werden. Nach Einsetzen der Gl. 3.29 ergibt sich Gl. 3.30.

$$\frac{\tau_{max}(w)}{\tau_{max}(w=0)} = e^{d_0 \sqrt{w/h_s}} \quad (3.30)$$

Dieser Zusammenhang ist damit unabhängig von der verwendeten Betonfestigkeit.

Das Ziel der Arbeit von IDDA [42] besteht in der Untersuchung der Auswirkung von Längsrissen auf die Verankerungslängen von gerippten Bewehrungsstäben. Zusammenfassend wird festgestellt, dass die Verminderung der Verbundspannungen infolge Querzug eine Vergrößerung der erforderlichen Einleitungslängen notwendig macht. Dieses Kriterium der abgeminderten zulässigen Verbundspannungen wird aber durch die Beschränkung der Verformungen im Gebrauchszustand nicht wirksam. Die

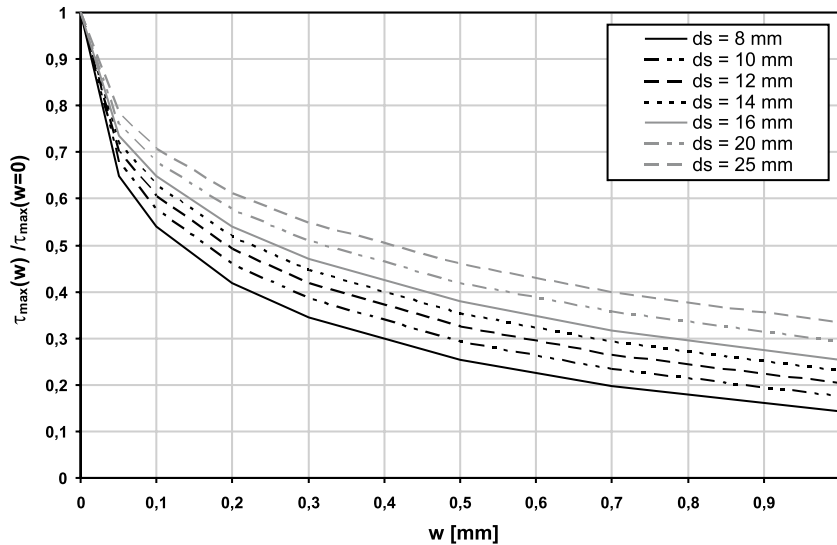


Bild 3.32: Abnahme der maximalen Verbundspannung infolge Längsrissbildung

Auswirkung dieser Verminderung der Verbundspannungen aufgrund von Längsrissen auf das Last-Verformungs-Verhalten von Stahlbetonkörpern wird nicht untersucht.

### 3.3.6 Gambarova, Rosati [30], [31]

Auch bei GAMBAROVA und ROSATI werden Ausziehversuche mit kurzen Verankerungslängen durchgeführt [30]. Ein Ziel ihrer Arbeit ist es, wie in [42], das auf Grund von Rissbildung geschwächte Verbundverhalten zwischen Stahl und Beton genauer zu erforschen. Die Einstellung des Risses parallel zum Ausziehstab wird hier infolge Ringzugspannungen und einer gleichzeitig zu gering gewählten Betonüberdeckung erzeugt. Als variable Einflussgrößen in ihre Untersuchungen gehen ein:

- Längsrissbreite ( $w$ )
- Bewehrungsdurchmesser ( $d_s$ )
- Betondruckfestigkeit ( $f_{ck}$ )

Im Unterschied zu IDDA [42] wird während der Durchführung ihrer Versuche die Rissbreite konstant gehalten. Dies wird in [42] als unrealistische Randbedingung bezeichnet. Die Verankerungslänge liegt konstant bei 5 Rippenabständen für Ausziehstäbe mit Durchmesser 14 mm und 18 mm, sowie bei 4 Rippenabständen für Ausziehstäbe mit Durchmesser 24 mm. Die verwendeten Betonsorten liegen mit ihrer charakteristischen Druckfestigkeit im Bereich zwischen  $38 \text{ N/mm}^2$  und  $52 \text{ N/mm}^2$ . Von insgesamt 20 Probekörpern werden jeweils 8 mit Ausziehstäben der Durchmesser 14 mm und 24 mm gefertigt. Die restlichen 4 Versuchskörper werden als Referenzkörper mit 18 mm Bewehrungsdurchmesser hergestellt. In Bild 3.33 ist die Geometrie und der Aufbau der Versuchskörper zu erkennen.

Aus den Versuchsergebnissen wird ein Gesetz für geschwächten Stahl-Beton-Verbund aufgestellt [31]. Folgende Parameter dienen zur Beschreibung des Modells:

- Verbundmodul ( $R_1$ )
- dimensionslose Rissöffnung ( $W$ )
- dimensionsloser Durchmesser ( $D$ )
- Parameter und Konstanten ( $a_1 - a_6$ ,  $k_1$  und  $m$ )

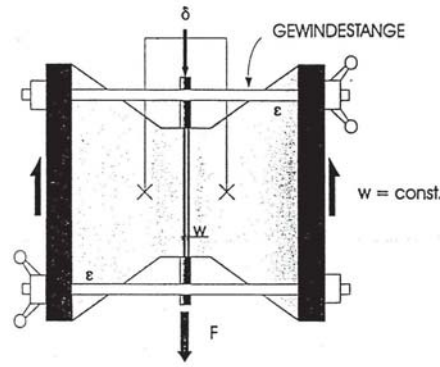


Bild 3.33: Versuchskörper nach [30]

Dabei wird über den Verbundmodul, ähnlich dem Völligkeitswert ( $\alpha$ ) in [62] die Völligkeit der Verbundspannungs-Schlupfkurve geregelt. Die einheitenfreien Beiwerte  $W$  und  $D$  bezwecken einen Bezug auf die Referenzkörper mit  $\bar{d}_s = 18$  mm. Im Folgenden ist die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung (Gl. 3.31), sowie die zur Auswertung notwendigen Parameter aufgeführt:

$$\tau_c(s) = f_{ck} \cdot \frac{R_1 \cdot \left(\frac{s}{d_s}\right)}{1 + a_6 \cdot \left(\frac{s}{d_s}\right)}$$

$$\text{mit: } R_1 = \frac{0,5 \cdot (1,2 + 0,8 \cdot D^{-2})}{a_4 + a_5 \cdot W}$$

$$D = \frac{d_s}{\bar{d}_s}$$

$$W = \frac{w}{d_s}$$

$$m = 13,6 + 0,015 \cdot d_s \cdot (1 - d^{-1})$$

$$\tau_{max} = f_{ck} \cdot k_1 \cdot \left(\frac{a_1}{W + a_2} - a_3\right)$$

$$k_1 = 0,907 + 0,5 \cdot D \cdot (1 - 0,81 \cdot D)$$

$$a_1 = 0,030$$

$$a_2 = 0,050$$

$$a_3 = 0,150$$

$$a_4 = 0,0261$$

$$a_5 = 2,0$$

$$a_6 = \frac{R_1^m \cdot (m-1)^{m-1}}{m^m \cdot \left(\frac{\tau_{max}}{f_{ck}}\right)^m}$$

(3.31)

Eventuell relevante, aber in der aus den Versuchen gefolgerten Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung nicht eingehende Tatsachen sind, dass einerseits das Halten der Risse bei einer bestimmten Rissbreite ( $w$ ) manuell gesteuert wird und andererseits die Versuchsdauer im Mittel bei 16 h liegt. Unter diesen Umständen kann man nicht mehr von einer Kurzzeitbeanspruchung der Versuchskörper ausgehen. In Bild 3.34 werden die beiden beschriebenen Verbundgesetze visualisiert. Als Vergleichsparameter werden in diesem Fall eine Rissbreite von  $w = 0,5$  mm, eine Betondruckfestigkeit von  $f_{ck} = 30$  N/mm<sup>2</sup> und ein Betonstab mit 10 mm Durchmesser gewählt.

Der plötzliche Abfall der Kurve für das Verbundgesetz nach Gl. 3.31 spiegelt die schlagartige Entstehung des Längsrisse entlang des Ausziehstabes wieder. Im weiteren Verlauf kommt es zur Annäherung der Kurven nach [31] und [42]. Bei der Formulierung nach [42] ist festzustellen, dass die Kurve von Anfang an eine geringere Verbundsteifigkeit aufweist. Ursache für diese geringere Verbundsteifigkeit ist das auf Grund der vorgeschalteten Rissbildung geschwächte Betongefüge in Stabnähe.

Die Formulierungen von GAMBAROVA, ROSATI [31] stehen exemplarisch für Untersuchungen des Verbundverhaltens mit Rissbildung infolge zu großer Ringzugspannungen und werden daher nicht weiter betrachtet. Die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung nach IDDA [42] wird im Verlauf dieser Arbeit weiter verwendet, da die vorhandenen Längsrisse entlang der Bewehrung durch eine Querkzugbeanspruchung entstehen.

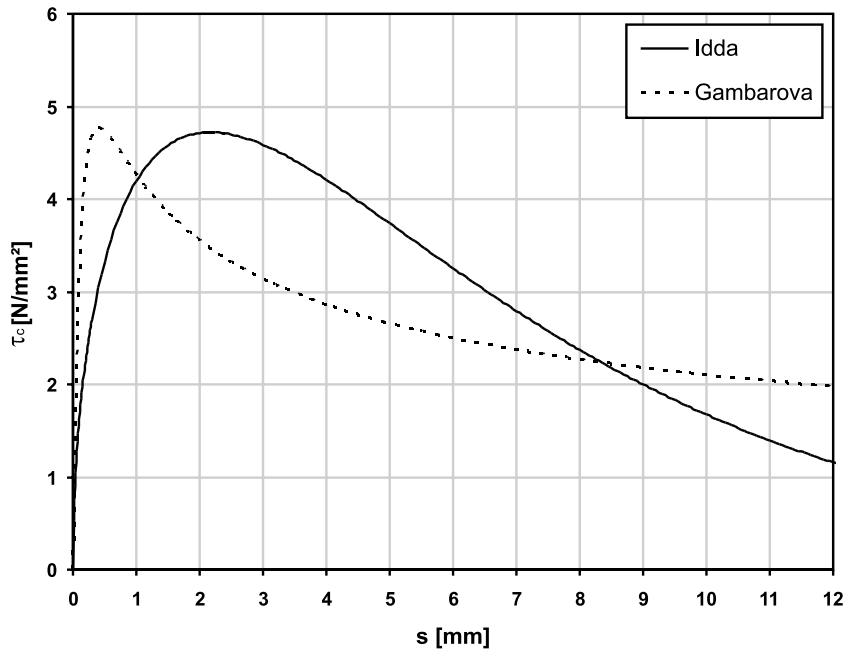


Bild 3.34: Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen nach IDDA [42] und GAMBAROVA, ROSATI [31] für geschwächten Verbund ( $w = 0,5 \text{ mm}$ )

### 3.3.7 Mitchell, Abrishami [63]

Von MITCHELL und ABRISHAMI [63] wurden Zugversuche an Stahlbetonzugkörpern mit einer Länge von 150 cm durchgeführt. Ziel dabei war es eine Abnahme der Zugversteifung des Betons infolge eines Längsrisses darzustellen und eine Abschätzung über das Verhalten des Tension-Stiffening-Effektes infolge Quer- und Längsrissbildung aufzustellen. Dabei wurde die Längsrissbildung durch die gewollte Überschreitung der Ringzugspannungen ausgelöst. Die Versuchsreihe umfasste 10 Versuchskörper. Für 5 Körper wurde Normalbeton mit einer charakteristischen Druckfestigkeit von  $35 \text{ N/mm}^2$ , für die restlichen Versuchskörper hochfester Beton mit einer charakteristischen Druckfestigkeit von  $90 \text{ N/mm}^2$  verwendet. Ferner wurde der Durchmesser des eingelegten Längsbewehrungsstabes zwischen 10 mm und 30 mm in 5 mm Schritten variiert. Der effektive Bewehrungsgrad ( $\rho_{eff} = 0,0123$ ) und die Betondeckung in eine Querrichtung ( $c = 40 \text{ mm}$ ) sind konstant gehalten worden.

Folgenden Schlussfolgerungen werden getroffen:

- Je größer der Durchmesser der Längsbewehrung ist, desto früher stellen sich Längsrisse ein.
- Ab einem Verhältnis von 2,5 der Betondeckung zum Bewehrungsdurchmesser bilden sich Längsrisse infolge Ringzugbeanspruchung aus.
- Die Rissbreiten der Versuchskörper aus hochfestem Beton sind größer.
- Die hochfesten Versuchskörper zeigen im Zustand ohne Längsriss eine größere Mitwirkung des Betons. Nach der Bildung des Längsrisses nähert sich die Zugversteifung der hochfest ausgebildeten Prüfkörper der Versuchskörper aus Normalbeton an.
- Mit steigendem Längsbewehrungsdurchmesser verringert sich der Mitwirkungsanteil der hochfesten Versuchskörper.

Auf Grundlage dieser Ergebnisse erweitern sie die Beziehung nach COLLINS, MITCHELL [24] für die Darstellung der Last-Verformungskurve (Gl. 3.32). Nach dieser Beziehung werden die anteiligen Kräfte im Stahl und Beton für gleiche Dehnung addiert.

$$N = A_{c,eff} \cdot \sigma_c + A_s \cdot \sigma_s \quad (3.32)$$

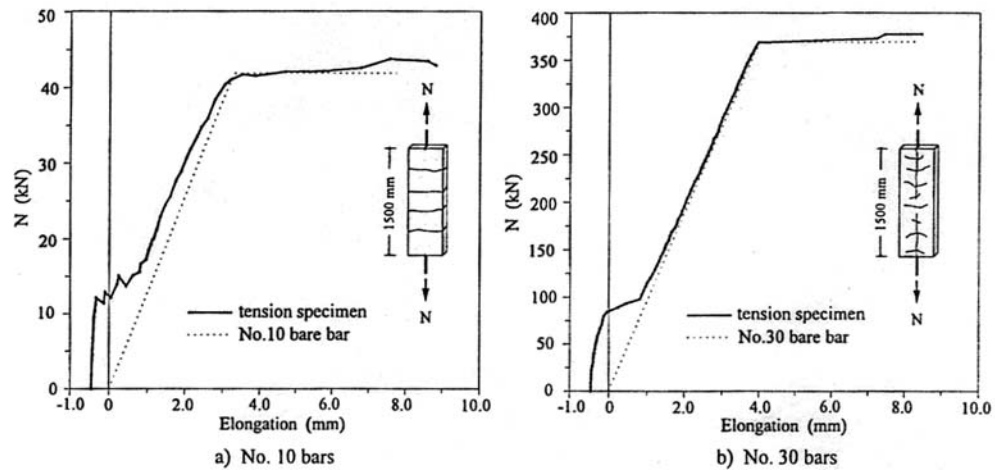


Bild 3.35: Last-Verformungs-Verhalten von Versuchskörpern ohne (a) und mit Längsriss (b) in [63]

Der Kraftanteil des Bewehrungsstahls ergibt sich aus dem Hook'schen Gesetz, während der Anteil des Betons über Gl. 3.33 bestimmt wird. Über den zusätzlichen Beiwert ( $\alpha_3$ ), der das Verhältnis Betondeckung ( $c$ ) zum Bewehrungsdurchmesser berücksichtigt, wird der Einfluss von Längsrissen auf den Tension-Stiffening-Effekt im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung beschrieben (Gl. 3.33). Dabei sind die Faktoren  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  für gerippten Stahl unter Kurzzeitlast jeweils zu 1,0 zu setzen.

$$\sigma_c = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot f_{ct}}{1 + \sqrt{500 \cdot \epsilon}} \quad \text{für } \epsilon > \epsilon_{cr} \quad (3.33)$$

mit:  $\alpha_3 = 1,0$  für  $c/d_s > 2,5$   
 $\alpha_3 = 0,8 \cdot c/d_s - 1$  für  $1,25 \leq c/d_s \leq 2,5$   
 $\alpha_3 = 0$  für  $c/d_s < 1,25$

Für eine genügend große Betonüberdeckung ( $c/d_s > 2,5$ ) findet keine Abminderung der Betonmitwirkung statt, wohingegen bei geringer Betonüberdeckung ( $c/d_s < 1,25$ ) keine Mitwirkung mehr vorhanden ist.

Die Ergebnisse von MITCHELL und ABRISHAMI [63] bestätigen das von GAMBAROVA und ROSATI in [31] beschriebene Verbundverhalten. Auf Grund der ungeschwächten Verbundwirkung im Bereich vor der Längsrissbildung infolge Ringzugspannungsüberschreitung nach [31] entspricht die Steigung der Last-Verformungskurve unterhalb dieser Längsrissbildung der vollen Dehnsteifigkeit des Stahlbetonkörpers.

Da es sich bei den Untersuchungen um eine Verbundschwächung durch Längsrissbildung infolge Überschreitung der Ringzugspannungen handelt, welche erst bei der Aufbringung der Zugbeanspruchung auftreten kann und unabhängig von einer Querkzugbeanspruchung ist, können diese Ergebnisse nicht auf die hier gegebene Problemstellung angewendet werden.

### 3.4 Bewehrungskorrosion

Korrosion der Bewehrung führt zu einer Störung der Kontaktzone zwischen Stahl und Beton. Durch die mit der Korrosion einhergehende Volumenzunahme können ebenfalls Risse entlang der Bewehrung entstehen. Dies kann ebenfalls zu einer Verschlechterung der Verbundeigenschaften führen. Zusätzlich verändert sich durch die Korrosion die Rippengeometrie des Bewehrungsstahls. Im Folgenden wird kurz auf zwei Forschungsarbeiten, welche sich mit dem Einfluss von Bewehrungskorrosion auf das Verbundverhalten beschäftigen, eingegangen. Die Untersuchungen von SHIMA [90] beschäftigen sich mit der Herleitung von Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen, während bei AMLEH und MIRZA [15] das Last-Verformungs-Verhalten derartiger beschaffener Versuchskörper behandelt wird.

### 3.4.1 Shima [90]

SHIMA [90] führt Pull-Out-Versuche an Versuchskörpern durch, deren einbetonierter Bewehrungsstahl zuvor durch Korrosion geschwächt worden ist. Hierbei werden Aussagen zum Verbundspannungs-Schlupf-Verhalten dieser Körper im Vergleich zu Referenzkörpern ohne Korrosionsschwächung durchgeführt. In der Auswertung der Versuchsdaten kann festgestellt werden, dass der Verlauf der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen der Referenzkörper gut mit den von ihm aufgestellten Formulierungen übereinstimmt. Die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen für die Versuchskörper mit Korrosionseinfluss zeigen eine deutliche Abnahme der maximal aufnehmbaren Verbundspannung. Diese Abnahme wird umso größer, je größer die Schwächung der Bewehrung durch Korrosion ist (Bild 3.36). Maximal kann eine lineare Abnahme auf bis zu 40 Prozent der maximalen Verbundspannung festgestellt werden, welche bereits ab einem Gewichtsverlust der Bewehrung infolge Korrosion von 10 Prozent konstant bleibt.

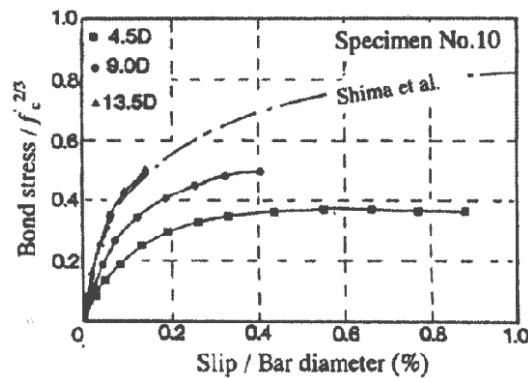


Bild 3.36: Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen für Verbundkörper mit Korrosionseinfluss nach [90]

Aus Bild 3.36 wird im Vergleich zu den Untersuchungen von IDDA [42] (Bild 3.31) deutlich, dass es aufgrund von Bewehrungskorrosion zu einem sehr ähnlichen Verlauf und Abnahme der Verbundspannungen kommt, wie beim Vorhandensein von Längsrissen.



### 3.4.2 Amleh, Mirza [15]

AMLEH und MIRZA [15] führten einaxiale Zugversuche an Stahlbetonzugstäben durch. Diese Zugstäbe wurden vor dem Zugversuch einer korrosiv auf den Bewehrungsstab wirkenden Umgebung ausgesetzt. Untersucht wurden neben dem Last-Verformungs-Verhalten auch die Rissabstände. Als Unterscheidungsparameter ist der Grad der Querschnittsschwächung infolge Korrosion verwendet worden. In den Versuchen konnte festgestellt werden, dass mit größer werdender Querschnittsschwächung die aufnehmbaren Verbundspannungen reduziert wurden. Dies zeigt sich zum einen an dem geringeren Mitwirkungseffekt des Betons im Bereich der abgeschlossenen Rissbildung bei den Zugversuchen (Bild 3.37), sowie in der Zunahme der mittleren Rissabstände. Es wird hier lediglich quantitativ die Abnahme der aufnehmbaren Verbundspannung in Bezug auf Referenzkörper ohne Bewehrungskorrosion beschrieben.

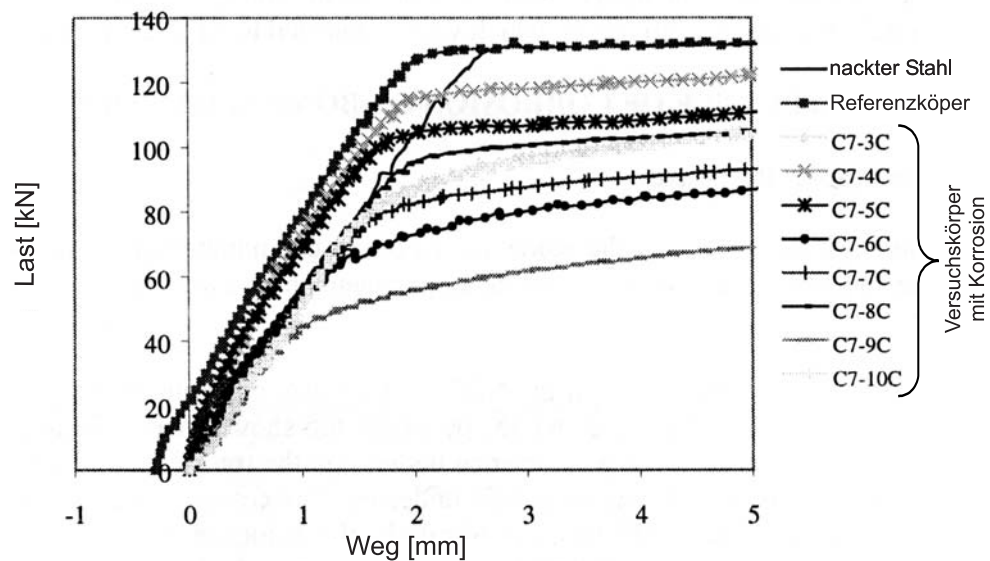


Bild 3.37: Last-Verformungs-Kurven für Stahlbetonzugkörper mit Korrosionseinfluss nach [15]

In den zuvor beschriebenen Untersuchungen wird allgemein festgestellt, dass infolge einer Längsrissbildung entlang der Bewehrung mit einer Verminderung der aufnehmbaren Verbundspannungen zu rechnen ist. In der DIN 1045-1 [2] wird dieser Tatsache Rechnung getragen, indem die Bemessungswerte der Verbundspannungen um ein Drittel abgemindert werden. Auf diese Abminderung kann allerdings nach [12] bei vorwiegend ruhender Einwirkung und Rissbreiten  $w_k \leq 0,2$  mm verzichtet werden.

# Kapitel 4

## Querbewehrungseinfluss bei einaxialer Zugbeanspruchung

### 4.1 Einführung

Für die Betrachtung des Einflusses von Querbewehrung auf den Rissabstand bzw. die Erstrisslast und das Last-Verformungs-Verhalten einaxial gezogener Stahlbetonscheiben werden zwei Versuchsprogramme ausgearbeitet. Zunächst werden Stahlbetonscheiben unter einer einaxialen Zugbeanspruchung (ESS) untersucht. Diese dienen gleichzeitig zur Überprüfung der Versuchseinrichtung für die später folgenden zweiaxialen Zugversuche an Stahlbetonscheiben (ZSS). Um die in diesen Bauteilversuchen festgestellten Einflüsse und deren Einflussparameter genauer untersuchen zu können und zur Ergänzung der aus der Literatur entnommenen Versuchsergebnisse, wird ein zweites Versuchsprogramm mit Stahlbetonzuggliedern (ZS) durchgeführt. Hiermit ist es möglich, eine stärkere Variation der Einflussparameter zu erreichen und den Aufwand für Herstellung und Prüfung der Versuchskörper in vertretbaren Maßen zu halten. Die Idealisierung, die hierbei getroffen wird, ist Bild 4.1 zu entnehmen. Es wird aus der betrachteten Scheibe mit Längs- und Querbewehrung ein Stahlbetonkörper herausgeschnitten. Dieser besitzt in Längsrichtung einen Bewehrungsstab und je nach Querbewehrungsgrad mehrere Querstäbe. Dabei wird aus Symmetriegründen bei der späteren Belastung die Querbewehrung beiderseits der Längsbewehrung angeordnet. Damit wird erreicht, dass die zu untersuchenden Aspekte bei einem geringeren versuchstechnischen Aufwand untersucht werden können. Zusätzlich wird die eigene Datenbasis aus den zuvor beschriebenen Forschungsarbeiten von LEE [56] und RIZKALLA [76] mit Versuchsdaten die Rissabstände betreffend ergänzt. Damit ist es möglich, die Parameter der eigenen Versuche auf noch nicht genau untersuchte Bereiche abzustimmen. Diese betreffen verschiedene Größen der Querschnittsschwächung durch die Querbewehrung sowie kleine Querbewehrungsabstände ( $s_C < l_e$ ).

### 4.2 Versuchsprogramm

Für die eigenen Versuche werden zum einen einaxial gezogene Stahlbetonscheiben (ESS) und zum anderen einaxial gezogene Stahlbetonstäbe (ZS) untersucht. Hierbei werden zunächst bei konstanter Querschnittsschwächung durch die Querbewehrung ( $2\emptyset 10 \text{ mm} \hat{=} 20 \%$  Querschnittsschwächung) folgende Parameter variiert:

- Betongüte
- Längsbewehrungsgrad
- Querbewehrungsabstand ( $s_{Cx}$ )

Zusätzlich wird untersucht, inwieweit die Rissabstände und Risslasten von der Art der Verbindung zwischen Längs- und Querbewehrung beeinflusst werden. Hierzu werden zwei Fallunterscheidungen

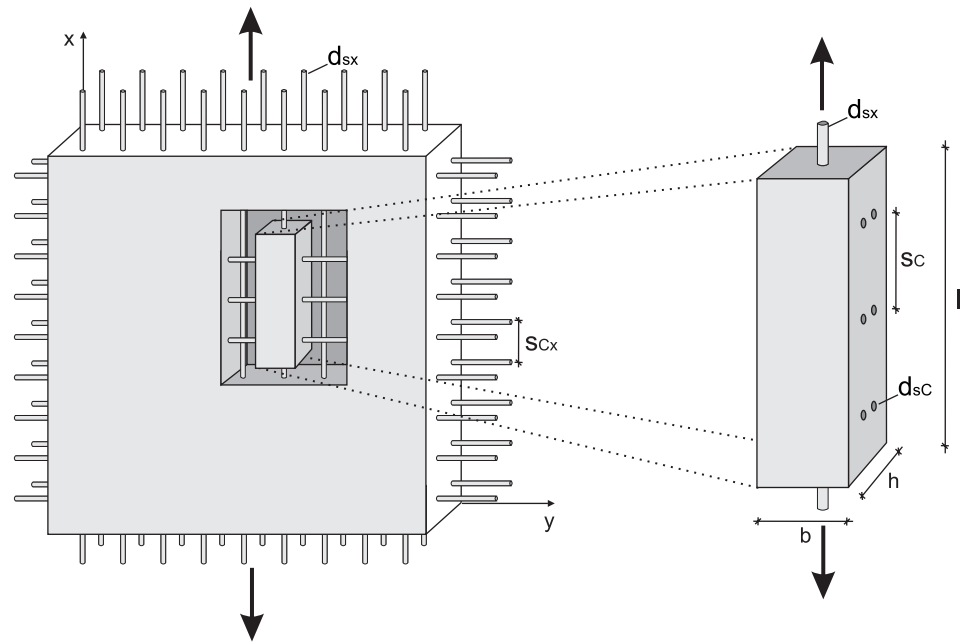


Bild 4.1: Aus einaxial gezogener Scheibe geschnittener Zugkörper

eingeführt. Die erste Variante (I) sieht eine Verbindung der Längs- und Querbewehrung im Kreuzungspunkt mit Rödeldraht vor. Bei der zweiten Variante (II) sind Längs- und Querbewehrung nicht miteinander verrödelt, und im Kreuzungsbereich besteht kein Kontakt. Eine Variation hierzu ist die Variante IIa, bei der keine Verrödeltung erfolgt, die beiden Bewehrungsstangen sich aber im Kreuzungspunkt berühren. Im Weiteren erfolgen auch Versuche mit Variation des Querbewehrungsgrades (206 mm  $\hat{=}$  12 % Querschnittsschwächung, 2014 mm  $\hat{=}$  28 % Querschnittsschwächung und 2020 mm  $\hat{=}$  40 % Querschnittsschwächung). Hierbei soll die Übertragbarkeit der aus den vorangegangenen Versuchen mit 20-prozentiger Querschnittsschwächung auf andere Querbewehrungsgrade überprüft werden. Die einzelnen Spezifikationen der Versuchskörper sind in Tabelle 4.2 zusammengefasst.

Tabelle 4.1: Versuchsparameter der einaxialen Zugversuche

Bezeichnung	Längsbewehrungs- durchmesser $d_{sx}$ [mm]	Längs- bewehrungsgrad $\rho_x$ [%]	Querbewehrungs- abstand $s_{Cx}$ [cm]	Anmerkung ( $l \cdot b \cdot h$ ) Variante
ESS 1A	10	1,59	10	Scheiben (100 · 150 · 10 cm) Querbewehrung (2Ø10 mm)
ESS 1B	10	1,59	16,25	
ESS 1C	10	1,59	32,5	
ESS 1D	10	1,59	-	
ESS 2A	10	1,59	10	
ESS 2B	10	1,59	16,25	
ESS 2C	10	1,59	32,5	
ESS 2D	10	1,59	-	
ESS 3A	10	1,59	10	Scheiben (100 · 150 · 10 cm) Querbewehrung (2Ø10 mm)
ESS 3B	10	1,59	16,25	
ESS 3C	10	1,59	32,5	
ESS 3D	10	1,59	-	
ESS 3E	10	1,59	-	
ZS 1	20	3,24	15	Stäbe (70 · 10 · 10 cm) Querbewehrung (2Ø10 mm)
ZS 2	20	3,24	25	
ZS 3	20	3,24	32,5	
ZS 4	20	3,24	-	
ZS 5	20	3,24	15	
ZS 6	20	3,24	25	
ZS 7	20	3,24	32,5	
ZS 8	20	3,24	-	
ZS 9	20	3,24	15	
ZS 10	20	3,24	25	
ZS 11	20	3,24	32,5	
ZS 12	20	3,24	-	
ZS 13	20	3,24	15	
ZS 14	20	3,24	25	
ZS 15	20	3,24	32,5	
ZS 16	20	3,24	-	
ZS 17	14	1,56	15	
ZS 18	14	1,56	25	
ZS 19	14	1,56	32,5	
ZS 20	14	1,56	-	
ZS 21	14	1,56	15	
ZS 22	14	1,56	25	
ZS 23	14	1,56	32,5	
ZS 24	14	1,56	-	
ZS 25	14	1,56	15	
ZS 26	14	1,56	25	
ZS 27	14	1,56	32,5	
ZS 28	14	1,56	-	
ZS 29	14	1,56	15	
ZS 30	14	1,56	25	
ZS 31	14	1,56	32,5	
ZS 32	14	1,56	-	
ZS 33	14	1,56	15	Stäbe (70 · 10 · 10 cm) Querbewehrung (2Ø10 mm)
ZS 34	14	1,56	25	
ZS 35	14	1,56	32,5	
ZS 36	14	1,56	-	
ZS 37	14	1,56	15	
ZS 38	14	1,56	25	
ZS 39	14	1,56	32,5	
ZS 40	14	1,56	-	
ZS 41	12	1,14	10	
ZS 42	12	1,14	15	
ZS 43	12	1,14	32,5	
ZS 44	12	1,14	-	
ZS 45	14	1,56	10	
ZS 46	14	1,56	20	
ZS 47	14	1,56	30	
ZS 48	14	1,56	-	
ZS 53	12	1,14	-	
ZS 54	12	1,14	4	
ZS 55	14	1,56	8	
ZS 49	14	1,56	10	Stäbe (70 · 10 · 10 cm) Querbewehrung (2Ø6 mm)
ZS 50	14	1,56	20	
ZS 51	12	1,14	30	
ZS 56	14	1,56	4	
ZS 57	14	1,56	8	
ZS 62	14	1,56	30	
ZS 52	12	1,14	10	
ZS 58	14	1,56	4	
ZS 59	14	1,56	8	
ZS 63	14	1,56	30	
ZS 60	14	1,56	4	(2Ø20 mm)
ZS 61	14	1,56	8	
ZS 64	14	1,56	30	I

Tabelle 4.2: Vergleich zwischen aus Druckfestigkeit und Spaltzugfestigkeit ermittelter zentrischer Zugfestigkeit

Versuchskörper	$f_{ctm}$ aus Druckfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ctm}$ aus Spaltzugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]
ZS 33-36	4,43	4,95
ZS 37-40	4,09	3,96
ZSL 1-8 <sup>1</sup>	3,06	2,82
ZSL 9-16 <sup>1</sup>	4,23	3,99

Die Versuchskörper werden in der Schalung liegend hergestellt und betoniert. Die Schalwände bestehen aus kunststoffbeschichteten Schaltafeln (Bild 4.2). Die Verdichtung des Betons erfolgt mit einem Flaschenrüttler. Die Körper werden nach dem Betonieren mindestens zwei Tage in der Schalung belassen und mit Folie abgedeckt. Die feuchte Lagerung unter Folie wird insgesamt für 7 Tage aufrechterhalten. Daran schließt sich gemäß den Vorgaben der DIN 1048-5 [3] eine Lagerung bei Raumtemperatur (ca. 20°C) an. Von der jeweiligen Betonmischung werden drei Probewürfel (Kantenlänge 15 cm bzw. 10



Bild 4.2: Schalung und Bewehrung der Versuchskörper (ESS) vor dem Betonieren

cm) hergestellt. Aus den hergestellten Probewürfeln wird die Druckfestigkeit im Mittelwert ( $f_{cm,cube}$ ) bestimmt und daraus die Zylinderdruckfestigkeit ( $f_{ck}$ ) nach Gl. 2.5 berechnet (Tab. B.2.2). Zusätzlich werden Zylinder im Spaltzugversuch nach DIN 1048 [3] geprüft und daraus die zentrische Zugfestigkeit ( $f_{ctm}$ ) berechnet (Gl. 2.5). Ein Vergleich mit der nach Gln. 2.9 und 2.10 (normalfester bzw. hochfester Beton) aus der Zylinderdruckfestigkeit berechneten zentrischen Zugfestigkeit (Tab. 4.2) zeigt die geringe Abweichung zwischen den beiden Werten, so dass für die weiteren Versuche die Bestimmung der zentrischen Zugfestigkeit aus der Druckfestigkeit als ausreichend genau betrachtet wird. Die dabei verwendeten Betonrezepturen sind detailliert im Anhang B aufgeführt. Für alle weiteren experimentellen Untersuchungen gilt das zuvor beschriebene Vorgehen analog.

Beim Bewehrungsstahl handelt es sich um kaltverformten Betonstahl BSt 500 S. Von jeder Lieferung werden drei Stahlproben in einem Zugversuch getestet, um den Elastizitätsmodul zu ermitteln. Die Materialwerte der verwendeten Bewehrungsstähle sind der Tabelle B.1 im Anhang B zu entnehmen.

#### 4.2.1 Versuchsdurchführung

Der Versuchs- und Messaufbau ist Bild 4.3 und dem Anhang C zu entnehmen. Die Belastung der Versuchskörper erfolgt weggesteuert mit konstanter Dehngeschwindigkeit von 0,01 mm/s. Die einzelnen Versuchskörper werden bis zum Auftreten des ersten Risses belastet, der Riss markiert und die Erstrisslast ( $F_r$ ) dokumentiert. Von diesem Punkt an erfolgt die Folgebelastrung mit konstanter

<sup>1</sup>Versuchskörper aus Kap. 5.3

Belastungsgeschwindigkeit bis zum Erreichen der Fließgrenze der Bewehrung. Nach jedem Lastschritt werden die Risse markiert und beim Erreichen der Maximallast die minimalen, maximalen und mittleren Rissabstände protokolliert.

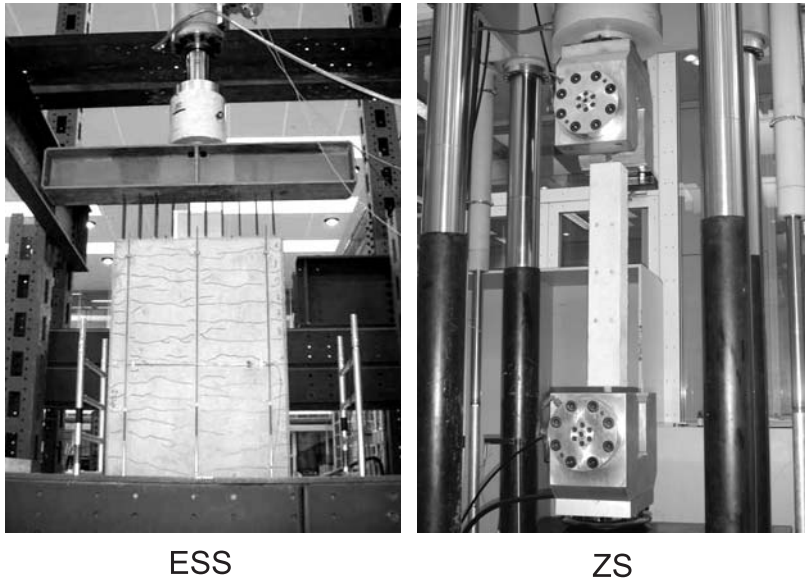


Bild 4.3: Versuchsaufbau für Stahlbetonscheiben (ESS) und -stäbe (ZS)

## 4.2.2 Versuchsergebnisse

Die Auswertung der Versuchsergebnisse erfolgt im Hinblick auf:

- Erstrisslast ( $F_r$ )
- Rissabstand ( $s_r$ )
- Last-Verformungs-Verhalten
- Rissbreite ( $w$ )

### 4.2.2.1 Erstrisslasten

Betrachtet man die Unterschiede in den Erstrisslasten der verschiedenen Versuchskörper mit und ohne Querbewehrung mit jeweils gleicher Betonfestigkeit, so wird deutlich, dass das Vorhandensein von Querbewehrung bei der Variante I einen abmindernden Einfluss auf die Erstrisslast hat. Die Referenzkörper ohne Querbewehrung erzielen im Mittel eine um 20 Prozent höhere Erstrisslast (Bild 4.4). Der starre Verbund zwischen Quer- und Längsbewehrung wird in diesem Fall durch die Verbindung von Längs- und Querbewehrung mit Rödeldraht erreicht. Um den Aspekt der Schlupfbehinderung durch mit der Längsbewehrung starr verbundene Querbewehrung mechanisch bei der Bestimmung der Erstrisslast zu berücksichtigen, wird die Gl. 3.4 für die Bestimmung der Erstrisslast einaxial gezogener Bauteile ohne Querbewehrung modifiziert. Dazu wird zunächst der Querbewehrungsgrad ( $\rho_C$ )

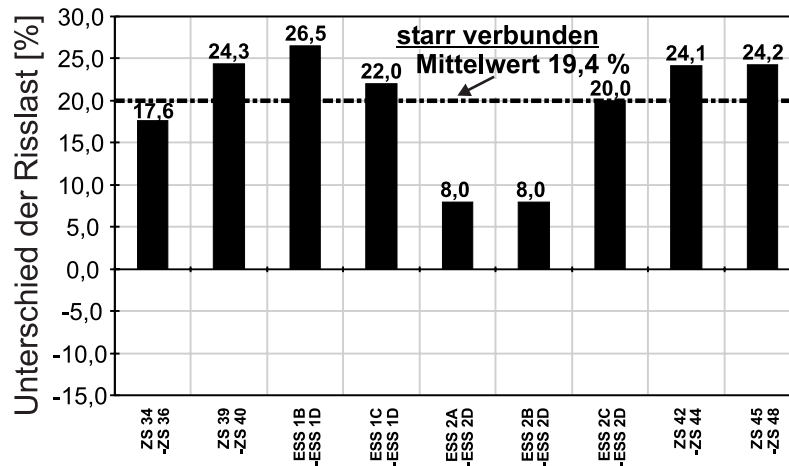


Bild 4.4: Differenzen der Risslast mit und ohne Querbewehrung der Variante I (Querschnittschwächung 20%)

nach Gl. 4.1 eingeführt (Bild 4.5).

$$\rho_C = \frac{b_{eff} \cdot d_{sC} \cdot m}{A_{c,eff}}$$

mit:  $b_{eff}$ : mitwirkende Breite des Betonquerschnittes, in dem Querbewehrung vorhanden ist (4.1)  
 $d_{sC}$ : Querbewehrungsdurchmesser  
 $m$ : Anzahl der Querbewehrungsstäbe in der Zugzone

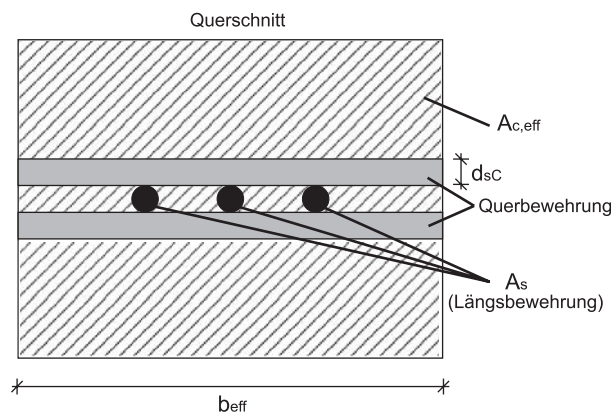


Bild 4.5: Definitionen zur Ermittlung des Querbewehrungsgrades ( $\rho_C$ )

Zusätzlich ist als Ergebnis der Finite-Element-Untersuchungen in Abschnitt 2.4.2 der Spannungserhöhungsfaktor ( $\alpha_k$ ) zu beachten. Dieser wird mit dem Querbewehrungsgrad multipliziert, um örtliche Spannungsspitzen um den Querbewehrungsstab zu berücksichtigen, die als Ausgangspunkt für die einsetzende Rissbildung anzusehen sind. Dieser Spannungserhöhungsfaktor ist aufgrund der in 2.4.2 angestellten Parameterstudien abhängig von:

- Querbewehrungsdurchmesser und Querschnittsgeometrie ( $\frac{b}{d_{sC}}$ )
- Verbindung zwischen Längs- und Querbewehrung

und ergibt sich zu:

$$\alpha_k = \left(1 + 1,94 \cdot \ln\left(\frac{b}{d_{sC}}\right)\right) \cdot 2,0 \quad (4.2)$$

Für Zugkörper mit einer geschwächten Zugzone durch Querbewehrung lautet die modifizierte Formulierung zur Ermittlung der Erstrisslast wie folgt:

$$F_{rC} = f_{ctm} \cdot (A_{c,abg} + n \cdot A_s) \quad (4.3)$$

$$\text{mit: } A_{c,abg} = A_{c,eff} \cdot (1 - \alpha_k \cdot \rho_C)$$

Bei den Versuchskörpern ZS 1 - ZS 32 besteht keine Verbindung zwischen Längs- und Querbewehrung (Variante II). Beim Vergleich der Risslasten mit den jeweiligen Referenzkörpern ohne Querbewehrung zeigt sich kein erkennbarer Einfluss der Querbewehrung auf eine Abnahme der Risslast (Bild 4.6). Das Gleiche gilt auch für die Versuchskörper der Serie ESS 3 (Variante IIa). Die Unterschiede zwischen Erstrisslast der Referenzkörper und denen mit Querbewehrung liegen im Mittelwert bei 1,3 Prozent. Die Erstrisslasten bei Körpern mit Querbewehrung liegen zum Teil auch höher als bei den ungeschwächten Referenzkörpern. Dieser Effekt zeigt sich auch unabhängig von der verwendeten Betonrezeptur. Damit kann der Einfluss der Querbewehrung auf die Erstrisslast derartig beschaffener Bauteile vernachlässigt werden. Der Spannungserhöhungsfaktor in Gl. 4.3 wird damit zu  $\alpha_k = 0$ . Die Unterschiede im Rissverhalten zwischen den Varianten I und II können mit der in der Variante II nicht vorhandenen Dübelwirkung der Querbewehrung erklärt werden. Auch wenn wie bei der Variante IIa Längs- und Querbewehrung im Kreuzungspunkt aufeinander liegen, so ist der umgebende Beton nicht in der Lage eine Kraftübertragung über Reibung zwischen den Bewehrungsstangen zu gewährleisten und damit eine Verdübelungswirkung zu aktivieren, wie dies bei der Verbindung zwischen Längs- und Querbewehrung mit Rödeldraht der Fall ist. Die Verbindung zwischen Längs- und Querbewehrung mit Rödeldraht besitzt im umgebenden Beton einen deutlich höheren Widerstand als außerhalb des Betons. Dieses Verhalten korrespondiert mit Versuchen zum Widerstand von Schweißknoten von MARTIN und SCHIESSL [59], welche im Rahmen von Ausziehversuchen zum Verbundverhalten von Längsbewehrung mit angeschweißter Querbewehrung durchgeführt wurden.

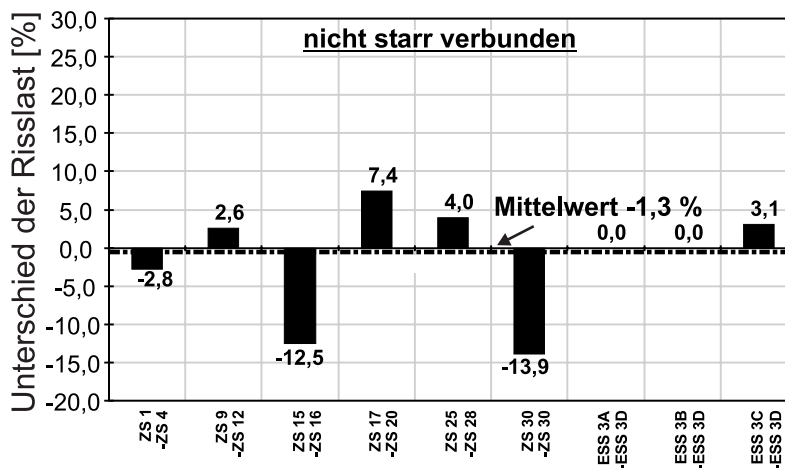


Bild 4.6: Differenzen der Risslast mit und ohne Querbewehrung der Varianten II, IIa (Querschnittschwächung 20%)

Die vorhandenen Schwankungen in der Verringerung der Erstrisslast in den Bildern 4.4 und 4.6 sind mit der örtlich schwankenden Betonzugfestigkeit zu erklären.

Im Gegensatz zu den in Abschnitt 2.4.2 angestellten FE-Berechnungen unter Verwendung eines homogenen Materialmodells für den Beton, kann von dieser Annahme in diesem Abbildungsbereich genau genommen nicht ausgegangen werden. Für die in Bild 4.4 aufgeführten Versuchskörper ergibt sich nach Gl. 4.2 ein Spannungserhöhungsfaktor  $\alpha_k$  von 10,9 ( $b = 10,0$  cm;  $d_{sC} = 1,0$  cm) und nicht, wie sich aus den Versuchen gezeigt hat, ein Wert von 1,0. Der Größtkorndurchmesser



der in den Versuchen verwendeten Betonrezepturen liegt bei 16 mm und damit im Bereich der eingebauten Querbewehrungsdurchmesser. Durch diese Inhomogenität werden im Beton die durch die Querbewehrung entstehenden Zugspannungen nicht dem Verlauf aus den FE-Berechnungen entsprechen. Durch Mikrorissbildung und Spannungsumlagerungen werden die zuvor berechneten Spannungsspitzen zum Teil wieder abgebaut. Damit gilt für den Spannungserhöhungsfaktor in Gl. 4.3 nicht die Beziehung in Gl. 4.2, sondern es kann für eine starre Verbindung zwischen Längs- und Querbewehrung  $\alpha_k$  grundsätzlich zu 1,0 angenommen werden. Dies ist gleichbedeutend mit einem Ansatz einer gleichmäßigen Zugspannungsverteilung im Bereich der Querschnittsschwächung durch die Querbewehrung.

Bei den zuvor aufgestellten Formulierungen bleibt zu beachten, dass der Einfluss aus Schwinden, der infolge von Eigenspannungen im Bauteil zu einer Verringerung der Erstrisslast führt (vgl. Abschnitt 2.3.3.2), nicht berücksichtigt ist. Durch eine Abminderung der Betonzugfestigkeit ( $f_{ctm}$ ) kann dieser Einfluss mit in die Formulierungen eingebunden werden. Dazu werden die gemessenen Erstrisslasten bei einaxialer Zugbeanspruchung aller getesteten Versuchskörper (Grundgesamtheit: 109 Werte) den berechneten Risslasten nach Gl. 4.3 gegenübergestellt. Das Alter der Versuchskörper liegt zwischen 28 und 102 Tagen (Tab. B.2.2). Eine Korrelationsanalyse ergibt eine empirische Regressionsgerade zur Beschreibung des Zusammenhanges zwischen gemessenen und berechneten Werten von

$$F_{r,berechnet} = 1,275 \cdot F_{r,gemessen} \quad (4.4)$$

Das Bestimmtheitsmaß ( $R^2$ ) der linearen Beziehung liegt hier bei 0,955 (Bild 4.7) und zeigt damit, dass die verwendete Funktion den Zusammenhang mit großer Genauigkeit wiedergeben kann. Die um den Schwindeinfluss ( $\alpha_S$ ) abgeminderte Zugfestigkeit ( $f_{ctm,S}$ ) kann berechnet werden zu:

$$\begin{aligned} f_{ctm,S} &= \underbrace{\frac{1}{1,275}}_{\alpha_S} \cdot f_{ctm} \\ &= 0,784 \cdot f_{ctm} \end{aligned} \quad (4.5)$$

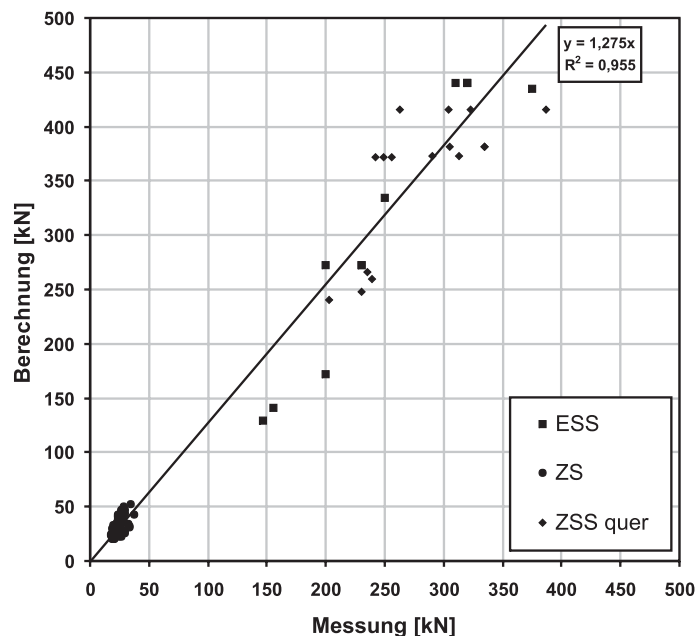


Bild 4.7: Lineare Regression zur Berücksichtigung des Schwindens einaxial gezogener Bauteile

Die Größenordnung des Abminderungsfaktors infolge Schwinden liegt damit im Bereich der von MAURER [61] ( $\alpha_s = 0,85$ ) und EMPELMANN [29] ( $\alpha_s = 0,73$ ) aufgestellten Werte. Zusätzlich zu den vorangegangenen Untersuchungen wird bei der Versuchskörperserie ESS 3 der

Einfluss einer Mikrorissbildung auf die Erstrisslast untersucht. Dazu werden zwei identische Versuchskörper einen Tag nach dem Betonieren unterschiedlichen Umweltbedingungen ausgesetzt. Der eine Körper wird nach den Vorgaben der DIN 1048-5 [3] gelagert (ESS 3D), während der andere Körper (ESS 3E) im Freien gelagert wird. Die klimatischen Bedingungen (Temperatur und Luftfeuchtigkeit) während der Lagerung werden mittels einer Klimastation ständig protokolliert. Die Ergebnisse der einaxialen Zugversuche weisen eine höhere Erstrisslast für den im Freien gelagerten Versuchskörper ESS 3E aus. Diese liegt mit 375 kN um 45 kN höher als bei dem nach Norm gelagerten Versuchskörper ESS 3D (330 kN). Betrachtet man die klimatischen Bedingungen in den letzten Tagen vor der Prüfung, so herrschte zu dieser Zeit eine hohe Luftfeuchtigkeit (häufige Regenschauer). Damit kann es zu einem Abbau der durch Schwinden hervorgerufenen Eigenspannungen gekommen sein, was zu einer höheren Erstrisslast führt. Der Vergleich der Mikrorissanzahl der unter identischen Umweltbedingungen gelagerten Testkörper zeigt für den im Freien gelagerten Probewürfel (Kantenlänge 10,0 cm) eine deutlich geringere Anzahl von Mikrorissen im Vergleich zu dem nach Norm gelagerten Probewürfel (Bild 4.8). Durch die Eigenspannungen infolge Schwinden, welche aufgrund der Witterungsbedingungen beim im Freien gelagerten Versuchskörper geringer ausgefallen sind, sind auch weniger Mikrorisse zu erwarten. Durch die größere Anzahl der Mikrorisse des normgelagerten Versuchskörpers kann die Abnahme der Erstrisslast erklärt werden. Weitere Untersuchungen zur Auswirkung der Mikrorissbildung in Beton und der Versuchsaufbau zur Messung der Mikrorisse sind KUSTERMANN [55] zu entnehmen.

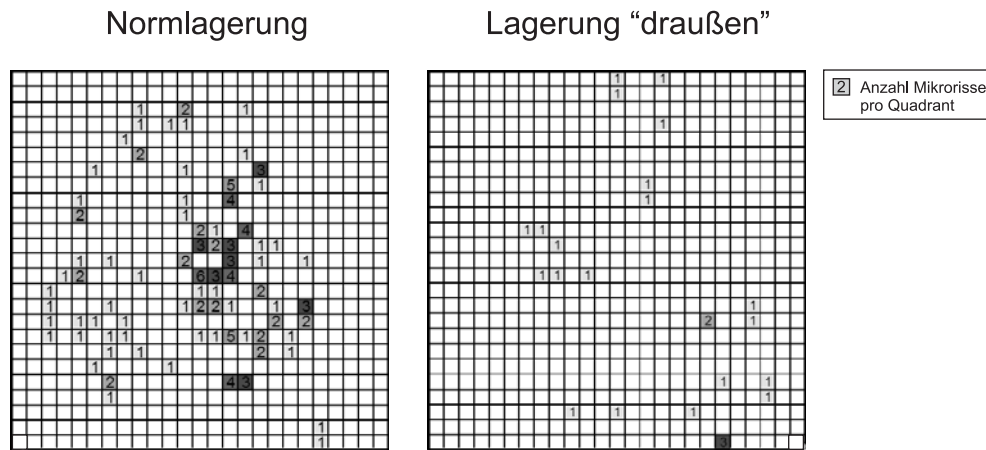


Bild 4.8: Mikrorissverteilung in Abhängigkeit von der Art der Lagerung

#### 4.2.2.2 Rissabstände

Für die Beschreibung der sich einstellenden Rissabstände infolge Querbewehrungseinfluss ( $s_{rC}$ ) werden die eigenen Versuche durch Versuche von LEE [56] und RIZKALLA [76] ergänzt. Hierbei stehen die Versuchsparameter (Längs- und Querbewehrungsgrad, sowie Querbewehrungsabstand) für die Auswertung zur Verfügung. Als Ergebnisse können nur die dokumentierten Rissabstände heran gezogen werden, da über die Erstrisslasten keine Angaben in diesen Literaturquellen vorhanden sind. Zunächst werden die aus den Versuchen ermittelten Rissabstände ( $s_{rC}$ ) für eine konstante Querschnittsschwächung durch die Querbewehrung von ca. 20 % dargestellt (Bild 4.9). Hierbei sind lediglich Versuchskörper aufgenommen, bei denen vorhandene Querbewehrung starr mit der Längsbewehrung verbunden ist, da davon ausgegangen werden muss, dass ähnlich wie bei der Beschreibung der Erstrisskraft die Verbindung zwischen Längs- und Querbewehrung Einfluss auf die Versuchsergebnisse hat. Ebenfalls sind in Bild 4.9 die Rissabstände für Referenzkörper ohne Querbewehrung dargestellt. Diese finden sich im Diagramm bei einem Verhältnis von Querbewehrungsabstand ( $s_C$ ) zum rechnerischen mittleren Rissabstand ohne Querbewehrung ( $s_{rm}$ ) von 4,0 und sind durch eine vertikale gewundene Linie von den anderen Versuchswerten abgegrenzt.

Aus dem Diagramm wird deutlich, dass sich die Rissabstände für die Zugkörper ohne Querbewehrung zwischen der einfachen und zweifachen Einleitungslänge einstellen ( $1l_e \leq s_r \leq 2l_e$ ). Dies entspricht in Bild 4.9 dem Verhältnis  $s_{rC}/s_{rm}$  von 0,74 bzw. 1,48 auf der Ordinate (markiert durch gestrichelte

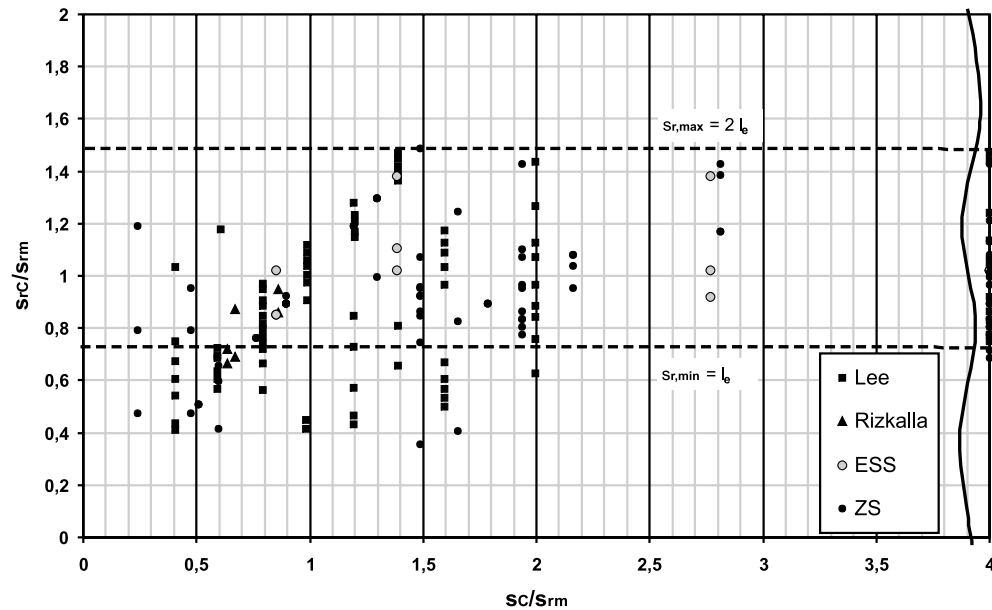


Bild 4.9: Rissabstände für Querbewehrungsschwächung von 20%

horizontale Grenzlinien). Bei den Zugkörpern mit Querbewehrung zeigt sich, dass die minimalen Rissabstände auch kleiner werden können als die einfache Einleitungslänge. Zusätzlich ist im Bereich von  $0,4 < s_C/s_{rm} < 1,4$  erkennbar, dass die Streuung der Rissabstände im Vergleich mit den Zugkörpern ohne Querbewehrung sehr viel geringer ausfällt, als es bei Versuchskörpern ohne Querbewehrung der Fall ist.

Vergleicht man nun die zuvor beschriebenen Formulierungen für die Rissabstände unter Berücksichtigung von Querbewehrung von LEE [56], RIZKALLA [76], EIBL [27] und KRELLER [52] (Bild 4.10), zeigt sich zunächst für die von RIZKALLA aufgestellte Formulierung, dass kein Zusammenhang zwischen den Versuchswerten und seiner Beschreibung festgestellt werden kann. Dies liegt an der über eine Ausgleichsfunktion aufgestellten Formulierung, welche in einer geänderten Darstellungsweise der Ergebnisse keine zutreffende Beschreibung der Verhältnisse darstellt.

Für LEE wird deutlich, dass die Versuchswerte stets innerhalb der von ihm beschriebenen Grenzen für den minimalen und maximalen Rissabstand liegen. Kleine Überschreitungen sind mit versuchsbedingten Ablesungenauigkeiten, welche in der Größenordnung des Querbewehrungsdurchmessers liegen - abhängig von der Lage des Risses in Bezug auf die Querbewehrung -, zu erklären. Im Bereich von  $s_C/s_{rm} = 0,74$  bis  $1,48$  stimmt der Großteil der Versuchswerte mit der Formulierung für den maximalen Rissabstand überein. Für kleinere Querbewehrungsabstände zeigt sich, dass die Rissabstände nicht linear mit dem Querbewehrungsabstand abnehmen.

Die Beschreibung der mittleren Rissabstände von EIBL stimmt im Bereich von  $0,83 \leq s_C/s_{rm} \leq 1,33$  gut mit den Versuchswerten überein (Bild 4.10). Für größere Querbewehrungsabstände zeigt sich, dass die Fallunterscheidung des Auftretens von Zwischenrissen zwischen den Querbewehrungen zu früh erfolgt. Der Grenzwert hierfür kann als Folgerung aus den Versuchswerten bis zum Wert  $s_C/s_{rm}$  von  $1,4$  erhöht werden. Mechanisch begründbar ist auch ein Verhältnis von  $1,48$ . Dies entspricht einem Querbewehrungsabstand gleich der zweifachen Einleitungslänge.

Dieses Abgrenzungskriterium wird von KRELLER benutzt, um die Fallunterscheidung zum Auftreten von Zwischenrissen festzusetzen. Für kleinere Querbewehrungsabstände kann die Formulierung von EIBL ebenfalls bis zu einem Verhältnis von  $s_C/s_{rm} = 0,59$  (Gl. 4.7) weitergeführt werden. Dieser Wert entspricht einer reduzierten Einleitungslänge ( $l_{e,abg}$ ). Die von KRELLER für kleinere Querbewehrungsabstände vorgeschlagene Bestimmungsgleichung für die mittleren Rissabstände kann anhand der Versuchsdaten nicht nachvollzogen werden.

Mit der abgeminderten Einleitungslänge ( $l_{e,abg}$ ) kann die Zunahme der Betonzugspannungen im Bereich der Querbewehrung berücksichtigt werden, was zu einem früheren Auftreten von Rissen führt. Hierbei wird in Gl. 3.9 die zur Verfügung stehende Betonfläche ( $A_{c,eff}$ ) durch die abgeminderte Be-

tonfläche ( $A_{c,abg}$  nach Gl. 4.3) unter Berücksichtigung des Querbewehrungsgrades ( $\rho_C$  nach Gl. 4.1) ersetzt.

$$l_{e,abg} = \frac{d_s \cdot A_{c,abg}}{7,2 \cdot A_s} \quad (4.6)$$

Diese Einleitungslänge beträgt hiermit für einen Querbewehrungsgrad von 20 Prozent  $l_{e,abg} = 0,80 \cdot l_e$  (Gl. 4.7). Setzt man den Querbewehrungsabstand gleich dieser reduzierten Einleitungslänge (Gl. 4.7), so folgt für das Verhältnis ( $s_C/s_{rm}$ ) der zuvor aus den Versuchsergebnissen gewonnene Wert von 0,59.

$$s_C = l_{e,abg} \quad (4.7)$$

$$\frac{s_C}{s_{rm}} = \frac{l_{e,abg}}{1,35 \cdot l_e} = 0,59$$

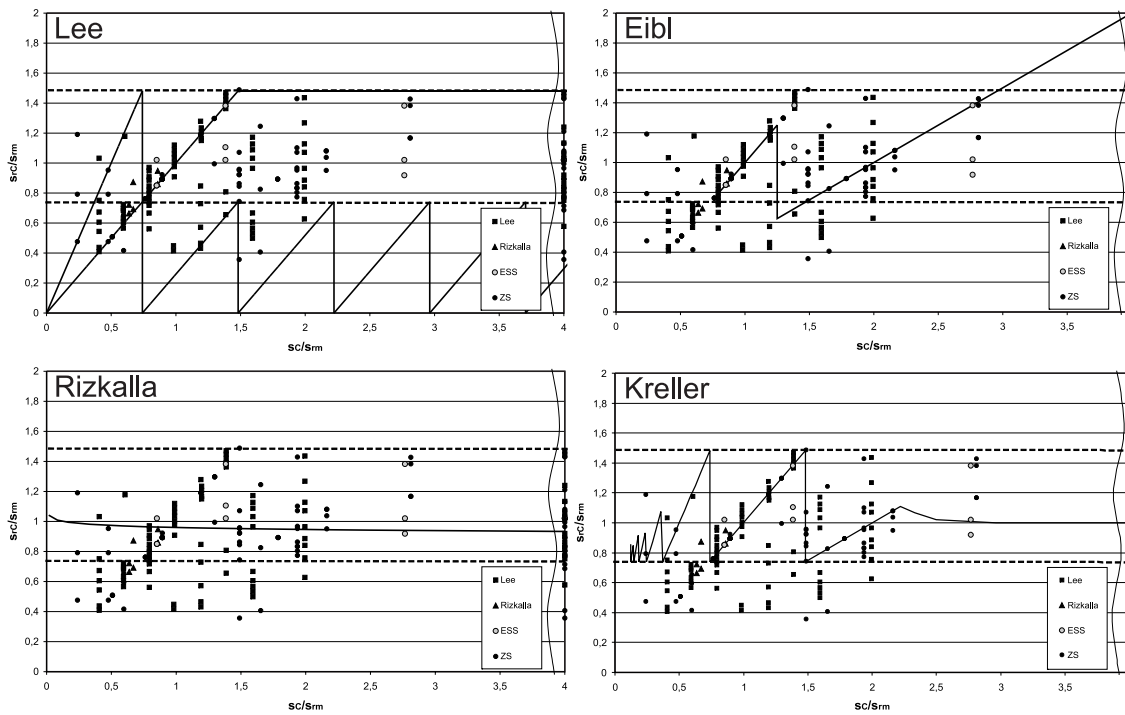


Bild 4.10: Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Formulierungen von LEE, RIZKALLA, EIBL und KRELLER

### Modell zur Beschreibung der Rissabstände

Für die Beschreibung des minimalen und maximalen Rissabstands sind für Bereiche des Querbewehrungsabstandes ( $s_C$ ) größer der Einleitungslänge die Formulierungen von LEE [56] mechanisch hergeleitet und können somit übernommen werden. Im Bereich kleinerer Querbewehrungsabstände ( $s_C < l_e$ ) ist zusätzlich die Schwächung der Betonzugzone durch die Querbewehrung zu berücksichtigen. Die Rissentstehung ist hier durch die Querbewehrungsschwächung beeinflusst. Dies kann durch die Einführung der reduzierten Einleitungslänge ( $l_{e,abg}$ ) berücksichtigt werden. Hierbei ist es notwendig, eine Fallunterscheidung in den Bereich  $l_{e,abg} \leq s_C < l_e$  und den Bereich  $s_C < l_{e,abg}$  vorzunehmen. Für den ersten Bereich liegt der minimale Rissabstand bei dem einfachen Querbewehrungsabstand ( $s_{rC} = s_C$ ) und der maximale Rissabstand beim zweifachen Querbewehrungsabstand ( $s_{rC} = 2s_C$ ). Dies entspricht der Formulierung von LEE, aber mit einer veränderten unteren Grenze für den Querbewehrungsabstand. Für den zweiten Bereich können sich Risse als untere Grenze im Abstand der reduzierten Einleitungslänge und als obere Grenze im Abstand der zweifachen reduzierten Einleitungslänge einstellen. Damit ergeben sich für die minimalen und maximalen Rissabstände folgende Formulierungen:

$$\begin{aligned}
 s_C < l_{e,abg} & & s_{r,min} & = & l_{e,abg} \\
 & & s_{r,max} & = & 2 \cdot l_{e,abg} \\
 l_{e,abg} \leq s_C < l_e & & s_{r,min} & = & s_C \\
 & & s_{r,max} & = & 2 \cdot s_C \\
 n \cdot l_e < s_C < (n+1) \cdot l_e & & s_{r,min} & = & s_C - n \cdot l_e \\
 \text{für } n = 1 \text{ bis } \infty & & s_{r,max} & = & 2 \cdot l_e
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

Da für die Beschreibung des wirklichkeitsnahen Last-Verformungs-Verhaltens und der Bestimmung der mittleren Rissbreiten die mittleren Rissabstände von Interesse sind, werden die Beziehungen für den mittleren Rissabstand auf Grundlage der Beschreibung von EIBL [27] erweitert. Aufgrund der in Versuchen beobachteten Häufung der mittleren Rissabstände entlang einer Ausgleichsgeraden im Bereich von  $l_{e,abg} \leq s_C \leq 1,48 \cdot s_{rm}$ , was in der Formulierung von LEE dem maximalen Rissabstand entspricht, treten Risse fast ausschließlich an den Querbewehrungen auf. Somit ist die Annahme des Gleichsetzens des mittleren Rissabstandes mit dem Querbewehrungsabstand gerechtfertigt. In den Bereichen mit größeren Querbewehrungsabständen wird der mittlere Rissabstand dem halben bzw. bei größeren Abständen einem Drittel des Querbewehrungsabstandes gleichgesetzt. Als Grenze für diese Unterteilung wird der 2,8-fache mittlere Rissabstand eines ungestörten Bauteils für den Querbewehrungsabstand verwendet, welcher aus der Auswertung der versuchstechnisch ermittelten mittleren Rissabstände folgt. Ab dem Querbewehrungsabstand größer  $3,7s_{rm}$  kann davon ausgegangen werden, dass die Querbewehrung keinen signifikanten Einfluss auf die mittleren Rissabstände hat. Diese Grenze entspricht der fünffachen Einleitungslänge. Damit gilt ab dieser Grenze der gleiche mittlere Rissabstand wie für einen Zugkörper ohne Querbewehrung. Für Querbewehrungsabstände kleiner der abgeminderten Einleitungslänge kann der mittlere Rissabstand aus der Auswertung der Versuchsergebnisse mit der 1,35-fachen abgeminderten Einleitungslänge berechnet werden. Damit ergeben sich für den mittleren Rissabstand zusammengefasst folgende Formulierungen:

$$\begin{aligned}
 s_C < l_{e,abg} & \rightarrow s_{rC} = 1,35 \cdot l_{e,abg} \\
 l_{e,abg} \leq s_C \leq 1,48 \cdot s_{rm} & \rightarrow s_{rC} = s_C \\
 1,48 \cdot s_{rm} \leq s_C \leq 2,8 \cdot s_{rm} & \rightarrow s_{rC} = 0,5 \cdot s_C \\
 2,8 \cdot s_{rm} \leq s_C \leq 3,7 \cdot s_{rm} & \rightarrow s_{rC} = 0,33 \cdot s_C \\
 3,7 \cdot s_{rm} \leq s_C & \rightarrow s_{rC} = s_{rm} = 1,35l_e
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Die minimalen, maximalen und mittleren rechnerischen Rissabstände, die sich aus den Gln. 4.8 und 4.9 ergeben, sind zusammen mit den Versuchsdaten in Bild 4.11 dargestellt.

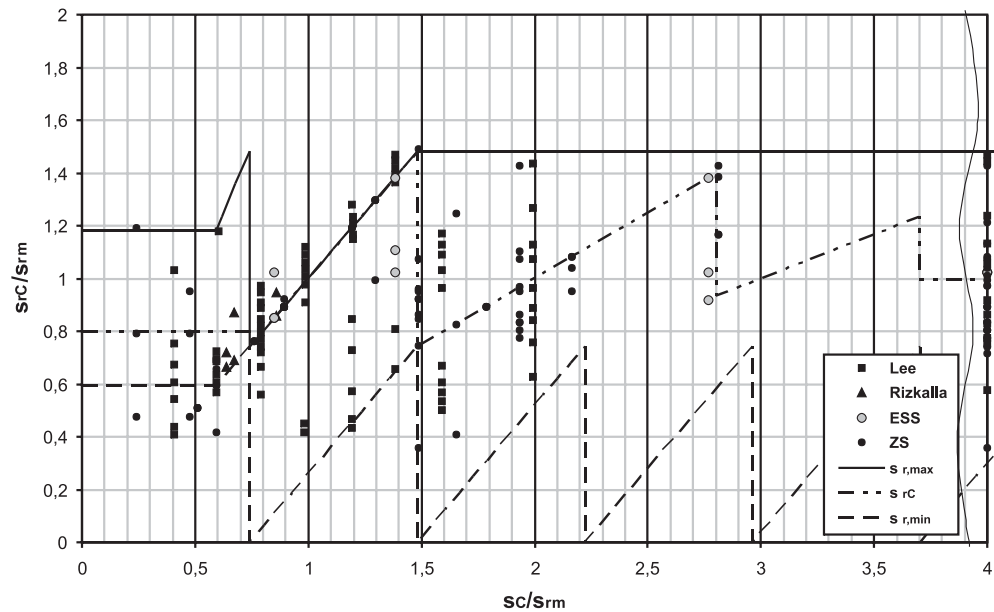


Bild 4.11: Minimale, maximale und mittlere rechnerische Rissabstände (Gln. 4.8 und 4.9) im Vergleich zu den Versuchsdaten (Querschnittsschwächung 20%)

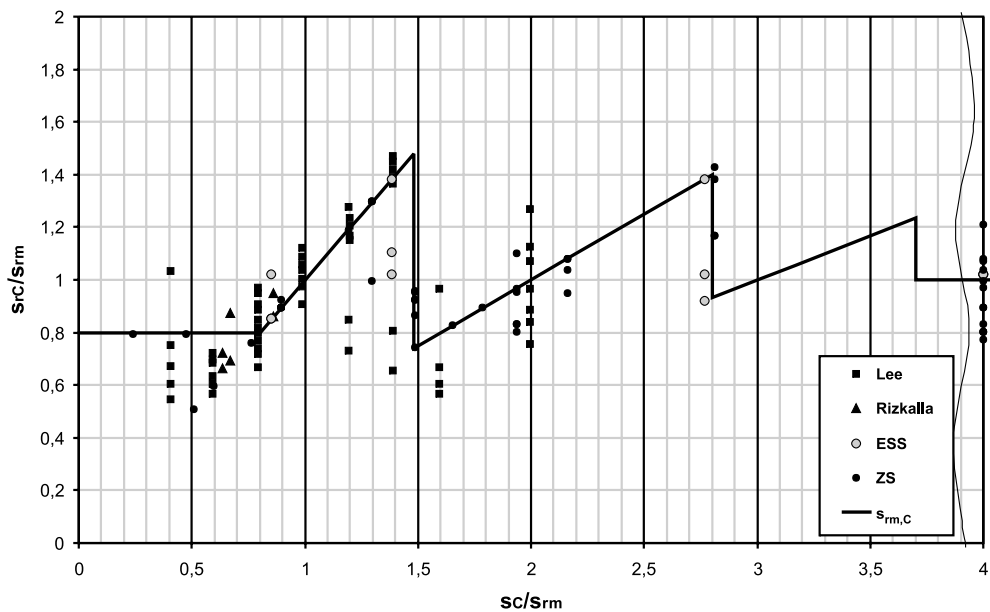


Bild 4.12: Mittlere rechnerische Rissabstände (Gl. 4.9) im Vergleich zu den Versuchsdaten (Querschnittsschwächung 20%) [73]

In Bild 4.12 sind zur besseren Übersichtlichkeit lediglich die mittleren Rissabstände aus Versuch und Berechnung gegenübergestellt. Hier zeigt sich die gute Übereinstimmung zwischen den Versuchsergebnissen und der Formulierung nach Gl. 4.9.

Ein Vergleich der Ergebnisse der Versuche mit kleinerer bzw. größerer Querbewehrungsschwächung (12,1 %, 28 % und 40,6 %) in Bild 4.13 zeigt im Bereich von Querbewehrungsabständen größer

der Einleitungslänge eine gute Übereinstimmung mit den rechnerischen Rissabständen. Im Bereich kleiner Querbewehrungsabstände ist aus den Formulierungen zu erwarten, dass Bauteile mit größerem Querbewehrungsgrad als der bei den meisten Versuchen vorhandene von 20% eine deutlichere Beeinflussung der Rissabstände zeigen, während dies bei kleineren Querbewehrungsgraden nicht so ausgeprägt ausfallen sollte. Aufgrund der geringen Zahl der Versuchskörper kann jedoch in diesem Bereich keine eindeutige Aussage zum Verhalten gemacht werden. Eventuell werden bei Erhöhung des Querbewehrungsgrades - wie in diesem Fall durch die Verwendung größerer Querbewehrungsdurchmesser - keine so ausgeprägte Zugspannungsspitzen entstehen (vgl. Abschnitt 2.4.2 - Abnahme von  $\alpha_k$ ) und dadurch der Einfluss auf die Entstehung von Rissen an dieser Stelle verringert.

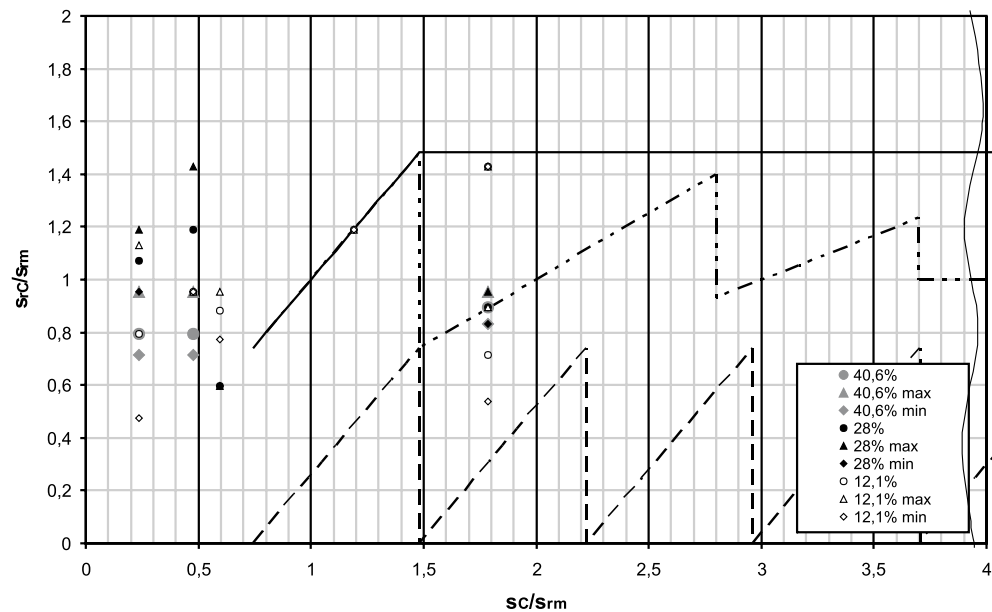


Bild 4.13: Minimale, maximale und mittlere rechnerische Rissabstände im Vergleich zu den Versuchsdaten mit variabler Querschnittsschwächung

Für die Rissabstände bei nicht starr mit der Längsbewehrung verbundener Querbewehrung bleibt festzustellen, dass diese Querbewehrung trotzdem einen Einfluss auf den Ort der Rissbildung hat (Bild 4.14). Dieses Verhalten kann mechanisch so erklärt werden, dass infolge der Störung des Betongefüges zwar Primärrisse im Bereich der Querbewehrung entstehen können - die Querbewehrung kann als Betonzuschlag mit großer Längenausdehnung angesehen werden - aber durch die nicht vorhandene Dübelwirkung die eigentliche Erstrisslast nicht verringert wird. Damit ist für die Behandlung der Rissabstände im Bereich von Querbewehrungsabständen größer der Einleitungslänge ( $s_C > l_e$ ) keine getrennte Behandlung für Querbewehrung mit und ohne Verbindung zur Längsbewehrung notwendig.

Eine lineare Regression der nach Gl. 4.9 berechneten mittleren Rissabstände mit den Versuchsdaten zeigt eine gute Übereinstimmung. Lediglich im Bereich der Fallunterscheidungen der Bildung von Zwischenrissen zwischen zwei Querbewehrungen kommt es zu größeren Abweichungen. Daher liegt das Bestimmtheitsmaß dieser linearen Regressionsfunktion lediglich bei  $R^2=0,36$ .

In den hier durchgeführten Versuchen ist die Querbewehrung sowohl auf der Innenseite der Längsbewehrung (ESS) als auch auf der Außenseite (ZS) angeordnet. Ein Einfluss der Lage der Querbewehrung auf die Rissbildung konnte in den Versuchen nicht beobachtet werden. Dieser Aspekt wird noch einmal bei den zweiaxialen Versuchen (ZSS) aufgegriffen.

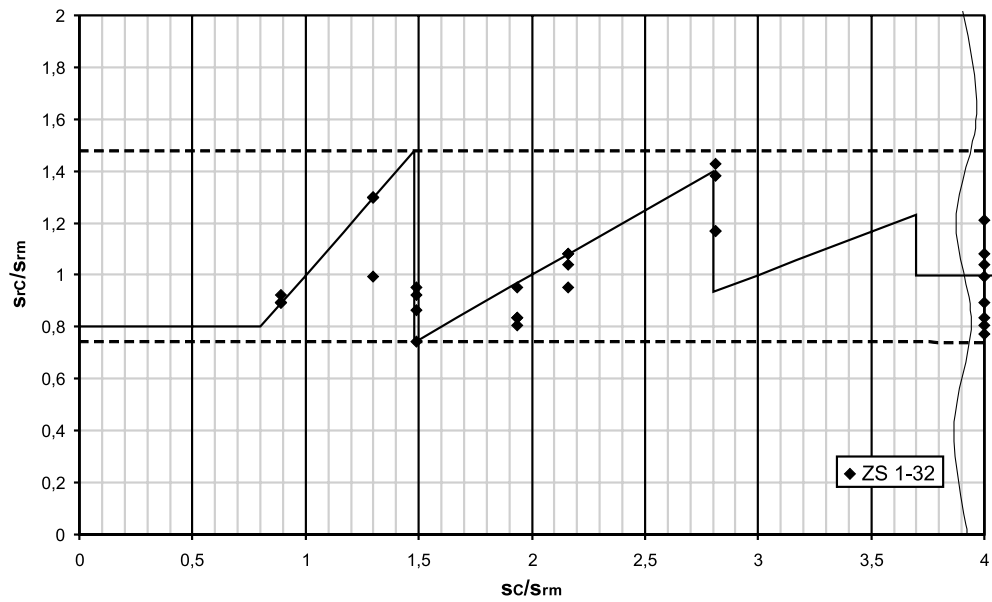


Bild 4.14: Rissabstände der Versuchskörper der Varianten II,IIa im Vergleich mit Formulierung nach Gl. 4.9 (Querschnittsschwächung 20%)



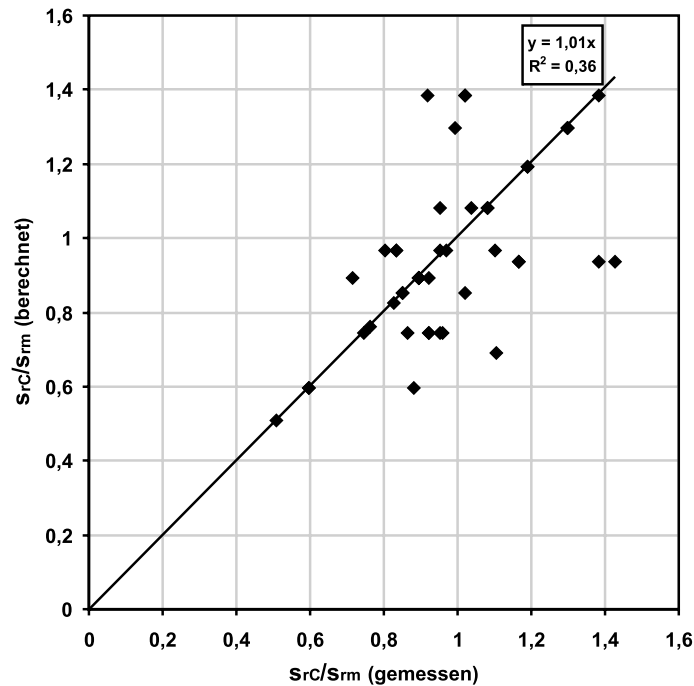


Bild 4.15: Regressionsanalyse der berechneten und gemessenen mittleren Rissabstände

#### 4.2.2.3 Last-Verformungs-Verhalten

Die Last-Verformungs-Kurven der jeweiligen Versuchsserien sind in Bild 4.16 und 4.17 zusammengefasst. Dazu ist jeweils die Approximation des Last-Verformungs-Verhaltens nach MODEL CODE 90 [10] (Gl. 3.13) eingezeichnet. Für diese Approximation werden die zuvor in den Materialprüfungen ermittelten Materialkenngrößen als Eingangsgrößen verwendet (Tab. B.1 und B.2.2).

Durch die zuvor beschriebenen Einflüsse aus Schwinden und der Querbewehrung liegen die Risslasten der Versuchskörper deutlich unter den nach der Formulierung aus MODEL CODE 90 berechneten. Im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung weisen alle Versuchskörper annähernd die gleiche Dehnung auf, wie die Formulierung nach MODEL CODE 90 für die identische Last. Der Mitwirkungsanteil des Betons wird neben den Faktoren Bewehrungsgrad, Bewehrungsdurchmesser auch maßgeblich durch die Betonfestigkeit bestimmt. Je höher diese liegt, umso höhere Verbundspannungen können übertragen werden. Durch den Eigenspannungszustand infolge Schwinden entstehen Druckspannungen in der Bewehrung und Zugspannungen im Beton. Diese Spannungen im Beton werden durch die lastinduzierte Rissbildung wieder abgebaut. Das bedeutet, dass im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung die Dehnung des Zugkörpers wieder derjenigen der Approximation entsprechen muss (Bild 4.18). Dieses Verhalten kann näherungsweise bei allen Versuchskörpern beobachtet werden. Die Querbewehrung hat auf das Last-Verformungs-Verhalten somit nur einen Einfluss auf die Erstrisslast. Der Mitwirkungseffekt im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung wird durch sie nicht beeinflusst.

Durch die Abminderung der Erstrisslast ist die Verwendung der Formulierung nach MODEL CODE 90 [10] nach Gl. 3.13 nicht mehr zweckmäßig. Durch den Ansatz einer reduzierten Betonzugfestigkeit ( $f_{ct,abg}$ ) käme es zu einer Abnahme der Mitwirkung des Betons im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung, da der Formulierung 3.13 die Annahme zugrunde liegt, dass sich die mittlere Verbundspannung aus der Betonzugfestigkeit bestimmt (Gl. 3.6).

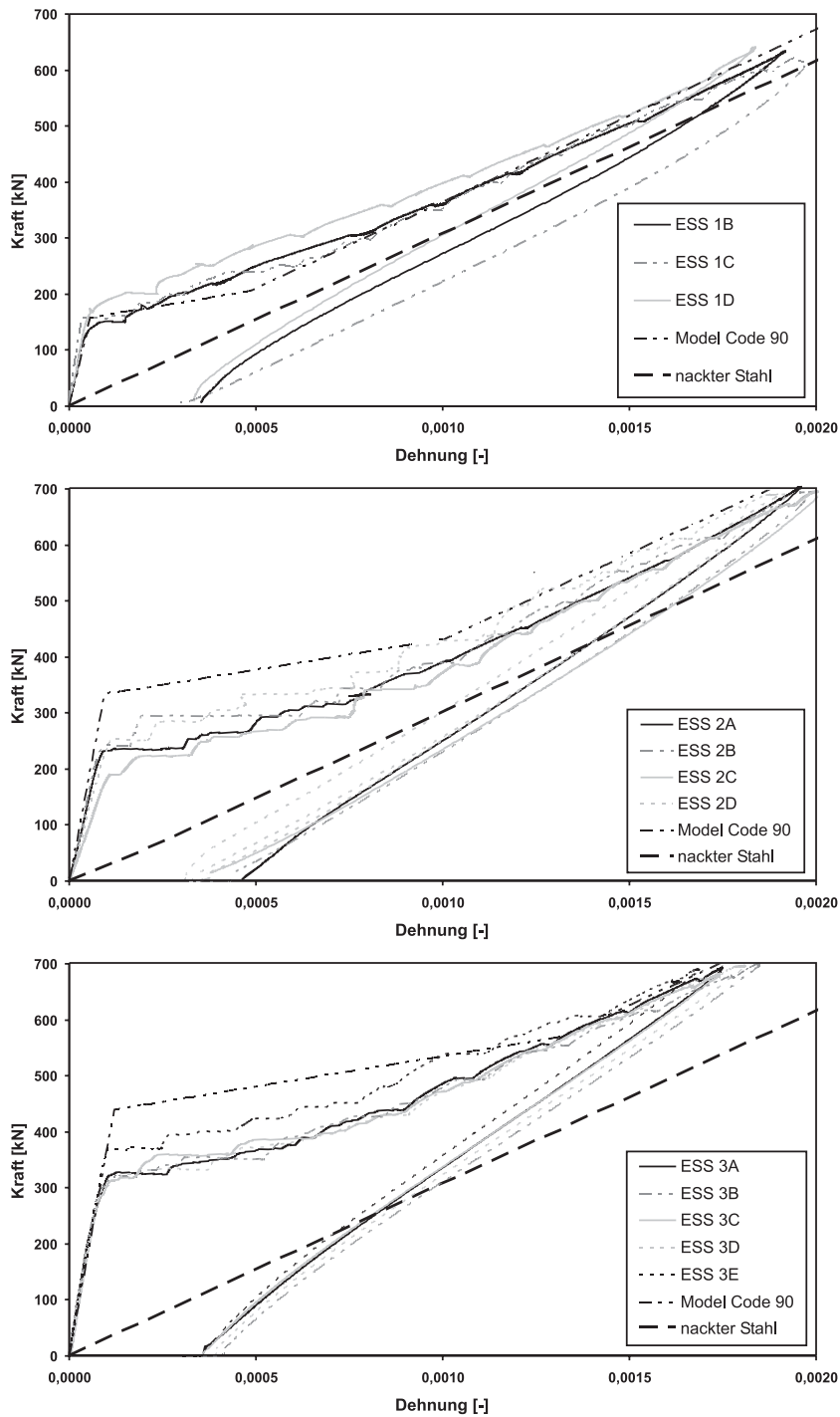


Bild 4.16: Last-Verformungs-Kurven und Approximation nach [10] für die Versuchsserien ESS 1 bis ESS 3

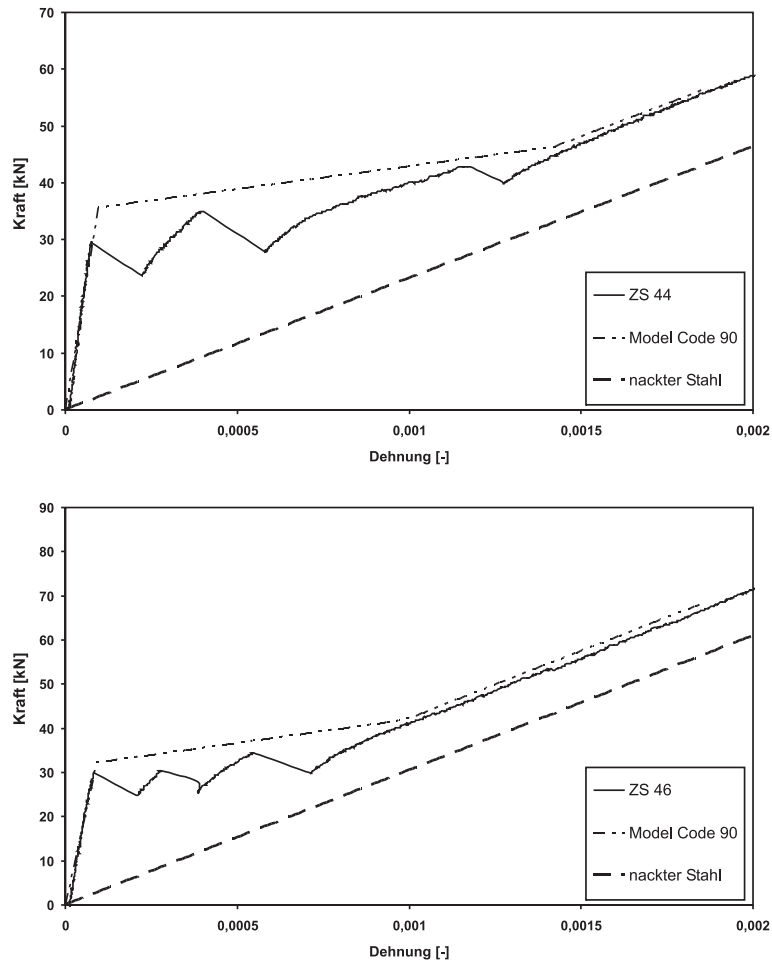


Bild 4.17: Last-Verformungs-Kurven und Approximation nach [10] für Versuchskörper ZS 44 und ZS 46

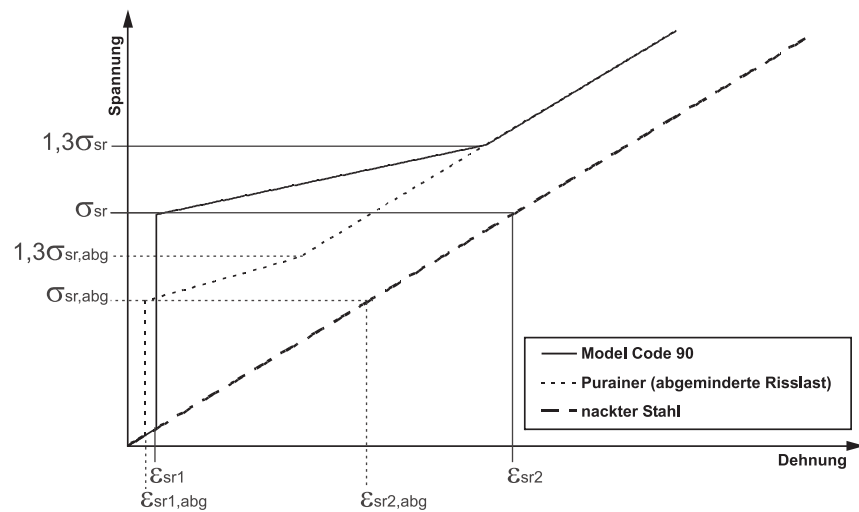


Bild 4.18: Einfluss einer reduzierten Erstrisslast auf das Last-Verformungs-Verhalten

Aus diesem Grund wird die bestehende Formulierung 3.13 angepasst, um den Aspekt der früher einsetzenden Rissbildung zu berücksichtigen. Dazu werden die hierfür notwendigen zusätzlichen Variablen  $(\sigma_{sr,abg}, \epsilon_{sr1,abg}, \epsilon_{sr2,abg})$  gemäß Bild 4.18 eingeführt. Als Last, bei der die Rissbildung abgeschlossen ist, wird die 1,3-fache Spannung im Stahl  $(1,3\sigma_{sr,abg})$  nach Erstrissbildung  $(F_{r,abg})$  definiert. Damit ergibt sich die modifizierte Gleichung in 4.10.

#### Neuformulierung der Model Code 90 [10] Beziehung

ungerissen  $(0 < \sigma_s \leq \sigma_{sr,abg})$

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s1}$$

sukzessive Rissbildung  $(\sigma_{sr,abg} < \sigma_s \leq 1,3\sigma_{sr,abg})$

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - \left( \frac{\beta_t(\sigma_s - \sigma_{sr,abg})}{0,3\sigma_{sr,abg}} \cdot (\epsilon_{sr2} - \epsilon_{sr1}) + \frac{1,3\sigma_{sr,abg} - \sigma_s}{0,3\sigma_{sr,abg}} \cdot (\epsilon_{sr2,abg} - \epsilon_{sr1,abg}) \right) \quad (4.10)$$

abgeschlossene Rissbildung  $(1,3\sigma_{sr,abg} < \sigma_s \leq f_y)$

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - \beta_t(\epsilon_{sr2} - \epsilon_{sr1})$$

Die angepasste Formulierung nach Gl. 4.10 ist zusammen mit den Versuchsergebnissen in Bild 4.19 und Bild 4.20 dargestellt. Es wird deutlich, dass die Rissbildung früher einsetzt, im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung jedoch die volle Betonmitwirkung vorhanden ist.

Ein Vergleich mit den experimentellen Last-Verformungs-Kurven zeigt eine wesentlich bessere Übereinstimmung dieser rechnerischen Formulierung als die ursprüngliche Formulierung nach MODEL CODE 90 [10].

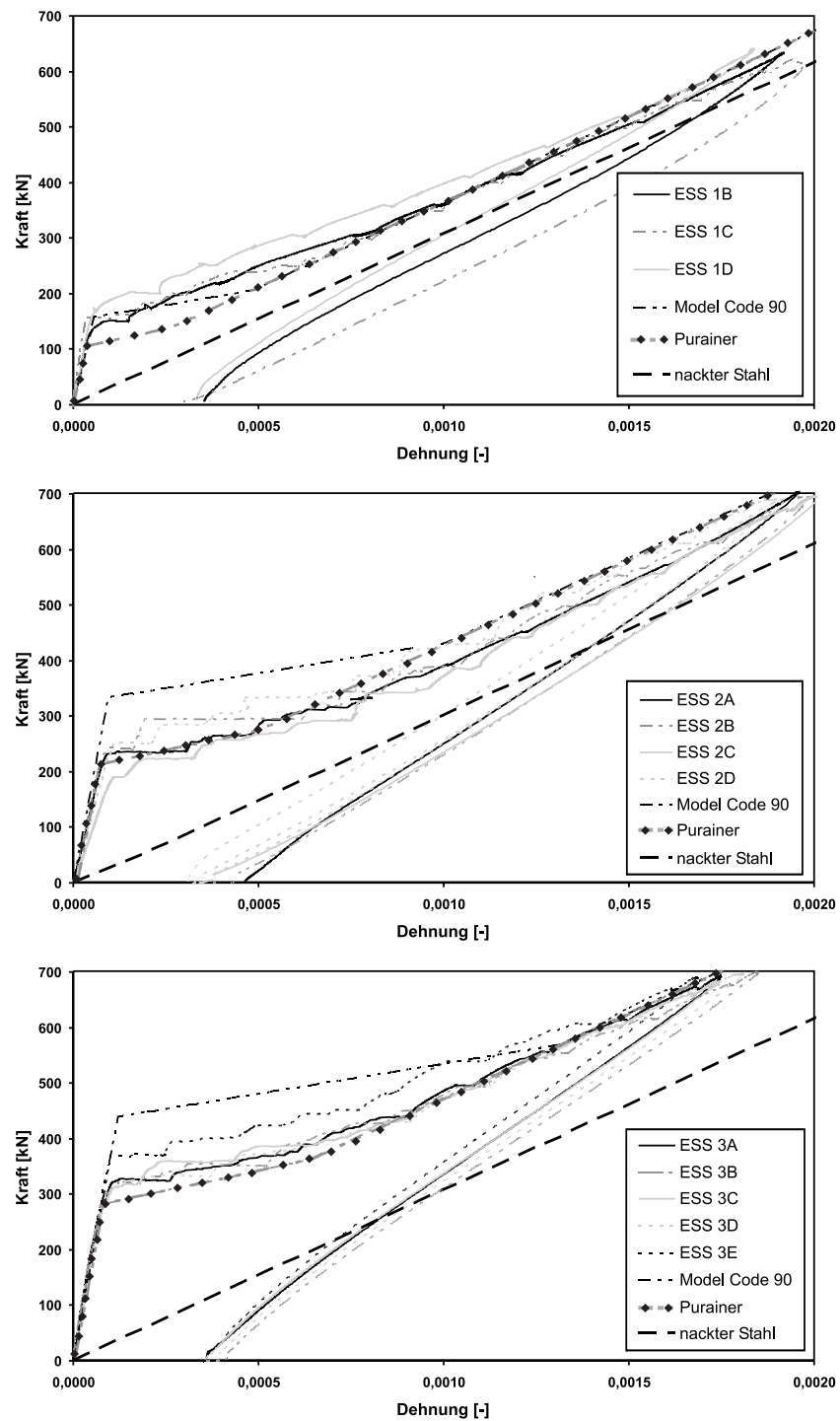


Bild 4.19: Last-Verformungs-Kurven und Neuformulierung (Purainer) nach Gl. 4.10 für Versuchsserien ESS 1 bis ESS 3

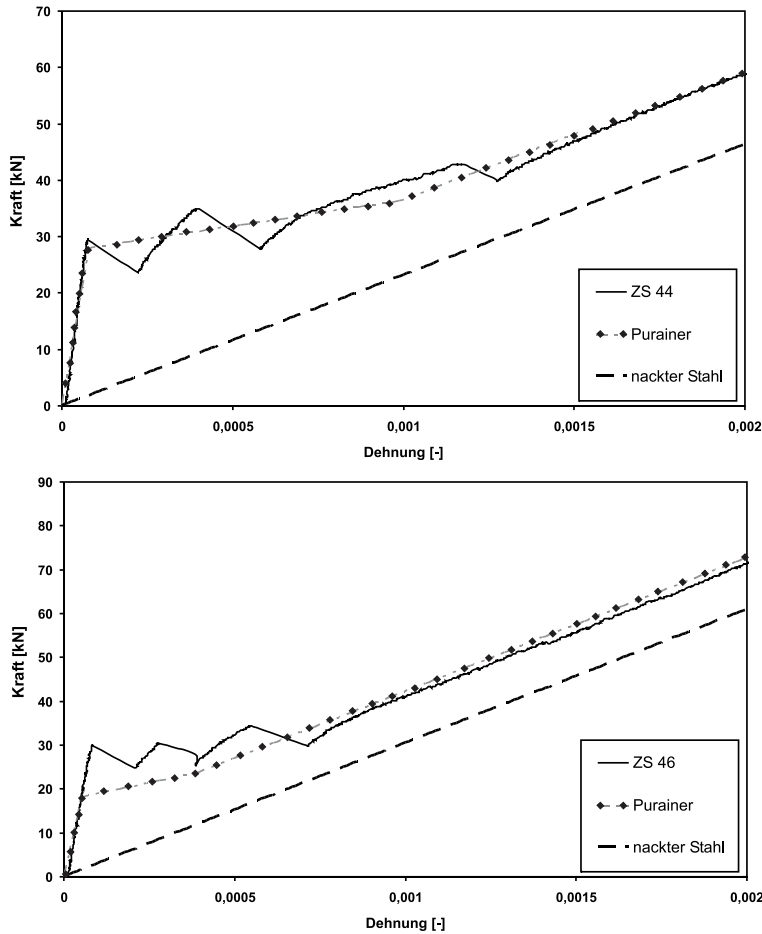


Bild 4.20: Last-Verformungs-Kurven und Neuformulierung (Purainer) nach Gl. 4.10 für Versuchskörper ZS 44 und ZS 46

#### 4.2.2.4 Rissbreite

In Bild 4.21 werden die mittleren Rissbreiten der einzelnen Versuchskörper bei einer Stahlspannung von  $380 \text{ N/mm}^2$  mit denen aus Gl. 3.21 verglichen. Die im Versuch gemessenen Rissbreiten bestimmen sich aus dem sich einstellenden mittleren Rissabstand sowie der zugehörigen Dehnung bei einer Stahlspannung von  $380 \text{ N/mm}^2$ . Zur Kontrolle werden diese Rissbreiten mit jenen verglichen, welche mit der Risslupe protokolliert wurden.

Bild 4.21 zeigt, dass durch den Einfluss der Querbewehrung sich bei fast allen Versuchskörpern größere mittlere Rissbreiten einstellen, als die nach der Berechnung nach Gl. 3.21 ermittelten. Aus der Auswertung dieser Zusammenhänge wird deutlich, dass die Querbewehrung zur Beschränkung der Rissbreite genutzt werden kann, wenn es gelingt, durch sie die mittleren Rissabstände kleiner werden zu lassen, als es ohne Querbewehrung der Fall ist (z.B. ESS 2A in Bild 4.21). Bei diesem Versuchskörper beträgt der Rissabstand 10 cm, während unter Vernachlässigung des Querbewehrungseinflusses ein mittlerer Rissabstand von ca. 12 cm zu erwarten gewesen wäre. In Bild 4.22 wird zusätzlich ein Vergleich zum derzeit gültigen Berechnungsverfahren für Rissbreiten nach DIN 1045-1 [2] angestellt. Hier ist erkennbar, dass durch den Ansatz der zweifachen Einleitungslänge für den rechnerischen Rissabstand nach dieser Norm die berechneten Rissbreiten größer ausfallen, als die im Versuch beobachteten.

Die Gleichung zur Bestimmung der Rissbreiten unter Berücksichtigung von Querbewehrung kann als eine Modifikation der ursprünglichen Rissbreitenformel (Gl. 3.16) aufgefasst werden, in die der Einfluss der Querbewehrung auf die Rissabstände ( $s_{rC}$  anstatt  $s_{rm}$ ) einfließt. Zusätzlich wird

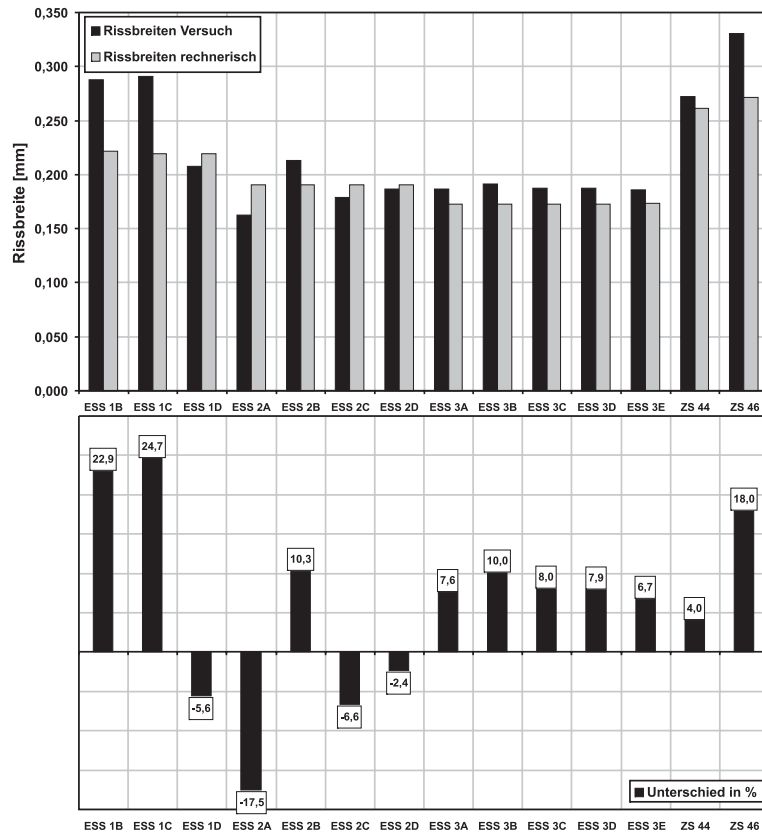


Bild 4.21: Vergleich der nach Gl. 3.21 berechneten mittleren Rissbreiten mit den Versuchsergebnissen bei einer Stahlspannung von  $\sigma_s=280 \text{ N/mm}^2$

die mittlere Stahldehnung ( $\epsilon_{sm}$ ) durch die Verwendung der Gl. 4.10 bestimmt. Für die mittlere Betondehnung ( $\epsilon_{cm}$ ) gilt Gl. 3.18.

Damit ergibt sich die modifizierte Gleichung zur Berechnung der mittleren Rissbreiten unter Einbeziehung von Gl. 4.9 für die mittleren Rissabstände zu:

$$w_m = s_{rC} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \quad (4.11)$$

Vergleicht man die mit Gl. 4.11 berechneten Rissbreiten mit den im Versuch gemessenen (Bild 4.23) für eine Stahlspannung von  $380 \text{ N/mm}^2$ , so zeigt sich eine gute Übereinstimmung der Wertepaare (Bestimmtheitsmaß der Regressionsgeraden  $R^2=0,69$ ). Die größeren Abweichungen ergeben sich aus der Tatsache, dass die Querbewehrungsabstände zum Teil im Bereich einer Fallunterscheidung für die Rissabstände liegen (z.B. ESS 2C mit  $s_C/s_{rm} = 2,76$ ). Dies ist der Bereich der Fallunterscheidung, ob der mittlere Rissabstand unter Berücksichtigung der Querbewehrung sich zu  $0,5 s_C$  oder  $0,33 s_C$  einstellt. Damit können größere Schwankungen für die Rissabstände auftreten.

#### 4.2.2.5 Zusammenfassung

Zusammenfassend kann für den Einfluss einer Querbewehrung auf einaxial gezogene Körper gesagt werden, dass Querbewehrung als Rissformer sowohl die Rissabstände verringern als auch vergrößern kann. Der Bereich, in dem die Rissbildung infolge Querbewehrung als ausschlaggebendes Kriterium für den Rissabstand anzusehen ist, liegt in dem baupraktisch relevanten Querbewehrungsabstand von etwa 5 bis 20 Zentimetern. Damit ist neben der Beschränkung der Rissbreite über die Längsbewehrung auch die Querbewehrung zur Rissbreitenbegrenzung ansetzbar.

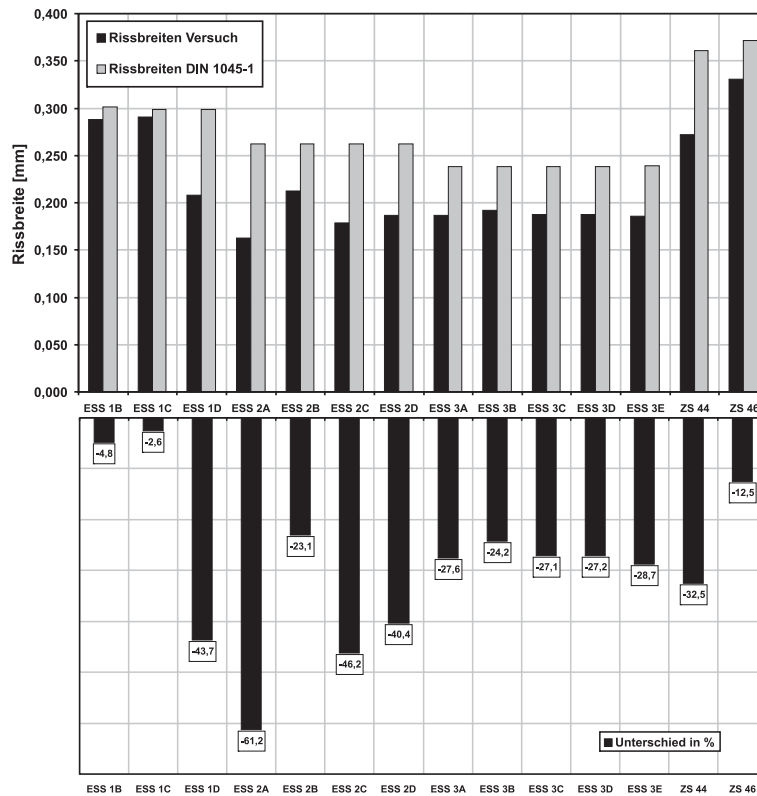


Bild 4.22: Vergleich der gemessenen und nach DIN 1045-1 [2] berechneten Rissbreiten ( $w_k$ )

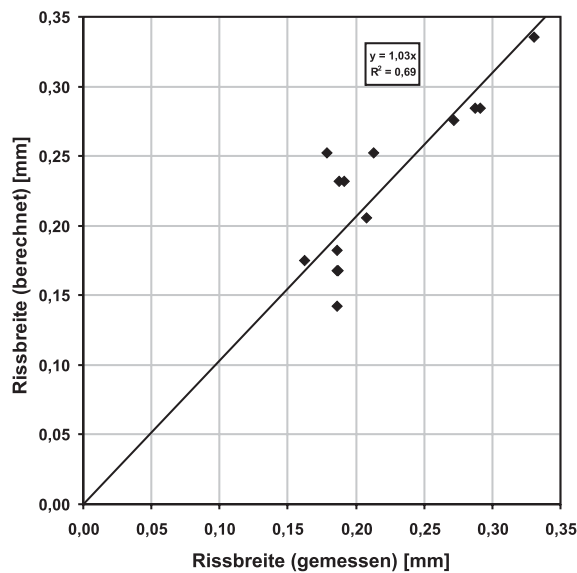


Bild 4.23: Regressionsanalyse der gemessenen und nach Gl. 4.11 berechneten Rissbreiten

Grundsätzlich wird durch die Querbewehrung - sofern sie mit der Längsbewehrung verbunden ist - die Erstrisslast herabgesetzt. Damit wird eine Neuformulierung des Last-Verformungs-Verhaltens nach MODEL CODE 90 [10] notwendig, welche den Bereich vor Abschluss der Rissbildung betrifft. Die derzeit in der aktuellen Bemessungsnorm im Stahlbetonbau (DIN 1045-1 [2]) gültigen Formulierungen gehen vom Maximalwert des Rissabstandes ( $s_r = 2l_e$ ) aus. Diese Annahme liegt, wie sich in den hier angestellten Versuchen gezeigt hat, auf der sicheren Seite.



## Kapitel 5

# Einfluss einer Rissbildung entlang der Bewehrung

### 5.1 Einführung

Bei den in [68], [69] und [70] in Abschnitt 3.3 beschriebenen Versuchen wurde festgestellt, dass die Dehnsteifigkeit der Scheiben durch die aufgebrachte Querkzugbeanspruchung geringer war als bei Versuchskörpern ohne diese Beanspruchung. Die Abnahme der Dehnsteifigkeit äußerte sich nicht nur im Bereich nach der Erstrissbildung infolge Längszugbeanspruchung, sondern war bereits bei Lasten unterhalb der Erstrisslast festzustellen. Dies lässt den Schluss zu, dass infolge der durch die Querkzugbeanspruchung bedingten Rissbildung der Verbund zwischen Stahl und Beton entlang von derartig beanspruchten Bewehrungsstäben reduziert wurde. Damit ist es nicht möglich, die in Abschnitt 3.2 beschriebenen Zusammenhänge für Bauteile, die einer zusätzlichen Zugbeanspruchung in Querrichtung ausgesetzt sind, zu übernehmen.

Um diesen Effekt genauer beschreiben zu können, werden eigene Bauteilversuche unter zweiachsialer Zugbeanspruchung in Richtung der jeweiligen Bewehrungsrichtung durchgeführt. Für diese Versuche werden Stahlbetonscheiben als Versuchskörper verwendet (ZSS), die in ihrer Länge und Breite denen der einaxialen Versuchsreihe ESS entsprechen. Hierbei werden neben Scheibendicke, Bewehrungsgrad und Bewehrungsabstand auch die Auswirkungen des Lastpfades auf das Verformungsverhalten untersucht. Dazu wird der in der Serie ESS bewährte Versuchsaufbau zur Aufbringung einer zusätzlichen Querkzugbeanspruchung ergänzt. Die Beschreibung des Versuchsaufbaus sowie der Durchführung finden sich im Anhang C.3. Die Zusammenstellung der Versuchsergebnisse sind dem Abschnitt E zu entnehmen.

Zusätzlich werden auch Stahlbetonzugstäbe mit Längsriss (ZSL) auf ihr Last-Verformungs-Verhalten untersucht. Diese Versuche dienen der genaueren Studie des Längsrissinflusses auf das Verformungsverhalten. Im Rahmen dieser Arbeit werden die wichtigsten Ergebnisse dieser Versuchsreihe kurz zusammengefasst. Zusätzliche Informationen zu Versuchsaufbau und den Einzelergebnissen sind [45] zu entnehmen.

Die aus den bisherigen Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit erlangten Kenntnisse zur Beschreibung des Einflusses von Querbewehrung auf das Rissverhalten bei einaxialer Zugbeanspruchung in Bezug auf Erstrisslast, Rissabstand, Last-Verformungs-Verhalten und Rissbreite dienen hier als Vergleichswerte für die Ergebnisse der zweiachsialen Zugversuche.

In Tabelle 5.1 sind die wichtigsten Versuchsparameter der zweiachsialen Scheibenversuche aufgeführt. Die unterschiedlichen Lastpfade werden bei der jeweiligen Einzelsérie mit ansonsten gleichen Spezifikationen über den Buchstabenzusatz (A,B bzw. C) beschrieben (Bild 5.1).

Allen Lastpfaden gemeinsam ist die Tatsache, dass zunächst die Querkzugbeanspruchung aufgebracht wird. Diese wird bis zur Maximallast (in der Regel 90 Prozent der Fließspannung der Bewehrung) gesteigert. Damit verhält sich die Scheibe in Querrichtung wie ein einaxial gezogenes Bauteil, dessen Verhalten über die im Kapitel 4 aufgestellten Formulierungen beschrieben werden kann. Die infolge der Querkzugbeanspruchung auftretenden Risse mit den von der Höhe der Querkzuglast abhängigen Rissbrei-

Tabelle 5.1: Versuchsparameter der zweiaxialen Zugversuche

Bezeichnung	h [cm]	$\rho_x$ [%]	$s_{C_x}$ [cm]	$d_{1x}$ [cm]	$\rho_y$ [%]	$s_{C_y}$ [cm]	$d_{1y}$ [cm]	Lastpfad
ZSS 1	10,0	1,60	10,00	1,5	1,60	10,00	2,5	A, B
ZSS 2	10,0	0,63	32,50	1,5	0,53	30,00	2,5	A, B
ZSS 3	10,0	1,60	32,50	1,5	0,53	10,00	2,5	A, B
ZSS 4	10,0	0,40	32,50	1,4	0,34	30,00	2,2	A, B
ZSS 5	15,0	1,06	16,25	4,0	0,63	10,00	5,0	A, B
ZSS 6	15,0	0,42	16,25	4,0	0,63	30,00	5,0	A, B
ZSS 7	12,0	1,06	10,00	2,5	1,24	10,00	3,5	A, B, C
ZSS 8	10,0	1,27	16,25	1,5	0,95	10,00	2,5	A, B, C

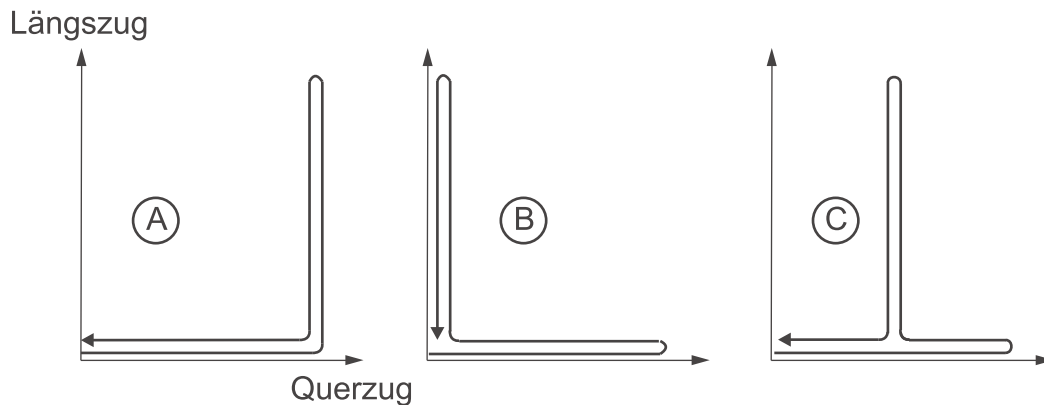


Bild 5.1: Untersuchte Lastpfade

ten beeinflussen das Verhalten der Scheibe bei der nachfolgenden Längszugbeanspruchung. Beim Lastpfad A wird zunächst die maximale Querzugkraft und daran anschließend die maximale Längszugkraft aufgebracht. Nach der vollständigen Entlastung in Längsrichtung erfolgt die vollständige Entlastung in Querrichtung. Im Gegensatz hierzu wird beim Lastpfad B zunächst die Be- und Entlastung in Querrichtung vorgenommen, bevor das Verhalten in Längsrichtung untersucht wird. Beim Lastpfad C wird in Querrichtung lediglich auf die Hälfte der maximalen Querzuglast entlastet, bevor die Be- und Entlastung in Längsrichtung erfolgt. Abschließend wird die Querzuglast abgelassen.

Diese Auswirkungen auf das Verhalten unter Längszug, sowie das Verhalten infolge des Querzuges werden im Folgenden untersucht. Hierbei werden analog zur Auswertung in Kapitel 4 zunächst die Risslasten, danach das Last-Verformungs-Verhalten und abschließend die Rissbreiten mit den bisher vorgestellten Formulierungen verglichen.

## 5.2 Versuchsauswertung der Scheibenversuche

### 5.2.1 Risslasten

In Tabelle 5.2.1 sind Erstrisslasten infolge der Quer- und Längszugbelastung als Ergebnis der Versuche aufgeführt. Ein Vergleich mit den berechneten Risslasten unter Berücksichtigung des Schwind- und Querbewehrungseinflusses nach Gl. 4.3 zeigen die Bilder 5.2 und 5.3. Für die Querzugbeanspruchung zeigt sich, dass mit der in Kapitel 4 entwickelten Gl. 4.3 die Erstrisslast ( $F_r$ ) gut angenähert werden kann. Die Werte liegen gleichmäßig verteilt links und rechts der Ausgleichsgeraden, für die gilt  $F_{r,gemessen} = F_{r,berechnet}$  (Bild 5.2). Damit kann die Formulierung zur Ermittlung der Erstrisslast unter einaxialem Zug bestätigt werden.

Für die Längszugbelastung liegt der Großteil der Erstrisslasten der Versuche unter den berechneten Werten. Dieses Verhalten zeigt sich grundsätzlich unabhängig vom Lastpfad, kann also lediglich

Tabelle 5.2: Risslasten infolge Längs- und Querzug

Bezeichnung	Risslast längs $F_{rx}$ [kN]	Risslast quer $F_{ry}$ [kN]
ZSS 1A	110	235
ZSS 1B	110	240
ZSS 2A	80	230
ZSS 2B	75	203
ZSS 3A	220	290
ZSS 3B	170	313
ZSS 4A	100	175
ZSS 4B	155	190
ZSS 5A	190	304
ZSS 5B	260	410
ZSS 6A	175	323
ZSS 6B	178	360
ZSS 7A	200	300
ZSS 7B	190	315
ZSS 7C	190	325
ZSS 8A	136	242
ZSS 8B	120	256
ZSS 8C	120	249

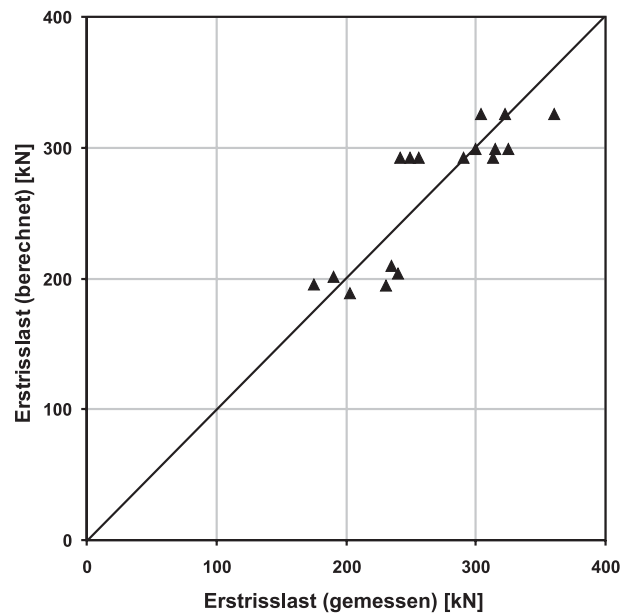


Bild 5.2: Vergleich der Risslasten infolge Querzug mit der berechneten Risslast nach Gl. 4.3

auf die durch die Querzugbelastung hervorgerufenen Risse zurückgeführt werden. Erklärt werden kann dieser Effekt durch die Beanspruchung der Querbewehrung infolge Querzug und der damit verbundenen örtlichen Rissbildung im Bereich der Bewehrung. Dieser Effekt führt damit zu einer zusätzlichen Schädigung des Betongefüges im Bereich der Querbewehrung für die anschließende Belastung in Längsrichtung. Allerdings liegen die Erstrisslasten der Versuchkörper mit dem Lastpfad B durchgehend höher, als die der anderen Lastpfade. Da die Betonzugfestigkeit unabhängig von einer Zugbeanspruchung in Querrichtung ist, kann dies keine Erklärung für das oben genannte Verhalten sein. Infolge der bei Längszugbeanspruchung zusätzlich wirkenden Querzuglast kommt es zu einer Ausbildung von Ringzugspannungen um die Querbewehrung, welche sich mit den Zugspannungen aus der Längszugbelastung überlagert und so für die geringere Erstrisslast verantwortlich gemacht

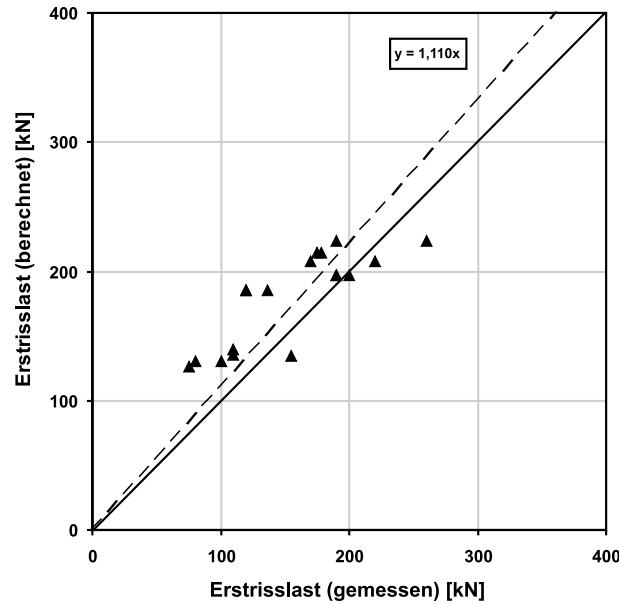


Bild 5.3: Vergleich der Risslasten infolge Längszug mit der berechneten Risslast nach Gl. 4.3

werden kann. Nach einer Korrelationsanalyse zeigt die lineare Regressionsfunktion in Bild 5.3 eine 11-prozentige Abnahme der Erstrisslast infolge der zwei axialen Zugbeanspruchung.

## 5.2.2 Rissabstände

Die sich durch die Quer- bzw. Längszugbeanspruchung einstellenden Risse bilden sich - wie im vorherigen Kapitel bereits erläutert - vornehmlich an den jeweils als Querbewehrung wirkenden Bewehrungsstäben aus. Die Ergebnisse sind in Tab. 5.2.2 zusammengefasst und zusätzlich den Rissbildern im Anhang E.1 zu entnehmen. Die Gleichmäßigkeit der Rissbilder (Bild 5.4) zeigt, dass der gewählte Versuchsaufbau zur Durchführung zwei axialer Versuche geeignet ist.

Für die Querkzugbelastung trifft hier die einaxiale Formulierung zur Berechnung der mittleren Rissabstände unter Berücksichtigung der Querbewehrung (Gl. 4.9) zu und kann die Rissabstände mit guter Genauigkeit vorhersagen (Bild 5.5). Lediglich im Bereich geringer Querbewehrungsabstände ( $s_C < l_{e,abg}$ ) sind größere Unterschiede zwischen dem gemessenen und berechneten mittleren Rissabstand vorhanden.

Bei den mittleren Rissabständen in Längsrichtung zeigt sich ebenfalls eine gute Übereinstimmung mit der einaxialen Formulierung. Für diese Beanspruchung sind die Querbewehrungsabstände immer größer als die reduzierte Einleitungslänge. Die durch Querkzug hervorgerufene Rissbildung entlang der Längsbewehrung zeigt somit keinen Einfluss auf die Rissabstände. Damit kann die aus einaxial belasteten Versuchskörpern gewonnene Formulierung auch für eine zwei axiale Zugbeanspruchung übernommen werden. Ein Unterschied in den sich einstellenden Rissabständen infolge innen oder außen liegender Querbewehrung kann nicht erkannt werden. Bei der Querkzugbelastung befindet sich die Querbewehrung außen, während sie bei Längszugbelastung innen liegt.

## 5.2.3 Last-Verformungs-Verhalten

Die vollständigen Last-Verformungs-Kurven der Versuchsreihe ZSS sind im Anhang E.2 aufgeführt. Zum Vergleich ist zusätzlich jeweils die Last-Verformungs-Kurve nach der modifizierten Formulierung nach Gl. 4.10 in den Diagrammen enthalten.

Die Last-Verformungs-Kurven für die Querkzugbeanspruchung können mit den Formulierungen nach

### ZSS 8B

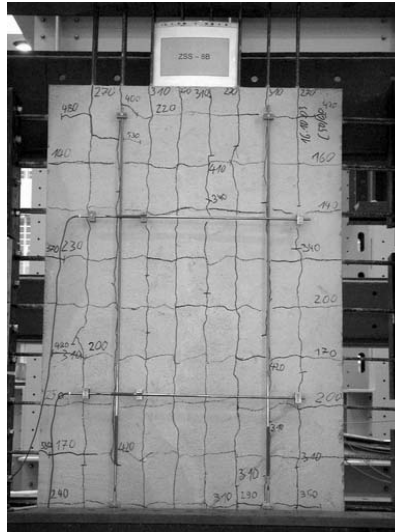


Bild 5.4: Rissbild des Versuchskörpers ZSS 8B nach zweiaxialer Zugbeanspruchung

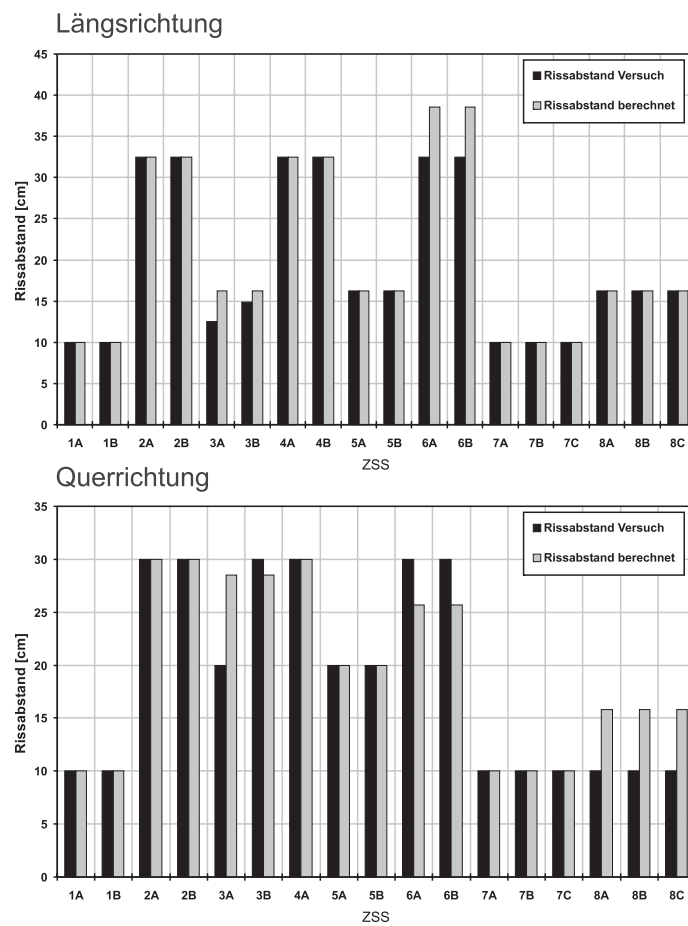


Bild 5.5: Vergleich der mittleren Rissabstände aus Versuch und Berechnung (Gl. 4.9)

Tabelle 5.3: Rissabstände infolge Längs- und Querzug

Bezeichnung	Rissabstände	
	Rissabstand längs $s_{r,m,x}$ [kN]	Rissabstand quer $s_{r,m,y}$ [kN]
ZSS 1A	10,00	10,00
ZSS 1B	10,00	10,00
ZSS 2A	32,50	30,00
ZSS 2B	32,50	30,00
ZSS 3A	12,50	20,00
ZSS 3B	14,90	30,00
ZSS 4A	32,50	30,00
ZSS 4B	32,50	-
ZSS 5A	16,25	20,00
ZSS 5B	16,25	20,00
ZSS 6A	32,50	30,00
ZSS 6B	32,50	30,00
ZSS 7A	10,00	10,00
ZSS 7B	10,00	10,00
ZSS 7C	10,00	10,00
ZSS 8A	16,25	10,00
ZSS 8B	16,25	10,00
ZSS 8C	16,25	10,00

Gl. 4.10 gut beschrieben werden. Dies ist in Bild 5.6 (bezeichnet als Purainer) beispielhaft an den Verläufen der Serie ZSS 7 zu erkennen. Die Verläufe der einzelnen Versuchskörper sind im Anhang E.2 aufgeführt.

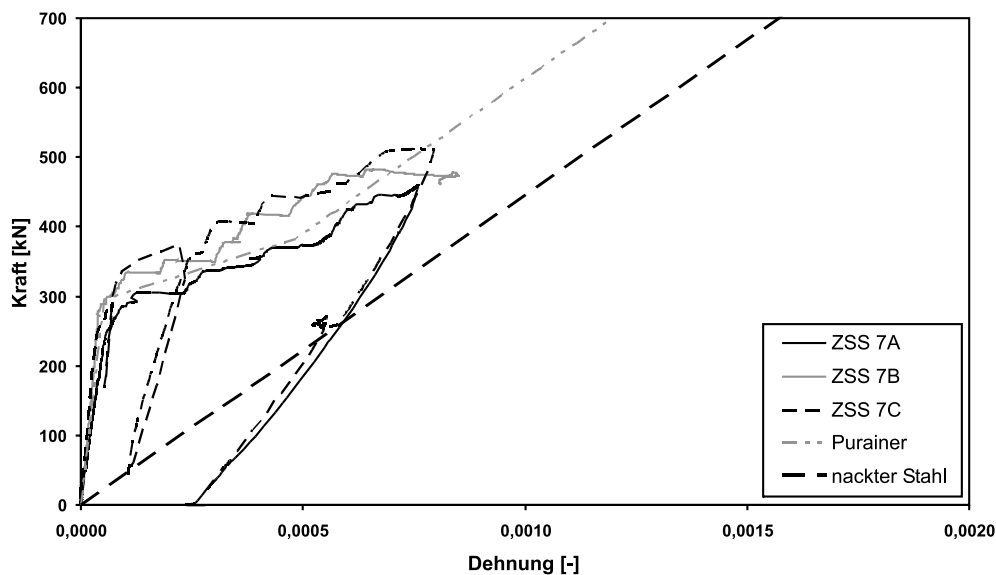


Bild 5.6: Last-Verformungs-Kurven der Serie ZSS 7 infolge Querzug im Vergleich mit dem Verlauf der Funktion nach Gl. 4.10

Von besonderem Interesse sind hier die Last-Verformungs-Kurven infolge Längszugbeanspruchung, welche im Weiteren genauer besprochen werden. Die Beschreibung des grundsätzlichen Verhaltens der Versuchskörper wird an den Last-Verformungs-Kurven der Serie ZSS 8 in Bild 5.7 vorgenommen.

Wie bei der Auswertung der Erstrisslasten bereits festgestellt werden konnte, liegen die Erstrisslasten deutlich unter den - ohne Berücksichtigung des Schwindens und der Querbewehrung - prognostizierten

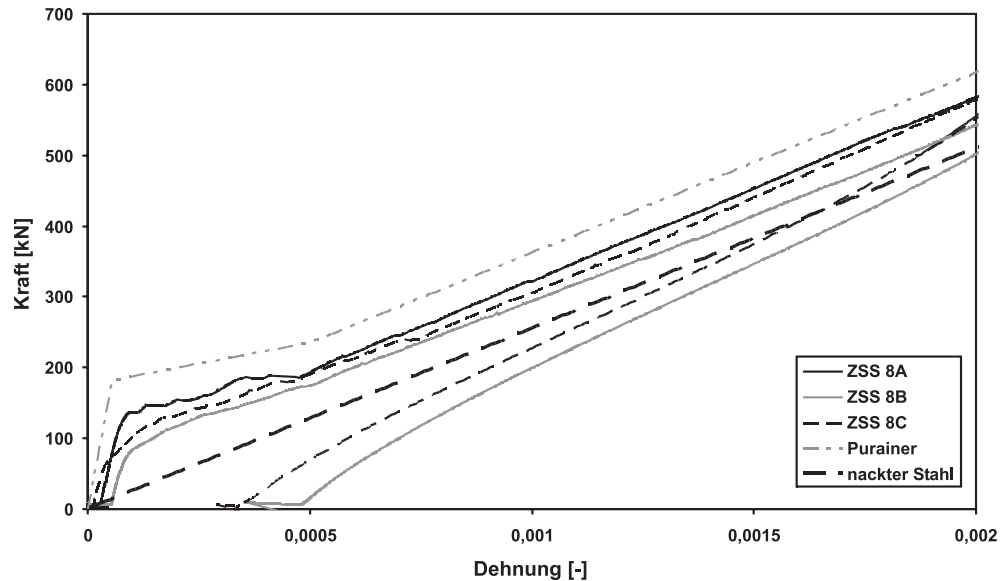


Bild 5.7: Last-Verformungs-Kurven der Serie ZSS 8 infolge Längszug

Werten. Die Anwendung der modifizierten Formulierung nach Gl. 4.10 führt immer noch zu einer leichten Überschätzung der Erstrisslasten. Dieser Effekt kann aber aufgrund der geringen Überschätzung vernachlässigt werden.

Zusätzlich ist festzustellen, dass die Dehnsteifigkeit im eigentlich noch ungerissenen Zustand niedriger liegt, als die eines ungerissenen Versuchskörpers mit der vollen Dehnsteifigkeit des Verbundquerschnittes. Dieses Verhalten kann auf zweierlei Effekte zurückgeführt werden. Zum einen kann als Ursache die örtliche Schädigung des Betons entlang der Querbewehrung angesehen werden. Die durch die zuvor aufgebrachte Querszugbelastung entstandenen Risse im Bereich der Rippen des Bewehrungsstahls vergrößern sich durch die Zugspannungen in Längsrichtung, so dass die Dehnsteifigkeit nicht mehr die Größe eines ungerissenen Verbundquerschnittes annehmen kann. Die zweite Begründung kann darin gefunden werden, dass aufgrund der Rissbildung entlang der Längsbewehrung von Beginn der Längszugbelastung kein vollkommener Verbund mehr herrscht und dadurch nicht die volle Dehnsteifigkeit aktiviert werden kann.

Bei einigen Versuchskörpern kann dieser Effekt nicht beobachtet werden. Dies ist der Fall bei den Körpern ZSS 4A, 4B, 5B sowie 6A und 6B. Die Serien 4 und 6 besitzen einen geringen Bewehrungsgrad in Längsrichtung und große Stababstände (30 cm). Damit kann in einem Bereich zwischen den Bewehrungsstäben der Beton zunächst nicht zur Abtragung der Zugspannungen heran gezogen werden, da der Wirkungsbereich der Bewehrung sich nicht auf die gesamte Betonquerschnittsfläche erstrecken kann. Damit tritt die Steifigkeitsabnahme erst nach der Ausbildung des Risses ab einer definierten Dehnung auf, wobei diese sich dann auch auf den bisher nicht mitwirkenden Beton auswirkt.

Die Steifigkeit im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung liegt bei einigen Versuchskörpern deutlich unter der einaxialen Formulierung nach Gl. 4.10. Dies ist der Fall bei den Versuchskörpern ZSS 1, 3A, 4A, 6, 7 und 8. Bei den anderen Versuchskörpern liegt die Dehnsteifigkeit im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung im Bereich der einaxialen Formulierung nach Gl. 4.10.

Aufgrund eines geringen Bewehrungsgrades der Serie ZSS 2 entstehen Risse entlang der Längsbewehrung lediglich an zwei von vier Bewehrungslagen. Bei der Serie ZSS 4 konnte der Querszug nicht in vollem Umfang aufgebracht werden, da es bei Querszugbeanspruchung zum Versagen im Bereich der Lasteinleitung gekommen ist. Daher sind beim Körper ZSS 4B keine Risse in Längsrichtung vorhanden. Dieser Körper ist daher als ausschließlich einaxial auf Zug in Längsrichtung belastet anzusehen. Beim Körper ZSS 4A sind die Längsrisse nicht voll ausgeprägt, d.h. sie verlaufen nicht über die volle Länge des Versuchskörpers. Im Vergleich zwischen dem Körper mit nicht voll ausgeprägten Längsrissen und dem rein einaxial belasteten ist festzustellen, dass nach dem Erreichen der Maximallast die Dehnsteifigkeit des Körpers mit Längsrissen unter der des anderen liegt. Allerdings konnte bei maximaler Längszugkraft kein abgeschlossenes Rissbild erreicht werden. Daher wird der Körper

Tabelle 5.4: Einfluss der bewehrungsparallelen Risse auf die Zugsteifigkeit

Bezeichnung	Anteil der Längsbewehrung mit Längsrissen [%]	Reduzierte Zugsteifigkeit	$\beta_{t,abg}$	Abnahme $\beta_t$ [%]
ZSS 1A	80,0	ja	0,100	75,0
ZSS 1B	80,0	ja	0,000	100,0
ZSS 2A	50,0	nein	0,405	0,0
ZSS 2B	50,0	nein	0,405	0,0
ZSS 3A	35,0	ja	0,260	37,5
ZSS 3B	30,0	nein	0,405	0,0
ZSS 4A	50,0	ja	0,320	20,0
ZSS 4B	0,0	nein	0,405	0,0
ZSS 5A	40,0	nein	0,405	0,0
ZSS 5B	25,0	nein	0,405	0,0
ZSS 6A	50,0	ja	0,320	20,0
ZSS 6B	50,0	ja	0,280	32,0
ZSS 7A	87,5	ja	0,240	40,0
ZSS 7B	87,5	ja	0,240	40,0
ZSS 7C	69,0	ja	0,203	50,0
ZSS 8A	100,0	ja	0,255	37,0
ZSS 8B	100,0	ja	0,135	67,0
ZSS 8C	100,0	ja	0,211	48,0

bei der Ermittlung eines abgeminderten Mitwirkungsfaktors ( $\beta_{t,abg}$ ) ausgenommen. In Tabelle 5.4 ist für die Versuchsserie ZSS aufgeführt, inwieweit sich die Dehnsteifigkeit im Vergleich zur einaxialen Formulierung verringert hat. Dies geschieht über die prozentuale Abnahme der Mitwirkungsfaktors  $\beta_t$ , der für den einaxialen Zustand 0,405 beträgt. Zusätzlich ist der Grad der Schwächung des Verbundes durch Rissbildung entlang der Längsbewehrung aufgeführt.

Erkennbar sind mehrere Einflüsse auf die Dehnsteifigkeit. Bei gleicher Verbundschwächung zeigen die Versuchskörper mit dem Lastpfad B eine etwas stärkere Abnahme des Mitwirkungsfaktors als der Lastpfad A. Es wäre zu erwarten gewesen, dass die Versuchskörper des Lastpfades A eine geringere Dehnsteifigkeit aufweisen, da hier bei der Längszugbelastung gleichzeitig die volle Querkraft wirkt und damit die Risse entlang der Längsbewehrung eine größere Rissbreite aufweisen. Dies führt nach den Formulierungen von IDDA [42] zu einer geringeren übertragbaren Verbundspannung und somit zu einer geringeren Mitwirkung des Betons. Gleiches gilt für den Lastpfad C. Hier liegt die Abnahme der Dehnsteifigkeit noch über der des Lastpfades B und nicht wie erwartet zwischen A und B. Die Unterschiede zwischen den Dehnungszunahmen der einzelnen Lastpfade untereinander sind jedoch im Vergleich zur absoluten Dehnungszunahme infolge Längsrissbildung zur einaxialen Formulierung gering und können auch aus versuchstechnischen Ungenauigkeiten herrühren. Für geringe Bewehrungsgrade (ZSS 2 und ZSS 4) tritt trotz Rissbildung entlang der Bewehrung von 25-50 Prozent keine feststellbare Abnahme der Betonmitwirkung auf.

Die bei den unterschiedlichen Serien vorhandenen Abstände der Bewehrung zur Scheibenoberfläche ( $d_1$ ) haben auf den Mitwirkungseffekt in den hier angestellten Versuchen keinen Einfluss.

Der Versuchskörper ZSS 8A wurde nach der Erstbelastung und Entlastung in Querrichtung und anschließender Belastung in Längsrichtung nochmals in Querrichtung einer Zugbeanspruchung bis zum gleichen Maximalwert des vorherigen Lastzyklus ausgesetzt. Das Last-Verformungs-Verhalten in Bild 5.8 zeigt, dass die Dehnungen unter Maximallast bei der Wiederbelastung deutlich größer ausfallen als bei der Erstbelastung. Der Mitwirkungsfaktor ( $\beta_{t,abg}$ ) für diese Wiederbelastung beträgt 0,203 (prozentuale Abnahme 50%). Die Größenordnung der Abminderung der Mitwirkung des Betons für die Querrichtung stimmt mit den in Längsrichtung beobachteten Werten überein, wodurch versuchsbedingte Unterschiede in Längs- und Querkraftbeanspruchung auf den Mitwirkungseffekt ausgeschlossen werden können. Gleichzeitig ist auch für die Erstbelastung in Querrichtung zu erkennen, dass ab dem Aufbringen der Längszugbelastung und damit verbundener Rissbildung die Dehnung unter maximaler Querkraft größer wird (horizontale Dehnungszunahme unter Maximallast in Bild 5.8).



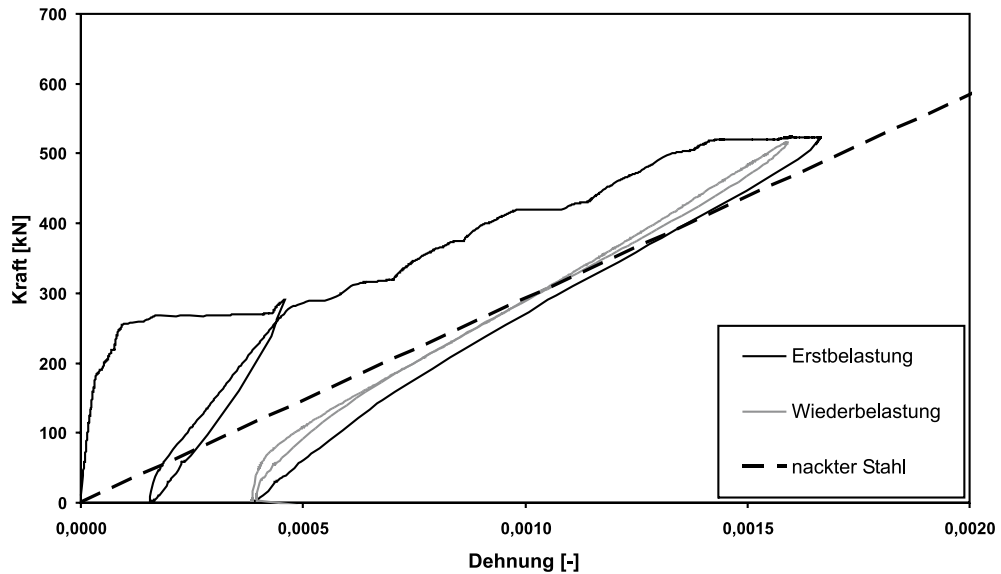
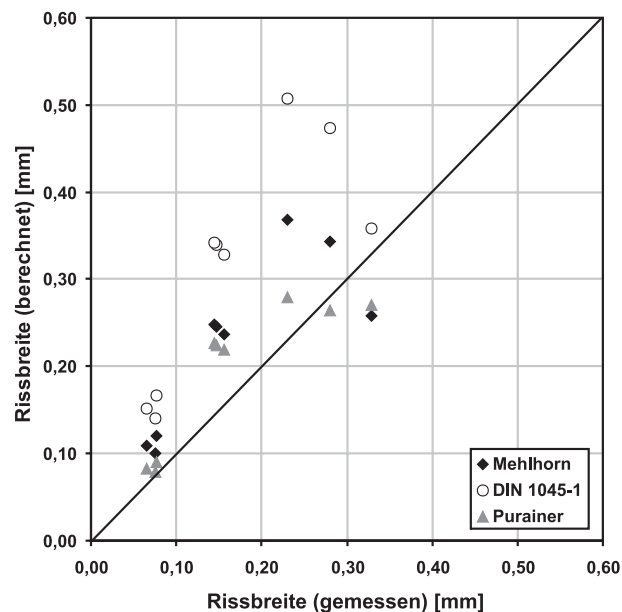


Bild 5.8: Last-Verformungs-Kurve infolge Querzug (ZSS 8A)

#### 5.2.4 Rissbreiten

Bei der Beschreibung der Rissbreiten wird zwischen Quer- und Längsrichtung unterschieden. In Bild 5.9 werden die Rissbreiten infolge Querzugbeanspruchung mit den berechneten Rissbreiten nach DIN 1045-1 [2], MEHLHORN [62] und der eigenen Formulierung nach Gl. 4.11 verglichen. Dabei stehen Werte oberhalb der Ausgleichsgeraden für größere berechnete Rissbreiten als tatsächlich im Versuch beobachtete. Die berechneten Rissbreiten nach DIN 1045-1 [2] liegen deutlich oberhalb der Ausgleichsgeraden, wohingegen die Gl. 4.11 die beobachteten Rissbreiten mit guter Genauigkeit prognostizieren kann.

Bild 5.9: Vergleich der gemessenen Rissbreiten in Querrichtung mit den Formulierungen nach DIN 1045-1 [2] ( $w_k$ ), MEHLHORN [62] Gl. 3.21 und der eigenen Formulierung nach Gl. 4.11

Bei den sich infolge Längszugbelastung einstellenden Rissbreiten (Bild 5.10) ist im Vergleich zu den

Werten aus Querkzugbeanspruchung erkennbar, dass die Anzahl der Versuchskörper bei denen die gemessenen Rissbreiten die berechneten Werte überschreiten größer ist als bei der Querkzugbeanspruchung. Dies ist durch die größeren Dehnungen zu erklären, welche sich durch die Verbundschwächung einstellen. Da der Einfluss der Dehnungszunahme auf die Rissbreiten aber im Vergleich zu dem der Rissabstände geringer ist, liegen die Rechenwerte der Rissbreiten nach DIN 1045-1 [2] auch für diese Beanspruchung noch oberhalb der Ausgleichsgeraden.

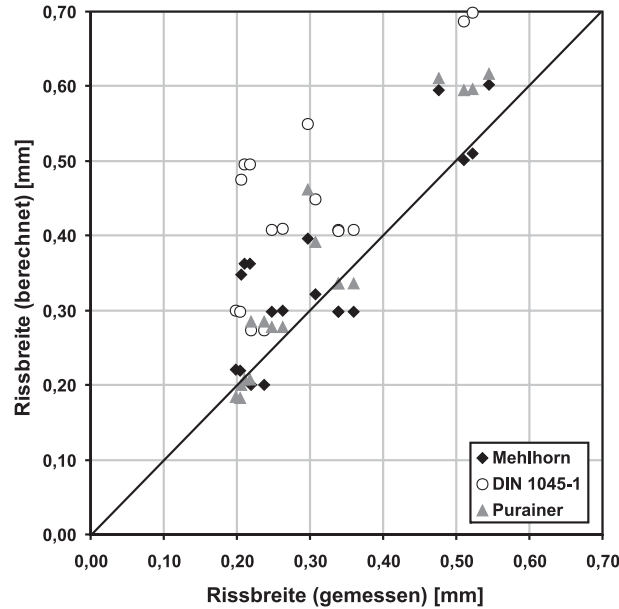


Bild 5.10: Vergleich der gemessenen Rissbreiten in Längsrichtung mit den Formulierungen nach DIN 1045-1 [2] ( $w_k$ ), MEHLHORN [62] Gl. 3.21 und der eigenen Formulierung nach Gl. 4.11

## 5.3 Untersuchungen an einaxialen Zugkörpern mit Längsriss

### 5.3.1 Versuche an Zugkörpern mit Längsriss

Zur Verifikation der Modellvorstellung, dass sich aufgrund der Rissbildung entlang der Bewehrungsstäbe eine deutliche Verminderung der Verbundeigenschaften einstellen muss und um die Größe der Abminderung der Verbundwirkung experimentell zu verifizieren, wird dieser Aspekt in einer Versuchsreihe gesondert untersucht. Hierbei werden Zugkörper (Bezeichnung ZSL), welche in ihren Abmessungen denen der Serie ZS entsprechen, zunächst in Längsrichtung vorgerissen. Dies erfolgt unter Ausnutzung der Spaltzugwirkung mittels Lasteinleitungsstreifen, über die zentrisch eine Druckbelastung auf zwei gegenüberliegende Längsseiten des Versuchskörpers aufgebracht wird. Die weitere Beschreibung von Versuchsaufbau und -durchführung findet sich in [45], wo auch aus den Versuchen das Modell zum Last-Verformungs-Verhalten dieser Versuchskörper hergeleitet wird. Im Rahmen dieser Arbeit werden die Versuchsergebnisse kurz zusammengefasst und die Folgerungen vorgestellt. In Bild 5.11 findet sich die Konzeption der Versuchskörper. Hierbei werden die Versuchskörper gedanklich aus einer durch Querkzugbeanspruchung vorgerissenen Scheibe herausgeschnitten, so dass ein Stahlbetonzugglied mit einem bewehrungsparallelem Riss vorliegt.

Als Ergebnis dieser Versuchsreihe wird das in Bild 5.12 dargestellte Modell zur Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens entwickelt.

Dieses Modell unterteilt das Verformungsverhalten prinzipiell in zwei Phasen, wobei die Phase 2 nochmals abhängig von der Art der Vorschädigung der Versuchskörper in unterschiedliche Stadien unterteilt wird.

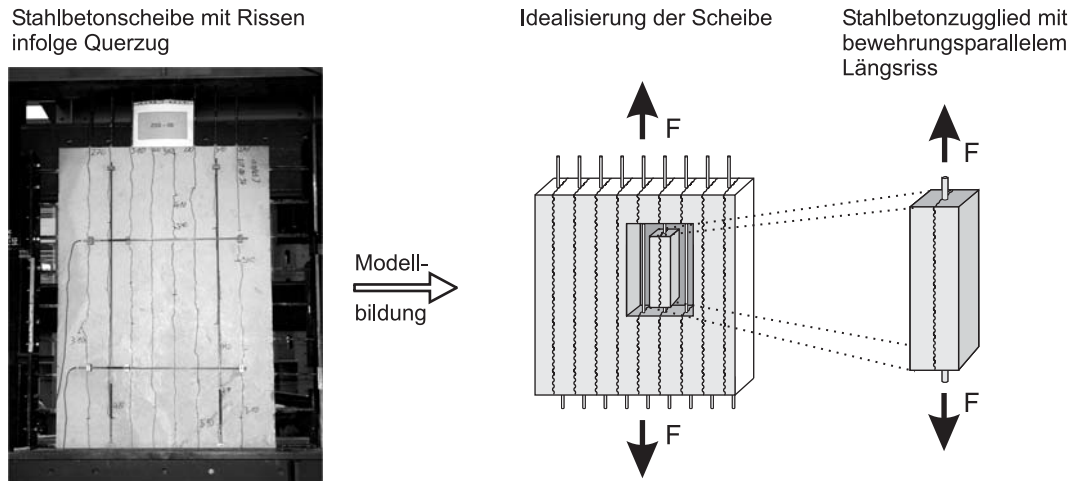


Bild 5.11: Konzeption des Versuchskörpers [45]

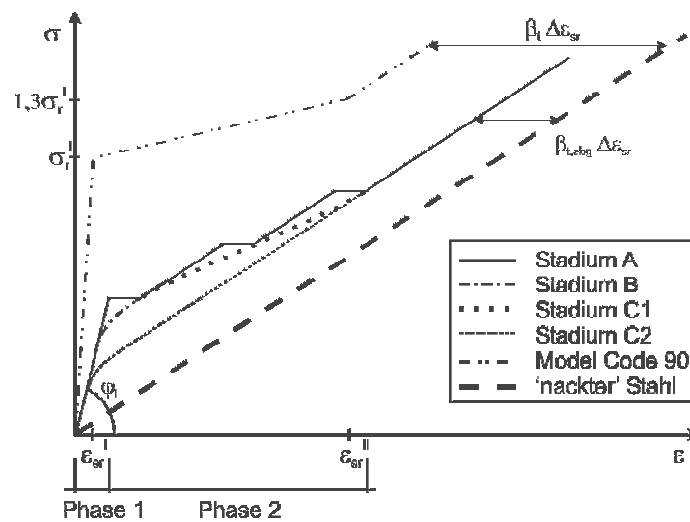


Bild 5.12: Modell zur Beschreibung des Tragverhaltens der Versuchskörper ZSL [45]

Phase 1:

- Die Steigung der Last-Verformungs-Kurve in Phase 1 ( $\varphi_l$ ) ist abhängig von der Schädigung des Betongefüges entlang der eingelegten Längsbewehrung. Diese Schädigung ist vornehmlich abhängig vom Verhältnis der Länge der Längsriss ( $l_{r,l}$ ) zur Länge der Versuchskörper ( $l$ ).

Phase 2:

- Hauptkriterium der Phase 2 ist der Mitwirkungsanteil des Betons. Dieser wird durch den Fortschritt der Querrissbildung nachhaltig beeinflusst. Die Querrissbildung ist hier neben der Längszugbeanspruchung auch schon durch die Spaltzugbeanspruchung induziert. Im Rahmen der Modellbildung lassen sich folgende Stadien der Querrissbildung bei konstanten Längsrissen unterscheiden:
  - Stadium A: Der Versuchskörper besitzt keine Querrisse. Nach Überschreiten der Erstrisslast kommt es zur Bildung von Rissen bis die Phase der abgeschlossenen Erstrissbildung erreicht

ist. In dieser Phase wachsen die Dehnungen infolge der Rissbildung überproportional an, d.h. dass die Mitwirkung des Betons bis zum Ende der Erstrissbildung stetig abnimmt und im Folgenden konstant bleibt.

- Stadium B: Der Versuchskörper zeigt erste Querrisse, doch die Phase der sukzessiven Rissbildung ist noch nicht beendet. Der Mitwirkungsanteil des Betons ist von Beginn an kleiner als im Stadium A. Im weiteren Verlauf verhält sich dieser Körper äquivalent zum Versuchskörper im Stadium A.
- Stadium C1: Der Versuchskörper hat den Bereich der abgeschlossenen Erstrissbildung erreicht. Jedoch verlaufen die Querrisse noch nicht durch den kompletten Querschnitt. Der versteifende Anteil des Betons nimmt im weiteren Verlauf ab. Nach Abschluss des Risswachstums kommt es zur Öffnung der Querrisse und die Dehnungszunahme des Betons bleibt konstant.
- Stadium C2: Der Versuchskörper hat den Bereich der abgeschlossenen Erstrissbildung erreicht und die Querrisse sind weitestgehend ausgebildet. Im weiteren Verlauf kommt es nur zu einer Öffnung der bestehenden Querrisse. Die Dehnungszunahme des Betons bleibt konstant.

Zusätzlich zeigt sich in den Versuchsergebnissen in [45], dass die Länge der Längsrisse entlang der Bewehrung von größerem Einfluss auf die Dehnungen im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung ist als die Längsrissbreite. Das bedeutet, dass der Mitwirkungsfaktor ( $\beta_{t,abg}$ ) - wie auch schon bei den zweiaxialen Scheibenversuchen (ZSS) - hauptsächlich vom Anteil der Bewehrungsstäben mit bewehrungsparallelem Längsriss im Beton abhängig ist und nicht von der Längsrissbreite ( $w$ ).

### 5.3.2 Berechnungen an Zugkörpern mit Längsriss unter Verwendung der FE-Methode

Um den Versuchsaufwand zu reduzieren, werden weitere Untersuchungen unter Verwendung der Methode der Finiten Elemente angestellt. Hierzu ist es zunächst notwendig, ein geeignetes FE-Modell aufzustellen und die Ergebnisse aus diesen numerischen Berechnungen anhand bereits existierender Lösungen zu überprüfen.

Zur realitätsnahen Berechnung der Verformungen an einem einaxial gezogenen Stahlbetonzugglied ist es notwendig, wirklichkeitsnahe Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen in dem Berechnungsmodell zu berücksichtigen. In dem hier verwendeten Berechnungsmodell erfolgt dies mittels nichtlinearer Federelemente, welche die Kopplung der Knoten der Stahl- und Betonelemente herstellen (Bond-Link-Elemente). Der grundsätzliche Aufbau des Berechnungsmodells ist im Bild 5.13 dargestellt. Mit diesem Modell wird der Bereich eines Stahlbetonzuggliedes zwischen zwei Rissen mit dem Rissabstand ( $s_r$ ) im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung abgebildet. Damit kann im Modell der Zustand I (ungerissen) und die sukzessive Rissbildung nicht abgebildet werden. Es ist für diese Studie auch nur die Dehnung im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung von Interesse.

Zur Berechnung ist es ausreichend, den Zugstab als zweidimensionales Modell unter Ausnutzung der doppelten Symmetrie in der Schwerachse des Bewehrungsstahls abzubilden. Die Erfassung der Querschnittswerte erfolgt über die Elementhöhe, wobei die zugehörige Elementdicke nach Bild 5.14 bestimmt wird. Neben den Materialkennwerten für Stahl und Beton ist die nichtlineare Federkennlinie der Federelemente (Bild 5.13) von besonderer Bedeutung für die Ergebnisse. Über die Federeigenschaften kann die Interaktion zwischen Stahl und dem umgebenden Beton beschrieben werden. Die Federkennlinie wird durch die verwendete Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung sowie den Bewehrungsstabdurchmesser und den Abstand der Doppelknoten in Stablängsrichtung beeinflusst. Für eine Einzelfeder ergibt sich damit die folgende Kraft ( $F$ ) - Weg ( $s$ ) - Beziehung:

$$F(s) = \tau_c(s) \cdot d_s \cdot \pi/4 \cdot \Delta x \quad (5.1)$$

mit:  $\Delta x$  Abstand der Doppelknoten  
in Stablängsrichtung

Zur Verifikation des Modells werden zunächst die Ergebnisse unter Verwendung der

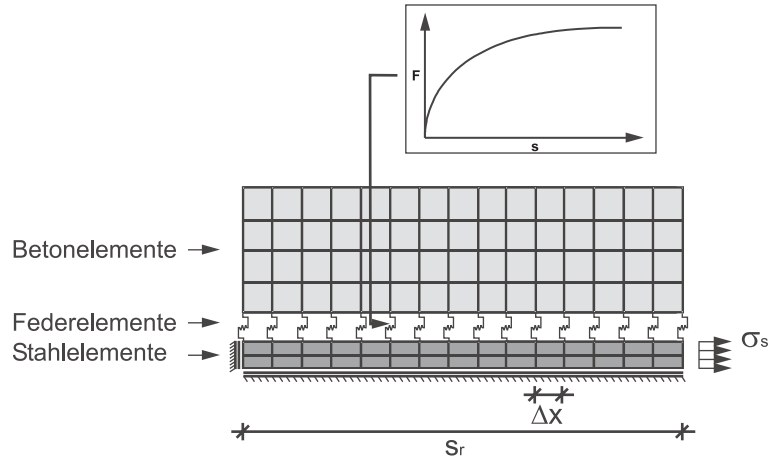


Bild 5.13: Berechnungsmodell Zugstab [45]

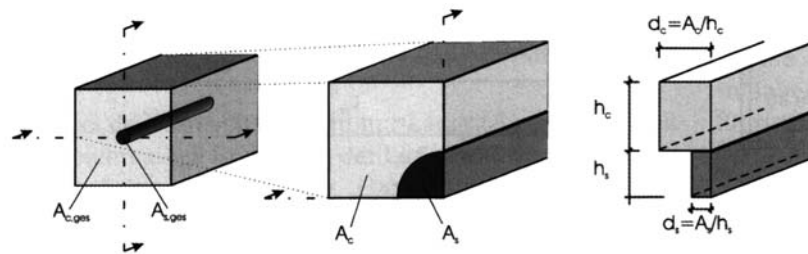


Bild 5.14: Idealisierung der geometrischen Größen des Versuchskörpers im zweidimensionalen Modell [45]

Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung des MODEL CODE 90 [10] für die Federkennlinie mit der analytischen Lösung der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes verglichen. Die Herleitung der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes zwischen den Rissen kann im Fall des eindimensional belasteten Zugstabes über das in Bild 5.15 dargestellte Stabelement erfolgen.

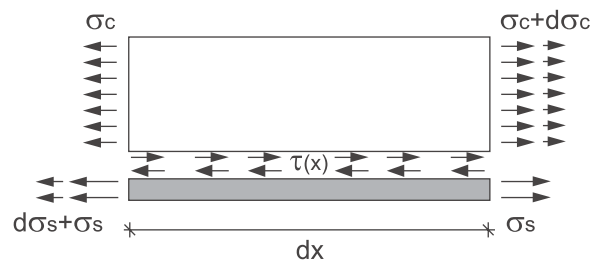


Bild 5.15: Differenzielles Stabelement für Stahlbeton

Es lassen sich für Beton, Stahl und Verbund die Spannungsbeziehungen über das Kräftegleichgewicht am Stabelement beschreiben. Es gilt:

$$\frac{d\sigma_s(x)}{dx} \cdot A_s = -\frac{d\sigma_c(x)}{dx} \cdot A_c = \tau(s(x)) \cdot U_s \tag{5.2}$$

Des Weiteren ergibt sich aus der Definition des Schlupfes als Relativverschiebung zwischen Beton und Stahl:

$$\frac{ds(x)}{dx} = \epsilon_s(x) - \epsilon_c(x) \quad (5.3)$$

Unter Beachtung der Bernoulli Hypothese und dem Hook'schen Werkstoffgesetz ergeben sich:

$$\frac{ds(x)}{dx} = \frac{\sigma_s(x)}{E_s} - \frac{\sigma_c(x)}{E_c} \quad (5.4)$$

und nach einmaligem Ableiten dieser Gleichung nach  $x$ :

$$\frac{d^2s(x)}{dx^2} = \frac{d\sigma_s(x)}{dx \cdot E_s} - \frac{d\sigma_c(x)}{dx \cdot E_c} \quad (5.5)$$

Nach Umformung dieser Gleichung unter Verwendung des Verhältnisses der Elastizitätsmodule ( $n$ ) mit

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad (5.6)$$

und den Bewehrungsgrad ( $\rho_{eff}$ ) erhält man die Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes zu:

$$\frac{d^2s(x)}{dx^2} = \frac{4 \cdot (1 + n \cdot \rho_{eff})}{d_s \cdot E_s} \cdot \tau(s(x)) \quad (5.7)$$

Im Rahmen dieser Arbeit werden lediglich die Lösungen der Differentialgleichungen für den Bereich bis zur maximalen Verbundspannung und der Zustand der Erstrissbildung betrachtet. Dafür werden die in Abschnitt 2.4.1 vorgestellten Verbundansätze verwendet. Für den Verbundansatz von NOAKOWSKI [67] (Gl. 2.33) ist in EMPELMANN [29] bereits die Differentialgleichung geschlossen gelöst worden. Über einen Koeffizientenvergleich kann somit auch die Differentialgleichung mit dem Verbundspannung-Schlupf-Ansatz des MODEL CODE 90 [10] gelöst werden. Die Laufkoordinate ( $x$ ) beginnt in diesem Fall am Ende der Einleitungslänge ( $l_e$ ). Es ergeben sich die Relativverschiebungen ( $s(x)$ ) zwischen Beton und Stahl zu

$$s(x) = \left( \frac{2 \cdot (1 + n \cdot \rho_{eff})}{E_s \cdot d_s} \cdot \tau_{max} \cdot \left( \frac{1}{s_1} \right)^\alpha \cdot \frac{(1 - \alpha)^2}{1 + \alpha} \right)^{\frac{1}{1 - \alpha}} \cdot x^{\frac{2}{1 - \alpha}} \quad (5.8)$$

und für die Spannungsbeziehungen

$$\sigma_s(x) = n \cdot f_{ct} + \frac{2}{1 - \alpha} \cdot \left( \frac{2}{d_s} \cdot \left( \frac{1 + n \cdot \rho_{eff}}{E_s} \right)^\alpha \cdot \tau_{max} \cdot \left( \frac{1}{s_1} \right)^\alpha \cdot \frac{(1 - \alpha)^2}{1 + \alpha} \right)^{\frac{1}{1 - \alpha}} \cdot x^{\frac{1 + \alpha}{1 - \alpha}} \quad (5.9)$$

$$\sigma_c(x) = f_{ct} - \frac{2}{1 - \alpha} \cdot \rho_{eff} \cdot \left( \frac{2}{d_s} \cdot \left( \frac{1 + n \cdot \rho_{eff}}{E_s} \right)^\alpha \cdot \tau_{max} \cdot \left( \frac{1}{s_1} \right)^\alpha \cdot \frac{(1 - \alpha)^2}{1 + \alpha} \right)^{\frac{1}{1 - \alpha}} \cdot x^{\frac{1 + \alpha}{1 - \alpha}} \quad (5.10)$$

$$\tau(x) = \left( \frac{2 \cdot (1 + n \cdot \rho_{eff})}{E_s \cdot d_s} \cdot \tau_{max}^{\frac{1}{\alpha}} \cdot \frac{1}{s_1} \cdot \frac{(1 - \alpha)^2}{1 + \alpha} \right)^{\frac{\alpha}{1 - \alpha}} \cdot x^{\frac{2 \cdot \alpha}{1 - \alpha}} \quad (5.11)$$

Des Weiteren ermittelt sich die Einleitungslänge ( $l_e$ ) zu:

$$l_e = \frac{2}{1 - \alpha} \cdot \left( \left( \frac{f_{ct}}{\rho_{eff}} \right)^{1 - \alpha} \cdot \left( \frac{E_s}{1 + n \cdot \rho_{eff}} \right)^\alpha \cdot \frac{d_s}{8} \cdot \frac{1 + \alpha}{\tau_{max} \cdot \left( \frac{1}{s_1} \right)^\alpha} \right)^{\frac{1}{1 - \alpha}} \quad (5.12)$$

In Bild 5.16 sind die Verbundspannung und die Dehnungen über die Einleitungslänge dargestellt. Die Eingangswerte sind:

- $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$
- $\rho_{eff} = 0,0114$
- $E_s = 196000 \text{ N/mm}^2$
- $E_c = 27778 \text{ N/mm}^2$

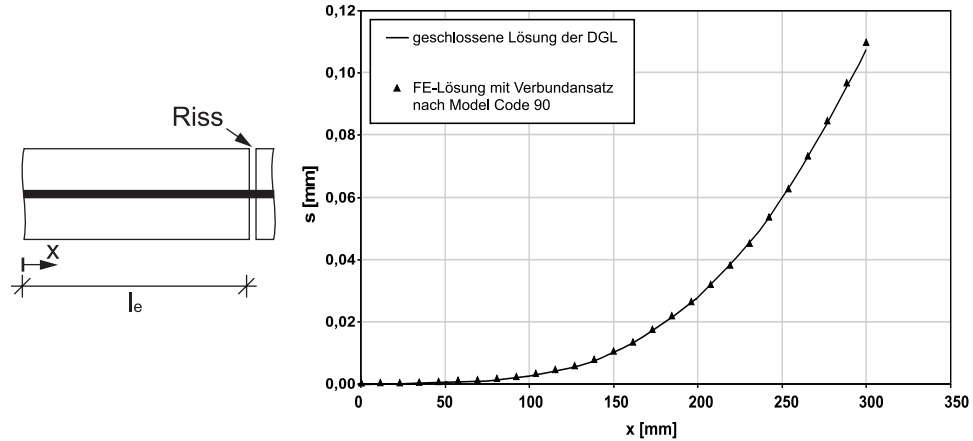


Bild 5.16: Verlauf des Schlupfes über die Einleitungslänge mit dem Verbundansatz nach MODEL CODE 90 [10] mit FE-Modell und geschlossener Lösung

Aus dem Verlauf des Schlupfes ( $s$ ) über die Länge ( $x$ ) wird deutlich, dass das verwendete FE-Modell die geschlossene Lösung der DGL des verschieblichen Verbundes mit hoher Genauigkeit wiedergeben kann.

Zur Lösung der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes unter Verwendung von Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen, welche nicht den gleichen Aufbau besitzen wie die Formulierungen von NOAKOWSKI [67] oder des Model Code 90 [10], kann dies auf analytische Weise geschehen. Dies ist notwendig um den Verbundspannungs-Schlupf-Ansatz von IDDA [42] (Gl. 3.29) zu lösen, da dieser als Eingangsparameter für die nichtlineare Federkennlinie zur Berechnung der Verformungen unter Berücksichtigung von Längsrissen verwendet werden soll. Die differentiellen Zusammenhänge werden dabei auf endliche Längen  $\Delta x$  bezogen. Die Integration erfolgt von der Lasteinleitung bis zum Punkt gleicher Dehnungen. Als Anfangswerte werden die Stahl- und Betonspannung am Lasteinleitungspunkt sowie der Anfangsschlupf benötigt. Die Betonspannung bei Lasteinleitung ist Null. Um die Stahlspannung für den Zustand der Erstrissbildung zu ermitteln, betrachtet man einen Schnitt am Punkt der Lasteinleitung ( $x=0$ ) und einen Schnitt, in dem Dehnungsgleichheit herrscht ( $x=l_e$ ). Zunächst muss aufgrund des Kräftegleichgewichts in den Schnitten

$$F(0) = \sigma_s(0) \cdot A_s = F(l_e) = \sigma_s(l_e) \cdot A_s + \sigma_c(l_e) \cdot A_{c,eff} \quad (5.13)$$

gelten. Unter Anwendung des Hook'schen Werkstoffgesetzes und einigen Umformungen ergibt sich:

$$\sigma_s(0) = \sigma_c(l_e) \cdot n \cdot \left( 1 + \frac{1}{n \cdot \rho_{eff}} \right) \quad (5.14)$$

Da die Betonspannung im Schnitt  $x=l_e$  der aufnehmbaren Betonzugfestigkeit ( $f_{ctm}$ ) entspricht, folgt für die Spannung der äußeren Belastung, die mit der Stahlspannung bei  $x=0$  identisch ist:

$$\sigma_s(0) = f_{ctm} \cdot n \cdot \left( 1 + \frac{1}{n \cdot \rho_{eff}} \right) \quad (5.15)$$

Damit sind die Spannungen für  $x=0$  vorhanden ( $\sigma_c(0) = 0$ ). Der Anfangsschlupf lässt sich nur iterativ ermitteln. Für den korrekten Wert muss am Ende der schrittweisen Integration sowohl  $\epsilon_s = \epsilon_c$  als auch  $\tau = 0$  gelten. Ist diese Bedingung nicht mit ausreichender Genauigkeit erfüllt, wird die Berechnung mit einem geänderten Wert für den Anfangsschlupf wiederholt. Für die schrittweise Integration werden folgende Beziehungen (Gl. 5.16) verwendet:

$$\begin{aligned}
 \tau_i &= f(s_i) \\
 \Delta\sigma_{s,i} &= \tau_i \cdot \frac{U_s}{A_s} \cdot \Delta x \\
 \sigma_{s,i+1} &= \sigma_{s,i} - \Delta\sigma_{s,i} \\
 \Delta\sigma_{c,i} &= \tau_i \cdot \frac{U_s}{A_{c,eff}} \cdot \Delta x \\
 \sigma_{c,i+1} &= \sigma_{c,i} + \Delta\sigma_{c,i} \\
 \Delta s_i &= \frac{\sigma_{s,i} - n \cdot \sigma_{c,i}}{E_s} \cdot \Delta x \\
 s_{i+1} &= s_i - \Delta s_i \\
 \tau_{i+1} &= f\left(\frac{s_i + s_{i+1}}{2}\right)
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

Mit diesem analytischen Ansatz kann die Differentialgleichung für jedes Verbundgesetz gelöst werden. Das die analytische Lösung annähernd die gleichen Ergebnisse liefert wie die geschlossene Lösung, kann aus Bild 5.17 entnommen werden. Dargestellt ist der Schlupf über die Einleitungslänge für den Ansatz nach MODEL CODE 90 [10] für die geschlossene und die analytische Lösung. Beim Vergleich von Berechnungen, die nicht mit dem selben Lösungsverfahren durchgeführt wurden, ist zu beachten, dass bei der analytischen Lösung die Laufvariable  $x$  im Riss und bei der geschlossenen Lösung am Punkt der Dehnungsgleichheit beginnt.

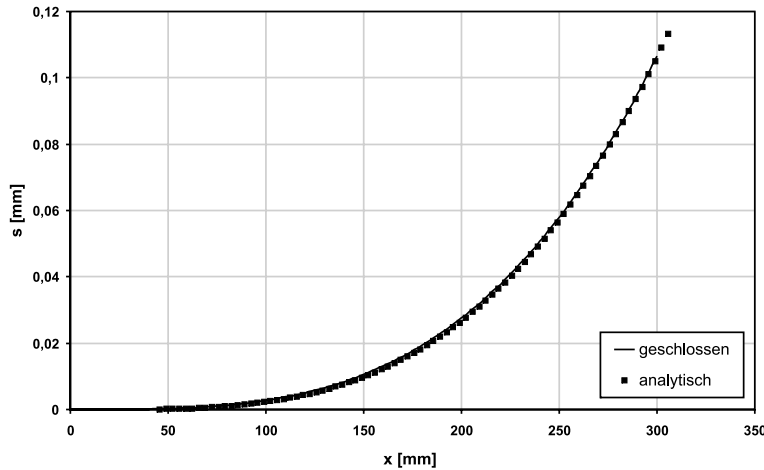


Bild 5.17: Vergleich des Schlupfes über die Einleitungslänge für den analytischen und den geschlossenen Lösungsansatz nach MODEL CODE 90 [10]

Unter Verwendung von Gl. 5.16 kann der Verlauf der Spannungen und des Schlupfes für den Verbundansatz von IDDA [42] mit denen des FE-Modells verglichen werden. Dieser Vergleich zeigt - wie auch schon in Bild 5.16 - keine erkennbaren Unterschiede der beiden Lösungsmöglichkeiten. Somit kann das FE-Modell zur weiteren Berechnung der Verformungen unter Verwendung des Verbundansatzes von IDDA [42] verwendet werden.

In [45] werden auf Grundlage dieses FE-Modells und der Verwendung der Spezifikationen der Ver-



Tabelle 5.5: Variation der Werte für die FE-Parameterstudie

Längsrissbreite $w$ [mm]	Rissabstand $s_r$	Betonfestigkeit $f_{ck}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Bewehrungsdurchmesser $d_s$ [mm]
0,0 - 0,4	$1,0 \cdot l_e - 2,0 \cdot l_e$	20,0; 50,0	8; 14; 25

suchsserie ZSL Berechnungen zum Last-Verformungs-Verhalten angestellt. In Bild 5.18 werden die Last-Verformungs-Kurven für verschiedene Längsrissweiten unter Verwendung des Verbundspannungs-Schlupf-Gesetzes von IDDA [42] mit der des Versuchskörpers ZSL 03 verglichen. Dieser Versuchskörper weist einen durchgehenden Längsriss mit einer Längsrissbreite von 0,1 mm auf. Die Berechnung mit einer Längsrissbreite ( $w$ ) von 0,1 mm zeigt im gesamten Lastbereich eine sehr gute Übereinstimmung mit den Versuchsdaten. Erkennbar ist hier auch der relativ geringe Einfluss der Längsrissbreite auf die Betonmitwirkung.

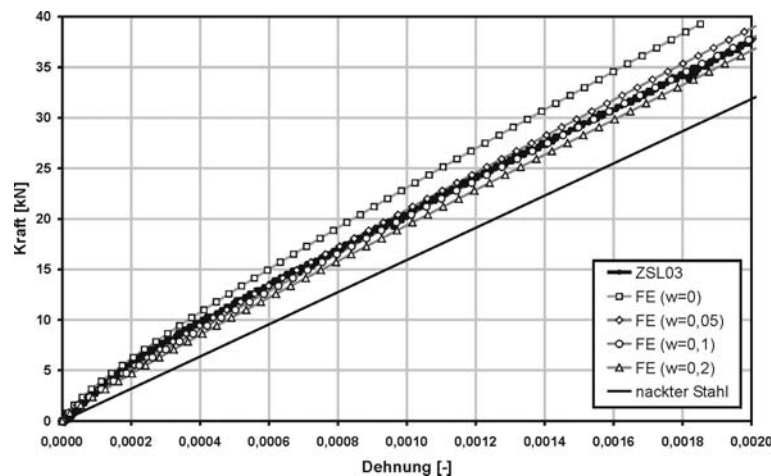


Bild 5.18: Nachrechnung der Versuchskörperspezifikation ZSL 03 mit FE-Modell und unterschiedlichen Längsrissweiten in [45]

Im folgenden Abschnitt wird mit Hilfe des FE-Modells der Einfluss verschiedener Parameter auf die Verformungen im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung untersucht. Die variierten Parameter sind:

- Längsrissbreite ( $w$ )
- Rissabstand ( $s_r$ )
- Betonfestigkeit ( $f_{ck}$ )
- Bewehrungsdurchmesser ( $d_s$ )

Die verwendeten Werte der Parameter finden sich in Tabelle 5.5.

Als Referenzwert wird hierbei die Dehnung des Versuchskörpers ohne Längsriss ( $w=0$ ) genommen. Diese entspricht einem Mitwirkungsfaktor nach MODEL CODE 90 [10] von  $\beta_t=0,405$ . In Abhängigkeit der sich durch die Variation der Parameter einstellenden Dehnungen wird der jeweilige abgeminderte Mitwirkungsfaktor ( $\beta_{t,abg}$ ) im Vergleich zur Referenzdehnung berechnet.

Bild 5.19 zeigt beispielhaft die Ergebnisse der Parameterstudie für einen Bewehrungsdurchmesser von 14 mm. Die Ergebnisse zeigen einen ähnlichen Verlauf wie die Abnahme der maximalen Verbundspannung ( $\tau_{max}$ ) infolge Längsrissbildung nach IDDA [42] (Bild 3.32).

Stellt man einen Zusammenhang zwischen der Abnahme der maximalen Verbundspannung infolge Längsrissbildung nach Gl. 3.30 und den Funktionen der FE-Parameterstudien auf, so kann der abgeminderte Mitwirkungsfaktor ( $\beta_{t,abg}$ ) als Funktion der Abnahme der maximalen Verbundspannung aufgefasst werden. Hieraus ergibt sich folgender Zusammenhang:

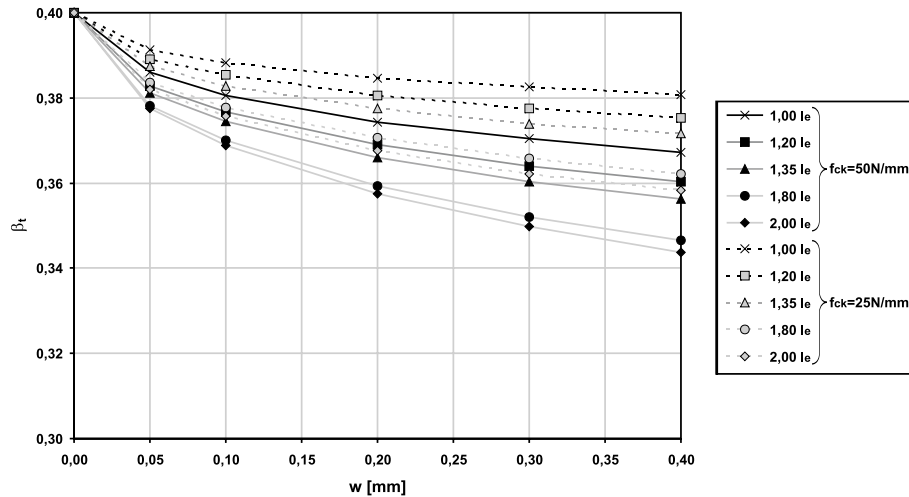


Bild 5.19: Abnahme des Mitwirkungsfaktors ( $\beta_t$ ) in Abhängigkeit der Längsrisssbreite für Bewehrungsdurchmesser  $d_s = 14$  mm

$$\beta_{t,abg} = \beta_t \cdot \frac{\tau_{max}(w)}{\tau_{max}(w=0)} \cdot \mathbf{F}(w, s_r, f_{ck}, h_s) \quad (5.17)$$

mit:  $\frac{\tau_{max}(w)}{\tau_{max}(w=0)} = e^{-1,4 \sqrt{\frac{w}{h_s}}}$

Die unbekannte Funktion  $\mathbf{F}$  kann abhängig sein von der Längsrisssbreite ( $w$ ), von dem angenommenen Rissabstand ( $s_r$ ), der Betonfestigkeit ( $f_{ck}$ ) und der Rippenhöhe ( $h_s$ ) der verwendeten Bewehrung. Zur Untersuchung, welche der genannten Parameter einen nicht zu vernachlässigbaren Einfluss auf den Mitwirkungsfaktor ( $\beta_{t,abg}$ ) haben, werden die Ergebnisse der FE-Parameterstudien (siehe Bild 5.19) durch den jeweilige Verhältniswert der maximalen Verbundspannungen ( $\tau_{max}(w)/\tau_{max}(w=0)$ ) geteilt. Die sich hieraus einstellenden Wertepaare sind in Bild 5.20 wiedergegeben.

Aus diesem Bild wird erkennbar, dass die Hauptabhängigkeit der unbekanntes Funktion  $\mathbf{F}(w, s_r, f_{ck}, h_s)$  von den Parametern Längsrisssbreite ( $w$ ) und dem Bewehrungsdurchmesser ausgedrückt durch die Rippenhöhe ( $h_s$ ) besteht. Die Einzelwerte für die jeweiligen Bewehrungsdurchmesser weisen nur eine geringe Streuung auf. Die Betonfestigkeit ( $f_{ck}$ ), welche auf die Abnahme der maximalen Verbundspannung infolge Längsrisssbildung keinen Einfluss hat, weist bedingt zwar Unterschiede in den Funktionswerten auf, jedoch ist der Einfluss hier als eher gering einzustufen. Im Hinblick auf den als gering einzustufenden Einfluss der Längsrisssbreite auf das Gesamtverformungsverhalten im Vergleich zur Tatsache einer vorhandenen oder nicht vorhandenen Rissbildung entlang eines Bewehrungsstabes [45] kann der Einfluss der Betonfestigkeit vernachlässigt werden. Gleiches gilt auch für den angenommenen und in den FE-Parameterstudien variierten Rissabstand ( $s_r$ ). Der Verlauf der Funktion  $\mathbf{F}$  kann damit näherungsweise als linear abhängig von der Längsrisssbreite ( $w$ ) angenommen werden, wobei die Steigung der Funktion von der jeweiligen Rippenhöhe der betrachteten Bewehrung abhängt. Die Funktion  $\mathbf{F}$  wird als lineare Regressionsgerade durch die Wertepaare der einzelnen Bewehrungsdurchmesser gefunden. Sie ergibt sich zu:

$$F = a + b \cdot w \quad (5.18)$$

mit:  $a = 1,27 - 0,14 \cdot h_s$   
 $b = \frac{0,6 + h_s}{h_s} - 1,3$

Die Anwendbarkeit dieser Funktion ist aufgrund der im Rahmen dieser Arbeit angestellten Untersuchungen auf den Wertebereich von  $0,05 \text{ mm} \leq w \leq 0,5 \text{ mm}$  beschränkt. Für den Fall nicht vorhandener Längsrisse gilt  $F(w=0) = 1,0$ . In Bild 5.20 ist der Verlauf der Funktion ( $\mathbf{F}$ ) für die untersuchten Bewehrungsdurchmesser (8, 14 und 25 mm) vergleichend mit den aus der FE-Studie bestimmten Wertepaaren

dargestellt.

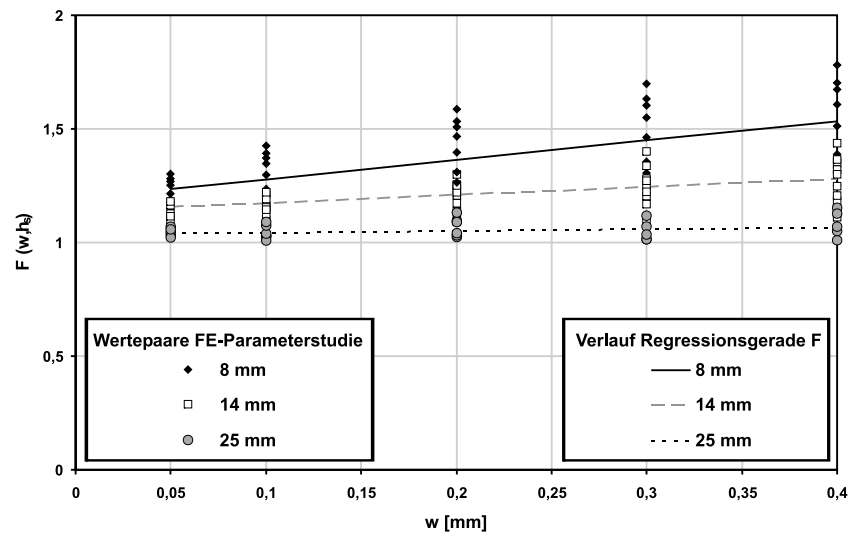


Bild 5.20: Verläufe der Funktion  $F(w, h_s)$  für Bewehrungsdurchmesser 8, 14 und 25 mm

Damit lässt sich der Mitwirkungsfaktor ( $\beta_{t,abg}$ ) für alle Bewehrungsdurchmesser ( $d_s$ ) in Abhängigkeit von der Längsrisssbreite entlang der betrachteten Bewehrung bestimmen. Für den Bereich bis zu einer Längsrisssbreite von 0,5 mm wird die Formulierung nach Gl. 5.17 und 5.18 in Bild 5.21 ausgewertet.

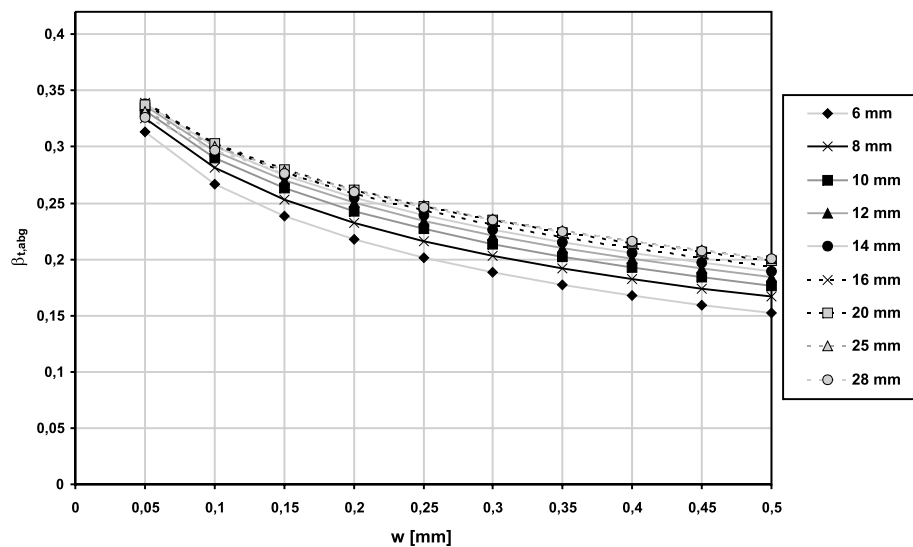


Bild 5.21: Mitwirkungsfaktor  $\beta_{t,abg}$  für unterschiedliche Bewehrungsdurchmesser in Abhängigkeit von der Längsrisssbreite ( $w$ )

## 5.4 Verhalten unter Schwellbeanspruchung

Mit zwei Versuchskörpern (ZSS 8A und ZSL 11) wird nach der Rissbildung entlang der Bewehrung eine Beanspruchung mit 1000 Lastzyklen in Längsrichtung aufgebracht. Die Parameter der Schwellbeanspruchung für die Versuchskörper sind Tab. 5.4 zu entnehmen. Bei den getesteten Körpern handelt es sich um ein scheibenartiges Bauteil (ZSS) und einen Zugstab mit Längsris (ZSL). Ziel ist

Tabelle 5.6: Belastungsparameter der Schwellbelastung

Versuchskörper	Unterspannung $\sigma^u$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Mittelspannung $\sigma^m$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Oberspannung $\sigma^o$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Lastwechsel [-]	Frequenz [Hz]
ZSS 8A	50	250	400	1000	0,5
ZSL 11	88	222	355	1000	0,5

die Überprüfung, ob eine Verbundschwächung infolge Rissbildung entlang der Bewehrung bei einer Schwellbeanspruchung ein abweichendes zu dem in Abschnitt 3.2 beschriebenen Verhalten aufzeigt, d.h. hier eine größere Dehnungszunahme infolge Schwellbeanspruchung als bei Versuchskörpern ohne Längsrisse auftritt. In Bild 5.22 und 5.23 sind die Last-Verformungs-Kurven der Versuchskörper dargestellt.

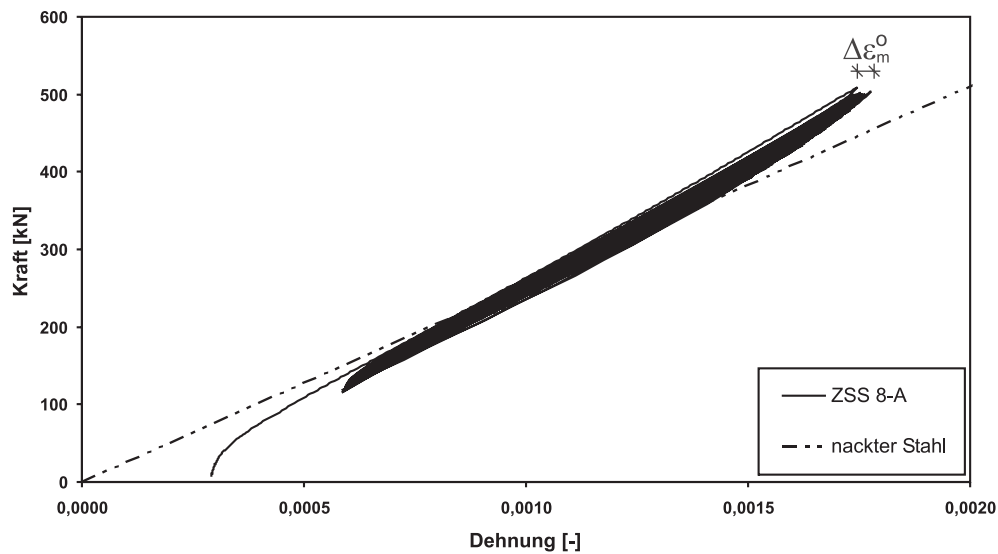


Bild 5.22: Last-Verformungs-Kurve (ZSS 8A) unter Schwellbelastung

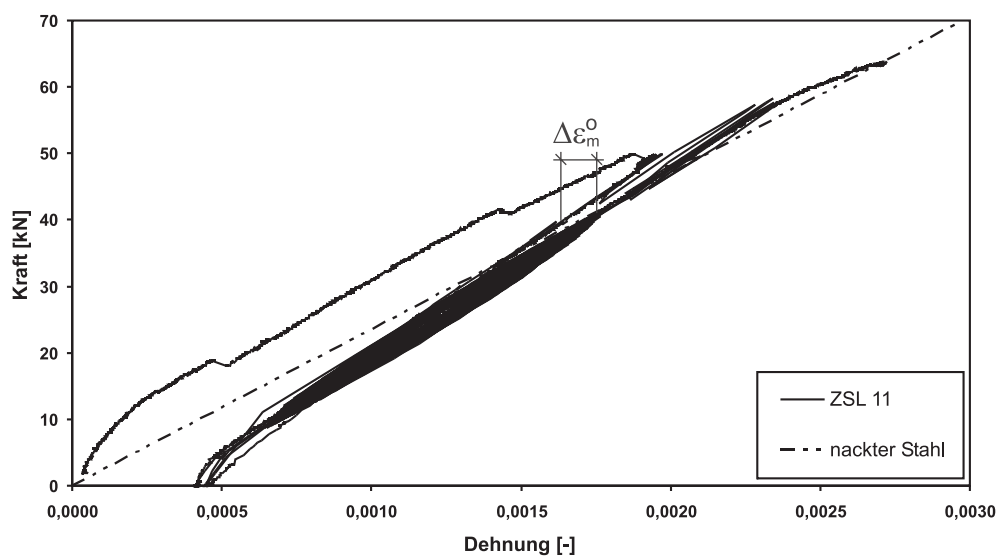


Bild 5.23: Last-Verformungs-Kurve (ZSL 11) unter Schwellbelastung

Tabelle 5.7: Vergleich der Dehnungszunahme infolge Schwellbelastung

Versuchskörper	$\Delta\epsilon_m^{o1}$	$\Delta\epsilon_m^{on}$	$\Delta\epsilon_m^o$	$\Delta\epsilon_m^o(\text{Mehlhorn})$	$\Delta\epsilon_m^o(\text{Seibel})$
ZSS 8A	$1,741 \cdot 10^{-3}$	$1,781 \cdot 10^{-3}$	$0,04 \cdot 10^{-3}$	$0,17 \cdot 10^{-3}$	$0,125 \cdot 10^{-3}$
ZSL 11	$1,91 \cdot 10^{-3}$	$2,11 \cdot 10^{-3}$	$0,20 \cdot 10^{-3}$	$0,21 \cdot 10^{-3}$	$> 0,13 \cdot 10^{-3}$

Am Last-Verformungs-Verhalten ist erkennbar, dass sich die Dehnung bei Unterlast schon nach wenigen Lastwechseln einem Grenzwert nähert, wohingegen die Dehnungen bei Oberlast mit zunehmender Lastspielzahl größer werden. Die von MEHLHORN [33] gewonnenen Erkenntnisse können somit grundsätzlich bestätigt werden. Die Dehnungszunahme bei Oberlast  $\Delta\epsilon_m^o$  lässt sich aus den Messwerten ablesen. In Tab. 5.4 werden die gemessenen Werte mit den nach SEIBEL [88] und MEHLHORN [33] ermittelten verglichen. Hierbei bezeichnen die Zahlenwerte in der ersten ( $\Delta\epsilon_m^{o1}$ ) und zweiten ( $\Delta\epsilon_m^{on}$ ) Spalte die Dehnung beim ersten und letzten Lastwechsel. Aus der Differenz der beiden Werte wird die Dehnungszunahme ( $\Delta\epsilon_m^o$ ) bestimmt. Zur Ermittlung der Vergleichswerte dienen die in Abschnitt 3.2 dargestellten Diagramme (Bild 3.12 und 3.13). Als Eingangswert für das Diagramm von MEHLHORN [33] werden die Oberspannung, der Bewehrungsgrad, die Lastspielzahl und die Dehnung infolge der Erstbelastung benötigt. Da das Diagramm von Mehlhorn allerdings nur bis zu einer Oberspannung  $\sigma^o = 340 \text{ N/mm}^2$  angelegt ist und nicht ohne weiteres extrapoliert werden kann, stellt der dadurch ermittelte Wert lediglich einen Grenzwert dar. In dem Diagramm nach [33] nimmt die Dehnungszunahme mit steigender Oberspannung ab. Somit stellt der hier dargestellte Wert für  $\Delta\epsilon_m^o$  einen oberen Grenzwert dar.

Der Bewehrungsgrad des Versuchskörpers ZSS 8A beträgt 1,279 %, wohingegen die Darstellung nach SEIBEL [88] nur bis zu einem Bewehrungsgrad von minimal 2 % reicht. Hier ist eine Extrapolation ebenfalls nicht ohne weiteres möglich. Deshalb stellt der hier angegebene Wert für  $\Delta\epsilon_m^o$  einen unteren Grenzwert dar. Die am Versuchskörper ZSS 8A gemessenen Dehnungen sind deutlich kleiner als die nach SEIBEL [88] und MEHLHORN [33] berechneten. Eine mögliche Ursache für diese Differenzen könnte sein, dass diese Formulierungen zum Großteil aus Versuchen mit Stahlbetonzugstäben ermittelt wurden. Für den Versuchskörper ZSL 11 liegt die Abweichung zu MEHLHORN [33] im Rahmen der Ablesegenauigkeit und ist damit vernachlässigbar. Über das Diagramm nach SEIBEL [88] lässt sich auf Grund des geringen Bewehrungsgrades ( $\rho_{eff} = 0,011$ ) nur eine untere Schranke abschätzen. Diese ist kleiner als die im Versuch ermittelte Dehnungszunahme des Körpers ZSL 11.

Es bleibt festzuhalten, dass die im Versuch gemessenen Dehnungszunahmen von ihrer Größenordnung im Bereich der Formulierungen von SEIBEL [88] und MEHLHORN [33] liegen und diese nicht deutlich überschreiten. Daher kann zu dem Schluss gekommen werden, dass die Verbundschwächung infolge Längsrissbildung zu keiner erhöhten Dehnungszunahme infolge Schwellbeanspruchung führt.

## 5.5 Zusammenfassung der Untersuchungen zur bewehrungsparallelen Rissbildung

Zusammenfassend können zu dem Last-Verformungs-Verhalten von Bauteilen mit bewehrungsparalleler Rissbildung nachfolgende Aussagen aufgestellt werden:

- Die Erstrisslasten in Längsrichtung bei einer zuvor aufgetragenen Querkraftbeanspruchung liegen unterhalb der Werte der einaxialen Zugbeanspruchung. Die Abnahme beträgt ca. 10 Prozent und wird für die nachfolgenden Berechnungen vernachlässigt.
- Die Rissabstände können auch bei einer zweiachialen Zugbeanspruchung mittels der einaxialen Formulierung für die Rissabstände unter Berücksichtigung der Querbewehrung zutreffend ermittelt werden.
- Die Dehnsteifigkeit im gesamten Lastbereich beim Vorhandensein von bewehrungsparallelen Rissen liegt deutlich unter der Dehnsteifigkeit einaxial gezogener Bauteile.
- Der prozentuale Anteil der Bewehrung mit Längsrissen zeigt einen deutlichen Einfluss auf die Abnahme des Mitwirkungseffektes.
- Die Größe einer Querkraftbeanspruchung und damit die Rissbreite der bewehrungsparallelen Risse beeinflusst die Abnahme der Dehnsteifigkeit derartig beschaffener Körper nur unwesentlich.
- Das Last-Verformungs-Verhalten kann unter Verwendung der einaxialen Beschreibung unter Verwendung eines reduzierten Mitwirkungsfaktors ( $\beta_{t,abg}$ ) erfolgen.
- Unter Zuhilfenahme der FE-Methode kann ein funktioneller Zusammenhang zwischen dem reduzierten Mitwirkungsfaktor ( $\beta_{t,abg}$ ) und der Abnahme der maximalen Verbundspannungen infolge Rissbildung entlang der Bewehrung nach IDDA [42] hergestellt werden.
- Bauteile mit bewehrungsparallelen Rissen unter einer Zugschwellbeanspruchung verhalten sich in Bezug auf eine Dehnungszunahme durch diese Beanspruchung wie Bauteile ohne diese Risse.

## Kapitel 6

# Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens zweiaxial gezogener Stahlbetonscheiben

### 6.1 Folgerungen aus den Versuchsergebnissen

Die Versuche an Stahlbetonzugkörpern mit bewehrungsparallelen Rissen haben gezeigt, dass die Rissbreite dieser Risse einen Einfluss auf den Mitwirkungseffekt unter einer Zugbeanspruchung hat. Allerdings ist die Tatsache, ob eine Verbundschwächung aufgrund Längsrissbildung auftritt oder nicht von größerem Einfluss auf die Dehnsteifigkeit als die eigentliche Rissbreite dieses Längsrisses. Durch die fehlende Längsrissbildung besitzen diese Bereiche des Körpers eine höhere Steifigkeit und können zum Teil Betonbereiche, die dem Mitwirkungsbereich der angrenzenden Bewehrung mit Riss zuzuordnen sind, zusätzlich aktivieren. Hierdurch wird die Abnahme der Betonmitwirkung zum Teil wieder kompensiert.

Unter Berücksichtigung dieser Tatsache kann wie folgt vorgegangen werden, um das Last-Verformungs-Verhalten von Stahlbetonzugkörpern mit Längsrissen unter Zugbeanspruchung zu beschreiben:

1. Aufteilung des Gesamtkörpers in Teilkörper in Abhängigkeit der Rissabstände und des Einflussbereichs der Bewehrung
2. Unterteilung in Zugstäbe mit vollem Verbund und geschwächtem Verbund
3. Ermittlung der Einzelsteifigkeiten für den vollen und geschwächten Verbund
4. Addition der Einzelsteifigkeiten

Als untere Grenze der Zugsteifigkeit kann der Fall angesehen werden, dass sich infolge Längsrissbildung keine Verbundwirkung zwischen Stahl und umgebendem Beton mehr einstellen kann. Damit kann die infolge Querszugbelastung gerissene Scheibe, wie in Bild 6.1 zu erkennen, in Einzelzugglieder und nackte Bewehrungsstangen zerlegt werden.

Der obere Grenzwert stellt sich im Gegensatz dazu als ein Zugkörper ohne Verbundschwächung durch bewehrungsparallele Rissbildung dar.

In Bild 6.2 sind für die Spezifikationen des Versuchskörpers ZSS 5A die beiden Grenzfälle des vollen Verbundes und des nicht mehr vorhandenen Verbundes der Bewehrungsstangen mit Längsriss unter Verwendung von Gl. 4.10 dargestellt. Deutlich wird hierbei der klar erkennbare Unterschied in den Dehnungen der beiden Grenzfälle und macht damit nochmals die Notwendigkeit einer formelmäßigen Berücksichtigung dieses Sachverhaltes klar.

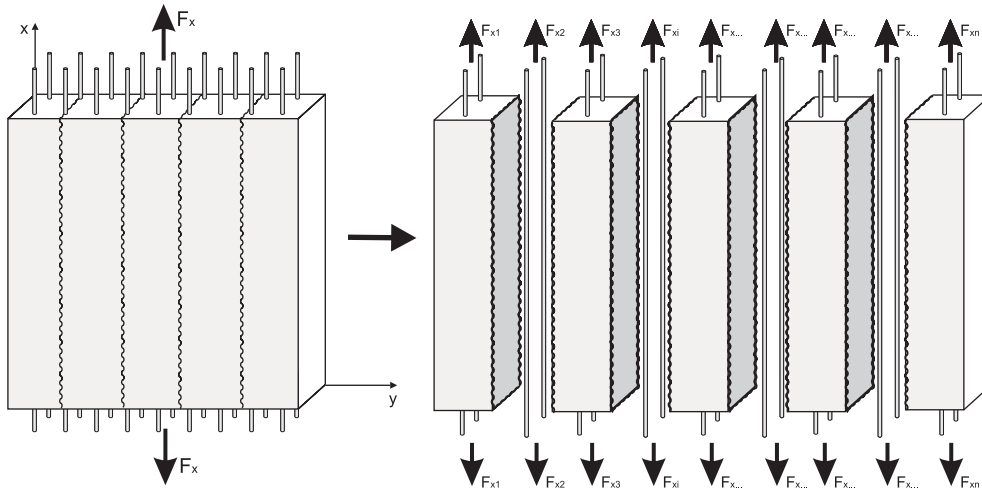


Bild 6.1: Zerlegung der gerissenen Scheibe in Teilkörper (unterer Grenzwert)

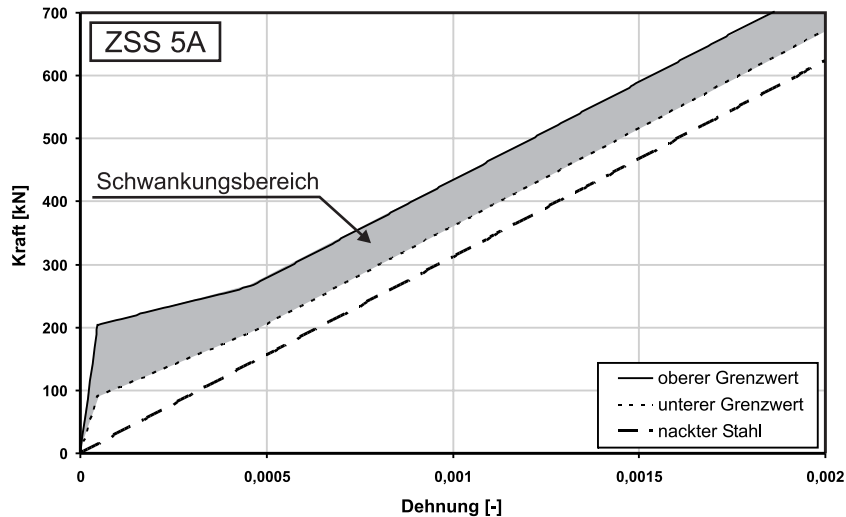


Bild 6.2: Grenzfälle der Mitwirkung einer gezogenen Stahlbetonscheibe am Beispiel des Versuchskörpers ZSS 5A

## 6.2 Berechnungsmodell

Das im vorherigen Abschnitt beschriebene Vorgehen ist unter Beachtung aller notwendigen Aspekte in Bild 6.3 zusammengefasst. Mit diesem Berechnungsmodell ist es somit möglich, das Last-Verformungsverhalten von Stahlbetonzugkörpern mit bewehrungsparallelen Rissen zu beschreiben.

Grundsätzlich wird je nach Reihenfolge der Aufbringung der Beanspruchung zunächst die Längs- bzw. Querrichtung des Stahlbetonkörpers unter einer einaxialen Zugbeanspruchung betrachtet. Hier wird davon ausgegangen, dass der betrachtete Körper zunächst in Querrichtung belastet wird.

Als Eingangswerte für die einaxiale Zugbeanspruchung werden die Materialparameter des Betons und des Bewehrungsstahls benötigt. Des Weiteren sind die Bauteilgeometrie sowie der Durchmesser der verwendeten Bewehrung sowohl in Längs- und Querrichtung als Eingangswerte erforderlich. Mit Gl. 4.3



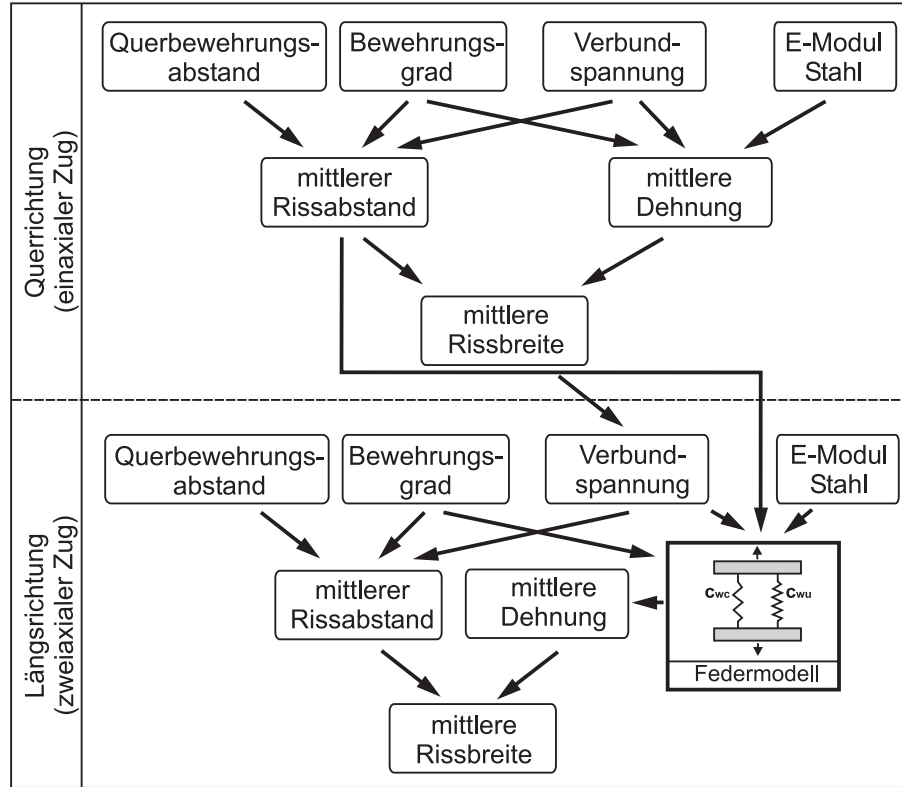


Bild 6.3: Zusammenhänge zwischen ein- und zweiachsialer Zugbeanspruchung [73]

$$F_{rC} = f_{ctm} \cdot (A_{c,abg} + n \cdot A_s) \quad (6.1)$$

mit:  $A_{c,abg} = A_{c,eff} \cdot (1 - \alpha_k \cdot \rho_C)$

kann die Erstrisslast ermittelt werden. Ist die Querbewehrung mit der Längsbewehrung starr verbunden (Schweißpunkt oder Rödeldraht), so ist der Faktor  $\alpha_k$  zu 1,0 zu setzen. Im anderen Fall ist  $\alpha_k$  gleich Null. Sind Eigenspannungen infolge Schwinden zu erwarten, so ist die Betonzugfestigkeit nach Gl. 4.5

$$f_{ctm,S} = \underbrace{0,784}_{\alpha_S} \cdot f_{ctm} \quad (6.2)$$

um den Faktor  $\alpha_S$  abzumindern. Das Last-Verformungs-Verhalten ergibt sich nach Gl. 4.10 zu

ungerissen ( $0 < \sigma_s \leq \sigma_{sr,abg}$ )

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s1}$$

sukzessive Rissbildung ( $\sigma_{sr,abg} < \sigma_s \leq 1,3 \sigma_{sr,abg}$ )

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - \left( \frac{\beta_t(\sigma_s - \sigma_{sr,abg})}{0,3 \sigma_{sr,abg}} \cdot (\epsilon_{sr2} - \epsilon_{sr1}) + \frac{1,3 \sigma_{sr,abg} - \sigma_s}{0,3 \sigma_{sr,abg}} \cdot (\epsilon_{sr2,abg} - \epsilon_{sr1,abg}) \right) \quad (6.3)$$

abgeschlossene Rissbildung ( $1,3 \sigma_{sr,abg} < \sigma_s \leq f_y$ )

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - \beta_t(\epsilon_{sr2} - \epsilon_{sr1})$$

Hierbei werden drei Bereiche unterschieden. Es sind der ungerissene Bereich, der Bereich der sukzes-

siven Rissbildung und der Bereich der abgeschlossenen Rissbildung.  
Zur Bestimmung der mittleren Rissbreite ( $w_m$ ) nach Gl. 4.11

$$w_m = s_{rC} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \quad (6.4)$$

wird noch der mittlere Rissabstand unter Berücksichtigung der Querbewehrung nach Gl. 4.9 benötigt.

$$\begin{aligned} s_C < l_{e,abg} &\quad \rightarrow \quad s_{rC} = 1,35l_{e,abg} \\ l_{e,abg} \leq s_C \leq 1,48s_{rm} &\quad \rightarrow \quad s_{rC} = s_C \\ 1,48s_{rm} \leq s_C \leq 2,8s_{rm} &\quad \rightarrow \quad s_{rC} = 0,5s_C \\ 2,8s_{rm} \leq s_C \leq 3,7s_{rm} &\quad \rightarrow \quad s_{rC} = 0,33s_C \\ 3,7s_{rm} \leq s_C &\quad \rightarrow \quad s_{rC} = s_{rm} \end{aligned} \quad (6.5)$$

Damit ist die mittlere Rissbreite ( $w_m$ ) im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung für jede Laststufe unter einaxialer Zugbeanspruchung berechenbar.

Für die Beschreibung des Verhaltens des Körpers unter der nachfolgend aufgetragenen Zugbeanspruchung in der zweiten Richtung - senkrecht zur einaxialen Zugbeanspruchung - sind neben den Querschnittswerten und den Materialparametern auch der mittlere Rissabstand und die mittlere Rissbreite aus den Berechnungen der einaxialen Zugbeanspruchung als Eingangswert erforderlich.

Für die Bestimmung der Erstrisslast wird näherungsweise ebenfalls der einaxiale Beanspruchungszustand vorausgesetzt und diese Last mit den Gln. 4.3 und 4.5 berechnet. Der mittlere Rissabstand ergibt sich ebenfalls, wie bei der reinen einaxialen Zugbeanspruchung unter Berücksichtigung der Querbewehrung, nach Gl. 4.9. Die Dehnsteifigkeit des betrachteten Körpers ist abhängig davon, bei wie vielen Bewehrungsstäben eine Verbundschwächung aus bewehrungsparallelen Rissen auftritt und welche Breite diese Längsrisse besitzen. Aus dem Vergleich zwischen dem aus der einaxialen Zugbeanspruchung berechneten mittleren Rissabstand und dem Bewehrungsabstand der jetzt beanspruchten Bewehrung lässt sich der Anteil der Bewehrungsstangen bestimmen, die einen bewehrungsparallelen Längsriss aufweisen. Für die Bewehrungsstäbe ohne Längsriss gilt die volle Verbundsteifigkeit mit einem Mitwirkungsfaktor ( $\beta_t$ ) in Gl. 4.10 von 0,405.

Für die Bewehrungsstangen mit bewehrungsparallelem Längsriss erfolgt die Berücksichtigung der Verbundschwächung über den abgeminderten Mitwirkungsfaktor ( $\beta_{t,abg}$ ) in Gl. 4.10.

ungerissen ( $0 < \sigma_s \leq \sigma_{sr,abg}$ )

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s1}$$

sukzessive Rissbildung ( $\sigma_{sr,abg} < \sigma_s \leq 1,3\sigma_{sr,abg}$ )

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - \left( \frac{\beta_{t,abg}(\sigma_s - \sigma_{sr,abg})}{0,3\sigma_{sr,abg}} \cdot (\epsilon_{sr2} - \epsilon_{sr1}) + \frac{1,3\sigma_{sr,abg} - \sigma_s}{0,3\sigma_{sr,abg}} \cdot (\epsilon_{sr2,abg} - \epsilon_{sr1,abg}) \right) \quad (6.6)$$

abgeschlossene Rissbildung ( $1,3\sigma_{sr,abg} < \sigma_s \leq f_y$ )

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - \beta_{t,abg} \cdot (\epsilon_{sr2} - \epsilon_{sr1})$$

Der durch Verbundschwächung abgeminderte Mitwirkungsfaktor ergibt sich aus Gl. 5.17 und Gl. 5.18 zu:

$$\beta_{t,abg} = \beta_t \cdot e^{-1,4 \cdot \sqrt{\frac{w}{h_s}}} \cdot \left( 1,32 - 0,072 \cdot h_s + \frac{1,4 + h_s}{h_s} \cdot w \right) \quad (6.7)$$

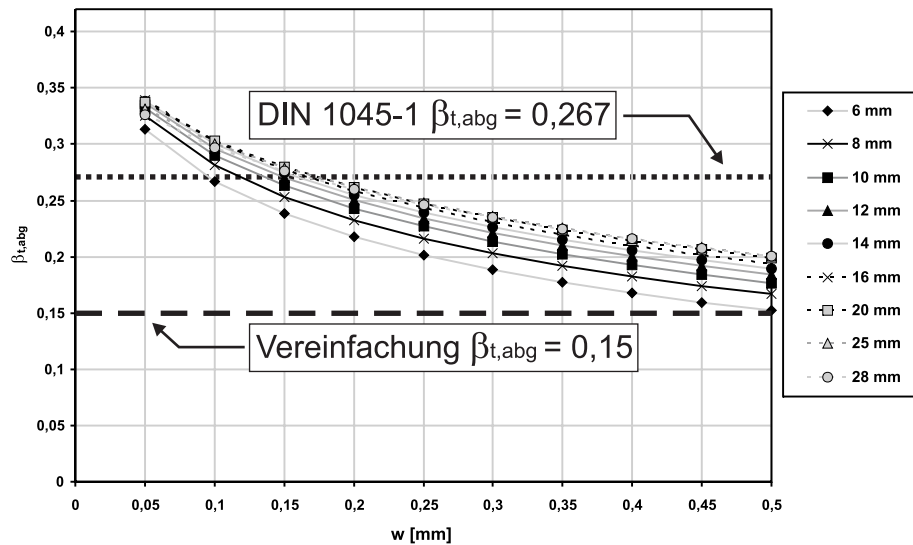


Bild 6.4: Mitwirkungsfaktor  $\beta_{t,abg}$  für unterschiedliche Bewehrungsdurchmesser in Abhängigkeit von der Längsrissbreite ( $w$ ) und unterer Grenzwert

In Bild 6.4 ist neben der Auswertung der Formulierung aus Gl. 6.7 zusätzlich die Forderung der DIN 1045-1 [2] aufgenommen, die mittlere Verbundspannung um ein Drittel abzumindern, wenn im Verankerungsbereich Risse entlang der Bewehrung infolge Querkzugkräften auftreten. Es zeigt sich, dass diese Reduktion lediglich für geringe Rissbreiten den Mitwirkungseffekt zutreffend erfasst, während es für größere Rissbreiten zu einer Überschätzung der Betonmitwirkung kommt. Als auf der sicheren Seite liegende Vereinfachung erscheint es sinnvoll, den Mitwirkungsfaktor beim Vorhandensein von bewehrungsparallelen Rissen auf einen unteren Grenzwert von 0,15 abzumindern.

Da sowohl Bewehrungsstäbe mit und ohne Längsriss die gleichen Dehnungen erfahren, kann der Körper als ein System von zwei parallelen Federn mit den Federsteifigkeiten  $c_{wu}$  (ungeschwächter Anteil) und  $c_{wc}$  (geschwächter Anteil) - wie in Bild 6.3 dargestellt - aufgefasst werden, die abhängig von ihren Federsteifigkeiten unterschiedlich große Kräfte übernehmen. Zur Aufstellung des Last-Verformungsverhaltens des derartig belasteten Körpers müssen nun lediglich die Einzelkräfte der Stäbe mit und ohne Längsriss für die jeweilige Dehnung aufaddiert werden. Aus dem mittleren Rissabstand und der mittleren Dehnung kann abschließend die mittlere Rissbreite ermittelt werden.

Die mittlere Rissbreite ( $w_m$ ) unter zweiachsialer Zugbeanspruchung kann damit mit Gl. 4.11 bestimmt werden, wobei für die mittlere Stahldehnung ( $\epsilon_{sm}$ ) die Formulierung nach Gl. 6.6 bzw. die Dehnung aus dem zuvor beschriebenen Federmodell zu verwenden ist.

## 6.3 Versuchsnachrechnung

Die Anwendung des zuvor vorgestellten Berechnungsmodells erfolgt auf zwei Versuche unter zweiachsialer Zugbeanspruchung. Dies ist zum einen der Versuchskörper ZSS 8B aus den eigenen Versuchen und der Versuchskörper MB 3 von OESTERLE, RUSSEL [69].

### 6.3.1 Nachrechnung von ZSS 8B

Die als Eingangswerte für die Berechnung benötigten Material- und Geometriewerte sind in Tab. 6.1 zusammengefasst. Für die Berechnung des Mitwirkungsfaktors ( $\beta_{t,abg}$ ) wird von einer Rissbreite von 0,1 mm entlang der Bewehrung ausgegangen. Dies entspricht der mittleren Rissbreite nach vollkommener Entlastung des Prüfkörpers, ermittelt aus der Residualdehnung. Dieser Wert ist sowohl für Längs- und Querkzugrichtung anwendbar.

Tabelle 6.1: Material- und Versuchsparameter des Versuchskörpers ZSS 8B

Geometrie		
Länge [cm]	Breite [cm]	Dicke [cm]
150,0	100,0	10,0
Bewehrung Längsrichtung ( $d_s=10\text{mm}$ )		
Durchmesser [mm]	Fläche [cm <sup>2</sup> ]	E-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]
10	12,57	202779
Bewehrung Querrichtung ( $d_s=10\text{mm}$ )		
Durchmesser [mm]	Fläche [cm <sup>2</sup> ]	E-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]
10	14,14	202779
Beton		
Druckfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	Zugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	E-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]
48,0	2,72	31172
Versuchsparameter		
mittlere Rissbreite [mm]		
0,1		

Tabelle 6.2: Ergebnisse der Nachrechnung des Versuchskörpers ZSS 8B

Längsrichtung			
Querbewehrungsgrad $\rho_C$ [-]	Risslast $F_r$ [kN]	Rissabstand $s_{rC}$ [cm]	Mitwirkungsfaktor $\beta_{t,abg}$ [-]
0,20	185,5	16,25	0,29
Querrichtung			
Querbewehrungsgrad $\rho_C$ [-]	Risslast $F_r$ [kN]	Rissabstand $s_{rC}$ [cm]	Mitwirkungsfaktor $\beta_{t,abg}$ [-]
0,20	272,7	15,8	0,21

Aus der Formulierung nach Gl. 6.7 ergibt sich damit ein Mitwirkungsfaktor ( $\beta_{t,abg}$ ) von 0,29 für einen Bewehrungsdurchmesser von 10 mm für den entlasteten Zustand in der Richtung quer zur betrachteten Bewehrung. Für die maximale Längszugbeanspruchung liegt eine mittlere Rissbreite von 0,31 mm vor. Damit beträgt der Mitwirkungsfaktor ( $\beta_{t,abg}$ ) in Querrichtung für diese maximale Längszugkraft 0,21.

Die Zusammenstellung der relevanten Ergebnisse aus dem vorgestellten Berechnungsmodell findet sich in Tab. 6.2.

Der Rissabstand in Längsrichtung wird richtig erfasst, während der berechnete Rissabstand infolge Querkzug mit 15,8 cm über dem tatsächlichen Rissabstand von 10,0 cm liegt. Bei dieser Versuchskörperspezifikation liegt der Bereich vor, in dem der Querbewehrungsabstand ( $s_C$ ) deutlich kleiner ist als der mittlere Rissabstand ohne Querbewehrung ( $s_{rm}$ ) ( $s_C/s_{rm}=0,51$ ). In diesem Bereich haben auch die weiteren für die Herleitung der hier verwendeten Gleichung Versuche eine größere Streuung der Rissabstände aufgezeigt.

### 6.3.2 Versuche von Oesterle, Russel [69]

Die für die Berechnung verwendeten Eingangsparameter der Versuchskörperspezifikation sind OESTERLE, RUSSEL [69] entnommen und in metrische Einheiten umgerechnet worden. Diese Werte sind in Tab. 6.3 zusammengefasst.

Die Betonzugfestigkeit wird wie zuvor um den Schwindfaktor ( $\alpha_S=0,784$ ) abgemindert. Des Weiteren

Tabelle 6.3: Material- und Versuchsparameter des Versuchskörpers MB 3 von OESTERLE, RUSSEL [69]

Geometrie		
Länge [cm]	Breite [cm]	Dicke [cm]
152,4	152,4	60,96
Bewehrung Längsrichtung (No.18)		
Durchmesser [mm]	Fläche [cm <sup>2</sup> ]	E-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]
57,3	206,48	189585
Bewehrung Querrichtung (No.14)		
Durchmesser [mm]	Fläche [cm <sup>2</sup> ]	E-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]
43,0	116,16	182000
Beton		
Druckfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	Zugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	E-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]
20,0	2,48	20165
Versuchsparameter		
mittlere Rissbreite [mm]		
0,5		

wird als effektive Betonfläche in Längsrichtung nicht die volle Querschnittshöhe angesetzt, sondern lediglich eine Höhe ( $h_{eff}$ ) von 50,0 cm, was sich aus der Lage der betrachteten Längsbewehrung erklärt. Für die Beanspruchung in Querrichtung kann die volle Betonfläche als mitwirkend angesetzt werden. Der Querbewehrungsgrad zur Berücksichtigung der Querbewehrungsschwächung ( $\rho_C$ ) bei der Berechnung der Erstrisslast beträgt damit in Längsrichtung 0,177 und in Querrichtung 0,190.

Die Rippenhöhen ( $h_s$ ) der verwendeten Bewehrungsstähle betragen 3,73 mm (No.18 Stab) und 2,80 mm (No.14 Stab) nach ASTM A615/A615M-04A [13]. Da die Verwendung der Gl. 6.7 auf Bewehrungsdurchmesser von 28 mm beschränkt ist, muss der Mitwirkungsfaktor aus Bild 5.21 extrapoliert werden. Mit einer mittleren Rissbreite der bewehrungsparallelen Risse von 0,5 mm ergibt sich der abgeminderte Mitwirkungsfaktor ( $\beta_{t,abg}$ ) damit zu 0,22.

Die Berechnung des mittleren Rissabstandes ergibt unter Verwendung von Gl. 4.9 in Längsrichtung 40,4 cm und in Querrichtung 51,6 cm. Für die Berechnung wird daher davon ausgegangen, dass für die Längszugbeanspruchung an der Hälfte der Bewehrungsstangen Risse vorliegen und für die Querbewehrungsbeanspruchung an 75 Prozent der Bewehrungsstangen bewehrungsparallele Risse vorhanden sind. Dies stimmt auch mit dem im Versuch beobachteten Rissbild (Bild 6.5) überein.

Zusammengefasst sind die Ergebnisse der Berechnung in Tab. 6.4.

Die Risslasten lassen sich unter Berücksichtigung der zuvor genannten Eingangswerte zutreffend ermitteln.

Tabelle 6.4: Ergebnisse der Nachrechnung des Versuchskörpers MB 3 von OESTERLE, RUSSEL [69]

Längsrichtung			
Querbewehrungsgrad	Risslast	Rissabstand	Mitwirkungsfaktor
$\rho_C$ [–]	$F_r$ [kN]	$s_{rC}$ [cm]	$\beta_{t,abg}$ [–]
0,177	1484	40,4	0,22
Querrichtung			
Querbewehrungsgrad	Risslast	Rissabstand	Mitwirkungsfaktor
$\rho_C$ [–]	$F_r$ [kN]	$s_{rC}$ [cm]	$\beta_{t,abg}$ [–]
0,190	1635	51,6	0,22

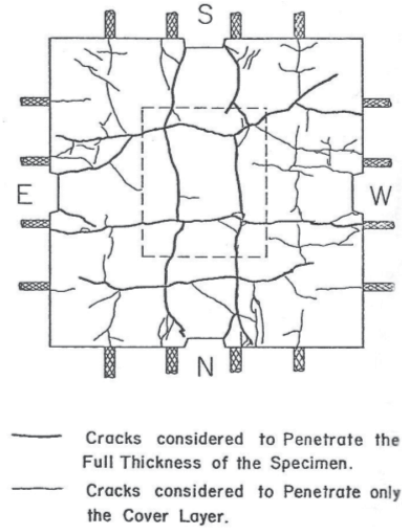


Bild 6.5: Rissbild zweiachsialer Versuchskörper MB 3 [69]

### 6.3.3 Last-Verformungs-Verhalten

Das Last-Verformungs-Verhalten der beiden Versuchskörper für die Längs- und Querrichtung nach Gl. 4.10 bestimmen. Die Last-Verformungs-Kurven sind in Bild 6.6 und 6.7 zusammengefasst. Zum Vergleich wird ebenfalls die Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens nach den ursprünglichen Formulierungen des MODEL CODE 90 [10] durchgeführt.

Es zeigt sich, dass mit dem vorgestellten Berechnungsmodell das Last-Verformungs-Verhalten gut approximiert wird und gleichzeitig ist im Vergleich dazu die deutliche Überschätzung der Steifigkeit der MODEL CODE 90 [10] erkennbar.

Für die Querrichtung in Bild 6.7 sind zur Veranschaulichung des zuvor beschriebenen Federmodells die Last-Verformungskurven für die Bewehrungsstangen mit und ohne Verbundschwächung aufgeführt (75% Bewehrung geschwächter Verbund; 25% Bewehrung voller Verbund), aus denen sich durch Aufaddition der Kräfte bei gleicher Dehnung die Summenkurve des Gesamtverformungsverhaltens (Purainer (Summe 25% + 75%)) ergibt.

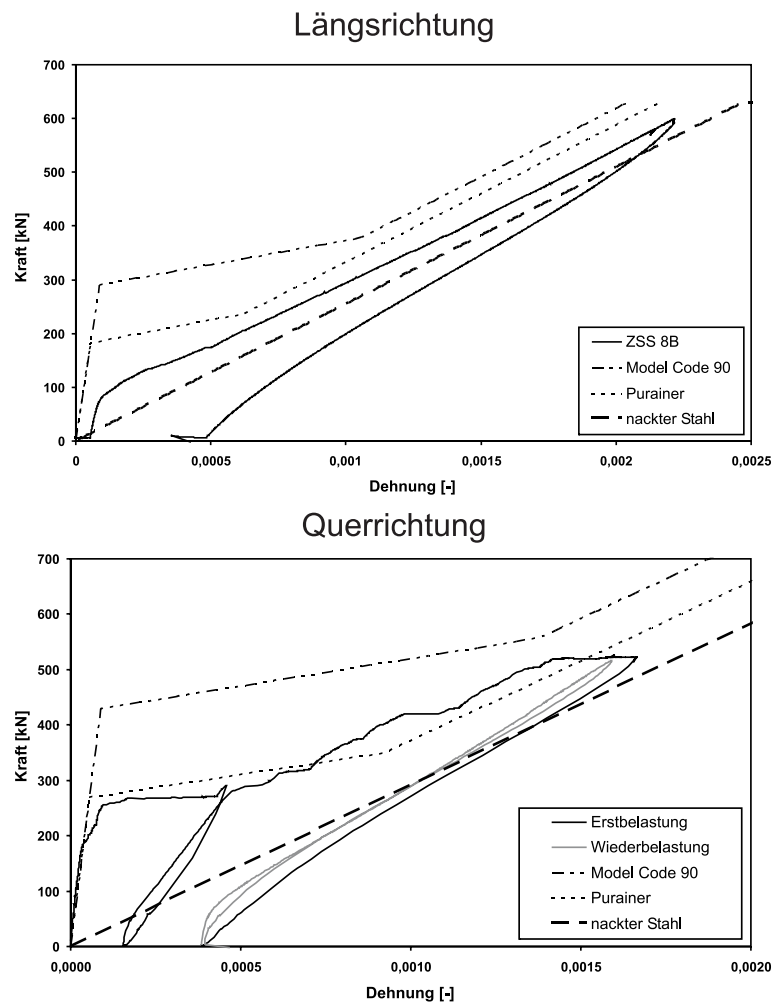


Bild 6.6: Berechnete Last-Verformungs-Kurve in Längs- und Querrichtung im Vergleich zu den Versuchsdaten des Körpers ZSS 8A

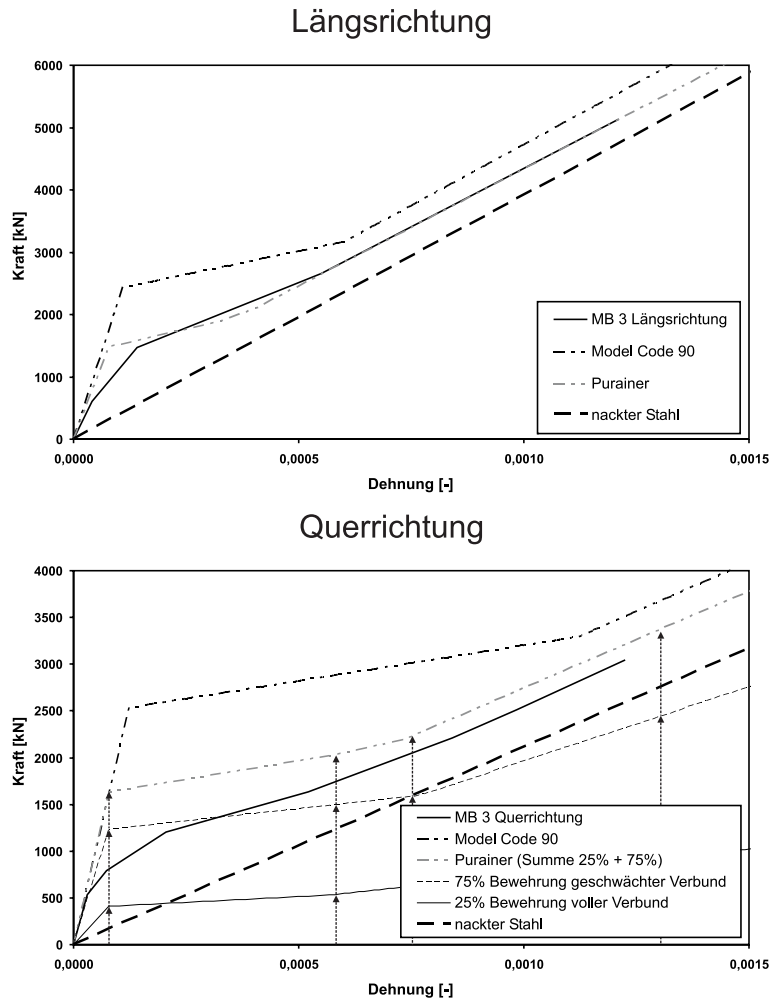


Bild 6.7: Berechnete Last-Verformungs-Kurven in Längs- und Querrichtung im Vergleich zu den Versuchsdaten von OESTERLE, RUSSEL [69]

### 6.3.4 Folgerungen aus der Nachrechnung von Versuchsergebnissen

Die Ergebnisse aus dem vorgestellten Berechnungsmodell zeigen für die Bereiche Risslast und Rissabstände eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen. Lediglich bei Querbewehrungsabständen, die deutlich kleiner sind als der erwartete mittlere Rissabstand ohne Querbewehrung, können aufgrund der größeren Streuung der Versuchsergebnisse bei der Herleitung der verwendeten Formulierung größere Abweichungen auftreten.

Die rechnerischen Beschreibungen des Last-Verformungs-Verhaltens weisen in der Regel eine leichte Überschätzung der Betonmitwirkung auf. Die Berechnungsergebnisse unter Verwendung des Federmodells zur Berücksichtigung von Bewehrungsstangen mit und ohne Verbundschwächung approximieren das reale Bauteilverhalten gut, gerade im Hinblick auf die Tatsache, dass Betonmitwirkung im Allgemeinen stark von der Betonfestigkeit abhängt und diese eine stark auch im Bauteil streuende Größe ist. Insbesondere im Vergleich zu den Formulierungen des MODEL CODE 90 [10] zeigt das hier verwendete Berechnungsmodell eine deutlich wirklichkeitsnähere Beschreibung des realen Bauteilverhaltens.



## Kapitel 7

# Vorgerissene Scheiben unter Plattenbeanspruchung

### 7.1 Ziel der Untersuchungen

Mit Belastung senkrecht zur Scheibenebene, der zuvor einer zweiachialen Zugbeanspruchung ausgesetzten Stahlbetonscheiben, soll der Einfluss der orthogonalen Rissbildung auf das Biegetragverhalten untersucht werden. Zum einen ist der Aspekt der Betonmitwirkung für das Verformungsverhalten von Interesse und hierbei insbesondere inwieweit die Erkenntnisse aus der Beschreibung des Tragverhaltens von Scheiben unter zweiachialer Zugbeanspruchung auf diese Problemstellung transferiert werden können. Der Rissbildungsprozess bei zweiachsig gespannten Platten unter vorhergegangener zweiachialer Zugbeanspruchung ist der zweite Aspekt dieser Versuchsreihe. Die Versuchskörper besitzen bereits ein orthogonales Rissbild aus der Zugbeanspruchung. Es ist zu klären, ob infolge der Beanspruchung zusätzliche Risse mit abweichenden Rissrichtungen auftreten oder nicht.

Es werden zwei Versuchsserien unterschieden. Bei einachsig gespannten Platten (ESP) wird der Schwerpunkt der Untersuchungen auf das Last-Verformungs-Verhalten unter Berücksichtigung des geschwächten Verbundes gelegt. Dies geschieht durch den Vergleich der Versuchsdaten mit einem FE-Modell, welches in der Lage ist, beliebige Verbundansätze zu berücksichtigen. Zusätzlich werden diese Versuche zur Überprüfung der Formulierungen zur Berechnung des mittleren Rissabstandes herangezogen.

In der zweiten Versuchsserie werden zweiachsig gespannte Platten (ZSP) mittig mit einer örtlich begrenzten Flächenlast belastet. Hier ist neben dem Last-Verformungs-Verhalten das sich einstellende Rissbild im Vergleich zu Platten ohne vorher induzierte Risse, sowie der Versagensmechanismus beim Erreichen der Traglast, von Interesse. Der Versuchsaufbau der einachsig und zweiachsig gespannten Plattenversuche ist dem Anhang C.4 zu entnehmen.

### 7.2 Beschreibung der Untersuchungsergebnisse

Die Versuche mit einachsig gespannten Platten (ESP) erfolgen an einem Teil der Versuchskörper, welche zuvor einer zweiachialen Zugbeanspruchung ausgesetzt worden sind. Dies sind die Versuchsserien ZSS 5 bis ZSS 8. Aus diesem Grund werden die Versuchskörperserien mit ESP 5 bis ESP 8 bezeichnet. Jeweils ein Versuchskörper der Serien ZSS 7 und ZSS 8 wird als Versuchskörper für Plattenversuche mit zweiachsiger Spannrichtung (ZSP) verwendet. Die Rissbilder und Last-Verformungs-Kurven sind dem Anhang F zu entnehmen. Die Spannweite der Platten beträgt bei allen einaxialen Versuchen 140 cm. Bei den Versuchskörpern mit zweiachsiger Spannrichtung beträgt die Spannweite in diese zweite Richtung 90 cm.

## 7.2.1 Einaxiale Plattenversuche

### 7.2.1.1 Last-Verformungs-Verhalten

In Bild sind die Last-Verformungs-Kurven der einachsig gespannten Versuchskörper zusammengefasst.

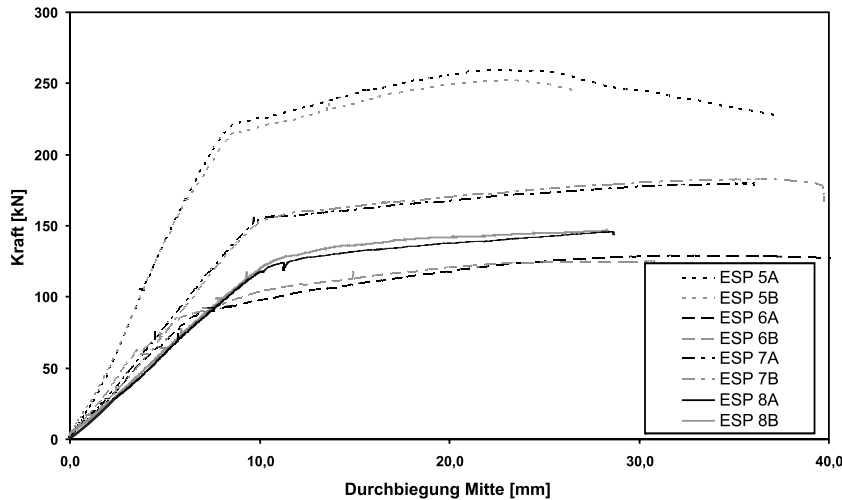


Bild 7.1: Zusammenfassung der einachsig gespannten Plattenversuche (ESP)

Die Kurven zeigen, dass für jeweils zwei Versuchskörper mit gleichen Spezifikationen die Last-Verformungs-Kurven annähernd identisch sind. Deutlichere Abweichungen treten, wenn überhaupt, im Bereich der Traglast auf. Im für diese Arbeit interessanten Lastbereich der Gebrauchslasten sind die zugehörigen Kurven annähernd deckungsgleich. Bei allen Versuchskörpern gibt es bei der Beanspruchung keinen ungerissenen Bereich, da durch die Längszugbeanspruchung alle Versuchskörper bewehrungsparallele Rissbilder aufweisen. Der Anteil der Risse entlang der Längsbewehrung infolge vorgeschalteter Zugbeanspruchung, die innerhalb der jeweiligen Versuchskörperspezifikation zum Teil unterschiedlich ist (siehe Tab. 5.4), zeigt somit keinen signifikanten Einfluss auf das Verformungsverhalten.

### 7.2.1.2 Rissbilder

Die Rissbilder der einachsig gespannten Platten (Anhang F) zeigen, dass sich die Risse infolge der Zugbeanspruchung durch die Plattenbeanspruchung auf der Plattenunterseite (Zugseite) wieder öffnen. Im Bereich der Traglast der jeweiligen Platte treten zudem örtlich begrenzte Sekundärrisse zwischen den Primärrissen auf, welche aber bis maximal zur Höhe Bewehrung auf der Zugseite reichen. Damit können für derartige Randbedingungen die Formulierungen für die Rissabstände unter einaxialer Zugbeanspruchung unter Berücksichtigung von Querbewehrung übernommen werden.

### 7.2.1.3 FE-Modellierung

Zusätzlich zu den Belastungsversuchen an den Platten soll mit dem in Bild 7.5 dargestellten FE-Modell das Last-Verformungs-Verhalten dieser Platten nachvollzogen werden. Hierzu werden diskrete Risse im Abstand  $s_r$  modelliert, indem in dem jeweiligen Schnitt die Verbindungen zwischen Doppelknoten der Betonelemente gelöst werden. Der Abstand der diskreten Risse entspricht dem im Zugversuch beobachteten Rissabstand. Die Verbundwirkung zwischen Stahl und Beton wird ebenso wie bei den FE-Parameterstudien im anschließenden Abschnitt mit Hilfe nichtlinearer Federelemente modelliert, welche die Knoten der Stahl- (Fachwerkelemente ohne eigene Biegesteifigkeit) und Betonelemente (2D-Scheibenelemente mit ebenem Spannungszustand) miteinander verbinden. Zur Verkürzung des Modellierungsaufwandes und der Rechenzeit wird lediglich das halbe System unter Ausnutzung der

Symmetrieeigenschaften in Systemmitte abgebildet. Die Berechnungen erfolgen mit dem Programmpaket ADINA [14].

Die in den Berechnungen verwendeten Federkennlinien finden sich in Bild 7.6. Hierbei wird zum einen die Federkennlinie ohne Verbundschwächung ( $w=0$  mm) und die Federkennlinie mit einer Längsrissbreite von  $w=0,1$  mm zum anderen verwendet, da infolge der Vorschädigung durch die Quersugbeanspruchung eine mittlere Rissbreite von in etwa 0,1 mm bei allen Versuchskörpern vorliegt (nachezu identische Residualdehnung bei allen Versuchskörpern ZSS nach vollkommener Entlastung). Für den Bewehrungsstahl wird ein idealisiertes elastisch-plastisches Spannungs-Dehnungs-Gesetz mit Verfestigung verwendet, welches die Materialparameter aus der Prüfung der Materialkennwerte erhält. Für den Beton wird das Materialgesetz CONCRETE verwendet, welches auf einem hypoelastischen Materialmodell beruht. Für die Beschreibung des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens bei einaxialer Druckbeanspruchung wird eine ähnliche Beschreibung verwendet wie bei der DIN 1045-1 [2] (Bild 7.2). Das mehraxiale Materialverhalten von Beton wird vom einaxialen Spannungs-Dehnungs-Verhalten

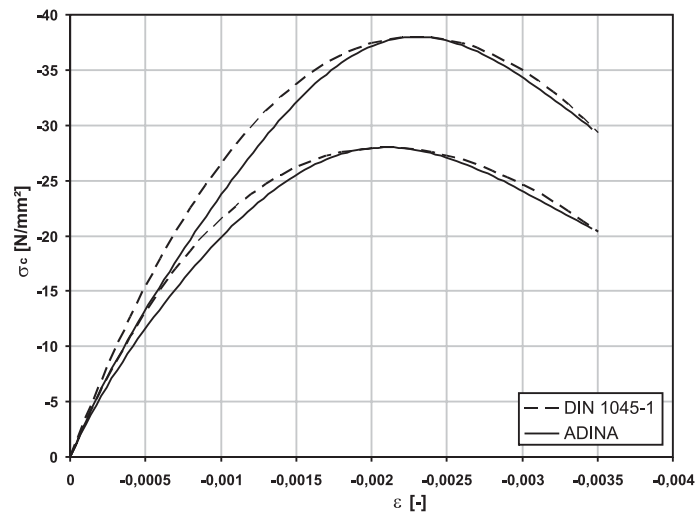


Bild 7.2: Vergleich der einaxialen Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Beton im Druckbereich

abgeleitet. Das Material wird als orthotrop in den Hauptspannungsrichtungen  ${}^t\sigma_{p1} \geq {}^t\sigma_{p2} \geq {}^t\sigma_{p3}$  betrachtet. Bei konstanten Spannungen  ${}^t\sigma_{p1}$  und  ${}^t\sigma_{p2}$  wird die Spannung  $\tilde{\sigma}_c$  - wie in Bild 7.3 dargestellt - berechnet, bei der das Materialversagen eintritt. Mit dieser Spannung wird eine neue einaxiale Spannungs-Dehnungs-Beziehung bestimmt, welche den mehraxialen Spannungszustand berücksichtigt (Bild 7.4).

Der Ansatz der zweiaxialen Betonfestigkeit (Kurve für  ${}^t\sigma_{p3}/\tilde{\sigma}_c=0$  in Bild 7.3) beruht dabei auf den Untersuchungen von KUPFER [54]. Ein Vergleich zwischen den Festigkeitskurven findet sich in [44]. Die Kurven für den dreiaxialen Druckspannungszustand sind an die Versagensflächen von KAHN und SAUGY [43] angelehnt (vgl. auch Bild 2.12 in Abschnitt 2.3.2).

Im Zugbereich wird eine lineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung verwendet, welche als Steigung den Tangentenelastizitätsmodul unter einaxialer Druckbeanspruchung verwendet. Nach Überschreitung der zulässigen Spannung wird die Steifigkeit des jeweiligen Elementes auf einen vorher definierten Wert (hier: Dehnsteifigkeit =0 und Schubsteifigkeit =0) herabgesetzt.

Die Ergebnisse der Berechnungen werden in Bild 7.7 mit den Last-Verformungs-Kurven aus den Versuchen verglichen. Es zeigt sich bis auf die Serie ESP 6 eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den gemessenen und berechneten Verformungen. Die Unterschiede zwischen den mit der FE-Methode erzielten Ergebnissen mit und ohne Längsrissbildung zeigen sich in der Biegesteifigkeit im gesamten Lastbereich und in der maximalen Traglast der jeweiligen Platte. Dabei zeigt das Modell mit geringerer Verbundwirkung auch eine geringere Biegesteifigkeit, sowie eine geringere Traglast. Die Unterschiede in der Traglast liegen hier bei maximal 7 Prozent (Spezifikation ESP 8). Die Differenzen in der Biegesteifigkeit der Modelle mit und ohne Längsriss liegen bei ca. 7 Prozent.

Die im FE-Modell prognostizierte Traglast wird bei der Spezifikation ESP 6 in den Versuchen deutlich

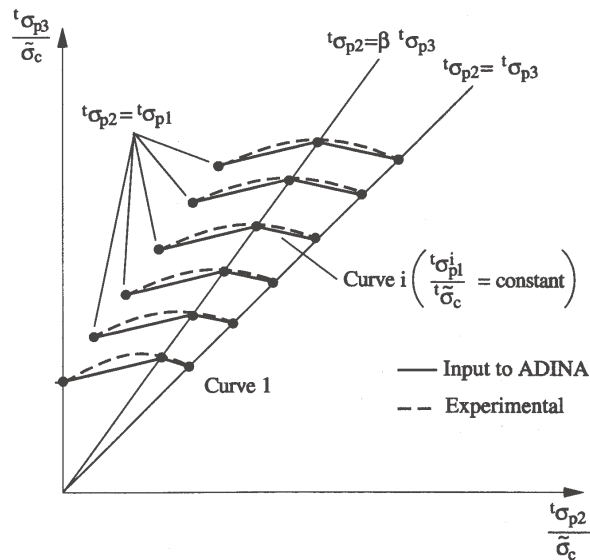


Bild 7.3: Berechnung der mehraxialen Betondruckfestigkeit [17]

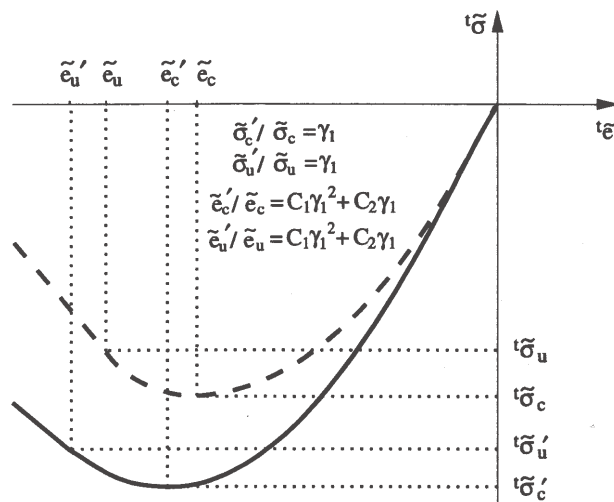


Bild 7.4: Einaxiale Spannungs-Dehnungs-Beziehung im Druckbereich unter Berücksichtigung des mehraxialen Spannungszustandes [17]

unterschritten (ca. 25 Prozent). Messfehler bei der Versuchsdurchführung können in diesem Fall ausgeschlossen werden, da beide Platten annähernd das gleiche Last-Verformungs-Verhalten aufweisen. Bei diesen Plattenversuchen müssen also im Gegensatz zu den anderen Platten Effekte aufgetreten sein, die die Tragfähigkeit reduzieren. Diese Platten sind schwach bewehrt. In der oberen und unteren Bewehrungslage liegen jeweils 4 Stäbe  $\emptyset$  10 mm. Von diesen Stäben sind die mittleren beiden Stäbe in der oberen und unteren Lage infolge der Querzugbelastung mit bewehrungsparallelen Rissen versehen. Bei den beiden äußeren Stäben ist der Verbund ungestört. Geht man davon aus, dass bei der Biegebeanspruchung die Lastverteilung auf die einzelnen Bewehrungsstäbe anhand der vorhandenen Verbundsteifigkeit geschieht, so erfahren die Bewehrungsstangen ohne bewehrungsparallele Längsrisse eine wesentlich höhere Zugbeanspruchung. Geht man im unteren Grenzwert davon aus, dass nur die Bewehrungsstangen ohne Verbundschwächung beim der Serie ESP 6 sich an der Lastabtragung beteiligen - also lediglich die Hälfte der vorhandenen Bewehrung ansetzbar ist -, so nähert sich die Traglast

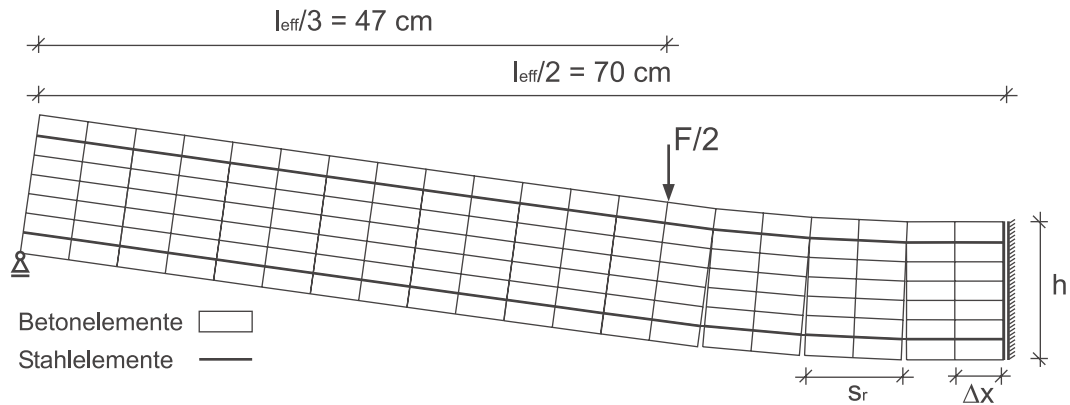


Bild 7.5: FE-Modell zur Ermittlung des Last-Verformungs-Verhaltens von vorgerissenen Stahlbetonplatten

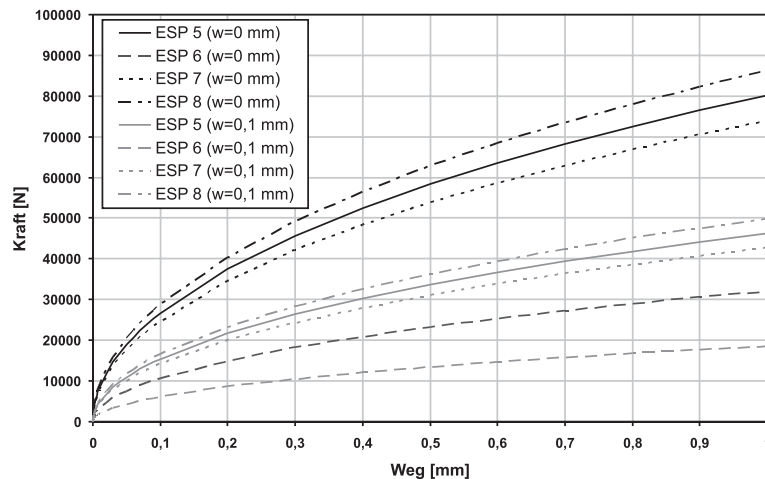


Bild 7.6: Federkennlinien zur Modellierung des Verbundverhaltens

im verwendeten FE-Modell deutlich der im Versuch festgestellten Traglast an (Bild 7.7 ESP 6 - FE-Modell ( $A_{s1}/2$ )).

Ein ähnliches Phänomen der Reduzierung der Traglast lässt sich an durch Sprengung vorgeschädigten Stahlbetonplatten erkennen. Diese wurden im Rahmen eines Forschungsvorhabens am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau an der Universität der Bundeswehr München experimentell untersucht [58]. Die Prüfung bestand in der Ermittlung des Last-Verformungs-Verhaltens als Plattenstreifen mit einer Spannweite von 190 cm unter mittlerer Linienlast. Hierbei wurde festgestellt, dass die Abnahme der Betonfläche durch die Sprengbelastung, sowie eine etwaige Reduktion der ansetzbaren Betonfestigkeit nicht ausreichen, um die Abnahme der Tragfähigkeit der vorbelasteten aber ansonsten mit der Referenzplatte identischen Platten, zu erklären (Bild 7.8). Die Tragfähigkeit der vorgeschädigten Platten liegt mit 56 kN bei 8 Prozent der Traglast der Referenzplatte (693 kN). In Bild 7.8 wird die Referenzplatte S10/P11 zusätzlich mit Hilfe des zuvor für die Versuchsplatten der Serie ESP entwickelten FE-Modells nachgerechnet. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Berechnung. Hierbei ist anzumerken, dass die Versuchswerte korrigiert worden sind, um die Auflagerung der Platte auf Elastomerstreifen zu berücksichtigen, welche zu einem weicherem Last-Verformungs-Verhalten als dem tatsächlich vorhandenen führen.

Die sichtbare Vorschädigung der Platten S10/P2 und S10/P5 besteht in einer Kraterbildung auf der Plattenoberseite und großflächigen Betonabplatzungen auf der Plattenunterseite (Bild 7.9). Der Kraterdurchmesser der beiden Platten betrug ca. 58 cm. Idealisiert man eine Schädigung der Platte durch eine Reduktion der Plattenbreite auf 50 Prozent (1,0 m) mit gleichzeitiger Reduktion des Bewehrungs-

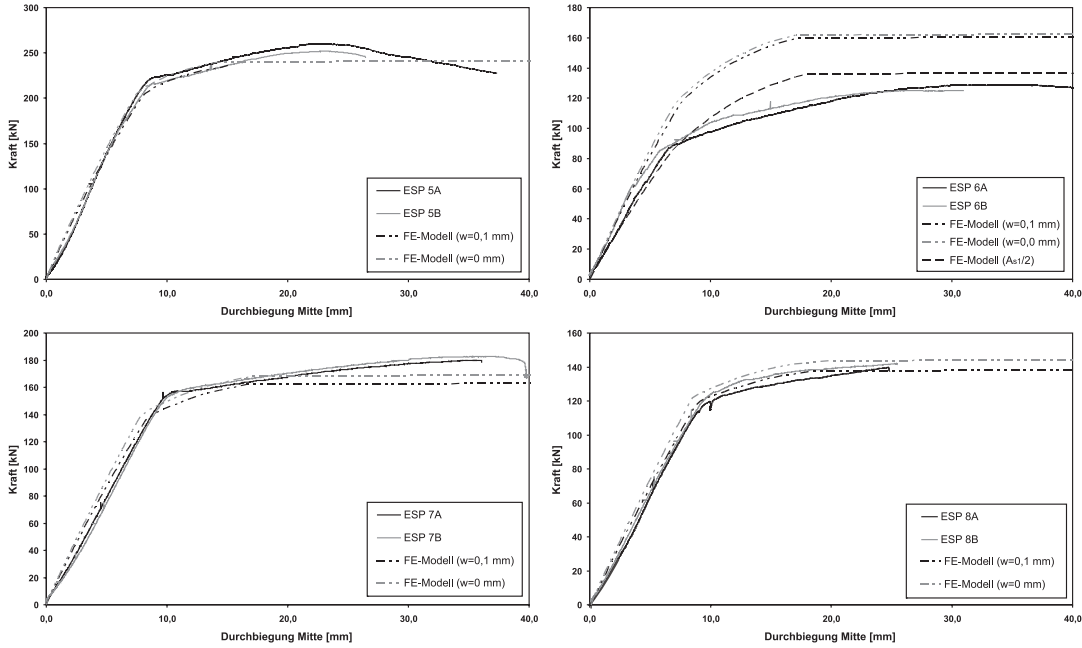


Bild 7.7: Vergleich zwischen gemessenen und mit FE-Methode berechneten Last-Verformungskurven der Serien ESP 5 bis ESP 8

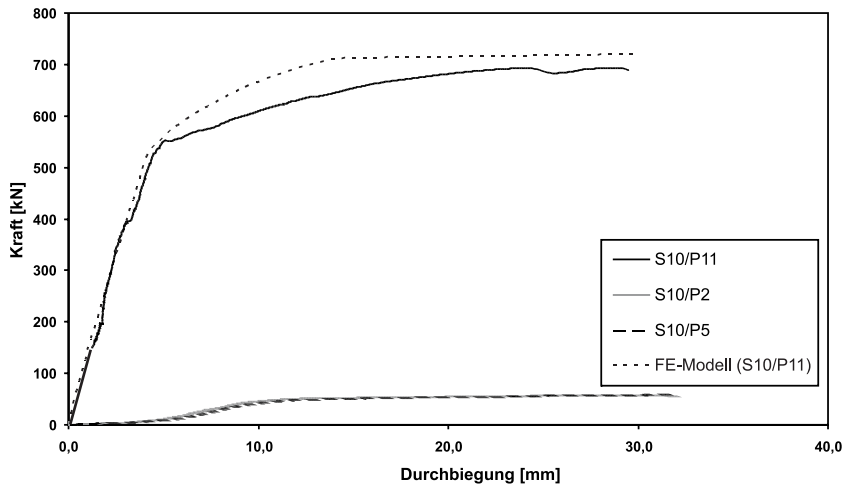


Bild 7.8: Vergleich der Last-Verformungs-Kurven zwischen Platten mit Vorschädigung (S10/P2, S10/P5) und Referenzplatte (S10/P11)

querschnittes um 50 Prozent, so liegt die Traglast einer derartig idealisierten Platte bei ca. 350 kN. Damit zeigt sich, dass analog zum Vorgehen bei der Serie ESP 6 die mittragende Bewehrungsstahlfläche infolge Verbundschwächung weiter reduziert werden muss. In diesem Bereich ist weiterer Forschungsbedarf gegeben, um Berechnungsmodelle zur Ermittlung der Traglast derartig vorgeschädigter Bauteile zu entwickeln.

#### 7.2.1.4 Parameterstudie zum Einfluss der Verbundschwächung bei Biegebeanspruchung

Zur Untersuchung des Einflusses einer Verbundschwächung auf die Tragfähigkeit eines Stahlbetonquerschnittes wird im Folgenden eine FE-Parameterstudie durchgeführt. Hierbei wird der Bewehrungsgrad bei konstantem Bewehrungsdurchmesser ( $d_s=10$  mm) variiert ( $\rho_{eff} = 0,01; 0,02; 0,03$ ). Das Last-



Bild 7.9: Vorschädigung der Platten S10/P2 und S10/P5 durch Sprengbeanspruchung

Verformungs-Verhalten mit zwei Längsrisssbreiten ( $w=0,1$  mm und  $w=0,3$  mm) wird mit dem des Bauteils ohne Verbundschwächung ( $w=0,0$  mm) verglichen. Das statische System, Querschnitt sowie die weiteren Materialkennwerte sind Bild 7.10 zu entnehmen.

Die Berechnung erfolgt mit dem bereits im vorherigen Abschnitt beschriebenen FE-Modell. Lediglich die Geometrie und die Belastung werden verändert.

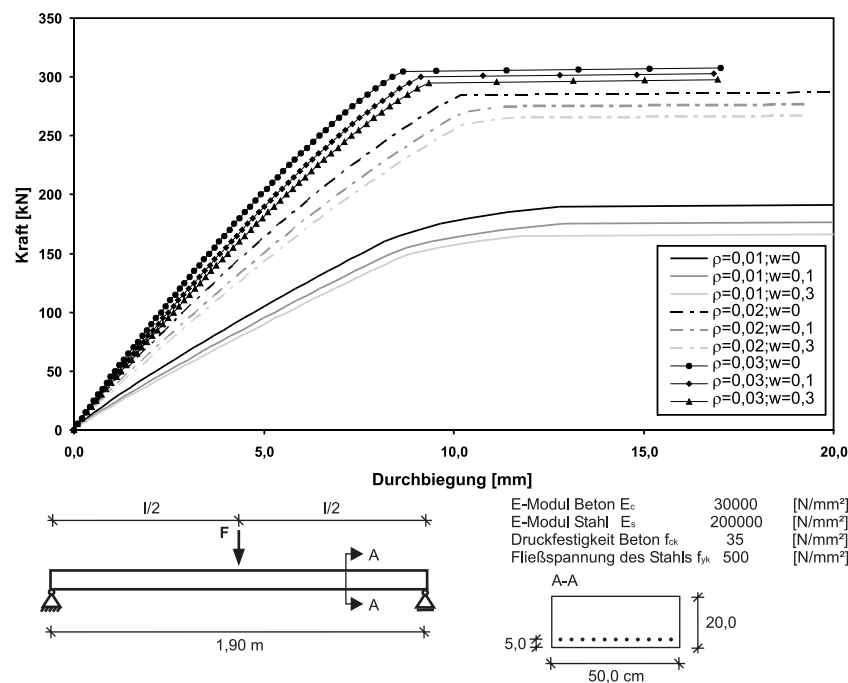


Bild 7.10: Last-Verformungs-Kurven und Eingangsparameter der FE-Studie

Die Last-Verformungs-Kurven in Bild 7.10 zeigen, dass für alle Bewehrungsgrade die maximale aufnehmbare Last mit Erhöhung der Längsrisssbreite abnimmt. In Tabelle 7.2.1.4 ist die prozentuale Traglastreduktion zum jeweiligen Querschnitt ohne Verbundschwächung für die unterschiedlichen Bewehrungsgrade aufgeführt.

Die Untersuchung zeigt, dass die Abnahme der Traglast - wie auch schon bei der Nachrechnung der Plattenversuche (ESP) festgestellt wurde - im Bereich von maximal 15 Prozent liegt und das auch nur, wenn Rissbreiten von 0,3 mm entlang der Bewehrungsstäbe vorliegen und der Bewehrungsgrad mit einem Prozent gering ist. Für eine reine Biegebeanspruchung mit vorangegangener Zugbeanspruchung, welche zur Rissbildung entlang der Bewehrung geführt hat, ist der Effekt der Verbundschwächung von untergeordneter Bedeutung. Im Vergleich hierzu sind die Einflüsse aus Schwankung der Betonkenn-

Tabelle 7.1: Abnahme der Traglast in Abhängigkeit von der Längsrissbreite ( $w$ )

Längsrissbreite ( $w$ ) [mm]	Traglast [kN]	Traglastreduktion [%]
$\rho = 0,01$		
0,0	190,0	-
0,1	175,0	7,9
0,3	165,0	13,2
$\rho = 0,02$		
0,0	285,0	-
0,1	275,0	3,5
0,3	265,0	7,0
$\rho = 0,03$		
0,0	305,0	-
0,1	300,0	1,7
0,3	295,0	3,3

werte sowie Ungenauigkeiten in der Bauausführung von größerem Einfluss auf das Tragverhalten. Dies gilt jedoch nur für eine Verbundschwächung aller vorhandenen Bewehrungsstäbe, da sich sonst eine Umverteilung der Stahlzugkräfte verringernd auf die Traglast auswirkt.

## 7.2.2 Zweiaxiale Plattenversuche

### 7.2.2.1 Rissbilder

Beim Aufbringen der Belastung öffneten sich die orthogonalen Risse aus der vorangegangenen Scheibenbeanspruchung. Erst kurz vor dem Erreichen der Traglast bildeten sich zusätzliche Risse in Richtung der Hauptmomente einer sich zunächst linear-elastisch verhaltenden Platte. In Bild 7.12 wird das Rissbild aus dem Versuch (hier ZSP 8) mit dem Rissbild verglichen, welches sich aus einer nicht-linearen Finite-Element-Berechnung mit den gleichen Geometrie- und Materialparametern wie der Körper ZSP 8 ergibt. Hierbei zeigt sich deutlich der Unterschied zwischen den beiden Platten. Die Zusammenfassung der Rissbilder ist dem Anhang F.3 zu entnehmen.

### 7.2.2.2 FE-Modellierung

Bei dieser FE-Berechnung wird davon ausgegangen, dass der Beton keine Zugfestigkeit besitzt und so Zugspannungen sofort zur Rissbildung führen. Dies geschieht, um beim späteren Vergleich des Last-Verformungs-Verhaltens zwischen Versuch und Berechnung die durch die Scheibenbeanspruchung induzierte Rissbildung in der Anfangssteifigkeit des Modells zu berücksichtigen. Das für diese Berechnung verwendete FE-Modell zeigt Bild 7.11. Im Gegensatz zu den vorherigen Berechnungen mit der FE-Methode, bei denen eine zweidimensionale Modellierung ausreichte, um das Tragverhalten zu untersuchen, ist hier eine dreidimensionale Modellierung notwendig. Durch die Verwendung von geschichteten Plattenelementen bei denen den Einzelschichten die jeweiligen Materialeigenschaften der Werkstoffe Stahl und Beton zugewiesen werden, kann der Rechenaufwand durch diese sogenannte  $2\frac{1}{2}$ -D Modellierung reduziert werden [44]. Da der Versuchsaufbau der Serie ZSP nicht vorsah, die Ecken der Platte gegen Abheben zu sichern, muss diese Tatsache im FE-Modell ebenfalls berücksichtigt werden. Dies geschieht mittels Lagerung der Randknoten des Systems durch Federelemente, welche lediglich Druck- und keine Zugkräfte aufnehmen können. Das Bewehrungsnetz der Platte wird über die Zuweisung von orthotropen Materialeigenschaften in den jeweiligen Bewehrungsrichtungen in einer Stahlschicht berücksichtigt.

Es zeigt sich, dass durch die Vorbelastung in Scheibenebene, die bereits im Bauteil vorhandenen Risse den Schnittgrößenverlauf bei der Plattenbeanspruchung beeinflussen und sich so nicht das Rissbild der FE-Berechnung ausbilden kann. Erst kurz vor Erreichen der Traglast treten neben den orthogonalen Rissen zusätzliche Risse in Richtung der Hauptmomente auf. Der Durchstanzkegel beim Erreichen der Tragfähigkeit orientiert sich zum großen Teil an den orthogonalen Rissen aus der Zugbeanspruchung



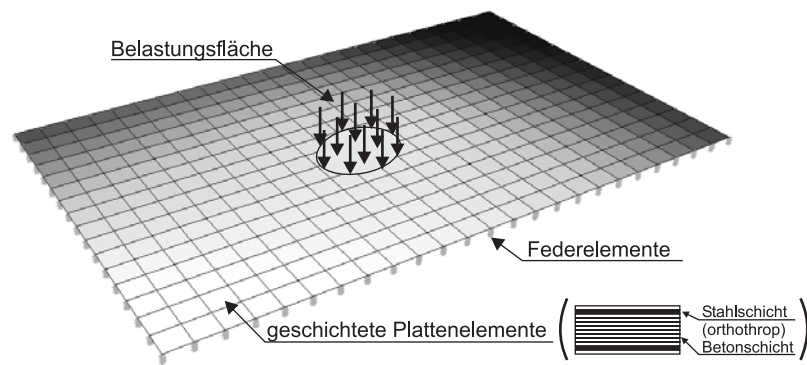


Bild 7.11: FE-Modell zur Berechnung zweiachsig gespannter Stahlbetonplatten

## Rissbilder Plattenunterseite

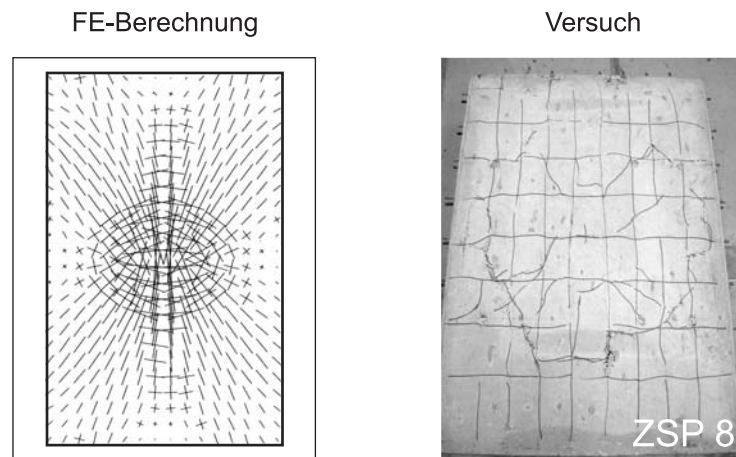


Bild 7.12: Vergleich der Rissbilder aus FE-Berechnung und Versuch

(Bild 7.13).

### 7.2.2.3 Last-Verformungs-Verhalten

Das Last-Verformungs-Verhalten zeigt im Vergleich zur Berechnung mit dem in Bild 7.11 dargestellten FE-Modell ein durchgängig deutlich weiches Verformungsverhalten. Dies kann sich aus den über die gesamte Querschnittshöhe verlaufenden Rissen aus der vorangegangenen Zugbeanspruchung erklären. Die Traglast wird mit dem verwendeten FE-Modell nicht korrekt erfasst, da es bei der numerischen Berechnung zu örtlichem Plastizieren kommt.

Die Traglast der Platten im Versuch wird erreicht, wenn der Durchstanzwiderstand überschritten wird. Die Versagenslast infolge Durchstanzen kann mit dem Durchstanzwiderstand nach DIN 1045-1 [2] ( $\nu_{Rd,ct}$ ) verglichen werden. Die Modifikation der Formulierung zur Berechnung der mittleren Durchstanztragfähigkeit erfolgt analog zu [53]. Der mittlere Durchstanzwiderstand ohne Durchstanzbeweh-

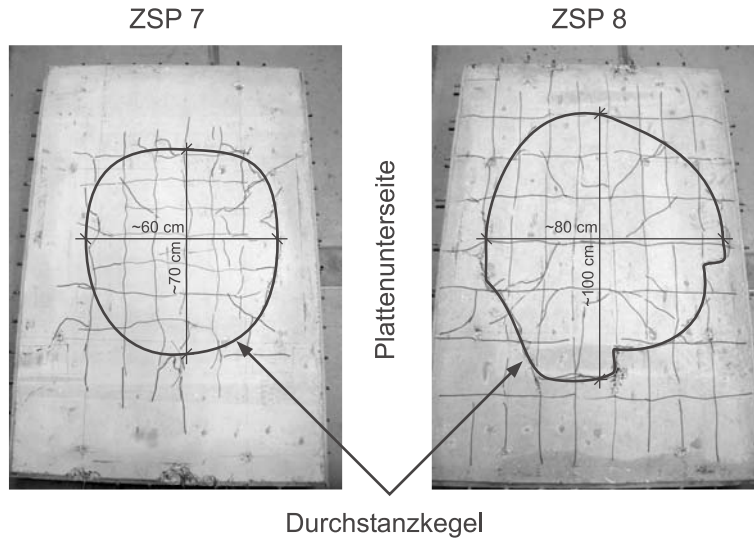


Bild 7.13: Durchstanzkegel im Versuch

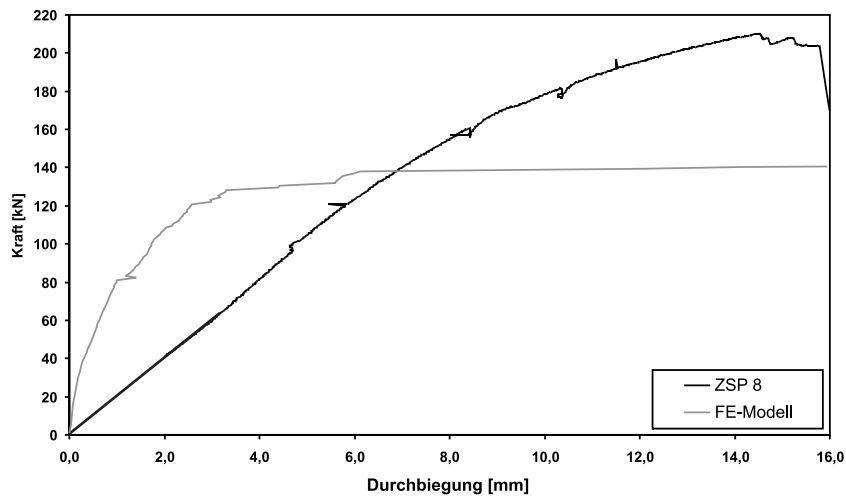


Bild 7.14: Vergleich zwischen experimenteller und berechneter Last-Verformungs-Kurve des Versuchskörpers ZSP 8

ung ( $\nu_{Rm,ct}$ ) ergibt sich in diesem Fall zu:

$$\nu_{Rm,ct} = \left[ 0,259 \cdot \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d_m}} \right) (100\rho_1 \cdot f_{cm})^{1/3} \right] \cdot d_m$$

$$\begin{aligned} \text{mit: } 1 + \sqrt{\frac{200}{d_m}} &= 2,58 \rightarrow 2,0 \\ \rho_1 &= \sqrt{0,01479 \cdot 0,01257} = 0,0136 \\ f_{cm} &= 35,3 \text{ N/mm}^2 \\ d_m &= 0,08 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\nu_{Rm,ct} = 0,151 \text{ MN/m}$$

(7.1)

Für den Versuchskörper ZSP 8 liegt die Traglast bei  $F=210$  kN. Dies entspricht einer Einwirkung

( $\nu_{Em}$ ) von

$$\nu_{Em} = \frac{F}{u} \quad \text{mit: } u = 2\pi \cdot (r + 1,5 \cdot d_m) = 2\pi \cdot (0,10 + 1,5 \cdot 0,08) = 1,38m \quad (7.2)$$

$$\nu_{Em} = 0,152MN/m$$

Bei dieser Berechnung wird von einem kritischen Umfang ( $u$ ) mit einem Radius bestehend aus dem Radius der Belastungsfläche plus der 1,5-fachen der mittleren Plattendicke ( $d_m$ ) gemäß DIN 1045-1 [2] ausgegangen. Diese Annahme geht von einem Lastausbreitungswinkel im Tragwerk von ca. 56 Grad aus. Der in den Versuchen beobachtete Durchstanzbereich ist deutlich größer (Bild 7.13). Wird näherungsweise der tatsächlich vorhandene Durchstanzbereich zur Ermittlung der Einwirkung angesetzt, so ergibt sich diese zu:

$$\nu_{Ek} = \frac{F}{u} \quad \text{mit: } u = 2\pi \cdot 0,40m = 2,51m \quad (7.3)$$

$$\nu_{Ek} = 0,0837MN/m$$

Damit liegt die Beanspruchung deutlich unterhalb der Tragfähigkeit, unter der Maßgabe, dass sich der aus dem Versuch ermittelte Durchstanzkegel ausbildet. Dies bedeutet, dass durch die induzierten orthogonalen Risse die Schubtragfähigkeit einer Stahlbetonplatte reduziert wird. Aufgrund des einen hier zur Verfügung stehenden Versuches, kann aber keine genauere Aussage hierzu getroffen werden. In diesem Bereich ergibt sich damit weiterer Forschungsbedarf zur Lastabtragung in zweiachsig gespannten vorgerissenen Platten.

### 7.3 Folgerungen für das kombinierte Tragverhalten

Bisher erfolgte eine getrennte Betrachtung der Beanspruchung in Scheiben- und Plattenebene. Hierbei wurde zunächst die Belastung in der Scheibenebene aufgebracht und erst nach vollkommener Entlastung wirkte die Plattenbeanspruchung. Soll für gleichzeitig wirkende Beanspruchungen in beiden Ebenen das Durchbiegungsverhalten der Platte bestimmt werden, so kann dies mit iterativen Verfahren geschehen.

Zur Ermittlung des Last-Verformungs-Verhaltens von Flächentragwerken unter kombinierter Scheiben-Platten-Beanspruchung wird von MACGREGOR [60] ein Berechnungsmodell entwickelt (Bild 7.15).

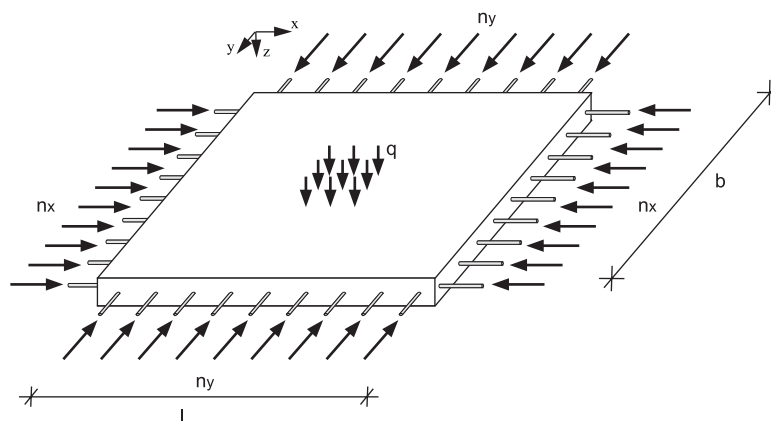


Bild 7.15: Beanspruchung der Platte nach MACGREGOR [60]

Dieses Modell ist gültig für in Richtung der Bewehrungslagen wirkende Membrandruckkräfte ( $n_x$  und  $n_y$ ). Die Grundidee der Berechnung liegt in der Aufstellung von Momenten-Krümmungs-Beziehungen für die beiden Bewehrungsrichtungen der Platte für unterschiedlich große Normalkräfte und der nachfolgenden iterativen Ermittlung, der zu einer vorgegebenen Last ( $q$ ) zugehörigen Krümmungen. Durch

das Durchlaufen dieser Iteration für unterschiedliche Lasten, kann das Last-Verformungs-Verhalten derartig beanspruchter Platten zutreffend ermittelt werden.

1. Bestimmung der Momenten-Krümmungs-Beziehungen für unterschiedliche Beanspruchungen ( $n_x$  und  $n_y$ ) in x- und y-Richtung
2. Annahme eines Startwertes für die Verkrümmung ( $1/r_{x0}$ )
3. Bestimmung von  $1/r_{y0} = (b \cdot 1/r_{x0}) \cdot l$
4. Bestimmung der zugehörigen Momente ( $m_{xi}$  und  $m_{yi}$ ) aus Momenten-Krümmungs-Beziehungen
5. Berechnung der zugehörigen Belastung ( $q_i$ )
6. Erhöhung von  $1/r_{x0}$
7. Wiederholung der Schritte 3 bis 6 bis vorgegebene Belastung  $q$  mit berechneter Belastung  $q_i$  übereinstimmt

Die der Entwicklung des Berechnungsmodells vorangegangenen Versuche zeigen eine relativ geringe Abhängigkeit vom Lastpfad auf das Last-Verformungs-Verhalten und Traglast, wenn Beanspruchung in und senkrecht zur Plattenebene gleichzeitig oder die Plattenbeanspruchung nach der Scheibenbeanspruchung aufgebracht wird.

Damit ist es mit diesem Verfahren prinzipiell möglich, das Last-Verformungs-Verhalten auch von Flächentragwerken unter Zugbeanspruchung in der Membranebene zu bestimmen.

Die Ermittlung der zugehörigen Momenten-Krümmungs-Beziehung erfolgt unter Berücksichtigung der Abminderung des Mitwirkungsfaktors ( $\beta_{t,abg}$ ) nach Gl. 6.7. Damit stellt sich die Momenten-Krümmungs-Beziehung unter Berücksichtigung der Verbundschwächung infolge bewehrungsparalleler Risse wie folgt dar:

ungerissen ( $0 < M \leq M_{cr,abg}$ )

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI^I}$$

mit:  $M_{cr,abg} = \alpha_s \cdot f_{ctm} \cdot (1 - \rho_C) \cdot W_i$

sukzessive Rissbildung ( $M_{cr,abg} < \sigma_s \leq 1,3 M_{cr,abg}$ )

$$\frac{1}{r} = \frac{\epsilon_c - \epsilon_{sm}}{d}$$

mit:  $\epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - \left( \frac{\beta_{t,abg} \cdot (\sigma_s - \sigma_{sr,abg})}{0,3 \sigma_{sr,abg}} \cdot (\epsilon_{sr2} - \epsilon_{sr1}) + \frac{1,3 \sigma_{sr,abg} - \sigma_s}{0,3 \sigma_{sr,abg}} \cdot (\epsilon_{sr2,abg} - \epsilon_{sr1,abg}) \right)$

abgeschlossene Rissbildung ( $1,3 M_{cr,abg} < \sigma_s \leq M_{ul}$ )

$$\frac{1}{r} = \frac{\epsilon_c - \epsilon_{sm}}{d}$$

mit:  $\epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - \beta_{t,abg} \cdot (\epsilon_{sr2} - \epsilon_{sr1})$

(7.4)

Alternativ ist die Verwendung der Methode der Finiten Elemente zur Berechnung derartig belasteter Strukturen möglich. Zur Vereinfachung des Berechnungsmodells besteht die Möglichkeit, die Verbundeigenschaften von Stahl und Beton über eine Modifizierung der Materialparameter entweder des Stahls oder des Betons zu berücksichtigen, wobei im FE-Modell die Knoten der Stahl- und Betonelemente starr miteinander gekoppelt werden [44]. Bei biegebeanspruchten Tragwerken kann die Zugzone näherungsweise als zentrisch gezogener Zugstab mit der Breite  $b$  und der Höhe  $h_{eff}$  aufgefasst werden (Bild 7.16).

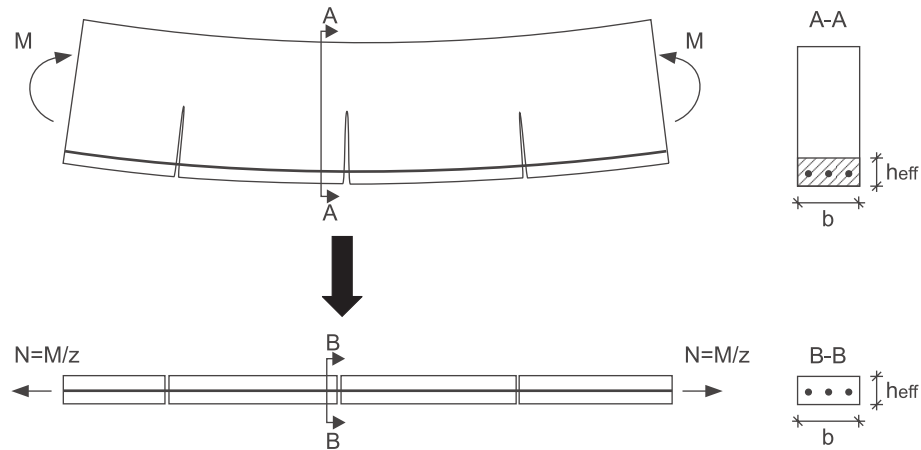


Bild 7.16: Idealisierung der mitwirkenden Betonzugzone als Zugstab

Für diesen Zugstab gelten damit ebenfalls die Gleichungen zur Beschreibung von Stahlbetonzugstäben mit Querbewehrung und - sofern vorhanden - bewehrungsparallelen Längsrissen. Diese Idealisierung wird in Abhängigkeit der Plattentragwirkung in Längs- und Querrichtung vorgenommen. Schwierig ist somit die Ermittlung des Mitwirkungsfaktors ( $\beta_{t,abg}$ ), welcher von der Breite der bewehrungsparallelen Risse abhängt und damit nicht konstant ist. Somit müssten für jeden Lastschritt die Materialparameter variiert werden, um eine zutreffende Erfassung des Mitwirkungseffektes des Betons zu gewährleisten. Durch den konstanten Ansatz des Mitwirkungsfaktors von  $\beta_{t,abg}$  von 0,15 kann unter der Inkaufnahme einer Unterschätzung des Tragverhaltens dieser Berechnungsaufwand reduziert werden. Zweckmäßig ist die Berücksichtigung des Mitwirkungseffektes auf der Stahlseite, da in Versuchen festgestellt wurde, dass es bei einer Berücksichtigung der Mitwirkung auf der Betonseite zu einer Über- bzw. Unterschätzung der Tragwirkung kommen kann, wenn Risse zum Beispiel infolge Schubbeanspruchungen in der Scheibenebene nicht orthogonal zur Bewehrung verlaufen [46]. Zur Berücksichtigung der Mitwirkung auf der Stahlseite werden die mittleren Stahlspannungen aus Gl. 4.10 als Materialkennlinie für die FE-Berechnung verwendet. Weitere Erläuterungen zu dieser Vorgehensweise für nichtlineare Berechnungen an Stahlbetontragwerken sind [44] zu entnehmen.

Inwieweit die Größe der bewehrungsparallelen Risse den Kraftfluss in der Stahlbetonplatte beeinflusst, ist nicht bekannt. Jedoch hat sich in den Versuchen gezeigt, dass sich dieser sehr wohl ändert, wenn Risse über die gesamte Plattenhöhe verlaufen. Eine Übertragung von Schubkräften kann somit lediglich über Dübelwirkung der Plattenbewehrung und über Rissreibung erfolgen.

# Kapitel 8

## Zusammenfassung und Ausblick

### 8.1 Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde das Kurzzeitverhalten von Stahlbetonbauteilen unter ein- und zweiachsender Zugbeanspruchung, sowie unter Biegung vor allem im Gebrauchslastbereich untersucht.

Im ersten Abschnitt lag das Hauptinteresse in der Beeinflussung des Last-Verformungs-Verhaltens durch Querbewehrung unter einaxialem Zug. Hierbei konnte festgestellt werden, dass infolge Dübelwirkung der Querbewehrung die Risslast des jeweiligen Bauteils durch die um die Querbewehrung vorhandenen Spannungsspitzen deutlich reduziert wurde. Unter Berücksichtigung der Eigenspannungen infolge Schwinden durch eine Reduktion der Betonzugfestigkeit konnte die Erstrisslast durch Einführung eines Querbewehrungsgrades zur Verringerung der effektiven Betonfläche zutreffend ermittelt werden. Dabei zeigte die Abnahme der Erstrisslast lediglich eine Abhängigkeit vom Querbewehrungsgrad und nicht vom verwendeten Querbewehrungsdurchmesser, welches durch die Inhomogenität des Werkstoffes Beton erklärt werden konnte. Lag keine starre Verbindung zwischen Längs- und Querbewehrung vor, so hatte der Querbewehrungsgrad keinen Einfluss auf die Erstrisslast.

Der sich einstellende Rissabstand zeigte eine deutliche Abhängigkeit vom Querbewehrungsabstand auf. Durch die Ergänzung eigener Versuchsdaten mit Forschungsarbeiten ähnlicher Thematiken war es möglich, bereits bestehende Formulierungen zur Bestimmung von Rissabständen zu modifizieren. Damit konnten die Grenzen für die minimalen und maximalen Rissabstände für kleine Querbewehrungsabstände berichtigt und die mittleren Rissabstände mit einer höheren Genauigkeit berechnet werden. Auch hier wurde der Querbewehrungsgrad zur Aufstellung der Formulierungen herangezogen. Im baupraktisch relevanten Bereich von Bewehrungsabständen zwischen 5 und 20 Zentimetern zeigte sich ein dominierender Einfluss der Querbewehrung auf die Rissabstände, so dass diese Tatsache auch im Rahmen von Nachweisen zur Beschränkung der Rissbreite herangezogen werden und damit zu einer Verringerung der notwendigen Längsbewehrung beitragen kann.

Durch die Reduktion der Erstrisslast infolge Schwindeigenspannungen und Querbewehrung war es notwendig, die Formulierung nach MODEL CODE 90 [10] zur Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens zu modifizieren, womit eine deutlich bessere Übereinstimmung zwischen versuchstechnischer und rechnerischer Erfassung des Bauteilverhaltens erreicht werden konnte.

Durch die Neuformulierung der Beziehungen zur Ermittlung der mittleren Rissabstände und des Last-Verformungs-Verhaltens konnten die sich einstellenden mittleren Rissbreiten mit einer gegenüber bisherigen Aussagen deutlich besseren Genauigkeit bestimmt werden, wobei die Formulierungen der DIN 1045-1 [2] auch unter Beachtung der zuvor beschriebenen Aspekte weiterhin auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse lieferten.

Der folgende Abschnitt beschäftigte sich mit dem gegenseitigen Einfluss von Zugbeanspruchungen in beiden Bewehrungsrichtungen auf das Last-Verformungs-Verhalten. Dabei konnte festgestellt

werden, dass es nicht ausreicht, die beiden Beanspruchungsrichtungen unabhängig von einander zu betrachten. Bei einer Vernachlässigung der beobachteten Interaktionsbeziehungen führte dies zu einer signifikanten Überschätzung des Last-Verformungs-Verhaltens .

Nach Überprüfung und Bestätigung der Anwendbarkeit der den Querbewehrungseinfluss berücksichtigenden Formulierungen zur Ermittlung der Rissabstände, wurde der Schwerpunkt auf die Bestimmung der dominierenden Faktoren zur gegenseitigen Beeinflussung der beiden Beanspruchungsrichtungen gelegt. Aus dem Vergleich zwischen eigenen Versuchen und Finite-Element-Modellierungen unter Verwendung nichtlinearer Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen zur Berücksichtigung einer Rissbildung entlang der Bewehrung nach IDDA [42] konnte die Feststellung getroffen werden, dass nicht so sehr die Rissbreite der bewehrungsparallelen Risse, sondern viel mehr die Anzahl der Bewehrungsstangen mit Verbundschwächung das Last-Verformungs-Verhalten beeinflusste. Damit konnte das Verhalten eines Zugkörpers mit bewehrungsparallelen Rissen infolge einer bestehenden oder nicht mehr wirkenden Zugbeanspruchung in Querrichtung als Modell zweier paralleler Federn aufgefasst werden, deren Federsteifigkeiten sich aus dem Verhältnis der Bewehrungselemente mit und ohne Verbundschwächung ermitteln ließen. Für die Federsteifigkeit der Feder, welche den ungeschwächten Teil des Zugkörpers abbildete, wurden die im ersten Teil modifizierten Formulierungen zur Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens verwendet. Zur Ermittlung der Federsteifigkeit für den Anteil des Körpers mit Verbundschwächung wurde ein abgeminderter Mitwirkungsfaktor zur Berücksichtigung des Betonmitwirkungseffektes in Abhängigkeit vom Bewehrungsdurchmesser und der vorhandenen Rissbreite am betrachteten Bewehrungsstab eingeführt. Dieser Mitwirkungsfaktor zeigte, dass der Ansatz der mittleren Verbundspannungsabminderung um ein Drittel nach den Vorgaben der DIN 1045-1 [2] nur bei geringen Rissbreiten das reale Tragverhalten nicht überschätzte. Als auf der sicheren Seite liegender unterer Grenzwert wird als Ergebnis der FE-Parameterstudien eine Abminderung der mittleren Verbundspannung auf 40 Prozent vorgeschlagen.

Die nachfolgend angestellten Nachrechnungen von Versuchskörpern mit dem entwickelten Berechnungsmodell zeigen eine zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen Versuch und Berechnung.

Zusätzlich wurde die Auswirkung einer Schwellbelastung auf die Abnahme der Betonmitwirkung untersucht, wobei gegenüber den bestehenden Formulierungen keine Änderung infolge der Rissbildung entlang der Bewehrung festgestellt werden konnte.

Im letzten Abschnitt sollten die Erkenntnisse aus den bisherigen Untersuchungen auf biegebeanspruchte Stahlbetonplatten übertragen werden.

Für einachsig gespannte Platten konnten die Formulierungen für den Rissabstand bestätigt werden. Die Abnahme des Verbundes infolge Rissbildung bedingte eine Abnahme der Traglast, welche im Streubereich der Materialparameter lag und somit nicht weiter betrachtet wurde. Lagen jedoch unterschiedliche Verbundbedingungen für parallele Bewehrungsstränge vor, so reduzierte sich die Traglast aufgrund der verbundabhängigen Kräfteverteilung in den Bewehrungsstäben signifikant.

Bei zweiachsig gespannten Platten gab das durch die Zugbeanspruchung induzierte Rissbild auch das Rissbild für die Biegebeanspruchung bis kurz vor dem Erreichen der Traglast vor. Die Platten wiesen eine deutlich reduzierte Biegesteifigkeit auf. Im Bereich der Traglast, welche infolge Durchstanzen erreicht wurde, konnte zu dem Schluss gekommen werden, dass durch das voreingestellte Rissbild sich der Kraftfluss in der Platte gegenüber einer nicht vorgerissenen Platte geändert haben musste.

## 8.2 Weiterer Forschungsbedarf

Die Versuche haben gezeigt, dass im Bereich kleiner Querbewehrungsabstände die Rissabstände stärker streuen und somit eine rechnerische Erfassung schwierig ist. Eine größere Anzahl von Versuchsergebnissen, auch mit unterschiedlichen Querbewehrungsgraden, kann helfen, die Vorhersagegenauigkeit in diesem Bereich zu verbessern.

Im Rahmen der Versuche mit zweiachsender Zugbeanspruchung bzw. bewehrungsparallelen Längsrissen zeigte sich, dass die Zugsteifigkeit im ungerissenen Zustand I durch diese Beanspruchung reduziert wurde. Dieser Aspekt bedarf einer genaueren Betrachtung und kann durch weitere FE-Studien und Bauteilversuche verifiziert werden.

Die Ergebnisse dieser Arbeit können dazu genutzt werden, die Auswirkung einer Verbundschwächung in Teilbereichen einer Stahlbetonplatte auf das Tragverhalten genauer zu erfassen und somit zum Beispiel durch Sprengwirkung vorgeschädigte Stahlbetonplatten rechnerisch beschreibbar zu machen. Durch die über die gesamte Plattenhöhe verlaufenden Risse infolge der vorangegangenen Zugbeanspruchung weisen zweiachsig gespannte Platten ein geändertes Lastabtragungsverhalten auf, das im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter untersucht werden konnte. Da solche Beanspruchungskombinationen in der Praxis sehr wohl auftreten können, sollte diesem Aspekt im Rahmen weiterer Untersuchungen besondere Bedeutung zugemessen werden.

Gleichzeitig bedarf das vorgestellte Vorgehen bei gleichzeitig wirkender Zug- und Biegebeanspruchung der Überprüfung im Rahmen von Bauteilversuchen.

Die hier angestellten Untersuchungen betrachten lediglich eine Kurzzeitbeanspruchung, so dass die hier vorgestellten Berechnungsansätze noch um Langzeitanteile wie Beton- und Verbundkriechen ergänzt werden sollten.



# Literaturverzeichnis

- [1] *DIN 488 Betonstahl*, Beuth Verlag, Berlin (1986)
- [2] *DIN 1045-1 Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung*, Beuth Verlag, Berlin (2000)
- [3] *DIN 1048 Prüfverfahren für Beton*, Beuth Verlag, Berlin (1991)
- [4] *DIN EN 10080 Betonbewehrungsstahl*, Beuth Verlag, Berlin (1999)
- [5] *DIN-Fachbericht 102 Betonbrücken*, Beuth Verlag, Berlin (2001)
- [6] *Eurocode 2 Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken*, Beuth Verlag, Berlin (1992)
- [7] *EN 12390 Prüfung von Festbeton*, Beuth Verlag, Berlin (2001)
- [8] *CEB/fib Model Code 1978*,
- [9] *Cracking and Deformations*, CEB Manual, Lausanne (1983)
- [10] *CEB/fib Model Code 1990*, Bulletin d'information No. 203, Lausanne (1991)
- [11] *Bond of reinforcement in concrete*, CEB/fib Bulletin 10, Lausanne (2000)
- [12] *Erläuterungen zur DIN 1045-1*, Heft 525 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag, Berlin (2003)
- [13] *A615/A615M-04a Standard Specification for Deformed and Plain Billet-Steel Bars for Concrete Reinforcement*, ASTM International (2003)
- [14] *ADINA System Online Manuals*, Version 8.0 (2002)
- [15] Amleh, L.; Mirza, M.S.: *Effect of concrete w/c ratio & corrosion in concrete mix on bond between steel and concrete*, Conference Bond in Concrete, Budapest (2002)
- [16] Appl, J.J.; Eligehausen, R.; Ozbolt, J.: *Numerical analysis of splices with headed deformed reinforcing bars*, Conference Bond in Concrete, Budapest (2002)
- [17] Bathe, K.J.; Walczak, J.; Welch, A.; Mistry, Nagin: *Nonlinear analysis of concrete structures*, Computers & Structures, Vol. 32 S. 563-590 (1989)
- [18] Baumann, T.; Rüschi, H.: *Schubversuche mit indirekter Krafteinleitung. Versuche zum Studium der Verdübelungswirkung der Biegezugbewehrung eines Stahlbetonbalkens*, Heft 210 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Ernst & Sohn, Berlin (1970)
- [19] Beeby, A. W.: *A Study of Cracking in Reinforced Concrete Members Subjected to Pure Tension*, Cement and Concrete Association (1972)
- [20] Betram, D.; Bornemann, E.; Bunke, N.; Goffin, H.; Jungwith, D.; Kordina, K.; Kupfer, H. Schlaich, J.; Wedler, B.; Zerna, W.: *Festschrift 75 Jahre Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*, Heft 333 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag, Berlin (1982)
- [21] Boussinesq, J.: *Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*, Gauthier-Villars (1885)
- [22] Cho, J.-Y.; Kim, N.S.; Cho, N.-S.; Choi, I.-K.: *Cracking behaviour of reinforced concrete panel subjected to biaxial tension*, ACI Structural Journal, V.101, S. 76-84 (2004)

- [23] Cho, J.-Y.; Kim, N.S.; Cho, N.-S.; Choun, Y.-S.: *Stress-strain relationship of reinforced concrete subjected to biaxial tension*, ACI Structural Journal, V.101, S. 202-208 (2004)
- [24] Collins, M.P.; Mitchell, D.: *Prestressed concrete structures*, Prentice-Hall Inc. (1991)
- [25] Donaubaueer, U.: *Rechnerische Untersuchung der Durchbiegung von Stahlbetonplatten unter Ansatz wirklichkeitsnaher Steifigkeit und Lagerungsbedingungen und unter Berücksichtigung zeitabhängiger Verformungen*, Dissertation, TU-München, München (2002)
- [26] Eibl, J.; Ivanyi, G.: *Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton*, Heft 260 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Ernst & Sohn, Berlin (1976)
- [27] Eibl, J.; Stolze, R.: *Schnittkraftermittlung und Kräfteumlagerung bei Stahlbetonplatten*, Bericht, Universität Karlsruhe (1992)
- [28] Eligehausen, R.; Popov, E.; Bertero, V.V.: *Local Bond Stress -Slip Relationship of Deformed Bars under Generalized Excitations*, Report No. UBC/EERC 83/23, Berkeley (1993)
- [29] Empelmann M.: *Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stabtragwerken aus Konstruktionsbeton unter besonderer Berücksichtigung von Betriebsbeanspruchungen*, Dissertation, RWTH Aachen (1995)
- [30] Gambarova, P. G.; Rosati, G.P.: *Bond and splitting in reinforced concrete: Test results on bar pull-out*, Materials and Structures, Vol. 29, S. 267-276 (1996)
- [31] Gambarova, P. G.; Rosati, G.P.: *Bond and splitting in bar pull-out: Behavioural laws and concrete cover role*, Magazine of Concrete Research, 49, No. 179, S. 99-110 (1997)
- [32] Gebbeken, N.; Greulich, S.: *Bond modelling for reinforced concrete under high dynamic loading effects*, Conference Bond in Concrete, Budapest (2002)
- [33] Günther, G.; Mehlhorn, G.: *Untersuchungen zur Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen für monoton steigende und schwellende Belastungen*, Forschungsbericht Nr. 3 aus dem Fachgebiet Massivbau der GhK, Kassel (1987)
- [34] Günther, G.; Mehlhorn, G.: *Versuche an Beton- und Stahlbetonbauteilen unter ein- und zweiachsialer Beanspruchung*, Forschungsbericht Nr. 9 aus dem Fachgebiet Massivbau der GhK, Kassel (1990)
- [35] Hegger, J.; Roeser, W.; Lotze, D.: *Kurze Verankerung mit Rechteckankern. Neue Zulassung für Rahmenknoten und Konsolen*, Beton- und Stahlbetonbau 99, S. 1-10, Ernst & Sohn, Berlin (2004)
- [36] Heilmann, H.G.; Hilsdorf, H.; Finsterwalder, K.: *Festigkeit und Verformung von Beton unter Zugbeanspruchungen*, Heft 203 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Ernst & Sohn, Berlin (1969)
- [37] Hertel, H.: *Ermüdungsfestigkeit der Konstruktionen*, Springer Verlag, Berlin (1969)
- [38] Hilsdorf, H. K.: *Beton Betonkalender 1997 Teil 1*, S. 1-150, Ernst & Sohn, Berlin (1997)
- [39] Hjorth, O.: *Ein Beitrag zur Frage der Festigkeiten und des Verbundverhaltens von Stahl und Beton bei hohen Belastungsgeschwindigkeiten*, Dissertation, TU Braunschweig (1976)
- [40] Hofmann, J.: *Development length of headed reinforcing bars*, Conference Bond in Concrete, Budapest (2002)
- [41] Holst, K. H.: *Brücken aus Stahlbeton und Spannbeton*, Ernst & Sohn, Berlin (1998)
- [42] Idda, K.: *Verbundverhalten von Betonrippenstählen bei Querkraft*, Dissertation, TH Karlsruhe (1999)
- [43] Kahn, M.H.; Saugy, B.: *Concrete for nuclear reactors*, ACI Special Publication (1972)
- [44] Keuser, M.; Purainer, R.: *Zur wirklichkeitsnahen Berechnung von Tragwerken aus Stahlbeton*, Bauingenieur 78, S. 255-265, Springer Verlag, Berlin (2003)
- [45] Keuser, M.; Purainer, R.; Brunner, S.: *Last-Verformungsverhalten von Stahlbetonzugstäben mit Längsriss*, Beton- und Stahlbetonbau 99, S. 552-560, Ernst & Sohn, Berlin (2004)
- [46] Kollegger, J.; Günther, G.; Mehlhorn, G.: *Zug- und Zug-Druckversuche an Stahlbetonscheiben*, Forschungsbericht Nr. 1 aus dem Fachgebiet Massivbau der GhK, Kassel (1986)

- [47] Kollegger, J.: *Tension Stiffening bei schräg zum Riss angeordneten Bewehrungsstäben*, Bauingenieur 67, S. 35-38, Springer Verlag, Berlin (1992)
- [48] König, G.; Fehling, E.: *Zur Rißbreitenbeschränkung in Stahlbetonbau*, Beton- und Stahlbetonbau 83, S. 161-167 u. 199-204, Ernst & Sohn, Berlin (1988)
- [49] König, G.; Tue, N.V.: *Grundlagen des Stahlbetonbaus*, Teubner Studienbücher Bauwesen, Wiesbaden (1998)
- [50] König, G.; Tue, N. V.: *Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rißbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton*, Heft 466 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag, Berlin (1996)
- [51] Kordina, K. u.a.: *Bemessungshilfsmittel zu Eurocode 2 Teil 1*, Heft 425 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag, Berlin (1992)
- [52] Kreller, H.: *Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetontragwerken unter Last- und Zwangseinwirkung*, Heft 359 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag, Berlin (1990)
- [53] Kuhlmann, U.; Zilch, K.; Ehmann, J.; Jähring, A.; Spitra, F.: *Querkraftabtragung in Verbundträgern mit schlaff bewehrter und aus Zugbeanspruchung gerissener Stahlbetonplatte ohne Schubbewehrung*, Abschlussbericht A 147, AVIF, Mitteilung 2002-2, Institut für Konstruktion und Entwurf, Universität Stuttgart (2002)
- [54] Kupfer, H.: *Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung*, Heft 229 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Ernst & Sohn, Berlin (1973)
- [55] Kustermann, A.: *Einflüsse auf die Bildung von Mikrorissen im Beton*, Dissertation (unveröffentlicht), Universität der Bundeswehr, München (2004)
- [56] Lee, S.L.; Mansur, M.A.; Tan, K.H.; Kasiraju, K.: *Cracking Behavior of Concrete Tension Members Reinforced with Welded Wire Fabric*, ACI Structural Journal, November-December (1987)
- [57] Leonhardt, F.: *Vorlesungen über Massivbau*, Vierter Teil, Springer Verlag, Berlin (1978)
- [58] Mangerig, I.; Hiller, E.: *Bestimmung der Resttragfähigkeit von vorbelasteten Stahlbetonplatten*, Untersuchungsbericht, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Universität der Bundeswehr München (2002)
- [59] Martin, H.-D.; Schießl, P.: *Ausziehversuche zur Ermittlung des Zusammenwirkens zwischen Schweißknoten und Verbund bei Baustahlmatten aus KARI-Stahl*, Prüfungsbericht Nr. 6112 TH München, München (1969)
- [60] MacGregor, J.G.; Aghayere, A.O.: *Analysis of concrete plates under combined in-plane and transverse loads*, ACI-Structural Journal 87, S. 539-547 (1990)
- [61] Maurer, R.: *Grundlagen zur Bemessung des Betongurtes von Stahlverbundträgern*, Dissertation, TH Darmstadt (1992)
- [62] Mehlhorn, G.; Fehling, E.; Jahn, T.; Kleinhenz, A.: *Bemessung von Betonbauten im Hoch- und Industriebau*, Ernst & Sohn, Berlin (2003)
- [63] Mitchell, D.; Abrishami, H. H.: *Influence of Splitting Cracks on Tension Stiffening*, ACI Structural Journal 93, S. 703-710 (1996)
- [64] Müller, H. S.: *Zur Vorhersage des Kriechens im Konstruktionsbeton*, Dissertation, TH Karlsruhe (1986)
- [65] Müller, H. S.; Kvitsel, V.: *Kriechen und Schwinden von Beton* Beton- und Stahlbetonbau 97, S. 8-19, Ernst & Sohn, Berlin (2002)
- [66] Nagatomo, K.; Kaku, T.: *Bond Behaviour of Deformed Bars under Lateral Compressive and Tensile Stress*, Conference Bond in concrete, Band 1 S. 69-78, Riga (1992)
- [67] Noakowski, P.: *Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangsbeanspruchung infolge Temperatur*, Heft 296 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Ernst & Sohn, Berlin (1978)
- [68] Oesterle, R. G.; Russell, H.G.: *Tangential Shear Tests of Reinforced Concrete Containment Elements*, Nuclear Engineering and Design 59, S. 99-122 (1980)

- [69] Oesterle, R. G.; Russell, H.G.: *Shear Transfer in Large Reinforced Concrete Containment Elements*, Portland Cement Association, NUREG/CR-1374, Cornell University (1980)
- [70] Perdikaris, P. C.; White, R. N.; Gergely, P.: *Strength and Stiffness of Tensioned Reinforced Concrete Panels Subjected to Membrane Shear, Two-Way Reinforcing*, NUREG/CR-1602, Cornell University (1980)
- [71] Perdikaris, P.C.; Hilmy, S.; White, F.: *Extensional Stiffness of Precracked R/C Panel*, Journal of Structural Engineering, Vol. 111, S. 487-504 (1985)
- [72] Petersen, Ch.: *Stahlbau*, Grundlagen der Berechnung und baulichen Ausbildung von Stahlbauten, Vieweg Verlag, Wiesbaden (1997)
- [73] Purainer, R.: *Cracking and load-carrying behaviour of reinforced concrete panels subjected to biaxial tension*, Conference Proceedings, 5th PhD Symposium in Civil Engineering, S. 183-190, Delft (2004)
- [74] Rehm, G.: *Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton*, Heft 138 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Ernst & Sohn, Berlin (1961)
- [75] Rimmel, Gerd; *Zum Zug- und Schubtragverhalten von Bauteilen aus hochfestem Beton*, Heft 444 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag, Berlin (1994)
- [76] Rizkalla, S. H.; Hwang, L. S.: *Crack Prediction for Members in Uniaxial Tension*, ACI Journal, S. 572-579 (1984)
- [77] Roos, W.: *Zur Druckfestigkeit des gerissenen Stahlbetons in scheibenförmigen Bauteilen bei gleichzeitig wirkender Querkzugbeanspruchung*, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, TU München (1994)
- [78] Rüschi, H.: *Versuche zur Festigkeit der Biegedruckzone*, Heft 120 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Ernst & Sohn, Berlin (1955)
- [79] Rußwurm, D.: *Betonstähle für den Stahlbetonbau*, Eigenschaften und Verwendung, Bauverlag, Gütersloh (1993)
- [80] Rutner, M.: *Long term tension stiffening at composite construction*, Dissertation, TU München, München (2003)
- [81] Schäfer, H.: *Ermittlung der Steifigkeiten von Stahlbetonplatten*, Heft 345 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag, Berlin (1983)
- [82] Schickert, G.: *Schwellenwerte beim Betondruckversuch*, Heft 312 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Ernst & Sohn, Berlin (1980)
- [83] Schießl, P.; Martin, H.; Schwarzkopf, M.: *Berechnungsverfahren für Rissbreiten aus Lastbeanspruchung*, Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Heft 309, Bonn (1980)
- [84] Schießl, P.: *Grundlagen zur Neuregelung der Rissbreitenbeschränkung*, Heft 400 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag, Berlin (1989)
- [85] Schlee, W.: *Zur Ermittlung der Spaltzugfestigkeit des Betons*, Beton 28, S. 57-62, Verlag Bau+Technik, Düsseldorf (1978)
- [86] Schlaich, J.; Scheef, H.: *Betonhohlkastenbrücken*, Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau, JVBH, ETH, Zürich (1982)
- [87] Schwennicke, Axel; *Zur Berechnung von Stahlbetonbalken und -scheiben im gerissenen Zustand unter der Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen*, Dissertation, TU Berlin (1983)
- [88] Seibel, P.: *Experimentelle und numerische Untersuchungen des Betons zwischen den Rissen*, Dissertation, GH Kassel (2001)
- [89] Sell, R.: *Der E-Modul des Betons*, Dissertation, TH München (1958)
- [90] Shima, H.: *Local bond stress-slip relationship of corroded steel bars embedded in concrete*, Conference Bond in Concrete, Budapest (2002)
- [91] Streit W.: *Zeitabhängige Verformungen von Beton infolge hoher Druckbeanspruchungen*, Dissertation, TU München (1991)

- 
- [92] van Mier, J. G. M.: *Multiaxial Strain-Softening of Concrete*, Material Structures No. 111 (1986)
- [93] Zingone, G.; Romano, F.: *Transverse Reinforcement Effect on Tension Stiffening of R.C. Members*, Conference Bond in Concrete, Riga (1992)

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Auswirkung von unterschiedlichen Mitwirkungsansätzen von Beton zwischen den Rissen auf die Verformungen im Rahmen von FE-Berechnungen [44] . . . . .	2
1.2	Problemstellung: Einaxiale - Zweiaxiale Zugbeanspruchung . . . . .	3
1.3	Anwendungsfälle für kombinierte Beanspruchungssituationen im Brückenbau . . . . .	4
1.4	Anwendungsfälle für kombinierte Beanspruchungssituationen im Behälter- und Kühlturmbau . . . . .	5
1.5	Zu untersuchende Aspekte für unterschiedliche Beanspruchungen . . . . .	5
2.1	Spannungs-Dehnungsbeziehungen für warm- und kaltverformten Stahl . . . . .	8
2.2	Rechenwerte für die Spannungs-Dehnungslinien für Betonstahl nach [2] . . . . .	9
2.3	Rippengeometrien eines idealisierten Bewehrungsstahls . . . . .	10
2.4	Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Beton unter Kurzzeitbelastung und Stadien der Gefügezerstörung nach [91] . . . . .	11
2.5	Spannungs-Dehnungs-Linien von Betonproben unter einaxialer Druckbeanspruchung .	12
2.6	Bezeichnungen der Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung nach MODEL CODE 90 [10] . . . . .	12
2.7	Spannungs-Dehnungs-Beziehung und zugehörige E-Module für einen Beton C 20 nach DIN 1045-1 [2] . . . . .	13
2.8	Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach [10] und [2] für unterschiedliche Betonfestigkeiten	14
2.9	Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung [10] . . . . .	16
2.10	Zweiaxiale Betonfestigkeit nach MODEL CODE 90 [10] und KUPFER [54] . . . . .	17
2.11	Dreiaxiale Betonfestigkeit nach [10] . . . . .	18
2.12	Höhenschichtlinien senkrecht zur $\sigma_2 - \sigma_3$ -Ebene [10] . . . . .	18
2.13	Überlagerung von äußerer Last mit Schwindeigenspannungen . . . . .	20
2.14	Behinderung der Schwindverformungen durch Bewehrung nach SEIBEL [88] . . . . .	21
2.15	Kraftübertragung zwischen Stahl und Beton global (a) [11] und lokal (b) [49] . . . . .	23
2.16	Verbundarten . . . . .	24
2.17	Örtliche Beanspruchung des Betons um den gerippten Bewehrungsstab nach [42] . . . . .	25
2.18	Idealisierte Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung nach MODEL CODE 90 [10] . . . . .	26
2.19	Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen nach [10], [67] und [42] für geringen Schlupf .	27
2.20	Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen nach [10] für Verbund mit und ohne Umschnürungswirkung und [42] . . . . .	28
2.21	Vergleich der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen nach [42] für unterschiedliche Bewehrungsdurchmesser . . . . .	29
2.22	Dübelwirkung der Bewehrung bei gegenseitiger Rissuferverschiebung [77] . . . . .	29

2.23	Rissbildung infolge Dübelwirkung für einen Querstab als Verankerungselement . . . . .	30
2.24	FE-Modell zur Berechnung des Spannungsverlaufes . . . . .	31
2.25	Netzfeinheitsstudie . . . . .	32
2.26	Verlauf des Spannungen $\sigma_y$ ( $y=0$ ) . . . . .	32
2.27	Verlauf des Spannungserhöhungsfaktors $\alpha_{k1}$ . . . . .	33
2.28	Ausgangsmodell (a) und Berechnungsmodell (b) zur Ermittlung der Druckspannungs- verteilung entlang eines Querbewehrungsstabes . . . . .	34
2.29	Verlauf der Bettungsspannung ( $\sigma_c(x)$ ) unterhalb eines Querbewehrungselementes . . . . .	34
3.1	Bauteilbezogene Definitionen . . . . .	37
3.2	Ausbreitung der Zugspannungen im Beton zwischen zwei Rissen . . . . .	37
3.3	Wirkungsbereich der Bewehrung nach [2] . . . . .	38
3.4	Einzelrissbildung beim zentrisch gezogenen Stahlbetonstab . . . . .	39
3.5	Ansatz einer mittleren Verbundspannung ( $\tau_{cm}$ ) . . . . .	39
3.6	Abgeschlossenes Rissbild beim zentrisch gezogenen Stahlbetonstab . . . . .	40
3.7	Vergleich der mittleren Rissabstände nach DIN 1045-1 [2] und SCHIESSL, MARTIN, SCHWARZKOPF [83] . . . . .	41
3.8	Last-Verformungs-Verhalten eines zentrisch beanspruchten Stahlbetonzuggliedes . . . . .	42
3.9	Ansätze für Tension Stiffening nach [2], [6] und [34] . . . . .	43
3.10	Völligkeitsbeiwert $\alpha$ . . . . .	44
3.11	Verlauf der Dehnungen für Stahl und Beton zwischen zwei Rissen . . . . .	44
3.12	Dehnungszunahme infolge schwellender Belastungen nach MEHLHORN [33] . . . . .	46
3.13	Prozentuale Dehnungszunahme infolge Schwellbeanspruchung nach SEIBEL [88] . . . . .	46
3.14	Reduktion des Mitwirkungsfaktors ( $\beta_t$ ) infolge 1000 Lastwechseln nach [33] und [88] . . . . .	47
3.15	Darstellung des minimalen und maximalen Rissabstandes nach LEE ET AL. [56] . . . . .	48
3.16	Darstellung des mittleren Rissabstandes nach [76] (a) und in veränderter Darstellung (b) . . . . .	49
3.17	Darstellung des mittleren Rissabstandes nach [27] . . . . .	50
3.18	Darstellung des mittleren Rissabstandes nach [52] . . . . .	51
3.19	Nachrechnung von Versuchen von [76] durch ZINGONE [93] . . . . .	52
3.20	Versuchskörper mit Belastung und Rissbilder [70] . . . . .	54
3.21	Versuchskörper und Lastaufbringung [69] . . . . .	55
3.22	Einaxiale Versuche [69] . . . . .	55
3.23	Versuchskörperabmessungen und Belastung [69] . . . . .	56
3.24	Rissbild zweiaxialer Versuchskörper [69] . . . . .	56
3.25	Last-Verformungs-Kurven in Längs- (a) und Querrichtung (b) [69] . . . . .	57
3.26	Versuchsaufbau und Versuchskörpergeometrie nach [22] . . . . .	58
3.27	Ansatz zur Betonmitwirkung nach CHO ET AL. [23] im Vergleich zum Ansatz nach MODEL CODE 90 [10] . . . . .	58
3.28	Versuchsaufbau [66] . . . . .	59
3.29	Einfluss des bezogenen Querzuges ( $p_0$ ) auf die Verbundspannung nach [66] . . . . .	59
3.30	Versuchsaufbau [42] . . . . .	60
3.31	Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen nach Gl. 3.29 . . . . .	61
3.32	Abnahme der maximalen Verbundspannung infolge Längsrissbildung . . . . .	62

3.33	Versuchskörper nach [30] . . . . .	63
3.34	Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen nach IDDA [42] und GAMBAROVA, ROSATI [31] für geschwächten Verbund ( $w = 0,5$ mm) . . . . .	64
3.35	Last-Verformungs-Verhalten von Versuchskörpern ohne (a) und mit Längsriss (b) in [63] . . . . .	65
3.36	Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen für Verbundkörper mit Korrosionseinfluss nach [90] . . . . .	66
3.37	Last-Verformungs-Kurven für Stahlbetonzugkörper mit Korrosionseinfluss nach [15] . . . . .	67
4.1	Aus einaxial gezogener Scheibe geschnittener Zugkörper . . . . .	69
4.2	Schalung und Bewehrung der Versuchskörper (ESS) vor dem Betonieren . . . . .	71
4.3	Versuchsaufbau für Stahlbetonscheiben (ESS) und -stäbe (ZS) . . . . .	72
4.4	Differenzen der Risslast mit und ohne Querbewehrung der Variante I (Querschnittsschwächung 20%) . . . . .	73
4.5	Definitionen zur Ermittlung des Querbewehrungsgrades ( $\rho_C$ ) . . . . .	73
4.6	Differenzen der Risslast mit und ohne Querbewehrung der Varianten II, IIa (Querschnittsschwächung 20%) . . . . .	74
4.7	Lineare Regression zur Berücksichtigung des Schwindens einaxial gezogener Bauteile . . . . .	75
4.8	Mikrorissverteilung in Abhängigkeit von der Art der Lagerung . . . . .	76
4.9	Rissabstände für Querbewehrungsschwächung von 20% . . . . .	77
4.10	Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Formulierungen von LEE, RIZKALLA, EIBL und KRELLER . . . . .	78
4.11	Minimale, maximale und mittlere rechnerische Rissabstände (Gln. 4.8 und 4.9) im Vergleich zu den Versuchsdaten (Querschnittsschwächung 20%) . . . . .	80
4.12	Mittlere rechnerische Rissabstände (Gl. 4.9) im Vergleich zu den Versuchsdaten (Querschnittsschwächung 20%) [73] . . . . .	80
4.13	Minimale, maximale und mittlere rechnerische Rissabstände im Vergleich zu den Versuchsdaten mit variabler Querschnittsschwächung . . . . .	81
4.14	Rissabstände der Versuchskörper der Varianten II,IIa im Vergleich mit Formulierung nach Gl. 4.9 (Querschnittsschwächung 20%) . . . . .	82
4.15	Regressionsanalyse der berechneten und gemessenen mittleren Rissabstände . . . . .	83
4.16	Last-Verformungs-Kurven und Approximation nach [10] für die Versuchsserien ESS 1 bis ESS 3 . . . . .	84
4.17	Last-Verformungs-Kurven und Approximation nach [10] für Versuchskörper ZS 44 und ZS 46 . . . . .	85
4.18	Einfluss einer reduzierten Erstrisslast auf das Last-Verformungs-Verhalten . . . . .	85
4.19	Last-Verformungs-Kurven und Neuformulierung (Purainer) nach Gl. 4.10 für Versuchsserien ESS 1 bis ESS 3 . . . . .	87
4.20	Last-Verformungs-Kurven und Neuformulierung (Purainer) nach Gl. 4.10 für Versuchskörper ZS 44 und ZS 46 . . . . .	88
4.21	Vergleich der nach Gl. 3.21 berechneten mittleren Rissbreiten mit den Versuchsergebnissen bei einer Stahlspannung von $\sigma_s = 280$ N/mm <sup>2</sup> . . . . .	89
4.22	Vergleich der gemessenen und nach DIN 1045-1 [2] berechneten Rissbreiten ( $w_k$ ) . . . . .	90
4.23	Regressionsanalyse der gemessenen und nach Gl. 4.11 berechneten Rissbreiten . . . . .	90
5.1	Untersuchte Lastpfade . . . . .	92
5.2	Vergleich der Risslasten infolge Querzug mit der berechneten Risslast nach Gl. 4.3 . . . . .	93



5.3	Vergleich der Risslasten infolge Längszug mit der berechneten Risslast nach Gl. 4.3 . . . . .	94
5.4	Rissbild des Versuchskörpers ZSS 8B nach zweiaxialer Zugbeanspruchung . . . . .	95
5.5	Vergleich der mittleren Rissabstände aus Versuch und Berechnung (Gl. 4.9) . . . . .	95
5.6	Last-Verformungs-Kurven der Serie ZSS 7 infolge Querzug im Vergleich mit dem Verlauf der Funktion nach Gl. 4.10 . . . . .	96
5.7	Last-Verformungs-Kurven der Serie ZSS 8 infolge Längszug . . . . .	97
5.8	Last-Verformungs-Kurve infolge Querzug (ZSS 8A) . . . . .	99
5.9	Vergleich der gemessenen Rissbreiten in Querrichtung mit den Formulierungen nach DIN 1045-1 [2] ( $w_k$ ), MEHLHORN [62] Gl. 3.21 und der eigenen Formulierung nach Gl. 4.11 . . . . .	99
5.10	Vergleich der gemessenen Rissbreiten in Längsrichtung mit den Formulierungen nach DIN 1045-1 [2] ( $w_k$ ), MEHLHORN [62] Gl. 3.21 und der eigenen Formulierung nach Gl. 4.11 . . . . .	100
5.11	Konzeption des Versuchskörpers [45] . . . . .	101
5.12	Modell zur Beschreibung des Tragverhaltens der Versuchskörper ZSL [45] . . . . .	101
5.13	Berechnungsmodell Zugstab [45] . . . . .	103
5.14	Idealisierung der geometrischen Größen des Versuchskörpers im zweidimensionalen Modell [45] . . . . .	103
5.15	Differenzielles Stabelement für Stahlbeton . . . . .	103
5.16	Verlauf des Schlupfes über die Einleitungslänge mit dem Verbundansatz nach MODEL CODE 90 [10] mit FE-Modell und geschlossener Lösung . . . . .	105
5.17	Vergleich des Schlupfes über die Einleitungslänge für den analytischen und den geschlossenen Lösungsansatz nach MODEL CODE 90 [10] . . . . .	106
5.18	Nachrechnung der Versuchskörperspezifikation ZSL 03 mit FE-Modell und unterschiedlichen Längsrissweiten in [45] . . . . .	107
5.19	Abnahme des Mitwirkungsfaktors ( $\beta_t$ ) in Abhängigkeit der Längsrissbreite für Bewehrungsdurchmesser $d_s = 14$ mm . . . . .	108
5.20	Verläufe der Funktion $\mathbf{F}(\mathbf{w}, \mathbf{h}_s)$ für Bewehrungsdurchmesser 8, 14 und 25 mm . . . . .	109
5.21	Mitwirkungsfaktor $\beta_{t,abg}$ für unterschiedliche Bewehrungsdurchmesser in Abhängigkeit von der Längsrissbreite ( $w$ ) . . . . .	109
5.22	Last-Verformungs-Kurve (ZSS 8A) unter Schwellbelastung . . . . .	110
5.23	Last-Verformungs-Kurve (ZSL 11) unter Schwellbelastung . . . . .	110
6.1	Zerlegung der gerissenen Scheibe in Teilkörper (unterer Grenzwert) . . . . .	114
6.2	Grenzfälle der Mitwirkung einer gezogenen Stahlbetonscheibe am Beispiel des Versuchskörpers ZSS 5A . . . . .	114
6.3	Zusammenhänge zwischen ein- und zweiaxialer Zugbeanspruchung [73] . . . . .	115
6.4	Mitwirkungsfaktor $\beta_{t,abg}$ für unterschiedliche Bewehrungsdurchmesser in Abhängigkeit von der Längsrissbreite ( $w$ ) und unterer Grenzwert . . . . .	117
6.5	Rissbild zweiaxialer Versuchskörper MB 3 [69] . . . . .	120
6.6	Berechnete Last-Verformungs-Kurve in Längs- und Querrichtung im Vergleich zu den Versuchsdaten des Körpers ZSS 8A . . . . .	121
6.7	Berechnete Last-Verformungs-Kurven in Längs- und Querrichtung im Vergleich zu den Versuchsdaten von OESTERLE, RUSSEL [69] . . . . .	122
7.1	Zusammenfassung der einachsigen gespannten Plattenversuche (ESP) . . . . .	124
7.2	Vergleich der einaxialen Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Beton im Druckbereich . . . . .	125

7.3	Berechnung der mehraxialen Betondruckfestigkeit [17] . . . . .	126
7.4	Einaxiale Spannungs-Dehnungs-Beziehung im Druckbereich unter Berücksichtigung des mehraxialen Spannungszustandes [17] . . . . .	126
7.5	FE-Modell zur Ermittlung des Last-Verformungs-Verhaltens von vorgerissenen Stahlbetonplatten . . . . .	127
7.6	Federkennlinien zur Modellierung des Verbundverhaltens . . . . .	127
7.7	Vergleich zwischen gemessenen und mit FE-Methode berechneten Last-Verformungskurven der Serien ESP 5 bis ESP 8 . . . . .	128
7.8	Vergleich der Last-Verformungs-Kurven zwischen Platten mit Vorschädigung (S10/P2, S10/P5) und Referenzplatte (S10/P11) . . . . .	128
7.9	Vorschädigung der Platten S10/P2 und S10/P5 durch Sprengbeanspruchung . . . . .	129
7.10	Last-Verformungs-Kurven und Eingangsparameter der FE-Studie . . . . .	129
7.11	FE-Modell zur Berechnung zweiachsig gespannter Stahlbetonplatten . . . . .	131
7.12	Vergleich der Rissbilder aus FE-Berechnung und Versuch . . . . .	131
7.13	Durchstanzkegel im Versuch . . . . .	132
7.14	Vergleich zwischen experimenteller und berechneter Last-Verformungs-Kurve des Versuchskörpers ZSP 8 . . . . .	132
7.15	Beanspruchung der Platte nach MACGREGOR [60] . . . . .	133
7.16	Idealisierung der mitwirkenden Betonzugzone als Zugstab . . . . .	135
C.1	Versuchsaufbau einaxiale Scheibenzugversuche (ESS) . . . . .	XI
C.2	Messaufbau Serie ESS . . . . .	XII
C.3	Korrektur der Messlänge nach [33] . . . . .	XII
C.4	Bewehrungsanordnung der Serie ESS . . . . .	XIII
C.5	Versuchsaufbau Stahlbetonzugkörper (ZS) . . . . .	XIV
C.6	Messaufbau Serie ZS . . . . .	XIV
C.7	Versuchskörperaufbau der Serie ZS . . . . .	XV
C.8	Versuchsaufbau zweiachiale Scheibenzugversuche (ZSS) . . . . .	XVI
C.9	Verwendete Querschnittstypen im Prüfgerüst . . . . .	XVII
C.10	Detailaufnahmen der Lastaufbringung und Verankerung der Querbewehrung . . . . .	XVII
C.11	Biegelinien des Prüfgerüsts a) unter Längszug b) unter Querkzug . . . . .	XVIII
C.12	Messaufbau Serie ZSS . . . . .	XVIII
C.13	Maße und Bewehrung der Serie ZSS . . . . .	XIX
C.14	Bewehrungsanordnung der Serie ZSS . . . . .	XX
C.15	Versuchs- und Messaufbau für Plattenversuche (ESP) . . . . .	XXI
C.16	Versuchs- und Messaufbau für Plattenversuche (ZSP) . . . . .	XXII
D.1	Rissbilder Serie ESS 1 . . . . .	XXIII
D.2	Rissbilder Serie ESS 2 . . . . .	XXIV
D.3	Rissbilder Serie ESS 3 . . . . .	XXV
D.4	Rissbilder Serie ZS 1 bis 12 . . . . .	XXVI
D.5	Rissbilder Serie ZS 13 bis 24 . . . . .	XXVII
D.6	Rissbilder Serie ZS 25 bis 36 . . . . .	XXVIII
D.7	Rissbilder Serie ZS 37 bis 48 . . . . .	XXIX

---

D.8	Rissbilder Serie ZS 49 bis 60 . . . . .	XXX
D.9	Rissbilder Serie ZS 61 bis 64 . . . . .	XXXI
D.10	Last-Verformungs-Kurven Serie ESS 1 bis ESS 3 . . . . .	XXXII
D.11	Last-Verformungs-Kurven Versuchskörper ZS 44 und ZS 46 . . . . .	XXXIII
E.1	Rissbilder Serie ZSS 1 und ZSS 2 . . . . .	XXXIV
E.2	Rissbilder Serie ZSS 3 und ZSS 4 . . . . .	XXXV
E.3	Rissbilder Serie ZSS 5 und ZSS 6 . . . . .	XXXVI
E.4	Rissbilder Serie ZSS 7 und ZSS 8 . . . . .	XXXVII
E.5	Last-Verformungs-Kurven Serie ZSS 5 bis ZSS 7 (Querzug) . . . . .	XXXVIII
E.6	Last-Verformungs-Kurven Serie ZSS 8 (Querzug) . . . . .	XXXIX
E.7	Last-Verformungs-Kurven Serie ZSS 1 bis ZSS 3 (Längszug) . . . . .	XL
E.8	Last-Verformungs-Kurven Serie ZSS 4 bis ZSS 6 (Längszug) . . . . .	XLI
E.9	Last-Verformungs-Kurven Serie ZSS 7 bis ZSS 8 (Längszug) . . . . .	XLII
F.1	Rissbilder Serie ESP 5 bis ESP 6 . . . . .	XLIII
F.2	Rissbilder Serie ESP 7 bis ESP 8 . . . . .	XLIV
F.3	Last-Verformungs-Kurven Serie ESP 5 und ESP 6 . . . . .	XLV
F.4	Last-Verformungs-Kurven Serie ESP 7 und ESP 8 . . . . .	XLVI
F.5	Rissbilder Serie ZSP 7 und ZSP 8 . . . . .	XLVII

# Tabellenverzeichnis

2.1	Materialkennwerte für Betonstahl BSt 500 [1] . . . . .	9
2.2	Rippengeometrien für Betonstahl BSt 500 [1] . . . . .	9
2.3	Koeffizient $C_1$ nach [36] . . . . .	15
2.4	Verbundparameter für unterschiedliche Verbundbedingungen nach MODEL CODE 90 [10] 26	
4.1	Versuchsparameter der einaxialen Zugversuche . . . . .	70
4.2	Vergleich zwischen aus Druckfestigkeit und Spaltzugfestigkeit ermittelter zentrischer Zugfestigkeit . . . . .	71
5.1	Versuchsparameter der zwei axialen Zugversuche . . . . .	92
5.2	Risslasten infolge Längs- und Querzug . . . . .	93
5.3	Rissabstände infolge Längs- und Querzug . . . . .	96
5.4	Einfluss der bewehrungsparallelen Risse auf die Zugsteifigkeit . . . . .	98
5.5	Variation der Werte für die FE-Parameterstudie . . . . .	107
5.6	Belastungsparameter der Schwellbelastung . . . . .	110
5.7	Vergleich der Dehnungszunahme infolge Schwellbelastung . . . . .	111
6.1	Material- und Versuchsparameter des Versuchskörpers ZSS 8B . . . . .	118
6.2	Ergebnisse der Nachrechnung des Versuchskörpers ZSS 8B . . . . .	118
6.3	Material- und Versuchsparameter des Versuchskörpers MB 3 von OESTERLE, RUSSEL [69] . . . . .	119
6.4	Ergebnisse der Nachrechnung des Versuchskörpers MB 3 von OESTERLE, RUSSEL [69] 119	
7.1	Abnahme der Traglast in Abhängigkeit von der Längsrissbreite ( $w$ ) . . . . .	130
B.1	Elastizitätsmodul der im Versuch verwendeten Bewehrungsstähle . . . . .	III
B.2	Verwendete Betonrezepturen für die einzelnen Versuchskörper . . . . .	III
B.3	Betonkennwerte der einzelnen Versuchskörper . . . . .	IX

# Anhang A

## Symbolverzeichnis

### Indizes<sup>1</sup>

$(\dots)_c$	Beton
$(\dots)_d$	Designwert
$(\dots)_e$	Einleitung
$(\dots)_k$	Kerbwirkung, charakteristischer Wert
$(\dots)_m$	Mittelwert
$(\dots)_r$	radial, Riss
$(\dots)_s$	Stahl
$(\dots)_u$	maximal
$(\dots)_x$	x-Richtung
$(\dots)_y$	y-Richtung
$(\dots)_z$	z-Richtung
$(\dots)_{abg}$	abgemindert
$(\dots)_{cube}$	Würfel
$(\dots)_{eff}$	effektiv
$(\dots)_{max}$	Maximalwert
$(\dots)_{min}$	Minimalwert
$(\dots)_{zyl}$	Zylinder
$(\dots)_A$	Anschnittwert
$(\dots)_C$	Querbewehrung
$(\dots)_E$	Einwirkung
$(\dots)_R$	Widerstand
$(\dots)_S$	Schwinden
$(\dots)_{SZ}$	Spaltzug
$(\dots)_0$	bezogener Wert, Urzustand
$(\dots)_1$	Zustand I
$(\dots)_2$	Zustand II
$(\dots)_{1,2,3,\dots}$	Anteile, Hauptspannungsrichtungen
$(\dots)^\sigma$	oberer Wert
$(\dots)^u$	unterer Wert

---

<sup>1</sup>Die hier angegebenen Indizes sind im Rahmen dieser Arbeit auch untereinander kombiniert worden.

## Griechische Buchstaben

$\alpha$	Völligkeitsbeiwert, Korrekturfaktor, Erhöhungs-, Abminderungsfaktor
$\beta$	Korrekturfaktor
$\beta_t$	Mitwirkungsfaktor
$\epsilon$	Dehnung
$\nu$	Querkontaktionszahl, bezogene Durchstanzkraft
$\xi$	bezogene Laufkoordinate
$\rho$	Bewehrungsgrad
$\sigma$	Normalspannung
$\tau$	Verbundspannung
$\phi$	Kriechzahl
$\varphi_I$	Steigung der Dehnsteifigkeit im Zustand I
$\psi$	Relaxationszahl
$\Delta...$	differentielle Größe

## Römische Buchstaben

b	Breite
c	Betondeckung
$c_s$	Rippenabstand
d	statische Nutzhöhe, Durchmesser
d...	infinitesimale Größe
$d_1, d_2$	Randabstand der Bewehrung
$f_t$	Stahlzugfestigkeit
$f_y$	Stahlstreckgrenze
h	Höhe
k	Korrekturfaktor
l	Länge
m	Anzahl der Querbewehrungsstäbe in der Zugzone
n	Verhältniswert von Elastizitätsmodulen, Streckennormalkraft
p	Last
q	Flächen- bzw. Streckenlast
r	Radius
s	Abstand, Schlupf
t	Zeit, Blechdicke
u	Umfang
v	Streckenquerkraft
w	Rissbreite
x	x-Koordinate
y	y-Koordinate
z	z-Koordinate
A	Fläche
C	Betonfestigkeitsklasse, Korrekturfaktor
E	Elastizitätsmodul
F	Kraft
$G_f$	Bruchenergie
I	Flächenträgheitsmoment
M	Biegemoment
N	Normalkraft
$R^2$	Bestimmtheitsmaß
S	Steifigkeit
T	Torsionskraft
U	Umfang
V	Querkraft
W	Widerstandsmoment

# Anhang B

## Materialkennwerte

### B.1 Bewehrungsstahl

Tabelle B.1: Elastizitätsmodul der im Versuch verwendeten Bewehrungsstähle

Versuchskörper	$E_s$ [N/mm <sup>2</sup> ]
ESS 1-3	196000
ZS 1-32	197230
ZS 33-40, ZS 45-64	197990
ZS 41-44	205010
ZSL 1-4	202799
ZSL 5-12	208102
ZSL 13-16	203436
ZSS 1-5	198209
ZSS 6-8	202799
ESP 6-8	202779

### B.2 Beton

#### B.2.1 Betonrezepturen

Tabelle B.2: Verwendete Betonrezepturen für die einzelnen Versuchskörper

Betonrezeptur	Versuchskörper
C 20/25	ESS 1 ZS 1-4, ZS 17-20 ZSS 1-2, ZSS 4-7 ESP 5-7
C 30/37	ZSL 1-8
C 40/50	ESS 2 ZS 5-8, ZS 21-24, ZS 41-64 ZSS 3, ZSS 8 ESP 8
C 80/95 (SI)	ESS 3 ZS 9-12, ZS 25-28, ZS 33-36 ZSL 9-16
C 80/95 (SFA)	ZS 13-16, ZS 29-32, ZS 37-40

UniBwM Institut für Werkstoffe des Bauwesens								
Kurzbeschreibung:		Versuche Purainer		Mischung: C20/25				
		Stahlbetonkörper						
<b>ANFORDERUNGEN</b>								
x	unbewehrter Beton			Festigkeitsklasse	B 25			
	bewehrter Beton / Innenbauteil			angestr. Festigkeit	30 N/mm <sup>2</sup>			
	bewehrter Beton / Außenbauteil			max. w/z				
	Wasserundurchlässigkeit			Konsistenz	KP			
	hoher Widerstand gegen schwachen chem. Angriff			Sieblinie	A/B 16			
	hoher Widerstand gegen starken chem. Angriff			Luftporen	1,5 Vol.-%			
	hoher Frostwiderstand			Mindestzementgehalt	200 kg/m <sup>3</sup>			
	hoher Frost-u. Tausalz-widerstand			angestr. Mehlorgehalt	kg/m <sup>3</sup>			
	Sichtbeton							
	Pumpbeton							
niedrige Wärmeentwicklung (massige Bauteile)								
<b>AUSGANGSSTOFFE</b>								
<b>Zement</b>								
Art	Hersteller/Werk/Bezeichnung		Dichte	Anteil (%)	BN28	Mittel		
			kg/dm <sup>3</sup>		N/mm <sup>2</sup>			
CEM II / B-S 32,5 R	Rohrdorfer Zement		3,050	100,0	43,0	43,0		
<b>Zusatzstoff</b>								
			k-Wert					
Si-Fume	MS - Elkem		2,160	0,5	(Feststoffanteil)			
					0,0			
<b>Fasern</b>								
			Dos Vol.-%					
<b>Zusatzmittel</b>								
			Dos M.-%					
			Berechnung auf Gesamtbindemittel					
<b>BERECHNUNG</b>								
w/z = β <sub>w</sub> : N28		30,0 : 43,0		n. Diagramm 1=		0,70 w/z = 0,50		
Wassergehalt nach Erfahrung <sup>1)</sup> oder Diagramm 2				W =		100 kg/m <sup>3</sup>		
Bindemittelgehalt (Z + si + Zusatzstoffe) W : w/z				100 : 0,50		BM = 200,00 kg/m <sup>3</sup>		
Rechenbeiwerte								
f1/z = 0,000		f2/z = 0,000		si/z = 0,000		Z = 200,00 kg/m <sup>3</sup>		
CEM II / B-S 32,5 R Rohrdorfer Zement		200,00 kg/m <sup>3</sup>		w / b - Wert		0,50		
---		0,00 kg/m <sup>3</sup>		w / z - Wert		0,50		
Wasser (abz. MS u. ZM)		100,00 kg/m <sup>3</sup>		w / (z + k x f + silica <sub>rest</sub> ) - Wert		0,50		
MS - Elkem		0,00 kg/m <sup>3</sup>						
---		0,00 kg/m <sup>3</sup>						
---		0,00 kg/m <sup>3</sup>						
Stoffraum (dm <sup>3</sup> )		Mehlkorn (kg)		Feinstsand (kg)		Mörtelgehalt (dm <sup>3</sup> )		
Zement	65,6	G < 0,125 mm		G < 0,25 mm		Zement 65,6		
Wasser (gesamt, inkl. MS + ZM)	100,0					Wasser 100,0		
Zusatzstoff	0,0	D.-% < 0,125 3,1		D.-% < 0,25 8,1		Zusatzstoff 0,0		
MS - Elkem	0,0					MS - Elkem 0,0		
Luftporen	15,0	G 69,67		G 182,04		Luftporen 15,0		
---	0,0					---		
---	0,0					---		
Summe	180,6	Z 200,00		Z 200,00		G < 2 mm M.-% 31,2		
		F 0,00		F 0,00		256,4		
Volumen G	819,4	Summe 269,67		Summe 382,04		Summe 436,9 dm <sup>3</sup>		
<b>1 m<sup>3</sup> ZUSAMMENSETZUNG</b>								
Korngruppe Bezeichnung (mm)	Stoffraum		Rohdichte (kg/dm <sup>3</sup> )	Zuschlag trocken (kg)	Eigenfeuchte		Zuschlag feucht (kg)	Labormischung 100 dm <sup>3</sup> (kg)
	%	(dm <sup>3</sup> )			(%)	(kg)		
Kalk 0/4 mm	40,00	327,8	2,735	896,45			896,45	89,65
Kalk 4/8 mm	20,00	163,9	2,753	451,18			451,18	45,12
Kalk 8/16 mm	40,00	327,8	2,745	899,73			899,73	89,97
Summe	100,0	819,4	-----	2247,36	-----	0,00	2247,36	224,74



UniBwM Institut für Werkstoffe des Bauwesens									
Kurzbeschreibung:		Versuche Purainer Stahlbetonkörper		Mischung: C 30/37					
<b>ANFORDERUNGEN</b>									
unbewehrter Beton		Festigkeitsklasse	B 35						
bewehrter Beton / Innenbauteil		angestr. Festigkeit	40		N/mm <sup>2</sup>				
bewehrter Beton / Außenbauteil		max. w/z							
Wasserundurchlässigkeit		Konsistenz	KP						
hoher Widerstand gegen schwachen chem. Angriff		Sieblinie	A/B 16						
hoher Widerstand gegen starken chem. Angriff		Luftporen	1,5		Vol.-%				
hoher Frostwiderstand		Mindestzementgehalt	250		kg/m <sup>3</sup>				
hoher Frost-u. Tausalz-widerstand		angestr. Mehlkorngesamt	kg/m <sup>3</sup>						
Sichtbeton									
Pumpbeton									
niedrige Wärmeentwicklung (massige Bauteile)									
<b>AUSGANGSSTOFFE</b>									
<b>Zement</b>									
Art	Hersteller/Werk/Bezeichnung		Dichte	Anteil (%)	BN28	Mittel			
			kg/dm <sup>3</sup>		N/mm <sup>2</sup>				
CEM II / B-S 32,5 R	Rohrdorfer Zement		3,050	100,0	43,0	43,0			
<b>Zusatzstoff</b>									
Si-Fume	MS - Elkem		2,160	0,5	(Feststoffanteil)				
					0,0				
<b>Fasern</b>									
				Dos Vol.-%					
<b>Zusatzmittel</b>									
				Dos M.-%					
<b>Berechnung auf Gesamtbindemittel</b>									
<b>BERECHNUNG</b>									
w/z = $f_w$ : N28	40,0	:	43,0	n. Diagramm 1 =	0,93	w/z =	0,50		
Wassergehalt nach Erfahrung <sup>1)</sup> oder Diagramm 2							W =	125 kg/m <sup>3</sup>	
Bindemittelgehalt (Z + si + Zusatzstoffe) W : w/z	125	:	0,50					BM =	250,00 kg/m <sup>3</sup>
Rechenbeiwerte									
f1/z =	0,000	f2/z =	0,000	si/z =	0,000	Z =	250,00 kg/m <sup>3</sup>		
CEM II / B-S 32,5 R Rohrdorfer Zement	250,00 kg/m <sup>3</sup>			w / b - Wert	0,50				
---	0,00 kg/m <sup>3</sup>			w / z - Wert	0,50				
Wasser (abz. MS u. ZM)	125,00 kg/m <sup>3</sup>			w / (z + k x f + silica <sub>act</sub> ) - Wert	0,50				
MS - Elkem	0,00 kg/m <sup>3</sup>								
---	0,00 kg/m <sup>3</sup>								
---	0,00 kg/m <sup>3</sup>								
Stoffraum (dm <sup>3</sup> )		Mehlkorn (kg)		Feinstsand (kg)		Mörtelgehalt (dm <sup>3</sup> )			
Zement	82,0	G < 0.125 mm		G < 0.25 mm		Zement	82,0		
Wasser (gesamt, inkl. MS + ZM)	125,0					Wasser	125,0		
Zusatzstoff	0,0	D.-% < 0.125	3,1	D.-% < 0.25	8,1	Zusatzstoff	0,0		
MS - Elkem	0,0					MS - Elkem	0,0		
Luftporen	15,0	G	66,15	G	172,84	Luftporen	15,0		
---	0,0					---	0,0		
---	0,0					---	0,0		
Summe	222,0	Z	250,00	Z	250,00	G < 2 mm M.-%	31,2		
		F	0,00	F	0,00		243,4		
Volumen G	778,0	Summe	316,15	Summe	422,84	Summe	465,4 dm <sup>3</sup>		
<b>1 m<sup>3</sup> ZUSAMMENSETZUNG</b>									
Korngruppe Bezeichnung (mm)	%	Stoffraum (dm <sup>3</sup> )	Rohdichte (kg/dm <sup>3</sup> )	Zuschlag trocken (kg)	Eigenfeuchte (%)	Zuschlag feucht (kg)	Labormischung 100 dm <sup>3</sup> (kg)		
Kalk 0/4 mm	40,00	311,2	2,735	851,17		851,17	85,12		
Kalk 4/8 mm	20,00	155,6	2,753	428,38		428,38	42,84		
Kalk 8/16 mm	40,00	311,2	2,745	854,28		854,28	85,43		
Summe	100,0	778,0	-----	2133,83	-----	0,00	2133,83		

UniBwM Institut für Werkstoffe des Bauwesens							
Kurzbeschreibung:		Versuche Purainer Stahlbetonkörper		Mischung: C40/50			
<b>ANFORDERUNGEN</b>							
unbewehrter Beton		Festigkeitsklasse	C 40/50				
bewehrter Beton / Innenbauteil		angestr. Festigkeit	60		N/mm <sup>2</sup>		
bewehrter Beton / Außenbauteil		max. w/z	0,50				
Wasserundurchlässigkeit		Konsistenz	KP				
hoher Widerstand gegen schwachen chem. Angriff		Sieblinie	A/B 16				
hoher Widerstand gegen starken chem. Angriff		Luftporen	1,5		Vol.-%		
hoher Frostwiderstand		Mindestzementgehalt	360		kg/m <sup>3</sup>		
hoher Frost-u.Tausatzwiderstand		angestr. Mehlikorngehalt			kg/m <sup>3</sup>		
Sichtbeton							
Pumpbeton							
niedrige Wärmeentwicklung (massige Bauteile)							
<b>AUSGANGSSTOFFE</b>							
<b>Zement</b>							
Art	Hersteller/Werk/Bezeichnung	Dichte	Anteil (%)	ßN28	Mittel		
		kg/dm <sup>3</sup>			N/mm <sup>2</sup>		
CEM II 32,5 R	Rohrdorfer Zement (WE4)	3,100	100,0	43,0		43,0	
<b>Zusatzstoff</b>							
Si-Fume	MS - Elkem	2,160	0,5	(Feststoffanteil)			
				0,0			
<b>Fasern</b>							
			Dos Vol.-%				
<b>Zusatzmittel</b>							
			Dos M.-%	Berechnung auf Gesamtbindemittel			
<b>BERECHNUNG</b>							
w/z = β <sub>w</sub> : N28	60,0	:	43,0	n. Diagramm 1=	1,40	w/z =	0,40
Wassergehalt nach Erfahrung <sup>1)</sup> oder Diagramm 2						W =	145 kg/m <sup>3</sup>
Bindemittelgehalt ( Z + si + Zusatzstoffe) W : w/z		145	:	0,4		BM =	362,50 kg/m <sup>3</sup>
Rechenbeiwerte							
f1/z =	0,000	f2/z =	0,000	si/z =	0,000	Z =	362,50 kg/m <sup>3</sup>
CEM II 32,5 R Rohrdorfer Zement (WE4)	362,50 kg/m <sup>3</sup>			w / b - Wert	0,40		
---	0,00 kg/m <sup>3</sup>			w / z - Wert	0,40		
Wasser (abz. MS u. ZM)	145,00 kg/m <sup>3</sup>			w / ( z + k x f + silica <sub>fehl</sub> ) - Wert	0,40		
MS - Elkem	0,00 kg/m <sup>3</sup>						
---	0,00 kg/m <sup>3</sup>						
---	0,00 kg/m <sup>3</sup>						
<b>Stoffraum (dm<sup>3</sup>)</b>		<b>Mehlikorn (kg)</b>		<b>Feinstsand (kg)</b>		<b>Mörtelgehalt (dm<sup>3</sup>)</b>	
Zement	116,9	G < 0.125 mm		G < 0.25 mm		Zement	116,9
Wasser (gesamt, inkl. MS + ZM)	145,0					Wasser	145,0
Zusatzstoff	0,0	D.-% < 0.125	3,1	D.-% < 0.25	8,1	Zusatzstoff	0,0
MS - Elkem	0,0					MS - Elkem	0,0
Luftporen	15,0	G	61,48	G	160,63	Luftporen	15,0
---	0,0					---	0,0
---	0,0					---	0,0
Summe	276,9	Z	362,50	Z	362,50	G < 2 mm M.-%	31,2
		F	0,00	F	0,00		226,2
Volumen G	723,1	Summe	423,98	Summe	523,13	Summe	503,2 dm <sup>3</sup>
<b>1 m<sup>3</sup> ZUSAMMENSETZUNG</b>							
Korngruppe Bezeichnung (mm)	Stoffraum %	Stoffraum (dm <sup>3</sup> )	Rohdichte (kg/dm <sup>3</sup> )	Zuschlag trocken (kg)	Eigenfeuchte (%)	Zuschlag feucht (kg)	Labormischung 100 dm <sup>3</sup> (kg)
Kalk 0/4 mm	40,00	289,2	2,735	791,03		791,03	79,10
Kalk 4/8 mm	20,00	144,6	2,753	398,12		398,12	39,81
Kalk 8/16 mm	40,00	289,2	2,745	793,92		793,92	79,39
Summe	100,0	723,1	-----	1983,08	-----	1983,08	198,31

UniBwM Institut für Werkstoffe des Bauwesens							
Kurzbeschreibung:		Versuche Purainer Stahlbetonkörper		Mischung: C 80/95			
<b>ANFORDERUNGEN</b>							
unbewehrter Beton				Festigkeitsklasse	B 95		
bewehrter Beton / Innenbauteil				angestr. Festigkeit	105	N/mm <sup>2</sup>	
bewehrter Beton / Außenbauteil				max. w/z			
Wasserundurchlässigkeit				Konsistenz	KR		
hoher Widerstand gegen schwachen chem. Angriff				Sieblinie	A/B 16		
hoher Widerstand gegen starken chem. Angriff				Luftporen	1,0	Vol.-%	
hoher Frostwiderstand				Mindestzementgehalt	450	kg/m <sup>3</sup>	
hoher Frost-u. Tausalz-widerstand				angestr. Mehlkorngesamt	kg/m <sup>3</sup>		
Sichtbeton							
Pumpbeton							
niedrige Wärmeentwicklung (massige Bauteile)							
<b>AUSGANGSSTOFFE</b>							
<b>Zement</b>							
Art	Hersteller/Werk/Bezeichnung			Dichte	Anteil (%)	BN28	Mittel
				kg/dm <sup>3</sup>		N/mm <sup>2</sup>	
CEM I 42,5 R	Märker Zement			3,100	100,0	52,3	52,3
<b>Zusatzstoff</b>							
Si-Fume	MS - Elkern			2,160	0,5	(Feststoffanteil)	
				0,0			
<b>Fasern</b>							
				Dos Vol.-%			
<b>Zusatzmittel</b>							
Fließmittel	Woerment FM 375			1,080	0,99	Berechnung auf Gesamtbindemittel	
<b>BERECHNUNG</b>							
w/z = $\beta_w$ : N28	105,0	:	52,3	n. Diagramm 1 =	2,01	w/z =	0,33
Wassergehalt nach Erfahrung <sup>1)</sup> oder Diagramm 2							
Bindemittelgehalt (Z + si + Zusatzstoffe) W : w/z	148,5	:	0,33			W =	148,5 kg/m <sup>3</sup>
						BM =	450,00 kg/m <sup>3</sup>
Rechenbeiwerte							
f1/z =	0,000	f2/z =	0,000	si/z =	0,087	Z =	414,00 kg/m <sup>3</sup>
CEM I 42,5 R Märker Zement	414,00 kg/m <sup>3</sup>			w / b - Wert	0,33		
---	0,00 kg/m <sup>3</sup>			w / z - Wert	0,36		
Wasser (abz. MS u. ZM)	112,50 kg/m <sup>3</sup>			w / (z + k x f + silica <sub>frei</sub> ) - Wert	0,33		
MS - Elkern	72,00 kg/m <sup>3</sup>						
---	0,00 kg/m <sup>3</sup>						
---	0,00 kg/m <sup>3</sup>						
Stoffraum (dm <sup>3</sup> )		Mehlkorn (kg)		Feinstsand (kg)		Mörtelgehalt (dm <sup>3</sup> )	
Zement	133,5	G < 0.125 mm		G < 0.25 mm		Zement	133,5
Wasser (gesamt, inkl. MS + ZM)	148,5					Wasser	148,5
Zusatzstoff	0,0	D.-% < 0.125	3,5	D.-% < 0.25	9,3	Zusatzstoff	0,0
MS - Elkern	16,7					MS - Elkern	16,7
Luftporen	10,0	G	66,34	G	176,27	Luftporen	10,0
---	0,0					---	0,0
---	0,0					---	0,0
Summe	308,7	Z	414,00	Z	414,00	G < 2 mm M.-%	36,0
		F	36,00	F	36,00		249,5
Volumen G	691,3	Summe	516,34	Summe	626,27	Summe	558,2 dm <sup>3</sup>
<b>1 m<sup>3</sup> ZUSAMMENSETZUNG</b>							
Korngruppe Bezeichnung (mm)	Stoffraum %	Stoffraum (dm <sup>3</sup> )	Rohdichte (kg/dm <sup>3</sup> )	Zuschlag trocken (kg)	Eigenfeuchte (%)	Zuschlag feucht (kg)	Labormischung 100 dm <sup>3</sup> (kg)
Kalk 0/4 mm	46,09	318,6	2,735	871,41		871,41	87,14
Kalk 4/8 mm	18,62	128,7	2,753	354,36		354,36	35,44
Kalk 8/16 mm	35,29	244,0	2,745	669,65		669,65	66,97
Summe	100,0	691,3	-----	1895,42	-----	0,00	1895,42
							189,54

UniBwM Institut für Werkstoffe des Bauwesens							
Kurzbeschreibung : Versuche Purainer Mischung: C 80/95 SFA Stahlbetonkörper							
<b>ANFORDERUNGEN</b>							
unbewehrter Beton		Festigkeitsklasse	B 95				
bewehrter Beton / Innenbauteil		angestr. Festigkeit	105		N/mm <sup>2</sup>		
bewehrter Beton / Außenbauteil		max. w/z	0,34				
Wasserundurchlässigkeit		Konsistenz	KP				
hoher Widerstand gegen schwachen chem. Angriff		Sieblinie	A/B 16				
hoher Widerstand gegen starken chem. Angriff		Luftporen	1,0		Vol.-%		
hoher Frostwiderstand		Mindestzementgehalt	450		kg/m <sup>3</sup>		
hoher Frost-u.Tausalz-widerstand		angestr. Mehlkorngelalt			kg/m <sup>3</sup>		
Sichtbeton							
Pumpbeton							
niedrige Wärmeentwicklung (massige Bauteile)							
<b>AUSGANGSSTOFFE</b>							
<b>Zement</b>							
Art	Hersteller/Werk/Bezeichnung	Dichte	Anteil (%)	BN28	Mittel		
		kg/dm <sup>3</sup>			N/mm <sup>2</sup>		
CEM I 42,5 R	Märker Zement	3,100	100,0	52,3	52,3		
<b>Zusatzstoff</b>							
			k-Wert				
Si-Fume	MS - Elkem	2,160	0,5		(Feststoffanteil)		
Steinkohlenflugasche	SAFAMENT HKV	2,300	1,0				
					1,0		
<b>Fasern</b>							
			Dos Vol.-%				
<b>Zusatzmittel</b>							
			Dos M.-%				
Fließmittel	Woerment FM 375	1,080	0,99				Berechnung auf Gesamtbindemittel
<b>BERECHNUNG</b>							
w/z = $\beta_w$ : N28	95,0	:	52,3	n. Diagramm 1 =	1,82	w/z =	0,33
Wassergehalt nach Erfahrung <sup>1)</sup> oder Diagramm 2						W =	148,5 kg/m <sup>3</sup>
Bindemittelgehalt (Z + si + Zusatzstoffe) W : w/z	148,5	:	0,33			BM =	450,00 kg/m <sup>3</sup>
<b>Rechenbeiwerte</b>							
f1/z =	0,455	f2/z =	0,000	si/z =	0,061	Z =	296,83 kg/m <sup>3</sup>
CEM I 42,5 R Märker Zement	296,83 kg/m <sup>3</sup>			w / b - Wert	0,33		
---	0,00 kg/m <sup>3</sup>			w / z - Wert	0,50		
Wasser (abz. MS u. ZM)	130,39 kg/m <sup>3</sup>			w / (z + k x f + silica <sub>rest</sub> ) - Wert	0,38		
MS - Elkem	36,21 kg/m <sup>3</sup>						
SAFAMENT HKV	135,06 kg/m <sup>3</sup>						
---	0,00 kg/m <sup>3</sup>						
<b>Stoffraum (dm<sup>3</sup>)</b>	<b>Mehlkorn (kg)</b>	<b>Feinstsand (kg)</b>	<b>Mörtelgehalt (dm<sup>3</sup>)</b>				
Zement	95,8	G < 0,125 mm	G < 0,25 mm	Zement	95,8		
Wasser (gesamt, inkl. MS + ZM)	148,5			Wasser	148,5		
Zusatzstoff	58,7	D.-% < 0,125	3,5	D.-% < 0,25	9,3	Zusatzstoff	58,7
MS - Elkem	8,4					MS - Elkem	8,4
Luftporen	10,0	G	65,13	G	173,05	Luftporen	10,0
---	0,0					---	0,0
---	0,0					---	0,0
Summe	321,4	Z	296,83	Z	296,83	G < 2 mm M.-%	36,0
		F	153,17	F	153,17		244,9
Volumen G	678,6	Summe	515,13	Summe	623,05	Summe	566,3 dm <sup>3</sup>
<b>1 m<sup>3</sup> ZUSAMMENSETZUNG</b>							
Korngruppe Bezeichnung (mm)	Stoffraum %	Stoffraum (dm <sup>3</sup> )	Rohdichte (kg/dm <sup>3</sup> )	Zuschlag trocken (kg)	Eigenfeuchte (%)	Zuschlag feucht (kg)	Labormischung 45 dm <sup>3</sup> (kg)
Kalk 0/4 mm	46,09	312,8	2,735	855,47		855,47	38,50
Kalk 4/8 mm	18,62	126,4	2,753	347,88		347,88	15,65
Kalk 8/16 mm	35,29	239,5	2,745	657,41		657,41	29,58
Summe	100,0	678,6	-----	1860,76	-----	1860,76	83,73

## B.2.2 Materialparameter Beton

Tabelle B.3: Betonkennwerte der einzelnen Versuchskörper

Versuchskörper	Alter [d]	$f_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ck}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ctm}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]
ESS 1	34	25,0	10,4	1,56	25734
ESS 2	76	56,0	33,2	3,10	32815
ESS 3A-3D	29	80,0	50,9	4,09	34039
ESS 3E	29	78,0	49,4	4,05	34404
ZS 1, ZS 17	28	36,9	19,2	2,15	28556
ZS 2, ZS 18	30	42,9	23,6	2,47	30026
ZS 3, ZS 19	30	43,4	23,9	2,49	30143
ZS 4, ZS 20	28	36,2	18,6	2,11	28374
ZS 5, ZS 21	29	49,4	28,4	2,79	31472
ZS 6, ZS 22	30	63,9	39,0	3,45	34291
ZS 7, ZS 23	32	47,2	26,7	2,68	30998
ZS 8, ZS 24	31	54,6	32,2	3,04	32540
ZS 9, ZS 25	30	79,5	50,5	4,10	36881
ZS 10, ZS 26	34	81,7	52,1	4,19	37218
ZS 11, ZS 27	32	80,2	51,0	4,13	36989
ZS 12, ZS 28	31	79,1	50,2	4,08	36819
ZS 13, ZS 29	29	95,9	62,6	4,42	39260
ZS 14, ZS 30	30	59,6	35,9	3,26	33504
ZS 15, ZS 31	31	68,2	42,2	3,64	35044
ZS 16, ZS 32	32	66,4	40,9	3,56	34733
ZS 33-36	30	96,0	62,7	4,43	40514
ZS 37-40	25	80,0	50,9	4,12	38125
ZS 41-44	89	62,3	37,9	3,38	35076
ZS 45-48	42	53,8	31,6	3,00	33403
ZS 49-52	37	52,0	30,3	2,91	33026
ZS 53-56	29	48,3	29,7	2,87	32849
ZS 57-59, ZS 62	23	48,5	29,8	2,88	32892
ZS 60-61, ZS 63-64	20	50,9	31,6	3,00	33396
ZSS 1-2	52	34,0	17,0	1,99	27787
ZSS 3	61	54,0	31,7	3,01	32420
ZSS 4	61	33,0	16,3	1,93	27512
ZSS 5-6	102	35,0	17,8	2,04	28057
ZSS 7	28	40,4	21,7	2,34	29436
ZSS 8	28	48,0	27,3	2,72	31172
ZSL 1-8	34	55,2	32,6	3,06	32664
ZSL 9-16	33	86,5	55,7	4,37	37932
ESP 5-6	102	35,0	17,8	2,04	28057
ESP 7	28	40,4	21,7	2,34	29436
ESP 8	28	52,1	30,4	2,92	32039

# Anhang C

## Versuchsaufbau

### C.1 Einaxiale Scheibenversuche (ESS)

#### C.1.1 Lastaufbringung

Der im Bild C.1 dargestellte Versuchsaufbau bestand aus folgenden Einzelbauteilen: dem Prüfzylinder (Typ Inistron Schenk PZ 630A (630 kN)) mit Kraftmessdose, der Traverse zur Einleitung der Zugkräfte in die Bewehrungsstangen, dem Versuchskörper und der unteren Lasteinleitungsstruktur bestehend aus einer Stahlplatte, die mit den horizontalen Trägern des Prüfgerüsts verbunden war. Die Verbindung der einzelnen Bauteile des Prüfgerüsts erfolgte mit vorgespannten HV-Schrauben. Die Krafteinleitung in den Versuchskörper erfolgte über die freien Enden der Bewehrungsstangen, welche an den Enden mit Muttern zur Aufnahme der Zugkräfte versehen waren. Dazu war es notwendig, auf die Enden der Bewehrungsstangen Gewinde einzuschneiden. Dadurch trat das Versagen des Versuchskörpers im Bereich der Gewinde auf. Die Zugkräfte wurden über Verbundkräfte in den Beton im Lasteinleitungsbereich des Versuchskörpers eingetragen. Eine gleichmäßige Einleitung der Zugkräfte in den Versuchskörper wurde dadurch erreicht, dass der Versuchskörper nach dem Einbau in die obere Traverse mittels Wasserwaage in horizontaler und vertikaler Richtung ausgerichtet wurde. Dieses Vorgehen wurde mit einem der eigentlichen Versuchsserie vorangegangenen Prüfkörper überprüft. Bei diesem wurden die Stahldehnungen der einzelnen Bewehrungsstäbe durch Dehnungsmessstreifen (DMS) gemessen. Es konnte festgestellt werden, dass nach einer genauen Ausrichtung des Versuchskörpers die Dehnungsunterschiede in den einzelnen Bewehrungsstangen vernachlässigbar klein waren. Zusätzlich konnte während der Versuchsdurchführung ein Vergleich der Verformungswerte der induktiven Wegaufnehmer links und rechts am Versuchskörper vorgenommen werden. Diese Werte zeigten stets eine gute Übereinstimmung und bestätigten damit das oben vorgestellte Vorgehen.

#### C.1.2 Messtechnik

Die Erfassung der Zugkräfte erfolgte über die Kraftmessdose des Prüfzylinders. Die Speicherung der Daten geschah parallel mit den Verformungswerten der Wegaufnehmer in einer zentralen Computereinheit. Zur Ermittlung der Verformungen der Prüfkörper in Längsrichtung wurden auf der Vorder- und Rückseite jeweils drei bzw. zwei induktive Wegaufnehmer mit einer Messlänge von 130 cm angebracht (siehe Bild C.2). In Querrichtung wurde ein induktiver Wegaufnehmer mit einer Messlänge von 70 cm zur Bestimmung der durch die Querkontraktion hervorgerufenen Verformungen angebracht. Die verwendeten Wegaufnehmer besaßen eine Messgenauigkeit von 0,01 mm. Die Messwerte wurden zusammen mit denen der Kraftmessdose in der zentralen Computereinheit gespeichert und in Echtzeit am Bildschirm dargestellt, so dass Ungenauigkeiten in der Lasteinleitung gegebenenfalls umgehend durch Anziehen bzw. Ablassen einzelner Muttern an den Bewehrungsstangen abgestellt werden konnten. Für die Längsverformungen des Versuchskörpers wurde der Mittelwert aus den Dehnungen der Vorder- und der Rückseite der Scheibe gebildet. Hiermit wurden eventuell auftretende Exzentrizitäten und damit Differenzen in den Längsdehnungen zwischen den beiden Versuchskörperseiten infolge von Herstellungsgenauigkeiten vermieden. Da das Auftreten der Risse zufällig ist, war es notwendig die

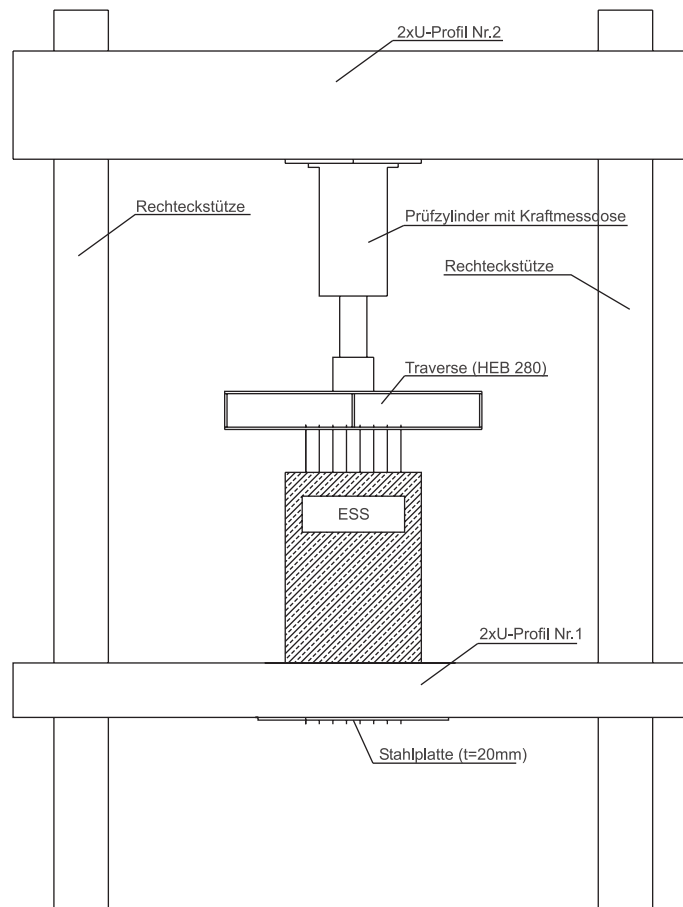


Bild C.1: Versuchsaufbau einaxiale Scheibenzugversuche (ESS)

Messlängen an der Betonoberfläche zu korrigieren. Für die Berechnung der mittleren Dehnung wird vor dem ersten Riss die tatsächliche Messlänge zugrunde gelegt. Es können Fehler auftreten, wenn der Lasteinleitungsbereich mit erfasst wird, da hier die Dehnungen von Beton und Stahl unterschiedlich große Werte annehmen. Aus diesem Grund wurde der Endbereich von 10 cm nicht in die Verformungsmessung einbezogen. Je nach Auftreten der Risse im Bereich der Befestigung der Wegaufnehmer (innerhalb bzw. außerhalb des Messbereichs) mussten die Messlängen korrigiert werden. Beim abgeschlossenen Rissbild erfolgte die Korrektur der Messlängen anhand der Darstellung in Bild C.3. Die mittleren Rissbreiten wurden über die Division der Gesamtverformung des Versuchskörpers durch die jeweilige Rissanzahl ermittelt. Dabei wurde näherungsweise angenommen, dass Verformungen an der Betonoberfläche des Versuchskörpers nur in den Rissen auftreten.

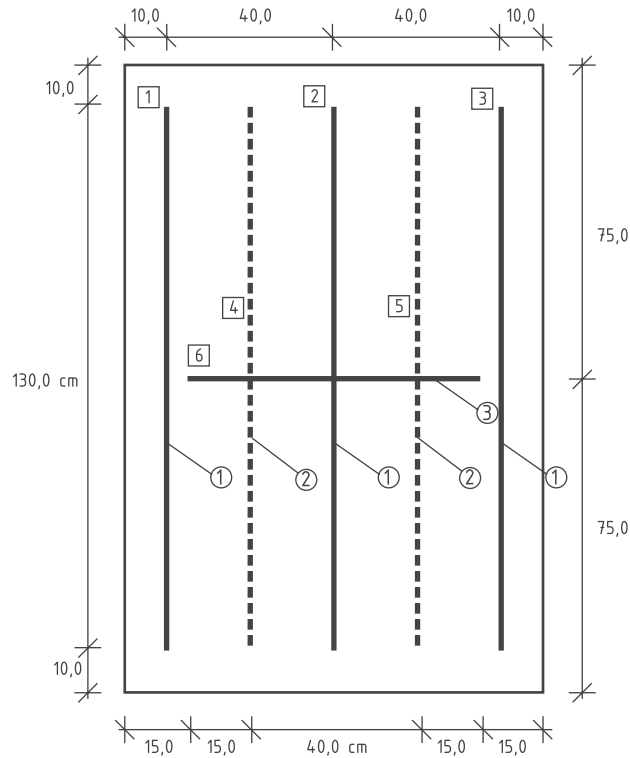
Zur Bestimmung der Rissbreite der Einzelrisse wurde ein Rissbreitenlineal und eine Risslupe verwendet. Die Bestimmung der Rissbreiten erfolgte entlang der Mittellinie des Versuchskörpers, um die in Querrichtung örtlich streuenden Rissbreiten auf einen Ort zu beziehen.

### C.1.3 Versuchskörperaufbau

## C.2 Stahlbetonzugkörper (ZS)

### C.2.1 Lastaufbringung

Der in Bild C.5 dargestellte Versuchsaufbau bestand aus dem Prüfzylinder (Hydropulsmaschine 630kN) mit Kraftmessdose und dem Versuchskörper. Die Krafteinleitung in den Versuchskörper er-



- ① induktiver Wegaufnehmer Messlänge 130 cm
- ② induktiver Wegaufnehmer Messlänge 130 cm (Rückseite)
- ③ induktiver Wegaufnehmer Messlänge 70 cm
- ⓧ Wegaufnehmer Nr. x

Bild C.2: Messaufbau Serie ESS

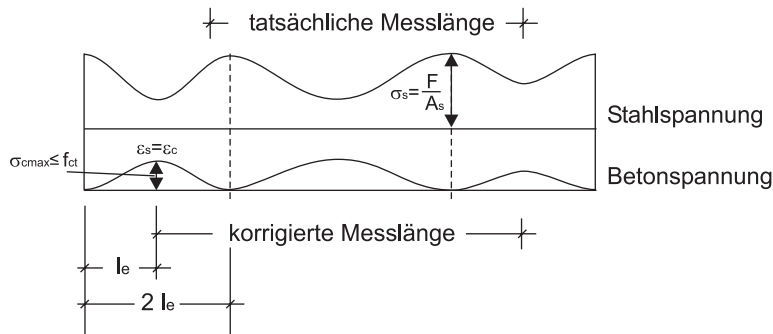
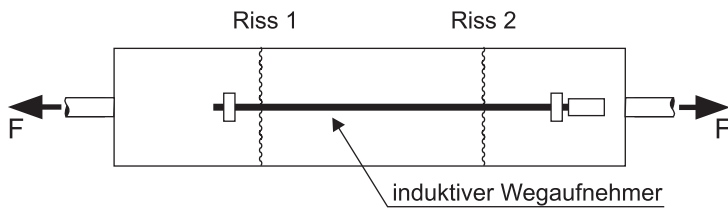


Bild C.3: Korrektur der Messlänge nach [33]



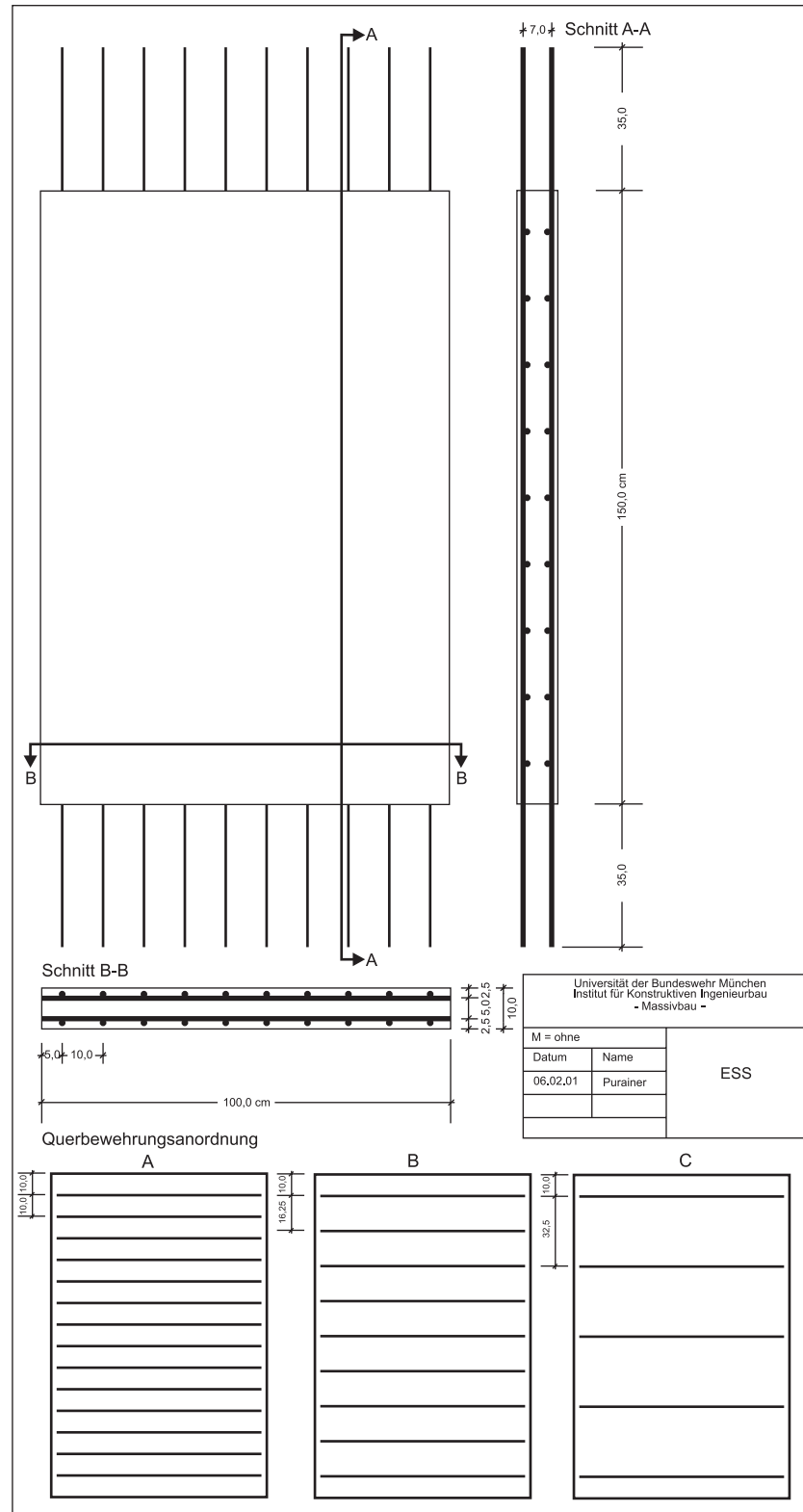


Bild C.4: Bewehrungsanordnung der Serie ESS

folgte über die freien Enden der Bewehrungsstangen, die in hydraulisch betätigte Klemmbacken eingespannt waren. Die Zugkräfte wurden über Verbundkräfte in den Beton im Lasteinleitungsbereich des Versuchskörpers eingetragen.

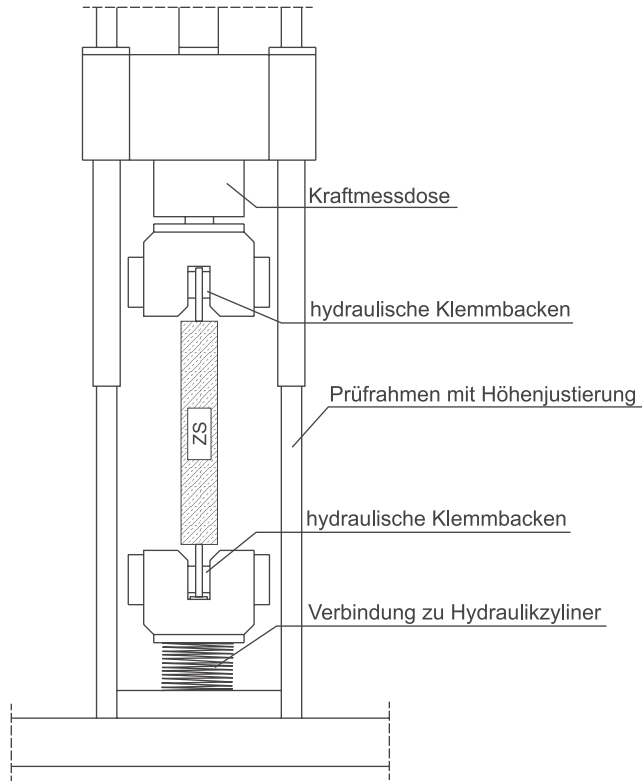


Bild C.5: Versuchsaufbau Stahlbetonzugkörper (ZS)

### C.2.2 Messtechnik

Die aufgebrachten Zugkräfte wurden direkt über die Messdose der Prüfeinrichtung gemessen und in einer zentralen Computereinheit gespeichert. Die Messung der Verformungen erfolgte über seitlich an den Versuchskörpern angebrachte induktive Wegaufnehmer mit einer Messlänge von 60 cm, deren Anbringung und die Ermittlung der Gesamtdehnung in Bild C.6 dargestellt ist.

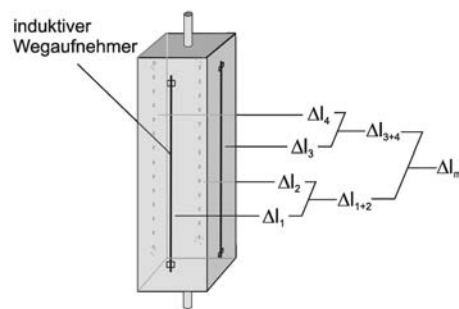


Bild C.6: Messaufbau Serie ZS

## C.2.3 Versuchskörperaufbau

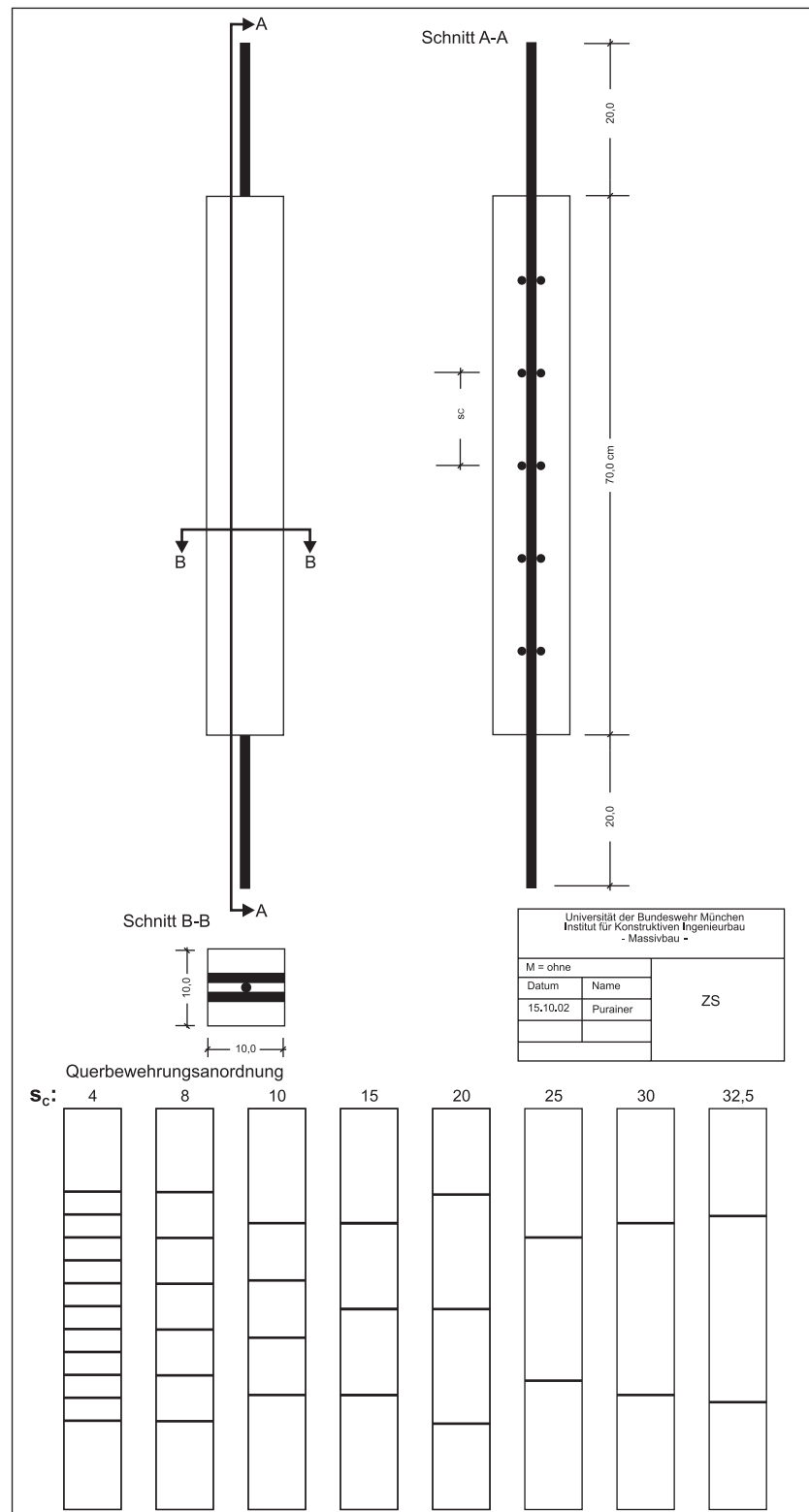


Bild C.7: Versuchskörperaufbau der Serie ZS

## C.3 Zweiaxiale Scheibenversuche (ZSS)

### C.3.1 Lastaufbringung

Für diese Versuche wurde der in Bild C.8 skizzierte Versuchsaufbau verwendet. Der Versuchsaufbau basiert auf dem für die einaxialen Scheibenversuche verwendeten, ist jedoch durch zusätzliche Bauteile ergänzt worden. Die dabei im Prüfgerüst verwendeten Querschnittsgeometrien sind Bild C.9 zu entnehmen. Zur Aufbringung des Querzuges dienten drei Hydraulikzylinder des Typs Lukas LHC 60-35/250. Die Hydraulikzylinder waren hierbei an einem I-Profil HEM 360 befestigt, das an das Prüfgerüst angeschlossen wurde. Die Krafteinleitung auf die Querbewehrung erfolgte hier, indem die Querbewehrungsstäbe über Lochbleche an quadratische Kastenprofile angeschraubt wurden, die ihrerseits mit den Prüfzylindern verbunden waren. Auf der anderen Seite wurden die Bewehrungsstäbe auf ähnliche Art mit den vertikalen Trägern des Prüfgerüsts rückverankert (Bild C.10). Durch diese Art der horizontalen Verankerung war es möglich, den Versuchskörper einer Längszugbeanspruchung auszusetzen, ohne dass sich dadurch Zwängungen infolge seitlicher Verformungsbehinderung ergeben konnten.

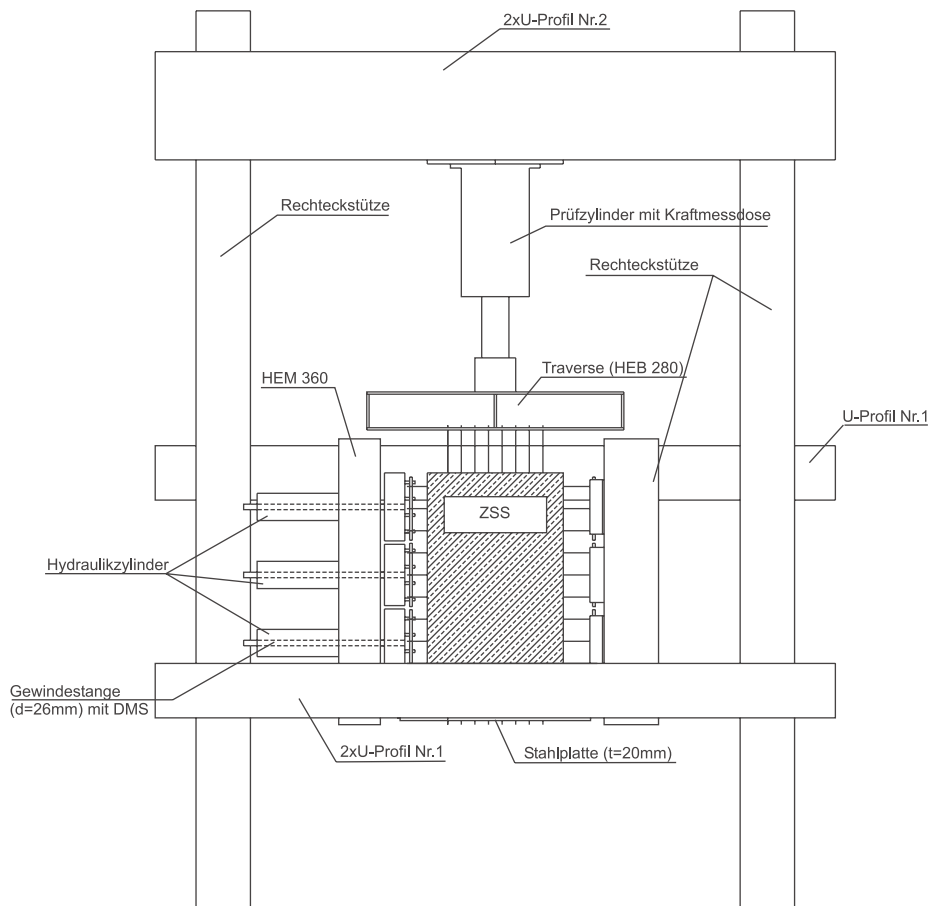


Bild C.8: Versuchsaufbau zweiaxiale Scheibenzugversuche (ZSS)

Anhand einer überschlägigen Berechnung mit Hilfe des Programms Stab2D wurden die Verformungen im Prüfgerüst während der Versuche ermittelt. Die Berechnung wurde nach Theorie I. Ordnung durchgeführt. Die Verformungsfigur des Prüfgerüsts ist in Bild C.11 dargestellt. Die Berechnungen berücksichtigen jeweils nur eine Belastungsrichtung. Die Knotenpunkte des Systems wurden als biegesteife Anschlüsse angesehen. Die dargestellten Ergebnisse haben die vorausgegangene Annahme von sehr kleinen Verformungen bestätigt. Aufgrund der geringen Größe der Durchbiegung und der annähernd symmetrischen Verformungsfiguren konnte davon ausgegangen werden, dass die Verfor-

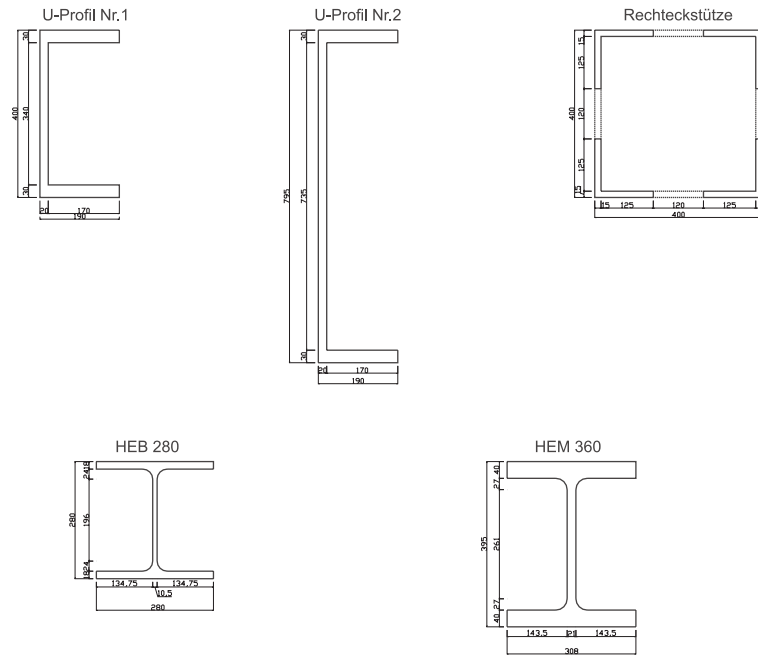


Bild C.9: Verwendete Querschnittstypen im Prüfgerüst

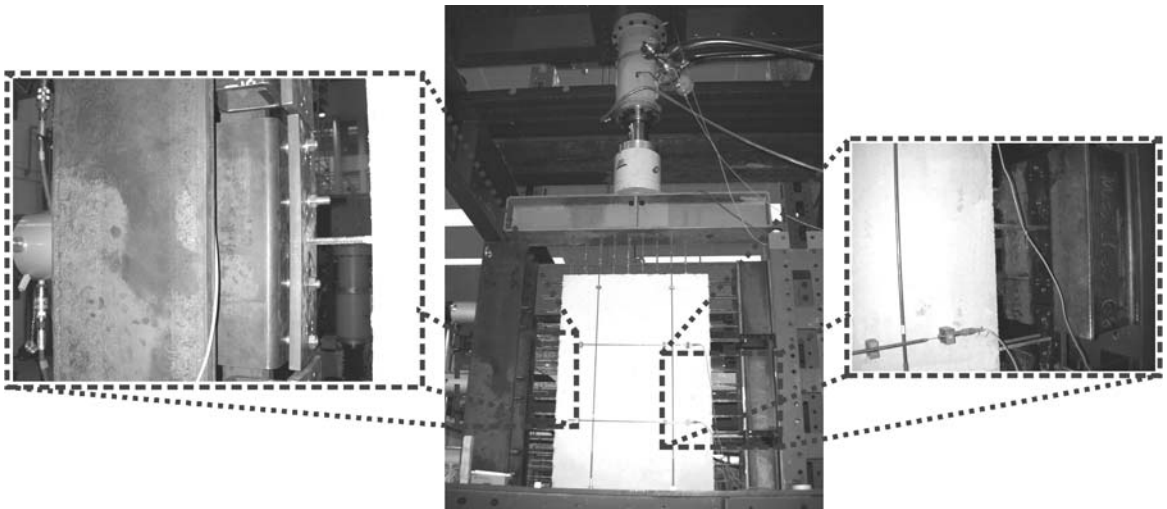


Bild C.10: Detailaufnahmen der Lastaufbringung und Verankerung der Querbewehrung

mungen des Prüfgerüsts keine wesentlichen Auswirkungen auf die Versuchsergebnisse hatten.

### C.3.2 Messtechnik

Der in Bild C.12 dargestellte Messaufbau stellte eine Modifikation des in der Versuchsserie ESS verwendeten Messaufbaus dar. Da hier neben der Erfassung der Längsverformungen auch die Querverformungen von Bedeutung waren, wurden in Querrichtung jeweils zwei induktive Wegaufnehmer auf jeder Seite des Versuchskörpers angebracht. Diese wurden ebenfalls nicht über die gesamte Breite des Versuchskörpers geführt, um störende Einflüsse aus dem Lasteinleitungsbereich zu vermeiden. Für die Messung der Längsverformungen konnte aus den Erfahrungen der Serie ESS die Anzahl der Wegaufnehmer reduziert werden. Damit ergab sich eine symmetrische Anordnung der Wegaufnehmer.

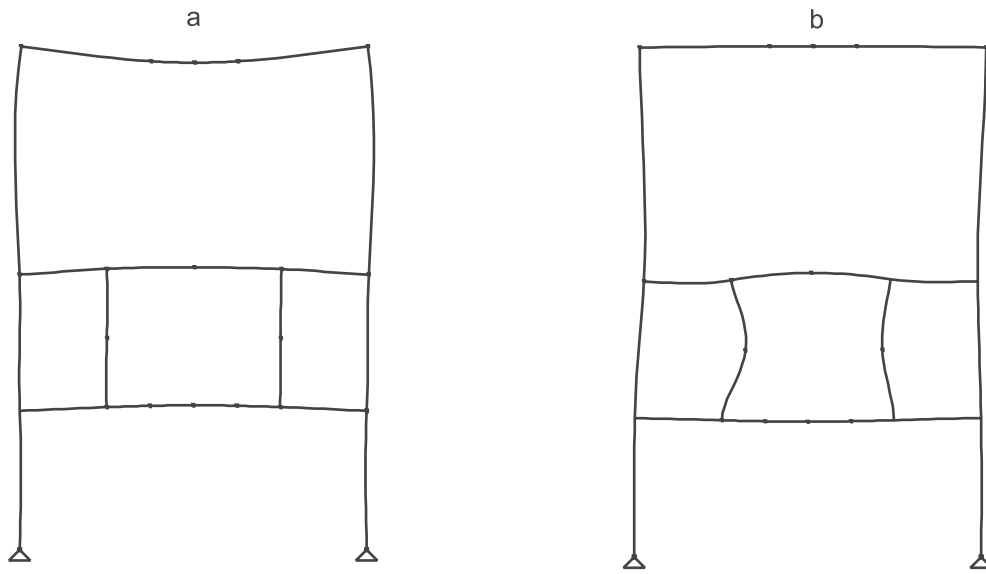
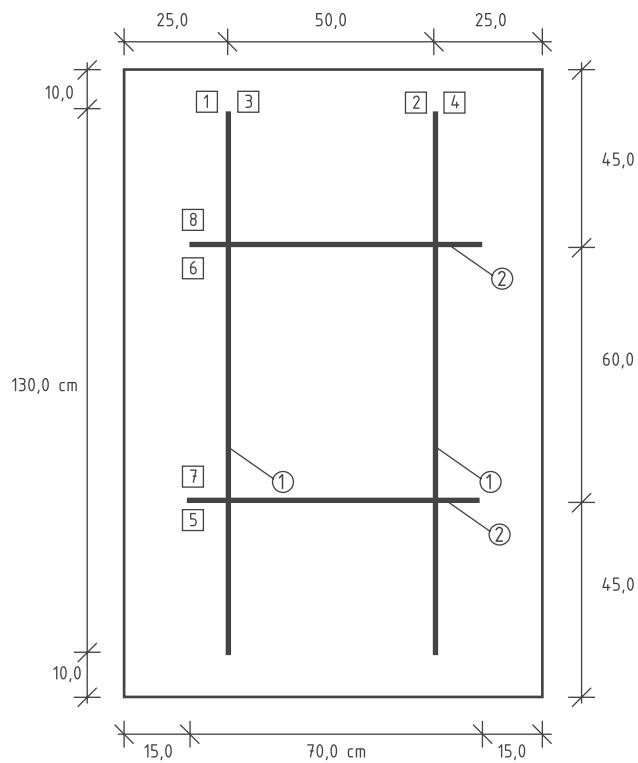


Bild C.11: Biegelinien des Prüfgerüsts a) unter Längszug b) unter Querzug



- ① induktiver Wegaufnehmer Messlänge 130 cm (beidseitig)
- ② induktiver Wegaufnehmer Messlänge 70 cm (beidseitig)
- ⓧ Wegaufnehmer Nr. x

Bild C.12: Messaufbau Serie ZSS



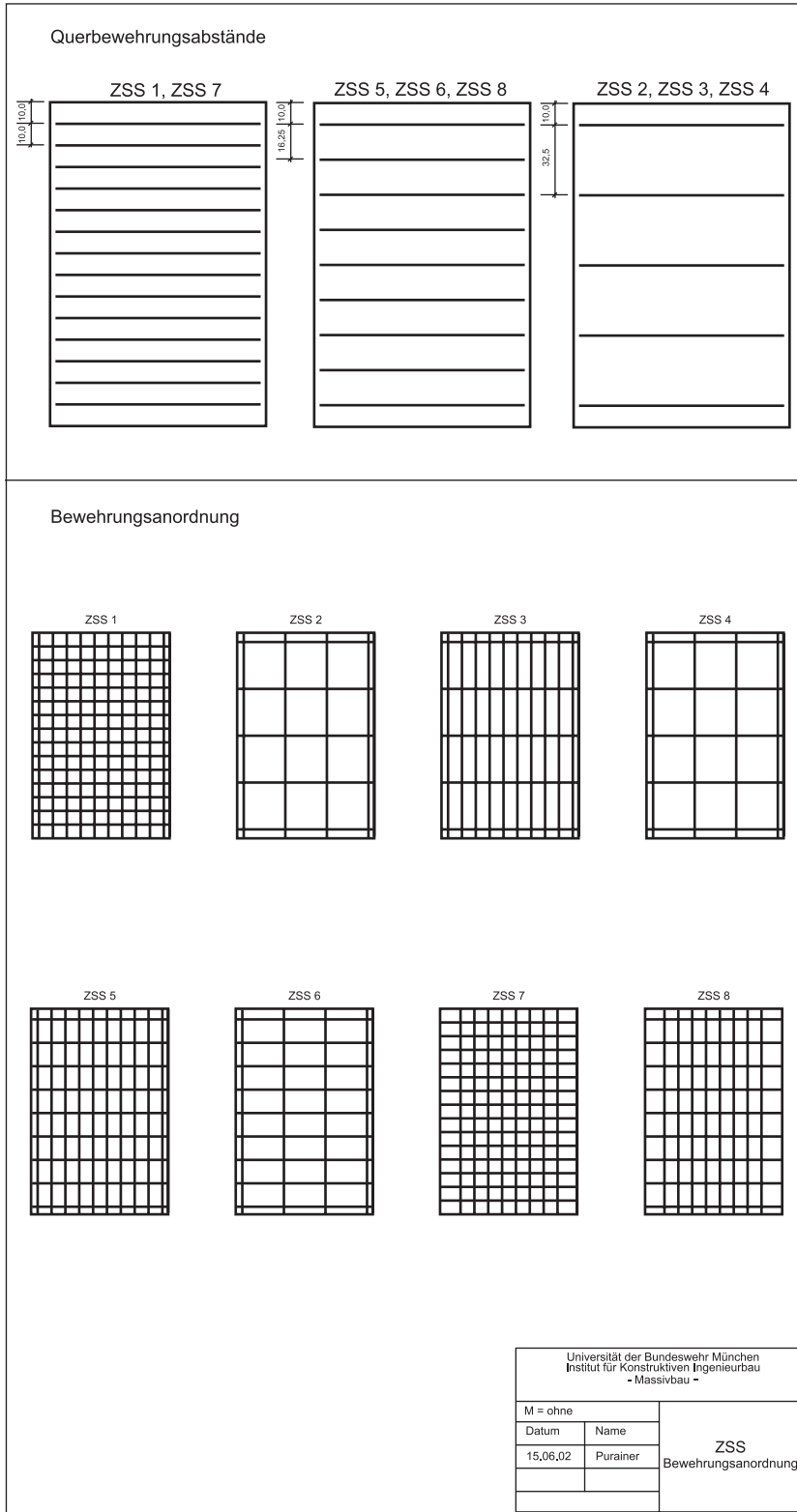


Bild C.14: Bewehrungsanordnung der Serie ZSS



## C.4 Plattenversuche

### C.4.1 Lastaufbringung

Die Versuche an den bereits durch die zweiachsig Zugbeanspruchung vorgeschädigten Stahlbetonscheiben erfolgte als Plattenbeanspruchung mit einaxialer Spannrichtung in Richtung der größeren Ausdehnung der Versuchskörper. Die Lastaufbringung geschah hierbei über einen hydraulischen Prüfzylinder. Die über den Prüfzylinder erzeugte Last wurde über eine Traverse (HEB 300 - Profil) und darunter angehängte HEB 100 - Profile in den Drittelpunkten auf den Versuchskörper als Linienlast über Stahlleisten (15 mm) aufgebracht (Bild C.15). Dabei wurden Unregelmäßigkeiten in der Oberfläche der Versuchskörper im Bereich der Lasteinleitung über zusätzlich untergelegte Elastomerstreifen ausgeglichen.

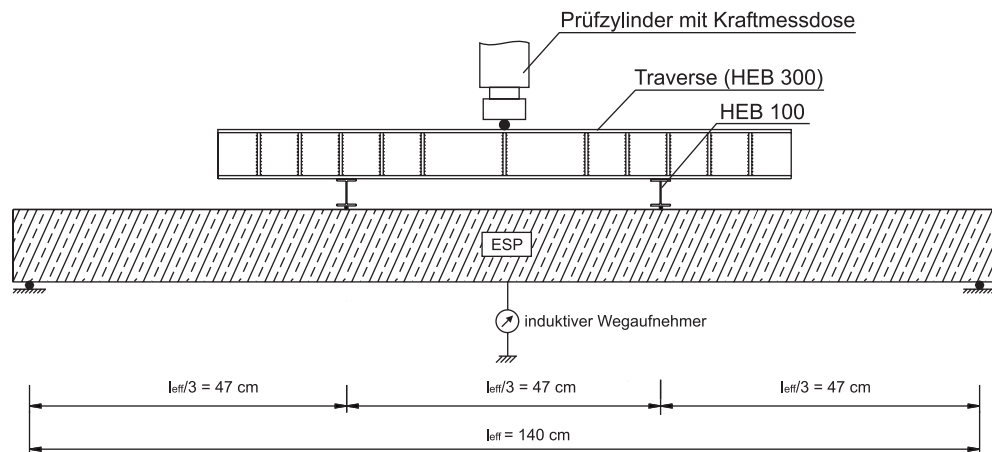


Bild C.15: Versuchs- und Messaufbau für Plattenversuche (ESP)

Zur Durchführung der Plattenversuche mit zweiachsig Spannung wurde der zuvor verwendete Versuchsaufbau (ESP) modifiziert. Eine zusätzliche Auflagerung erfolgte entlang der Längsrichtung der Platten. Die Lastaufbringung geschah nicht mehr in den Drittelpunkten, sondern durch einen Stempel mit einem Durchmesser von 20 cm in Plattenmitte (Bild C.16).

## C.4.2 Messtechnik

Für beide Versuchsreihen erfolgte die Kraftmessung über die im Prüfzylinder eingebaute Kraftmessdose. Die Durchbiegung der Platten wurde für beide Versuchsreihen in Plattenmitte mittels eines an der Plattenunterseite angeordneten induktiven Wegaufnehmers gemessen (Bilder C.15 und C.16).

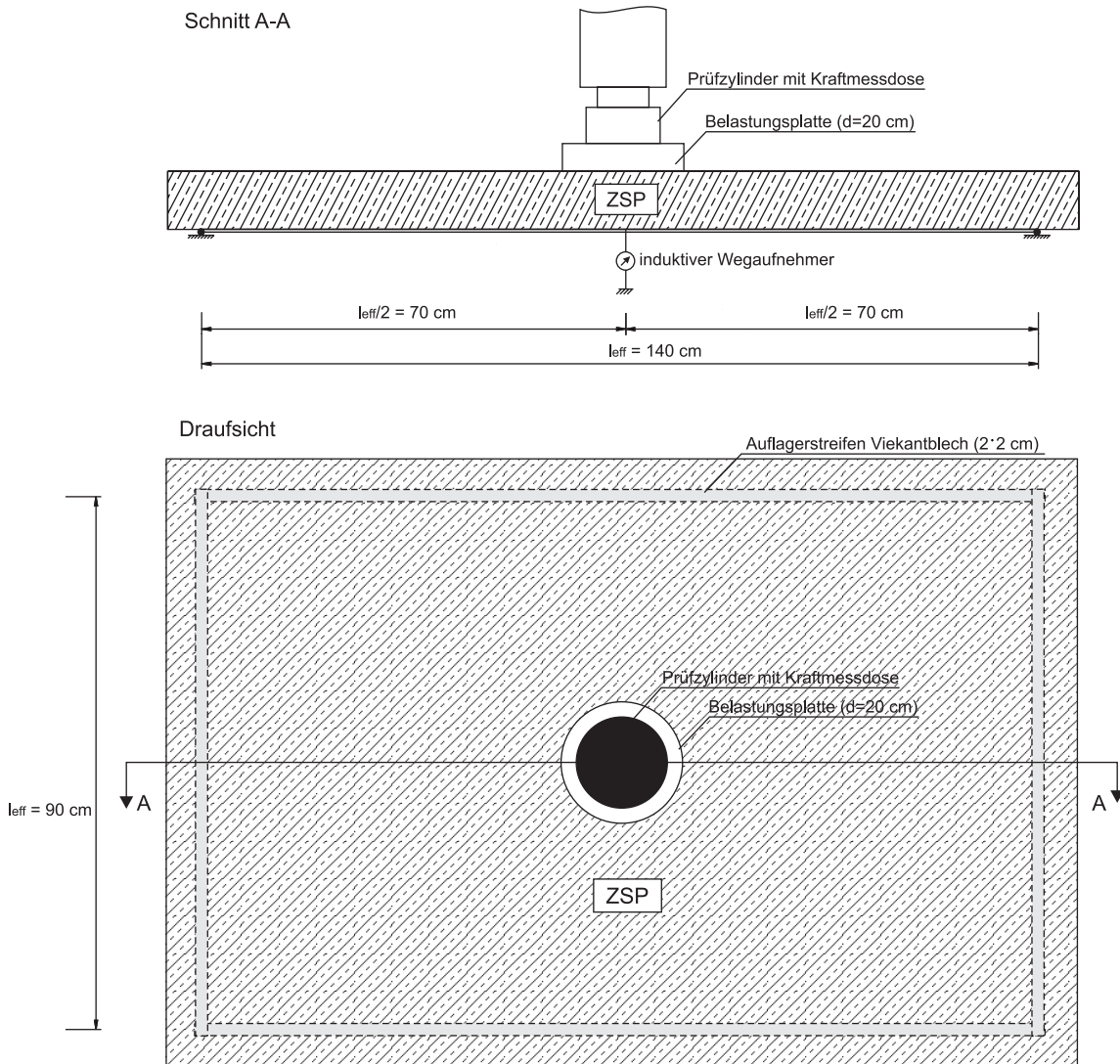


Bild C.16: Versuchs- und Messaufbau für Plattenversuche (ZSP)

# Anhang D

## Versuchsergebnisse (einaxial)

### D.1 Rissbilder

ESS 1A



ESS 1B



ESS 1C



ESS 1D

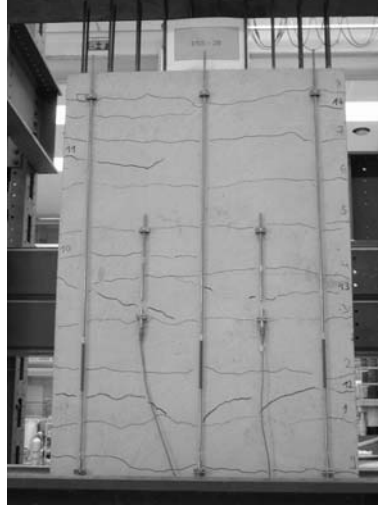


Bild D.1: Rissbilder Serie ESS 1

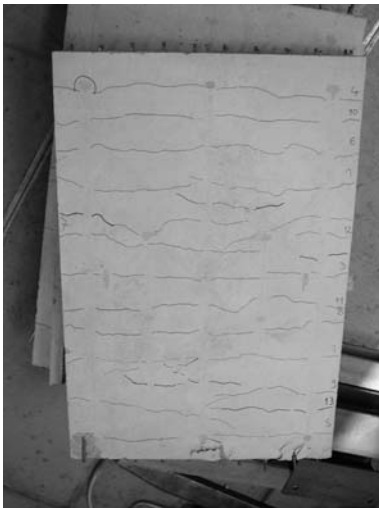
ESS 2A



ESS 2B



ESS 2C



ESS 2D



Bild D.2: Rissbilder Serie ESS 2

ESS 3A



ESS 3B



ESS 3C



ESS 3D



ESS 3E



Bild D.3: Rissbilder Serie ESS 3

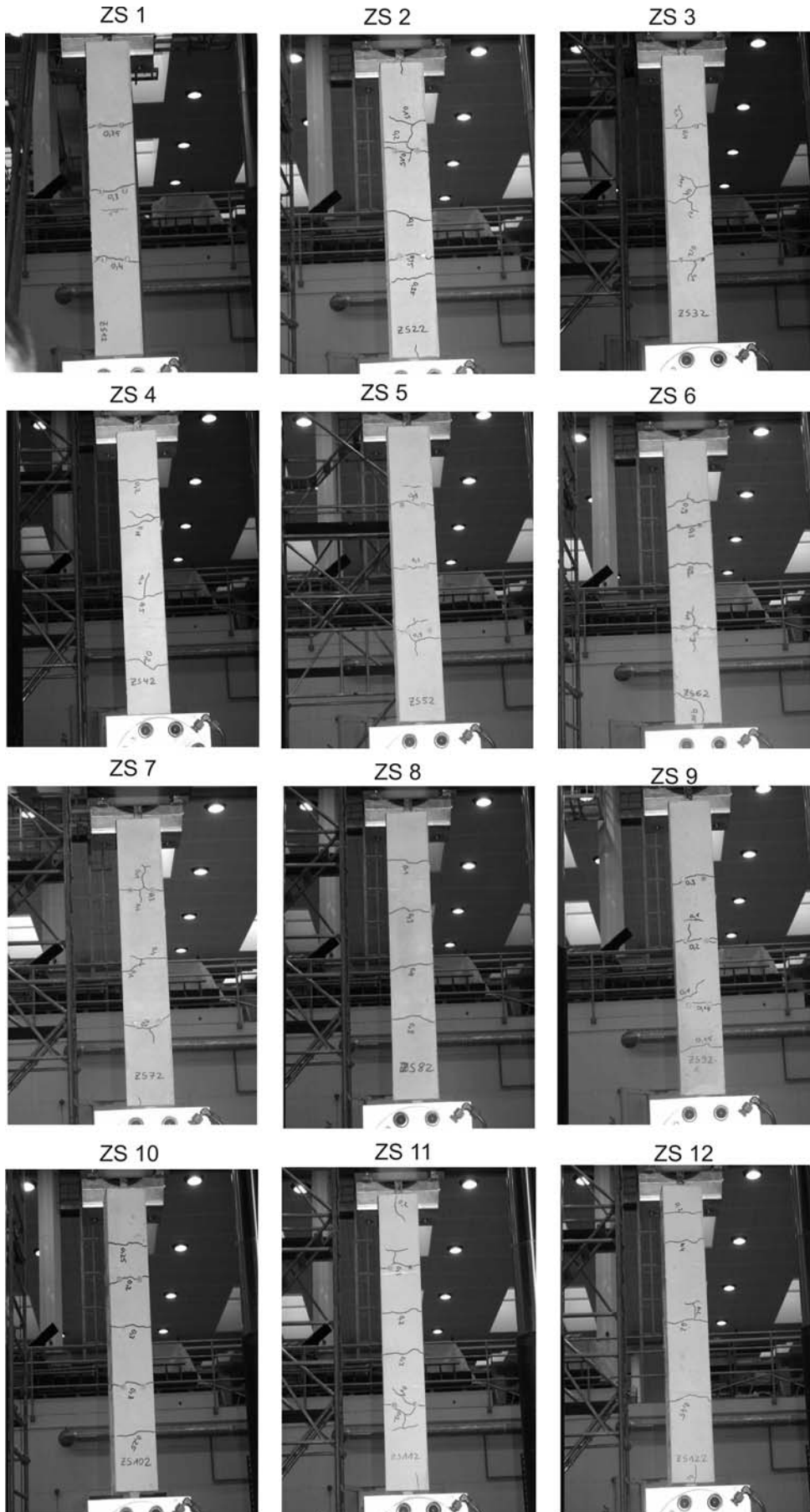


Bild D.4: Rissbilder Serie ZS 1 bis 12

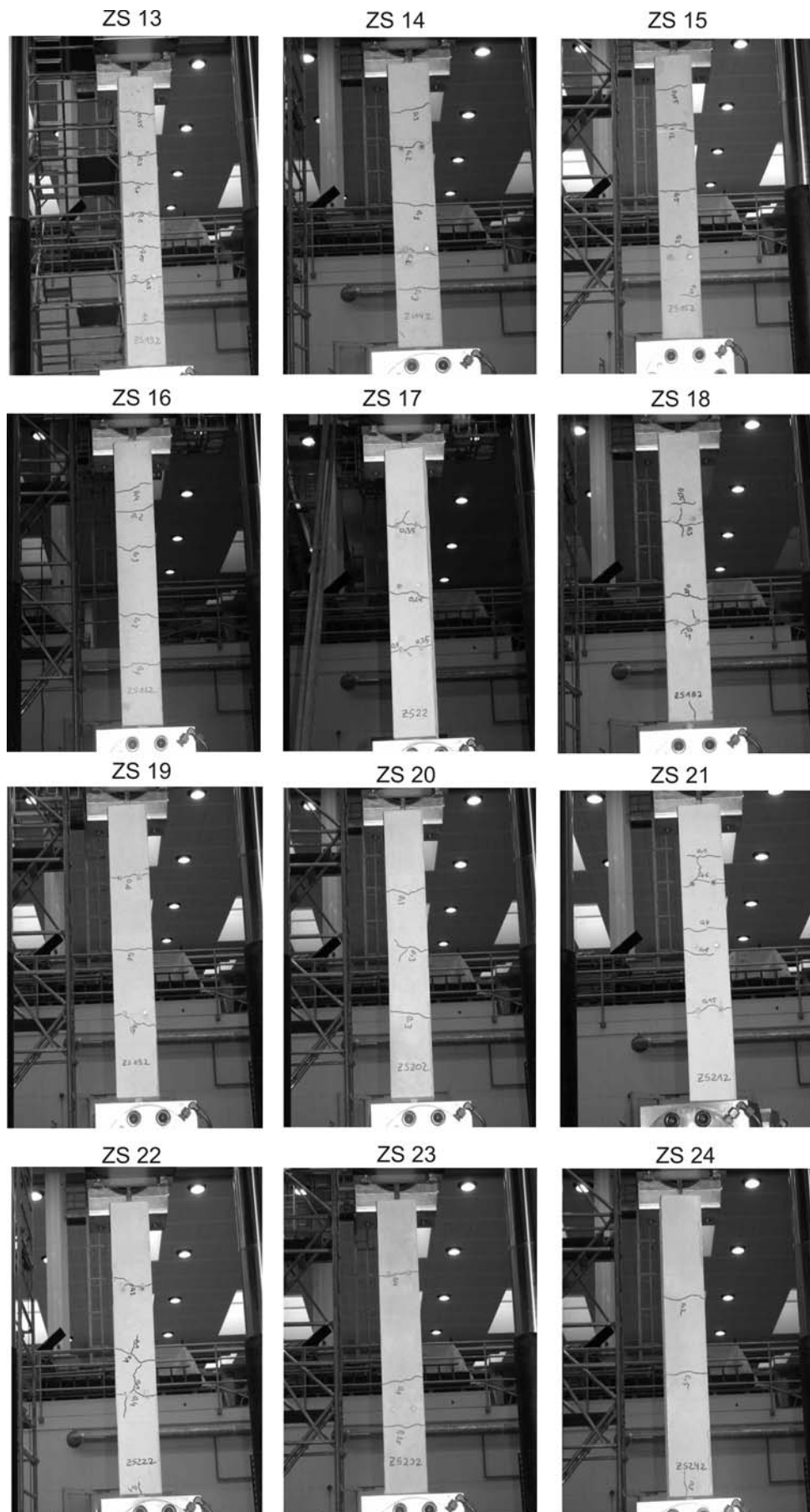


Bild D.5: Rissbilder Serie ZS 13 bis 24

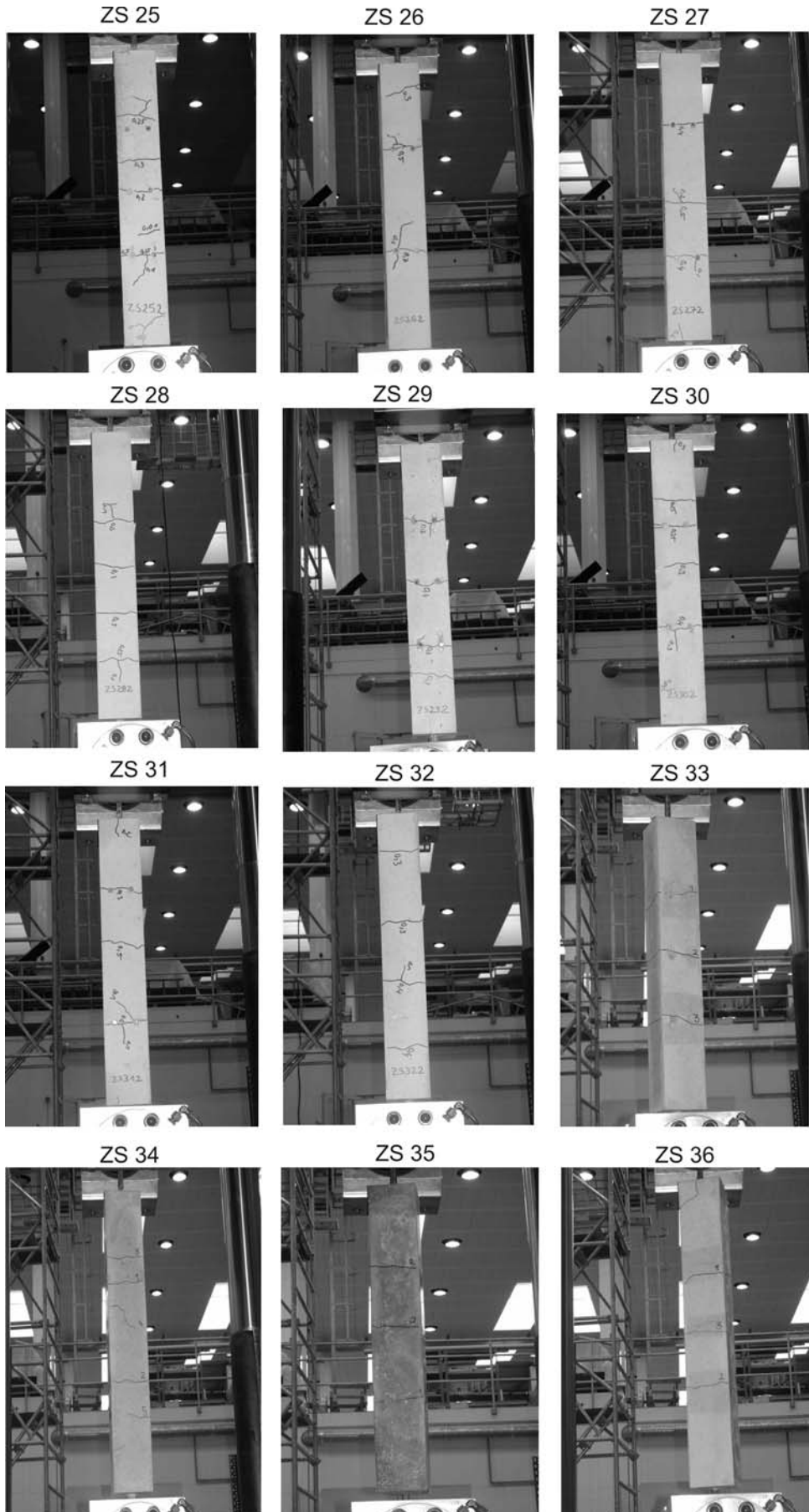


Bild D.6: Rissbilder Serie ZS 25 bis 36



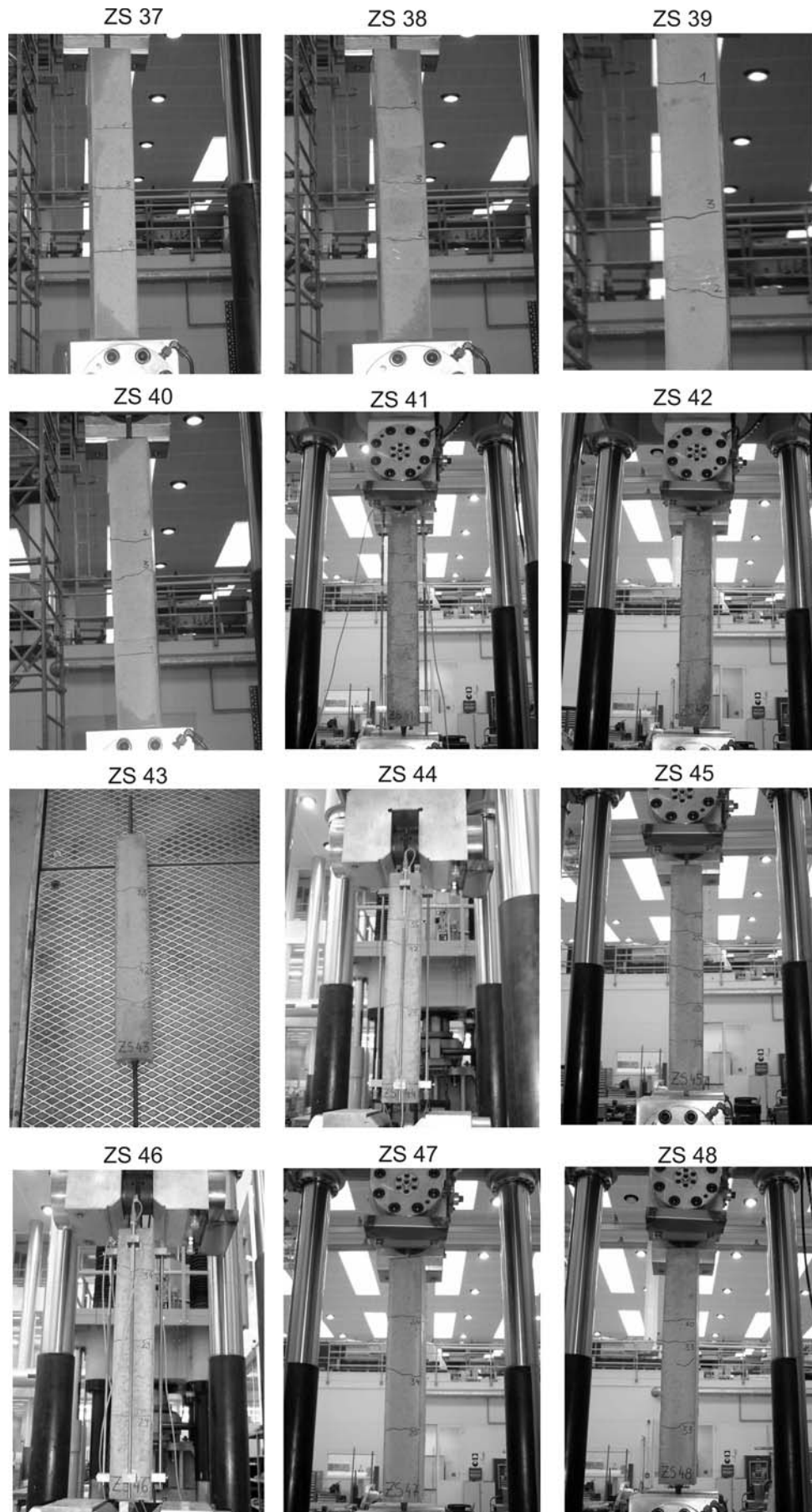


Bild D.7: Rissbilder Serie ZS 37 bis 48

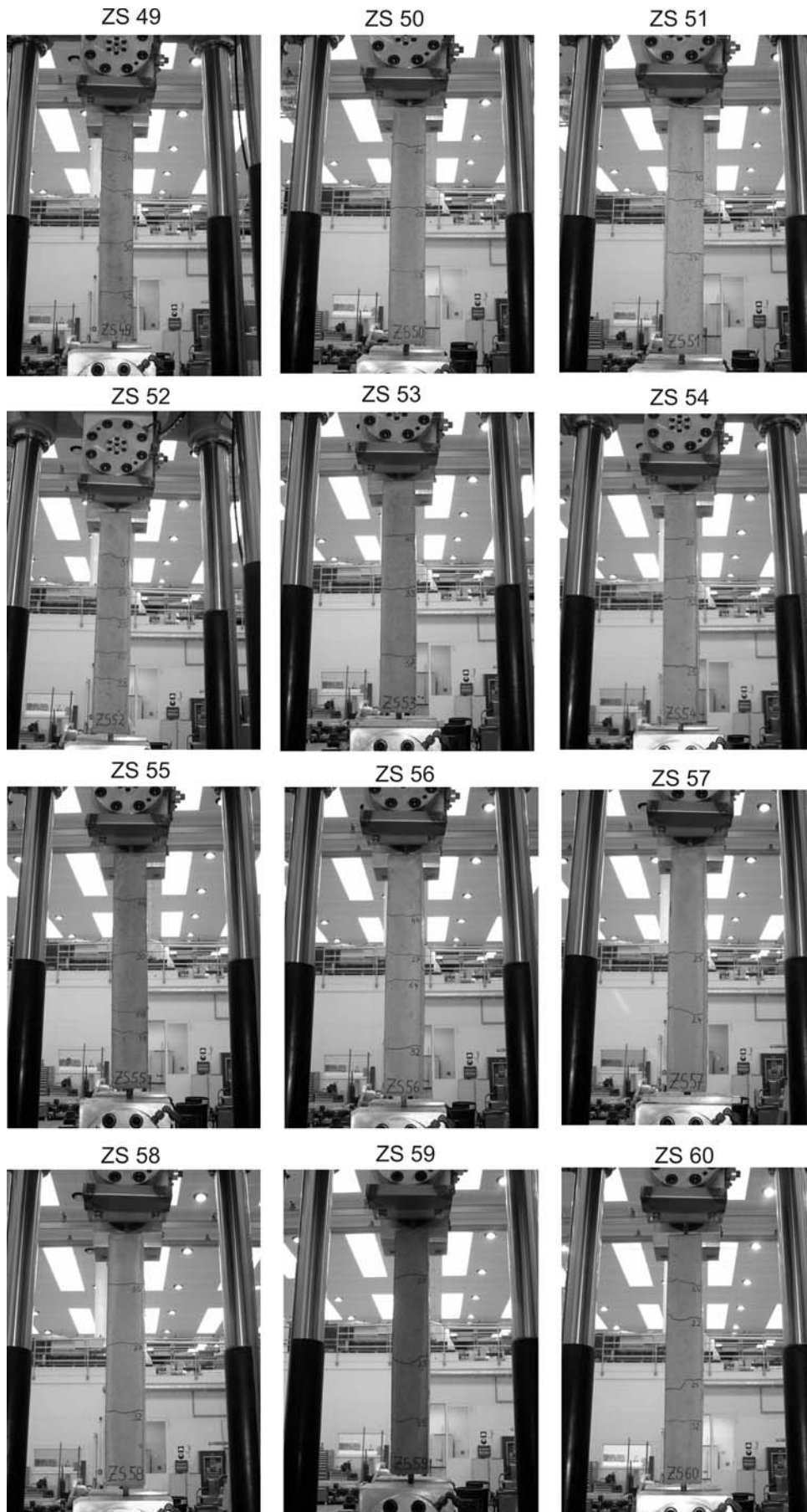


Bild D.8: Rissbilder Serie ZS 49 bis 60

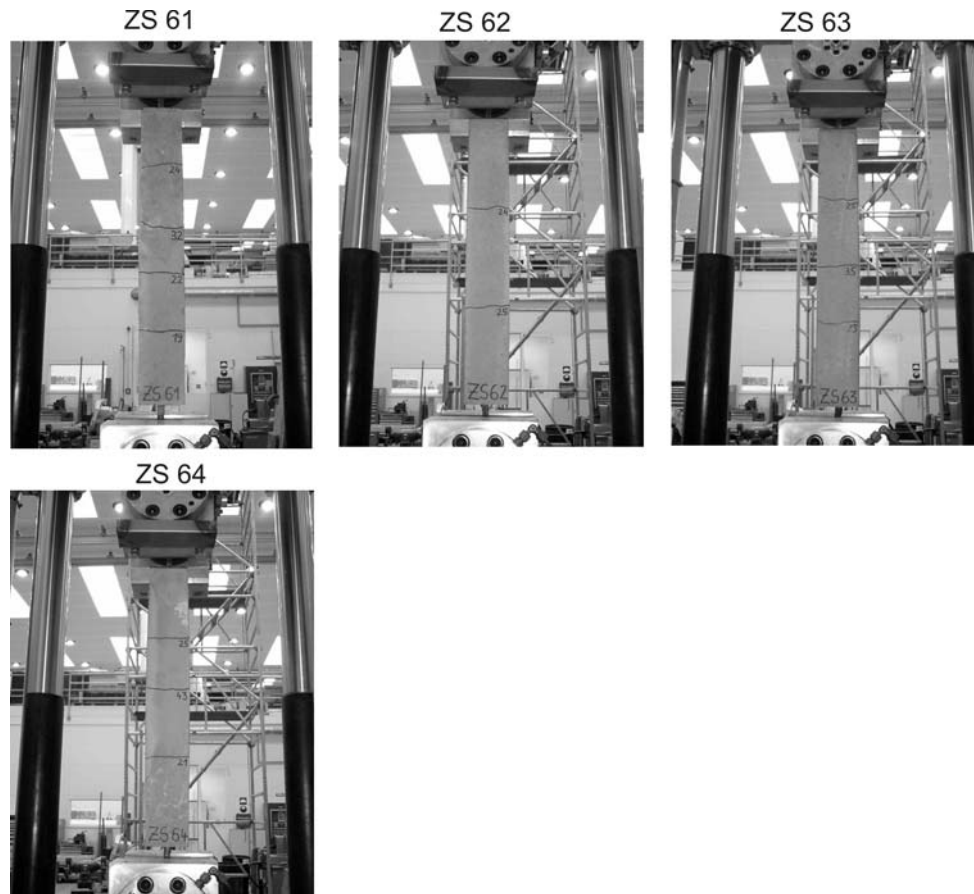


Bild D.9: Rissbilder Serie ZS 61 bis 64

## D.2 Last-Verformungs-Kurven

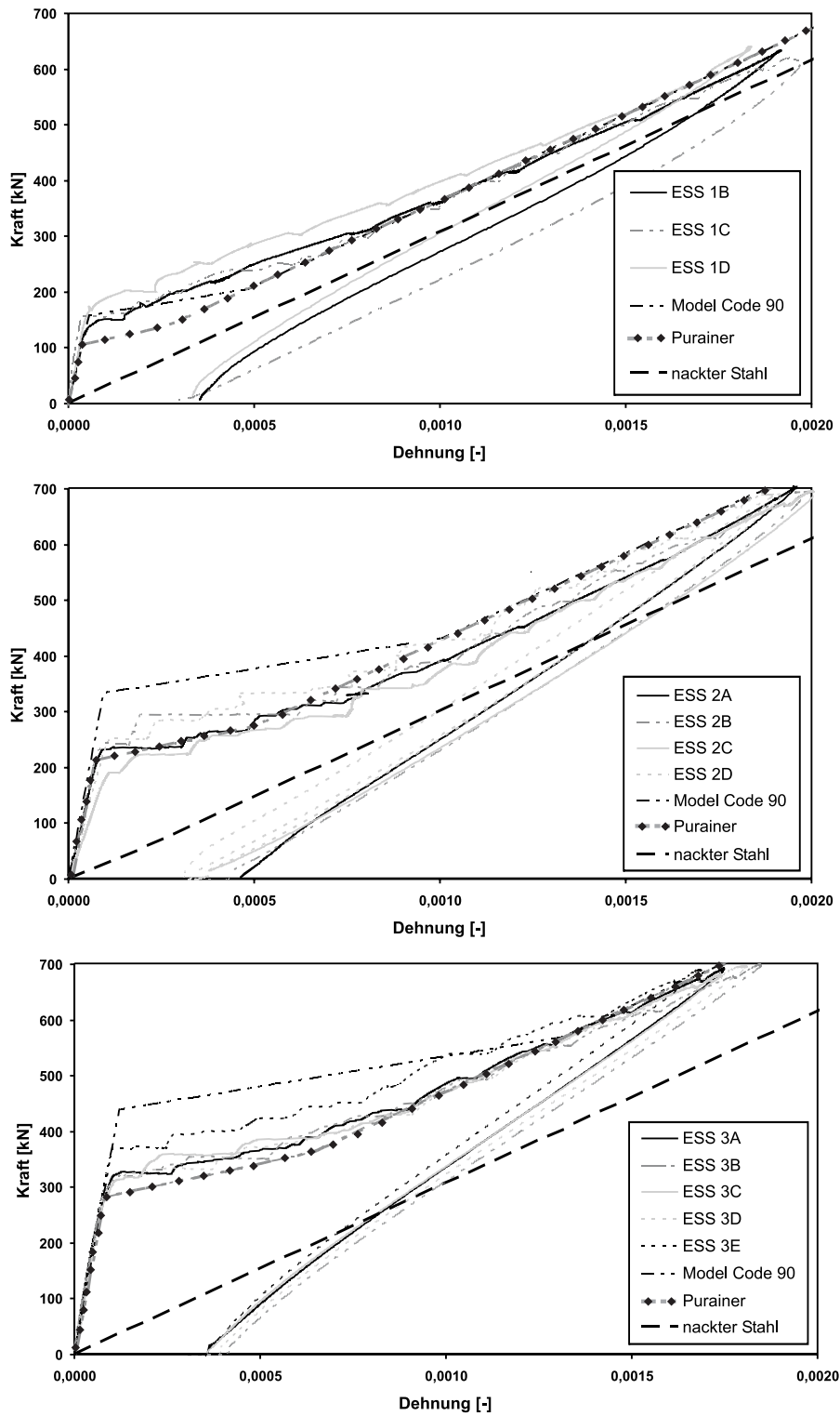


Bild D.10: Last-Verformungs-Kurven Serie ESS 1 bis ESS 3

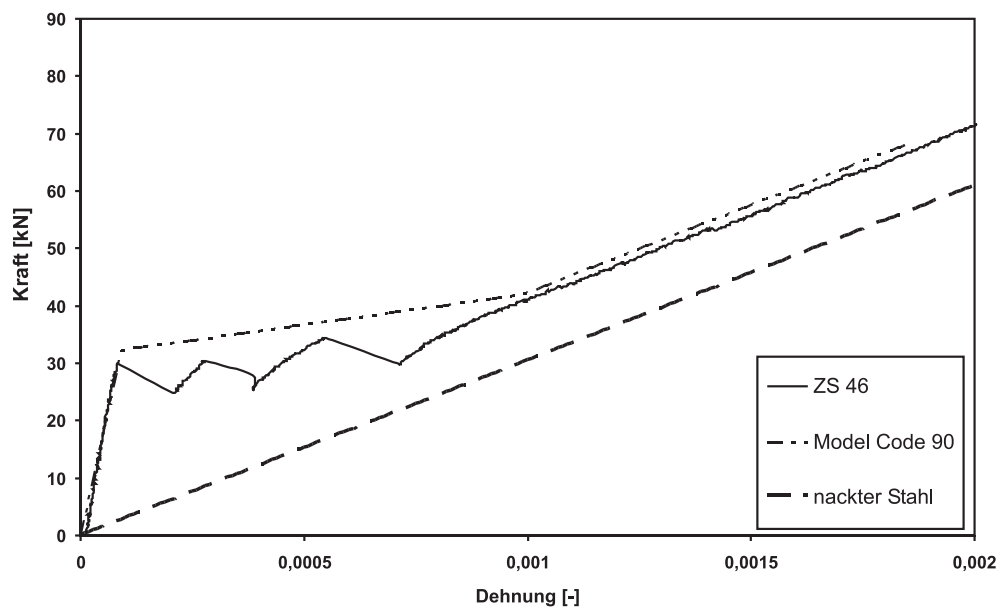
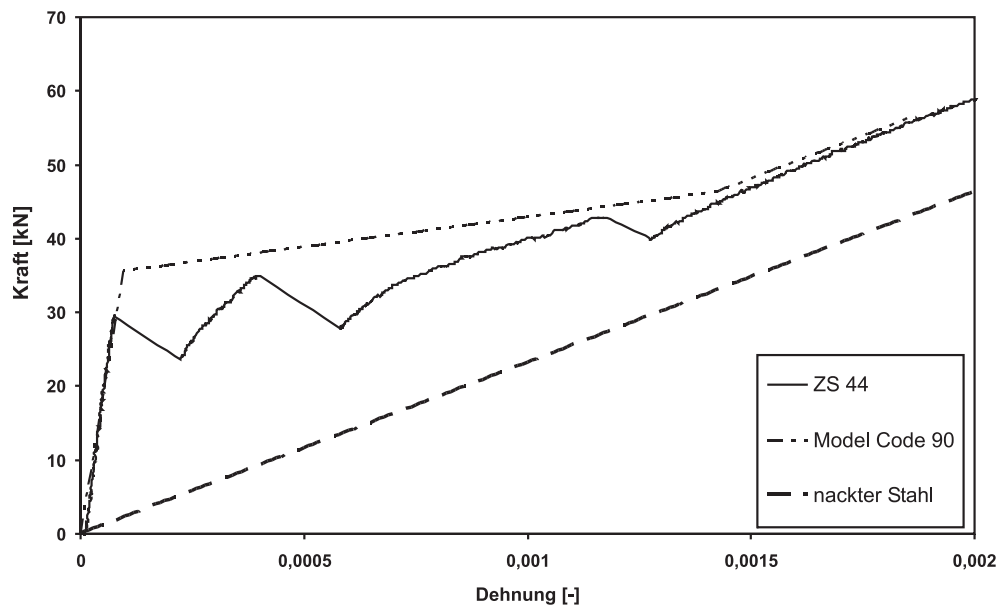


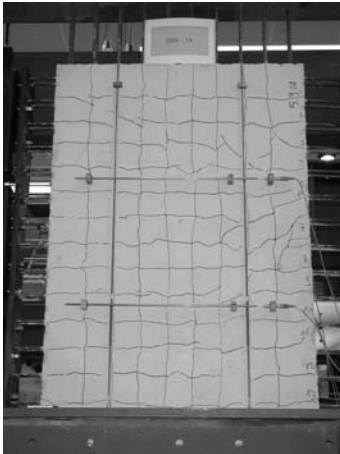
Bild D.11: Last-Verformungs-Kurven Versuchskörper ZS 44 und ZS 46

# Anhang E

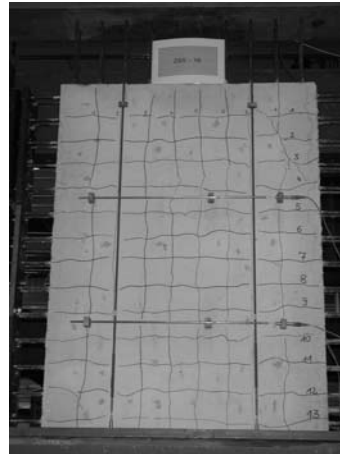
## Versuchsergebnisse (zwei axial)

### E.1 Rissbilder

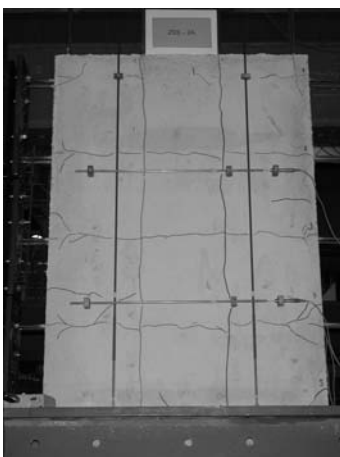
ZSS 1A



ZSS 1B



ZSS 2A



ZSS 2B

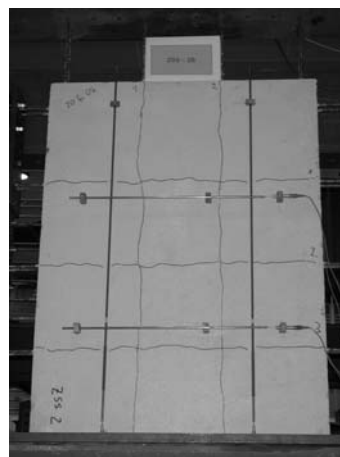
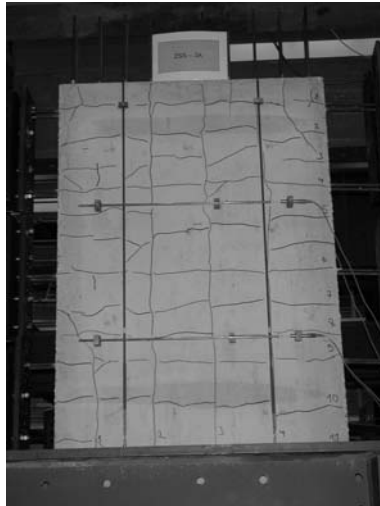
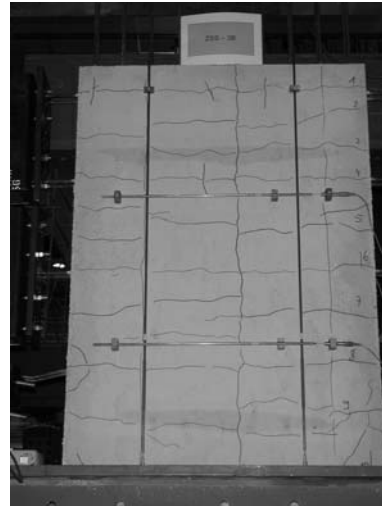


Bild E.1: Rissbilder Serie ZSS 1 und ZSS 2

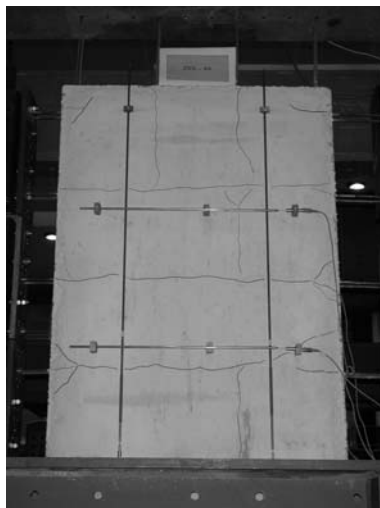
ZSS 3A



ZSS 3B



ZSS 4A



ZSS 4B

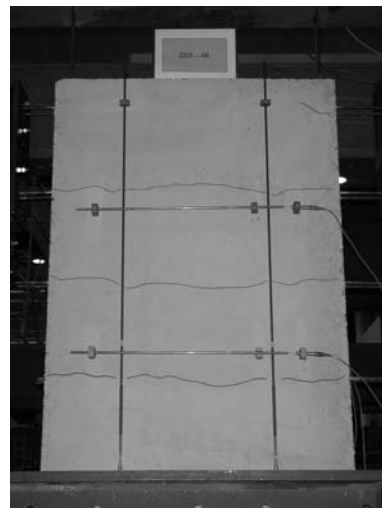
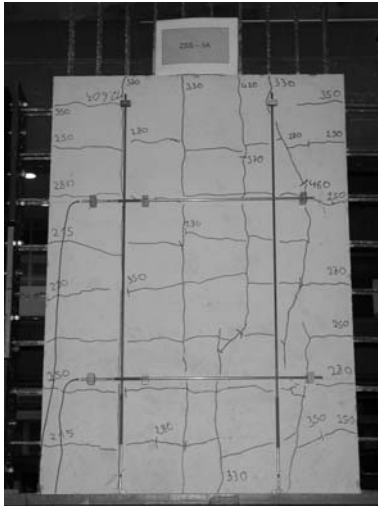


Bild E.2: Rissbilder Serie ZSS 3 und ZSS 4

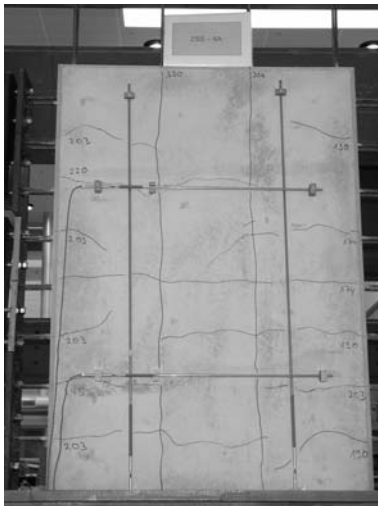
ZSS 5A



ZSS 5B



ZSS 6A



ZSS 6B

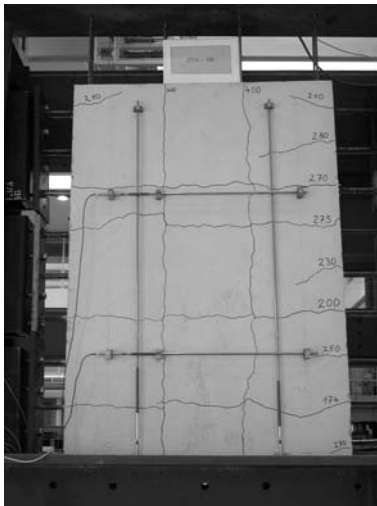
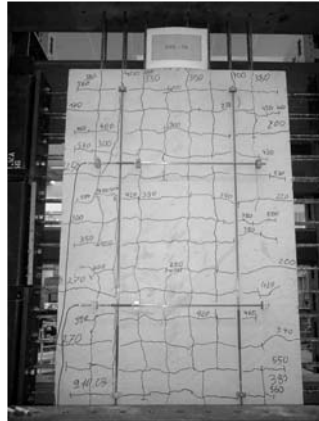


Bild E.3: Rissbilder Serie ZSS 5 und ZSS 6



ZSS 7A



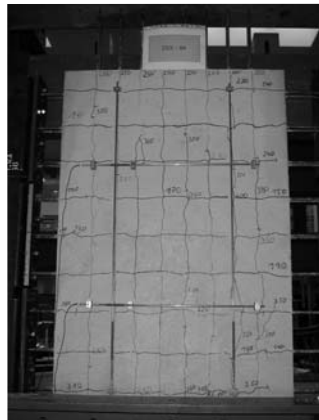
ZSS 7B



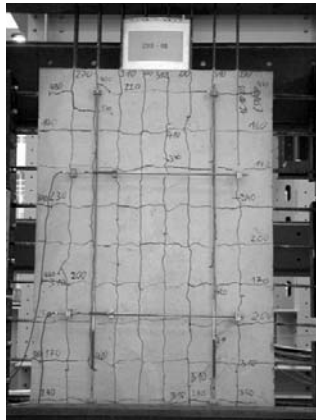
ZSS 7C



ZSS 8A



ZSS 8B



ZSS 8C

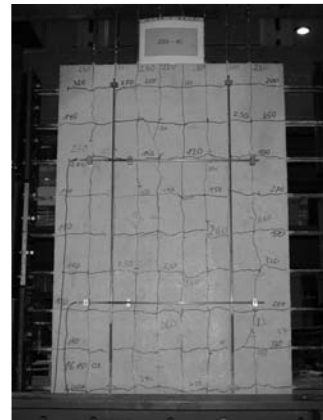


Bild E.4: Rissbilder Serie ZSS 7 und ZSS 8

## E.2 Last-Verformungs-Kurven

### E.2.1 Querzug

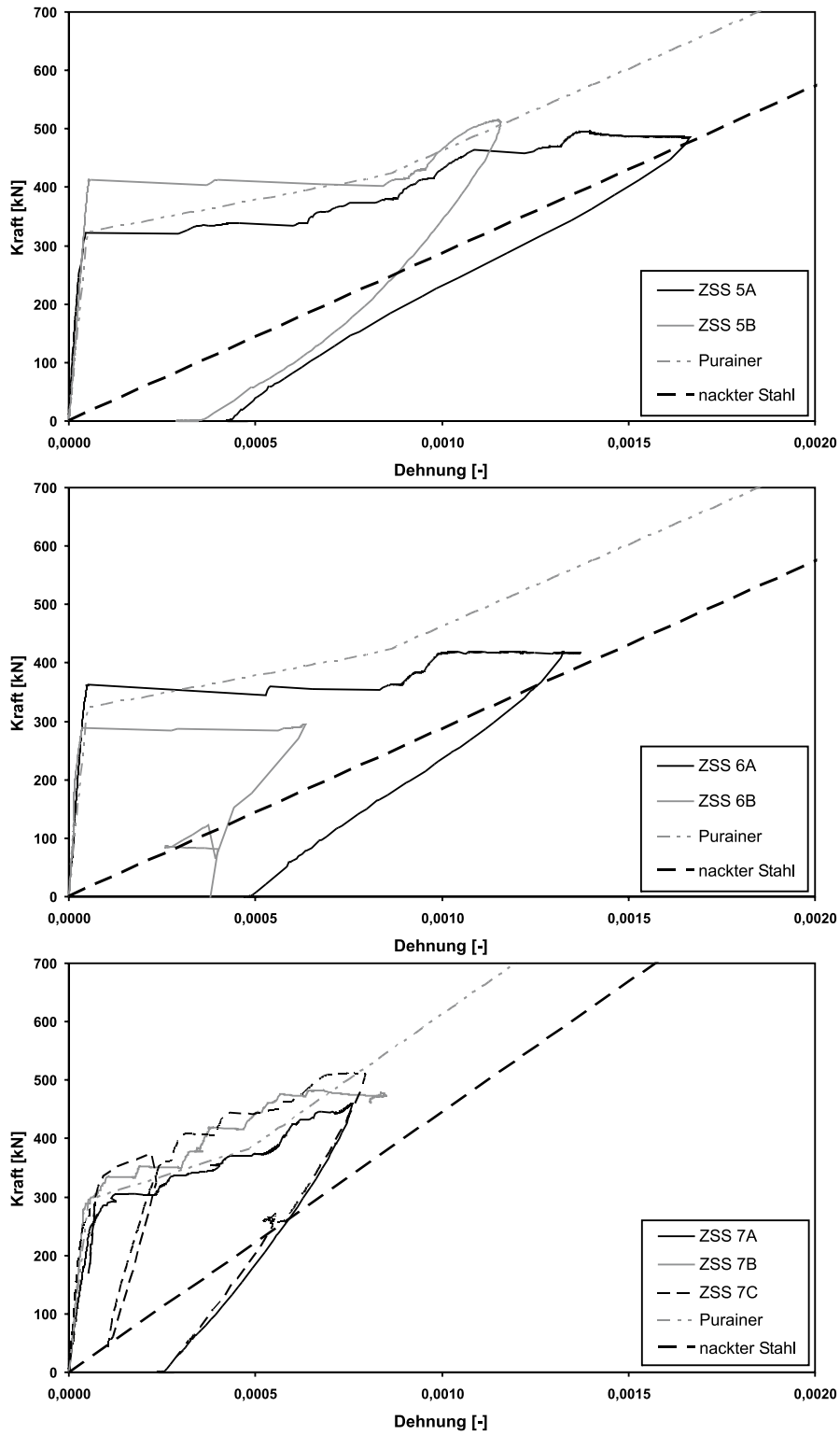


Bild E.5: Last-Verformungs-Kurven Serie ZSS 5 bis ZSS 7 (Querzug)

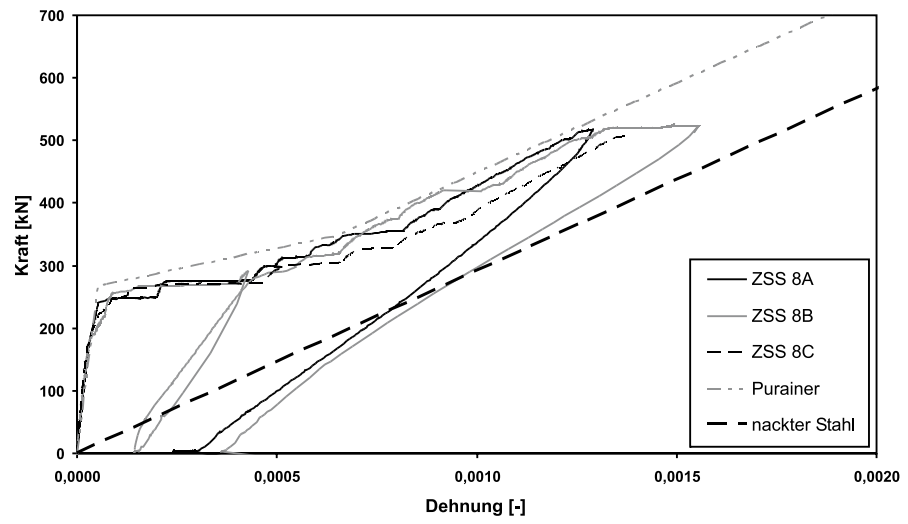


Bild E.6: Last-Verformungs-Kurven Serie ZSS 8 (Querzug)

E.2.2 Längszug

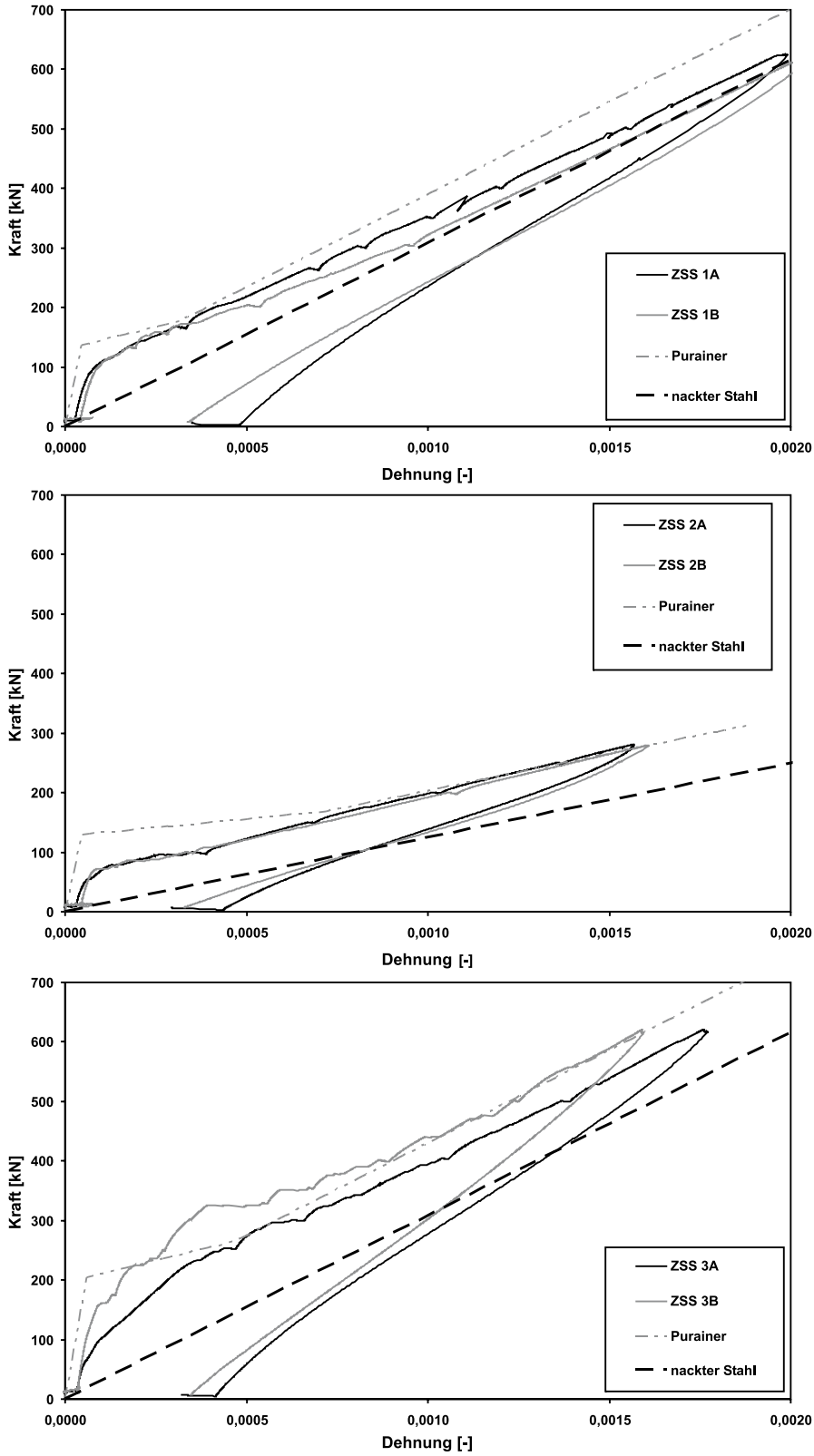


Bild E.7: Last-Verformungs-Kurven Serie ZSS 1 bis ZSS 3 (Längszug)

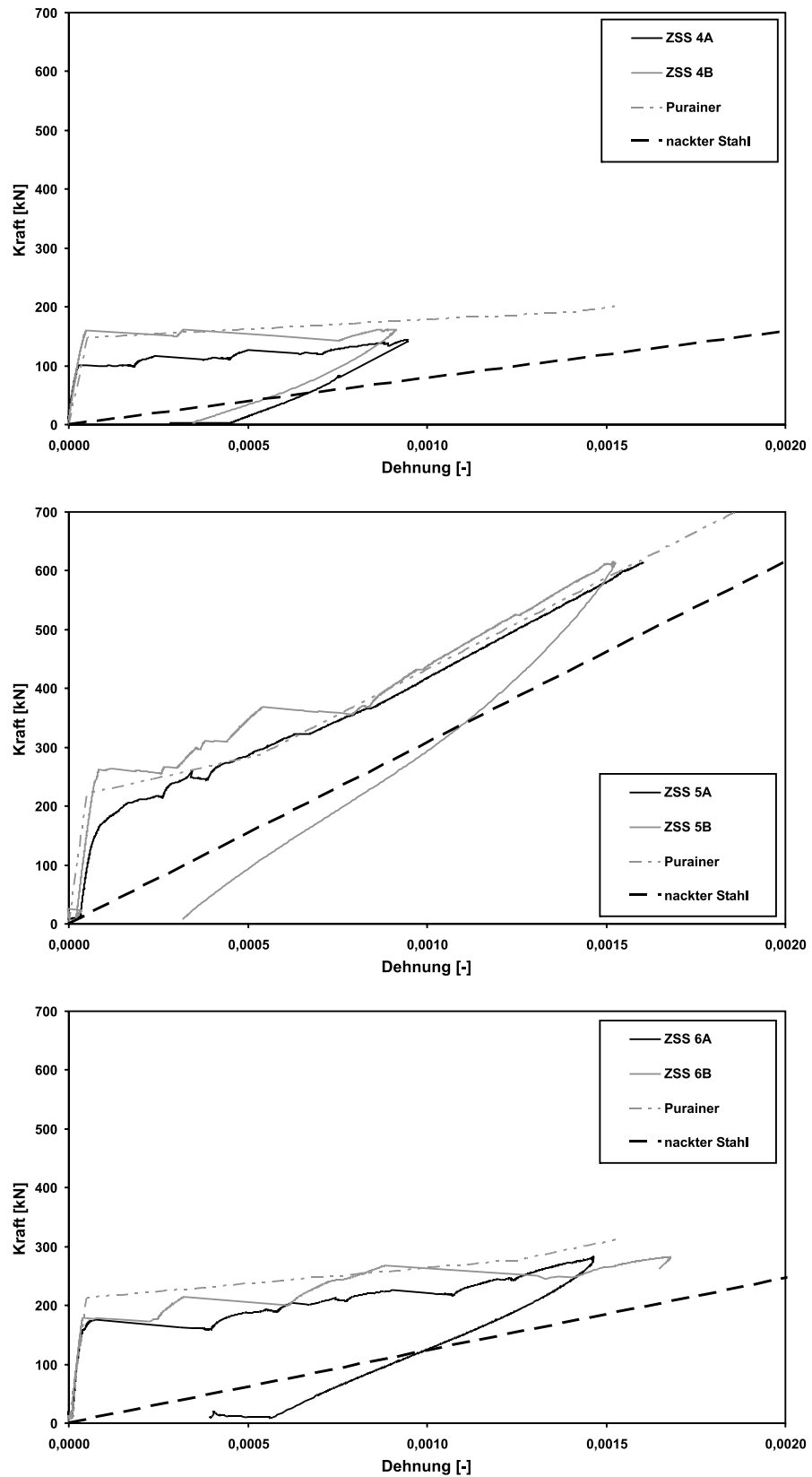


Bild E.8: Last-Verformungs-Kurven Serie ZSS 4 bis ZSS 6 (Längszug)

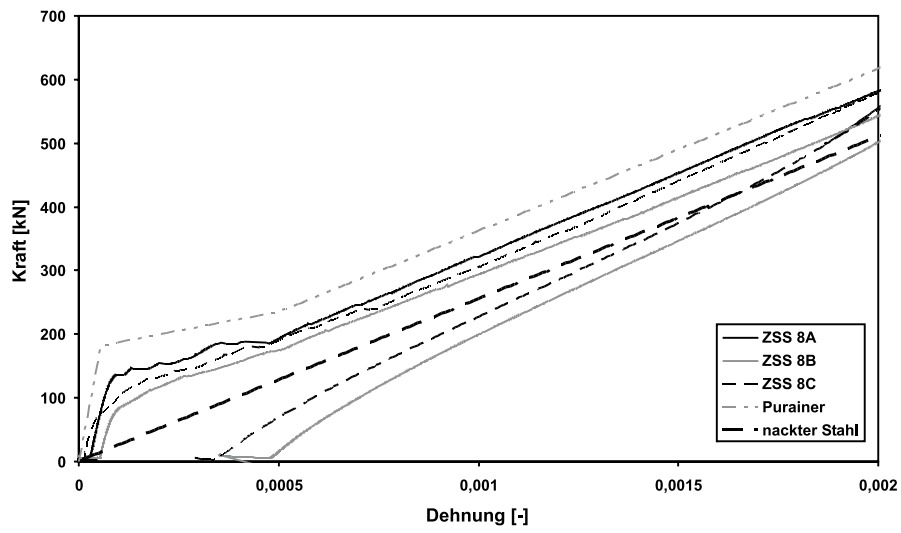
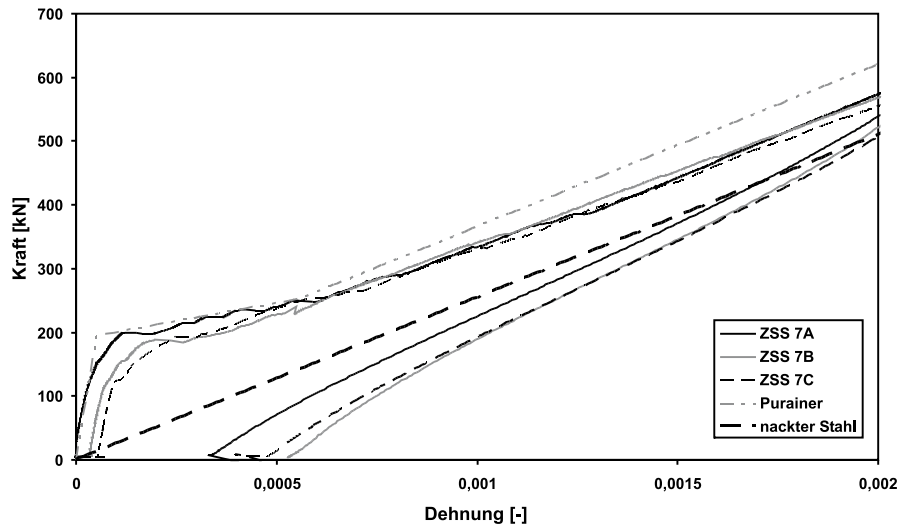


Bild E.9: Last-Verformungs-Kurven Serie ZSS 7 bis ZSS 8 (Längszug)

## Anhang F

# Versuchsergebnisse (Plattenversuche)

### F.1 Rissbilder ESP

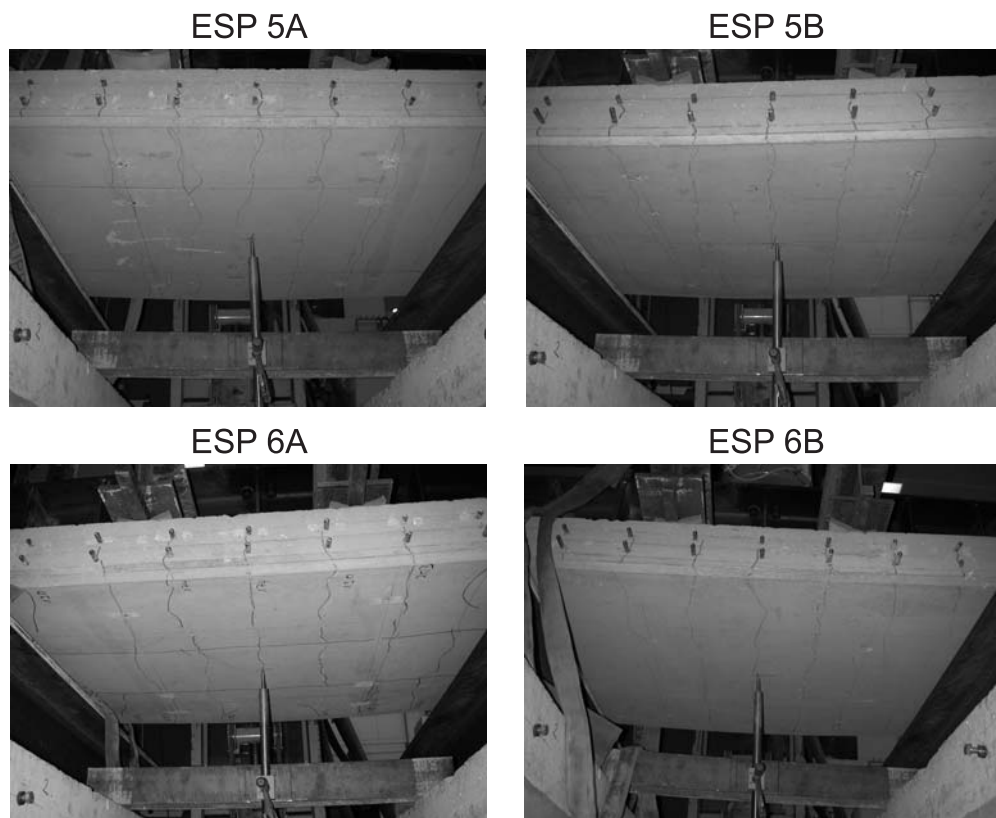
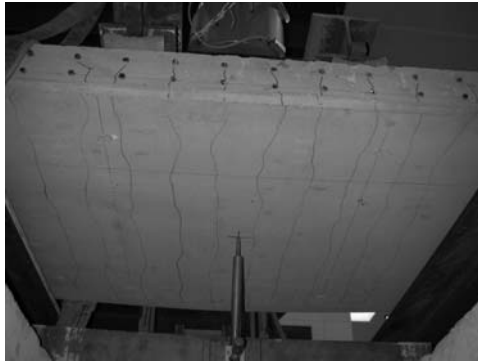
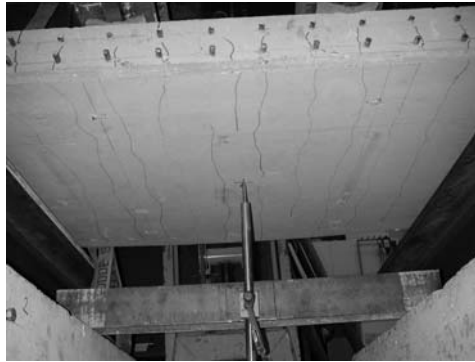


Bild F.1: Rissbilder Serie ESP 5 bis ESP 6

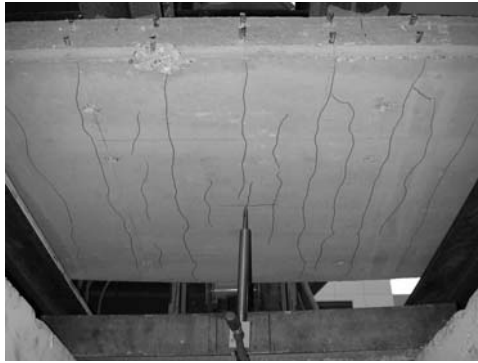
ESP 7A



ESP 7B



ESP 8A



ESP 8B



Bild F.2: Rissbilder Serie ESP 7 bis ESP 8



## F.2 Last-Verformungs-Kurven ESP

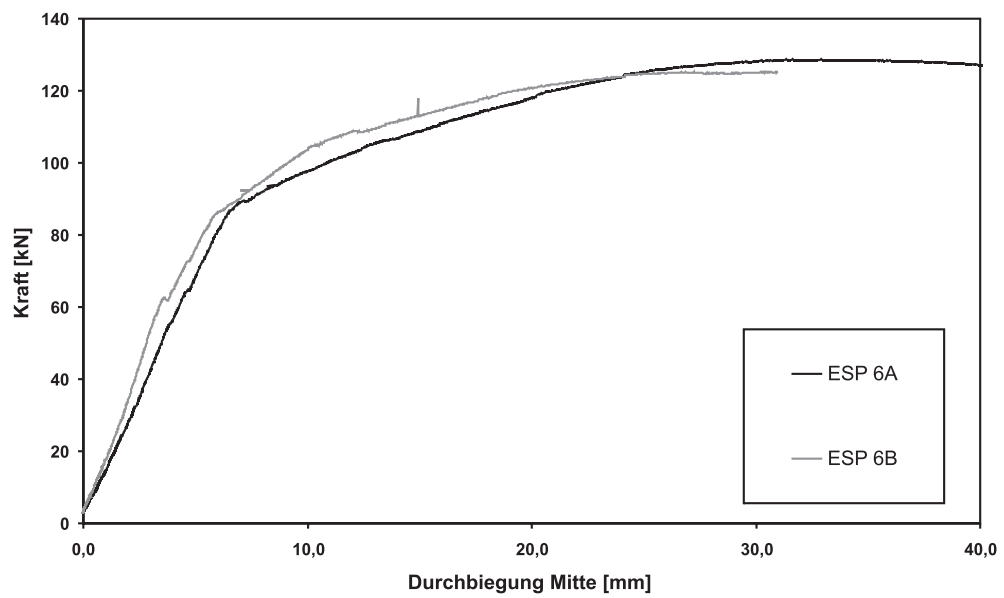
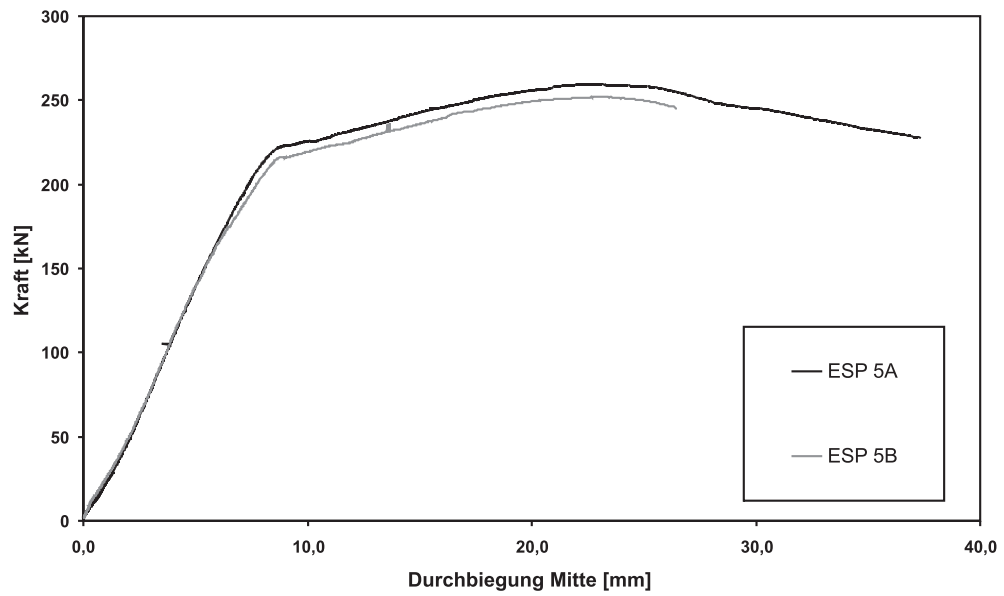


Bild F.3: Last-Verformungs-Kurven Serie ESP 5 und ESP 6

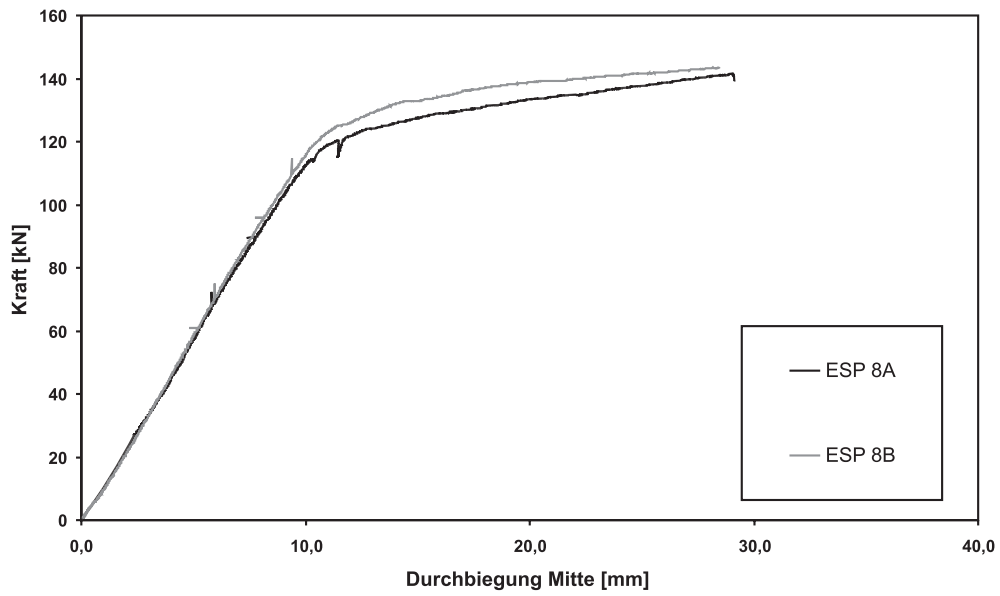
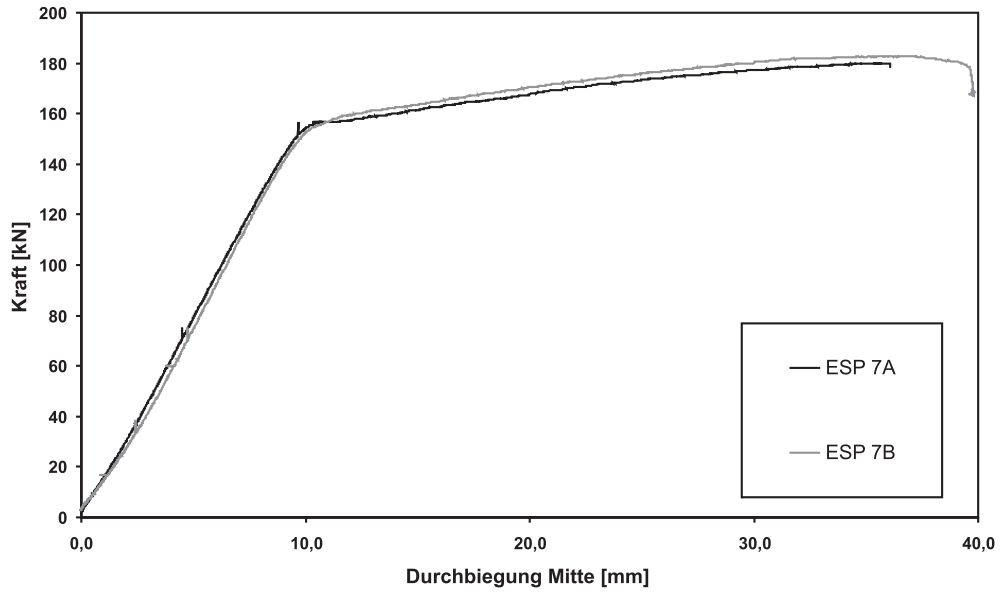
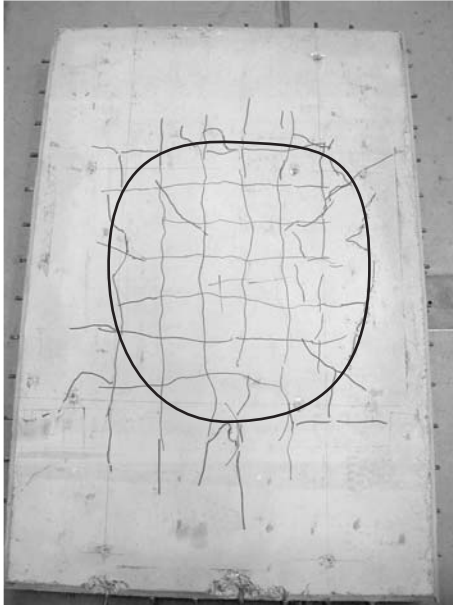


Bild F.4: Last-Verformungs-Kurven Serie ESP 7 und ESP 8

### F.3 Rissbilder ZSP

ZSP 7



ZSP 8

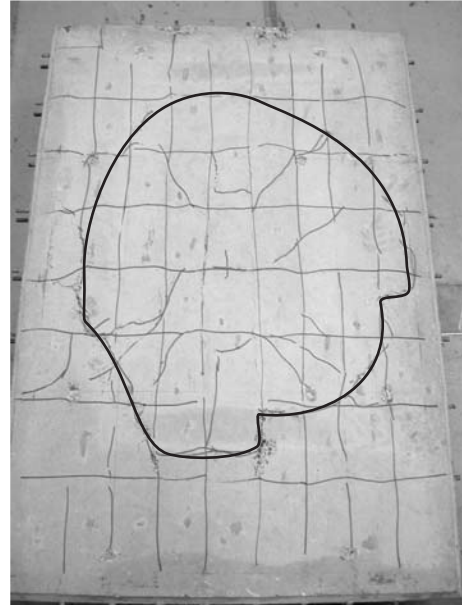


Bild F.5: Rissbilder Serie ZSP 7 und ZSP 8