

UNIVERSITÄT DER BUNDESWEHR MÜNCHEN  
FAKULTÄT FÜR ELEKTROTECHNIK UND INFORMATIONSTECHNIK



# Modellbasierte Diagnose von Lecks in Trinkwasserpipelines

Carsten Jakob



UNIVERSITÄT DER BUNDESWEHR MÜNCHEN  
FAKULTÄT FÜR ELEKTROTECHNIK UND INFORMATIONSTECHNIK



# Modellbasierte Diagnose von Lecks in Trinkwasserpipelines

Carsten Jakob

Vorsitzender des Promotionsausschusses:	Prof. Dr.-Ing. K. Landes
1.Berichter:	Prof. Dr. rer. nat. habil. C. Hillermeier
2.Berichter:	Prof. Dr.-Ing. Dr. rer. nat. S. Schäffler

Tag der Prüfung: 12. Juli 2006

Mit der Promotion erlangter akademischer Grad:

Doktor-Ingenieur

(Dr.-Ing.)

Neubiberg, 01. August 2006



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Methoden und Diagnoseverfahren der Leckerkennung</b>	<b>9</b>
2.1	Methoden der Leckerkennung . . . . .	9
2.1.1	Hardwaretechnische Methoden . . . . .	10
2.1.2	Biologische Methoden . . . . .	11
2.1.3	Softwaretechnische Methoden . . . . .	12
2.1.4	Vergleich der Schlüsseleigenschaften . . . . .	14
2.2	Diagnoseverfahren . . . . .	16
2.2.1	Signalbasierte Diagnose . . . . .	17
2.2.2	Modellbasierte Diagnose . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Modellbildung</b>	<b>21</b>
3.1	Erhaltungssätze . . . . .	21
3.1.1	Impulserhaltung . . . . .	21
3.1.2	Masseerhaltung . . . . .	24
3.1.3	Energieerhaltung . . . . .	25
3.1.4	Anwendung der Erhaltungssätze auf Rohrströmung . . . . .	26
3.2	Modellgleichungen . . . . .	28
<b>4</b>	<b>Temperaturabhängigkeit der Prozessvariablen</b>	<b>31</b>
4.1	Beschreibung der Umweltbedingungen . . . . .	31
4.2	Die Schallgeschwindigkeit . . . . .	33
4.3	Die Dichte . . . . .	37
4.4	Die Viskosität . . . . .	38

---

4.5	Die Rohrfläche A . . . . .	41
<b>5</b>	<b>Numerische Lösung - Das Charakteristikenverfahren</b>	<b>43</b>
5.1	Lösungsverfahren zur isothermen Berechnung . . . . .	44
5.2	Lösungsverfahren zur Berechnung temperaturvarianter Messwerte . . . . .	51
<b>6</b>	<b>Druckverluste in gekrümmten Rohrleitungen</b>	<b>53</b>
6.1	Strömungsverhalten in der Rohrkrümmung . . . . .	53
6.2	Modellierung einer Krümmung . . . . .	54
6.3	Integration der Rohrkrümmung in das Pieplinemodell . . . . .	55
<b>7</b>	<b>Leckerkennung</b>	<b>61</b>
7.1	Der Pipelinebeobachter . . . . .	61
7.2	Modellierung eines Lecks . . . . .	67
7.3	Leckerkennung und Leckflußschätzung . . . . .	70
7.3.1	Methoden der Leckerkennung . . . . .	70
<b>8</b>	<b>Leckortung</b>	<b>75</b>
8.1	Leckortung als Optimierungsproblem . . . . .	76
8.2	Auswirkung der Temperaturabhängigkeit auf die Leckortung . . . . .	80
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>91</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>95</b>
	<b>Formelzeichen und Abkürzungen</b>	<b>97</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>103</b>

# 1 Einleitung

3/4 der Erde ist mit Wasser bedeckt. Nur 0,3% dieser 1,65 Trilliarden Liter stehen als Süßwasser und somit zur Trinkwassergewinnung zur Verfügung. Wie kostbar das Gut „Trinkwasser“ für die Menschheit ist, wird durch Angaben der Vereinten Nationen untermauert: Mehr als 1,2 Milliarden Menschen haben keinen Zugang zu sauberem Trinkwasser. Etwa doppelt so viele verfügen über keine oder nur unzureichende sanitäre Einrichtungen. An den Folgen von verunreinigtem Wasser sterben mehr als 6000 Menschen täglich.

Eine Möglichkeit zur Verbesserung der Trinkwasserversorgung in den betroffenen Regionen ist der Bau bzw. Ausbau von modernen Pipelinesystemen. Bei der Realisierung solcher Projekte stehen Effizienz und Kostendruck neben der Qualitätssteigerung immer mehr im Vordergrund. Dies bezieht sich nicht nur auf die Investitionen, die zur Verwirklichung einer mehrere hundert Kilometer langen Pipeline benötigt werden, sondern auch auf die Betriebskosten. Ziel ist es, diese bei modernen Anlagen und Apparaten durch einen hohen Grad an Automatisierung bei der Überwachung so gering wie möglich zu halten. Ein wesentlicher Bestandteil bei der Entwicklungsarbeit von funktionierenden und zuverlässig arbeitenden Systemen ist somit die Implementierung einer raschen und verlässlichen Fehlererkennung und -auswertung. Nur dadurch ist gewährleistet, mögliche Verluste im Fehlerfall - durch zu langen Funktionsausfall oder etwaige Folgeschäden - gering zu halten. Über ein geeignetes Überwachungs-/ Diagnosesystem kann der Betrieb kontrolliert und u.a. im Fehlerfall (Leckage-Fall) gesteuert werden. Die Erkennung und Ortung eines solchen Fehlers gehört deshalb zu den wichtigsten Aufgaben eines Überwachungssystems, weil so evtl. hohe Folgekosten und Umweltschäden minimiert werden können.

Die Entwicklung einer Möglichkeit zur Überwachung solcher Pipelines mit Hilfe von Fernleittechnik ist langfristiges Ziel der Behandlung dieses Themenkomplexes. Vor dem

Entwurf eines Überwachungssystems für Pipelines wird in Kapitel 2 ein Überblick über die verschiedenen Methoden der Leckerkennung gegeben. Dabei werden insbesondere die Techniken beschrieben und deren Schlüsseigenschaften verglichen. Der Bereich der softwaretechnischen Methoden wird hinsichtlich der dort eingesetzten Diagnoseverfahren näher beleuchtet. Um die Leckerkennung in diesen Kontext einordnen zu können, wird im zweiten Abschnitt des Kapitels eine allgemeine Diskussion von Diagnoseverfahren geführt.

Das Kapitel 3 beschäftigt sich mit den strömungstechnischen Grundlagen. Ziel des Kapitels ist das Erstellen von isothermen Modellgleichungen für das Pipelinesystem. Besonderer Wert wird bei der Modellbildung auf die Beschränkung der zur Verfügung stehenden Parameter gelegt. So ist es das Ziel, lediglich mit den zur Verfügung stehenden Druck- und Durchflussmesswerten von Anfangs- und Endpunkt, sowie den gegebenen Parametern der Pipeline und des Fluids (Tabelle 5.1) das Druck- und Durchflussverhalten der Pipeline über die gesamte Länge zu berechnen.

Um eine möglichst exakte Abschätzung des Leckortes durchzuführen, ist eine sehr genaue Beschreibung der physikalischen Umgebungsvariablen notwendig. Nur so können alle denkbaren Umweltbedingungen modelliert werden und somit in die Berechnungen einfließen. Daher wird in Kapitel 4 das isotherme Modell hinsichtlich seiner temperaturabhängigen Größen untersucht und diese geeignet ersetzt. Insbesondere die Schallgeschwindigkeit, Dichte und Viskosität werden in diesem Abschnitt diskutiert. Dabei gilt es zu prüfen, inwieweit der Übergang zu temperaturvariablen Prozessparametern Einfluss auf die Simulationsergebnisse hat.

Im Kapitel 5 wird ein geeignetes numerisches Lösungsverfahren vorgestellt, um die Druck- und Durchflusswerte über die gesamte Länge der Pipeline zu berechnen. Im zweiten Abschnitt dieses Kapitels wird das Verfahren so erweitert, dass die Berechnung der Druck- und Durchflusswerte mit temperaturvariablen Prozessparametern nach dem gleichen Verfahren funktioniert.

Welchen Einfluss evtl. Richtungsänderungen in Form von Rohrkrümmungen auf das

Fließverhalten des bestehenden Pipelinesystems hat, wird in Kapitel 6 erläutert. Anhand von verschiedenen Berechnungsansätzen für die zusätzlichen Druckverluste in einer Rohrkrümmung wird untersucht, inwieweit eine Integration einer Rohrkrümmung Auswirkungen auf das Modellverhalten hat.

Die beiden folgenden Kapitel widmen sich dem Störfall, dem Auftreten eines Lecks. Im Störfall müssen zwei Phasen ablaufen, die Fehlererkennung und die Fehlerdiagnose. Zunächst werden im Kapitel 7 die Auswirkungen eines Lecks auf die Pipeline und auf das Modell diskutiert. Auftretende Lecks müssen unabhängig der Leckgröße so schnell wie möglich erkannt werden ohne Fehlalarme zu produzieren. Das Kapitel 8 behandelt die Fehlerdiagnose. Dazu wird die Leckortung als Optimierungsproblem betrachtet. Mit Hilfe eines Optimierungsalgorithmus wird eine Beobachterbank bestehend aus diversen Fehlermodellen generiert, um so auf den Leckort der Pipeline zu schließen.



# 2 Methoden und Diagnoseverfahren der Leckerkennung

In diesem Kapitel wird zunächst ein Überblick über die verschiedenen Methoden zur Leckerkennung an Pipelines gegeben. Dabei werden insbesondere die wesentlichen Eigenschaften der verschiedenen Techniken beschrieben, gegenübergestellt und verglichen. Im Bereich der softwaretechnischen Methoden werden die dort eingesetzten Diagnoseverfahren erläutert. In Abschnitt 2.2 wird eine allgemeine Diskussion von Diagnoseverfahren geführt, um die Leckerkennung in diesen Kontext einordnen zu können.

## 2.1 Methoden der Leckerkennung

Die Methoden der Leckerkennung lassen sich nach [1] zunächst in drei Hauptkategorien unterteilen: Hardwaretechnische Methoden, biologische Methoden und Methoden mittels Softwareeinsatz (Abb. 2.1).

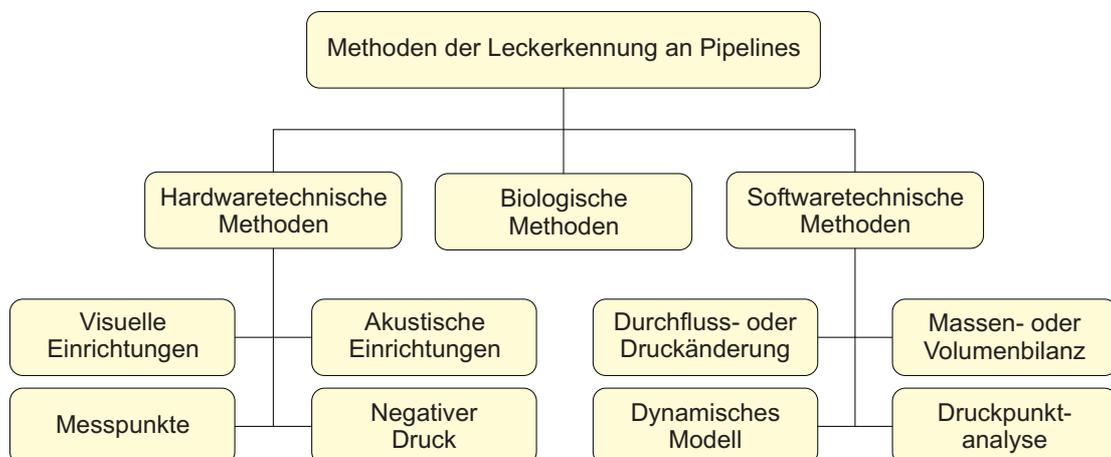


Abb. 2.1: Überblick über Methoden der Leckerkennung

### 2.1.1 Hardwaretechnische Methoden

Die Hardwaretechnischen Methoden werden entsprechend der verwendeten Geräte in vier Kategorien unterteilt. Die Hauptmerkmale dieser Kategorien sind in den folgenden Abschnitten genauer erklärt.

#### Visuelle Einrichtungen

Je nach Beschaffenheit des zu transportierenden Fluids ist es möglich, das Auftreten eines Lecks anhand von Temperaturunterschieden in der direkten Umgebung der Pipeline mit Infrarotsensoren zu erkennen. Der herauszustellende Vorteil dieser Leckerkennungsmethode liegt in der schnellen Überprüfbarkeit großer Strecken, beispielsweise mit einem Infrarothelikopter. Ein Nachteil dieser Methode ist die hohe Kostenintensivität.

Heutzutage ist es wirtschaftlicher, anstelle mobiler Überwachung festinstallierte Infrarotsensoren in bestimmten Abständen entlang der Pipeline zu installieren, welche dann über ein Glasfaserleitungsnetz eine Fernüberwachung ermöglichen.

Der Einsatz von bodendurchdringendem Radar (Ground Penetrating Radar, GPR) bietet eine weitere Möglichkeit zur visuellen Leckerkennung. Mit Hilfe eines Senders wird die Pipeline angestrahlt und deren Reflexionen mit einem Empfänger aufgezeichnet. Im Leckagefall ist das austretende Fluid am Leckort aufgrund der Änderung der elektrischen Beschaffenheit des Bodens auf einer geeigneten Visualisierungseinrichtung des Empfängers (z.B. Monitor, Oszilloskop) zu erkennen.

#### Akustische Einrichtungen

Bei Auftritt eines Lecks entstehen an der Austrittsstelle des Fluids Geräusche durch Reibung und Verwirbelungen. Diese Geräusche breiten sich mit der spezifischen Schallgeschwindigkeit des Mediums entlang der Pipeline aus. Ein derartiger Messaufbau entlang einer Pipeline ist schnell und kostengünstig realisierbar. Die Auswertungseinrichtungen dieser Sensoren sind in der Lage, Leckgeräusche von den Geräuschen bei Normalbetrieb zu unterscheiden. Bei langen Rohrleitungen empfiehlt sich zur schnelleren Leckerkennung die Installation von akustischen Sensoren in festen Abständen entlang der Pipeline. Diese werden dann zentral überwacht. Die Fehlalarmrate bei diesen Systemen ist im Vergleich zur Messpunktemethode hoch.

## Messpunkte

Handelt es sich bei dem zu transportierenden Medium um leicht flüchtige Stoffe (z.B. Erdgas), so kann die Konzentration des Kohlenwasserstoffgehaltes in der direkten Umgebung der Pipeline mit Gassensoren gemessen werden. Dieses Verfahren kann sowohl aktiv als auch passiv in die Praxis umgesetzt werden. Die aktive Realisierung sieht Personal, ausgestattet mit Gassensoren, vor. Die passive Messpunkte-Methode besteht aus festinstallierten Sensoren. Bei Leitungen unterhalb der Erdoberfläche ist es möglich, Sensorleitungen parallel der Pipeline zu verlegen. Pipelines unterhalb von Wasseroberflächen können mit Hilfe ferngesteuerter Sensoreinrichtungen überwacht werden.

Großer Nachteil dieses Verfahrens ist die durch Umwelteinflüsse (Wind, Niederschlag) verursachte Varianz der Reaktionszeit. Sie kann mehrere Stunden bis hin zu mehreren Tagen betragen.

## Negativer Druck

Im Fall eines Lecks breitet sich der Druckabfall von der Leckstelle mit Schallgeschwindigkeit in Richtung beider Leitungsenden aus. Durch die Installation von Drucksensoren in festen Abständen entlang der Pipeline ist der Druckabfall in einem definierten Zeitintervall sehr schnell erkennbar [2]. Die zeitliche Druckableitung stellt die für die Leckerkennung ausschlaggebende Größe dar. Normalerweise werden pro Messpunkt an der Leitung zwei Drucksensoren benötigt, um eine saubere Trennung von Druckänderungen durch interne Faktoren und Druckänderungen durch äußere Einflüsse zu gewährleisten. Auch dieses Verfahren zeigt eine hohe Fehlalarmrate.

### 2.1.2 Biologische Methoden

Die wohl traditionellste Art der Leckerkennung ist der Einsatz von erfahrenem Fachpersonal, welches entlang der Pipeline bei Kontrollgängen auf ungewöhnliche Dinge achtet. Ein Leck macht sich beispielsweise durch Geruch oder auch durch Geräusche, welche durch ausströmende Flüssigkeiten hervorgerufen werden, bemerkbar. Eine weitere sehr traditionelle biologische Leckerkennungsmethode ist der Einsatz von Spürhunden, welche beim Abschreiten der Pipeline sehr sensitiv auf den Geruch des ausströmenden Mediums reagie-

ren.

Der Nachteil dieser Leckerkennungsmethode liegt im Bereich der Personalkosten. Auch wenn es inzwischen Hunde gibt, die auf Geruch von Gas oder Öl reagieren, ist von einer nichttechnischen Realisierung eines Leckerkennungssystems abzuraten. Die schwierige Berechenbarkeit des „Faktors Mensch“ ist nicht unerheblich. Auch ausgebildetes und erfahrenes Personal kann weltweit niemals exakt den gleichen Wissensstand erreichen. Das verhindert die Bildung eines Standards. Der größte Vorteil dieser Methode ist die seltene Generierung eines Fehlalarms.

### **2.1.3 Softwaretechnische Methoden**

Softwaretechnische Methoden nutzen vorhandene Daten von Durchfluss, Druck, Temperatur oder Daten anderer Art, um eine Leckerkennung zu realisieren. Allen softwaretechnischen Methoden liegt ein Pipelinemodell zugrunde, welches am Rechner ausgewertet wird. Diese Methoden lassen sich nach [3] und [1] in vier Kategorien einteilen, die in den folgenden Abschnitten näher erläutert werden.

#### **Durchfluss- oder Druckänderung**

Diese Technologie geht von der Annahme aus, dass einer hohen Änderungsrate von Druck oder Durchfluss das Auftreten eines Lecks zu Grunde liegt. Wenn die Durchfluss- oder Druckänderungsrate einen definierten Schwellwert in einem bestimmten Zeitintervall überschreitet, wird ein Leckalarm generiert.

#### **Massen- oder Volumenbilanz**

Bei Verwendung des Massen- oder Volumenbilanzverfahrens wird die Differenz von Eingangs- und Ausgangsdaten gebildet. Überschreitet die Differenz einen definierten Schwellwert, geht man von einem Leck aus. Der Vorteil dieser Methode ist, dass auch Prozesse ohne hohe Änderungsraten erkannt werden. Dazu zählen insbesondere schleichende Lecks. Grundsätzlich werden die Durchflussdifferenzen betrachtet, um so eine Massen- oder Volumenbilanz aufzustellen. Weiterführende Modelle werten die Durchflussdifferenz auch unter dem Einfluss von Druck und Temperatur aus. Diese Methode hat sich jedoch nicht durchgesetzt, weil insbesondere die Leckortung sehr schlecht durchgeführt werden kann.

## Druckpunktanalyse

Die Druckpunktanalyse ist ein weit verbreitetes Verfahren zur Untersuchung von Lecks. Man geht davon aus, dass in einem Leckfall der Druck entlang einer Pipeline stärker als im Normalfall (Pipeline ohne Leck) abfällt. Die vorhandenen Messwerte werden dabei mit einfachen statistischen Methoden ausgewertet. Leckalarm wird ausgelöst, wenn der Mittelwert des Druckabfalles entlang einer Pipeline von einem vordefinierten Level abweicht.

## Dynamisches Modell

Die Grundidee dieser Methode ist der Vergleich von realen und berechneten Daten. Stellt sich eine zu hohe Diskrepanz zwischen realen Messwerten und berechneten Simulationen ein, ist von einem Leck auszugehen.

Modellgleichungen für den Fluss des Fluids lassen sich aus folgenden Gleichungen herleiten:

- Massenerhaltungssatz
- Impulserhaltungssatz
- Energieerhaltungssatz
- Zustandsgleichung des Fluids

Die so entstehenden Differentialgleichungen können auf unterschiedlichem Weg gelöst werden. Derzeit verwendete Verfahren sind:

- Differenzgleichungen
- Methode der finiten Elemente
- Charakteristikenverfahren
- Übertragungsbereich/ Räumliche Diskretisierung

Allen Modellen liegen Messdaten von Durchfluss, Druck und Temperatur am Anfang und am Ende der Pipeline zu Grunde. Idealerweise werden auch Messungen an qualifizierten Punkten entlang der Pipeline vorgenommen und verwendet. Diese Methode stellt zwar den höchsten Aufwand dar, ist dennoch bei der Auswahl zu bevorzugen, weil viele Schlüsseleigenschaften gute Bewertungen erhalten haben (Tabelle 2.1).

### 2.1.4 Vergleich der Schlüsseigenschaften

Jede Methode der Leckerkennung hat Vor- und Nachteile. Zum Leistungsvergleich der einzelnen Methoden ist es notwendig, Schlüsseigenschaften für jedes Leckerkennungssystem zu bestimmen:

1. Leckempfindlichkeit - Ist es möglich ganz kleine Lecks zu erkennen?
2. Schätzung des Leckortes - Ist eine Abschätzung überhaupt möglich? - Wie genau ist die Abschätzung?
3. Betriebspunktänderung - Ist die Leckerkennung noch funktionsfähig, wenn z.B. der Durchfluss oder Eingangsdruck verändert wird?
4. Verfügbarkeit - Kann das System die Pipeline ohne Unterbrechung überwachen?
5. Fehlalarmrate - Wie oft löst das System trotz Fehlerfreiheit der Pipeline Alarm aus?

Zu beachten ist, dass die in Tabelle 2.1 aufgeführten Eigenschaften lediglich allgemeine Merkmale von Leckerkennungsmethoden sind. In der Praxis variiert die Leistung jedes Systems aufgrund des Entwicklers, der Arbeitsbedingungen der Pipeline und der Qualität der Hardware.

Der Vergleich legt weiterhin offen, dass es kein System gibt, welches jedes Kriterium mit „gut“ erfüllt. Insbesondere der Fehlalarm stellt bei fast allen Methoden ein erhebliches Problem dar.

Der Vergleich der vier softwaretechnischen Methoden zeigt:

- Methoden der Durchfluss- oder Druckänderung, Massen- oder Volumenbilanz und Druckpunktanalyse sind kostengünstig bei der Installation, aber eine Abschätzung des Leckortes ist nicht möglich. Diese Verfahren sind außerdem nicht für Pipelines geeignet, welche einer Betriebspunktänderung unterliegen.
- Die Methode des dynamischen Modells ist in der Lage, Betriebspunktänderungen abzuarbeiten und gleichzeitig einen Leckort zu erkennen. Die Kosten zur Installation sind hoch, da zur realistischen Modellbildung möglichst viele Messdaten vorhanden sein sollten.

Methode	Leck-empfindlichkeit	Schätzung des Leckortes	Betriebspunkt-änderung	Verfügbarkeit	Fehlalarm
biologisch	+	+	+	-	selten
visuell	+	+	+	-	manchmal
akustisch	+	+	-	+	oft
Messpunkte	+	+	+	-	selten
neg. Druck	+	+	-	+	oft
Durchfluss-änderung	-	-	-	+	oft
Massenbilanz	-	-	-	+	oft
dynamisches Modell	+	+	+	+	oft
Druckpunktanalyse	+	-	-	+	oft

Tabelle 2.1: Vergleich der bekannten Methoden nach [1]

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Methode des dynamischen Modells.

## 2.2 Diagnoseverfahren

Ziel der Diagnose ist es, möglicherweise auftretende Fehler in einem technischen Prozess zu finden. Ein Fehler ist nach [30] allgemein definiert als eine unzulässige Abweichung eines oder mehrerer Merkmale einer technischen Anlage. Der Diagnoseprozess gliedert sich in drei wesentliche Aufgaben:

- Fehlerdetektion: Entdeckung des Zeitpunktes des Auftretens von Unregelmäßigkeiten (Fehlern) in Funktionseinheiten der Anlage (Prozess), die zu einem unerwünschten Verhalten der Gesamtanlage führen
- Fehlerisolation: Lokalisierung der Fehler und Bestimmung der Fehlerart
- Fehleranalyse: Bestimmung der Fehlerursachen, so dass geeignete Gegenmaßnahmen eingeleitet werden können.

Im ersten Schritt des Fehlerdiagnoseprozesses werden gemessene oder berechnete Daten des aktuellen Prozesses, in denen sich Fehler abbilden, mit entsprechenden Referenzwerten des fehlerfreien nominalen Falls verglichen. Die Differenz zwischen der aktuellen Prozessgröße und der Referenzgröße wird auch Residuum genannt. Zur Trennung von mehreren, gleichzeitig auftretenden Fehlern benötigt man vektorielle Residuen geeigneter Strukturierung, die strukturierten Residuen.

Bei der Residuenauswertung, dem zweiten Schritt des Diagnoseprozesses, wird unter Verwendung von statistischen Auswerteverfahren und/oder logischen Variablen, die aus den Residuen gebildet werden, auf den Zeitpunkt des Auftretens und den Ort des Fehlers geschlossen.

Im letzten Schritt werden die Art des Fehlers und seine möglichen Ursachen untersucht. Dazu analysiert man die Beziehungen zwischen den Symptomen und den physikalischen Ursachen potenzieller Fehler und zieht Rückschlüsse auf die Ursachen der Fehler.

Für die Prozessdiagnose sind viele unterschiedliche Verfahren entwickelt worden. Ihre Einsatzgebiete lassen sich vor allem durch die Betriebsweise des zu diagnostizierenden Systems und durch die verfügbaren Meßinformationen charakterisieren.

### 2.2.1 Signalbasierte Diagnose

Eine sehr weit verbreitete Methode ist die signalbasierte Diagnose [7]. Bei dieser einfachen Methode wertet der Diagnosealgorithmus ein Messsignal aus und zeigt bei Abweichungen des Messsignals von einem vorgegebenen Verlauf das Auftreten eines Fehlers an. Oft werden die (gemessenen) Ausgangssignale einfach nur daraufhin untersucht, ob ein vorgegebener Normbereich (z.B. Grenzwert) eingehalten oder verlassen wird. Da die Methode recht einfach ist, reicht sie gerade aus, um nach dem Erkennen eines Fehlers den Prozess abzuschalten oder in einen sicheren Zustand zu überführen. Zwei Randbedingungen beschränken den Einsatz signalbasierter Diagnoseverfahren: Zum einen ist nur die Erkennung des Fehlers, aber i.a. keine Lokalisierung und Analyse des Fehlers möglich. Zum anderen ist dieses Verfahren nur bei stationär betriebenen Systemen, d.h. mit zeitlich konstantem Arbeitspunkt, einsetzbar, da sonst die Grenzwerte immer aktualisiert und auch die Übergangsvorgänge zwischen den wechselnden Arbeitspunkten berücksichtigt werden müssen, was wiederum eine Kopplung des Diagnosealgorithmus mit den Eingangsgrößen des Systems erforderlich macht.

### 2.2.2 Modellbasierte Diagnose

Ein Diagnoseverfahren, dessen Diagnosealgorithmus neben der Ausgangsgröße  $y$  auch die Eingangsgröße  $u$  als Online-Information erhält und somit dynamische Übergangsvorgänge mit Hilfe eines Prozessmodells auswerten kann, ist die modellbasierte Diagnose (Abb. 2.2). Das Prozessmodell ist oft nicht im Diagnosealgorithmus impliziert, sondern ein Baustein

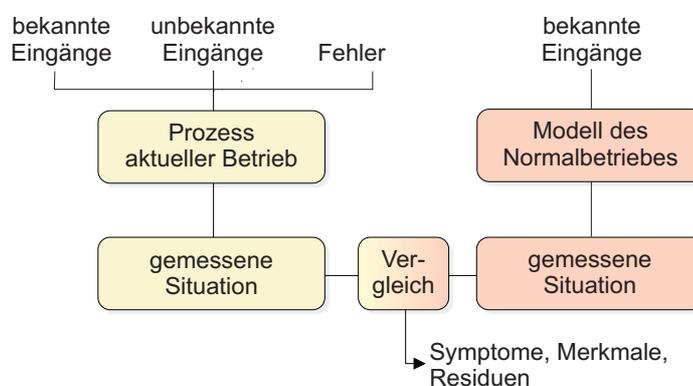


Abb. 2.2: Grundgedanke der modellgestützten Residuengenerierung

für sich. Dies hat zum Vorteil, dass zum Einen allgemeingültige Diagnoseverfahren mit dem Prozessmodell kombiniert werden können, und zum Anderen bietet dieser modulare Aufbau die Möglichkeiten, das Prozessmodell möglichen Veränderungen des Prozesses einfach anzupassen. Die Arbeitsweise der modellbasierten Diagnose funktioniert nach folgendem in Abb. 2.3 vereinfacht dargestelltem Prinzip: Man berechnet unter Verwendung der gemessenen Eingangsgröße  $u_{Sys}(t)$  des Prozesses die Ausgangsgröße  $\hat{y}(t)$  des Modells. Das Systemverhalten ist mit dem Modell konsistent, wenn  $y_{Sys}(t) = \hat{y}(t)$  (zumindest näherungsweise) gilt. Existiert bei dem Vergleich von Modellausgang mit gemessener Prozeßausgangsgröße  $y_{Sys}(t)$  eine Differenz  $r(t) = y_{Sys}(t) - \hat{y}(t)$ , so folgt, dass sich der Prozess nicht so wie das Modell des fehlerfreien Prozesses verhält und folglich ein Fehler  $f$  im Prozess aufgetreten sein muss. Die Abweichung zwischen dem gemessenen Ausgang  $y_{Sys}(t)$  und dem berechneten Ausgang  $\hat{y}(t)$  wird als Residuum („Rest“) bezeichnet. Dieses allgemeine Prinzip der konsistenzbasierten Diagnose wird für kontinuierliche Systeme angewendet, indem aus dem über einen längeren Zeitraum  $t$  gemessenen Verlauf der Eingangsgröße und der Ausgangsgröße ein Residuum  $r(t)$  berechnet wird, dass das Auftreten eines Fehlers anzeigt. Somit bestehen die Diagnosealgorithmen aus dem Schritt der Residuengenerierung und der Residuenauswertung (Abb. 2.3).

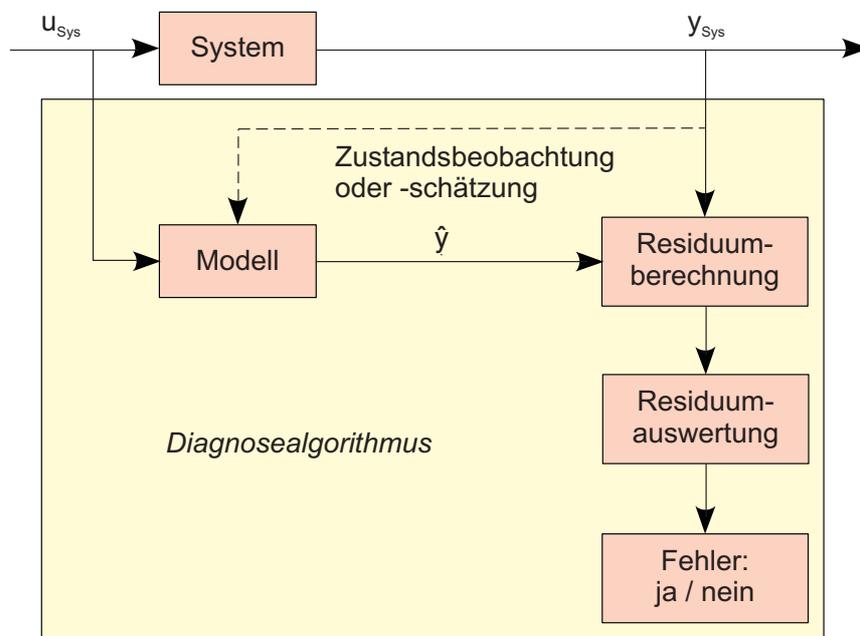


Abb. 2.3: Prozessdiagnose kontinuierlicher Systeme

### Fehleridentifikation mit einer Beobachterbank

Mit den bisherigen Beobachtermodellen wurde nur eine Fehlererkennung vorgenommen. Eine genaue Bestimmung der Größe des Fehlers ist nicht möglich. Zudem besteht nicht die Möglichkeit, zwischen den einzelnen Fehlern zu unterscheiden, da nur ein Vergleich zwischen dem System und dem fehlerfreien Modell vorgenommen wird. In diesem Abschnitt wird das Diagnoseprinzip der modellbasierten Diagnose erweitert. Die direkte Erweiterung des in Abb. 2.3 beschriebenen Vorgehens, mit Hilfe eines Beobachters Fehler zu erkennen, führt zu dem in Abbildung 2.4 gezeigten Diagnosesystem.

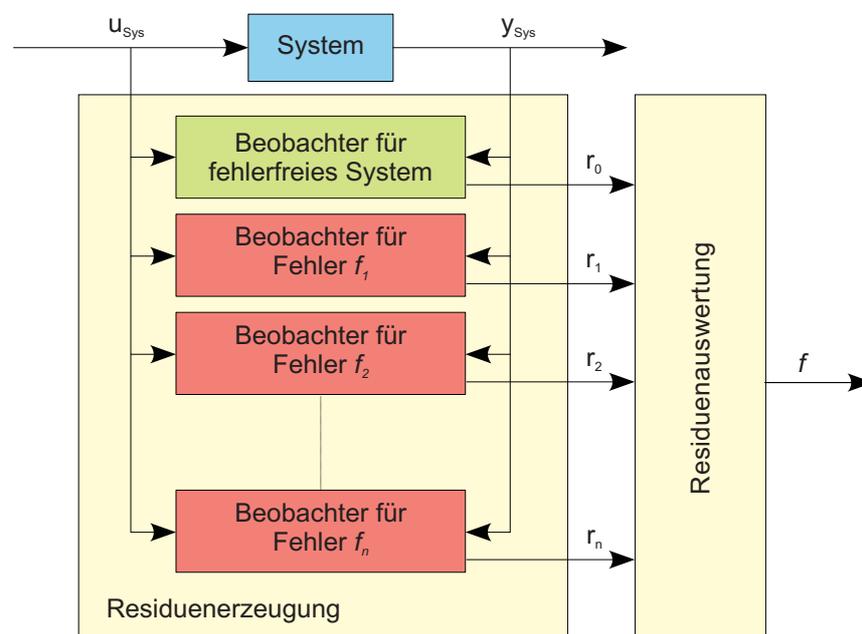


Abb. 2.4: Fehleridentifikation mit einer Beobachterbank

Die Beobachterbank besteht aus einem Beobachter für das fehlerfreie System und den für die betrachteten Fehler spezifisch entworfenen Beobachtern. Auf diese Weise erhält man mehrere Residuen, wobei das Residuum  $r_0$  durch denjenigen Beobachter erzeugt wird, der mit dem fehlerfreien Modell arbeitet und somit für die Fehlererkennung zuständig ist. Die Residuen  $r_i, i = 1, \dots, n$ , resultieren aus dem Beobachtungsergebnis unter der Annahme des Fehlers  $f_i$ . Bei der Residuenauswertung sind drei Fälle zu unterscheiden:

- $r_0 = 0, r_i \neq 0$  für  $i = 1, \dots, n$ : Das Systemverhalten ist konsistent mit dem Modell des fehlerfreien Systems, aber inkonsistent mit den Modellen für die Fehler  $f_i$  mit  $i = 1, \dots, n$ . Daraus wird geschlossen, dass das System fehlerfrei ist.

- $r_0 \neq 0, r_i \neq 0$  für  $i = 1, \dots, k-1, k+1, \dots, n; r_k = 0$ : Das Systemverhalten ist fehlerbehaftet und konsistent mit dem Modell, welches den Fehler  $k$  annimmt. Daraus wird geschlossen, dass der Fehler  $k$  aufgetreten ist.
- $r_0 \neq 0, r_i \neq 0$  für  $i = 1, \dots, n$ : Das Systemverhalten ist mit allen verwendeten Modellen inkonsistent. Daraus wird geschlossen, dass das System fehlerbehaftet ist, aber keiner der in den Beobachtern modellierten Fehler  $f_i$  eingetreten ist.

Diese aufgeführten Resultate gelten natürlich nur unter der Annahme, dass keine Fehler auftreten, unter deren Wirkung sich der Prozess entweder wie im fehlerfreien Zustand oder wie beim Auftreten eines der modellierten Fehler verhält. Dieses beschriebene Diagnoseverfahren zur Fehleridentifikation ist sehr aufwendig, da für jeden Fehler ein eigener Beobachter entworfen und realisiert werden muss. Mit Hilfe eines Optimierungsalgorithmus wird in dieser Arbeit (Kapitel 8) das Generieren der diversen Fehlermodelle automatisiert. Der Algorithmus terminiert, wenn das zu dem aufgetretenen Fehler am besten passende Fehlermodell gefunden wurde.

# 3 Modellbildung

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit den strömungstechnischen Grundlagen. Ziel ist das Erstellen von Rohrmodellgleichungen, deren mathematische Lösung und die softwaretechnische Implementierung der Systemgleichungen in eine Simulationsumgebung.

## 3.1 Erhaltungssätze

Die Modellbildung für die ausgewählte Flüssigkeitspipeline basiert auf dem Impuls-, Masse- und Energieerhaltungssatz. Die Bilanzgleichungen erlauben es, sehr komplexe Strömungen bzgl. der Veränderungen von Kräften in Richtung der Koordinaten des Raumes zu berücksichtigen.

### 3.1.1 Impulserhaltung

Um turbulente Strömungsvorgänge im dreidimensionalen Raum mit den Raumkoordinaten  $x$ ,  $y$  und  $z$  behandeln zu können, wird zuerst ein quaderförmiges Element eines Fluids betrachtet. Für dieses Strömungselement wird das dynamische Kräftegleichgewicht aufgestellt. Die einzelnen Kräfte sind:

#### Die Trägheitskraft

Die Trägheitskraft  $\vec{F}_T$  berücksichtigt den Widerstand des Fluids gegen Geschwindigkeitsänderungen. Die volumenbezogene Trägheitskraft berechnet sich aus dem Produkt der Dichte  $\rho$  und der Beschleunigung  $d\vec{v}/dt$  wie folgt:

$$\frac{\vec{F}_T}{V} = \rho \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (3.1)$$

Hier sind jedoch zwei Anteile der Geschwindigkeitsänderung zu berücksichtigen. Zum einen ist dies die Änderung der gesamten Strömungsgeschwindigkeit im Rohr, welche als

Ortsbeschleunigung bezeichnet wird. Zum anderen kann das Volumenelement an einen anderen Ort in der Strömung transportiert werden und ändert dabei seine Geschwindigkeit auf die dort im Strömungsfeld herrschende. Dieser zweite Anteil wird als Feldbeschleunigung bezeichnet. Für den dreidimensionalen Fall ergibt sich nach [32]:

$$\frac{\vec{F}_T}{V} = \rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}. \quad (3.2)$$

$(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}$  ist als komponentenweise Anwendung des skalaren Operators  $(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})$  auf  $\vec{v}$  aufzufassen. Betrachtet man nur die Ortskomponente in Rohrrichtung, so erhält man für die  $x$ -Komponente der Ortsbeschleunigung  $\partial v_x / \partial t$  und die  $x$ -Komponente der Feldbeschleunigung

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \vec{\nabla} v_x \cdot \vec{v}. \quad (3.3)$$

### Die Druckgradientenkraft

Mit Druckgradientenkraft  $\vec{F}_p$  bezeichnet man die Kraft aufgrund der Druckunterschiede entlang des Rohres. Sie wirkt mit der Strömung und übt deshalb beschleunigende Wirkung in  $x$ -Richtung aus. Der Druck  $p_{ges}$  setzt sich aus dem statischen Druck  $p$  und dem dynamischen Druck  $1/2\rho v^2$  (Staudruck) zusammen.

$$\frac{\vec{F}_p}{V} = -\vec{\nabla} p_{ges} \quad (3.4)$$

### Äußere Kraft

Unter den äußeren Kräften werden alle Kräfte zusammengefasst, die zusätzlich von außen auf das System wirken. Diese können z.B. die Schwerkraft oder die Corioliskraft sein und werden vorerst mit  $\vec{F}'''$  bezeichnet.

### Die Reibungskraft

Betrachtet wird wieder das Volumenelement eines Fluids, das sich in  $x$ -Richtung bewegt (Abb. 3.1). Die Strömung hat ein Geschwindigkeitsgefälle in  $y$ -Richtung. Auf jede der

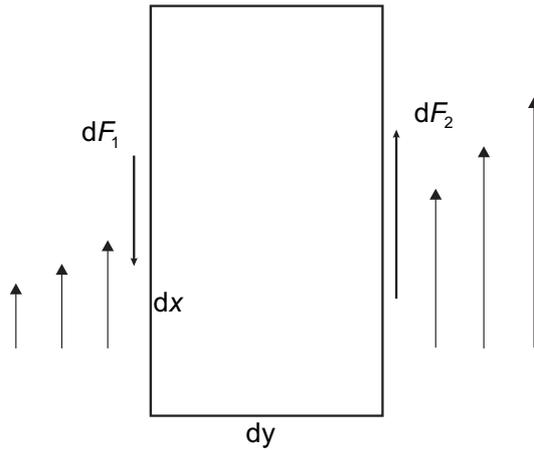


Abb. 3.1: Reibungskräfte auf ein Volumenelement einer Strömung

Seitenflächen des Volumenelements wirkt eine Reibungskraft, abhängig vom dortigen Geschwindigkeitsgefälle. Für auf die auf linke Stirnfläche wirkende Kraft gilt gemäß [33]

$$d^2 F_1 = -\eta \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{links} dx dz. \quad (3.5)$$

Hierbei gibt der Faktor  $\eta$  die Zähigkeit des Fluides an. Er wird dynamische Viskosität oder auch kurz Viskosität genannt und ist wie folgt definiert:

$$\eta = \frac{F/A}{dv/dx} = \frac{\text{Schubspannung}}{\text{Schergefalle}} \quad (3.6)$$

Analog ergibt sich für die rechte Stirnseite, wobei hier das Gefälle abweichen kann:

$$d^2 F_2 = \eta \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{rechts} dx dz = \eta \left( \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{links} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} dy \right) dx dz. \quad (3.7)$$

Die Gesamtreibungskraft berechnet sich aus der Summe 3.5 und 3.7 zu:

$$dF_R = \eta \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} dx dy dz = \eta \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} dV. \quad (3.8)$$

Wenn sich die Geschwindigkeit nicht ausschließlich in  $y$ -Richtung ändert, ist jede Koordinate zu berücksichtigen, und für die volumenbezogene Reibungskraft ergibt sich:

$$\frac{\vec{F}_R}{V} = \eta \Delta \vec{v}, \quad (3.9)$$

wobei  $\Delta$  den Laplace-Operator bezeichnet. Für das vollständige Kräftegleichgewicht ergibt sich als Beschreibungsform für turbulente Strömungsvorgänge die Navier-Stokes-Gleichung für inkompressible Fluide zu:

$$\rho \left( \frac{d\vec{v}}{dt} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right) = \vec{F}''' - \vec{\nabla} p_{ges} + \eta \Delta \vec{v}. \quad (3.10)$$

### 3.1.2 Masseerhaltung

Ist ein Volumen  $V(t)$  abgeschlossen und von äußeren Massequellen unbeeinflusst, so ist die darin enthaltene Masse konstant. Man schreibt

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho dV = 0. \quad (3.11)$$

Die zeitliche Änderung der Masse  $dm/dt$  in 3.11 setzt sich zusammen aus der Zeitabhängigkeit der Dichte  $\rho$  im Volumen  $dV$

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \quad (3.12)$$

sowie der Änderung des Masseflusses durch die Kontrollfläche  $A$ :

$$\oint_A \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dA = \int_V \operatorname{div}(\rho \vec{v}) dV. \quad (3.13)$$

$\vec{n}$  steht hier für den Normalenvektor auf der Fläche  $A$  (Abb. 3.2).

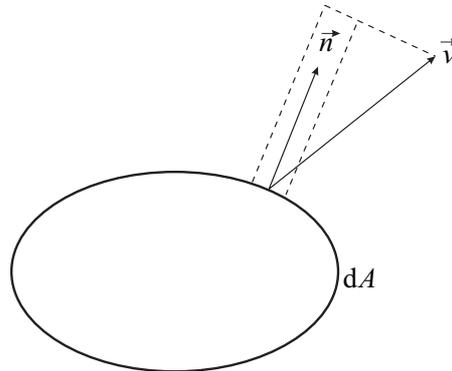


Abb. 3.2: Durchströmte Fläche  $A$

Für die Summe aus (3.12) und (3.13) ergibt sich

$$\frac{dm}{dt} = \int_{V(t)} \left[ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) \right] dV = 0, \quad (3.14)$$

was - da  $V$  frei wählbar ist und somit der Integrand verschwinden kann - weiter vereinfacht werden kann zu

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0. \quad (3.15)$$

Diese Form wird auch als lokale Kontinuitätsgleichung in Eulerscher Darstellung bezeichnet.

### 3.1.3 Energieerhaltung

Neben Impuls- und Masseerhaltung gilt die Energieerhaltung. Sie kann aus dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik abgeleitet werden: Führt man einem System von außen die Wärmeenergie  $\Delta Q$  zu, so kann sie teilweise zu einer Arbeitsleistung  $\Delta W_{ges}$  verbraucht werden, welche deshalb kleiner Null ist [33]. Der Rest von  $\Delta Q$  führt zur Steigerung der inneren Energie  $U_I$  um  $\Delta U$ .

$$\Delta Q = \Delta U_I + \Delta W_{ges} \quad (3.16)$$

Nach [17] und analog zum Abschnitt 3.1.2 wird die zeitliche Änderung der inneren Energie über ein Kontrollvolumen  $dV$  und eine Kontrollfläche  $dA$  berechnet:

$$\frac{dU_I}{dt} \equiv \frac{\delta}{\delta t} \int_V \rho u_I dV + \oint_A \rho u_I \vec{v} \vec{n} dA = \frac{\delta Q}{\delta t} - \frac{\Delta W_{ges}}{\delta t} \quad (3.17)$$

Dabei ist  $u_I$  die massenbezogene innere Energie  $U/m$  und  $\vec{n}$  der Normalenvektor zur Fläche  $A$ . Mit dem Gauß-Satz ergibt sich

$$\frac{\delta Q}{\delta t} - \frac{\Delta W_{ges}}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta t} \int_V \rho u_I dV + \int_V \text{div}(\rho u_I \vec{v}) dV. \quad (3.18)$$

Die Arbeit  $W_{ges}$  wird von Scher- und Druckkräften verrichtet und kann in diese Komponenten zerlegt werden:

$$W_{ges} = W_S + W_P \quad (3.19)$$

Für die zeitliche Änderung von  $W_P$  gilt:

$$\frac{\delta W_P}{\delta t} = \oint_A p \vec{v} \vec{n} dA = \int_V \text{div}(p \vec{v}) dV. \quad (3.20)$$

Aus (3.18) und (3.20) folgt:

$$\frac{\delta Q}{\delta t} - \frac{\delta W_S}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta t} \int_V \rho u_I dV + \int_V \text{div}((p + \rho u_I) \vec{v}) dV. \quad (3.21)$$

Wie bei der Masseerhaltung sind die Terme in den Integralen unabhängig vom gewählten Volumen. Damit folgt für die Energieerhaltung:

$$\frac{\delta Q}{\delta t} - \frac{\delta W_S}{\delta t} = \frac{\delta U_I}{\delta t} + \text{div}((pV + U_I) \vec{v}). \quad (3.22)$$

### 3.1.4 Anwendung der Erhaltungssätze auf Rohrströmung

Die Erhaltungssätze lassen sich für Rohrströmungen soweit vereinfachen, dass eine mathematische Lösung mit vertretbarem Aufwand möglich wird. Die wichtigste Veränderung ist die jetzt nur noch eindimensionale Betrachtung - lediglich die Komponenten in Rohrrichtung  $x$  gehen in die weiteren Überlegungen ein.

#### Impuls- und Masseerhaltung

Die auf ein Flüssigkeitsvolumen einer Rohrströmung wirkenden Kräfte sind in Abb. 3.3 dargestellt. Im stationären Fall wirken auf das Flüssigkeitsvolumen Druck-, Gewicht- und

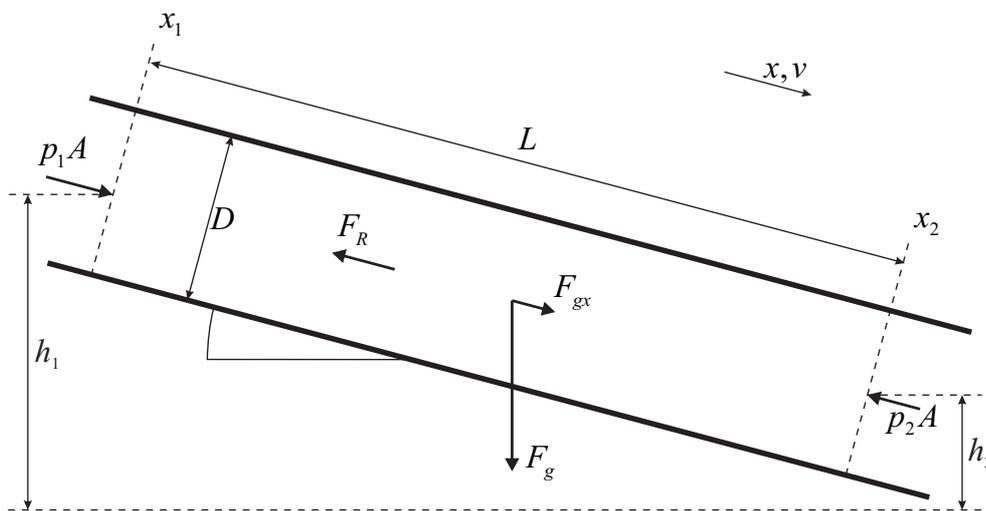


Abb. 3.3: Kräfte auf ein Flüssigkeitsvolumen im Rohr

Reibungskraft. Dabei müssen Gewicht- und Druckkraft die Reibungsverluste ausgleichen. Für diese Verluste wird für eindimensionale Betrachtungen der Ansatz von Darcy und Weißbach verwendet. Mit der Verlusthöhe  $h_R$  ausgedrückt lautet er für ein Rohrstück mit der Länge  $L$ , dem Rohrdurchmesser  $D$  und dem Reibungsbeiwert  $\lambda$ :

$$h_R = L \frac{\lambda v^2}{2Dg} = (x_2 - x_1) \frac{\lambda v^2}{2Dg} = \Delta x \frac{\lambda v^2}{2Dg}. \quad (3.23)$$

Dabei ist  $v$  die über den Querschnitt mittlere Strömungsgeschwindigkeit. Der Reibungsbeiwert  $\lambda$  ist ein Koeffizient, der von der Reynolds-Zahl  $Re$  und der Rohrrauigkeit  $k_R$  abhängt. Die Reynolds-Zahl  $Re$  sagt aus, ob und wie stark eine Wirbelbildung im Fluid stattfindet. Sie entsteht mit Hilfe der Ähnlichkeitsmechanik, da man die Viskositätsgleichungen heutzutage nur in einigen speziellen Fällen lösen kann [34]. Die physikalische

Ähnlichkeit zwischen einer Versuchströmung und der Originalströmung ist erfüllt, wenn Proportionalität aller an der Strömung beteiligten mechanischen Größen und Stoffeigenschaften, Proportionalität der Oberflächenbeschaffenheit und Proportionalität der äußeren Abmessungen gegeben sind. Die Reynolds-Zahl berechnet sich aus der Strömungsgeschwindigkeit  $v$ , der kinematischen Viskosität  $\nu$  und der charakteristischen Dimension  $d$ , welche bei Rohren dem Durchmesser  $D$  entspricht:

$$Re = \frac{dv}{\nu} = \frac{D\rho v}{\eta} \quad (3.24)$$

Hierbei steht  $\nu$  für die kinematische Viskosität, mit der in der Strömungsmechanik häufig gearbeitet wird. Die kinematische Viskosität gibt die dynamische Viskosität  $\eta$  bezogen auf die Dichte  $\rho$  an. Durch die Reynoldszahl wird das Verhältnis von Trägheits- und Reibungskräften ausgedrückt. Bedeutet eine kleine Reynolds-Zahl laminare Strömung und somit ein Überwiegen der Reibungskräfte, weist dagegen eine große Reynolds-Zahl auf turbulente Strömung und ein Vorherrschen der Trägheitskräfte hin. Die kritische Reynolds-Zahl  $Re_{krit}$  gibt an, wann laminare in turbulente Strömung umschlägt. In glatten Rohren mit dem strömenden Fluid Wasser liegt  $Re_{krit}$  bei ca. 2300 [29]. Diese Arbeit befasst sich im weiteren mit Strömungsvorgängen im hochturbulenten Bereich, bei denen  $Re > Re_{krit}$ . Bei turbulenten Rohrströmungen wird für  $\lambda$  am häufigsten der Ansatz von Colebrook verwendet, der aus theoretischen Überlegungen und empirischen Messungen entstanden ist:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{k_R}{3,71D} \right). \quad (3.25)$$

Der Reibungsbeiwert  $\lambda$  kann berechnet werden, kann sich aber im Laufe der Zeit ändern, weil sich Ablagerungen und Korrosion auf die Rohrrauigkeit  $k_R$  auswirken. Die Rohrrauigkeit  $k_R$  ist von Parametern wie dem Rohrmaterial, Ablagerungen im Rohr und dem Materialalter abhängig. Sie wird Tabellen bzw. Datenblättern entnommen. Im Moody-Diagramm (Abb. A.1) werden für technisch raue Rohre der Reibungsbeiwert in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl und der relativen Rohrrauigkeit dargestellt. Das Kräftegleichgewicht (3.23) wird z.B. gemäß [17] in ein Höhengleichgewicht umgeformt, so dass die Verlusthöhe  $h_R$  der Summe aus Ortshöhe  $h_1 - h_2$  und Druckhöhe  $(p_{ges,1} - p_{ges,2})/(g\rho)$  entspricht:

$$\Delta x \frac{\lambda v^2}{2Dg} = \frac{p_{ges,1} - p_{ges,2}}{g\rho} + h_1 - h_2 = \frac{\Delta p_{ges,1}}{g\rho} - \Delta h. \quad (3.26)$$

Nach weiterem Umformen erhält man mit  $\Delta h/\Delta x = \sin \alpha$  für die stationäre Rohrströmung

$$0 = -\rho g \sin(\alpha) - \frac{\partial p_{ges,1}}{\partial x} - \frac{\lambda \rho v^2}{2D}. \quad (3.27)$$

Diese Formel ähnelt der  $x$ -Komponente der Navier-Stokes-Gleichung, wobei für die angreifenden äußeren Kräfte die Schwerkraft und für die Reibungsverluste der Ansatz von Darcy und Weißbach verwendet wird. Der Winkel  $\alpha$  ist positiv für eine Rohrsteigung. Bei transienter Betrachtung muss hier zusätzlich noch der Term  $\rho dv/dt$  für den Anteil der Trägheitskraft berücksichtigt werden. Zusammengefasst ergibt sich für die Impulserhaltung:

$$\rho \frac{dv}{dt} = \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \rho g \sin \alpha - \frac{\partial p_{ges,1}}{\partial x} - \frac{\lambda \rho v^2}{2D}. \quad (3.28)$$

Die Masseerhaltung für den eindimensionalen Fall liefert:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v) = 0. \quad (3.29)$$

### Energieerhaltung

Es gibt zwei Ansätze um die Gleichung der Energieerhaltung im Modell nicht berücksichtigen zu müssen [17]. Geht man davon aus, dass sich das Fluid nur sehr kurze Zeit in der Rohrleitung befindet, ist es üblich den Wärmeaustausch mit der Umgebung zu vernachlässigen. Dieses Strömungsmodell heißt isentrop. Im Gegensatz dazu geht das isotherme Strömungsmodell von einer so großen Verweildauer aus, dass ein vollständiger Wärmeaustausch mit der Umgebung möglich wird. Zunächst wird von einem isothermen Modell ausgegangen. Für das mathematisch-physikalische Modell wird im Weiteren nur noch Masse- und Impulserhaltung verwendet.

## 3.2 Modellgleichungen

Die im Rohr hervorgerufenen Druckänderungen können im Betrieb so groß sein, dass sie die Flüssigkeit komprimieren. Deshalb ist die bisherige Annahme eines inkompressiblen Fluids nicht ausreichend genau. Die Erhaltungssätze müssen also zum einen um den Einfluss der Kompressibilität ergänzt und zum anderen in eine für die weitere mathematische und technische Behandlung günstige Form gebracht werden. Nach [16] gilt für die Fortpflanzung einer kleinen Druckänderung  $dp$  mit konstanter Geschwindigkeit  $c_s$  in einem Rohr:

$$\frac{\partial(\rho c_s)}{\partial x} = \frac{d(\rho c_s)}{dx} = 0. \quad (3.30)$$

Das gewöhnliche Differential ist bereits eingeführt, da nur noch eine Abhängigkeit vom Ort  $x$  vorhanden ist. Durch Differenzieren ergibt sich:

$$\rho \frac{dc_s}{dx} + c_s \frac{d\rho}{dx} = 0. \quad (3.31)$$

Es folgt weiter:

$$dc_s = -c_s \frac{d\rho}{\rho}. \quad (3.32)$$

Unter Verwendung der Euler-Gleichung ergibt sich:

$$v \partial v = -\frac{\partial p}{\rho}. \quad (3.33)$$

Setzt man für  $v = c_s$  ein, folgt:

$$c_s^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho}. \quad (3.34)$$

Die so gefundene Fortpflanzungsgeschwindigkeit wird unter den bisher getroffenen Annahmen (konstante Umgebungstemperatur) als räumlich konstant angesehen und wird als Schallgeschwindigkeit bezeichnet. Da jedoch weder der Druck, noch die Dichte, wie bisher angenommen, temperaturunabhängig sind, gilt es die Gleichung (3.34) mit den in der Arbeit gewonnenen Erkenntnissen geeignet zu ersetzen.

Zunächst erhält man durch Umformen von (3.34)

$$\partial \rho = \frac{\partial p}{c_s^2}. \quad (3.35)$$

Mit der umgeformten Gleichung für den Massefluß

$$\rho v = \frac{q}{A}, \quad (3.36)$$

eingesetzt in (3.29), ergibt sich:

$$\frac{A}{c_s^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0. \quad (3.37)$$

Diese Gleichung enthält nur noch die durch Sensoren messbaren Größen Druck  $p$  und Durchfluss  $q$  als zeit- und ortsabhängige Größen. Das nächste Ziel ist, auch (3.28) in eine solche Form zu bringen. Mit

$$v = \frac{q}{A\rho} \quad (3.38)$$

erhält man

$$\frac{1}{A} \frac{\partial q}{\partial t} + g \rho \sin(\alpha) + \frac{\lambda}{2DA^2 \rho} q^2 + \frac{\partial p}{\partial x} = 0. \quad (3.39)$$

Die Gleichungen (3.37) und (3.39) bilden das (isotherme) Modell der turbulenten Rohrströmung. Diese beiden Gleichungen bilden ein System aus zwei hyperbolischen partiellen Differenzialgleichungen mit den von Ort und Zeit abhängigen Größen Druck und Durchfluss. Die Lösung nach dem Charakteristikenverfahren ist für dieses Gleichungssystem die genaueste, da es keine bekannte analytische Lösung gibt. Eine Beschreibung dieses Verfahrens und die Modifizierung nach Einführung der Temperaturabhängigkeit wird in Kapitel 5 gegeben.

# 4 Temperaturabhängigkeit der Prozessvariablen

Um eine möglichst exakte Abschätzung des Leckortes durchzuführen, ist eine sehr genaue Beschreibung der physikalischen Umgebungsvariablen notwendig. Nur so können alle denkbaren Umweltbedingungen modelliert werden und somit in die Berechnungen einfließen. In diesem Kapitel wird die Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit  $c_s$ , der Dichte  $\rho$  und der Viskosität  $\eta$  von Druck und Temperatur untersucht. Ergänzt wird diese Untersuchung durch die Betrachtung der Querschnitts- und Umfangsänderungen der Pipelinerohre bei Temperaturänderung. Die genannten Prozessparameter wurden bisher als räumlich und zeitlich konstant angenommen.

Da es keine Zustandsgleichung für Flüssigkeiten gibt, werden qualifizierte Messwerte der Prozessvariablen an ein geeignetes Modell durch Lineare Regression angeglichen. Als Lineare Regression bezeichnet man Ausgleichsrechnungen, welche funktionale Zusammenhänge aller Art zulassen; die zu bestimmenden Parameter sind über die verschiedenen Messungen konstant und treten im Funktionsmodell linear auf [35].

## 4.1 Beschreibung der Umweltbedingungen

Dieser Abschnitt geht auf die klimatischen Bedingungen in Wüsten ein, um die Verbesserung der Berechnungen besser beurteilen zu können. Wüsten sind ein Haupteinsatzgebiet von Trinkwasserpipelines. Betrachtet werden hier die Tagestemperaturdifferenzen. Da für die Arbeit keine realen Messwerte vorlagen, werden die realen Messwerte durch Simulation erzeugt. Eine Betrachtung über einen längeren Zeitraum kann durch mehrere aufeinanderfolgende Tagessimulationen realisiert werden. Die dabei verlorenen Informationen sind für die Leckerkennung und -ortung nicht relevant. Es handelt sich hierbei um die Druck-

und Durchflusswerte des Tages, die nach Ablauf dessen gelöscht werden. Eine weitere Betrachtung dieser Informationen erfordert vor allem Speicherplatz und beeinträchtigt die Rechengeschwindigkeit negativ.

Die der Betrachtung zu Grunde liegenden Daten wurden zwischen 1961 und 1990 vom *Western Regional Climate Center* aufgenommen, ausgewertet und veröffentlicht [36]. Tagesminima und -maxima wurden über diesen Zeitraum gemittelt, so dass die Betrachtung dieser gemittelten Tagestemperaturdifferenzen ( $\Delta T$ ), wie in Abb. 4.1 zu sehen, eine statistisch solide Grundlage darstellt.

Der maximale Temperaturunterschied  $\Delta T_{max} = 16,72 K$  ist am 175. Tag des Jahres, dem 23. Juni zu beobachten.

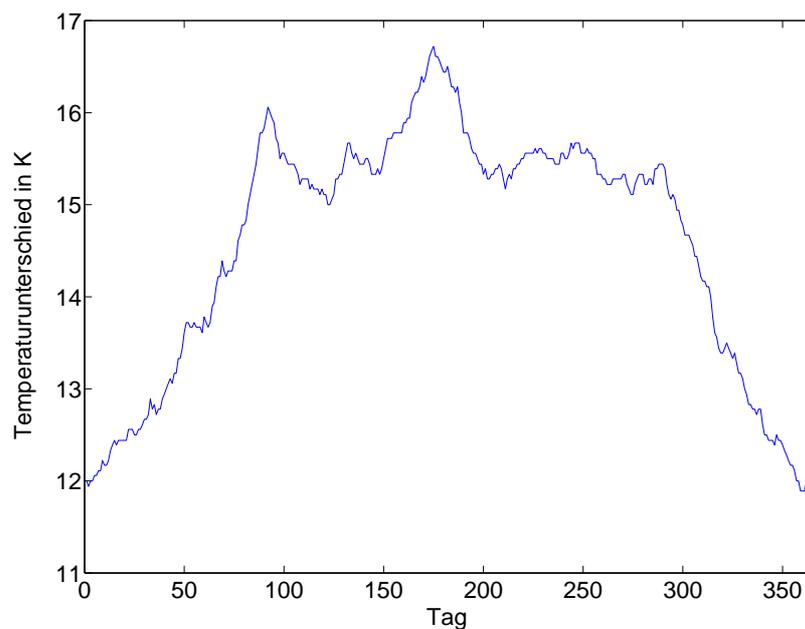


Abb. 4.1: Verlauf der Tagestemperaturunterschiede in DESERT ROCK WSMO, NEVADA

Aufgrund dieser signifikanten Temperaturunterschiede bringt die Einführung von temperaturbehafteten Messwerten das Modell und somit die Simulationsergebnisse der Natur ein großes Stück näher.

Für nachfolgende vergleichende Betrachtungen wird der Temperaturarbeitsbereich der Modellpipeline zu:

$$10 \text{ }^\circ\text{C} \leq T \leq 60 \text{ }^\circ\text{C}$$

und der Druckarbeitsbereich zu:

$$10 \text{ bar} \leq p \leq 60 \text{ bar}$$

angenommen.

Der gewählte Temperaturbereich ist so breit gefächert, damit Umweltphänomene wie zum Beispiel Schatten und direkte Sonneneinstrahlung darin einbezogen sind.

Die Wahl des Druckbereiches basiert auf dem Anfangsdruck des die Pipeline durchfließenden Fluids und dem Druckabfall entlang der Pipeline. Um einen Wechsel des Arbeitsbereiches zu ermöglichen, wird der Druckbereich etwas erweitert.

## 4.2 Die Schallgeschwindigkeit

Die Schallgeschwindigkeit beschreibt die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schallwellen. Schallwellen sind im Allgemeinen wellenförmige Fortpflanzungen von Druck- oder Dichteschwankungen in elastischen Medien. Die Grundlage der Übertragung dieser Schwankungen ist die Beweglichkeit der Moleküle. Die Moleküle bleiben zwar an ihrem Ort, schwingen aber um ihre Ruhelage und „transportieren“ so die Druck- oder Dichteschwankungen im Medium weiter [37].

### Die Berechnungsformel für die variable Schallgeschwindigkeit

Um für das Fluid „Wasser“ einen funktionalen Zusammenhang zwischen Schallgeschwindigkeit, Druck und Temperatur eindeutig zu beschreiben, wird in dieser Arbeit auf Regression zurückgegriffen. Die Regression dient im Allgemeinen der Angleichung von zufallsbehafteten Werten an ein gewähltes Modell. Dabei werden nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate die Parameter für die beste Angleichung der Werte an das Modell ermittelt.

Die verwendete Modellgleichung (der funktionale Zusammenhang) kann allgemein als zweidimensionales Polynom geschrieben werden:

$$c(p, T) = \alpha_1 + \begin{pmatrix} \alpha_2 & \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p & T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_4 & \alpha_5 \\ \alpha_5 & \alpha_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ T \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Ausmultipliziert ergibt sich:

$$c(p, T) = \alpha_1 + \alpha_2 p + \alpha_3 T + p^2 \alpha_4 + \frac{\alpha_5}{2} p T + T^2 \alpha_6. \quad (4.2)$$

Die der Regression zu Grunde liegenden Testdaten wurden vom National Institute of Standards and Technology (NIST) veröffentlicht [38].

Die  $N$  gemessenen Wertetupel  $\{T_i, p_i, c_{si}\}$  bilden nun gemeinsam mit Gleichung (4.1) die Grundlage zur Berechnung der optimalen Parameter  $\alpha_1 \dots \alpha_6$ .

$$\sum_{i=1}^N [f_i - \tilde{f}(p_i, T_i)]^2 = \min \quad (4.3)$$

Nach der Fehlerquadratmethode (4.3) wird die Differenz aus gemessenem Funktionswert an der Stelle  $i$  ( $f_i = c_{si}$ ) und Modellwert<sup>1</sup> an der Stelle  $i$  ( $\tilde{f}(p_i, T_i) = \tilde{c}_{si}$ ) gebildet und diese anschließend quadriert. Die Summe aller quadrierten Differenzen wird minimiert und somit die optimalen Parameter bestimmt. Die Angleichung liefert folgende Werte für die Parameter  $\alpha_1 \dots \alpha_j \dots \alpha_6$ :

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 1413,405506 \\ \alpha_2 &= 0,155903 \\ \alpha_3 &= 3,938780 \\ \alpha_4 &= -0,000011 \\ \alpha_5 &= 0,000254 \\ \alpha_6 &= -0,027143 \end{aligned}$$

Der durch eine Annäherung von Gleichung (4.1) in Verbindung mit den berechneten  $\alpha_i$  gemachte Fehler beträgt maximal  $2,94129 \frac{m}{s} = 0,202 \%$ . Dieser Unterschied von approximierter zu tatsächlicher Schallgeschwindigkeit ist hinreichend klein und bietet eine gute Grundlage für weitere Berechnungen.

Das Ergebnis der Ausgleichsrechnung ist in Abb. 4.2 grafisch dargestellt.

Auffällig dabei ist, dass der Verlauf der Residuen (Messwert – Modellwert) einen sinusförmigen Charakter hat (vgl. Abb. 4.3). Durch Regression mit einem anderen Modell könnten diese Residuen leicht ausgeglichen werden. Der maximale Fehler von

<sup>1</sup>Modellwert = Funktionswert von Gleichung (4.1)

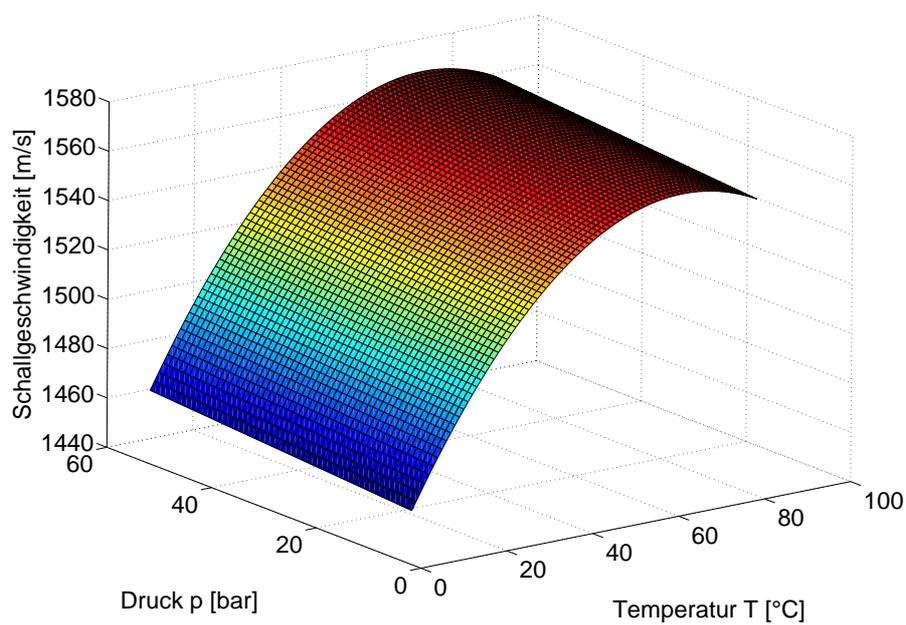


Abb. 4.2: Temperatur- und Druckeinfluss auf die Schallgeschwindigkeit in Wasser (modelliert nach (4.1))

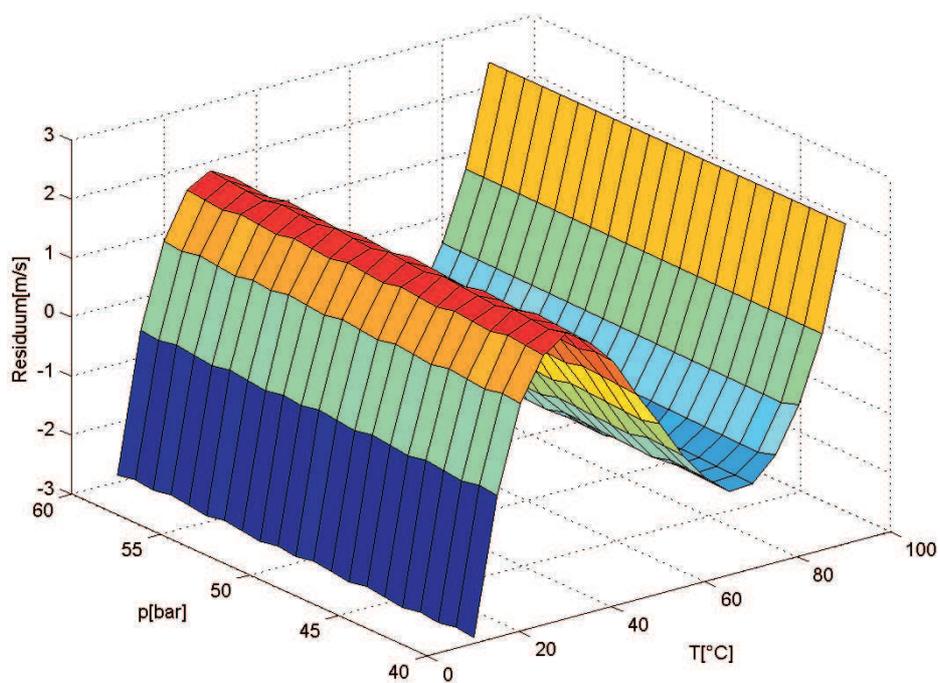


Abb. 4.3: Residuen nach erfolgter Regression

0,202 % rechtfertigt diesen Aufwand jedoch nicht. Der Verlauf lässt weiterführend den Schluss zu, dass bezüglich der Änderung eines Druckes keine wesentlichen Änderungen in den Residuen zu erkennen sind. Das liegt an der sehr geringen Steigung der Schallgeschwindigkeit bei Erhöhung des Druckes.

Schon jetzt ist erkennbar, dass der Druck im Gegensatz zur Temperatur keinen wesentlichen Einfluss auf die Schallgeschwindigkeit in Wasser hat. Die in Abb. 4.4 gezeigte Gegenüberstellung der funktionalen Abhängigkeiten verdeutlicht diese Erkenntnis.

Im Folgenden gilt es zu prüfen, inwieweit die Integration der gewonnenen Erkenntnisse in

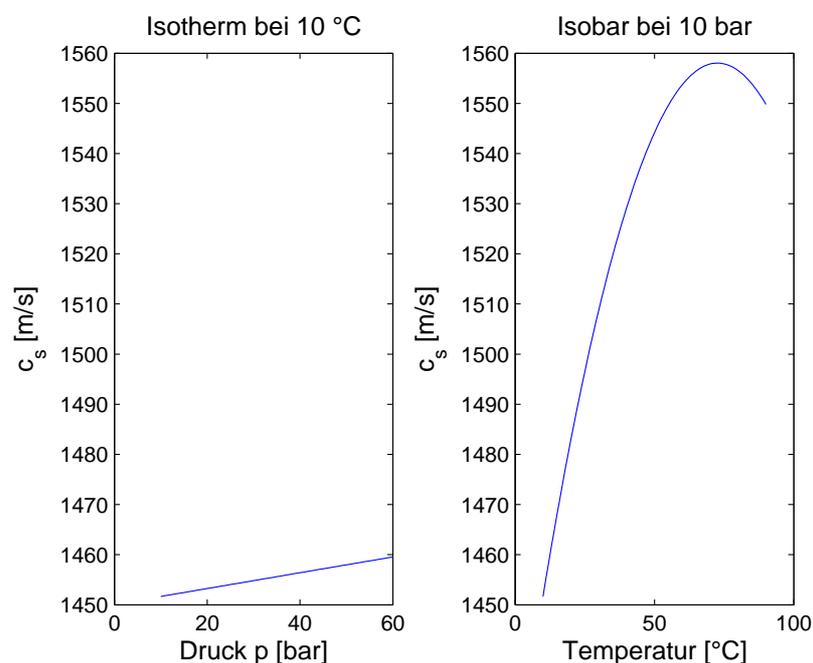


Abb. 4.4: Gegenüberstellung der Einflussfaktoren Druck und Temperatur auf die Schallgeschwindigkeit in Wasser (modelliert nach (4.1))

das vorhandene Modell möglich ist und wie weiterführend das Simulationsergebnis dadurch verbessert werden kann.

## 4.3 Die Dichte

Als Dichte wird hinlänglich das Verhältnis von Masse und Volumen einer Substanz bezeichnet. Die Tatsache, dass die Dichte eines Fluids eine Abhängigkeit von der Temperatur zeigt, ist bekannt. In der Literatur ist eine mathematische Beschreibung der Dichteänderung von Wasser bei Temperatur- und Druckwechseln nicht bekannt. Um auch für die Dichte eine mathematische Beziehung  $\rho(p, T)$  herzustellen, wird erneut durch eine Regressionsrechnung, wie unter 4.2 beschrieben, mit Modellgleichung (4.4) und Testdaten nach [38] eine analytische Beschreibung ermittelt. Das Modell lässt sich auch für diese Regression als zweidimensionales Polynom schreiben:

$$\rho(p, T) = \alpha_7 + \begin{pmatrix} \alpha_8 & \alpha_9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p & T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{10} & \alpha_{11} \\ \alpha_{11} & \alpha_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ T \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

Die Angleichung lieferte folgende Werte für die Parameter  $\alpha_7.. \alpha_j.. \alpha_{12}$ :

$$\begin{aligned} \alpha_7 &= 1,001440 \\ \alpha_8 &= 0,476297 \cdot 10^{-4} \\ \alpha_9 &= -0,104219 \cdot 10^{-3} \\ \alpha_{10} &= -2,353940 \cdot 10^{-8} \\ \alpha_{11} &= -7,591040 \cdot 10^{-9} \\ \alpha_{12} &= -3,33509 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

Das Ergebnis der Regressionsrechnung ist in Abb. 4.5 zu sehen. Die maximale Abweichung der so entstandenen Approximation beträgt  $0.0004446 \frac{g}{ml} = 0,046 \%$ . Dieser Wert stellt ein sehr gutes Angleichungsergebnis dar.

Auf der Basis des ermittelten funktionalen Zusammenhangs soll nun geprüft werden, inwieweit dieses Ergebnis bei der Simulation Berücksichtigung finden muss. Betrachtet werden zwei Arbeitspunkte (AP):

$$\begin{aligned} AP\ 1 &: \rho(40\ bar, 90\ ^\circ C) = 0,96689 \frac{g}{ml} \\ AP\ 2 &: \rho(60\ bar, 10\ ^\circ C) = 1,00280 \frac{g}{ml} \end{aligned}$$

Der Unterschied  $\Delta\rho$  beträgt  $0,0359 \frac{g}{ml} = 3,58 \%$ .

Auf Grund der geringen Dichteänderung von  $3,58 \%$  in einem Temperaturbereich von

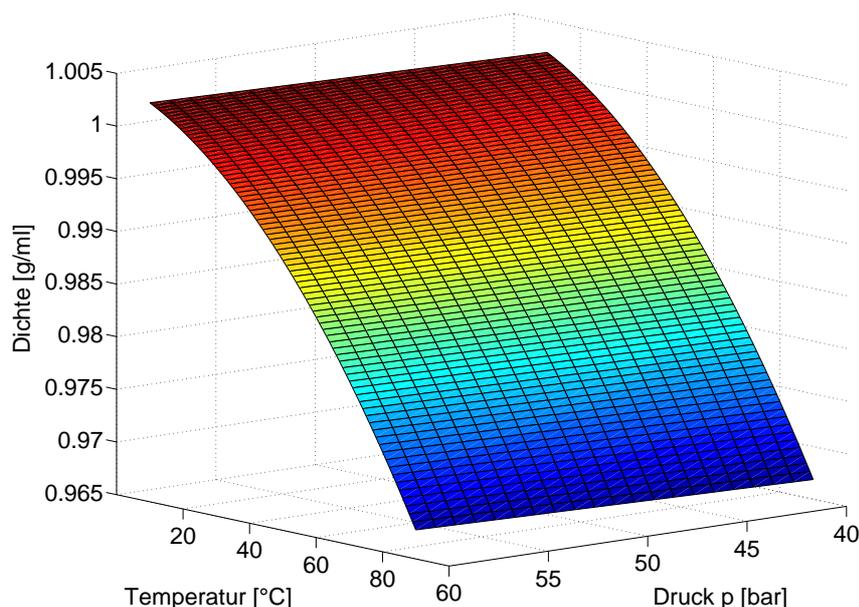


Abb. 4.5: Temperatur- und Druckeinfluss auf die Dichte von Wasser (modelliert nach (4.4))

80  $K$  wird auf eine Behandlung der Dichte als temperaturabhängige Variable zugunsten der Simulationsrechengeschwindigkeit verzichtet. Auf unserem Weg zur Entwicklung eines temperaturabhängigen Simulationsmodells besteht, im Gegensatz zur Schallgeschwindigkeit (Änderung des Gitterabstandes beim Charakteristikenverfahren siehe 5.2), keine elementare Notwendigkeit zur weiteren Betrachtung einer temperaturabhängigen Dichte. Sie wird weiterhin konstant zu  $1 \frac{g}{ml}$  angenommen.

## 4.4 Die Viskosität

Physikalische Grundlage der Viskosität, auch Zähigkeit genannt, sind Reibungskräfte zwischen Teilchen oder Schichten bei der Formänderung eines Fluids. Sie gibt an, wie stark das Fluid Formänderungen widersteht. Um den Viskositätskoeffizienten einer Flüssigkeit zu definieren, betrachtet man eine Flüssigkeit zwischen zwei parallelen Platten mit gleicher Fläche  $A$  und einem Abstand  $x$ . Die obere Platte bewegt sich durch eine Kraft  $F$  in horizontaler Richtung mit einer Geschwindigkeit  $v$ . Damit die obere Platte die Geschwindigkeit beibehält, muß die Kraft ständig an ihr ziehen, da die wirkenden Reibungskräfte zwischen der Platte und der angrenzenden Flüssigkeitsschicht versuchen, die Bewegung zu verhin-

dern (Abb. 4.6). Die aufzubringende Kraft ist proportional zur Geschwindigkeit  $v$  und zur Plattenfläche  $A$  und umgekehrt proportional zum Abstand der Platten [37]. Die dynami-

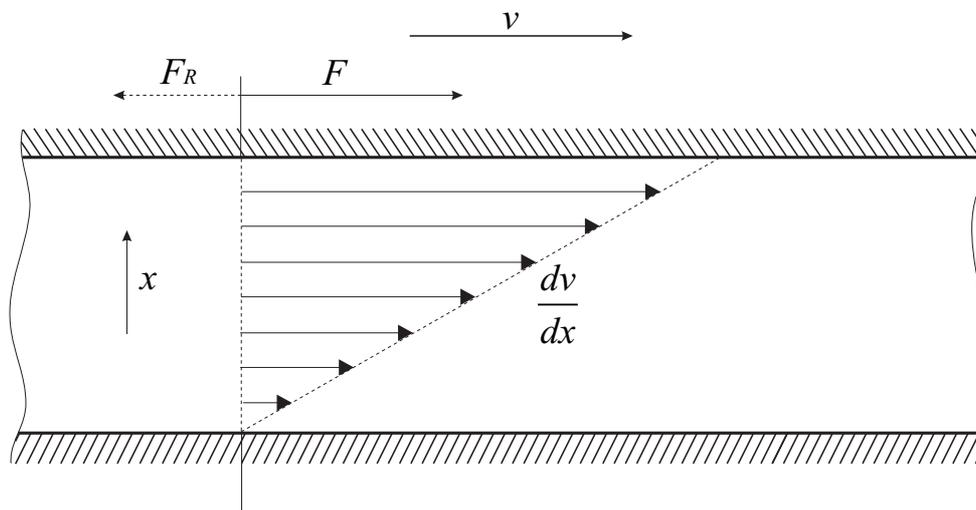


Abb. 4.6: Flüssigkeit zwischen zwei parallelen, unendlich großen Platten

sche Viskosität zeigt nach [17] eine besonders starke Abhängigkeit von der Temperatur. Allgemein steigt die Viskosität an, wenn die Temperatur abnimmt. Eine mathematische Beschreibung dieses Zusammenhangs lässt sich ebenfalls in der Literatur nicht finden. Der Fehler bei der Berechnung der Viskosität über die Kohäsionskräfte von Wassermolekülen ist zu hoch, um damit qualifizierte Aussagen zu treffen und eine analytische Beschreibung herzuleiten.

### Die Berechnungsformel für die variable Viskosität

Auch diesem Prozessparameter wurde durch Regression eine Funktion  $f(p, T)$  zugeordnet. Das Regressionsmodell lässt sich, wie schon bei der Schallgeschwindigkeit und bei der Dichte, als zweidimensionales Polynom schreiben:

$$\eta(p, T) = \alpha_{13} + \begin{pmatrix} \alpha_{14} & \alpha_{15} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p & T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{16} & \alpha_{17} \\ \alpha_{17} & \alpha_{18} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ T \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

Die Angleichung lieferte folgende Werte für die Parameter  $\alpha_{13}.. \alpha_j.. \alpha_{18}$ :

$$\begin{aligned}\alpha_{13} &= 1503,09 \\ \alpha_{14} &= -0,0626516 \\ \alpha_{15} &= -27,2483 \\ \alpha_{16} &= 3,36134 \cdot 10^{-6} \\ \alpha_{17} &= 6,25508 \cdot 10^{-4} \\ \alpha_{18} &= 0,160211\end{aligned}$$

Das Ergebnis der Regressionsrechnung ist in Abb. 4.7 zu sehen.

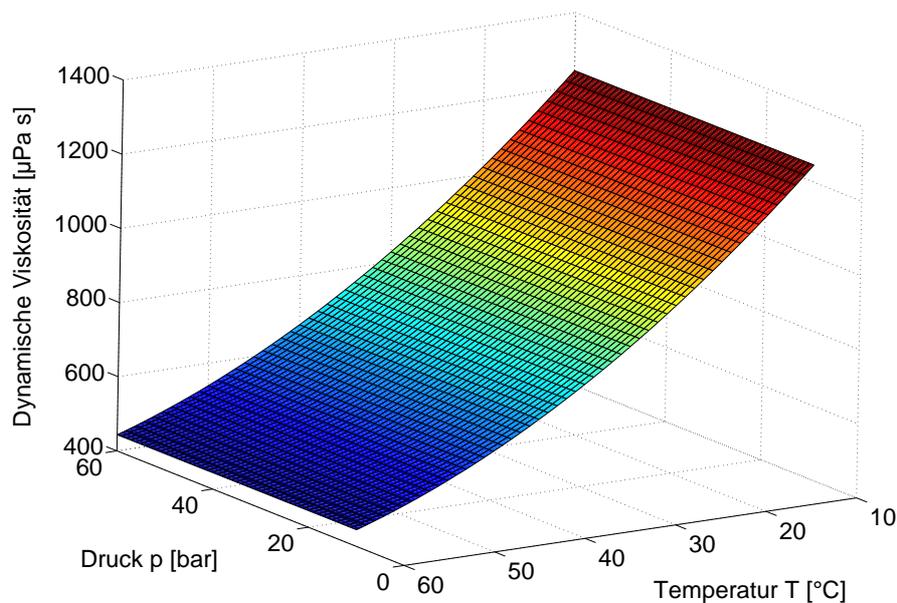


Abb. 4.7: Temperatur- und Druckeinfluss auf die Viskosität von Wasser (modelliert nach (4.5))

Die maximale Abweichung der so entstandenen Approximation beträgt  $57,03 \mu Pa s$ . Das entspricht einer prozentualen Abweichung von  $4,38 \%$ . Auch die Viskosität zeigt, wie schon die Schallgeschwindigkeit, eine stärkere Abhängigkeit von der Temperatur als vom Druck. Die beiden Abhängigkeiten sind in Abb. 4.8 gegenübergestellt. Die starke Temperaturabhängigkeit legt nahe die Viskosität im verbesserten Modell als veränderliche Größe zu implementieren.

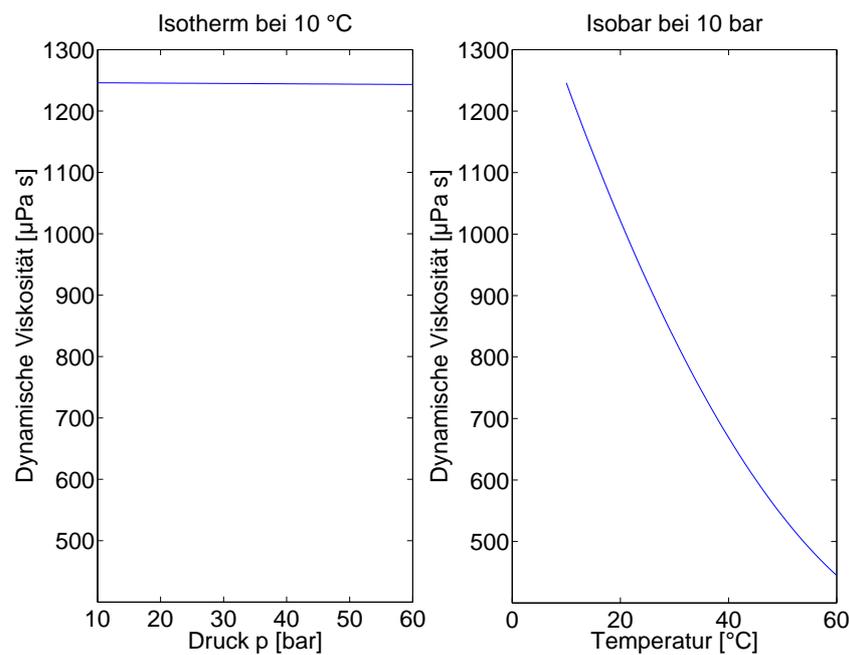


Abb. 4.8: Vergleich von Temperatur- und Druckeinfluss auf die Viskosität von Wasser (modelliert nach (4.5))

## 4.5 Die Rohrfläche A

Die Veränderung der Umgebungstemperatur führt neben den bereits beschriebenen Auswirkungen im Fließverhalten des Wassers auch zu Querschnitts- und Umfangsänderungen des Pipelinematerials. Somit ist es notwendig, auch diesen Effekt zu betrachten und seinen Einfluss auf das Strömungsverhalten abzuschätzen. Für die Pipeline wird als Rohrwerkstoff Stahl mit einem Temperaturkoeffizienten  $\alpha_T = 3,6 \cdot 10^{-5}/K$  angenommen. Geht man davon aus, dass die Pipeline einer maximalen Temperaturschwankung von  $80K$  unterliegt, ergibt sich eine Längenzunahme und eine Zunahme des Rohrumfangs von  $0,29\%$ . Aufgrund des quadratischen Einflusses des Temperaturkoeffizienten bei der Änderung des Rohrquerschnittes vergrößert sich die Fläche um ca.  $0,6\%$ . Aufgrund dieser prozentual geringen Änderungen werden die durch Erwärmung auftretenden Ausdehnungseffekte vernachlässigt.



# 5 Numerische Lösung - Das Charakteristikenverfahren

Die Modellgleichungen (3.37) und (3.39) bilden ein System aus zwei hyperbolischen partiellen Differentialgleichungen für die von Ort und Zeit abhängigen Größen Druck und Durchfluss. Eine analytische Lösung ist nicht bekannt, deshalb muss ein geeignetes numerisches Lösungsverfahren gefunden werden. Wie aus der Literatur zu entnehmen ist, werden zur Lösung hyperbolischer Gleichungssysteme vorwiegend drei Verfahren herangezogen:

**explizite Differenzenverfahren:** Diese Verfahren sind ein rekursiver, iterativer Lösungsweg, der durch kleine Schrittweiten in Ort und Zeit gekennzeichnet ist. Der Rechenaufwand ist somit sehr hoch.

**implizierte Differenzenverfahren** Man erhält i.a. ein nichtlineares Gleichungssystem, welche der Form der Zustandsdarstellung gleicht. Besteht die Möglichkeit, ein lineares Gleichungssystem aufzustellen, lässt sich der auch hier hohe Rechenaufwand deutlich reduzieren.

**Charakteristikenverfahren:** Das Charakteristikenverfahren ist eine Art Finite-Differenzen-Approximation, bei dem das Differentialgleichungssystem mit Hilfe einer Koordinatentransformation in zwei gewöhnliche Differentialgleichungen (ODE - Ordinary differential equations) umgeformt wird. Als Koordinaten fungieren die sogenannten Charakteristiken selbst. Der Vorteil, das Problem auf gängige ODE-Lösungsverfahren reduziert zu haben, führt nachteilig zu einem Transparenzverlust aufgrund des Rechnens im transformierten Bereich. Dies kann zu Schwierigkeiten bei Systemerweiterungen (z.B. beim Beobachterentwurf) führen.

## 5.1 Lösungsverfahren zur isothermen Berechnung

Nach [25] ist die Lösung über das Charakteristikenverfahren die genaueste, wenn auch vom Rechenaufwand her die aufwändigste Methode. Eine deutliche Verringerung des Rechenaufwandes wird mit einer Linearisierung der Differenzialgleichungen erreicht. Das Ergebnis ist aber nur noch in der Nähe eines Arbeitspunktes genau, was Probleme bei stark instationärem Verhalten (z.B. Arbeitspunktwechsel oder plötzliches Auftreten eines großen Lecks) bedeutet. Der geringste Rechenaufwand ergibt sich bei einem linearen Modell mit rationalen Übertragungsfunktionen. Allerdings sind die Abweichungen deutlich größer als bei den anderen beiden Methoden. Die Methode der Charakteristiken versucht die partiellen Differenzialgleichungen in gewöhnliche Differenzialgleichungen umzuwandeln, die dann auf einfache Weise implizit gelöst werden können [17]. Nach Umformungen der Modellgleichungen 3.37 und 3.39 und der Multiplikation der Modellgleichung 3.37 mit dem noch unbekanntem Faktor  $\epsilon$  ergibt für die Summe beider Gleichungen:

$$\left(\frac{\partial q}{\partial t} + Agpsin(\alpha) + \frac{\lambda}{2DA\rho}q^2 + A\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \epsilon\left(\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{c_s^2}{A}\frac{\partial q}{\partial x}\right) = 0 \quad (5.1)$$

Nach einer Umformung dieser Gleichung wird das Ziel deutlich, die Ableitung nach dem Ort zu eliminieren:

$$\left(\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\epsilon c_s^2}{A}\frac{\partial q}{\partial x}\right) + \epsilon\left(\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{A}{\epsilon}\frac{\partial x}{\partial x}\right) + Agpsin(\alpha) + \frac{\lambda q^2}{2DA\rho} = 0. \quad (5.2)$$

Mit

$$\frac{\epsilon c_s^2}{A} = \frac{\partial x}{\partial t} \quad (5.3)$$

und

$$\frac{A}{\epsilon} = \frac{\partial x}{\partial t} \quad (5.4)$$

sind die Terme in den Klammern nur noch von der Zeit abhängig. Der Faktor  $\epsilon$  erfüllt die Gleichungen (5.3) und (5.4) mit:

$$\epsilon = \pm \frac{A}{c_s} \quad (5.5)$$

und der Zusammenhang zwischen Orts- und Zeitvariable ist durch

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \pm c_s. \quad (5.6)$$

gegeben. Weiterführend vereinfacht sich Gleichung (5.2) zur Beschreibung der Charakteristiken zu:

$$\frac{dq}{dt} \pm \frac{A}{c_s} \frac{dp}{dt} + Ag\rho\sin(\alpha) + \frac{\lambda q^2}{2DA\rho} = 0. \quad (5.7)$$

Die Gleichung mit dem  $+$ -Zeichen heißt  $C^+$ -Gleichung, die andere  $C^-$ -Gleichung. Abb. 5.1 zeigt, entlang welcher Linien im  $x-t$ -Diagramm diese beiden Gleichungen gültig sind. Die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $P$  repräsentieren Druck und Durchfluss an dem jeweiligen Ort zur jeweiligen Zeit. Um ein Gleichungssystem zu erhalten, mit dem bei bekannten Werten für

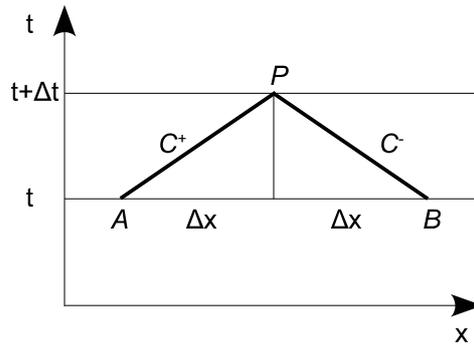


Abb. 5.1: Charakteristikenverfahren, Werte entlang der Leitung

Druck und Durchfluss in  $A$  und  $B$  die Werte für den Punkt  $P$  berechnen zu können, wird die Gleichung (5.7) in Form finiter Differenzen geschrieben. Dazu muss die  $C^+$ -Gleichung von  $A$  nach  $P$  und die  $C^-$ -Gleichung von  $P$  nach  $B$  integriert werden. Vorher wird (5.7) noch mit  $c_s dt/A = \pm dx/A$  multipliziert. Für  $C^+$  ergibt sich:

$$\frac{c_s}{A} (q_P - q_A) + p_P - p_A + g\rho\sin(\alpha)\Delta x + \frac{\lambda q_A q_P}{2DA^2\rho} \Delta x = 0. \quad (5.8)$$

und für  $C^-$

$$\frac{c_s}{A} (q_P - q_B) - p_P + p_B + g\rho\sin(\alpha)\Delta x + \frac{\lambda q_B q_P}{2DA^2\rho} \Delta x = 0. \quad (5.9)$$

Der Durchfluss ist nicht als Funktion über den Ort bekannt, deshalb wurde folgende Näherung verwendet, die für den stationären Fall exakt ist:

$$\int_{x_1}^{x_2} q^2 dx \approx q_{x_1} q_{x_2} \Delta x \quad (5.10)$$

Die Gleichungen (5.8) und (5.9) bilden das Gleichungssystem, mit dem bei bekannten Werten für Druck und Durchfluss in  $A$  und  $B$  die Werte für den Punkt  $P$  berechnet werden können.

### Bestimmtheitsgebiete und Randbedingungen

Unter der Annahme, dass nur der Anfangszustand der Pipeline bekannt ist - z.B. stationärer Fall mit konstantem Durchfluss und linearem Druckabfall - kann nur ein dreieckiger Bereich im  $x-t$ -Diagramm mit den beiden Gleichungen berechnet werden. Die Grenzen des Bestimmtheitsgebietes sind durch die Steigungen  $dt/dx = \pm 1/c_s$  gegeben. Die Berechnung nur dieses Gebietes ist natürlich unzureichend. Der Übergang zu einem gemischten Anfangs-Randwertproblem ist deshalb nötig. Allerdings reicht es nicht aus Druck und Durchfluss am Leitungsanfang zu verwenden, denn auch damit kann zu einer Zeit  $t > 0$  nicht gleichzeitig der Zustand am Rohrende bestimmt werden. Um die Vorgabe der Gleichzeitigkeit zu erreichen, muss folglich neben dem Anfangszustand der Leitung jeweils eine Zustandsgröße am Pipelineanfang und -ende bekannt sein. Für die folgenden Berechnungen wird davon ausgegangen, dass beide Drücke bekannt (gemessen) und beide Durchflüsse gesucht sind. Andere Fälle können aber entsprechend behandelt werden. Ausgehend von einem bekannten (stationären) Anfangszustand der Leitung zur Zeit  $t = 0$  und bekannten Drücken an Rohranfang und -ende werden die Zustandsgrößen der Pipeline ermittelt.

### Stationärer Anfangszustand

Aus der Kontinuität folgt, dass der Durchfluss über die gesamte Rohrlänge konstant ist, also  $q_A = q_B = q_P = q$ . Mit den Ersatzkonstanten

$$R = \frac{\lambda}{2 D A^2 \rho} \quad (5.11)$$

ergibt sich aus (5.8) und (5.9)

$$p_B - p_A = 2\Delta p = -2g\rho\sin(\alpha)\Delta x - 2Rq^2\Delta x. \quad (5.12)$$

Der Druckabfall über die Rohrlänge im stationären Fall ist wie erwartet linear:

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = -g\rho\sin(\alpha) - Rq^2. \quad (5.13)$$

Somit ist der Anfangszustand der Pipeline vollständig definiert.

### Bestimmung der Randwerte

Bei gegebenen (gemessenen) Drücken am Anfang und Ende der Rohrleitung müssen dort die Durchflüsse berechnet werden. Am Rohranfang wird die  $C^-$ -Charakteristik verwendet,

um den Durchfluss  $q_p$  zu erhalten (Abb. 5.2). Mit der Ersatzkonstanten

$$B = \frac{c_s}{A} \quad (5.14)$$

ergibt sich für die  $C^-$ -Charakteristik am Leitungsanfang:

$$q_P|_{x=0} = q_{0,\Delta t} = \frac{\tilde{p}_{0,\Delta t} - p_{\Delta x,0} + B q_{\Delta x,0} - \rho g \sin(\alpha) \Delta x}{B + R q_{\Delta x,0} \Delta x} \quad (5.15)$$

Analog für die  $C^+$ -Charakteristik am Leitungsende:

$$q_P|_{x=L} = q_{L,\Delta t} = \frac{p_{L-\Delta x,0} - \tilde{p}_{L,\Delta t} + B q_{L-\Delta x,0} - \rho g \sin(\alpha) \Delta x}{B + R q_{L-\Delta x,0} \Delta x} \quad (5.16)$$

Vom bekannten Anfangs- und Endzustand der Leitung müssen nun alle Zustandsgrößen

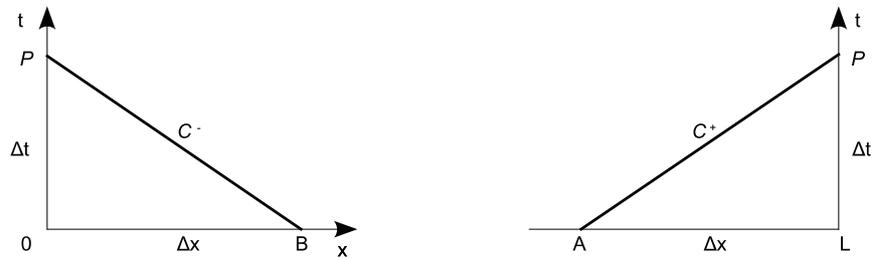


Abb. 5.2: Charakteristikenverfahren, Randwerte  $x = 0$  und  $x = L$

an den Stützstellen entlang der Pipeline berechnet werden. Dazu müssen (5.8) und (5.9) nach  $q_p$  und  $p_p$  aufgelöst werden:

$$q_P = q_{x,\Delta t} = \frac{p_{x-\Delta x,0} - p_{x+\Delta x,0} + B (q_{x-\Delta x,0} + q_{x+\Delta x,0}) - 2\rho g \sin(\alpha) \Delta x}{2B + R (q_{x-\Delta x,0} + q_{x+\Delta x,0}) \Delta x} \quad (5.17)$$

und

$$\begin{aligned} p_P &= p_{x,\Delta t} \\ &= p_{x-\Delta x,0} - B (q_{x,\Delta t} - q_{x-\Delta x,0}) - \\ &\quad g \rho \sin(\alpha) \Delta x - R q_{x,\Delta t} q_{x-\Delta x,0} \Delta x \end{aligned} \quad (5.18)$$

Das „Dreieck“ aus den Punkten A,B und P, wie in Abb. 5.1 dargestellt, wird entlang der  $x$ -Achse jeweils um  $\Delta x$  verschoben, bis alle inneren Punkte P berechnet sind. Mit den bekannten Randwerten der Leitung ist damit der Zustand der Pipeline über die gesamte Länge  $L$  zum Zeitpunkt  $\Delta t$  berechnet.



Der Reibungsbeiwert  $\lambda_{x,0}$  wurde für den Anfangsdurchfluss  $q_{x,0}$  berechnet. Für die darauf folgenden Zeitschritte wurde jeweils für die Durchflusswerte  $q_{0,t}$  und  $q_{L,t}$  ein Reibungsbeiwert  $\lambda$  ermittelt und daraus der Mittelwert gebildet. Der angegebene Wert für die Rohrrauigkeit  $k_R$  ist ein Schätzwert für ein gebrauchtes Stahlrohr [23]. Für den gegebenen Anfangsdruck  $p_{0,t} = 50\text{bar}$  fällt der Druck wie erwartet linear mit  $1,04\text{bar}/\text{km}$  in Fließrichtung ab, was einen Druck am Pipelineende von  $p_{L,t} = 18,77\text{bar}$  zur Folge hat. Der Durchfluss bleibt dabei über Ort und Zeit konstant. Im Falle eines Arbeitspunktwechsels (lineare Druckerhöhung am Rohreingang) wirkt sich die Druckänderung am Pipelineanfang nicht sofort auf die Druckwerte am Ausgang aus, da sich die Druckveränderung mit Schallgeschwindigkeit  $c_S$  durch das Rohr fortpflanzt. Diese Ausbreitung zeigt sich im Diagramm stets entlang von Diagonalen, da die Druckänderung für ein Wegstück  $\Delta x$  genau die Zeit  $\Delta t$  benötigt. Analoges Verhalten wird auch beim Durchfluss deutlich: Er bleibt unterhalb der Diagonalen konstant und erhöht sich erst dann, wobei er entlang einer Diagonalen immer konstant ist. Um den unrealistischen Fall, dass der gemessene Druck entweder zeitlich konstant oder linear veränderlich angenommen (gemessen) wird, auszuschließen, wird eine zufällige Streuung der Druckwerte um  $\pm 0,3\%$  simuliert. Auf diese Weise soll der mögliche Einfluss von Sensormessfehlern einbezogen werden. Die Abbildungen 5.4 und 5.5 zeigen Druck und Durchfluss für den Fall eines Arbeitspunktwechsels von 50 bar um 12% auf 56 bar mit einer linearen Druckerhöhung am Rohreingang.

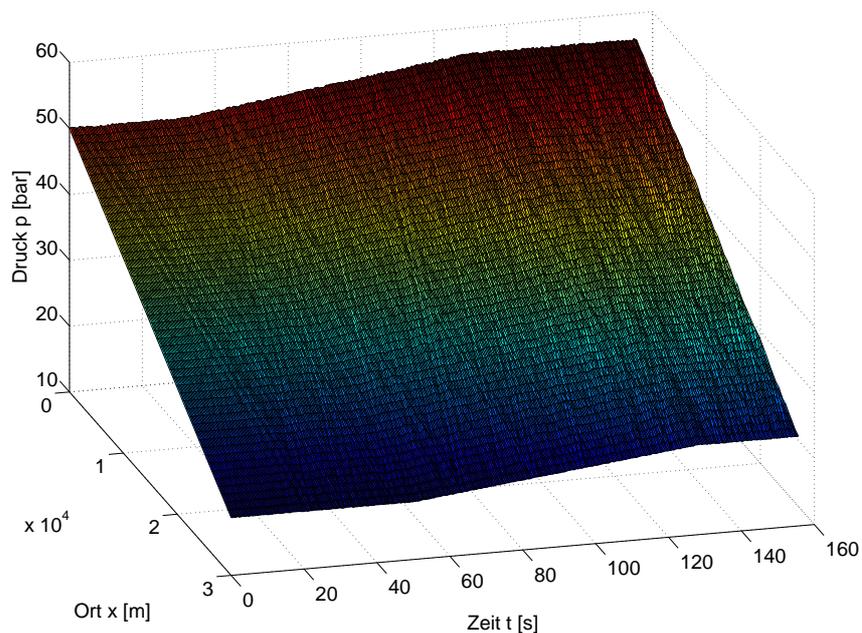


Abb. 5.4: Druckerhöhung am Eingang von 50 bar um 12% auf 56 bar mit einer Streuung der Messwerte um  $\pm 0,3\%$

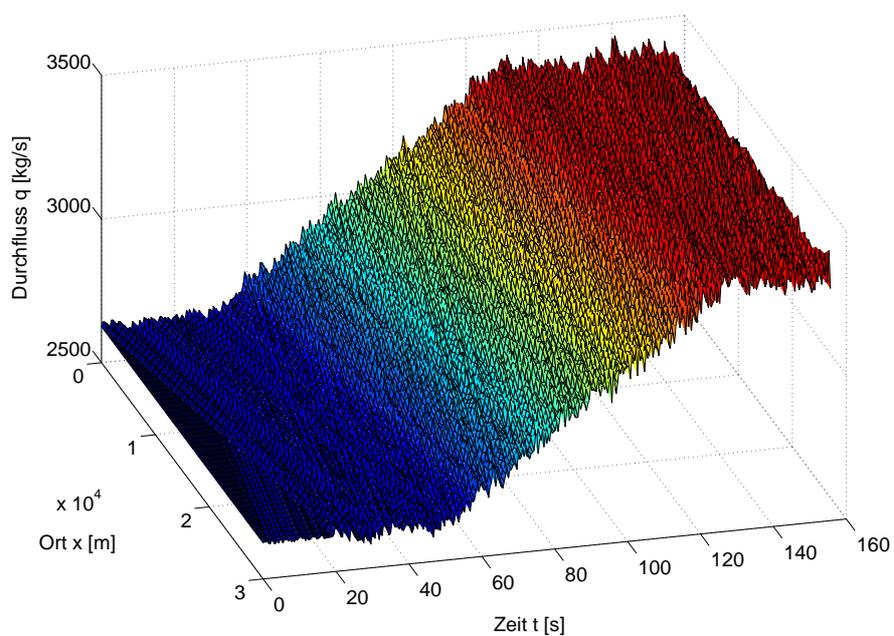


Abb. 5.5: Durchfluss bei Arbeitspunktwechsel von 50 bar um 12% auf 56 bar am Eingang mit einer Streuung der Messwerte um  $\pm 0,3\%$

## 5.2 Lösungsverfahren zur Berechnung temperaturvarianter Messwerte

Im Folgenden wird eine zeitliche Änderung der Temperatur entlang der gesamten Pipeline in das Charakteristikenverfahren integriert. Die unter 5.1 aufgeführten Gleichungen haben weiterhin ihre Gültigkeit. Um die Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit  $c_s$  von der Temperatur zu berücksichtigen, wird eine variable Zeitachse, wie in Abb. 5.6 dargestellt, eingefügt.

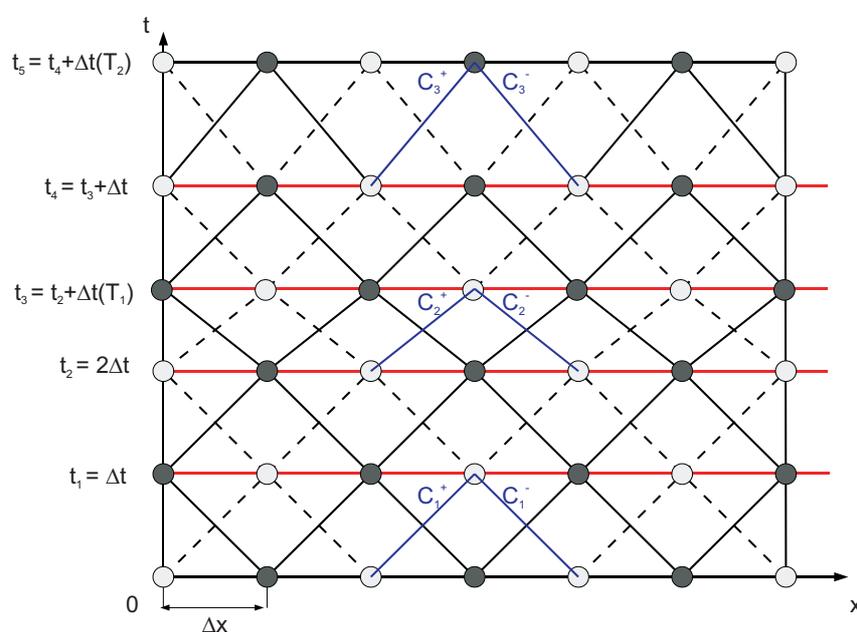


Abb. 5.6: Berechnungsgitter für das modifizierte Charakteristikenverfahren

Die berechneten  $\Delta t$  gelten in einem Bereich, in dem die Schallgeschwindigkeit  $c_s$  als konstant angesehen wird. Als konstant gilt eine Schallgeschwindigkeit, die sich unterhalb einer 1 % Toleranz ändert. Beträgt die Änderung der Schallgeschwindigkeit mehr als 1 % zum Zeitpunkt  $t_\nu$  mit dem dazugehörigen  $\Delta t_\nu$ , werden die Berechnungen ab  $T = t_{\nu+1}$  mit  $\Delta t_{\nu+1}$  fortgesetzt. Die Ortsabhängigkeit wird weiterhin äquidistant gestaltet. Der Vorteil dieser Modifizierung liegt in der Berechenbarkeit von temperaturbehafteten Messwerten. Das war unter den bisher getroffenen Modellannahmen nicht möglich und garantiert eine Leckortschätzung auch bei zeitlichen Temperaturschwankungen.

Gleichung (5.15) für die  $C^-$ -Charakteristik am Leitungsanfang ändert sich zu:

$$q_P|_{x=0} = q_{0,\Delta t} = \frac{\tilde{p}_{0,\Delta t} - p_{\Delta x,0} + B(t) q_{\Delta x,0} - \rho g \sin(\alpha) \Delta x}{B(t) + R(t) q_{\Delta x,0} \Delta x} \quad (5.19)$$

Gleichung (5.16) für die  $C^+$ -Charakteristik am Leitungsanfang ändert sich zu:

$$q_P|_{x=L} = q_{L,\Delta t} = \frac{p_{L-\Delta x,0} - \tilde{p}_{L,\Delta t} + B(t) q_{L-\Delta x,0} - \rho g \sin(\alpha) \Delta x}{B(t) + R(t) q_{L-\Delta x,0} \Delta x} \quad (5.20)$$

Die Gleichungen (5.17) und (5.13) für alle Zustandsgrößen an den Stützstellen entlang der Pipeline ändern sich zu:

$$q_P = q_{x,\Delta t} = \frac{p_{x-\Delta x,0} - p_{x+\Delta x,0} + B(t) (q_{x-\Delta x,0} + q_{x+\Delta x,0}) - 2\rho g \sin(\alpha) \Delta x}{2B(t) + R(t) (q_{x-\Delta x,0} + q_{x+\Delta x,0}) \Delta x} \quad (5.21)$$

und

$$\begin{aligned} p_P &= p_{x,\Delta t} & (5.22) \\ &= p_{x-\Delta x,0} - B(t) (q_{x,\Delta t} - q_{x-\Delta x,0}) - \\ &\quad g \rho \sin(\alpha) \Delta x - R(t) q_{x,\Delta t} q_{x-\Delta x,0} \Delta x. \end{aligned}$$

# 6 Druckverluste in gekrümmten Rohrleitungen

In diesem Kapitel wird untersucht, welchen Einfluss eine in die Rohrleitung eingebaute Krümmung auf die Druckwerte der vorliegenden Wasserpipeline hat. Unter einem Rohrkrümmer versteht man Rohrleitungselemente, die zwei gerade Leitungsabschnitte (Zu- und Ablauf) miteinander verbinden [9].

## 6.1 Strömungsverhalten in der Rohrkrümmung

Die Hauptmerkmale der Strömung durch gekrümmte Rohre sind die Veränderung der Strömungsform und die Vergrößerung des Widerstandes gegenüber der geraden Rohrströmung. Bezüglich der Strömungsform tritt bei einem Rohrkrümmer neben der Hauptströmung eine Sekundärströmung auf, welche sich der Hauptströmung überlagert. Durch die Wirkung der Zentrifugalkräfte längs der gekrümmten Stromlinien wird ein radialer Druckanstieg von der Innen- zur Außenseite des Rohres hervorgerufen (Abb. 6.1). Der im geraden Zulaufquerschnitt gleichmäßig über den Rohrquerschnitt verteilte Druck  $p_1$  erfährt auf der Außenseite vom Punkt  $A$  bis zum Punkt  $A'$  eine Druckerhöhung, so dass sich im Bereich  $A - A'$  das Fluid gegen steigenden Druck bewegt. Der Druckanstieg resultiert aus dem Verdrängen der an der Außenwand langsamer fließenden Flüssigkeitsteilchen durch die nach außen drückenden Partien mit höherer Geschwindigkeit. Die langsameren Flüssigkeitsteilchen werden so in zwei Teilströmen der oberen und der unteren Pipelinewand gegen die Innenwand geschoben. Auf diese Weise erhält die Sekundärströmung eine Form eines Doppelwirbels. Auf der Innenseite sinkt der Druck zunächst bis zum Punkt  $B$ . Beim Punkt  $B'$  steigt er dann näherungsweise auf den Druck  $p_2$  an. Im Bereich  $B - B'$  bewegt sich da strömende Fluid ebenfalls gegen steigenden Druck. In den Bereichen  $A - A'$  und  $B - B'$  liegen

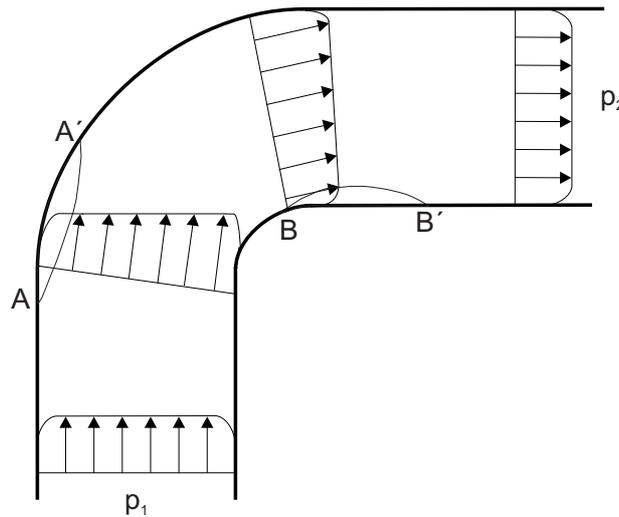


Abb. 6.1: Schematische Darstellung der Druckverhältnisse im Rohrbogen

also ähnliche Verhältnisse wie bei Diffusern vor. Erst wenn sich der Ablaufquerschnitt weit genug hinter der Krümmung befindet, verteilt sich der Druck wieder gleichmäßig über den Rohrschnitt. Die gestörte Ablaufstrecke kann eine Länge bis zu dem 50- bis 70-fachen des Durchmessers besitzen. Bei den zugrunde liegenden Pipelinedaten beträgt der Druckabfall in der Pipeline  $1.04\text{bar}/\text{km}$ , was innerhalb einer Stützstellendistanz von  $\Delta x = 600\text{m}$  zu einem Druckabfall von  $\Delta p_{\Delta x} = 0.624\text{bar}/\Delta x$  führt.

## 6.2 Modellierung einer Krümmung

Da die Möglichkeiten zur Beschreibung eines Krümmungsverlustes jeweils nicht uneingeschränkt gelten, ist für die gegebenen Abmessungen der Pipeline auf eine technisch sinnvolle Möglichkeit zur Modellierung zu achten.

Der zusätzliche Druckverlust im Rohrkrümmer hängt vor allem vom Durchmesser  $D$  des Rohres, dem Verhältnis  $X$  des Krümmungsradius  $r$  zum Durchmesser  $D$  (Abb. 6.2), der Rohrrauigkeit  $k_R$  und des Reibungsbeiwertes  $\lambda$  ab. Um den Einfluss des Krümmungsverlustes abschätzen zu können, muss aus den gegebenen Pipelineparametern 5.1 zunächst die mittlere Strömungsgeschwindigkeit im stationären Zustand ermittelt werden:

$$\bar{v} = \frac{q}{\rho \cdot A} = \frac{2626 \frac{\text{kg}}{\text{s}}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2.01 \text{m}^2} = 1.307 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (6.1)$$

Sie beschreibt die Geschwindigkeit des Fluides beim Eintritt in die Krümmung. Da es sich hierbei nicht um die Schallgeschwindigkeit  $c_s$ , sondern um die Flussgeschwindigkeit  $\bar{v}$  des

Fluides handelt, kann sie nach [22] temperaturunabhängig betrachtet werden.

Ein in technischen Bereichen sinnvolles Verhältnis  $X$  von Krümmungsradius zu Rohrdurchmesser für Pipelinesysteme liegt nach [8] und [13] im Bereich zwischen  $4 \leq \frac{r}{D} \leq 8$ .

Mit dem bekannten Radius  $r$  der Krümmung lässt sich die äquivalente Länge derselben

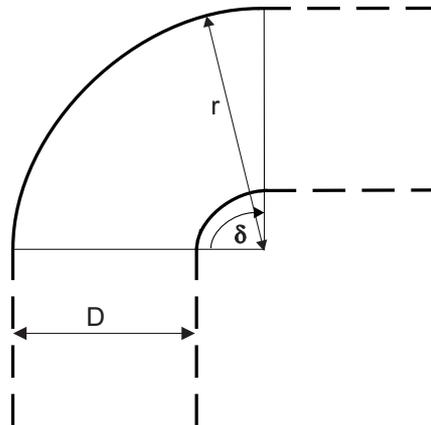


Abb. 6.2: Schematische Darstellung der Kenngrößen im Rohrbogen

als gerades Teilstück bestimmen. Mit  $4 \cdot D \leq r \leq 8 \cdot D$  und einem Winkel der Krümmung mit  $\delta = 90^\circ$  folgt für die äquivalente Länge  $L_A$  der aufgewickelten Krümmung:

$$\begin{aligned} L_A &= \frac{1}{2}\pi r & (6.2) \\ L_{Amin} &= \frac{1}{2}\pi 6.4m \\ L_{Amax} &= \frac{1}{2}\pi 12.8m \end{aligned}$$

Sie entspricht also maximal 2.13% der Stützstellendistanz von  $\Delta x = 600m$  entsprechen. Damit ist der Ansatz möglich, dass sich eine Krümmung in ihren Dimensionen immer innerhalb zweier Stützstellen befindet und die zusätzlichen Verluste auf den Druckabfall innerhalb eines  $\Delta x$  bezogen werden.

## 6.3 Integration der Rohrkrümmung in das Pieplinemodell

In der Strömungslehre existieren diverse Ansätze zur Berechnung bzw. Bestimmung von Druckverlusten von Krümmungselementen in Rohrleitungssystemen. Keines dieser Modelle kann jedoch für beliebige Abmessungen von Krümmungen und beliebige Fluideigenschaften

angewendet werden. In diesem Abschnitt werden beispielhaft einige Ansätze zur Berechnung der Druckverluste in Stömungsrichtung, hervorgerufen durch Rohrkrümmer, vorgestellt. In den Ansätzen wird immer von einem additiven Druckverlust zum bestehenden linearen Druckabfall, bzw. von einer zusätzlich ins Modell einzubringenden Verlusthöhe ausgegangen, wenn eine Krümmung hinzugefügt wird.

Im Folgenden werden die Auswirkungen, die sich auf Grund dieser Veränderung im Modell ergeben beurteilt und nach den unterschiedlichen Ansätzen betrachtet.

### Berechnung des Druckverlustes über die Verlusthöhe

F. Schleicher beschreibt in [6] erhebliche Probleme bei der theoretischen Behandlung von zusätzlichen Verlusten durch Richtungsänderungen in Rohrleitungen. Der Verlust durch den Rohrkrümmer wird über die Verlusthöhe  $h_k$  beschrieben. Sie wird bestimmt über:

$$\Delta h_k = \lambda_K \frac{v_m^2}{2g} \quad (6.3)$$

Statt einer experimentellen Bestimmung des Krümmungsverlustkoeffizienten  $\lambda_K$  gibt Schleicher für das Verhältnis zwischen Krümmungsradius  $r$  zu Rohrdurchmesser  $D$  in den Grenzen  $1 \leq \frac{r}{D} \leq 6$  folgende Berechnungsformel an:

$$\lambda_K = \left[ 0.13 + 1.85 \left( \frac{D}{r} \right)^{7/2} \right] \cdot \frac{\delta^\circ}{90^\circ}, \quad (6.4)$$

wobei  $\delta^\circ$  in dieser Formel für den Krümmungswinkel steht. Er wird hier auf eine 90°-Krümmung normiert. Eine in das Modell mit den in Tabelle 5.1 beschriebenen Modellparametern eingebrachte Krümmung würde nach diesem Ansatz von Schleicher folgende zusätzliche Verlusthöhe bewirken:

$$\begin{aligned} \Delta h_k &= \lambda_K \frac{v_m^2}{2g} \\ &= \left[ 0.13 + 1.85 \left( \frac{D}{r} \right)^{7/2} \right] \cdot \frac{\delta^\circ}{90^\circ} \cdot \frac{v_m^2}{2g} \\ &= 0.01258 \text{ m} \approx 0.013 \text{ m} \end{aligned} \quad (6.5)$$

Auf das Modell bezogen bedeutet dies, dass die Pipeline über die Entfernung von 600 m eine zusätzliche Höhe von 1,3 cm überwinden müsste. Diese Verlusthöhe kann mittels des Ausdruckes

$$\begin{aligned} \Delta p_v &= \rho \cdot g \cdot \Delta h_k \\ \Delta p_v &= 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.013 \text{ m} = 127.53 \text{ Pa} \approx 1.275 \cdot 10^{-3} \text{ bar} \end{aligned} \quad (6.6)$$

in einen äquivalenten Druckverlust umgerechnet werden.

D.S. Miller beschreibt in [11] den Strömungs- und Druckverlauf vom Einlauf des Fluides bis in den geraden Ablauf nach der Krümmung und gibt in Tabellen die Verlustkoeffizienten an, die in der Krümmung, bzw. im Ablauf der Krümmung auf die Strömung wirken. Den Krümmungsverlust  $\Delta h_k$  gibt er an mit:

$$\Delta h_k = K_b \frac{\bar{v}^2}{2g}. \quad (6.7)$$

$K_b$  ist der Krümmerverlustkoeffizient. Er bestimmt sich aus:

$$K_b = K_b^* \cdot C_{Re} \cdot C_o \cdot C_\lambda \quad (6.8)$$

$K_b^*$  wird einem Diagramm, in dem das Verhältnis Krümmungswinkel zu Durchmesser  $\left(\frac{r}{D}\right)$  über den Krümmungswinkel  $\delta$  aufgetragen ist, entnommen. Der Krümmungsverlustkoeffizient bestimmt sich desweiteren über die korrigierte Reynoldszahl  $C_{Re}$ . Sie wird unterschieden in  $C_{Re}$  der Klasse 1 für  $Re < 10^6$  und  $C_{Re}$  der Klasse 2 für  $Re > 10^6$ .

Die Werte für  $C_{Re}$  werden durch ein Diagramm bestimmt, in dem für  $\left(\frac{r}{D}\right)$  die Reynoldszahl über den Korrekturfaktor  $C_{Re}$  aufgetragen ist. Für den Fall, dass  $\frac{r}{D} > 0.7$  und  $K_b^* < 0.4$  ist ergibt sich  $C_{Re}$  als Klasse 3 Faktor zu:

$$C_{Re} = \frac{K_b^*}{K_b^* - 0.2 \cdot \left(C_{Re} \text{ für } \frac{r}{D} = 1\right) + 0.2} \quad (6.9)$$

Der Koeffizient  $C_o$  definiert sich als Klasse 3 Faktor zur Korrektur der Abflusslänge des Rohrsystems nach der Krümmung. Er wird aus einem Diagramm entnommen in welchem  $K_b^*$  als Funktion des Quotienten von Abflussstreckenlänge zu Rohrdurchmesser über  $C_o$  abgebildet ist.  $C_\lambda$  beschreibt einen Korrekturfaktor für den Reibungsbeiwert:

$$C_\lambda = \frac{\lambda_{rauh}}{\lambda_{glatt}} \quad (6.10)$$

$\lambda_{glatt}$  entspricht dem Reibungsbeiwert eines hydraulisch glatten Rohres und  $\lambda_{rauh}$  dem des verwendeten Rohres. Um über Tabellen von [11] den Druckverlust der Strömung zu erhalten, sind zunächst aus [23] Reibungsbeiwerte zu entnehmen, so dass für den Korrekturfaktor  $C_\lambda$  über die Gleichung von Colebrook der Wert für  $\lambda_{rauh}$  und  $\lambda_{glatt}$  bestimmt werden kann. Aus den bestimmten Werten ergibt sich  $C_\lambda$  zu

$$C_\lambda = \frac{\lambda_{rauh}}{\lambda_{glatt}} = \frac{0.0123}{0.01127} = 1.0914. \quad (6.11)$$

Die Verlusthöhe  $\Delta H$  berechnet sich mit den Werten aus der Tabelle für  $K_b$  zu:

$$\begin{aligned}\Delta H &= K_b \frac{\bar{v}^{22}}{2g} \\ &= K_b^* \cdot C_{Re} \cdot C_o \cdot C_\lambda \frac{\bar{v}^{22}}{2g} \\ &= 0.0171 \text{ m} \approx 0.017 \text{ m}\end{aligned}\quad (6.12)$$

Eine mit dieser Methode berechnete Krümmung entspricht einer Verlusthöhe in der gleichen Größenordnung wie bei [6] und bewirkt einen zusätzlichen Druckabfall von:

$$\Delta p_v = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.017 \text{ m} = 166.77 \text{ Pa} \approx 1.67 \cdot 10^{-3} \text{ bar} \quad (6.13)$$

### Berechnung des Druckverlustes über die Druckdifferenz

B. Preißler schreibt in [8] ebenfalls, dass die bei einer Änderung der Fließrichtung auftretenden zusätzlichen Verluste in einem Rohrsystem zu den schwersten theoretisch erfassbaren Größen der Hydromechanik gehören. Im Gegensatz zu Schleicher und Miller stellt er den zusätzlichen Druckverlust direkt als Druckdifferenz dar. Er führt den Verlustbeiwert  $\zeta_k$  ein, der von dem Radius der Rohrkrümmung  $r$ , dem Durchmesser des Rohres  $D$ , dem Umlenkwinkel  $\delta$ , der relativen Rauheit  $\epsilon = \frac{k_r}{D}$  und der Reynoldszahl  $Re$  abhängt. Er beschreibt den gesamten Krümmerverlust mit der Beziehung:

$$\zeta_k = \zeta_u + \zeta_f \quad (6.14)$$

wobei  $\zeta_f$  den Reibungsanteil und  $\zeta_u$  der zusätzliche Verlust durch die Krümmung darstellt. Allgemein setzt sich  $\zeta_u$  wie folgt zusammen:

$$\zeta_u = k_\delta \cdot k_A \cdot k_{Re} \cdot k_{Kr} \cdot k_\epsilon \quad (6.15)$$

$k_\delta$  beschreibt den Einfluss der Größe des Umlenkwinkels, während  $k_A$  abhängig von der Form des Rohrquerschnitts ist. Der Koeffizient  $k_{Re}$  ist an die Größe der Reynoldszahl  $Re$  gebunden. Sie nimmt mit größer werdender  $Re$  ab.

Der Faktor  $k_{kr}$  beschreibt den Einfluss des Krümmungsverhältnisses  $X = r/D$  und  $k_\epsilon$  berücksichtigt die Wandrauigkeit mit dem Faktor  $\epsilon = k/D$ .

Die Werte für die Faktoren bezieht Preißler aus Diagrammen oder Tabellen, er gibt für

den Bereich  $Re \geq 2 \cdot 10^5$ , einem Umlenkwinkel von  $\delta = 90^\circ$  und einem Kreisförmigen Querschnitt des Rohrsystems für den Umlenkverlust  $\zeta_u$  an:

$$\zeta_u = k_{Kr} \cdot k_\epsilon = \frac{0.21}{\sqrt{r/D}} \cdot (1 + 10^{-3} \cdot k/D) \quad (6.16)$$

Der resultierende Druckverlust auf Grund der Krümmung  $\Delta p$  ergibt sich dann mit:

$$\Delta p = \zeta_u \cdot \rho \cdot \frac{\bar{v}^2}{2} \quad (6.17)$$

Mit den gegebenen Pipelineparametern ergibt sich für eine Änderung der Strömungsrichtung additiv zum geraden Teilstück folgender Druckverlust:

$$\begin{aligned} \Delta p &= \zeta_u \cdot \rho \cdot \frac{\bar{v}^2}{2} \\ &= \frac{0.21}{\sqrt{r/D}} \cdot (1 + 10^{-3} \cdot k/D) \cdot \rho \cdot \frac{\bar{v}^2}{2} \\ &= 89.683 \text{ Pa} \approx 0.9 \cdot 10^{-3} \text{ bar} \end{aligned} \quad (6.18)$$

Mit  $\Delta p \approx 0.9 \cdot 10^{-3} \text{ bar}$  erreicht auch dieser Druckverlust nur eine Größenordnung, die im gleichen Bereich der anderen Methoden liegt.

Aufgrund der Berechnung des Druckverlustes entlang der Pipeline über das Charakteristikenverfahren, ist es sinnvoll, den Einfluss der Krümmung auf den Druckverlust in der Pipeline auf die im Charakteristikenverfahren verwendete Stützstellendistanz zu beziehen. Faßt man die Ergebnisse derjenigen Methoden zusammen, die einen Druckverlust durch eine Krümmung mit einer zusätzlichen Verlusthöhe über die Länge der Pipeline ausdrücken, ergibt sich eine zusätzliche Höhendifferenz in der Größenordnung von ca.  $1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ . Sie ist so gering, dass eine technische Umsetzung und Implementierung einer Krümmung in das Pipelinemodell als wenig sinnvoll erscheint. Betrachtet man die Berechnungsmethode nach Preißler, die das Ergebnis direkt als Druckdifferenz darstellt, fällt auch hier die geringe Größenordnung des additiven Verlustes aufgrund der Richtungsänderung der Strömung auf. Auf den Druckabfall pro Stützstellendistanz von  $\Delta p_{\Delta x} = 0.624 \text{ bar}/\Delta x$  bezogen erhöht sich dieser mit den zusätzlichen Krümmungsverlusten nach Preißler um 0.144%. Diese Änderungen wirken sich additiv nur sehr gering aus, da es sich bei der simulierten Strömung in der Pipeline um eine hochturbulente Strömung mit einer Reynoldszahl von  $Re \geq 3 \cdot 10^6$  handelt.

Um die Auswirkungen des Krümmerverlustes bei einer niedrigturbulenten Strömung mit

$Re \leq 20 \cdot 10^3$ , in welcher nach [10] der Krümmerverlust noch unabhängig von der Reynoldszahl  $Re$  ist zu untersuchen, wird das Durchfluss- und Geschwindigkeitsprofil einer solchen Strömung betrachtet.

Der Reibungsbeiwert  $\lambda$  ändert sich mit dem Ansatz von Colebrook und den gegebenen Dimensionen der Pipeline aus Tabelle 5.1 bei einer Reynoldszahl von  $Re \leq 20 \cdot 10^3$  zu  $\lambda = 0.0261$ . Da sich die Eigenschaften der Pipeline nicht ändern, wird eine niedrige Reynoldszahl durch eine Verringerung der Durchflussgeschwindigkeit erreicht und ermittelt sich zu:

$$v_{Re=20\,000} = \frac{Re \cdot \eta}{D \cdot \rho} = \frac{20\,000 \cdot 0.55 \cdot 10^{-3} [kg/ms]}{1.6 [m] \cdot 1000 [kg/m^3]} = 0.0068 \frac{m}{s} \quad (6.19)$$

Aus dieser Geschwindigkeit  $v_{Re=20\,000}$  ergibt sich für die Durchflussmenge  $q$  über den Querschnitt der Pipeline gemittelt:

$$q_{Re=20\,000} = v_{Re=20\,000} \cdot \rho A = 0.0068 \frac{m}{s} \cdot 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 2.01 m^2 = 13.601 \frac{kg}{s} \quad (6.20)$$

Um in einen Bereich mit niedrigturbulenter Strömung bei einer Reynoldszahl von  $Re = 20\,000$  zu gelangen, muss der Durchfluss in der Pipeline auf  $q_{Re=20\,000} = 13.601 \frac{kg}{s}$  gesenkt werden, was einem prozentualen Anteil von 0.52% des Nominaldurchflusses der Pipeline von  $q = 2626 \frac{kg}{s}$  entspricht. Aufgrund des sehr geringen Einflusses einer Krümmung auf das Fließverhalten in Pipeline mit den hier gegebenen Pipelineparametern, ist eine Integration einer Rohrkrümmung in das Pipelinemodell nicht notwendig.

# 7 Leckerkennung

## 7.1 Der Pipelinebeobachter

Mit den bisherigen Erkenntnissen ist es möglich aus gegebenen (gemessenen) Druckwerten an Rohranfang und -ende ( $\tilde{p}_{0,t}$  und  $\tilde{p}_{L,t}$ ) die dazugehörigen Modellwerte für die Durchflüsse zu berechnen. Die berechneten Durchflüsse  $q_{0,t}$  und  $q_{L,t}$  sollten im leckfreien Fall mit den gemessenen Durchflüssen  $\tilde{q}_{0,t}$  und  $\tilde{q}_{L,t}$  übereinstimmen. Dies wird jedoch auf Grund von Mess- und Modellfehlern ohne weitere Maßnahmen praktisch nicht erreicht werden können. Für eine exakte und schnelle Leckerkennung und -ortung ist es aber unbedingt notwendig, dass das Modell im leckfreien Fall so wenig wie möglich von den Messwerten abweicht. Deshalb wird in diesem Abschnitt ein Verfahren entwickelt und implementiert, das die Abweichungen minimiert, ohne die Leckerkennung zu beeinflussen.

### Parameterschätzung des Reibungsbeiwertes

Um die Abweichungen zum realen Verhalten der Pipeline im Echtzeitbetrieb zu minimieren, wählt man eine Art Beobachterstruktur (Abb. 7.1) und kein Parallelmodell. Bei der Entwicklung dieses Beobachters ist darauf zu achten, dass er die Veränderungen durch ein evtl. auftretendes Leck nicht unkontrolliert kompensiert. Eine geeignete Lösung ist die Aufrechterhaltung von einem oder mehreren Freiheitsgraden in Form von zeitveränderlichen Parametern, welche dann im Onlinebetrieb laufend nachjustiert werden und somit das Modell bzgl. der Genauigkeit korrigieren. Die Massenbilanzgleichung darf dadurch aber nicht korrigiert werden, denn ein Leck bedeutet immer einen Verlust von Masse des Fluids. Die damit verbundene „Störung“ der Massenbilanz muss für die Leckerkennung genutzt werden. Nach [2] bietet sich dagegen eine Korrektur über die Schätzung des Reibungsbeiwertes  $\lambda$  an, weil damit erstens nur die Impulsbilanzgleichung (3.39) beeinflusst wird und

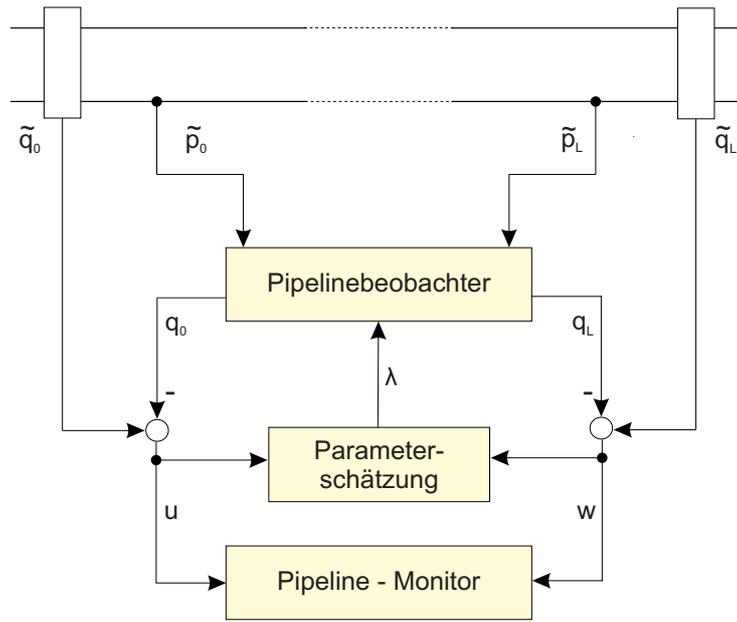


Abb. 7.1: Die Pipeline-Beobachter-Struktur

zweitens der Reibungsbeiwert nicht exakt bekannt ist bzw. sich über längere Zeiträume ändert. Die Schätzung schließt nicht die Lösung der Modellgleichungen über die vorgestellte Charakteristiken-Methode aus, sondern erfordert lediglich Ergänzungen im Lösungsalgorithmus. Auf die bisherige iterative Berechnung von  $\lambda$  kann, abgesehen vom ersten Wert für  $t = 0$ , verzichtet werden.

Im Abschnitt 5.1 wurden die Gleichungen für die Berechnung der Durchflüsse  $q_{0,t}$  und  $q_{L,t}$  hergeleitet. Die Subtraktion mit dem entsprechenden Messwert soll jeweils 0 ergeben:

$$q_{0,t} - \tilde{q}_{0,t} = \frac{\tilde{p}_{0,t} - p_{\Delta x,t-\Delta t} + B(t) q_{\Delta x,\Delta x,t-\Delta t} - \rho g \sin(\alpha) \Delta x}{B(t) + R q_{\Delta x,t-\Delta t} \Delta x} - \tilde{q}_{0,t} = 0 \quad (7.1)$$

und

$$q_{L,t} - \tilde{q}_{L,t} = \frac{p_{L-\Delta x,t-\Delta t} - \tilde{p}_{L,\Delta t} + B(t) q_{L-\Delta x,t-\Delta t} - \rho g \sin(\alpha) \Delta x}{B(t) + R q_{L-\Delta x,t-\Delta t} \Delta x} - \tilde{q}_{L,t} = 0 \quad (7.2)$$

Damit ergeben sich für jeden Zeitschritt zwei Bestimmungsgleichungen für die in (5.11) eingeführte Ersatzkonstante  $R$ , die den Reibungsbeiwert  $\lambda$  beinhaltet:

$$R_{0,t} = \frac{\tilde{p}_{0,t} - p_{\Delta x,t-\Delta t} + B(t) (q_{\Delta x,\Delta x,t-\Delta t} - \tilde{q}_{0,t}) - \rho g \sin(\alpha) \Delta x}{q_{\Delta x,t-\Delta t} \tilde{q}_{0,t} \Delta x} \quad (7.3)$$

und

$$R_{L,t} = \frac{p_{L-\Delta x,t-\Delta t} - \tilde{p}_{L,\Delta t} + B(t) (q_{L-\Delta x,t-\Delta t} - \tilde{q}_{L,t}) - \rho g \sin(\alpha) \Delta x}{q_{L-\Delta x,t-\Delta t} \tilde{q}_{L,t} \Delta x} \quad (7.4)$$

Eine Anpassung des Wertes  $R$  von Zeitschritt zu Zeitschritt ist nicht sinnvoll, weil so eventuell instabiles Modellverhalten hervorgerufen werden kann. Wesentlich bessere Ergebnisse lassen sich mit einer Optimierung über einen längeren Zeitraum erzielen. Eine geeignete und einfach zu realisierende Methode ist die der kleinsten Fehlerquadrate. Dabei wird  $R$  so optimiert, dass die Abweichungen zwischen Modell- und Messwerten über einen Zeitraum summiert minimal werden. Je länger der zur Berechnung verwendete Zeitraum ist, desto genauer und geglätteter ist die Schätzung. Allerdings vergrößert sich damit auch der Rechenaufwand und die Reaktionszeit auf Arbeitspunktwechsel und Lecks. Für die Simulationen wurde ein Bereich von 300 Zeitschritten (ca. 117 s) als Kompromiss gefunden und verwendet. Da zwei Schätzungen für  $R$  durchgeführt werden (je eine für Rohranfang und -ende), werden diese Werte vorerst arithmetisch gemittelt. Im leck- und störfreien Fall sind diese Werte ohnehin in etwa gleich groß. Zur Verifikation des Schätzverfahrens wird eine Simulation durchgeführt, bei der das Fließverhalten in der Pipeline bei einem Arbeitspunktwechsel des Eingangsdruckes  $p_0$  nachgebildet wird (Abb. 7.2).

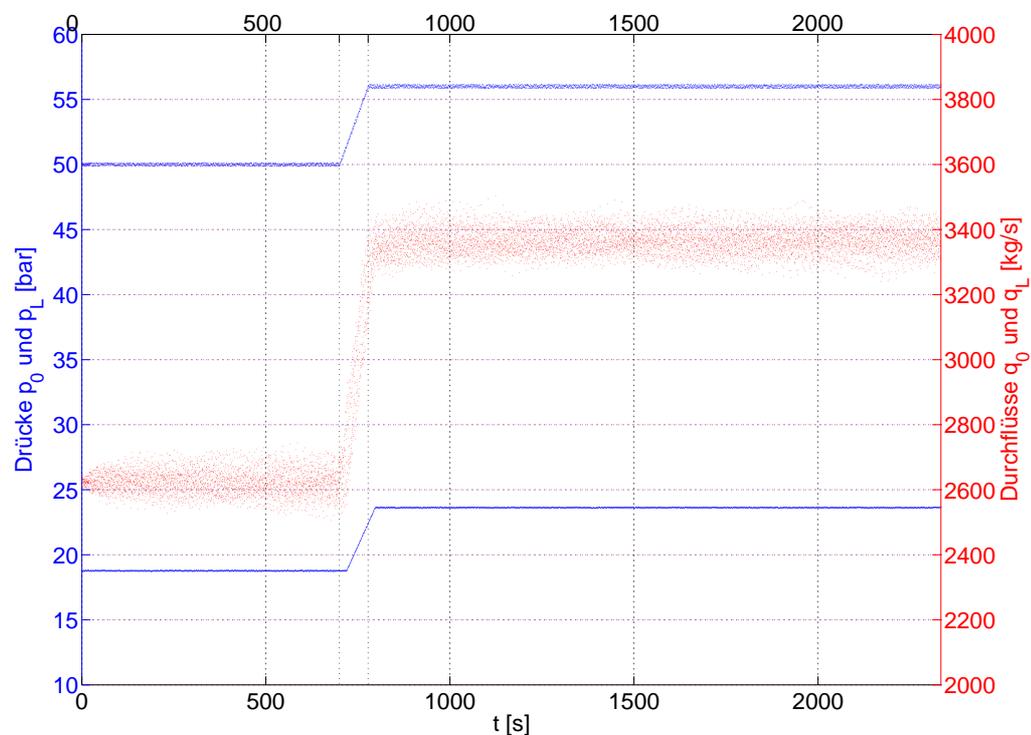


Abb. 7.2: Verifikation des Schätzverfahrens: Simulation von Druck und Durchflusswerten bei einem Arbeitspunktwechsel von 50 bar auf 56 bar

Bei der Simulation wird der Eingangsdruckes  $p_0$  von 50 bar um 12% auf 56 bar erhöht. Der Arbeitspunktwechsel des Eingangsdruckes beginnt bei  $t = 700s$  und ist bei  $t = 778s$  abgeschlossen. Die Durchflussmesswerte sind mit einem zufälligen Messfehler der Durchflusssensoren von  $\pm 1\%$  behaftet. In der Abbildung ist deutlich die durch Sensormessfehler hervorgerufene Streuung der Durchflussmesswerte (rote Kurve) zu erkennen. Zudem wird deutlich, dass die Parameterschätzung richtig erfolgte, da die erwarteten Verläufe mit dem Schätzverfahren gut nachgebildet wurden.

In Abb. 7.3 ist ein Vergleich der Reibungsbeiwerte aus Berechnung und Parameterschätzung zu sehen.

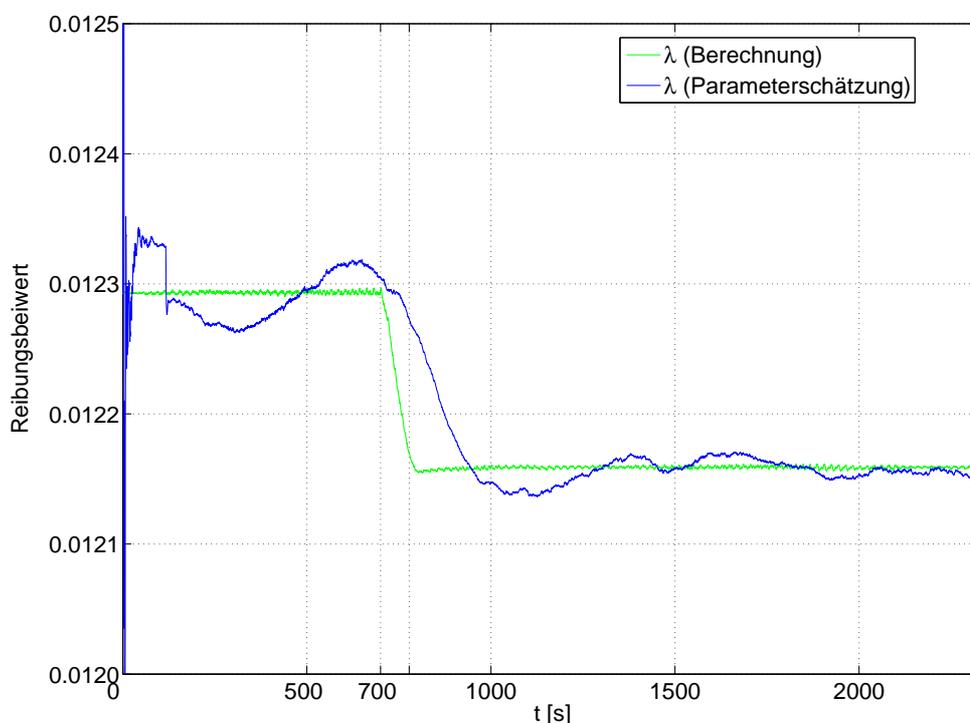


Abb. 7.3: Vergleich der Reibungsbeiwerte  $\lambda$  aus Berechnung (grün) und Parameterschätzung (blau)

Bei der Berechnung wurden die Werte über einen gleitenden Mittelwert geglättet. Es wird deutlich, dass bei einem Arbeitspunktwechsel eine geringere Verzögerung bei dem Parameterschätzverfahren auftritt. Zugleich wird aber auch gezeigt, dass das Schätzverfahren einen Reibungsbeiwert  $\lambda$  liefert, der lediglich eine Schwankung von  $\pm 0,12\%$  gegenüber dem korrekten Wert aufweist - wohlgermerkt bei einer Messgenauigkeit der Durchflusssenso-

ren von  $\pm 1\%$ . Da der Reibungsbeiwert  $\lambda$  lediglich ein Modellkoeffizient ist, müssen die Auswirkungen der Parameterschätzung auf die Ausgangsgrößen, die Durchflüsse, betrachtet werden. Die Abweichungen zwischen Modell- und Messwerten am Rohranfang und am Rohrende werden durch die beiden Residuen  $u$  und  $w$  charakterisiert:

$$u = \tilde{q}_{0,t} - q_{0,t} \quad (7.5)$$

und

$$w = \tilde{q}_{L,t} - q_{L,t}. \quad (7.6)$$

Im leckfreien Fall werden die beiden Residuen bis auf Störungen annähernd verschwinden. Im Leckage-Fall nehmen sie einen von Null verschiedenen Wert an. Dieses Phänomen kann somit später zur Leckerkennung ausgenutzt werden. Die Abbildung 7.4 zeigt die Abweichungen zwischen Modell- und Messwerten am Rohranfang und am Rohrende bei dem Arbeitspunktwechsel des Eingangsdruckes  $p_0$  von 50 bar auf 56 bar. Die beiden Residuen

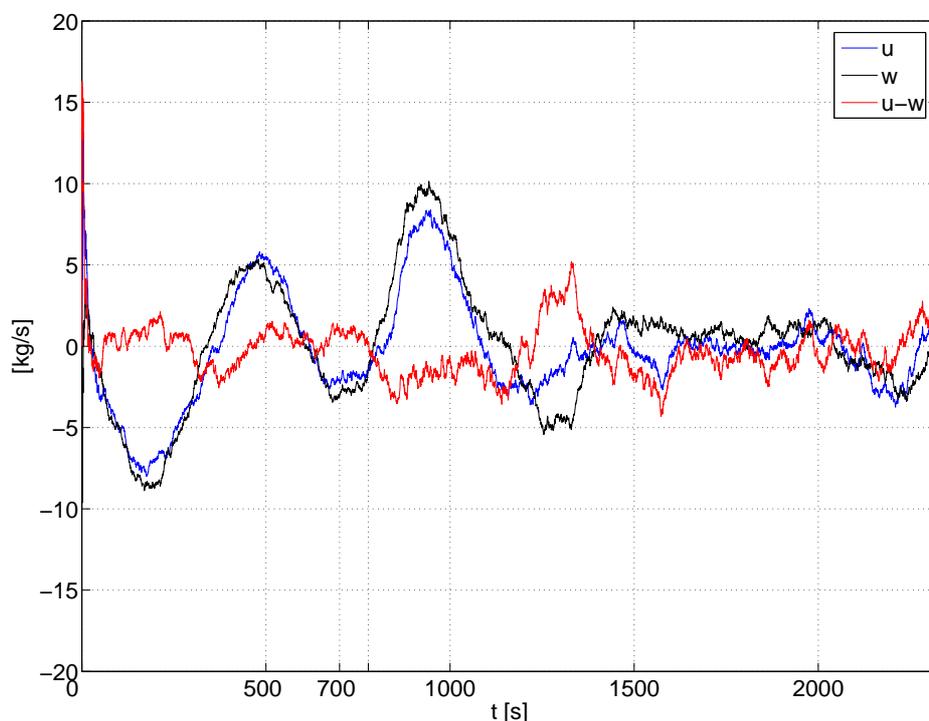


Abb. 7.4: Abweichungen der gemessenen von den Modelldurchflüssen

zeigen während des Einschwingvorgangs und beim Arbeitspunktwechsel relativ deutliche

Schwankungen und Absolutwerte bis zu  $\pm 10 \text{ kg/s}$  bzw.  $0,4\%$  vom gemessenen Durchfluss. Etwa ab  $t = 1350 \text{ s}$  bzw.  $572 \text{ s}$  nach Erreichen des neuen Arbeitspunktes ist die Parameterschätzung hingegen schon so genau, dass  $u$  und  $w$  nur noch ca.  $0,09\%$  vom gemessenen Durchfluss betragen. Von Interesse ist auch, wie sich die beiden Residuen im Vergleich zueinander verhalten. Dazu zeigt die dritte (rote) Linie den Abstand der Residuen voneinander. Im leck- und störfreien Fall ist diese Größe sehr klein, auch wenn  $u$  und  $w$  beim Arbeitspunktwechsel oder beim Simulationsbeginn stark schwanken. Sie ist damit wesentlich besser geeignet um den Normalbetrieb der Pipeline zu charakterisieren. Dies wird auch durch die Simulation mit falschen Startwerten belegt. Der Vergleich von Abb. 7.4 mit Abb. 7.3 verdeutlicht den erwarteten Zusammenhang zwischen dem Reibungsbeiwert und den Residuen: Wenn beide Residuen positiv sind, ist der Schätzwert für  $\lambda$  zu groß, wenn beide negativ sind, ist er zu klein. Bei großen Abweichungen hat eine schnellere Angleichung eine höhere Priorität als die für kurzzeitige Änderungen unempfindliche Glättung. Mit dieser Ergänzung kann z.B. bei unbekanntem Anfangswert der reale Pipeline-Zustand wesentlich schneller vom Modell erreicht werden. In Abb. 7.3 erkennt man den Wechsel von langsamer zu schneller Angleichung an „Sprüngen“ bei der Parameterschätzung.

Bisher wurde davon ausgegangen, dass dem Modell der richtige Anfangsdurchfluss  $q_{x,0} = \tilde{q}_{0,0} = \tilde{q}_{L,0}$  und der richtige Startwert für  $\lambda$  übergeben wurde. Während sich im stationären Betrieb der Durchfluss noch relativ genau bestimmen und übergeben lässt, ist eine genaue Angabe von  $\lambda$  schwieriger, da vor allem die Rohrrauigkeit  $k_R$  nicht exakt bekannt sein kann. Um die Leistungsfähigkeit der Parameterschätzung zu demonstrieren, wird ein (extremer) Fall simuliert: Die Rohrrauigkeit ist gänzlich unbekannt und wird zu  $k_R = 0 \text{ mm}$  gesetzt, also der eines ideal glatten Rohres. Die Abbildung 7.5 zeigt die Auswirkungen auf die Residuen  $u$  und  $w$ . Trotz der enormen Abweichungen von bis zu  $100 \text{ kg/s}$  bzw.  $3,8\%$  ist zum Einen der Pipelinezustand nach ca.  $1200 \text{ s}$  bzw.  $3080$  Zeitschritten erreicht und zum Anderen der Abstand der Residuen schon nach ca.  $300 \text{ s}$  bzw.  $770$  Zeitschritten minimiert.

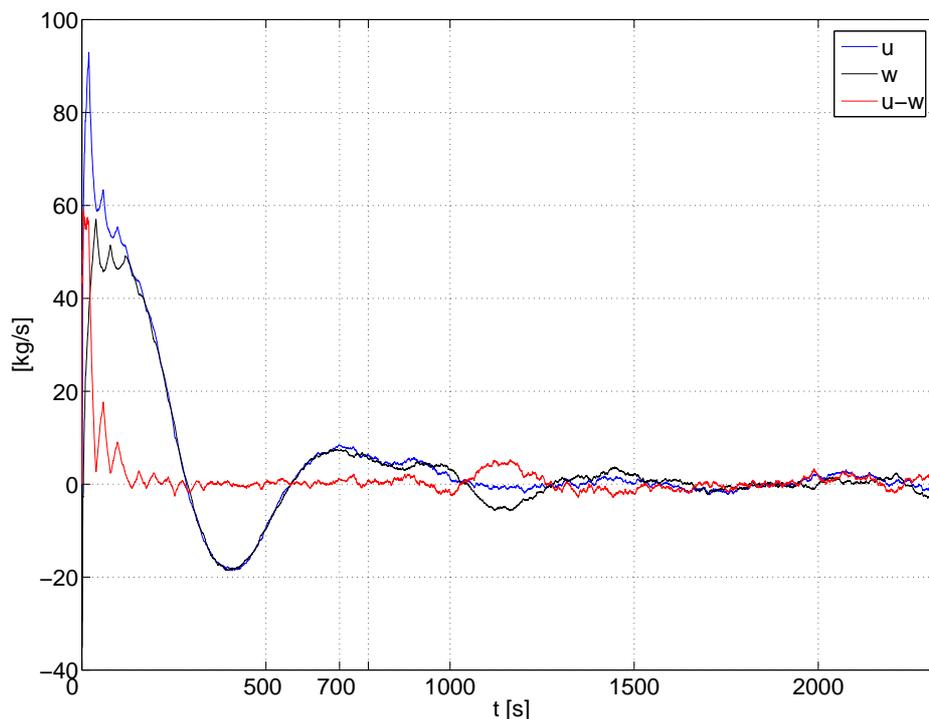


Abb. 7.5: Verlauf der Residuen bei  $k_R(t = 0) = 0\text{mm}$

## 7.2 Modellierung eines Lecks

Die bisherigen Betrachtungen beziehen sich auf den Normalbetrieb der Pipeline. Dafür wurde ein Pipeline-Beobachter entwickelt, der Modellparameter so modifiziert, dass die Abweichungen zwischen Modell und Messungen minimiert werden. Der Abschnitt 7.2 beschäftigt sich mit den Auswirkungen eines Leckes der Größe  $q_V(t)$  am Ort  $x_V$  auf die Messwerte und auf den Beobachter. Aus diesen Erkenntnissen wird ein Leckmodell entwickelt werden, das eine sichere Leckerkennung ohne weitere messtechnische Einrichtungen ermöglicht und den Leckort so genau wie möglich bestimmt. Große Lecks müssen dabei wesentlich schneller als kleine bzw. schleichende Lecks erkannt und geortet werden, da das große auslaufende Flüssigkeitsvolumen sofortige Gegenmaßnahmen notwendig macht. Im stationärem Betrieb gibt es in der Pipeline einen linearen Druckabfall

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = -\rho g \sin(\alpha) - Rq^2 \quad (7.7)$$

und konstanten Durchfluss  $\bar{q}$ . Ein am Ort  $x_V$  auftretendes Leck entspricht einer Verzweigung unbekannter Größe, durch die eine Teilmenge der Flüssigkeit abfließt. In Folge dessen ist der Durchfluss hinter dem Leckort kleiner als davor. Da der Durchfluss quadratisch in den Druckgradienten eingeht, stellt sich hinter dem Leckort in jedem Fall ein flacherer Druckgradient als davor ein. Der beim Leck auftretende Druckabfall bewirkt im Pipeline-Abschnitt vor dem Leck eine Verschiebung des Druckgradienten nach unten [31]. Werden auch im Leckfall die Drücke durch eine Regelung konstant gehalten, ist der Druckgradient vor dem Leckort steiler als ohne Leck und hinter dem Leckort flacher: Somit stellt sich im vorderen Teil der Pipeline ein höherer Durchfluss als  $\bar{q}$  ein und im hinteren Teil ein geringerer Durchfluss. Der Differenz dieser Durchflüsse entspricht  $q_V$ . In Abb. 7.6 werden Normalbetrieb und Leckfall für diese Art der Regelung verglichen. Das bislang entwickelte

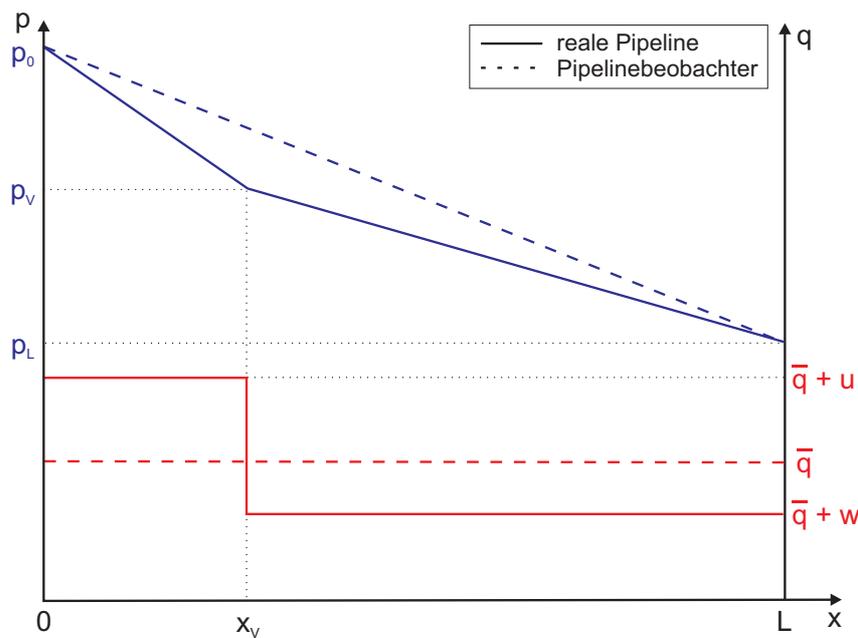


Abb. 7.6: Druck und Durchfluss entlang einer realen Pipeline und des Pipeline-Beobachters im Leckagefall

Pipeline-Modell ist weder in der Lage, die Abzweigung einer Teilmenge zu berücksichtigen, noch mit den beiden unterschiedlichen Reibungsbeiwerten zu rechnen, die sich auf Grund der unterschiedlichen Durchflüsse ergeben. Stattdessen wird aus den immer noch gleichen Drücken am Rohranfang und -ende der über den Ort konstante Durchfluss  $\bar{q}$  berechnet. Die Abweichungen zwischen  $\bar{q}$  und den Messwerten  $q_0$  und  $q_L$  sind die in (7.5) und (7.6) ein-

geführten Residuen  $u$  und  $w$ . Im Leckfall wird  $u$  positiv und  $w$  negativ. Welche Werte die Residuen abhängig von Leckort und Leckgröße annehmen, wird im Folgenden berechnet. Ausgehend von (7.7) ergeben sich für den Druck am Leckort  $p_V$  zwei Bestimmungsgleichungen:

$$p_V = p_0 - p_0 - x_V \left( \rho g \sin(\alpha) - R(\bar{q} + u)^2 \right) \quad (7.8)$$

und

$$p_V = p_L + (L - x_V) \left( \rho g \sin(\alpha) - R(\bar{q} + w)^2 \right). \quad (7.9)$$

Mit dem Leckfluss

$$q_V = u - w, \quad (7.10)$$

dem auf die Rohrlänge  $L$  normierter Leckort

$$\gamma = \frac{x_V}{L} \quad (7.11)$$

und eliminieren des Leckortes  $x_V$  ergibt sich die Leckmodell-Gleichung zu

$$\begin{aligned} w^2 + (2\bar{q} + 2\gamma q_V) w &= -\frac{p_L - p_0}{RL} - \frac{\rho g \sin(\alpha)}{R} - \bar{q}^2 - 2\bar{q}\gamma q_V - \bar{q}^2 \gamma q_V^2 \\ &= 2\bar{q}\gamma q_V - \bar{q}^2 \gamma q_V^2. \end{aligned} \quad (7.12)$$

Die Residuen  $w$  und  $u$  bestimmen sich zu

$$\begin{aligned} w &= -\bar{q} - \gamma q_V + \sqrt{(-\bar{q} - \gamma q_V)^2 - 2\bar{q}\gamma - \gamma q_V^2} \\ &= -\bar{q} - \gamma q_V + \sqrt{\bar{q}^2 + \gamma(\gamma - 1)\gamma q_V^2} \end{aligned} \quad (7.13)$$

und

$$u = q_V + w = -\bar{q} - (\gamma - 1)\gamma q_V + \sqrt{\bar{q}^2 + \gamma(\gamma - 1)\gamma q_V^2} \quad (7.14)$$

Damit sind die beiden Abweichungen im Leckfall als Funktionen der Leckgröße  $q_V$  und des Leckortes  $x_V$  bzw.  $\gamma$  bekannt. Abb. 7.7 zeigt Verläufe von  $w$  in Abhängigkeit des normierten Leckortes  $\gamma$  für zwei verschiedene Leckgrößen. Zum Vergleich wird die für kleine Lecks sehr gute lineare Näherung (vgl. [14]) eingezeichnet. Wie deutlich zu sehen ist, wird diese Näherung für größere Lecks besonders in der Rohrmitte zu ungenau, weshalb hier weiter mit den exakten, oben hergeleiteten Formeln gerechnet wird.

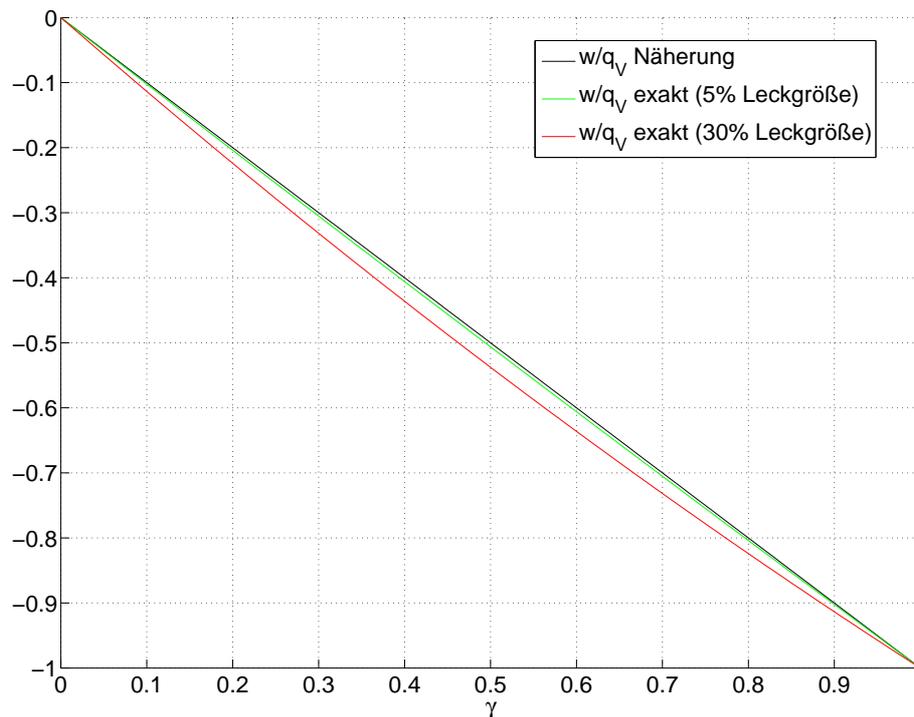


Abb. 7.7: Das Residuum  $w$  am Pipelineende in Abhängigkeit vom normierten Leckort  $\gamma$

## 7.3 Leckerkennung und Leckflußschätzung

Die grundlegende Vorgehensweise zur Leckerkennung wurde bereits im vorherigen Abschnitt angedeutet: Die Residuen  $u$  und  $w$ , die im Leckfall nicht verschwinden, sind die entscheidenden Indikatoren. In diesem Abschnitt werden verschiedene Prüfgrößen hergeleitet, die aus den beiden Residuen resultieren.

### 7.3.1 Methoden der Leckerkennung

#### Dynamische Massenbilanz

Die Massenbilanz ist das einfachste Verfahren zur Leckerkennung. Dazu müssen nur die beiden Residuen voneinander abgezogen werden. Wie (7.10) zeigt, ergibt sich als Differenz direkt der durch das Leck abfließende Massestrom  $q_V$ . Für das in Abschnitt 7.1 beschriebene Simulationsbeispiel würden bei einer Alarmgrenze von z.B.  $10\text{kg/s}$  Lecks, die nicht kleiner als ca.  $0,5\%$  sind, sicher erkannt werden. Bei einer Optimierung und Glättung

über einen längeren Zeitraum als 300 Zeitschritte könnte diese Alarmgrenze noch einmal herabgesetzt werden. Dann können noch kleinere Lecks erkannt werden, allerdings mit einer größeren zeitlichen Verzögerung. Allgemein muss angemerkt werden, dass sowohl der Optimierungszeitraum als auch die Alarmgrenze nicht allgemein gültig angegeben werden können, sondern auf die jeweilige Pipelinecharakteristik abgestimmt werden müssen. Der Vorteil der dynamischen Massenbilanz ist die sofortige Ableitung der Leckgröße und die Unabhängigkeit vom Leckort. Allerdings lässt sich die Empfindlichkeit und Störfreiung weiter verbessern. Für die Leckflussschätzung ist dieses Verfahren jedoch hinreichend genau. In Abb. 7.8 sind die Verläufe der dynamischen Massenbilanz für verschiedene auf den Normaldurchfluss normierte Leckgrößen zu sehen. Die Lecks treten jeweils bei  $t_v = 1400s$

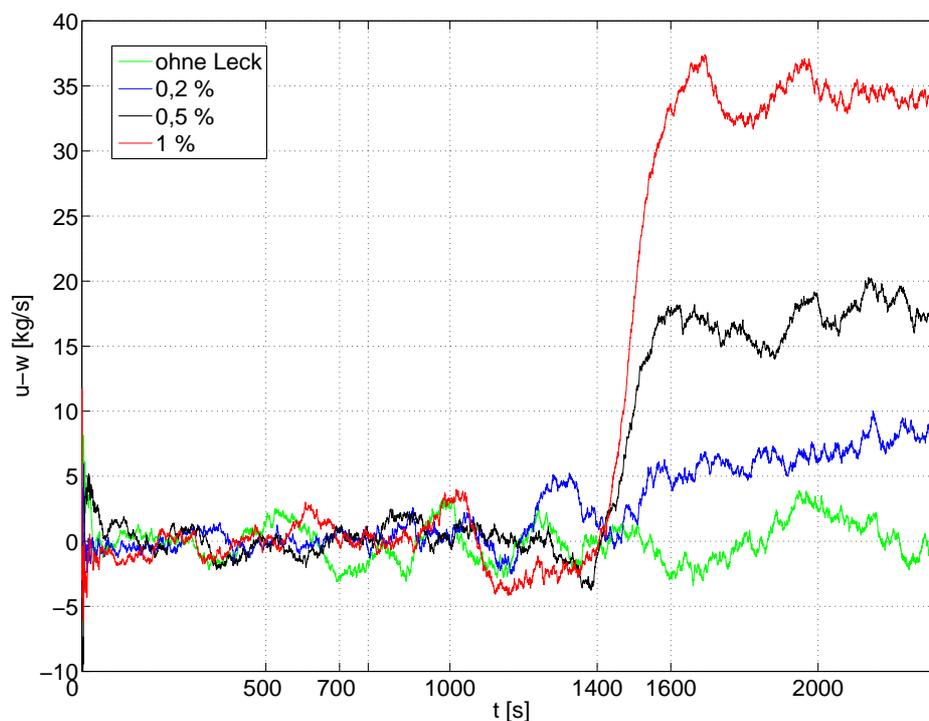


Abb. 7.8: Verläufe der dynamischen Massenbilanz für diverse prozentual auf den Normaldurchfluss von  $3366kg/s$  normierte Leckgrößen

und steigen innerhalb der nächsten  $200s$  auf die jeweilige Leckgröße an. Die simulierten Leckgrößen werden, abgesehen von Messfehlern, die selbst im leckfreien Zustand der Pipeline auftreten, exakt ermittelt. Zur Leckerkennung werden bevorzugt Kreuzkorrelations-

verfahren eingesetzt, die im Gegensatz zur dynamischen Massenbilanz die Störungen durch eventuell auftretende Korrelationen zwischen den Residuen unterdrücken können.

### Kreuzkorrelationsverfahren

Bei dem Kreuzkorrelationsverfahren wird nicht die Differenz der beiden Residuen als Prüfgröße verwendet, sondern das Produkt:

$$K_{uw}(t) = u(t)w(t) \quad (7.15)$$

Im idealen leckfreien Fall wird auch die Kreuzkorrelierte  $K_{uw}$  gleich 0. Diese Prüfgröße weist eine größere Störfreiung auf als die dynamische Massenbilanz und es können kleinere Lecks erkannt werden. Als Nachteil erscheint zunächst die Ortsabhängigkeit von  $K_{uw}$ , wie Abb. 7.9 für ein Leck von 5% zeigt. Etwa in der Rohrmitte wird die Sensitivität am größten,

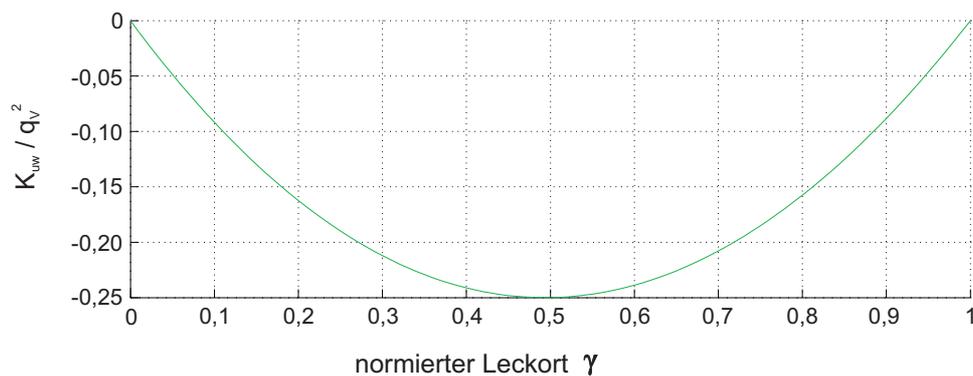


Abb. 7.9: Kreuzkorrelierte  $K_{uw}$  in Abhängigkeit vom auf die Pipelinelänge normierten Leckort  $\gamma$

während Lecks am Rohranfang bzw. -ende überhaupt nicht erkannt werden könnten. Da in diesen Fällen jeweils einer der beiden Faktoren den Wert 0 annimmt, ist demzufolge auch der Wert des Produkts gleich 0.

### Modifiziertes Kreuzkorrelationsverfahren

Der (theoretische) Nachteil der Ortsabhängigkeit bei der Kreuzkorrelierten kann nach [14] beseitigt werden, indem der Ansatz der Produktbildung modifiziert wird. Statt der Residuen  $u$  und  $w$  werden in Gleichung (7.15) die Größen  $\hat{u}$  und  $\hat{w}$  eingesetzt:

$$\hat{u} = u - \bar{u} \quad (7.16)$$

und

$$\hat{w} = w - \bar{u}. \quad (7.17)$$

Dabei sind  $\bar{u}$  und  $\bar{w}$  rekursive über die Zeit gemittelten Werte für die Residuen. Für die modifizierte Kreuzkorrelierte  $\widehat{K}_{uw}$  ergibt sich

$$\widehat{K}_{uw}(t) = [u(t) - \bar{w}(t)] [w(t) - \bar{u}(t)] \quad (7.18)$$

Aufgrund dieser Modifikation wird verhindert, dass das Produkt den Wert 0 annehmen kann, da (7.16) und (7.17) immer ungleich null sind. Im Vergleich zu der einfachen Kreuzkorrelierten reagiert die modifizierte Kreuzkorrelierte stärker auf Lecks. Eine weitere Möglichkeit der Unterdrückung von Korrelationen zwischen  $u$  und  $w$  besteht darin, die modifizierte Kreuzkorrelierte über mehrere Zeitverschiebungen aufzusummieren (Kreuzkorrelationssumme). Allerdings führt dies wieder zu einer zusätzlichen Verzögerung der Leckerkennung. Die Überlegenheit der modifizierten Kreuzkorrelierten  $\widehat{K}_{uw}$  gegenüber der Kreuzkorrelierten  $K_{uw}$  ist in Abb. 7.10 zu sehen.

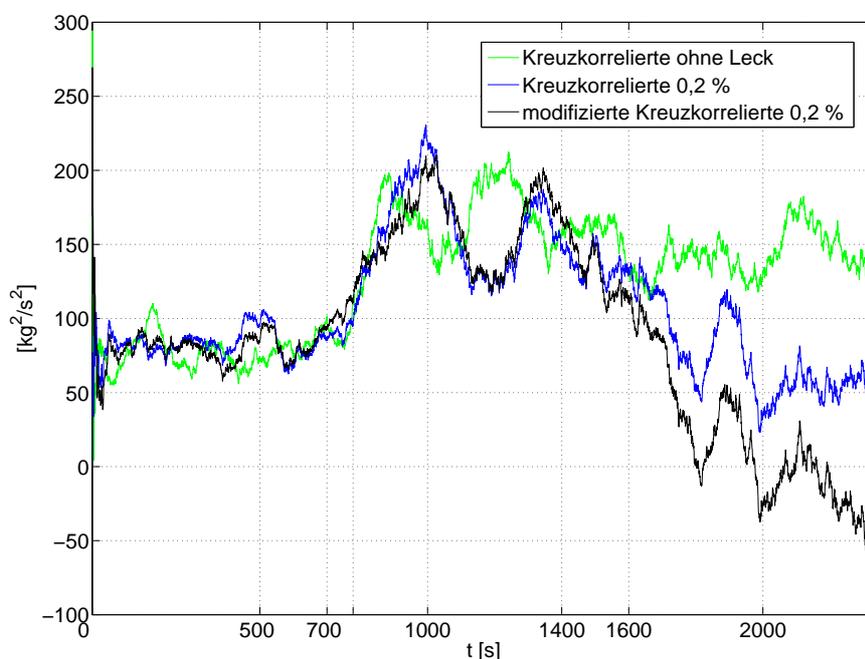


Abb. 7.10: Vergleich der Kreuzkorrelierten  $K_{uw}$  mit der modifizierten Kreuzkorrelierten  $\widehat{K}_{uw}$

Bei dieser Simulation wurden die gleichen Druckverläufe wie für die leckfreie Simulation verwendet. Der simulierte Leckort liegt bei  $x_V = 6km$  bzw.  $\gamma = 0,2$ . Das Leck tritt zum Zeitpunkt  $t_V = 1400s$  auf und vergrößert sich innerhalb von  $200s$  auf  $2\%$  des Normaldurchflusses. Die modifizierte Kreuzkorrelierte weist im Leckfall eine größere Änderung des Mittelwerts als die normale Kreuzkorrelierte auf, während sie im Pipeline-Normalbetrieb nahezu identisch sind. Die im leckfreien Fall erhöhten Mittelwerte der Kreuzkorrelierten zu späteren Simulationszeitpunkten begründen sich durch das stärkere Auswirken der relativen Messfehler im oberen Arbeitsbereich. In der praktischen Anwendung sollten sowohl das Verfahren der dynamischen Massenbilanz als auch ein Kreuzkorrelationsverfahren parallel verwendet werden, um neben der direkten Leckflussschätzung auch eine schnelle Leckerkennung zu ermöglichen. Beide Kreuzkorrelationsverfahren lassen sich noch verbessern, indem eine Fallunterscheidung bei der Produktbildung eingeführt wird. Ein Leck liegt nur vor, wenn  $u > 0$  und  $w < 0$  ist, deshalb kann, wenn  $u < 0$  und  $w > 0$  ist, der Betrag des Produktes gebildet werden. Mit der Fallunterscheidung werden die Kreuzkorrelierten im leckfreien Fall positive Werte annehmen, in Abhängigkeit von der Varianz der Residuen. Ohne diese Maßnahme sind die Kreuzkorrelierten im Normalbetrieb etwa 0. Da bei Auftreten eines Lecks die Korrelierten negative Werte annehmen, ist die Mittelwertänderung und damit die Güte der Leckerkennung mit Fallunterscheidung größer als ohne.

## 8 Leckortung

Wichtiger als eine genaue Leckflussschätzung ist eine möglichst genaue und schnelle Leckortung. In diesem Abschnitt wird die Leckortung zunächst als Optimierungsproblem betrachtet. Zudem wird eine neue Leckortungsalternative zu der erläuterten Optimierungsmethode vorgestellt. Die Betrachtung der Leckortung als Optimierungsproblem erfolgt mit einer wie in Abschnitt (2.2.2) vorgestellten Beobachterbank, bestehend aus diversen Fehlermodellen, welche jeweils im Leckalarmfall durch einen evolutionären Algorithmus generiert werden. Evolutionär bedeutet, dass in diesem Algorithmus in gewisser Weise die natürliche Evolution mit den drei Prinzipien Rekombination, Mutation und Selektion nachgeahmt wird. Wie in der Natur gibt es Individuen, die sich vermehren und dabei ihre Erbinformationen weitergeben. So entwickeln sich Individuen, die sich geringfügig verändern und sich so an ihre Umwelt anpassen. Die am besten an die Umweltbedingungen angepassten (die „fittesten“) Individuen bilden die Basis der Folgegeneration. Bei der Bewältigung von Optimierungsproblemen spielt dies eine wichtige Rolle, da es so möglich ist, eine Entwicklung einer Population in der Art stattfinden zu lassen, dass ihre Individuen sich an ein gewünschtes Optimum anpassen. In der Initialisierungsphase eines solchen Algorithmus werden  $\mu$  Individuen erzeugt, die eine Anfangspopulation bilden. Durch Rekombination bringen diese Individuen Nachkommen hervor. Die Menge der Nachkommen bezeichnet man mit  $\lambda$  [27]. Bei der Rekombination wird ein neues Individuum aus zwei oder mehreren Individuen, genannt Eltern, erzeugt. Die Eigenschaften des neuen Elements, Kind genannt, sind dabei eine Kombination aus den Eigenschaften seiner Eltern. Man unterscheidet dabei zwischen diskreter und intermediärer Rekombination. Erbt ein Kind jeweils komplett gewisse Eigenschaften eines Elternteiles, spricht man von diskreter Rekombination. Im Gegensatz dazu erbt ein Kind bei der intermediären Rekombination eine einzelne Eigenschaft aus dem Mittelwert der Eigenschaft beider Eltern. Bei der Entwicklung der Population

sind Mutation und Selektion weitere Grundprinzipien für die Entwicklungsrichtung. Bei der Mutation können sich die Eigenschaften der Kinder unabhängig von denen der Eltern in einem gewissen Toleranzbereich verändern. Im Bereich einer Optimierungsaufgabe bzgl. eines Minimierungsproblems dient die Mutation vor allem dazu, zu verhindern, dass die Population frühzeitig in ein lokales Minimum strebt. Um eine Überpopulation in einem Entwicklungsprozess zu verhindern, kommt das Prinzip der Selektion zum Tragen. Selektion heißt in diesem Fall, dass darauf geachtet wird, nur die „fittesten“ Elemente, d.h., die im Hinblick auf die Optimierungsaufgabe am besten geeigneten Elemente zu erhalten. Diese bilden die Grundlage der neuen Generation von Individuen, während schlecht angepasste Individuen entfernt werden und somit von der Weitergabe ihres Erbgutes ausgeschlossen werden. Wählt man die besten Individuen aus der Summe der Eltern und Kinder aus, spricht man von der  $(\mu + \lambda)$ -Selektion. So besteht die Möglichkeit, dass ein in der Initialisierungsphase generiertes Individuum aufgrund seines Fitnesswertes während des gesamten Ablaufs des Algorithmus erhalten bleibt. Im Gegensatz zu dieser Selektionsart wird bei der  $(\mu, \lambda)$ -Strategie die jeweils neue Generation nur aus der Menge der Kinder ausgewählt. Die Lebensdauer eines Individuums ist hier somit auf eine Generation beschränkt. Der Algorithmus durchläuft die Schritte Rekombination, Mutation und Selektion solange, bis entweder eine gewisse Anzahl von Zyklen durchlaufen wurde, oder wenn nach einer gewissen Zahl an Durchläufen keine Verbesserung des Fitnesswertes des besten Elements eingetreten ist.

## 8.1 Leckortung als Optimierungsproblem

Warum wird im Fall der Leckortung bei Pipelinesystemen ein evolutionärer Algorithmus als Optimierungsverfahren gewählt? Dafür gibt es zwei Gründe: Zum einen benötigt der evolutionäre Algorithmus keine Gradienteninformation, die ja hier nur in stark gestörter Form (vgl. Messrauschen in Abb. 7.2) vorliegen. Zum anderen sucht der evolutionäre Algorithmus nach dem globalen Optimum. Bei der Lösung des Optimierungsproblems geht es darum, aus der Schar der über den Algorithmus generierten Fehlermodelle jenes zu finden, welches aufgrund seiner Kennwerte am besten zu den bei Leckalarm auftretenden Messgrößen passt, um so auf den zu den Messgrößen gehörenden Leckort zu schließen. Das Prinzip des Algorithmus ist, ein hypothetisches Leck einer bestimmten Größe an einem bestimmten Ort in

das Pipeline-Modell zu integrieren und die Ergebnisse dieses Fehlermodells ( $\tilde{q}_{x, \text{Fehlermodell}}$ ) mit den tatsächlich gemessenen Daten ( $\tilde{q}_x$ ) zu vergleichen. Die Leckgröße des hypothetischen Leckes ist durch die im Leakagefall auftretende Differenz des Durchflussmesswertes am Pipelineende zum Durchflusswert der leckfreien Modellrechnung gegeben. Der hypothetische Leckort wird nun so lange variiert, bis eine bestmögliche Übereinstimmung zwischen den gemessenen Daten und den Rechendaten vorherrscht. Hierzu wird die Funktion der Quadrate der Abweichungen zwischen Rechenmodell und Messwerten minimiert. Die zu minimierende Zielfunktion lautet:

$$f(\gamma) = (\tilde{q}_{0, \text{Fehlermodell}}(\gamma) - \tilde{q}_0)^2 - (\tilde{q}_{L, \text{Fehlermodell}}(\gamma) - \tilde{q}_L)^2 \quad (8.1)$$

Der Definitionsbereich der Funktionsvariable  $\gamma$  erstreckt sich über die Länge der Pipeline. In der Initialisierungsphase werden vier hypothetische Leckorte generiert, um so einen Kompromiss zwischen Rechen- bzw. Simulationszeit und Präzision in der Leckortbestimmung zu erreichen. Über das Prinzip der Rekombination werden aus der Startpopulation sechs weitere Elemente erzeugt. Diese Elemente unterliegen im Anschluß der Mutation, so dass die Population insgesamt aus zehn Elementen besteht. Das Pipeline-Rechenmodell liefert jeweils die zu den generierten Leckorten gehörenden Pipelineparameter. Die Population wird daraufhin nach ihrem „Fitnesswert“ sortiert. Das Kriterium ist hierbei die geringste Differenz der Durchflussmesswerte zu den Durchflusswerten der Elemente der Population. Das Element der Population mit der geringsten Differenz dieser Werte und somit dem niedrigsten Funktionswert wird als „fitteste“ bezeichnet. Sowohl der Sortiervorgang als auch der anschließende Selektionsvorgang werden nach der  $(\mu, \lambda)$ -Strategie durchgeführt. Nach der Selektion bleiben aus der Population der hypothetischen Leckorte die vier besten Elemente übrig. Diese bilden im nächsten Durchlauf die Elternelemente der Folgepopulation. Der Algorithmus wird so lang durchlaufen, bis der Zielfunktionswert durch drei aufeinander folgende Populationen hypothetischer Leckorte nicht verbessert werden kann.

### Optimierungsbeispiel

Der Pipelinebeobachter stellt während des Betriebes zwischen den Messwerten und den berechneten Durchflusswerten eine Abweichung fest, die zur Auslösung eines Leckalarmes führt. Die Residuen werden am Pipelineanfang zu  $u = 209,34 \text{ kg/s}$  und am Ende der Pipeline zu  $w = -124,03 \text{ kg/s}$  bestimmt. Dies ergibt einen Leckfluß von  $q_v = 333,37 \text{ kg/s}$ ,

was einer Leckgröße von 10% des Nominaldurchflusses entspricht. Die Aufgabe des Optimierungsalgorithmus ist es nun, das zu diesen Messwerten bestpassendste Fehlermodell zu finden. Zur Verifikation der Optimierung wird der zu den Werten gehörende Leckort mit  $\gamma = 0,35$  ( $\cong 10,5\text{km}$ ) angegeben. Über den Optimierungsalgorithmus werden nun Simulationsdurchläufe mit dem Pipelinemodell für die zehn hypothetisch-generierten Leckorte der ersten Population gefahren. Resultat sind zehn Leckorte und der jeweilige Zielfunktionswert, welche bereits nach Wertigkeit sortiert in Tabelle (8.1) zu sehen sind.

Simulation	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Zielfunktionswert	14	36	54	69	70	74	96	165	205	207
normierter Leckort $\gamma$	0,38	0,23	0,49	0,54	0,55	0,56	0,61	0,82	0,94	0,95

Tabelle 8.1: Zielfunktionswerte und normierte Leckorte der Elemente der ersten Population bereits nach Wertigkeit sortiert

Der bezogene Leckort wird mit einer Genauigkeit von 1/100 berechnet, da aufgrund der Rechenzeit die Pipeline in 50 Stützstellen unterteilt wurde. Die Stützstellendistanz entspricht somit 2% der Pipelinelänge, welches die genannte Rechengenauigkeit bzgl. des auf die Länge bezogenen Leckortes rechtfertigt. Der Optimierungsverlauf für eine Population wird in der Online-Überwachung gezeigt. Abbildung (8.1) zeigt die jeweiligen Simulationsdurchläufe des Pipelinemodells für die zehn hypothetischen Leckorte der ersten Population. Der Leckeintritt findet jeweils nach  $t = 1449\text{s}$  statt, was deutlich in der Residuendifferenz zu erkennen ist. Direkt nach der richtigen Leckerkennung setzt die Leckortschätzung ein. Eine gleitende zeitliche Mittelung in der Ortsauflösung über 100 Zeitschritte führt zu einer Bereinigung von Messfehlern. Abbildung 8.1 zeigt die zufällige Verteilung der hypothetischen Leckorte über die gesamte Pipelinelänge. Im Vergleich zu den Simulationsergebnissen der ersten Population weisen die hypothetischen Leckorte des zweiten Durchlaufes schon eine deutlich geringere Streuung über der Pipelinelänge auf. Durch die Eingrenzung des Leckortes über die vier geringsten Zielfunktionswerte aus dem ersten Durchlauf sind die jetzt generierten hypothetischen Leckorte auf das mittlere Pipelinedrittel konzentriert. Nach zwei weiteren Algorithmusdurchläufen ist die Konzentration der über die Fehlermodelle errechneten Leckorte um den in der Pipeline „existierenden“ Leckort bei  $\gamma = 0,35$  so hoch (Abb. 8.2), dass in den weiteren Durchläufen, keine Verbesserung des Zielfunkti-

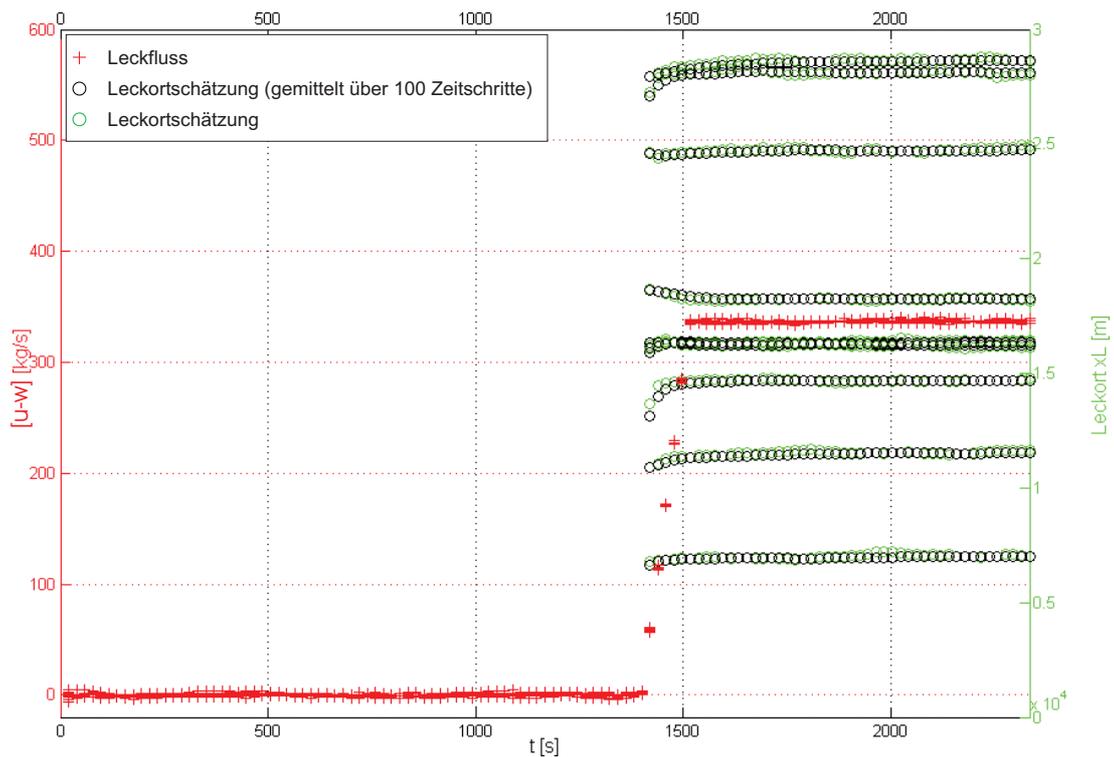


Abb. 8.1: Leckorte nach dem ersten Optimierungsdurchlauf

onswertes erreicht werden kann. Aus der Tabelle 8.2 wird deutlich, wie gering selbst die Abweichungen schlechtesten Elemente der vierten Population zu dem gesuchten Leckort sind. Ein absolute Übereinstimmung, d.h. ein  $f(\gamma) = 0$ , der Fehlermodellldurchflusswerte mit den Pipelinedurchflusswerten ist aufgrund des Messrauschens nicht zu erwarten.

Simulation	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Zielfunktionswert	3	7	9	10	11	14	15	15	17	18
normierter Leckort $\gamma$	0,35	0,35	0,36	0,37	0,37	0,37	0,38	0,37	0,38	0,38

Tabelle 8.2: Zielfunktionswerte und normierte Leckorte der Elemente der vierten Population bereits nach Wertigkeit sortiert

Das Optimierungsverfahren ist hier für ein eindimensionales Beispiel demonstriert worden. Auf den ersten Blick scheint es für solch ein Optimierungsproblem überdimensioniert zu sein. Der Vorteil dieses Verfahrens der Leckortung ist jedoch, dass es anwendbar bleibt, wenn komplexere Pipeline-Modelle (z.B. Pipeline-Netze) betrachtet werden.

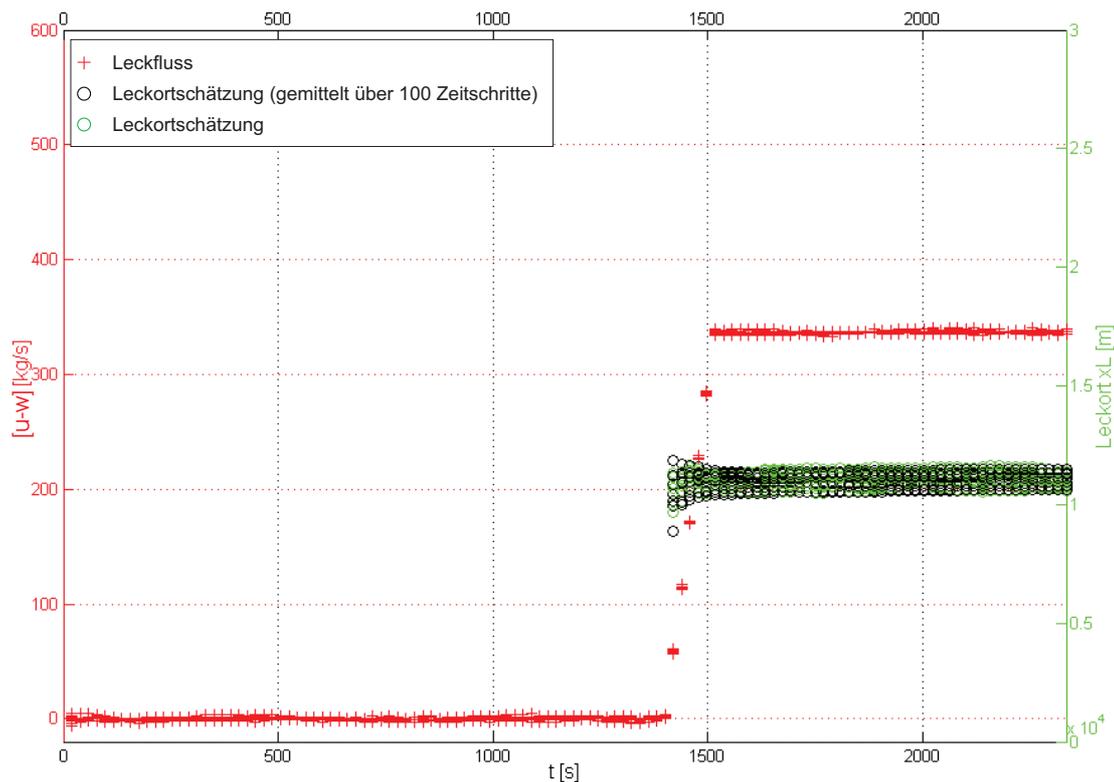


Abb. 8.2: Leckorte nach dem vierten Optimierungsdurchlauf

## 8.2 Auswirkung der Temperaturabhängigkeit auf die Leckortung

Wie in Abschnitt 4.4 gezeigt wurde, muss die Viskosität als temperaturabhängige Größe zwingend eingeführt werden. Gemäß dem Modellbildungskapitel 3, berechnet sich die Reynoldszahl  $Re$  zu:

$$Re = \frac{D\rho v}{\eta}. \quad (8.2)$$

Hier zeigt sich die Abhängigkeit von der dynamischen Viskosität  $\eta$ . Für die folgenden Betrachtungen in diesem Abschnitt gilt:

$$\eta \rightarrow \eta(p, T).$$

Die Integration von temperaturvarianten Prozessvariablen führt zu einer Reihe von wesentlichen Veränderungen, die nachfolgend beschrieben werden. Sie trägt wesentlich zur fehlerfreien Leckortung bei, da die Temperatur, und damit viele andere Größen (wie z.B.

die Ersatzgröße  $B$  oder die Reynoldszahl  $Re$  in Folge der Viskosität), ständiger Änderung unterlegen sind. Ein Vergleich der Simulationsergebnisse untermauert diese These. Um einen qualifizierten Vergleich durchführen zu können, ist es notwendig, alle möglichen Konstellationen von Modell und Testdaten zu simulieren.

In den folgenden Abschnitten werden diese verschiedenen Möglichkeiten untersucht. Die zur Simulation herangezogene Modellpipeline hat die in Tabelle 5.1 (Abschnitt 5.1) aufgeführten Eigenschaften. Der angenommene Leckort befindet sich bei 7,5 km. Das angegebene Leck hat einen Durchfluss von 2 % des Normaldurchflusses und tritt nach 3598 *Zeitschritten* = 1449 s Simulationszeit auf. Die Unterscheidung der Zeiteinheiten in einerseits Zeitschritte und andererseits Sekunden basiert auf der Berechnung der Gitter, wonach gilt:

$$dt = \frac{dx}{c_s}$$

$$dx = \textit{konstant} = \frac{L}{\textit{Anzahl Stuetzstellen}} = \frac{30000 \textit{ m}}{50} = 600 \textit{ m}$$

$$c_s = f(T, p)$$

Der Wert für  $dt$  variiert zwischen 0,42 s und 0,375 s (abhängig vom gewählten Temperaturbereich) und entspricht einem Zeitschritt. Die Pipeline unterliegt einem Arbeitspunktwechsel des Druckes. Dieser ändert sich ab  $t = 724$  s von 50 auf 56 bar. Die Druckänderung dauert 162 s und endet bei  $t = 886$  s. Der Arbeitspunktwechsel wurde beispielhaft integriert, um einen falschen Leckalarm bei Änderung des Arbeitsdruckes auszuschließen.

In den weiteren Abschnitten wird im Besonderen der Einfluss der Temperatur auf die Ersatzkonstanten und auf das Leckortungsergebnis betrachtet. Die folgenden Bilder in diesen Abschnitten zeigen jeweils den bestgeschätzten Leckort des Beobachters.

### Isothermes Simulationsmodell mit isothermen Testdaten

Um das neu entstandene Modell hinsichtlich der Verbesserungen besser verstehen und vergleichen zu können, werden in diesem Abschnitt die Simulationsergebnisse nach isothermer Modellbildung kurz skizziert. Die Berechnungen der Simulation werden mit den folgenden konstanten Größen durchgeführt:

$$c_s = 1542 \frac{\textit{m}}{\textit{s}}, \quad \eta = 550 \mu\textit{Pa s} \quad \text{und} \quad B = 742,96 \frac{1}{\textit{m s}}$$

Abb. 8.3 zeigt die Schätzung des Leckortes. Das Auftreten des Lecks wird erkannt und der zu 7,5 km angegebene Leckort wird vor allem nach der gleitenden Mittelung der Werte (schwarze Linie) richtig geortet.

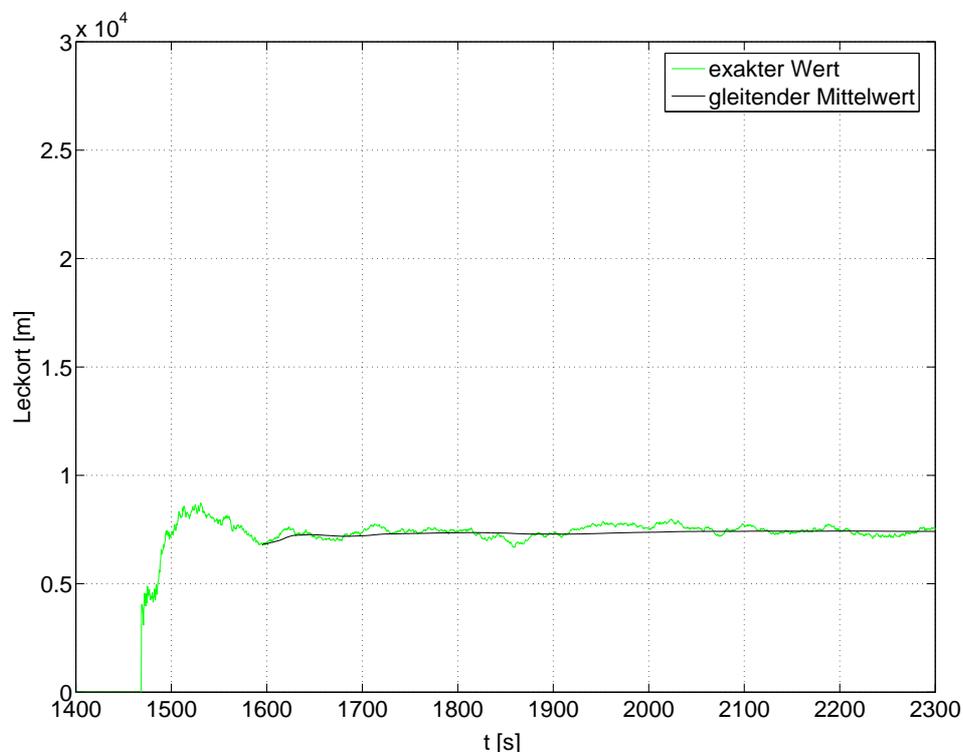


Abb. 8.3: Verlauf der Leckortschätzung

Der annähernd konstante Verlauf der Ersatzkonstante  $R$  ist in Abb. 8.4 dargestellt. Auf die Darstellung der weiteren konstanten Größen wird verzichtet.

Für weitere vergleichende Betrachtungen ist insbesondere die Abbildung 8.4 von hoher Wichtigkeit.

### Isothermes Simulationsmodell mit temperaturvariablen Testdaten

In diesem Abschnitt wird deutlich, dass bereits kleine Temperaturschwankungen zu wesentlichen Verschlechterungen bei der bisherigen Leckortung führen. Die dem Pipelinebeobachter zum Vergleich zur Verfügung stehenden Testmessdaten sind temperaturabhängig in einem Arbeitsbereich zwischen von 20 °C und 40 °C. Zu Simulationsbeginn beträgt die Temperatur 20 °C. Sie steigt stetig während der Simulationsdauer global über die gesamte Pipelinelänge auf eine Temperatur von 40 °C an. Die Simulation mit dem Beobach-

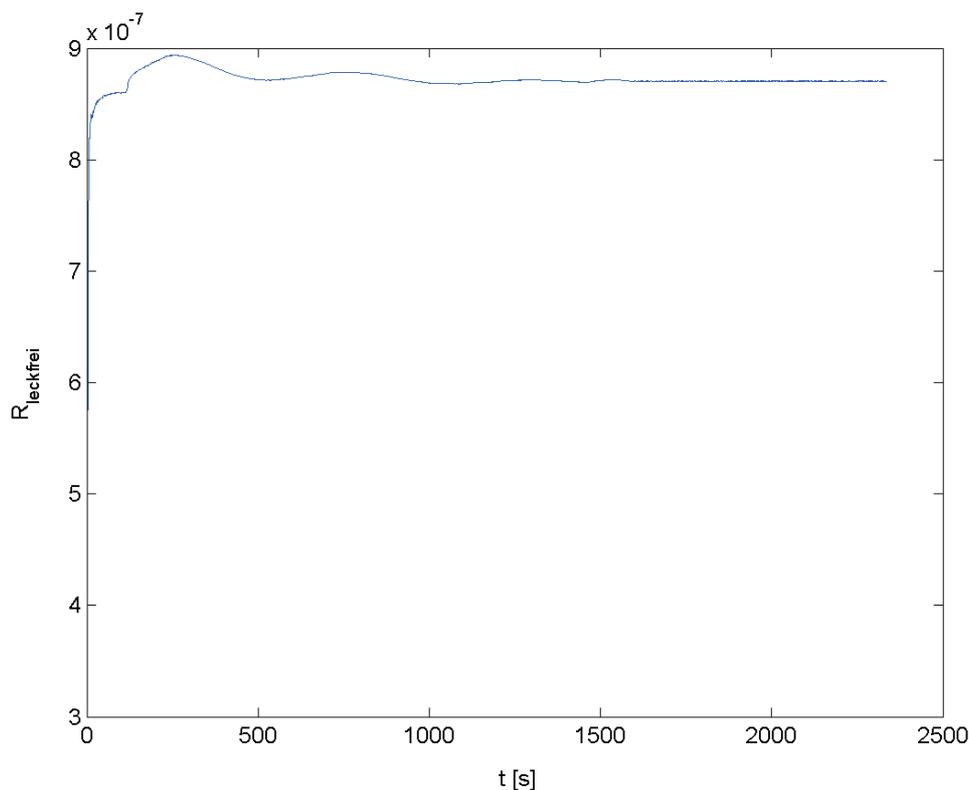


Abb. 8.4: Verlauf der Ersatzkonstante  $R_{leckfrei}$

ter wird mit dem bisher nichtmodifizierten isothermen Pipelinemodell durchgeführt. Abb. 8.5 zeigt das Ergebnis der Leckortschätzung. Das Auftreten des Leckes wird erkannt. Die Schätzung des Leckortes allerdings misslingt deutlich. Der geschätzte Wert weicht um 92 % vom eigentlichen Leckort ( $s_{soll} = 7,5 \text{ km}$ ) ab. Die falsche Leckortschätzung ist dadurch zu begründen, dass durch die temperaturabhängigen Testdaten unterschiedlich berechnete Werte bzw. nicht einander zugehörige Wertepaare miteinander verglichen werden. Dieser Umstand führt zu diesem sehr unbefriedigenden Simulationsergebnis.

In der Abbildung 8.6 sieht man sehr gut den Einfluss von Temperatur und Druck auf die Ersatzgröße  $R$ , welche bereits mit dem modifizierten Pipelinemodell berechnet wurde. Durch den Einfluss der Temperatur weist sie keinen konstanten Verlauf über den Simulationszeitraum auf. Im Bereich flach negativer Steigung ( $t \leq 724 \text{ s}$  und  $t \geq 885 \text{ s}$ ) ist die Temperaturänderung ausschlaggebend für das Abfallen des Wertes von  $R$ . Im Bereich stark negativer Steigung ( $724 \text{ s} \leq t \leq 885 \text{ s}$ ) sind der Arbeitspunktwechsel des Druckes sowie die Temperaturänderung entlang der gesamten Pipeline für das Abfallen des Wertes von

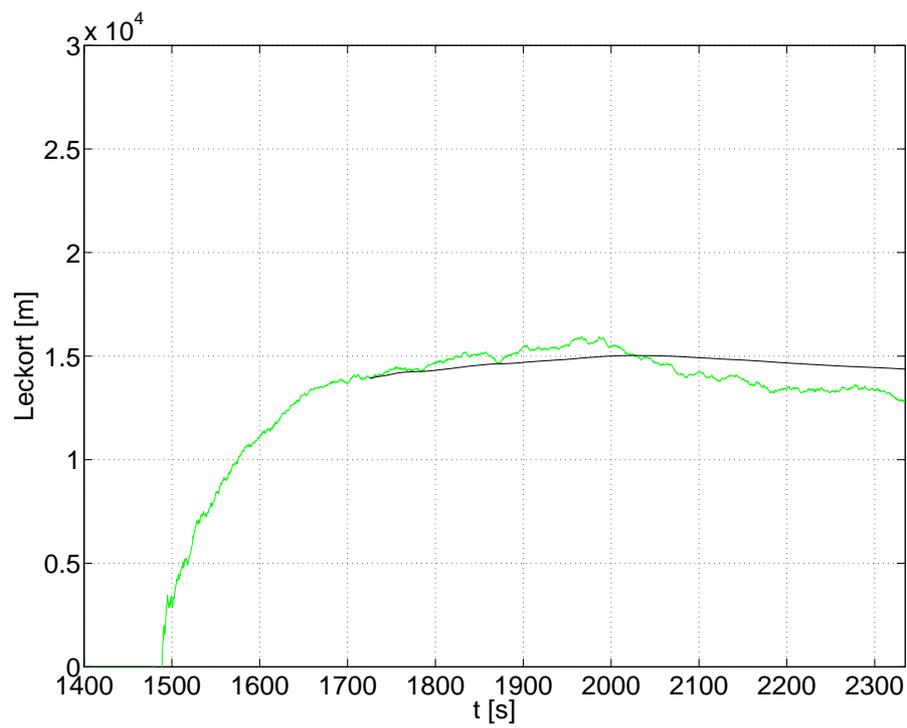


Abb. 8.5: Verlauf der Leckortschätzung mit isothermen Simulationsmodell und temperaturvariablen Messdaten

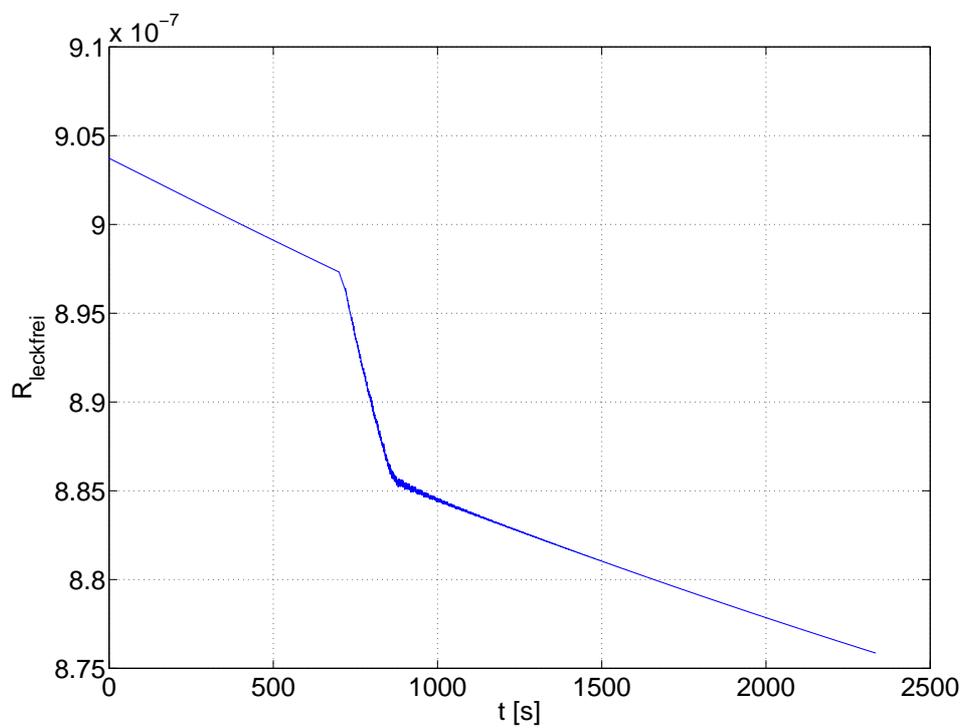


Abb. 8.6: Verlauf der Ersatzgröße  $R_{\text{leckfrei}}$

$R$  verantwortlich.

Die wichtigste Erkenntnis dieser Simulation liegt darin, die Bedeutung des Modells nachzuweisen. Bisher war es nicht möglich, temperaturabhängige Testdaten fehlerfrei in die Pipelinesimulation einzubinden. Durch die Integration der in Kapitel 4 gewonnenen Erkenntnisse in das vorliegende Modell können Pipelines, welche einer zeitlichen Änderung der Temperatur unterworfen sind, simuliert werden.

### Modifizierte Simulation mit temperaturvariablen Testdaten

In diesem Abschnitt werden Messwerte und Simulation im gleichen Temperaturbereich berechnet. Der Temperaturarbeitsbereich erstreckt sich wie in dem vorhergehenden Abschnitt von  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  ...  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Der angenommene Arbeitsbereich der Temperatur führt zu einer Veränderung der Schallgeschwindigkeit  $c_s$ . Der Verlauf der für die Rechnung resultierenden Schallgeschwindigkeit ist in Abb. 8.7 dargestellt.

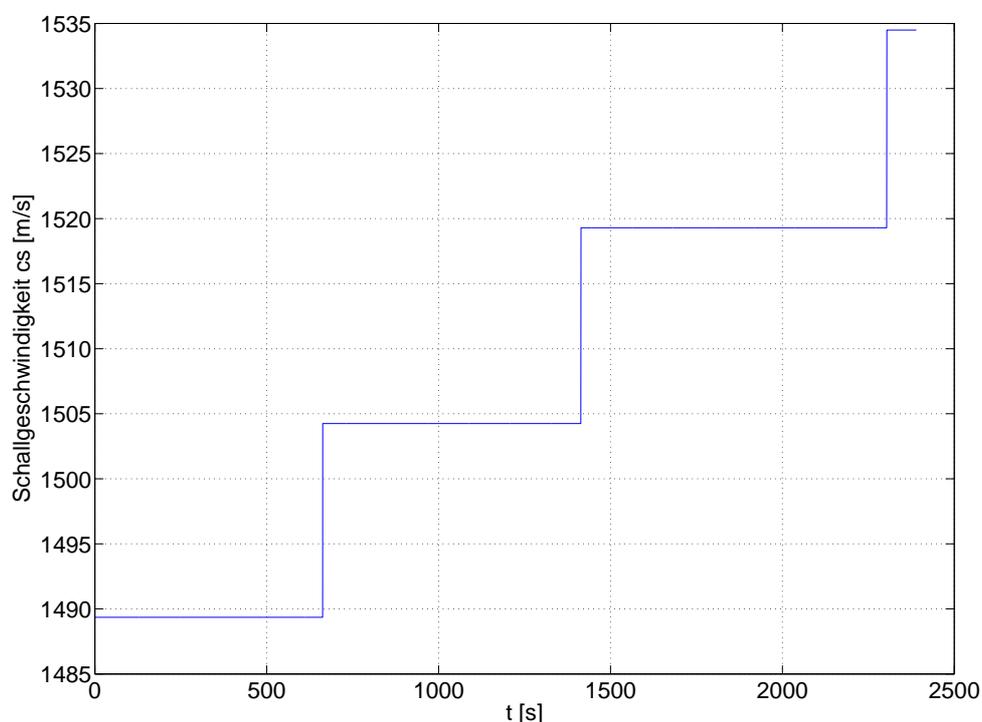


Abb. 8.7: Verlauf der Schallgeschwindigkeit  $c_s$  für die Berechnungen

Die Abbildung 8.8 zeigt den Verlauf der Leckortschätzung. Der Leckort wird exakt bei 7,5

km geschätzt. Der Verlauf der Ersatzgröße  $R$  entspricht den in Abschnitt 8.2 gemachten

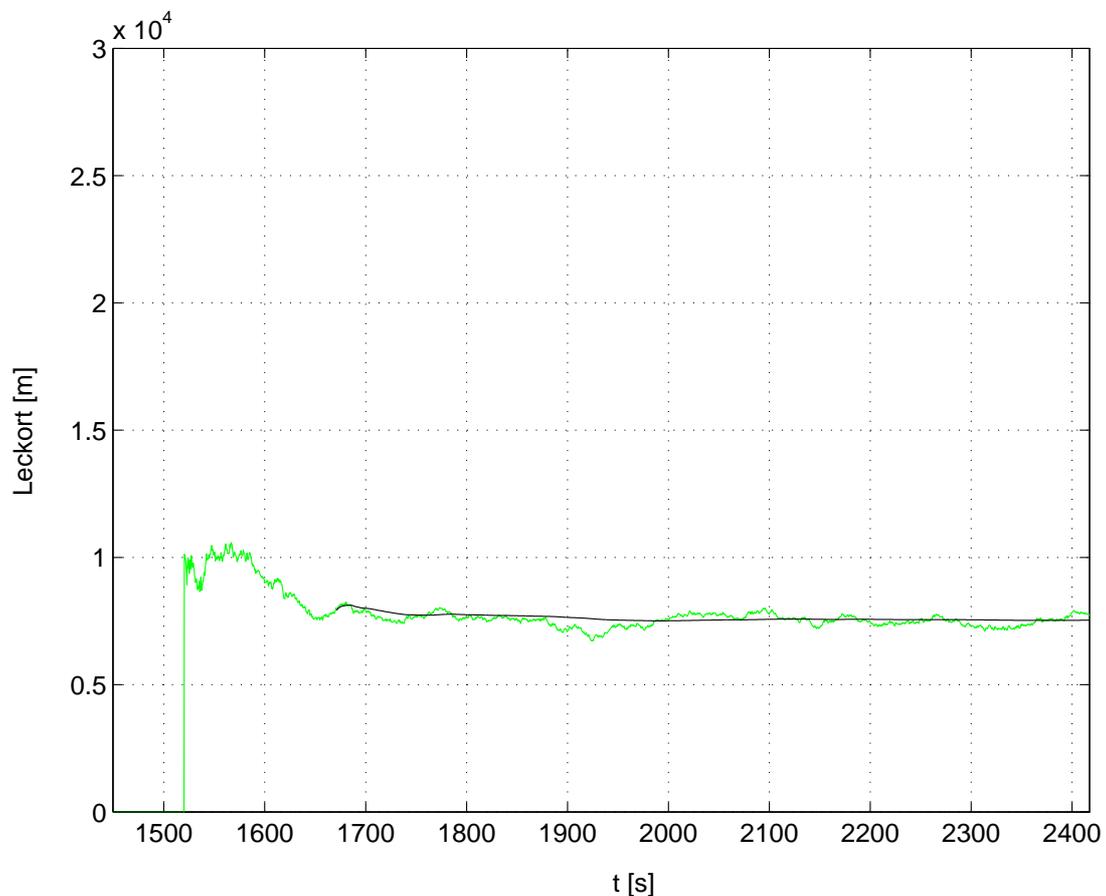


Abb. 8.8: Verlauf der Leckortschätzung

Angaben zu den temperaturvariablen Testdaten. In dieser Simulation werden aber nun die richtigen Wertepaare einander zugeordnet, was zum Erfolg in der Leckortung führt. Durch die Integration der Temperatur ändert sich zudem die Ersatzgröße  $B$ , weil auch diese Ersatzgröße von der Schallgeschwindigkeit abhängt (vgl. (5.14)). Der Verlauf ist in Abb. 8.9 dargestellt. Sowohl  $B$ , als auch  $R$  sind Bestandteil der Gleichungen zur Beschreibung der Charakteristiken und haben dadurch Einfluss auf das richtige Simulationsergebnis (vgl. dazu Abschnitt 5.2). Die folgende Simulation dient der Validierung der durchgeführten Änderungen bzgl. der Temperaturabhängigkeit am Pipelinebeobachtermodell. Gezeigt werden soll, dass für die neue Software nicht zwingend eine zeitliche Temperaturänderung vorhanden sein muss.

Zu erwarten ist ein Ergebnis, welches mit dem Ergebnissen der isotherme Simulation mit isothermen Testdaten übereinstimmt. Das ist keineswegs selbstverständlich, da neben der

reinen Temperaturabhängigkeit auch die Abhängigkeit der Prozessvariablen vom Druck in die Modellbildung eingeflossen ist. Das heißt, dass sich die Prozessvariablen jetzt auch bei einer isothermen Umgebung aufgrund des linearen Druckabfalles entlang der Pipeline ändern. Dieser Umstand zeigt sich insbesondere bei Arbeitspunktwechseln des Druckes. Die Simulation wird isotherm bei 20 °C durchgeführt. Die Abbildung 8.10 zeigt, dass auch das

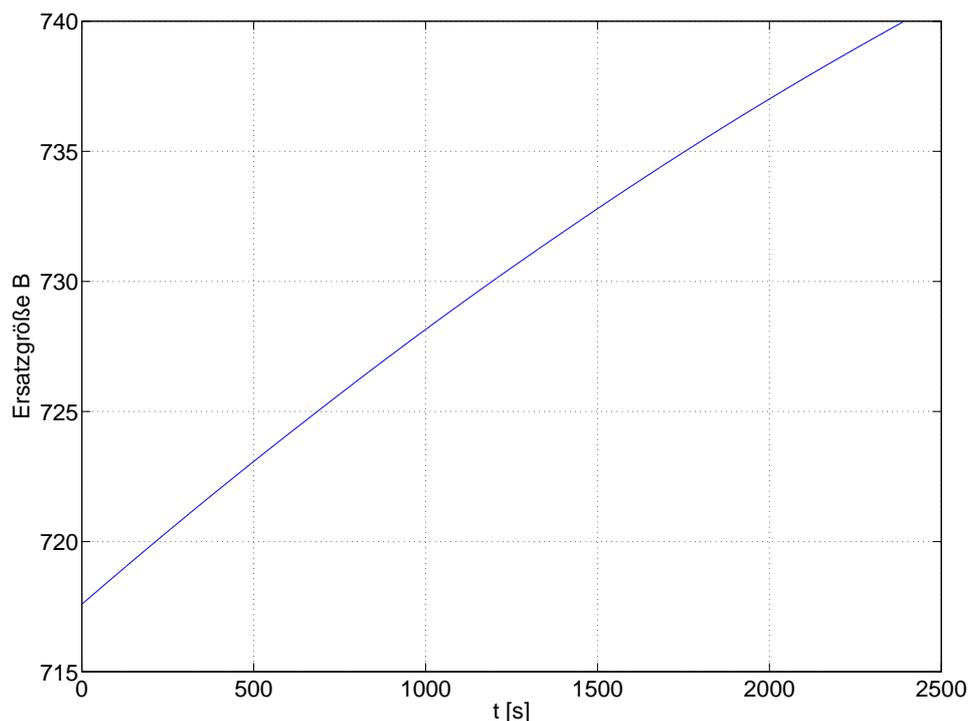


Abb. 8.9: Verlauf der Ersatzgröße B

Simulieren von isothermen Vorgängen weiterhin kein Problem für die fehlerfreien Schätzung des Leckortes darstellt. Der in den Messdaten initialisierte Leckort wird fehlerfrei zu 7,5 km geschätzt. Der Verlauf der Ersatzgröße  $R$  ist in Abb. 8.11 dargestellt. Im Bereich konstanten Drucks ist  $R$  ebenfalls konstant. Bei einem Arbeitspunktwechsel von z.B. 50 auf 56 bar wird  $R$  kleiner. Ursache dessen ist die umgekehrte Proportionalität der Reynoldszahl  $Re$  von der Viskosität  $\eta$ , welche bei Druckerhöhung leichtes Anstiegsverhalten zeigt. Nach dem Arbeitspunktwechsel ist die Ersatzgröße  $R$  wieder konstant.

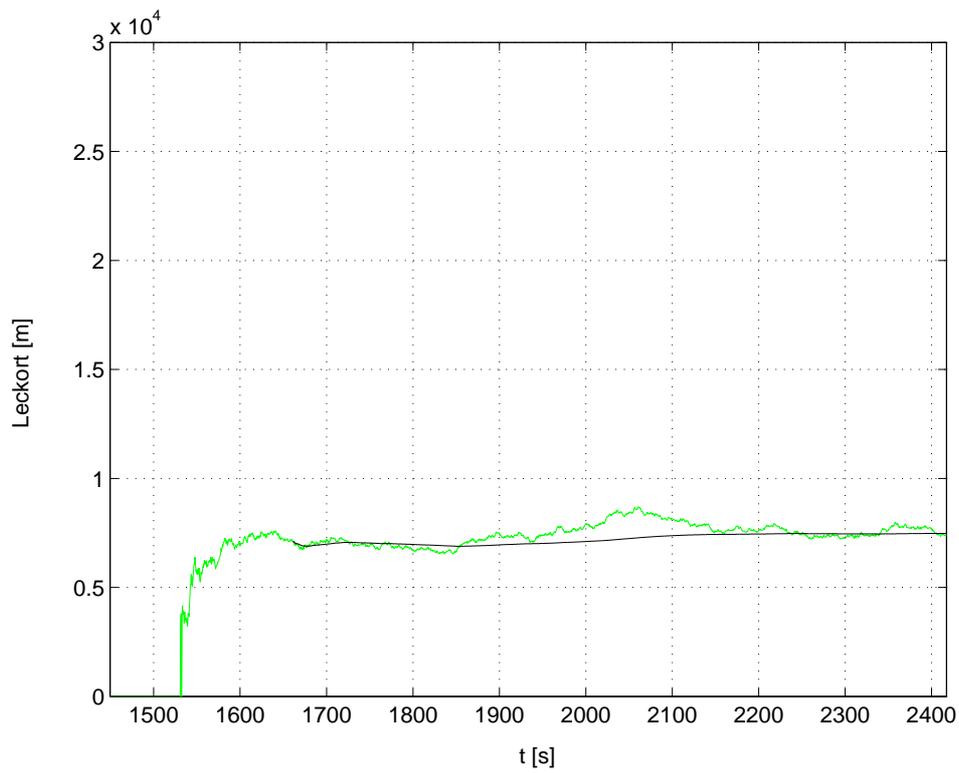


Abb. 8.10: Verlauf der Leckortschätzung des modifizierten Beobachters bei isothermen Messdaten von 20 °C

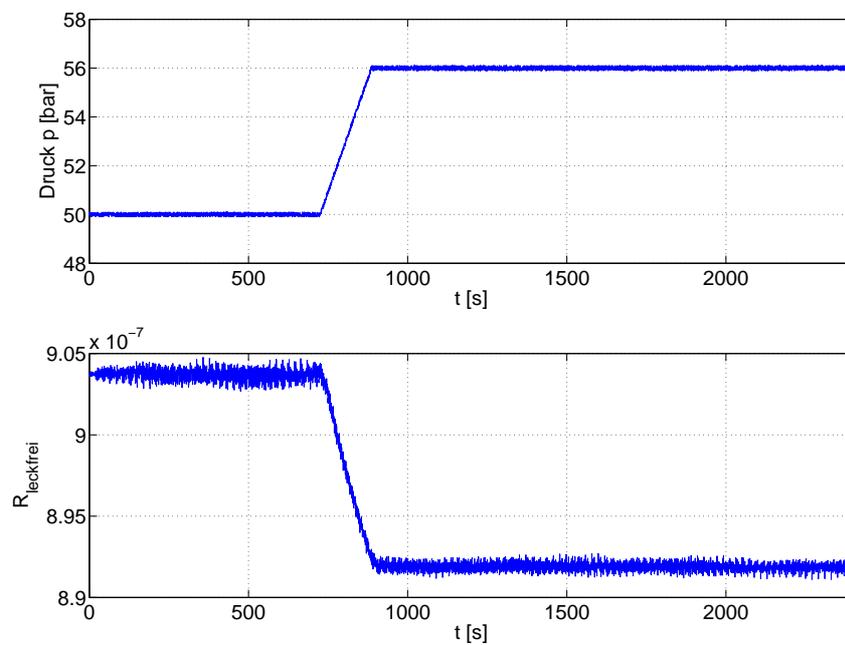


Abb. 8.11: Verlauf der Ersatzgröße  $R_{\text{leckfrei}}$  bei  $T = \text{const} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$

### Annahme des falschen Temperaturbereiches bei der Simulation

Die falsche Wahl des Temperaturbereiches bei einer Simulation hat einen erheblichen Einfluss auf die Richtigkeit einer Leckortschätzung. In diesem Abschnitt werden die Erstellung der Messwerte und die Simulation in unterschiedlichen Temperaturbereichen durchgeführt. Die Messdaten werden im Bereich von 20 °C ... 40 °C berechnet. Für die Simulation eines Leckauftrittes wird der Temperaturbereich von 22 °C ... 42 °C angenommen. Der Unterschied beträgt also 2 K.

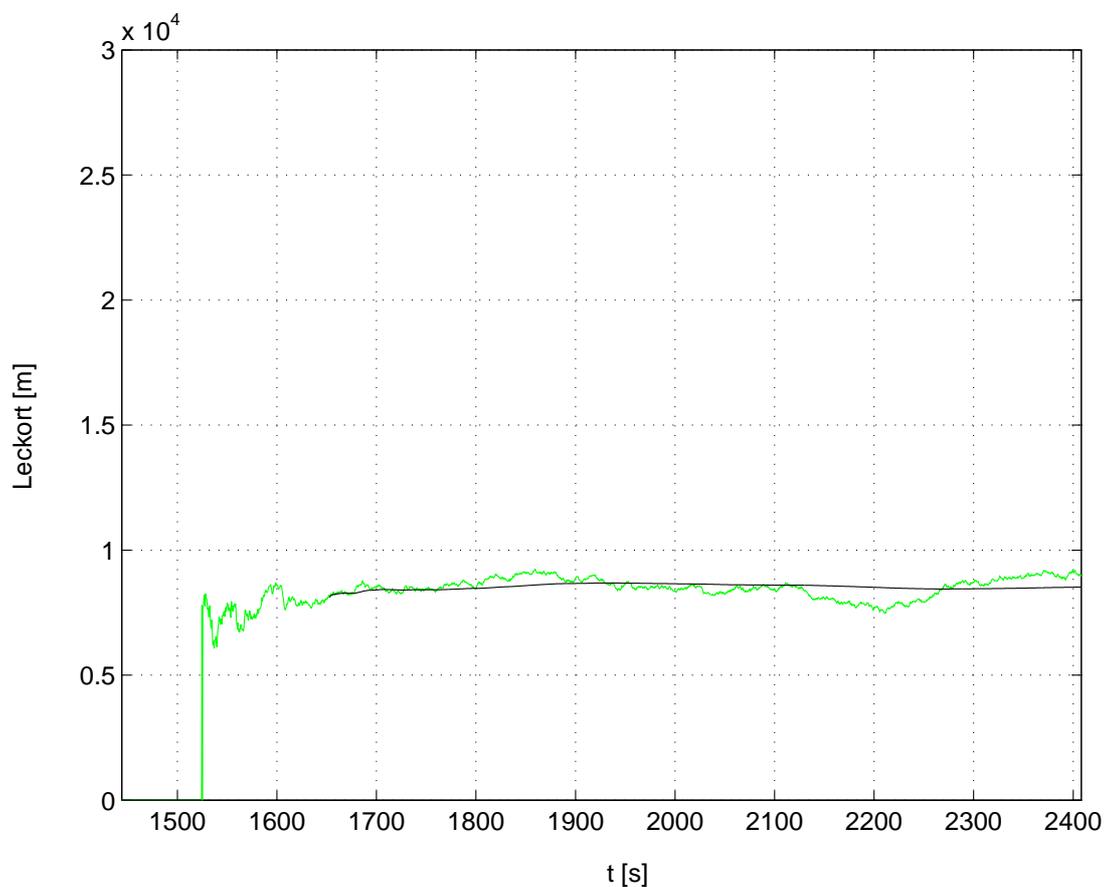


Abb. 8.12: Verlauf der Leckortschätzung

Der in Abb. 8.12 dargestellte Verlauf der Leckortschätzung verdeutlicht den grossen Einfluss der Temperatur auf die Leckortschätzung.

$$s_{Leck,sim} - s_{Leck,soll} = 8,72 \text{ km} - 7,5 \text{ km} = 1,22 \text{ km} = 16,3 \%$$

Insbesondere der starke Einfluss der Temperatur auf die Viskosität  $\eta$  führt zu diesem Simulationsergebnis. In der Tabelle 8.3 sieht man deutlich auftretende Abweichungen, welche

bereits bei einer Verschiebung des Temperaturbereiches um 2 K nicht vernachlässigbar klein sind.

T [°C]	$\eta$ [ $\mu Pa s$ ]	T [°C]	$\eta$ [ $\mu Pa s$ ]
20	1019,7	22	978,73
40	667,62	42	639,46

Tabelle 8.3: Vergleich der Viskositäten

Die vorangegangenen Simulationen zeigen, dass die Integration der Temperatur wesentlichen Einfluss auf das Leckortungsergebnis hat. Herauszustellen bleibt, dass der Einfluss der Temperatur auf die Viskosität und damit auf die Reynoldszahl die wichtigste Verbesserung in der Modellierung ist. Die Betrachtung einer temperaturabhängigen Schallgeschwindigkeit ist als Grundlage zur Verwendung und Modifizierung des Charakteristikenverfahrens nötig, hat jedoch nicht das gleiche Änderungspotential. Die Ergebnisse der Simulationen waren erwartungsgemäß. Leckorte werden richtig geschätzt, wenn der Temperaturbereich richtig angegeben wird.

## 9 Zusammenfassung

In diesem Kapitel werden die Arbeit und die dadurch gewonnenen Erkenntnisse zusammengefasst. Ein Ausblick schließt die Arbeit ab.

In der vorliegenden Arbeit wurden Wege und Möglichkeiten zur Überwachung von Trinkwasserpipelines aufgezeigt, sowie ein rechnergestütztes Hilfsmittel zur praktischen Anwendung im Bereich der Leckerkennung und der Leckortung vorgestellt.

Das erste Kapitel widmet sich den verschiedenen Methoden der Leckerkennung. Wie so oft hat jede Methode seine Vor- und Nachteile. Insbesondere der Kostenfaktor wird über die Realisierung eines Leckerkennungssystems entscheiden. Letztendlich entscheiden aber viele Einflussfaktoren die Wahl für ein bestimmtes System. Im Bereich der softwaretechnischen Methoden werden die dort eingesetzten Diagnoseverfahren erläutert. In Abschnitt 2.2 wird eine allgemeine Diskussion von Diagnoseverfahren geführt, um die Leckerkennung in diesen Kontext einordnen zu können. Grundlage der Leckerkennung und der Leckortung ist die Messung der Ein- und Ausgangssignale des Prozesses. Im Abschnitt 2.2.2 wird ein Prozessbeobachter vorgestellt, der im Bereich der Überwachung des Pipeline-Systems eine zentrale Rolle spielt. Er basiert auf der mathematischen Beschreibung der dynamischen Vorgänge des Prozesses im Normalbetrieb, d.h. einer Pipeline ohne Leckage-Fall. Die so erhaltenen Vergleichsmöglichkeiten zwischen dem realen System und dem Beobachter ermöglichen eine Vielzahl von Möglichkeiten der Fehlererkennung und Fehlerdiagnose. Da mit diesem Verfahren nur eine Fehlererkennung vorgenommen werden kann, aber die Bestimmung der Größe des Fehlers nicht möglich ist, wird ein Diagnosesystem in Form einer Beobachterbank vorgestellt, in der neben einem Beobachter für das fehlerfreie System zusätzliche für die betrachteten Fehler spezifisch entworfene Beobachter integriert sind.

In Kapitel 3 werden zunächst die für ein Pipeline-Modell relevanten Erhaltungssätze hergeleitet und auf die Rohrströmung angewendet. Die getroffenen Vereinfachungen werden erläutert und ihre Auswirkungen abgeschätzt. Die durch die Massen- und Energiebilanz entwickelten Grundgleichungen werden zu einem Pipelinemodell für gerade Rohrleitungen zusammengefügt. Über die Güte der Modellbildung kann an dieser Stelle jedoch kein Urteil abgegeben werden, da notwendige Vergleichswerte des Originalsystems nicht vorhanden waren.

Das Kapitel 4 beschäftigt sich mit den Prozessvariablen Schallgeschwindigkeit, Dichte und Viskosität. Es wird eine Approximation zu druck- und temperaturabhängigen Prozessvariablen hergeleitet und die weitere Verwendbarkeit überprüft. Als Ergebnis dieser Betrachtungen kann herausgestellt werden, dass die Viskosität eine starke Temperaturabhängigkeit zeigt.

Die Dichte zeigt zwar eine Änderung mit steigender oder fallender Temperatur auf, wird jedoch aufgrund der geringen Änderung und zugunsten der Simulationsgeschwindigkeit weiterhin als konstant angenommen.

In Kapitel 5 wird mit dem Charakteristikenverfahren eine zuverlässige, erweiterbare und ausreichend schnelle Lösungsmethode für das entwickelte Pipelinemodell vorgestellt. Desweiteren wird eine Modifikation des Charakteristikenverfahrens beschrieben, mit der es möglich ist, Temperaturänderungen im Pipeline-System zu berücksichtigen. Dabei bleibt festzustellen, dass im Grunde betrachtet weiterhin abschnittsweise isotherm gerechnet wird. Überschreitet die Änderung der Schallgeschwindigkeit einen Schwellwert wird zu einer anderen Beschreibung der Charakteristiken übergegangen.

In dem Kapitel 6 wird untersucht, welchen Einfluss eine in die Rohrleitung eingebaute Krümmung auf die Druckwerte der vorliegenden Wasserpipeline hat. Dazu werden zunächst diverse Berechnungsansätze für die zusätzlichen Druckverluste durch eine Rohrkrümmung vorgestellt. Die durch die Krümmung im Druckverlauf auftretenden Änderungen sind zwar rechnerisch nachweisbar, fallen allerdings so gering aus, dass sie keinen Einfluss auf den Simulationsverlauf des betrachteten Pipeline-Systems haben. Um strömungstechnisch Ver-

---

lustwerte in dieser oder einer höheren Größenordnung erreichen zu können müssten entweder die Dimensionen der Pipeline oder die Eigenschaften des Fluides grundlegend geändert werden, zum Beispiel für die Simulation von Rohrsystemen mit geringeren Durchmessern und niedrigeren Flussgeschwindigkeiten, wie sie in der chemischen Produktion mit dichteren Fluiden, z.B. flüssige Kunststoffe, vorkommen.

In Kapitel 7 wird zunächst der Pipeline-Beobachter entwickelt und in diesem Zusammenhang eine Parameterschätzung des Reibungsbeiwertes vorgestellt. Die Parameterschätzung gewährleistet eine zuverlässige Online-Kalibrierung des Modells. In Abschnitt 7.2 wird ein Fehlermodell entwickelt, das die theoretischen Grundlagen für den Leckage-Fall beim Betrieb der Pipeline beinhaltet. Mit dem Fehlermodell können Lecks im eingeschwungenen Betrieb sowohl simuliert als auch erkannt werden. Bei der Diskussion der Leckerkennungsmethoden zeigt sich die Überlegenheit des modifizierten Kreuzkorrelationsverfahrens. Bei dieser Methode wird deutlich, dass auch kleine Leckagen sicher und schnell erkannt werden können.

Das Kapitel 8 behandelt die Fehlerdiagnose. Die Leckortung wird als Optimierungsproblem betrachtet. Über einen evolutionären Algorithmus wird eine Beobachterbank aus diversen Fehlermodellen generiert. Diese neu entwickelte Methode zeigt, dass die Bestimmung des Leckortes absolut eindeutig verläuft und nach Eintreten eines Leckes schnelle Ergebnisse zur Lokalisierung desselbigen liefert. Ein kleineres Berechnungsgitter beim Charakteristikenverfahren würde nochmal zu einer Verbesserung der Ergebnisse führen. Dies erfordert aber eine enorme Rechenleistung.

Die Simulationsergebnisse in Abschnitt 8.2 zeigen, dass der Temperatureinfluss das Leckortungsergebnis stark beeinträchtigt. Mit dem temperaturabhängigen Modell lassen sich die Leckortungsergebnisse stark verbessern. Deshalb ist der Einsatz von zusätzlichen Temperatursensoren am Pipelinesystem sehr zu empfehlen.

In Summe ist der Einsatz des hier vorgestellten Überwachungsverfahrens in der Praxis sehr zu empfehlen. Aufgrund des modularen Aufbaus der Beobachterbank lässt sich dieses Verfahren auf andere Bereiche übertragen, so z.B. auf die Analyse von gesamten

Pipelinenetzen.

# A Anhang

## Moody-Diagramm

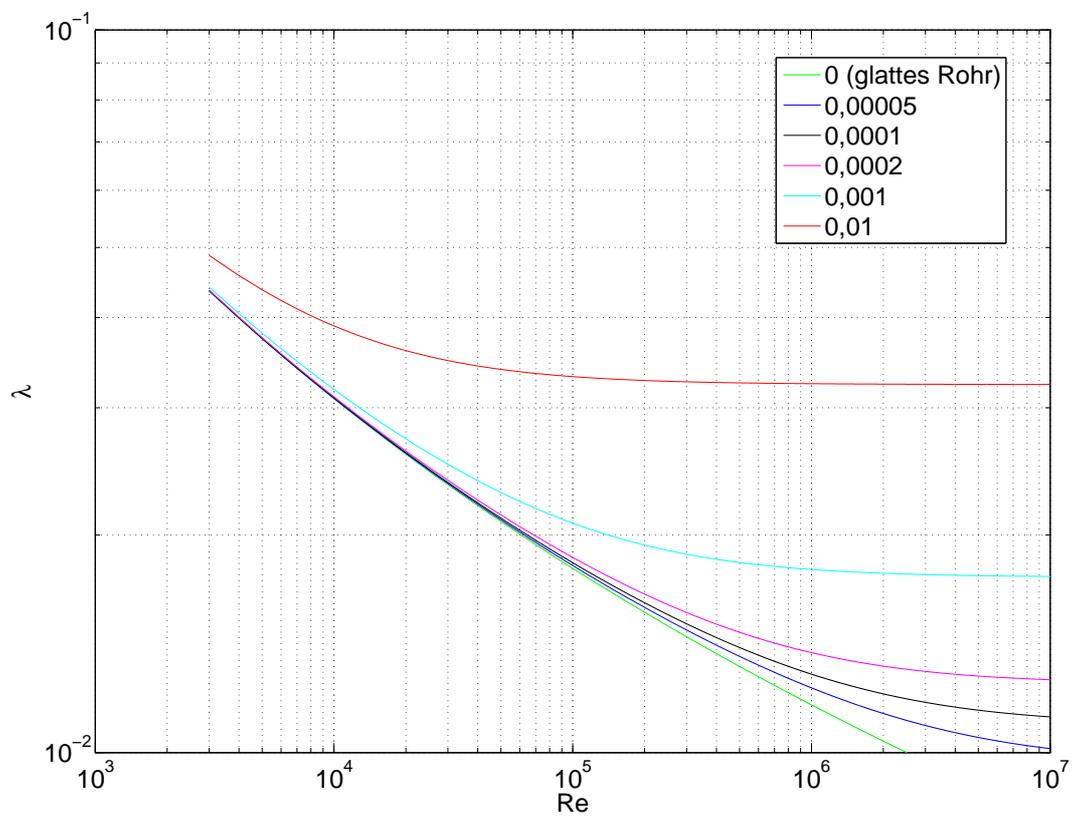


Abb. A.1: Moody-Diagramm



# Formelzeichen und Abkürzungen

$\alpha$	Neigungswinkel des Rohres
$\alpha_T$	Temperaturkoeffizient
$\Delta h_k$	Verlusthöhe durch Rohrkrümmer
$\Delta x$	Ort-Schrittweite
$\Delta$	Laplace-Operator
$\eta$	dynamische Viskosität
$\gamma$	auf die Rohrlänge $L$ normierter Leckort
$\lambda$	Reibungsbeiwert
$\lambda_K$	Krümmungsverlustkoeffizient
$\lambda_{glatt}$	Reibungsbeiwert eines hydraulisch glatten Rohres
$\lambda_{rauh}$	Reibungsbeiwert des verwendeten Rohres
$\nabla$	Gradient
$\nu$	kinematische Viskosität
$\rho$	Dichte
$\tilde{p}_{0,\Delta t}$	Druck (Messwert) am Leitungsanfang
$\tilde{p}_{0,t}$	gemessener Druckwert am Leitungsanfang
$\tilde{p}_{L,t}$	gemessener Druckwert am Leitungsende

---

$\tilde{q}_{0,t}$	gemessener Durchflusswert am Leitungsanfang
$\tilde{q}_{L,t}$	gemessener Druckwert am Leitungsende
$\widehat{K}_{uw}$	modifizierte Kreuzkorrelierte
$\hat{u}$	über die Zeit gemittelttes Residuum am Rohranfang
$\hat{w}$	über die Zeit gemittelttes Residuum am Rohrende
$\hat{y}$	Ausgangsgröße des Modells
$\zeta_f$	Reibungsanteil des Krümmerverlustes
$\zeta_k$	Gesamtverlust im Krümmer
$\zeta_u$	Umlenkanteil des Krümmerverlustes
$A$	Fläche
$AP$	Arbeitspunkt
$B$	Ersatzkonstante
$c_s$	Schallgeschwindigkeit
$C_\lambda$	Korrekturfaktor für den Reibungsbeiwert
$C_o$	Koeffizient zur Korrektur der Abflusslänge der Pipeline
$C_{Re}$	korrigierte Reynoldszahl
$d\rho$	infinitesimales Dichteelement
$dc_s$	infinitesimales Schallgeschwindigkeitselement
$D$	Rohrdurchmesser
$dm$	infinitesimales Massenelement
$ds$	infinitesimales Streckenelement
$dt$	infinitesimaler Zeitschritt

---

$dV$	infinitesimales Volumenelement
$dv$	infinitesimales Geschwindigkeitselement
$dx$	infinitesimales Streckenelement
$dy$	infinitesimales Streckenelement
$dz$	infinitesimales Streckenelement
$f$	Fehler, allgemein
$F'''$	äußere Kraft
$F_p$	Druckgradientenkraft
$F_R$	Reibungskraft
$F_T$	Trägheitskraft
$h$	Ortshöhe
$h_R$	Verlusthöhe
$i$	Laufindex
$K_b^*$	Koeffizient des Krümmungswinkels
$k_R$	Rohrrauhigkeit
$K_{uw}$	Kreuzkorrelierte
$L$	Länge
$L_A$	äquivalente Länge der Rohrkrümmung
$p$	Druck
$p_{0,t}$	Anfangsdruck
$p_A$	Druck bei Punkt A
$p_B$	Druck bei Punkt B

---

$p_{ges}$	Druck
$p_P$	Druck bei Punkt P
$Q$	Wärmeenergie
$q$	Durchfluss
$q_V$	Leckfluss
$q_A$	Durchfluss bei Punkt A
$q_B$	Durchfluss bei Punkt B
$q_P$	Durchfluss bei Punkt P
$q_{x,0}$	Anfangsdurchfluss
$R$	Ersatzkonstante
$r$	Residuum, allgemein
$Re$	Reynolds-Zahl
$Re_{krit}$	kritische Reynolds-Zahl
$T$	Temperatur
$t$	Zeit
$u$	Eingangsgröße
$u$	Residuum am Rohranfang
$U_I$	Innere Energie
$u_I$	massebezogene innere Energie
$V$	Volumen
$v$	Fliessgeschwindigkeit
$w$	Residuum am Rohrende

---

$W_{ges}$	Arbeitsleistung
$W_P$	durch Druckkräfte verrichtete Arbeit
$W_S$	durch Scherkräfte verrichtete Arbeit
$x$	Raumkoordinate
$x_V$	Leckort
$y$	Ausgangsgröße
$y$	Raumkoordinate
$z$	Raumkoordinate
$q_{0,t}$	berechneter Durchflusswert am Leitungsanfang
$q_{L,t}$	berechneter Druckwert am Leitungsende
$R_{0,t}$	Ersatzkonstante am Leitungsanfang
$R_{L,t}$	Ersatzkonstante am Leitungsende



# Literaturverzeichnis

- [1] Dr. Zhang, J.: „*Designing a cost effective and reliable pipeline leak detection system*“  
Pipeline Reliability Conference; USA, Houston, November 19-22, 1996.
- [2] Turner, N. C.: „*Hardware and software techniques for pipeline integrity and leak detection monitoring*“  
Proceedings of Offshore Europe 91; Scotland, Aberdeen, 1991.
- [3] Deville, M. O.; Fischer, P. F.; Mund, E. H.: „*High-Order Methods for Incompressible Fluid Flow*“  
University Press; Cambridge, 2002.
- [4] Wagner, Walter: „*Strömung und Druckverlust*“ 3. Auflage  
Vogel Buchverlag; Würzburg, 1992
- [5] Jaeger, Charles: „*Technische Hydraulik*“  
Birghäuser Verlag; Basel, 1929
- [6] Schleicher, F.: „*Taschenbuch für Bauingenieure*“ Band 2  
Springer-Verlag; Berlin - Göttingen - Heidelberg, 1955
- [7] Franke, Paul-Gerhard: „*Hydraulik für Bauingenieure*“  
Walter de Gruyter; Berlin - New York, 1974
- [8] Preißler, Bollrich: „*Technische Hydromechanik*“ Band 1  
VEB Verlag für Bauwesen; Berlin, 1980
- [9] Truckenbrodt, E.: „*Fluidmechanik*“ Band 1  
Springer Verlag; Berlin - Heidelberg - New York, 1980

- [10] King, H. & Brater, E.: „*Handbook of Hydraulics*“ 5. Auflage  
McGraw-Hill Book Company; New York - ... - Toronto, 1963
- [11] Miller, D.S.: „*Internal Flow Systems*“ Volume 5  
British Hydromechanics Research Association Fluid Engineering Series, 1978
- [12] Kalide, W.: „*Einführung in die technische Strömungslehre*“ 7. Auflage  
Hanser Verlag; München - Wien, 1990
- [13] Eck, Bruno: „*Technische Strömungslehre*“ Band 2  
Springer Verlag, Berlin, 1991
- [14] Billmann, L.: „*Methoden zur Lecküberwachung und Regelung von Gasfernleitungen*“  
VDI-Verlag; Düsseldorf, 1984
- [15] Berger, T.: „*Modellbildung und Simulation einer Pipeline und Entwurf einer Lecküberwachung*“ Diplomarbeit;  
Universität der Bundeswehr München; München, 2003
- [16] Albring, W.: „*Angewandte Strömungslehre*“  
Akademie-Verlag; Berlin, 1978
- [17] Streeter, Victor L.; Wylie, E. Benjamin: „*Fluid Mechanics*“ 8th Edition  
McGraw-Hill Book Company; New York, 1985
- [18] Horlacher, H.B.; Lüdecke H.J.: „*Strömungsberechnung für Rohrsysteme*“  
Expert Verlag; Ehningen, 1992
- [19] Beij, Karl Hilding: „*Pressure losses for fluid flow in 90° pipe bends*“  
Journal of Research of the National Bureau of Standards, Volume 21;  
U.S. Department of Commerce; Washington, 1938
- [20] Kirchbach, Hans: „*Der Energieverlust in Kniestücken*“ Dissertation;  
Technische Hochschule München;  
R. Oldenbourg; München, 1929

- [21] Ito, H.: *“Pressure Losses in Smooth Pipe Bends“*  
Journal of Basic Engineering, Volume 82;  
Transactions of the ASME; New York, 1960
- [22] Zerling, S.: *„Integration der Temperaturabhängigkeit in ein Pipelinemodell zur Lecküberwachung“* Diplomarbeit;  
Universität der Bundeswehr München; München, 2004
- [23] Zoebel, H. & Kruschik, J. *„Strömung durch Rohre und Ventile“*  
Springer-Verlag; Wien - New York, 1978
- [24] Padmarajaiah, Tumkur Puttiah: *„Strömungswiderstand in gekrümmten Rohrleitungen“* Dissertation;  
Technische Universität Berlin; Berlin, 1960
- [25] Matko, D., Geiger, G. & Gregoritzka W.: *“Pipeline Simulation Techniques“*  
Elsevier Scientific Publishing Company; Amsterdam, 2000
- [26] Wille, R.: *„Strömunglehre“*  
Technische Universität Berlin; Berlin, 2005
- [27] Nissen, Volker: *„Einführung in Evolutionäre Algorithmen“*  
Vieweg Verlag; Wiesbaden, 1997
- [28] Weicker, Karsten: *„Evolutionäre Algorithmen“*  
Teubner Verlag; Stuttgart, 2002
- [29] Prandtl, L.: *„Führer durch die Strömungslehre“*  
Vieweg Verlag; Braunschweig, 1990
- [30] Lunze, Jan: *„Automatisierungstechnik“*  
Oldenbourg Verlag; München, 2003
- [31] Kittel, A.: *„Lecküberwachung - Prinzip und Anwendung“*  
TÜV Rheinland; Köln, 1979
- [32] Platt, U.: *„Statik und Dynamik der fluiden Systeme der Erde“* Vorlesungsskriptum  
Universität Heidelberg; Heidelberg, 2002

- [33] Gerthsen, C.: „*Physik*“  
Springer Verlag; Berlin Heidelberg, 1993
- [34] Feynman, R. P.: „*Vorlesungen über Physik*“  
Oldenbourg Verlag; München, 2001
- [35] Bronstein, I.N.; Semendjajew, K. A.; Muusiol, G.; Mühlig, H.: „*Taschenbuch der Mathematik*“  
Harry Deutsch Verlag; Thun und Frankfurt am Main , 2000
- [36] Desert Research Institute: „<http://www.wrcc.dri.edu/cgi-bin/cliNORM.pl?nvdesr>.“  
Western Regional Climate Center, 1990
- [37] Tipler, P. A.: „*Physik*“  
Spektrum Akademischer Verlag; Heidelberg, 1994
- [38] The National Institute of Standards and Technology (NIST):  
„<http://webbook.nist.gov/chemistry/fluid/>.“  
U.S. Secretary of Commerce on behalf of the United States of America, 1993