

*Zum Tragverhalten von Stahlbetonplatten  
unter Berücksichtigung  
der Steifigkeitsänderung  
im gerissenen Zustand*

Lars Rüdiger







## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter der Professur für Massivbau am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau der Universität der Bundeswehr München.

Sie wurde angedacht und gefördert von Herrn Professor Dr.-Ing. MANFRED KEUSER. Seine Unterstützung war der Schlüssel für den Erfolg der Arbeit. Darüber hinaus hat Herr Professor Dr.-Ing. MANFRED CURBACH mit hilfreicher Kritik zum Gelingen der Arbeit beigetragen und sich freundlicherweise bereit erklärt, das externe Gutachten zu übernehmen. Beiden Herren gebührt dafür mein herzlichster Dank.

Ein besonderer Dank geht an Professor Dr.-Ing. habil. NORBERT GEBBEKEN, bei dem ich schon während und auch nach dem Studium als Mitarbeiter wirken durfte, für die Übernahme des Vorsitzes des Promotionsausschusses.

Ich danke insbesondere den fleißigen Mitarbeitern des Labors für Konstruktiven Ingenieurbau, allen voran Herrn Dipl.-Ing. ROBERT NOTHAFT, da ohne sie eine erfolgreiche Durchführung von praktischen Versuchen unmöglich gewesen wäre. Selbstverständlich gilt der Dank auch den Kollegen und Wissenschaftlichen Mitarbeitern, die am Erfolg der Arbeit durch interessanten Wissens- und Informationsaustausch ebenfalls beteiligt waren.

Den wichtigsten Anteil am Erfolg trägt meine Frau NICOLE RÜDIGER, die, wie der aussteifende Kern eines Hochhauses, für Stabilität und Sicherheit sorgte und mir somit den Rücken frei hielt. Ohne diese Unterstützung wären alle Anstrengungen aussichtslos gewesen. Ihr danke ich von ganzem Herzen.

Lars Rüdiger







---

UNIVERSITÄT DER BUNDESWEHR MÜNCHEN

Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen

---

Thema der Dissertation:

Zum Tragverhalten von Stahlbetonplatten  
unter Berücksichtigung  
der Steifigkeitsänderung im gerissenen Zustand

Dipl.-Ing. Lars Rüdiger  
Verfasser

Promotionsausschuss:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Norbert Gebbeken  
Vorsitzender

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Manfred Keuser  
1. Berichterstatter

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Manfred Curbach, TU Dresden  
2. Berichterstatter

Tag der Prüfung: 15. Januar 2009

Mit der Promotion erlangter akademischer Grad:  
Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

---

Neubiberg 2009



”Es ist schwieriger,  
eine vorgefasste Meinung zu zerstören,  
als ein Atom.”

*Albert Einstein*

1879 – 1955



---

## Zusammenfassung

Für die Beschreibung des Tragverhaltens von Stahlbetonflächentragwerken stellt sich immer wieder die Aufgabe, Strukturen für mehraxiale Beanspruchungen zu bemessen. Hierzu gehören zweiachse Normalkraftbeanspruchungen und zweiachse Biegung, wie sie beispielsweise in Kastenträgern von Stahlbetonbrücken, bei zweiachsig gespannten Deckenplatten oder im Bereich der Lasteinleitung über und unter Stützen vorkommen. Die Bemessung solcher Bereiche erfolgt derzeit mit Hilfe vereinfachender Annahmen, die auf der sicheren Seite liegend nicht immer zur wirtschaftlichsten Lösung führen. Durch die Superposition einzelner Lastfälle oder der Addition der daraus ermittelten Bewehrungsmengen, kann es zu einer Überbemessung von Bauteilen kommen. Interaktionen, wie die Auswirkungen von Änderungen der Bauteilsteifigkeiten oder der Einfluss einer zweiachse Beanspruchung auf das Last-Verformungs-Verhalten, werden gar nicht oder nicht vollständig berücksichtigt. Folglich werden aufbauend auf Versuchen mit Stahlbetonscheiben, eigene Versuche mit Stahlbetonplatten durchgeführt. Dabei werden die Richtung des orthogonalen Bewehrungsnetzes und die Biegemomentenverhältnisse variiert. Mit den daraus gewonnen Erkenntnissen wird die ingenieurmäßige Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens von Stahlbetonplatten und das Modell zur Beschreibung der Rissabstände weiterentwickelt.

### summary

The description of the load carrying behavior and the design of reinforced concrete shell structures have to occur for multiaxial loadings often. These loadings are biaxial normal force loading oder biaxial bending loading, e.g. in box girder at bridge construction, at two-way slabs or in area of load introduction of high loadings above and below columns. The design of these structures occurs presently with simplified assumptions, which is safe but not always the most economic solution. Superposition of single load cases or the addition of the amount of needed reinforcing steel may lead to overdimensioning of structures. Interactions, such as the effects of changing stiffness or the effects of biaxial loading on the load deflection behavior, receive no or an uncomplete consideration. Based on the knowledge of tests with rc-panels, test with rc-slabs with variation of the direction of the orthogonal reinforcement net and variation of biaxial bending moments will be investigated. The results of these test will be used to evolve the description of the load deflection behavior of rc-slabs and the model to describe the crack spacing.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Motivation . . . . .	1
1.2	Zielsetzung . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Der Werkstoff Stahlbeton – Ein Überblick</b>	<b>7</b>
2.1	Betonstahl . . . . .	7
2.2	Beton . . . . .	11
2.2.1	Einaxiales Verhalten . . . . .	11
2.2.2	Verhalten von Beton unter mehraxialer Beanspruchung . . . . .	18
2.2.3	Kriechen, Relaxation und Schwinden . . . . .	21
2.3	Verbundverhalten . . . . .	23
<b>3</b>	<b>Stahlbetonflächentragwerke unter zweiaxialer Biegebeanspruchung – Stand der Forschung</b>	<b>29</b>
3.1	Begriffsdefinitionen . . . . .	29
3.2	Mechanische Grundlagen der Biegung von Platten . . . . .	33
3.3	KIRCHHOFFSche Plattentheorie . . . . .	34
3.4	Untersuchungen an Stahlbetonplatten unter einaxialer Biegung . . . . .	37
3.4.1	Lenschow/Sozen [67] . . . . .	37
3.4.2	Ebner [29] . . . . .	38
3.4.3	Muthu et al. [75] . . . . .	39
3.5	Untersuchungen an Stahlbetonplatten unter zweiaxialer Biegung . . . . .	41
3.5.1	Ebner [29] . . . . .	41
3.5.2	Baus/Tolaccia [8] . . . . .	42
3.5.3	Schäfer [92] . . . . .	44

3.5.4	Pardey [78] . . . . .	46
3.5.5	MacGregor [69] . . . . .	48
3.5.6	Schneider [95] . . . . .	49
3.5.7	Gersiek [40] . . . . .	50
<b>4</b>	<b>Einfluss des nichtlinearen Materialverhaltens auf das Tragverhalten von Stahl-</b>	
	<b>betonbauteilen</b>	<b>57</b>
4.1	Rissbildung . . . . .	57
4.1.1	Abschätzen der Biegesteifigkeiten . . . . .	61
4.1.2	Berechnung der Biegesteifigkeit im Zustand II ohne Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen . . . . .	62
4.1.3	Berechnung des Last–Verformungs–Verhaltens nach FASTABEND [35] . . . . .	63
4.2	Einfluss des Verbundes auf das Tragverhalten . . . . .	64
4.3	Einfluss der Anisotropie infolge Bewehrung . . . . .	66
4.3.1	Modellierungsebenen . . . . .	66
4.3.2	Dübelwirkung . . . . .	67
<b>5</b>	<b>Einfluss der Bewehrungsrichtung auf die Rissbildung und das</b>	
	<b>Last–Verformungs–Verhalten</b>	<b>71</b>
5.1	Einführung . . . . .	71
5.2	Einfluss der Bewehrungsrichtung auf die Rissbildung . . . . .	72
5.3	Numerische Untersuchung des Last–Verformungs–Verhaltens . . . . .	76
5.3.1	Geometrische Modellierung . . . . .	77
5.3.2	Mechanische Modellierung – Elemente und Elementnetz . . . . .	77
5.3.3	Physikalische Modellierung – Werkstoffgesetze . . . . .	80
5.3.4	Vergleich der Berechnungsergebnisse mit Versuchsdaten . . . . .	83
	5.3.4.1 Last–Verformungs–Verhalten . . . . .	83
	5.3.4.2 Traglasten . . . . .	84
<b>6</b>	<b>Stahlbetonflächentragwerke unter Biegebeanspruchung –</b>	
	<b>Eigene Versuche</b>	<b>87</b>
6.1	Zielstellung . . . . .	87
6.2	Versuche mit Stahlbetonplatten . . . . .	88
6.2.1	Aufbau . . . . .	88

---

6.2.2	Durchführung . . . . .	89
6.2.3	Ergebnisse . . . . .	90
6.2.3.1	Rissbilder und Rissabstände . . . . .	90
6.2.3.2	Last-Verformungs-Verhalten . . . . .	92
6.3	Versuche mit Plattenausschnitten . . . . .	95
6.3.1	Aufbau . . . . .	95
6.3.2	Durchführung . . . . .	96
6.3.3	Ergebnisse . . . . .	97
6.3.3.1	Rissbilder . . . . .	97
6.3.3.2	Last-Verformungs-Verhalten . . . . .	98
6.4	Versuche mit Plattenstreifen . . . . .	99
6.4.1	Aufbau . . . . .	99
6.4.2	Durchführung . . . . .	103
6.4.3	Ergebnisse . . . . .	103
6.4.3.1	Rissbildung . . . . .	103
6.4.3.2	Last-Verformungs-Verhalten . . . . .	106
6.5	Zusammenfassung . . . . .	110
<b>7</b>	<b>Modell zur Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens</b>	<b>113</b>
7.1	Mechanische Überlegungen . . . . .	113
7.2	Ingenieurmodell . . . . .	115
7.2.1	Last-Verformungs-Verhalten . . . . .	115
7.2.1.1	Einaxiale Beschreibung . . . . .	115
7.2.1.2	Zweiaxiale Beschreibung . . . . .	121
7.2.2	Erweiterung des Rissmodells . . . . .	124
7.3	Berechnungsbeispiele . . . . .	132
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>135</b>
8.1	Zusammenfassung . . . . .	135
8.2	Weiterer Untersuchungsbedarf . . . . .	138
<b>A</b>	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>A-1</b>

<b>B</b>	<b>Materialkennwerte</b>	<b>B-5</b>
B.1	Betonstahl . . . . .	B-5
B.2	Beton . . . . .	B-6
B.2.1	Betonrezepte . . . . .	B-7
B.2.2	Materialparameter Beton . . . . .	B-10
<b>C</b>	<b>Versuchsaufbau</b>	<b>C-12</b>
C.1	Plattenversuche . . . . .	C-12
C.1.1	Lastaufbringung . . . . .	C-12
C.1.2	Messtechnik . . . . .	C-14
C.1.3	Versuchskörperaufbau . . . . .	C-15
C.2	Zugversuche Plattenausschnitt (PA) . . . . .	C-16
C.2.1	Lastaufbringung . . . . .	C-16
C.2.2	Messtechnik . . . . .	C-17
C.2.3	Versuchskörperaufbau . . . . .	C-17
C.3	Plattenstreifen . . . . .	C-19
C.3.1	Lastaufbringung . . . . .	C-19
C.3.2	Messtechnik . . . . .	C-19
C.3.3	Versuchskörperaufbau . . . . .	C-20
<b>D</b>	<b>Versuchsergebnisse – Zugversuche Plattenausschnitt</b>	<b>D-23</b>
D.1	Rissbilder . . . . .	D-23
D.2	Zugkraft–Dehnungs–Kurven . . . . .	D-28
<b>E</b>	<b>Versuchsergebnisse – Stahlbetonplatten</b>	<b>E-30</b>
E.1	Rissbilder . . . . .	E-30
E.2	Last–Verformungs–Kurven . . . . .	E-46
<b>F</b>	<b>Versuchsergebnisse – Plattenstreifen</b>	<b>F-51</b>
F.1	Rissbilder . . . . .	F-51
F.2	Last–Verformungs–Kurven . . . . .	F-55

---

<b>G</b>	<b>Finite Elemente Berechnungen</b>	<b>G-56</b>
G.1	Einaxiale Beanspruchung . . . . .	G-58
G.2	Zweiaxiale Beanspruchung . . . . .	G-61



# Kapitel 1

## Einleitung

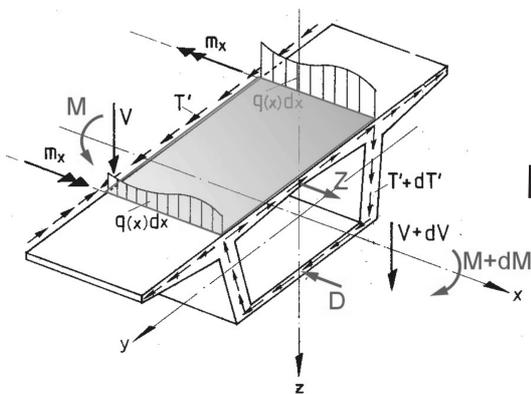
*Eine Grundlage für das Verständnis der Tragwirkung von Stahlbetontragwerken ist die Fähigkeit, Tragmodelle zu erkennen oder zu entwickeln und deren Gültigkeit zu beweisen. Das Tragverhalten von Bauteilen aus Stahlbeton ist komplex und wird seit geraumer Zeit untersucht. Mit der Einführung neuer Normen im nationalen und internationalen Bereich, werden neue und umfangreichere Bemessungsverfahren zugelassen. Dabei erhöhte sich der Bedarf an Informationen, die in eine Berechnung einfließen können oder müssen. Das Finden dieser Informationen und die korrekte Anwendung zur Berechnung eines wirklichkeitsnahen Material- und Bauteilverhaltens soll mit dieser Arbeit ein kleines Stück vorangebracht werden.*

### 1.1 Motivation

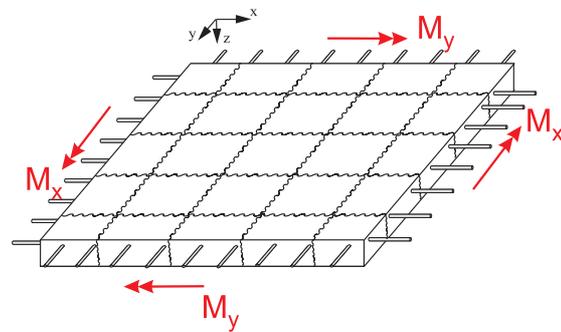
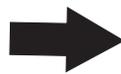
Bauteile aus Stahlbeton, insbesondere Stahlbetonflächentragwerke, erfahren in der Regel mehraxiale Beanspruchungen, beispielsweise in Kastenträgern im Brückenbau (Bild 1.1), bei zweiachsig gespannten Deckenplatten oder auch im Bereich der Lasteinleitung über und unter Stützen. Die Bemessung und Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens solcher Bereiche erfolgt mit Hilfe von Vereinfachungen, welche auf der sicheren Seite liegend nicht immer zur wirtschaftlichsten Lösung führen. Im Stahlbetonbau nehmen Platten eine wichtige Rolle ein, weshalb sie auch schon seit langer Zeit immer wieder im Fokus der Forschung stehen. Im Rahmen eines von der Deutschen Forschungsgesellschaft geförderten Forschungsprojektes wurden an der Professur für Massivbau des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau der Universität der Bundeswehr München Versuche an zweiachsig zugbeanspruchten Stahlbetonscheiben durchgeführt [80], aus denen ein Modell für die wirklichkeitsnahe Berechnung der Rissabstände und die Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens entwickelt wurde. Im Zuge der weiteren Forschung ist das Last-Verformungs-Verhalten von Stahlbetonplatten unter Biegebeanspruchung von Interesse, insbesondere auch unter zweiachsigler Beanspruchung. Für diese Untersuchungen wird ein Versuchsaufbau entworfen, der geeignet ist, Stahlbetonplatten zweiachsig mit Biegemomenten zu beanspruchen. Dies erfolgt auch unter der Maßgabe, bei Bedarf das Verhältnis der Biegemomente variabel zu gestalten. Die Biegemomente werden im Rahmen dieser Arbeit gleichgerichtet aufgebracht, das heißt, es entsteht eine positive GAUßsche Krümmung, wie bei einer Kugeloberfläche.



a) Talbrücke Zahme Gera



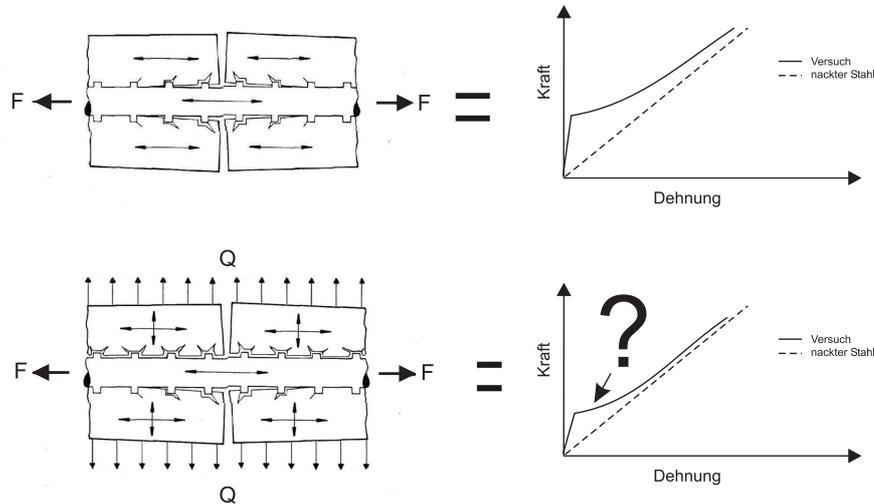
b) Kastenträgerelement



c) Beanspruchung der Fahrbahnplatte

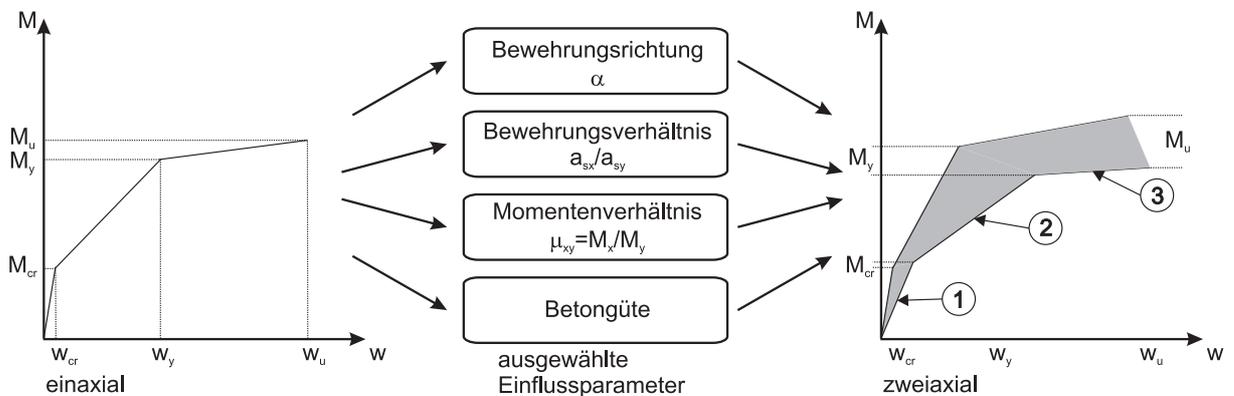
Bild 1.1: Anwendungsfall für eine kombinierte Beanspruchung

In seiner Arbeit über das Last–Verformungs–Verhalten von zweiachial zugbeanspruchten Stahlbetonscheiben vermutet PURAINER [80] eine Reduktion der Risslast und damit einen veränderten Verlauf der Last–Verformungs–Beziehung, wenn eine zweiachiale Beanspruchung vorliegt (Bild 1.2).



**Bild 1.2:** Einfluss der Beanspruchung auf das Last–Verformungs–Verhalten [80]

Mit der Weiterentwicklung der Normung im Massivbau durch der Einführung der DIN 1045–1 [21], des DIN Fachberichts 102 [27] und des Eurocode 2 [26] sind nichtlineare Berechnungen für die Ermittlung von Schnittgrößen und Verformungen für die Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit und den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit zugelassen. Für diese Berechnungen sind wirklichkeitsnahe Informationen über das Werkstoffverhalten zunehmend wichtig, da mit Einbeziehung des nichtlinearen Trag– und Verformungs–Verhaltens eine immer weitergehende Ausnutzung der Werkstoffe und Tragwerke einhergeht. Eine solche bessere Ausnutzung ermöglicht eine Optimierung der Bewehrungsmengen und verbessert die Genauigkeit bei der Berechnung von Stabilitätsuntersuchungen. Die Beschreibung des Last–Verformungs–Verhaltens von Plattentragwerken erfolgt oft mit Hilfe einer Momenten–Krümmungs–Beziehungen oder einer Momenten–Durchbiegung–Kurve, wie sie links in Bild 1.3 qualitativ dargestellt ist. Eine



**Bild 1.3:** Prognose der Veränderung des Last–Verformungs–Verhaltens

Vielzahl von Parametern kann diese Last–Verformungs–Beziehungen beeinflussen, von denen

einige im Rahmen der eigenen Versuche untersucht werden. Im Rahmen dieser Arbeit werden ausgewählte Parameter betrachtet. Deren Auswirkungen auf den Verlauf der Last–Verformungs–Beziehung sollen durch gezielte Untersuchungen festgestellt und künftig in einer ingenieurmäßigen Betrachtung Berücksichtigung finden, insbesondere die Einflüsse aus der Bewehrungsrichtung und der eingebauten Querbewehrung.

Das Materialverhalten von Beton, das durch die Entstehung, die Ausbreitung und das Anwachsen von Rissen gekennzeichnet ist, sowie das plastische Verhalten des Betonstahls, mit Fließplateau und Verfestigungsbereich, führen zu einer Nichtlinearität, welche die Bemessung im Stahlbetonbau zu einem komplexen Vorgang macht. Neben dem Werkstoffverhalten von Beton und Betonstahl ist auch das Zusammenwirken der beiden Werkstoffe, das sogenannte Verbundverhalten, nichtlinear. Mit Beginn der Rissbildung wird der Beton zwischen den Rissen an der Abtragung der Zugkräfte beteiligt. Dieser Effekt, das sogenannte Tension–Stiffening, sollte bei der Modellbildung Berücksichtigung finden, um ein wirklichkeitsnahes Material– und Bauteilverhalten abzubilden.

Aufgrund der hohen Komplexität in der Beschreibung der Werkstoffe und ihres Zusammenwirkens, aber auch unter der Maßgabe sich schneller ändernder Rahmenbedingungen und unter Berücksichtigung der enormen Leistungssteigerung der Computer in jüngerer Vergangenheit, gewinnt die rechnergestützte Berechnung an Bedeutung. Folglich ist die Finite Elemente Methode aus dem Bauwesen kaum noch wegzudenken. Insbesondere die architektonische Gestaltung eines Bauwerkes fordert oft eine Modellierung im dreidimensionalen Raum, die ohne Computer nicht realisierbar wäre.

Dabei ist es bei der zunehmenden Anwendung der Finiten Elemente Methode wichtig, dass Berechnungsergebnisse plausibel sind und mit einfachen ingenieurmäßigen Methoden und Ansätzen kontrolliert werden können. Somit lassen sich eventuelle Modellierungsfehler oder Fehler aus der numerischen Berechnung erkennen und identifizieren. Dies zeigt aber auch den dringenden Bedarf an einfachen ingenieurmäßigen Berechnungsansätzen und unterstreicht die Forderung, nicht absolut vom Computer abhängig sein zu dürfen.

## 1.2 Zielsetzung

Im Rahmen dieser Arbeit soll das Tragverhalten von Stahlbetonflächentragwerken, insbesondere Platten unter zweiachsialer Momentenbeanspruchung wirklichkeitsnah erfasst werden.

Ausgehend von den Forschungsergebnissen von PURAINER [80] werden Stahlbetonplatten unter Biegebeanspruchung untersucht, deren Zugzone von der Beanspruchung her mit gezogenen Scheiben vergleichbar ist. Ob und inwiefern, Erkenntnisse von zugbeanspruchten Scheiben auf biegebeanspruchte Platten übertragen werden können, ist ein Aspekt, der in dieser Arbeit behandelt wird. Es wird ein Überblick über Untersuchungen an Stahlbetonplatten mit verschiedenen Bewehrungskonfigurationen gegeben. Eigene Versuche an Stahlbetonplatten mit orthogonalen Bewehrungsnetzen dienen der Ergänzung der in der Literatur dokumentierten Erkenntnisse und werden zielgerichtet zur Untersuchung einzelner Teilaspekte durchgeführt.

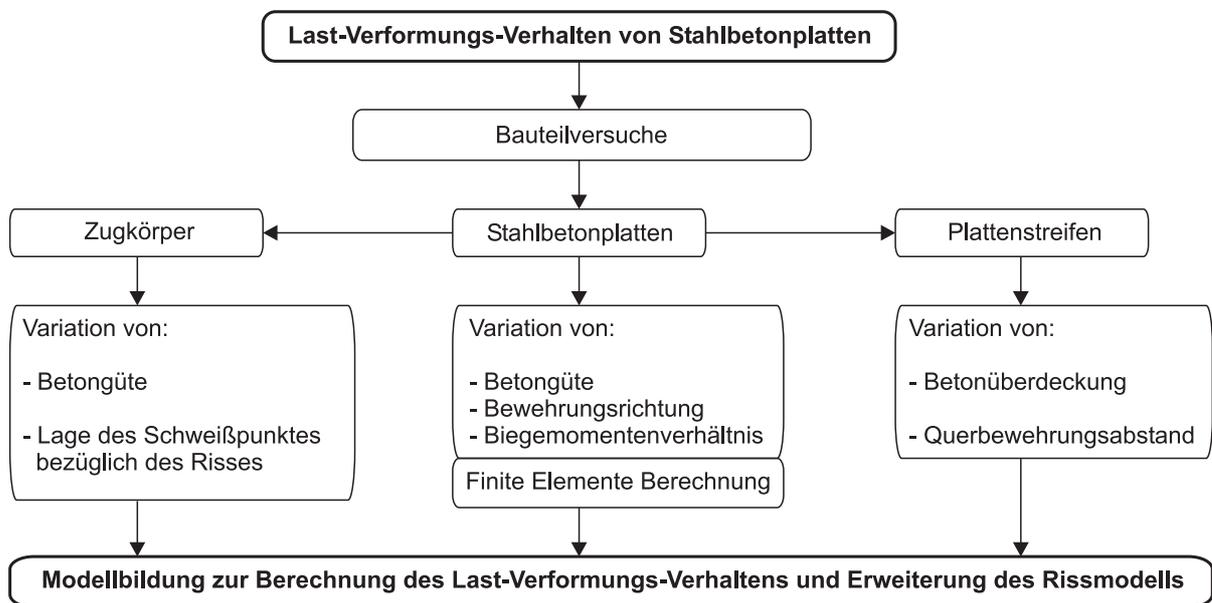
Zusätzlich zu den Versuchen wird auch eine Modellierung von Stahlbetonstrukturen, hier insbesondere Platten, mit der Methode der Finiten Elemente gezeigt, mit der bestimmte Einflüsse

einzelner Parameter gezielt untersucht werden können.

Zur Untersuchung dieser komplexen Zusammenhänge, wird die Gesamtaufgabe in Teilbereiche untergliedert:

- Einfluss der Richtung der Bewehrung auf Riss- und Verformungsverhalten von zweiachial biegebeanspruchten Platten,
- Einfluss der Lage des Schweißpunktes in Bewehrungsmatten in Bezug auf einen Riss und
- Auswirkung verschiedener Querbewehrungsabstände auf Rissbildung und Verformungsverhalten.

Bild 1.4 zeigt einen schematischen Überblick der Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit.



**Bild 1.4:** Untersuchung von Teilaspekten im Rahmen dieser Arbeit

Die Erkenntnisse aus den Versuchen werden für die Weiterentwicklung der Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens von biegebeanspruchten Stahlbetonplatten verwendet und dienen der Erweiterung des in [80] vorgestellten Modells zur Beschreibung der Rissabstände in zugbeanspruchten Stahlbetonbauteilen für Stahlbetonplatten.



## Kapitel 2

# Der Werkstoff Stahlbeton – Ein Überblick

*Grundlage für das Verständnis der Tragwirkung von Stahlbeton ist die genaue Kenntnis über das mechanische Verhalten seiner Bestandteile. Zur Beschreibung des Materialverhaltens von Beton und Betonstahl werden Werkstoffmodelle mit wirklichkeitsnahen Annahmen für das Spannungs-Verzerrungs-Verhalten benötigt. In diesem Kapitel wird auf diese Annahmen eingegangen. Der Verbund, die Grundlage für das Zusammenwirken von Beton und Betonstahl, wird anhand mehrerer bekannter Modelle erläutert. Die Auswirkungen eines gestörten Verbundes auf das Tragverhalten von Stahlbeton wird angesprochen. Es werden mögliche Instandsetzungsmethoden und deren Wirkung auf das Verbundverhalten gezeigt. Am Ende des Kapitels wird die Dübelwirkung der Bewehrung und ihr möglicher Einfluss auf das Last-Verformungs-Verhalten von Stahlbeton genannt.*

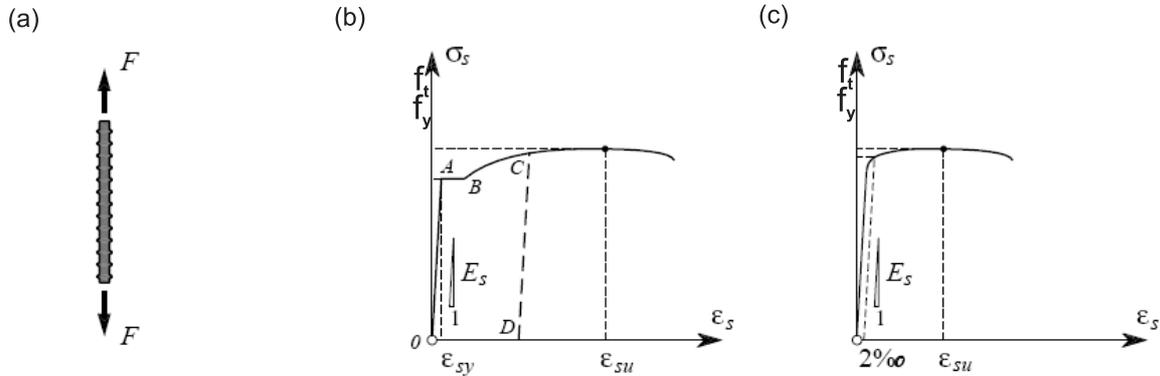
### 2.1 Betonstahl

Bei der Herstellung von Stahlbetonbauteilen wird heute fast ausschließlich Betonstahl mit einer charakteristischen Fließgrenze (95%-Fraktile) von  $500 \text{ N/mm}^2$  verwendet [59]. Der Betonstahl wird in folgenden Konfektionierungen hergestellt:

- Betonstabstahl BSt 500S,
- Betonstahlmatten BSt 500M und
- Betonstahl in Ringen BSt 500K.

Der Betonstahl in Ringen erlaubt das Schneiden der benötigten Stablängen vor Ort und erzeugt somit kaum Reststücke, allerdings erfährt der Betonstahl durch das Rollen eine gewisse Vorverformung und einen Duktilitätsverlust. Die Betonstahlmatten sind in verschiedensten Konfigurationen erhältlich und bestehen aus Stabstahl mit Durchmessern bis 8 mm. Sie unterscheiden sich in der Querschnittsfläche und im Verhältnis zwischen Längs- und Querbewehrung. R-Matten haben ein Verhältnis von Quer- zu Längsbewehrung von 0,2 ( $a_{s,quer}/a_{s,längs} = 20\%$ )

und Q-Matten ein Verhältnis von 1,0 ( $a_{s,quer}/a_{s,längs} = 100\%$ ). Der Betonstabstahl wird als warmverformter und gerippter Stabstahl mit Durchmessern 6, 8, 10, 12, 14, 16, 20, 25 und 28 mm geliefert. Heutzutage sind bei Bedarf auch Durchmesser 32 und 40 mm üblich. Ausführungen zu weiteren Halbprodukten aus Betonstahl sind beispielsweise in [91] zu finden.



**Bild 2.1:** Bewehrungsstab unter Zugbeanspruchung: a) Versuch, b)  $\sigma$ - $\epsilon$ -Diagramm naturharter Stahl, c)  $\sigma$ - $\epsilon$ -Diagramm kaltverformter Stahl [101]

Die Beanspruchung der Bewehrung in einem Stahlbetonbauteil ist unterschiedlich. Diese kann durch Längszug, Längsdruck und Scherung erfolgen, wobei die Zugbeanspruchung die wichtigste Form darstellt. Das Materialverhalten von Betonstahl ist in Bild 2.1 am Beispiel eines gezogenen Stabes dargestellt. Wird eine Zugprobe bis zum Bruch gedehnt, Bild 2.1a), so ergibt sich bei weggesteuerter Verformungssteuerung ein Spannungs-Dehnungs-Diagramm bei naturhartem (warmverformtem) Betonstahl wie in Bild 2.1b) und bei kaltverformtem Betonstahl entsprechend Bild 2.1c). Vom Koordinatenursprung bis zum Punkt A verhalten sich Spannung und Dehnung proportional, dies ist der linear-elastische Bereich mit dem Elastizitätsmodul  $E_s$  als Steigung. Im Bereich A – B befindet sich das Fließplateau, das heißt die Spannungen bleiben, abgesehen von einem geringen Oszillieren, auf der Ebene der Fließspannung  $f_y$  konstant. Danach folgt ein Verfestigungsbereich, der beim Maximum die Zugfestigkeit des Betonstahls  $f_t$  erreicht. Wird die Zugprobe bei Punkt C entlastet, verringern sich die Spannungen entlang der Linie C – D. Wird der Stab nachfolgend erneut belastet, verhält er sich wie in Bild 2.1c). Es ist kein Fließplateau mehr vorhanden.

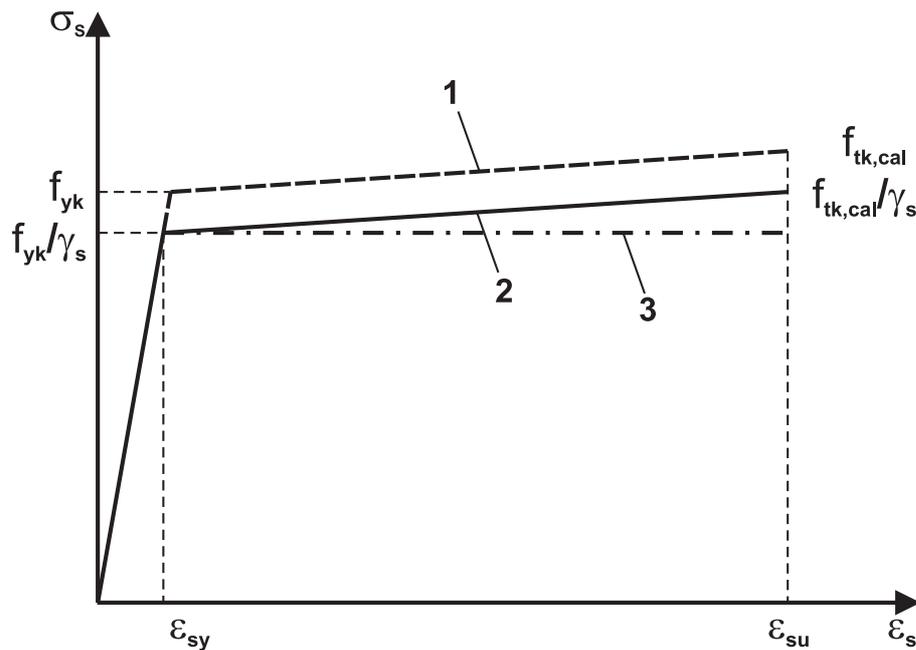
Dieses Materialverhalten spiegelt sich in den Kennwerten zur Beurteilung eines Betonstahls wider, diese sind:

- Fließgrenze  $f_y$ ,
- Zugfestigkeit  $f_t$ ,
- Verhältnis zwischen charakteristischer Zugfestigkeit und Fließgrenze  $(f_t/f_y)_k$ ,
- Dehnung unter Höchstlast  $\epsilon_{su}$ ,
- Elastizitätsmodul  $E_s$ ,
- bezogene Rippenfläche  $f_R$  und
- Eignung zum Schweißen.

Das Verhältnis zwischen Zugfestigkeit und Fließgrenze wird als Duktilität bezeichnet. Duktilität ist die Eigenschaft eines Werkstoffes, bei hohen Beanspruchungen große Verformungen zu zeigen. Gemäß DIN 1045–1 [21] werden folgende Duktilitätsgrenzen festgelegt:

- hohe Duktilität:  $\varepsilon_{su} \geq 50\%$  und  $(f_t/f_y)_k \geq 1,08$ ,
- normale Duktilität:  $\varepsilon_{su} \geq 25\%$  und  $(f_t/f_y)_k \geq 1,05$

Für die Bemessung nach DIN 1045–1 [21] ist die in Bild 2.2 dargestellte vereinfachte Spannungs–Dehnungs–Beziehung angegeben.



**Bild 2.2:** Vereinfachte Spannungs–Dehnungs–Beziehung für Betonstahl [21]

Das Diagramm in Bild 2.2 zeigt die drei Verläufe. Kurve 1 entspricht dem idealisierten Verlauf mit charakteristischen Materialkennwerten. Die Verläufe 2 und 3 sind jeweils um den Teilsicherheitsbeiwert für Betonstahl  $\gamma_s$  reduzierten Verläufe. Dabei zeigt der Verlauf 2 ein linear elastisch – plastisches Materialverhalten mit Verfestigung und der Verlauf 3 ein linear elastisch – ideal plastisches Verhalten. Für die Querschnittsbemessung gilt für hochduktilen und für normalduktilen Betonstahl die rechnerische Bruchdehnung von  $\varepsilon_{uk} = 25\%$ . Bei Berücksichtigung des Verfestigungsbereiches darf die rechnerische Zugfestigkeit gemäß [21] mit  $f_{tk,cal} = 525 \text{ N/mm}^2$  angesetzt werden. Daraus ergeben sich unter Ansatz des Teilsicherheitsbeiwertes  $\gamma_s = 1,15$  folgende Bemessungswerte:

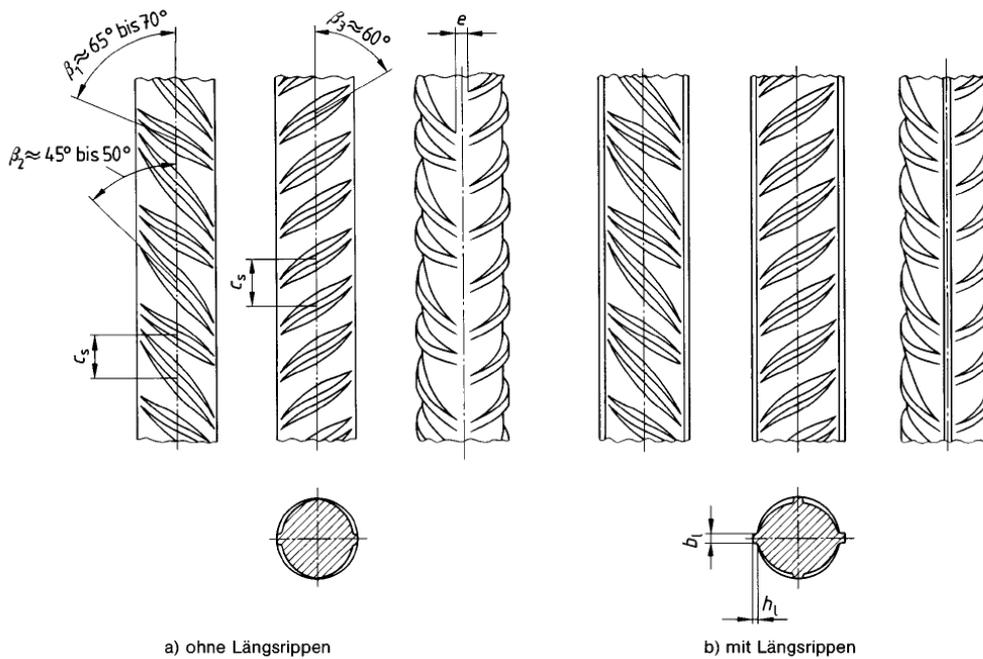
- für die Fließspannung  $f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,8 \text{ N/mm}^2$  und
- für die Zugfestigkeit  $f_{td} = \frac{f_t}{\gamma_s} = \frac{525}{1,15} = 456,5 \text{ N/mm}^2$ .

Die Größe des Elastizitätsmoduls  $E_s$  schwankt aufgrund der Homogenität des Materials nur gering und befindet sich im Bereich von  $195000 \text{ N/mm}^2$  bis  $210000 \text{ N/mm}^2$ . Tabelle B.1 im Anhang B zeigt die Materialkennwerte der im Rahmen dieser Arbeit geprüften Betonstähle.

Weitere Kennwerte des Betonstahl BSt 500 bezüglich der Rippengeometrie sind in der folgenden Tabelle 2.1 zusammengefasst.

**Tabelle 2.1:** Maße, Abstände der Rippen, bezogene Rippenfläche von geripptem Betonstabstahl [23]

Durchmesser $d_s$ [mm]	Rippenhöhe $h_s$ [mm]	Rippenabstand $c_s$ [mm]	bezogene Rippenfläche $f_R$ [-]
6	0,39	6,0	0,039
8	0,52	8,0	0,045
10	0,65	10,0	0,052
12	0,78	10,8	0,056
14	0,91	12,6	0,056
16	1,04	14,4	0,056
20	1,30	18,0	0,056
25	1,63	22,5	0,056
28	1,82	25,2	0,056



**Bild 2.3:** Rippengeometrie und Rippenanordnung von BSt 500 S und BSt 500 M [23]

Bild 2.3 zeigt die Rippengeometrie und -anordnung von BSt 500 gemäß DIN 488 [23]. Die Oberflächenbeschaffenheit wird unter Zuhilfenahme der bezogenen Rippenfläche  $f_R$  beschrieben. Sie kann mit Gleichung 2.1 berechnet werden zu:

$$f_R = \frac{F_R}{F_S} = \frac{2\pi \cdot \left(r_i \frac{h_s}{2}\right) \cdot h_s}{2\pi \cdot (r_i + h_s) \cdot l_d} \approx \frac{h_s}{c_s} \quad (2.1)$$

Dabei sind  $F_R$  die Rippenfläche,  $F_S$  die Scherfläche zwischen zwei Rippen,  $r_i$  der Stabradius,  $l_d$  der lichte Rippenabstand,  $h_s$  die Rippenhöhe und  $c_s$  der Rippenabstand.

## 2.2 Beton

In diesem Abschnitt werden die wichtigsten Materialeigenschaften und das Verhalten des Werkstoffs Beton erläutert. Dabei wird an mehreren Stellen von der sogenannten *Spannungs-Dehnungs-Linie* oder *Spannungs-Dehnungs-Beziehung* gesprochen. Der Begriff *Dehnung* bezeichnet hierbei sowohl die Vergrößerung der Länge (Dehnung), als auch die Verkleinerung der Länge (Stauchung). Physikalisch korrekt müssten diese Zusammenhänge als *Spannungs-Verzerrungs-Beziehungen* bezeichnet werden. In der allgemeinen Fachsprache hat sich die Bezeichnung *Spannungs-Dehnungs-Linie* etabliert und wird deshalb auch in dieser Arbeit verwendet, obgleich sie begrifflich nicht ganz korrekt ist.

Im Weiteren sind Annahmen für die Beschreibung des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens des Werkstoffs Beton notwendig, die im speziellen Falle den einzelnen Kapiteln entnommen werden können. Dabei gelten folgende grundsätzliche Voraussetzungen:

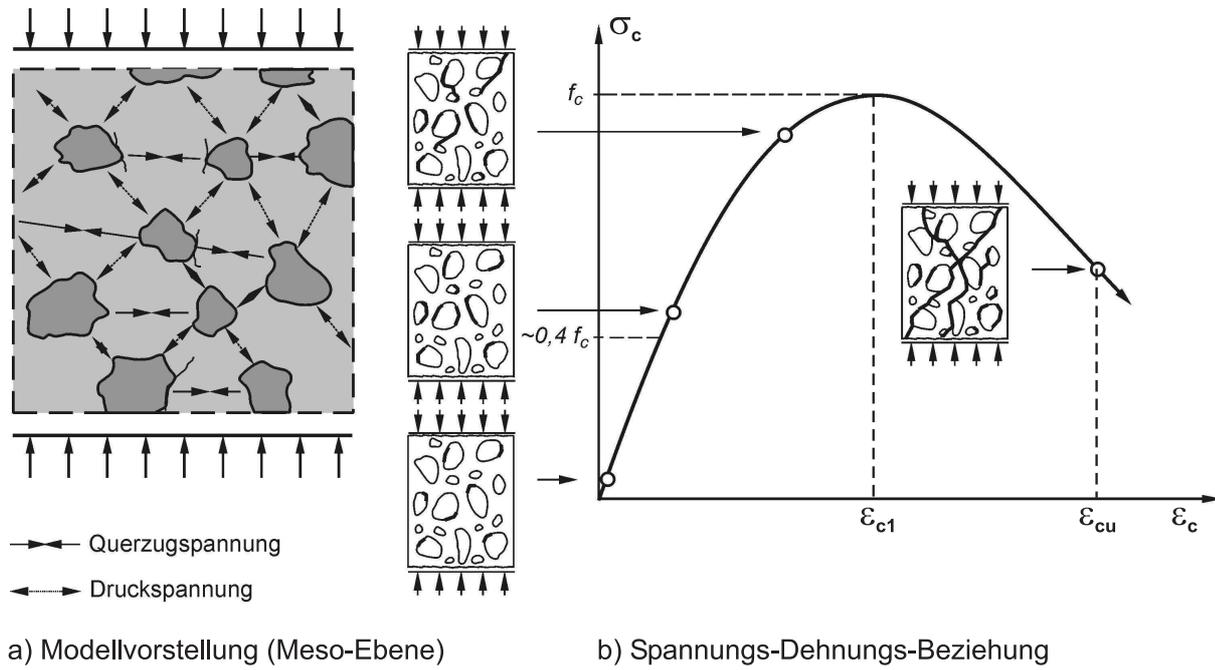
- Die dargestellten Materialeigenschaften gelten für statische Beanspruchung. Einflüsse aus dynamischen Beanspruchungen und Werkstoffermüdung finden keine Berücksichtigung.
- Es werden keine Einwirkungen durch Temperaturänderungen einbezogen.
- Kriechen und Schwinden sind Eigenschaften, die unabhängig und separat betrachtet werden.
- Im Zustand I wird der Stahlbeton trotz inhomogenen Aufbaus als homogener Werkstoff behandelt.

Grundsätzlich wird Beton aus Zement, Kies und Wasser hergestellt. Zur Erreichung bestimmter Eigenschaften werden bei Bedarf Zusatzstoffe, z.B. Flugasche und/oder Zusatzmittel, z.B. Fließmittel beigemischt. Aufgrund verschiedenster Anforderungen aus technischer, aber auch architektonischer Sicht wurden mittlerweile viele verschiedene Betonrezepturen und Herstellungsverfahren entwickelt. Für weitere Informationen zum Bereich Betonherstellung wird auf die Fachliteratur verwiesen. Grundlagen der Betonherstellung können beispielsweise aus KÖNIG/TUE [59] entnommen werden. Eine ausführliche und aktuelle Darstellung findet man im regelmäßig erscheinenden Aufsatz "Beton" von REINHARDT im Betonkalender [87].

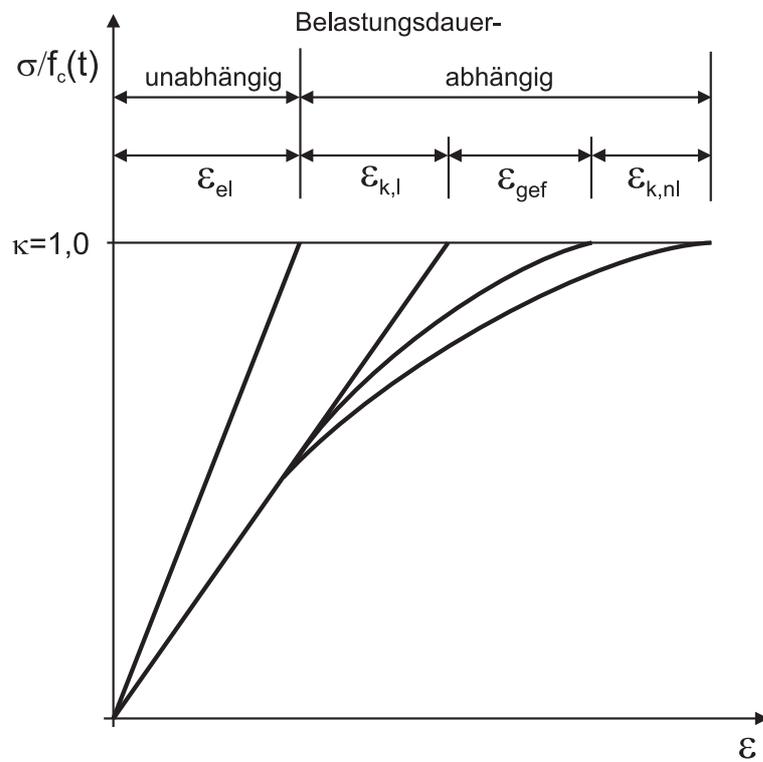
### 2.2.1 Einaxiales Verhalten

Der folgende Abschnitt behandelt die Beschreibung des Materialverhaltens von Beton unter einaxialer Zug- und Druckbeanspruchung.

Wird Beton bei einem weggesteuerten Versuch einaxial auf Druck beansprucht, so kann der in Bild 2.4b) gezeigte Spannungs-Dehnungs-Verlauf gemessen werden. Hierbei tritt das eigentliche Versagen durch Zugkräfte auf, die durch den inhomogenen Aufbau Betons begründet sind. Die von außen eingeleiteten Druckspannungen werden über die steiferen Zuschläge übertragen. In Bild 2.4a) ist dargestellt, welchen Weg die Druckspannungen nehmen. Es entsteht ein "Kräftegitter", welches zur Erreichung des Gleichgewichts Zugstreben benötigt. Die dadurch hervorgerufenen Zugspannungen sind der eigentliche Grund für das Versagen des Betons. STREIT [98] entwickelt ein Modell zur Beschreibung des Betonverhaltens unter hoher Druckbeanspruchung.



**Bild 2.4:** Modell des Tragverhaltens von Normalbeton nach [109]



**Bild 2.5:** Verformungsanteile bei Beton infolge hoher, langandauernder Druckbeanspruchung [98]

Bild 2.5 zeigt das Modell, in dem verschiedene Verformungsanteile berücksichtigt werden. Die Anteile werden nach den verschiedenen Ursachen getrennt erfasst, es sind:

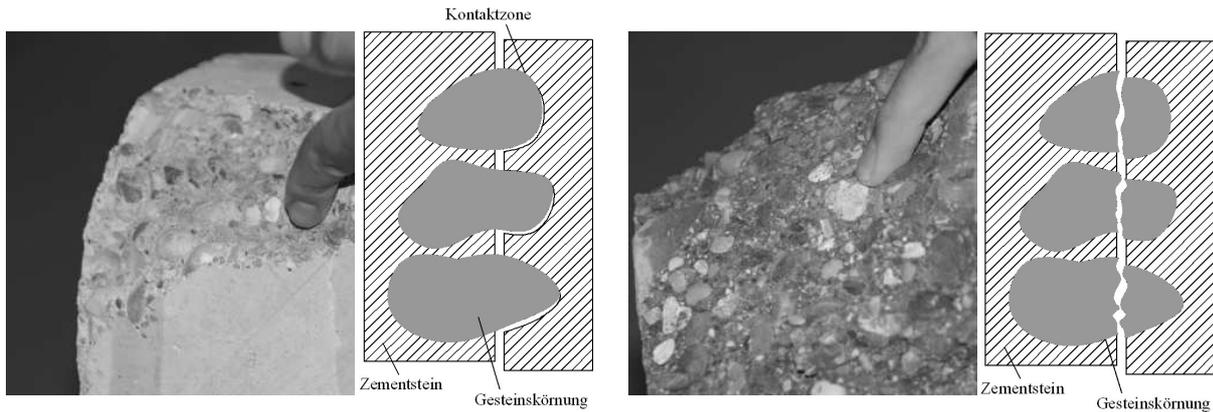
- elastische Verformungen, die direkt bei Belastung eintreten  
 $\varepsilon_{el}(\kappa, f_c)$
- viskose und viskoelastische lineare Kriechverformungen infolge elastischer Verformungen  
 $\varepsilon_{k,l}(\kappa, f_c, a, t)$
- unmittelbare irreversible Verformungen infolge Gefügezerstörungen (Mikrorissbildung)  
 $\varepsilon_{gef}(\kappa, f_c, a, t)$
- nichtlineare Kriechverformungen infolge Gefügezerstörungen bei jungem Beton  
 $\varepsilon_{k,nl}(\kappa, f_c, a, t)$

Dabei sind  $f_c$  die Druckfestigkeit,  $a$  das Belastungsalter und  $t$  die Belastungsdauer.  $\kappa$  ist der Belastungsgrad und es ist erkennbar, dass die nichtlinearen Verformungsanteile  $\varepsilon_{gef}$  und  $\varepsilon_{k,nl}$  erst oberhalb von  $\kappa \approx 0,4$  in Erscheinung treten. Bei steigender Belastung nehmen diese dann progressiv zu. Somit definiert STREIT [98] verschiedene Stufen einer Gefügezerstörung. Im Bereich  $\sigma_c \leq 0,4 f_c$  findet hauptsächlich Mikrorissbildung statt. Das Verhalten des Betons kann als nahezu linear angenommen werden (Bild 2.4b). Zwischen  $0,4 f_c$  und  $0,8 f_c$  wachsen die vorhandenen Risse und es entstehen neue Risse, die sich zu ersten Trennrissen verbinden. Diese verlaufen hauptsächlich parallel zu den Druckspannungstrajektorien, so dass einzelne Betonprismen entstehen. Bei zunehmender Rissbildung werden diese Prismen immer kleiner und es kommt zu einer Abnahme der Steifigkeit des Gesamtquerschnitts. Über  $0,8 f_c$  bilden sich zunehmend Trennrisse, die sich zu Makrorissen zusammenschließen und es kommt schließlich zum Bruch des Gesamtquerschnitts. Anhand der Rissoberfläche lässt sich gut erkennen, ob es sich um einen normalfesten oder einen höherfesten Beton handelt. Bei normalfesten Betonen verlaufen fast alle Risse um die Zuschlagkörner herum, da die Kontaktzone zwischen Mörtelmatrix und Zuschlag den Schwachpunkt darstellt. Die Risse bei höherfesten Betonen verlaufen größtenteils durch die Zuschlagkörner hindurch, da einerseits diese Kontaktzone durch Zugabe von Silikastaub verbessert wird und andererseits die Steifigkeitsunterschiede zwischen Mörtelmatrix und Zuschlag nicht mehr dominierend sind [60]. Bild 2.6 zeigt die unterschiedlichen Bruchoberflächen und macht deutlich, dass die Rauigkeit der Oberfläche bei höherfesten Betonen geringer ist.

Die Spannungs–Dehnungs–Linien verlaufen bis zu ihrem Maximalwert ähnlich und zeigen dann beim abfallenden Ast ein unterschiedliches Nachbruchverhalten. Hier zeigen die höherfesten Betone eine deutlich höhere Sprödigkeit [60]. Im MODEL CODE 90 [12] wird die Spannungs–Dehnungs–Beziehung für den Bereich  $|\varepsilon_c| < |\varepsilon_{cu}|$  mit einem parabelförmigen Ansatz nach Gleichung (2.2) beschrieben.

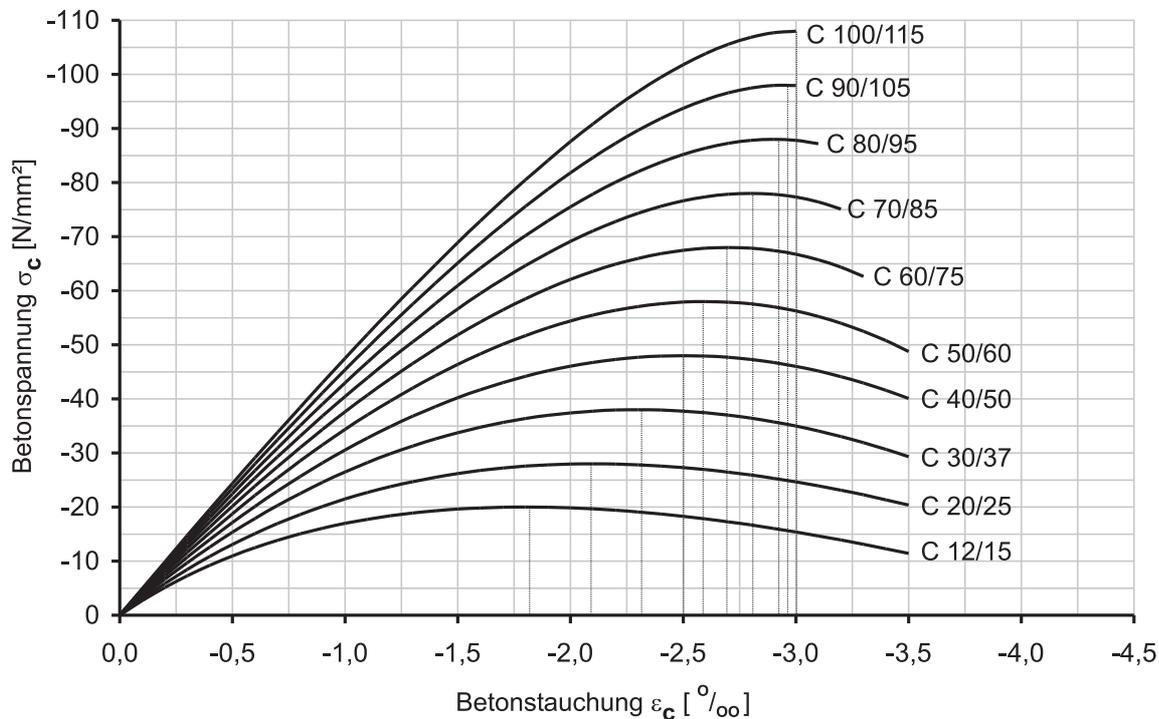
$$\sigma_c = - \frac{\frac{E_{ci}}{E_{c1}} \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2}{1 + \left( \frac{E_{ci}}{E_{c1}} - 2 \right) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}} \cdot f_{cm} \quad (2.2)$$

Der Wert  $E_{ci}$  ist der Tangentenmodul.  $E_{ci}$  beschreibt die Steigung der Kurve im Koordinatenursprung.  $E_{c1}$  ist der Sekantenmodul, der das Verhältnis zwischen Betonfestigkeit  $f_{cm}$  und



**Bild 2.6:** Bruchoberfläche bei normalfestem (links) und höherfestem Beton (rechts)

zugehöriger Betonstauchung  $\varepsilon_{c1}$  beschreibt. Die bei maximaler Betonfestigkeit erreichte Betonstauchung  $\varepsilon_{c1}$  wird im MODEL CODE 90 [12] konstant zu  $\varepsilon_{c1} = -2,2\text{‰}$  festgelegt. Dies widerspricht der von RÜSCH [90] gemachten Feststellung, dass die Stauchung bei maximaler Betonfestigkeit bei höheren Betonfestigkeitsklassen zunimmt. Dieser Effekt wird in der DIN 1045-1 [21] berücksichtigt. Stellt man nun einige Spannungs-Dehnungs-Verläufe unterschiedlicher Festigkeitsklassen im Diagramm gemäß der Spannungs-Dehnungs-Beziehung aus Gleichung (2.3) dar, so wird dieser Effekt deutlich sichtbar (Bild 2.7).



**Bild 2.7:** Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Beton unterschiedlicher Festigkeiten nach Gl. (2.3)

$$\sigma_c = -\frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \eta} \cdot f_{cm} \quad (2.3)$$

mit  $\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$

und  $k = E_{c0m} \cdot \varepsilon_{c1} / f_{cm}$

Hierbei ist  $E_{c0m}$  der mittlere Tangentenmodul und entspricht in etwa dem Modul bei rascher Entlastung von einem Lastniveau  $|\sigma_c| \approx 0,4 f_{cm}$  [46]. Er berechnet sich nach DIN 1045-1 [21] zu:

$$E_{c0m} = 9500(f_{ck,cyl} + 8)^{\frac{1}{3}}. \quad (2.4)$$

Nach Heft 525 DAfStb [46] berechnet sich der mittlere Elastizitätsmodul mit  $E_{c0m}$  nach Gleichung (2.4) gemäß Gleichung (2.5).

$$E_{cm} = \alpha_i \cdot E_{c0m} \quad (2.5)$$

mit  $\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{cm}}{88} \leq 1,0$  und  $f_{cm}$  in  $N/mm^2$ .

Hierbei ist  $E_{cm}$  der Sekantenmodul bei  $|\sigma_c| \approx 0,4 f_{cm}$  und beschreibt die Steifigkeit des ungerissenen Betons im Gebrauchslastniveau bei Kurzzeitbelastung unter Berücksichtigung von plastischen Anfangsdehnungen  $\Delta\varepsilon_{c,p}$  [46]. Die Ergebnisse für die E-Moduli gemäß den Gleichungen (2.4) und (2.5) gelten für Betone mit quarzitäen Gesteinskörnungen. Der Einfluss der Gesteinsart äußert sich dahingehend, dass die Werte für den E-Modul bei anderen Gesteinen bis zu 20% höher oder bis zu 30% niedriger ausfallen können [43, 12]. Dieser Einfluss wird über eine multiplikative Modifikation des E-Moduls mit den in Tabelle 2.2 zusammengefassten Faktoren in Gleichung (2.6) nach Heft 525 DAfStb [46] und in Gleichung (2.7) nach MODEL CODE 90 [12] berücksichtigt.

**Tabelle 2.2:** Beiwert  $\alpha_E$  nach Heft 525 DAfStb [46] und MODEL CODE 90 [12]

Art der Gesteinskörnung	$\alpha_E$ nach Heft 525	$\alpha_E$ nach MC90
Basalt, dichter Kalkstein	1,05 ÷ 1,45	1,2
Quarz, Quarzite	0,80 ÷ 1,20	1,0
Kalkstein	0,70 ÷ 1,10	0,9
Sandstein	0,55 ÷ 0,85	0,7

Da die Werte für  $\alpha_E$  aus [46] sind mit einer gewissen Streubreite angegeben, die eine Festlegung schwer macht. Die Angaben im MODEL CODE 90 [12] sind feststehend und für die Berechnung leichter anwendbar.

$$E_{c0m,mod} = \alpha_E \cdot E_{c0m} \quad (2.6)$$

$$E_{c0m,mod} = E_{c0} \cdot \alpha_E \cdot \left( \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)^{1/3} \quad (2.7)$$

Hierbei sind  $f_{cm}$  der Mittelwert der Betondruckfestigkeit in  $N/mm^2$ ,  $f_{cm0} = 10 N/mm^2$ ,  $\alpha_E$  der Gesteinsbeiwert gemäß Tabelle 2.2 und  $E_{c0} = 21500 N/mm^2$ .

Um eine einheitliche und vergleichbare Klassifizierung der Betone nach der Festigkeit vornehmen zu können, werden nach DIN EN 12390 [25] genormte Probekörper geprüft und Festigkeitsklassen zugeordnet. Hierbei kommen Zylinder mit einer Höhe von 30 cm und einem Durchmesser von 15 cm, sowie Würfel mit einer Kantenlänge von 15 cm zum Einsatz. Die Grundüberlegung bei

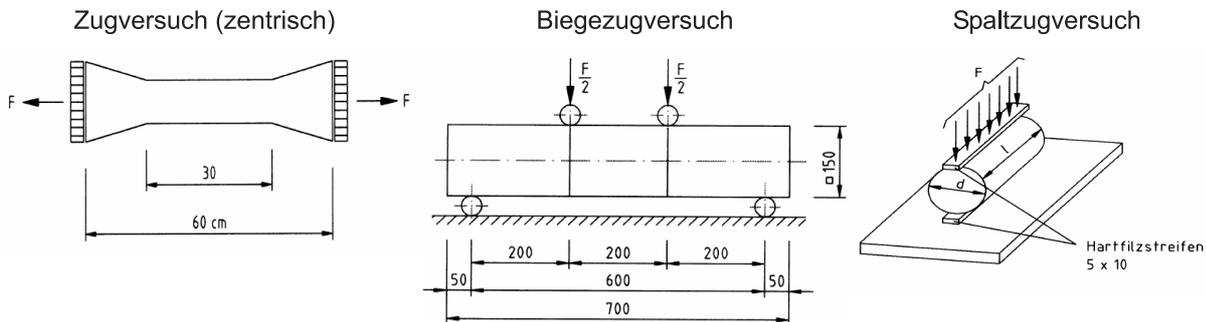
dieser Art der Prüfung und anschließenden Klassifikation ist, dass ein eventueller Bruch stets von der schwächsten Stelle im Bereich hoher Beanspruchungen ausgeht. Deshalb wird die Betonfestigkeitsklasse nicht auf den Mittelwert der Betondruckfestigkeit  $f_{cm}$ , sondern auf eine charakteristische Druckfestigkeit  $f_{ck}$  bezogen, die dem 5%-Quantil der Grundgesamtheit entspricht [60]. Somit kann der Zusammenhang zwischen  $f_{cm}$  und  $f_{ck}$  mit Gleichung (2.8) beschrieben werden.

$$f_{ck} = f_{cm} - 1,64 \cdot \sigma \quad (2.8)$$

Hierbei ist  $\sigma$  die Standardabweichung der Grundgesamtheit. Die Auswertung vieler Versuche hat ergeben, dass die Standardabweichung unabhängig von den Festigkeitsklassen ist und etwa  $5 \text{ N/mm}^2$  beträgt. Daher wird in DIN 1045-1 [21] Gleichung (2.9) für die Berechnung der charakteristischen Druckfestigkeit angegeben.

$$f_{ck} = f_{cm} - 8 \text{ N/mm}^2 \quad (2.9)$$

Wie schon eingangs erwähnt, ist die Betonzugfestigkeit die Materialeigenschaft, welche die einaxiale Betondruckfestigkeit limitiert. Für Aussagen zur Zugfestigkeit gibt es grundsätzlich drei verschiedene Versuchsmöglichkeiten. Bild 2.8 zeigt diese Versuche. Beim Biegezugversuch wird zwischen Drei-Punkt-Biegeversuch und dem hier dargestellten Vier-Punkt-Biegeversuch unterschieden. Die zugehörige Biegezugfestigkeit  $f_{ct,fl}$  berechnet sich dann nach Gleichung (2.10).



**Bild 2.8:** Zugversuche zur Ermittlung der Betonzugfestigkeit

$$f_{ct,fl} = \frac{M}{W} \quad (2.10)$$

mit  $M = \frac{F \cdot l}{4}$  beim Drei-Punkt-Biegeversuch und  $M = \frac{F \cdot l}{6}$  beim Vier-Punkt-Biegeversuch. Aus dem Spaltzugversuch ergibt sich die Spaltzugfestigkeit  $f_{ct,sp}$  zu:

$$f_{ct,sp} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot d \cdot l} \quad (2.11)$$

Die eigentliche Materialeigenschaft kann mit dem zentrischen Zugversuch nach Gleichung (2.12) ermittelt werden.

$$f_{ct} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2} \quad (2.12)$$

Die Berechnung der Betonzugfestigkeit kann auch ohne Zugversuche mit Hilfe der Betondruckfestigkeit berechnet werden. Nach dem von REMMEL [88] ermittelten Zusammenhang, kann die

mittlere Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  für alle Normalbetone (C12/15 bis C100/115) nach Gleichung (2.13) berechnet werden [60].

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln \left( 1 + \frac{f_{cm}}{10} \right) \quad (2.13)$$

In der DIN 1045–1 [21] wird für die Berechnung der mittleren Zugfestigkeit bei normalfesten Betonen (C12/15 bis C50/60) folgende Gleichung angegeben:

$$f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (2.14)$$

Diese Formulierung geht auf Untersuchungen von HEILMANN/HILSDORF/FINSTERWALDER [47] zurück. Für hochfeste Betone (C55/60 bis C100/115) gibt die DIN 1045–1 [21] dann die Formel nach Gleichung (2.13) von REMMEL [88] an. Da die Zugfestigkeit stark um ihren Mittelwert  $f_{ctm}$  streut, sind bei der Bemessung oft die charakteristischen Fraktilwerte der Gleichungen (2.15) und (2.16) maßgebend.

$$f_{ctk;0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm} \quad (2.15)$$

$$f_{ctk;0,95} = 1,3 \cdot f_{ctm} \quad (2.16)$$

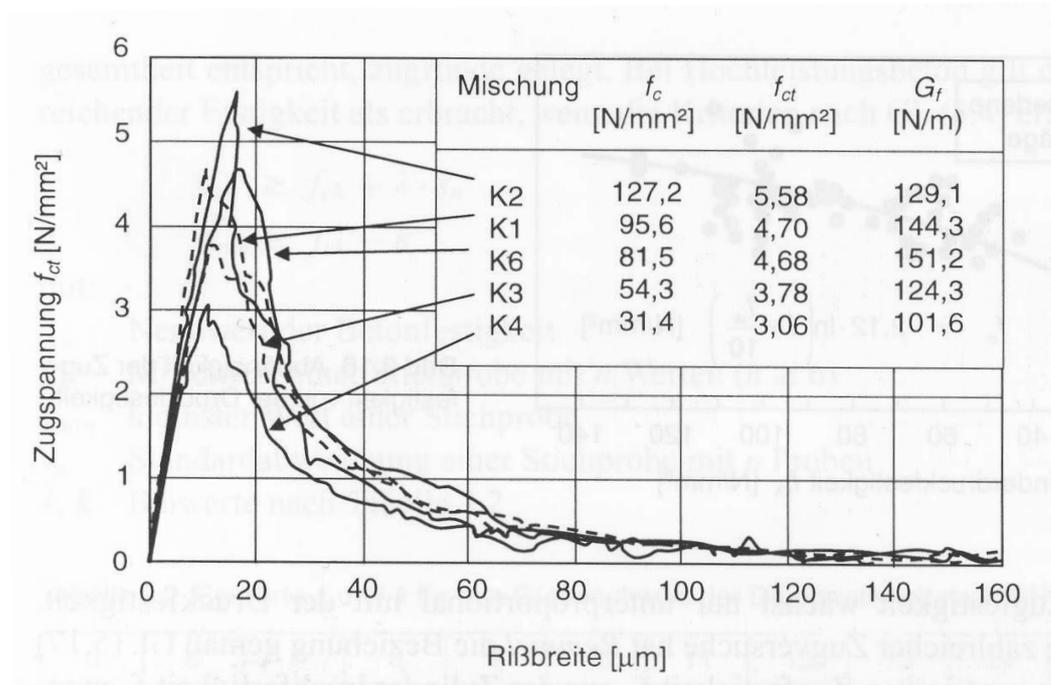
Das Verhalten des Betons unter Zugbeanspruchung ist bis zum Erreichen der Zugfestigkeit annähernd linear [28]. Es öffnen sich schon einzelne Mikrorisse, die über das Volumen des Probekörpers verteilt sind. Kurz vor Erreichen der Zugfestigkeit häufen sich die Mikrorisse im Bereich des späteren Bruchquerschnitts. Bei weiterer Verformung schließen sie sich zu einem durchgehenden Riss zusammen. Auch nach der Rissbildung kann der Beton noch Kraft aufnehmen. Dieser Effekt wird durch die Kornverzahnung am Rissufer begründet. Je rauer die Rissoberfläche ist, desto mehr Zugspannung kann aufgenommen werden. Daher lässt sich auch erklären, warum bei höherfesten Betonen ein steilerer Abfall der Spannungs–Rissöffnungs–Beziehung vorhanden ist. Weitere Untersuchungen zum Einfluss der Rissverzahnung können WALRAVEN [102] entnommen werden. Bild 2.9 zeigt das Verhalten von Zugversuchen verschiedener Betonfestigkeitsklassen, wobei der deutlich steilere Abfall der Zugspannungen nach Erreichen der Zugfestigkeit bei höherfesten Betonen sichtbar wird.

Aus der Spannungs–Rissöffnungs–Beziehung lässt sich die Bruchenergie  $G_f$  ableiten, die zur Beurteilung der Sprödigkeit eines Betons herangezogen werden kann. Hierzu wird die in einem Körper unter zentrischem Zug mit der Länge  $l$  und der Querschnittsfläche  $A$  bei Einsetzen der Rissbildung stehende gespeicherte Energie in Relation zu der zur vollständigen Rissöffnung notwendigen Energie  $G_f$  gesetzt [60]. Über die Größe von  $G_f$  sind in der Literatur zahlreiche Angaben zu finden, die voneinander nur gering abweichen. Die Bruchenergie ist von der Betonzugfestigkeit und vom Größtkorn abhängig und kann mit Gleichung (2.17) beschrieben werden [12].

$$G_f = G_{f0} \cdot \left( \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)^{0,7} \quad (2.17)$$

Hierbei ist

$$f_{cm0} = 10 \text{ N/mm}^2 \text{ (Bezugswert)}$$



**Bild 2.9:** Einaxiale Zugversuche – Einfluss der Betonfestigkeit [88]

$G_{f0}$  Grundwert der Bruchenergie in  $Nmm/mm^2$  in Abhängigkeit des Größtkorndurchmessers  $d_g$

- = 0,025 für  $d_g = 8$  mm
- = 0,030 für  $d_g = 16$  mm
- = 0,038 für  $d_g = 32$  mm

Die Ergebnisse zahlreicher Arbeiten zur Untersuchung des Betonverhaltens unter Zugbeanspruchung, z.B. [28, 106], erlauben die Schlussfolgerung, dass das Zugtragverhalten von Beton als bekannt vorausgesetzt werden kann [60].

Die Querdehnzahl von Beton  $\nu = \varepsilon_q/\varepsilon_l$  ist das Verhältnis der Dehnung in der unbelasteten Richtung zur Dehnung in der Beanspruchungsrichtung. Für Betone hängt die Querdehnzahl  $\nu_c$  nur geringfügig vom Betonalter und der Nachbehandlung ab und liegt im Bereich von 0,14 bis 0,26. Sie nimmt mit wachsender Druckfestigkeit zu, kann aber bei Berücksichtigung des Abbaus der quer zur Haupttragwirkung verursachten Spannungen durch Rissbildung für alle Festigkeitsklassen mit 0,2 angesetzt werden [60].

## 2.2.2 Verhalten von Beton unter mehraxialer Beanspruchung

Ein ausschließlich einaxiales Materialverhalten gibt es nicht. Gerade beim Beton spielt, wie in 2.2.1 angesprochen, die bei einaxialer Druckbeanspruchung durch die Querdehnung hervorgerufene senkrecht dazu stehende Zugspannung die entscheidende Rolle. Daher ist es unabdingbar, sich mit dem mehraxialen Materialverhalten des Betons auseinanderzusetzen, zumal beim Konstruieren eines Bauwerks aus Stahlbeton oft Bereiche mit mehraxialer Beanspruchung entstehen (siehe Abschnitt 1.1). Die in Bild 2.10 dargestellten Diagramme zeigen

das Festigkeitsverhalten des Betons bei zwei- und dreiaxialer Beanspruchung. Bild 2.10b) zeigt die zwei-axiale Festigkeitskurve, die anhand umfangreicher Versuche von KUPFER [65] ermittelt wurde. Die einzelnen Spannungsquadranten lassen sich mit den Gleichungen (2.18) bis (2.20) beschreiben.

Druck–Druck–Spannungen ( $|\sigma_1| > |\sigma_2|$ ):

$$f_c = -\frac{(\sigma_1 + \sigma_2)^2}{\sigma_1 + 3,65\sigma_2} \quad (2.18)$$

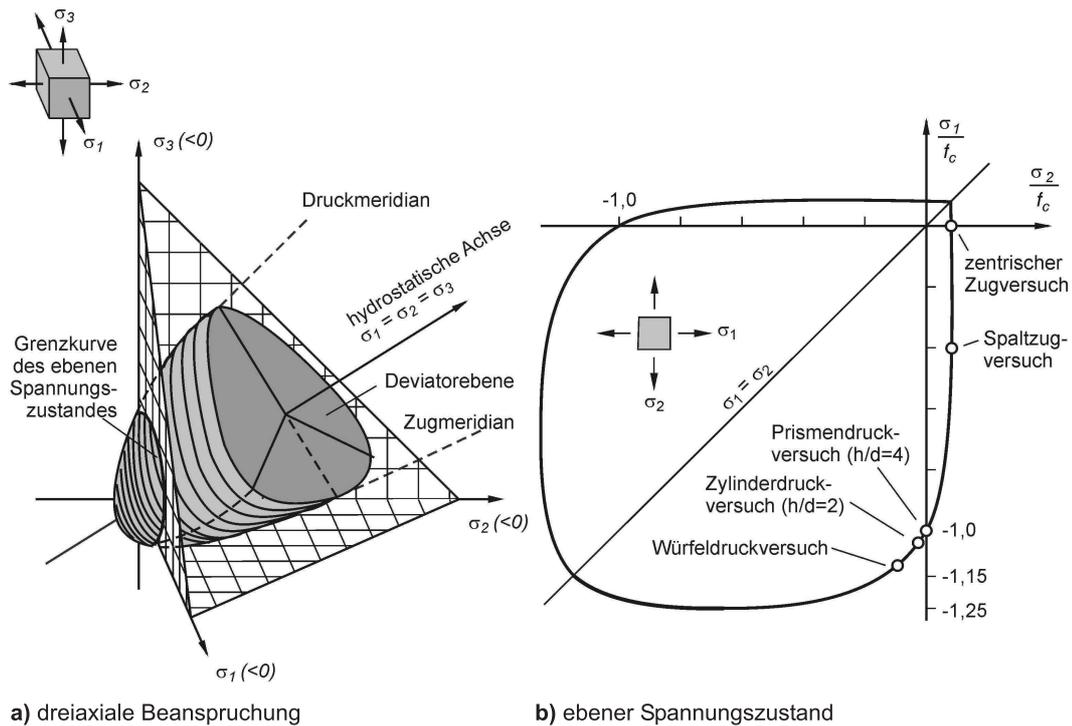
Druck–Zug–Spannungen ( $\sigma_1 > 0, \sigma_2 < 0$ ):

$$\frac{\sigma_1}{f_{ct}} = 1 + 0,8 \frac{\sigma_2}{f_c} \quad (2.19)$$

Zug–Zug–Spannungen:

$$f_{ct} = \sqrt[3]{f_c^2} \quad (2.20)$$

Die Festigkeitskurve zeigt eine maximale Festigkeitserhöhung von 27% bei  $\sigma_1/\sigma_2 = -1,0 / -0,5$  und eine 16%ige Erhöhung bei  $\sigma_1 = \sigma_2$ .



**Bild 2.10:** Betonfestigkeit bei mehraxialer Beanspruchung [109]

In Bild 2.10a) ist die dreiaxiale Versagensfläche von Beton dargestellt. Sie bildet einen länglichen, nicht rotationssymmetrischen Körper um die hydrostatische Achse ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ). Untersuchungen zur Beschreibung des Verlaufes dieser Versagensfläche gibt es seit vielen Jahren. Auszugsweise seien die Arbeiten von SCHICKERT [93], GERSTLE et.al. [41] und WANG/GUO [103] genannt. Die mathematischen Formulierungen für Bruchhypothesen gehen u.a. auf WIL-LAM/WARNKE [104], AHMAD [2] und OTTOSEN [77] zurück. Weitergehende Ausführungen

finden sich ebenfalls in CHEN [13] und zur Anwendung bei FE-Berechnungen in HOFSTETTER/MANG [49].

Neuere Untersuchungen, vor allem für Hochleistungsbetone, wurden unter Leitung von CURBACH veröffentlicht [14, 15, 16, 17, 18, 19]. Dabei ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den Versuchsergebnissen und dem von DAHL [20] vorgestellten Bruchkriterium, Gleichung (2.21), das auf dem Kriterium von OTTOSEN [77] basiert.

$$f(I_1, J_2, \cos(3 \cdot \Theta)) = A \cdot \frac{J_{2\sigma}}{|f_c|^2} + \lambda \cdot \frac{\sqrt{J_{2\sigma}}}{|f_c|} + B \cdot \frac{I_{1\sigma}}{|f_c|} - 1 = 0 \quad (2.21)$$

Hierbei sind  $I_{1\sigma}$  die erste Invariante des Spannungstensors, Gleichung (2.22) und  $J_{2\sigma}$  die zweite Invariante des deviatorischen Spannungstensors, Gleichung (2.23).

$$I_{1\sigma} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma_{ii} = 3\sigma_0 = \underline{\sigma}^T \quad (2.22)$$

$$J_{2\sigma} = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2] = \frac{3}{2} \cdot \tau_0^2 \quad (2.23)$$

Die Funktion  $\lambda$  ist abhängig vom Winkel  $\Theta$  (Lodge-Winkel) und berechnet sich nach Gleichung (2.24) oder (2.25).

Für  $\cos(3 \cdot \Theta) \geq 0$ :

$$\lambda = K_1 \cdot \cos \left[ \frac{1}{3} \cdot \arccos(K_2 \cdot \cos(3 \cdot \Theta)) \right] \quad (2.24)$$

Für  $\cos(3 \cdot \Theta) \leq 0$ :

$$\lambda = K_1 \cdot \cos \left[ \frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \cdot \arccos(-K_2 \cdot \cos(3 \cdot \Theta)) \right] \quad (2.25)$$

Die freien Parameter  $A$ ,  $B$ ,  $K_1$  und  $K_2$  werden nach DAHL [20] anhand quadratischer Funktionen, die von der einaxialen Druckfestigkeit abhängig sind, bestimmt [15]. Der Einfluss des Winkels  $\Theta$  zeigt somit, dass die dreiaxiale Bruchfläche von Beton bezogen auf die hydrostatische Achse nicht rotationssymmetrisch ist, sondern sich im Bereich des Druckmeridians aufweitet und im Bereich des Zugmeridians einengt (Bild 2.10a). Eine grundlegende und verständliche Zusammenfassung über dreiaxiale Stoffgesetze bietet der Aufsatz von HÄUßLER-COMBE [50], der auch eine Vielzahl weiterer Literaturstellen enthält.

Das mehraxiale Verhalten des Betons spielt u.a. in Bereichen der Lasteinleitung oder auch Lastweiterleitung eine wesentliche Rolle. Die Beschreibung der Tragwirkung von Stahlbetonbauteilen erfolgt oft mit Fachwerk- oder Stabwerkmodellen, beispielsweise beim Schubnachweis nach DIN 1045-1 [21]. Diese Modelle werden mit Hilfe eines Modells von Druck- und Zugstreben berechnet, wobei die Zugkräfte der Bewehrung zugewiesen werden. Aufgrund der Rissbildung senkrecht zur Druckbeanspruchung wird die Betonfestigkeit beim Nachweis der Tragfähigkeit von Betondruckstreben abgemindert, um somit ein Stabilitätsversagen der aufgrund der Längsrissbildung entstandenen Betonprismen zu vermeiden.

Schwerpunkt der Arbeit von SCHIEßL [94] ist die Bemessung von Betondruckstreben in Fachwerkmodellen. Dabei wird in Betondruckstreben mit und ohne Querkzug unterschieden. Aus einer Vielzahl an durchgeführten experimentellen und theoretischen Untersuchungen unter Druck-Zug-Beanspruchung zeigt sich, dass das Tragverhalten gerissener, zweiachsig beanspruchter Scheibenelemente sehr komplex ist. Für die Modellierung des Tragverhaltens ist die Kopplung

von Gleichgewichts- und Verzerrungsbeziehungen über zahlreiche Materialgesetze (Beton, Stahl, Rissverzahnung, Dübelwirkung und Verbund) notwendig. Insbesondere bei Rissverzahnung und Verbund für selbstverdichtenden Beton (SVB) und Hochleistungsbeton (HLB) zeigt sich im Vergleich zu Normalbeton (NB) ein verändertes Materialverhalten. Bei SVB führt das geringe Zuschlagsvolumen zu einer niedrigeren Rissverzahnung als bei Normalbeton. Im Hinblick auf das Verbundverhalten ist ein durch die in der Matrix schwimmenden Zuschlagkörner eine Verbesserung für mäßige Verbundbedingungen erkennbar. Der hohe Mehlkorngelalt führt dagegen zu einer etwas verringerten Verbundsteifigkeit. Bei der Verwendung von HLB muss im Vergleich zu NB von einem veränderten Rissverzahnungsverhalten ausgegangen werden, da die Risse durch die Zuschlagkörner verlaufen und somit eine glattere Rissfläche entsteht. SCHIEßL führt eigene Versuche durch und variiert dabei die Parameter Betontyp (NB, SVB und HLB), den Risswinkel gegenüber der Hauptdruckspannungsrichtung und das mittlere Dehnungsniveau des Stahls. Das Berechnungsmodell beinhaltet aus der Literatur entnommene Materialgesetze für Beton, Stahl und Dübelwirkung und wird für Rissverzahnung und Verbund mit Hilfe eigener Versuche und Versuche anderer Forscher ergänzt, so dass das unterschiedliche Materialverhalten von NB, SVB und HLB abgebildet werden kann. Für die Bemessung wird folgender Vorschlag zur Bestimmung der Druckstrebenfestigkeit angegeben:

Für die Berechnung mit einem Sicherheitsbeiwert  $\gamma$  unabhängig von der Betonfestigkeitsklasse, z.B. nach DIN EN 1992-1-1 [26] gilt:

$$\sigma_{Rd,max} = 1,0 \cdot f_{cd} \quad \text{für ungerissene Betondruckzonen} \quad (2.26)$$

$$\sigma_{Rd,max} = 0,75 \cdot f_{cd} \quad \text{für Druckstreben parallel zu Rissen} \quad (2.27)$$

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6 \cdot \nu' \cdot f_{cd} \quad \text{für Druckstreben, die Risse kreuzen können} \quad (2.28)$$

$$\text{mit } \nu' = 1 - \frac{f_{ck}}{250}$$

Nach DIN 1045-1 [21], mit dem Sicherheitsbeiwert  $\gamma$  für Betone bis C50/60 bzw. LC50/55 und für höherfeste Betone ab C55/67 bzw. LC55/60 mit dem um  $\gamma' = (1,1 - \frac{f_{ck}}{500})^{-1}$  erhöhten Sicherheitsbeiwert, gilt für die Tragfähigkeit von Druckstreben:

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6 \cdot \nu' \cdot f_{cd} \quad \text{für Druckstreben, die Risse kreuzen können} \quad (2.29)$$

$$\text{mit } \nu' = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad \text{für Betone bis C50/60 bzw. LC50/55}$$

$$\text{mit } \nu' = 1 - \frac{f_{ck}}{220} \quad \text{für Betone ab C55/67 bzw. LC55/60}$$

Die Erkenntnisse aus dem Trag- und Verformungsverhalten der Druckstreben mit unterschiedlicher Rissneigung kann bei der Beurteilung des Tragverhaltens von Stahlbetonplatten Berücksichtigung finden.

### 2.2.3 Kriechen, Relaxation und Schwinden

Materialeigenschaften, die sich im Laufe der Zeit ändern, müssen bei der Untersuchung von Langzeiteffekten oder bei der Prognose eines Langzeitverhaltens aus Kurzzeitversuchen berücksichtigt werden. Diese Effekte können beim Werkstoff Beton in Gleichung (2.30) zusammengefasst dargestellt werden.

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{c,el}(t) + \varepsilon_{c,K}(t) + \varepsilon_{c,S}(t) \quad (2.30)$$

Hierbei steht  $\varepsilon_{c,el}(t)$  für den Anteil der elastischen Verformung, der in hohem Maße von der Zusammensetzung, vor allem von der Gesteinskörnung, abhängt [26].

Das Kriechen des Betons ist die zeitabhängige Verformung unter Belastung und wird nach EUROCODE 2 [26] mit Gleichung (2.31) berechnet.

$$\varepsilon_{c,K}(t) = \varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot \frac{\sigma_c}{E_{c0}} \quad (2.31)$$

Dabei ist

$\varphi(\infty, t_0)$  die Endkriechzahl, die, wenn keine besondere Genauigkeit erforderlich ist, nach Bild 3.1 in [26] angesetzt werden darf, vorausgesetzt, die Druckspannung im Beton ist bei Belastungsbeginn  $t = t_0$  kleiner als  $0,45 f_{ck}$ ,

$\sigma_c$  die konstante kriecherzeugende Betonspannung und

$E_{c0}$  der Elastizitätsmodul.

Die Relaxation ist ein Sonderfall des Kriechens bei dem bei gleichbleibender Dehnung die kriecherzeugende Spannung abfällt. Angaben zur Berechnung der Relaxation bei Stahlbeton können [45] entnommen werden.

### Schwinden

Das Schwinden ( $\varepsilon_{c,S}(t)$ ) ist die Volumenabnahme infolge Feuchtigkeitsabgabe. Das Volumen verringert sich aufgrund chemischer und physikalischer Austrocknung. Das Gegenteil ist das Quellen, bei dem der Beton im Wasser oder bei feuchter Umgebung Feuchtigkeit aufnimmt und dadurch sein Volumen vergrößert. Der Schwindprozess dauert lange, nach 28 Tagen hat der Beton etwa ein Drittel seines Gesamtschwindmaßes erreicht. Nach 3 Jahren ist der Prozess größtenteils abgeschlossen. Bekannt sind vier verschiedene Schwindphasen. Das Kapillarschwinden, bei dem überschüssiges Wasser verdunstet, wird auch als Frühschwinden bezeichnet. Das chemische Schwinden auch als autogenes Schwinden bezeichnet, hierbei wird das Wasser durch den Hydrationsvorgang verbraucht. Das Trocknungsschwinden, das Austrocknen des Zementsteins und das Karbonatisierungsschwinden, die Karbonatisierung des Zementsteins sind weitere Anteile. Die Anteile aus Kapillar- und Karbonatisierungsschwinden erzeugen nur geringe Spannungen im Beton, sind daher baupraktisch bedeutungslos und werden bei der Berechnung vernachlässigt. Baupraktisch relevant sind das autogene Schwinden und das Trocknungsschwinden, die deshalb auch in die Berechnung eingehen und mit Gleichung (2.32) aus [26] berechnet werden können.

$$\varepsilon_{c,S}(t) = \varepsilon_{cd}(t) + \varepsilon_{ca}(t) \quad (2.32)$$

Dabei ist

$\varepsilon_{cd}$  die Trocknungsschwinddehnung des Betons und

$\varepsilon_{ca}$  die autogene Schwinddehnung.

Der Endwert der Trocknungsschwinddehnung beträgt  $\varepsilon_{cd,\infty} = k_h \cdot \varepsilon_{cd,0}$ . Hierfür kann  $\varepsilon_{cd,0}$  aus Tabelle 3.2 und  $k_h$  aus Tabelle 3.3 in [26] entnommen werden. Die autogene Schwinddehnung  $\varepsilon_{ca}$  kann mit Gleichung (2.33) berechnet werden.

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \varepsilon_{ca}(\infty) \quad (2.33)$$

Mit

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - e^{(-0,2\sqrt{t})} \quad \text{mit } t \text{ in Tagen.}$$

Weitere Hinweise zur Berechnung des Schwindens können der Normung (DIN 1045-1 [21], EUROCODE 2 [26]) und den Heften des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton (Heft 525 [46], Heft 425 [45]) entnommen werden.

Grundsätzlich können Kriechen und Schwinden bei hochfesten Betonen und Hochleistungsbetonen mit den gleichen Ansätzen, die auch für normalfeste Betone gelten, beschrieben werden. MÜLLER [72] stellt jedoch fest, dass der aktuelle Kenntnisstand noch Lücken aufweist und weiteren Forschungsbedarf erkennen lässt. Die von SCHRAGE in [96] zusammengefassten Versuchsergebnisse verschiedener Autoren lassen die Aussage zu, dass sich das Schwindmaß bei hochfestem Beton anfangs schneller entwickelt und sich dann, gemessen am normalfesten Beton, auf vergleichbar niedrigem Niveau stabilisiert. Auch die Kriechdehnung und die Kriechzahl sind bei hochfestem Beton sehr viel kleiner als die auf demselben Spannungsniveau ermittelten Werte bei normalfestem Beton.

Im Rahmen dieser Arbeit werden die zeitabhängigen Prozesse Kriechen und Schwinden des Betons nicht betrachtet, da es sich ausschließlich um eine Beschreibung des Kurzzeitverhaltens handelt.

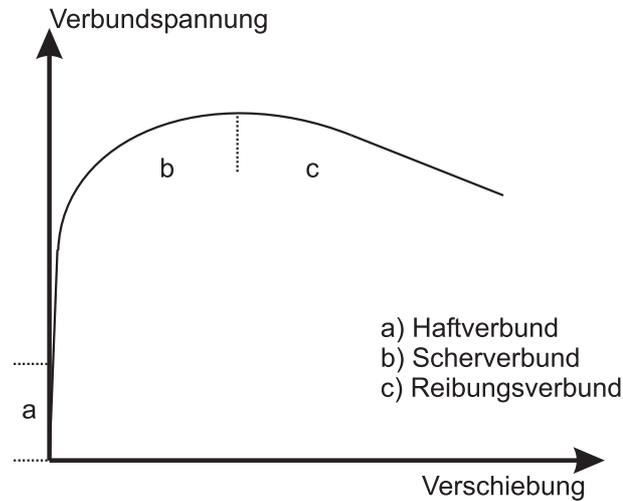
## 2.3 Verbundverhalten

Stahlbeton gehört zu den Hybridwerkstoffen. Dies sind Werkstoffe die aus zwei oder mehreren Materialien bestehen. Dabei werden die Vorteile der einzelnen Werkstoffe im Endwerkstoff so kombiniert, dass etwaige Nachteile das Tragverhalten nicht dominieren. Bei Stahlbeton nutzt man die hohe Druckfestigkeit und die große Gestaltungsvielfalt des Betons und kompensiert dessen geringe Zugfestigkeit mit der des eingebauten Betonstahls. Somit ist Stahlbeton in der Lage, sowohl hohe Druckkräfte als auch hohe Zugkräfte aufzunehmen. Der Einsatz dieser beiden Werkstoffe wird dadurch ermöglicht, dass beide in etwa den gleichen Wärmeausdehnungskoeffizienten besitzen und somit bei Temperaturschwankungen die Dehnungen in beiden Werkstoffen etwa gleich groß sind. Eigenspannungen im Stahlbeton werden dadurch weitestgehend vermieden. Das mechanische Zusammenspiel von Beton und Stahl wird durch deren Verbund bestimmt. Dabei werden zwischen beiden Werkstoffen Spannungen, Druck- bzw. Zugspannungen, durch die drei wesentlichen Mechanismen

- Adhäsion, Klebewirkung zwischen Stahl und Beton (Haftverbund),
- Verzahnung der Stahlrippen mit dem Beton (Scherverbund) und
- Reibung an den Kontaktflächen zwischen Beton und Stahl (Reibungsverbund)

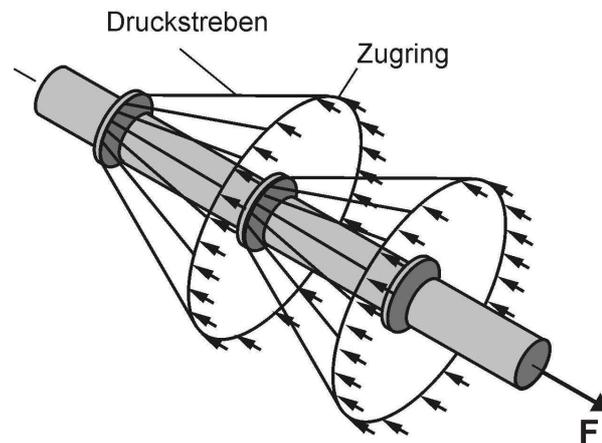
übertragen. Diese Mechanismen werden durch eine Relativverschiebung, dem so genannten Schlupf zwischen Beton und Bewehrung nacheinander aktiviert, wobei die Adhäsion quasi als

ständiger Haftverbund wirkt aber schon bei geringer Spannung und kleinem Schlupf überschritten wird. Wie man Bild 2.11 entnehmen kann verhält sich die Adhäsion sehr steif, somit kann man sagen, dass Beton und Bewehrung nahezu starr miteinander verbunden sind. Nach dem Haftver-



**Bild 2.11:** Verbundarten in Abhängigkeit von Verbundspannung und Verschiebung [80]

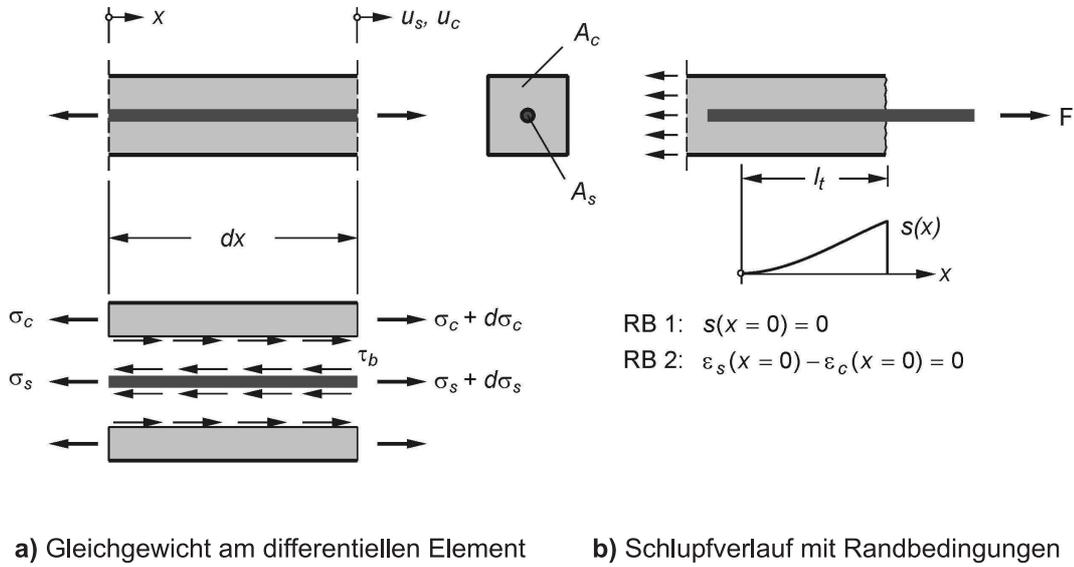
bund setzt dann die Verzahnung, auch als Scherverbund bezeichnet, zwischen den Betonstahlrippen und den dazwischen liegenden Betonkonsolen ein. Sie hat den größten und bedeutendsten Anteil an der Kraftübertragung zwischen den beiden Werkstoffen. Dabei erfolgt die Krafteinleitung über die Rippen des Bewehrungsstahls. Wie in Bild 2.12 dargestellt, stützen sich die Rippen über schräge Druckkräfte im Beton ab. Unmittelbar vor den Rippen entstehen sehr hohe Druck-



**Bild 2.12:** Tragwirkung bei Betonstahl über die Rippen [109]

spannungen, die auf ein Vielfaches der einaxialen Festigkeit ansteigen können [109]. Durch die schräge Anordnung der Rippen bilden sich aus Gleichgewichtsgründen über die Umlenkung der Druckspannungstrajektorien aus dem dreiaxialen Druckspannungszustand Ringzugspannungen um den Bewehrungsstab herum aus. Wie in Bild 2.11 zu sehen ist, verhält sich der Scherverbund bei größeren Verschiebungen wesentlich weicher als der Haftverbund, jedoch stellen sich auch wesentlich höhere Verbundspannungen ein. Dies ist gleichbedeutend mit einer Festigkeitszunahme

durch den mehraxialen Druckspannungszustand. Verbundversagen kann dann einerseits durch Abscheren der Betonkonsolen zwischen den Rippen erfolgen und andererseits durch Aufspalten des Zugspannungsringes durch zu hohe Querzugbeanspruchung. Welches Versagen maßgebend wird, ist abhängig von der Betonummantelung des Bewehrungsstabes. Dies bedeutet, dass immer eine ausreichende Betonüberdeckung des Bewehrungsstabes gewährleistet sein muss, damit die Versagenswahrscheinlichkeit aufgrund dieser Einflüsse so gering wie möglich gehalten werden kann. Nach Versagen des Scherverbundes kann der Verbund nur noch über Reibung aufrechterhalten werden. Dieser Reibungsverbund ist stark abhängig vom Querdruck durch eventuelle Querbeanspruchungen und der Oberflächenbeschaffenheit des Stahls bzw. Betons. Abschließend lässt sich aus diesen Betrachtungen schließen, dass die maximal erreichbare Verbundspannung zum größten Teil von der Druckfestigkeit des verwendeten Betons abhängig ist.



**Bild 2.13:** differentielles Element eines Zugstabes zur Herleitung der DGL des Verbundes [109]

Für die Berechnung des Verbundes wird das in Bild 2.13 dargestellte differentielle Element eines Stahlbetonzugstabes mit der Länge  $dx$  betrachtet. Die Differenzen der Zugkräfte von Bewehrungsstab und umgebenden Beton stehen mit den über den Bewehrungsumfang  $U_s$  wirkenden Verbundspannungen  $\tau_b(s)$  im Gleichgewicht.

$$\tau_b(s) \cdot U_s \cdot dx = d\sigma_s \cdot A_s = -d\sigma_c \cdot A_c \quad (2.34)$$

$$\rightarrow \frac{d\sigma_s}{dx} = \tau_b(s) \cdot \frac{U_s}{A_s} \quad (2.35)$$

$$\rightarrow \frac{d\sigma_c}{dx} = -\tau_b(s) \cdot \frac{U_s}{A_c} \quad (2.36)$$

Aus der Gleichgewichtsbedingung in Gleichung (2.34) und den sich daraus ergebenden Spannungsänderungen im Bewehrungsstahl (Gleichung 2.35) und im Beton (Gleichung 2.36) kann die Differentialgleichung (DGL) des Verbundes hergeleitet werden. Hierzu wird der Schlupf als Differenz der Verschiebungen zwischen Stahl und Beton eingeführt.

$$s = u_s - u_c \quad (2.37)$$

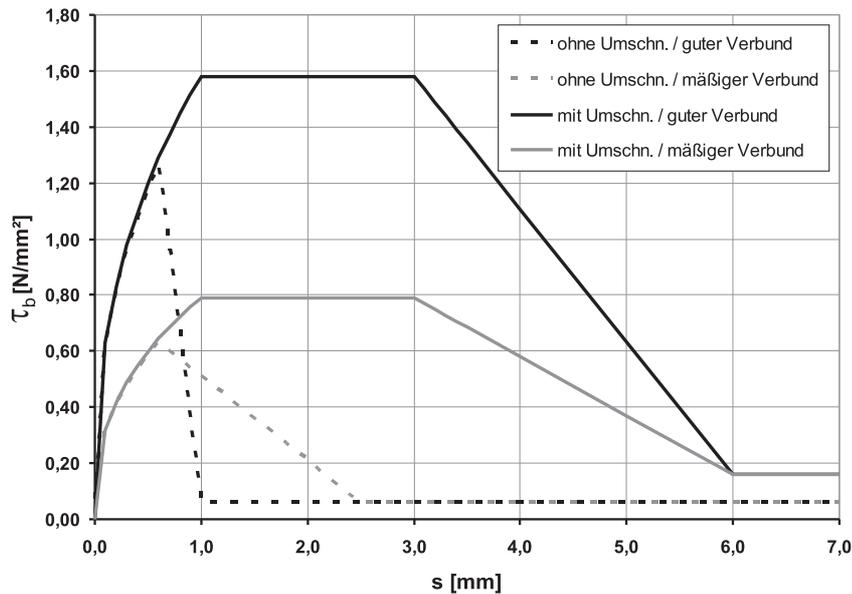
Mit der Annahme eines linear-elastischen Materialverhaltens für Stahl und Beton ergibt sich nach mehrmaligem Differenzieren der Gleichung (2.37) und Einsetzen der Gleichungen (2.35) und (2.36) die DGL des Verbundes zu:

$$s'' - \tau_b(s) \cdot \left( \frac{U_s}{E_s A_s} + \frac{U_s}{E_c A_c} \right) = 0 \quad (2.38)$$

Lösungen der DGL für den Einzelrisszustand und das abgeschlossene Rissbild können u.a. NOAKOWSKI [76] und KRIPS [62] entnommen werden [109].

Zur Feststellung der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen existiert ein breites Spektrum an ausgewerteten Versuchsergebnissen, die zum Teil deutliche Unterschiede aufweisen [109]. Hierfür werden stellvertretend die Arbeiten von REHM, NOAKOWSKI, KUPFER, MEHLHORN, MARTIN, KOCH, ELIGEHAUSEN, FEHLING und KÖNIG/TUE genannt, deren Literaturhinweise in [59] und [109] zu finden sind.

Die für die Berechnung modifizierte Formulierung ist beispielsweise im MODEL CODE 90 [12] für gerippten Stahl und verschiedene Verbundbedingungen angegeben. Eine sehr gute kompakte Darstellung der  $\tau_b$ - $s$ -Beziehungen zeigt Abbildung 3.41 in ZILCH/ZEHETMAIER [109]. Bild 2.14 zeigt exemplarisch den sich aus der im MODEL CODE 90 [12] angegebenen Formulierung ergebenden Verlauf der Verbundspannungen.



**Bild 2.14:** Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung nach MODEL CODE 90 [12] für  $d_s = 6 \text{ mm}$  und  $f_c = 25 \text{ N/mm}^2$

IDDA entwickelt in [51] unter anderem ein Verbundmodell für durch bewehrungsparallele Längsrisse geschädigten Verbund. Er hat das Verbundverhalten bei unterschiedlichen Längsrissbreiten untersucht und erhält die in Gleichung (2.39) gezeigte Formulierung.

$$\tau(s) = f_c \cdot a_0 \left( \frac{s}{c_s} \right)^{b_0} \cdot e^{c_0 \cdot \frac{s}{c_s} + d_0 \sqrt{\frac{w}{h_s}}} \quad (2.39)$$

Hierbei sind  $f_c$  die Betondruckfestigkeit,  $s$  der Schlupf,  $c_s$  der Rippenabstand,  $w$  die Längsrisssbreite und  $h_s$  die Rippenhöhe. Die Vorfaktoren wurden mittels einer Dimensionsanalyse ermittelt und zeigen mit den Werten  $a_0 = 1,9$ ,  $b_0 = 0,5$ ,  $c_0 = -2,3$  und  $d_0 = -1,4$  eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Versuche [80].

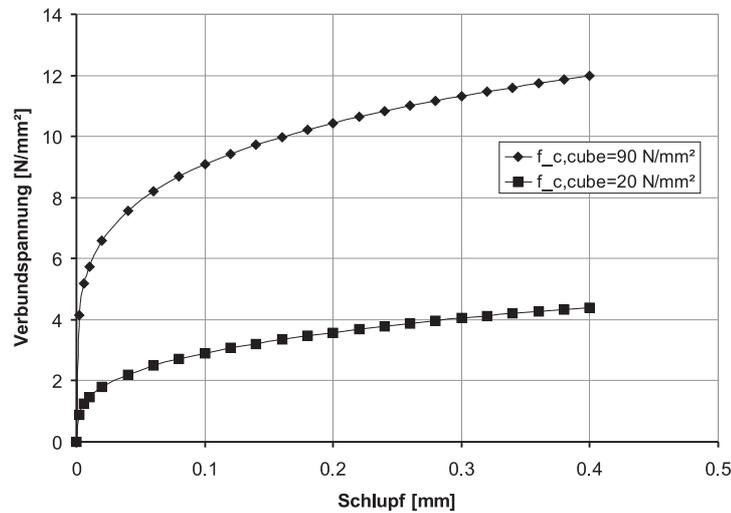
Durch die Zugabe von Silicastaub weisen hochfeste Betone ein sehr dichtes Gefüge auf [96]. Die dadurch entstehende dichtere gepackte Zementmatrix führt zu einer Verbesserung des Verbundes. SCHRAGE [96] verwendet das Modell von KÖNIG/FEHLING [57] für weitere Ergänzungen im Hinblick auf hochfesten Beton. Bei bekannter Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung kann die Verbundspannung  $\tau(s)$  ermittelt werden. Für hochfeste Betone gilt die Beziehung nach Gleichung (2.40).

$$\tau(s) = 0,16 \cdot f_{c,cube} \cdot s^{0,2} \quad (2.40)$$

Für normalfeste Betone gilt Gleichung (2.41) [100].

$$\tau(s) = 0,29 \cdot f_{c,cube} \cdot s^{0,3} \quad (2.41)$$

Durch die unterproportionale Zunahme der Betonzugfestigkeit bei steigender Betondruckfestigkeit ist die Gefahr der Rissbildung im Rissuferbereich bei hochfesten Betonen größer als bei normalfesten. Bild 2.15 zeigt den Verlauf der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen für einen normalfesten ( $f_{c,cube} = 20 \text{ N/mm}^2$ ) und einen hochfesten Beton ( $f_{c,cube} = 90 \text{ N/mm}^2$ ).



**Bild 2.15:** Vergleich der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen von normal- und hochfestem Beton

Aktuell beschäftigt sich FUCHS [38, 53] mit dem Tragverhalten von mittels Zementsuspension instand gesetztem geschädigten Verbund. Dazu wurden Versuchskörper mit voreingestellten Längsrisssbreiten von  $0,15 \text{ mm}$  und  $0,30 \text{ mm}$  hergestellt und mit Zementsuspension instand gesetzt. Diese Ausziehversuche sollen als Grundlage zu Entwicklung von Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen von instand gesetztem geschädigten Verbund dienen. Erste Tastversuche zeigen, dass sich die Dehnsteifigkeit eines Stahlbetonzugkörpers durch diese Art der Instandsetzung im Vergleich zu nicht instandgesetzten Zugkörpern signifikant erhöhen lässt.

Ein weiterer Aspekt des Zusammenwirkens von Betonstahl und Beton ist die Umschnürungswirkung. Dabei handelt es sich um die Beschaffenheit des den Bewehrungsstahl umgebenden Betonquerschnitts. Ist die Betonüberdeckung zu klein, kommt es zum Aufspalten des Betons und es kann nicht die volle Verbundtragfähigkeit erreicht werden. Eine ausreichende Umschnürung kann auch durch Querdruck, welcher der Spaltwirkung entgegenwirkt oder durch eine Umschnürungsbewehrung (z.B. Wendelbewehrung) erreicht werden. Auf einzelne Aspekte der Umschnürungswirkung wird hier nicht weiter eingegangen, da sie im Rahmen dieser Arbeit keine Rolle spielt.

## Kapitel 3

# Stahlbetonflächentragwerke unter zweiachsender Biegebeanspruchung – Stand der Forschung

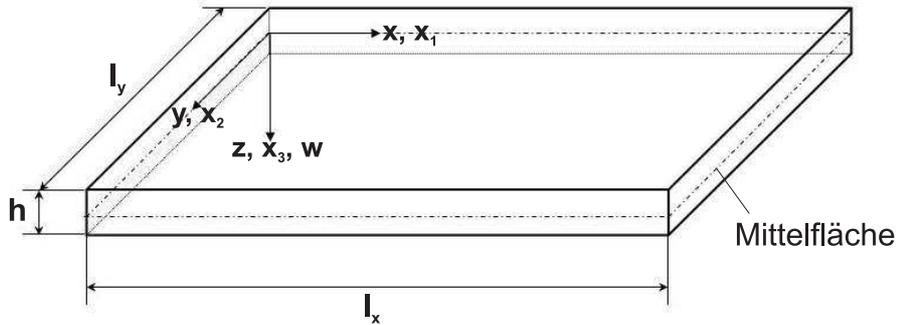
*In diesem Kapitel wird unter Berücksichtigung der mechanischen Grundlagen der derzeitigen Stand der Forschung bezüglich der Biegung von Stahlbetonflächentragwerken beleuchtet. Dazu werden in einem ersten Schritt verwendete Begriffe definiert, Bezeichnungen erläutert und notwendige Rahmenbedingungen festgesetzt. Der zweite Schritt dient dem Blick auf die mechanischen Grundlagen der Biegung von Flächentragwerken und der Fokussierung auf das Tragverhalten von Platten. Dabei erfolgt eine Zuordnung zu anwendbaren Plattentheorien für die Berechnung von Stahlbetonplatten. Die nachfolgenden Abschnitte geben einen Überblick über aus der Literatur bekannte Versuche an Stahlbetonplatten unter einaxialer und zweiachsender Biegebeanspruchung.*

### 3.1 Begriffsdefinitionen

Zur Kategorie der zweidimensionalen Elemente oder Flächenelemente gehören Bauteile, bei denen zwei Abmessungen groß im Vergleich zur dritten sind, der Elementdicke. Solche Flächentragwerkselemente können durch die Geometrie der Mittelfläche und die Dicke beschrieben werden. Es werden Elemente mit ebener und gekrümmter Mittelfläche unterschieden. Ist die Mittelfläche eben, handelt es sich um Scheiben oder Platten. Eine Scheibe erfährt Beanspruchungen und daraus resultierende Verzerrungen nur in ihrer Mittelfläche und es treten keine Biegewirkungen auf. Bei Platten treten immer Biegeverformungen auf, da sie überwiegend rechtwinklig zur Mittelfläche beansprucht werden. Werden Flächentragwerkselemente gekoppelt, entstehen sogenannte Faltwerke. Diese werden hier nicht behandelt, daher wird auf entsprechende Literatur verwiesen, z.B. GIRKMANN [42]. Ist die Mittelfläche eines Flächenelementes gekrümmt, so spricht man von Schalen. Es gibt einfach gekrümmte Schalen, z.B. das Becken einer Kläranlage als Zylinderschale oder doppelt gekrümmte Schalen, wie Kugelschalen oder parabolische Hyperboloide, beispielsweise bei Kühltürmen. Schalen und Schalenkonstruktionen sind ebenfalls nicht Inhalt

dieser Arbeit, es wird auf FLÜGGE [37] und KRÄTZIG/BASAR [64] verwiesen.

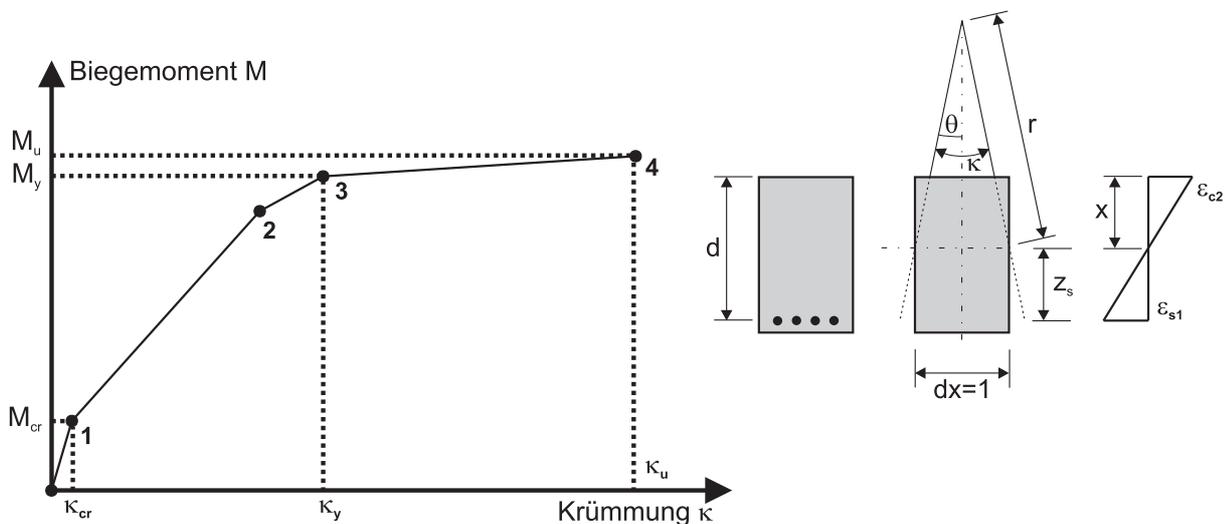
Der in Bild 3.1 gezeigte Ausschnitt einer Platte dient der Darstellung der Bezeichnungen der Koordinaten- und Verzerrungen. Die Mittelfläche einer Platte befindet sich vom oberen oder unteren Rand der Platte betrachtet bei  $h/2$  oder wie bei dem hier gewählten Koordinatensystem bei  $z = 0$ .



**Bild 3.1:** Platte mit Koordinaten und Verschiebungsrichtungen [56]

Die Beschreibung des Last–Verformungs–Verhaltens lässt sich allgemein mit Hilfe der Beziehung zwischen Biegemoment und der sich daraus einstellenden Krümmung durchführen. Erfährt eine Platte eine Beanspruchung senkrecht zur Mittelfläche, beispielsweise durch eine Flächen-, Linien- oder Einzellast oder durch Randmomente, so wird sie sich verformen. Diese Verformung kann als Krümmung  $\kappa$  ausgedrückt werden. Dabei existiert der in Bild 3.2 rechts dargestellte Zusammenhang. Für den Fall kleiner Verformungen gilt  $\tan \theta \cong \theta = dx/r = 1/r$ . Den mathematischen Zusammenhang zwischen Krümmung  $\kappa$ , Krümmungsradius  $r$  und den Dehnungen  $\varepsilon_{c2}$  und  $\varepsilon_{s1}$  liefert Gleichung (3.1).

$$\kappa = \frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_{s1} - \varepsilon_{c2}}{d} = \frac{\varepsilon_{s1}}{d - x} \quad (3.1)$$



**Bild 3.2:** Momenten–Krümmungs–Zusammenhänge eines Stahlbetonbauteils ( $N = const$ )

Den Verlauf einer Momenten–Krümmungs–Linie eines Stahlbetonbauteils zeigt Bild 3.2 auf der linken Seite. Bei diesem Verlauf lassen sich vier charakteristische Punkte (1, 2, 3 und 4) identifizieren. Der Bereich vom Koordinatenursprung bis zum Punkt 1 ist der linear elastische Bereich, indem das Biegemoment kleiner als das Rissmoment ist. Das Bauteil ist ungerissen, befindet sich im Zustand I. Das Rissmoment  $M_{cr}$  und die dazugehörige Krümmung  $\kappa_{cr}$  können ohne Berücksichtigung des Stahlanteils berechnet werden zu:

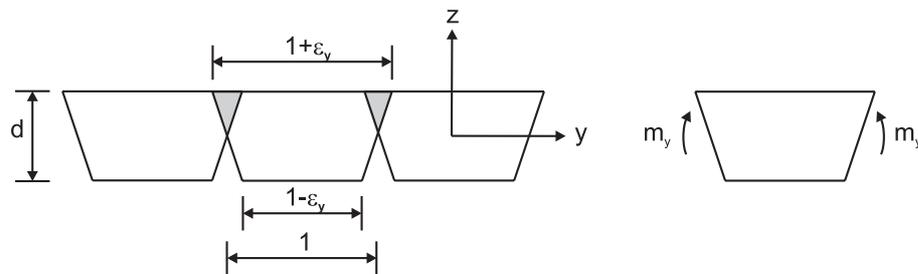
$$M_{cr} = \left( f_{ctm} - \frac{N}{A_c} \right) \cdot W_c \quad (3.2)$$

$$\kappa_{cr} = \frac{M_{cr}}{(EI)^I} \quad (3.3)$$

Hierbei sind  $W_c$  das Widerstandsmoment des Betonquerschnitts,  $N$  die, wenn vorhanden, auf den Querschnitt einwirkende Normalkraft und  $(EI)^I$  die Biegesteifigkeit des ungerissenen Betonquerschnitts. Der Bereich von Punkt 1 zu 3 ( $\kappa_{cr} < \kappa \leq \kappa_y$ ) ist der sogenannte Zustand II, gerissener Zustand genannt. Der darin liegende Punkt 2 zeigt das Fließen der Druckbewehrung ( $\varepsilon_{s2} = -2,174\%$ ). Bei Punkt 3 ist das Fließen der Zugbewehrung erreicht ( $\varepsilon_{s2} = 2,174\%$ ) und es beginnt der Zustand III, der auch als plastischer Zustand bezeichnet wird ( $\kappa_y < \kappa \leq \kappa_u$ ). Die hierbei erkennbare Erhöhung des aufnehmbaren Momentes hängt maßgeblich von der Wiederverfestigung des Betonstahls ab (s. Abschnitt 2.1). Die maximal mögliche Krümmung  $\kappa_u$  stellt sich bei Erreichen der Grenzstauchung des Betons bei Punkt 4 mit einer Betonstauchung von  $\varepsilon_{c2} = \varepsilon_{c2u}$  ein. Die Biegesteifigkeit des Querschnitts im Zustand wurde mit  $(EI)^I$  bezeichnet, die sich beispielsweise für einen Rechteckquerschnitt aus Beton ohne Berücksichtigung des Bewehrungsstahls ergibt zu:

$$(EI)^I = E_c \cdot I_y = E_c \cdot \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (3.4)$$

Aufgrund der Querdehnung  $\nu$  eines Materials ist die Biegesteifigkeit einer Platte kleiner als die eines Rechteckquerschnitts. Bild 3.3 verdeutlicht den Einfluss von  $\nu$  auf den inneren Kräftezustand. Das parallel zur Beanspruchungsrichtung in Einzelbalken zerlegte Plattenteil erfährt aufgrund eines positiven Biegemoments  $m_y$  an der Oberseite eine Zunahme der ursprünglichen Balkenbreite und an der Unterseite eine Abnahme.



**Bild 3.3:** Einfluss der Querdehnung [97]

Somit kann die Dehnung in Querrichtung berechnet werden zu:

$$\varepsilon_y = \nu \cdot \varepsilon_x = \nu \cdot \frac{m_x \cdot z}{I_x \cdot E_c} \quad (3.5)$$

Die in den Schnitten zwischen den einzelnen Balken angedeuteten Klaffungen können nicht sein, so dass Quermomente  $m_y$  wirksam werden müssen, die dieser Formänderung entgegenwirken, es folgt:

$$\varepsilon_y = \frac{m_y \cdot z}{I_y \cdot E_c} \quad (3.6)$$

Aus den Gleichungen (3.5) und (3.6) ergibt sich  $I_x = I_y = I$  und daraus der Zusammenhang zwischen  $m_x$  und  $m_y$  nach Gleichung (3.7).

$$m_y = \nu \cdot m_x \quad (3.7)$$

Mit Berücksichtigung der Wirkung von  $m_y$  auf die Dehnung  $\varepsilon_x$  in Beanspruchungsrichtung erhält man die endgültige Dehnung  $\varepsilon'_x$ .

$$\varepsilon'_x = \varepsilon_x - \nu \cdot \varepsilon_y = \varepsilon_x(1 - \nu^2) = \frac{m_x \cdot z}{E_c I} (1 - \nu^2) \quad (3.8)$$

Mit Gleichung (3.8) und der Krümmung  $\kappa$  analog Gleichung (3.1)

$$\kappa = \frac{1}{r} = \frac{\varepsilon'_x}{z} \quad (3.9)$$

ergibt sich

$$\kappa = \frac{1}{r} = -\frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{m_x}{E_c I} (1 - \nu^2) = \frac{m_x}{B} \quad (3.10)$$

Wird das Trägheitsmoment  $I$  je Breitereinheit angegeben, ergibt sich daraus die Plattensteifigkeit  $B$  zu

$$B = \frac{E \cdot d^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (3.11)$$

Die hier angegebenen Biegesteifigkeiten  $EI$  und  $B$  sind die im linear elastischen Zustand I. Auf die Veränderung der Steifigkeiten beim Übergang zum Zustand II und Zustand III wird im Kapitel 4 weiter eingegangen. Ein besonderer Schwerpunkt liegt in der Richtungsabhängigkeit von  $B$  im Stahlbeton, dass heißt  $B = B(x, y)$ . Wie die experimentelle und rechnerische Ermittlung der Steifigkeiten in die einzelnen Richtungen erfolgen kann, zeigt SCHÄFER in [92], worauf in Abschnitt 3.5 eingegangen wird.

## 3.2 Mechanische Grundlagen der Biegung von Platten

Die Einordnung der in dieser Arbeit untersuchten Stahlbetonplatten in die korrekte mechanische Beschreibung des Trag- und Verformungsverhaltens soll der folgende Überblick aus H. ALTENBACH/J. ALTENBACH/K. NAUMENKO [3] ermöglichen. Die Autoren geben einen Überblick über Flächentragwerke, deren Definitionen und erläutern Grundgleichungen zur Berechnung von Scheiben und Platten. Es werden kinematische Gleichungen abgeleitet, Gleichgewichtsaussagen formuliert und Materialgesetze eingeführt. Es wird genau definiert, welche Tragwerkselemente existieren. Hierbei wird auf Platten und die Plattentheorie eingegangen. Es werden folgende verschiedene Plattenmodelle klassifiziert:

### 1. *Membrane*

Membrane stellen einen Grenzfall sehr dünner Platten dar, bei denen die Biegesteifigkeit vernachlässigt wird. Nichtlineare Modellgleichungen und große Durchbiegungen sind gekoppelt mit den Gleichungen für die Verschiebungen der Mittelfläche. Das Membranmodell liefert nur Normalspannungen in der Mittelfläche und keine Schubspannungen. Dünne Platten, für die das Verhältnis von Durchbiegung zu Dicke  $w/h \geq 5$  ist, können mit guter Näherung als Membran modelliert werden.

### 2. *Dünne Platten mit großen Durchbiegungen*

Die Modellgleichungen dünner Platten mit großen Durchbiegungen wurden erstmalig durch VON KÁRMÁN abgeleitet. Sie koppeln den Scheiben- und Plattenzustand. Die nichtlinearen Gleichungen berücksichtigen die Scheiben- und Plattensteifigkeit und es existieren Normalspannungen  $\sigma$  und Schubspannungen  $\tau$ . Für Platten mit Durchbiegungen im Bereich  $0,2 < w/h < 5$  gelten diese VON KÁRMÁN-Plattengleichungen mit guter Näherung.

### 3. *Dünne Platten mit kleinen Durchbiegungen*

Im Vergleich zu Membranen und dünnen Platten mit großen Durchbiegungen können die Modellgleichungen für kleine Durchbiegungen stark vereinfacht werden. Aufgrund der Kleinheit der Durchbiegungen sind die Gleichungen geometrisch linear, Scheiben- und Plattenaufgabe können getrennt gelöst werden. Das Plattenmodell charakterisiert sich durch die Annahme, dass die Dehnungen und die Gleitungen in Dickenrichtung so klein sind, dass sie vernachlässigbar sind. Dieses Modell ist somit in  $z$ -Richtung schub- und dehnstarr. Diese Annahmen haben zur Folge, dass eine Normale zur unverformten Plattenmittelfläche auch nach der Verformung Normale der Mittelfläche ist (siehe Bild 3.4b). Dieses Plattenmodell wird als KIRCHHOFF-Modell bezeichnet. Der Anwendungsbereich wird im allgemeinen auf Durchbiegungen  $w/h < 0,2$  beschränkt. Auch sollte das Verhältnis von Dicke  $h$  zur kleineren Grundrissabmessung den Wert  $0,1$  ( $h/\text{Min}(l_x, l_y) < 0,1$ ) nicht überschreiten. Eine analytische Lösung ist für einfache Geometrie und Lagerung möglich, in allgemeineren Fällen werden Näherungsverfahren für die Modellberechnung eingesetzt. Dieses Plattenmodell wird auch als *schubstarres Modell* bezeichnet.

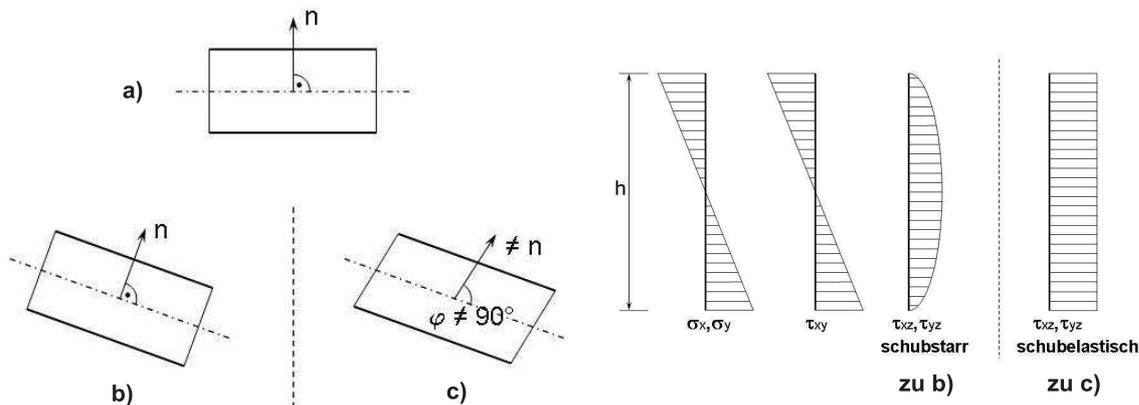
### 4. *Platten mittlerer Dicke*

Als Grenzwert für die mittlere Dicke von Platten wird  $h/\text{Min}(l_x, l_y) < 0,2$  angegeben. Insbesondere für Laminat- und Sandwichplatten, die erheblich schubweicher als isotrope Platten sind, liefert das schubstarre Plattenmodell unzureichende Ergebnisse. Es kann aber in einer ersten Näherung durch die Berücksichtigung der Schubverformungen bei der

Plattenbeanspruchung verbessert werden (Bild 3.4c). Die Schubverzerrungen  $\gamma$  werden nur im Mittel erfasst, d.h. sie sind konstant über die Plattendicke verteilt. Eine Verbesserung der Modellergebnisse wird durch zusätzliche Schubkorrekturfaktoren erreicht. Dieses schubelastische Plattenmodell ist eng mit den Namen REISSNER und MINDLIN verknüpft. Obwohl die Schubverzerrungen vereinfacht in die Modellgleichungen einfließen, ist es wesentlich komplexer als das Plattenmodell *dünnere Platten mit kleinen Durchbiegungen* und lässt sich nur in Ausnahmefällen analytisch lösen. Für numerische Lösungsverfahren ergeben sich im Gegensatz dazu oft Vereinfachungen. Dieses Modell wird folglich als *schubelastisches Plattenmodell* bezeichnet.

### 5. Dicke Platten

Steigt das Verhältnis von Plattendicke  $h$  zu den anderen Abmessungen  $l_x$  und  $l_y$  über den Wert 0,2 ( $h/\text{Min}(l_x, l_y) > 0,2$ ), so kann nicht mehr von einem reinen Flächentragwerk ausgegangen werden. Ein zweidimensionales Plattenmodell kann das Tragverhalten nicht mehr ausreichend genau beschreiben und dreidimensionale Modellgleichungen werden benötigt.

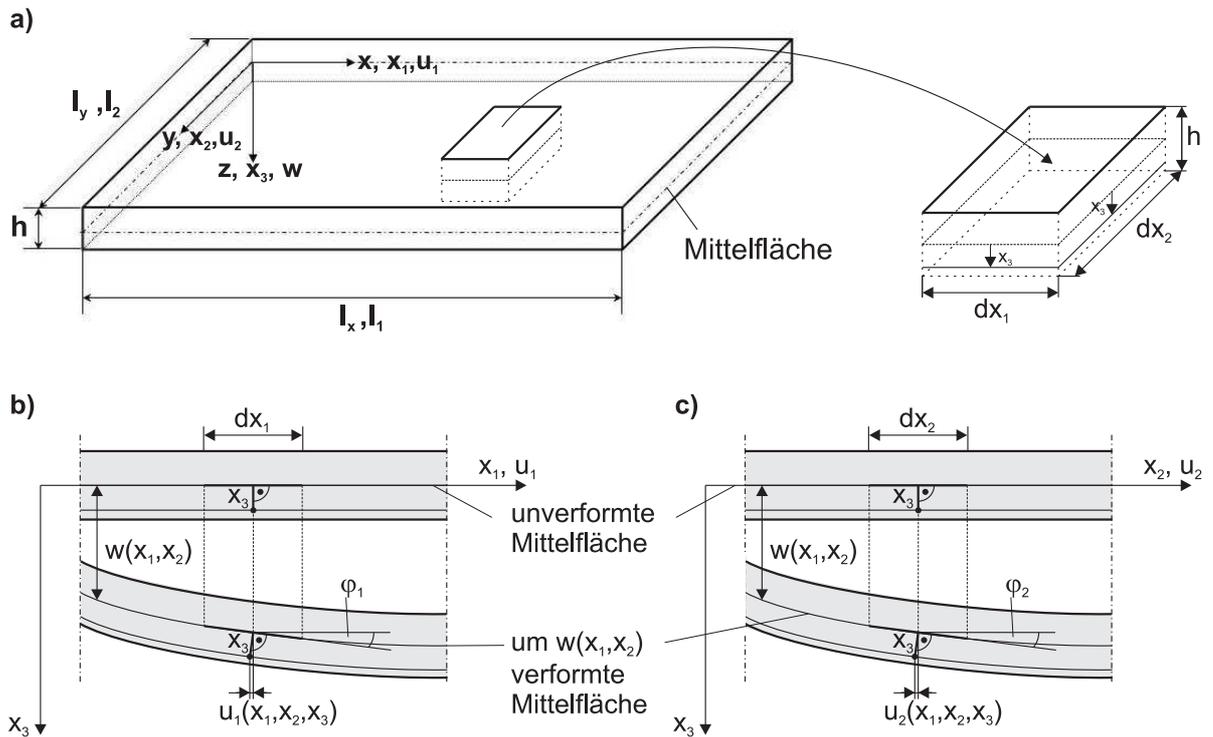


**Bild 3.4:** links: Plattenmodelle: a) unverformt, b) verformt: schubstarr (KIRCHHOFF), c) verformt: schubelastisch (MINDLIN), rechts: Normalspannungen  $\sigma_x, \sigma_y$  und Schubspannungen  $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$

## 3.3 KIRCHHOFFSche Plattentheorie

Dieser Abschnitt dient der kurzen Darstellung der mechanischen Grundlagen der benötigten Plattentheorie. Der vorherige Abschnitt zeigte die verschiedenen Randbedingungen für dünne Platten, Platten mittlerer Dicke und sehr dünne Platten. Die Herleitung der Plattengleichungen erfolgt an einem differentiellen Plattenelement.

Bild 3.5 verdeutlicht die kinematischen Zusammenhänge an einem herausgeschnittenen Element mit den Abmessungen  $h dx_1 dx_2$ . Die Mittelfläche  $x_3 = 0$  und eine Fläche im Abstand  $x_3 = \text{const}$  sind im unverformten Zustand eben und parallel. Bei Beanspruchung der Platte krümmt sich die Mittelfläche. Bei Vernachlässigung der Verformungen in Dickenrichtung ( $\varepsilon_{33} = 0$ ) bleiben Mittelfläche und  $x_3 = \text{const}$  parallel. Die Normalenrichtung bleibt wegen  $\gamma_{13} = \gamma_{23} = 0$  erhalten. Die Mittelfläche ist eine neutrale Fläche und erfährt nur Verschiebungen  $x_3$ . Wie die Bilder 3.5b und 3.5c zeigen, erfährt die parallele Fläche  $x_3 = \text{const}$  die Verschiebungen  $u_1$  und  $u_2$ .



**Bild 3.5:** Kinematische Beziehungen am Plattenelement, a) differenzielles Plattenelement, b) Schnitt in der  $x_1, x_3$ -Ebene und c) in der  $x_2, x_3$ -Ebene durch das unverformte und das verformte Plattenelement

Unter der Annahme kleiner Verformungen gelten die Gleichungen

$$\begin{aligned} \cos\varphi_1 &\approx \cos\varphi_2 \approx 1, \\ \sin\varphi_1 &\approx \varphi_1 \approx \tan\varphi_1 = w_{,1}, \\ \sin\varphi_2 &\approx \varphi_2 \approx \tan\varphi_2 = w_{,2}. \end{aligned}$$

Daraus folgend können die Verschiebungen angegeben werden zu

$$u_1(x_1, x_2, x_3) = -x_3 w_{,1}(x_1, x_2) \quad (3.12)$$

$$u_2(x_1, x_2, x_3) = -x_3 w_{,2}(x_1, x_2) \quad (3.13)$$

$$w(x_1, x_2, x_3) = w(x_1, x_2) \quad (3.14)$$

Mit der Einbindung der Verzerrungs–Verschiebungsbeziehungen ergeben sich dann die Verzerrungen  $\varepsilon_{11} = \varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_{22} = \varepsilon_y$  und  $\gamma_{12} = \gamma_{21} = \gamma_{xy}$  als lineare Funktionen von  $x_3$ . Sie können alle durch die Ableitungen der Durchbiegungsfunktion  $w(x_1, x_2)$  und die Koordinate  $x_3$  ausgedrückt werden.

Die Spannungen in der Platte werden mittels Integration über die Scheibendicke  $h$  berechnet

und ergeben sich wie folgt:

$$m_{11} = m_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x z dz \quad (3.15)$$

$$m_{22} = m_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y z dz \quad (3.16)$$

$$q_{11} = q_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xz} dz \quad (3.17)$$

$$q_{22} = q_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{yz} dz \quad (3.18)$$

$$m_{12} = m_{xy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy} z dz \quad (3.19)$$

$$m_{21} = m_{yx} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{yx} z dz \quad (3.20)$$

Die Berechnung der Schnittgrößen kann auch an einem beliebig schrägen Schnitt im Winkel  $\varphi$  erfolgen. Mit Hilfe der Transformationsgleichungen und der Bedingung, dass die Torsionsmomente verschwinden, lassen sich die Hauptbiegemomente des Plattenelementes bestimmen. Mit den Gleichungen (3.21), (3.22) und (3.23) können die Hauptbiegemomente und der zugehörige Winkel berechnet werden.

$$m_I = \frac{1}{2}(m_x + m_y) + \frac{1}{2}\sqrt{(m_x - m_y)^2 + 4m_{xy}^2} \quad (3.21)$$

$$m_{II} = \frac{1}{2}(m_x + m_y) - \frac{1}{2}\sqrt{(m_x - m_y)^2 + 4m_{xy}^2} \quad (3.22)$$

$$\tan\varphi = \frac{2m_{xy}}{(m_x + m_y) + \sqrt{(m_x - m_y)^2 + 4m_{xy}^2}} \quad (3.23)$$

Die Verknüpfung der konstitutiven Gleichungen mit dem Werkstoffverhalten führt zur Plattendifferentialgleichung. Mit der Annahme linear-elastischen Materialverhaltens (HOOKE) lassen sich die Spannungen und Verzerrungen wie folgt verknüpfen.

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \nu^2}(\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) \quad (3.24)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1 - \nu^2}(\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) \quad (3.25)$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1 + \nu)}\gamma_{xy} \quad (3.26)$$

Somit sind die Spannungen zur Berechnung der Schnittgrößen mit den Materialkennwerten Elastizitätsmodul  $E$  und Querdehnung  $\nu$  gekoppelt. Aus den Gleichgewichtsbedingungen und den konstitutiven Bedingungen gekoppelt mit dem Werkstoffverhalten ergibt sich mit Gleichung (3.27) letztlich die Differentialgleichung der Plattentheorie nach KIRCHHOFF, eine inhomogene Bipontialgleichung.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{K} \quad (3.27)$$

Sie lässt sich unter Anwendung des Laplace-Operators

$$\Delta = \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} \quad (3.28)$$

in kurzer Form darstellen.

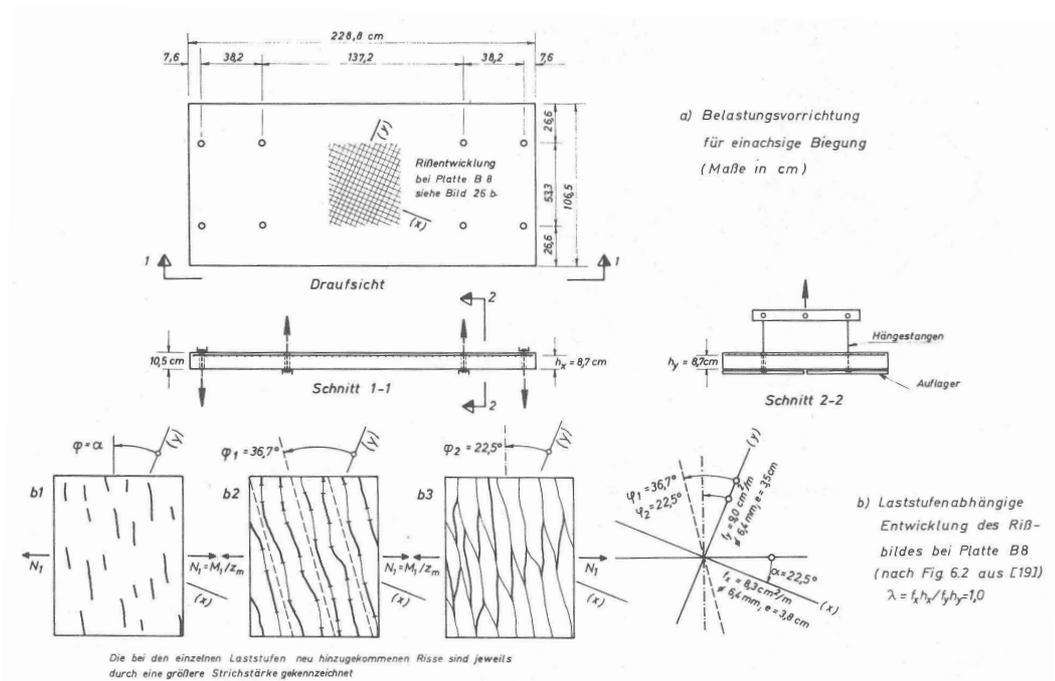
$$\Delta \Delta w = \Delta^2 w = \frac{p}{K} \quad (3.29)$$

Die aufgezeigten verschiedenen Modelle/Theorien ermöglichen die Zuordnung von realem Trag- und Verformungsverhalten von Platten zu einem bestimmten Modell, welches eine für die Abbildung des Verhaltens ausreichende Genauigkeit liefert. Die in der Baupraxis am häufigsten vorkommenden Plattentragwerke aus Stahlbeton lassen sich, was die Verhältnisse der Plattendicke  $h$  zur kleineren Stützweite  $\text{Min}(l_x, l_y)$  und der Durchbiegung  $w$  zur Plattendicke  $h$  angeht, mit dem Modell *Dünne Platten mit kleinen Durchbiegungen* (KIRCHHOFFSche Plattentheorie) beschreiben (siehe Kapitel 6).

### 3.4 Untersuchungen an Stahlbetonplatten unter einaxialer Biegung

#### 3.4.1 Lenschow/Sozen [67]

LENSCHOW/SOZEN betrachten rechteckige Stahlbetonplatten unter einaxialer Biegung und unter Torsionsbeanspruchung (zweiachialer Biegung). Die Platten sind in beiden Fällen jeweils nur 10,5 cm stark und mit geripptem Stabstahl  $\varnothing 6,35$  mm nur schwach bewehrt (x-Richtung: 0,96 %; y-Richtung: 1,14 %). Die engmaschigen orthogonalen Bewehrungsnetze wurden nur in der Biegezugzone in einem Winkel von  $0^\circ$ ,  $22,5^\circ$  und  $45^\circ$  abweichend zur Hauptspannungsrichtung eingelegt. Das Verhältnis der Steifigkeiten der Bewehrung variiert ebenfalls. Die Belastungsvorrichtung für diese Versuche ist in Bild 3.6a dargestellt.



**Bild 3.6:** a) Plattenabmessungen und Belastungsvorrichtung, b) Entwicklung des Rissbildes Platte B8 [67]

Für die Auswertung und den Vergleich der Versuchsergebnisse werden durch die Autoren zusätzlich Berechnungsmodelle hergeleitet, die eine Berechnung der Rissentwicklung erlauben. Dabei

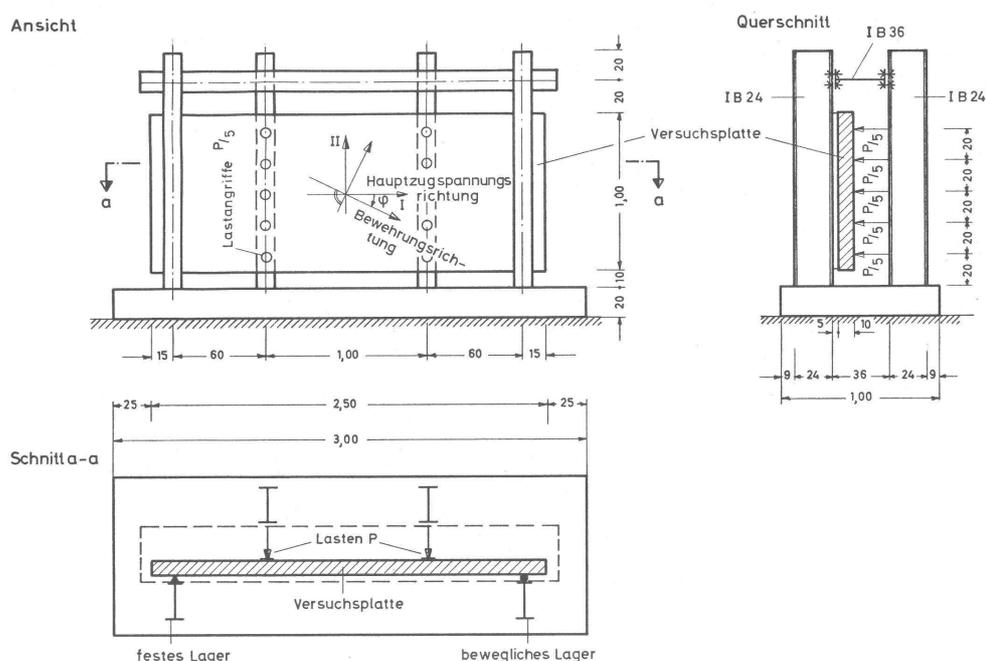
lässt sich die Richtung der Risse in drei Abschnitten bestimmen:

1. die Zugfestigkeit des Betons wird überschritten,
2. der Bewehrungsstahl verformt sich elastisch und
3. der Bewehrungsstahl unterliegt plastischen Verformungen.

Bild 3.6b zeigt die theoretisch zu erwartende Rissentwicklung bei zunehmender Lastentwicklung. Nach Auswertung aller Versuche stimmten die theoretischen Berechnungen mit den praktischen Versuchen sehr gut überein und die Autoren trafen ebenfalls die Annahme, dass sich der Beton in der Biegezugzone einer Schubbeanspruchung bereits im elastischen Bereich der Bewehrung durch Rissbildung in Richtung  $\varphi_1$  entzieht. Mit Erreichen der Streckgrenze der Bewehrung setzen sich die Risse in Richtung  $\varphi_2$  bis zum Bruch hin fort. Sogar bei den mit zweiaxialer Biegung, jedoch positivem und negativem Moment, beanspruchten Platten, hier nicht dargestellt, stellte sich erstaunlicher Weise auch dieses Ergebnis ein.

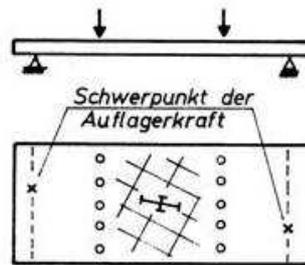
### 3.4.2 Ebner [29]

EBNER führt im Zusammenhang im Rahmen seiner Arbeit [29] Versuche an einaxial und zwei-axial gespannten Stahlbetonplatten durch. Auf die zweiaxialen Versuche wird im Abschnitt 3.5 eingegangen. Bild 3.7 zeigt den Aufbau der einaxialen Versuche, mit dem es möglich war, im Messbereich auf einer Länge und Breite von jeweils 1 m nur ein Hauptmoment  $m_I$  aufzubringen.



**Bild 3.7:** Versuchsaufbau der einaxialen Versuche von EBNER [29]

Diese eigentlichen Hauptversuche von EBNER führten unter anderem zu dem Problem, dass es nicht möglich war, eine konkrete Aussage über das Tragverhalten zu treffen.

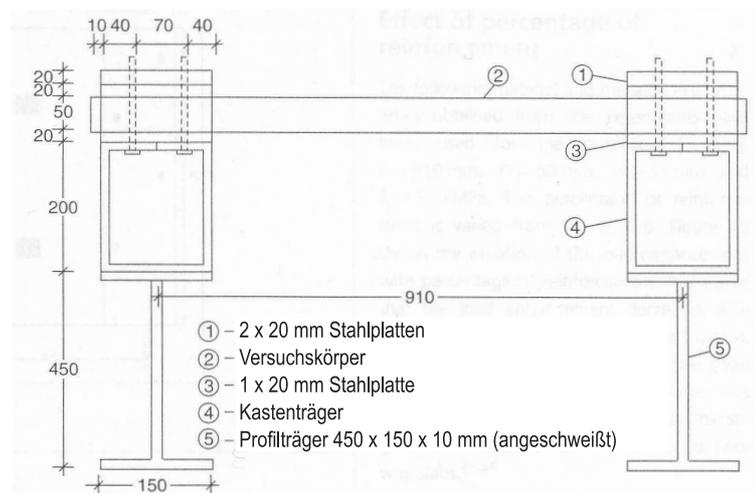


**Bild 3.8:** Verlagerung des Schwerpunktes der Auflagerkraft [7]

In Bild 3.8 ist die Verlagerung des Schwerpunktes der Auflagerkraft erkennbar, die die Folge einer Kraftumlagerung im Zustand II war. WÄSTLUND/HALLBJÖRN [107] haben ebenfalls festgestellt, dass sich die Platten im Zustand II orthotrop verhalten und eine Kräfteumlagerung stattfindet. Somit konnte sich ein zusätzliches Torsionsmoment bilden, welches durch die unbekannte Verteilung der Auflagerkräfte nicht näher bestimmt werden konnte. Weiterhin änderte sich dadurch ebenfalls die Hauptmomentenrichtung, so dass eine Aussage über das Tragverhalten nur noch schwer zu treffen war.

### 3.4.3 Muthu et al. [75]

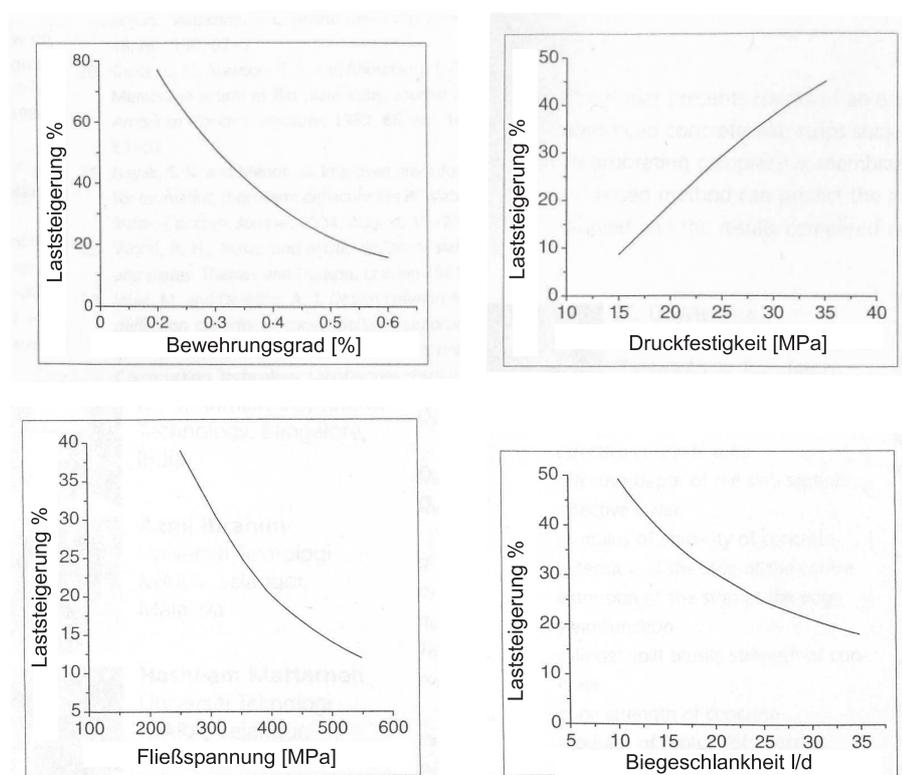
Aktuelle Untersuchungen zur Biegung von Stahlbetonplatten zeigen MUTHU / AMARNATH / IBRAHIM / MATTERNEH in ihrem Aufsatz über das Last-Verformungs-Verhalten von beidseitig eingespannten Plattenstreifen [75].



**Bild 3.9:** Aufbau der Versuche mit eingespannten einaxial gespannten Stahlbetonplatten [75]

Den in Bild 3.9 dargestellten Aufbau verwenden die Autoren für die Durchführung von 10 Versuchen mit Stahlbetonplatten. Sie testen zwei Plattendicken von 50 mm und 60 mm, variieren den Längsbewehrungsgrad  $\rho_l$  zwischen 0,27 % und 0,70 % und die Betongüte. Die Belastung

erfolgte mit einem Hydraulikzylinder an 4 Punkten um eine Gleichflächenlast abzubilden. Als wesentliche Ergebnisse werden die Last-Verformungskurven gemessen. Für die theoretische Beschreibung des Tragverhaltens verwenden die Autoren ein Modell in drei Phasen. Die Phase 1 ist der elastische Bereich bis zum Erreichen des Rissmomentes  $M_{cr}$  (Zustand I). Als Phase 2 bezeichnen die Autoren den Bereich vom Rissmoment  $M_{cr}$  bis zur Tragfähigkeit nach JOHANSEN [52] (Bruchlinientheorie, Zustand II). Die letzte Phase bis zur eigentlichen Traglast berücksichtigt die Membrantragwirkung der Stahlbetonplatte. Sie fällt somit in den Bereich dünner Platten mit großen Verformungen. Die genauen geometrischen Zusammenhänge für die Berechnung können [75] entnommen werden. Weiterhin untersuchen sie in einer Parameterstudie die Einflüsse von Bewehrungsgrad, Betondruckfestigkeit, Festigkeit des Betonstahls und der Biegeschlankheit. Bild 3.10 zeigt die Ergebnisse dieser Parameterstudie.



**Bild 3.10:** Darstellung der untersuchten Einflüsse verschiedener Parameter [75]

In den Ergebnisdiagrammen aufgetragen ist die prozentuale Laststeigerung im Vergleich zur Traglast nach JOHANSEN über dem variierten Parameter. Der Bewehrungsgrad wurde zwischen 0,1 % und 0,6 % untersucht. Die Laststeigerung verringert sich mit steigendem Bewehrungsgrad. Die Betondruckfestigkeit wurde im Bereich von  $15 \text{ N/mm}^2$  bis  $35 \text{ N/mm}^2$  variiert. Die Laststeigerung nimmt mit steigender Festigkeit zu. Die Veränderung der Stahlfestigkeit zwischen  $250 \text{ N/mm}^2$  und  $550 \text{ N/mm}^2$  ergab eine Abnahme der Laststeigerung mit zunehmender Stahlfestigkeit. Als letzter Parameter wurde die Biegeschlankheit verändert. Es kann festgestellt werden, dass die Laststeigerung mit zunehmender Schlankheit abnimmt, das heißt, dünne Platten zeigen einen größeren Traglastzuwachs als dickere.

## 3.5 Untersuchungen an Stahlbetonplatten unter zweiaxialer Biegung

### 3.5.1 Ebner [29]

EBNER untersuchte in seinen Hauptversuchen die in Abschnitt 3.4.2 gezeigten Stahlbetonplatten unter einaxialer Biegebeanspruchung. Bevor er allerdings diese Versuche durchführte, untersuchte er in Vorversuchen rechteckige Platten, welche er einem Torsionsmoment und damit einer zweiaxialen Biegebeanspruchung aussetzte. Diese Vorversuchsplatten, die eine Höhe von 12 cm aufwiesen, waren mit zwei rechtwinklig zueinander angeordneten Bewehrungsscharen ausgestattet, die mit den Hauptmomentenrichtungen die Winkel von  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$  und  $45^\circ$  einschlossen. Somit fertigte er insgesamt vier Vorversuchsplatten an, deren Versuchsanordnung in Bild 3.11 dargestellt ist.

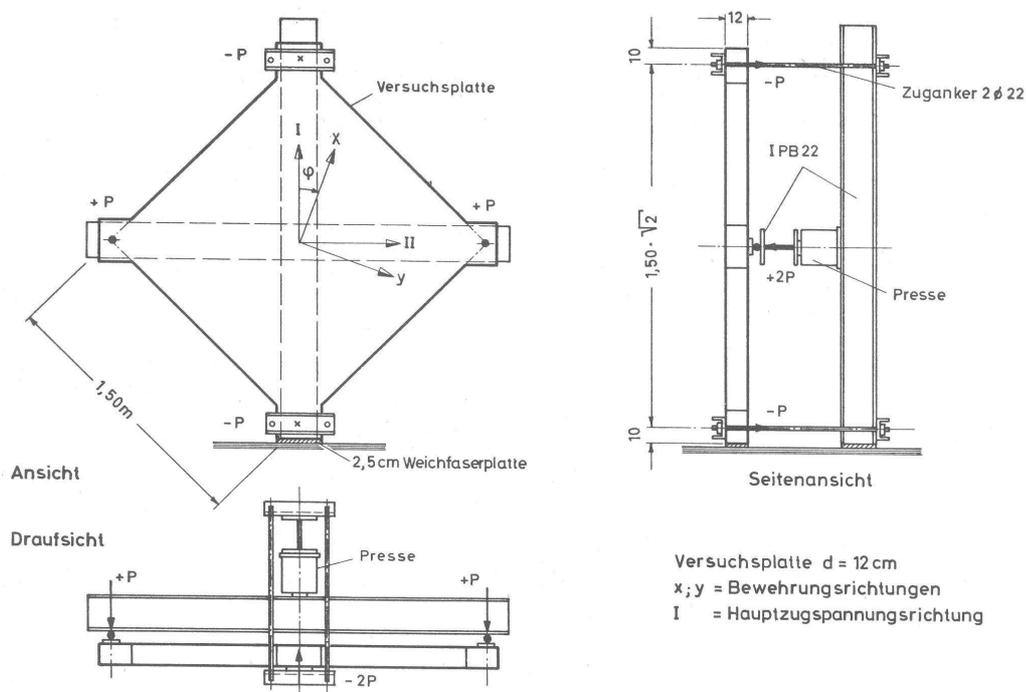


Bild 3.11: Versuchsaufbau der zweiaxialen Versuche [29]

Die Auswertung der Rissbilder der Vorversuchsplatten ließ erkennen, dass die auftretenden Risse sich nicht in Richtung der Bewehrungsscharen ausbildeten, sondern in einem Winkel  $\varphi_1$  von ihnen verschieden. Dieser Winkel stellt dabei die Rissrichtung dar, für die der Beton im elastischen Bereich der Bewehrung nur auf Druck beansprucht wurde. Die Schlussfolgerung aus dieser Beobachtung war es, dass der Beton keine Schubspannung übertragen konnte und sich dieser Beanspruchung durch Rissbildung entzog. Die Rissbilder zweier Versuchsplatten mit den Winkeln  $\alpha = 15^\circ$  und  $\alpha = 30^\circ$  sind in Abbildung 3.12 dargestellt.

Das Last-Verformungs-Verhalten der zweiaxial beanspruchten Stahlbetonplatten ist in Bild 3.13 dargestellt. Es zeigt das typische Verhalten einer Stahlbetonplatte. Insbesondere im Zustand I

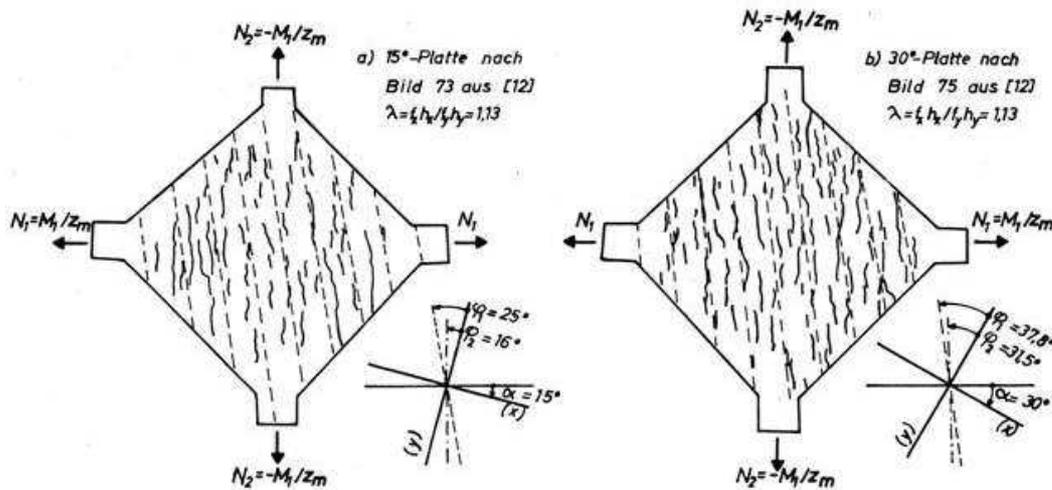


Bild 3.12: Rissbilder der zwei axialen Versuche [29]

bis zur Rissbildung ist zu erkennen, dass alle Platten ein gleiches Verhalten aufweisen. Nach beginnender Rissbildung zeigen sich unterschiedliche Verläufe der Kurven. Somit lässt sich hierbei der Einfluss der Richtung der Bewehrung gut erkennen.

Die Platte mit  $0^\circ$  –Bewehrungsrichtung zeigt nach beginnender Rissbildung ein relativ weiches Verhalten. Sie verläuft unterhalb der Kurven der  $30^\circ$  –Bewehrungsrichtung (bis  $2,3\text{ mm}$ ) und  $15^\circ$  –Bewehrungsrichtung (bis  $3,4\text{ mm}$ ). Bei größeren Verformungen zeigt diese Platte allerdings die größte Traglast, was wahrscheinlich darin begründet ist, dass die Bewehrungsrichtung und die Richtung der Zug- und Druckkräfte im Querschnitt übereinstimmen. Die Platten mit den Bewehrungsrichtungen von  $15^\circ$  und  $30^\circ$  zeigen anfänglich ein steiferes Last–Verformungs–Verhalten als die  $0^\circ$  –Platte, erreichen aber nicht die Traglast dieser. Dieses steifere Verhalten kann in der Aktivierung eines größeren Betonstahlquerschnittes liegen. Die geringere Traglast kann durch Einflüsse der Dübelwirkung der Bewehrung, die hohe Drücke und damit eine lokale Zerstörung des Betons unmittelbar neben dem Bewehrungsstahl zu Folge haben kann, und mit Biegeverformungen der Bewehrungsstäbe begründet werden. Das Last–Verformungs–Verhalten der  $45^\circ$  –bewehrten Platte liegt unterhalb aller anderen drei, da hierbei die Abweichung zwischen Zugkraft und Bewehrungsrichtung maximal ist und die relativ weiche Bettung des Stahls im Beton keine weitere Lastaufnahme zulässt.

### 3.5.2 Baus/Tolaccia [8]

BAUS/TOLACCIA testeten Platten unter einaxialer und zwei axialer Biegung [8]. Mit einer Dicke von gerade mal  $8\text{ cm}$ , waren diese sehr dünn ausgeführt. Die nur in der Biegezugzone eingelegten Bewehrungsstäbe waren dagegen mit einem Durchmesser von  $10\text{ mm}$  relativ groß gewählt, so dass der Betonquerschnitt stark gemindert wurde. Aufgrund dessen entstanden viele Risse entlang der Bewehrungsstäbe. Auch bei diesen Versuchen wurde kein gleiches Verhältnis der Bewehrung zueinander gewählt und einige Platten wurden sogar nur in einer Richtung bewehrt. In Bild 3.14 sind Versuchsanordnung und Rissbilder dieser Belastungsversuche dargestellt.

Die Platten c) und f) zeigen welche Auswirkungen eine einbahnige Bewehrungsführung auf das

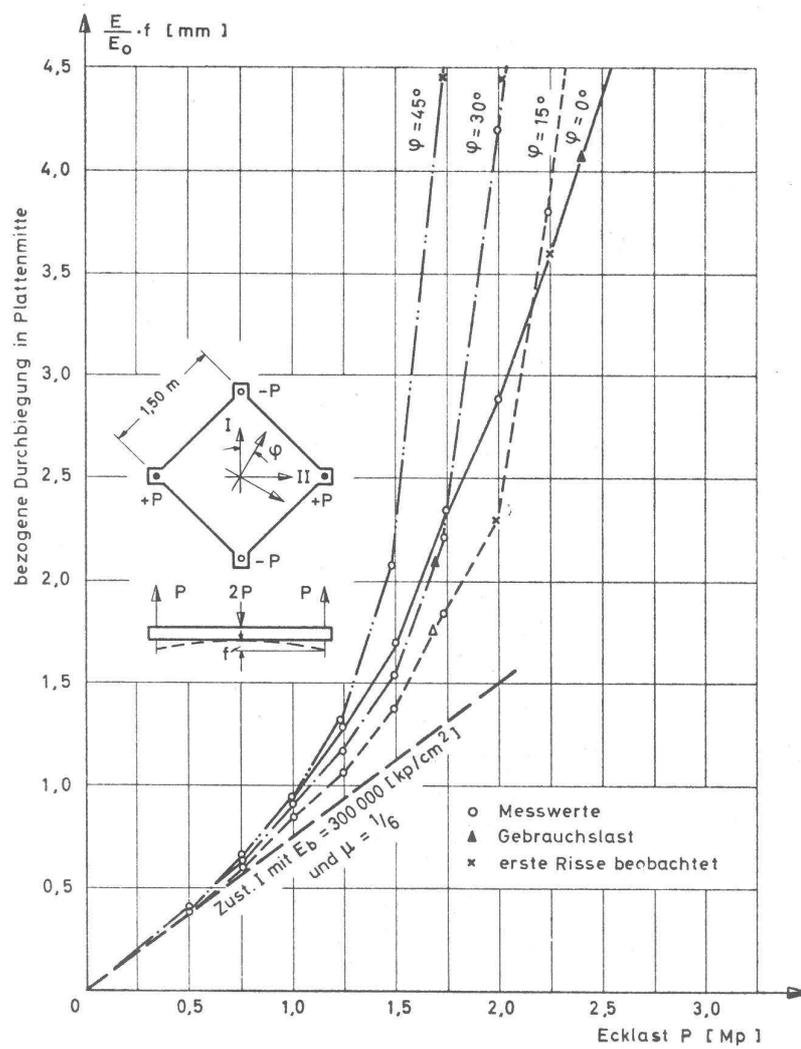


Bild 3.13: Last-Verformungs-Verhalten der vier Versuchsplatten [29]

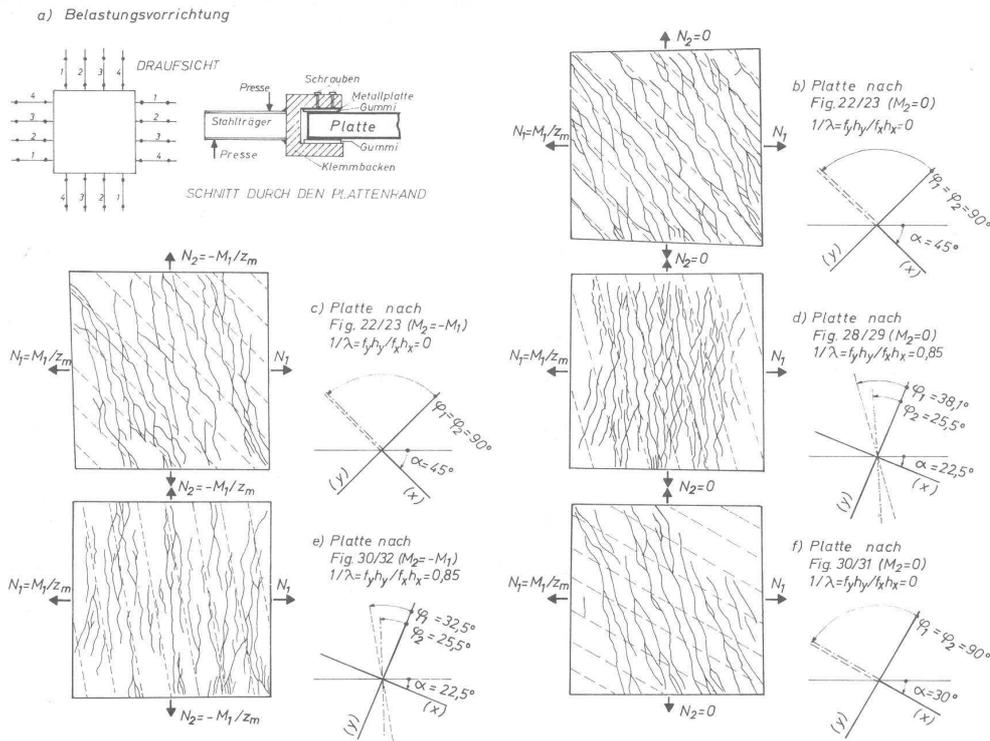


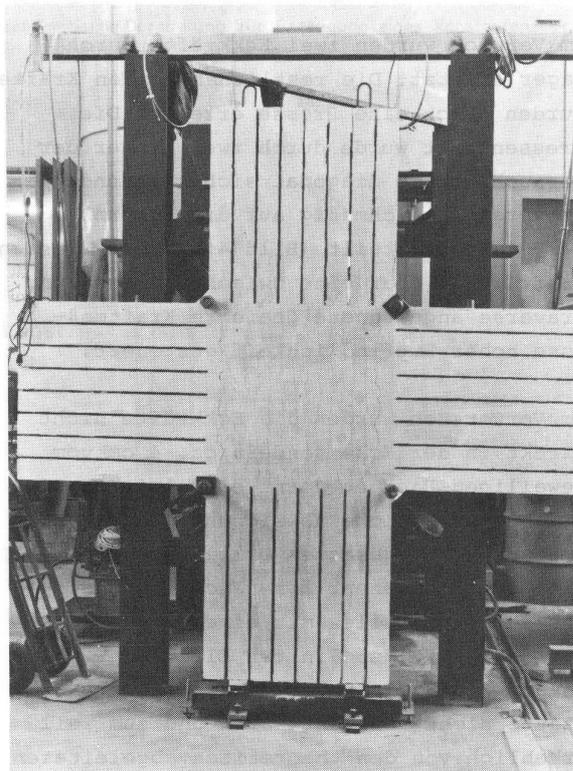
Bild 3.14: Rissbilder der Versuche an Platten unter ein- und zweiachialer Biegung [8]

Rissbild hat. Es entstehen Rissen die dem Grenzwert von  $\varphi_1 = \varphi_2 = 90^\circ$  zur "nicht-bewehrten" Richtung zustreben. Alle anderen Platten waren mit orthogonalen Netzen bewehrt. Doch nicht nur die Schwächung des Betonquerschnitts hatte Auswirkungen auf das Rissbild. Durch Zwangkräfte, die durch die Lasteinleitungsstruktur hervorgerufen wurden, konnten sich die Platten nicht genügend verformen, so dass sich bei einigen Platten das zu erwartende Rissbild nicht einstellte. Zusammenfassend formulierten beide Autoren aber ebenfalls die These, dass sich der Beton einer Schubbeanspruchung durch Rissbildung entzieht. Eine vorausberechnete Richtung der Risse entsprach auch zum Großteil den Rissbildern der beanspruchten Platten.

### 3.5.3 Schäfer [92]

Die von SCHÄFER [92] beschriebenen Versuche an Stahlbetonplatten dienen der genaueren Beschreibung der Zusammenhänge zwischen Beanspruchungen und Verformungen unter Berücksichtigung der Steifigkeitsänderungen bei Rissbildung. Er beschreibt die Problematik am Beispiel eines Plattenelementes  $\Delta x \cdot \Delta y$ , welches während seiner Nutzungsdauer zuerst in einer Richtung  $\varphi_1$  und bei danach in einer anderen Richtung  $\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi$  durch die Biegemomente  $m_1$  und  $m_2$  beansprucht wird. Beschreibt man die Beanspruchungsänderung des Plattenelementes  $\Delta x \cdot \Delta y$  durch die Momente  $m_{xx}$ ,  $m_{yy}$  und  $m_{xy}$  bezüglich der Koordinatenachsen, so führt dies dazu, dass ein Element zunächst nur auf Biegung und danach auf Torsion beansprucht wird. Die Lastpfade haben Auswirkungen auf die Übertragung von Schubspannungen über die Risse hinweg, die Bewehrungsbeanspruchung, die Verbundspannungen und schließlich auf die Verformungen. In den von ihm durchgeführten Versuchen (Versuchskörper siehe Bild 3.15) legt SCHÄFER den

Schwerpunkt auf den Einfluss der Beanspruchung und Beanspruchungsfolgen auf die Steifigkeiten. Dabei ist die Abhängigkeit der Steifigkeit von der ihr zugeordneten Schnittgröße von Interesse. Um den Einfluss der Beanspruchungsfolge zu untersuchen, variiert er die vorgegebenen Belastungskombinationen. Zur Auswertung berechnet er über die gemessenen Durchbiegungen die zugehörigen Krümmungen und Verwindungen und daraus die zugehörigen Steifigkeiten. Er berechnet die Biegesteifigkeiten mit  $B_{ijkl} = \frac{\partial m_{ij}}{\partial \kappa_{kl}}$  mit  $i, j, k$  und  $l$  als Achsen eines orthogonalen Koordinatensystems  $x, y$ . Indizes  $i = j$  kennzeichnen ein Biegemoment,  $i \neq j$  ein Drillmoment,  $k = l$  eine Krümmung und  $k \neq l$  eine Verwindung. Somit ergibt sich beispielsweise die Biegesteifigkeit  $B_{xxxx} = \frac{\partial m_{xx}}{\partial \kappa_{xx}}$  und die Drillsteifigkeit  $B_{xyxy} = \frac{\partial m_{xy}}{\partial \kappa_{xy}}$ . Als Ergebnis seiner Versuche stellt SCHÄFER für jede Platte Beanspruchungsfolge, Momenten-Krümmungs-Verläufe, Momenten-Verzerrungs-Verläufe, Plattensteifigkeiten, Nachgiebigkeiten und Rissbilder dar. Diese Ergebnisse bieten eine gute Grundlage für das Verständnis des Zusammenhangs zwischen Steifigkeiten und Verformungen bei Stahlbetonplatten unter verschiedensten Beanspruchungssituationen.



**Bild 3.15:** Ansicht des Versuchskörpers mit Lamellenarmen [92]

Die Versuchssteuerung, die ursprünglich automatisch vorgesehen war, aber aufgrund der Komplexität der Nachsteuerung der einzelne Pressen an den Lamellenarmen per Hand geschehen musste, war somit sehr aufwändig und erforderte erfahrenes Personal [92]. Aus den umfangreichen o.g. Versuchsergebnissen, kann man zwei Aspekte herausheben.

Zum Einen beschreibt SCHÄFER, dass die Reduktion der Biegesteifigkeit in Querrichtung nicht mit dem geringeren Einfluss der Querkontraktionszahl zu erklären ist. Sondern sie ist im Wesentlichen auf die Tatsache zurückzuführen, dass die Biegerisse nicht völlig gerade verlaufen und somit in einem quer zur Rissrichtung geführten Schnitt auch Querschnittsteile als in Schnittrichtung gerissen betrachtet werden müssen.

Weiterhin beschreibt er, dass bei höherer Beanspruchung und somit bei weitgehend abgeschlossener Rissbildung, eine 20– bis 30–prozentiger Steifigkeitsabfall auftritt. Dieser Abfall wird nicht auf die fehlende Querdehnung des Betons in der Zugzone zurückgeführt, sondern auf die starke Längsrissbildung. Diese Risse traten primär über den Bewehrungsstäben auf und schwächten somit den Verbund zwischen Bewehrung und Beton [92]. Dieser Effekt der Schwächung des Verbundes bei bewehrungsparallelen Rissen wurde von PURAINER [80] aufgegriffen und anhand zahlreicher Versuche an Stahlbetonzugkörpern nachgewiesen und quantifiziert.

#### 3.5.4 Pardey [78]

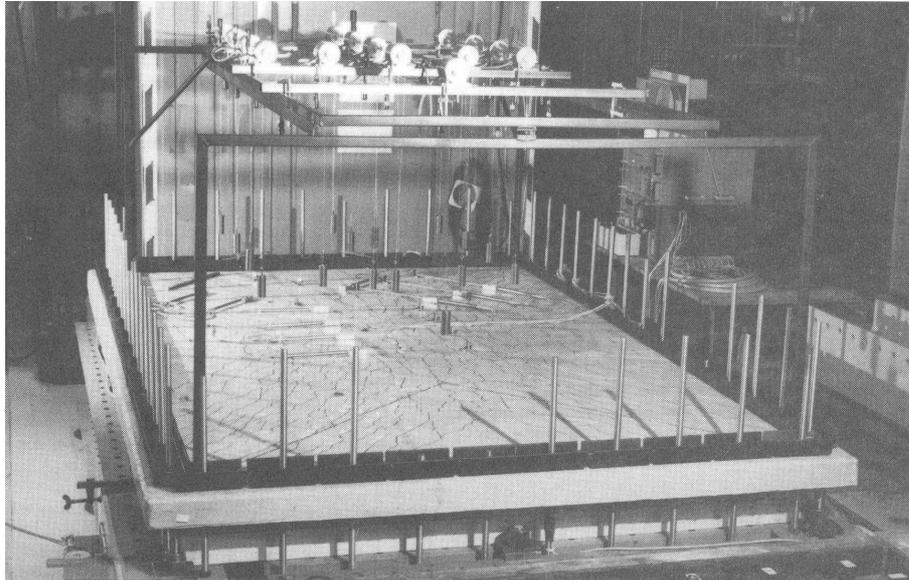
Die Versuche an rechteckigen Stahlbetonplatten und die dazugehörigen numerische Berechnungen dienten zur wirklichkeitsnahen Erfassung deren Trag- und Verformungsverhaltens. PARDEY [78] begründet den Bedarf mit der Einführung der neueren Normengeneration (Eurocode 2 [26] mit Stand 1991) und der darin enthaltenen Möglichkeit, die Plastizitätstheorie und nicht-lineare Berechnungsverfahren anzuwenden. Diese Möglichkeit bietet sich auch mit der derzeit gültigen DIN 1045–1 [21] (Juli 2001). Es werden die Grundlagen der Berechnung von Stahlbetonplatten nach DIN 1045 und Eurocode 2 (in der damals gültigen Fassung) dargelegt und mit der Bruchlinientheorie (z.B. JOHANSEN [52]) und der Streifenmethode verglichen. Er stellt eine umfassende, kompakt zusammengefasste Literaturstudie über Versuche an Stahlbetonplatten und zu den verschiedenen Ansätzen der Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens von Stahlbetonplatten mit Hilfe der FE-Methode dar.

Für die Durchführung eigener Versuche an vier rechteckigen Stahlbetonplatten mit einem Seitenverhältnis von  $\varepsilon = 1,5$  entwickelt er einen Versuchsaufbau, der in Bild 3.16 dargestellt ist. Dabei wurden die Platten liegend geprüft und mittels eines Gummikissens mit einer Gleichflächenlast beaufschlagt. Somit konnte eine gleichmäßigere Lastverteilung gewährleistet werden, als das bei früheren Versuchen der Fall war [78]. Das Aufbringen des Druckes erfolgte durch Anheben eines Wasserbehälters, wodurch die erreichte Druckhöhe millimetergenau abgelesen werden konnte.

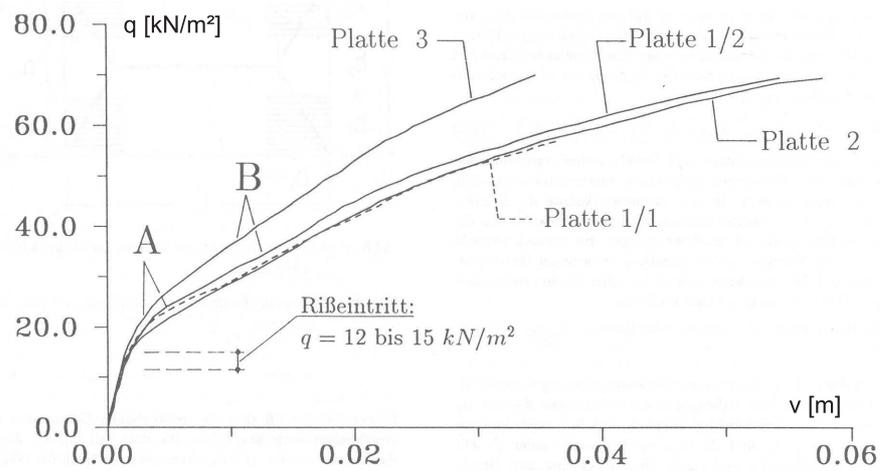
Bild 3.17 zeigt die Last-Verschiebungskurven der vier Versuchsplatten. Diese zeigen einen im Allgemeinen typischen Verlauf für Stahlbetonplatten, sind aber auf eine Gleichflächenlast von  $q_{max} = 70 \text{ kN/m}^2$  begrenzt, da die Versuchshalle nur eine Höhe von  $7 \text{ m}$  zuließ. Somit wurde auch gleichzeitig ein "Durchschlagen" in eine Zugmembran verhindert (siehe Bild 3.22), dass die Messeinrichtung zerstört hätte.

Auffallend sind unter anderem die Abweichungen zwischen den berechneten und den im Versuch beobachteten Risslasten  $q_{Riss}$ . Diese Abweichungen begründet er mit den Streuungen im Material sowie dem Einfluss von Einbau, Verdichtung und Nachbereitung. Die Last-Verschiebungskurven in Bild 3.17 zeigen ein erstes Einknicken bei ca.  $12,0$  und  $15,0 \text{ kN/m}^2$ , wohingegen die ersten erkennbaren Risse bei Lasten zwischen  $18,0$  und  $24,0 \text{ kN/m}^2$  festgestellt wurden. Diesen Unterschied begründet er mit dem Vorhandensein nicht erkennbarer Mikrorisse. Verschiedene Einflüsse der Bildung von Mikrorissen im Betongefüge hat KUSTERMANN [66] untersucht und dabei festgestellt, dass als eine Hauptursache für Mikrorisse die unterschiedlichen Verformungseigenschaften der Komponenten genannt werden können.

Aufgrund der geringen Betonüberdeckung von  $c = 1,0 \text{ cm}$  hält PARDEY ein Risskriterium mit Berücksichtigung des Spannungsgradienten für nicht notwendig, da die Querschnittsschwächung infolge der Querbewehrung den Risseintritt beeinflusst. Die Rissbilder (Bilder 6.32 bis 6.37



**Bild 3.16:** Versuchsaufbau mit Gewindestangen zur Plattenrandverankerung und Rahmen für die Potentiometer zur Verschiebungsmessung [78]



**Bild 3.17:** Last-Verschiebungskurven der vier Versuchsplatten [78]

in [78]) zeigen eindeutig, dass sich die Rissrichtungen und Rissabstände im mittleren Plattenbereich am Bewehrungsnetz orientieren. Dieser Aspekt der Berücksichtigung des Spannungsgradienten bei einer bestimmten Betonüberdeckung zeigt noch Untersuchungsbedarf und wird in Kapitel 7 erneut aufgegriffen.

Als nennenswerte Versuchsergebnisse formuliert er unter anderem:

- Die rechnerischen Bruchlasten nach der Bruchlinientheorie werden trotz Verwendung normal duktilen Stahls bei allen Stahlbetonplatten überschritten. Die Momentenverteilungen stellten sich bei den Bewehrungsverhältnissen  $a_{sx}/a_{sy}$  von 2,5; 1,0 und 0,5 so ein, wie es die Bruchlinientheorie voraussetzt.
- Die Lage und Richtung der Hauptrisse stimmt sehr gut mit den rechnerischen Bruchlinien überein.
- Die Rissrichtungen und Rissabstände orientieren sich am Raster des Bewehrungsnetzes bei geringen Richtungsabweichungen zwischen Beanspruchung und Bewehrung.
- Mit Hilfe der Dehnungsmessungen an den Plattenoberflächen und an der Bewehrung wird gezeigt, dass die größten Beanspruchungen in Plattenmitte lokalisiert sind.
- Die Durchbiegungen erreichen Werte zwischen  $l_y/170$  bis  $l_y/260$  bei Schlankheiten von  $l/h = 27$ .
- Die Rissbreiten liegen bei allen Platten unter  $0,3\text{ mm}$  im Gebrauchslastbereich. Trotz Richtungsabweichungen von ca.  $45^\circ$  in den Ecken sind keine größeren Rissbreiten als in Feldmitte vorhanden.

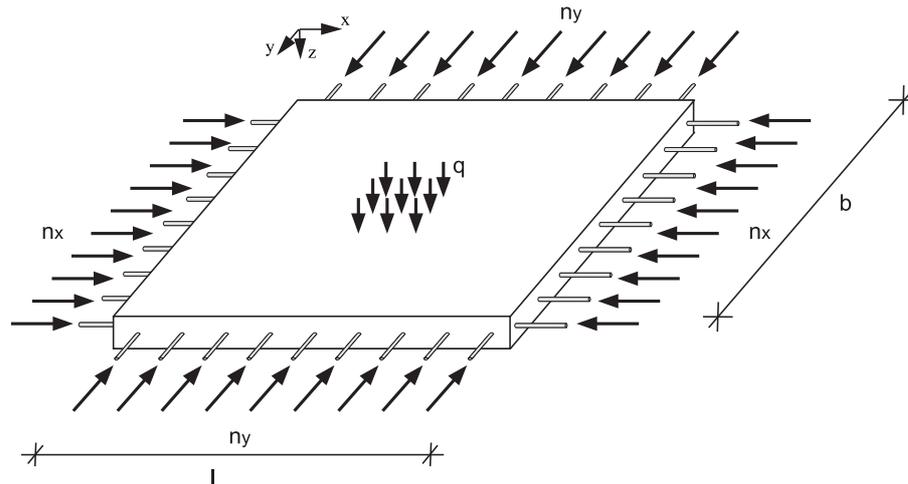
Weiteren Forschungsbedarf sieht er bezüglich der Zugtragwirkung des Betons zwischen den Rissen im plastischen Bereich der Stahlkennlinie und bei Richtungsabweichung zwischen Bewehrung und Beanspruchung. Einflüsse von Querkräften und Normalkräften bei hoher Biegebeanspruchung sowie der Einfluss der Richtungsabweichung auf die Duktilität von Platten, die mit BSt 500 M bewehrt sind, müssten noch untersucht werden.

### 3.5.5 MacGregor [69]

Für die Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens bei kombinierter Beanspruchung, also gleichzeitig wirkende Scheiben- und Plattenbeanspruchung, zeigt MACGREGOR [69] ein mögliches Berechnungsmodell. In Bild 3.18 sind Plattendimensionen, Koordinatenachsen und Beanspruchung dargestellt.

Sein Berechnungsverfahren ist iterativ. Es berücksichtigt in Richtung der Bewehrungslagen wirkende Scheibendruckkräfte  $N_x$  und  $N_y$ . Daraus werden Momenten-Krümmungs-Beziehungen für beide Richtungen aufgestellt und die aufnehmbare Vertikallast  $q$  bestimmt. Dieses Verfahren lässt sich in 6 Schritten beschreiben:

1. Aufstellen der  $M$ - $\kappa$ -Beziehungen für unterschiedliche Scheibendruckkräfte  $N_x$  und  $N_y$  in x- und y-Richtung



**Bild 3.18:** Beanspruchung der Platte nach MACGREGOR [69] aus [80]

2. Annahme einer Anfangskrümmung  $\kappa_x = 1/r_{x0}$
3. Berechnung der zugehörigen Krümmung  $\kappa_y = (b \cdot \kappa_x)/l$
4. Bestimmung der Biegemomente  $m_x$  und  $m_y$  aus  $M$ - $\kappa$ -Beziehungen
5. Ermittlung der zulässigen Vertikallast  $q$
6. Erhöhung der Anfangskrümmung  $\kappa_x$
7. Wiederholung der Schritte 2 bis 6 bis zum Erreichen der maximalen Durchbiegung

Dieser iterative Berechnungsablauf ist auch bei anderen Beanspruchungssituationen denkbar, beispielsweise bei einem ähnlichen Plattenausschnitt mit einer Beanspruchung durch Randmomente  $m_{rx}$  und  $m_{ry}$ . Bei einer solchen Berechnung sind dann Effekte aus der Biegebeanspruchung zu berücksichtigen, z.B. aus der über den Plattenquerschnitt nicht konstanten Dehnungs- und daraus resultierenden Spannungsverteilung.

### 3.5.6 Schneider [95]

SCHNEIDER erläutert in [95] seine numerischen Untersuchungen zum Tragverhalten von Stahlbetonplatten unter besonderer Berücksichtigung von Membranwirkung und Langzeiteffekten. Dazu wird ein Materialmodell zur Abbildung des Betonverhaltens unter hohen, mehrachsigen Dauerstressungen entwickelt. Für die Beschreibung wird die Mehrflächen-Viskoplastizität zu Hilfe genommen. Die Modelle können nach SCHNEIDER *total* oder *differentiell* formuliert werden. Bei der differentiellen Formulierung können die Hauptsätze der Thermodynamik nicht exakt eingehalten werden [13]. Aus diesem Grunde wird der differentiellen Formulierung Vorrang gegeben, welche differentielle Spannungsänderungen infolge differentieller Dehnungsänderungen beschreibt. Das Modell wird in Kombination mit "nachlassendem und permanentem Gedächtnis" beschrieben. Hierbei erfolgt die in Bild 3.19 dargestellte Unterscheidung in spannungsunabhängige Dehnungen  $\varepsilon_n$  und spannungsabhängige Dehnungen  $\varepsilon_\sigma$ . Letztere werden in spannungsproportionale  $\varepsilon_{vel}$  und

nichtlinear spannungsabhängige Anteile  $\varepsilon_a$  unterteilt. Somit ergibt sich die Gesamtverformung des Materials als Addition der in Reihe geschalteten Elemente:

$$\varepsilon = \varepsilon_n + \varepsilon_\sigma = \varepsilon_n + \varepsilon_{vel} + \varepsilon_a \quad (3.30)$$

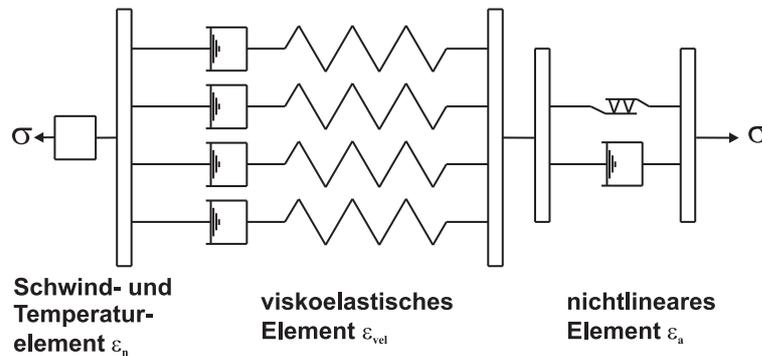
Dabei werden die spannungsunabhängigen Dehnungen  $\varepsilon_n$  dargestellt durch folgende Gleichung:

$$\varepsilon_n = \alpha_{\Delta T} \cdot (T - T_0) + \varepsilon_{cs}(t, t_s) \quad (3.31)$$

Dabei sind  $\alpha_{\Delta T}$  der Temperatúrausdehnungskoeffizient,  $T$  die aktuelle Temperatur und  $T_0$  die Temperatur im Ausgangszustand. Die Schwinddehnungen  $\varepsilon_{cs}(t, t_0)$  werden gemäß MODEL CODE 90 [12] ermittelt. Die spannungsproportionalen Dehnungen  $\varepsilon_{vel}$  ergeben sich für eine zum Zeitpunkt  $t_0$  aufgebrachte konstante Spannung  $\sigma_0$  zu:

$$\varepsilon_{vel} = \sigma(t_0)J(t, t_0) \quad (3.32)$$

mit  $J(t, t_0)$  als Kriechfunktion, basierend auf der Kriechzahl  $\phi(t, t_0)$  deren Berechnung in [12] angegeben ist. Mit diesem Modell wurden Stahlbetonplatten unter Dauerlast bezüglich des Ein-



**Bild 3.19:** Rheologisches Betonmodell nach SCHNEIDER [95]

flusses aus Kriechen und Schwinden untersucht. Der Entwicklungsstand des Materialmodells erlaubt eine realistische Beschreibung des mehrachsigen Betonverhaltens unter hoher Dauerlast. Für die wirklichkeitsnahe Modellierung des Tragverhaltens ist die wirklichkeitsnahe Abbildung der Randbedingungen unabdingbar, so dass es beispielsweise fraglich erscheint, ob komplexe Systeme bei Parameterstudien durch einfeldrige Ersatzsysteme abgebildet werden können.

### 3.5.7 Gersiek [40]

Die bereits in den 1930er Jahren von BACH/GRAF [4] durchgeführten Versuche an Eisenbetonplatten werden von GERSIEK [40] mit als die ersten Versuche mit dem Ziel der Untersuchung des Einflusses der Bewehrungsführung auf das Last–Verformungs–Verhalten genannt. Sie führten Versuche an 42 quadratischen Platten mit einer Seitenlänge von 2,0 m unter verschiedenen Beanspruchungszuständen und geometrischen Merkmalen durch. Sie variierten beispielsweise die Plattendicke mit 8 cm und 12 cm, die Richtung der Bewehrung randparallel oder diagonal, Abstände der Bewehrungsstäbe, Lasteinleitung über 16 Punkte gleichverteilt, 8 Punkte im mittleren Bereich oder einen Punkt in Plattenmitte und den Bewehrungsquerschnitt mit  $\varnothing 7\text{ mm}$  und  $\varnothing 10\text{ mm}$ . Die untersuchten Bewehrungsführungen sind im Bild 3.20 dargestellt.

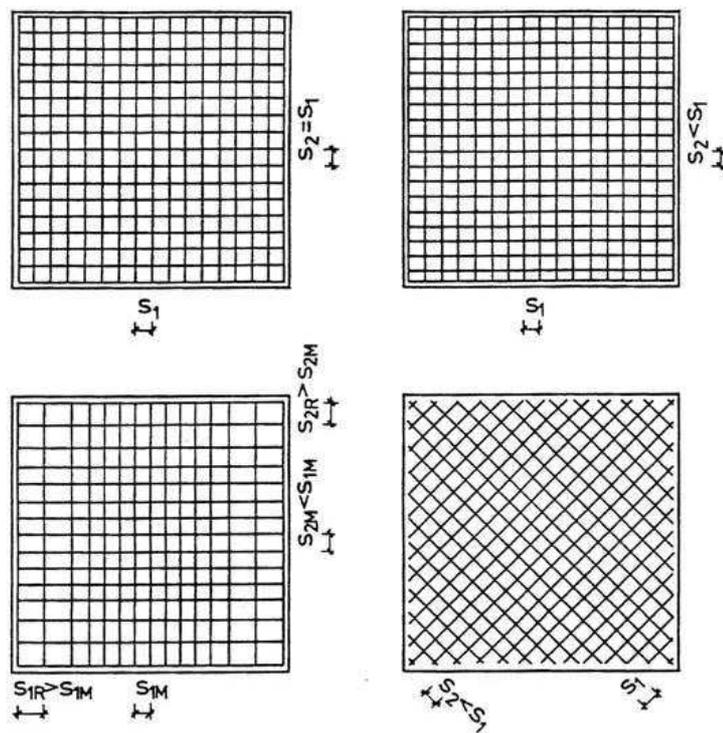


Bild 3.20: Bewehrungskonfigurationen der Versuche von BACH/GRAF [4]

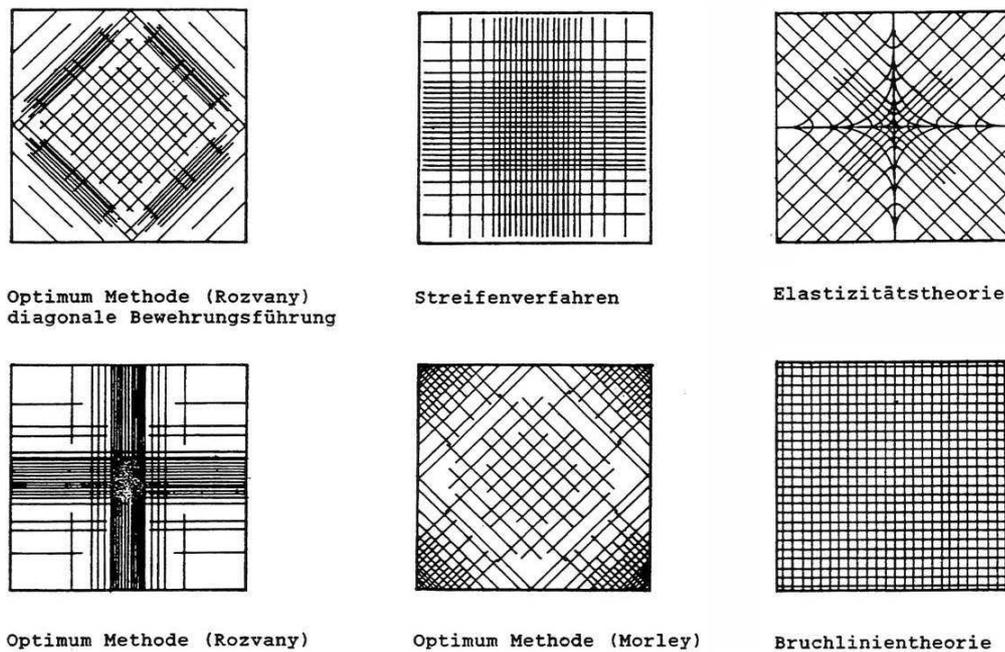
Nach der Auswertung der Versuche ergaben sich einige Erkenntnisse über die Auswirkung unterschiedlicher Bewehrungsführungen auf die Rissbildung und das Tragverhalten von Stahlbetonplatten. Bei den Platten mit der Bewehrungsanordnung parallel zur Diagonalen war eine erhöhte Steifigkeit nach Überschreitung der Risslast, in Vergleich zu den randparallel bewehrten Platten, zu erkennen. Die Bruchlast hingegen zeigte keine signifikante Abhängigkeit von der Bewehrungsanordnung. Eine Verkleinerung des Stababstandes zur Plattenmitte hin hatte dagegen zunächst eine Verringerung der Steifigkeit und Bruchlast zur Folge. Unter der Berücksichtigung, dass allerdings auch die Bewehrungsmenge bei den Platten mit kleiner werdendem Stababstand in Vergleich zu Platten mit konstantem Abstand geringer war, ergab sich letztendlich, dass pro Kilogramm eingelegter Bewehrung die Bruchlast höher lag. In Bezug auf die Rissausbildung war bei allen Platten zu beobachten, dass auf der Zugseite der Platte sämtliche Risse diagonal verliefen. Lediglich bei randparalleler Bewehrung traten auch im mittleren Bereich Risse entlang der Bewehrungsstäbe auf. Ein weiteres beobachtetes Phänomen war, dass die schwächer bewehrten Platten ein günstigeres Verhältnis von eingelegter Bewehrungsmenge zur Bruchlast aufwiesen. So ergab sich beispielsweise für eine schwach bewehrte Platte eine Bruchlast von  $8,13 \text{ kN}$  pro Kilogramm Bewehrung, wohingegen eine fast doppelt so stark bewehrte Platte, lediglich eine Bruchlast von  $5,16 \text{ kN/kg}$  erreichte. Dieses Phänomen wurde sowohl bei den  $12 \text{ cm}$ , wie auch bei den  $8 \text{ cm}$  starken Platten beobachtet, wurde aber von BACH/GRAF nicht näher erläutert. Forscher gingen später davon aus, dass dieser Effekt vermutlich durch die größere Verformung der schwächer bewehrten Platten zu erklären sei, wobei sich dem Biegezustand ein Membranzustand überlagern würde, was gleichbedeutet mit einer Erhöhung des inneren Hebelarms sei. Die Versuche von BACH/GRAF haben jedoch bewiesen, dass die Ausrichtung des Bewehrungsnetzes durchaus Auswirkungen auf das Tragvermögen von Stahlbetonplatten hat.

GERSIEK [40] kritisierte, dass in den üblichen Bemessungsverfahren für Platten die Elastizitätstheorie zum Einsatz kommt, obwohl sie für die Komplexität einer zweiachial gespannten Stahlbetonplatte nicht uneingeschränkt geeignet sei. Diese Eingeschränktheit liegt seiner Meinung nach in der Tatsache, dass die vielfältigen Umlagerungsmöglichkeiten innerhalb eines Flächentragwerkes zu einer Unterschätzung der Tragfähigkeit und somit auch zur Unterschätzung des Sicherheitsfaktors führen. Weiterhin stellt der Punkt der meist kantenparallel und nicht in Hauptspannungsrichtung angeordneten Bewehrung eine suboptimale Ausnutzung des Tragpotentials dar. GERSIEKS eigene acht Versuchskörper bestanden daraufhin aus Kombinationen von Kreis-, Radial-, Tangential- und Diagonalbewehrungen. Ihre Geometrie beschränkte sich dabei auf quadratische Platten mit einer Seitenlänge von  $4\text{ m}$  und einer Dicke von  $12\text{ cm}$ , die an den Rändern frei verschieblich und drehbar gelagert wurden. Allerdings kommentierte und interpretierte er auch frühere Forschungsvorhaben, die sich ebenfalls mit einer optimalen Bewehrungsführung befassten. Dazu gehörten auch die Versuche von BACH/GRAF, deren Durchführung und Ergebnisse weiter oben in dieser Arbeit beleuchtet wurden.

Im Jahr 1966 führten dann drei weitere Forscher Versuche an Stahlbetonplatten durch. TAYLOR/MAHER/HAYES [99] untersuchten dabei zehn Platten mit gestaffelter Bewehrung die jedoch kantenparallel eingebaut waren und verglichen diese Ergebnisse mit ungestaffelter Bewehrung die auch diagonal verlegt war. Sie kamen durch diese Versuche zu dem Ergebnis, dass eine Konzentration der Bewehrung in der Plattenmitte nicht zu einer nennenswerten Stahlersparnis führte. Jedoch stieg die Steifigkeit einer Platte mit starker Bewehrung in Plattenmitte.

GERSIEK kritisierte allerdings bei diesen Versuchen die unzureichende Vergleichbarkeit der einzelnen Versuchsplatten. Da einige Platten aus Bewehrungsstahl mit einer höheren Streckgrenze bewehrt waren als andere und wiederum andere Platten eine verhältnismäßig große Dicke aufwiesen, war eine exakte Vergleichbarkeit der Versuchsergebnisse nicht gegeben. Als weiteres Ergebnis aus den Versuchen von TAYLOR/MAHER/HAYES [99] ist erwähnenswert, dass alle Platten eine höhere praktische Bruchlast besaßen als die vorher berechnete theoretische. Die Forscher führten dies auf eine Überlagerung der Plattentragwirkung mit einer Zugmembran zurück. GERSIEK hingegen war der Meinung, dass die beobachtete Rissausbreitung eher auf Zugkräfte aus einer Membrantragwirkung zurückzuführen ist. Weiterhin führt er in seiner Arbeit die Versuche von MUSPRATT [73, 74] (1969/1970) auf. Dieser forschte ebenfalls an quadratischen, allseitig gelenkig gelagerten Platten, die gemäß unterschiedlicher Berechnungsansätze bewehrt wurden. Hierbei untersuchte er Ansätze wie die Elastizitätstheorie, die Bruchlinientheorie, die Streifenmethode und die Optimum-Methode. Dadurch ergaben sich verschiedenste Bewehrungsnetze die in Bild 3.21 aufgeführt sind.

GERSIEK kritisierte auch diese Versuchsreihe, da seiner Meinung nach die Betonfestigkeit ein so großen Einfluss auf das Tragverhalten der Platten hatte, dass die unterschiedlichen Bewehrungsanordnungen kaum erkennbar sind. Oberhalb der rechnerischen Bruchlast dominierte wohl eine Membranwirkung, aufgrund dessen die Platten mit der größten bis zum Rand durchlaufenden Bewehrung, auch die größten Bruchlasten erreichten. Damit erschienen Rückschlüsse über den Einfluss der Bewehrung auf das Tragverhalten schwierig. Bild 3.22a) zeigt dieses Tragverhalten. Der Lastabtrag über Druckkräfte überlagert die eigentliche Biegebeanspruchung. Es entsteht ein flaches Druckgewölbe. Selbst bei horizontal verschieblichen Rändern bildet sich aus der am Plattenrand umlaufenden Bewehrung ein Zugring, der als "Widerlager" für das Druckgewölbe fungiert. Die Behinderung der horizontalen Verschieblichkeit der Ränder begünstigt die



**Bild 3.21:** Bewehrungsnetze und Berechnungsverfahren der Versuche von MUSPRATT [73]

Tragfähigkeit des Druckgewölbes. Bei weiterer Laststeigerung bildet sich das Druckgewölbe weiter aus und erreicht bei einer Verformung von etwa  $0,5 \cdot d$  [48] seine maximale Tragfähigkeit. Danach wird es schnell abgebaut. Verschiebungen und Biegemomente wachsen stark an, dieses wird als "Durchschlagen" bezeichnet. Es bildet sich eine Zugmembran aus und die Platte reißt über den ganzen Querschnitt. Sie trägt jetzt ihre Lasten hauptsächlich über Zugkräfte in den Bewehrungsnetzen ab. Bei horizontal verschieblichen Rändern bildet sich am Plattenrand ein umlaufender geschlossener Druckrahmen aus (siehe Bild 3.22b), in welchen sich eine Zugmembran einhängt [78].

Mit einer eigenen Versuchsreihe an acht quadratischen Stahlbetonplatten untersuchte GER-SIEK, wie die Anordnung der Bewehrung die innere Steifigkeit von Stahlbetonplatten beeinflusst. Gleichzeitig sollte die Möglichkeit der Stahlersparnis durch bestimmte Bewehrungsformen festgestellt werden. In Bild 3.23 ist die Bewehrungsanordnung von fünf der acht Stahlbetonplatten dargestellt.

Der Versuchsaufbau in Bild 3.24 sollte folgende Randbedingungen berücksichtigen: eine frei drehbare Lagerung, eine frei verschiebliche Lagerung und das Niederhalten der Eckbereiche. Für das Erreichen einer gleichmäßig verteilten Last wurde die gezeigte Lasteinleitungs-konstruktion verwendet, die über 16 Punkte Einzellasten einleitete. Die somit erzeugten Schnittgrößen und Verformungen sind im Vergleich zu einer Gleichlast vernachlässigbar gering [40] und liegen im Bereich von 1,3% beim Biegemoment und 3,6% bei der Durchbiegung.

Nach der Durchführung der Versuche und Vergleich der Vorberechnung mit den Versuchsergebnissen, konnte er folgende Schlüsse ziehen. Bei den Platten die eine radiale Bewehrung besaßen, trat das Versagen deutlich später ein als bei Platten ohne Radialbewehrung. Dies führte er auf die Fähigkeit der radial bewehrten Platten zurück, dem Biegetragverhalten eine Membrantragwirkung zu überlagern, was dann zu einer zusätzlichen Versteifung und Tragfähigkeitssteigerung

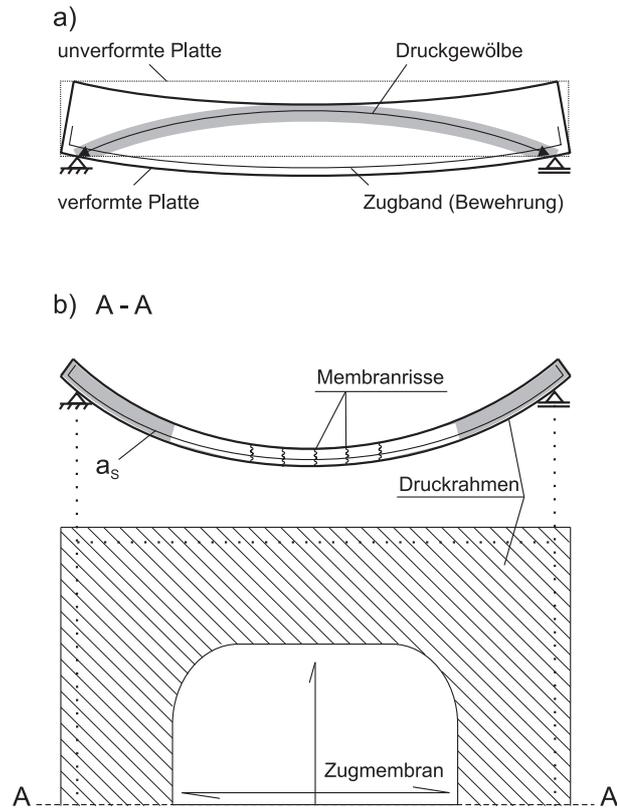


Bild 3.22: a) Druckgewölbe in einer Stahlbetonplatte, b) Zugmembran mit Druckrahmen (nach [78])

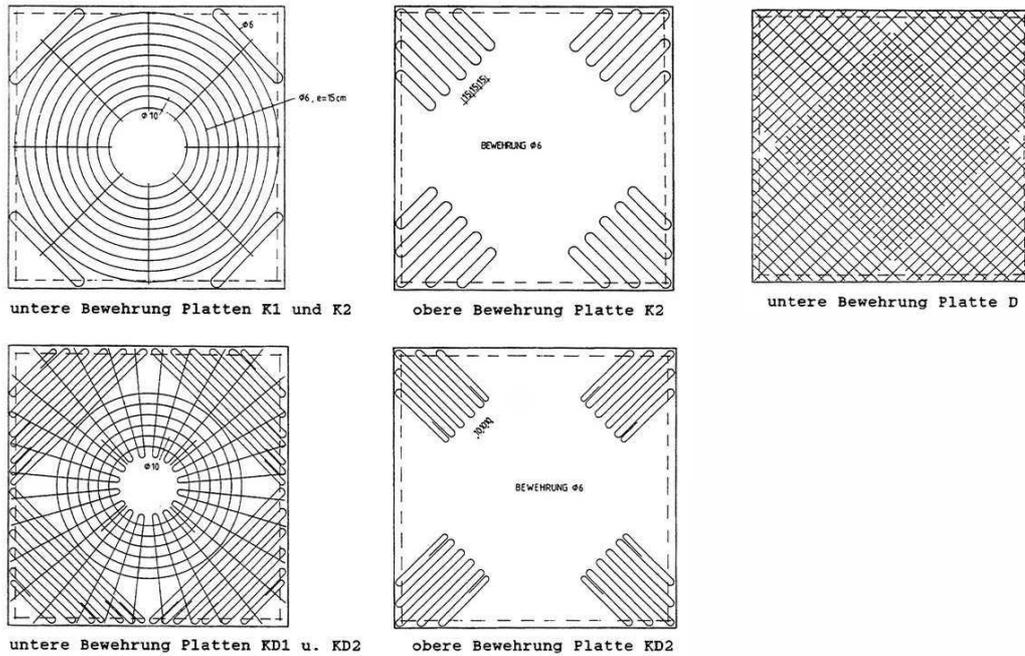
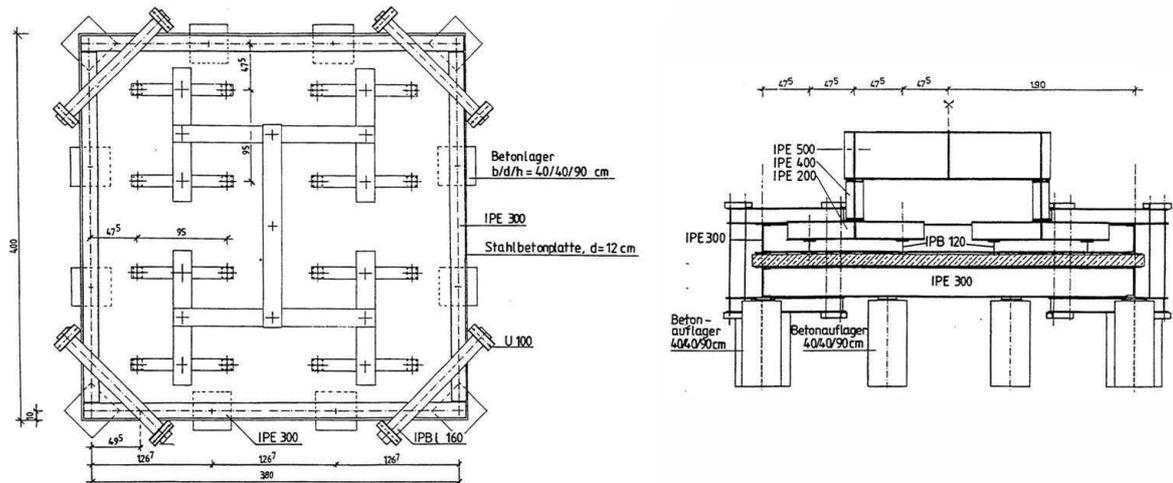
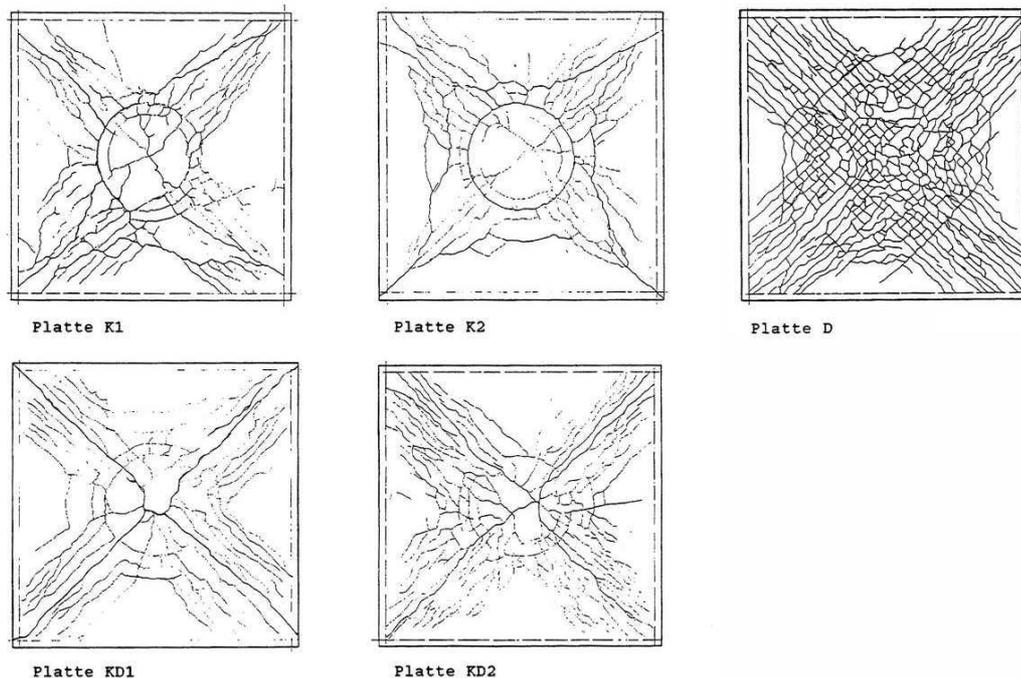


Bild 3.23: Bewehrung der Platten K1 – D von GERSIEK [40]



**Bild 3.24:** Versuchsaufbau mit Lasteinleitungsstruktur [40]

führt. Bei der Auswertung der Rissbilder waren, besonders bei den kreisförmig bewehrten Platten, ausgeprägte Ringrisse zu erkennen. Die übrigen Rissbilder stellten sich wie erwartet, gemäß des typischen Rissbildes quadratischer Platten, ein. Bild 3.25 zeigt die Rissbilder der fünf oben gezeigten Versuche.



**Bild 3.25:** Rissbilder der Platten K1 – D [40]

Zusammenfassend lässt sich über die Versuche von GERSIEK folgendes sagen:

- Bei an den Bruchmechanismus angepasster Bewehrungsführung lässt sich bezüglich der Bruchlast ein erhebliches Maß an Bewehrungsstahl sparen.

- Eine reine Kreisbewehrung ist in der Praxis nicht zu empfehlen, da durch sie eine Gefügestörung hervorgerufen wird, so dass im Gebrauchszustand breite Risse entstehen können.
- Eine obere Eckbewehrung ist nicht erforderlich, da durch das Weglassen, die Bruchlast nur geringfügig abgemindert wird.
- Bei schlanken Platten stellt sich, sofern es die Bewehrungsführung erlaubt, eine Membranwirkung ein, deren Tragfähigkeit im Wesentlichen von der Menge der Bewehrung in den Randbereichen abhängig ist.
- Es stellt sich immer ein Bruchmechanismus mit Bruchzonen in den Diagonalen ein, der sich entgegen der theoretischen Ergebnisse nur geringfügig mit dem Maß der Bewehrungsführung ändert.

## Kapitel 4

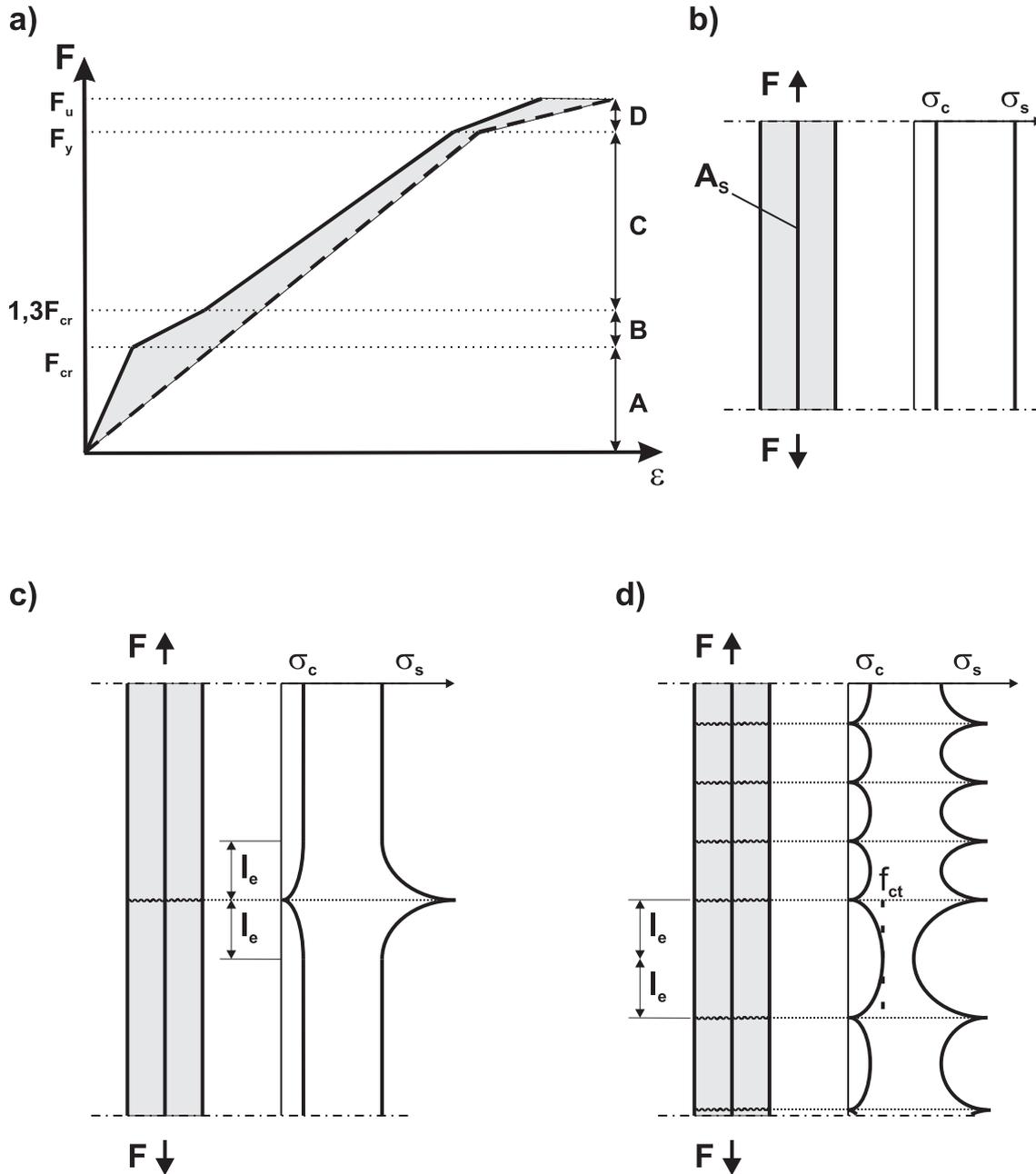
# Einfluss des nichtlinearen Materialverhaltens auf das Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen

*Dieses Kapitel beleuchtet Aspekte des Last-Verformungs-Verhaltens von Stahlbeton, insbesondere den Einfluss des nichtlinearen Materialverhaltens von Beton. Dieser Einfluss zeigt sich im Vergleich zu zugbeanspruchten Scheiben beispielsweise im gekrümmten Verlauf der Last-Verformungs-Kurven. Die Grundlage des Tragverhaltens von Stahlbeton bildet das Verständnis über die Rissbildung und die damit aktivierten Verbundmechanismen. Die Veränderung der Verbundwirkung infolge Rissbildung längs eines Bewehrungsstabes wird anhand modifizierter Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen gezeigt. Die Anisotropie des Werkstoffes hat Auswirkungen auf verschiedene Modellierungsebenen. Besonders sichtbar wird diese bei der Dübelwirkung der Bewehrung und der daraus resultierenden Querschnittsschwächung durch Querbewehrung.*

### 4.1 Rissbildung

Aufgrund der im Vergleich zur Druckfestigkeit  $f_c$  geringen Zugfestigkeit  $f_{ct}$  von Beton sind in einem Bauteil aus Stahlbeton immer Risse vorhanden. Infolge der Rissbildung ändern sich verschiedene Steifigkeiten, je nachdem wo und wie die Risse entstehen. Für das Verständnis und die Erklärung des Rissbildungsvorgangs eignet sich ein Stahlbetonzugstab, da an diesem eine übersichtliche Darstellung der Einflüsse möglich ist. Auch wenn durch Biegebeanspruchung gerissene Stahlbetonbauteile keine Zugstäbe sind, so werden oft zur Beschreibung der Tragwirkung die Druck- und Zugzone eines Querschnitts getrennt betrachtet. Damit ist die Beschreibung eines gedrückten und eines gezogenen Stahlbetonstabes möglich. Das Verhalten des gedrückten Stabes unter verschiedenen Lastniveaus ist beschreibbar, da das Verhalten des Beton unter Druckbeanspruchung weitestgehend erforscht ist. Risse entstehen quer zur Druckbeanspruchung und beeinflussen somit das Last-Verformungs-Verhalten, wenn sich die Beanspruchung ändert.

Zum Tragverhalten von Betondruckstreben sei auf die in Abschnitt 2.2.2 angesprochene Arbeit von SCHIEßL [94] verwiesen.



**Bild 4.1:** Last-Verformungs-Verhalten und mögliche Rissbilder eines Stahlbetonzugstabes: a) Zugkraft-Dehnungs-Kurve, b) Zustand I – ungerissen, c) Beginn der Rissbildung und d) Zustand II – abgeschlossene Rissbildung

Wird ein Stahlbetonzugstab durch Zug beansprucht, so zeigt sich das in Bild 4.1a) gezeigte Last-Verformungs-Verhalten. Befindet sich der Stahlbetonstab, von Mikrorissen abgesehen, noch im ungerissenen Zustand, dann stellen sich die Zugspannungen aufgrund der noch geltenden Dehnungsgleichheit ( $\epsilon_c = \epsilon_s$ ) im Verhältnis der E-Moduln ein. In Bild 4.1b) ist ein Ausschnitt aus einem gezogenen Stahlbetonstab mit den zugehörigen Zugspannungen dargestellt. Beispielsweise

ergibt sich für einen normalfesten Beton C30/37 nach DIN 1045–1 [21] mit einem E-Modul von  $31900 \text{ N/mm}^2$  und einen Betonstahl mit einem E-Modul von  $210000 \text{ N/mm}^2$  ein Spannungsverhältnis von  $n = E_s/E_c = 200000/31900 = 6,27$ .

In Bild 4.1c) ist die Spannungsverteilung nach dem Entstehen der ersten Risses dargestellt. Dieser Riss entsteht an der schwächsten Stelle im Beton, d.h. dort wo eine lokale Verminderung der Zugfestigkeit durch ein Zuschlagkorn, eine Porenansammlung, ein Kiesnest oder einen dominierenden Mikroriss vorhanden ist. Eine wichtige Kenngröße ist die Lasteinleitungslänge  $l_e$ . Wie in Abschnitt 2.3 gezeigt, ist dies die benötigte Länge, um die im Riss allein durch den Betonstahl aufgenommene Zugkraft wieder in den Beton einzuleiten, so dass danach wieder Dehnungsgleichheit gilt (Bild 2.13b). Aus der Gleichgewichtsbetrachtung in Gleichung (2.34) ergibt sich nach [21] unter Ansatz eines mittleren konstanten Verbundspannungsverlaufes  $\tau_b(s) = \tau_{cm} = 1,8 \cdot f_{ct}$  folgende Beziehung:

$$\tau_{cm} \cdot U_s \cdot l_e = \sigma_c \cdot A_{c,eff} \quad (4.1)$$

Daraus sich unter Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$  die Lasteinleitungslänge berechnen.

$$l_e = \frac{f_{ct} \cdot A_{c,eff}}{\tau_{cm} \cdot U_s} \quad (4.2)$$

Mit dem effektiven Bewehrungsgrad  $\rho_{eff} = A_s/A_{c,eff}$  und dem o.g. Ansatz für  $\tau_{cm}$  ergibt sich:

$$l_e = \frac{f_{ct} \cdot A_{c,eff}}{1,8 \cdot f_{ct} \cdot U_s} = \frac{\frac{A_s}{\rho_{eff}}}{1,8 \cdot U_s} = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot d_s^2}{1,8 \cdot \rho_{eff} \cdot \pi \cdot d_s} = \frac{d_s}{7,2 \cdot \rho_{eff}} \quad (4.3)$$

Bei weiterer Steigerung der Zugbeanspruchung werden weitere Risse auftreten. Dies ist die Phase der sukzessiven Rissbildung, die im abgeschlossenen Rissbild endet. Dieses Ende der Rissbildung zeigt Bild 4.1d). Daraus wird ersichtlich, dass der kleinste mögliche Rissabstand  $s_{r,min}$  der einfachen Lasteinleitungslänge  $l_e$  und der maximal mögliche Rissabstand  $s_{r,max}$  der zweifachen Lasteinleitungslänge  $2l_e$  entspricht. Daher gilt:

$$s_{r,min} = l_e = \frac{d_s}{7,2 \cdot \rho_{eff}} \quad (4.4)$$

$$s_{r,max} = 2 \cdot l_e = \frac{d_s}{3,6 \cdot \rho_{eff}} \quad (4.5)$$

Kleinere Rissabstände  $s_r$  sind unwahrscheinlich, da die Länge  $l_e$  benötigt wird, um die Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$  zu erreichen. Demzufolge sind größere Rissabstände als  $2l_e$  nicht zu erwarten, da wie in Bild 4.1d) gezeigt wird, zwischen zwei Rissen jeweils die Lasteinleitungslänge benötigt wird, um die Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$  zu erreichen.

Für die Formulierung der Zusammenhänge zwischen Querbewehrungsabständen und Rissabständen werden in [80] mehrere Quellen erläutert und als Basis für eine erweiterte Formulierung für gezogene Stahlbetonscheiben genutzt. Der Übersichtlichkeit halber wird auf diese Quellen hier nicht eingegangen, sondern auf [80] oder weiter auf die Originalquellen verwiesen. Aufgrund der Überlegungen zum Einfluss der Querbewehrung auf das Rissverhalten von Stahlbetonbauteilen entwickelte PURAINER ein neues Modell zur Beschreibung der Rissabstände. Auf eine Herleitung dieses Modells wird an dieser Stelle verzichtet und auf [80] verwiesen. Dennoch wird auf die Ergebnisse eingegangen, da auch die eigenen Versuche mit Plattenstreifen auf diesem Modell basiert. Gleichung (4.6) zeigt die Rissabstände unter Berücksichtigung vorhandener Querbewehrung.

1.  $s_C < l_{e,abg} \rightarrow s_{rC} = 1,35 \cdot l_{e,abg}$
2.  $l_{e,abg} \leq s_C \leq 1,48 \cdot s_{rm} \rightarrow s_{rC} = s_C$
3.  $1,48 \cdot s_{rm} \leq s_C \leq 2,8 \cdot s_{rm} \rightarrow s_{rC} = 0,5 \cdot s_C$  (4.6)
4.  $2,8 \cdot s_{rm} \leq s_C \leq 3,7 \cdot s_{rm} \rightarrow s_{rC} = 0,33 \cdot s_C$
5.  $3,7 \cdot s_{rm} \leq s_C \rightarrow s_{rC} = s_{rm} = 1,35 \cdot l_e$

Mit einem vordefinierten Querbewehrungsabstand  $s_C$  lässt sich demnach der Rissabstand  $s_{rC}$  beeinflussen. Dieses Rissmodell wurde zur Vordimensionierung des Querbewehrungsabstandes der eigenen Plattenstreifenversuche gewählt. Dabei ist  $l_{e,abg}$  die abgeminderte Einleitungslänge basierend auf Gleichung (4.3), aber mit Berücksichtigung des Einflusses der Querbewehrung auf die Bettungsspannungen und des Einflusses der Querbewehrung auf die Querschnittsschwächung, welche im Abschnitt 4.3 hergeleitet werden.

Bei biegebeanspruchten Bauteilen lässt sich das Last-Verformungs-Verhalten analog zu dem zugbeanspruchter Bauteile herleiten. Dieser Verlauf ist in Bild 4.2 dargestellt. Das Zugspannungs-Dehnungs-Verhalten (z.B. Bild 4.1a) zeigt sich sehr ähnlich dem Momenten-Krümmungs-Verhalten ( $M-\kappa$ -Beziehung).

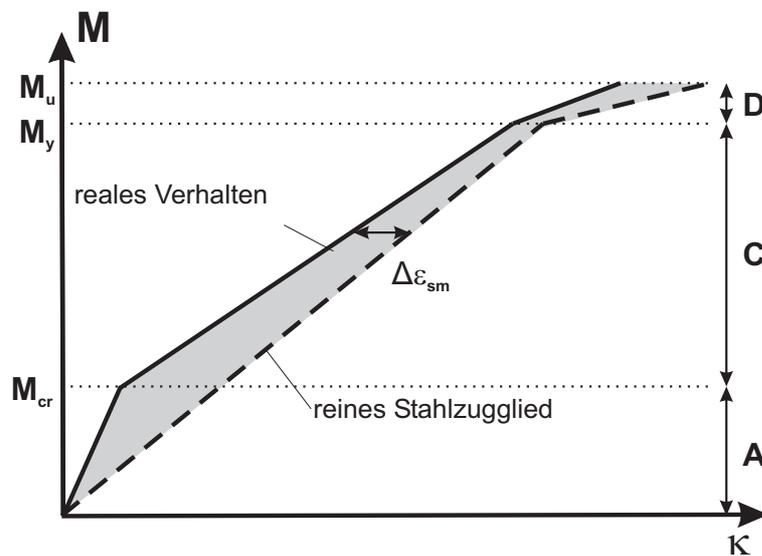


Bild 4.2: Momenten-Krümmungs-Beziehung ( $M-\kappa$ -Beziehung)

Im Diagramm sind die Biegesteifigkeiten  $EI^I$  und  $EI^II$  als Steigungen zu verstehen. Der Bereich A beschreibt den Zustand I, vor der Rissbildung. Beton und Betonstahl nehmen die Spannungen entsprechend dem Verhältnis ihrer Elastizitätsmoduln  $n = E_s/E_c$  auf. Der Bereich B, wie er sich bei zugbeanspruchten Bauteilen zeigt (Bild 4.1a), ist bei Biegebeanspruchung nicht so deutlich ausgeprägt. Der Übergang von Bereich A zu C erfolgt fließend. Das Mitwirken des Betons zwischen den Rissen (Tension Stiffening) ist wirksam. Die Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte (BERNOULLI) gilt näherungsweise auch bei gerissenem Querschnitt, da der Deh-

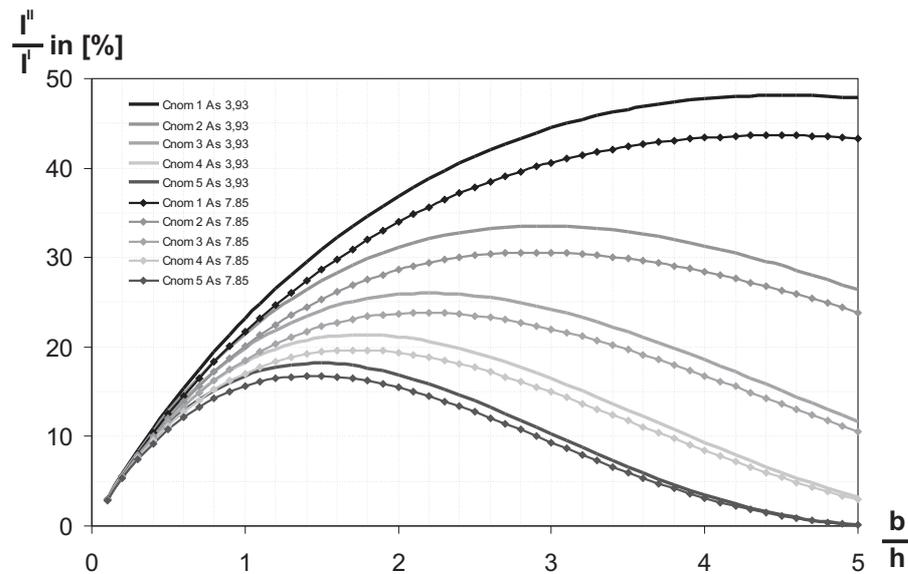
nungsunterschied zwischen Beton und Betonstahl durch einen engen Rissabstand lokal abgebaut wird.

Die Berechnung eines Bauteils im Zustand II ist sehr komplex, da eine große Anzahl von Parametern mit in die Berechnung einfließen. Nachfolgend werden kurz drei Berechnungen für Bauteile im gerissenen Zustand gezeigt:

- Abschätzen der Biegesteifigkeiten im Zustand II,
- Berechnung ohne Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen und
- Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens nach FASTABEND [35]

#### 4.1.1 Abschätzen der Biegesteifigkeiten

Aufgrund der Komplexität einer exakten Berechnung oder auch infolge des Zeitdruckes bei der statischen Berechnung kann eine Abschätzung der Biegesteifigkeit  $EI^{II}$  notwendig werden. Wertet man den Einfluss verschiedener Verhältnisse von Breite zu Höhe für einfach bewehrte Rechteckquerschnitte aus, so ergibt sich das in Bild 4.3 dargestellte Verhalten.



**Bild 4.3:** Biegesteifigkeitsverhältnis bei verschiedenen  $b/h$ -Verhältnisse bei einfach bewehrten Rechteckquerschnitten (E-Modul konstant)

Daraus lässt sich ableiten, dass für einfach bewehrte Balkenquerschnitte mit einem Seitenverhältnis  $\frac{b}{h} < 1$  das Verhältnis der Steifigkeiten hinreichend genau zwischen 20 und 3 % liegt. Der Einfluss der Betonüberdeckung  $c_{nom}$  und der Anzahl der Bewehrungsstäbe auf dieses Verhältnis ist nicht relevant. Somit kann der Bereich  $b/h < 1$  vereinfachend durch folgende lineare Beziehung für einen Rechteckquerschnitt beschrieben werden:

$$EI^{II} = 0,2 \cdot EI^I \quad (4.7)$$

Dabei berechnet sich das Flächenträgheitsmoment  $I^{II}$  im Zustand II nach [109] zu:

$$I^{II} = \frac{b \cdot (x^{II})^3}{3} + n \cdot A_{s1} \cdot (d - x^{II})^2 \quad (4.8)$$

mit der Betondruckzonenhöhe  $x^{II}$  im gerissenen Zustand

$$x^{II} = d \cdot \left( -n\rho_{s1} + \sqrt{(n\rho_{s1})^2 + 2n\rho_{s1}} \right) \quad (4.9)$$

mit  $\rho_{s1} = \frac{A_{s1}}{b \cdot d} \quad n = \frac{E_s}{E_c}$

Für Plattenstreifen gilt diese Vereinfachung nach Gleichung (4.7) nicht, da  $b/h > 1$  ist. Je größer das Seitenverhältnis, desto größer ist der Einfluss der Betonüberdeckung  $c_{nom}$  auf die Biegesteifigkeit im Zustand II. Dies ergibt sich aus der Tatsache, dass der beim Übergang in den Zustand II wegfallende Querschnittsbereich größer wird. Bei konstantem Seitenverhältnis  $b/h > 1$  ist erkennbar, dass mit steigender Betonüberdeckung der Biegesteifigkeitsverlust aus gleichem Grunde zunimmt. Dies zeigt, dass die Biegesteifigkeiten von Plattenstreifen ( $b/h > 1$ ) für jeden Fall einzeln berechnet werden sollten.

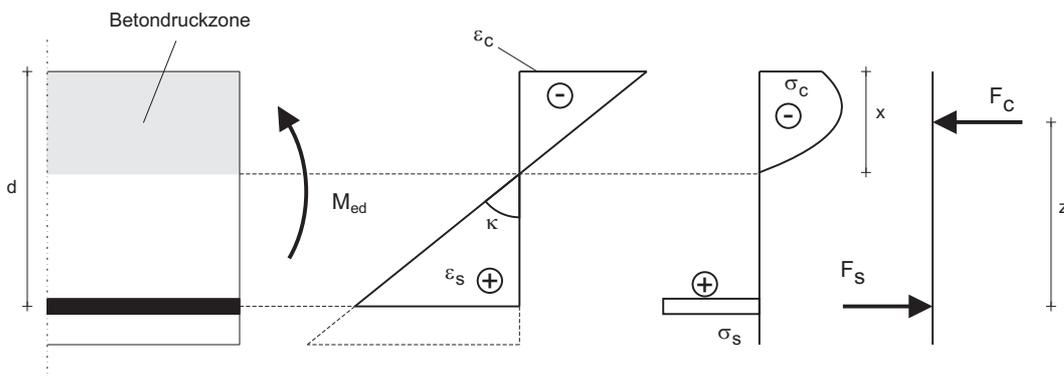
#### 4.1.2 Berechnung der Biegesteifigkeit im Zustand II ohne Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen

Berücksichtigt man die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen nicht, so muss der Betonstahl die in einem Querschnitt auftretenden Zugspannungen alleine aufnehmen. Die Biegesteifigkeit im gerissenen Zustand kann dann wie folgt berechnet werden. Die Stahldehnung  $\varepsilon_s$  ist gleich der mittleren Dehnung  $\varepsilon_{sm}$ . Das Biegemoment berechnet sich zu:

$$M = F_s \cdot z = A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_s \cdot z \quad (4.10)$$

woraus folgt:

$$\varepsilon_s = \frac{M}{E_s \cdot A_s \cdot z} \quad (4.11)$$



**Bild 4.4:** Querschnitt im gerissenen Zustand, Dehnungen, Spannungen, Kräfte

Aus der Geometrie in Bild 4.4 kann die Krümmung  $\kappa$  berechnet werden zu:

$$\kappa = \frac{\varepsilon_s}{d - x} = \frac{M}{EI^I} \quad (4.12)$$

Somit folgt aus den Gleichungen (4.11) und (4.12):

$$\kappa = \frac{M}{E_s \cdot A_s \cdot z \cdot (d - x)} = \frac{M}{EI^{II}} \quad (4.13)$$

Daraus kann unter Vernachlässigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen, die Biegesteifigkeit des gerissenen Stahlbetonquerschnittes angegeben werden mit:

$$EI^{II} = E_s \cdot A_s \cdot z \cdot (d - x) \quad (4.14)$$

### 4.1.3 Berechnung des Last–Verformungs–Verhaltens nach FASTABEND [35]

FASTABEND [35] beschreibt in seiner Arbeit einen weiteren Berechnungsansatz zur Berechnung des Steifigkeitsabfalls von Stahlbeton im Zustand II. Seine Berechnungen stützt er auf die Arbeiten von RAO [83], FALKNER [34] und ROSTÁSY [89]. Auf eine genaue Herleitung der Ergebnisse wird an dieser Stelle verzichtet. Es wird sich im Weiteren nur auf die Ergebnisse der Arbeit bezogen. Wie auch in den zuvor genannten Verfahren geht auch [35] davon aus, dass sich die Krümmung aus den geometrischen Zusammenhängen bestimmen lässt:

$$\kappa = \frac{M}{EI^{II}} = \frac{|\varepsilon_c| + |\varepsilon_{sm}^{II}|}{d} \quad (4.15)$$

Die mittlere Stahldehnung  $\varepsilon_{sm}$  wird wie folgt berechnet:

$$\varepsilon_{sm}^{II} = \varepsilon_s^{II} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{(0,2 - n \cdot \rho_{s1}) \cdot f_{ctm}}{\rho_{s1} \cdot \sigma_s^{II}} \right)^2 \right] \quad (4.16)$$

mit

$$\sigma_s^{II} = \frac{M}{A_s \cdot \left( d - \frac{x^{II}}{3} \right)} \quad (4.17)$$

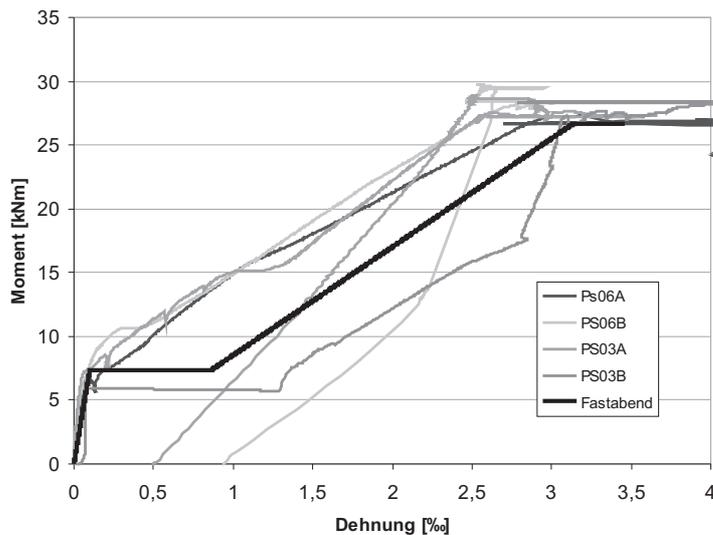
Die Höhe der Betondruckzone im gerissenen Zustand  $x^{II}$  in Gleichung (4.17) lässt sich über Gleichung (4.9) berechnen. FASTABEND berücksichtigt in seinen Betrachtungen auch die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen. In Gleichung (4.16) wird dieser Effekt durch den zu subtrahierenden Anteil berücksichtigt.

Die mittlere Stahldehnung nach [35] in (Gleichung (4.16)) wurde für die eigenen Plattenstreifen (PS03A, PS03B, PS06A und PS06B; siehe Kapitel 6) mit einer Betonüberdeckung  $c_5 = 5 \text{ cm}$  berechnet und in Bild 4.5 mit den mittleren gemessenen Stahldehnungen der vier Versuchskörper verglichen. Bei der Berechnung wurde die Verfestigung des Stahls nach Erreichen der Fließgrenze nicht berücksichtigt. Es wurde für die Berechnung der reinen Stahldehnungen des Betonstahls eine bilineare Spannungs-Dehnungs-Linie zugrunde gelegt. Die Berechnung der mittleren Stahldehnung im Zustand I erfolgte über folgende Beziehung:

$$\varepsilon_{sm}^I = \frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{M}{E_c \cdot W} \quad (4.18)$$

mit  $W = \frac{b \cdot h^2}{6}$

Es ist zu erkennen, dass die berechnete mittlere Stahldehnung  $\varepsilon_{sm}^{II}$  im gerissenen Zustand hinreichend genau nach Gleichung (4.16) beschrieben werden kann. Es ist ebenfalls die schlagartige Dehnungszunahme im Übergang von Zustand I in Zustand II zu erkennen. Nicht alle Versuchsergebnisse geben diesen Verlauf wieder, da nicht immer Risse im unmittelbaren Bereich der Dehnmessstreifen auftraten.



**Bild 4.5:** Vergleich der mittleren Stahldehnung nach FASTABEND [35] mit eigenen Versuchsergebnissen

## 4.2 Einfluss des Verbundes auf das Tragverhalten

Der Aspekt des Einflusses des Verbundes bzw. der Verbundwirkung auf das Last-Verformungs-Verhalten von Stahlbetonbauteilen ist weitreichend und kann im Rahmen dieser Arbeit nur kurz angesprochen werden. Die Grundlagen des Verbundverhaltens wurden in Abschnitt 2.3 ausgeführt. Für das in dieser Arbeit untersuchte Last-Verformungs-Verhalten von biegebeanspruchten Platten, sollen die Erkenntnisse aus [51] und [80] übertragen werden. Dabei geht es um die Auswirkung einer bewehrungsparallelen Rissbildung auf das Tragverhalten. Auf Basis des in [51] entwickelten Zusammenhangs zwischen Verbundspannungen, Verbundnormalspannungen und Verbundschubspannungen, und dem Schlupf, die Relativverschiebung zwischen Betonstahl und Beton, entwickelte [80] ein Modell zur Berücksichtigung der infolge Längsrissen veränderten Verbundwirkung bei zweiachial zugbeanspruchten Scheiben. Dazu berechnet [80] einen abgeminderten Mitwirkungsfaktor  $\beta_{t,abg}$ :

$$\beta_{t,abg} = \beta_t \cdot e^{-1,4 \cdot \sqrt{w/h_s}} \cdot \left(1,32 - 0,072 h_s + \frac{1,4 + h_s}{h_s} \cdot w\right) \quad (4.19)$$

Dieser wird für die Bewehrungsstäbe mit bewehrungsparallelem Längsriss bei der Berechnung des LVV angesetzt. Die Stäbe ohne Längsriss mit voller Verbundwirkung werden mit  $\beta_t = 0,405$  berücksichtigt (für Kurzzeitbelastung).

Das LVV in Form einer Momenten-Krümmungs-Beziehung kann nach [80] wie folgt berechnet werden:

– ungerissen ( $0 < M \leq M_{cr,abg}$ ):

$$\kappa = \frac{1}{r} = \frac{M}{EI} \quad (4.20)$$

mit:  $M_{cr,abg} = \alpha_s \cdot f_{ctm} \cdot (1 - \rho_C) \cdot W_i$

– sukzessive Rissbildung ( $M_{cr,abg} < M \leq 1,3 M_{cr,abg}$ ):

$$\kappa = \frac{1}{r} = \frac{\epsilon_c - \epsilon_{sm}}{d} \quad (4.21)$$

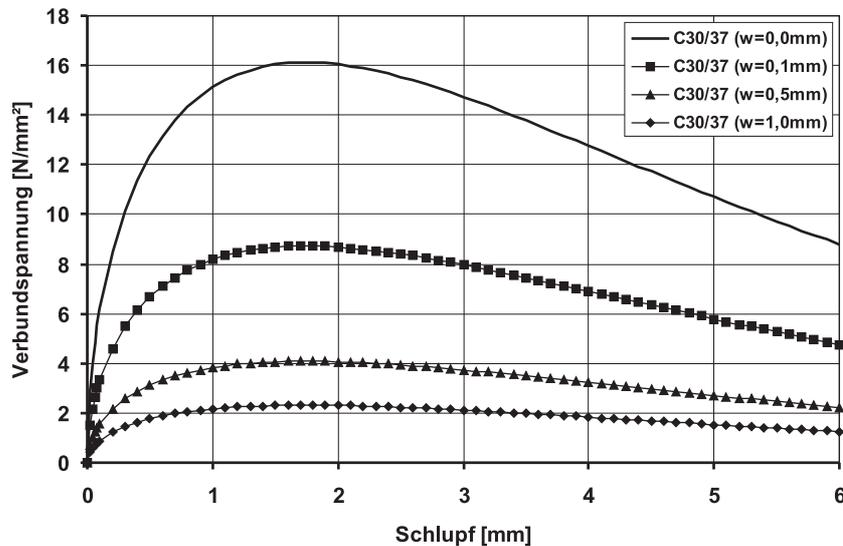
$$\text{mit: } \epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - \left( \frac{\beta_{t,abg} \cdot (\sigma_s - \sigma_{sr,abg})}{0,3 \sigma_{sr,abg}} \cdot (\epsilon_{sr2} - \epsilon_{sr1}) + \frac{1,3 \sigma_{sr,abg} - \sigma_s}{0,3 \sigma_{sr,abg}} \cdot (\epsilon_{sr2,abg} - \epsilon_{sr1,abg}) \right)$$

– abgeschlossene Rissbildung ( $1,3 M_{cr,abg} < M \leq M_u$ ):

$$\kappa = \frac{1}{r} = \frac{\epsilon_c - \epsilon_{sm}}{d} \quad (4.22)$$

$$\text{mit: } \epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - \beta_{t,abg} \cdot (\epsilon_{sr2} - \epsilon_{sr1})$$

Daraus wird ersichtlich, wie sich die Abminderung des Verbundes infolge Längsrissen auf das Last-Verformungs-Verhalten auswirken kann. Bild 4.6 zeigt, wie groß der Einfluss eines bewehrungsparallelen Risses auf die maximal übertragbare Verbundspannung, hier Verbundnormalspannung, ist. Ein Riss mit einer Breite von  $0,1 \text{ mm}$  verringert die Verbundspannung auf etwa 50% der Verbundspannung ohne Vorhandensein eines Risses. Eine Rissbreite von  $0,5 \text{ mm}$  ist bei älteren Stahlbetonbauwerken nicht ungewöhnlich. Die maximal übertragbare Verbundspannung reduziert sich dabei auf ca. 25%. Dieser Aspekt sollte somit bei statischen Neuberechnungen für Nutzungsänderungen oder das Bauen im Bestand berücksichtigt werden.



**Bild 4.6:** Abnahme der aufnehmbaren Verbundspannungen infolge Längsriss nach Gleichung 2.39

Im Bereich der Weiternutzung vorhandener Bauwerke stellt sich die Aufgabe, die Auswirkung vorhandener Risse auf die Tragfähigkeit und Dauerhaftigkeit zu bewerten. Zur Verbesserung der Verbundwirkung werden Risse beispielsweise mit Zementsuspension instandgesetzt. Hierzu werden in [38, 53] Versuche an Stahlbetonzugkörpern mit instandgesetzten Längsrissen durchgeführt und die Steigerung der vorher stark verminderten übertragbaren Verbundspannung quantifiziert.

## 4.3 Einfluss der Anisotropie infolge Bewehrung

### 4.3.1 Modellierungsebenen

Bei Stahlbetonbauteilen wird die Anisotropie unter Anderem durch die Anordnung der Bewehrung vorgegeben. Dies ist Absicht, da ein bestimmtes vorher beabsichtigtes Tragverhalten erzielt werden soll. Betrachtet man die verschiedenen Maßstäbe bei der Modellbildung, so wird die vorhandene Anisotropie unterschiedlich ins Gewicht fallen. Als Abbildungsmaßstäbe können beispielsweise der Mikro-, der Meso- und der Makro-Bereich definiert werden [54].

#### Mikro-Bereich

Für die Modellierung von Details ist der Mikro-Bereich geeignet. Eine derartige Modellierung kann beispielsweise dann notwendig werden, wenn der Einfluss der Rippengeometrie eines Bewehrungsstabes untersucht werden soll. Hier muss die Geometrie so exakt sein, dass die Rippen genau abgebildet werden. Weiterhin können auch die Bestandteile des Betons, Zuschläge und Matrix, getrennt modelliert werden. Dieser hohe Detaillierungsgrad erfordert eine Beschreibung aller Materialeigenschaften und die Formulierungen über die Interaktion der einzelnen Materialien untereinander. Diese Art der Modellierung bietet sich nur für die Untersuchung einzelner Aspekte an, da bei der Untersuchung ganzer Bauteile oder Strukturen der Rechenaufwand enorm steigt. In Anbetracht der rasanten Entwicklung der Rechenleistung der Computer sind solche Modelle in naher Zukunft wahrscheinlich ohne großen Zeitverlust berechenbar. Es ist jedoch nicht immer notwendig, sich solch komplexer Modelle zu bedienen.

#### Meso-Bereich

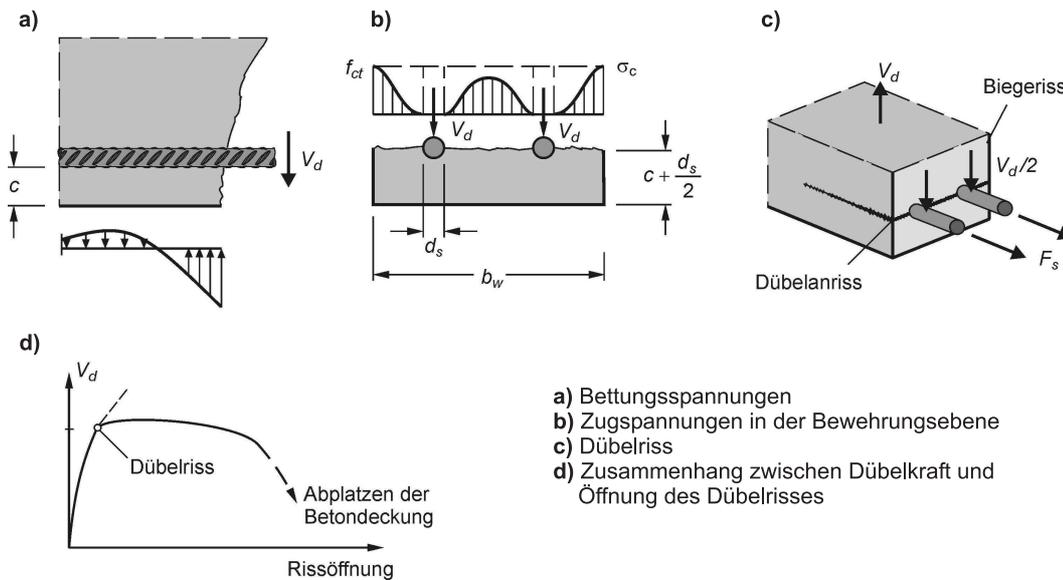
Für den Bereich der Abbildung größerer Modellausschnitte, z.B. einzelner Bauteile, ist ein geringerer Detaillierungsgrad sinnvoll. Unter Berücksichtigung von Vereinfachungen und Homogenisierungen kann das Tragverhalten eines Bauteils ausreichend genau berechnet werden. Materialgesetze müssen auf ihre Gültigkeit hin überprüft und bei Bedarf angepasst werden. Wichtig ist die Diskretisierung des Modells, da insbesondere die Abbildung des Verbundverhaltens zwischen Betonstahl und Beton nur wirklichkeitsnah erfolgen kann, wenn die Elemente den Verlauf der Spannungen zwischen zwei Rissen zutreffend beschreiben können. In den Meso-Bereich fallen Berechnungen von Bauteilen wie Balken, Platten, Scheiben oder Schalen.

#### Makro-Bereich

Die Berechnung von kompletten Tragwerken oder Tragsystemen findet in der Regel im Makro-Bereich statt. Hierbei ist der Detaillierungsgrad nur so hoch, dass die Berechnung mit einem vertretbaren Rechenaufwand durchgeführt werden kann. Es geht nicht um die Untersuchung von Details, sondern um das globale Tragwerksverhalten. Rissweiten oder die Lage einzelner Risse sind dabei von untergeordneter Bedeutung. Wie im Meso-Bereich ist im Makro-Bereich die Berücksichtigung der im geometrischen und mechanischen Modell nicht abgebildeten Tragwirkungen durch die Modifikation der Werkstoffgesetze üblich [54].

### 4.3.2 Dübelwirkung

Die Dübelwirkung der Bewehrung ist eine Haupteigenschaft des anisotropen Werkstoffs Stahlbeton. Sie kommt immer dann zur Wirkung, wenn eine Beanspruchung des Betonstahls quer zur Stabachse auftritt. Dies ist in den meisten Bauteilen der Fall, da reine Stahlbetonzugglieder nur selten zur Anwendung kommen. Das Bild 4.7 zeigt sehr anschaulich die wichtigsten Aspekte der Dübelwirkung der Bewehrung.



**Bild 4.7:** Dübelwirkung der Bewehrung [109]

Bild 4.7a) zeigt den Verlauf der Bettungsspannungen längs eines Bewehrungsstabes. Darauf wird später nochmal kurz eingegangen. Bild 4.7b) zeigt den Verlauf der in den Beton eingeleiteten vertikalen Zugspannungen  $\sigma_c$ , die, bei Erreichen der Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$ , zur Entstehung eines Dübelrisses (Bild 4.7c) führen. Im Diagramm in Bild 4.7d) ist der Zusammenhang zwischen der Dübelkraft  $V_d$  und der Rissöffnung qualitativ dargestellt. Sehr detaillierte Untersuchungen zur Tragfähigkeit von Dübeln und Scherbolzen findet man u.a. in [68], [70] und [82]. Darin wird gezeigt, dass sich der halbempirische Ansatz von [84] bis heute durchgesetzt hat.

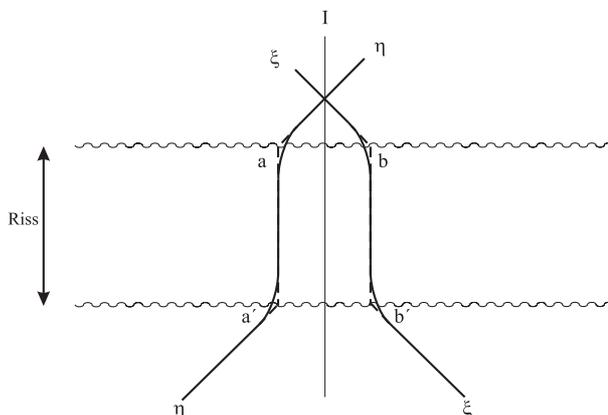
$$F_u = k \cdot d_s^2 \cdot \sqrt{f_y \cdot f_{c,cyl}} \quad (4.23)$$

Die Konstante  $k$  wurde experimentell zu 1,3 bestimmt. Mit dieser Konstanten berechnet [84] Betonpressungen bis zum fünffachen der Zylinderdruckfestigkeit. Dieser Ansatz berücksichtigte keine Annahme für die Spannungsverteilung unter dem Bewehrungsstab, sondern geht von einem Mittelwert der Betonpressungen aus. Mit Berücksichtigung der Bettung des Bewehrungsstabes wird in [82] für Stäbe mit Durchmesser  $d_s \geq 10 \text{ mm}$  und  $f_y \geq 400 \text{ N/mm}^2$  festgestellt, dass die Grenzlast  $F_u$  etwa proportional mit der Stahlquerschnittsfläche und der Wurzel aus der Betondruckfestigkeit ansteigt. Daraus ergibt sich, basierend auf dem Ansatz aus [84], folgende Gleichung:

$$F_u = 1,5 \cdot A_s \cdot \sqrt{f_y \cdot f_{cwm}} \quad (4.24)$$

Dabei ist  $f_{cwm}$  die Betondruckfestigkeit von Probewürfeln mit 200 mm Kantenlänge.

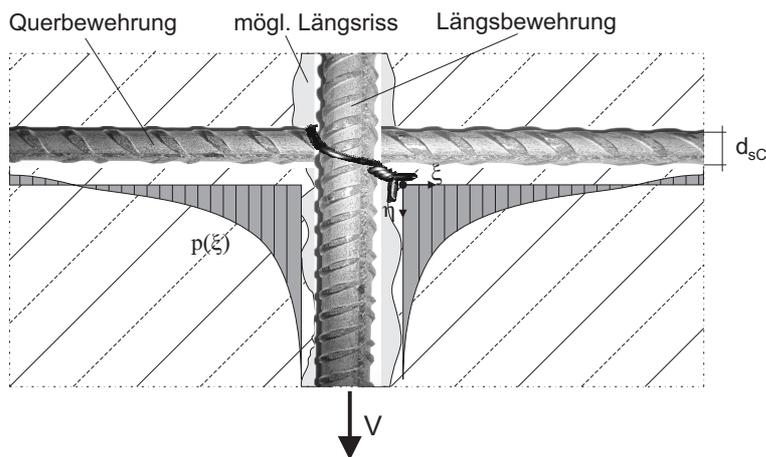
Dass diese Dübelkräfte innerhalb eines zug- oder biegebeanspruchten Stahlbetonbauteils tatsächlich auftreten, zeigen die Überlegungen, die in [97] ausgeführt sind. Öffnet sich ein Riss infolge des Überschreitens der Betonzugfestigkeit, so erfolgt eine Bewegung der Rissufer voneinander weg. Bei eingebautem orthogonalen Bewehrungsnetz wird die Bewehrung im Bereich des Risses lokal nicht nur auf Zug sondern auch auf Biegung beansprucht. Bild 4.8 zeigt den realen Verlauf von Bewehrungsstäben über einen Riss hinweg.



**Bild 4.8:** Realer Verlauf der Bewehrungsstäbe im Rissbereich [97]

Diese Beanspruchung der Bewehrung, auch als *Kinking-Effekt* bezeichnet, führt zu einer örtlichen Zusatzbeanspruchung sowohl im Beton als auch im Betonstahl. Der Beton entzieht sich dieser Beanspruchung lokal mit Rissbildung und die Bewehrung mit örtlichem Plastizieren. Folglich wird eine biegebeanspruchte Platte mit geneigtem Bewehrungsnetz eine geringere Traglast erreichen als eine Platte, bei der Risse und Bewehrungsstäbe senkrecht aufeinander stehen.

Betrachtet man einen mit der Längsbewehrung fest verbundenen Querbewehrungsstab analog einem elastisch gebetteten Balken, so wird sich etwa der in Bild 4.9 dargestellte Bettungsspannungsverlauf einstellen.



**Bild 4.9:** Bettungsverlauf eines querbelasteten Bewehrungsstabes gem. Gleichung 4.25

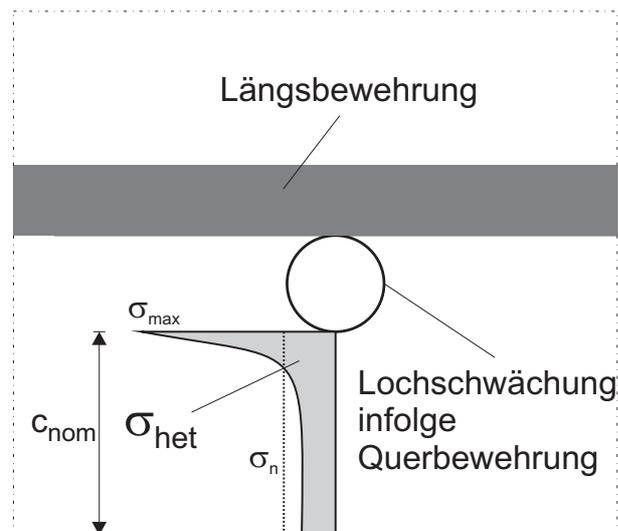
$$p(\xi) = G \cdot \eta = \frac{1}{d_{sc}} \cdot EI \cdot \frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} \quad (4.25)$$

mit

- $p$  = Pressung zwischen Bewehrungsstab und Beton
- $\eta$  = Einsenkung des Bewehrungsstabes in den Beton
- $G$  = Bettungsziffer des Betons unter dem Bewehrungsstab
- $\xi$  = Entfernung vom Rissufer
- $d_{sc}$  = Durchmesser des Querbewehrungsstabes
- $EI$  = Biegesteifigkeit des Querbewehrungsstabes

Der Verlauf der Spannungen  $p(\xi)$  zeigt, dass sich zur Längsbewehrung hin, doch erhebliche Spannungsspitzen ergeben, die sich mit den bereits im Bauteil vorhandenen Spannungen überlagern. Allerdings ist der Verlauf in der Realität nicht so extrem ausgeprägt, wie es Bild 4.9 als Lösung von Gleichung (4.25) erwarten lässt. Als Ergebnis einer Variation von Elastizitätsmodul des Betons und Durchmesser des Querbewehrungsstabes wird in [80] gezeigt, dass die Spannungserhöhung infolge Querbewehrung näherungsweise mit dem Faktor  $\alpha_{k2} = 2,0$  angenommen werden kann.

Ein weiterer Einfluss auf die Rissbildung kann durch die Querschnittsschwächung infolge Querbewehrung dargestellt werden. Bei der Betrachtung der wirksamen Betonzugzone wird in der DIN 1045–1 [21] (siehe Bild 7.2) keine Querbewehrung berücksichtigt. Tatsächlich stellt der zylindrische Körper der Querbewehrung im vertikalen Längsschnitt eines Balkens eine Lochschwächung dar.



**Bild 4.10:** Spannungserhöhung aufgrund Querschnittsschwächung infolge Querbewehrung in einem zugbeanspruchten Stahlbetonbauteil

Bild 4.10 zeigt die Spannungserhöhung infolge Lochschwächung. Der Verlauf der Spannungen  $\sigma_{het}$  ist von vielen geometrischen Randbedingungen abhängig und kann beispielsweise mit dem Spannungsgradientenansatz beschrieben werden [81]. Diese Spannungen aus Lochschwächung überlagern sich mit den Spannungen  $\sigma_{hom}$  infolge äußerer Beanspruchung. Ein Riss am Bauteilrand ist dann zu erwarten, wenn  $\sigma_{hom} + \sigma_{het} = f_{ct}$  erreicht.

Analog zum Vorgehen in PETERSEN [79] zeigt PURAINER [80] mit einer FE-Studie für Lochschwächungen mit unterschiedlichen Durchmessern einen funktionalen Zusammenhang für einen Spannungserhöhungsfaktor. Dieser ergibt sich unter Berücksichtigung des Verhältnisses der

Scheibenbreite  $b$  zum Querbewehrungsdurchmesser  $d_{sC}$  zu:

$$\alpha_{k1} = 1 + 1,94 \cdot \ln \left( \frac{b}{d_{sC}} \right) \quad (4.26)$$

Daraus ergibt sich der Gesamtfaktor für die Spannungserhöhung infolge Dübelwirkung der Querbewehrung und Lochschwächung infolge Querbewehrung zu  $\alpha_k = \alpha_{k1} \cdot \alpha_{k2}$ :

$$\alpha_k = \left[ 1 + 1,94 \cdot \ln \left( \frac{b}{d_{sC}} \right) \right] \cdot 2,0 \quad (4.27)$$

Die Verknüpfung der Spannungserhöhung mit der Menge der Querbewehrung im betrachteten Querschnitt ermöglicht dann die Berechnung der Reduzierung der wirksamen Betonzugzone infolge Querbewehrung. Die Menge der Querbewehrung wird in [80] durch die Einführung des Querbewehrungsgrades  $\rho_C$  berücksichtigt:

$$\rho_C = \frac{b_{eff} \cdot d_{sC} \cdot m}{A_{c,eff}} \quad (4.28)$$

Die theoretisch berechenbaren Werte für  $\alpha_k$  nach Gleichung (4.27) werden im Rahmen von praktischen Versuchen nicht erreicht. In der Realität zeigt sich ein Wert von  $\alpha_k = 1,0$  als richtig, da die Inhomogenitäten im Beton durch die Zuschläge im Bereich der Größenordnung der Querbewehrungsdurchmesser liegen. Die Zugspannungen im Beton verlaufen nicht so ideal, wie es die Bilder 4.9 und 4.10 erwarten lassen. Somit lässt sich die wirksame Betonzugzone wirklichkeitsnah berechnen zu:

$$A_{c,abg} = A_{c,eff} \cdot (1 - \rho_C) \quad (4.29)$$

Daraus ergibt sich die reduzierte Einleitungslänge  $l_{e,abg}$  und daraus folgend auch andere Rissabstände  $s_{r,min}$ ,  $s_{rm}$  und  $s_{r,max}$ .

## Kapitel 5

# Einfluss der Bewehrungsrichtung auf die Rissbildung und das Last–Verformungs–Verhalten

*Dieses Kapitel beschreibt nach einer kurzen Einführung den Einfluss der Richtung der eingelegten Bewehrung auf das entstehende Rissbild, abgeleitet aus eigenen Versuchen. Mit ingenieurmäßigem Sachverstand und gewisser Erfahrung können folglich Schlussfolgerungen auf die Bewehrung aus dem beobachtbaren Rissbild gezogen werden. Im letzten Abschnitt wird die Berechnung des Last–Verformungs–Verhaltens mit Hilfe der FE–Methode gezeigt, wobei der Schwerpunkt auf der möglichst einfachen, der Realität entsprechenden Modellierung der Geometrie liegt.*

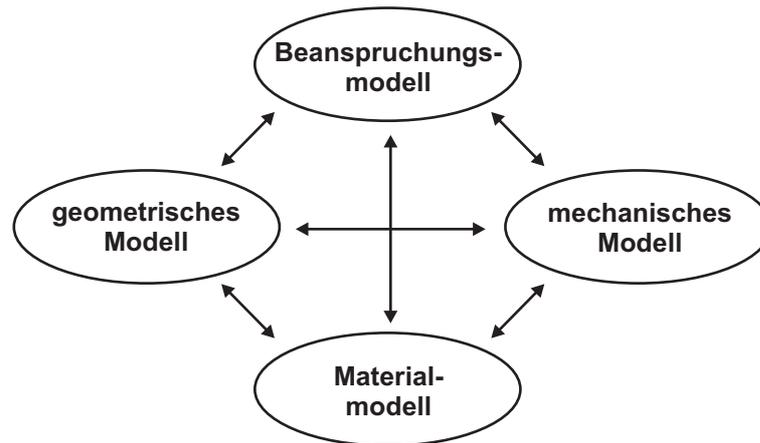
### 5.1 Einführung

Zur Abbildung eines bestimmten Tragverhaltens eines Bauteils im Versuch wird eine Modellbildung durchlaufen, genauso, wie es bei der Erstellung eines numerischen Modells für eine rechnergestützte Berechnung notwendig ist. Bei der Konzeption der Versuchskörper für die eigenen Plattenversuche im nachfolgenden Kapitel, wurden Überlegungen angestellt, ob und wie die geplanten Versuchskörper einen Ausschnitt der Realität darstellen und demzufolge aus den Versuchsergebnissen Rückschlüsse auf das Tragverhalten realer Strukturen geschlossen werden können. Bei einer Modellbildung können die verschiedenen Modellbereiche mit verschieden hohen Ausprägungsgraden bzw. Detaillierungsstufen berücksichtigt werden. Bild 5.1 zeigt die Wechselwirkungen der einzelnen Modellbereiche untereinander. Bei verschiedenen Aufgabenstellungen können verschiedene Bereiche in den Vordergrund treten. Wird beispielsweise eine komplexe Geometrie aus der Realität im Modell zu stark vereinfacht, so kann die in der Realität vorherrschende Tragwirkung, die eventuell in der Geometrie begründet ist, im Modell nicht abgebildet werden, egal wie wirklichkeitsnah die anderen Bereiche modelliert sind. Sind die Materialgesetze korrekt eingegeben und ist auch die Geometrie stimmig, so wird kein korrektes mechanisches Verhalten von Stahlbeton erzielt werden, wenn die Verknüpfung zwischen Stahl– und Betonelementen nicht vorhanden ist, da so gar keine Verbundwirkung entstehen kann.

Es besteht ebenso ein Zusammenhang zwischen dem Beanspruchungsmodell und dem Material-

modell. Im Bereich der hochdynamischen Beanspruchung von betonartigen Strukturen nützt die detaillierteste Abbildung im Beanspruchungsmodell, beispielsweise einer Blastwelle mit Druck- und Sogphase und dem korrekten Zeitverlauf nichts, wenn innerhalb der abgebildeten Stahlbetonstruktur die Materialien ohne Druck- bzw. Zugfestigkeitssteigerung infolge hoher Verzerungsraten modelliert werden.

Bei der weiter hinten erläuterten Berechnung von Stahlbetonplatten mit Hilfe der FE-Methode ergeben sich quasi vor dem eigentlichen Rechengang schon Grenzen für bestimmte Ergebnisse. Beispielsweise wird mit der Festlegung auf eine bestimmte Netzfeinheit das bei Berechnungsende entstehende Rissbild vorgegeben, es ist quasi modellinhärent (Bild 5.13).



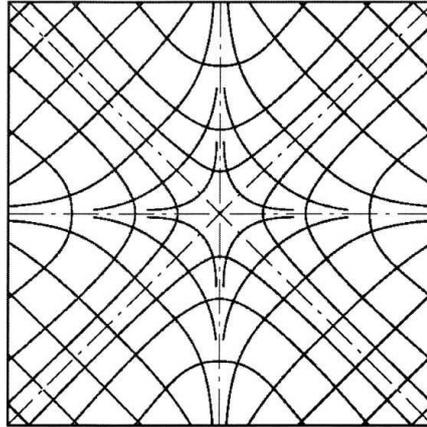
**Bild 5.1:** Verknüpfung der einzelnen Modellbereiche, modifiziert nach [54]

## 5.2 Einfluss der Bewehrungsrichtung auf die Rissbildung

Durch mechanische Überlegungen lassen sich einige Gesetzmäßigkeiten der Beeinflussung der Rissrichtung durch die Bewehrung herleiten. In [7] werden durch Gleichgewichtsbeziehungen längs und quer zum Riss Gleichungssysteme aufgestellt, mit denen sich Hauptnormalkräfte, Schubkräfte und verschiedene Rissrichtungen berechnen lassen. Diese Betrachtungen sind auch heutzutage noch Grundlage bei der Bemessung von orthogonalen Bewehrungsnetzen in biegebeanspruchten Stahlbetonplatten. Kontinuumsmechanisch würde eine Stahlbetonplatte mit einem orthogonalen Bewehrungsnetz mit einem nichtlinear-orthotropen Materialgesetz beschrieben werden. Eine solche Betrachtung ist nicht Bestandteil dieser Arbeit, da hier vorrangig mit ingenieurmäßigen Methoden vorgegangen werden soll. Daher folgt eine überwiegend phänomenologische Beschreibung der Beeinflussung des Rissbildes durch die Bewehrung.

In Bild 5.2 ist der Verlauf der Hauptspannungstrajektorien einer Platte unter Gleichlast qualitativ dargestellt. Aus diesem Verlauf, der sich bei einer Stahlbetonplatte nur im Zustand I (ungerissen) einstellt, lässt sich eventuell das Erstrissbild abschätzen. Ganz genau lässt es sich nie vorhersagen, da die im Beton vorhandenen Inhomogenitäten und Streuungen der Materialeigenschaften immer eine gewisse Unsicherheit beinhalten. Trotz der Unsicherheiten zeigen die Bilder der Erstrisse der Versuchsplatten im Anhang E.1, dass diese ganz gut prognostizierbar sind. Sie korrelieren aber noch nicht mit der Richtung der eingebauten Bewehrung, sondern entstehen immer senkrecht zur Hauptzugspannung. Mit dem Entstehen der ersten Risse verändert sich das Verhalten der Stahlbetonplatte deutlich. Erstens sinkt die Steifigkeit von der Biegestei-

figkeit im Zustand I auf die Biegesteifigkeit im Zustand II. Damit wird die Platte wesentlich weicher. Zweitens erfährt der Querschnitt eine interne Spannungs- bzw. Kräfteumlagerung. Waren die Spannungen im Zustand I im Verhältnis der E-Moduln verteilt, so entzieht sich der Beton im Zustand II weitgehend der Abtragung von Zugkräften, abgesehen vom Mitwirken des Betons auf Zug zwischen den Rissen (Tension Stiffening). Die Zugkräfte müssen von der Bewehrung aufgenommen werden.



**Bild 5.2:** Hauptspannungstrajektorien einer allseitig gelenkig gelagerten Quadratplatte unter Gleichlast

Liegt diese Bewehrung so im Bauteil, dass ihre Richtung nicht mit der Richtung der anfänglichen Hauptspannungen übereinstimmt, so kommt es zur Einleitung zusätzlicher Umlenk- und Dübelkräfte, die ein gewisses Rissbild induzieren können. Bei den Versuchen an zugbeanspruchten Scheiben in [80] zeigt sich die Rissbildung logischerweise in Richtung der Längs- und Querbewehrung, da bei diesen Versuchen kein Winkel zwischen Hauptspannungen und Bewehrung vorlag. Bei den eigenen Versuchen an biegebeanspruchten Platten lässt sich ein Zusammenhang zwischen Bewehrungsrichtung und entstehendem Rissbild mehr oder weniger deutlich erkennen. Bild 5.3 zeigt beispielhaft, wie ein Rissbild bei Bewehrungsrichtung  $\alpha = 22,5^\circ$  aussieht. Es sind deutlich die Erstrisse erkennbar, die im Bild von links nach rechts verlaufen. Diese treten nach Überschreiten des Rissmomentes auf und verteilen sich relativ gleichmäßig über die gesamte Platte senkrecht zur Hauptzugrichtung. Die dargestellte Platte wurde auf dem im Bild oberen und unteren Plattenflügel belastet. Nachdem sich dieses Erstrissbild eingestellt hat, kann die Platte die Kräfte auf der Zugseite nur noch über das geneigte Bewehrungsnetz abtragen. Somit ergeben sich weitere Risse (teilweise markiert), welche sich eindeutig an der Richtung der eingebauten Bewehrung orientieren. In Bild 5.4 ist das Rissbild eines weiteren Plattenversuchs bei Versuchsende dargestellt. Bei diesem Versuch wurde eine zweiachsigel Biegebeanspruchung mit gleicher Beanspruchung aller Plattenflügel aufgebracht. Die Erstrisse sind ebenfalls in den Randbereichen senkrecht zur Hauptzugrichtung entstanden. Bei weiterer Steigerung der Beanspruchung entstehen zunehmend Risse mit anderer, an der eingebauten Bewehrung ausgerichteter Orientierung.

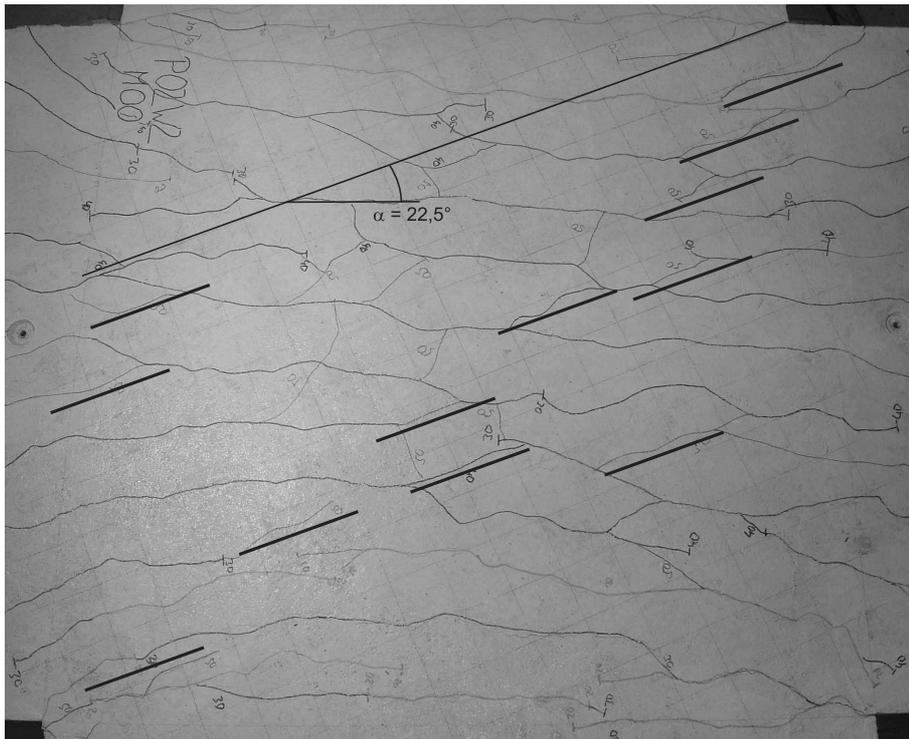


Bild 5.3: Einfluss der Richtung der Bewehrung, Versuchskörper P02W2M00,  $\alpha = 22,5^\circ$

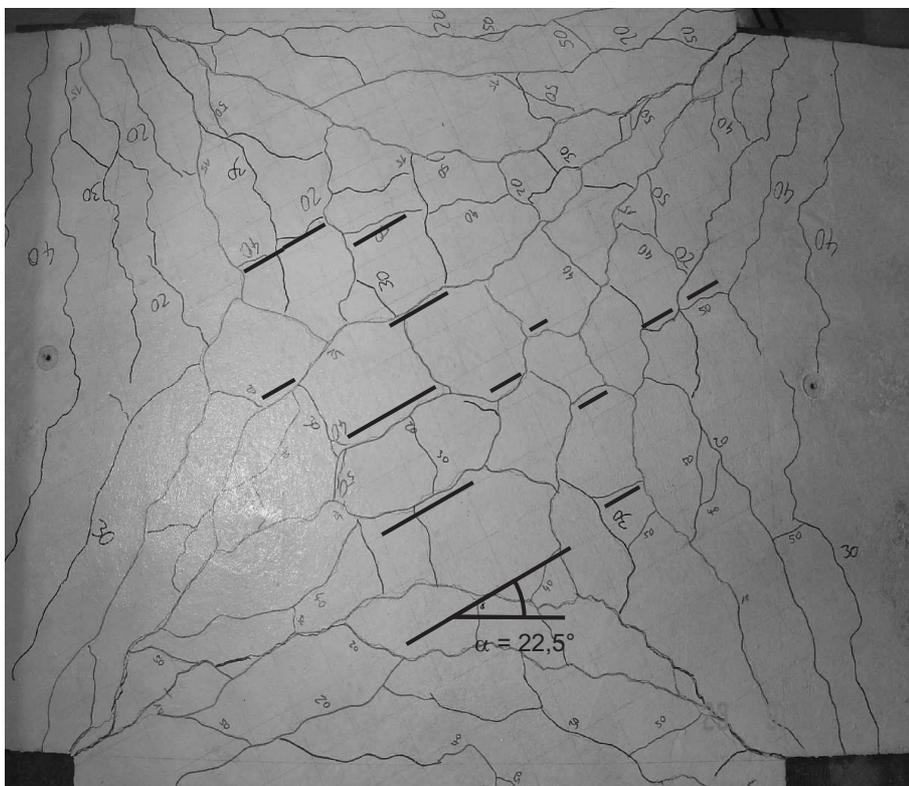


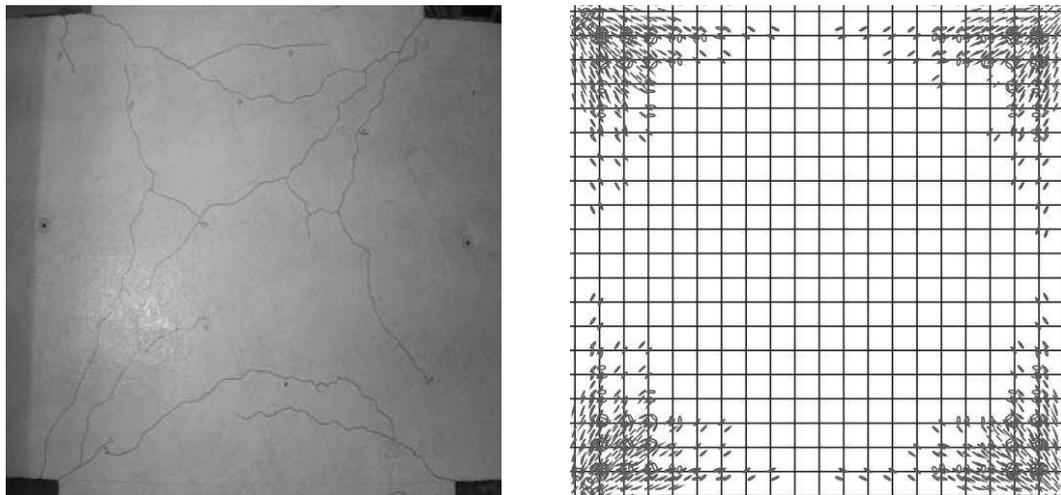
Bild 5.4: Einfluss der Richtung der Bewehrung, Versuchskörper P08W2M10,  $\alpha = 22,5^\circ$

Aus allen Plattenversuchen lässt sich in Bezug auf das Rissverhalten folgendes feststellen:

- Die Erstrisse entstehen immer senkrecht zur Hauptzugspannungsrichtung.
- Bei zweiaxialer Biegebeanspruchung entsteht ein fein verteiltes Rissnetz.
- Bei Steigerung der Beanspruchung orientieren sich neue Risse mehr und mehr am Bewehrungsnetz.
- Mit zunehmender Betonfestigkeit entsteht ein feineres Rissnetz.

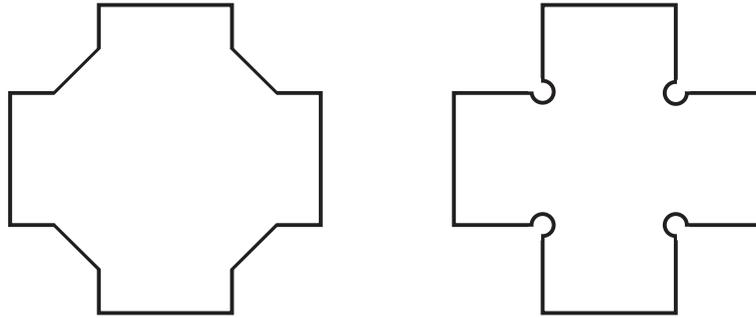
Für die Interpretation des abgeschlossenen Rissbildes sind weitere Aspekte zu berücksichtigen. Geometrische Randbedingungen können das induzierte Rissbild ebenfalls beeinflussen und müssen mitbetrachtet werden. Bild 5.5 zeigt den Einfluss der einspringenden Ecken bei den durchgeführten Versuchen mit Stahlbetonplatten. Links im Bild ist das Erstrissbild des Versuchskörpers P08 dargestellt, welches deutlich zeigt, dass die Erstrissbildung zu den einspringenden Ecken abgelenkt werden oder teilweise dort beginnen. Dieser Einfluss lässt sich ebenfalls in einer FE-Berechnung einfach zeigen. Rechts im Bild ist der Plattenausschnitt zum Zeitpunkt des Auftretens erster numerischer Risse dargestellt.

Eine solche Randbedingung muss unbedingt bei der Begutachtung eines Rissbildes berücksichtigt werden, um fehlerhafte Interpretationen bezüglich der eingebauten Bewehrung zu vermeiden.



**Bild 5.5:** Rissbild einer Flügelpatte mit einspringenden Ecken, Vergleich Erstriss Platte P08W2M10 mit FE-Berechnung mit ADINA [1]

Bild 5.6 zeigt zwei Alternativen für die Plattengeometrie bei weiteren Versuchen. Die linke Variante mit abgeschrägten Ecken hat den Vorteil dass die Spannungsspitzen in den vorher einspringenden Ecken verhindert werden. Ein Nachteil ist die erhöhte Drillsteifigkeit, die die Platte steifer macht. Die rechte Variante mit Ausrundungen in Bereichen von Spannungskonzentrationen, wie im Stahlbau üblich, ist die geeignetere Geometrie für Versuche mit gleichem Versuchsaufbau.



**Bild 5.6:** Alternative Geometrievorschlage zur Vermeidung einspringender Ecken

### Schlussfolgerung

Aus dieser phänomenologischen Beschreibung des Aspektes der Beeinflussung des Rissbildes durch die Richtung der eingebauten Bewehrung lässt sich folgende Schlussfolgerung ziehen. Bei der Beschreibung des Rissbildes kann man von einem Primär-Rissbild und einem Sekundär-Rissbild sprechen. Dabei entspricht das Primär-Rissbild dem Erstrissbild. Dieses Rissbild wird iberwiegend vom Spannungsverlauf im ungerissenen Zustand induziert, es ist nahezu kein Einfluss aus der Bewehrungsrichtung vorhanden. Das Sekundär-Rissbild stellt das abgeschlossene Rissbild dar, das heißt, das Rissbild bei dem die Bewehrung bereits die Fließspannung erreicht bzw. ibereschritten hat. Bei weiter steigender Beanspruchung bilden sich keine neuen Risse, sondern vorhandene Risse ffnen sich weiter.

Aus dieser Unterscheidung zwischen Primär- und Sekundär-Rissbild wird deutlich, dass eine Interpretation eines Rissbildes bezuglich einer Aussage zur Richtung der eingebauten Bewehrung nur bei abgeschlossener Rissbildung, also bei vorhandenem Sekundär-Rissbild, sinnvoll möglich ist. Für eine solche Interpretation bzw. Begutachtung eines solchen Rissbildes ist ein "gebtes" Auge mit Ingenieurverstand notwendig, also mit einem gewissen Maß an Erfahrung. Diese ist erforderlich, da auch die Belastungsgeschichte eines Bauteils oder der Tragstruktur Einfluss auf das Rissbild haben kann und in die Betrachtung mit einbezogen werden sollte.

## 5.3 Numerische Untersuchung des Last-Verformungs-Verhaltens

Die Untersuchung bestimmter Sachverhalte mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente ist bei den meisten ingenieurtechnischen Fragestellungen unumgänglich und hilfreich. Das hier numerisch untersuchte Last-Verformungs-Verhalten von Stahlbetonplatten diente der Ergänzung der eigenen Versuchsreihen (siehe Kapitel 6). Weiterhin können durch Berechnungen mit einem verifizierten numerischen Modell aufwändige Versuchsprogramme reduziert und Kosten eingespart werden.

Für die Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens von Stahlbetonplatten mit unterschiedlicher Bewehrungsrichtung  $\alpha$  wurde eine Modellierung mit einem möglichst einfachen FE-Modell entwickelt. Die genaue Beschreibung der Modellbildung ist in [85] veröffentlicht. Der Modellierung der zwei axialen Platte ging die Modellierung einer ein axialen voraus. Das Modell und die Ergebnisse der Berechnung sind im Anhang G.1 dargestellt. Schwerpunkt des folgenden Abschnittes ist die Modellierung und Berechnung der zwei axial beanspruchten Platte.

Für die Modellierung und Berechnung wurde ADINA [1] verwendet, da sich dieses Programmsystem für solche Berechnungen als sehr gut geeignet erwiesen hat. Weiterhin wurden die Berechnungen im Rahmen der vorangegangenen Forschungen an zugbeanspruchten Stahlbetonscheiben [80] ebenfalls damit durchgeführt, so dass das bereits vorhandene Wissen als Ausgangsbasis zur Weiterentwicklung diene. Trotz dieser positiven Erfahrungen mit ADINA wären Vergleichsberechnungen mit anderer FE-Software und somit auch anderen Werkstoffmodellen interessant.

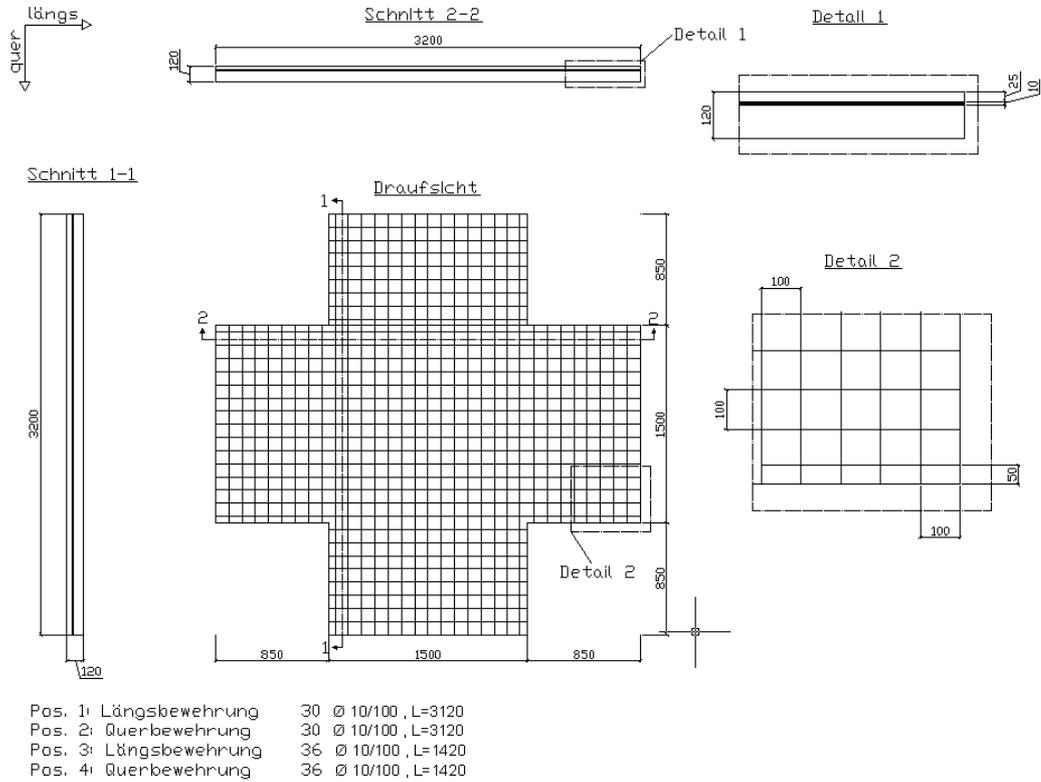
### 5.3.1 Geometrische Modellierung

Ziel der hier dargestellten Modellierung der Geometrie ist es, die Realität möglichst genau aber dennoch einfach abzubilden. Dazu werden die Plattenmaße direkt übernommen und die Bewehrung in Richtung, Lage und Querschnitt der Realität entsprechend eingegeben. Dies ermöglicht eine relativ zügige Abbildung der Geometrie und macht keine Umrechnung in äquivalente Schichtdicken oder unterschiedliche Steifigkeiten notwendig. Wie bereits in [56] beschrieben, wird die Platte so konzipiert, dass der betrachtete Bereich überwiegend durch ein konstantes Moment beansprucht wird. In Bild 5.7a) sind die Abmessungen der Platte angegeben und die Bewehrung für den Fall  $\alpha = 0^\circ$  dargestellt. Die Lagerung der zweiachial beanspruchten Platte in z-Richtung wird über Federelemente, die nur Druckkräfte aufnehmen können, abgebildet. Dies hat sich im Laufe des Modellierungsprozesses als sinnvoll für eine wirklichkeitsnahe Abbildung des Last-Verformungs-Verhaltens herausgestellt. In x und y-Richtung wird die Platte jeweils in 2 Punkten gehalten, so dass die horizontale Unverschieblichkeit sichergestellt ist. Die Bewehrung wird, in Anlehnung an die Versuche, als orthogonales Bewehrungsnetz mit Längs- und Querbewehrung gewählt. Es wurden dabei folgende Vereinfachungen getroffen:

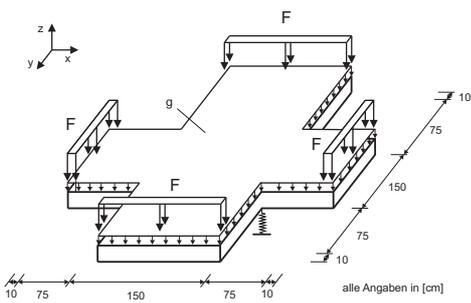
1. Die Bewehrung wird als orthogonales Netz in einer Ebene definiert. Die tatsächliche Lage der Stäbe, die im Kreuzungspunkt übereinander liegen, wird so nur näherungsweise erfasst.
2. Der Durchmesser der Bewehrungsstäbe ist in Längs- und Querrichtung konstant 10 mm.
3. Konstruktive Bewehrung wird nicht abgebildet.

### 5.3.2 Mechanische Modellierung – Elemente und Elementnetz

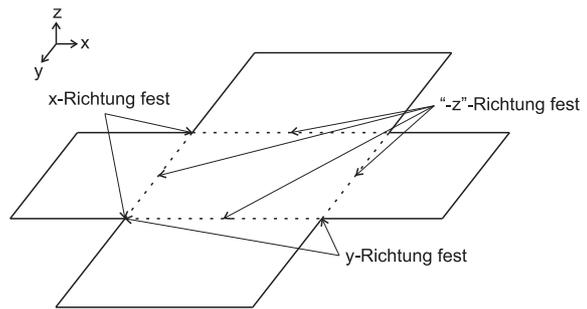
Für den Betonkörper wurden für die Modellierung Volumenelemente verwendet, der Betonstahl wurde durch so genannte „Truss-Elemente“ abgebildet. Zunächst wurde eine Studie zur Abschätzung der erforderlichen Anzahl der Knoten sowohl für die Volumenelemente, als auch für die Truss-Elemente durchgeführt. Dabei hat sich zur Diskretisierung des Betonvolumens für Platten unter zweiachialer Beanspruchung gezeigt, dass das Element mit acht Knoten zu den besten Resultaten führt. Elemente mit mehr Knoten lieferten keine besseren Ergebnisse. Grund hierfür ist eine numerische Versteifung der Platte. ADINA bietet an dieser Stelle die Möglichkeit, dieses Problem durch die Option der „Incompatible Modes“ zu dämpfen. Bei dieser Option werden fiktive Verschiebungen, die eine Flexibilisierung bewirken, eingeführt. Für die Dokumentation dieser Funktion sei auf [1] verwiesen. Da diese Option nur für 8-Knoten Elemente möglich ist, werden für die Berechnung der Platte unter zweiachialer Belastung nur Elemente mit 8 Knoten verwendet. In [85] sind die verwendeten Elemente mit den zugehörigen Verschiebungen



(a) Geometrische Abbildung im FE-Modell



(b) Belastung



(c) Lagerung

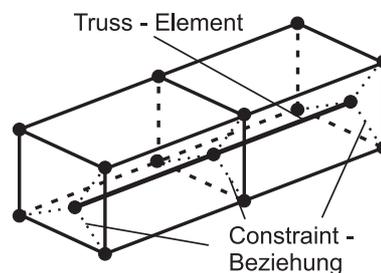
Bild 5.7: Stahlbetonplatte unter zweiachialer Belastung [85]

dargestellt. Die Achsen  $x$ ,  $y$  und  $z$  bilden hierbei das lokale Koordinatensystem des Elements. Die Achsen  $r$ ,  $s$  und  $t$  beschreiben ein dimensionsloses Koordinatensystem mit dem Ursprung im Zentrum des Elements. Truss–Elemente sind Strukturelemente, die nur Spannungen senkrecht zu ihrer Querschnittsfläche in Längsrichtung des Elementes übertragen können. Bei der Studie zur Anzahl der Knoten, liefert das Element mit zwei Knoten bereits ausreichend gute Ergebnisse.

Die Truss–Elemente modellieren einzelne, in den Beton eingebettete Bewehrungsstäbe. Im Rahmen einer solchen eingebetteten Bewehrungsmodellierung wird in der Regel die Abminderung des Betonvolumens nicht berücksichtigt. Diese Vereinfachung kann bei einem hohen Bewehrungsgrad zu falschen Ergebnissen führen. ADINA bietet an dieser Stelle die Möglichkeit, die Bewehrungsstäbe als sogenannte "Rebar"–Elemente abzubilden. Um den Einfluss der Bewehrungsrichtung untersuchen zu können, wird im Rahmen dieser Arbeit das Konzept mit Einzelfasern verwendet. Für die Berechnung der Elementsteifigkeitsmatrix über das Prinzip der potentiellen Energie wird die Verzerrungsenergie getrennt für Faser (Bewehrungsstab) und Matrix (Betonkörper) aufgestellt. Weiterhin gelten folgende Annahmen:

- die Fasern sind perfekt in die Matrix eingebunden,
- konstanter Querschnitt der Fasern über die Länge,
- die Fasern sind isotrop und
- die Fasern sind im isoparametrischen Raum gerade.

Die numerische Verknüpfung der Rebar–Elemente mit den Volumenelementen erfolgt über Randbedingungen, so genannte Constraint–Beziehungen. Diese Verknüpfung erfolgt automatisch vor Beginn der FE–Berechnung. Dabei werden für jedes Rebar–Element an den Schnittpunkten mit den Flächen des 3D–Elementes numerische Zwischenknoten ohne eigene Freiheitsgrade erzeugt. Diese Zwischenknoten werden anschließend über Constraint–Beziehungen mit drei benachbarten Knoten des Volumenelementes verbunden. Bild 5.8 zeigt ein solches Truss–Element eingebettet in einem Volumenelement vor und nach der Verknüpfung über Constraint–Beziehungen. Für eine detaillierte und tiefgehende Darstellung der Rebar–Konzepte sei an dieser Stelle auf GEBBEKEN [39] verwiesen.



**Bild 5.8:** Umsetzung des Rebar–Konzepts mit Einzelfaser [1]

Vor der eigentlichen Berechnung des Last–Verformungs–Verhaltens wurde eine Netzfeinheitsstudie durchgeführt. Eine solche Untersuchung des Einflusses der Netzfeinheit ist bei FE–

Berechnungen immer notwendig, um die Gültigkeit des gewählten Netzes zu zeigen. Dabei wurde die Elementgröße und somit die Netzfeinheit der Plattenflügel konstant belassen, da diese nicht den betrachteten Bereich darstellen. Im mittleren Bereich zwischen den Auflagern wurde die Elementanzahl in Querrichtung ( $y$ -Richtung) bei sechs Elementen konstant gehalten und die Elementanzahl in Längsrichtung ( $x$ -Richtung) variiert. Im mittleren Plattenbereich wurden von zwei bis zehn Elementen in  $x$ -Richtung variiert. Für die Auswertung wurde die eingeleitete Kraft bei  $25\text{ mm}$  Durchbiegung in Plattenmitte der Elementanzahl gegenübergestellt. Als Resultat kann festgestellt werden, dass eine Anzahl von sechs Elementen ausreichend genaue Ergebnisse liefert. Bild 5.9 zeigt das Ergebnis dieser Netzfeinheitsstudie. Die Elementgröße, das heißt das Seitenverhältnis  $\Delta x : \Delta y : \Delta z$ , sollte so gewählt werden, dass sich die Determinante der JACOBI-Matrix in der Nähe von 1 ergibt, also  $\det \mathbf{J} \approx 1$ . Dabei ist  $\mathbf{J}$  die JACOBI-Matrix bzw. der sogenannte JACOBIsche Operator, der die Ableitungen nach den natürlichen Koordinaten  $x, y$  und  $z$  mit den Ableitungen nach den lokalen Koordinaten  $r, s$  und  $t$  verknüpft [5]. Dies kann dadurch erreicht werden, dass die Größe der Elementabmessungen in Länge, Breite und Höhe möglichst nicht zu stark voneinander abweichen [61].

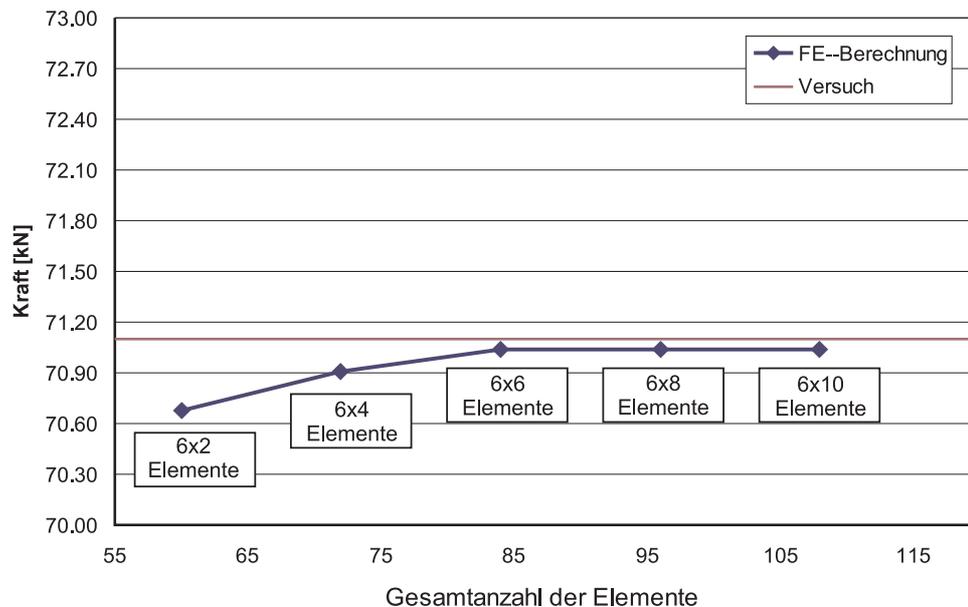


Bild 5.9: Ergebnis der Netzfeinheitsstudie [85]

Bei der Netzfeinheitsstudie wurden mit 6x8 Elementen sehr gute Ergebnisse erreicht, da die Abmessungen von  $25\text{ cm}$  zu  $18\text{ cm}$  zu  $12\text{ cm}$  das Seitenverhältnis von  $2 : 1$  nicht wesentlich überschreiten und somit eine stabile mathematische Lösung erreicht wurde. Letztendlich wurden 6x6 Elemente verwendet, da diese ähnlich gute Ergebnisse lieferten, aber die Rechenzeit deutlich verkürzten.

### 5.3.3 Physikalische Modellierung – Werkstoffgesetze

Im folgenden Abschnitt wird auf die wesentlichen Aspekte der Bestimmung der Materialkennwerte für die Beschreibung der Werkstoffe eingegangen. Für die grafische Darstellung der

Spannungs–Verzerrungs–Beziehungen für Betonstahl und Beton wird auf [85] verwiesen. Der Betonstahl wird linear elastisch–plastisch beschrieben, wobei im plastischen Bereich eine Verfestigung berücksichtigt wird. Der Beton wird als homogenes Material betrachtet. Dies ist für eine globale Betrachtung zulässig. Im Rahmen der Berechnungen wird das Werkstoffgesetz CONCRETE von ADINA verwendet. Es hat drei wesentliche Eigenschaften:

- ein nichtlineares Spannungs–Stauchungs–Verhalten unter Druckspannungen,
- Versagenskriterien für Zug– und Druckversagen und
- eine Möglichkeit, das Nachrissverhalten infolge Zugspannung sowie das Verhalten bei Druckversagen abzubilden.

Wie in der Einleitung erwähnt, treten häufig mehraxiale Belastungen auf. Bei der numerischen Betrachtung wird hierbei zwischen Be– und Entlastung unterschieden. Während der Entlastung verhält sich das Material isotrop. Für die Berechnung der Steifigkeiten sowie der Spannungen wird der mittlere Elastizitätsmodul verwendet. Im Belastungszustand verhält sich das Material jedoch orthotrop, das heißt der Elastizitätsmodul ist richtungsabhängig und muss für jede Richtung separat berechnet werden. Das Versagen des Werkstoffs auf Zug oder Druck tritt bei Überschreiten von definierten Versagenskriterien auf. Es wird dafür eine Näherung der Bruchhypothese nach KUPFER [65], die ein Versagen bei Erreichen eines bestimmten Spannungszustandes annimmt, verwendet. Bild 2.10b) zeigt die Versagenskurve für den ebenen Spannungszustand wie sie ähnlich im CONCRETE–Modell verwendet wird.  $\sigma_1/f$  und  $\sigma_2/f$  sind hierbei die normierten Hauptspannungen der zweidimensionalen Versagensfläche. Alle Kombinationen der Hauptspannungen innerhalb dieser Fläche können aufgenommen werden. Kombinationen auf der Grenzlinie führen zum Versagen.

Tabelle 5.1 fasst die verwendeten Materialkennwerte für die FE–Berechnungen zusammen.

**Tabelle 5.1:** Materialkennwerte für die FE–Berechnungen

Berechnung	$\tilde{E}_0$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\tilde{\sigma}_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\tilde{\varepsilon}_c$ [%]	$\tilde{\sigma}_u$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\tilde{\varepsilon}_u$ [%]	$\tilde{\sigma}_t$ [N/mm <sup>2</sup> ]
einaxial	33525	35,95	2,3	30,00	3,5	2,5
zwei axial	41840	77,42	2,8	70,00	3,2	3,2

Dabei ist  $\tilde{E}_0$  der mittlere E–Modul,  $\tilde{\sigma}_c$  die Druckfestigkeit,  $\tilde{\varepsilon}_c$  die Stauchung bei Erreichen der Druckfestigkeit,  $\tilde{\sigma}_u$  die Festigkeit bei maximaler Stauchung,  $\tilde{\varepsilon}_u$  die maximale Stauchung und  $\tilde{\sigma}_t$  die Zugfestigkeit des Betons. Für die Beschreibung der Berechnung der einaxial beanspruchten Platte wird auf [85] verwiesen, da diese hier nicht im Fokus steht. Trotzdem werden die Materialkennwerte mit angegeben, weil sie für den Überblick notwendig sind.

Die Zugfestigkeit des Beton ist ein Materialkennwert mit großer Streuung. Die bei den beschriebenen Versuchen angestrebten Festigkeitsklassen waren C30/37 für die einaxiale und C70/85 für die zwei axialen Versuchsplatten. Infolge dessen liegen die Zugfestigkeiten nach [21] in Bereichen zwischen den 5%– und 95%–Fraktilen.

Die in Tabelle 5.2 gezeigten Werte der Zugfestigkeiten aus Versuchen, wurden aus der jeweiligen Zylinderdruckfestigkeit berechnet. Für den C30/37 mit  $f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$  nach [21] und

**Tabelle 5.2:** Streuung der Betonzugfestigkeiten

Festigkeits- klasse	nach DIN 1045-1 [21]			aus Versuchen	
	$f_{ctk;0,05}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ctm,DIN}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ctk;0,95}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ck}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ctm,Vers}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
C30/37	2,0	2,9	3,8	35,95	3,3
C70/85	3,2	4,6	6,0	77,42	4,6

für den C70/85 mit  $f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1 + f_c/10)^{0,7}$  nach [88]. Um eine zuverlässige Größe der Zugfestigkeit für die FE-Simulation zu erhalten, wurde eine Parameterstudie durchgeführt. Diese Studie ergab die Zugfestigkeit in Tabelle 5.1 für den Beton C30/37. Für die Zugfestigkeit des Betons C70/85 wurde die Zugfestigkeit so gewählt, dass das Verhältnis zwischen Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul konstant bleibt. Beim C30/37 ergibt sich dies Verhältnis zu  $f_{ctm}/E_{C30} = 2,5 \text{ N/mm}^2 / 33525 \text{ N/mm}^2 = 7,46 \cdot 10^{-5}$ . Mit der Zugfestigkeit von  $f_{ctm} = 3,2 \text{ N/mm}^2$  beim C70/85 ergibt sich in der gleichen Größenordnung ein Verhältnis von  $7,65 \cdot 10^{-5}$ . Daraus ergibt sich ein Verhältniswert von etwa 0,075‰, bei dem stabile Berechnungsergebnisse in der FE-Simulation erwartet werden können.

Für das Verbundverhalten zwischen Beton und Betonstahl wird vereinfacht der starre Verbundansatz gewählt. Dies ist bei der kreuzweisen Bewehrung im Abstand von  $e = 10 \text{ cm}$  zulässig, da das globale Verhalten untersucht wird und keine lokalen Spannungen und Verzerrungen in Rissnähe untersucht werden. Bei den vorliegenden Versuchen wird neben der Rissbildung die Durchbiegung in Plattenmitte als integrale Größe ausgewertet. Somit entsprechen die Verzerrungen des Betons den Verzerrungen des Betonstahls und es gilt:  $\varepsilon_c = \varepsilon_s$ . Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen (Tension-Stiffening) wird im Materialmodell des Betons berücksichtigt. Dabei werden die infolge Rissbildung entstehenden lokalen Unterschiede homogenisiert berücksichtigt. Die Spannungen verlaufen bis zum Erreichen der Zugfestigkeit linear. Die Steigung entspricht dem mittleren Elastizitätsmodul. Die Spannung des Betons nimmt nach Erreichen der Betonzugfestigkeit linear ab. Die Steigung dieses abfallenden Astes wird dabei so gewählt, dass genau bei der Dehnung, bei der die Rissbildung abgeschlossen ist, die Betonzugspannung gleich Null ist.

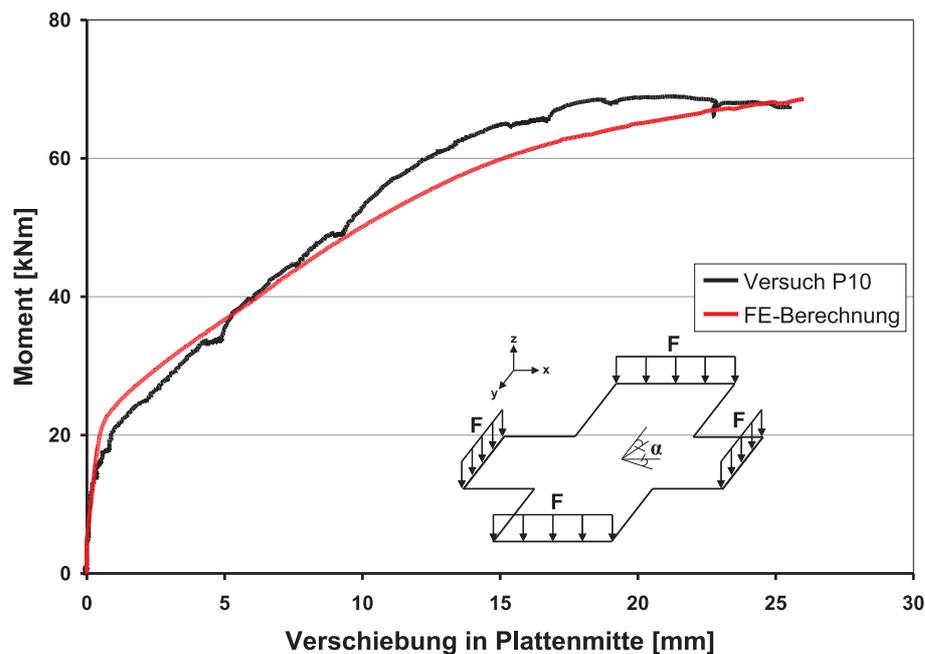
Für die Modellierung der Risse stehen im Rahmen einer FE-Berechnung zwei Möglichkeiten zur Verfügung. Zum einen gibt es die Möglichkeit, die Risse diskret abzubilden. Dieser Modellierungsansatz ist sinnvoll, sobald die Rissbildung Gegenstand der Untersuchung ist, und Parameter wie Rissweite oder Rissabstände näher untersucht werden sollen. Die zweite Möglichkeit der Rissabbildung ist die verschmierte Modellierung, die im Rahmen dieser Arbeit verwendet wird. Hierbei werden nicht die einzelnen Risse, sondern die Auswirkungen der Rissbildung auf die Steifigkeiten des Betons betrachtet. Nach Überschreiten der Betonzugfestigkeit in einem Integrationspunkt werden die Risse durch eine Rissebene senkrecht zur Zugspannung modelliert. Es wird dementsprechend eine neue orthotrope Materialmatrix, bei der die Zugspannungen senkrecht zur Rissebene zu Null gesetzt werden, für das gerissene Betonelement erzeugt.

### 5.3.4 Vergleich der Berechnungsergebnisse mit Versuchsdaten

Die Darstellung der Berechnungsergebnisse erfolgt in einem Moment-Verformungs-Diagramm. Dabei wurde für die Auswertung der Plattenmittelpunkt an der Unterseite der Stahlbetonplatte verwendet. Die Verschiebung dieses Punktes in positiver  $z$ -Richtung wird auf der  $x$ -Achse aufgetragen. Auf der  $y$ -Achse wird das eingeleitete Moment an einer Auflagerlinie dargestellt. Um die Güte des FE-Modells beurteilen zu können, wird die Moment-Verformungs-Kurve der FE-Berechnung eigenen Versuchsergebnissen (Kapitel 6, Anhang E) gegenübergestellt.

#### 5.3.4.1 Last-Verformungs-Verhalten

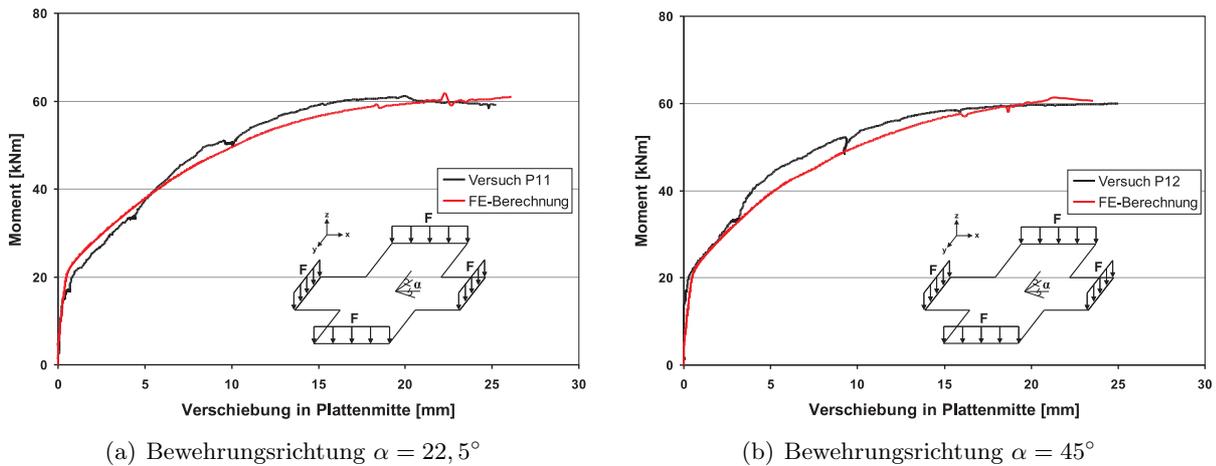
Das Last-Verformungs-Verhalten der durchgeführten Versuche an Stahlbetonplatten lässt sich mit dem vorgestellten FE-Modell gut abbilden. Die Kurvenverläufe liegen ausreichend nah an den Versuchsergebnissen. Die größten Differenzen sind im Bereich der beginnenden Rissbildung erkennbar. Dies ist in der großen Streuung, insbesondere der Betonzugfestigkeit, begründet, da hierbei die Unterschiede zwischen den nach Norm [21] verwendeten 5%- und 95%-Fraktilwerten zum Beispiel bei einem Beton C30/37 bei fast 100% liegen.



**Bild 5.10:** Kraft-Verformungs-Verlauf bei zweiachsialer Biegung – Vergleich FE-Berechnung und Versuch, Bewehrungsrichtung  $\alpha = 0^\circ$  [85]

Wie man dem Bild 5.10 entnehmen kann, stimmt das Ergebnis der FE-Berechnung der zweiachsialen Berechnung mit dem des zweiachsialen Versuchs sehr gut überein. Hierbei wurde auf der  $x$ -Achse die Durchbiegung und somit die Verschiebung in positiver  $z$ -Richtung des Plattenmittelpunktes aufgetragen. Anders als bei der einaxial belasteten Platte, ist auf der  $y$ -Achse das einwirkende Moment infolge der Vertikalbelastung aufgetragen. Im Bereich der beginnenden Rissbildung liegt die Simulation über der Versuchskurve und bei Verformungen über 10 mm etwas darunter. In Bild 5.11 sind die Ergebnisse der FE-Berechnungen mit Bewehrungsrichtungen dargestellt, die von den Außenkanten der Platten abweichen. Auch hier ist in beiden Fällen eine

sehr gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen festzustellen.



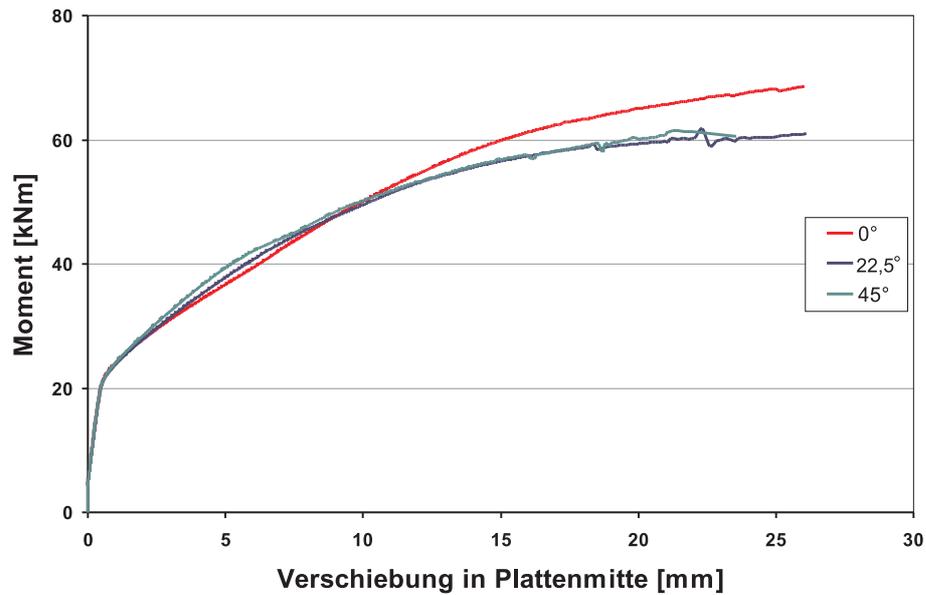
**Bild 5.11:** Kraft-Verformungs-Verlauf bei zweiachsialer Biegung – Vergleich FE-Berechnung und Versuch [85]

### 5.3.4.2 Traglasten

Anschließend werden nun die drei Kurven aus der FE-Berechnung miteinander verglichen, um mögliche Rückschlüsse auf den Einfluss der Bewehrungsrichtung, hinsichtlich der Verformungseigenschaft, ziehen zu können. Der Vergleich der Berechnungen ist im Bild 5.12 dargestellt. Zunächst fällt beim Vergleich der drei Kraft-Verformungs-Kurven auf, dass die Stahlbetonplatte für  $\alpha = 0^\circ$  die größte Traglast erreicht. Die beiden anderen Stahlbetonplatten erreichen eine um etwa 15 % niedrigere Traglast. Dieses Verhalten zeigt sich analog bei den Versuchen. Die Versuchsplatten zeigten nach Ende der Versuche kein erkennbares Versagen der Betondruckzone, sondern sich weit öffnende Risse, was durch das Erreichen der Fließspannung im Stahl begründet ist. Dieses Verhalten wird ebenfalls mit dem FE-Modell abgebildet, da die Auswertung der Stahlspannungen am Ende der Berechnung zeigte, dass sich der Betonstahl bereits weit im Verfestigungsbereich befand.

Das festgestellte Tragverhalten bei unterschiedlicher Richtung der Bewehrung korreliert mit den in [97] beschriebenen Erkenntnissen. Dabei werden infolge des *Kinking-Effektes*, der die Verformung eines Bewehrungsstabes über einen Riss hinweg beschreibt, an den Umlenkstellen Abtriebskräfte aktiviert, die ihr Gleichgewicht in der Druckzone durch Schubspannungen im Beton finden. Die Bemessungsvorschläge von EBNER [29] berücksichtigen diese Erkenntnisse. Bis zu einer Richtung von  $\alpha = 25^\circ$  bringt die Querbewehrung nur einen geringen Beitrag zur Aufnahme des Hauptmomentes. Durch die lokal zusätzlich vorhandene Biegung der Bewehrung erreicht der Stahl die Fließspannung früher, was zu einer niedrigeren Traglast führen kann.

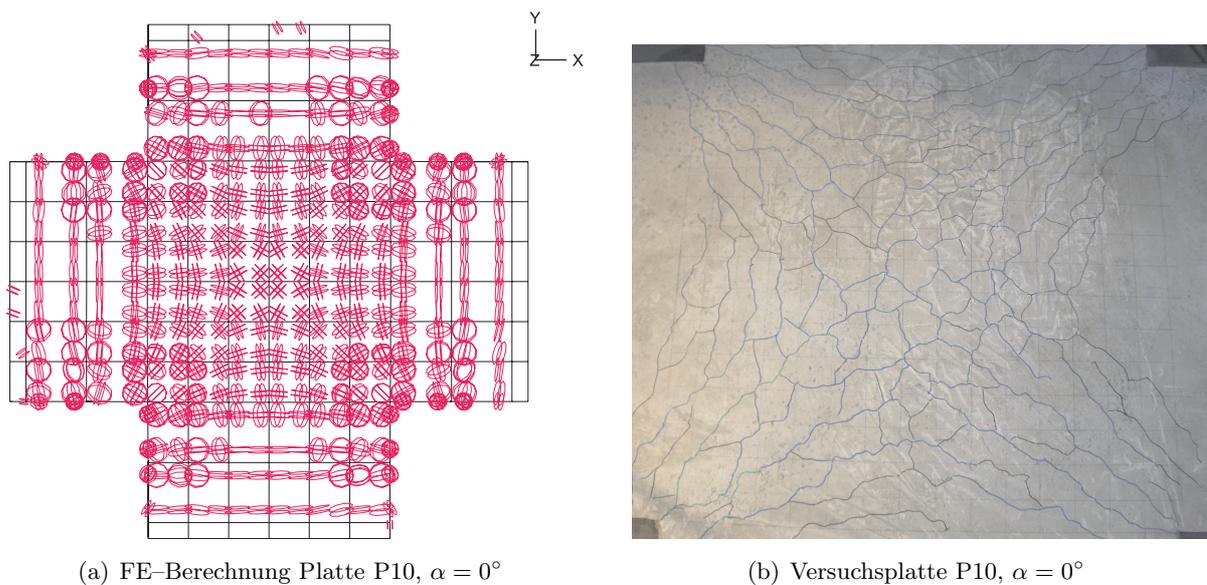
Ein weiterer Grund für die höhere Traglast bei  $\alpha = 0^\circ$  ist die bessere Ausnutzung der zentrisch gezogenen Bewehrung. Ein Winkel zwischen Bewehrung und Hauptspannungsrichtung führt zu zusätzlichen Kräften, die infolge der Dübelwirkung der Bewehrung in den Beton eingeleitet werden. Diese Aktivierung von Bettungsspannungen ist auch eine Ursache für das unterschiedliche Traglastniveau bei unterschiedlichen Richtungen. Auf einer Seite eines schräg gezogenen Bewehrungsstabes entstehen Druck- und auf der gegenüberliegenden Seite Zugspannungen. Diese sind wiederum eine Ursache für ein früheres Versagen des Betons oder der Volumenelemente in der



**Bild 5.12:** Vergleich der FE-Berechnungen mit unterschiedlichen Bewehrungsrichtungen [85]

Simulation.

Die Tatsache, dass sich die Kurven bei etwa  $10\text{ mm}$  Durchbiegung kreuzen ist, auch in der Geometrie der Platten begründet. Die Spannungskonzentration hin zu den vier einspringenden Eckpunkten wird von der Bewehrung bei einer Richtung  $\alpha = 0^\circ$  nicht optimal aufgenommen. Die Platten mit Bewehrungsrichtungen  $\alpha = 22,5^\circ$  und  $45^\circ$  können diese Beanspruchung eher an die Bewehrung abgeben, da hier orthogonale Bewehrungsnetze vorliegen. Ab einer Verformung von etwa  $10\text{ mm}$  ist eine Umkehrung der Steifigkeiten zu beobachten. Durch zunehmende Aktivierung der Bewehrung verhält sich das FE-Modell mit Bewehrungsrichtung  $\alpha = 0^\circ$  steifer als die beiden anderen und erreicht auch eine höhere Traglast.



**Bild 5.13:** Rissbild – Vergleich der FE-Simulation mit dem Versuchsergebnis [85]

Bei der Elementierung ergibt sich in der FE-Berechnung das in Bild 5.13 gezeigte Rissbild.

Es zeigt sich eine gewisse Ähnlichkeit beim Verlauf der Risse, obwohl die Rissabstände der FE-Berechnung nicht der Realität entsprechen. Die Risse im FE-Modell werden an den Integrationspunkten angezeigt und nicht dort, wo sie bei realem Verbundverhalten auftreten. Bei dieser Art der Modellierung ist das Ergebnis bezüglich der Rissabstände modellinhärent, das heißt, durch die Position der Integrationspunkte in den Elementen sind die Abstände vorgegeben. Der Einfluss der Plattengeometrie ist deutlich erkennbar, da die zu den einspringenden Ecken hin verlaufenden Spannungstrajektorien eine Spannungskonzentration und eine daraus folgende Rissbildung aufweisen.

## Kapitel 6

# Stahlbetonflächentragwerke unter Biegebeanspruchung – Eigene Versuche

*Den Schwerpunkt dieses Kapitels bildet die Darstellung und Beschreibung der selbst durchgeführten Versuche. Dabei wird erläutert, wie die Versuchskörper konzipiert und die Versuche durchgeführt und ausgewertet wurden. Die Ergebnisse der Versuche, insbesondere das Last-Verformungs-Verhalten in Form des Momenten-Durchbiegungs-Verhaltens, liefern die Grundlage für eine Modellbildung. Drei verschiedene Versuchskörper wurden dafür konzipiert und in mehreren Versuchsserien getestet.*

### 6.1 Zielstellung

Im Rahmen der Fortführung des DFG-Projektes KE 868/1-1, welches sich mit dem Last-Verformungs-Verhalten und Aspekten der Rissbildung bei ein- und zweiachial zugbeanspruchten Stahlbetonscheiben beschäftigte, wurden unter anderem Versuche mit Stahlbetonplatten konzipiert. Folgende Fragestellungen bezüglich der Auswirkungen auf das Last-Verformungs-Verhalten und auf die Rissbildung sind damit versuchstechnisch bearbeitet worden:

- Einfluss der Bewehrungsrichtung  $\alpha$ ,
- Einfluss der Betonfestigkeit  $f_{ck}$ ,
- Einfluss der Position des Risses zum Schweißpunkt bei Matten und
- Einfluss des Querbewehrungsabstandes  $s_C$ .

Nachfolgende Abschnitte erläutern die einzelnen Versuche und die gewonnenen Ergebnisse. Insgesamt wurden im Rahmen der praktischen Versuche 16 Stahlbetonplatten für ein- und zweiachiale Biegeversuche hergestellt [44, 36]. Es wurden zwölf Stahlbetonkörper für Zugversuche und zwölf Plattenstreifen für die Untersuchung einzelner Aspekte bei Biegebeanspruchung [63] hergestellt.

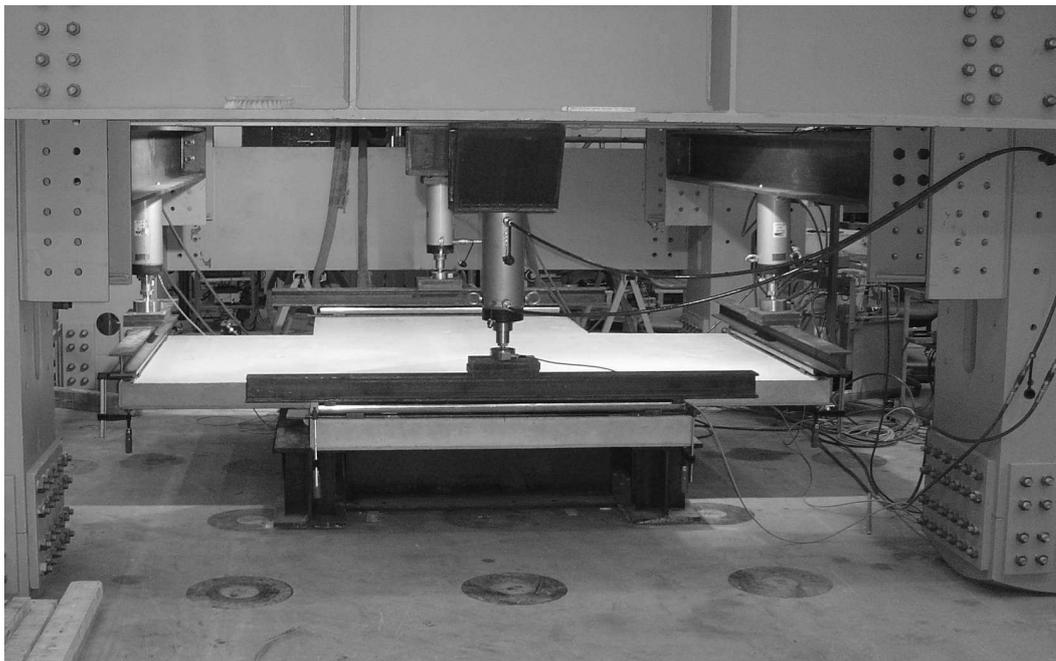
Das Ziel dieser Versuchsserien war, aus dem Last–Verformungs–Verhalten von Stahlbetonplatten unter reiner Biegebeanspruchung ein Ingenieurmodell zu entwickeln. Dieses Modell soll eine einfache mathematische Beschreibung der aufgezeigten Versuchsergebnisse ermöglichen.

## 6.2 Versuche mit Stahlbetonplatten

### 6.2.1 Aufbau

Im Abschnitt C.1 des Anhangs ist die genaue Konstruktion des Versuchsunterbaus und der Lasteinleitungskonstruktion detailliert dargestellt. Bild 6.1 zeigt eine eingebaute Platte vor Versuchsbeginn. Die Auflagerkonstruktion für die Platten, bestehend aus zu einem quadratischen Rahmen zusammengeschweißten HEB 200 Profilen, bietet eine nahezu unverformbares Auflager. Das Prüfgerüst erfährt über die Reaktionskräfte der Hydraulikzylinder derart kleine Verformungen, dass diese ebenfalls vernachlässigt werden können und somit die Versuchsdurchführung nicht behindern und die Messergebnisse nicht beeinflussen.

Durch Verwendung von massiven Stahlstäben ( $\varnothing = 60\text{ mm}$ ) wurde eine nahezu ideale gelenkige Linienlagerung der Platten ermöglicht. Dadurch konnten sich alle Platten verformen und es entstanden keine Zwängungen aufgrund von nicht gewollten Unverschieblichkeiten in den Auflagern.



**Bild 6.1:** Ansicht des Aufbaus der Plattenversuche [36, 44] (Anhang C.1)

Um auch bei der Lasteinleitung an den Plattenflügeln keine Randmomente zu induzieren, wurden hier ebenfalls massive Stahlstäbe verwendet und eine gelenkige linienförmige Lasteinleitung wurde realisiert. Die Verformungsmessung erfolgte mit Hilfe von Laserwegaufnehmern, die unterhalb der Platte angeordnet waren. So war es möglich, die Verformungen kontinuierlich an der Unterseite zu messen und gleichzeitig die Risse an der Oberseite zu beobachten und anzuzeichnen. Die genaue Anordnung zeigt Bild C.3 im Abschnitt C.1. In Tabelle 6.1 sind die

Spezifikationen der einzelnen Versuchsplatten zusammengestellt. Für die Festigkeitsklasse des Betons ist hier nur in normalfesten (NB) und höherfesten (HFB) Normalbeton unterschieden. Weitere Angaben für die Festigkeitsklassen können dem Anhang B.2.2 entnommen werden.

**Tabelle 6.1:** Spezifikationen der Plattenversuche P00 bis P15

Bezeichnung	Serie	Betonart	$f_{ck,cyl}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ctm}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\alpha$ [°]	$\mu_{ql}$ [-]
P00Tast	–	NB	35,95	3,27	33525	0	0
P01W1M00	A	NB	34,37	3,17	33118	0	0
P02W2M00	A	NB	32,38	3,05	32591	22,5	0
P03W3M00	A	NB	37,74	3,38	33974	45	0
P04W1M05	B	NB	33,07	3,09	32777	0	0,5
P05W2M05	B	NB	26,22	2,65	30843	22,5	0,5
P06W3M05	B	NB	31,67	3,00	32401	45	0,5
P07W1M10	C	NB	35,39	3,23	33384	0	1,0
P08W2M10	C	NB	26,59	2,67	30953	22,5	1,0
P09W3M10	C	NB	31,40	2,99	32325	45	1,0
P10W1M10	D	HFB	76,80	4,77	41738	0	1,0
P11W2M10	D	HFB	76,99	4,77	41769	22,5	1,0
P12W3M10	D	HFB	78,48	4,81	42011	45	1,0
P13W1M10	E	HFB	90,14	5,05	43820	0	1,0
P14W2M10	E	HFB	94,99	5,15	44530	22,5	1,0
P15W3M10	E	HFB	93,54	5,11	44320	45	1,0

### 6.2.2 Durchführung

Während der Durchführung der Versuche wurden die über die Hydraulikzylinder eingeleiteten Kräfte und die Verformungen permanent am Messcomputer aufgezeichnet. Für die Erfassung der Rissbildung wurde die Laststeigerung bei verschiedenen Lastniveaus kurz gestoppt. Somit konnten Fotos gemacht und die Risse mit verschiedenen Farben markiert werden. Da die Platten aus Betonen verschiedener Festigkeitsklassen hergestellt waren, unterscheiden sich diese Lastniveaus. Bei den Serien A bis C, die aus einem C30/37 bestanden, wurde nach Erkennen des Erstrisses immer in 10kN-Schritten aufgezeichnet. Bei den Serien D und E, die aus C70/85 und C100/115 bestanden, wurden diese Lastschritte auf 20kN festgelegt, da hier höhere Traglasten erreicht wurden und insgesamt nicht mehr als vier Farben verwendet werden sollten. Somit wurden für die einzelnen steigenden Laststufen die Farben grün, blau, schwarz und rot genutzt. Waren mehr als vier Laststufen notwendig, so wurden weitere Risse ebenfalls mit rot gekennzeichnet und zusätzlich mit der jeweiligen Last beschriftet oder mit einem Kreis markiert. Dies war möglich, da zu Versuchsende hin nur sehr wenige neue Risse auftraten.

Bei erkennbarem Lastabfall im kontinuierlich aufgezeichneten Last-Verformungs-Diagramm wurde das weitere Aufbringen von Verformungen nur begrenzt durchgeführt, da die sich sonst

einstellenden großen Verformungen zu einer Beschädigung der Versuchseinrichtung hätten führen können.

Die Steuerung der Hydraulikzylinder erfolgte manuell, da zum Zeitpunkt der Versuchsdurchführung keine automatische Steuerung für vier Zylinder vorhanden war. Dies ist der Grund dafür, dass die Last–Verformungs–Kurven nicht exakt im Verhältnis 0,5 oder 1,0 zueinander verlaufen.

Die Lagerung der Platten der Serien A bis C erfolgte unterschiedlich. Die Platte P01 wurde auf den quadratischen Blechstreifen direkt aufgelegt, was vermutlich aufgrund einer kleinen Ungenauigkeit beim Einbau zu einem unerwarteten Erstrissverhalten führte. Bei dieser Platte entstand ein diagonal verlaufender Riss. Infolge dessen wurde eine veränderte Auflagerkonstruktion gewählt. Zwischen Blechstreifen und Platte wurde ein Elastomerstreifen eingebaut. Mit dieser Lagerung wurden die Platten P02 und P03 getestet und somit die Serie A abgeschlossen. Die Versuche mit den Platten P04 und P07 wurden ebenfalls mit dieser Elastomerlagerung ausgeführt, da diese aufgrund der einfacheren Bewehrungsnetze mit  $\alpha = 0^\circ$  zuerst hergestellt wurden und prüfbar waren. Bei der Sichtung der Last–Verformungs–Kurven wurde festgestellt, dass das Verformungsverhalten des Elastomers die Ergebnisse stark beeinträchtigt. Es war notwendig mit einem separaten Versuch das Druck–Stauchungs–Verhalten des Elastomers zu ermitteln, um dieses nachträglich von den Last–Verformungs–Kurven der Platten abzuziehen. Dieser erhöhte Aufwand bei der Auswertung führte zu dem Entschluss, die weiteren Platten auf einem Mörtelbett (siehe Bild C.2) zu lagern. Diese verschiedenen Lagerungen sind nicht optimal in Bezug auf die Vergleichbarkeit der Ergebnisse, weshalb bei den Serien A bis C der Schwerpunkt der Auswertung auf die Rissbilder gelegt wurde. Bei allen nachfolgenden Versuchen, Platten P09 bis P15 und Plattenstreifen PS01A bis PS06B (siehe Abschnitt 6.4), wurde eine Lagerung auf Mörtelbett ausgeführt.

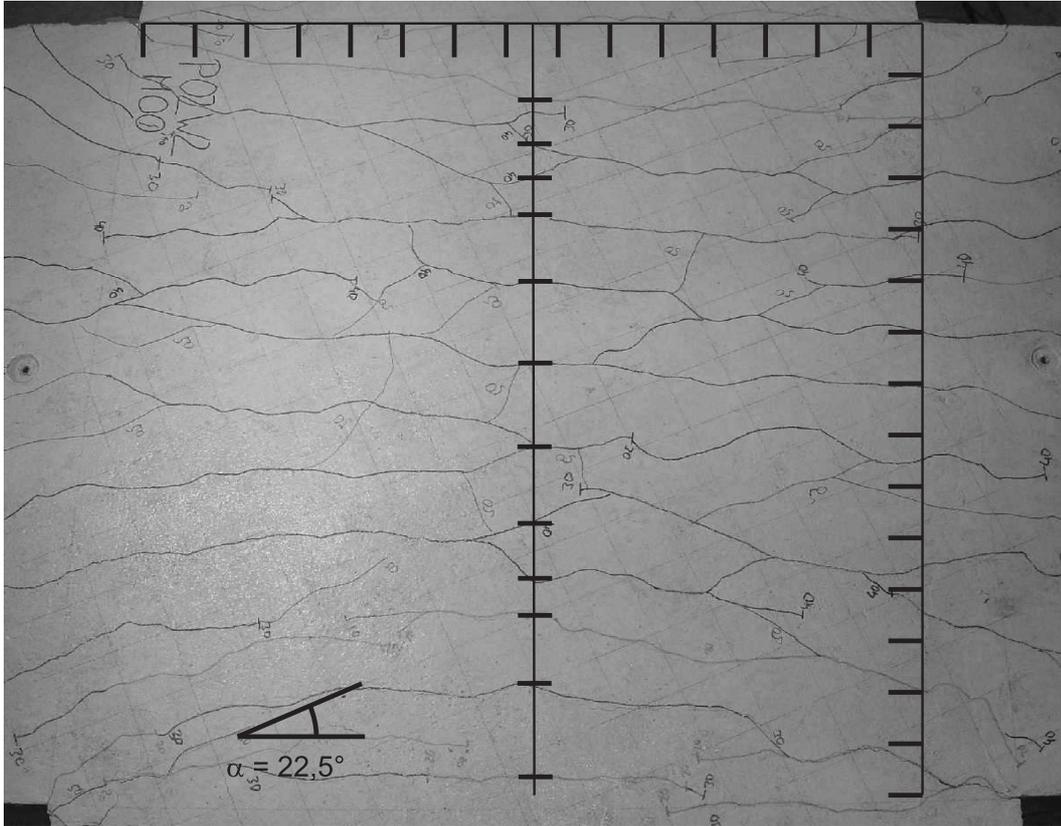
### 6.2.3 Ergebnisse

Bei der Erläuterung der Versuchsergebnisse werden die Rissbildung und das Last–Verformungs–Verhalten der Versuchskörper herangezogen. Für die Rissbildung wurden die Rissbilder ausgewertet und qualitative Aussagen zu den Rissabständen gemacht. Vom Tastversuch P00 abgesehen, haben alle Versuchskörper die gleiche Geometrie, wie sie in Bild 6.1 und im Anhang C.1 dargestellt ist. Diese sind grundsätzlich für eine zweiachsigel Beanspruchung konzipiert worden. Da der Einfluss des Momentenverhältnisses von Biegemoment in Querrichtung  $m_q$  zu Biegemoment in Längsrichtung  $m_l$  variiert wurde, sind die Platten der Serie A einaxial beansprucht worden. Dieses Verhältnis wurde, wie in Tabelle 6.1 verwendet, mit  $\mu_{ql}$  bezeichnet.

#### 6.2.3.1 Rissbilder und Rissabstände

Die Rissbilder aller Versuchsplatten sind im Anhang E Abschnitt E.1 dargestellt. Dort sind das jeweilige Erstrissbild und das Rissbild bei Versuchsende dargestellt. Auf die Plattenoberseite wurde vor Versuchsbeginn das eingebaute Bewehrungsnetz aufgezeichnet, so dass nachfolgend die Auswertung bezüglich der Rissrichtung, insbesondere die Ausrichtung der Risse an der Richtung der eingelegten Bewehrung optisch möglich war. Die Beeinflussung der Rissrichtung durch die Bewehrung wurde im Abschnitt 5.2 beschrieben. Hier liegt der Schwerpunkt auf der Auswertung der Rissabstände. Diese wurden nicht direkt im Anschluss an die Versuche gemessen.

Aufgrund des aufgezeichneten Bewehrungsnetzes und nach jedem Versuchs gleichartig durchgeführten fotografischen Aufnahmen, können die Rissabstände jederzeit nachträglich betrachtet werden. Im Bild 6.2 ist ein eingblendetes Raster mit 10 cm Markierungen dargestellt. Infolge des Verlaufs der Risse schwanken die Rissabstände in gewissem Maße. Hier ist eine Auswertung in Plattenmitten dargestellt, bei der die Position der Risse markiert ist. Es sind zwölf Risse markiert, so dass sich im Beobachtungsbereich (150 cm x 150 cm) 13 Rissabstände ergeben.



**Bild 6.2:** Rissbild Versuchsplatte P02 bei Versuchsende

Es ergeben sich Rissabstände zwischen 6,7 cm und 18,0 cm, die durch den nicht geraden Verlauf der Risse begründet sind. Aus der Anzahl der Risse  $n$  ergibt sich der mittlere Rissabstand  $s_{rm}$  zu:

$$s_{rm} = \frac{\sum s_{rm,i}}{n} = \frac{150 \text{ cm}}{13} = 11,54 \text{ cm} \quad (6.1)$$

Mit den in Abschnitt 4.1 angegebenen Formeln für minimalen, mittleren und maximalen Rissabstand ergeben sich die folgenden Ergebnisse:

$$s_{r,min} = l_e = \frac{d_s}{7,2 \cdot \rho_{eff}} = \frac{d_s \cdot A_{c,eff}}{7,2 \cdot A_s} = \frac{1,0 \text{ cm} \cdot (2,5 \cdot 3 \text{ cm} \cdot 150 \text{ cm})}{7,2 \cdot (15 \cdot 0,79 \text{ cm}^2)} = 13,2 \text{ cm} \quad (6.2)$$

$$s_{r,m} = 1,35 \cdot l_e = 1,35 \cdot \frac{d_s}{7,2 \cdot \rho_{eff}} = 17,8 \text{ cm} \quad (6.3)$$

$$s_{r,max} = 2 \cdot l_e = \frac{d_s}{3,6 \cdot \rho_{eff}} = 26,4 \text{ cm} \quad (6.4)$$

Mit der Querschnittsabminderung infolge Querbewehrung ergibt sich ein neuer abgeminderter Rissabstand. Somit wird  $A_{c,eff}$  um den Anteil der Querbewehrung in der Zugzone des Quer-

schnitts verringert. Mit dem Querbewehrungsgrad  $\rho_C$  nach PURAINER [80] (siehe Kapitel 4) ergibt sich dann:

$$\rho_C = \frac{b \cdot d_{sC} \cdot m}{A_{c,eff}} = \frac{150 \text{ cm} \cdot 1,0 \text{ cm} \cdot 1}{2,5 \cdot 3,0 \text{ cm} \cdot 150 \text{ cm}} = 0,13 \quad (6.5)$$

Diese Schwächung im Querschnitt von 13% ergibt somit verringerte Rissabstände:

$$s_{r,min} = l_{e,abg} = \frac{d_s}{7,2 \cdot \rho_{abg}} \quad (6.6)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{d_s \cdot A_{c,abg}}{7,2 \cdot A_s} = \frac{d_s \cdot A_{c,eff} \cdot (1 - \rho_C)}{7,2 \cdot A_s} \\ &= \frac{1,0 \text{ cm} \cdot (2,5 \cdot 3 \text{ cm} \cdot 150 \text{ cm}) \cdot (1 - 0,13)}{7,2 \cdot (15 \cdot 0,79 \text{ cm}^2)} = 11,5 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$s_{rm} = 1,35 \cdot l_{e,abg} = 1,35 \cdot \frac{d_s}{7,2 \cdot \rho_{abg}} = 15,5 \text{ cm} \quad (6.7)$$

$$s_{r,max} = 2 \cdot l_{e,abg} = \frac{d_s}{3,6 \cdot \rho_{abg}} = 23,0 \text{ cm} \quad (6.8)$$

Diese rechnerische Berücksichtigung des Querbewehrungsgrades zeigt eine Annäherung der Ergebnisse der Berechnung an die Versuchsergebnisse. Unter Berücksichtigung der Streuung der einzelnen Rissabstände ist das Ergebnis akzeptabel.

### 6.2.3.2 Last–Verformungs–Verhalten

Bild 6.3 zeigt das Last–Verformungs–Verhalten der drei Versuchsplatten P10, P11 und P12 der Serie D aus C70/85. Aus den oben genannten Gründen der unterschiedlichen Lagerung und der daraus resultierenden eingeschränkten Vergleichbarkeit, werden die Last–Verformungs–Kurven der Serien A bis C nicht weiter ausgewertet.

Das Last–Verformungs–Verhalten der Serie E mit den Versuchsplatten P13, P14 und P15 aus Beton C90/105 (angestrebt war C100/105) zeigt sich sehr ähnlich dem der Serie D. Die Verläufe der Last–Verformungs–Kurven zeigen die Nichtlinearität im Tragverhalten der Platten. Im Anfangsbereich, Bereich A nach Bild 4.2, verhält sich der Versuchskörper nahezu linear–elastisch. In diesem Stadium wachsen und entstehen Mikrorisse in der Betonmatrix. Ab Erreichen des Rissmomentes fällt die Steifigkeit der Platte ab und die Kurve geht in einen flacheren, mehr oder weniger gekrümmten Verlauf über. Hierbei ist im Vergleich zwischen Serie D und E erkennbar, dass mit zunehmender Betonfestigkeit ein eher lineares Verhalten vorhanden ist. Der Übergang vom Zustand II, sukzessive Rissbildung, in Zustand III, Fließen der Bewehrung, ist anhand der Last–Verformungs–Kurven nicht eindeutig erkennbar. Jedoch zeigen die Kurven bei Serie E einen deutlicheren Übergang als bei Serie D, wo sich ein fließender Übergang zeigt.

Die Berücksichtigung des Schwindens, das infolge von Eigenspannungen im Bauteil zu einer Verringerung der Risslast führt (siehe Abschnitt 2.2.3), kann durch eine Abminderung der Betonzugfestigkeit erfolgen. Hierzu werden die gemessenen Rissmomente der Plattenversuche den berechneten Rissmomenten gegenübergestellt. Das Alter der Versuchsplatten lag zwischen 28 und 91 Tagen (Tabelle B.3). Eine Korrelationsanalyse ergibt eine empirische Regressionsgerade zur Beschreibung der Zusammenhänge. Einen Vergleich zwischen berechneten und im Versuch beobachteten Rissmomenten zeigt das Diagramm in Bild 6.4.

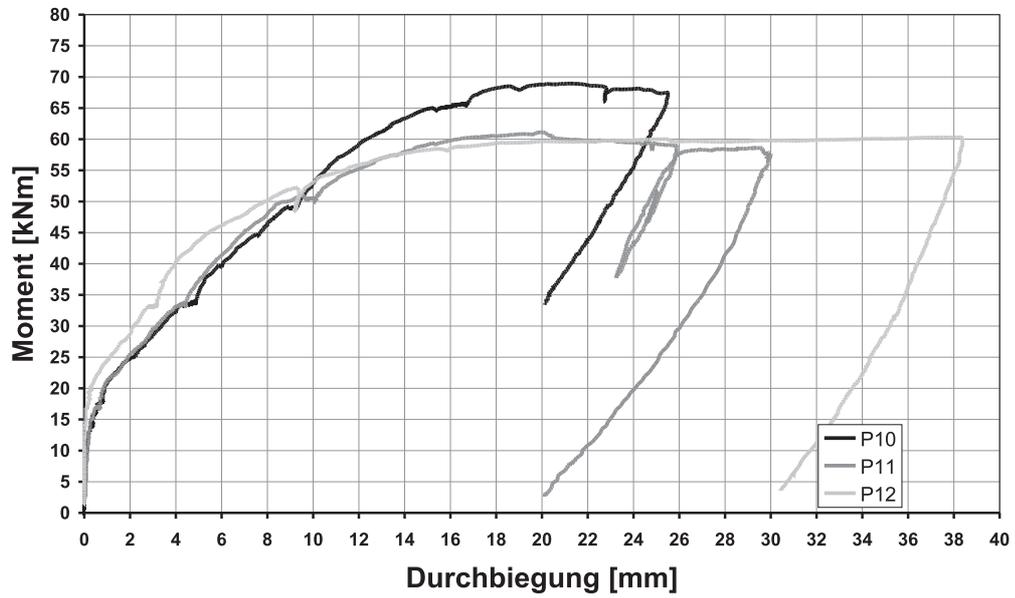


Bild 6.3: Moment-Durchbiegungs-Diagramm Serie D

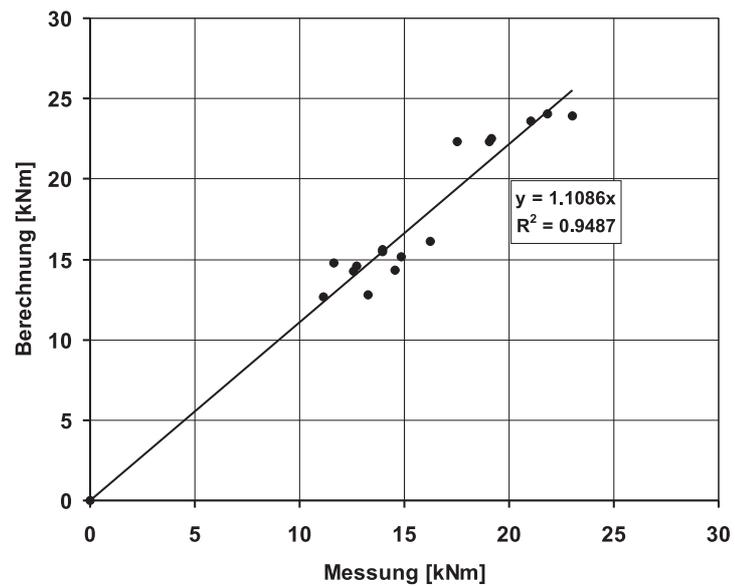


Bild 6.4: Korrelation der gemessenen und berechneten Rissmomente

Es ergibt sich:

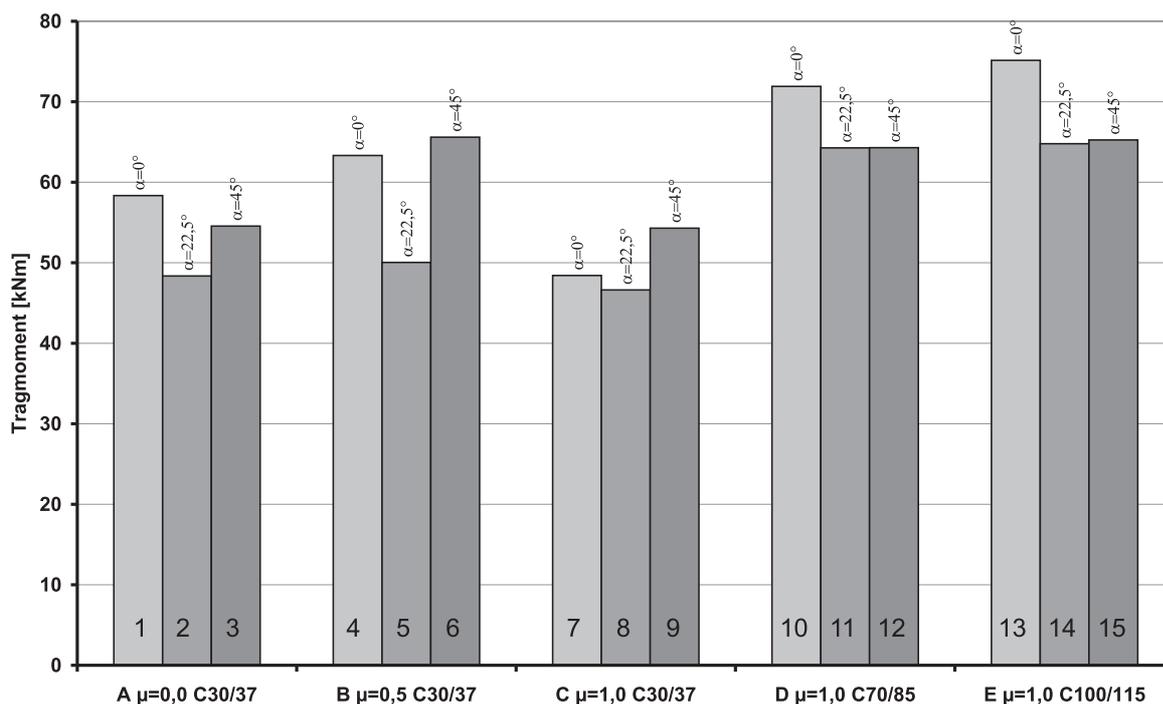
$$M_{cr,berechnet} = 1,1086 \cdot M_{cr,gemessen} \quad (6.9)$$

Das dargestellte Bestimmtheitsmaß  $R^2$  von 0,9487 zeigt, dass die Zusammenhänge mit der verwendeten Funktion mit großer Genauigkeit wiedergegeben werden können. Folglich ergibt sich bei Berücksichtigung des Schwindeinflusses auf die Betonzugfestigkeit ( $\alpha_S$ ):

$$\begin{aligned} f_{ct,S} &= \underbrace{1,1086^{-1}}_{\alpha_S} \cdot f_{ct} \\ &= 0,90 \cdot f_{ct} \end{aligned} \quad (6.10)$$

Dieser Abminderungsfaktor liegt damit in einem ähnlichen Bereich der von EMPELMANN [32] ( $\alpha_S = 0,73$ ), MAURER [71] ( $\alpha_S = 0,85$ ) und PURAINER [80] ( $\alpha_S = 0,784$ ) ermittelten Werte.

Die Traglasten aller Versuchsplatten, hier als Tragmoment in Bild 6.5 dargestellt, zeigen für die verschiedenen Betonfestigkeiten unterschiedliches Verhalten. Bei den Serien A, B und C mit einem normalfesten Beton zeigt sich jeweils ein ähnliches Verhalten. Hier liegt das Tragmoment bei der Bewehrungsrichtung  $\alpha = 0^\circ$  und  $45^\circ$  über dem der Richtung  $\alpha = 22,5^\circ$ .



**Bild 6.5:** Traglasten der einzelnen Versuchsserien

Diese Ergebnisse der Serien A bis C werden nicht genauer ausgewertet, da aufgrund der o.g. unterschiedlichen Lagerung der Platten P02, P03, P04 und P07 aus Elastomerstreifen keine Vergleichbarkeit gewährleistet ist. Weiterhin fällt auf, dass das Tragmoment der Platte P07 nicht wie bei den Serien A und B deutlich über dem Tragmoment mit Bewehrungsrichtung  $\alpha = 22,5^\circ$  liegt. Um hier ein vergleichbares Ergebnis zu produzieren sind erneut Versuche mit dem gleichen Versuchskörperaufbau durchzuführen.

Bei den Versuchsserien D und E, die aufgrund gleichartiger Lagerung auf einem Mörtelbett vergleichbar sind, zeigt sich ein ähnliches Last-Verformungs-Verhalten. Das Tragmoment der Platten mit der Bewehrungsrichtung  $\alpha = 0^\circ$  liegt bei Serie D 12% und bei Serie E 16% über dem der beiden anderen Bewehrungsrichtungen.

Dieses Verhalten lässt sich auf zwei Effekte zurückführen. Einmal auf den so genannten Kinking-Effekt (Abschnitt 5.2), der dazu führt, dass die Bewehrung lokal im Bereich eines Risses gebogen wird und somit früher plastiziert. Der zweite Effekt lässt sich auf das Verbundverhalten der Bewehrung zurückführen. Die zentrisch gezogene Bewehrung wird besser ausgenutzt. Ein Winkel zwischen Bewehrung und Hauptspannungsrichtung führt zu zusätzlichen Kräften, die infolge der Dübelwirkung der Bewehrung in den Beton eingeleitet werden. Diese Aktivierung von Bettungsspannungen (Abschnitt 5.2, Bild 4.9, Spannungsverlauf nach [7]) ist auch eine Ursache für das unterschiedliche Traglastniveau bei unterschiedlichen Richtungen.

Ausgehend vom schräg gezogenen Bewehrungsstab werden auf einer Seite Druck- und auf der gegenüberliegenden Seite Zugspannungen in den Beton eingeleitet. Auf der Seite mit den Druckspannungen kann folglich eine höhere Verbundspannung übertragen werden, jedoch kann die zusätzliche Einleitung dieser Druckspannungen zu einem Betonversagen in Querrichtung führen. Der gegenteilige Effekt zeigt sich auf der gegenüberliegenden Seite, da hier der Bewehrungsstab vom Beton weggezogen wird. Infolge dessen verschlechtert sich das Verbundverhalten, so dass bei größeren Verschiebungen keine Verbundspannungen mehr aktiviert werden können.

Dieses Last-Verformungs-Verhalten zeigen auch die Berechnungsergebnisse des FE-Modells, welche in Abschnitt 5.3 erläutert wurden.

## 6.3 Versuche mit Plattenausschnitten

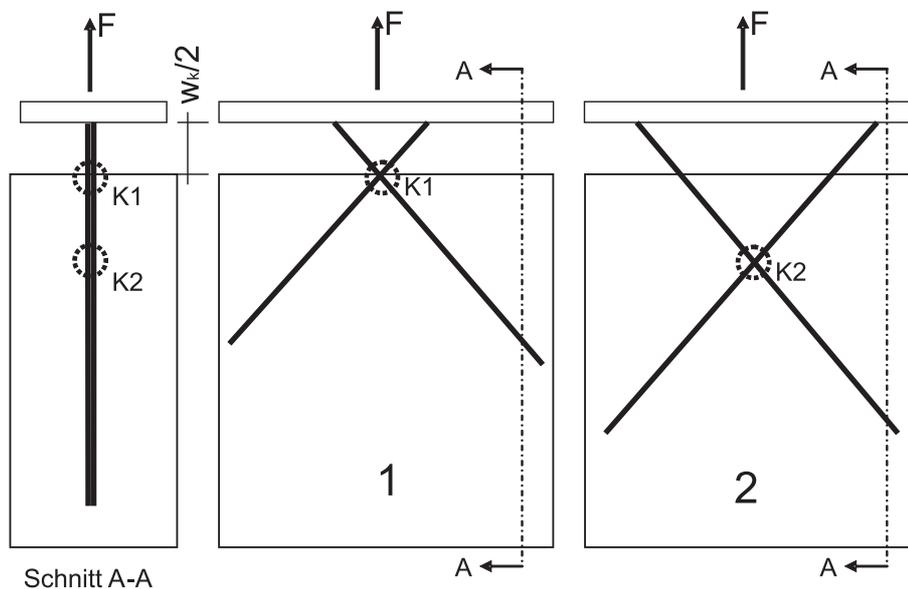
### 6.3.1 Aufbau



**Bild 6.6:** Ansicht des Aufbaus der Versuche mit Plattenausschnitten (Anhang C.2)

Bild 6.6 zeigt einen Körper der Versuchsserie mit Plattenausschnitten. Diese stellen einen Aus-

schnitt aus der Zugzone einer einaxial biegebeanspruchten Stahlbetonplatte dar. Ziel dieser Versuche sollte sein, einen eventuellen Einfluss der Lage des Schweißpunktes der Mattenbewehrung (Q335) in Bezug auf den Riss zu identifizieren. Dazu wurden Versuchskörper konzipiert, deren Geometrie, Messtechnik und Lasteinleitung im Abschnitt C.2 dargestellt und beschrieben sind. Das Bewehrungsnetz ist dabei um  $\alpha = 45^\circ$  gedreht.



**Bild 6.7:** Versuchsserie PA, Bewehrungskonfigurationen K1 und K2

Als Grenzwerte der Lage des Risses wurden zwei verschiedene Versuchskörper hergestellt. Bild 6.7 zeigt diese beiden Anordnungen der Knoten (Schweißpunkte). Bei der Konfiguration K1 verläuft der Riss auf Höhe des Knotens und bei der Konfiguration K2 auf Höhe einer halben Maschenweite. Der Riss wurde bei Herstellung der Körper vorgegeben, indem ein Blech zwischen beide Versuchskörperhälften eingebaut wurde. In Bild 6.7 ist die untere Hälfte eines Versuchskörpers dargestellt, weshalb für die Rissbreite  $w_k/2$  markiert wurde. Getestet wurden zwei Betonfestigkeiten und von jeder Konfiguration jeweils drei Versuchskörper, so dass sich zwölf Versuchskörper ergaben. Dabei waren sechs aus einem C30/37, dessen Festigkeit auch erreicht wurde und die anderen sechs sollten ein C100/115 werden, was jedoch nur knapp nicht erreicht wurde. Daher ergab sich die Bezeichnung der Versuchskörper, beispielsweise K1-1-C30 heißt, dass es sich um Knotenlage K1 bei Versuchskörper 1 von 3 mit dem Beton C30/37 handelt.

### 6.3.2 Durchführung

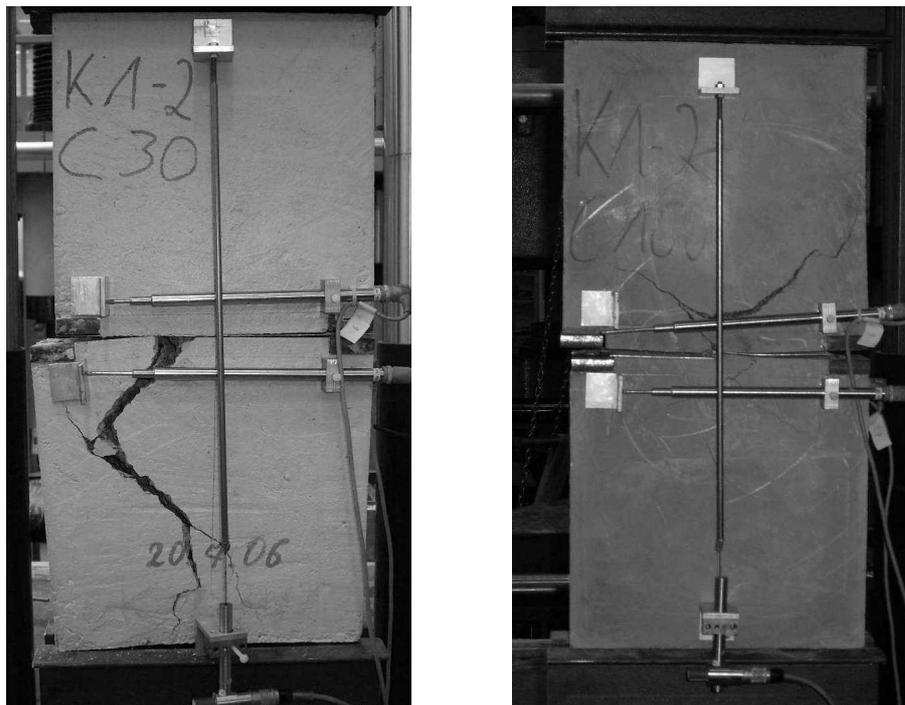
Zum Testen der Versuchskörper wurden diese vertikal in die Prüfmaschine eingebaut. Durch die eingebauten Gewindestangen erfolgt die Einleitung der Zugkraft im Bereich des Risses. Eine andere Möglichkeit der Lasteinleitung wurde verworfen, da dabei der Betonkörper eingespannt hätte werden müssen und somit weitere Bewehrung notwendig gewesen wäre. Über die Traversenkonstruktion wurde somit die Zugkraft in die Gewindestangen eingeleitet. Die Versuche wurden weggesteuert gefahren, der Zylinder zog gleichmäßig mit  $0,05 \text{ mm/s}$ . Die Messwerte der sechs angebrachten induktiven Wegaufnehmer (Bild C.7) wurden permanent am Messcomputer aufgezeichnet. Infolge großer Verformungen haben sich einige Wegaufnehmer aus der Halterung

gelöst und lieferten somit keine auswertbaren Ergebnisse. Dabei handelte es sich um die Aufnehmer 1, 2, 3 und 4, die für die Messung der Horizontalverformungen angebracht waren. Aus den Bildern im Anhang D ist erkennbar, dass diese Verformungen bei Versuchsende sehr unterschiedlich ausfielen. Infolge dessen wurden sie nicht weiter ausgewertet.

### 6.3.3 Ergebnisse

#### 6.3.3.1 Rissbilder

Die Rissbilder dieser Versuchsserie fielen sehr unterschiedlich aus, da sich die Versuchskörper teilweise nicht gleichmäßig parallel auseinanderbewegten, sondern schräg oder sich auch gegenseitig verdrehten. Die Versuchskörper mit dem hochfesten Beton zeigten auch teilweise Schwindrisse an der Oberfläche, die bei einem relativ kleinen Körper eine Querschnittsschwächung darstellen können. Bild 6.8 zeigt exemplarisch den Vergleich der Rissbilder der Versuchskörper K1-2-C30 und K1-2-C100, die sich nur durch die Betonfestigkeit unterscheiden. Trotzdem zeigt sich bei beiden ein vollständig unterschiedliches Rissbild. Der Körper K1-2-C30 reißt einseitig auf, beginnend an der Stelle in der Mitte, wo sich der Schweißpunkt befindet. Beim Körper K1-2-C100



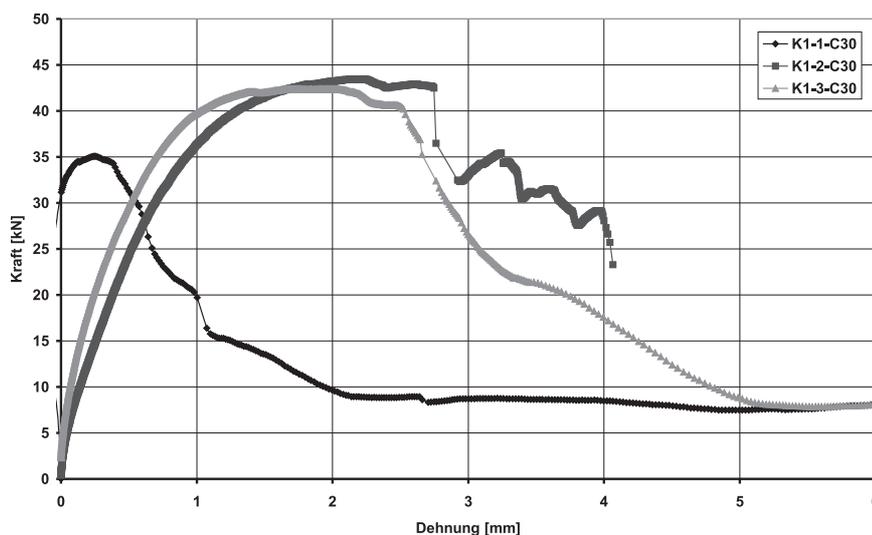
**Bild 6.8:** Vergleich des Rissbildes bei Versuchsende, links K1-2-C30 und rechts K1-2-C100

entsteht der Riss in der oberen Hälfte und verläuft von der Mitte ausgehend nach links und rechts. Es ist ein durchgehender Riss bis zur Mitte des Körpers erkennbar, ebenfalls bis zur Stelle des Schweißpunktes.

Die Rissbilder aller Versuchskörper dieser Serie sind zusammengefasst im Anhang D dargestellt.

### 6.3.3.2 Last–Verformungs–Verhalten

Zielstellung dieser Versuchsserie war es, den Einfluss der Risslage auf das Last–Verformungs–Verhalten zu untersuchen. Hierzu wurde die Verformungen in Längsrichtung durch die Wegaufnahme 5 und 6 aufgezeichnet. Als Ergebnis daraus ergaben sich Zugkraft–Dehnungs–Kurven, die im Anhang D dargestellt sind. Beispielhaft ist das Ergebnis der ersten drei Versuchskörper in Bild 6.9 gezeigt.



**Bild 6.9:** Zugkraft–Dehnungs–Kurven Knotenlage 1 Beton C30/37

Bei der Durchführung des ersten Versuchs verdrehte sich die untere Zugbacke des Zylinders, was bei den folgenden Versuchen durch eine Fixierung ausgeschlossen wurde. Somit wird die Kurve K1–1–C30 nicht weiter betrachtet. Bei anderen Versuchen gab es ebenfalls nicht verwertbare Ergebnisse. Bei Versuch K2–1–C30 sprangen die Gewindestangen zweimal aus der Halterung, dies hatte zu Folge, dass sich sein Last–Verformungs–Verhalten sichtbar veränderte, da er bereits bis in den plastischen Bereich vorbelastet war (siehe Bild D.6). Die Kraft–Dehnungs–Kurve des Versuchskörpers K2–1–C100 ging aufgrund eines Problems am Messcomputer verloren. Die Maximalkraft konnte abgelesen werden. Bild 6.10 zeigt den Vergleich aller aufgebrachten Maximallasten der zwölf Versuchskörper. Es zeigt sich, dass jeweils der erste Versuchskörper einer Reihe deutlich abweicht, weshalb diese Ergebnisse bei der nachfolgenden quantitativen Auswertung nicht miteinberechnet werden.

Vergleicht man die mittleren aufgebrachten Maximalkräfte bei gleicher Bewehrungskonfiguration, so ergibt sich bei den Versuchen K1 beim Beton C100 eine um 2% geringere Kraft und bei Konfiguration K2 eine um 6% höhere Maximalkraft als beim Beton C30.

Vergleicht man den Einfluss der Maximalkräfte bei gleicher Betonfestigkeit, so ergibt sich bei den Versuchen mit Beton C30 bei K1 eine um 11% höhere Kraft und bei Beton C100 eine um 2% höhere Maximalkraft als bei Konfiguration K2.

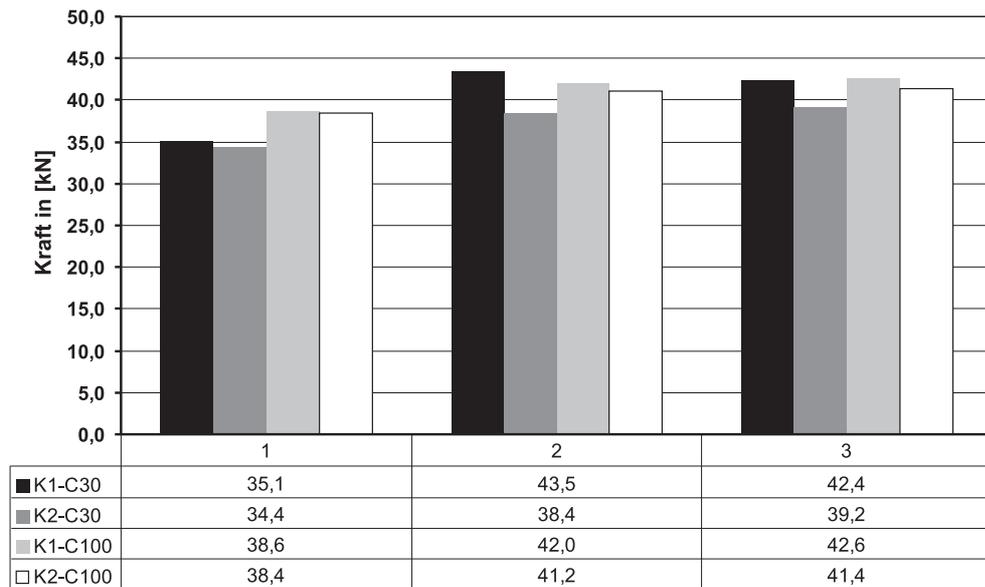
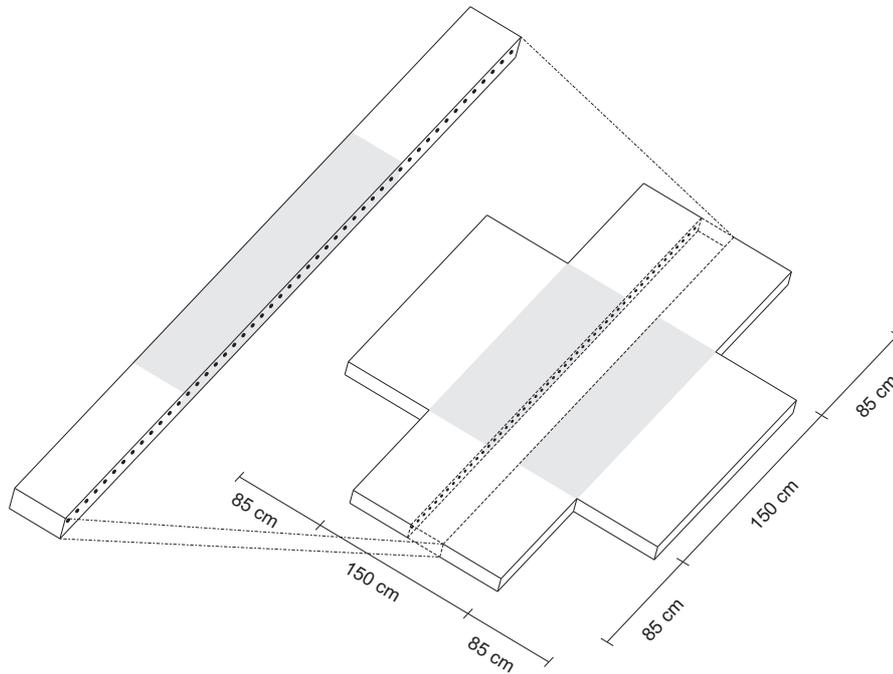


Bild 6.10: Vergleich der aufgetragenen Maximalkraft aller Versuche

## 6.4 Versuche mit Plattenstreifen

### 6.4.1 Aufbau

Die Versuchskörper dieser Versuchsserie wurden so konzipiert, dass sie einen aus einer Stahlbetonplatte herausgeschnittenen Streifen abbilden. In Bild 6.11 ist dieser Gedanke grafisch dargestellt. Folglich konnten einzelne Aspekte untersucht werden, ohne komplette Platten zu testen. Insbesondere der Ein- und Ausbau sowie das Beobachten der Rissbildung während des Versuches waren deutlich einfacher mit Plattenstreifen realisierbar. Die einzelnen Plattenstreifen wurden in zwei Versuchsserien ( $q_{10}$  und  $q_{20}$ ) unterteilt, wobei jede Serie aus sechs Plattenstreifen bestand. Der Unterschied der einzelnen Versuchsserien bestand darin, dass der Abstand der Querbewehrung variierte. Die Querbewehrung der Versuchsserie  $q_{10}$  hatte einen Abstand von  $10\text{ cm}$  und der Querbewehrungsabstand der Serie  $q_{20}$  betrug  $20\text{ cm}$ . Der Querbewehrungsabstand wurde auf Grund der Erkenntnisse aus [80] in diesen Abständen gewählt. Auf die Grundlagen zur Berechnung des gewählten Querbewehrungsabstandes wurde in Abschnitt 4.1 eingegangen. Durch den gewählten Querbewehrungsabstand sollten Risse auf Höhe der Querbewehrung und genau zwischen den Querbewehrungsstäben erzeugt werden. Bei jeder Versuchsserie wurde der Einfluss der Betonüberdeckung untersucht. Es sollten möglichst baupraktische Betonüberdeckungen verwendet werden. Als baupraktischer Bereich wurden Betonüberdeckungen von  $c_{nom} = 1$  bis  $5\text{ cm}$  festgelegt. Somit ergaben sich für jede Serie drei unterschiedliche Betonüberdeckungen ( $c_1 = 1\text{ cm}$ ,  $c_3 = 3\text{ cm}$  und  $c_5 = 5\text{ cm}$ ). Um die erlangten Versuchsergebnisse vergleichen zu können, wurde von jedem Plattenstreifentyp zwei Versuchskörper (A und B) hergestellt. So ergab sich eine Anzahl von insgesamt zwölf Plattenstreifen. Die Bezeichnung der einzelnen Plattenstreifen (PS) und die Konfiguration der Versuchskörper sind in Tabelle 6.2 zu entnehmen. Hier sind nur sechs dargestellt, die gleichen Plattenstreifen wurden nochmal mit der Bezeichnung B anstelle des A hergestellt.



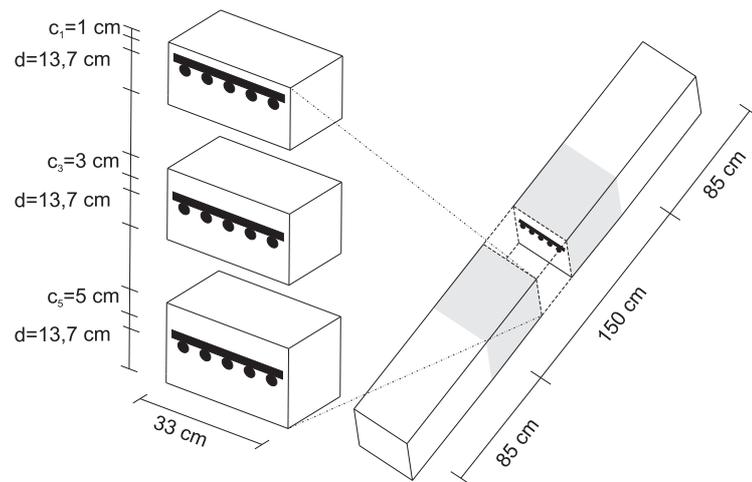
**Bild 6.11:** Konzept der Plattenstreifen aus einer Stahlbetonplatte

**Tabelle 6.2:** Konfiguration der Plattenstreifen

Bezeichnung*	Maße [cm] L x B x H	Beton	Querbewehrungs- abstand [cm]	Betonüber- deckung [cm]
PS01Aq10c1	320 x 33 x 16	C30/37	10	1,0
PS02Aq10c3	320 x 33 x 18	C30/37	10	3,0
PS03Aq10c5	320 x 33 x 20	C30/37	10	5,0
PS04Aq20c1	320 x 33 x 16	C30/37	20	1,0
PS05Aq20c3	320 x 33 x 18	C30/37	20	3,0
PS06Aq20c5	320 x 33 x 20	C30/37	20	5,0

\*analog die 6 Versuchskörper mit B statt A

Im Gegensatz zu den Plattenversuchen (Abschnitt 6.2) variieren die Versuchskörper in ihren Abmessungen. Um die späteren Versuchsergebnisse der einzelnen Plattenstreifen vergleichen zu können, wurde für jeden Körper eine identische statische Nutzhöhe  $d$  von  $13,7\text{ cm}$  gewählt. Somit ergaben sich unterschiedliche Höhen für jede Betonüberdeckung. Die Höhe der Plattenstreifen betrug  $h = 16\text{ cm}$ ,  $h = 18\text{ cm}$  und  $h = 20\text{ cm}$ . Für alle Körper wurde eine identische Grundfläche von  $320\text{ cm}$  Länge und  $33\text{ cm}$  Breite gewählt. Abbildung 6.12 verdeutlicht die Geometrie der einzelnen Versuchskörper. Der innere Bereich der Plattenstreifen mit einer Länge von  $l = 150\text{ cm}$  war der zu untersuchende Bereich. Die an diesen Bereich anschließenden Kragarme ( $l = 85\text{ cm}$ ) dienten der Lasteinleitung (siehe Abschnitt C.3). Um die unter Belastung auftretenden Risse besser erkennen zu können, sollte eine möglichst glatte Oberfläche geschaffen werden.



**Bild 6.12:** Querschnittsgeometrie infolge Variation der Betonüberdeckung

Damit die Bewehrungsnetze aller Plattenstreifen identisch werden, wurde vorher eine Konstruktionsschablone hergestellt. Die Schablone wurde so erstellt, dass sowohl die Bewehrung für die Plattenstreifen der Serie  $q_{10}$  als auch der Serie  $q_{20}$  auf ihr errichtet werden konnten. In die Ausbuchtungen der Lehre wurde entweder im Abstand von  $10\text{ cm}$  oder  $20\text{ cm}$  zunächst die Querbewehrung in einer Länge von  $l = 29\text{ cm}$  eingelegt. Die genaue Beschreibung der Bewehrungsnetze ist Anhang C.3 zu entnehmen. Auf die Querbewehrung wurde anschließend die Längsbewehrung gelegt. Für den exakten Abstand der Längsbewehrung sorgten ebenfalls Ausbuchtungen in der Konstruktionsschablone. Im Anschluss wurden alle so entstandenen Knotenpunkte mittels Armierungsdraht fixiert. Das fertige Bewehrungsnetz diente als Grundgerüst für die noch zu fixierenden Quer- und Längsbügel. Im späteren Bereich der Auflager wurden Querbügel eingebaut, damit auftretender Querkzug über den Auflagern aufgenommen werden konnte. Die jeweiligen Kragarme wurden zusätzlich mit Längsbügeln bewehrt, um ein frühzeitiges Querkraftversagen unter dem Punkt der Lasteinleitung zu verhindern. Nach der Fertigstellung der Bewehrungsnetze wurden Dehnmessstreifen zur späteren Bestimmung der exakten Stahldehnungen aufgebracht. Zur Anordnung der Dehnmessstreifen wird auf Abbildung C.11 verwiesen. Drei Dehnmessstreifen wurden auf Höhe eines Querbewehrungsstabes angebracht und zwei weitere exakt in Feldmitte. Die Wahl dieser Stellen ergab sich aus der Absicht, die Stahldehnungen an den vorher prognostizierten Rissstellen (siehe Abschnitt 4.1) zu messen. Tabelle 6.3 fasst die zu erwartenden Rissabstände zusammen.

Bild 6.13 zeigt einen eingebauten Versuchskörper vor Versuchsbeginn. Dabei ist die gelenkige

**Tabelle 6.3:** Prognostizierte Rissabstände nach [80]

Bezeichnung*	mittlerer Riss- abstand $s_{rC}$	Bemerkung
PS01Aq10c1	10,0	$s_{rC} = s_C$
PS02Aq10c3	15,7	$s_{rC} = 1,35 \cdot l_{e,abg}$
PS03Aq10c5	23,5	$s_{rC} = 1,35 \cdot l_{e,abg}$
PS04Aq20c1	10,0	$s_{rC} = 0,5 \cdot s_C$
PS05Aq20c3	20,0	$s_{rC} = s_C$
PS06Aq20c5	20,0	$s_{rC} = s_C$

\*analog die 6 Versuchskörper mit B statt A

Lagerung auf Rollenlagern, sowie die nahezu reibungsfreie und gelenkige Lasteinleitung sichtbar, die bei den Versuchen mit Plattenstreifen analog zu den Plattenversuchen gewährleistet wurde. Die Versuchskörper verformten sich im Laufe der Versuchsdurchführung deutlich, weshalb die Traverse mit gewissem Abstand zum Körper eingebaut wurde. So konnte eine kontinuierliche Versuchsdurchführung gewährleistet werden. Insbesondere konnte sichergestellt werden, dass der Versuchskörper nicht an die Traverse anstößt. An der Unterseite treten die Messkabel der Dehnmessstreifen aus dem Versuchskörper aus. Weiterhin ist unter dem Versuchskörper eine kleine Holzkonstruktion erkennbar, an der die Laserwegaufnehmer angebracht sind und diese auch gleichzeitig vor eventuell herabfallenden Betonteilen der Betondruckzone schützt.



**Bild 6.13:** Ansicht des Aufbaus der Versuche mit Plattenstreifen [63] (Anhang C.3)

### 6.4.2 Durchführung

Die Kraft des Hydraulikzylinders wurde über die Traverse senkrecht an den Enden der Kragarme der Plattenstreifen eingeleitet und erzeugte somit im Bereich zwischen den Auflagern das benötigte konstante Biegemoment. Dazu wurde der weggesteuerte Versuch so gefahren, dass der Zylinder mit einer Geschwindigkeit von  $0,05 \text{ mm/s}$  die Verformung erhöhte. Für eine spätere Auswertung der Einflüsse der Querbewehrung auf das Tragverhalten von biegebeanspruchten Stahlbetonplatten(-streifen) wurden zusätzlich die sich einstellenden Risse an der Oberseite jedes Versuchskörpers durch Fotos dokumentiert. Während der Versuchsdurchführung wurde der Erstriss (grün) und nach dem Versagen des Bauteils das abgeschlossene Rissbild (blau) markiert. Sobald ein Erstriss visuell zu erkennen war, wurde zur Aufnahme und zur Verhinderung weiterer Rissbildung der Versuch kurzzeitig angehalten und die Risse markiert. Nach der Markierung wurde der Plattenstreifen weiter belastet, bis sich ein Versagen des Bauteils einstellte. Um besser den Zusammenhang zwischen dem Abstand der Querbewehrung und dem Rissverhalten darstellen zu können, wurde das Bewehrungsnetz vor Versuchsbeginn auf jeden Plattenstreifen aufgezeichnet.

### 6.4.3 Ergebnisse

#### 6.4.3.1 Rissbildung

Die Rissbilder aller zwölf Versuchskörper sind im Anhang F gezeigt. Bild 6.14 zeigt exemplarisch das Rissbild des Versuchskörpers PS04Bq20c1 nach Versuchsende. Da die Risse aufgrund der Inhomogenität im Beton nicht exakt gerade verlaufen, ergibt sich der dargestellte unregelmäßige Rissverlauf. Die Rissabstände wurden mit Hilfe eines Maßbandes jeweils an den Versuchskörperrändern und in der Mitte gemessen und daraus der mittlere Rissabstand  $s_{rC,i}$  zwischen zwei Rissen berechnet:

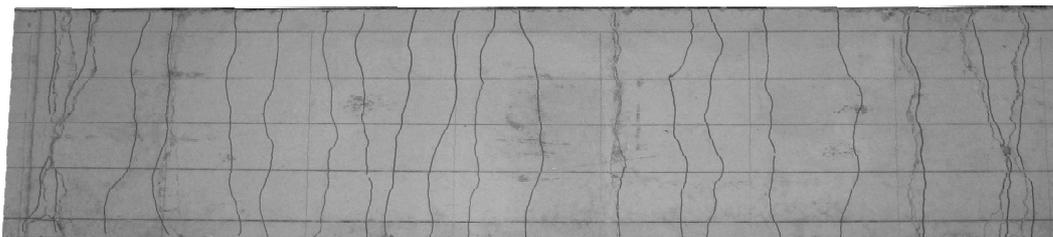
$$s_{rC,i} = \frac{s_{rC,vorne} + s_{rC,mitte} + s_{rC,hinten}}{3} \quad (6.11)$$

Aus diesen gemittelten Rissabständen wurde im Anschluss der mittlere Rissabstand eines Versuchsplattenstreifens berechnet zu:

$$s_{rC} = s_{rmC} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n s_{rC,i} \quad (6.12)$$

mit  $n = \text{Anzahl der Einzelrisse}$

Das Rissbild zeigt, dass sich Risse an der Lage der Querbewehrung orientieren und auch dazwischen entstehen. Für dieses Verhalten wird das Modell der Berechnung der Rissabstände von PURAINER [80] (siehe Kapitel 4) weiterentwickelt. Im nachfolgenden Abschnitt wird die Berechnung erläutert.



PS04Bq20c1

**Bild 6.14:** Rissbild bei Versuchsende im Beobachtungsbereich

Dazu wurden zuerst die Rissmomente  $M_{cr}$  untersucht, die einen eventuellen Einfluss der Querbewehrung auf die Rissauslösung zeigen. Die mechanische Berechnung des Rissmomentes erfolgt über die Zugfestigkeit  $f_{ctm}$  des Betons und das Widerstandsmoment  $W$  des Querschnitts.

$$M_{cr,ber} = f_{ctm} \cdot W = f_{ctm} \cdot \frac{b \cdot h^2}{6} \quad (6.13)$$

Die gemessenen Rissmomente  $M_{cr}$  sind den berechneten in Tabelle 6.4 gegenübergestellt.

**Tabelle 6.4:** Berechnete und gemessene Rissmomente der Versuchsplattenstreifen

Plattenstreifen	$M_{cr,ber}$ [kNm]	< >	$M_{cr,gem}$ [kNm]
PS01Aq10c1	4,51	<	5,3
PS01Bq10c1	4,51	<	5,1
PS02Aq10c3	5,84	<	6,2
PS02Bq10c3	5,84	<	5,9
PS03Aq10c5	7,38	>	7,1
PS03Bq10c5	7,38	<	7,5
PS04Aq20c1	4,51	<	4,7
PS04Bq20c1	4,51	<	5,2
PS05Aq20c3	5,84	>	5,6
PS05Bq20c3	5,84	>	5,7
PS06Aq20c5	7,38	>	6,9
PS06Bq20c5	7,38	<	7,6

Die Regressionsanalyse in Bild 6.15 zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen den berechneten und gemessenen Rissmomenten. Es lässt sich daraus kein Einfluss der Querbewehrung auf die Rissentstehung feststellen, den man infolge einer Querschnittsschwächung hätte erwarten können. Dies kann darin begründet sein, dass die Querschnittsschwächung gemäß Definition aus Bild 7.3 so gering ist, dass ein Einfluss wie in [80] an Stahlbetonzugkörpern und Stahlbetonscheiben gezeigt, hier nicht erkennbar wird.

Trotz der beim Rissmoment nicht erkennbaren Querschnittsschwächung konnte beobachtet werden, dass bei jedem Plattenstreifen, unabhängig vom Querbewehrungsabstand, der Erstriss immer entlang der Querbewehrung entstand (siehe Bild 6.16). Somit ist die in Kapitel 4 genannte

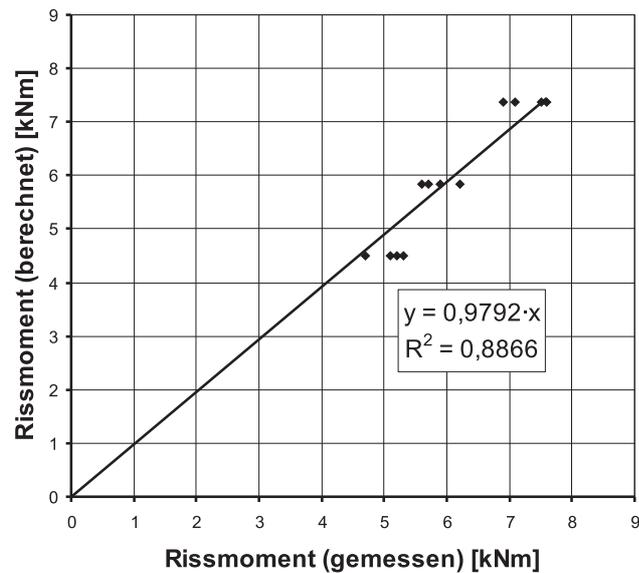


Bild 6.15: Regressionsanalyse der berechneten und gemessenen Rissmomente  $M_{cr}$

Annahme eines Einflusses der Querbewehrung auf das Erstrissverhalten korrekt. Bild 7.3 zeigt einen Vorschlag der Reduktion des effektiven Wirkungsbereiches der Bewehrung  $A_{c,eff}$  nach Norm [21]. Bei den hier vorliegenden Plattenstreifen beträgt die Querschnittsschwächung  $\rho$  be-

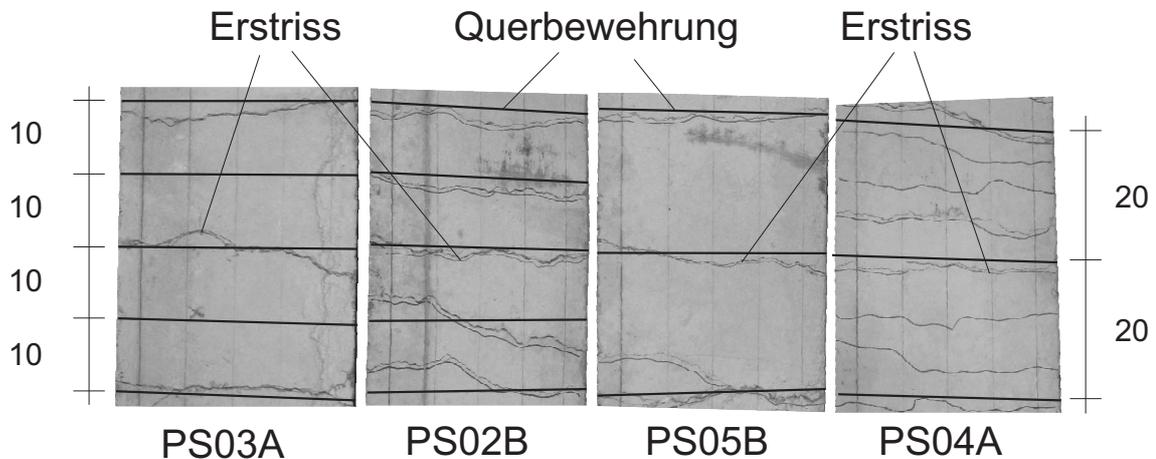


Bild 6.16: Auftretende Erstrisse entlang der eingebauten Querbewehrung

zogen auf den Gesamtquerschnitt mit  $h = 16 \text{ cm}$ :

$$\rho = \frac{d_{s,C} \cdot b}{A_{c,ges}} = \frac{d_{s,C}}{h} = \frac{0,8 \text{ cm}}{16 \text{ cm}} = 0,050 \quad (6.14)$$

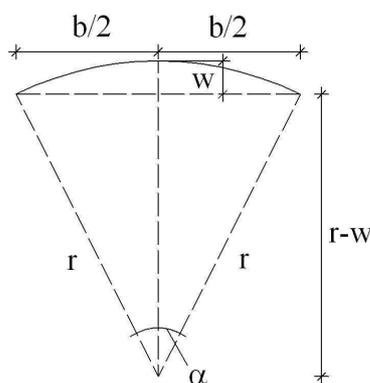
Bezieht man die Schwächung auf den Wirkungsbereich der Bewehrung  $A_{c,eff}$  mit  $d_1 = 2,3 \text{ cm}$  dann ergibt bei sich:

$$\rho = \frac{d_{s,C} \cdot b}{A_{c,eff}} = \frac{d_{s,C}}{h_{eff}} = \frac{0,8 \text{ cm}}{2,5 \cdot 2,3 \text{ cm}} = 0,139 \quad (6.15)$$

Auf Basis dieser Beeinflussung des Last–Verformungs–Verhaltens eines Bauteils durch Querbewehrung wird die Berechnung der Rissabstände nach [80] im folgenden Kapitel unter Berücksichtigung aller durchgeführten Versuche mit Plattenstreifen weiterentwickelt.

### 6.4.3.2 Last–Verformungs–Verhalten

Die untersuchten Einflüsse der Querbewehrung und der Betonüberdeckung auf das Last–Verformungs–Verhalten von Stahlbetonplattenstreifen unter Biegebeanspruchung werden mittels einem Momenten–Krümmungs–Diagramm ausgewertet. Hierbei wird das einwirkende Biegemoment  $M$  in Beziehung zu der dazugehörigen Krümmung  $\kappa$  gesetzt. Anhand der Verformungen, welche während der Versuchsdurchführung kontinuierlich gemessen wurden, konnte die Krümmung ermittelt werden. Diese bezieht sich hierbei auf die wirkende Krümmung in der Mitte des Versuchsplattenstreifens. Die Berechnung erfolgt über den in Bild 6.17 gezeigten Zusammenhang mit Hilfe von Gleichung (6.16). Während der Versuchsdurchführung kann das einwirkende Biegemoment  $M$  direkt aus der aufbrachten Zylinderkraft  $F$  berechnet werden zu:  $M = F \cdot 0,8 m$ .



**Bild 6.17:** Geometrischer Zusammenhang zwischen Durchbiegung  $w$  und Krümmung  $\kappa = 1/r$

$$\kappa = \frac{1}{r} = \frac{2 \cdot w}{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + w^2} \quad (6.16)$$

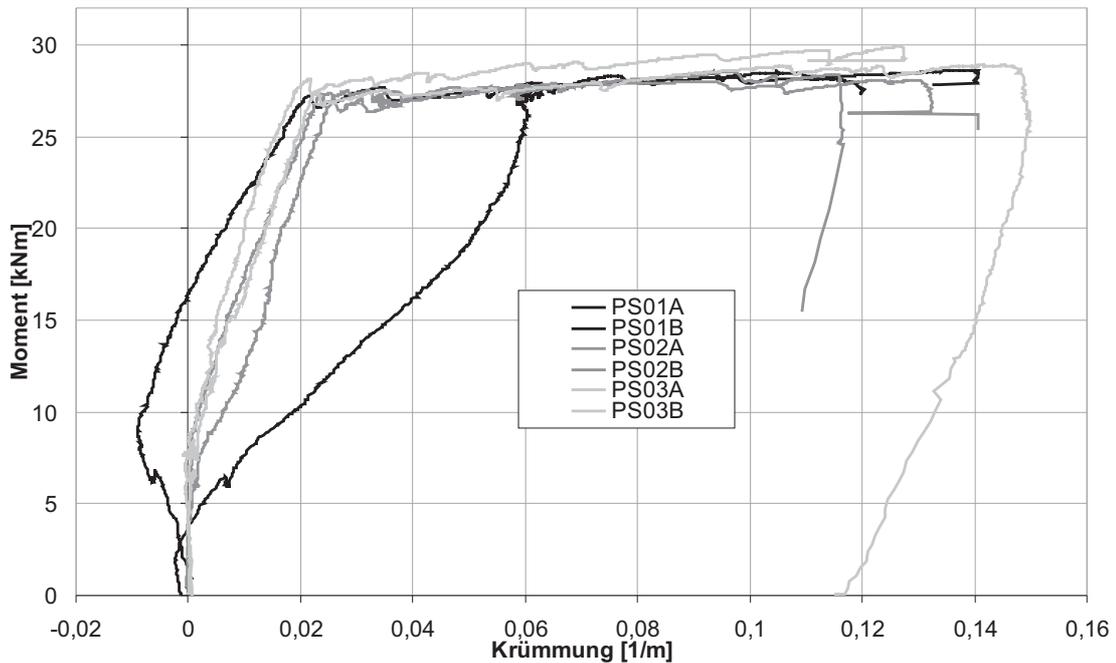
Diese Gleichung gilt für die Berechnung der Krümmung  $\kappa$  bei Beanspruchung durch ein konstantes Biegemoment. Hierbei ist  $w$  die gemessene Durchbiegung in Feldmitte und  $b$  der Abstand der gegenüberliegenden Auflager.

### Einfluss der Betonüberdeckung auf das Last–Verformungs–Verhalten

Bild 6.18 zeigt das Momenten–Krümmungs–Diagramm für die sechs Versuchsplattenstreifen der Serie  $q_{10}$  mit dem Querbewehrungsabstand von  $s_C = 10 \text{ cm}$ .

Es fällt zunächst auf, dass die Momenten–Krümmungs–Linie der beiden Versuchsplattenstreifen PS01Aq10c1 und PS01Bq10c1 von den Momenten–Krümmungs–Beziehungen der anderen Plattenstreifen abweichen. Sie zeigen ein völlig untypisches Last–Verformungs–Verhalten.

Ein genauer Grund hierfür kann nicht definiert werden. Wahrscheinlich ist dieses Verhalten

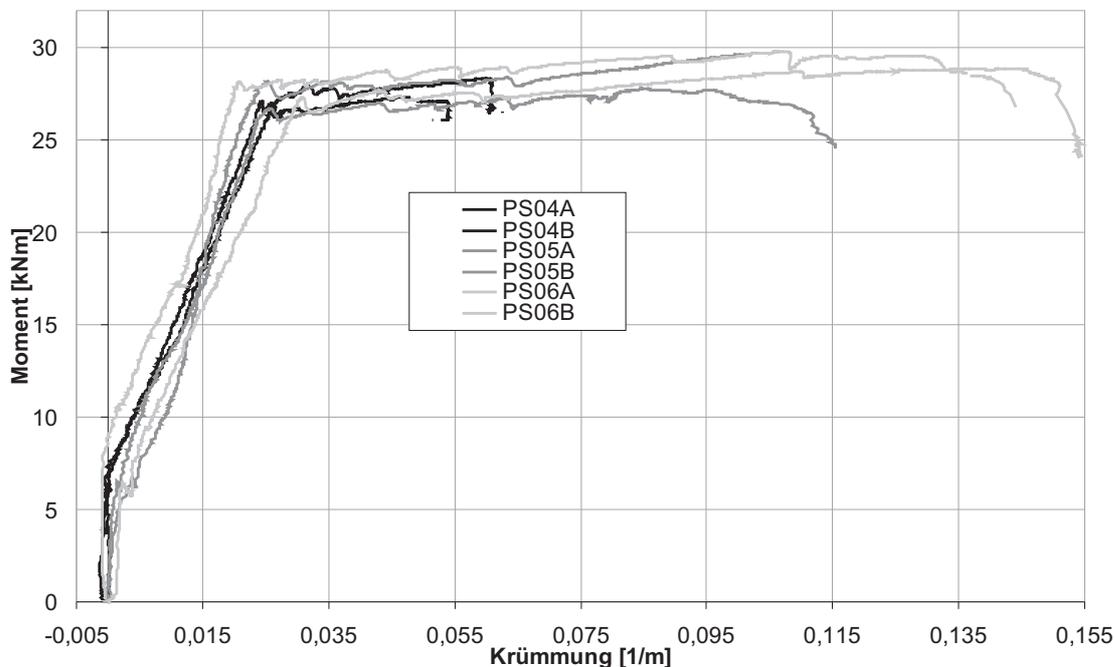


**Bild 6.18:** Momenten-Krümmungs-Diagramm der Serie  $q_{10}$

auf die Art der Versuchsdurchführung zurückzuführen. Beide Versuchskörper verformten sich zunächst in negativer Richtung. Die Vermutung liegt nahe, dass es an den Punkten der Lasteinleitung zu Abweichungen während der Versuchsdurchführung kam. Es wird ausgeschlossen, dass die Bereiche der Auflager für die untypischen Momenten-Krümmungs-Linien verantwortlich sind, da beide Plattenstreifen ebenfalls auf einem Mörtelbett gelagert waren. Die Abweichungen an den Lasteinleitungspunkten könnten durch etwaige Exzentrizitäten an der Oberseite der Versuchskörper entstanden sein. Aus diesem Grund werden die Ergebnisse dieser beiden Versuchsplattenstreifen bei weiteren Schlussfolgerungen vernachlässigt. Der abfallende Ast am Ende der  $M-\kappa$ -Linien der Versuchskörper PS02Aq10c3 und PS03Aq10c5 stellt die Entlastung des Hydraulikzylinders da. Anhand dieser Äste ist zu erkennen, welchen plastischen Verformungen die Versuchskörper unterlagen. Dieser Entlastungsast wurde nicht bei allen Versuchsplattenstreifen aufgezeichnet, da kurz vor dem Betondruckzonenversagen die drei Laserwegaufnehmer unter den Versuchskörpern aus Sicherheitsgründen entfernt werden mussten, um sie vor herabfallenden Betonstücken zu schützen. Somit war eine weitere Messung der Verformungen und der daraus resultierenden Krümmungen bei Entlastung nicht möglich.

Aus Darstellungsgründen können auch nicht die Rissmomente  $M_{cr}$  miteinander verglichen werden, weshalb das im vorangegangenen Abschnitt erfolgte. Vergleicht man nun die Biegesteifigkeiten der beiden Plattenstreifen PS02 mit den beiden Plattenstreifen PS03, so ist zu erkennen, dass sie näherungsweise gleich groß sind. Folglich zeigt sich bei diesen Versuchen kein Einfluss der Größe der Betonüberdeckung auf die Biegesteifigkeit eines Bauteils im gerissenen Zustand. Der wirksame Bereich der Bewehrung  $A_{c,eff}$  wird bei zunehmender Überdeckung größer. Somit würde sich erwartungsgemäß die Zugsteifigkeit erhöhen, allerdings lässt sich dieser Einfluss hier nicht erkennen. Das nahezu identische Verformungsverhalten der einzelnen Plattenstreifen aus der Versuchsserie  $q_{10}$ , mit Ausnahme der beiden Plattenstreifen PS01, rührt daher, dass alle

Versuchskörper mit einer konstanten statischen Nutzhöhe  $d = 13,7 \text{ cm}$  hergestellt wurden. Dies kann auch bei den Versuchsplattenstreifen der Serie  $q_{20}$  beobachtet werden. Zum Vergleich sind nachfolgend in Bild 6.19 die Momenten–Krümmungs–Linien der Versuchsserie  $q_{20}$  mit einem Querbewehrungsabstand von  $s_C = 20 \text{ cm}$  dargestellt.

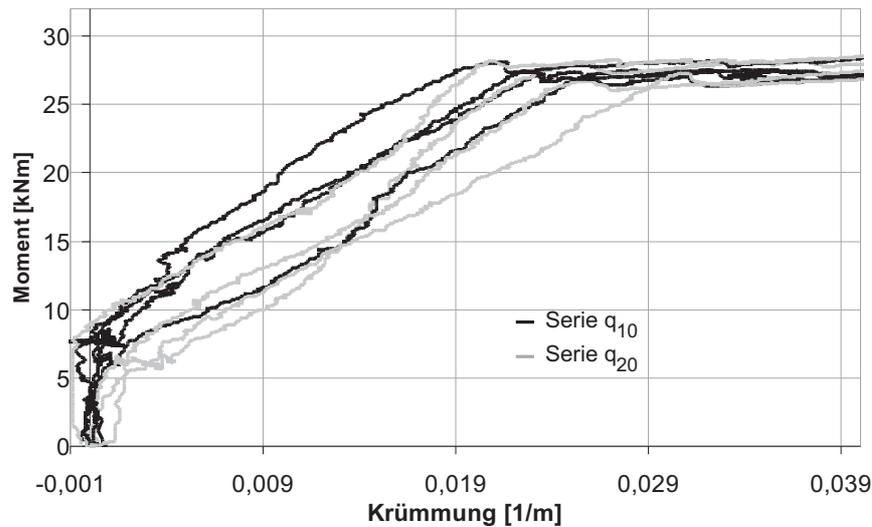


**Bild 6.19:** Momenten–Krümmungs–Diagramm der Serie  $q_{20}$

Die Momenten–Krümmungs–Linien der Versuchskörper aus der Serie  $q_{20}$  zeigen ein ähnliches Last–Verformungs–Verhalten wie die Versuchsplattenstreifen aus der Serie  $q_{10}$ . Es wird erneut nicht auf die Auswertung der entstandenen Rissmomente eingegangen und auf Abschnitt 6.4.3.1 verwiesen. Auffällig bei dieser Serie ist jedoch, dass die Momenten–Krümmungs–Linien der Versuchsplattenstreifen PS04Aq20c1 und PS04Bq20c1 von den Linien der anderen Versuchskörper abweichen. Bei diesen beiden Plattenstreifen kam es zu einem früheren Bauteilversagen als bei den restlichen Versuchskörpern, was am Abfall der Kurven im Bereich einer Krümmung von  $\kappa \approx 0,055 \text{ m}^{-1}$  erkennbar ist. Dies konnte bereits bei der Durchführung der Versuche beobachtet werden. Beide Plattenstreifen zeigten ein untypisches Bruch– als auch Verformungsverhalten. Sie versagten direkt am Auflager und nicht wie die meisten anderen Versuchskörper eher zur Feldmitte hin. Es konnte beobachtet werden, dass sich bei beiden Versuchskörpern vor dem Versagen eine Art Fließgelenk in Auflagernähe ausbildete und sich dadurch andere Verformungen einstellten, welche ein früheres Bauteilversagen förderten. Bei den restlichen Versuchsplattenstreifen konnte festgestellt werden, dass sie nach der Erstrissbildung alle annähernd die selbe Bauteilsteifigkeit besitzen. Somit kann auch bei der Versuchsserie  $q_{20}$  davon ausgegangen werden, dass ein Einfluss der Betonüberdeckung auf den Ort der Erstrissbildung da ist, sich aber nicht auf das weitere Bauteilverhalten auswirkt.

### Einfluss des Querbewehrungsabstandes auf das Last–Verformungs–Verhalten

Nachfolgend werden die Plattenstreifen mit identischer Betonüberdeckung verglichen, um den Einfluss des Querbewehrungsabstandes auf das Last–Verformungs–Verhalten zu verdeutlichen. Die Versuchskörper mit einer Betonüberdeckung von  $c_1 = 1 \text{ cm}$  können auf Grund der im vorangegangenen Abschnitt erläuterten Abweichungen bei den beiden Körpern PS01 nicht miteinander verglichen werden.



**Bild 6.20:** Momenten–Krümmungs–Diagramme für Versuchsplattenstreifen mit einer Betonüberdeckung von  $c_3 = 3 \text{ cm}$  und  $c_5 = 5 \text{ cm}$

In Bild 6.20 sind die Momenten–Krümmungs–Beziehungen der Versuchskörper mit einer Betonüberdeckung von  $c_3 = 3 \text{ cm}$  und  $c_5 = 5 \text{ cm}$  gegenübergestellt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird der Bereich oberhalb des Fließbeginns des Stahls nicht dargestellt und die Abszisse bei  $\kappa = 0,04 \text{ m}^{-1}$  abgeschnitten.

Zwei Ergebnisse lassen sich aus den Versuchen beobachten. Auf der einen Seite zeigen die Plattenstreifen mit dem Querbewehrungsabstand  $s_C = 20 \text{ cm}$  bei gleichem Lastniveau größere Krümmungen (grau) als die Plattenstreifen mit einem Querbewehrungsabstand von  $s_C = 10 \text{ cm}$  (schwarz). Auf der anderen Seite hat der Querbewehrungsabstand einen Einfluss auf die Rissabstände, was bereits oben angesprochen wurde und im folgenden Kapitel bei der Erweiterung der Formulierung nach [80] (siehe Abschnitt 4.1) gezeigt wird.

Dieser erstgenannte Einfluss ist vermutlich darauf zurückzuführen, dass sich bei einem Versuchsplattenstreifen der Serie  $q_{10}$  mehr Querbewehrungsstäbe im Beton verankern als bei einem Versuchsplattenstreifen der Serie  $q_{20}$ . Hier ist es genau die doppelte Anzahl. Daraus folgend ist es denkbar, dass insbesondere die Bettung als auch die Anzahl der Querbewehrungsstäbe einen Einfluss auf das Last–Verformungs–Verhalten der Plattenstreifen haben. Dieser Effekt wird erst nach Entstehung des Erstrisses, ab Zustand II, wirksam.

## 6.5 Zusammenfassung

Die Versuche an Stahlbetonplatten (P01 – P15) dienten der Untersuchung des Last-Verformungs-Verhaltens und des Rissverhaltens. Dabei wurden innerhalb der Versuchsserien unterschiedliche Parameter variiert. Die zugehörigen Last-Verformungs-Kurven und Rissbilder sind im Anhang E zusammengefasst dargestellt.

Im Vergleich der Serien C, D und E ist der Einfluss der Zunahme der Betondruckfestigkeit auf das Last-Verformungs-Verhalten erkennbar. Die Kurven verlaufen mit zunehmender Druckfestigkeit zunehmend nahezu linear und nicht so stark gekrümmt. Bei den Serien D und E erreicht jeweils die Platte mit  $\alpha = 0^\circ$  die höchste Traglast. Dieses Verhalten ist bei Serie C nicht aufgetreten, was darin begründet ist, dass P07 anders gelagert war und somit nicht zum Vergleich herangezogen werden kann.

Bei den Serien A, B und C wurde die Beanspruchung dahingehend variiert, dass das aufgebrachte Momentenverhältnis  $\mu_{ql}$  unterschiedlich war. Bei Serie A war  $\mu_{ql} = 0,0$ , bei Serie B 0,5 und bei Serie C 1,0. Die Platten der Serie A erreichten ihre Traglasten im Bereich von etwa 12 bis 16 mm Durchbiegung. Bei Serie B erreichen die Platten erst bei etwa 18 bis 22 mm und bei Serie C bei etwa 20 bis 24 mm. Sofern die Vergleichbarkeit aufgrund der unterschiedlichen Lagerungen gegeben ist, kann festgestellt werden, dass die Platten bei Erhöhung des Momentenverhältnisses  $\mu_{ql}$  sich zunehmend duktiler verhalten. Beim Verhältnis von  $\mu_{ql} = 0,5$  (Serie B) ist ein stark gezackter Kurvenverlauf vorhanden. Dieser ist einerseits in der manuellen Steuerung der Hydraulikzylinder begründet und zeigt andererseits die innerhalb der Platte stattfindenden Kräfte- bzw. Spannungsumlagerungen.

Der Einfluss der Richtung des orthogonalen Bewehrungsnetzes auf das Last-Verformungs-Verhalten und die Rissbildung ist der Schwerpunkt der Plattenversuche. Am deutlichsten zeigen die Last-Verformungs-Kurven der Serien D und E den Einfluss der Bewehrungsrichtung auf die Traglast und die Verformungen (Bild 6.3, Bilder E.23 und E.24 im Anhang E). Dabei erreichen die Platten mit einer Bewehrungsrichtung von  $\alpha = 0^\circ$  die größte Traglast und die Platten mit den Bewehrungsrichtungen  $\alpha = 22,5^\circ$  und  $45^\circ$  ein nahezu gleiches Traglastniveau. Dieses Verhalten ist darin begründet, dass die in Richtung der Stabachse zugbeanspruchten Bewehrungsstäbe eine optimale Verbundwirkung erreichen und keine traglastmindernden Effekte dominieren. Bei den nicht in Richtung der Stabachse beanspruchten Stäben überwiegen die Einflüsse aus der Bettung im Beton und der lokal auftretenden Biegung so, dass die Verbundwirkung nicht optimal wirken kann und sich somit eine deutlich verringerte Traglast einstellt. Dieses Verhalten lässt sich ebenfalls sehr gut mit dem vorgestellten FE-Modell zeigen (siehe Abschnitt 5.3). Die Modellierung des starren Verbundes ist dabei eine zulässige Vereinfachung, da keine lokalen Effekte sondern globale Größen (Durchbiegungen/Krümmungen) ausgewertet werden. Durch die Verwendung der Rebar-Funktion für die Bewehrungsstäbe werden deren reale Steifigkeiten und örtliches Plastizieren im Modell berücksichtigt.

Die Versuche an den Plattenausschnitten (K1-1 bis K2-3) haben ergeben, dass sich zwischen den hier verwendeten Betonfestigkeitsklassen kein nennenswerter Unterschied in der Traglast einstellte. Die Unterschiede lagen im Bereich der Streuung der Materialkennwerte und sind somit nicht aussagekräftig genug, um sie sinnvoll in einem Berechnungsmodell verwenden zu können. Auch die Lage des Risses in Bezug zum Schweißpunkt hat auf das Last-Verformungs-Verhalten wahrscheinlich nur einen sehr geringen Einfluss, obgleich im Beton C30 die Körper mit K1 ca. 11% mehr Last aufnahmen als die Körper mit K2. Beim Beton C100 waren es nur 2% mehr,

so dass dieses Ergebnis wieder im Bereich der Streuung der Materialkennwerte liegt und somit nicht für ein Berechnungsmodell herangezogen werden kann. Für eine gesicherte Aussage sind optimierte Versuchskörper und eine deutlich größere Anzahl von Versuchen notwendig, aus denen dann beispielsweise eine Art Verbundspannungs–Schlupf–Beziehung der Form  $\tau_s(x) = \tau_{s,max} \cdot s^\alpha(x)$  hergeleitet werden kann, die dann bei der Berechnung des Last–Verformungs–Verhaltens einer biegebeanspruchten bereits gerissenen Stahlbetonplatte verwendet werden könnte.

Die Versuche an den Stahlbetonplattenstreifen (PS01A – PS06B) zeigen in dieser Konfiguration keinen Einfluss der Größe der Betonüberdeckung auf die Rissbildung. Dies kann darin begründet sein, dass die Querschnittsschwächung infolge der Querbewehrung nicht groß genug war, um den Effekt der Reduzierung der Erstrisslast zu erkennen. In [80] wurde dieser Effekt an Versuchen mit zugbeanspruchten Stahlbetonscheiben gezeigt. Möglicherweise wird diese Beeinflussung bei größeren Querbewehrungsgraden messbar, wurde aber bei den eigenen Versuchen unter anderem durch die große Streuung der Materialeigenschaften, insbesondere der Betonzugfestigkeit, überdeckt.

Bei der Untersuchung der Stahlbetonplattenstreifen konnte ein Einfluss der Menge der Querbewehrung im Bauteil auf das Rissverhalten gezeigt werden. Die Anzahl der Querbewehrungsstäbe im gezogenen Bereich eines biegebeanspruchten Bauteils hat Auswirkungen auf die Rissbildung und damit auf das Rissbild. Es ist ein Unterschied, ob in einer Zugzone nur einer oder mehrere Verankerungspunkte der Längsbewehrung vorhanden sind. Dieser Einfluss der Anzahl der Querbewehrungsstäbe im betrachteten Bauteilbereich wird durch Erweiterung des in [80] eingeführten Querbewehrungsgrades  $\rho_C$  im Querschnitt um einen Querbewehrungsgrad  $\rho_{Cl}$  in Längsrichtung zu einem Bauteilquerbewehrungsgrad  $\rho_{C,part}$  berücksichtigt. Mit diesem kann das Modell zur Beschreibung der Rissabstände aus [80] weiterentwickelt werden.



## Kapitel 7

# Modell zur Beschreibung des Last–Verformungs–Verhaltens

*Die gewonnenen Erkenntnisse, insbesondere die Einflüsse aus dem Abstand der Querbewehrung und der Betonüberdeckung auf das Rissverhalten und damit auf das Last–Verformungs–Verhalten von Stahlbetonplatten, werden mechanisch erläutert und in einem Ingenieurmodell zur einfachen Beschreibung der Zusammenhänge berücksichtigt. Dieses Modell wird beschrieben und seine Anwendbarkeit an einem Berechnungsbeispiel im letzten Abschnitt dieses Kapitels gezeigt.*

### 7.1 Mechanische Überlegungen

Die Berechnung des Last–Verformungs–Verhaltens einer biegebeanspruchten Stahlbetonplatte mit Hilfe der Trennung von druckbeanspruchter und zugbeanspruchter Zone ist eine zulässige und ausreichend genaue Methode. Das zweiaxiale Materialverhalten des Betons in der gedrückten Zone ist weitgehend erforscht. Dies gilt auch für hochfeste Betone, wie aktuelle Arbeiten von CURBACH [15, 16, 18, 19] zeigen. Das Verhalten der zugbeanspruchten Zone wird in vielen Arbeiten als gezogene Scheibe beschrieben, z.B. in [7], [10], [29], [56] und [80]. Die Beschreibung der Zugzone einer biegebeanspruchten Stahlbetonplatte als gezogene Scheibe vernachlässigt unter Umständen bestimmte Aspekte des Zusammenwirkens von gedrückten und gezogenen Querschnittsbereichen und den Einfluss der nicht konstanten Spannungsverteilung im gezogenen Querschnitt. Bild 7.1 zeigt die infolge äußerer Einwirkung hervorgerufenen Längsspannungen in einem Querschnitt.

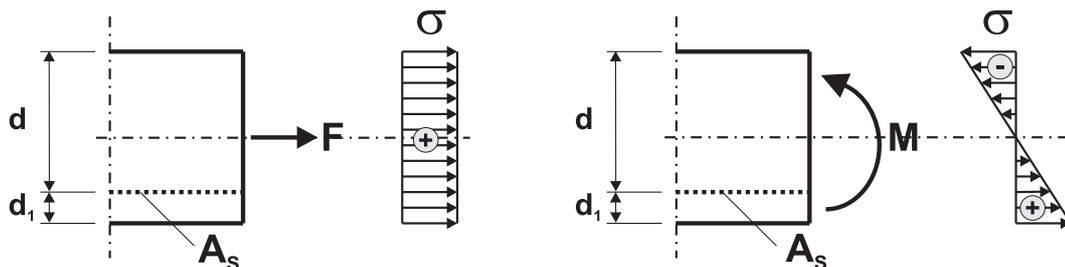
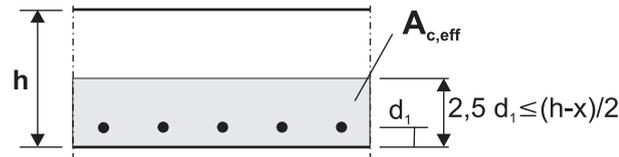


Bild 7.1: Längsspannungsverteilung im Zustand I infolge äußerer Beanspruchung

Eine ähnliche Spannungsverteilung stellt sich auch in Stahlbetonflächentragwerken bei Zug- (Bild 7.1 links) und bei Biegebeanspruchung (Bild 7.1 rechts) ein. Häufig wird für die Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens von Stahlbetonplatten angegeben, dass die Zugzone als zentrisch gezogener Stab bzw. Scheibe abgebildet werden kann. Als Höhe dieses Zugstabes wird der Wirkungsbereich der Bewehrung angesetzt, dieser ist beispielsweise in DIN 1045-1 [21] für zentrisch gezogene Bauteile, für Balken und für Platten angegeben. Der für Platten definierte Wirkungsbereich ist als Auszug aus Bild 53 der DIN 1045-1 [21] in Bild 7.2 dargestellt. Die La-



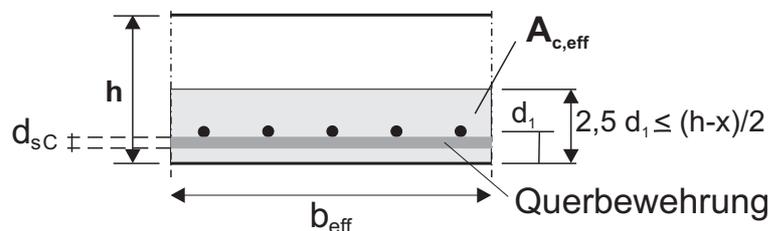
**Bild 7.2:** Wirkungsbereich  $A_{c,eff}$  der Bewehrung in einer biegebeanspruchten Stahlbetonplatte ( $x$  ist die Höhe der Druckzone im Zustand I) [21]

ge der Bewehrung, mittig beim Zugstab und exzentrisch beim Biegebalken, und die nichtlineare Spannungsverteilung bei Biegung sind weitere Aspekte. Diese könnten nach weiteren notwendigen Versuchen künftig zusätzlich im Berechnungsmodell berücksichtigt werden. Dazu könnten speziell entwickelte Versuchskörper dienen, so dass Zugstäbe und Biegebalken dahingehend konzipiert werden, dass die effektive Betonzugfläche  $A_{c,eff}$  als Wirkungsbereich der Bewehrung bei beiden gleich groß ist. Dies wäre zum Beispiel bei einem Balken mit einer Breite von  $b = 10 \text{ cm}$  und der Lage der Bewehrung bei  $d_1 = 4 \text{ cm}$  und einem Zugstab mit einer Querschnittsfläche von  $100 \text{ cm}^2$  gegeben. Zu erwarten ist dabei, dass die äquivalente Zugkraft  $F_{cr,b}$  im Bereich  $A_{c,eff}$  des Balkens kleiner als die Zugkraft des zentrisch gezogenen Stabes  $F_{cr,t}$  ist, da der Beton aufgrund der nichtlinearen Zugspannungsverteilung bei Biegung auf der äußeren Seite seine Zugfestigkeit erreicht und dann reißt.

$$F_{cr,b} \leq F_{cr,t} \quad (7.1)$$

Somit ist ein Versagen im Augenblick des Erreichens der Betonzugfestigkeit auf einer Seite erreicht, wohingegen der Zugstab erst versagt, wenn die Zugspannungen im kompletten Querschnitt  $A_{c,eff}$  die Betonzugfestigkeit erreichen.

Beim hier betrachteten Modell soll der Einfluss der Dübelwirkung der Bewehrung in Form des Querbewehrungsgrades  $\rho_C$ , wie er in [80] eingeführt wird, berücksichtigt werden. Somit fließt die Querschnittsschwächung infolge Querbewehrung (Abschnitt 4.3) in die Berechnungen mit ein.



**Bild 7.3:** Reduktion von  $A_{c,eff}$  zu  $A_{c,abg}$  infolge Querbewehrung nach Gleichung (4.29)

Für die Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens bei zweiachsialer Biegebeanspruchung müsste eine mechanische Beschreibung gefunden werden. Für den Fall linear-elastischen Materialverhaltens und weiterer Annahmen liefert die Differentialgleichung der KIRCHHOFFSchen Plat-

tentheorie (Abschnitt 3.2) hierfür eine Beschreibung, deren Lösung mathematisch sehr aufwändig ist. Für die Beschreibung des Last–Verformungs–Verhaltens bis ins Traglastniveau ist eine solche geschlossene mathematische Lösung nicht berechenbar, da ständig Umlagerungen der Schnittgrößen und Steifigkeiten stattfinden. Hier ist die Beschreibung mit Hilfe eines ingenieurmäßigen Ansatzes sinnvoll, was im nachfolgenden Abschnitt gezeigt wird.

## 7.2 Ingenieurmodell

Die Erkenntnisse aus den eigenen Versuchen fließen in eine einfache Berechnung des Last–Verformungs–Verhaltens und in die Erweiterung des Rissmodells von PURAINER [80] ein. Dabei werden beim Last–Verformungs–Verhalten zwei axial beanspruchter Platten zwei charakteristische Punkte durch einen Faktor modifiziert und das Rissmodell durch die Berücksichtigung der Querbewehrung im Bauteil erweitert.

Für die Bemessung von orthogonalen Bewehrungsnetzen ergeben sich daraus keine Veränderungen. Das Bemessungsmodell von BAUMANN [7] ist mechanisch hergeleitet und gültig. WINDISCH [105] leitet auf der Basis des Kompatibilitätskriteriums [30] eine eigene Bemessungsgleichung unter Berücksichtigung eines Wirkungsgrades der Bewehrung her. Im Vergleich zu [7] ergibt sich dabei bei zunehmender Verdrehung der Bewehrung eine Erhöhung des Bewehrungsbedarfes.

### 7.2.1 Last–Verformungs–Verhalten

Die Berechnung erfolgt über die charakteristischen Punkte der Last–Verformungs–Linie (Bild 4.2). Dabei jeweils die Punkte des Übergangs von einem Bereich zum nächsten berechnet. Es ergeben sich die folgenden Punkte:

$P_1$  (0/0) im Koordinatenursprung,

$P_2$  ( $M_{cr}/\kappa_{cr}$ ) beim Übergang von Zustand I in II,

$P_3$  ( $M_y/\kappa_y$ ) beim Übergang von Zustand II in III und

$P_4$  ( $M_u/\kappa_u$ ) bei Erreichen der maximalen Stahldehnung oder Betondruckversagen.

Durch die lineare Verbindung von  $P_1$  mit  $P_2$ ,  $P_2$  mit  $P_3$  und  $P_3$  mit  $P_4$  entsteht eine trilineare Beschreibung des Last–Verformungs–Verhaltens.

#### 7.2.1.1 Einaxiale Beschreibung

Die Berechnung für einaxiale Biegebeanspruchung wird am Beispiel der Plattenstreifen PS03Aq10c5 und PS06Aq20c5 gezeigt. Dabei handelt es sich um Rechteckquerschnitte mit Zugbewehrung. Die weiteren geometrischen Daten können Tabelle 6.2 entnommen werden. Das Rissmoment  $M_{cr}$  berechnet sich nach Gleichung (6.13) zu:

$$M_{cr} = f_{ctm} \cdot W = f_{ctm} \cdot \frac{b \cdot h^2}{6} = 0,34 [kN/cm^2] \cdot \frac{33 [cm] \cdot 20^2 [cm]}{6} = 748 [kNcm] \quad (7.2)$$

Die zugehörige Krümmung  $\kappa_{cr}$  ergibt sich gemäß Gleichung (4.12):

$$\kappa_{cr} = \frac{M_{cr}}{EI^I} = \frac{M_{cr}}{E_c \cdot I_c^I} = \frac{748 \text{ [kNcm]}}{3388,9 \text{ [kN/cm}^2\text{]} \cdot 22000 \text{ [cm}^4\text{]}} = 1,003 \cdot 10^{-5} \text{ [1/cm]} \quad (7.3)$$

mit  $I_c^I = (b \cdot h^3)/12 = (33 \cdot 20^3)/12 = 22000 \text{ [cm}^4\text{]}$ . Somit ist der zweite Punkt  $P_2(M_{cr}/\kappa_{cr})$  bekannt.

Nachfolgend wird der dritte charakteristische Punkt  $P_3(M_y/\kappa_y)$  berechnet, bei dem die Zugbewehrung die Fließspannung erreicht und das Bauteil in den Zustand III übergeht. Das Fließmoment  $M_y$  beschreibt das zugehörige Moment und lässt sich über die Stahlzugkraft  $F_s$  und den inneren Hebelarm  $z^{II}$  berechnen.

$$M_y = F_s \cdot z^{II} \quad (7.4)$$

Bei einer charakteristischen Stahldehnung  $\varepsilon_{sy}$  von 2,848‰ erreicht der Betonstahl den charakteristischen Wert der Stahlfließspannung  $f_y$ . Mit der Stahlfließspannung und der bekannten Bewehrungsfläche  $A_s$  kann nun die Stahlzugkraft berechnet werden.

$$F_s = A_s \cdot f_y \quad (7.5)$$

Die Berechnung der zugehörigen Krümmung erfolgt mit Gleichung (4.15).

$$\kappa = \frac{M}{EI^{II}} = \frac{|\varepsilon_c| + |\varepsilon_s|}{d}$$

Dafür werden die Stahldehnung  $\varepsilon_s$  und die Betonstauchung  $\varepsilon_c$  benötigt. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Betonrandstauchung vom Betrag kleiner als die beispielsweise für normalfeste Normalbetone zulässige maximale Stauchung  $\varepsilon_{c,max} = -3,5\text{‰}$  ist. Diese Annahme begründet sich in der Tatsache, dass die Konstruktionsregeln der Normung so ausgelegt sind, dass Stahlbetonbauteile möglichst wirtschaftlich ausgenutzt werden und somit der Bewehrungsstahl die Fließspannung erreicht. Da der charakteristische Wert der Stahlfließspannung  $f_y$  bekannt ist, kann über das HOOKESCHE Werkstoffgesetz die entsprechende Stahldehnung  $\varepsilon_s$  berechnet werden.

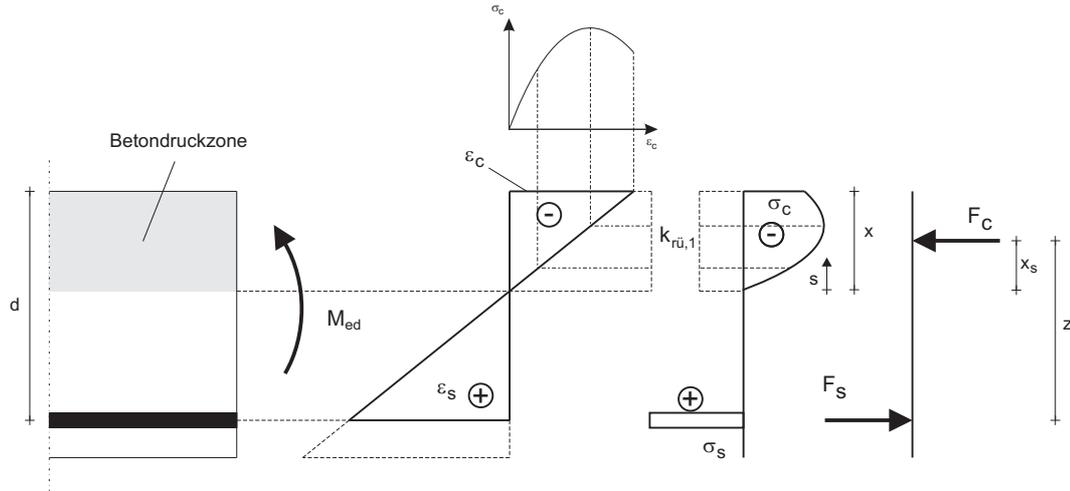
$$\varepsilon_{sy} = \frac{f_y}{E_s} = \frac{567,4 \text{ [N/mm}^2\text{]}}{199213 \text{ [N/mm}^2\text{]}} = 2,848\text{‰} \quad (7.6)$$

Für die Berechnung der wirkenden Krümmung, zum Zeitpunkt des Einsetzens der Stahlfließspannung, ist die exakte Berechnung der tatsächlich wirkenden Betonstauchung notwendig. Die Bestimmung von  $\varepsilon_{cy}$  ist von Hand sehr aufwändig und kann nur iterativ erfolgen, da in jedem Zustand das innere Kräftegleichgewicht gewahrt werden muss. Somit wird der iterativen Berechnung von der tatsächlich wirkenden Betonrandstauchung das innere Kräftegleichgewicht im gerissenen Betonquerschnitt zugrunde gelegt. Da bei den eigenen Versuchen [44, 36, 63] keine Normalkräfte in den betrachteten Querschnitten auftreten, ergibt sich das innere Kräftegleichgewicht aus der Betondruckkraft  $F_c$  und der Stahlzugkraft  $F_s$  zu:

$$F_s = F_c \quad (7.7)$$

Die Berechnung der Betondruckkraft  $F_c$  erweist sich schwieriger, da die Betonstauchung  $\varepsilon_c$  nicht bekannt ist. Für eine möglichst exakte Bestimmung der Betondruckkraft wird auf die Spannungs-Dehnungs-Linie aus Gleichung (2.3) nach DIN 1045-1 Bild 22 [21] zurückgegriffen.

$$\sigma_c = -f_c \cdot \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \eta} \quad (7.8)$$



**Bild 7.4:** Querschnitt im gerissenen Zustand, Kräftepaar, innerer Hebelarm, Maßstabsfaktor, Spannungen und Dehnungen

mit  $\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$

und  $k = -1,1 \cdot \varepsilon_{c1} / f_c$

Wie Bild 7.4 zeigt, beschreibt die Spannungs–Dehnungs–Linie ebenfalls die Kurve der wirkenden Betondruckspannungen in einem biegebeanspruchten Querschnitt. Nach Umformen von Gleichung (7.8) erhält man durch Integration den Flächeninhalt  $A'_{\sigma_c}$  der Fläche, die von der Spannungs–Dehnungs–Linie begrenzt wird.

$$\begin{aligned} A'_{\sigma_c} &= -f_{cm} \cdot \int_0^{\varepsilon_c} \frac{(x_1 - x_2 \cdot s) \cdot s}{1 + x_3 \cdot s} \cdot ds \\ &= -f_{cm} \cdot \left[ \frac{x_2 \cdot s^2}{2 \cdot x_3} + \frac{(x_2 + x_1 \cdot x_3) \cdot s}{x_3^2} + \frac{(-x_2 - x_1 \cdot x_3) \cdot \ln(x_3 \cdot s + 1)}{x_3^3} \right]_0^{\varepsilon_c} \end{aligned} \quad (7.9)$$

$$\text{mit } x_1 = \frac{k}{\varepsilon_{c1}} \quad x_2 = \frac{k}{\varepsilon_{c1}^2} \quad x_3 = (k - 2) \cdot \frac{1}{\varepsilon_{c1}}$$

Die wirkende Betondruckkraft  $F_c$  errechnet sich unter Zuhilfenahme eines Skalierungsfaktors  $k_{r\ddot{u},1}$  (siehe Bild 7.4), der tatsächlichen Bauteilbreite  $b$  und Gleichung (7.9) zu:

$$F_c = k_{r\ddot{u},1} \cdot A'_{\sigma_c} \cdot b \quad (7.10)$$

$$\text{mit } k_{r\ddot{u},1} = \frac{x^{II}}{\varepsilon_c}$$

Da die Höhe der Betondruckzone  $x$  ebenfalls von der Größe der Betonstauchung abhängt, sollte sie aus den geometrischen Beziehungen

$$x^{II} = \frac{\varepsilon_c \cdot d}{\varepsilon_c - \varepsilon_s} \quad (7.11)$$

bestimmt werden (Bild 7.4) und nicht nach Gleichung (4.9) aus [109]. Mit den Gleichungen (7.7) bis (7.11) kann die tatsächlich wirkende Betonstauchung  $\varepsilon_c$  zum Zeitpunkt des Fließbeginns des Bewehrungsstahls iterativ berechnet werden. Für den dritten charakteristischen Punkt

$P_3$  ( $M_y/\kappa_y$ ) wird das Fließmoment benötigt, welches aus den Gleichgewichtsbedingungen mit dem Hebelarm der inneren Kräfte  $z$  berechnet wird. Da der Angriffspunkt  $x_s$  der wirkenden Betondruckkraft von der vorhandenen Betonstauchung abhängig ist, sollte dieser möglichst genau berechnet werden. Der Wirkungspunkt  $x'_s$  von  $F_c$  ist gleich dem Schwerpunkt der Fläche  $A'_{\sigma_c}$  und kann wie folgt berechnet werden.

$$\begin{aligned} x'_s &= \frac{1}{A'_{\sigma_c}} \cdot -f_{cm} \cdot \int_0^{\varepsilon_c} \frac{(x_1 - x_2 \cdot s) \cdot s^2}{1 + x_3 \cdot s} \cdot ds \\ &= \frac{1}{A'_{\sigma_c}} \cdot -f_{cm} \cdot \left[ \frac{x_2 \cdot s^3}{3 \cdot x_3} + \frac{(x_2 + x_1 \cdot x_3) \cdot s^2}{2 \cdot x_3^2} - \frac{(x_2 + x_1 \cdot x_3) \cdot s}{x_3^3} + \frac{(x_2 + x_1 \cdot x_3) \cdot \ln(x_3 \cdot s + 1)}{x_3^4} \right]_0^{\varepsilon_c} \end{aligned} \quad (7.12)$$

Der tatsächliche Angriffspunkt  $x_s$  der Betondruckkraft  $F_c$  berechnet sich mit dem Skalierungsfaktor  $k_{r\ddot{u},1}$  zu:

$$x_s = k_{r\ddot{u},1} \cdot x'_s \quad (7.13)$$

und folglich kann der innere Hebelarm  $z$  zwischen Stahlzug- und Betondruckkraft berechnet werden zu:

$$z^{II} = d - x^{II} + x_s \quad (7.14)$$

Wertet man die Gleichungen (7.4) bis (7.14) für die o.g. Plattenstreifen aus, erhält man die in Tabelle 7.1 dargestellten Koordinaten des dritten charakteristischen Punktes  $P_3$ . Analog zur

**Tabelle 7.1:** Berechnungswerte von  $P_3$  ( $M_y/\kappa_y$ )

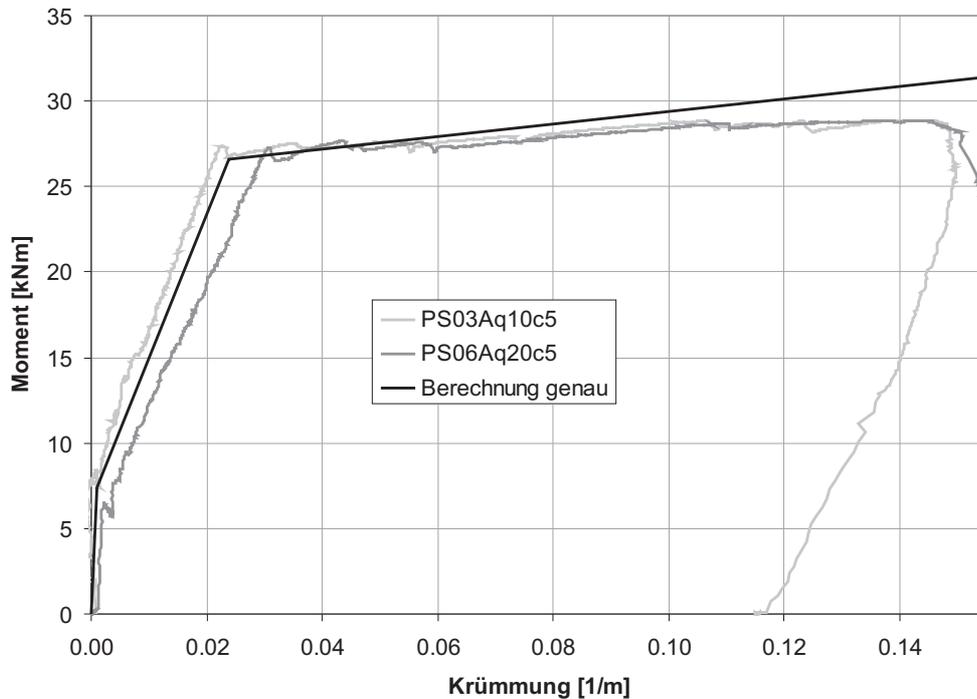
Stahldehnung $\varepsilon_{sy}$	2,848	[‰]
Betonstauchung $\varepsilon_{cy}$	-0,426	[‰]
Druckzonenhöhe $x^{II}$	17,83	[mm]
Angriffspunkt $x_s$	0,26	[mm]
innerer Hebelarm $z^{II}$	119,43	[mm]
Fließmoment $M_y$	26,63	[kNm]
Krümmung $\kappa_y$	0,0239	[1/m]

Berechnung von  $P_3$  erfolgt die Berechnung des letzten charakteristischen Punktes  $P_4$  ( $M_u/\kappa_u$ ).

**Tabelle 7.2:** Berechnungswerte von  $P_4$  ( $M_u/\kappa_u$ )

Stahldehnung $\varepsilon_{su}$	25	[‰]
Betonstauchung $\varepsilon_{cu}$	-1,3	[‰]
Druckzonenhöhe $x^{III}$	6,61	[mm]
Angriffspunkt $x_s$	0,06	[mm]
innerer Hebelarm $z^{III}$	130,45	[mm]
Fließmoment $M_u$	32,77	[kNm]
Krümmung $\kappa_u$	0,1917	[1/m]

Das Moment  $M_u$  ist das Tragmoment und berechnet sich mit der Stahlzugfestigkeit  $f_u$  und einer gemäß [21] maximalen Stahldehnung  $\varepsilon_{su} = 25\%$ . Tabelle 7.2 zeigt die Ergebnisse zu P4. Durch die lineare Verbindung der vier charakteristischen Punkte lässt sich das Last–Verformungs–Verhalten nun als trilineare Funktion darstellen. In Bild 7.5 ist die berechnete M– $\kappa$ –Linie den Versuchsergebnissen gegenübergestellt und zeigt eine gute Übereinstimmung. Die vorgestellte



**Bild 7.5:** Vergleich trilineare Berechnung mit den Versuchsergebnissen (einaxial)

Berechnung ist nur mit Iterationen möglich und damit für die Handrechnung ungeeignet. Für eine schnelle ingenieurmäßige Abschätzung der M– $\kappa$ –Linie wird ein vereinfachter Berechnungsansatz gezeigt. Dieser bildet das Last–Verformungs–Verhalten ebenfalls als trilineare Funktion ab, ohne Berücksichtigung der Änderung des Hebelarmes der inneren Kräfte  $z$  und ohne direkte Berechnung der Stahl– und Betonverzerrungen. Die Berechnung der Punkte  $P_1$  und  $P_2$  erfolgt analog zum ersten Modell. Für die Berechnung von  $P_3$  wird auf Gleichung (7.4) zurückgegriffen.

$$M_y = F_s \cdot z^{II} = A_s \cdot f_y \cdot z^{II}$$

Der innere Hebelarm  $z^{II}$  kann über die vereinfachte Beziehung

$$z^{II} = d - \frac{x^{II}}{3} \quad (7.15)$$

berechnet werden [109]. Für die Berechnung wird die Höhe der Betondruckzone  $x^{II}$  benötigt.

Nach Gleichung (4.9) kann diese angegeben werden zu:

$$\begin{aligned} x^{II} &= d \cdot \left( -n\rho_{s1} + \sqrt{(n\rho_{s1})^2 + 2n\rho_{s1}} \right) \\ &= 13,7 \text{ [cm]} \cdot \left( -5,88 \cdot 0,0082 + \sqrt{(5,88 \cdot 0,0082)^2 + 2 \cdot 5,88 \cdot 0,0082} \right) \\ &= 3,64 \text{ [cm]} \end{aligned} \tag{7.16}$$

mit

$$\begin{aligned} \rho_{s1} &= \frac{A_{s1}}{b \cdot d} = \frac{3,93 \text{ [cm}^2\text{]}}{33 \text{ [cm]} \cdot 13,7 \text{ [cm]}} = 0,0082 \text{ [-]} \\ n &= \frac{E_s}{E_c} = \frac{199213 \text{ [N/mm}^2\text{]}}{33889 \text{ [N/mm}^2\text{]}} = 5,88 \text{ [-]} \end{aligned}$$

Das Fließmoment ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} M_y &= F_s \cdot z^{II} = A_s \cdot f_y \cdot \left( d - \frac{x^{II}}{3} \right) \\ &= 3,93 \text{ [cm}^2\text{]} \cdot 56,745 \text{ [kN/cm}^2\text{]} \cdot \left( 13,7 \text{ [cm]} - \frac{3,64 \text{ [cm]}}{3} \right) \\ &= 2784,625 \text{ [kNcm]} \end{aligned} \tag{7.17}$$

Mit dem bekannten Fließmoment wird die Krümmung  $\kappa_y$  mit Gleichung 4.13 berechnet:

$$\begin{aligned} \kappa_y &= \frac{M_y}{E_s \cdot A_s \cdot z^{II} \cdot (d - x^{II})} \\ &= \frac{2784,625 \text{ [kNcm]}}{19921,3 \text{ [kN/cm}^2\text{]} \cdot 3,93 \text{ [cm}^2\text{]} \cdot 12,49 \text{ [cm]} \cdot (13,7 \text{ [cm]} - 3,64 \text{ [cm]})} \\ &= 2,831 \cdot 10^{-4} \text{ [1/cm]} \end{aligned} \tag{7.18}$$

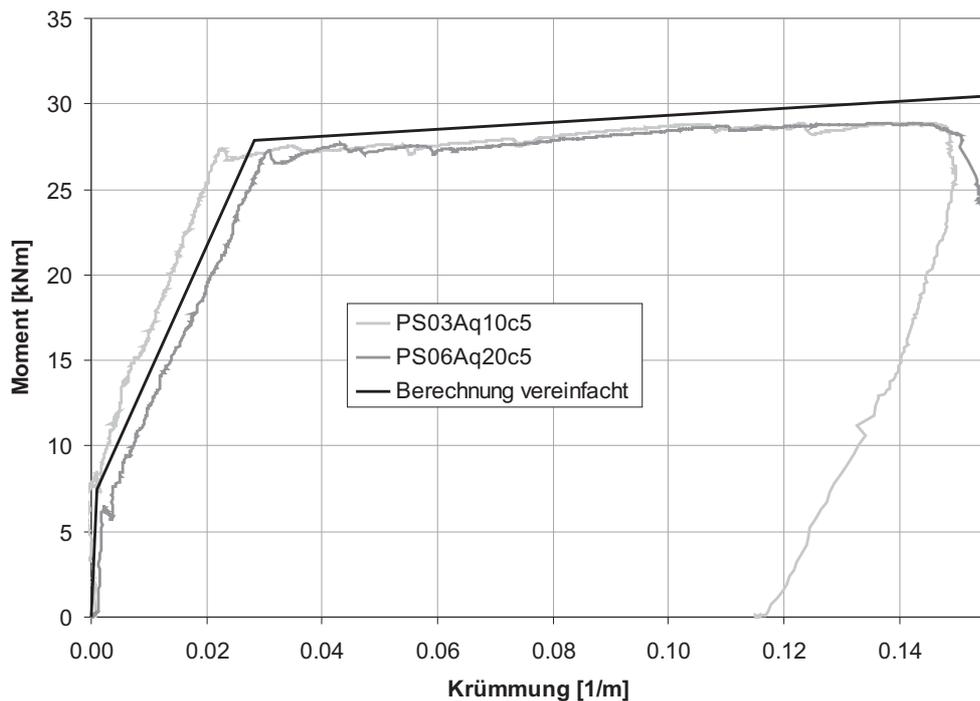
Die Berechnung von  $P_4$  erfolgt wieder analog zu  $P_3$ . Das Tragmoment  $M_u$  nach Gleichung (7.17) mit  $f_u$  anstatt  $f_y$ . Die Krümmung bei Erreichen der maximalen Stahldehnung  $\varepsilon_{su} = 25\%$  berechnet sich mit Gleichung (7.18), wobei der Elastizitätsmodul des Stahls  $E_s$  durch den Verfestigungsmodul  $E_p$  ersetzt wird. Dadurch wird die Verfestigung des Stahls nach Absolvieren des Fließplateaus berücksichtigt (siehe Bild 2.1b) und ergibt sich zu:

$$E_p = \frac{f_u - f_y}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sy}} = \frac{639,22 - 567,45}{0,025 - 0,002848} = 3239,89 \text{ [N/mm}^2\text{]} \tag{7.19}$$

Der Vergleich der vereinfachten Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens mit den Ver-

**Tabelle 7.3:** Charakteristische Punkte der vereinfachten  $M - \kappa$ - Linie (einaxial)

Punkt	Moment [kNm]	Krümmung [1/m]
$P_1$ (0/0)	0	0
$P_2$ ( $M_{cr}/\kappa_{cr}$ )	7,48	0,001003
$P_3$ ( $M_y/\kappa_y$ )	27,84625	0,02831
$P_4$ ( $M_u/\kappa_u$ )	31,36819	0,1989



**Bild 7.6:** Vergleich vereinfachte trilineare Berechnung mit den Versuchsergebnissen (einaxial)

suchsergebnisse zeigt eine gute Übereinstimmung. Es zeigt sich, dass beide Verfahren für eine schnelle Abschätzung des Last-Verformungs-Verhaltens geeignet sind. Das genauere erste Verfahren ist aufgrund der Iterationen nur rechnergestützt nutzbar. Beim Vergleich der trilinearen Verläufe erkennt man beim Vergleich mit den hier gezeigten Versuchsergebnissen, dass das genauere Verfahren den Punkt des Fließbeginns  $P_3$  und das vereinfachte Verfahren die Steigung im Zustand III besser als das jeweils andere Verfahren abbilden.

### 7.2.1.2 Zweiachiale Beschreibung

Bei den Serien B, C, D und E der in Kapitel 6 genannten Versuche sind die Stahlbetonplatten einer zweiachialen Biegebeanspruchung ausgesetzt. Dieser Aspekt der Beanspruchung muss bei der Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens berücksichtigt werden. Dazu wird die im vorangegangenen Abschnitt vorgestellte Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens als trilineare Funktion so erweitert, dass eine einfache ingenieurmäßige Abschätzung der zweiachialen Beanspruchung erfolgen kann.

Die Schwierigkeit bei zweiachialer Biegung besteht darin, dass die äußere Momentenbelastung nicht mit der inneren risserzeugenden Schnittkraft gleichgesetzt werden kann. Bei einaxialer Biegung tritt dieses Problem nicht auf, da unter der Vernachlässigung des Querdehnverhaltens keine Überlagerung von Momenten aus verschiedenen Richtungen erfolgt. Somit kann man die äußere Belastung mit der risserzeugenden Schnittkraft gleichsetzen. Es gilt, einen Zusammenhang zwischen der inneren Schnittkraft  $m$  und der äußeren Momentenbelastung  $M$  herzustellen. Die Erweiterung der Berechnung erfolgt mittels Orientierung am Verlauf der Momententrajektorien (siehe Bild 5.2). Es ist zu erkennen, dass sich in den Eckbereichen eine um den Faktor  $\sqrt{2}$

höhere risserzeugende Schnittkraft im Vergleich zu der von außen wirkenden Momentenbelastung einstellt. Ebenso wird dem vorhandenen Querdehnverhalten Rechnung getragen. Durch die Einbeziehung der Querkontraktionszahl  $\nu = 0,2$  wird berücksichtigt, dass die äußere Momentenbelastung  $M$  in einer 20 % kleineren risserzeugenden Schnittkraft resultiert. Die Erweiterung für eine ingenieurmäßige Abschätzung des Last-Verformungs-Verhaltens von Stahlbetonplatten unter zweiachsialer Biegung wird nachfolgend dargestellt.

$$m = \sqrt{2} \cdot M \cdot (1 - \nu) \quad (7.20)$$

Passt man nun die im vorangegangenen Abschnitt verwendeten Gleichungen an die zuvor genannte Beziehung an, so ergibt sich das innere Rissmoment  $m_{cr}$  im Plattenquerschnitt:

$$m_{cr} = \sqrt{2} \cdot M_{cr} \cdot (1 - \nu) = f_{ctm} \cdot W \quad (7.21)$$

Stellt man nun diese Gleichung nach dem für die spätere Darstellung benötigten äußeren Rissmoment  $M_{cr}$  um, so ergibt sich das Rissmoment zu:

$$M_{cr} = \frac{f_{ctm} \cdot W}{\sqrt{2} \cdot (1 - \nu)} \quad (7.22)$$

Die zugehörigen Krümmungen  $\kappa$  berechnen sich weiterhin nach den Gleichungen (4.15) oder (4.12). Für den dritten charakteristischen Punkt  $P_3$  kann das Fließmoment berechnet werden zu:

$$\begin{aligned} m_y &= \sqrt{2} \cdot M_y \cdot (1 - \nu) = F_s \cdot z \\ M_y &= \frac{F_s \cdot z}{\sqrt{2} \cdot (1 - \nu)} \end{aligned} \quad (7.23)$$

Die Berechnung des Tragmomentes für  $P_4$  erfolgt analog, wobei die Zugfestigkeit  $f_u$  und der Verfestigungsmodul  $E_p$  einzusetzen sind. Für den Vergleich dieser zweiachsialen Berechnung des trilinearen Verlaufs der Last-Verformungs-Kurve werden die Versuche der Serien D und E herangezogen. Da bei diesen Versuchen ein hochfester Normalbeton verwendet wurde, sind die veränderten Grenzen der Betonstauchungen zu berücksichtigen.

In Bild 7.7 sind die vereinfachte und die genauere Berechnung mit den Versuchsergebnissen der Serien D (oben) und E (unten) der Plattenversuche mit zweiachsialer Biegebeanspruchung dargestellt. Es ist eindeutig zu erkennen, dass der vereinfachte Berechnungsansatz keine hinreichend genaue Lösung bietet. Der genauere Berechnungsansatz liefert eine bessere Lösung für die Beschreibung der Momenten-Krümmungs-Beziehung. Bis zum Erreichen des Fließmomentes werden die vorhandenen Biegesteifigkeiten (Steigungen) sehr gut abgebildet. Die Platten mit einer Bewehrungsrichtung von  $\alpha = 0^\circ$  erlangen eine höhere Traglast als durch die Berechnung prognostiziert wurde. Desweiteren weichen auch die Platten mit einer Bewehrungsrichtung von  $\alpha = 22,5^\circ$  und  $\alpha = 45^\circ$  von der genauen Berechnung im Zustand III ab. Dieser Aspekt ist darin begründet, dass die Richtung der Bewehrung noch nicht in der Berechnung berücksichtigt wird. Daraus abgeleitet wird ein eigener Ansatz vorgestellt, mit dem der trilineare Verlauf für verschiedene Bewehrungsrichtungen modifiziert werden kann. Dazu wird die Berechnung des Fließbeginns  $P_3$  winkelabhängig verändert, was im Abschnitt 7.3 beispielhaft gezeigt wird. Das Fließmoment und die zugehörige Krümmung werden anhand der Versuche so skaliert, dass der Verlauf den Einfluss der Bewehrungsrichtung berücksichtigt.

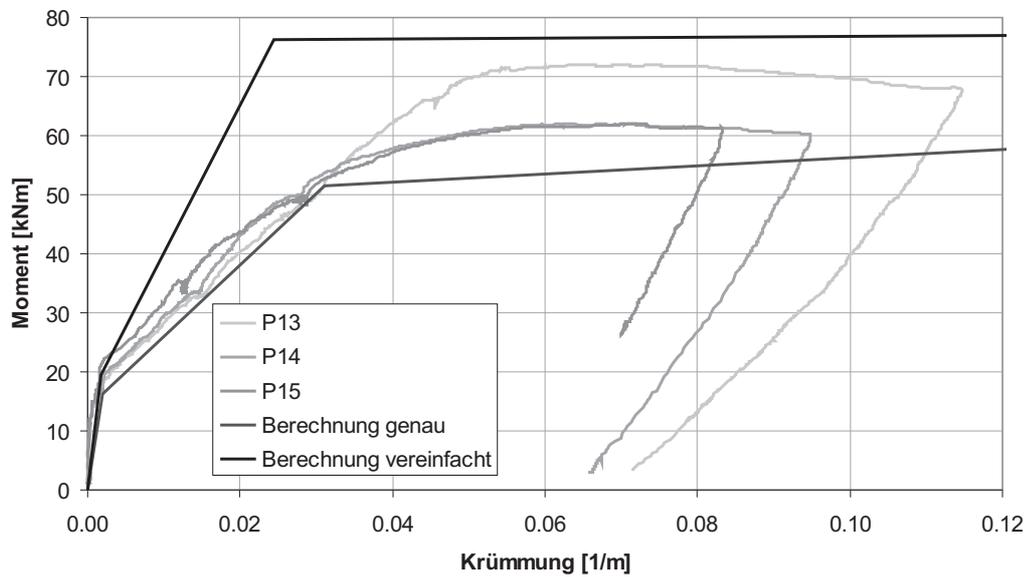
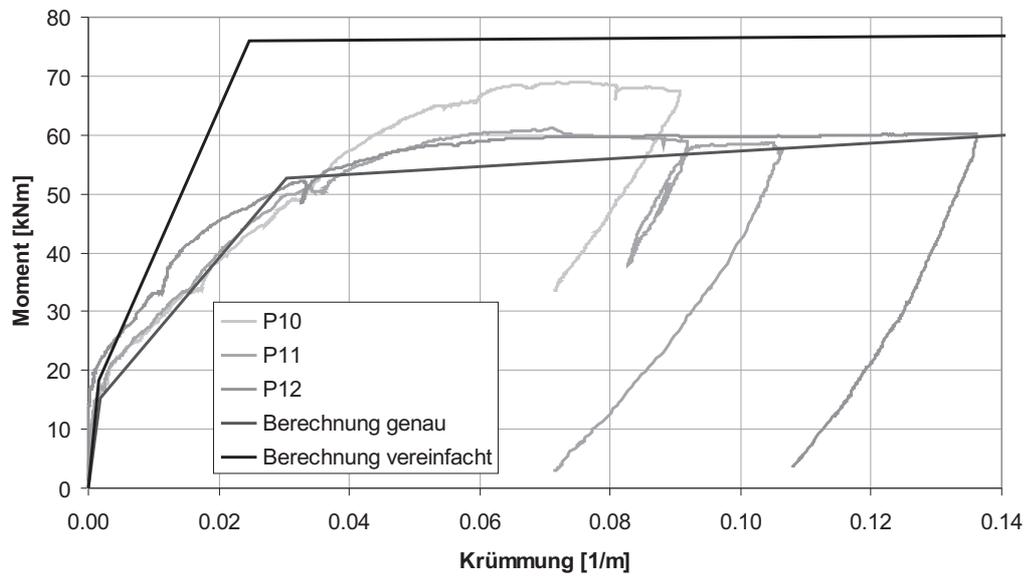
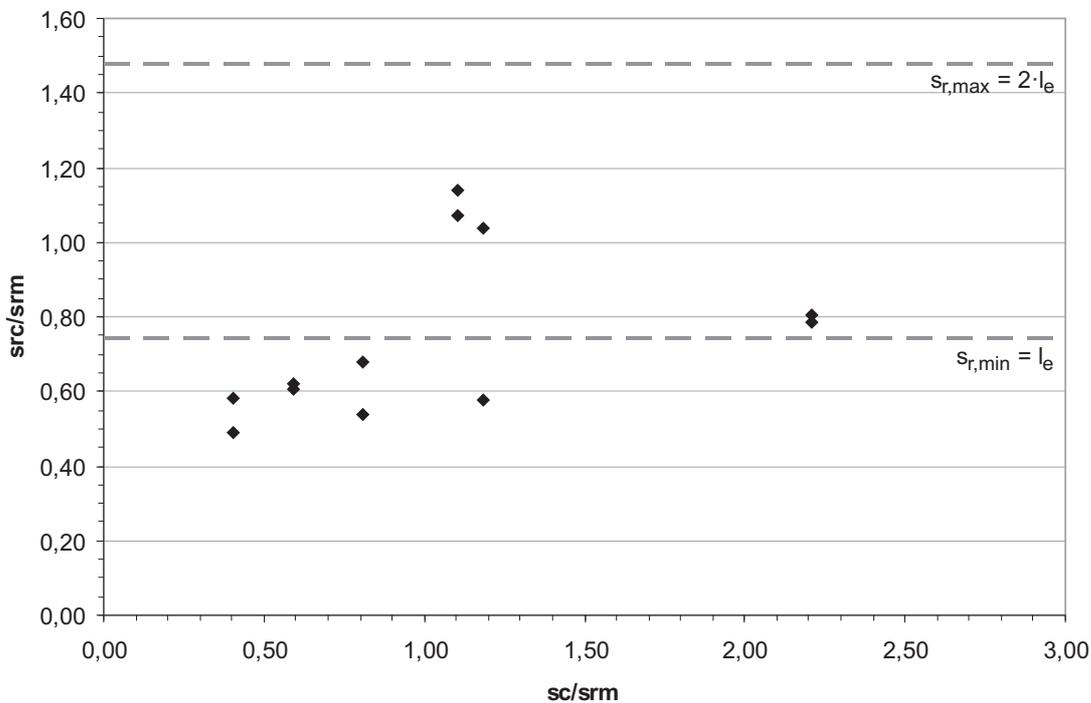


Bild 7.7: Vergleich berechnete und gemessene  $M - \kappa$ - Linie (zwei axial)

### 7.2.2 Erweiterung des Rissmodells

Mit der Einführung des Querbewehrungsgrades  $\rho_C$  hat PURAINER ein Modell für die Berechnung der Rissabstände auf der Basis der Erkenntnisse von LEE, RIZKALLA, EIBL und KRELLER [80] entwickelt. Mit  $\rho_C$  wird der Einfluss der eingebauten Querbewehrung im Querschnitt berücksichtigt, nicht aber der Anteil der eingebaute Querbewehrung im gesamten Bauteil. Für die Erweiterung dieses Modells dienen die Versuchsergebnisse der Versuche mit Plattenstreifen (siehe Kapitel 6 und Anhang C.3).

Zur Beschreibung der Rissabstände werden die aus den Versuchen gemessenen mittleren Rissabstände  $s_{rCm, gem}$  im Verhältnis zum eingebauten Querbewehrungsabstand  $s_C$  in einem auf den mittleren Rissabstand  $s_{rm}$  normierten Diagramm aufgetragen (Bild 7.8). Die aus den Versuchen



**Bild 7.8:** Rissabstände der mittleren gemessenen Rissabstände im Verhältnis zu dem eingebauten Querbewehrungsabstand

gemessenen mittleren Rissabstände können Tabelle 7.4 entnommen werden. Eine Zuordnung der einzelnen Wertepaare aus Abbildung 7.8 kann gemäß Tabelle 7.5 erfolgen. Aus Bild 7.8 wird deutlich, dass sich die Risse nicht alle zwischen der einfachen und zweifachen Lasteinleitungslänge einstellen. Die einfache und zweifache Lasteinleitungslänge entsprechen den Horizontalen gestrichelten Grenzlinien mit den Ordinaten

$$s_{r,min} = l_e = s_{rC}/s_{rm} = 0,74$$

und

$$s_{r,max} = 2 \cdot l_e = s_{rC}/s_{rm} = 1,48 .$$

Einige Rissabstände zeigen, dass die minimalen Rissabstände auch kleiner werden können, als die einfache Lasteinleitungslänge. Eine Ursache hierfür liegt in der Bauteilschwächung durch

**Tabelle 7.4:** Gemessene mittlere Rissabstände

Bezeichnung	Rissabstände	Beton-	Lasteinlei-
	gemessen	überdeckung	tungslänge
	$s_{rCm,gem}$ [cm]	$c_{nom}$ [cm]	$l_e$ [cm]
PS01Aq10c1	10,3	1	6,71
PS01Bq10c1	9,7	1	6,71
PS02Aq10c3	10,5	3	12,54
PS02Bq10c3	10,3	3	12,54
PS03Aq10c5	14,4	5	18,37
PS03Bq10c5	12,2	5	18,37
PS04Aq20c1	7,1	1	6,71
PS04Bq20c1	7,3	1	6,71
PS05Aq20c3	9,8	3	12,54
PS05Bq20c3	17,6	3	12,54
PS06Aq20c5	16,8	5	18,37
PS06Bq20c5	13,3	5	18,37

**Tabelle 7.5:** Versuchsdaten für das erweiterte Rissmodell

Bezeichnung	$s_C/s_{rm}$	$s_{rc}/s_{rm}$
PS01Aq10c1	1,10	1,14
PS01Bq10c1	1,10	1,07
PS04Aq20c1	2,21	0,78
PS04Bq20c1	2,21	0,81
PS02Aq10c3	0,59	0,62
PS02Bq10c3	0,59	0,61
PS05Aq20c3	1,18	0,58
PS05Bq20c3	1,18	1,04
PS03Aq10c5	0,40	0,58
PS03Bq10c5	0,40	0,49
PS06Aq20c5	0,81	0,68
PS06Bq20c5	0,81	0,54

die eingebaute Querbewehrung. In Abschnitt 4.3 wurde bereits auf die Querschnittsschwächung eines Bauteils durch Querbewehrung eingegangen. Mathematisch kann diese Schwächung durch den Querbewehrungsgrad  $\rho_C$  (Gleichung (4.28)) angegeben werden. Dieser Ansatz berücksichtigt allerdings nur die Querbewehrung im Querschnitt und nicht im gesamten Bauteil. Aus diesem Grund wird ein erweiterter Ansatz zur Berücksichtigung der Bauteilsschwächung durch die in einem Bauteil verwendete Querbewehrung aufgestellt. Dazu wird der Bauteilquerbewehrungsgrad  $\rho_{C,part}$  eingeführt. Dieser Bauteilquerbewehrungsgrad setzt sich additiv aus dem von [80] eingeführten Querbewehrungsgrad  $\rho_C$  und einem neuen Anteil zusammen. Zur Trennung dieser beiden Querbewehrungsgrade werden die Indizes modifiziert und die Bezeichnung eindeutig vergeben. Der bekannte Querbewehrungsgrad  $\rho_C$  wird neu als Querschnittsquerbewehrungsgrad mit  $\rho_{Cc}$  und der neue Anteil als Längsschnittsquerbewehrungsgrad mit  $\rho_{Cl}$  bezeichnet. Im Querschnitt kann  $\rho_{Cc}$  analog zu dem Vorgehen nach PURAINER [80] bestimmt werden zu:

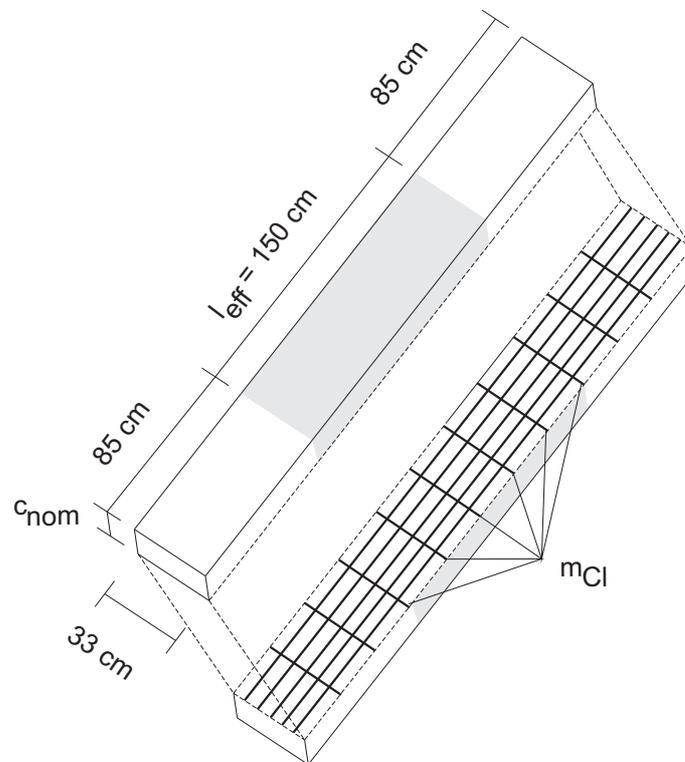
$$\rho_{Cc} = \frac{b_{eff} \cdot d_{sc} \cdot m_{cc}}{A_{c,eff}} = \frac{d_{sc} \cdot m_{cc}}{h_{eff}} \quad (7.24)$$

mit  $d_{sc}$  = Stabdurchmesser der Querbewehrung

$m_{cc}$  = Anzahl der Querbewehrungsstäbe im Querschnitt

$h_{eff} = 2,5 \cdot d_1$

Werden die betrachtete Bauteillänge  $l_{eff}$  und die Anzahl der Querbewehrungsstäbe in Längsrichtung  $m_{Cl}$  berücksichtigt, so kann der Längsschnittsquerbewehrungsgrad  $\rho_{Cl}$  nach Bild 7.9 definiert werden. Das in Bild 7.9 gezeigte Bauteil entspricht den eigenen Plattenstreifen, so dass



**Bild 7.9:** Längsschnitt zur Bestimmung des Längsschnittsquerbewehrungsgrades  $\rho_{Cl}$

hier nur der mittlere Bereich betrachtet wird, der eine nahezu querkraftfreie Biegebeanspruchung

erfährt. Dieser neue Querbewehrungsgrad  $\rho_{Cl}$  wird ähnlich dem  $\rho_{Cc}$  definiert, wobei nicht die Querschnittsfläche sondern eine Längsschnittsfläche berücksichtigt wird.

$$\rho_{Cl} = \frac{b_{eff} \cdot d_{sc} \cdot m_{cl}}{b_{eff} \cdot l_{eff}} = \frac{d_{sc} \cdot m_{cl}}{l_{eff}}$$

mit  $d_{sc}$  = Stabdurchmesser der Querbewehrung

$m_{cl}$  = Anzahl der Querbewehrungsstäbe im betrachteten Längsschnitt

$l_{eff}$  = betrachtete Bauteillänge

(7.25)

Durch diesen Längsschnittsquerbewehrungsgrad  $\rho_{Cl}$  kann das in Abschnitt 6.4 beobachtete Verhalten in der Berechnung berücksichtigt werden. Ein Bauteil mit höherem Querbewehrungsanteil verhält sich im Zustand II steifer als eines mit weniger Querbewehrung, da mehrere Verankerungspunkte für die Einleitung der Zugkräfte in der Bewehrung vorhanden sind (siehe Bild 6.20). Gleichzeitig kann genau durch die zusätzlichen Verankerungspunkte, in denen Spannungen in den Beton eingeleitet werden, ein feineres Rissbild erzeugt werden.

Der Bauteilquerbewehrungsgrad  $\rho_{C,part}$  ergibt sich aus der Addition von Querschnitts- und Längsschnittsquerbewehrungsgrad zu:

$$\rho_{C,part} = \rho_{Cc} + \rho_{Cl}$$

(7.26)

Mit der abgeminderten Einleitungslänge ( $l_{e,abg}$ ) kann das in Abschnitt 6.4 beschriebene Rissverhalten entlang der Querbewehrung berücksichtigt werden. Hierzu wird zunächst analog dem Ansatz von PURAINER die wirksame Betonfläche  $A_{c,eff}$  durch die abgeminderte Betonfläche  $A_{c,abg}$  unter Berücksichtigung des Bauteilquerbewehrungsgrades  $\rho_{C,part}$  ersetzt. Die abgeminderte Lasteinleitungslänge kann demnach wie folgt angegeben werden:

$$l_{e,abg} = \frac{d_s \cdot A_{c,abg}}{7,2 \cdot A_s}$$

mit

$$A_{c,abg} = A_{c,eff} \cdot (1 - \rho_{C,part})$$

(7.27)

Die Gleichungen (7.24) bis (7.27) wurden für die eigenen Plattenstreifen ausgewertet und in Tabelle 7.6 unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Querschnitte der einzelnen Versuchskörper dargestellt. Setzt man den vorhandenen Querbewehrungsabstand  $s_C$  gleich der reduzierten Lasteinleitungslänge  $l_{e,abg}$ , nach Gleichung (7.27), so ergibt sich das Verhältnis von  $s_C/s_{rm}$  zu:

$$\frac{s_C}{s_{rm}} = \frac{l_{e,abg}}{1,35 \cdot l_e}$$

(7.28)

Gleichung (7.28) wurde ebenfalls für die einzelnen Versuchsplattenstreifen ausgewertet und in Tabelle 7.6 dargestellt.

Für die Beschreibung des Rissmodells wird auf gewonnene Erkenntnisse aus [80] zurückgegriffen. Dazu werden im gezeigten Diagramm (Bild 7.8) weitere Grenzen definiert. Auf der Abszisse werden die einfache ( $s_C/s_{rm} = 0,74$ ), doppelte ( $s_C/s_{rm} = 1,48$ ), dreifache ( $s_C/s_{rm} = 2,22$ ) und vierfache ( $s_C/s_{rm} = 2,96$ ) Lasteinleitungslänge durch gestrichelte vertikale Grenzlinien aufgetragen. Es ist zu erkennen, dass sich alle Versuchsergebnisse in vier unterschiedlichen Bereichen befinden. Angenähert an den Vorschlag von LEE zur Beschreibung eines Rissmodells wird das

Tabelle 7.6: Auswertung von Gleichung (7.24) bis (7.28)

	$A_{c,eff}$ [cm <sup>2</sup> ]	$l_e$ [cm]	$\rho_{C,part}$ [-]	$A_{c,abg}$ [cm <sup>2</sup> ]	$l_{e,abg}$ [cm]	$s_C/s_{rm}$ [-]
PS01Aq10c1	189,75	6,71	0,225	147,06	4,16	0,46
PS01Bq10c1	189,75	6,71	0,225	147,06	4,16	0,46
PS02Aq10c3	354,75	12,54	0,155	299,76	8,48	0,50
PS02Bq10c3	354,75	12,54	0,155	299,76	8,48	0,50
PS03Aq10c5	519,75	18,37	0,135	449,58	12,71	0,51
PS03Bq10c5	519,75	18,37	0,135	449,58	12,71	0,51
PS04Aq20c1	189,75	6,71	0,183	155,03	4,38	0,48
PS04Bq20c1	189,75	6,71	0,183	155,03	4,38	0,48
PS05Aq20c3	354,75	12,54	0,113	314,66	8,90	0,53
PS05Bq20c3	354,75	12,54	0,113	314,66	8,90	0,53
PS06Aq20c5	519,75	18,37	0,093	471,41	13,33	0,54
PS06Bq20c5	519,75	18,37	0,093	471,41	13,33	0,54
Mittelwert:						0,50

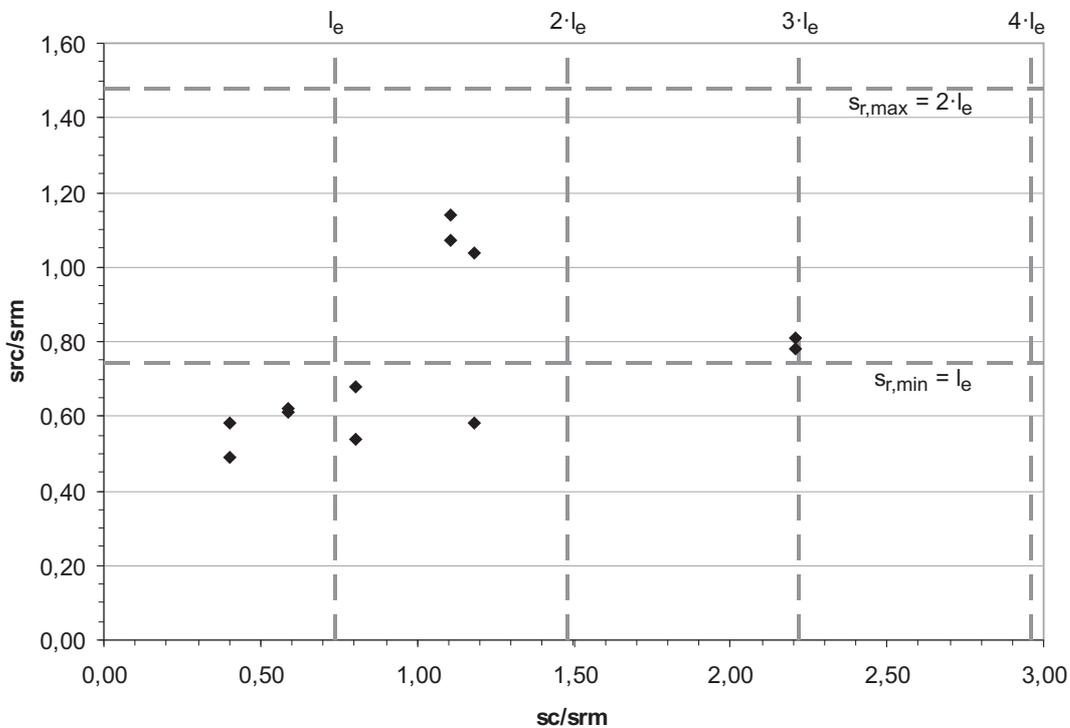
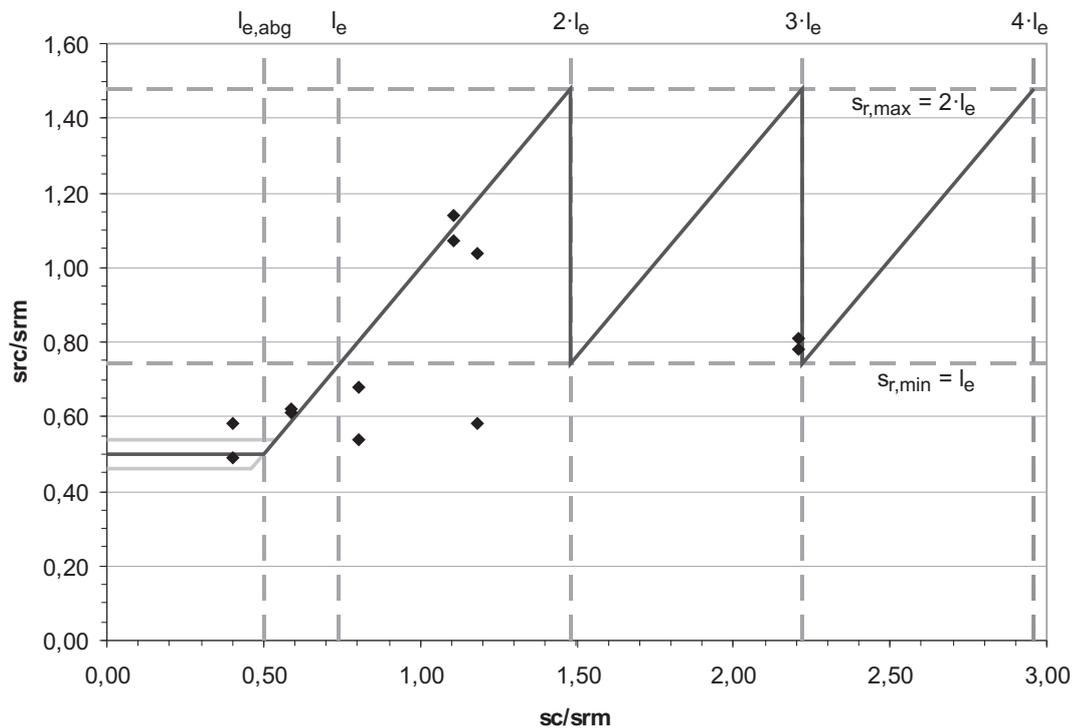


Bild 7.10: Einteilung der mittleren gemessenen Rissabstände in Bereiche der Lasteinleitungslänge

erweiterte Rissmodell entwickelt. Im Bereich mit Querbewehrungsabstand  $s_C > l_e$  wurden bereits Formulierungen von LEE mechanisch hergeleitet und werden somit übernommen. Für den Bereich  $s_C < l_e$  ist zusätzlich die Abminderung der wirksamen Betonzugzone durch vorhandene Querbewehrung zu berücksichtigen, durch die eine Rissbildung gefördert wird. Dieser Effekt kann durch die zuvor beschriebene abgeminderte Lasteinleitungslänge  $l_{e,abg}$  dargestellt werden. Aus diesem Grund müssen zwei weitere Bereiche betrachtet werden. Zunächst der Bereich  $s_C < l_{e,abg}$  und weiterhin der Bereich  $l_{e,abg} < s_C < l_e$ . Wertet man anhand der zuvor erlangten Erkenntnisse das Rissmodell von PURAINER [80] aus, so ergibt sich die in Abbildung 7.11 dargestellte Trendlinie zur Bestimmung des rechnerischen mittleren Rissabstandes  $s_{rC,m}$ .



**Bild 7.11:** Mittlere rechnerische Rissabstände im Vergleich zu den Versuchsdaten

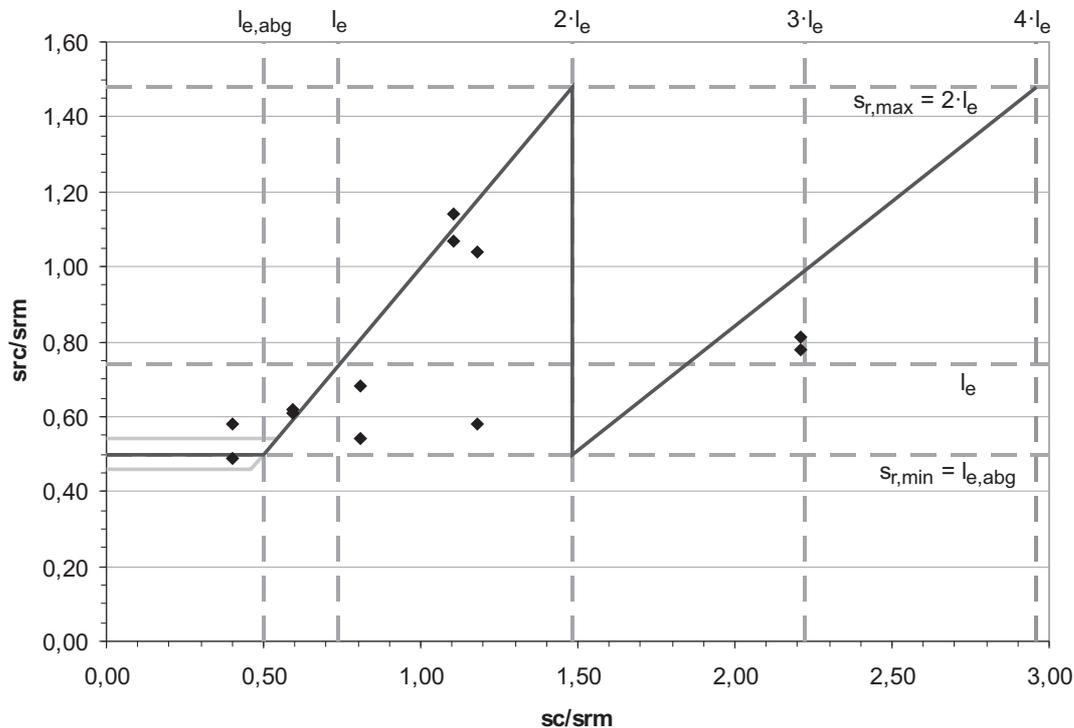
Es ist zu erkennen, dass durch diese Formulierung die gemessenen Rissabstände hinreichend genau bestimmt werden können. Geringe Abweichung sind aufgrund von Streuungen bei der Bestimmung der Materialparameter des Betons als auch durch die Art der Versuchskörperherstellung vertretbar. Dennoch gibt es einen Versuchswert, der nicht in diese Betrachtungen passt. Es handelt sich hierbei um den Versuchsplattenstreifen PS05Aq20c3. Obwohl die Versuchskörper PS05Aq20c3 und PS05Bq20c3 auf identische Weise hergestellt wurden, kam es während der Versuchsdurchführung zu einem vollkommen unterschiedlichen Rissverhalten. Bei dem einem Versuchsplattenstreifen traten doppelt so viele Risse auf wie bei dem anderen. Dadurch ergab sich bei den Versuchskörpern ein Verhältnis der mittleren gemessenen Rissabstände von 2,0.

Im Bereich  $s_C < l_{e,abg}$  werden drei unterschiedliche Trendlinien angezeigt. Aufgrund der unterschiedlichen Parameter der einzelnen Versuchsplattenstreifen resultierten unterschiedliche Werte für die abgeminderte Lasteinleitungslänge (Tab. 7.6). Es wurden jeweils die minimale, die maximale und die gemittelte abgeminderte Lasteinleitungslänge dargestellt. Es konnte festge-

stellt werden, dass es nur zu geringen Abweichungen zwischen den verminderten Lasteinleitungslängen kam. Somit wurde für die erstellte Trendlinie und für weitere Betrachtungen der Mittelwert von  $l_{e,abg}$  verwendet. Anhand der Trendlinie ergeben sich für den mittleren Rissabstand zusammengefasst folgende Formulierungen:

$$\begin{aligned}
 1. \quad s_C < l_{e,abg} &\quad \rightarrow \quad s_{rC} = 1,35 \cdot l_{e,abg} \\
 2. \quad l_{e,abg} \leq s_C \leq 4 \cdot l_e &\quad \rightarrow \quad s_{rC} = s_C
 \end{aligned}
 \tag{7.29}$$

Eine genauere Betrachtung der Bereiche  $2 \cdot l_e < s_C < 3 \cdot l_e$  und  $s_C > 4 \cdot l_e$  ist aufgrund von zu wenig Versuchsergebnissen nicht möglich. Aufgrund dessen, dass es keinen mittleren Rissabstand kleiner als die abgeminderte Lasteinleitungslänge geben kann, wurde das zuvor gezeigte Rissmodell erneut modifiziert. Als untere Grenze der Rissbildung wurde nicht mehr die einfache Lasteinleitungslänge  $l_e$  verwendet, sondern es wurde als Untergrenze die einfache abgeminderte Lasteinleitungslänge  $s_{r,min} = l_{e,abg}$  definiert. Ebenfalls wurde der Bereich  $2 \cdot l_e < s_C < 4 \cdot l_e$  modifiziert, da bei den Versuchsplattenstreifen PS04Aq20c1 und PS04Bq20c1 nicht ein wie zuvor prognostizierter mittlerer Rissabstand von  $s_{rC} = s_C$  auftrat, sondern es zu einem gemessenen mittleren Rissabstand von  $s_{rC} < s_C$  kam.



**Bild 7.12:** Mittlere rechnerische Rissabstände im Vergleich zu den Versuchsdaten

Durch das erneut verbesserte Rissmodell ergeben sich anhand der Trendlinie neue Bereiche zur Bestimmung des mittleren Rissabstandes. Zusammengefasst kann der mittlere berechnete

**Tabelle 7.7:** Rechnerische und gemessene mittlere Rissabstände nach modifizierten Rissmodell

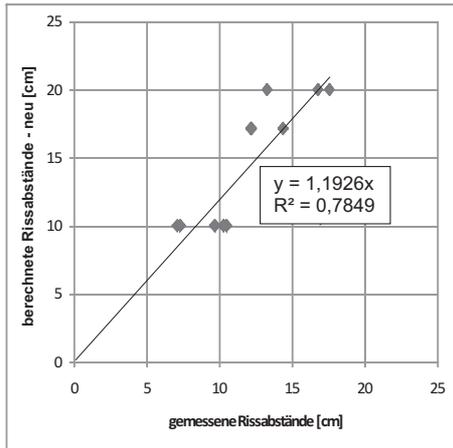
Bezeichnung	Rissabstände	
	gemessen	berechnet
	$s_{rCm,gem}$ [cm]	$s_{rCm,ber}$ [cm]
PS01Aq10c1	10,3	10
PS01Bq10c1	9,7	10
PS02Aq10c3	10,5	10
PS02Bq10c3	10,3	10
PS03Aq10c5	14,4	17,15
PS03Bq10c5	12,2	17,15
PS04Aq20c1	7,1	10
PS04Bq20c1	7,3	10
PS05Aq20c3	9,8	20
PS05Bq20c3	17,6	20
PS06Aq20c5	16,8	20
PS06Bq20c5	13,3	20

Rissabstand folgendermaßen formuliert werden:

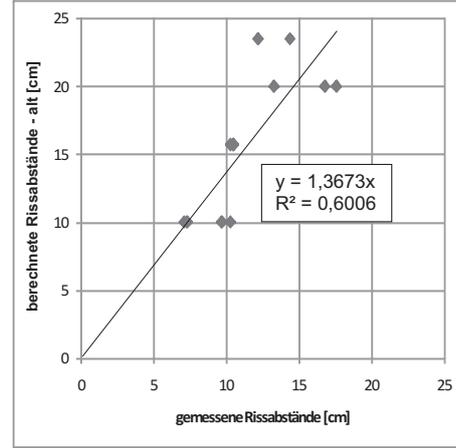
$$\begin{aligned}
 1. \quad s_C < l_{e,abg} & \quad \rightarrow \quad s_{rC} = 1,35 \cdot l_{e,abg} \\
 2. \quad l_{e,abg} \leq s_C \leq 2 \cdot l_e & \quad \rightarrow \quad s_{rC} = s_C \\
 3. \quad 2 \cdot l_e \leq s_C \leq 4 \cdot l_e & \quad \rightarrow \quad s_{rC} = 0,5 \cdot s_C
 \end{aligned} \tag{7.30}$$

Für weitere Bereiche  $s_C > 4 \cdot l_e$  kann keine Aussage getroffen werden, da hierzu weitere Versuche durchgeführt werden müssen. In Tabelle 7.7 ist eine Auswertung von Gleichung (7.30) für die eigenen Versuchskörper dargestellt.

Die Regressionsanalyse (Bild 7.13) der nach Gleichung (7.30) berechneten Rissabstände mit den Versuchsergebnissen zeigt eine verbesserte Übereinstimmung. Es ist zu erwähnen, dass ein Ausreißer (PS05Aq20c3) nicht berücksichtigt wurde. Das Bestimmtheitsmaß dieser linearen Regression liegt bei  $R^2 = 0,78$ . Vergleicht man nun die Versuchsdaten mit dem Rissmodell nach [80], so ist zu erkennen, dass sich ebenfalls für eine lineare Regression (Bild 7.14) ein Bestimmtheitsmaß von  $R^2 = 0,48$  einstellt. Dies zeigt eine Verbesserung des Rissmodells für die Berechnung der Rissabstände der eigenen biegebeanspruchten Stahlbetonplattenstreifen. Zur Verifizierung des Modells sind weitere Versuche mit unterschiedlichen Querbewehrungsabständen sinnvoll.



**Bild 7.13:** Regressionsanalyse der berechneten und gemessenen mittleren Rissabstände anhand des modifizierten Rissmodells



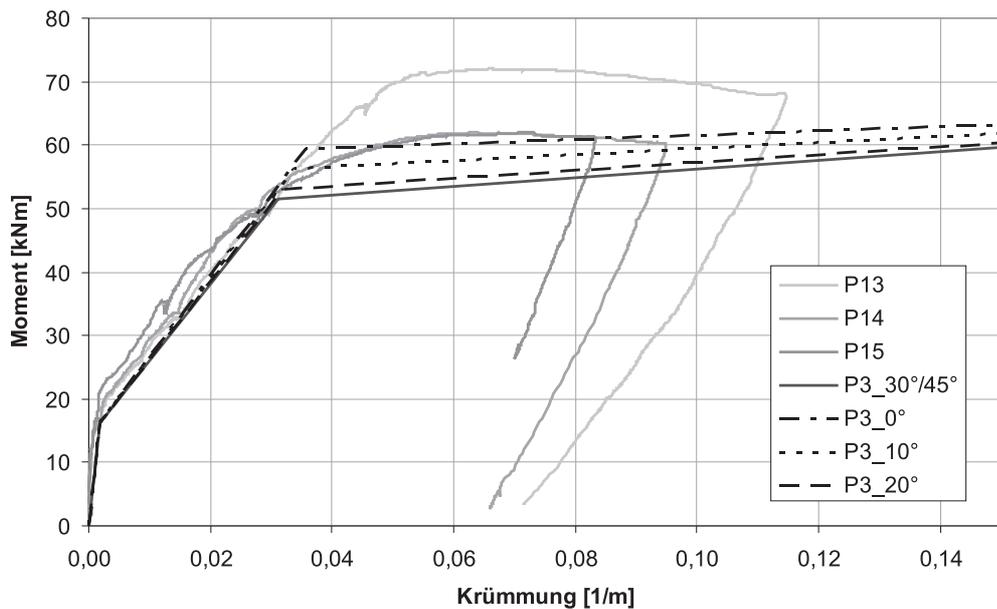
**Bild 7.14:** Regressionsanalyse der berechneten und gemessenen mittleren Rissabstände anhand des Rissmodells nach PURAINER [80]

### 7.3 Berechnungsbeispiele

Für die ingenieurmäßige Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens wurden zwei Verfahren vorgestellt. Das vereinfachte Verfahren berücksichtigt nicht die Mitwirkung des Betons auf Zug und nicht die Änderung des Hebelarms der inneren Kräfte, kann aber relativ schnell von Hand angewendet werden. Der genauere Ansatz berücksichtigt die Mitwirkung des Betons durch Berechnung der Stahldehnung mit Gleichung (4.16) nach [35], die Verfestigung des Betonstahls und die Berücksichtigung der Änderung des Hebelarms der inneren Kräfte mittels exakter Berechnung des Schwerpunktes der Betondruckspannungen. Der vereinfachte Ansatz dient als oberer Grenzwert des Momenten-Krümmungs-Verhaltens. Der genauere Ansatz kann durch die Einbeziehung der Bewehrungsrichtung in der Berechnung des Punktes des Fließbeginns noch verbessert werden. Hierzu können, wie bereits in Abschnitt 7.2.1 erwähnt, Fließmoment  $M_y$  und Fließkrümmung  $\kappa_y$  abhängig von der Richtung der Bewehrung  $\alpha$  modifiziert werden. Weiterhin wird der in Abschnitt 6.2.3 genannte Traglastunterschied zwischen verschiedenen Bewehrungsrichtungen in der Berechnung berücksichtigt. Übereinstimmend mit den Erkenntnissen aus [29] wird dazu ein Grenzwinkel  $\alpha_G$  definiert, ab dem die Bewehrung an der Lastabtragung mitwirkt. Der Grenzwinkel wird festgelegt zu  $\alpha_G = 25^\circ$ , das heißt, bei Winkeln von  $25^\circ$  bis  $45^\circ$  bleibt die Berechnung wie bekannt. Bei Winkeln von  $0^\circ$  bis  $25^\circ$  werden Fließmoment und zugehörige Krümmung neu berechnet. Daraus folgt für  $\alpha < \alpha_G$ :

$$\begin{aligned} \kappa_y^* &= \kappa_y \cdot \left( 1 + 0,15 \cdot \frac{\alpha_G - \alpha}{\alpha_G} \right) \\ M_y^* &= M_y \cdot \left( 1 + 0,15 \cdot \frac{\alpha_G - \alpha}{\alpha_G} \right) \end{aligned} \quad (7.31)$$

Dabei sind  $\alpha$  der Winkel der Bewehrung,  $\alpha_G$  der Grenzwinkel,  $\kappa_y^*$  die neue Krümmung bei Fließbeginn und  $M_y^*$  das neue Fließmoment. Mit dem gemittelten Traglastzuwachs aus den Versuchsserien D und E von 15%, Faktor 0,15 in Gleichung (7.31), ergeben sich am Beispiel der Serie E die in Bild 7.15 dargestellten, neu berechneten Verläufe. Die Last-Verformungs-



**Bild 7.15:** Vergleich berechnete und gemessene  $M - \kappa$ - Linie (zweiachsial)

Kurven zeigen, dass die Berechnung mit Berücksichtigung der Bewehrungsrichtung näher an die Versuchskurve rückt, trotzdem aber deutlich auf der sicheren Seite unterhalb der Versuchskurve liegt. Somit führt diese Berechnung zu einer Annäherung an die Realität.

Durch Einführung des Längsschnittsquerbewehrungsgrades  $\rho_{Cl}$  und Einbindung in das Rissmodell konnte die Beschreibung der Rissabstände weiterentwickelt werden. Die Berechnung bei den Plattenstreifen im vorangegangenen Abschnitt 7.2 zeigt, dass für diese Art von Versuchen eine Verbesserung erreicht werden konnte.

Für die Beschreibung der Rissabstände der zweiachsial biegebeanspruchten Stahlbetonplatten wurde bereits in Abschnitt 6.2 gezeigt, wie sich der Einfluss des von [80] eingeführten Querbewehrungsgrades  $\rho_C$  auswirkt. Ohne Berücksichtigung von  $\rho_C$  ergeben sich für die Platte P02:

$$\begin{aligned} s_{r,min} &= 13,2 \text{ cm} \\ s_{rm} &= 17,8 \text{ cm} \\ s_{r,max} &= 26,4 \text{ cm} \end{aligned} \quad (7.32)$$

Wird nun die Verringerung des Querschnitts in folge Querbewehrung mit in die Betrachtung einbezogen, so verringert sich die wirksame Betonzugfläche im Querschnitt von  $A_{c,eff}$  (Bild 7.2) auf  $A_{c,abg}$  (Gleichung 4.29, Bild 7.3). Durch diese Reduktion ergeben sich die Rissabstände zu:

$$\begin{aligned} s_{r,min} &= 11,5 \text{ cm} \\ s_{rm} &= 15,5 \text{ cm} \\ s_{r,max} &= 23,0 \text{ cm} \end{aligned} \quad (7.33)$$

Mit dem eingeführten Längsschnittsquerbewehrungsgrad  $\rho_{Cl}$  nach Gleichung (7.25) wird der Anteil der Querbewehrung im Längsschnitt der zugbeanspruchten Zone eines Bauteils berücksichtigt. Durch den Querschnittsquerbewehrungsgrad  $\rho_{Cc}$  nach Gleichung (7.24) werden auch

mehrere Lagen Querbewehrung berücksichtigt, soweit vorhanden. Durch die Kombination dieser beiden Einflüsse wird die gesamte Querbewehrung in der zugbeanspruchten Zone eines Bauteils in der Berechnung berücksichtigt. Gemäß Gleichung (7.26) werden diese beiden Anteile addiert und es ergibt sich der Bauteilquerbewehrungsgrad  $\rho_{C,part} = \rho_{Cc} + \rho_{Cl}$ .

Für die Berechnung wird  $\rho_{C,part}$  bei der Reduktion der wirksamen Betonzugfläche  $A_{c,eff}$  folgendermaßen berücksichtigt

$$A_{c,abg} = A_{c,eff} \cdot (1 - \rho_{C,part}) \quad (7.34)$$

und führt somit zu einer verminderten Lasteinleitungslänge  $l_{e,abg}$  nach Gleichung (7.27). Für das Beispiel der Platte P02 ergeben sich:

$$\rho_{Cc} = \frac{d_{sc} \cdot m_{cc}}{h_{eff}} = \frac{1,0 \text{ cm} \cdot 1}{2,5 \cdot 3,0 \text{ cm}} = 0,13 \quad (7.35)$$

Dies entspricht der tatsächlichen Schwächung des Querschnitts von 13‰.

$$\rho_{Cl} = \frac{d_{sc} \cdot m_{cl}}{l_{eff}} = \frac{1,0 \cdot 14}{150} = 0,09 \quad (7.36)$$

Der Einfluss der Querbewehrung im Längsschnitt ist keine Querschnittsgröße, wird aber durch die Addition mit  $\rho_{Cc}$  in Gleichung (7.37) berücksichtigt.

$$\rho_{C,part} = \rho_{Cc} + \rho_{Cl} = 0,13 + 0,09 = 0,22 \quad (7.37)$$

Mit dem Bauteilquerbewehrungsgrad  $\rho_{C,part}$  wird die neue abgeminderte wirksame Betonzugfläche berechnet. Somit wird die Querbewehrung im Längsschnitt als fiktive Querschnittsgröße behandelt. Die neuen Rissabstände ergeben sich damit wie folgt:

$$\begin{aligned} s_{r,min} &= 10,3 \text{ cm} \\ s_{rm} &= 13,9 \text{ cm} \\ s_{r,max} &= 20,6 \text{ cm} \end{aligned} \quad (7.38)$$

Für die Platte P02 ergibt die Auswertung der Gleichung (6.1) einen mittleren Rissabstand  $s_{rm} = 11,54 \text{ cm}$ . Damit erkennt man eine Annäherung der berechneten Rissabstände an das Versuchsergebnis.

Die abgeschlossenen Rissbilder der Stahlbetonplattenversuche in Anhang E zeigen ein fein verteiltes Rissnetz, so dass mit der hier vorgestellten Berücksichtigung der gesamten Querbewehrung im Bauteil eine sinnvolle Erweiterung der Berechnung angeboten werden kann.

# Kapitel 8

## Zusammenfassung und Ausblick

*Dieses abschließende Kapitel fasst in kurzer und prägnanter Form die einzelnen Bausteine dieser Arbeit zusammen. Dabei werden die wichtigsten Inhaltspunkte und Kernaussagen der Kapitel nochmal dargestellt und Zusammenhänge genannt.*

*Der Ausblick soll weiteren Forschungsbedarf aus Sicht des Autors aufzeigen. Hierbei werden Hinweise auf noch fehlende Erkenntnisse und eventuelle erste Ideen für künftige Versuche im Bereich des Last-Verformungs-Verhaltens von Stahlbetonflächentragwerken gegeben.*

### 8.1 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde das Last-Verformungs-Verhalten von Stahlbetonplatten untersucht. Dazu wurden eigene Versuche durchgeführt, deren Auswertung eine exaktere Beschreibung des Zusammenhangs zwischen eingebauter Bewehrung und dem daraus entstehenden Rissbild ermöglicht. Weiterhin konnte das Modell zur Beschreibung der Rissabstände aus [80] weiterentwickelt werden. Für eine schnelle Ermittlung des Momenten-Krümmungs-Verhaltens zweiaxial biegebeanspruchter Platten wurde ein ingenieurmäßiger Berechnungsansatz entwickelt.

Das einleitende Kapitel begründet den Forschungsbedarf in der Thematik und führt zum Thema des Last-Verformungs-Verhaltens von Stahlbetonflächentragwerken, insbesondere Stahlbetonplatten, hin. Es werden Anwendungsfälle aus der Realität angesprochen. Die grundsätzlich zu untersuchenden Fragestellungen werden genannt und das geplante Vorgehen im Rahmen dieser Arbeit festgelegt.

Der Werkstoff Stahlbeton mit seinen einzelnen Bestandteilen und das Zusammenwirken dieser Bestandteile sind Inhalt des zweiten Kapitels. Hierbei werden die wichtigsten Grundlagen der Materialien kurz genannt, und es wird auf das Verbundverhalten zwischen Betonstahl und Beton eingegangen. Das Verbundverhalten hat einen Einfluss auf das Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen, insbesondere bei Verbundschwächung durch bewehrungsparallele Längsrisse, da die übertragbaren Verbundnormalspannungen deutlich reduziert werden. Aus dem Verbundverhalten leitet sich die Einleitungslänge  $l_e$  ab, die wiederum Grundlage für die Berechnung von Rissabständen in Stahlbetonbauteilen ist.

Kapitel 3 beleuchtet die Literatur im Hinblick auf Stahlbetonflächentragwerke unter ein- und

zweiachialer Biegebeanspruchung. Dazu werden zuerst einige Begriffsdefinitionen durchgeführt, um eine möglichst einheitliche sprachliche Grundlage herzustellen. Zur gedanklichen Hinführung zum Thema werden kurz plattenmechanische Grundlagen genannt, wobei der Schwerpunkt auf die für die meisten Fälle ausreichende KIRCHHOFFSche Plattentheorie gelegt wird. Anschließend werden Versuche mit einaxialer Biegung und mit zweiachialer Biegung aus der Literatur dargestellt und mit ihren Besonderheiten erläutert. Diese Zusammenstellung zeigt, dass bereits seit geraumer Zeit Versuche an Stahlbetonplatten durchgeführt werden, dieses Thema aber dennoch nicht an Aktualität verloren hat.

Ein wesentlicher Aspekt beim Last-Verformungs-Verhalten von Stahlbeton ist die Steifigkeitsänderung infolge Rissbildung. Daher wird in Kapitel 4 auf die Rissbildung eingegangen. Grundlagen werden am Beispiel eines Stahlbetonzugkörpers und der zugehörigen Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung erläutert. Weiterhin erfolgt der Übergang auf die Momenten-Krümmungs-Beziehung bei biegebeanspruchten Bauteilen. Aus dem Bereich Einfluss des Verbundverhaltens auf das Last-Verformungs-Verhalten wurde die Auswirkung bewehrungsparalleler Rissbildung auf die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung angesprochen. Die materialinhärente Anisotropie infolge der eingebauten Bewehrung ist immer Bestandteil des Tragverhaltens von Stahlbeton, kommt jedoch in verschiedenen Modellierungsebenen unterschiedlich zum Tragen. Die Dübelwirkung der Bewehrung ist im letzten Abschnitt dieses Kapitels der Fokus, da sie unter anderem zur Überlagerung verschiedenster Spannungen innerhalb des Betons führt und damit wesentlich an der Rissbildung/-auslösung beteiligt ist.

Der Einfluss der Richtung der Bewehrung auf die Rissbildung und die Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente sind die Schwerpunkte in Kapitel 5.

Ausgehend von mechanischen Überlegungen wird das unterschiedliche Verhalten in Zustand I und Zustand II angesprochen. Im Zustand I stellt sich ein Verlauf der Hauptspannungstrajektorien ein, der das Primär-Rissbild erzeugt. Abgesehen von durch Inhomogenitäten oder Streuungen im Material erzeugte Risse, entstehen die Risse senkrecht zur Hauptzugspannung. Danach befindet sich der Körper im Zustand II und bei weiter steigender Beanspruchung entstehen weitere Risse, die nun von der Richtung der eingebauten Bewehrung beeinflusst werden. Aus diesem Sekundär-Rissbild kann qualitativ auf die Bewehrung geschlossen werden. Der Einfluss der Richtung der Bewehrung auf die Richtung der Risse und damit auf die Rissbildung ist deutlich erkennbar und wird an Rissbildern aus eigenen Versuchen gezeigt.

Beim Modell für die Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens mit der Finiten Elemente Methode ist der Schwerpunkt die möglichst einfache und genaue Abbildung der Realität. Dazu wird eine Modellierung mit Volumenelementen für den Betonkörper und Linienelementen für die Bewehrungsstäbe gezeigt, die ohne geschichtete Elemente mit Berechnung von äquivalenten Steifigkeiten auskommt. Für die Modellierung der Materialien werden realitätsnahe Ansätze gewählt, um Fehler aus eventuellen Annahmen beim Materialverhalten weitgehend auszuschließen. Der Verbund wird starr modelliert, was zulässig ist, da es sich bei der Durchbiegung um die Berechnung und Auswertung einer globalen Größe handelt. Für die Untersuchung lokaler Effekte in Rissnähe oder der Rissabstände ist dieses vorgestellte FE-Modell nicht geeignet. Trotz der einfachen geometrischen Modellierung und des starren Verbundes stimmen die berechneten Last-Verformungs-Kurven mit den Versuchsergebnissen sehr gut überein.

In Kapitel 6 sind alle eigenen durchgeführten Versuche erläutert und ausgewertet. Schwerpunkt

bilden die Versuche mit Stahlbetonplatten verschiedener Betonfestigkeitsklassen unter ein- und zweiachsender Biegebeanspruchung. Es wird die Entwicklung eines geeigneten Versuchsaufbaus für die Erzeugung einer zweiachsenden Biegebeanspruchung mit variablem Momentenverhältnis beschrieben. Dieser Versuchsaufbau konnte erfolgreich eingesetzt werden und steht auch künftig für Versuche dieser Art zur Verfügung. Weitere Versuche dienten der Untersuchung von Einzelaspekten. So wurden Versuche an Plattenausschnitten durchgeführt, um den Einfluss der Lage des Risses zum Schweißpunkt bei Mattenbewehrung zu untersuchen. Die durchgeführten Versuche an Plattenstreifen dienten der Feststellung der Auswirkung unterschiedlicher Betonüberdeckungen und unterschiedlicher Querbewehrungsabstände auf das Last-Verformungs-Verhalten und das Rissverhalten. Die Versuchsergebnisse ermöglichten die Weiterentwicklung des Modells zur Beschreibung der Rissabstände auf Basis der Einführung des Bauteilquerbewehrungsgrades  $\rho_{C,part}$ , der die Querbewehrung im Querschnitt und im Längsschnitt berücksichtigt.

In Kapitel 7 wird anfangs kurz auf einige mechanische Überlegungen eingegangen. Dabei wird die nichtlineare Spannungsverteilung in einem biegebeanspruchten Querschnitt angesprochen. Für die Berechnung wird der gezogene Bereich eines Querschnitts meist als zentrisch gezogener Stab mit konstanter Spannungsverteilung angenommen. Dies entspricht nicht der Realität, da die Bewehrung im Wirkungsbereich der Bewehrung nicht zentrisch angeordnet ist. Es wird angesprochen, dass weitere Versuche an Biegebalken und Zugstäben notwendig sind, um diesen Aspekt zu beleuchten.

Das im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Rissmodell berücksichtigt den Einfluss der im zugbeanspruchten Bereich eines Querschnitts eingebauten Querbewehrung. Dazu wird der in [80] eingeführte Querbewehrungsgrad mit einem eigenen Anteil zu einem Bauteilquerbewehrungsgrad zusammengefasst. Dieser Bauteilquerbewehrungsgrad  $\rho_{C,part}$  berücksichtigt den gesamten Anteil der Querbewehrung in der Biegezugzone des betrachteten Bereiches oder Bauteils. Durch Berücksichtigung von  $\rho_{C,part}$  wurde das Modell zur Beschreibung der Rissabstände in Abhängigkeit vom Querbewehrungsabstand weiterentwickelt und verbessert.

Weiterhin wird die Berechnung einer trilinearen Last-Verformungs-Beziehung gezeigt, welche für einaxiale Biegebeanspruchung vorgestellt wird und dann für den Fall der zweiachsenden Beanspruchung erweitert wird. Für diese Berechnung werden zwei Verfahren gezeigt. Ein vereinfachtes Verfahren ohne Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug und ohne Änderung des Hebelarms der inneren Kräfte, welches einen oberen Grenzwert des Last-Verformungs-Verhaltens darstellt. Das zweite, genauere Berechnungsverfahren berücksichtigt die vorstehend genannten Aspekte und stellt damit einen unteren Grenzwert dar.

Abschließend wird die Berechnung der trilinearen Last-Verformungs-Beziehung für die Versuchsserie E der Plattenversuche mit einem eigenen Ansatz erweitert. Dieser berücksichtigt den Traglastzuwachs unterhalb eines Grenzwinkels abhängig von der Richtung der eingebauten Bewehrung.

Das letzte Kapitel fasst die Arbeit kurz zusammen, nennt dabei die Kernpunkte der einzelnen Kapitel und gibt einen Ausblick auf weiteren Forschungsbedarf, der sich teilweise aus eigenen Erkenntnissen im Rahmen der durchgeführten Versuche ergeben hat.

## 8.2 Weiterer Untersuchungsbedarf

Weiterer Untersuchungsbedarf ergibt sich in mehreren Bereichen.

Die durchgeführten Versuche haben gezeigt, dass unterschiedliche Bewehrungsrichtungen Einfluss auf die Rissbildung und auf das Last-Verformungs-Verhalten von Stahlbetonplatten unter reiner Biegebeanspruchung haben. Um Einflüsse der Interaktion verschiedener Beanspruchungen auf das Tragverhalten zu untersuchen, sind weitere Versuche mit kombinierter Scheiben- und Plattenbeanspruchung wünschenswert. Für die Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens können die hier gewonnenen Erkenntnisse einfließen und eine Berechnung ähnlich dem Schema nach [69] erfolgen. Die Veränderung des Momenten-Krümmungs-Verhaltens bei vorhandener Normalkraftbeanspruchung, sowie die Veränderung des Normalkraft-Verzerrungs-Verhaltens bei vorhandener Biegebeanspruchung sollte durch weitere gezielte Versuche untersucht werden. Die Platten der eigenen Versuche hatten alle einen quadratischen Beobachtungsbereich. Daher gelten die in dieser Arbeit erzielten Ergebnisse für quadratische Platten. Bei Platten anderer Geometrie ergeben sich veränderte Verläufe der Spannungstrajektorien, was in der Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens berücksichtigt werden muss. Es ist zu verifizieren, inwiefern die Erkenntnisse übertragbar sind. Somit sind weitere Plattenversuche mit rechteckigen oder auch anders gearteten Grundrissen für den weiteren Erkenntnisgewinn notwendig.

Das Bemessungskonzept nach [7] für zweiachial biegebeanspruchte Stahlbetonplatten mit orthogonalen Bewehrungsnetzen ist auch heute noch Basis vieler Bemessungsprogramme und sollte auf das vergrößerte Spektrum der Betonfestigkeitsklassen erweitert werden. Grundlagen zum Bemessungskonzept nach [7] wurden im Zusammenhang mit den eigenen Versuchen in [56] veröffentlicht.

Bei den zweiachial biegebeanspruchten Platten wurden jeweils gleichgerichtete Biegemomente aufgebracht, das heißt  $k = M_2/M_1 > 0$ . Somit wurde eine positive GAUßsche Krümmung (Oberfläche eines Kugelsegments) erzeugt. Hierbei sollten die Erkenntnisse durch Versuche mit entgegengerichteten Biegemomenten erweitert werden, d.h.  $k = M_2/M_1 < 0$ .

Die im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Untersuchungen liegen im Bereich einer Kurzzeitbeanspruchung. Daraus ergibt sich der Bedarf, die gezeigten Berechnungsansätze durch eventuelle Langzeitanteile (z.B. Kriechanteile) zu ergänzen. Weiterhin wurden keine Einflüsse aus eventuellen dynamischen Beanspruchungen untersucht oder berücksichtigt.

# Literaturverzeichnis

- [1] *ADINA System Online Manuals*. ADINA R&D Inc., 2006.
- [2] Ahmad, S. H.; Shah, S. P.: *Complete triaxial stress–strain curves for concrete*. Journal of Structural Engineering, Vol. 108: S. 728–742, 1982.
- [3] Altenbach, J.; Altenbach, H.; Naumenko, K.: *Ebene Flächentragwerke, Grundlagen der Modellierung und Berechnung von Scheiben und Platten*. Springer–Verlag, Berlin Heidelberg, 1998.
- [4] Bach, C.; Graf, O.: *Versuche mit allseitig aufliegenden, quadratischen und rechteckigen Eisenbetonplatten*. Heft 30 Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, 1930.
- [5] Bathe, K. J.: *Finite–Elemente–Methoden*. 2., vollständig neu bearbeitete und erweiterte Auflage, Springer Verlag, Berlin, 2002.
- [6] Bathe, K. J.; Walczak, J.; Welch, A.; Mistry, N.: *Nonlinear analysis of concrete structures*. Computers & Structures, Vol. 32: S. 563–590, 1989.
- [7] Baumann, T.: *Tragwirkung orthogonaler Bewehrungsnetze beliebiger Richtung in Flächentragwerken aus Stahlbeton*. Heft 217 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Verlag Ernst & Sohn, Berlin – München – Düsseldorf, 1972.
- [8] Baus, R.; Tolaccia, S.: *Calcul à la rupture des dalles en béton armé et étude expérimental du critère de rupture en flexion pure*. annales de l’institut technique du bâtiment et des Travaux publics Nr. 189, Sept. 1963, S. 870, 1963.
- [9] Berger, J.: *Numerische Untersuchung des Einflusses der Richtung der Bewehrung auf das Tragverhalten von Stahlbetonplatten*. Diplomarbeit, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau – Massivbau, Universität der Bundeswehr München (unveröffentlicht), 2007.
- [10] Bergmeister, K.; Kaufmann, W.: *Tragverhalten und Modellierung von Platten*. Betonkalendar 2007, Band 2, S. 69–227, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2007.
- [11] Bronstein, I. N.; Semendjajew, K. A.: *Taschenbuch der Mathematik*. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart Leipzig, 1991.
- [12] CEB/fib: *Model code 1990*. Bulletin d’information No. 203, Lausanne, 1991.
- [13] Chen, W. F.: *Plasticity of reinforced concrete*. McGraw–Hill, New York, 1982.

- 
- [14] Curbach, M.; Hampel, T.: *Verhalten von Hochleistungsbeton unter zweiachialer Druck–Zug–Beanspruchung*. Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben AiF 11011 B/ DBV 198, TU Dresden, Lehrstuhl für Massivbau, Dresden, 1999.
- [15] Curbach, M.; Hampel, T.; Scheerer, S.; Speck, K.: *Hochleistungsbeton unter zwei– und dreiaxialer Beanspruchung*. Beton– und Stahlbetonbau 97, Heft 6, S. 275–280, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2002.
- [16] Curbach, M.; Hampel, T.; Speck, K.; Scheerer, S.: *Versuchstechnische Ermittlung und mathematische Beschreibung der mehraxialen Festigkeit von Hochleistungsbeton*. Abschlussbericht Forschungsvorhaben CU 37/1–2 der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG), TU Dresden, Lehrstuhl für Massivbau, Dresden, 2000.
- [17] Curbach, M.; Scheerer, S.: *High performance lightweight aggregate concrete under biaxial loading*. Proceedings of the 6th International Symposium on Utilization of HPC/HSC, Leipzig, 2002.
- [18] Curbach, M.; Speck, K.: *Mehraxiale Festigkeit von duktilem Hochleistungsbeton*. Heft 524 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2003.
- [19] Curbach, M.; Speck, K.: *Zweiachiale Druckfestigkeit von ultrahochfestem Beton*. Beton– und Stahlbetonbau 102, Heft 10, S. 664–673, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2007.
- [20] Dahl, K. K. B.: *Constitutive Model for Normal and High Strength Concrete*. Department of Structural Engineering, Technical University of Denmark, Lyngby, Denmark, 1992.
- [21] DIN 1045–1: *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Bemessung und Ausführung*. Beuth Verlag, Berlin, 2001.
- [22] DIN 1048: *Prüfverfahren für Beton*. Beuth Verlag, Berlin, 1991.
- [23] DIN 488: *Betonstahl*. Beuth Verlag, Berlin, 1986.
- [24] DIN EN 10080: *Betonbewehrungsstahl*. Beuth Verlag, Berlin, 1999.
- [25] DIN EN 12390: *Prüfung von Festbeton*. Beuth Verlag, Berlin, 2001.
- [26] DIN EN 1992-1-1: Eurocode 2: *Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton– und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*. Beuth Verlag, Berlin, 2005.
- [27] DIN Fachbericht 102: *Betonbrücken*. Beuth Verlag, Berlin, 2001.
- [28] Duda, H.: *Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung*. Heft 419 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1991.
- [29] Ebner, F.: *Über den Einfluss der Richtungsabweichung der Bewehrung von der Hauptspannungsrichtung auf das Tragverhalten von Stahlbetonplatten*. Dissertation, TH Karlsruhe, 1963.

- [30] Ebner, F.: *Zur Bemessung von Stahlbetonplatten mit von der Richtung der Hauptzugspannungen abweichender Bewehrungsrichtung*. Aus Theorie und Praxis des Stahlbetonbaus, S. 127–134, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1969.
- [31] Eibl, J.; Stolze, R.: *Schnittkraftermittlung und Kräfteumlagerung bei Stahlbetonplatten*. Bericht, Universität Karlsruhe, 1992.
- [32] Empelmann, M.: *Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stabtragwerken aus Konstruktionsbeton unter besonderer Berücksichtigung von Betriebsbeanspruchungen*. Heft 2, IMB – Lehrstuhl und Institut für Massivbau, RWTH Aachen, 1995.
- [33] Eyre, J. R.; Kemp, K. O.: *A graphical solution for predicting the increase in strength of concrete slabs due to membrane action*. Magazine of Concrete Research, 35, No. 124, 151–156, 1983.
- [34] Falkner, H.: *Zur Frage der Rißbildung durch Eigen- und Zwangspannungen infolge Temperatur in Stahlbetonbauteilen*. Heft 208 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Ernst & Sohn Verlag, 1969.
- [35] Fastabend, M.: *Zur ingenieurmäßigen Bestimmung des Steifigkeitsabfalls von Stahlbeton im Zustand II*. Beton- und Stahlbetonbau, Heft 8, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1997.
- [36] Faust, D.: *Auswirkungen der Betongüte auf das Tragverhalten von Platten*. Diplomarbeit, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau – Massivbau, Universität der Bundeswehr München (unveröffentlicht), 2006.
- [37] Flügge, W.: *Statik und Dynamik der Schalen*. 3. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, 1981.
- [38] Fuchs, M.; Keuser, M.; Sendzek, S.: *Injektion mit Feinstzementsuspension – Verbundverhalten instand gesetzter Stahlbetonbauteile*. Beton 10/2006, S. 468, 2006.
- [39] Gebbeken, N.: *Zur Untersuchung des linearen Tragverhaltens von Faserverbundkonstruktionen mittels numerischer Methoden*. Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau 96/1, Universität der Bundeswehr München, 1996.
- [40] Gersiek, M.: *Tragverhalten quadratischer, allseitig frei drehbar und verschieblich gelagerter Stahlbetonplatten in Abhängigkeit von der Bewehrungsführung*. Dissertation, Universität Dortmund, 1990.
- [41] Gerstle, K. H.; Aschl, H.; Bellotti, R.; Bertacchi, P.; Kotsovos, M. D.; Ko, H. Y.; Linse, D.; Newman, J. B.; Rossi, P.; Schickert, G.; Taylor, M. A.; Traina, L. A.; Winkler, H.; Zimmermann, R. M.: *Behavior of concrete under multiaxial stress states*. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 106: S. 1383–1403, 1980.
- [42] Girkmann, K.: *Flächentragwerke*. Springer-Verlag, Berlin, 1986.
- [43] Grübl, P.; Weigler, H.; Karl, S.: *Beton, Arten – Herstellung – Eigenschaften*. 2. Auflage, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2001.
- [44] Hallermann, N.: *Stahlbetonplatten unter zweiachsialer Biegebeanspruchung*. Diplomarbeit, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau – Massivbau, Universität der Bundeswehr München (unveröffentlicht), 2005.

- 
- [45] Heft 425 DAfStb: *Bemessungshilfen zu Eurocode 2 Teil 1*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag, Berlin, 1992.
- [46] Heft 525 DAfStb: *Erläuterungen zur DIN 1045-1*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag, Berlin, 2003.
- [47] Heilmann, H. G.; Hilsdorf, H.; Finsterwalder, K.: *Festigkeit und Verformungen von Beton unter Zugspannungen*. Heft 203 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1969.
- [48] Herzog, M.: *Die Membranwirkung in Stahlbetonplatten nach Versuchen*. Beton- und Stahlbetonbau, Heft 11, S. 270, 1976.
- [49] Hofstetter, G.; Mang, H. A.: *Computational mechanics of reinforced concrete structures*. Vieweg Verlag, Braunschweig–Wiesbaden, 1995.
- [50] Häußler-Combe, U.: *Dreiaxiale Stoffgesetze für Beton – Grundlagen, Formulierungen, Anwendungen*. Beton- und Stahlbetonbau, Heft 3/2006, S. 175–186, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2006.
- [51] Idda, K.: *Verbundverhalten von Betonrippenstählen bei Querkzug*. Dissertation, TH Karlsruhe, 1999.
- [52] Johansen, K. W.: *Beregning af krydsarmerede jernbetonpladers brudmoment*. Bygningstatiske Meddr, 3, 1–18, 1931.
- [53] Keuser, M.; Fuchs, M.: *Instandsetzungs- und Verstärkungsmaßnahmen an dynamisch beanspruchten Bauteilen*, in: *Sanierung und Verstärkung von Massivbauten – Innovationen im Bauwesen*. Beiträge aus Praxis und Wissenschaft, S. 35 – 48, Bauwerk–Verlag, Berlin, 2007.
- [54] Keuser, M.; Purainer, R.: *Zur wirklichkeitsnahen Berechnung von Tragwerken aus Stahlbeton*. Bauingenieur 78, S. 255–265, Springer–Verlag, Berlin, 2003.
- [55] Keuser, M.; Purainer, R.; Brunner, S.: *Bauteile aus Stahlbeton unter Zugbeanspruchung*. Beton- und Stahlbetonbau 99, Heft 7, S. 552 – 560, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2004.
- [56] Keuser, M.; Rüdiger, L.; Hallermann, N.: *Platten aus Stahlbeton unter zweiachsialer Biegebeanspruchung*. Beton- und Stahlbetonbau 102, Heft 5, S. 296 – 309, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2007.
- [57] König, G.; Fehling, E.: *Zur Rissbreitenbeschränkung im Stahlbetonbau*. Beton- und Stahlbetonbau, Heft 6 und 7, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1988.
- [58] König, G.; Tue, N. V.: *Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton*. Heft 466 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag, Berlin, 1996.
- [59] König, G.; Tue, N. V.: *Grundlagen des Stahlbetonbaus*. 2., vollst. überarb. Auflage August 2003, B.G. Teubner Verlag, Wiesbaden, 2003.
- [60] König, G.; Tue, N. V.; Zink, M.: *Hochleistungsbeton*. Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2001.

- [61] Knothe, K.; Wessels, H.: *Finite Elemente*. Springer Verlag, Berlin, 1992.
- [62] Krips, M.: *Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton*. Dissertation, TH Darmstadt, 1984.
- [63] Krüsemann, R.: *Experimentelle Untersuchung des Einflusses der Querbewehrung auf das Tragverhalten von Stahlbetonplatten bei Biegebeanspruchung*. Diplomarbeit, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau – Massivbau, Universität der Bundeswehr München (unveröffentlicht), 2007.
- [64] Krätzig, W. B.; Basar, Y.: *Mechanik der Flächentragwerke*. Vieweg Verlag, Braunschweig, 1985.
- [65] Kupfer, H.: *Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung*. Heft 229 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag GmbH, Berlin – München – Düsseldorf, 1973.
- [66] Kustermann, A.: *Einflüsse auf die Bildung von Mikrorissen im Betongefüge*. Berichte aus dem Institut für Werkstoffe des Bauwesens, Heft 2, Universität der Bundeswehr München, Neubiberg, 2005.
- [67] Lenschow, R.; Sozen, M.: *A Yield Criterion for reinforced concrete slabs*. ACI Journal Mai 1967, S. 266, 1967.
- [68] Lindig, V.: *Empfehlungen zur Mindestbewehrung von schubbeanspruchten Fugen*. Beton- und Stahlbetonbau 102, Heft 3, S. 168–181, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2007.
- [69] MacGregor, J. G.; Aghayere, A. O.: *Analysis of concrete plates under combined in-plane and transverse loads*. ACI Structural Journal 87, S. 539–547, September–October 1990.
- [70] Mallee, R.; Musill-Wachtsmuth, P.: *Bemessung von Dübeln am Bauteilrand unter Querlast*. Beton- und Stahlbetonbau 100, Heft 6, S. 450–468, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2005.
- [71] Maurer, R.: *Grundlagen zur Bemessung des Betongurtes von Stahlverbundträgern*. Dissertation, TH Darmstadt, 1992.
- [72] Müller, H. S.; Kvitsel, V.: *Kriechen und Schwinden von Hochleistungsbetonen*. Beton, Heft 1+2/2006, S. 36–41, 2006.
- [73] Muspratt, M. A.: *Behavior of simply supported slabs*. ASCE Journal of the Structural Division 95, 1969.
- [74] Muspratt, M. A.: *Destructive tests on rationally designed slabs*. Magazine of Concrete Research Vol. 11 No. 71, 1970.
- [75] Muthu, K. U.; Amarnath, K.; Ibrahim, A.; Matteredeh, H.: *Load-deflection behaviour of restrained RC slab strips*. Structural Concrete, 7, No. 1, pages 17–26, 2006.
- [76] Noakowski, P.: *Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangbeanspruchung infolge Temperatur*. Heft 296 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1978.

- [77] Ottosen, N. S.: *Constitutive model for short-time loading of concrete*. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 105, EM1, February, 1979.
- [78] Pardey, A.: *Physikalisch nichtlineare Berechnung von Stahlbetonplatten im Vergleich zur Bruchlinientheorie*. Heft 441 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag GmbH, Berlin – Köln, 1994.
- [79] Petersen, C.: *Stahlbau – Grundlagen der Berechnung und baulichen Ausbildung von Stahlbauten*. Vieweg Verlag, Wiesbaden, 1997.
- [80] Purainer, R.: *Last- und Verformungsverhalten von Stahlbetonflächentragwerken unter zweiachsialer Zugbeanspruchung*. Dissertation. Universität der Bundeswehr München, 2005.
- [81] Radaj, D.: *Ermüdungsfestigkeit – Grundlagen für Leichtbau, Maschinen- und Stahlbau*. 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2003.
- [82] Randl, N.: *Tragverhalten einbetonierter Scherbolzen*. Beton- und Stahlbetonbau 100, Heft 6, S. 467–474, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2005.
- [83] Rao, P.: *Die Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten Stahlkonstruktionen im plastischen Bereich auftretenden Umlagerungen der Schnittkräfte*. Heft 177 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Ernst & Sohn Verlag, 1966.
- [84] Rasmussen, B. H.: *Strength of Transversely Loaded Bolts and Dowels Embedded in Concrete*. Laboriet for Bygningastatik, Denmark Technical University, Meddelelse, Vol. 34, No.2, S.39–55, 1962.
- [85] Rüdiger, L.; Keuser, M.; Berger, J.: *Numerische Untersuchung des Einflusses der Bewehrungsrichtung auf das Last-Verformungsverhalten von Stahlbetonplatten*. Beton- und Stahlbetonbau 103, Heft 6, S. 388 – 397, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2008.
- [86] Rehm, G.: *Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton*. Heft 138 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1961.
- [87] Reinhardt, H. W.: *Beton*. Betonkalender 2007, Teil 1, S. 353–478, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2007.
- [88] Rimmel, G.: *Zum Zug- und Schubtragverhalten von Bauteilen aus hochfestem Beton*. Heft 444 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1994.
- [89] Rostasy, F.: *Zwang und Rissebeschränkung bei Außenwänden aus Stahlbeton*. Habilitationsschrift, Universität Stuttgart, 1975.
- [90] Rüschi, H.: *Versuche zur Festigkeit der Biegedruckzone*. Heft 120 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1955.
- [91] Rußwurm, D.: *Betonstähle für den Stahlbetonbau, Eigenschaften und Verwendung*. Bauverlag, Gütersloh, 1993.
- [92] Schäfer, H.: *Experimentelle Ermittlung der Steifigkeiten von Stahlbetonplatten*. Heft 345 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Verlag Ernst & Sohn Berlin, 1983.

- [93] Schickert, G.; Winkler, H.: *Versuchsergebnisse zur Festigkeit und Verformung von Beton bei mehraxialer Druckbeanspruchung*. Heft 277 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Verlag Ernst & Sohn Berlin, 1977.
- [94] Schießl, A.: *Die Druckfestigkeit von gerissenen Scheiben aus Hochleistungsbeton und selbstverdichtendem Beton unter besonderer Berücksichtigung des Einflusses der Rissneigung*. Heft 548 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag GmbH Berlin – Wien – Zürich, 2005.
- [95] Schneider, R.: *Modellierung des Tragverhaltens flächenhafter Stahlbetontragwerke unter Dauerlast*. Dissertation, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, Technische Universität München, Heft 1/2005, München, 2005.
- [96] Schrage, I.: *Hochfester Beton: Sachstandsbericht, Teil 1*. Heft 438 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag, Berlin, 1994.
- [97] Stiglat, K.; Wippel, H.: *Massive Platten*. Betonkalender 2000, Teil 2, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2000.
- [98] Streit, W.: *Zeitabhängige Verformungen von Beton infolge hoher Druckbeanspruchung*. Dissertation, TU München, 1991.
- [99] Taylor, B.; Maher, D. R. H.; Hayes, B.: *Effect of the arrangement of reinforcement on the behaviour of reinforced concrete slabs*. Magazine of Concrete Research Vol. 18 No. 55, 1966.
- [100] Tue, N.: *Rissbreitenbeschränkung für den Konstruktionsbeton*. Beiträge zum 26. DAfStb-Forschungskolloquium am 11. und 12. März 1992, TH Darmstadt.
- [101] Ulaga, T.: *Betonbauteile mit Stab- und Lamellenbewehrung: Verbund- und Zuggliedmodellierung*. Dissertation, ETH Zürich, 2003.
- [102] Walraven, J. C.: *Aggregate interlock: a theoretical and experimental analysis*. Dissertation, TU Delft, 1980.
- [103] Wang, C. Z.; Guo, Z. H.; Zhang, X. Q.: *Experimental investigation of biaxial and triaxial compressive concrete strength*. ACI Materials Journal, 86, S. 92–100, 1987.
- [104] Willam, K. J.; Warnke, E. P.: *Constitutive modell for the triaxial behavior of concrete*. Proceedings of the International Association for Bridge and Structural Engineering, Vol. 19, 1975.
- [105] Windisch, A.: *On the design of two-way reinforcements in r/c*. Studie e Ricerche, Vol. 21, Scuola di specializzazione in Construzioni in Cemento Amato, Fratelli Pesenti, Politecnico di Milano, Italia, 2000.
- [106] Wolinski, S.; Mordijk, D. A.; Reinhardt, H. W.; Cornelisen, H. W. A.: *Influence of aggregate size on fracture mechanics parameters of concrete*. Int. I. Cement Composites and Lightweight Concrete, 1987.

- [107] Wästlund, G.; Hallblörn, L.: *Beitrag zum Studium der Durchbiegung und des Bruchmomentes von Stahlbetonplatten mit schiefer Bewehrung*. Theorie und Praxis des Stahlbetonbaus, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1969.
- [108] Zang, J. W.; Teng, J. G.; Wong, Y. L.; Lu, Z. T.: *Behavior of Two-Way RC Slabs Externally Bonded with Steel Plate*. Journal of Structural Engineering, April 2001, pages 390–397, 2001.
- [109] Zilch, K.; Zehetmaier, G.: *Bemessung im konstruktiven Betonbau*. Vorlesungen Massivbau, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006.

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Anwendungsfall für eine kombinierte Beanspruchung . . . . .	2
1.2	Einfluss der Beanspruchung auf das Last–Verformungs–Verhalten [80] . . . . .	3
1.3	Prognose der Veränderung des Last–Verformungs–Verhaltens . . . . .	3
1.4	Untersuchung von Teilaspekten im Rahmen dieser Arbeit . . . . .	5
2.1	Bewehrungsstab unter Zugbeanspruchung [101] . . . . .	8
2.2	Vereinfachte Spannungs–Dehnungs–Beziehung für Betonstahl [21] . . . . .	9
2.3	Rippengeometrie und Rippenanordnung von BSt 500 S und BSt 500 M [23] . . .	10
2.4	Modell des Tragverhaltens von Normalbeton nach [109] . . . . .	12
2.5	Verformungsanteile bei Beton infolge hoher, langandauernder Druckbeanspruchung [98] . . . . .	12
2.6	Bruchoberfläche bei normalfestem (links) und höherfestem Beton (rechts) . . . .	14
2.7	Spannungs–Dehnungs–Beziehung für Beton unterschiedlicher Festigkeiten nach Gl. (2.3) . . . . .	14
2.8	Zugversuche zur Ermittlung der Betonzugfestigkeit . . . . .	16
2.9	Einaxiale Zugversuche – Einfluss der Betonfestigkeit [88] . . . . .	18
2.10	Betonfestigkeit bei mehraxialer Beanspruchung [109] . . . . .	19
2.11	Verbundarten in Abhängigkeit von Verbundspannung und Verschiebung [80] . . .	24
2.12	Tragwirkung bei Betonstahl über die Rippen [109] . . . . .	24
2.13	differentielles Element eines Zugstabes zur Herleitung der DGL des Verbundes [109]	25
2.14	Verbundspannungs–Schlupf–Beziehung nach MODEL CODE 90 [12] . . . . .	26
2.15	Vergleich der Verbundspannungs–Schlupf–Beziehungen von normal– und hochfestem Beton . . . . .	27
3.1	Platte mit Koordinaten und Verschiebungsrichtungen [56] . . . . .	30
3.2	Momenten–Krümmungs–Zusammenhänge eines Stahlbetonbauteils ( $N = const$ ) .	30

3.3	Einfluss der Querdehnung [97] . . . . .	31
3.4	Plattenmodelle: KIRCHHOFF und MINDLIN . . . . .	34
3.5	Kinematische Beziehungen am Plattenelement . . . . .	35
3.6	a) Plattenabmessungen und Belastungsvorrichtung, b) Entwicklung des Rissbildes Platte B8 [67] . . . . .	37
3.7	Versuchsaufbau der einaxialen Versuche von EBNER [29] . . . . .	38
3.8	Verlagerung des Schwerpunktes der Auflagerkraft [7] . . . . .	39
3.9	Aufbau der Versuche mit eingespannten einaxial gespannten Stahlbetonplatten [75]	39
3.10	Darstellung der untersuchten Einflüsse verschiedener Parameter [75] . . . . .	40
3.11	Versuchsaufbau der zwei axialen Versuche [29] . . . . .	41
3.12	Rissbilder der zwei axialen Versuche [29] . . . . .	42
3.13	Last–Verformungs–Verhalten der vier Versuchsplatten [29] . . . . .	43
3.14	Rissbilder der Versuche an Platten unter ein- und zwei axialer Biegung [8] . . . . .	44
3.15	Ansicht des Versuchskörpers mit Lamellenarmen [92] . . . . .	45
3.16	Versuchsaufbau mit Gewindestangen zur Plattenrandverankerung und Rahmen für die Potentiometer zur Verschiebungsmessung [78] . . . . .	47
3.17	Last–Verschiebungskurven der vier Versuchsplatten [78] . . . . .	47
3.18	Beanspruchung der Platte nach MACGREGOR [69] aus [80] . . . . .	49
3.19	Rheologisches Betonmodell nach SCHNEIDER [95] . . . . .	50
3.20	Bewehrungskonfigurationen der Versuche von BACH/GRAF [4] . . . . .	51
3.21	Bewehrungsnetze und Berechnungsverfahren der Versuche von MUSPRATT [73] . . . . .	53
3.22	a) Druckgewölbe in einer Stahlbetonplatte, b) Zugmembran mit Druckrahmen (nach [78]) . . . . .	54
3.23	Bewehrung der Platten K1 – D von GERSIEK [40] . . . . .	54
3.24	Versuchsaufbau mit Lasteinleitungsstruktur [40] . . . . .	55
3.25	Rissbilder der Platten K1 – D [40] . . . . .	55
4.1	Last–Verformungs–Verhalten und Rissbilder eines Stahlbetonzugstabes . . . . .	58
4.2	Momenten–Krümmungs–Beziehung ( $M$ – $\kappa$ –Beziehung) . . . . .	60
4.3	Biegesteifigkeitsverhältnis bei verschiedenen $b/h$ –Verhältnisse bei einfach bewehr- ten Rechteckquerschnitten ( $E$ –Modul konstant) . . . . .	61
4.4	Querschnitt im gerissenen Zustand, Dehnungen, Spannungen, Kräfte . . . . .	62

4.5	Vergleich der mittleren Stahldehnung nach FASTABEND [35] mit eigenen Versuchsergebnissen . . . . .	64
4.6	Abnahme der aufnehmbaren Verbundspannungen infolge Längsriss nach Gleichung 2.39 . . . . .	65
4.7	Dübelwirkung der Bewehrung [109] . . . . .	67
4.8	Realer Verlauf der Bewehrungsstäbe im Rissbereich [97] . . . . .	68
4.9	Bettungsverlauf eines querbelasteten Bewehrungsstabes gem. Gleichung 4.25 . . . . .	68
4.10	Spannungserhöhung aufgrund Querschnittsschwächung infolge Querbewehrung in einem zugbeanspruchten Stahlbetonbauteil . . . . .	69
5.1	Verknüpfung der einzelnen Modellbereiche, modifiziert nach [54] . . . . .	72
5.2	Hauptspannungstrajektorien einer gelenkig gelagerten Quadratplatte . . . . .	73
5.3	Einfluss der Richtung der Bewehrung, Versuchskörper P02W2M00, $\alpha = 22, 5^\circ$ . . . . .	74
5.4	Einfluss der Richtung der Bewehrung, Versuchskörper P08W2M10, $\alpha = 22, 5^\circ$ . . . . .	74
5.5	Rissbild einer Flügelplatte mit einspringenden Ecken, Vergleich Erstriss Platte P08W2M10 mit FE-Berechnung mit ADINA [1] . . . . .	75
5.6	Alternative Geometrievorschlage zur Vermeidung einspringender Ecken . . . . .	76
5.7	Stahlbetonplatte unter zweiachsialer Belastung [85] . . . . .	78
5.8	Umsetzung des Rebar-Konzepts mit Einzelfaser [1] . . . . .	79
5.9	Ergebnis der Netzfeinheitstudie [85] . . . . .	80
5.10	Kraft-Verformungs-Verlauf bei zweiachsialer Biegung – Vergleich FE-Berechnung und Versuch, Bewehrungsrichtung $\alpha = 0^\circ$ [85] . . . . .	83
5.11	Kraft-Verformungs-Verlauf bei zweiachsialer Biegung – Vergleich FE-Berechnung und Versuch [85] . . . . .	84
5.12	Vergleich der FE-Berechnungen mit unterschiedlichen Bewehrungsrichtungen [85] . . . . .	85
5.13	Rissbild – Vergleich der FE-Simulation mit dem Versuchsergebnis [85] . . . . .	85
6.1	Ansicht des Aufbaus der Plattenversuche [36, 44] (Anhang C.1) . . . . .	88
6.2	Rissbild Versuchsplatte P02 bei Versuchsende . . . . .	91
6.3	Moment-Durchbiegungs-Diagramm Serie D . . . . .	93
6.4	Korrelation der gemessenen und berechneten Rissmomente . . . . .	93
6.5	Traglasten der einzelnen Versuchsserien . . . . .	94
6.6	Ansicht des Aufbaus der Versuche mit Plattenausschnitten (Anhang C.2) . . . . .	95
6.7	Versuchsserie PA, Bewehrungskonfigurationen K1 und K2 . . . . .	96

6.8	Vergleich des Rissbildes bei Versuchsende, links K1–2–C30 und rechts K1–2–C100	97
6.9	Zugkraft–Dehnungs–Kurven Knotenlage 1 Beton C30/37 . . . . .	98
6.10	Vergleich der aufgebrauchten Maximalkraft aller Versuche . . . . .	99
6.11	Konzept der Plattenstreifen aus einer Stahlbetonplatte . . . . .	100
6.12	Querschnittsgeometrie infolge Variation der Betonüberdeckung . . . . .	101
6.13	Ansicht des Aufbaus der Versuche mit Plattenstreifen [63] (Anhang C.3) . . . . .	102
6.14	Rissbild bei Versuchsende im Beobachtungsbereich . . . . .	104
6.15	Regressionsanalyse der berechneten und gemessenen Rissmomente $M_{cr}$ . . . . .	105
6.16	Auftretende Erstrisse entlang der eingebauten Querbewehrung . . . . .	105
6.17	Geometrischer Zusammenhang zwischen Durchbiegung $w$ und Krümmung $\kappa = 1/r$	106
6.18	Momenten–Krümmungs–Diagramm der Serie $q_{10}$ . . . . .	107
6.19	Momenten–Krümmungs–Diagramm der Serie $q_{20}$ . . . . .	108
6.20	Momenten–Krümmungs–Diagramme für Versuchsplattenstreifen mit einer Betonüberdeckung von $c_3 = 3\text{ cm}$ und $c_5 = 5\text{ cm}$ . . . . .	109
7.1	Längsspannungsverteilung im Zustand I infolge äußerer Beanspruchung . . . . .	113
7.2	Wirkungsbereich der Bewehrung in einer biegebeanspruchten Stahlbetonplatte .	114
7.3	Reduktion von $A_{c,eff}$ zu $A_{c,abg}$ infolge Querbewehrung nach Gleichung (4.29) . .	114
7.4	Querschnitt im gerissenen Zustand, Kräftepaar, innerer Hebelarm, Maßstabsfaktor, Spannungen und Dehnungen . . . . .	117
7.5	Vergleich trilineare Berechnung mit den Versuchsergebnissen (einaxial) . . . . .	119
7.6	Vergleich vereinfachte trilineare Berechnung mit den Versuchsergebnissen (einaxial)	121
7.7	Vergleich berechnete und gemessene $M - \kappa$ – Linie (zwei axial) . . . . .	123
7.8	Rissabstände der mittleren gemessenen Rissabstände im Verhältnis zu dem eingebauten Querbewehrungsabstand . . . . .	124
7.9	Längsschnitt zur Bestimmung des Längsschnittsquerbewehrungsgrades $\rho_{Cl}$ . . . .	126
7.10	Einteilung der mittleren gemessenen Rissabstände in Bereiche der Lasteinleitungslänge . . . . .	128
7.11	Mittlere rechnerische Rissabstände im Vergleich zu den Versuchsdaten . . . . .	129
7.12	Mittlere rechnerische Rissabstände im Vergleich zu den Versuchsdaten . . . . .	130
7.13	Regressionsanalyse der berechneten und gemessenen mittleren Rissabstände anhand des modifizierten Rissmodells . . . . .	132

7.14	Regressionsanalyse der berechneten und gemessenen mittleren Rissabstände anhand des Rissmodells nach PURAINER [80] . . . . .	132
7.15	Vergleich berechnete und gemessene $M - \kappa$ - Linie (zwei axial) . . . . .	133
B.1	Spannungs-Dehnungs-Verlauf für Betonstahl (hier BStZP05) . . . . .	B-5
C.1	Versuchsaufbau mit Detaildarstellung der gelenkigen Lagerung und gelenkigen Lasteinleitung . . . . .	C-13
C.2	Lagerung der Platte: links) endgültige Ausführung; rechts) Versuch mit Elastomerlager . . . . .	C-13
C.3	Anordnung der Laserwegaufnehmer . . . . .	C-14
C.4	Bewehrung der Platten mit Richtung $0^\circ$ . . . . .	C-15
C.5	Bewehrung der Platten mit $22,5^\circ$ (links) und $45^\circ$ (rechts) . . . . .	C-16
C.6	Versuchsserie PA mit Belastungsvorrichtung . . . . .	C-17
C.7	Messaufbau der Versuchsserie PA . . . . .	C-18
C.8	Versuchsserie PA, Bewehrungskonfigurationen K1 und K2 . . . . .	C-18
C.9	Versuchsaufbau mit Lasteinleitungstraverse und Rollenlagerung mit Mörtelbett . . . . .	C-19
C.10	Abmessungen und Bewehrungsanordnung der Plattenstreifen . . . . .	C-20
C.11	Anordnung der Dehnmessstreifen . . . . .	C-21
D.1	Rissbilder der Versuche K1-1-C30 bis K1-3-C30 . . . . .	D-24
D.2	Rissbilder der Versuche K2-1-C30 bis K2-3-C30 . . . . .	D-25
D.3	Rissbilder der Versuche K1-1-C100 bis K1-3-C100 . . . . .	D-26
D.4	Rissbilder der Versuche K2-1-C100 bis K2-3-C100 . . . . .	D-27
D.5	Zugkraft-Dehnungs-Kurven Knotenlage 1 Beton C30/37 . . . . .	D-28
D.6	Zugkraft-Dehnungs-Kurven Knotenlage 2 Beton C30/37 . . . . .	D-28
D.7	Zugkraft-Dehnungs-Kurven Knotenlage 1 Beton C100/115 . . . . .	D-29
D.8	Zugkraft-Dehnungs-Kurven Knotenlage 2 Beton C100/115 . . . . .	D-29
E.1	Rissbild P00Tast (abgeschlossenes Rissbild) . . . . .	E-30
E.2	Rissbild P01W1M00 . . . . .	E-31
E.3	Rissbild P02W2M00 . . . . .	E-32
E.4	Rissbild P03W3M00 . . . . .	E-33
E.5	Rissbild P04W1M05 . . . . .	E-34

E.6	Rissbild P05W2M05 . . . . .	E-35
E.7	Rissbild P06W3M05 . . . . .	E-36
E.8	Rissbild P07W1M10 . . . . .	E-37
E.9	Rissbild P08W2M10 . . . . .	E-38
E.10	Rissbild P09W3M10 . . . . .	E-39
E.11	Rissbild P10W1M10 . . . . .	E-40
E.12	Rissbild P11W2M10 . . . . .	E-41
E.13	Rissbild P12W3M10 . . . . .	E-42
E.14	Rissbild P13W1M10 . . . . .	E-43
E.15	Rissbild P14W2M10 . . . . .	E-44
E.16	Rissbild P15W3M10 . . . . .	E-45
E.17	Moment-Durchbiegungs-Diagramm Tastversuch P00Tast . . . . .	E-47
E.18	Moment-Durchbiegungs-Diagramm Serie A, $\mu_{ql} = 0,0$ . . . . .	E-47
E.19	Moment-Durchbiegungs-Diagramm Serie B, $\mu_{ql} = 0,5$ . . . . .	E-48
E.20	Moment-Durchbiegungs-Diagramm Serie B, $\mu_{ql} = 0,5$ (Querrichtung) . . . . .	E-48
E.21	Moment-Durchbiegungs-Diagramm Serie C, $\mu_{ql} = 1,0$ . . . . .	E-49
E.22	Moment-Durchbiegungs-Diagramm Serie C, $\mu_{ql} = 1,0$ (Querrichtung) . . . . .	E-49
E.23	Moment-Durchbiegungs-Diagramm Serie D, $\mu_{ql} = 1,0$ . . . . .	E-50
E.24	Moment-Durchbiegungs-Diagramm Serie E, $\mu_{ql} = 1,0$ . . . . .	E-50
F.1	Rissbilder der Plattenstreifen mit einer Betonüberdeckung von $c_{nom} = 1 [cm]$ . . . . .	F-52
F.2	Rissbilder der Plattenstreifen mit einer Betonüberdeckung von $c_{nom} = 3 [cm]$ . . . . .	F-53
F.3	Rissbilder der Plattenstreifen mit einer Betonüberdeckung von $c_{nom} = 5 [cm]$ . . . . .	F-54
F.4	Momenten-Krümmungs-Diagramm der Serie $q_{10}$ . . . . .	F-55
F.5	Momenten-Krümmungs-Diagramm der Serie $q_{20}$ . . . . .	F-55
G.1	FE-Modelle mit Beanspruchungen für die Berechnungen mit ADINA (oben: einaxiales Modell, unten: zweiachiales Modell) . . . . .	G-57
G.2	FE-Modell mit Bewehrungsrichtungen für die einaxialen Berechnungen . . . . .	G-58
G.3	$z$ -Verschiebungen bei Bewehrungsrichtung $\alpha = 0^\circ$ . . . . .	G-59
G.4	Rissbild bei Berechnungsende bei Bewehrungsrichtung $\alpha = 0^\circ$ . . . . .	G-59
G.5	Spannungen $\sigma_{xx}$ bei verschiedenen Bewehrungsrichtungen . . . . .	G-60

---

G.6	FE-Modell mit Bewehrungsrichtungen für die zweiaxialen Berechnungen . . . . .	G-61
G.7	z-Verschiebungen bei Bewehrungsrichtung $\alpha = 0^\circ$ . . . . .	G-62
G.8	Rissbild bei Berechnungsende bei Bewehrungsrichtung $\alpha = 0^\circ$ . . . . .	G-62
G.9	Hauptspannung $\sigma_{xx}$ bei Bewehrungsrichtung $\alpha = 0^\circ$ . . . . .	G-63
G.10	Hauptspannung $\sigma_{yy}$ bei Bewehrungsrichtung $\alpha = 0^\circ$ . . . . .	G-64
G.11	Spannung des Betonstahls bei Bewehrungsrichtung $\alpha = 0^\circ, 22,5^\circ$ und $45^\circ$ . . .	G-65

# Tabellenverzeichnis

2.1	Maße, Abstände der Rippen, bezogene Rippenfläche von geripptem Betonstahl [23] . . . . .	10
2.2	Beiwert $\alpha_E$ nach Heft 525 DAfStb [46] und MODEL CODE 90 [12] . . . . .	15
5.1	Materialkennwerte für die FE-Berechnungen . . . . .	81
5.2	Streuung der Betonzugfestigkeiten . . . . .	82
6.1	Spezifikationen der Plattenversuche P00 bis P15 . . . . .	89
6.2	Konfiguration der Plattenstreifen . . . . .	100
6.3	Prognostizierte Rissabstände nach [80] . . . . .	102
6.4	Berechnete und gemessene Rissmomente der Versuchsplattenstreifen . . . . .	104
7.1	Berechnungswerte von $P_3 (M_y/\kappa_y)$ . . . . .	118
7.2	Berechnungswerte von $P_4 (M_u/\kappa_u)$ . . . . .	118
7.3	Charakteristische Punkte der vereinfachten $M - \kappa$ - Linie (einaxial) . . . . .	120
7.4	Gemessene mittlere Rissabstände . . . . .	125
7.5	Versuchsdaten für das erweiterte Rissmodell . . . . .	125
7.6	Auswertung von Gleichung (7.24) bis (7.28) . . . . .	128
7.7	Rechnerische und gemessene mittlere Rissabstände nach modifizierten Rissmodell	131
B.1	Materialkennwerte der verwendeten Betonstähle der Plattenversuche . . . . .	B-5
B.2	Materialkennwerte der verwendeten Betonstähle der Plattenstreifenversuche . . .	B-6
B.3	Betonkennwerte der Plattenversuche P00 bis P15 . . . . .	B-10
B.4	Betonkennwerte der Zugversuche K1-1 bis K2-3 . . . . .	B-10
B.5	Betonkennwerte der Plattenstreifenversuche PS01A bis PS06B . . . . .	B-11
C.1	Spezifikationen der Versuchskörper . . . . .	C-21

# Anhang A

## Symbolverzeichnis

### Abkürzungen

BSt	Betonstahl
bzw.	beziehungsweise
ca.	circa
DAfStb	Deutscher Ausschuss für Stahlbeton
DGL	Differentialgleichung
DMS	Dehnmessstreifen
DIN	Deutsches Institut für Normung e.V.
FE	Finite Elemente
GZG	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
GZT	Grenzzustand der Tragfähigkeit
HFB	Hochfester Beton (C55/67 bis C100/115)
i.A.	im Allgemeinen
$I_1$	Erste Invariante des Spannungstensors
$J_2$	Zweite Invariante des deviatorischen Spannungstensors
LB	Leichtbeton (LC12/13 bis LC60/66)
LVV	Last-Verformungs-Verhalten
LWA	Laserwegaufnehmer
MC90	MODEL CODE 90
NB	Normalfester Beton (C12/15 bis C50/60)
sog.	sogenannte(r)
u.U.	unter Umständen
zul	zulässig
z.B.	zum Beispiel

## Formelzeichen

### Kleine lateinische Buchstaben

a	Rissabstand (alt), Belastungsalter
b	Breite
c	Betondeckung
$c_s$	freier Rippenabstand
d	statische Nutzhöhe, Durchmesser, Delta
$d_1, d_2$	Randabstand der Bewehrung in 1-Richtung / 2-Richtung
$d_x, d_y$	Randabstand der Bewehrung in x-Richtung / y-Richtung
f	Festigkeit
$f_R$	bezogene Rippenfläche
h	Höhe, Bauteildicke
$h_s$	Rippenhöhe
k	Beiwert
l	Länge
$l_e$	Einleitungslänge
m	Moment pro Meter
n	Verhältnis der Elastizitätsmoduln
p	Flächenlast
q	Querkraft pro Meter
s	Abstand, Schlupf, Hebelarm
u	Verschiebung
v	Verschiebung
w	Rissbreite, Durchbiegung
x	x-Richtung, Höhe der Druckzone
y	y-Richtung
z	z-Richtung

### Große lateinische Buchstaben

A	Querschnittsfläche
B	Biegesteifigkeit, Plattensteifigkeit
C	Symbol für Festigkeitsklasse bei Beton nach DIN 1045-1 (neu)
E	Elastizitätsmodul
F	Kraft
$G_f$	Bruchenergie
H	Schubkraft
LC	Symbol für Festigkeitsklasse bei Leichtbeton nach DIN 1045-1 (neu)
P	Kraft
Q	Querkraft
U	Umfang
V	Querkraft

---

W	Widerstandsmoment
M	Biegemoment
N	Normalkraft
Z	Zugkraft

### Griechische Buchstaben

$\alpha$	Winkel
$\beta$	Beiwert
$\gamma$	Gleitung, Teilsicherheitsbeiwert
$\varepsilon$	Verzerrung
$\Theta$	Lodge-Winkel
$\kappa$	Krümmung, Belastungsgrad
$\lambda$	Funktion der dreiaxialen Fließfläche von Beton
$\mu_{ql}$	Momentenverhältnis $\mu_{ql} = m_q/m_l$
$\nu$	Querdehnzahl, Querdehnung
$\rho$	geometrisches Bewehrungsverhältnis, Bewehrungsgrad
$\varphi / \phi$	Winkel der Risse / Kriechzahl
$\sigma$	Normalspannung
$\tau$	Schub-, Verbundspannung
$\pi$	Zahl Pi
$\Delta$	Differenz, Laplace Operator

### Indizes<sup>1</sup>

$(\dots)_I$	Hauptspannung, -biegemoment in Richtung I
$(\dots)_{II}$	Hauptspannung, -biegemoment in Richtung II
$(\dots)_\infty$	unendlich
$(\dots)_{adj}$	lastabhängig
$(\dots)_b$	Verbund (bond), Beton, Biegung (bend)
$(\dots)_c$	Beton (concrete)
$(\dots)_{cal}$	rechnerisch
$(\dots)_{Cc}$	Querbewehrungsanteil im Querschnitt
$(\dots)_{Cl}$	Querbewehrungsanteil im Längsschnitt
$(\dots)_{cyl}$	Zylinder
$(\dots)_{cube}$	Würfel
$(\dots)_d$	Bemessungswert
$(\dots)_{eff}$	effektiv, wirksam
$(\dots)_{fl}$	Biegezug
$(\dots)_G$	Grenzwert, Grenze
$(\dots)_{het}$	heterogen
$(\dots)_{hom}$	homogen
$(\dots)_i$	ideell

---

<sup>1</sup>Indizes wurden auch untereinander kombiniert

$(\dots)_k$	charakteristisch
$(\dots)_l$	längs
$(\dots)_m$	Mittelwert
$(\dots)_{max}$	maximaler Wert
$(\dots)_{min}$	minimaler Wert
$(\dots)_p$	plastisch
$(\dots)_q$	quer
$(\dots)_r$	Riss, Relaxation
$(\dots)_s$	Betonstahl
$(\dots)_\sigma$	Spannung
$(\dots)_{sp}$	Spaltzug
$(\dots)_t$	Zugbeanspruchung (tension), Zeit
$(\dots)_u$	Grenzwert (ultimate)
$(\dots)_x$	x-Richtung
$(\dots)_y$	y-Richtung, Fließgrenze (yield)
$(\dots)_z$	z-Richtung

# Anhang B

## Materialkennwerte

### B.1 Betonstahl

Tabelle B.1: Materialkennwerte der verwendeten Betonstähle der Plattenversuche

Versuchskörper	$f_{yk}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{uk}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_s$ [N/mm <sup>2</sup> ]
BStZP01	565,16	642,74	200660
BStZP02	571,95	647,82	215316
BStZP03	575,72	649,28	248696
BStZP04	566,29	643,41	187139
BStZP05	567,02	651,29	216595
Mittelwert	569,23	646,91	213681

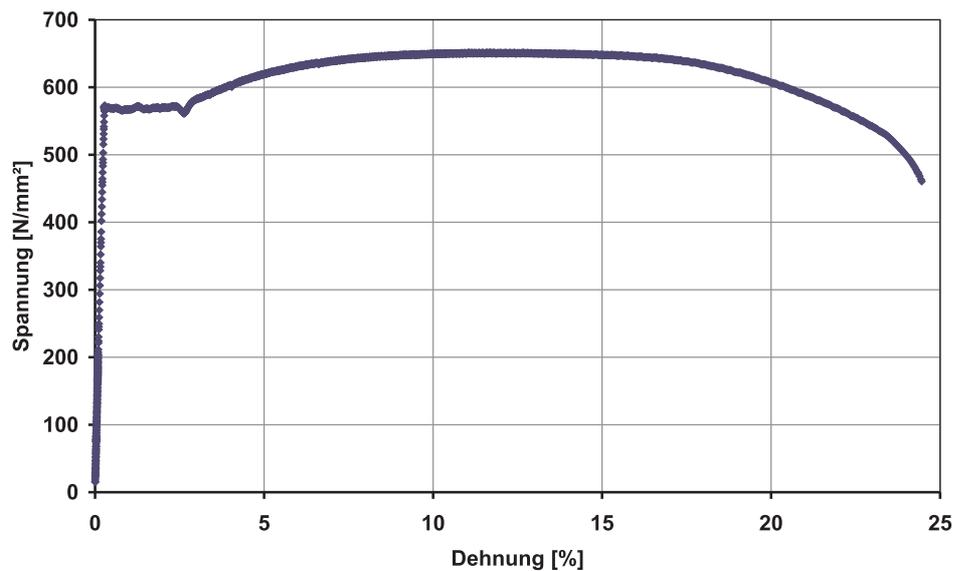


Bild B.1: Spannungs-Dehnungs-Verlauf für Betonstahl (hier BStZP05)

**Tabelle B.2:** Materialkennwerte der verwendeten Betonstähle der Plattenstreifenversuche

Probe	Durchmesser $d_s$ [mm]	Streckgrenze $f_{yk}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Zugfestigkeit $f_{uk}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	E-Modul $E_s$ [N/mm <sup>2</sup> ]
Probe 1	8	607,6145	656,051	-/-
Probe 2	8	604,9645	656,729	206191
Probe 3	8	610,551	657,525	196020
Probe 4	8	617,3725	661,217	199028
Mittelwert	8	610,13	657,88	200413
Probe 5	10	550,336	625,388	198951
Probe 6	10	566,909	643,065	206013
Probe 7	10	565,0535	632,896	194622
Probe 8	10	587,494	655,539	197266
Mittelwert	10	567,45	639,22	199213

## B.2 Beton

Die nachfolgenden drei Betonrezepte sind die angestrebten Mischungen für die Betone der Versuche mit Stahlbetonplatten (P00 bis P15). Dabei sollten die Festigkeitsklassen C30/37, C70/85 und C100/115 angestrebt werden. Die Betonrezepte der Versuche mit Plattenausschnitten (K1-1 bis K2-3) und der Plattenstreifen (PS01A bis PS06B) sind hier aus Platzgründen nicht dargestellt.

Die Tabellen B.3, B.4 und B.5 im anschließenden Abschnitt B.2.2 zeigen die zugehörigen Materialkennwerte der verwendeten Betone. Bei allen Versuchen wurden Prüfkörper gemäß DIN 1048 [22] hergestellt und nach der vorgeschriebenen Lagerung gemäß DIN 12390 [25] bei Alter von mindestens 28 Tagen geprüft.

Die Ergebnisse der Festigkeitsprüfung ergaben, dass die angestrebten Festigkeitsklassen nicht immer erreicht wurden. Die Festigkeiten der Serien A, B, und C der Plattenversuche wurden mit Ausnahme bei P08W02M10 im Allgemeinen erreicht. Für die Serie D war ein Beton C70/85 angestrebt, der auch realisiert wurde. Bei der Serie E war ursprünglich ein Beton C100/115 geplant, allerdings zeigten die Festigkeitsprüfungen, dass diese Serie der Betonfestigkeitsklasse C90/105 entsprach.

Die Festigkeitsprüfung der Betone der Plattenstreifenversuche PS01A bis PS06B zeigte, dass die angestrebte Betonfestigkeitsklasse C30/37 erreicht wurde.

## B.2.1 Betonrezepte

UniBwM Institut für Konstruktiven Ingenieurbau		Prüfungsnummer:		P01W1M00				
<b>Kurzbeschreibung:</b> Versuche Rüdiger      Mischung C 30/37								
Stahlbetonplatten unter zweiaxialer Biegung								
<b>ANFORDERUNGEN</b>								
	unbewehrter Beton	Festigkeitsklasse	C30/37					
	bewehrter Beton / Innenbauteil	angestr. Festigkeit	45	N/mm <sup>2</sup>				
	bewehrter Beton / Außenbauteil	max. w/z	0.65					
	Wasserundurchlässigkeit	Konsistenz	F3					
	hoher Widerstand gegen schwachen chem. Angriff	Sieblinie	A/B 16					
	hoher Widerstand gegen starken chem. Angriff	Luftporen	2.0	Vol.-%				
	hoher Frostwiderstand	Mindestzementgehalt	230	kg/m <sup>3</sup>				
	hoher Frost- u. Tausalzwiderstand	angestr. Mehlkorngehalt		kg/m <sup>3</sup>				
	Sichtbeton							
	Pumpbeton							
	niedrige Wärmeentwicklung (massige Bauteile)							
<b>AUSGANGSSTOFFE</b>								
<b>Zement</b>								
Art	Hersteller/Werk/Bezeichnung	Dichte	Anteil (%)	βN28	Mittel			
		kg/dm <sup>3</sup>		N/mm <sup>2</sup>				
CEM II / B-S 42,5 N	Rohrdorf	3.050	100.0	43.0	43.0			
<b>Zusatzstoff</b>			k-Wert					
				(Feststoffanteil)				
				0.0				
<b>Fasern</b>			Dos Vol.-%					
<b>Zusatzmittel</b>			Dos M.-%					
				<b>Berechnung auf Gesamt-BM</b>				
<b>BERECHNUNG</b>								
w/z = β <sub>w</sub> :								
N28	:	n. Diagramm 1=	w/z =	0.70				
Wassergehalt nach Erfahrung <sup>1)</sup> oder Diagramm 2				W =	162 kg/m <sup>3</sup>			
Bindemittelgehalt ( Z + si + Zusatzstoffe) W : w/z				BM =	230.00 kg/m <sup>3</sup>			
Rechenbeiwerte								
f1/z =	0.000	f2/z =	0.000	si/z =	0.042			
Z =	230.00 kg/m <sup>3</sup>							
CEM II / B-S 42,5 R Rohrdorf	230.00	kg/m <sup>3</sup>	w / b - Wert	0.70				
---	0.00	kg/m <sup>3</sup>	w / z - Wert	0.70				
Wasser (abz. MS u. ZM)	162.00	kg/m <sup>3</sup>	w / ( z + k x f + silica <sub>fest</sub> ) - Wert	0.70				
---	0.00	kg/m <sup>3</sup>						
<b>1 m<sup>3</sup> ZUSAMMENSETZUNG</b>								
Korngruppe Bezeichnung (mm)	Stoffraum		Rohdichte (kg/dm <sup>3</sup> )	Zuschlag trocken (kg)	Eigenfeuchte		Zuschlag feucht (kg)	Labormischung 65 dm <sup>3</sup> (kg)
	%	(dm <sup>3</sup> )			(%)	(kg)		
Kalk 0 / 4 mm	39.60	292.0	2.700	789.00	6.3	49.71	838.71	54.52
Kalk 4 / 8 mm	20.10	149.0	2.700	401.00	0.9	3.61	404.61	26.30
Kalk 8 / 16 mm	40.30	297.0	2.700	802.00	0.5	4.01	806.01	52.39
Summe	100.0	738.0	-----	1992.00	-----	57.33	2049.33	133.21
Zement				230			14.95	
Zugabewasser				104.67			6.80	
Frischbetongewicht (kg / m <sup>3</sup> )				2326.67				

UniBwM Institut für Konstruktiven Ingenieurbau		Prüfungsnummer:		P10W1M10			
Kurzbeschreibung:		Versuche Rüdiger		Mischung C 70/85			
-		Stahlbetonplatten unter zweiaxialer Biegung					
<b>ANFORDERUNGEN</b>							
	unbewehrter Beton	Festigkeitsklasse	C70/85				
	bewehrter Beton / Innenbauteil	angestr. Festigkeit	85		N/mm <sup>2</sup>		
	bewehrter Beton / Außenbauteil	max. w/z	0,30				
	Wasserundurchlässigkeit	Konsistenz					
	hoher Widerstand gegen schwachen chem. Angriff	Sieblinie	A/B 16				
	hoher Widerstand gegen starken chem. Angriff	Luftporen			Vol.-%		
	hoher Frostwiderstand	Mindestzementgehalt	380		kg/m <sup>3</sup>		
	hoher Frost- u. Tausalz-widerstand	angestr. Mehlkorngesamt			kg/m <sup>3</sup>		
	Sichtbeton						
	Pumpbeton						
	niedrige Wärmeentwicklung (massige Bauteile)						
<b>AUSGANGSSTOFFE</b>							
<b>Zement</b>							
Art	Hersteller/Werk/Bezeichnung	Dichte	Anteil (%)	βN28	Mittel		
		kg/dm <sup>3</sup>		N/mm <sup>2</sup>			
CEM II / B-S 42,5 N	Rohrdorf	3,050	100,0	43,0	43,0		
<b>Zusatzstoff</b>			k-Wert				
				(Feststoffanteil)			
				0,0			
<b>Fasern</b>			Dos Vol.-%				
<b>Zusatzmittel</b>			Dos M.-%				
Fließmittel	Woerment FM 375		1,60	<b>Berechnung auf Gesamt-BM</b>			
<b>BERECHNUNG</b>							
w/z = β <sub>w</sub> :							
N28	:	n. Diagramm 1=		w/z =	0,30		
Wassergehalt nach Erfahrung <sup>1)</sup> oder Diagramm 2							
Bindemittelgehalt ( Z + si + Zusatzstoffe) W : w/z				W =	114 kg/m <sup>3</sup>		
				BM =	550,00 kg/m <sup>3</sup>		
Rechenbeiwerte							
f1/z =	0,000	f2/z =	0,000	si/z =	Z = 380,00 kg/m <sup>3</sup>		
CEM II / B-S 42,5 R Rohrdorf	380,00 kg/m <sup>3</sup>						
---	kg/m <sup>3</sup>		w / b - Wert		0,3		
Wasser (abz. MS u. ZM)	114,00 kg/m <sup>3</sup>		w / z - Wert		0,3		
---	kg/m <sup>3</sup>		w / (z + k x f + silica <sub>fest</sub> ) - Wert		0,3		
<b>1 m<sup>3</sup> ZUSAMMENSETZUNG</b>							
Korngruppe Bezeichnung (mm)	Stoffraum		Rohdichte	Zuschlag trocken	Eigenfeuchte	Zuschlag feucht	Labormischung 65 dm <sup>3</sup>
	%	(dm <sup>3</sup> )	(kg/dm <sup>3</sup> )	(kg)	(%)	(kg)	(kg)
Kalk 0 / 4 mm	40,00		2,700	824,00	5,3	43,67	867,67
Kalk 4 / 8 mm	20,00		2,700	412,00	1,1	4,53	416,53
Kalk 8 / 16 mm	40,00		2,700	824,00	0,6	5,11	829,11
Summe	100,0	0,0	-----	2060,00	-----	53,31	2113,31
Zement				380			24,7
Zugabewasser				60,69			3,94
Zusatzstoff				-----			-----
Zusatzmittel				6,08			0,40
Frischbetongewicht (kg / m <sup>3</sup> )				2500,69			

UniBwM Institut für Konstruktiven Ingenieurbau		Prüfungsnummer:		P13W1M10			
<u>Kurzbeschreibung</u> :		Versuche Rüdiger		Mischung C 100/115			
		Stahlbetonplatten unter zweiaxialer Biegung					
<b>ANFORDERUNGEN</b>							
	unbewehrter Beton	Festigkeitsklasse	C100/115				
	bewehrter Beton / Innenbauteil	angestr. Festigkeit	115	N/mm <sup>2</sup>			
	bewehrter Beton / Außenbauteil	max. w/z	0,22				
	Wasserundurchlässigkeit	Konsistenz					
	hoher Widerstand gegen schwachen chem. Angriff	Sieblinie	A/B 16				
	hoher Widerstand gegen starken chem. Angriff	Luftporen		Vol.-%			
	hoher Frostwiderstand	Mindestzementgehalt	550	kg/m <sup>3</sup>			
	hoher Frost- u. Tausalzwiderstand	angestr. Mehlkorngehalt		kg/m <sup>3</sup>			
	Sichtbeton						
	Pumpbeton						
	niedrige Wärmeentwicklung (massige Bauteile)						
<b>AUSGANGSSTOFFE</b>							
<b>Zement</b>							
Art	Hersteller/Werk/Bezeichnung	Dichte	Anteil (%)	βN28	Mittel		
		kg/dm <sup>3</sup>		N/mm <sup>2</sup>			
CEM II / B-S 42,5 N	Rohrdorf	3,050	100,0	43,0	43,0		
<b>Zusatzstoff</b>			k-Wert				
Mikrosilika	BASF			(Feststoffanteil)			
				0,0			
<b>Fasern</b>			Dos Vol.-%				
<b>Zusatzmittel</b>			Dos M.-%				
Fließmittel	Woerment FM 375		3,60	<b>Berechnung auf Gesamt-BM</b>			
<b>BERECHNUNG</b>							
w/z = β <sub>w</sub> :		N28		n. Diagramm 1=			
				w/z = 0,22			
Wassergehalt nach Erfahrung <sup>1)</sup> oder Diagramm 2				W = 121,4 kg/m <sup>3</sup>			
Bindemittelgehalt ( Z + si + Zusatzstoffe) W : w/z				BM = kg/m <sup>3</sup>			
Rechenbeiwerte							
f1/z = 0,000		f2/z = 0,000		si/z =			
Z = 550,00 kg/m <sup>3</sup>							
CEM II / B-S 42,5 R Rohrdorf	550,00	kg/m <sup>3</sup>	w / b - Wert				
---		kg/m <sup>3</sup>	w / z - Wert				
Wasser (abz. MS u. ZM)	121,40	kg/m <sup>3</sup>	0,22				
---		kg/m <sup>3</sup>	w / ( z + k x f + silica <sub>gest.</sub> ) - Wert				
<b>1 m<sup>3</sup> ZUSAMMENSETZUNG</b>							
Korngruppe Bezeichnung (mm)	Stoffraum %	Stoffraum (dm <sup>3</sup> )	Rohdichte (kg/dm <sup>3</sup> )	Zuschlag trocken (kg)	Eigenfeuchte (%)	Zuschlag feucht (kg)	Labormischung 65 dm <sup>3</sup> (kg)
Kalk 0 / 4 mm	45,90	288,8	2,700	787,34	4,2	33,07	53,33
Kalk 4 / 8 mm	21,40	134,7	2,700	367,76	1,1	4,12	24,17
Kalk 8 / 16 mm	32,70	205,8	2,700	566,88	0,2	1,13	36,92
Summe	100,0	629,3	-----	1721,98	-----	38,32	114,42
Zement				550			35,75
Zugabewasser				83,08			5,40
Zusatzstoff				61,94			4,03
Zusatzmittel				19,80			1,29
Frischbetongewicht (kg / m <sup>3</sup> )				2355,06			

## B.2.2 Materialparameter Beton

**Tabelle B.3:** Betonkennwerte der Plattenversuche P00 bis P15

Bezeichnung	Serie	Betonart	Alter [d]	$f_{ck,cube}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ck,cyl}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ctm}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]
P00Tast	–	NB	91	42,98	35,95	3,27	33525
P01W1M00	A	NB	70	41,09	34,37	3,17	33118
P02W2M00	A	NB	67	38,71	32,38	3,05	32591
P03W3M00	A	NB	60	45,12	37,74	3,38	33974
P04W1M05	B	NB	55	39,54	33,07	3,09	32777
P05W2M05	B	NB	43	31,35	26,22	2,65	30843
P06W3M05	B	NB	85	37,87	31,67	3,00	32401
P07W1M10	C	NB	62	42,32	35,39	3,23	33384
P08W2M10	C	NB	35	31,79	26,59	2,67	30953
P09W3M10	C	NB	58	37,54	31,40	2,99	32325
P10W1M10	D	HFB	91	88,93	76,80	4,77	41738
P11W2M10	D	HFB	55	89,15	76,99	4,77	41769
P12W3M10	D	HFB	40	90,87	78,48	4,81	42011
P13W1M10	E	HFB	–	104,37	90,14	5,05	43820
P14W2M10	E	HFB	28	109,99	94,99	5,15	44530
P15W3M10	E	HFB	39	108,31	93,54	5,11	44320

**Tabelle B.4:** Betonkennwerte der Zugversuche K1–1 bis K2–3

Bezeichnung	Betonart	Alter [d]	$f_{ck,cube}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ck,cyl}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ctm}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]
K1-1-C30	NB	131	43,67	36,52	3,30	33670
K1-2-C30	NB	131	43,67	36,52	3,30	33670
K1-3-C30	NB	131	43,67	36,52	3,30	33670
K2-1-C30	NB	131	43,67	36,52	3,30	33670
K2-2-C30	NB	131	43,67	36,52	3,30	33670
K2-3-C30	NB	131	43,67	36,52	3,30	33670
K1-1-C100	HFB	68	113,00	97,59	5,19	44902
K1-2-C100	HFB	68	113,00	97,59	5,19	44902
K1-3-C100	HFB	68	113,00	97,59	5,19	44902
K2-1-C100	HFB	47	112,67	97,31	5,18	44862
K2-2-C100	HFB	47	112,67	97,31	5,18	44862
K2-3-C100	HFB	47	112,67	97,31	5,18	44862

**Tabelle B.5:** Betonkennwerte der Plattenstreifenversuche PS01A bis PS06B

Bezeichnung	Betonart	Alter [d]	$f_{ck,cube}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ck,cyl}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ctm}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]
PS01Aq10c1	NB	25	40,35	34,85	3,20	33243
PS01Bq10c1	NB	25	40,35	34,85	3,20	33243
PS02Aq10c3	NB	30	41,85	36,14	3,28	33575
PS02Bq10c3	NB	30	41,85	36,14	3,28	33575
PS03Aq10c5	NB	34	43,30	37,40	3,35	33889
PS03Bq10c5	NB	34	43,30	37,40	3,35	33889
PS04Aq20c1	NB	25	40,35	34,85	3,20	33243
PS04Bq20c1	NB	25	40,35	34,85	3,20	33243
PS05Aq20c3	NB	30	41,85	36,14	3,28	33575
PS05Bq20c3	NB	30	41,85	36,14	3,28	33575
PS06Aq20c5	NB	34	43,30	37,40	3,35	33889
PS06Bq20c5	NB	34	43,30	37,40	3,35	33889

Die in den Tabellen B.3, B.4 und B.5 angegebenen Werte für die mittlere Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  wurden nicht durch Zugversuche sondern je nach Betongüte mit den Gleichungen (2.9) nach DIN 1045-1 [21] und (2.13) nach REMMEL [88] berechnet.

# Anhang C

## Versuchsaufbau

### C.1 Plattenversuche

#### C.1.1 Lastaufbringung

In Bild C.1 ist der Versuchsaufbau mit Unterkonstruktion und Lasteinleitung dargestellt. Die Lagerung der Platten erfolgte auf einem lagegesicherten quadratischen Rahmen aus zusammengeschweißten Profilen HEB 200. Auf diesen Profilen wurde jeweils eine massive Stahlstange ( $\varnothing = 60\text{ mm}$ ) aufgelegt, die mit Knaggen gegen Verrutschen gesichert wurde. Somit konnte eine quasi ideale, frei drehbare Linienlagerung gewährleistet werden. Zur Vermeidung von zu stark konzentrierter Lasteinleitung wurde auf die Stangen ein quadratischer Blechring ( $t = 10\text{ mm}$ ) gelegt. Auf diesen Ring wurde bei vier Platten ein Elastomerstreifen als aufgelegt, um keine rissauslösenden Spannungsspitzen in der Stahlbetonplatte zu erzeugen. Bild C.2 zeigt auf der rechten Seite diesen Aufbau. Bei den weiteren Versuchen wurde auf die Elastomerlagerung verzichtet, da die Verformung bei Zusammendrückung des Elastomers der Durchbiegung der Platte entgegenläuft und somit nachträglich aus dem Kraft–Verformungs–Verlauf herausgerechnet werden musste. Somit wurde letztlich eine Lagerung auf einem Mörtelbett realisiert, was sich als geeignet erwiesen hat und dann für alle weiteren Versuche umgesetzt wurde. Die Belastung der Hebelarme wurde mittels Hydraulikzylindern (Typ: Lukas LHC 60–35/250), die mittig auf HEB 100 Profile positioniert waren, erreicht. Damit konnte realisiert werden, dass eine Linienlast am Rand der Plattenarme auch ein konstantes Biegemoment erzeugen.

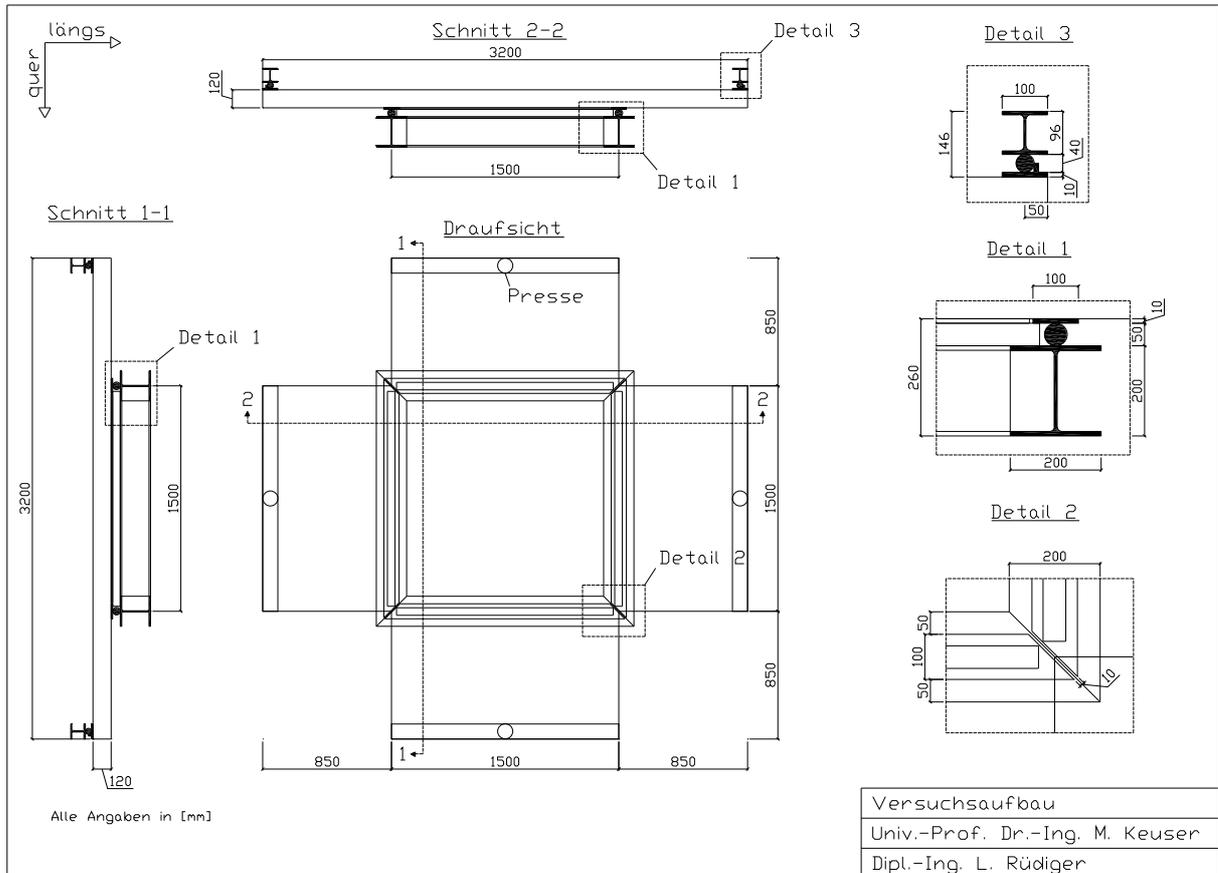


Bild C.1: Versuchsaufbau mit Detaildarstellung der gelenkigen Lagerung und gelenkigen Lasteinleitung

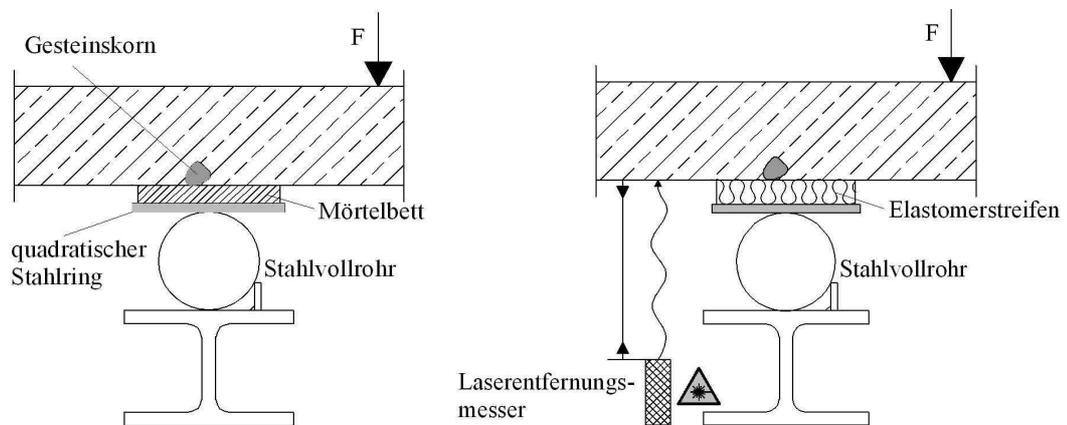
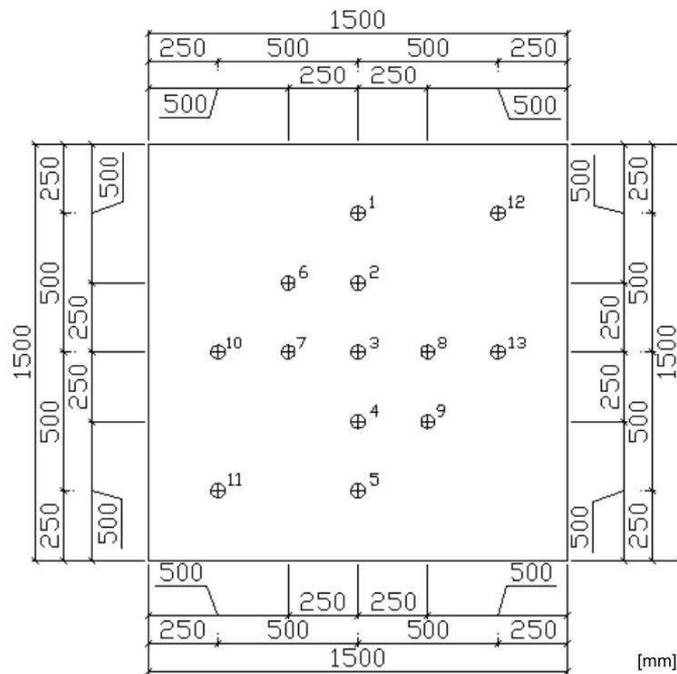


Bild C.2: Lagerung der Platte: links) endgültige Ausführung; rechts) Versuch mit Elastomerlager

### C.1.2 Messtechnik

In Bild C.3 ist die Anordnung der 13 Laserwegaufnehmer (LWA) dargestellt. Dabei wurden in Längs- und Querachse jeweils 5 Aufnehmer angeordnet und vier weitere Aufnehmer in den Diagonalen positioniert. Die vier Aufnehmer in den Diagonalen dienten als Kontrollwerte, um zu sehen, ob sich die konstante Krümmung auch in diagonaler Richtung einstellt. Die LWA wurden in einer Holzschablone fest auf dem Boden fixiert, so dass die Plattenunterseite als Reflektor diente. Durch die geschaltete, sehr glatte Unterseite der Prüfkörper konnte eine gute Reflexion der Laserstrahlen erreicht werden. Die Messgenauigkeit der Aufnehmer lag im Bereich von  $15 \mu\text{m}$ . Die an den Hydraulikzylindern eingeleitete Kraft wurde mittels Kraftmessdosen bis  $100 \text{ kN}$  (Typ: U2B) zwischen Zylinder und HEB 100 gemessen.



**Bild C.3:** Anordnung der Laserwegaufnehmer

### C.1.3 Versuchskörperaufbau

Die Bilder C.4 und C.5 zeigen exemplarisch die Bewehrung der Versuchplatten P10 bis P15. Die Platten P01 bis P09 wurden genauso bewehrt. Die äußeren Abmessungen sind  $320\text{ cm}/320\text{ cm}/12\text{ cm}$  (B/L/H), so dass der innere zu beobachtende Bereich die Maße  $150\text{ cm} \times 150\text{ cm}$  hat. Die Plattenarme ( $150\text{ cm} \times 85\text{ cm}$ ) dienen der Lasteinleitung. Die Betonüberdeckung an Ober- und Unterseite beträgt  $1,5\text{ cm}$  und an den Außenseiten  $4,0\text{ cm}$ .

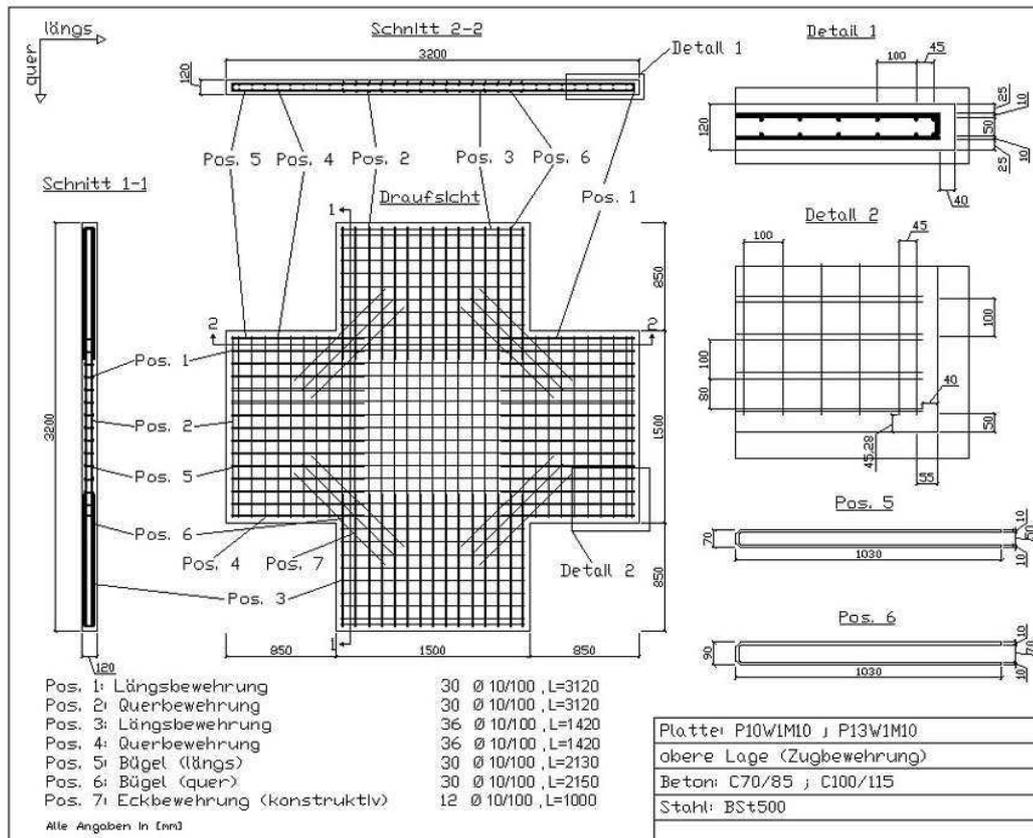


Bild C.4: Bewehrung der Platten mit Richtung  $0^\circ$

Bild C.5 zeigt die Bewehrungsführung bei den Platten mit gedrehtem Bewehrungsnetz. Hierfür mussten viele Bewehrungsstäbe genau zurechtgeschnitten werden, um die Geometrie exakt abzubilden und die Betonüberdeckung zu gewährleisten. Die Bilder zeigen die Zugbewehrung der Platten, da diese einen dominierenden Einfluss auf das Last-Verformungs-Verhalten hat. Die untere Bewehrungslage wurde aus Gründen der Herstellbarkeit eines stabilen Bewehrungskorbes eingebaut. Für diese Lage wurden ebenfalls Bewehrungsstäbe Durchmesser  $10\text{ mm}$  verwendet, allerdings in der Anzahl reduziert. Diese untere Bewehrungslage hat keinen nennenswerten Einfluss auf das Last-Verformungs-Verhalten, da sie im Zustand II und III im Bereich der Nulllinie liegt und somit nur äußerst geringe Dehnungen erfährt.

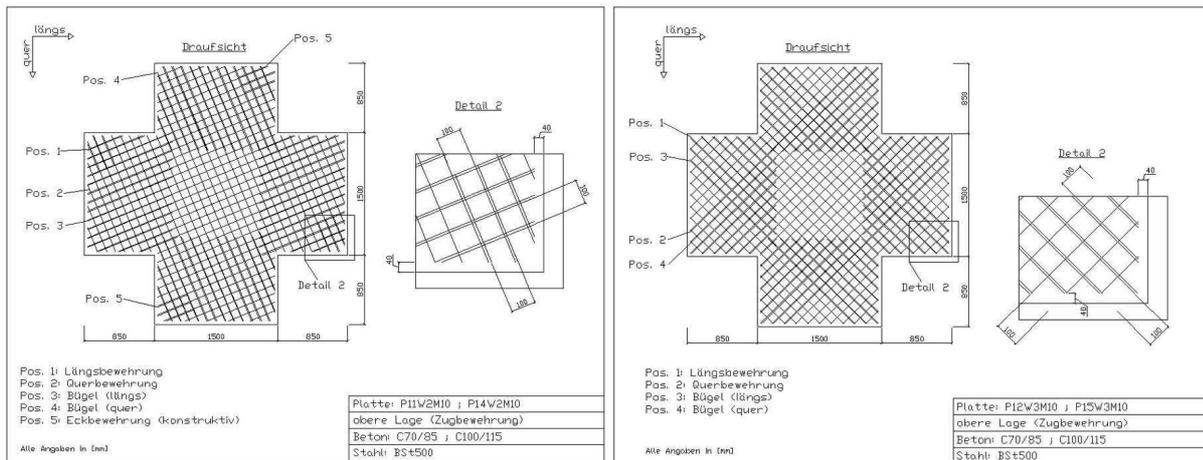


Bild C.5: Bewehrung der Platten mit  $22,5^\circ$  (links) und  $45^\circ$  (rechts)

## C.2 Zugversuche Plattenausschnitt (PA)

### C.2.1 Lastaufbringung

Für die Versuche mit Plattenausschnitten wurde der in Bild C.6 gezeigte Versuchsaufbau gewählt. Der Prüfkörper wurde dabei im Prüfzylinder (Hydropulsmaschine 630kN) mit Hilfe einer Lasteinleitungskonstruktion fixiert. Diese bestand aus zwei U-100 Profilen, die mit kleinen Stahlblechen aneinandergeschweißt wurden. Zwischen den Profilen konnten dann Gewindestangen befestigt werden, die in die im Prüfkörper befindlichen Bleche mit Innengewinde eingeschraubt werden konnten, so dass die Einleitung der Zugkräfte im Bereich des eingebauten Risses eingeleitet wurden. Die Verformungen der U-Profile war vernachlässigbar klein. Die eingelegten Bewehrungselemente betrug maximal 2 mal  $\varnothing 8\text{ mm}$ , was einer Fläche von  $1,01\text{ cm}^2$  entspricht und mit einer charakteristischen Fließgrenze von  $500\text{ N/mm}^2$  zu einer Zugkraft von maximal  $50,5\text{ kN}$  führt. Diese Zugkraft erzeugt eine Mittendurchbiegung der beiden Profile ( $l = 26,5\text{ cm}$ ,  $I_y = 206\text{ cm}^4$ ) von:

$$w = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E_s \cdot I_{ges}} = \frac{50,5\text{ kN} \cdot (26,5\text{ cm})^3}{48 \cdot 21000\text{ kN/cm}^2 \cdot (2 \cdot 206\text{ cm}^4)} = 0,00226\text{ cm} . \quad (\text{C.1})$$

Der gemessene Weg für die Auswertung über Kraft-Weg-Diagramme wurde mit den nachfolgend dargestellten induktiven Wegaufnehmern realisiert, so dass die Verformungen der Profile und



**Bild C.6:** Versuchsserie PA mit Belastungsvorrichtung

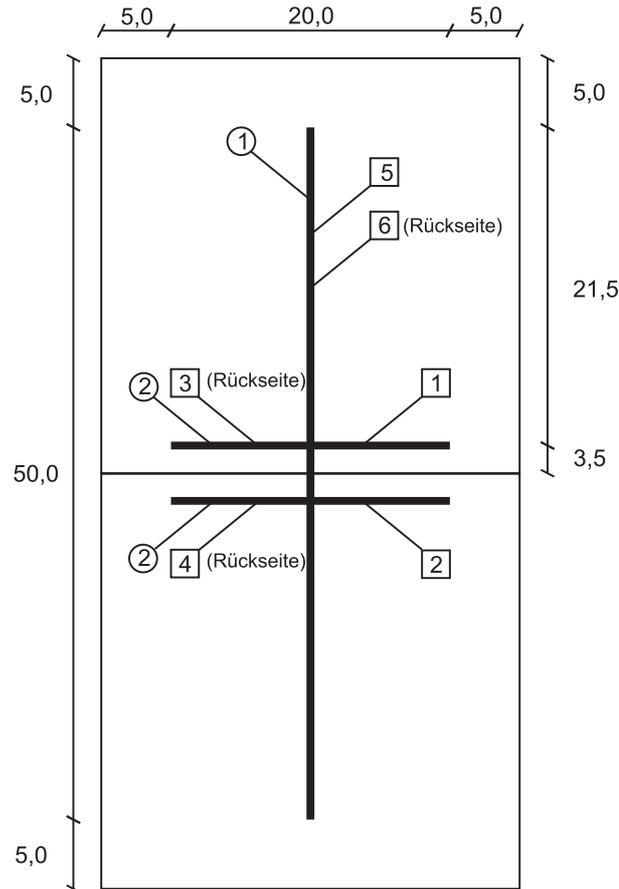
Gewindestangen keinen messbaren Einfluss auf die Versuchsergebnisse hatten.

### C.2.2 Messtechnik

Die Erfassung der Zugkräfte erfolgte über die Kraftmessdose des Prüfzylinders. Die Verformungsmessung wurde mittels induktiver Wegaufnehmer realisiert. Bild C.7 zeigt diese Aufnehmer, von denen auf Vorder- bzw. Rückseite jeweils 3 Stück angebracht waren. Für die Messung der Verformung in Längsrichtung waren vorne und hinten jeweils ein Wegaufnehmer mit einer Messlänge von  $50\text{ cm}$  angebracht. Die Verformungen in Querrichtung wurde jeweils ober- und unterhalb des eingebauten Risses auf beiden Seiten gemessen. Hierzu waren Wegaufnehmer mit einer Messlänge von  $20\text{ cm}$  angebracht.

### C.2.3 Versuchskörperaufbau

Der Versuchskörper besteht, wie in Bild C.6 dargestellt, in der Ansicht aus zwei quadratischen Hälften mit  $30\text{ cm}$  Kantenlänge. Er ist  $8\text{ cm}$  dick, so dass sich Gesamtabmessungen von  $(H \cdot B \cdot L) = 60\text{ cm} \cdot 30\text{ cm} \cdot 8\text{ cm}$  ergeben. Der eingebaute Ausschnitt einer Bewehrungsmatte Q335 bestand aus zwei Mattenquadraten, welche so angeordnet waren, dass der eingebaute Riss bei der Konfiguration K1 genau durch den Schweißpunkt verläuft und bei der Konfiguration K2 genau beim halben Abstand zweier Schweißpunkte. Bild C.8 zeigt die Lage des Risses bezogen auf die Maschen einer Bewehrungsmatte. Die eingeleitete Kraft  $F$  ist hier im Abstand der halben Rissbreite ( $w_k/2$ ) angetragen, da hier nur das halbe System dargestellt ist.



- ① Induktiver Wegaufnehmer Messlänge 50 cm
- ② Induktiver Wegaufnehmer Messlänge 20 cm
- ⓧ Wegaufnehmer Nr. x

Bild C.7: Messaufbau der Versuchsserie PA

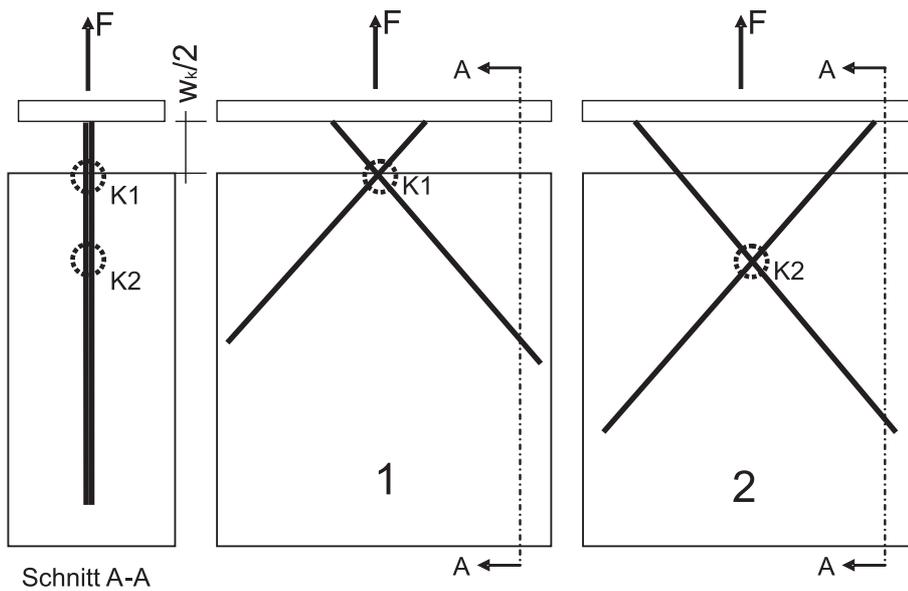
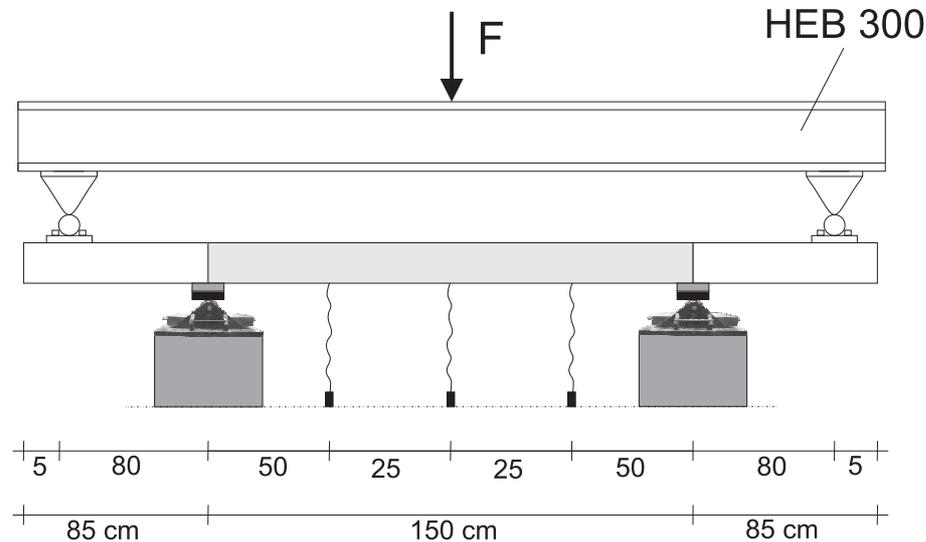


Bild C.8: Versuchsserie PA, Bewehrungskonfigurationen K1 und K2

## C.3 Plattenstreifen

### C.3.1 Lastaufbringung



**Bild C.9:** Versuchsaufbau mit Lasteinleitungstraverse und Rollenlagerung mit Mörtelbett

Die Lasteinleitung zur Erzeugung erfolgte durch einen Hydraulikzylinder (Typ: Schenck Hydropuls PL250N) über eine Traverse aus einem Walzprofil HEB 300 so, dass im Versuchskörper ein konstanter Biegemomentenverlauf erzeugt wurde. Die Lasteinleitungspunkte wurden über Vollstahlquerschnitt  $\varnothing 6 \text{ cm}$  auch als reale Gelenke ausgebildet. Die Auflagerung auf den Rollenlagern erfolgt analog zur Auflagerung der Stahlbetonplatten (siehe Bild C.2 links). Durch diesen Versuchsaufbau wird eine nahezu reibungsfreie Verformung des Versuchskörpers gewährleistet.

### C.3.2 Messtechnik

An der Stelle der in Bild C.9 markierten Kraft  $F$ , wird die Last mit Hilfe des o.g. Zylinders eingeleitet. Die Kraft wurde mit einer Kraftmessdose (Typ: PM250K) gemessen, so dass die Verformung des HEB 300 keinen Einfluss auf die Messergebnisse hat. Bei dem dargestellten System erfährt die Traverse eine Mittendurchbiegung  $w_{Trav}$  in [cm] von:

$$w_{Trav} = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot EI} = \frac{F [kN] \cdot (310 [cm])^3}{48 \cdot 21000 [kN/cm^2] \cdot 25170 [cm^4]} = 5,865 \cdot 10^{-7} \cdot F \quad (C.2)$$

Die Verformungen der Traverse müssen bei der Versuchsauswertung nicht berücksichtigt werden, da die für die Auswertung benötigten Verformungswerte nicht über den Zylinderweg, sondern über eigens an der Unterseite angebrachte LWA gemessen wurden. Hier wurden die gleichen LWA mit einer Messgenauigkeit von  $15 \mu\text{m}$  verwendet, wie bei den in C.1 beschriebenen Plattenversuchen. Zusätzlich zu den Verformungen der Plattenstreifen wurden die Stahldehnungen des Betonstahls durch bereits in der Herstellung der Plattenstreifen an der Längsbewehrung angebrachte Dehnmessstreifen (DMS) aufgezeichnet. Die Anordnung und Anzahl der DMS ist im folgenden Abschnitt dargestellt. Die zuvor genannten Messgrößen:

- Zylinderkraft,
- Vertikalverformung der Plattenstreifen und
- Stahldehnungen der Längsbewehrung

wurden während der Versuchsdurchführung kontinuierlich durch das Messprogramm DIADEM aufgezeichnet. Der jeweils wirkenden Zylinderkraft wurde automatisch die entsprechende Verformung zugeordnet und im Last-Verformungs-Diagramm aufgezeichnet. Da es sich bei der Versuchsdurchführung um einen weggesteuerten Versuch handelte, wurde der Kolbenweg mit  $0,05\text{ mm/s}$  erhöht.

### C.3.3 Versuchskörperaufbau

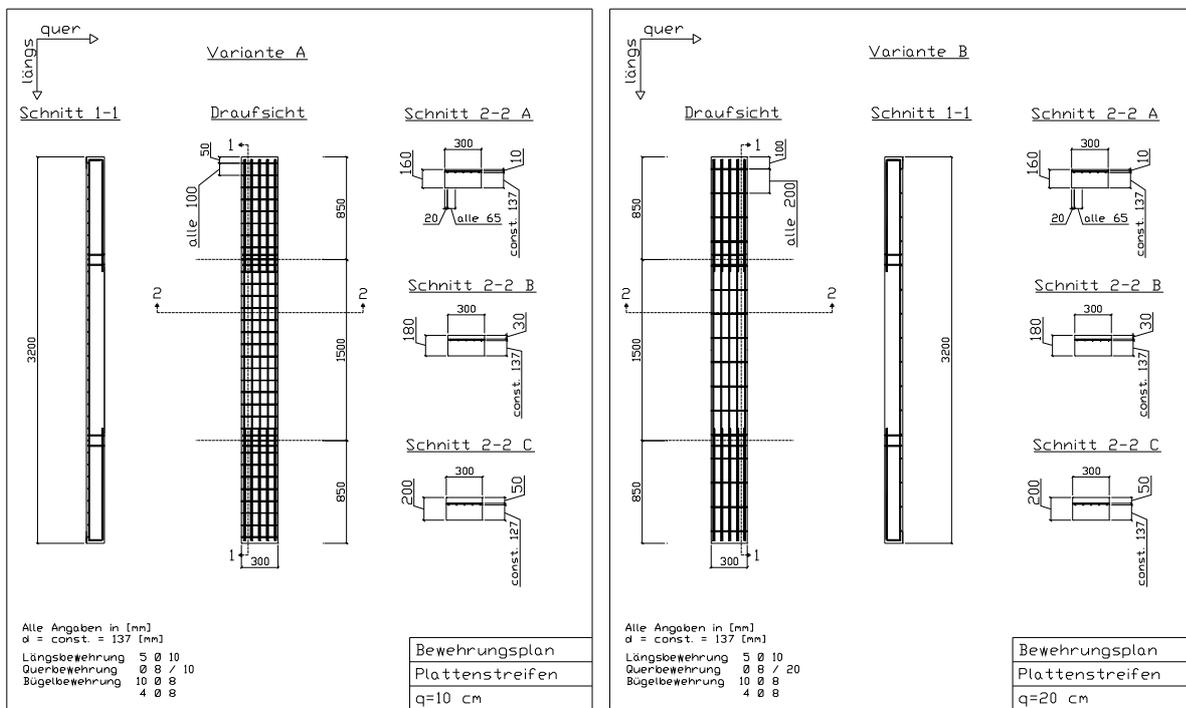


Bild C.10: Abmessungen und Bewehrungsanordnung der Plattenstreifen

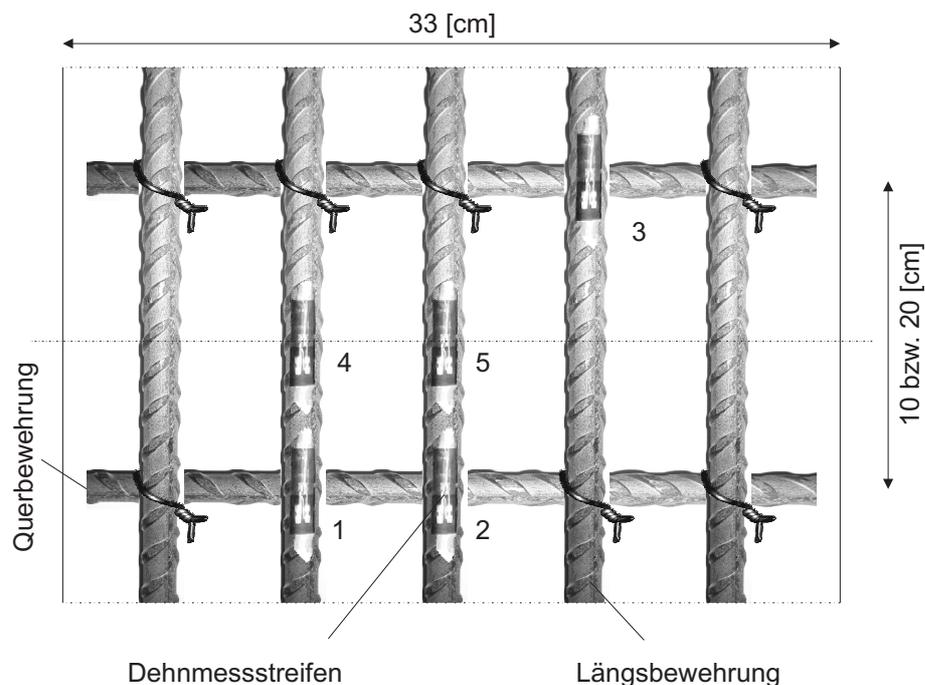
Die Bewehrungsanordnung ist in Bild C.10 dargestellt. Grundsätzlich wurden zwei Versuchsserien ( $q_{10}$  und  $q_{20}$ ), die je Serie aus sechs Plattenstreifen bestanden, hergestellt. Die beiden Serien unterscheiden sich im Abstand der Querbewehrung. Die Querbewehrung wurde bei Serie  $q_{10}$  im Abstand von  $10\text{ cm}$  und bei Serie  $q_{20}$  von  $20\text{ cm}$  eingebaut. Diese Querbewehrungsabstände wurde aus den Erkenntnissen von PURAINER [80] hergeleitet. Die Grundlagen dazu wurden in Kapitel 4 hergeleitet. Der gewählte Abstand dient der Rissauslösung auf Höhe der Querbewehrung und genau dazwischen. Konstruktiv wurden noch Bügel im Bereich der Hebelarme zur Vermeidung eines Schubversagens und im Bereich der Lasteinleitung zur Vermeidung von Schäden aufgrund Auflagerpressung eingebaut.

Jede Serie besteht aus sechs Plattenstreifen, welche sich in der Betonüberdeckung unterscheiden.

**Tabelle C.1:** Spezifikationen der Versuchskörper

Bezeichnung	Maße [cm] L x B x H	Beton	Querbewehrungs- abstand q [cm]	Betonüberdeckung $c_{nom}$ [cm]
PS01Aq10c1	320 x 33 x 16	C30/37	10	1,0
PS01Bq10c1	320 x 33 x 16	C30/37	10	1,0
PS02Aq10c3	320 x 33 x 18	C30/37	10	3,0
PS02Bq10c3	320 x 33 x 18	C30/37	10	3,0
PS03Aq10c5	320 x 33 x 20	C30/37	10	5,0
PS03Bq10c5	320 x 33 x 20	C30/37	10	5,0
PS04Aq20c1	320 x 33 x 16	C30/37	20	1,0
PS04Bq20c1	320 x 33 x 16	C30/37	20	1,0
PS05Aq20c3	320 x 33 x 18	C30/37	20	3,0
PS05Bq20c3	320 x 33 x 18	C30/37	20	3,0
PS06Aq20c5	320 x 33 x 20	C30/37	20	5,0
PS06Bq20c5	320 x 33 x 20	C30/37	20	5,0

In Tabelle C.1 sind die Parameter der Versuchskörper zusammengefasst. Aus dem baupraktischen Bereich wurden Betonüberdeckungen von  $c_{nom} = 1$  bis  $5$  cm gewählt. Folglich wurden drei unterschiedliche Überdeckungen festgelegt ( $c_1 = 1$  cm,  $c_3 = 3$  cm,  $c_5 = 5$  cm). Von jedem Plattenstreifen wurden zwei hergestellt, um eine Vergleichbarkeit zu gewährleisten und eventuelle Ausreißer zu erkennen. Nach Fertigstellung der Bewehrungskörbe wurden Dehnmessstreifen zur

**Bild C.11:** Anordnung der Dehnmessstreifen

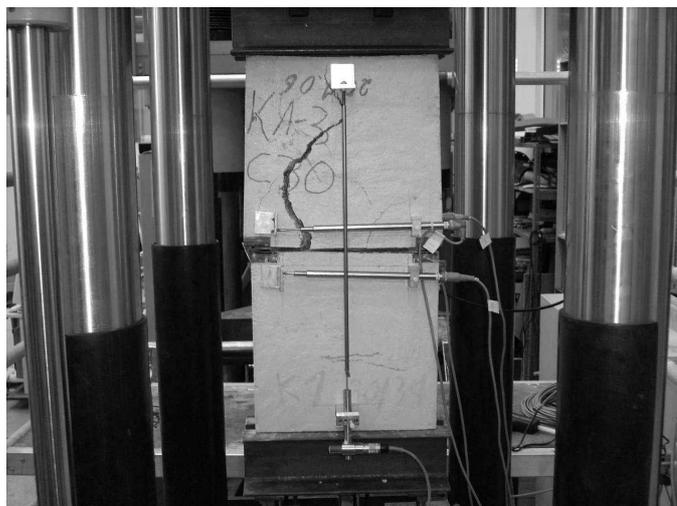
Messung der exakten Stahldehnungen angebracht. Zur Anordnung der DMS wird auf Bild C.11 verwiesen. Die DMS wurden in der Mitte eines jeden Versuchskörpers aufgebracht, die hier die maximalen Dehnungen im Betonstahl zu erwarten waren und da die Anordnung an dieser Position keine asymmetrischen Randbedingungen erzeugte. Die DMS wurden in der Mitte der Versuchskörper an fünf Stellen angebracht. Drei DMS wurden auf Höhe eines Querbewehrungsstabes und zwei in Feldmitte angebracht. Somit sollte versucht werden, die Betonstahldehnungen an vorher prognostizierten Rissstellen und dazwischen zu messen.

# Anhang D

## Versuchsergebnisse – Zugversuche Plattenausschnitt

### D.1 Rissbilder

Die nachfolgend dargestellten Bilder zeigen die Versuchskörper jeweils nach Beendigung des Versuches. Dabei sind von jeder Serie der Körper 1 oben, der Körper 2 in der Mitte und der Körper 3 unten dargestellt. Allgemein ist die Beeinflussung des Rissbildes von der eingebauten Bewehrung deutlich zu erkennen. Bei einem breiteren Versuchskörper oder einem Versuchsaufbau mit Behinderung der seitlichen Verformungen, könnte das Aufspalten des Versuchskörpers eventuell verhindert werden. Einzelne Werte der Wegaufnehmer sind in den nachfolgenden Zugkraft–Dehnungs–Diagrammen nicht enthalten. Teilweise rutschten die induktiven Wegaufnehmer vom Messplättchen ab, wie beispielsweise in Bild D.3 oben und in der Mitte jeweils bei Aufnehmer 1 erkennbar ist. Im Zugkraft–Dehnungs–Diagramm in Bild D.5 ist der Verlauf der Kurve für K1–1–C30 auffällig, der aufgrund der Verdrehung des Versuchskörpers nicht berücksichtigt werden sollte. Im Diagramm in Bild D.7 ist erkennbar, dass die Werte des Versuchskörpers K1–1–C100 ab einer Dehnung von etwa  $1,7\text{ mm}$  keine sinnvollen Werte mehr liefern. In Diagramm in Bild D.8 fehlen die Werte für den Versuch K2–1–C100, da hier die Versuchsdaten nicht mehr vorhanden sind.



**Bild D.1:** Rissbilder der Versuche K1-1-C30 bis K1-3-C30



Bild D.2: Rissbilder der Versuche K2-1-C30 bis K2-3-C30

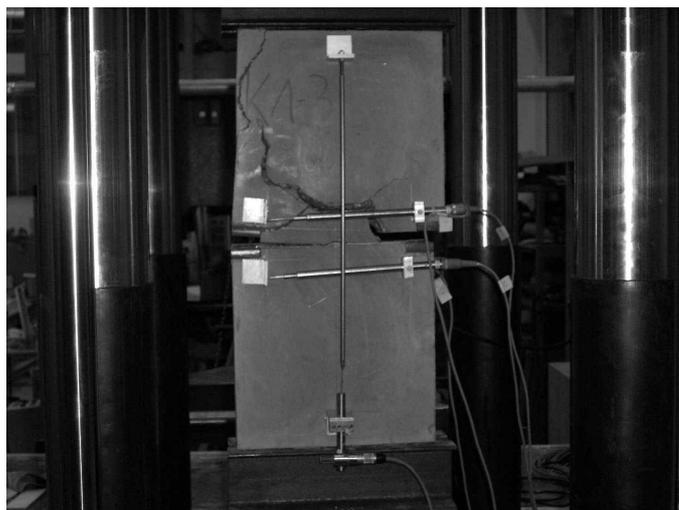


Bild D.3: Rissbilder der Versuche K1-1-C100 bis K1-3-C100

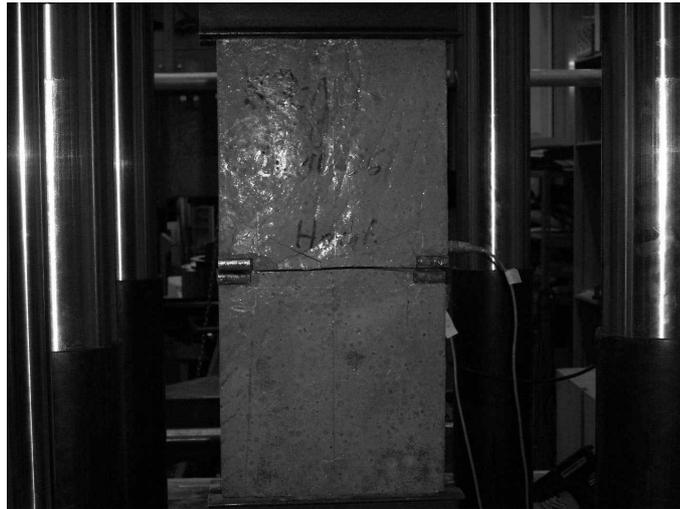


Bild D.4: Rissbilder der Versuche K2-1-C100 bis K2-3-C100

## D.2 Zugkraft–Dehnungs–Kurven

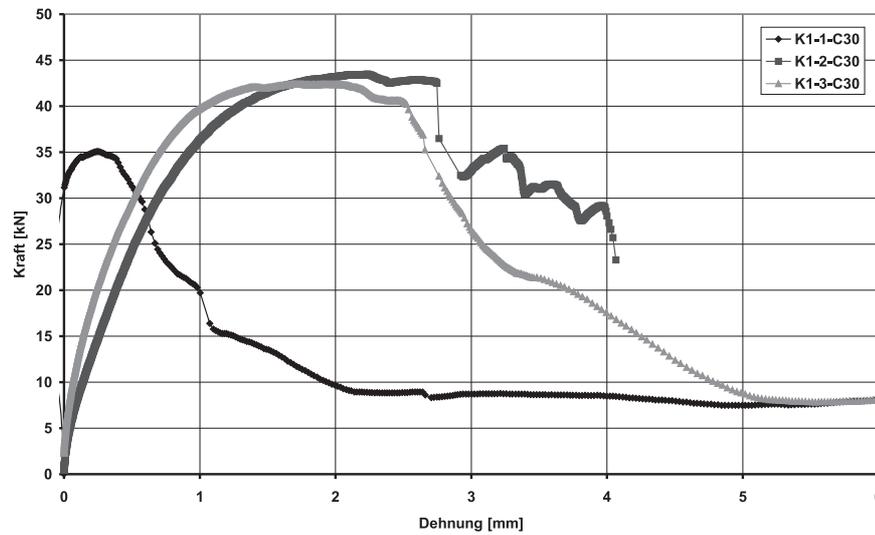


Bild D.5: Zugkraft–Dehnungs–Kurven Knotenlage 1 Beton C30/37

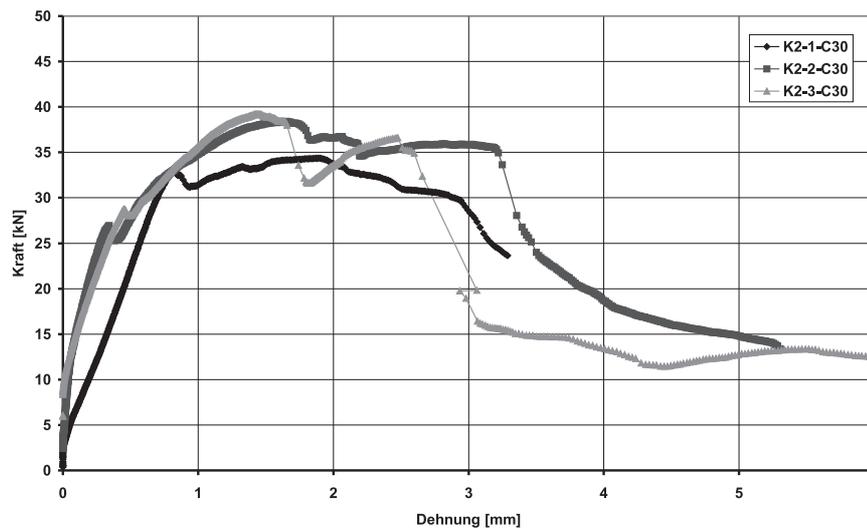


Bild D.6: Zugkraft–Dehnungs–Kurven Knotenlage 2 Beton C30/37

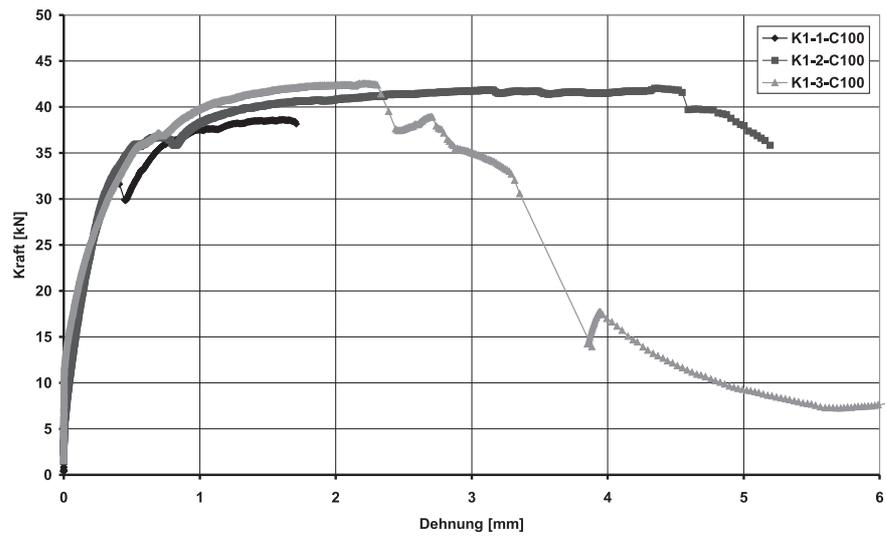


Bild D.7: Zugkraft-Dehnungs-Kurven Knotenlage 1 Beton C100/115

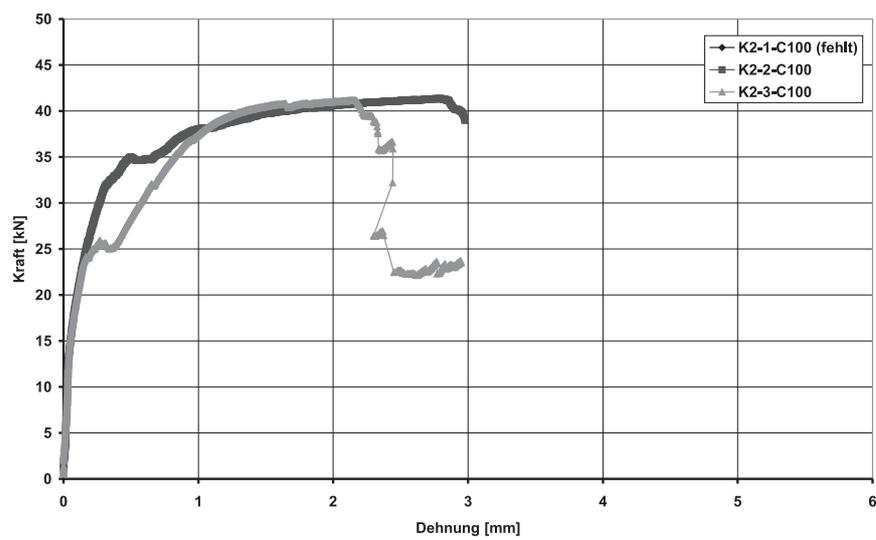


Bild D.8: Zugkraft-Dehnungs-Kurven Knotenlage 2 Beton C100/115

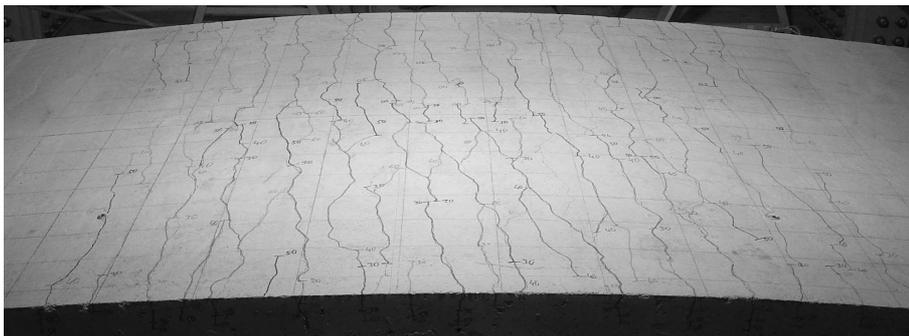
# Anhang E

## Versuchsergebnisse – Stahlbetonplatten

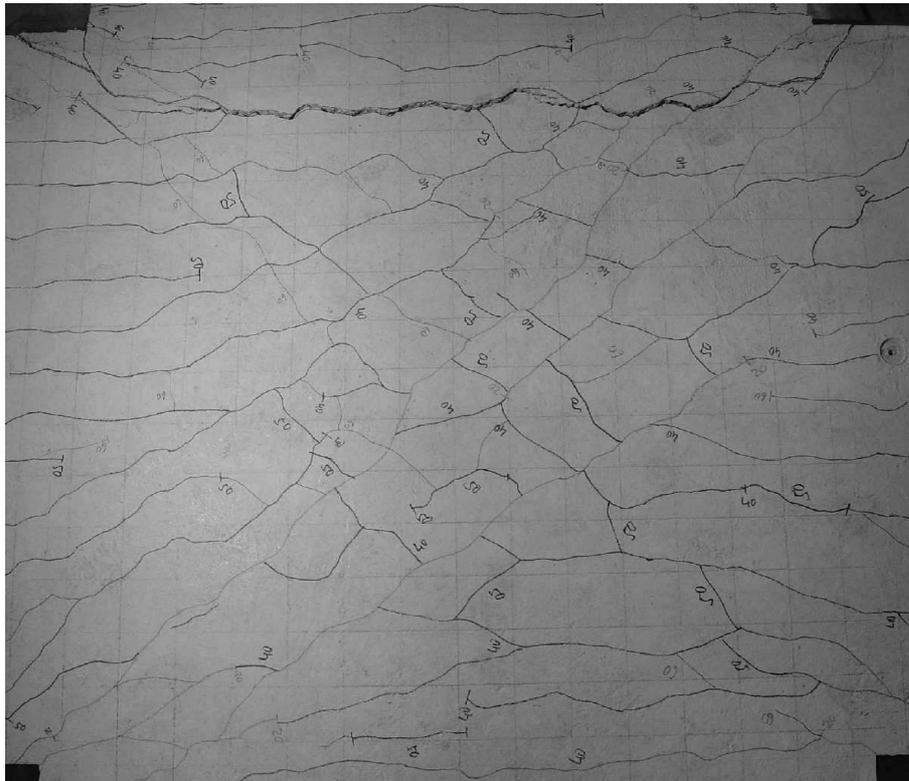
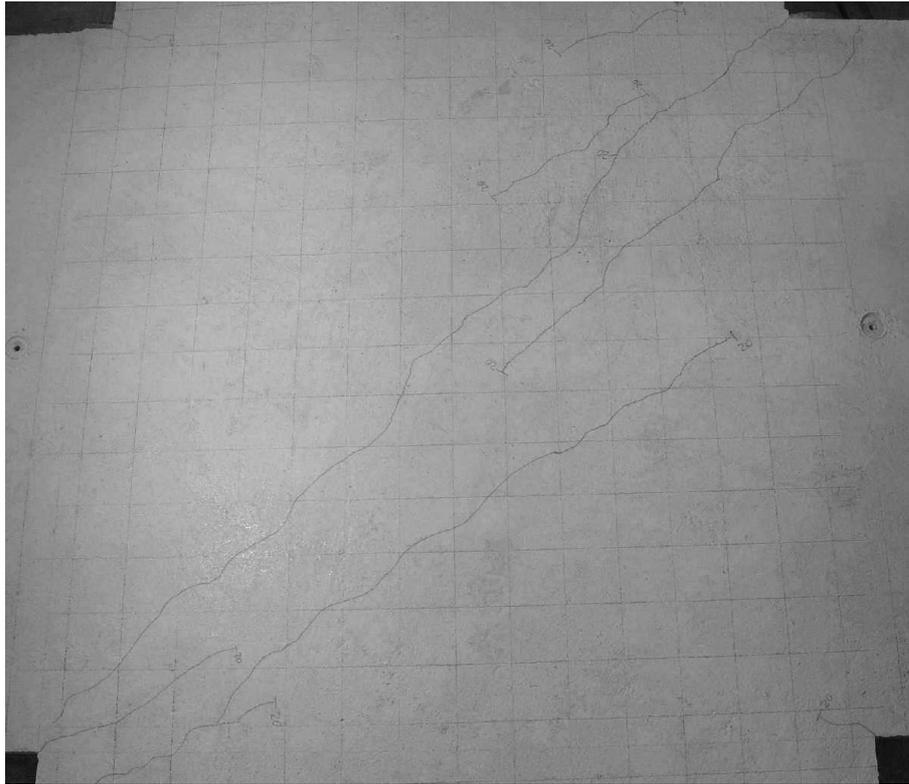
### E.1 Rissbilder

Nachfolgend werden die Rissbilder der Plattenversuche dargestellt. Dazu wird für jeden Versuch im oberen Bild die Situation zum Zeitpunkt des beobachteten Erstrisses dargestellt. Das untere Bild zeigt den Versuchskörper nach dem Test mit abgeschlossenem Rissbild. Lediglich bei Versuch P00Tast liegt kein Erstrissbild vor. Während der Versuchsdurchführung wurden die nach und nach entstehenden Risse bei bestimmten Lastniveaus verschiedenfarbig markiert. Der Übersichtlichkeit halber wurde auf eine farbige Darstellung hier verzichtet, die Beschreibung der Rissbildung während der Versuchsdurchführung erfolgt u.a. in Kapitel 6.

Der Einfluss der Richtung der Bewehrung auf die Rissbildung und damit auf das endgültige (abgeschlossene) Rissbild wurde in Kapitel 5 erläutert, kann aber anhand der auf die Versuchskörper aufgezeichneten Bewehrung auch den nachfolgenden Bildern entnommen werden.

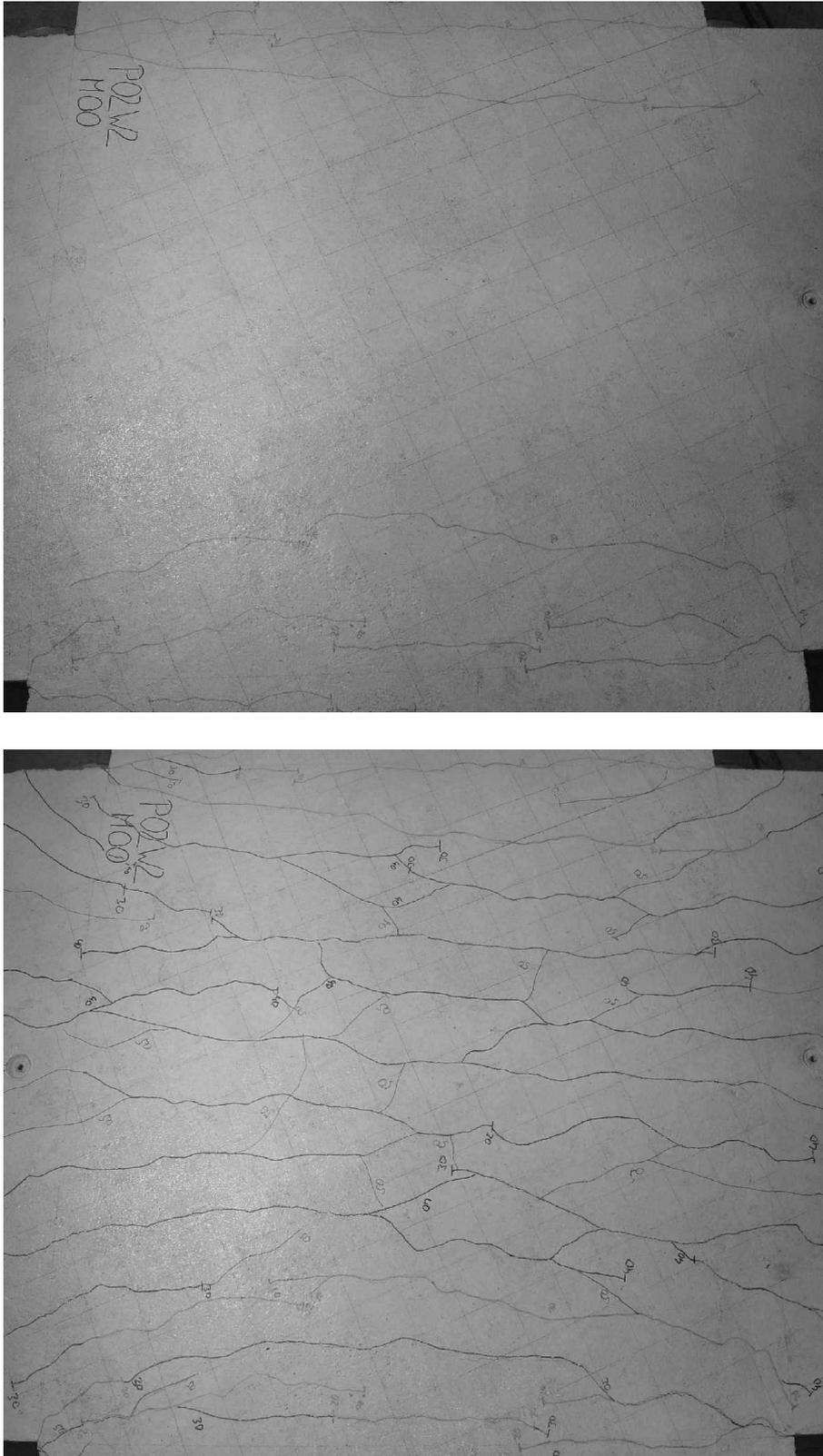


**Bild E.1:** Rissbild P00Tast (abgeschlossenes Rissbild)



**Bild E.2:** Rissbild P01W1M00

oben: Bei diesem Versuch wurde der Versuchskörper wahrscheinlich nicht genau genug auf dem Auflager ausgerichtet, so dass als Erstriss ein diagonaler "Entspannungs"-Riss entstand.



**Bild E.3:** Rissbild P02W2M00

Die Versuchskörper P02W2M00, P03W3M00, P04W1M05 und P07W1M10 wurden auf Elastomerstreifen gelagert, um Spannungspitzen zu vermeiden.

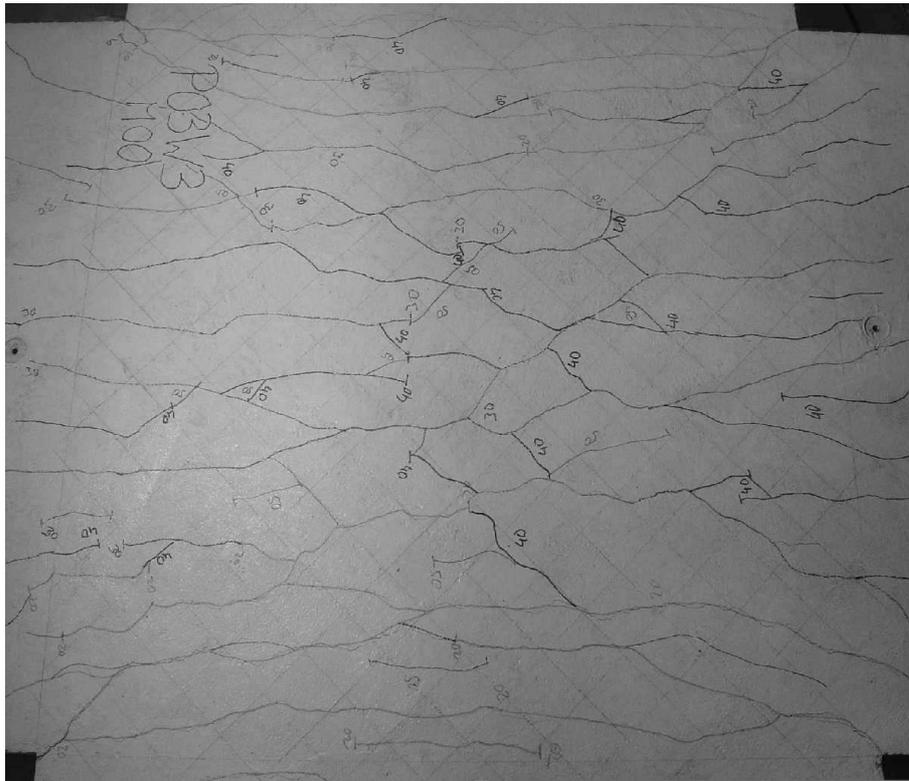
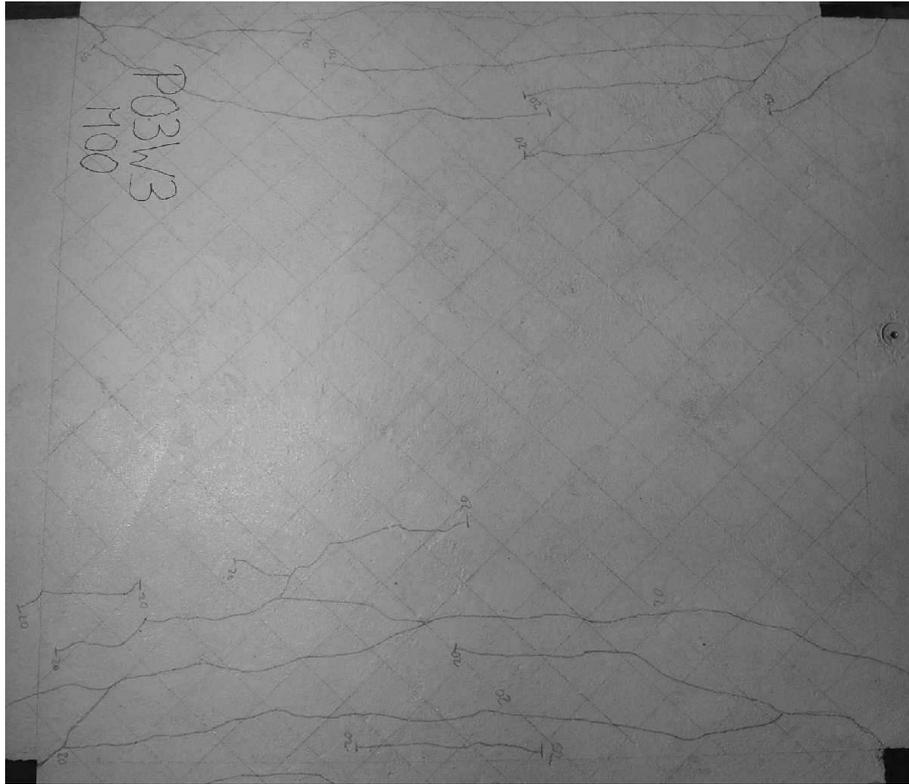
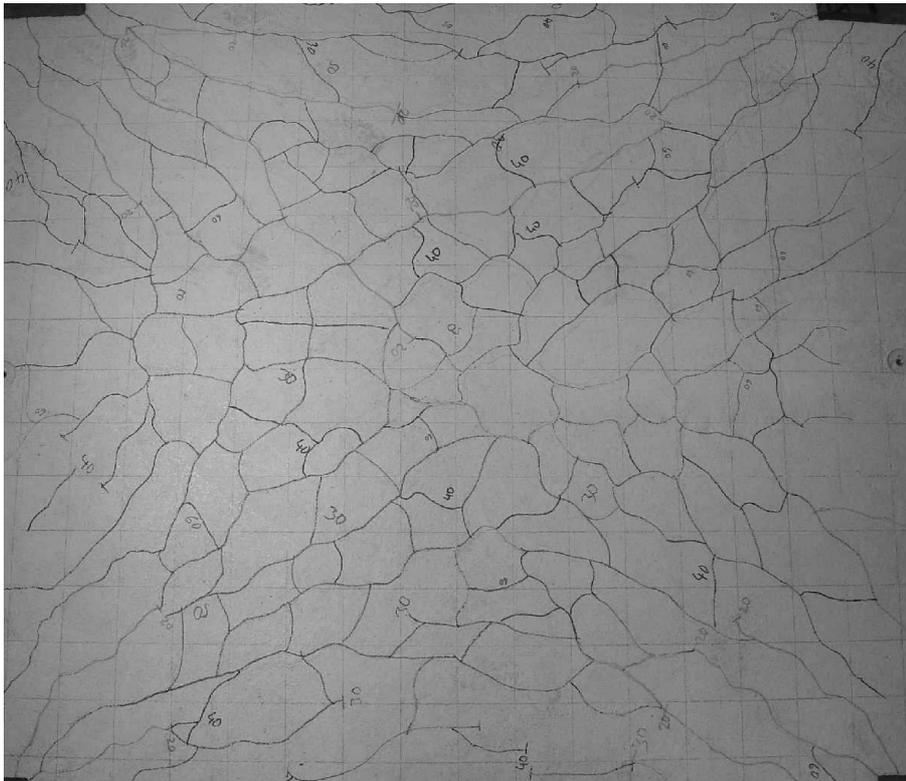
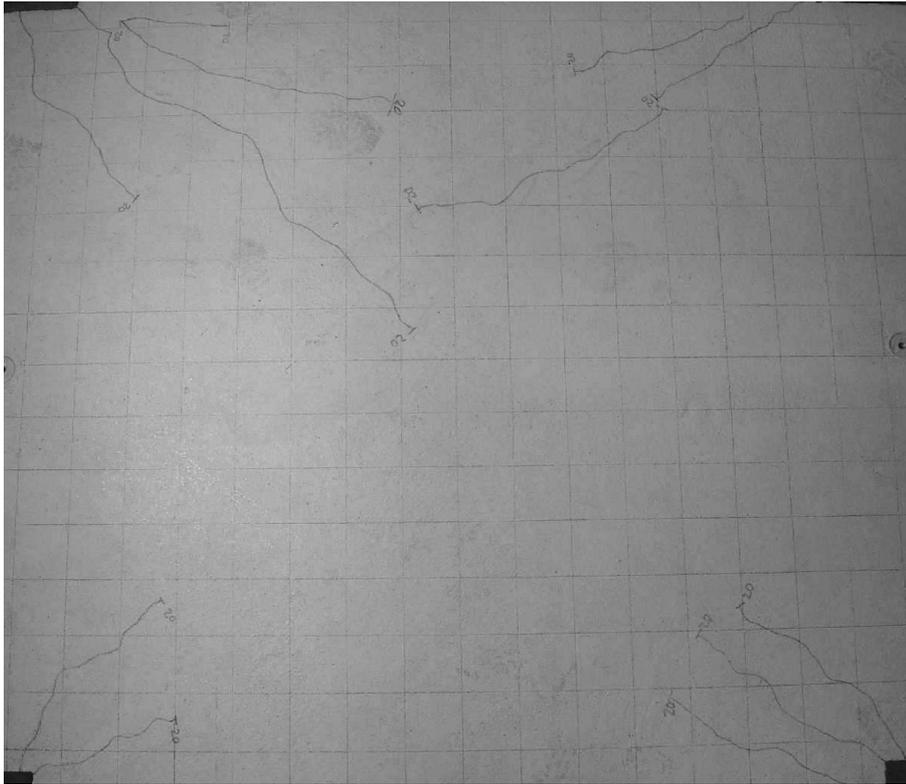
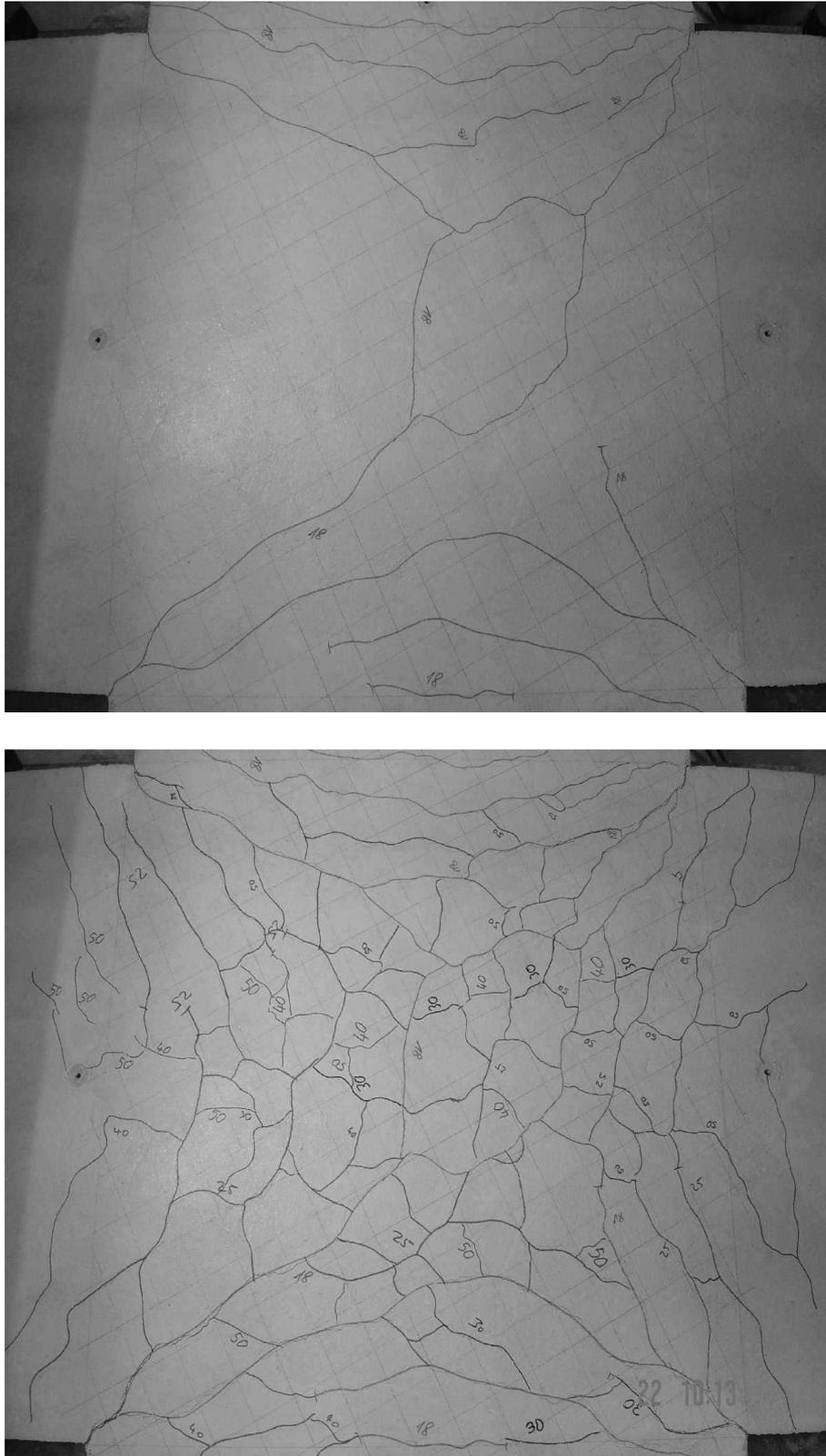


Bild E.4: Rissbild P03W3M00



**Bild E.5:** Rissbild P04W1M05



**Bild E.6:** Rissbild P05W2M05

Die Versuchskörper P05W2M05, P06W3M05 und P08W2M10 bis P15W3M10 wurden auf einem Mörtelbett gelagert, um Spannungspitzen und eine Absenkung zu vermeiden.

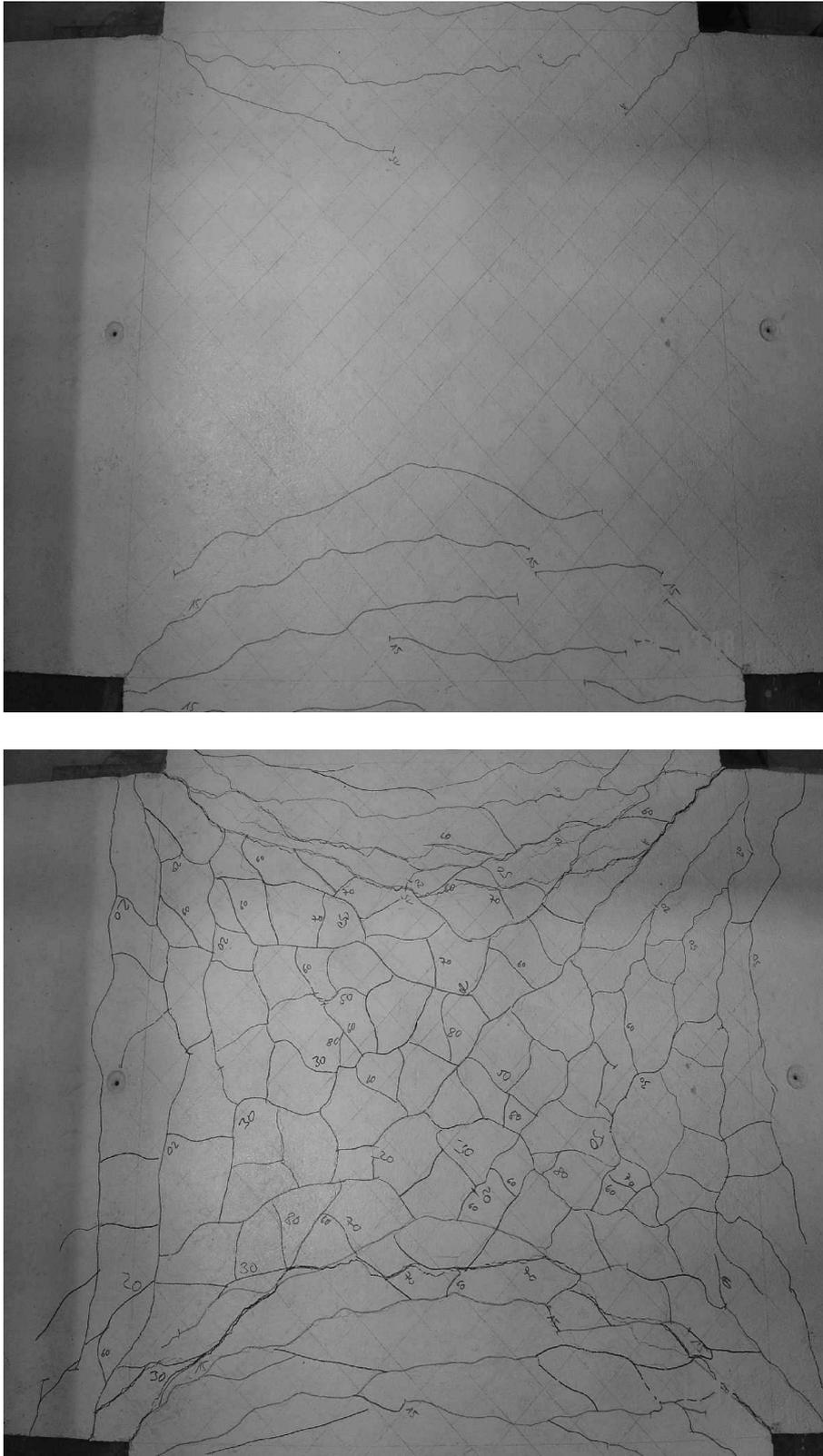
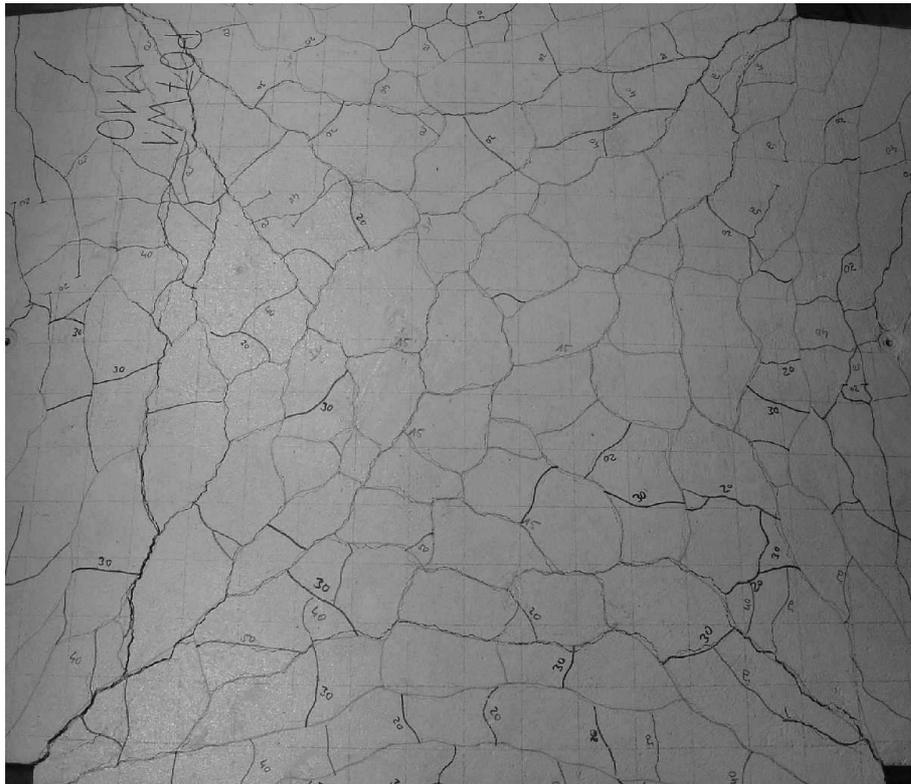
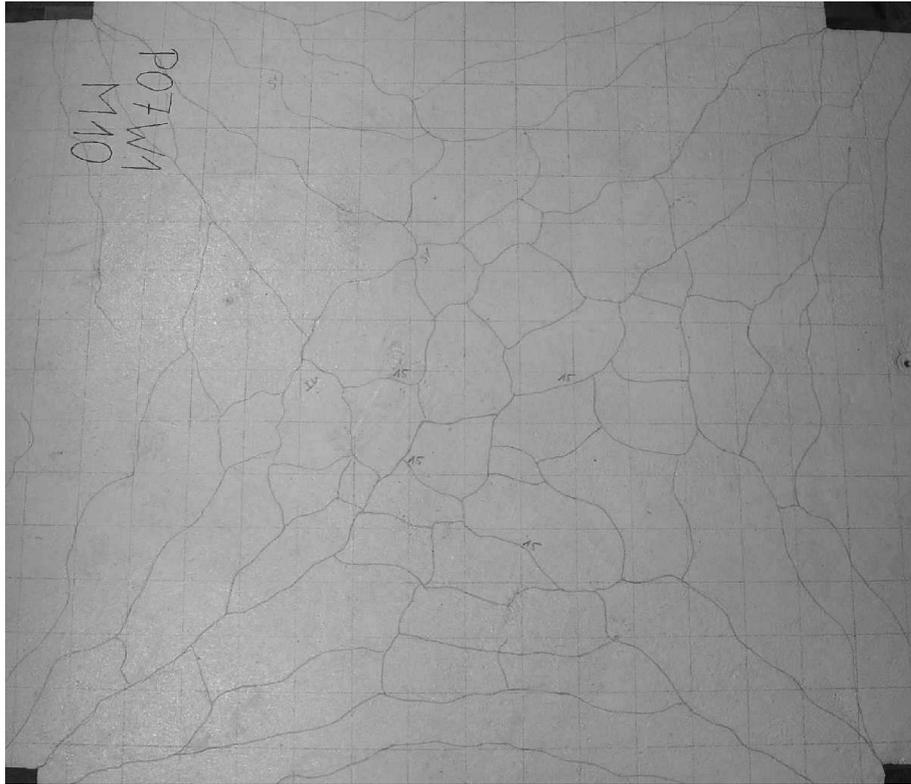


Bild E.7: Rissbild P06W3M05



**Bild E.8:** Rissbild P07W1M10

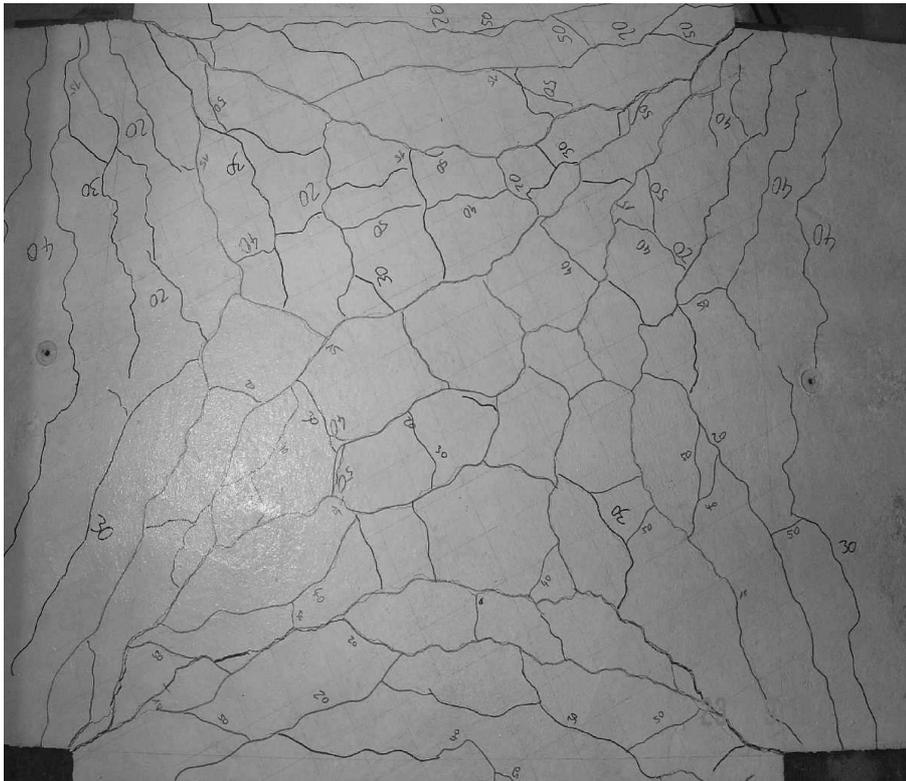
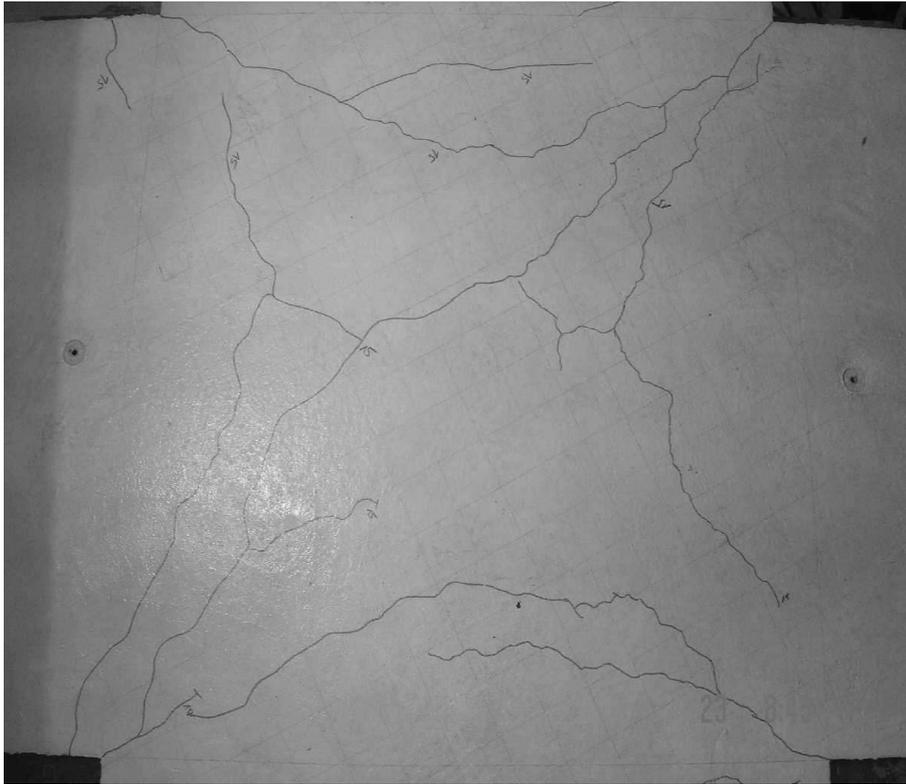


Bild E.9: Rissbild P08W2M10

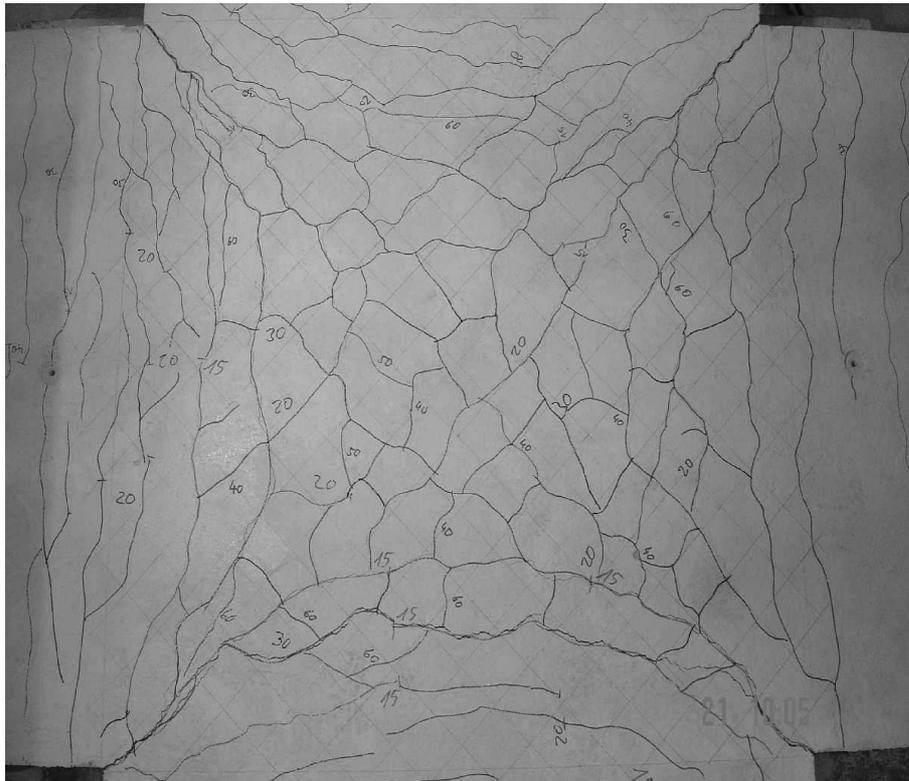
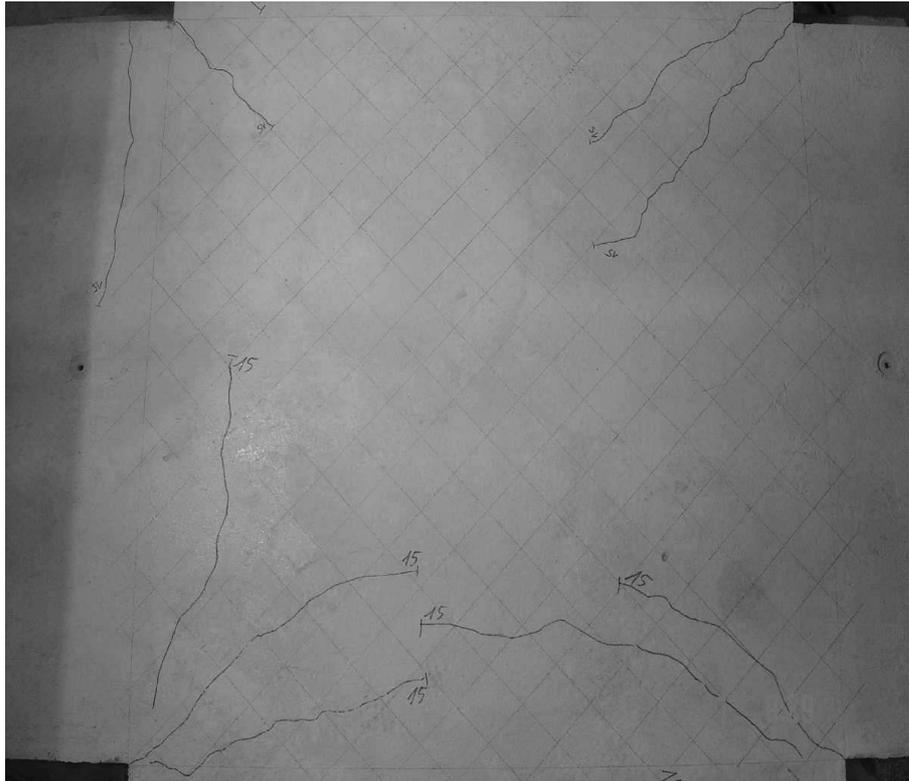
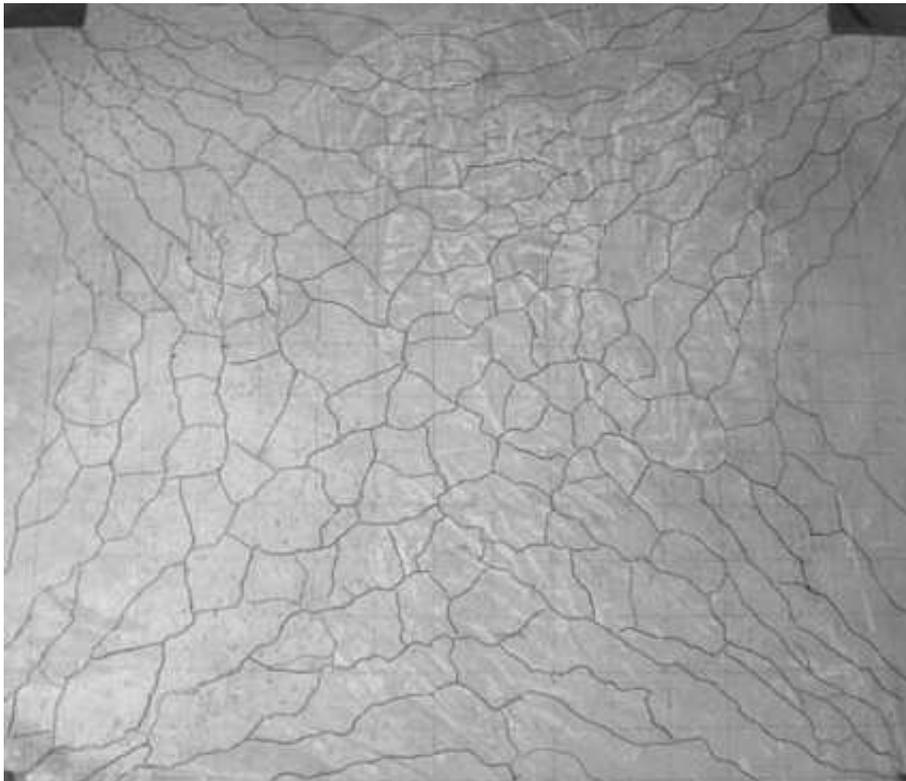
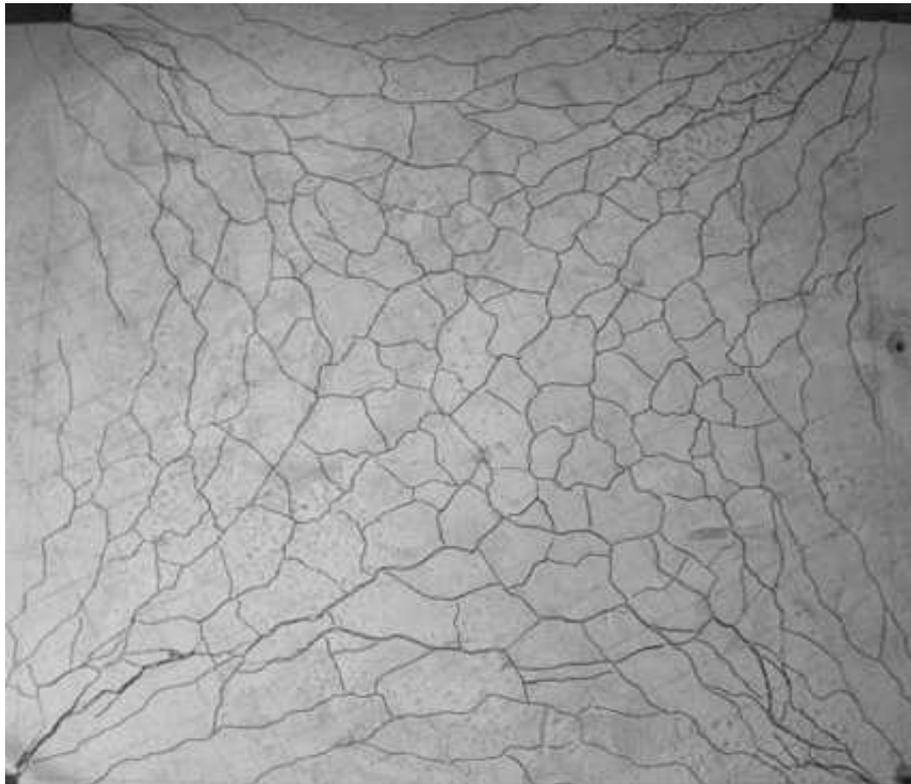


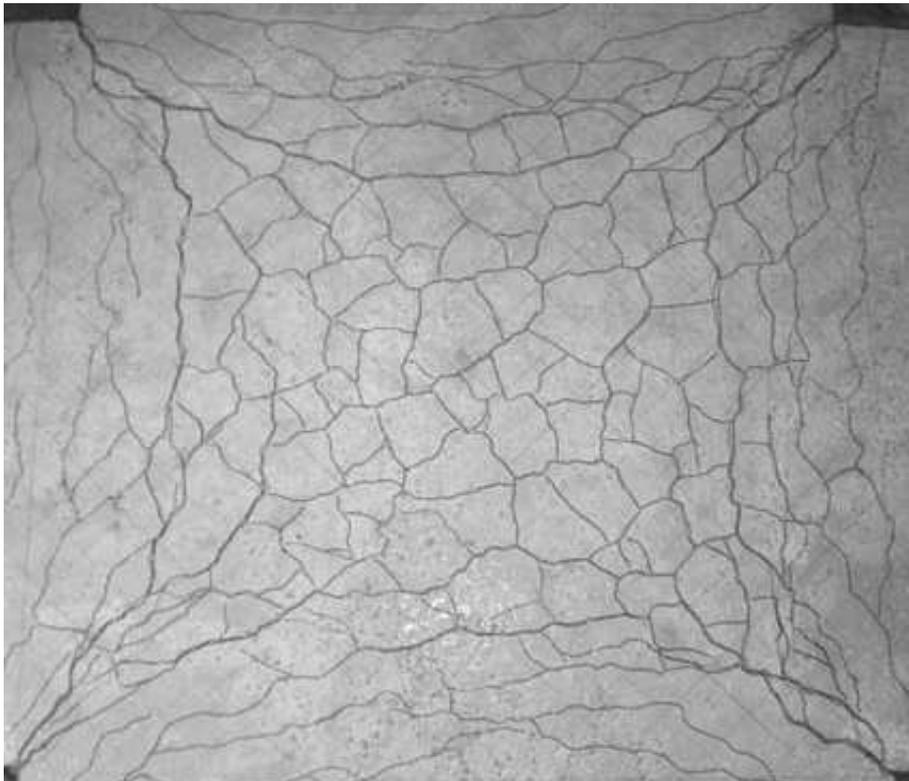
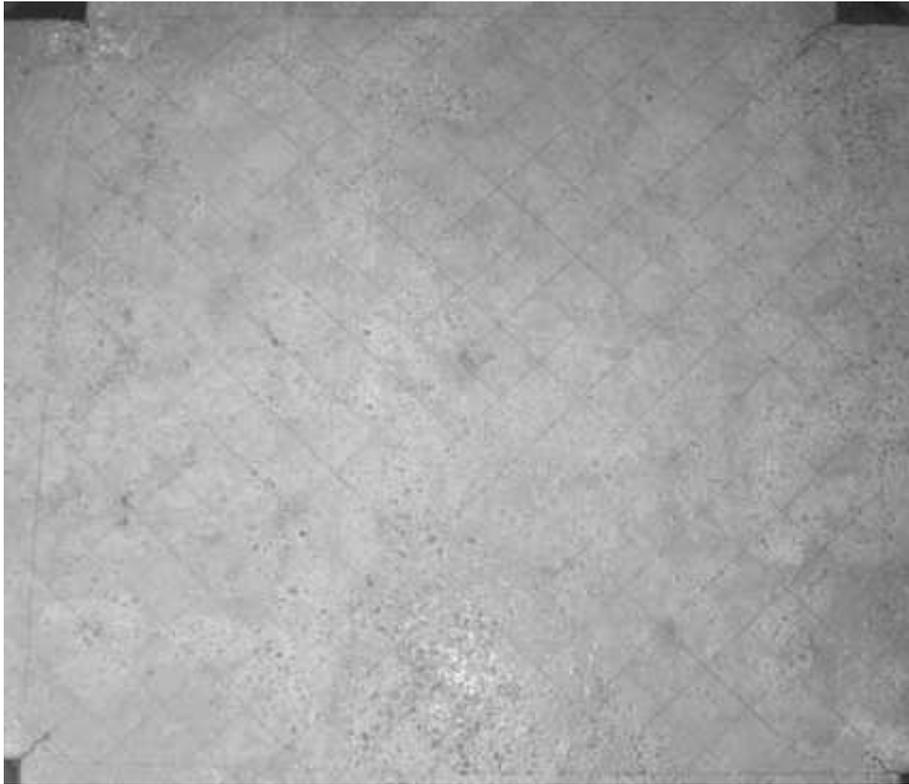
Bild E.10: Rissbild P09W3M10



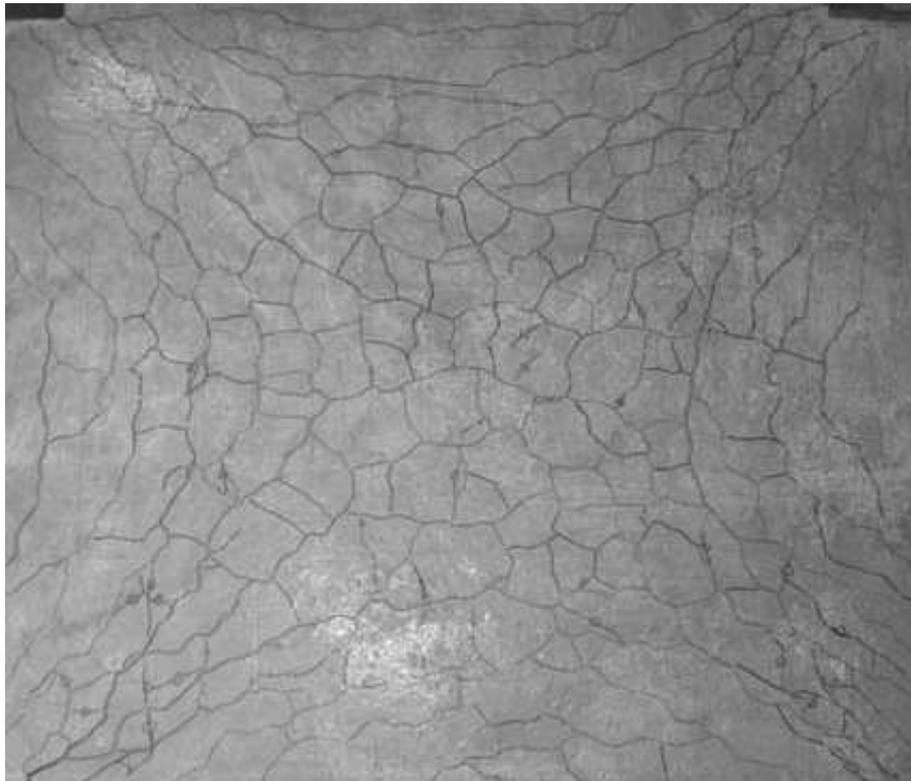
**Bild E.11:** Rissbild P10W1M10



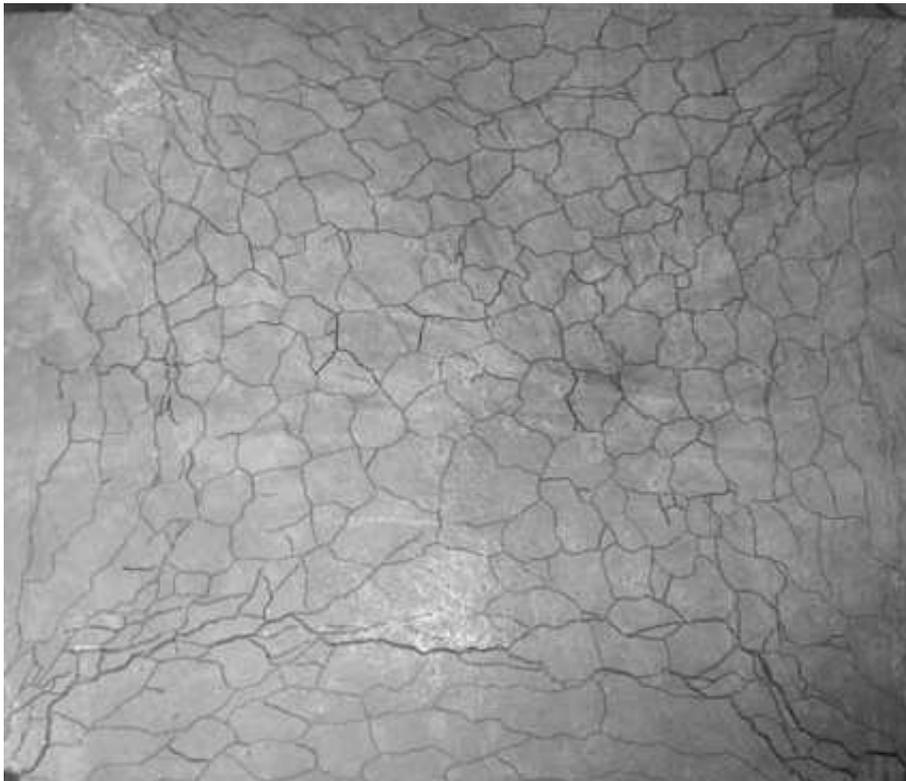
**Bild E.12:** Rissbild P11W2M10



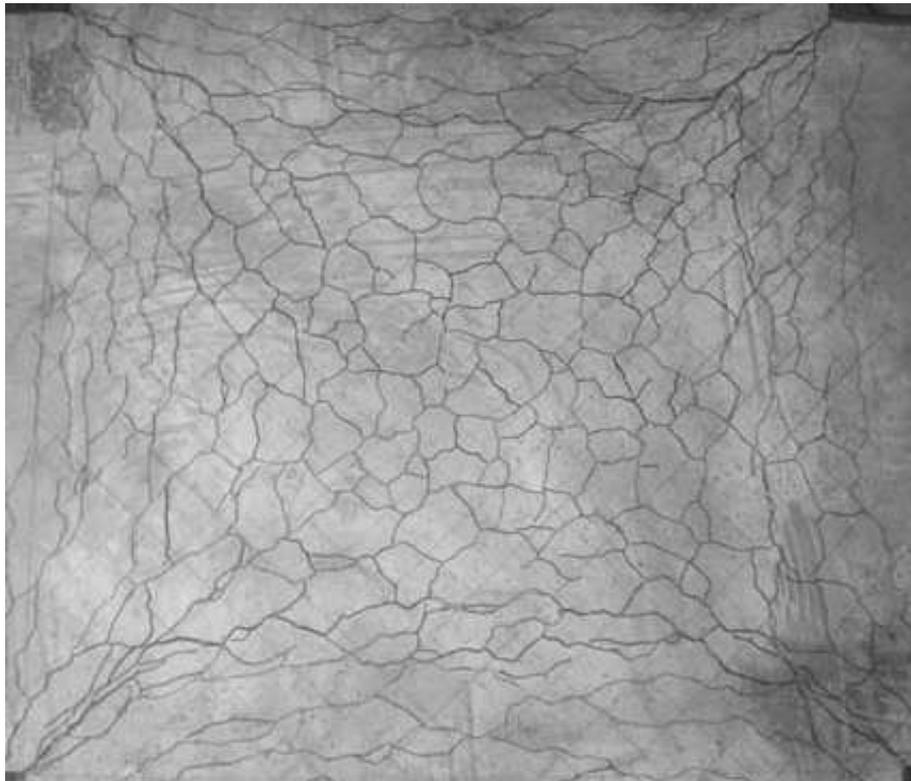
**Bild E.13:** Rissbild P12W3M10



**Bild E.14:** Rissbild P13W1M10



**Bild E.15:** Rissbild P14W2M10



**Bild E.16:** Rissbild P15W3M10

## E.2 Last–Verformungs–Kurven

Nach der Darstellung der Rissbilder aller 16 Versuchsplatten folgen die zugehörigen Last–Verformungs–Kurven in Form von Moment–Durchbiegungs–Diagrammen. Auf der Ordinate sind die aufgebrauchten Biegemomente in  $[kNm]$  und auf der Abszisse die Durchbiegung in Plattenmitte in  $[mm]$  aufgetragen. Die Diagramme sind mit vergleichbarer Achseneinteilung versehen. Die Versuche wurde weggesteuert durchgeführt, um anhand der Kurvenverläufe die maximale Tragfähigkeit zu erkennen und den nachfolgenden abfallenden Ast eindeutig zu identifizieren.

Beim Tastversuch P00Tast sind die Durchbiegungen größer als bei den folgenden Versuchen, der Maximalwert wurde hier bei ca.  $55\text{ mm}$  Durchbiegung erreicht.

Die Versuchskörper P02, P03, P04 und P07 wurden auf Elastomerstreifen gelagert, um Rissbildung in folge von Spannungsspitzen zu vermeiden. Dies hatte allerdings zur Folge, dass die Verformungen des Elastomers bei der Versuchsauswertung herausgerechnet werden mussten. Dazu war es nötig das Last–Verformungs–Verhalten des Elastomers in einem eigenen Versuch aufzuzeichnen, um es mit dem Verlauf der Platten zu überlagern.

Die Last–Verformungs–Kurven der Querrichtung der Serien B und C werden der Vollständigkeit halber gezeigt. Bei Serie B fällt der stärker gezackte Verlauf der Kurven auf. Bei dieser Versuchsserie wurden die Platten mit dem Momentenverhältnis  $\mu_{qt} = 0,5$  beansprucht, d.h. die Querrichtung wurde mit der Hälfte der Last in Längsrichtung beaufschlagt. Der Kurvenverlauf ist einerseits in der etwas mühevollen manuellen Steuerung der Zylinderpaare zu begründen und andererseits lässt er erkennen, dass Umlagerungen innerhalb der Platte stattfinden. Die in den Bildern E.19 und E.20 markierten Bereiche zwischen  $8\text{ mm}$  und  $10\text{ mm}$  Durchbiegung zeigen beispielhaft eine solche Umlagerung. Nachdem in der Längsrichtung bei etwa  $9\text{ mm}$  Durchbiegung das Moment von  $47,5\text{ kNm}$  um  $2,5\text{ kNm}$  auf  $45\text{ kNm}$  abfällt, erhöht sich das Moment in der Querrichtung von etwa  $22\text{ kNm}$  um  $7\text{ kNm}$  auf  $29\text{ kNm}$ . Bei Serie C zeigen die Kurven einen deutlich gleichmäßigeren Verlauf, trotzdem ist das gleiche Verhalten erkennbar, beispielsweise bei Platte P08 zwischen  $14\text{ mm}$  und  $16\text{ mm}$  oder bei Platte P07 am Ende der Kurve, bevor der abfallende Ast beginnt (Bilder E.21 und E.22).

Die Last–Verformungs–Kurven der Serien D und E zeigen die Bilder E.23 und E.24. Die Verläufe der Querrichtung sind aus Platzgründen nicht zusätzlich dargestellt, da sie affin zu den Verläufen der Längsrichtung sind. Die Kurven zeigen, dass die Tragfähigkeit bei  $0^\circ$ –Bewehrungsrichtung am größten ist und die beiden anderen Tragfähigkeiten bei  $22,5^\circ$  und  $45^\circ$ –Bewehrungsrichtung auf gleichem Niveau liegen. Am Verlauf lässt sich erkennen, dass die Platten mit  $22,5^\circ$  und  $45^\circ$  im Bereich direkt nach Beginn der Rissbildung geringfügig über der Platte mit  $0^\circ$  liegen und sich die Kurven, unabhängig von der Betonfestigkeit, zwischen  $9$  und  $10\text{ mm}$  kreuzen. Somit sind die Platten mit der geneigten Bewehrung zuerst steifer und ab dem Kreuzungspunkt nimmt die Steifigkeit deutlich ab. Die Tragfähigkeit wächst nur unterproportional zur Steigerung der Betonfestigkeit. Vergleicht man die Betonfestigkeiten der  $0^\circ$ –Platten bei Serie D und E, so ergibt sich ein Verhältnis von  $f_{c,0,E}/f_{c,0,D} = 90,14/76,80 = 1,17$ . Das Verhältnis der Tragfähigkeiten beträgt  $M_{0,E}/M_{0,D} = 72/69 = 1,04$ . Das heißt, trotz einer Festigkeitserhöhung von  $17\%$  erhöht sich die Traglast nur um etwa  $4\%$ . Bei den  $45^\circ$ –Platten zeigt eine Festigkeitserhöhung von  $19\%$  eine Erhöhung der Traglast von etwa  $3\%$ . Dies zeigt, dass bei zunehmendem Winkel zwischen Bewehrung und Hauptspannung Änderungen im Lastabtragungsmechanismus wirken.

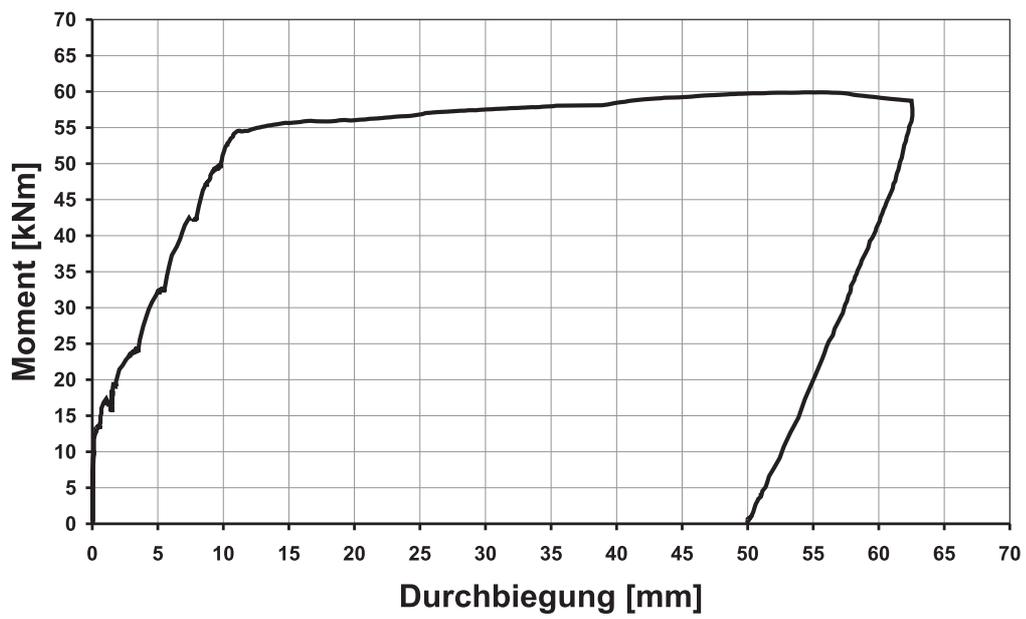
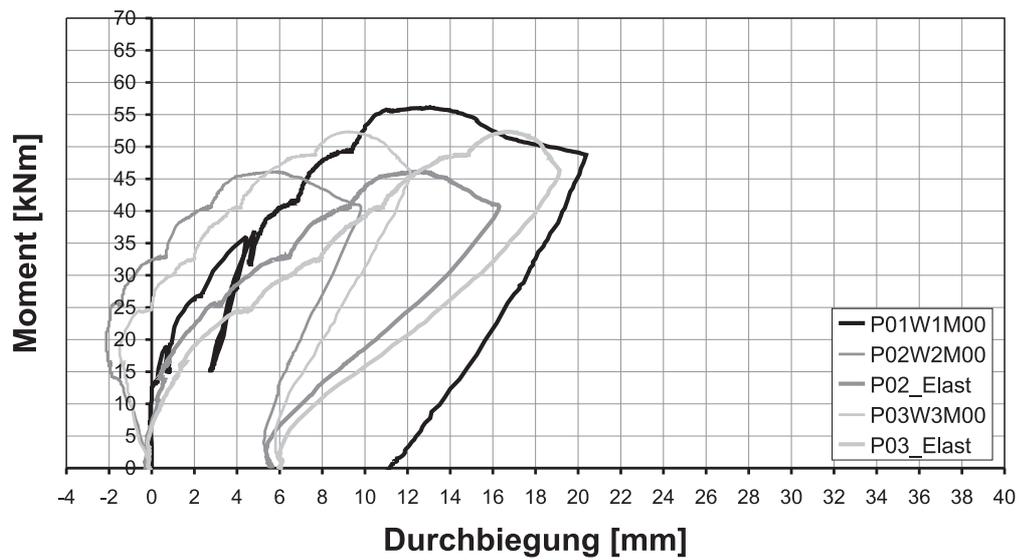
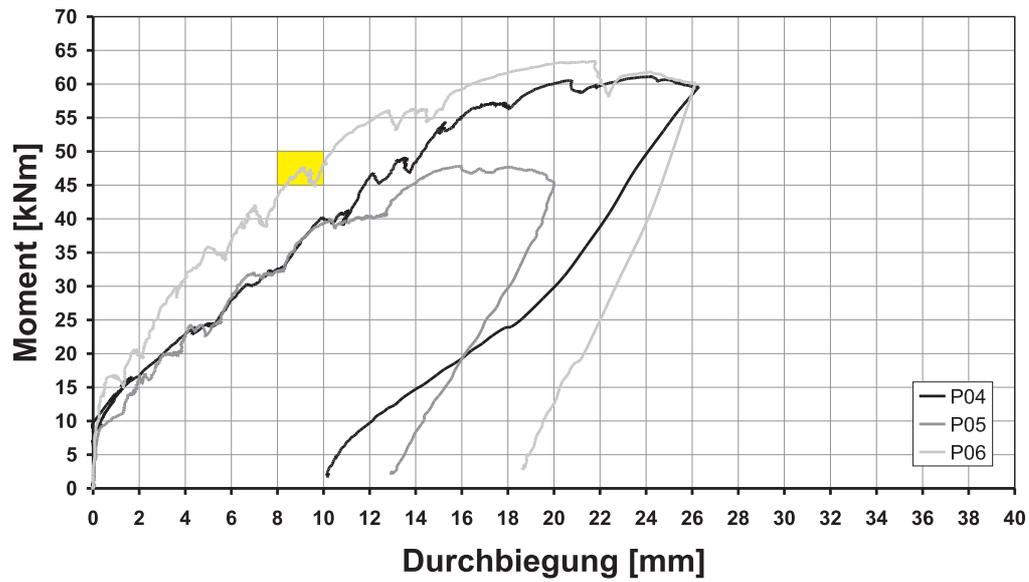
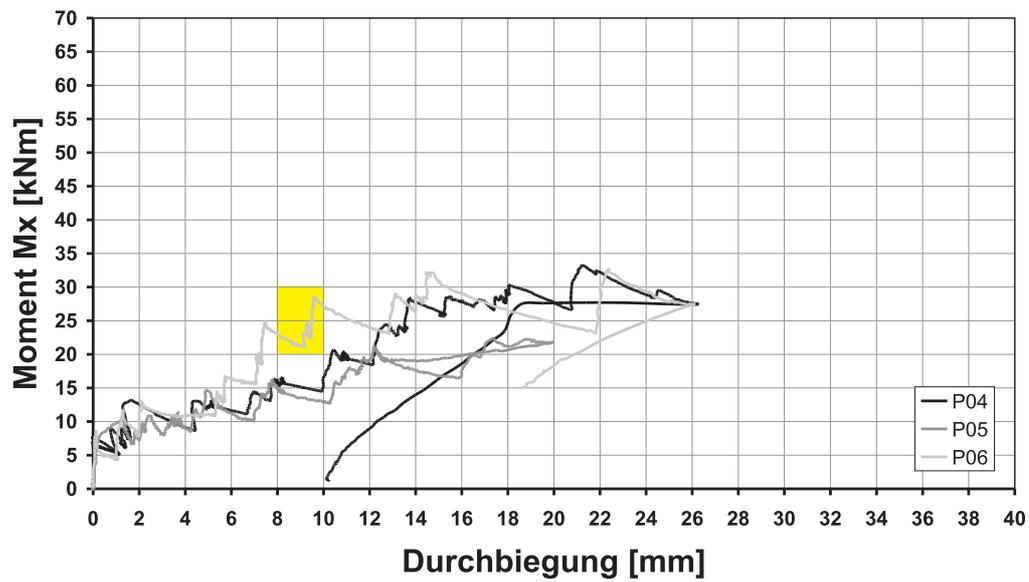
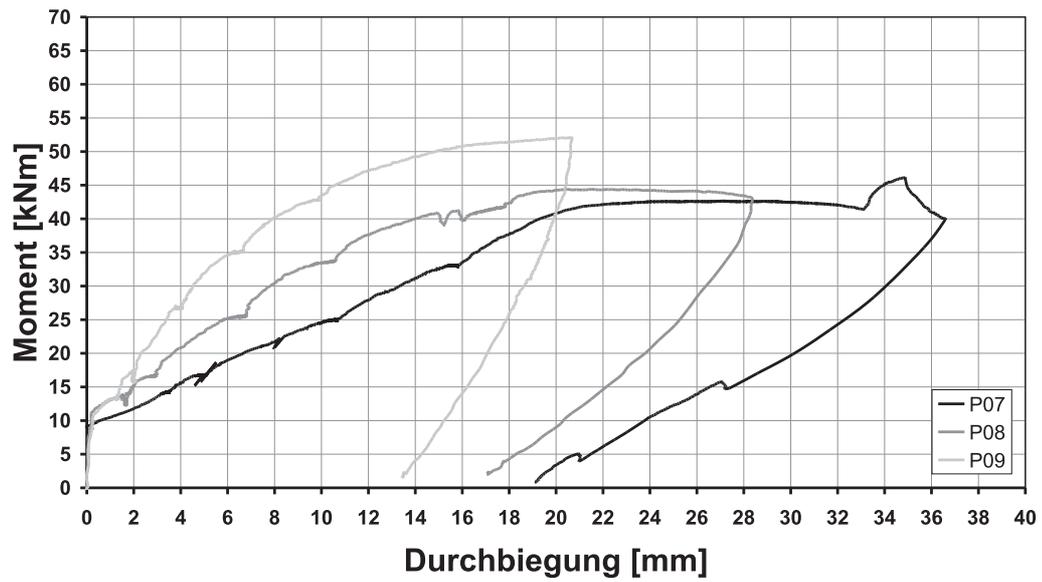
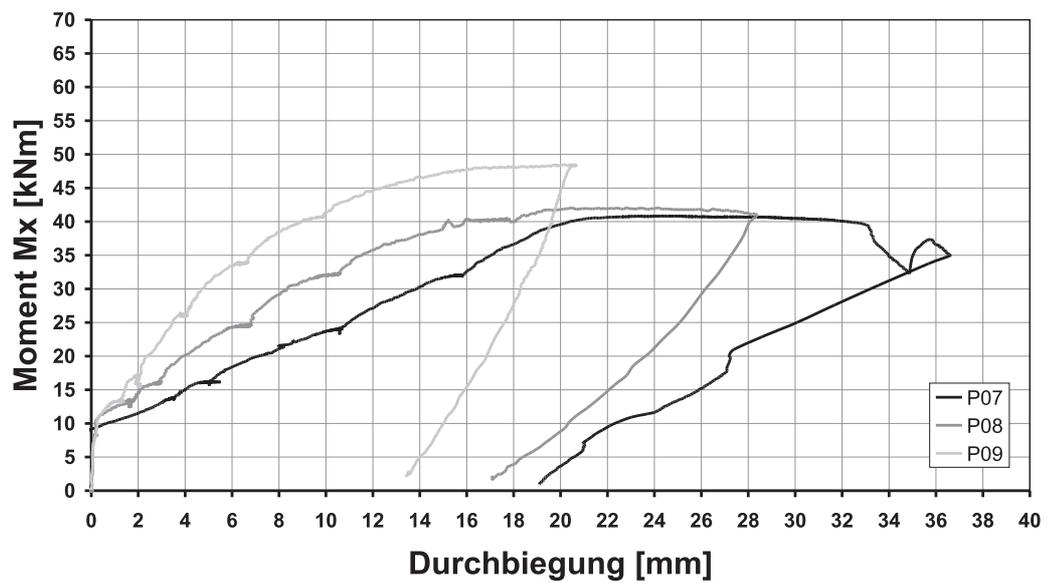


Bild E.17: Moment-Durchbiegungs-Diagramm Tastversuch P00Tast

Bild E.18: Moment-Durchbiegungs-Diagramm Serie A,  $\mu_{qt} = 0,0$

Bild E.19: Moment–Durchbiegungs–Diagramm Serie B,  $\mu_{q1} = 0,5$ Bild E.20: Moment–Durchbiegungs–Diagramm Serie B,  $\mu_{q1} = 0,5$  (Querrichtung)

Bild E.21: Moment-Durchbiegungs-Diagramm Serie C,  $\mu_{ql} = 1,0$ Bild E.22: Moment-Durchbiegungs-Diagramm Serie C,  $\mu_{ql} = 1,0$  (Querrichtung)

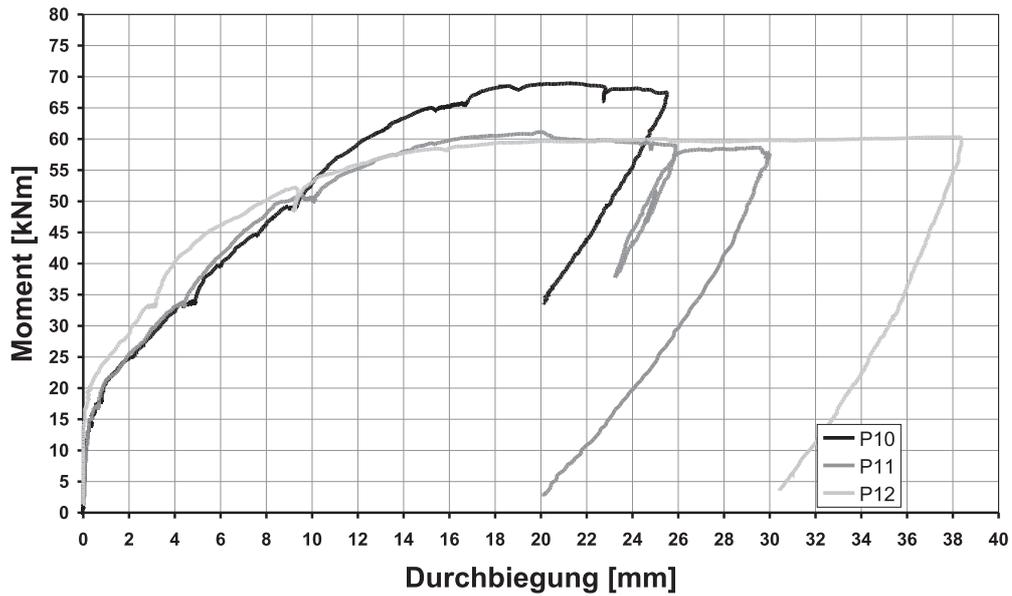


Bild E.23: Moment–Durchbiegungs–Diagramm Serie D,  $\mu_{ql} = 1,0$

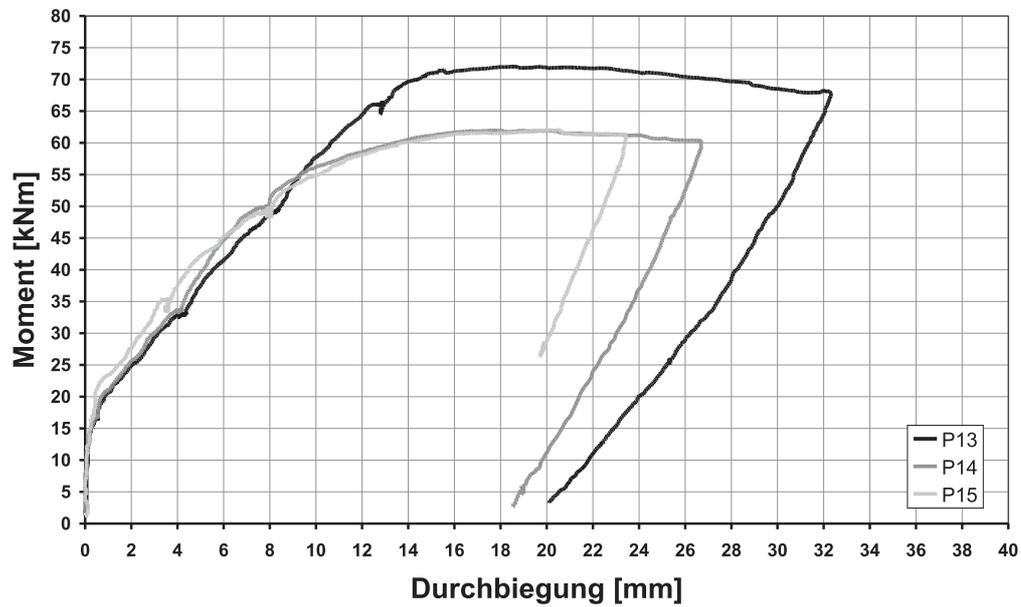


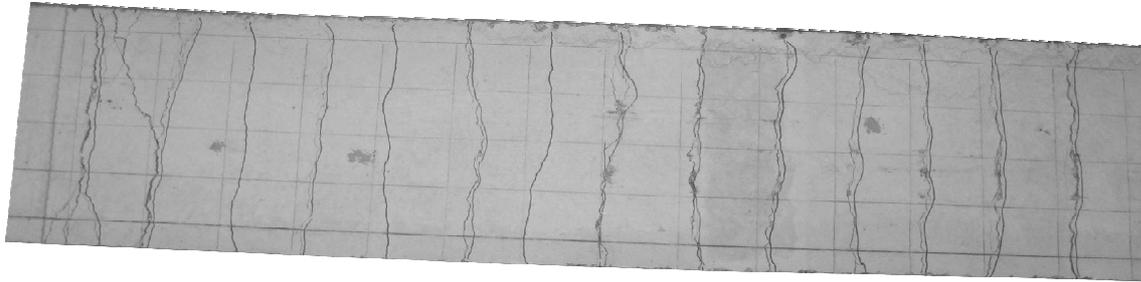
Bild E.24: Moment–Durchbiegungs–Diagramm Serie E,  $\mu_{ql} = 1,0$

# Anhang F

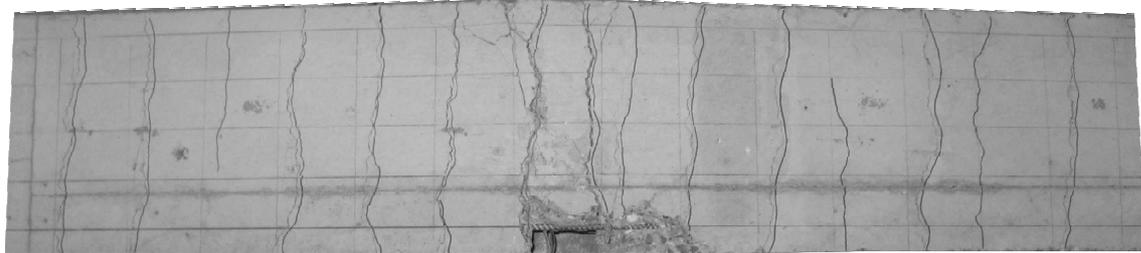
## Versuchsergebnisse – Plattenstreifen

### F.1 Rissbilder

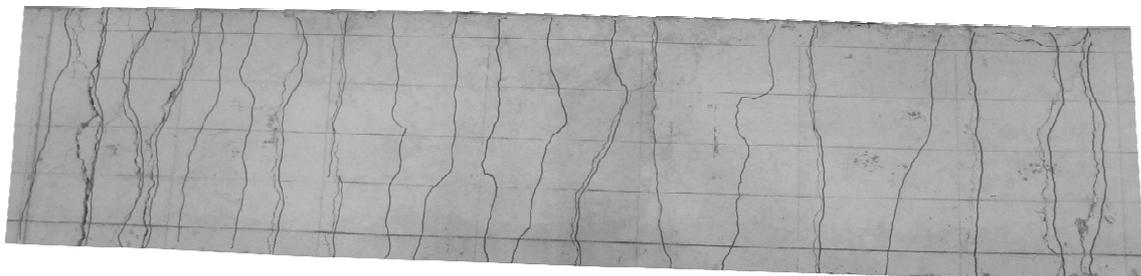
An dieser Stelle werden die Rissbilder der eigenen Versuchsplattenstreifen gezeigt. Es ist erneut auf das bereits in Kapitel 6 beschriebene abweichende Rissbild der Versuchsplattenstreifen PS05Aq20c3 und PS05Bq20c3 hinzuweisen. Es handelt sich bei den folgenden Rissbildern darstellungsbedingt um Bildausschnitte. Dies erklärt auch die unterschiedliche Ausrichtung der einzelnen Bilder. Es sind jeweils die Versuchskörper mit der gleichen Betonüberdeckung in einem Bild zusammengefasst. Die Messung und Berechnung der Rissabstände und deren Einfluss auf das Last-Verformungs-Verhalten ist in den Kapiteln 4 und 6 erklärt.



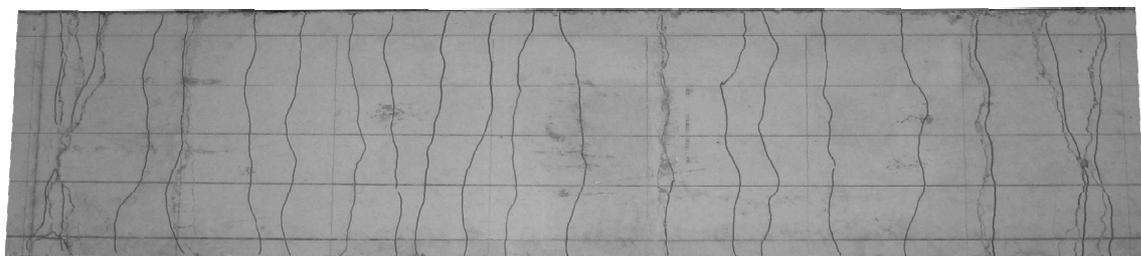
PS01Aq10c1



PS01Bq10c1



PS04Aq20c1

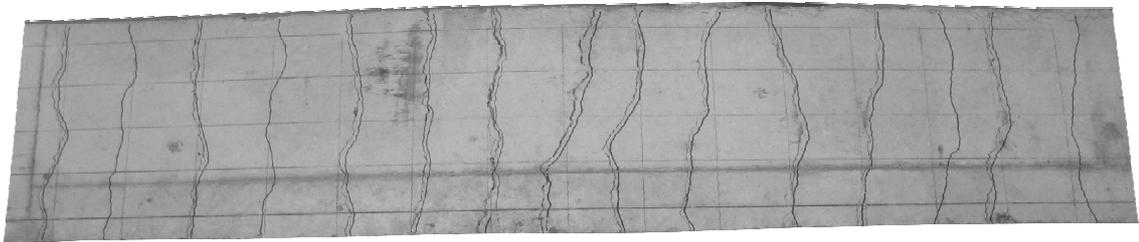


PS04Bq20c1

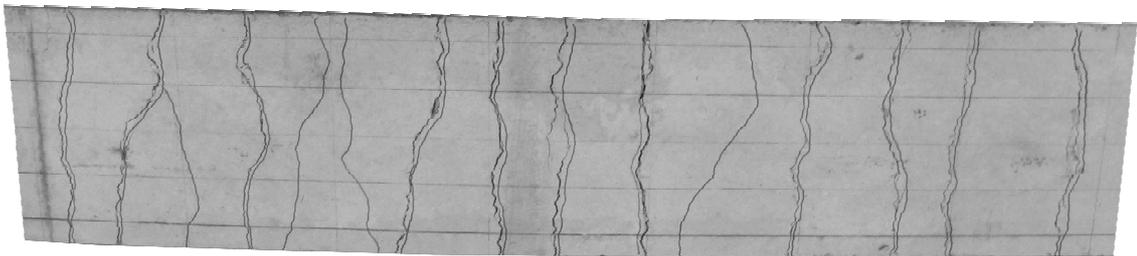
**Bild F.1:** Rissbilder der Plattenstreifen mit einer Betonüberdeckung von  $c_{nom} = 1$  [cm]



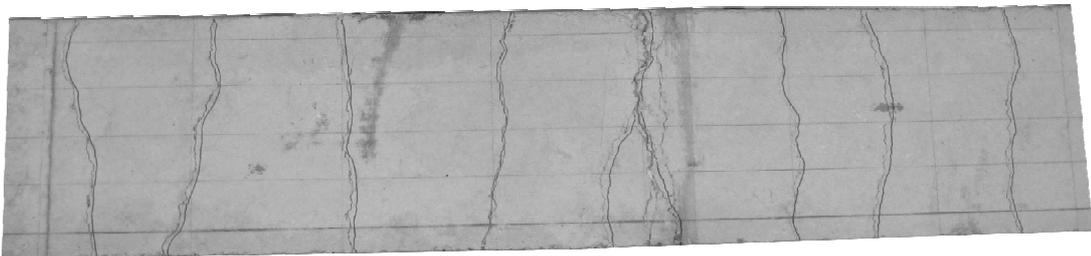
PS02Aq10c3



PS02Bq10c3

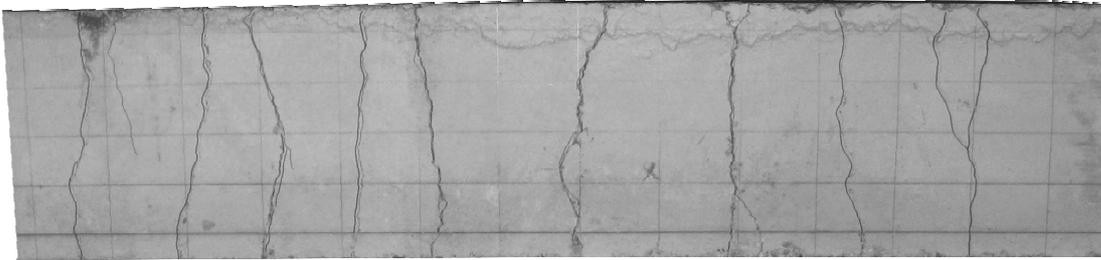


PS05Aq20c3

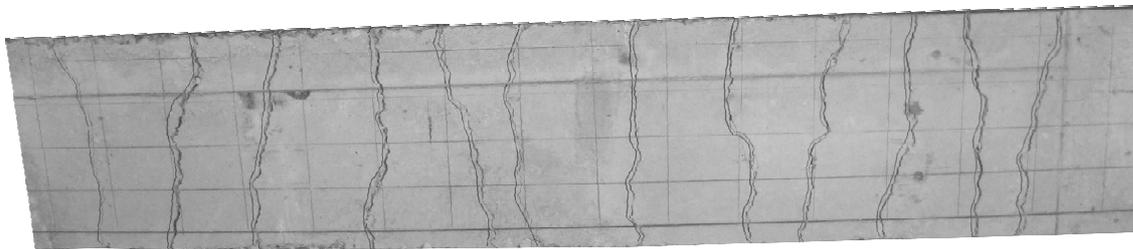


PS05Bq20c3

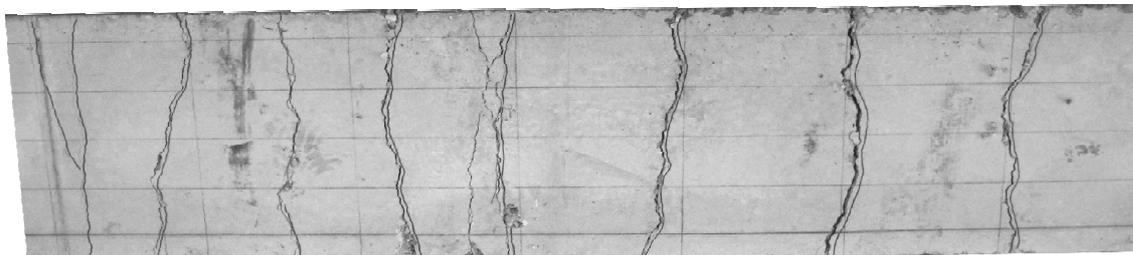
**Bild F.2:** Rissbilder der Plattenstreifen mit einer Betonüberdeckung von  $c_{nom} = 3$  [cm]



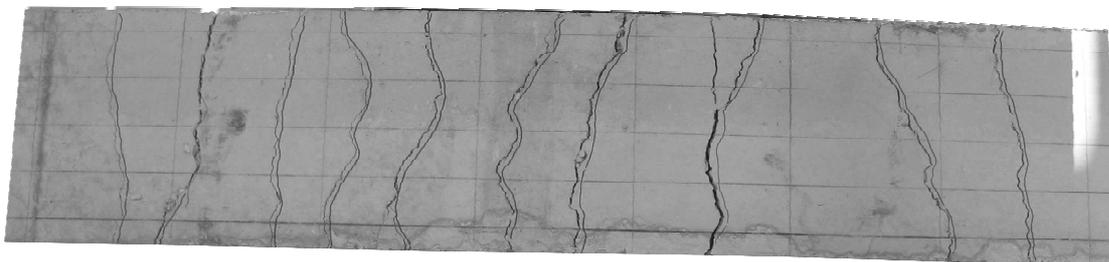
PS03Aq10c5



PS03Bq10c5



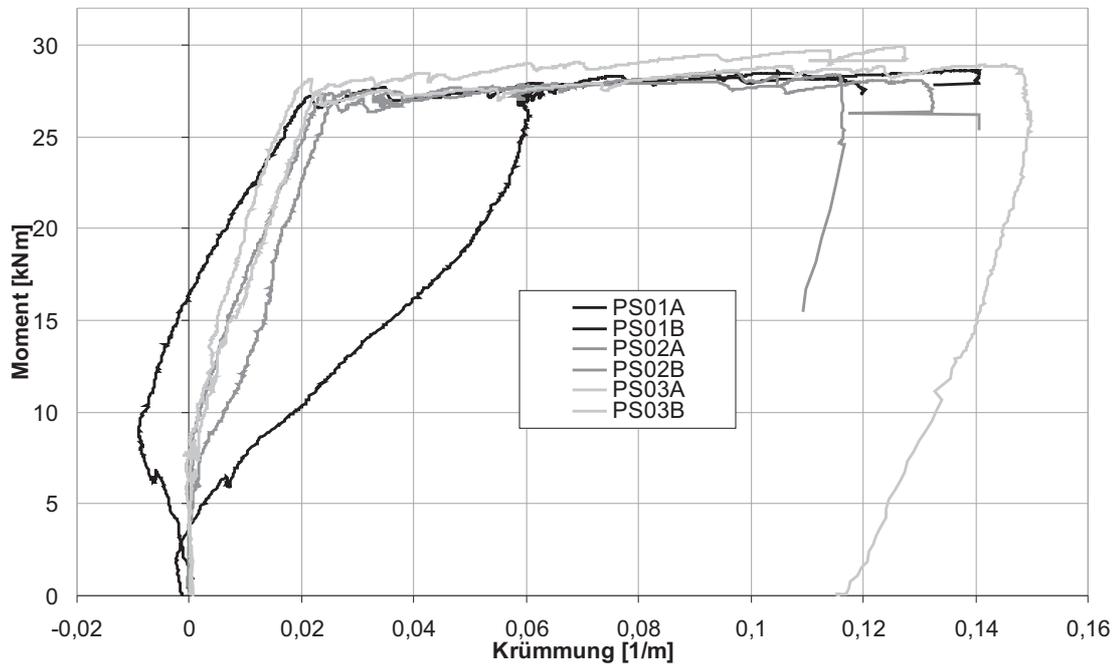
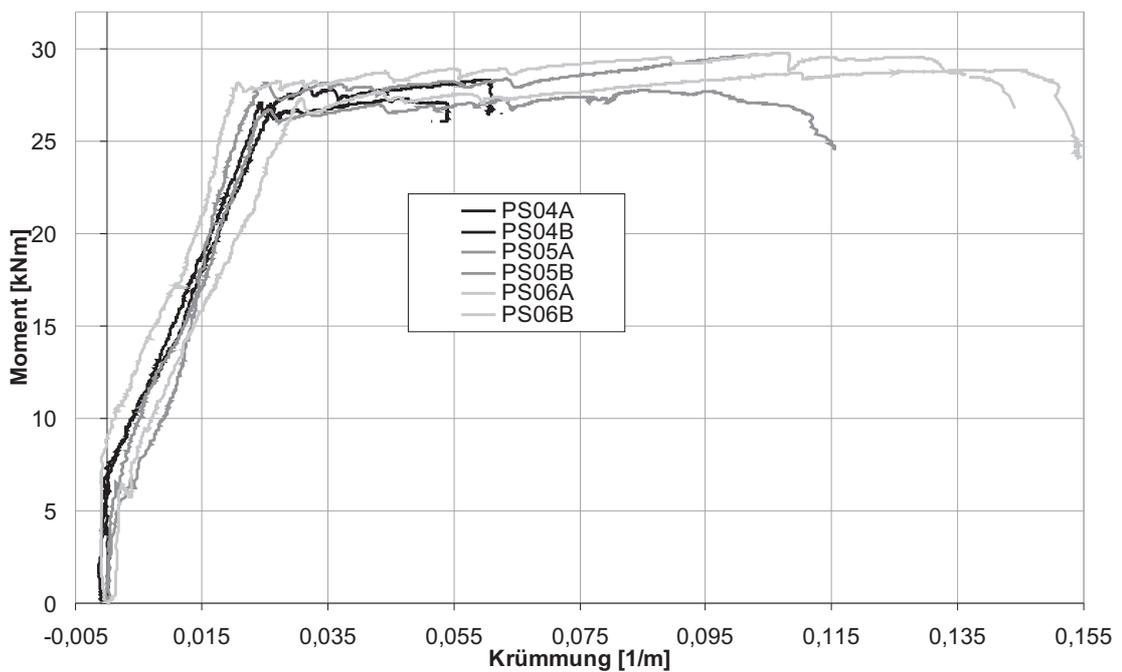
PS06Aq20c5



PS06Bq20c5

**Bild F.3:** Rissbilder der Plattenstreifen mit einer Betonüberdeckung von  $c_{nom} = 5$  [cm]

## F.2 Last-Verformungs-Kurven

Bild F.4: Momenten-Krümmungs-Diagramm der Serie  $q_{10}$ Bild F.5: Momenten-Krümmungs-Diagramm der Serie  $q_{20}$

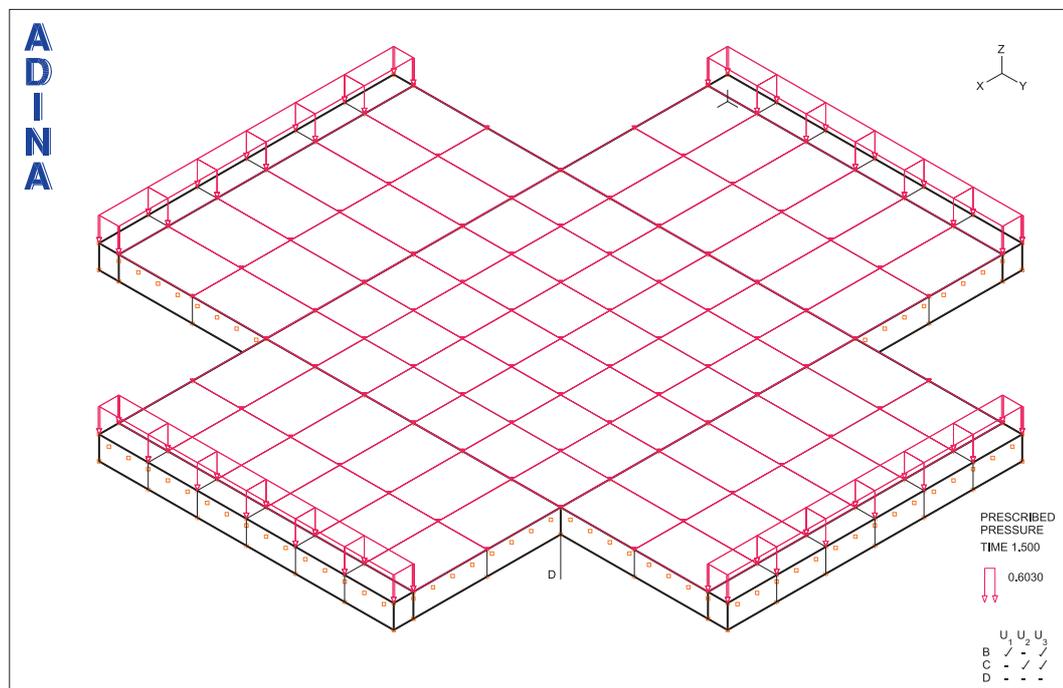
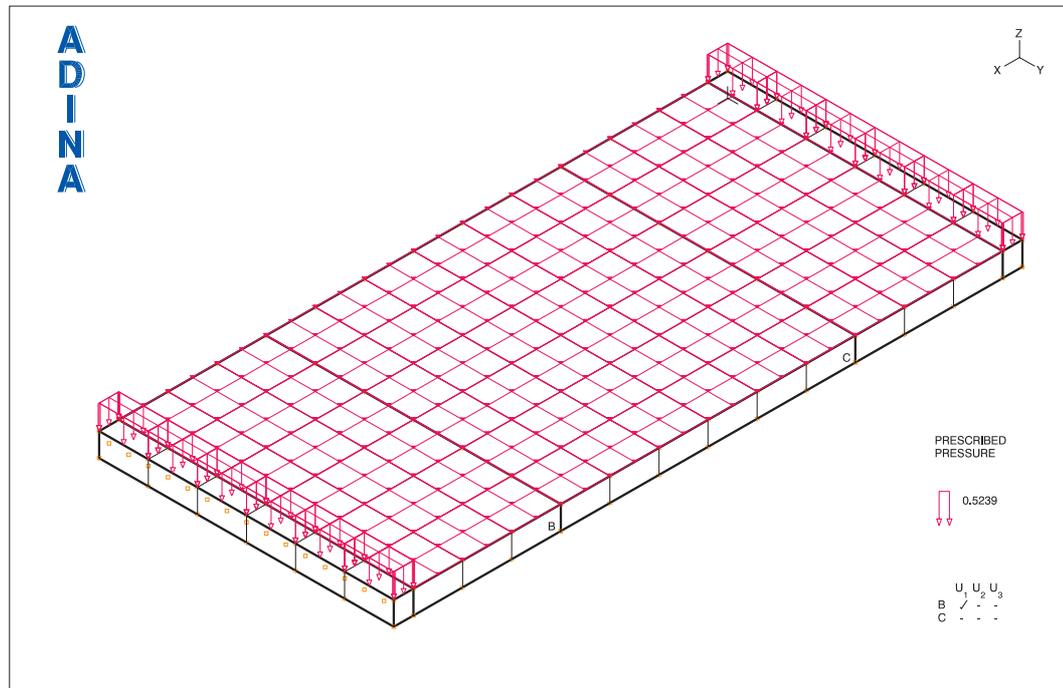
## Anhang G

# Finite Elemente Berechnungen

In diesem Abschnitt sind die in der Finiten Elemente Berechnung mit dem Programmsystem ADINA [1] benutzten Modelle und Ergebnisse dargestellt. Die genauen Angaben zu verwendeten Elementen, Elementansätzen und anderen Randbedingungen sind im Kapitel 5 erläutert.

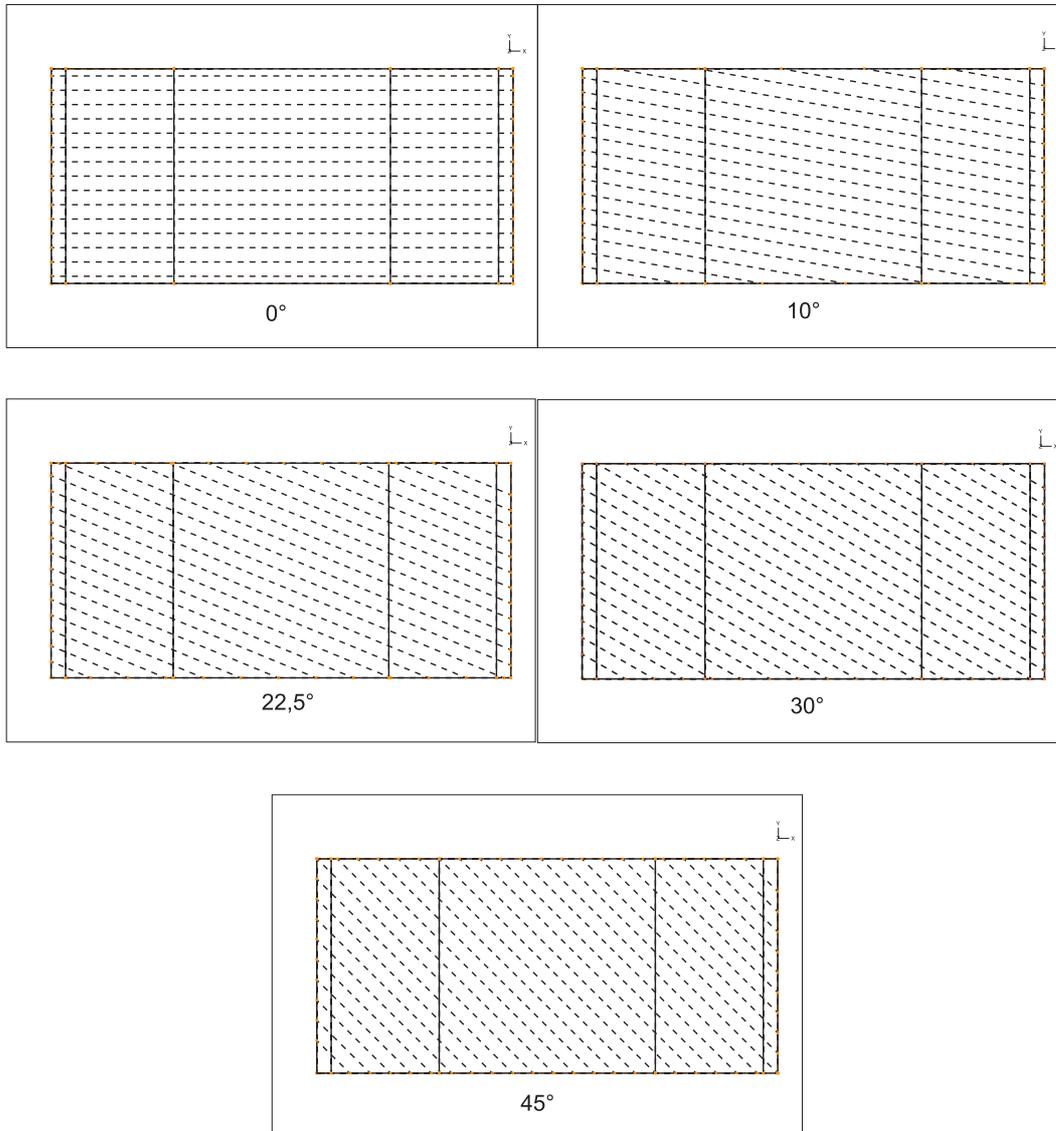
Zuerst zeigt Bild G.1 die verwendeten Modelle mit Beanspruchungen durch Flächenlasten. Diese sind das Eigengewicht, welches über die ganze Fläche verteilt aufgebracht wurde und die zwei linienartigen Flächenlasten jeweils am Plattenende.

Die folgenden zwei Abschnitte G.1 und G.2 zeigen die Berechnungsergebnisse für die einaxiale und für die zweiaxiale Beanspruchung. Hierbei sind jeweils die Verformungen in  $z$ -Richtung einmal isometrisch und einmal in der Ansicht gezeigt, wodurch deutlich erkennbar ist, dass sich der betrachtete Plattenbereich konstant krümmt, d.h.  $\kappa = 1/r = \textit{konstant}$ . Danach folgt exemplarisch die Darstellung eines Rissbildes aus der Simulation, welches nicht das reale Rissbild darstellt. Das berechnete Rissbild der zweiaxialen Platte (Bild G.8) zeigt den Geometrieinfluss deutlich. Erkennbar ist, dass die Rissausrichtung zu den einspringenden Ecken hin verläuft. Dieses Rissbild ist auch bei den Versuchsergebnissen (s. Abschnitt E.1) erkennbar. Die Rissabstände entsprechen dabei nicht der Realität, da die Risse im FE-Modell an den Integrationspunkten angezeigt werden und nicht dort, wo sie bei realem Verbundverhalten auftreten.

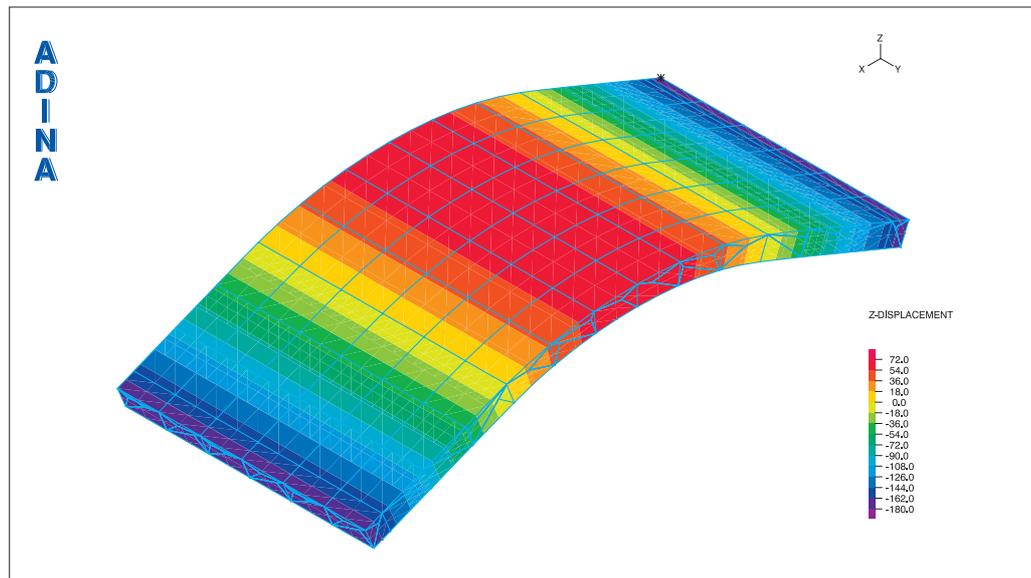


**Bild G.1:** FE-Modelle mit Beanspruchungen für die Berechnungen mit ADINA (oben: einaxiales Modell, unten: zweiaxiales Modell)

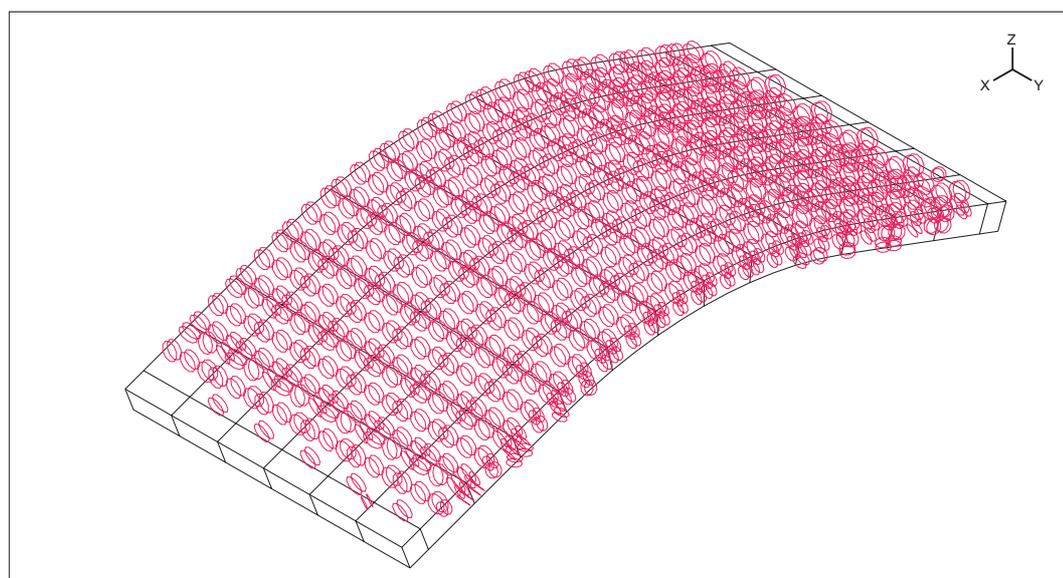
## G.1 Einaxiale Beanspruchung



**Bild G.2:** FE-Modell mit Bewehrungsrichtungen für die einaxialen Berechnungen



**Bild G.3:** z-Verschiebungen bei Bewehrungsrichtung  $\alpha = 0^\circ$



**Bild G.4:** Rissbild bei Berechnungsende bei Bewehrungsrichtung  $\alpha = 0^\circ$

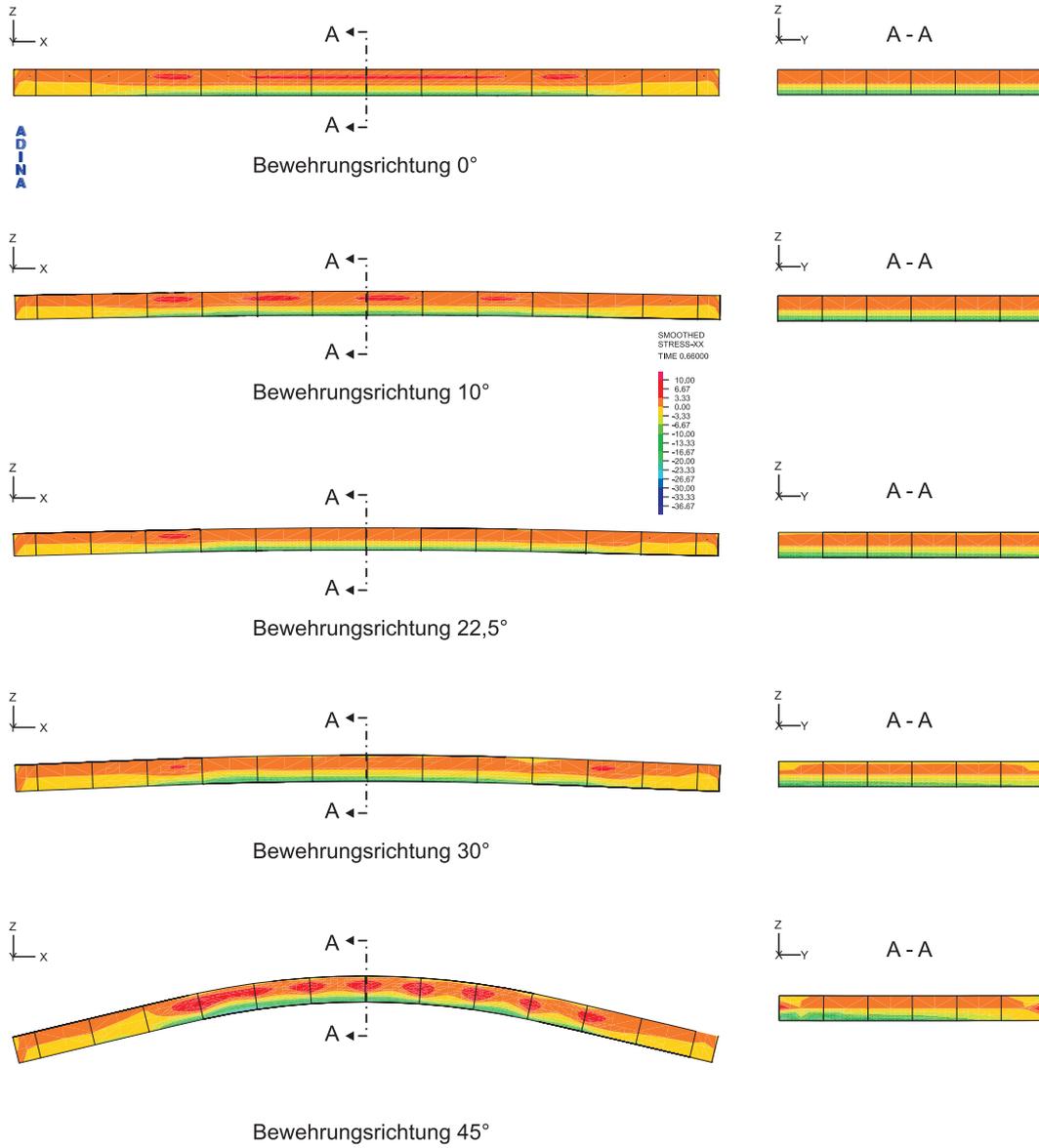
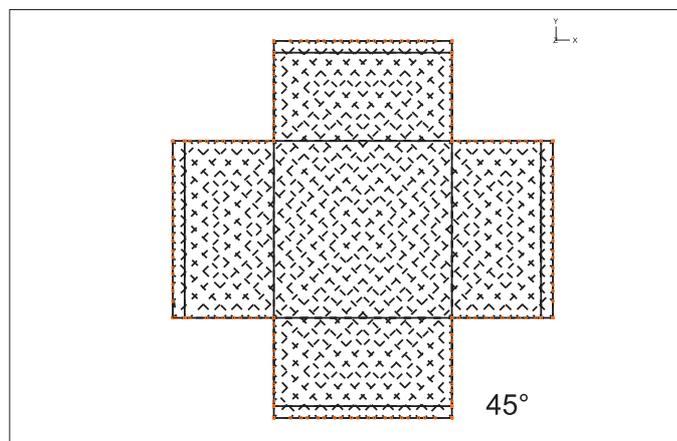
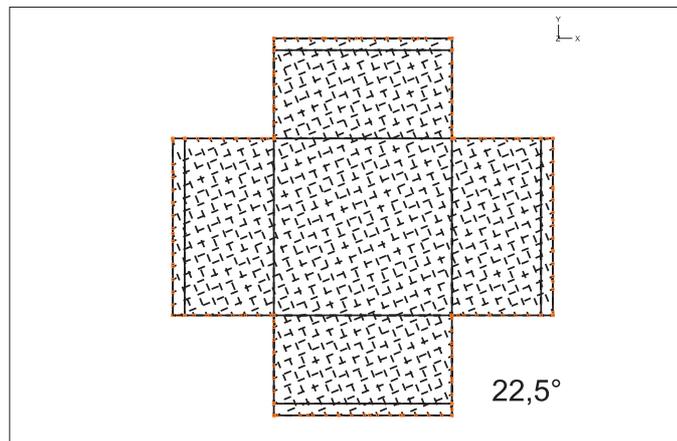
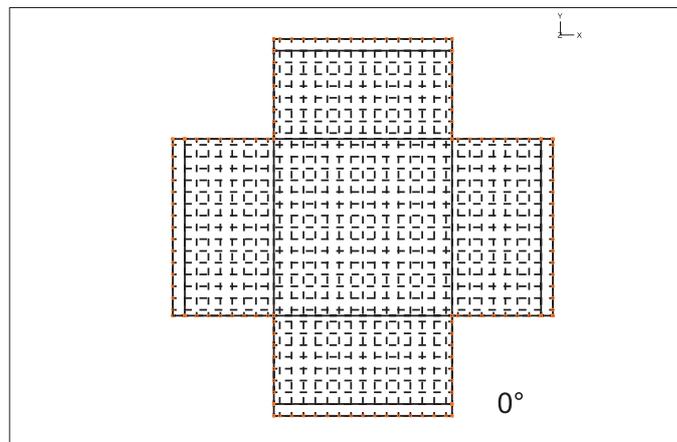


Bild G.5: Spannungen  $\sigma_{xx}$  bei verschiedenen Bewehrungsrichtungen

## G.2 Zweiachiale Beanspruchung



**Bild G.6:** FE-Modell mit Bewehrungsrichtungen für die zweiachialen Berechnungen

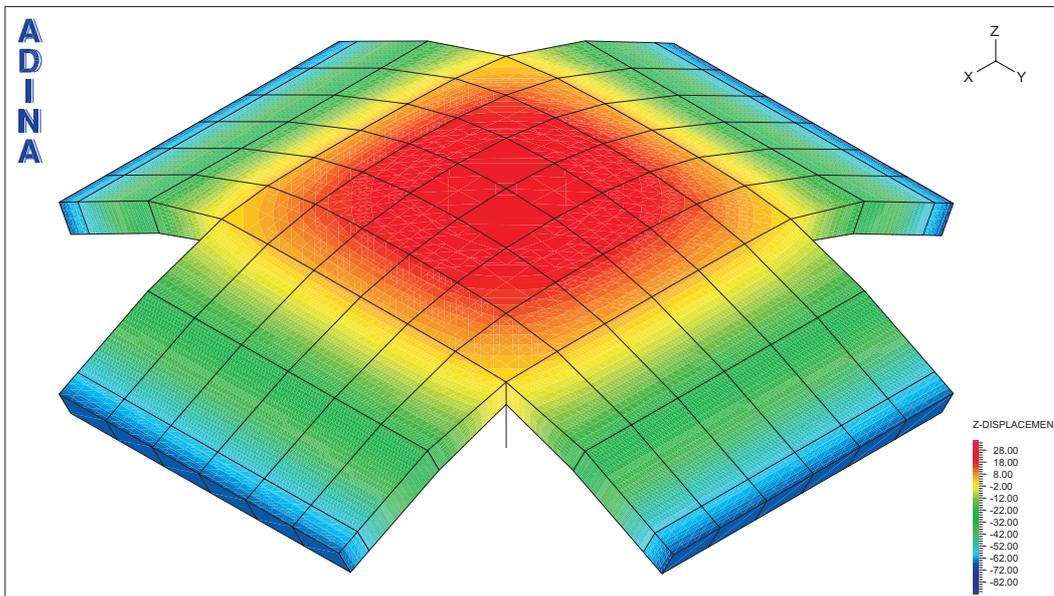


Bild G.7: z-Verschiebungen bei Bewehrungsrichtung  $\alpha = 0^\circ$

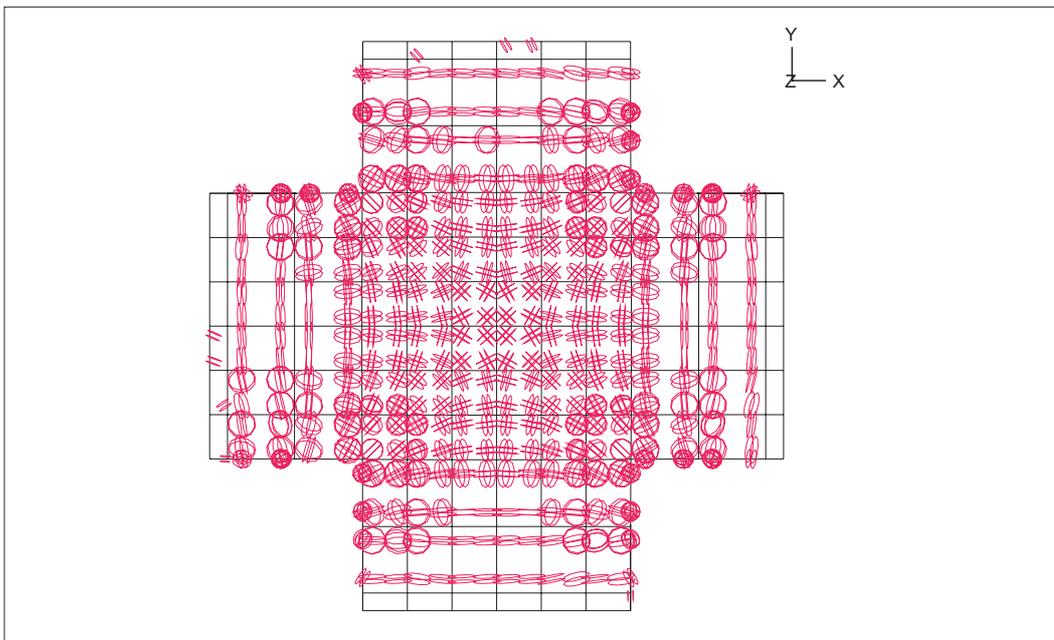


Bild G.8: Rissbild bei Berechnungsende bei Bewehrungsrichtung  $\alpha = 0^\circ$

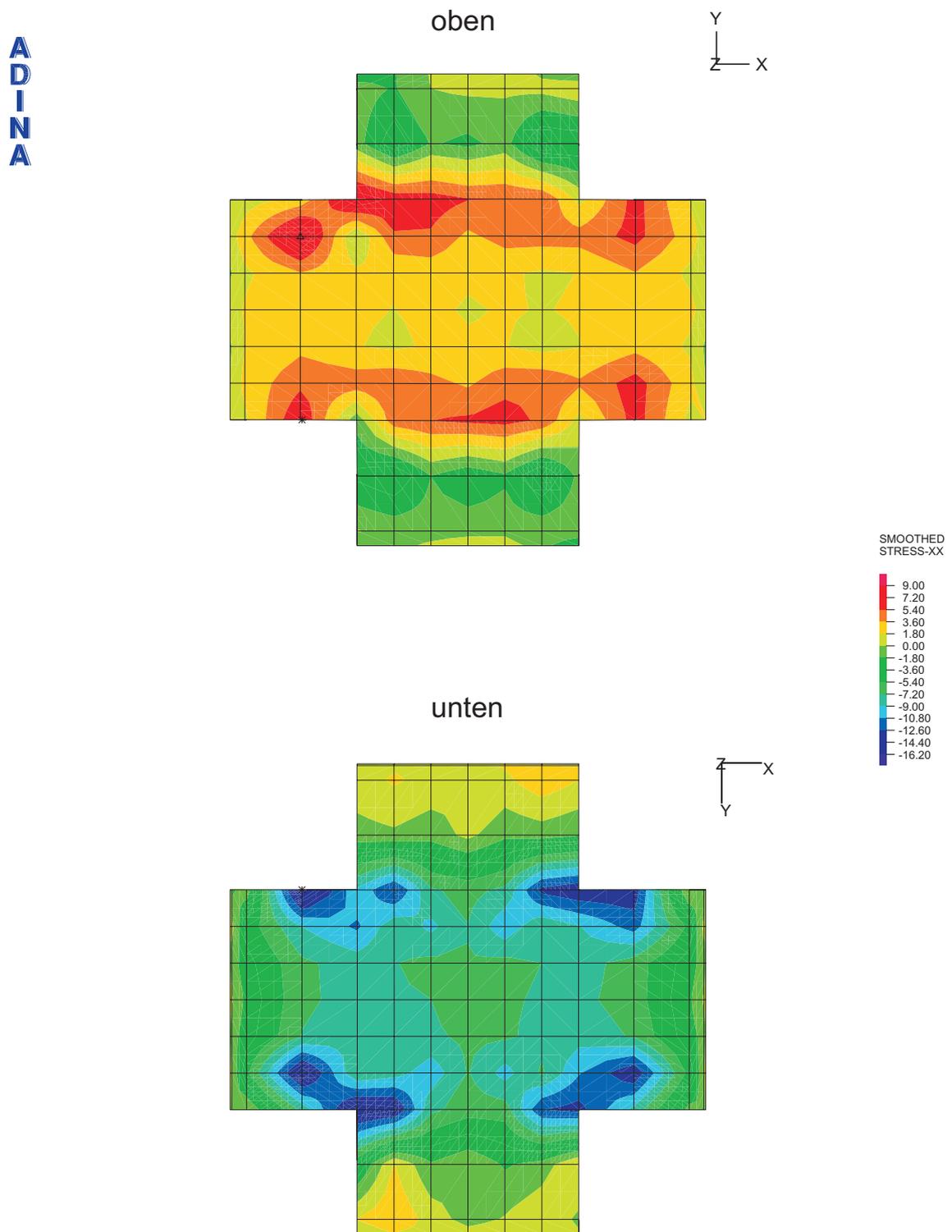


Bild G.9: Hauptspannung  $\sigma_{xx}$  bei Bewehrungsrichtung  $\alpha = 0^\circ$

ADINA

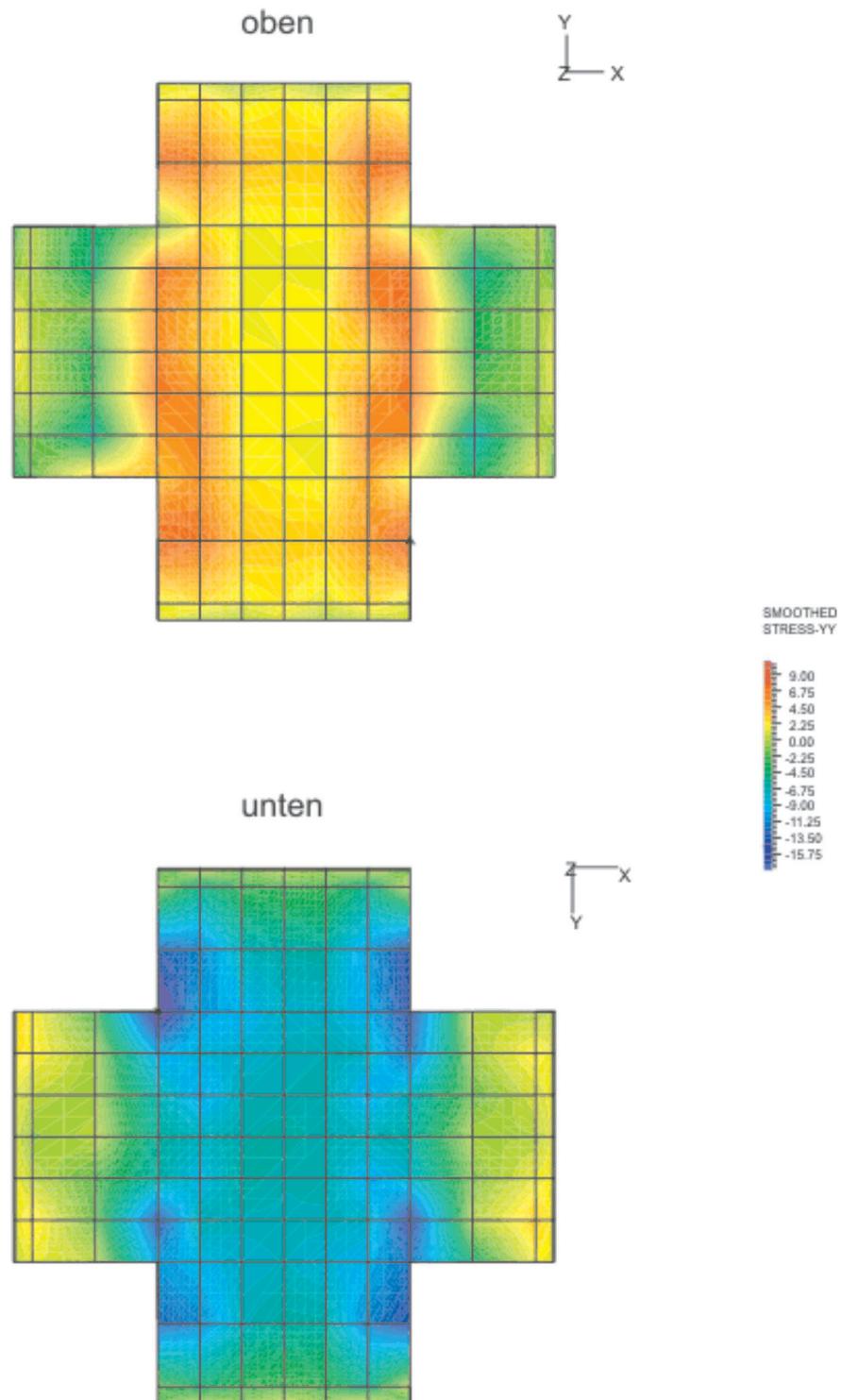


Bild G.10: Hauptspannung  $\sigma_{yy}$  bei Bewehrungsrichtung  $\alpha = 0^\circ$

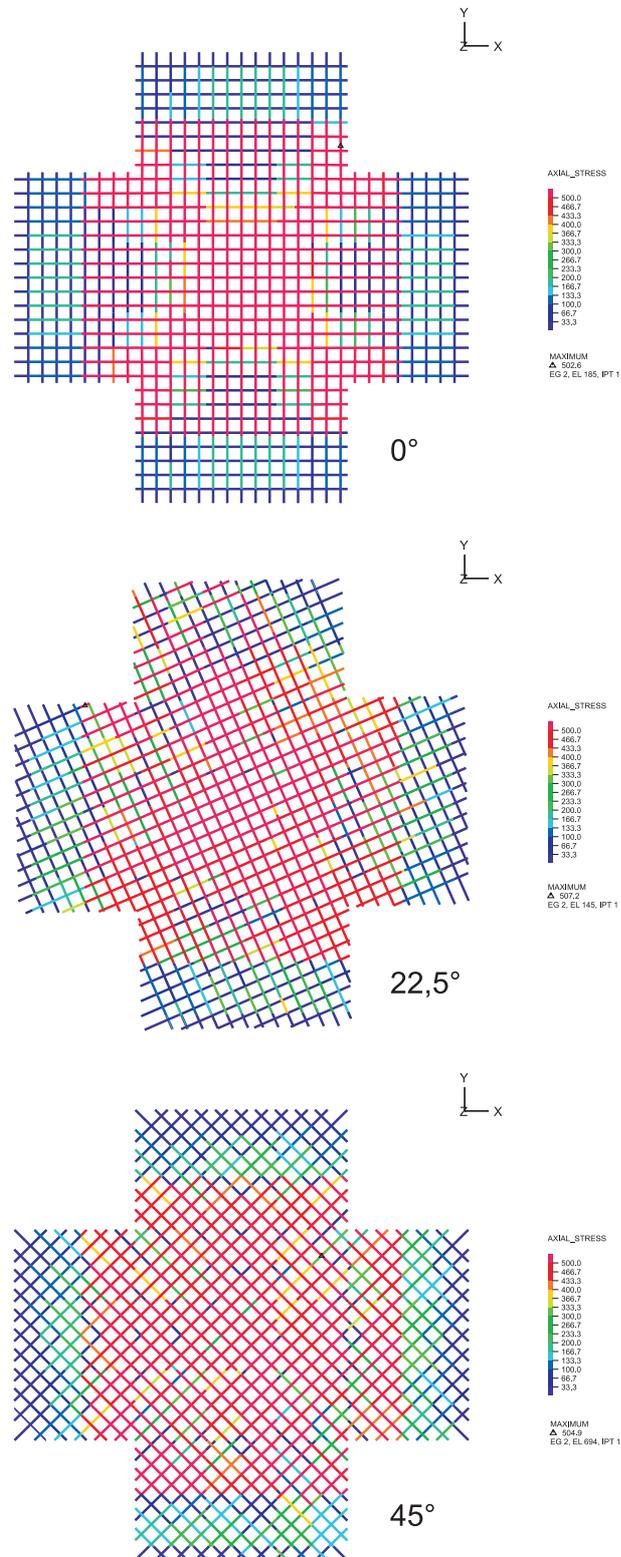


Bild G.11: Spannung des Betonstahls bei Bewehrungsrichtung  $\alpha = 0^\circ$ ,  $22,5^\circ$  und  $45^\circ$





# Lebenslauf

## Persönliche Daten

Lars Rüdiger  
Saßnitzring 12, 25436 Tornesch  
Tel.: 0172 / 327 9597  
E-Mail: lars.ruediger@gmx.de  
geb. am 22. 12. 1976 in Berlin  
verheiratet, 1 Sohn



---

## Werdegang

- 09/1983–08/1991 19. Polytechnische Oberschule "Victor Jara",  
Berlin
- 09/1991–06/1996 Gutenberg Oberschule,  
Berlin,  
Leistungskurse: Mathematik, Chemie,  
Abschluss: Abitur
- 07/1996–06/1997 Grundwehrdienst, 5./PiBrBtl 803,  
Havelberg, Sachsen-Anhalt
- 07/1997–06/1998 78. Offizierlehrgang, 5./OSLw,  
Fürstenfeldbruck, Bayern
- 07/1998–09/1998 Grundpraktikum Bauingenieurwesen, LwPiLhrKp,  
Diepholz, Niedersachsen
- 10/1998–12/2001 Studium Bauingenieurwesen und Umwelttechnik, UniBwM,  
Neubiberg, Bayern,  
Abschluss: Diplomingenieur
- 01/2002–05/2004 Infrastrukturoffizier, JaboG 32 ECR,  
Lagerlechfeld, Bayern
- 06/2004–06/2008 Wissenschaftlicher Mitarbeiter, UniBwM  
Institut für Konstruktiven Ingenieurbau – Massivbau,  
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Manfred Keuser,  
Neubiberg, Bayern
- ab 07/2008 Inspektionschef, 2./USLw,  
Appen, Schleswig-Holstein