

UNIVERSITÄT DER BUNDESWEHR MÜNCHEN  
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik

Untersuchung eines  
monolithisch-integrierten aktiven  
optischen Schmalbandfilters  
mit einstellbarem Frequenzgang

Berthold L. Stelzig

Vorsitzender des Promotionsausschusses: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. K. Fastenmeier  
1. Berichterstatter Univ.-Prof. Dr.-Ing. U. Barabas  
2. Berichterstatter Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. S. Lindenmeier

Tag der Prüfung 29. Mai 2008

Mit der Promotion erlangter akademischer Grad:  
Doktor-Ingenieur  
(Dr.-Ing.)

Neubiberg, den 1. Juni 2008



# Inhaltsverzeichnis

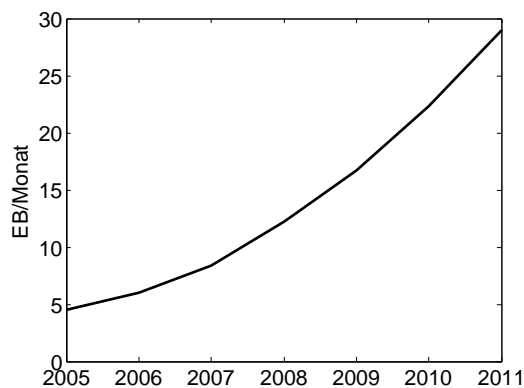
<b>1</b>	<b>EINLEITUNG</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>FILTERSTRUKTUR UND FUNKTIONSPRINZIP</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>EIGENSCHAFTEN DER VERWENDETEN WELLENLEITER</b>	<b>9</b>
3.1	HELMHOLTZGLEICHUNG FÜR DIELEKTRISCHE WELLENLEITER . . . . .	10
3.2	BERECHNUNG DER MODEN DES FILMWELLENLEITERS . . . . .	13
3.2.1	TM-MODEN . . . . .	13
3.2.2	TE-MODEN . . . . .	14
3.2.3	GRENZWELLENLÄNGEN IM FILMWELLENLEITER . . . . .	15
3.3	BERECHNUNG DER MODEN DES STREIFENBELASTETEN FILMWELLENLEITERS . . . . .	16
3.4	NUMERISCHES BEISPIEL FÜR DIE FELDER IN DEN WELLENLEITERN . . .	20
<b>4</b>	<b>FREQUENZGANG DES FILTERS</b>	<b>27</b>
4.1	KOPPLUNG ZWISCHEN PRIMÄRWELLENLEITER UND FILMWELLENLEITER . . . . .	28
4.1.1	INTEGRALGLEICHUNG FÜR DAS GESAMTFELD UND NÄHERUNGSWEISE LÖSUNG . . . . .	29
4.1.2	BERECHNUNG DER KOPPLUNG . . . . .	32
4.1.3	NUMERISCHES BEISPIEL . . . . .	39
4.1.4	Zusammenfassung . . . . .	45
4.2	KOPPLUNG ZWISCHEN FILMWELLENLEITER UND SEKUNDÄRWELLENLEITER . . . . .	47
4.3	FREQUENZGANG FÜR AKTIVE FILTER MIT INHOMOGENEM SEKUNDÄRGITTER . . . . .	52
4.4	GREENSCHE FUNKTION FÜR DEN FILMWELLENLEITER . . . . .	55
<b>5</b>	<b>AKTIVER WELLENLEITER</b>	<b>65</b>
5.1	OPTISCHE VERSTÄRKUNG UND BRECHZAHLÄNDERUNG . . . . .	65
5.1.1	OPTISCHE VERSTÄRKUNG IN DIREKTEN HALBLEITERN . . . . .	65
5.1.2	BRECHZAHLÄNDERUNG DURCH FREIE LADUNGSTRÄGER . . . . .	67
5.2	AKTIVE WELLENLEITERSTRUKTUR . . . . .	69
5.2.1	MATERIALZUSAMMENSETZUNG DER SCHICHTEN . . . . .	70

## Inhaltsverzeichnis

<b>6</b>	<b>DIMENSIONIERUNG DER WELLENLEITER- UND GITTERGEOMETRIE</b>	<b>77</b>
6.1	DIMENSIONIERUNG DES FILMWELLENLEITERS . . . . .	77
6.2	GEOMETRIE DER STREIFENBELASTETEN FILMWELLENLEITER . . . . .	78
6.2.1	DIMENSIONIERUNG DES PRIMÄRWELLENLEITERS . . . . .	80
6.2.2	DIMENSIONIERUNG DES SEKUNDÄRWELLENLEITERS . . . . .	81
<b>7</b>	<b>FILTERENTWURF</b>	<b>85</b>
7.1	FILTERENTWURF . . . . .	85
7.2	GITTERDIMENSIONIERUNG . . . . .	88
<b>8</b>	<b>RATENGLEICHUNGEN</b>	<b>91</b>
8.1	Ratengleichungen für den Primärwellenleiter . . . . .	91
8.2	Ratengleichung für den Sekundärwellenleiter . . . . .	98
<b>9</b>	<b>ENTWORFENE FILTER</b>	<b>101</b>
9.1	ENTWURFSABLAUF . . . . .	101
9.2	FILTER FÜR EINEN KANALABSTAND VON 0,4nm . . . . .	103
9.3	FILTER FÜR EINEN KANALABSTAND VON 0,2nm . . . . .	109
9.3.1	FILTER MIT INHOMOGENEM SEKUNDÄRGITTER . . . . .	109
9.3.2	FILTER MIT HOMOGENEM SEKUNDÄRGITTER . . . . .	112
<b>10</b>	<b>ZUSAMMENFASSUNG</b>	<b>117</b>
<b>A</b>	<b>SYMBOLVERZEICHNIS</b>	<b>123</b>
<b>B</b>	<b>Koeffizienten im Finite-Differenzen Schema</b>	<b>127</b>
<b>C</b>	<b>Koeffizienten im Greenschen Tensor</b>	<b>129</b>
<b>D</b>	<b>Materialparameter für InP/InGaAsP</b>	<b>133</b>

# 1 EINLEITUNG

Das Datenaufkommen in den Kommunikationsnetzen entwickelt sich seit Jahren rasant, getrieben von einer weltweit stetig wachsenden Teilnehmerzahl sowie immer neuen und höherrangigen Diensten. Einer kürzlich von Cisco Systems[1] vorgestellten Studie zum Wachstum des IP Datenaufkommens zufolge ist dafür in erster Linie die zunehmende Verbreitung von Breitbandinternetverbindungen sowie hochauflösenden Videoanwendungen verantwortlich. Für das prognostizierte, in Abbildung 1.1 dargestellte, Wachstum ist dieser Studie zufolge mit einer Verdopplung des Internetdatenverkehrs alle zwei Jahre bis 2011 zu rechnen. Optische Übertragungssysteme sind für die Bewältigung des heutigen und zukünftigen Datenaufkommens aufgrund der im Vergleich zu drahtgebundenen Übertragungssystemen ungleich höheren Bandbreite bei gleichzeitig geringer Dämpfung unverzichtbar. Der entscheidende Bandbreitenvorteil resultiert aus der Verwendung der Glasfaser als Übertragungsmedium. Für die in der optischen Kommunikationstechnik für Weitverkehrsverbindungen benutzten Standard-Monomodefasern stehen zwei Übertragungsfenster um die Wellenlänge  $1,3\mu\text{m}$  und um  $1,55\mu\text{m}$  mit ca.  $80\text{nm}$  bzw.  $120\text{nm}$  Bandbreite zur Verfügung.



**Abb. 1.1:** Prognostiziertes Wachstum des IP Datenaufkommens in Exabyte (1 Exabyte=1EB= $10^{18}$  Byte) je Monat im Zeitraum 2005-2011. Quelle [1]

Selbst bei sehr hohen Kanaldatenraten von mehreren  $10\text{GB/s}$  ist die Kanalbandbreite klein im Vergleich zur Breite der Übertragungsfenster. Dies erlaubt die Verwendung von Wellenlängenmultiplexverfahren, bei dem mehrere modulierte Träger gleichzeitig über eine gemeinsame Faser übertragen werden. Zusätzlich zu geeigneten optischen Sendern erfordern optische Wellenlängenmultiplexsysteme Filter zur Trennung der einzelnen Kanäle. Neben der besseren Ausnutzung der von der Faser zur Verfügung gestellten Bandbreite wird durch das Wellenlängenmultiplexverfahren die insgesamt

über die Faser übertragene Datenrate, ohne die Kanaldatenrate zu erhöhen, gesteigert. Begrenzt die Geschwindigkeit der verwendeten Elektronik die maximale Kanaldatenrate, kann allein durch die Erhöhung der Kanalanzahl die übertragene Datenrate deutlich über die maximale Kanaldatenrate erhöht werden. Diese Erhöhung bleibt ohne Auswirkung auf die Elektronik sondern erhöht einzig die Anforderungen an die optischen Sender und die Filter. Durch Wellenlängenmultiplex lassen sich somit elektronische gegen optische Anforderungen tauschen und umgekehrt. Einem steigenden Bedarf an Datenrate kann beim Wellenlängenmultiplexverfahren durch Hinzufügen weiterer Kanäle begegnet werden. Dies ist im Hinblick auf bereits installierte Systeme wichtig, da keine Änderungen an den verlegten Fasern nötig sind. So ist im Hinblick auf das zu erwartende, steigende Datenaufkommen davon auszugehen, dass die Anzahl der je Faser übertragenen Kanäle in Zukunft weiter steigen wird. Optische Filter kommen in Wellenlängenmultiplexsystemen immer dann zum Einsatz, wenn auf einzelne Kanäle zugegriffen werden muss. Dies ist bei der Detektion auf der Empfängerseite nötig, aber auch bei Netzwerkknoten um einzelne Kanäle zu schalten. Mit der Erhöhung der Kanalanzahl in einem Wellenlängenmultiplexsystem geht, aufgrund der festen Breite der Übertragungsfenster der Faser, immer eine Reduzierung des Kanalabstands einher. Die Anforderungen an die verwendeten Filter nehmen deshalb zu. So muss etwa die Flankensteilheit der Filter erhöht werden, um bei reduziertem Kanalabstand eine bestimmte Nachbarkanalunterdrückung aufrecht zu erhalten. Vor diesem Hintergrund gewinnt die Optimierung des Frequenzgangs der Filter immer stärkere Bedeutung um bei vertretbarem Aufwand den geringstmöglichen Kanalabstand zu ermöglichen.

Gitterbasierte Filter ermöglichen die Realisierung optischer Filter mit hohem Filtergrad bei gleichzeitig kompakter Bauart. In dieser Arbeit wird ein integriertes, aktives optisches Bandpassfilter untersucht. Das Filter dient zur Extraktion eines einzelnen Kanals aus einem dichten Wellenlängenmultiplexsignal. Die Wellenlängenselektivität wird durch zwei Gitter im Bauelement realisiert. Dabei kann durch die Variation der Gittergeometrie die Form des Frequenzgangs beeinflusst werden. Ziel der Arbeit ist der systematische Entwurf von Filtern nach einer gegebenen Vorschrift im Frequenzbereich. In einem Entwurfsschritt wird die Gittergeometrie so bestimmt, dass die Vorschriften im Frequenzbereich bestmöglich erfüllt werden. Kanalabstände können dabei bis auf  $0,2\text{nm}$  schrumpfen. Ferner sollen aktive Filter, d. h. Filter mit integrierter Verstärkung, realisiert werden, so dass Signale im Durchlassbereich des Filters verstärkt werden. Nachdem die Kanäle vor oder nach der Filterung ohnehin meist verstärkt werden, bietet das Konzept bei geeigneter Dimensionierung mit ausreichend hoher Verstärkung die Möglichkeit, einen separaten Verstärker einzusparen.

Im anschließenden Kapitel 2 wird die Struktur des Bauelements vorgestellt und das Funktionsprinzip erläutert. Die Eigenschaften der verwendeten Wellenleiter sowie die Berechnung der Wellenleitermoden wird im Kapitel 3 behandelt. Die Übertragungsfunktion des Filters wird im Kapitel 4 allgemein für passive und aktive Filter unter Verwendung wellenoptischer Methoden hergeleitet. Aufgrund der im Vergleich zur Wellenlänge kleinen Abmessungen der verwendeten Gitterlinien ist eine Beschreibung der Ausbreitungsvorgänge im Bauelement mittels geometrischer Optik nicht möglich

und wellenoptische Verfahren müssen verwendet werden. In den nachfolgenden Kapiteln werden dann ausschließlich aktive Filter weiterbehandelt. Die Dimensionierung des Materials der einzelnen Schichten erfolgt im Kapitel 5. Im anschließenden Kapitel 6 wird die Wellenleitergeometrie festgelegt. Der Entwurf der Filter wird im Kapitel 7 beschrieben. Kapitel 8 erläutert die Ratengleichungen, mit denen das Rauschen berechnet wird. In Kapitel 9 werden numerische Ergebnisse für die dimensionierten Filter mit einer Mittenwellenlänge von  $1,55\mu\text{m}$  vorgestellt. Den Abschluß bildet eine Zusammenfassung der Ergebnisse der Arbeit im Kapitel 10. In den folgenden Anhängen A, B, C und D sind ergänzende Informationen zu den vorangegangenen Kapiteln aufgeführt.

## 1 EINLEITUNG



## 2 FILTERSTRUKTUR UND FUNKTIONSPRINZIP

In diesem Kapitel wird die prinzipielle Struktur des Bauelements vorgestellt und dessen Funktionsweise, die in den nachfolgenden Kapiteln detailliert behandelt wird, kurz erläutert.

Das Bauelement besteht aus einem Filmwellenleiter, zwei streifenbelasteten Filmwellenleitern sowie zwei Gittern mit geneigten Gitterlinien. Eine vereinfachte schematische Darstellung des Querschnitts zeigt Abbildung 2.1. Ein Schnitt durch eine Gitterebene ist in Abbildung 2.3 dargestellt und die Abbildung 2.4 zeigt eine 3D-Ansicht, wobei zur Veranschaulichung der Lage der Gitter Teile der oberen Schichten entfernt wurden.

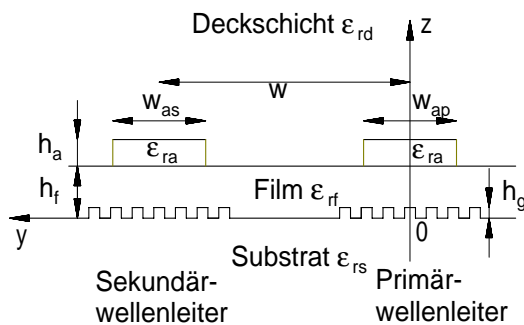


Abb. 2.1: Schematische Darstellung des Querschnitts des Bauelements

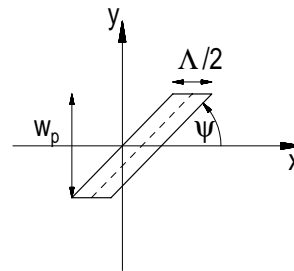


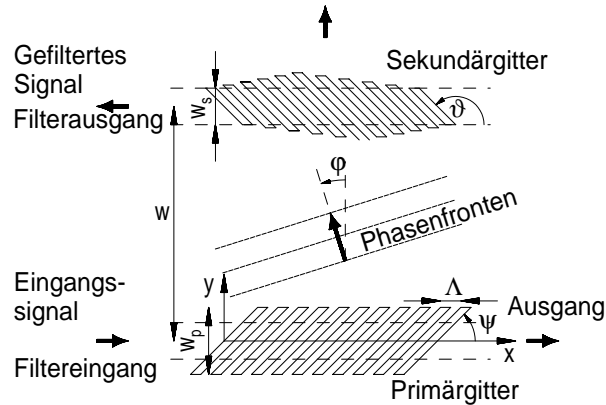
Abb. 2.2: Lage des Koordinatensystems und der ersten Gitterlinie des Primärgitters

Der Filmwellenleiter besteht aus den drei Schichten Substrat, Film und Deckschicht mit den relativen Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon_{rs}$ ,  $\epsilon_{rf}$  und  $\epsilon_{rd}$ . Für die relative Dielektrizitätskonstante der Filmschicht der Höhe  $h_f$  gilt  $\epsilon_{rf} > \epsilon_{rd} \geq \epsilon_{rs}$ . Die beiden parallelen, mit Primär- bzw. Sekundärwellenleiter bezeichneten, streifenbelasteten Filmwellenleiter werden durch die beiden auf der Filmschicht liegenden Streifen gebildet. Diese Streifen der Breite  $w_{as}$  und  $w_{ap}$  und Höhe  $h_a$  mit der relativen Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_{ra} > \epsilon_{rf}$  sind im gegenseitigen Abstand  $w$  angeordnet. Der Ursprung des im weiteren verwendeten kartesischen Koordinatensystems liegt auf der Substratoberkante und die  $x$ -Achse liegt in der Symmetrieebene des Primärwellenleiters. Die Symmetriezentren der punktsymmetrischen Gitterlinien liegen in den Symmetrieebenen  $y = 0$  und  $y = w$  der beiden streifenbelasteten Filmwellenleiter. Die Lage der ersten Gitterlinie im Primärgitter samt Abmessungen ist in der Abbildung 2.2 dargestellt.

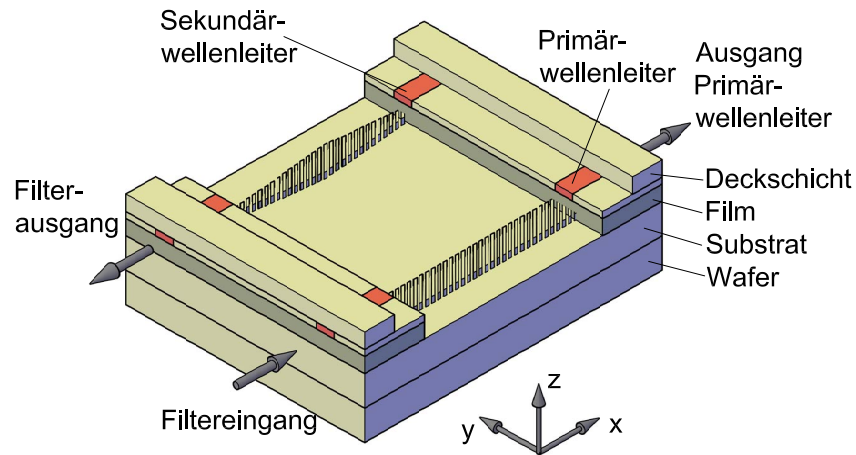
Die Gitter bestehen aus Gitterlinien der Höhe  $h_g$  die in  $x$ -Richtung periodisch mit der Gitterperiode  $\Lambda$  angeordnet sind. Im Primärgitter sind die Gitterlinien gegen die  $x$ -

## 2 FILTERSTRUKTUR UND FUNKTIONSPRINZIP

Achse um den Winkel  $\psi$ , im Sekundärgitter um den Winkel  $\vartheta$  geneigt. Alle Gitterlinien des Primärgitters besitzen die gleiche Ausdehnung  $w_p$  in  $y$ -Richtung die im weiteren Kontext als Gitterlinienlänge bezeichnet wird. Dagegen können die Gitterlinien des Sekundärgitters unterschiedliche, mit  $w_s$  bezeichnete Längen annehmen. Die Gitterlinien entstehen durch einen Ätzprozess aus dem Substrat.



**Abb. 2.3:** Schematische Darstellung. Schnitt durch eine Gitterebene. Gestrichelte Linien deuten die Grenzen der Streifen an und die Pfeile die Ausbreitungsrichtung der Felder.



**Abb. 2.4:** 3D-Ansicht des Bauelements. Teile der Filmschicht, der Streifen und der Deckschicht wurden zur Veranschaulichung der Lage der Gitter entfernt.

Die zentralen Elemente des Filters sind die beiden in die streifenbelasteten Filmwellenleiter eingebrachten geneigten Gitter. Diese bewirken eine Kopplung, d. h. einen Übergang von Leistung, zwischen den streifenbelasteten Filmwellenleitern und dem Filmwellenleiter[2] [3].

Das Funktionsprinzip ist nun wie folgt. Der Filtereingang ist der Primärwellenleiter. In diesen wird das zu filternde Signal eingekoppelt und wird zunächst im Primärwel-

lenleiter geführt wo es auf das Primärgitter trifft. Mit Hilfe des Primärgitters wird das im Primärwellenleiter geführte Signal in ein im Filmwellenleiter geführtes Signal überführt. Dieses breitet sich in Richtung des Sekundärgitters unter dem Winkel  $\varphi$  gegen die  $y$ -Achse aus. Dabei hängt die durch den Winkel  $\varphi$  gekennzeichnete Ausbreitungsrichtung von der Wellenlänge des Signals ab. Bei der Filtermittenwellenlänge  $\lambda_m$  ist  $\varphi = 0$  und die im Filmwellenleiter geführten Felder treffen senkrecht auf den Sekundärwellenleiter mit dem zugehörigen Gitter auf. Die Mittenwellenlänge des Filters bestimmt sich aus dem Produkt aus der Gitterperiode  $\Lambda$  und dem mittleren effektiven Brechungsindex des Primärwellenleiters. Abseits der Mittenwellenlänge treffen die Felder schräg auf den Sekundärwellenleiter auf. Der Gitterwinkel des Primärgitters  $\psi$  wird so bestimmt, dass die Kopplung, d. h. der Leistungsübertrag, zwischen Primär- und Filmwellenleiter bei der Filtermittenwellenlänge maximal ist. Der nötige Gitterwinkel hängt von den effektiven Brechzahlen im Primär- und im Filmwellenleiter ab und liegt bei den hier verwendeten Wellenleitergeometrien wenig über  $45^\circ$ .

Das Sekundärgitter dient zur Kopplung der im Filmwellenleiter geführten Felder zu den sich im Sekundärwellenleiter in  $-x$ -Richtung ausbreitenden geführten Feldern. Maximale Kopplung und damit maximalen Leistungsübertrag vom Film- in den Sekundärwellenleiter erhält man bei Phasenanpassung zwischen den geführten Feldern im Film- und im Sekundärwellenleiter. Dann sind die vom einfallenden Feld im Filmwellenleiter von den einzelnen Gitterlinien des Sekundärgitters im Sekundärwellenleiter angeregten Felder alle in Phase und überlagern sich konstruktiv zum Gesamtfeld. Dabei hängt die Wellenlänge, bei der Phasenanpassung erreicht wird, von der Gitterperiode und dem Gitterwinkel ab. Zur Realisierung eines Bandpassfilters mit der Mittenwellenlänge  $\lambda_m$  wird nun der Gitterwinkel  $\vartheta$  so eingestellt, dass für die Gitterperiode  $\Lambda$  einzig bei der Mittenwellenlänge Phasenanpassung besteht. Dann ist die Kopplung bei der Mittenwellenlänge sowohl zwischen dem Film- und dem Sekundärwellenleiter, als auch zwischen dem Primär- und dem Filmwellenleiter maximal, so dass auch die Leistungsübertragung zwischen Filtereingang und Filterausgang maximal ist. Der nötige Gitterwinkel bestimmt sich dazu aus der Bedingung  $\vartheta = 180^\circ - \psi$ . Abseits der Filtermittenwellenlänge treffen die Felder im Filmwellenleiter schräg auf das Sekundärgitter auf und die Bedingung für Phasenanpassung ist nicht mehr erfüllt. Die Beiträge der einzelnen Gitterlinien des Sekundärgitters zum Gesamtfeld im Sekundärwellenleiter sind nicht mehr in Phase und aufgrund der dadurch auftretenden destruktiven Überlagerung dieser Anteile nimmt die Kopplung zum Sekundärwellenleiter insgesamt ab. Die Abnahme der Kopplung zum Sekundärwellenleiter bei Abweichung von der Mittenwellenlänge erfolgt umso rascher, je größer die Gitterlänge gewählt wird, d. h. je größer die Anzahl der Gitterlinien ist. Insgesamt erhält man also ein Bandpassfilter mit dem Primärwellenleiter als Filtereingang und dem Sekundärwellenleiter als Filterausgang. Die Mittenwellenlänge ist durch die Gitterperiode und die Bandbreite durch die Gitterlänge bestimmt.

Durch Variation der Gitterlinienlängen im Sekundärgitter kann die Form des Frequenzgangs dieses Bandpassfilters beeinflusst werden. Diese Eigenschaft erlaubt den gezielten Entwurf von Filtern, die eine gegebene Filtervorschrift bestmöglich erfüllen. Dazu wird in einem Syntheseschritt die zur Erfüllung gegebener Vorschriften an den

## 2 FILTERSTRUKTUR UND FUNKTIONSPRINZIP

Frequenzgang erforderliche Geometrie des Sekundärgitters ermittelt. Die Freiheitsgrade für den Filterentwurf sind dabei die Längen der Gitterlinien im Sekundärgitter, welche unabhängig voneinander verändert werden können. Dadurch stehen, bei entsprechender Gitterlänge, sehr viele Freiheitsgrade zur Verfügung. Im Gegensatz zu vielen anderen optischen Filtern, mit einer geringen Anzahl von Freiheitsgraden, erlaubt dies eine sehr genaue Approximation des Frequenzgangs an die gegebenen Vorschriften.

Das Filter enthält keine Rückkopplung, nachdem durch die Gitter Kopplung nur zwischen vorwärts laufenden Feldern erzielt wird. Infolgedessen können optische Filter mit einem in weiten Bereichen linearen Phasengang realisiert werden. Die Linearität wird letztendlich nur durch die unvermeidliche chromatische Dispersion und die Wellenleiterdispersion begrenzt. Aufgrund der fehlenden Rückkopplung kann durch das Einbringen optischer Verstärkung keine unerwünschte Resonanz entstehen. Die Verwendung optischer Verstärkung ermöglicht die Realisierung aktiver Filter und die Kombination von Filter und Verstärker in einem Bauelement. Bei der hier verwendeten Struktur werden dazu die beiden Streifen als die optisch aktiven Gebiete ausgebildet.

### 3 EIGENSCHAFTEN DER VERWENDETEN WELLENLEITER

Für die Berechnung der Filterübertragungsfunktion sowie zur Dimensionierung des Bauelements sind die Kenntnisse der Eigenschaften der enthaltenen ungestörten Wellenleiter erforderlich. Im folgenden werden zunächst allgemein die Bestimmungsgleichungen für die Wellenleitermoden formuliert sowie einige benötigte Größen definiert [4] [5]. Anschließend wird auf die Berechnung der Moden in den verwendeten Wellenleitern und deren spezielle Eigenschaften eingegangen. Abschließend werden die wesentlichen Eigenschaften anhand eines numerischen Beispiels veranschaulicht.

Die Berechnung der Ausbreitung der elektromagnetischen Felder erfolgt aus den Maxwellgleichungen. Für harmonische Zeitabhängigkeit mit der Kreisfrequenz  $\omega$  lassen sich alle Feldgrößen in der Form  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}\{\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{j\omega t}\}$  schreiben und man erhält in SI Einheiten das Gleichungssystem

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega\mathbf{B}(\mathbf{r}) \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{j}(\mathbf{r}) + j\omega\mathbf{D}(\mathbf{r}) \quad (3.2)$$

$$\nabla\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r}) \quad (3.3)$$

$$\nabla\mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0. \quad (3.4)$$

Dabei bezeichnet der Vektor  $\mathbf{E}$  die elektrische Feldstärke,  $\mathbf{H}$  die magnetische Feldstärke,  $\mathbf{D}$  und  $\mathbf{B}$  die elektrische bzw. magnetische Flußdichte,  $\mathbf{j}$  die Stromdichte und  $\rho$  die Raumladungsdichte, jeweils als Funktion des Ortes  $\mathbf{r} = xe_x + ye_y + ze_z$ . Quellen elektromagnetischer Felder sind die Raumladung  $\rho$  und die Stromdichte  $\mathbf{j}$ . Die Einheitsvektoren in  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Richtung sind mit  $e_x$ ,  $e_y$  und  $e_z$  bezeichnet. Die im folgenden betrachteten Materialien sind unmagnetisch und optisch isotrop, so dass

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \epsilon_0\epsilon_r(\mathbf{r}, \omega)\mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (3.5)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (3.6)$$

den Zusammenhang zwischen elektrischer und magnetischer Feldstärke und Flußdichte beschreiben, wobei  $\epsilon_r$  eine skalare Funktion des Ortes ist. Verluste im Material werden durch eine komplexe relative Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r''$  erfasst. Im verlustlosen Fall ist  $\epsilon_r$  reell und  $\epsilon_r'' = 0$ .

### 3.1 HELMHOLTZGLEICHUNG FÜR DIELEKTRISCHE WELLENLEITER

Unter einem dielektrischen Wellenleiter versteht man eine Struktur bestehend aus dielektrischen Materialien. Der Wellenleiter ist vollständig charakterisiert durch sein Brechzahlprofil, das die örtliche Verteilung der relativen Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r$  angibt. Das Brechzahlprofil hängt dabei i. allg. von den zwei transversalen Koordinaten  $(y, z)$ , nicht jedoch von der longitudinalen  $x$ -Koordinate ab, in der die Ausbreitung erfolgt und enthält einen Bereich - den Wellenleiterkern - dessen Brechzahl größer ist als die größte Brechzahl außerhalb des Kerns. Geeignet dimensionierte Brechzahlprofile ermöglichen Wellenleitung, d. h. es existieren bei einer gegebenen Frequenz Feldverteilungen - die Wellenleitermoden - in der Form

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}(\mathbf{r}_t)e^{-\gamma x} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}(\mathbf{r}_t)e^{-\gamma x} \quad (3.8)$$

wobei  $\mathbf{r}_t = ye_y + ze_z$  den transversalen Ortsvektor bezeichnet. Die Ausbreitungskonstante

$$\gamma = \frac{\alpha}{2} + j\beta = jk_0 n_e = jk_0(n'_e - jn''_e) \quad (3.9)$$

ist für verlustbehaftete Medien komplex und für verlustlose rein imaginär. Dabei bezeichnet  $\alpha$  den Dämpfungskoeffizient,  $\beta$  die Phasenkonstante und  $k_0 = \frac{\omega}{c_0} = \frac{2\pi}{\lambda}$  die Wellenzahl des Vakuums. Neben der Ausbreitungskonstante wird im weiteren auch der effektive Brechungsindex  $n_e$  zur Charakterisierung der Ausbreitungseigenschaften verwendet. Offensichtlich behalten diese Feldverteilungen ihre Form, abgesehen von einer eventuellen Dämpfung, bei der Ausbreitung entlang der Wellenleiterachse bei. Diese Feldverteilungen sowie die Ausbreitungskonstante bestimmen sich aus der im Folgenden formulierten Helmholtzgleichung. Im weiteren Kontext werden die Abkürzungen

$$\begin{aligned} \nabla &= \nabla_t + \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial x} \\ \nabla_t &= \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{e}_z \end{aligned} \quad (3.10)$$

verwendet, wobei  $\nabla$  den Nabla Operator kennzeichnet. Für den hier betrachteten quellfreien Fall,  $\rho = 0, \mathbf{j} = 0$ , gilt mit (3.3) und (3.5)  $\nabla \mathbf{D} = \nabla(\epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}) = 0$  woraus

$$\nabla \mathbf{E} = \nabla_t \mathbf{E}_t + \frac{\partial E_x}{\partial x} \mathbf{e}_x = -\nabla_t (\ln \epsilon_r) \mathbf{E}_t \quad (3.11)$$

folgt. Die Rotation von (3.1) liefert mit der Identität  $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$ , (3.5) und (3.6) die Helmholtzgleichung für das elektrische Feld

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E} = -\nabla(\nabla_t (\ln \epsilon_r) \mathbf{E}_t) . \quad (3.12)$$

### 3.1 HELMHOLTZGLEICHUNG FÜR DIELEKTRISCHE WELLENLEITER

Die longitudinale Feldkomponente  $E_x$  lässt sich mit (3.11) aus den Transversalkomponenten  $\mathbf{E}_t$  zu

$$E_x = \frac{1}{\gamma} (\nabla_t \mathbf{E}_t + \nabla_t (\ln \epsilon_r) \mathbf{E}_t) \quad (3.13)$$

bestimmen, so dass die Helmholtzgleichung nur für Transversalkomponenten gelöst werden muss. Mit dem Ansatz (3.7) erhält man für den transversalen Anteil von (3.12)

$$\nabla^2 \mathbf{E}_t + (k_0^2 \epsilon_r + \gamma^2) \mathbf{E}_t = -\nabla_t (\nabla_t (\ln \epsilon_r) \mathbf{E}_t) . \quad (3.14)$$

Das zugehörige Magnetfeld erhält man mit Hilfe von (3.1), (3.6) und (3.13) ebenfalls aus  $\mathbf{E}_t$  zu

$$\mathbf{H}_t = -\frac{1}{j\omega\mu_0\gamma} [\nabla_t \times \mathbf{e}_x (\nabla_t \mathbf{E}_t + \mathbf{E}_t \nabla_t (\ln \epsilon_r)) - \gamma^2 \mathbf{e}_x \times \mathbf{E}_t] \quad (3.15)$$

$$H_x = -\frac{1}{j\omega\mu_0} (\nabla_t \times \mathbf{E}_t) \mathbf{e}_x , \quad (3.16)$$

so dass aus der Lösung von (3.14) alle sechs Feldkomponenten der Modenfelder bestimmt werden können. Die Helmholtzgleichung (3.14) ist eine Eigenwertgleichung deren Lösung die Moden (Eigenfunktionen)  $\mathbf{E}, \mathbf{H}$  des Wellenleiters zu den Eigenwerten  $\gamma$  liefert.

Neben den bisher behandelten vorwärts laufenden Moden, die sich in Richtung der positiven  $x$ -Achse im Wellenleiter ausbreiten, existieren rückwärts laufende Moden. Die zugehörigen Felder erhält man durch Substitution von  $\gamma$  mit  $-\gamma$  in den Gleichungen (3.14)-(3.16) sowie (3.7) und (3.8). Aus den Gleichungen ist ersichtlich, dass die Transversalkomponenten des elektrischen, sowie die Längskomponente des magnetischen Felds, unverändert bleiben, wohingegen die Längskomponente des elektrischen und die Transversalkomponenten des Magnetfelds das Vorzeichen wechseln. Insgesamt lassen sich die Moden damit in der Form

$$\mathbf{E}^\pm(\mathbf{r}) = (\mathbf{E}_t(\mathbf{r}_t) \pm \mathbf{e}_x E_x(\mathbf{r}_t)) e^{\mp\gamma x} \quad (3.17)$$

$$\mathbf{H}^\pm(\mathbf{r}) = (\pm \mathbf{H}_t(\mathbf{r}_t) + \mathbf{e}_x H_x(\mathbf{r}_t)) e^{\mp\gamma x} \quad (3.18)$$

schreiben, wobei  $\pm$  die Ausbreitungsrichtung  $\pm x$  angibt.

In manchen Fällen ist es zweckmäßig, zunächst das transversale Magnetfeld und dann daraus die restlichen Feldkomponenten zu bestimmen. Die Helmholtzgleichung für das transversale Magnetfeld erhält man ausgehend von der Rotation von (3.2) auf analoge Weise zu

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k_0^2 \epsilon_r \mathbf{H} = (\nabla \times \mathbf{H}) \times (\nabla_t \ln \epsilon_r) . \quad (3.19)$$

Es genügt die Bestimmung der Transversalkomponenten, die sich mit (3.8) aus

$$\nabla^2 \mathbf{H}_t + (k_0^2 \epsilon_r + \gamma^2) \mathbf{H}_t = (\nabla_t \times \mathbf{H}_t) \times (\nabla_t \ln \epsilon_r) \quad (3.20)$$

### 3 EIGENSCHAFTEN DER VERWENDETEN WELLENLEITER

ermitteln lassen. Die weiteren Feldkomponenten können daraus wie folgt berechnet werden

$$\begin{aligned} H_x &= \frac{1}{\gamma} \nabla_t \mathbf{H}_t \\ \mathbf{E}_t &= \frac{\gamma}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r} \left[ -\mathbf{e}_x \times \mathbf{H}_t + \frac{1}{\gamma^2} \nabla_t \times \mathbf{e}_x (\nabla_t \mathbf{H}_t) \right] \\ E_x &= \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r} (\nabla_t \times \mathbf{H}_t) \cdot \mathbf{e}_x . \end{aligned} \quad (3.21)$$

Die aus der Helmholtzgleichung (3.14) bzw. (3.20) bestimmten Moden und Ausbreitungskonstanten eines Wellenleiters hängen von der Frequenz der Felder ab, da die Frequenz einerseits direkt über  $k_0$  und andererseits indirekt über das wellenlängenabhängige Brechzahlprofil in die Helmholtzgleichung eingeht. Die Ausbreitungseigenschaften des Wellenleiters sind deshalb frequenzabhängig.

Im folgenden werden kurz einige in den nachfolgenden Kapiteln benötigte Größen definiert. Die Mode mit harmonischer Zeitabhängigkeit, Kreisfrequenz  $\omega$ , breitet sich mit der Phasengeschwindigkeit  $v_p = \frac{\omega}{\beta}$  aus. Von der Mode transportierte Signale dagegen breiten sich mit der Gruppengeschwindigkeit

$$v_g = \left( \frac{d\beta}{d\omega} \right)^{-1} \quad (3.22)$$

aus, die über den Gruppenindex  $n_g = \frac{c_0}{v_g}$  mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit verknüpft ist. Der Poyntingvektor, der für zeitharmonische Felder durch

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \quad (3.23)$$

gegeben ist, gibt die Leistungsflussdichte an. Die von einer Mode transportierte Leistung erhält man aus einer Integration des Realteils der Leistungsflussdichte über den gesamten Wellenleiterquerschnitt  $A_Q$  zu

$$P = \int_{A_Q} \operatorname{Re}(T) \mathbf{e}_x \, da . \quad (3.24)$$

Die Verteilung der Leistungsflussdichte im Wellenleiter ist für geführte Moden inhomogen infolge der Konzentration der Felder um den Wellenleiterkern. Ein Maß für die Feldkonzentration in einer bestimmten Teilfläche  $A$  des Wellenleiterquerschnitts ist der Confinementfaktor

$$\Gamma = \frac{\int_A \operatorname{Re}(T) \mathbf{e}_x \, da}{\int_{A_Q} \operatorname{Re}(T) \mathbf{e}_x \, da} \quad (3.25)$$

als Verhältnis aus der durch  $A$  fließenden Leistung zur Gesamtmodenleistung  $P$ .



## 3.2 BERECHNUNG DER MODEN DES FILMWELLENLEITERS

In diesem Abschnitt wird der verwendete Filmwellenleiter untersucht. Das Brechzahlprofil  $\epsilon_r$  und das Koordinatensystem sind in Abbildung 3.1 dargestellt. Der Filmwellenleiter führt transversal elektrisch (TE) und transversal magnetisch (TM) polarisierte Moden, die aus der Helmholtzgleichung in geschlossener Form berechnet werden können. Dabei weisen TE-Moden keine Komponente des elektrischen Feldes und TM-Moden keine Komponente des magnetischen Feldes in Ausbreitungsrichtung auf.



Abb. 3.1: Brechzahlprofil des Filmwellenleiters und verwendetes Koordinatensystem

### 3.2.1 TM-MODEN

Es werden Feldverteilungen gesucht, die sich in  $y$ -Richtung mit der Phasenkonstante  $\beta$  ausbreiten, im Substrat und in der Deckschicht abklingen und keine  $y$ -Komponente des Magnetfelds aufweisen. Nachdem das Brechzahlprofil von  $x$  unabhängig ist, sind auch die Felder von  $x$  unabhängig. Aus  $\nabla \mathbf{H} = \frac{\partial H_x}{\partial x} \mathbf{e}_x + \frac{\partial H_z}{\partial z} \mathbf{e}_z = 0$  folgt direkt  $H_z = 0$  so dass für das Magnetfeld gilt

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = H_x(z) e^{-j\beta y} \mathbf{e}_x. \quad (3.26)$$

Das elektrische Feld erhält man aus (3.2) für den quellfreien Fall mit (3.5) zu

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r} \left( \frac{dH_x}{dz} \mathbf{e}_y + j\beta H_x \mathbf{e}_z \right) e^{-j\beta y}. \quad (3.27)$$

Einsetzen von (3.26) in (3.19) liefert ( $i = s, f, d$ )

$$\frac{d^2 H_x}{dz^2} + (k_0^2 \epsilon_{ri} - \beta^2) H_x = 0 \quad (3.28)$$

mit der allgemeinen Lösung in jeder Schicht

$$\begin{aligned} H_{x,i} &= A_i e^{-\kappa_i z} + B_i e^{\kappa_i z} \quad i = s, d \\ H_{x,f} &= A_f \cos(\nu z) + B_f \sin(\nu z) \\ \kappa_i &= \sqrt{\beta^2 - k_0^2 \epsilon_{ri}} \quad i = s, d \\ \nu &= \sqrt{k_0^2 \epsilon_{rf} - \beta^2}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

### 3 EIGENSCHAFTEN DER VERWENDETEN WELLENLEITER

Für geführte Moden gilt  $k_0\sqrt{\epsilon_{rd}} < \beta < k_0\sqrt{\epsilon_{rf}}$ . Im Substrat und in der Deckschicht müssen die Felder abklingen:  $|H_x(|z| \rightarrow \infty)| = 0$ , woraus  $A_s = B_d = 0$  folgt. Aus den Stetigkeitsbedingungen für  $H_x$  und  $E_y$  an den Grenzflächen  $z = 0, h_f$  ergibt sich das Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ \frac{\kappa_s}{\epsilon_{rs}} & 0 & -\frac{\gamma}{\epsilon_{rf}} & 0 \\ 0 & \cos(\gamma h_f) & \sin(\gamma h_f) & -e^{-\kappa_d h_f} \\ 0 & -\frac{\gamma}{\epsilon_{rf}} \sin(\gamma h_f) & \frac{\gamma}{\epsilon_{rf}} \cos(\gamma h_f) & \frac{\kappa_d}{\epsilon_{rd}} e^{-\kappa_d h_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_s \\ A_f \\ B_f \\ A_d \end{bmatrix} = 0. \quad (3.30)$$

Die Koeffizienten sind nur dann von Null verschieden, wenn die Determinante der Matrix verschwindet. Aus dieser Bedingung ergibt sich die Eigenwertgleichung für die TM-Moden zu ( $m \in \mathbb{N}_0$ )

$$\begin{aligned} & h_f \sqrt{k_0^2 \epsilon_{rf} - \beta^2} - \arctan \left( \frac{\epsilon_{rf}}{\epsilon_{rd}} \sqrt{\frac{\beta^2 - k_0^2 \epsilon_{rd}}{k_0^2 \epsilon_{rf} - \beta^2}} \right) \\ & - \arctan \left( \frac{\epsilon_{rf}}{\epsilon_{rs}} \sqrt{\frac{\beta^2 - k_0^2 \epsilon_{rs}}{k_0^2 \epsilon_{rf} - \beta^2}} \right) = m\pi. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Durch Lösen der Eigenwertgleichung erhält man die Phasenkonstanten  $\beta_m$  der im Filmwellenleiter fuhrbaren TM-Moden mit dem Modenindex  $m$ , wobei  $m = 0$  die Grundmode kennzeichnet. Die Anzahl der Lösungen - falls Lösungen existieren - bestimmt sich aus der Frequenz und dem Brechzahlprofil. Das zu den Moden gehörige Magnetfeld ergibt sich insgesamt zu

$$H_x(z) = A_f \begin{cases} e^{\kappa_s z}, & z \leq 0 \\ \cos(\gamma z) + \frac{\epsilon_{rf} \kappa_s}{\epsilon_{rs} \gamma} \sin(\gamma z), & 0 \leq z \leq h_f \\ (\cos(\gamma h_f) + \frac{\epsilon_{rf} \kappa_s}{\epsilon_{rs} \gamma} \sin(\gamma h_f)) e^{-\kappa_d (z-h_f)}, & z \geq h_f \end{cases}. \quad (3.32)$$

Die verbleibende Konstante  $A_f$  bestimmt sich aus der Modenleistung je Längeneinheit in  $x$ -Richtung

$$P' = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{e}_y dz = \frac{\beta}{2\omega \epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|H_x(z)|^2}{\epsilon_r} dz. \quad (3.33)$$

#### 3.2.2 TE-MODEN

Die Berechnung der TE-Moden erfolgt völlig analog zur Berechnung der TM-Moden. Für das elektrische Feld gilt:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_x(z) e^{-j\beta y} \mathbf{e}_x. \quad (3.34)$$

Das magnetische Feld erhält man aus (3.1) mit (3.6) zu

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{-1}{j\omega \mu_0} \left( \frac{dE_x}{dz} \mathbf{e}_y + j\beta E_x \mathbf{e}_z \right) e^{-j\beta y}. \quad (3.35)$$

### 3.2 BERECHNUNG DER MODEN DES FILMWELLENLEITERS

Einsetzen in (3.12) liefert ( $i = s, f, d$ )

$$\frac{d^2 E_x}{dz^2} + (k_0^2 \epsilon_{ri} - \beta^2) E_x = 0. \quad (3.36)$$

Mit dem Ansatz (3.29) für  $E_x$  erhält man mit den Stetigkeitsbedingungen für  $E_x$  und  $H_y$  an den Grenzflächen  $z = 0, h_f$  analog zum Vorgehen bei den TM-Moden die Eigenwertgleichung für die TE-Moden

$$h_f \sqrt{k_0^2 \epsilon_{rf} - \beta^2} - \arctan \sqrt{\frac{\beta^2 - k_0^2 \epsilon_{rd}}{k_0^2 \epsilon_{rf} - \beta^2}} - \arctan \sqrt{\frac{\beta^2 - k_0^2 \epsilon_{rs}}{k_0^2 \epsilon_{rf} - \beta^2}} = m\pi \quad m \in \mathbb{N}_0 \quad (3.37)$$

und für das elektrische Feld

$$E_x(z) = A_f \begin{cases} e^{\kappa_s z}, & z \leq 0 \\ \cos(\nu z) + \frac{\kappa_s}{\nu} \sin(\nu z), & 0 \leq z \leq h_f \\ (\cos(\nu h_f) + \frac{\kappa_s}{\nu} \sin(\nu h_f)) e^{-\kappa_d(z-h_f)}, & z \geq h_f. \end{cases} \quad (3.38)$$

Die verbleibende Konstante  $A_f$  bestimmt sich aus der Modenleistung je Längeneinheit in  $x$ -Richtung

$$P' = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{e}_y dz = \frac{\beta}{2\omega\mu_0} \int_{-\infty}^{\infty} |E_x(z)|^2 dz. \quad (3.39)$$

#### 3.2.3 GRENZWELLENLÄNGEN IM FILMWELLENLEITER

Bei gegebenem Brechzahlprofil bestimmt die Frequenz der Felder die Anzahl der geführten Moden aus der Eigenwertgleichung. Die Grenzwellenlänge bzw. -frequenz für eine Mode ist diejenige Wellenlänge, bei der die Felder im Substrat, nicht aber in der Deckschicht quergedämpft<sup>1</sup> sind, also  $\kappa_d = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 \epsilon_{rd}} = 0$  gilt. Oberhalb der Grenzwellenlänge ist die Mode nicht im Wellenleiter geführt. Die Phasenkonstante nimmt daher bei der Grenzwellenlänge den Wert  $\beta = k_0 \sqrt{\epsilon_{rd}}$  an, der eingesetzt in (3.31) für die TM-Moden

$$\frac{h_f}{\lambda_c^{(m)}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\epsilon_{rf} - \epsilon_{rd}}} \left[ \arctan \left( \frac{\epsilon_{rf}}{\epsilon_{rs}} \sqrt{\frac{\epsilon_{rd} - \epsilon_{rs}}{\epsilon_{rf} - \epsilon_{rd}}} \right) + m\pi \right] \quad (3.40)$$

und mit (3.37) für die TE-Moden

$$\frac{h_f}{\lambda_c^{(m)}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\epsilon_{rf} - \epsilon_{rd}}} \left[ \arctan \sqrt{\frac{\epsilon_{rd} - \epsilon_{rs}}{\epsilon_{rf} - \epsilon_{rd}}} + m\pi \right] \quad (3.41)$$

liefert. Aus (3.40) und (3.41) erhält man direkt die Grenzwellenlänge  $\lambda_c^{(m)}$  für die Mode  $m$ . Die Grenzwellenlänge nimmt mit steigendem Modenindex  $m$  ab und hat den

<sup>1</sup>aufgrund der Voraussetzung  $\epsilon_{rs} \leq \epsilon_{rd}$

### 3 EIGENSCHAFTEN DER VERWENDETEN WELLENLEITER

größten Wert für die Grundmode ( $m = 0$ ). Dabei ist die Grenzwellenlänge für TE-Moden für einen gegebenen Modenindex  $m$  stets größer oder gleich derjenigen für die TM-Moden.

Der Sonderfall des symmetrischen Filmwellenleiters ist durch  $\epsilon_{rs} = \epsilon_{rd}$  gekennzeichnet und weist keine Grenzwellenlänge für die Grundmode auf. Ferner liefern (3.40) und (3.41) die selben Grenzwellenlängen für höhere Moden.

Damit bei der Wellenlänge  $\lambda$  nur die Grundmode in TE- und TM-Polarisation auftritt muss nach (3.40) und (3.41)

$$\frac{h_f}{\lambda} < \frac{1}{2\pi\sqrt{\epsilon_{rf} - \epsilon_{rd}}} \left[ \arctan \sqrt{\frac{\epsilon_{rd} - \epsilon_{rs}}{\epsilon_{rf} - \epsilon_{rd}}} + \pi \right] \quad (3.42)$$

gelten.

Bei der Berechnung der Feldverteilungen im Filmwellenleiter wurde die Ausbreitungsrichtung willkürlich gleich der  $y$ -Richtung gesetzt. Das Brechzahlprofil im Film-

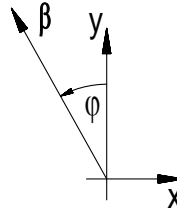


Abb. 3.2: Ausbreitungsrichtung der Filmmoden

wellenleiter hängt nur von der  $z$ -Koordinate ab, womit jede Ausbreitungsrichtung mit einem beliebigen Winkel  $\varphi$  zur  $y$ -Achse gleichwertig ist. Die Feldverteilungen der TM-Moden für die gegen die  $y$ -Achse um  $\varphi$  geneigte Ausbreitungsrichtung erhält man zu

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = H_x(z)^{-j\beta(\cos\varphi y - \sin\varphi x)} (\mathbf{e}_x \cos\varphi + \mathbf{e}_y \sin\varphi) \quad (3.43)$$

wobei  $H_x$  durch (3.32) und  $\beta$  durch (3.31) bestimmt ist und das elektrische Feld aus (3.1) berechnet werden kann. Für TE-Moden erhält man

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_x(z)^{-j\beta(\cos\varphi y - \sin\varphi x)} (\mathbf{e}_x \cos\varphi + \mathbf{e}_y \sin\varphi) \quad (3.44)$$

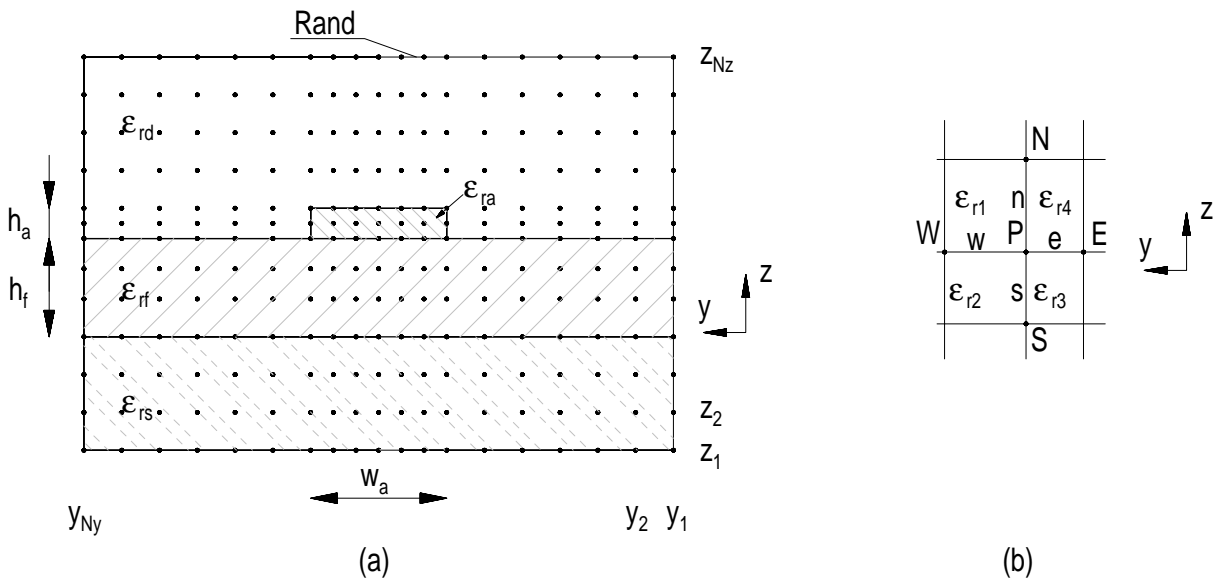
mit  $\beta$  aus (3.37),  $E_x$  aus (3.38) und dem Magnetfeld aus (3.2).

### 3.3 BERECHNUNG DER MODEN DES STREIFENBELASTETEN FILMWELLENLEITERS

Im Gegensatz zum Filmwellenleiter kann die Helmholtzgleichung für den streifenbelasteten Filmwellenleiter nicht in geschlossener Form gelöst werden. Zur numerischen Berechnung der Feldverteilungen und der Phasenkonstante wurde das in [6]

### 3.3 BERECHNUNG DER MODEN DES STREIFENBELASTETEN FILMWELLENLEITERS

vorgestellte Finite-Differenzenverfahren implementiert. Dieses Verfahren zur numerischen Lösung der Helmholtzgleichung kann auf dielektrische Wellenleiter mit gebietsweise konstanter Brechzahl angewendet werden. Für den Entwurf des Bauelements muss die Helmholtzgleichung in der vektoriellen Form (3.20) mit hoher Genauigkeit gelöst werden, da für die Gitterdimensionierung die genaue Kenntnis der Modenbrechzahlen erforderlich ist. Deshalb können einfachere, in der Literatur bekannte Näherungsverfahren, wie z.B. die Effektiv Index Methode, sowie Näherungsverfahren basierend auf der skalaren Helmholtzgleichung nicht verwendet werden. Nachdem das hier verwendete Koordinatensystem von dem in [6] benutzten abweicht wird das Verfahren kurz erläutert und das resultierende Differenzgleichungssystem im hier verwendeten Koordinatensystem formuliert. Der Definitionsbereich der Lösung der Helm-



**Abb. 3.3:** (a) Querschnitt des streifenbelasteten Filmwellenleiters mit Koordinatensystem. Punkte repräsentieren Gitterpunkte des zur Diskretisierung verwendeten Netzes. (b) Allgemeiner Fall für einen Gitterpunkt P

holtzgleichung umfasst die gesamte Querschnittsebene des Wellenleiters und muss für die numerische Lösung durch Einführen einer künstlichen Berandung auf ein endliches Gebiet  $\{(y, z) | \{y_1 \leq y \leq y_{Ny} \text{ und } z_1 \leq z \leq z_{Nz}\}$  begrenzt werden. Zur Diskretisierung der Helmholtzgleichung wird ein Netz über das Gebiet gelegt. Die Netzgeraden sind parallel zur y- und z-Achse und laufen durch die Punkte  $y_1, y_2, \dots, y_{Ny}$  bzw.  $z_1, z_2, \dots, z_{Nz}$ . Die Grenzen einzelner Gebiete im Wellenleiterquerschnitt fallen dabei mit Netzgeraden zusammen. Die numerische Lösung der Helmholtzgleichung liefert dann die Felder an den Schnittpunkten der Netzgeraden (Gitterpunkte). Mit inneren Gitterpunkten werden Gitterpunkte innerhalb der Berandung bezeichnet während Randpunkte die Gitterpunkte auf der Berandung bezeichnen. Dies ist in Abbildung 3.3(a) veranschaulicht.

Durch Ersetzen der in der Helmholtzgleichung auftretenden Differentialquotienten

### 3 EIGENSCHAFTEN DER VERWENDETEN WELLENLEITER

durch geeignete Differenzenquotienten erhält man eine der numerischen Behandlung zugängliche Differenzgleichung. Zu deren Bestimmung betrachtet man den allgemeinen in Abbildung 3.3(b) dargestellten Fall eines Gitterpunkts P mit den 4 Nachbarpunkten N, W, E, S, welche die Entfernungen n, s, e und w von P aufweisen. Innerhalb jedes der 4 Rechtecke ist die Dielektrizitätskonstante konstant, so dass nach (3.20) innerhalb jeden Rechtecks

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + (k_0^2 \epsilon_{ri} - \beta^2) H_y &= 0, \quad i = 1, 2, 3, 4 \\ \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} + (k_0^2 \epsilon_{ri} - \beta^2) H_z &= 0\end{aligned}$$

gilt. Um zu der Differenzgleichung zu gelangen, werden nach [6] zunächst die zweiten Ableitungen in der Helmholtzgleichungen in jedem der vier rechteckigen Bereiche durch eine nach dem quadratischen Glied abgebrochenen Taylor-Entwicklung um P ersetzt. Dies liefert im hier verwendeten yz-Koordinatensystem

$$\begin{aligned}\frac{2H_{y/zW} - 2H_{y/zP}}{w^2} - \frac{2}{w} \frac{\partial H_{y/z}}{\partial y} \Big|_w + \frac{2H_{y/zN} - 2H_{y/zP}}{n^2} - \frac{2}{n} \frac{\partial H_{y/z}}{\partial z} \Big|_n + k_0^2 \epsilon_{r1} H_{y/zP} \\ &= \beta^2 H_{y/zP} \\ \frac{2H_{y/zW} - 2H_{y/zP}}{w^2} - \frac{2}{w} \frac{\partial H_{y/z}}{\partial y} \Big|_w + \frac{2H_{y/zS} - 2H_{y/zP}}{s^2} + \frac{2}{s} \frac{\partial H_{y/z}}{\partial z} \Big|_s + k_0^2 \epsilon_{r2} H_{y/zP} \\ &= \beta^2 H_{y/zP} \\ \frac{2H_{y/zE} - 2H_{y/zP}}{e^2} + \frac{2}{e} \frac{\partial H_{y/z}}{\partial y} \Big|_e + \frac{2H_{y/zS} - 2H_{y/zP}}{s^2} + \frac{2}{s} \frac{\partial H_{y/z}}{\partial z} \Big|_s + k_0^2 \epsilon_{r3} H_{y/zP} \\ &= \beta^2 H_{y/zP} \\ \frac{2H_{y/zW} - 2H_{y/zP}}{e^2} + \frac{2}{e} \frac{\partial H_{y/z}}{\partial y} \Big|_e + \frac{2H_{y/zN} - 2H_{y/zP}}{n^2} - \frac{2}{n} \frac{\partial H_{y/z}}{\partial z} \Big|_n + k_0^2 \epsilon_{r4} H_{y/zP} \\ &= \beta^2 H_{y/zP}.\end{aligned}$$

Die verbliebenen Ableitungen der Feldkomponenten können wie in [6] beschrieben eliminiert werden, und es verbleibt letztlich das gekoppelte Differenzgleichungssystem

$$\begin{aligned}a_{yyE} H_{yE} + a_{yyS} H_{yS} + a_{yyW} H_{yW} + a_{yyN} H_{yN} + a_{yyP} H_{yP} \\ - a_{yZE} H_{zE} - a_{yZP} H_{zP} - a_{yZW} H_{zW} = \beta^2 H_{yP} \\ a_{zzS} H_{zS} + a_{zzE} H_{zE} + a_{zzN} H_{zN} + a_{zzW} H_{zW} + a_{zzP} H_{zP} \\ - a_{zyN} H_{yN} - a_{zyP} H_{yP} - a_{zyS} H_{yS} = \beta^2 H_{zP}\end{aligned} \quad (3.45)$$

an jedem inneren Punkt P des Netzes. Die Koeffizienten  $a_{yy}$  bis  $a_{zz}$  sind im Anhang B dargestellt.

Auf der künstlich eingeführten Berandung müssen Randbedingungen, üblicherweise Dirichletsche oder Neumannsche, vorgeschrieben werden. Damit die Berandung die

### 3.3 BERECHNUNG DER MODEN DES STREIFENBELASTETEN FILMWELLENLEITERS

Lösung nicht verfälscht muss diese so weit vom Wellenleiterkern entfernt sein, dass die Felder abgeklungen sind.

Bei Dirichletschen Randbedingungen [7] fordert man auf dem Rand  $H_y = H_z = 0$ . Damit ist (3.45) auf jeden inneren Gitterpunkt anwendbar. Die Lösung erfolgt dann ebenfalls nur für die inneren Gitterpunkte.

Bei Neumannschen Randbedingungen [7] fordert man verschwindende Normalenableitung  $\mathbf{n}(\nabla_{\perp} \mathbf{H}_t)$  der Felder auf dem Rand wobei  $\mathbf{n}$  den Normalenvektor auf den Rand bezeichnet. In Abbildung 3.4 ist exemplarisch die Situation für einen Punkt P

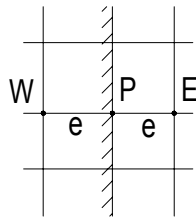


Abb. 3.4: Punkt P auf dem linken Rand

auf dem linken Rand dargestellt. Verschwindende Normalableitung bedeutet hierfür  $\frac{\partial H_{y/zP}}{\partial y} = 0$ . Es wird nun zunächst der Punkt W außerhalb des Randes als Hilfspunkt eingeführt. Die Normalableitung am Punkt P kann dann mit Hilfe von W durch den zentralen Differenzenquotienten approximiert werden:  $\frac{\partial H_{y/zP}}{\partial y} \approx \frac{H_{y/zW} - H_{y/zE}}{2e}$ . Damit diese verschwindet, muss für den Hilfspunkt gelten  $H_{y/zW} = H_{y/zE}$ . In der Differenzgleichung (3.45) für den Punkt P kann der Wert des Magnetfeldes am Hilfspunkt W also durch den Wert des existierenden inneren Punktes  $H_{y/zE}$  ersetzt werden. An anderen Randpunkten wird sinngemäß verfahren. Die Lösung erfolgt dann für innere Gitterpunkte und Randpunkte.

Insgesamt erhält man für beide Randbedingungen ein lineares Eigenwertproblem der Form

$$\begin{bmatrix} H_{yy} & H_{yz} \\ H_{zy} & H_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_y \\ \mathbf{H}_z \end{bmatrix} = \beta^2 \begin{bmatrix} \mathbf{H}_y \\ \mathbf{H}_z \end{bmatrix}. \quad (3.46)$$

Dabei sind in der Matrix  $H_{yy}$  die Koeffizienten  $a_{yyE,W,N,S,P}$ , in  $H_{yz}$  die Koeffizienten  $a_{yzE,P,W}$ , in  $H_{zy}$  die Koeffizienten  $a_{zyN,P,S}$  und in  $H_{zz}$  die Koeffizienten  $a_{zzE,W,N,S,P}$  enthalten. Die Vektoren  $\mathbf{H}_y$  und  $\mathbf{H}_z$  enthalten die y und z Komponente des Magnetfelds an den Gitterpunkten. Die Lösung des Eigenwertproblems liefert die Phasenkonstanten  $\beta$  und die zugehörigen Magnetfelder der ausbreitungsfähigen Moden. Die restlichen Feldkomponenten können dann mit (3.21) bestimmt werden.

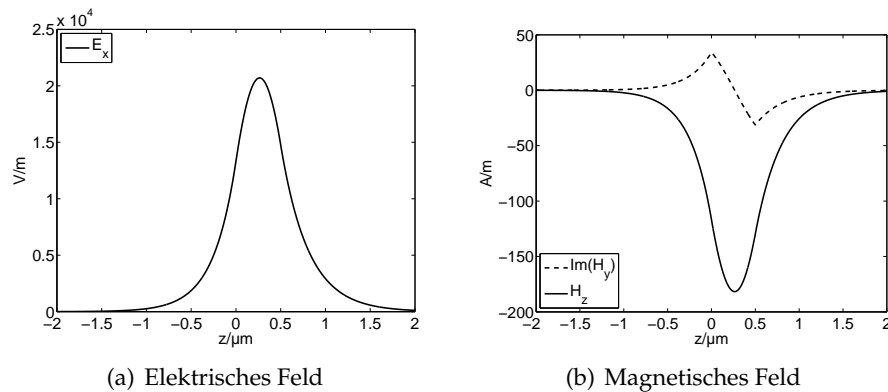
### 3.4 NUMERISCHES BEISPIEL FÜR DIE FELDER IN DEN WELLENLEITERN

Nachdem die Moden des streifenbelasteten Filmwellenleiters nur numerisch bestimmt werden können, soll anhand eines Beispiels die Gestalt dieser Felder veranschaulicht werden. Die prinzipiellen Eigenschaften der Felder bleiben bei Änderungen an den Höhen und Breiten der Schichten erhalten. Das für das Beispiel als wellenlängenunabhängig angenommene Brechzahlprofil ist durch die in Tabelle 3.1 aufgeführten Größen bestimmt (s. Abbildung 3.3(a)).

Brechzahlprofil	Abmessungen	Parameter
$\epsilon_{rs} = 10,0$	$h_f = 0,5\mu\text{m}$	$\lambda = 1,55\mu\text{m}$
$\epsilon_{rf} = 11,60$	$h_a = 0,16\mu\text{m}$	
$\epsilon_{rd} = 10,30$	$w_a = 1,0\mu\text{m}$	
$\epsilon_{ra} = 12,50$		

*Tabelle 3.1: Parameter für das numerisches Beispiel*

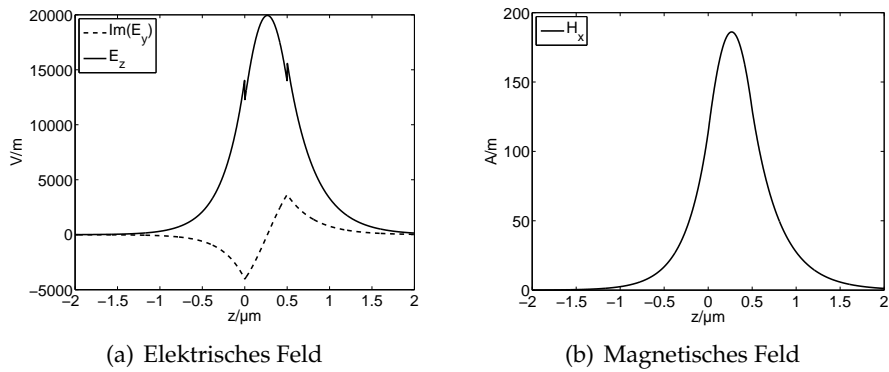
Aus (3.41) und (3.40) erhält man die Grenzwellenlängen für die zweite TE- bzw. TM-Filmmode zu  $0,998\mu\text{m}$  bzw.  $0,981\mu\text{m}$ , so dass der Filmwellenleiter für die im Beispiel gewählte Wellenlänge  $\lambda = 1,55\mu\text{m}$  nur die Grundmode in TE- bzw. TM-Polarisation führt. Aus der Eigenwertgleichung (3.37) bzw. (3.31) berechnet sich die Modenbrechzahl der TE-Mode zu 3,3073 und der TM-Mode zu 3,2997. Die zugehörigen Feldverteilungen berechnen sich aus (3.38) bzw. (3.32) und sind nach (3.39) und (3.33) auf die Leistung  $P' = \frac{1W}{m}$  je Längeneinheit in  $x$ -Richtung normiert in Abbildung 3.5 und Abbildung 3.6 dargestellt.



*Abb. 3.5: Elektrisches und magnetisches Feld für die TE-Mode bei  $\lambda = 1,55\mu\text{m}$*



### 3.4 NUMERISCHES BEISPIEL FÜR DIE FELDER IN DEN WELLENLEITERN

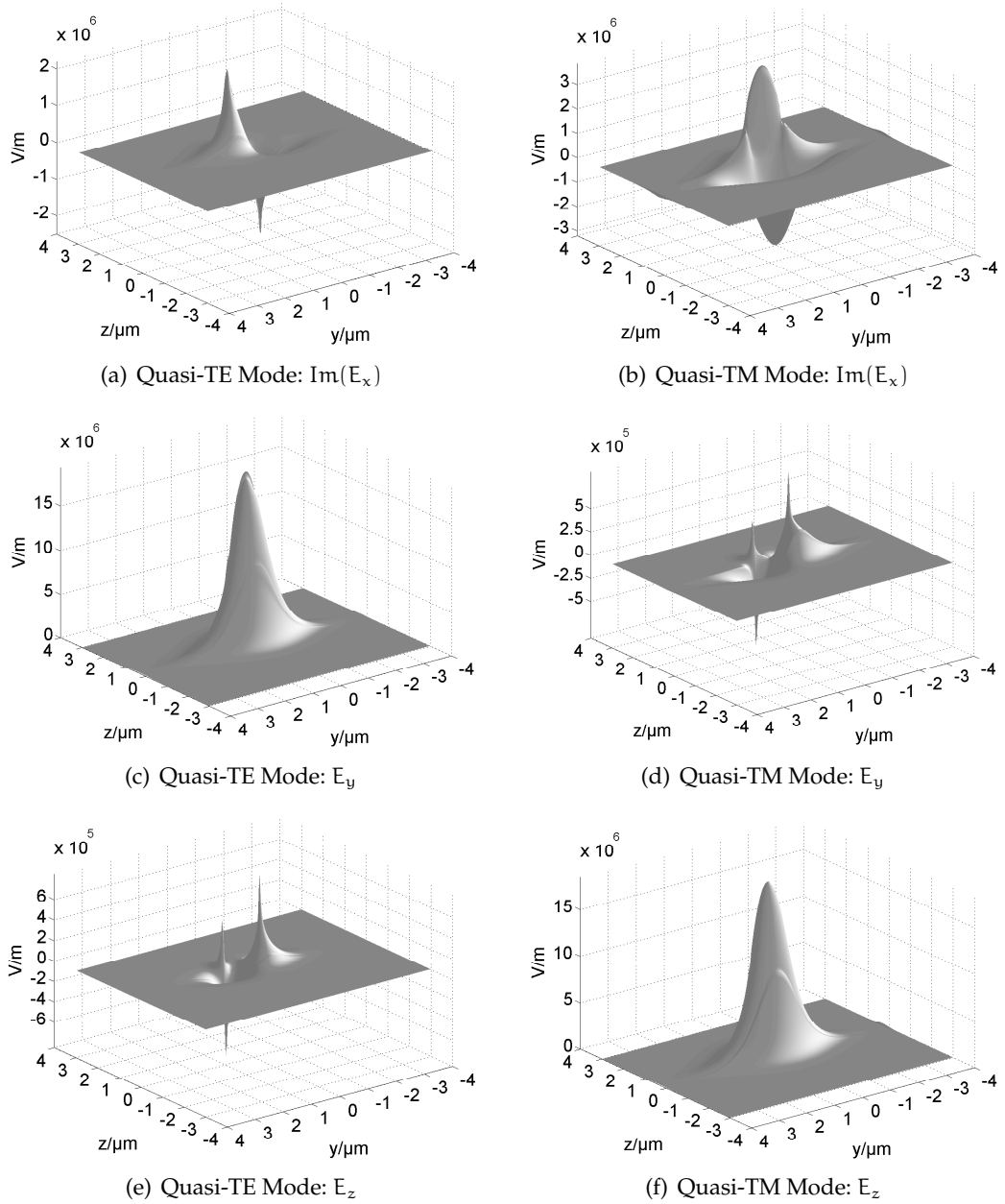


**Abb. 3.6:** Elektrisches und magnetisches Feld für die TM-Mode bei  $\lambda = 1,55\mu\text{m}$

Im streifenbelasteten Filmwellenleiter ist bei der Wellenlänge  $\lambda = 1,55\mu\text{m}$  die Quasi-TE Grundmode sowie die Quasi-TM Grundmode ausbreitungsfähig. Die numerische Lösung der Eigenwertgleichung (3.46) für den streifenbelasteten Filmwellenleiter liefert die Modenbrechzahlen zu 3,3367 bzw. 3,3293 für die Quasi-TE und die Quasi-TM Mode, sowie die Feldverteilungen der Transversalkomponenten des magnetischen Feldes. Aus den Transversalkomponenten werden die restlichen Feldkomponenten nach (3.21) berechnet.

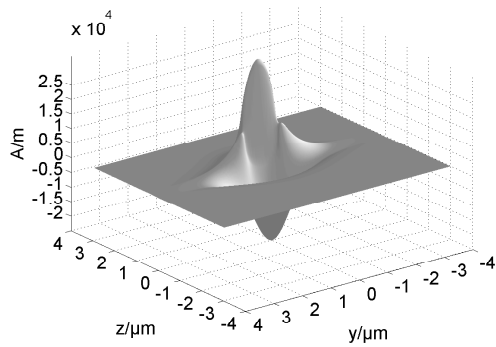
Die aus der Eigenwertgleichung (3.46) berechneten Feldverteilungen des elektrischen und magnetischen Feldes sind in Abbildung 3.7 bzw. Abbildung 3.8 dargestellt und auf die Modenleistung  $P = 1\text{W}$  normiert. Unter Quasi-TE bzw. Quasi-TM wird dabei eine Mode mit dominierender Komponente des elektrischen Feldes in  $y$ - bzw.  $z$ -Richtung verstanden.

### 3 EIGENSCHAFTEN DER VERWENDETEN WELLENLEITER

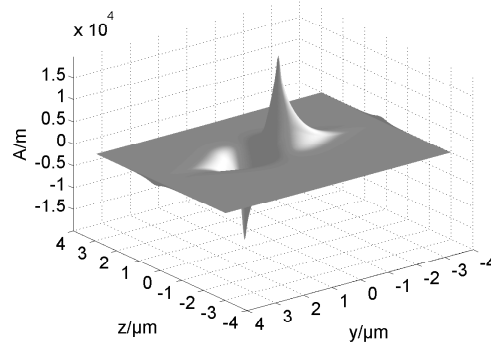


*Abb. 3.7: Elektrische Felder für Quasi-TE und Quasi-TM Mode für  $\lambda = 1,55\mu\text{m}$  normiert auf die Modenleistung  $P = 1W$*

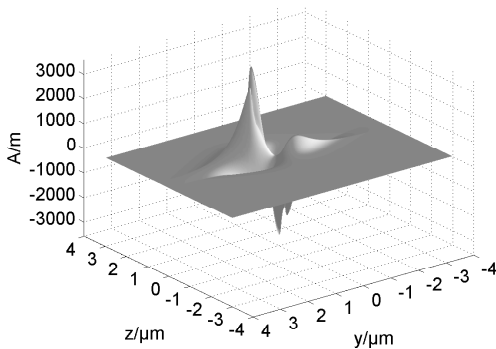
### 3.4 NUMERISCHES BEISPIEL FÜR DIE FELDER IN DEN WELLENLEITERN



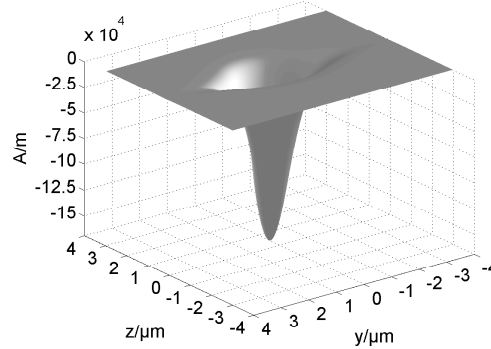
(a) Quasi-TE Mode:  $\text{Im}(H_x)$



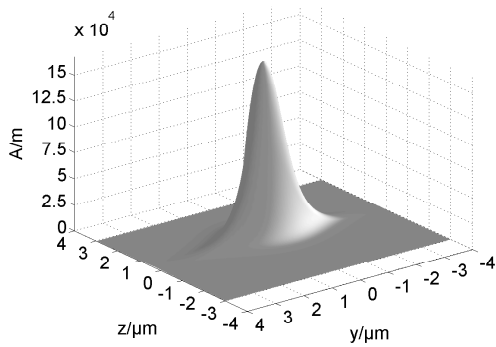
(b) Quasi-TM Mode:  $\text{Im}(H_x)$



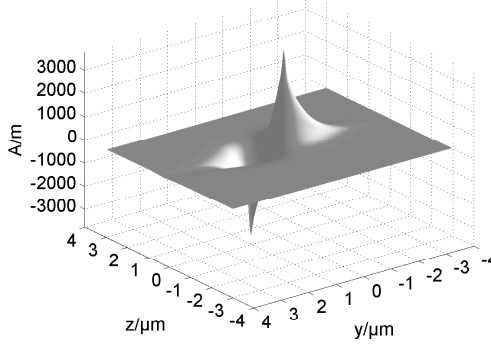
(c) Quasi-TE Mode:  $H_y$



(d) Quasi-TM Mode  $H_y$



(e) Quasi-TE Mode:  $H_z$



(f) Quasi-TM Mode:  $H_z$

**Abb. 3.8:** Magnetische Felder für Quasi-TE und Quasi-TM Mode für  $\lambda = 1,55\mu\text{m}$  normiert auf die Modenleistung  $P = 1\text{W}$

Bei festem Brechzahlprofil des Filmwellenleiters und fester Brechzahl des Streifens bestimmen die Abmessungen des Streifens die Anzahl der bei einer bestimmten Wellenlänge ausbreitungsfähigen Moden im streifenbelasteten Filmwellenleiter. Für den wichtigen Fall des Monomodewellenleiters, bei dem nur die Quasi-TE und Quasi-TM Grundmode ausbreitungsfähig ist, ergibt sich bei gegebener Wellenlänge für jede Höhe

### 3 EIGENSCHAFTEN DER VERWENDETEN WELLENLEITER

$h_a$  des Streifens eine maximale Streifenbreite  $w_{a,max}$ , oberhalb derer mindestens eine höhere Mode ausbreitungsfähig ist. Dieser Zusammenhang zwischen  $h_a$  und  $w_{a,max}$  ist für das Beispiel in Abbildung 3.9(a) für  $\lambda = 1,55\mu\text{m}$  dargestellt. Schließlich sind in Abbildung 3.9(b) die Modenbrechzahlen für die TE- und TM-Mode im Filmwellenleiter sowie der Quasi-TE und der Quasi-TM Mode im streifenbelasteten Filmwellenleiter als Funktion der Wellenlänge dargestellt. Die Variation der Modenbrechzahl mit der Wellenlänge ist aufgrund des hier verwendeten wellenlängenunabhängigen Brechzahlprofils rein durch die Wellenleiterdispersion bedingt.

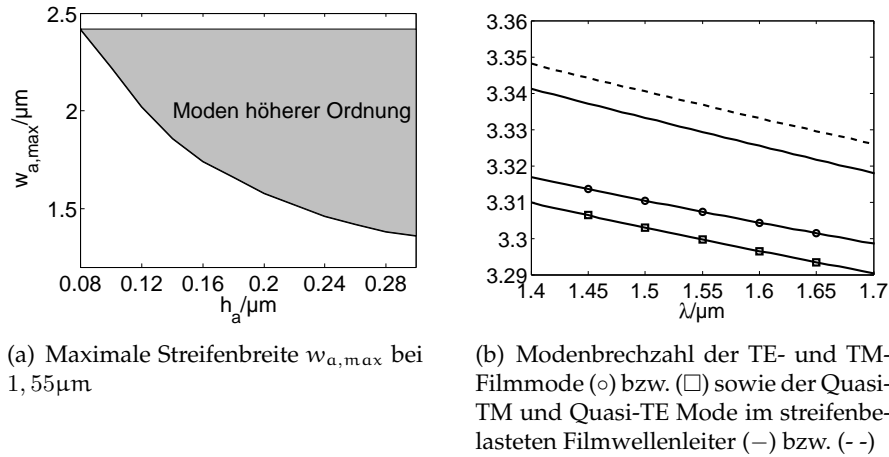


Abb. 3.9: Maximale Streifenbreite und Modenbrechzahlen für das Beispiel

Im folgenden werden kurz charakteristische Eigenschaften der Wellenleiter zusammengefasst, die für die Dimensionierung der Wellenleiter und die Funktionsweise des Filters wichtig sind.

- Größenverhältnisse zwischen den Feldkomponenten.  
Beim Filmwellenleiter sind die Komponenten des elektrischen Feldes in Ausbreitungsrichtung deutlich kleiner als die Transversalkomponenten. Gleiches gilt für das Magnetfeld. Beim streifenbelasteten Filmwellenleiter gilt für die Quasi-TM Mode  $\max(|E_z|) > \max(|E_x|) > \max(|E_y|)$  sowie  $\max(|H_y|) > \max(|H_x|) > \max(|H_z|)$  und für die Quasi-TE Mode  $\max(|E_y|) > \max(|E_x|) > \max(|E_z|)$  sowie  $\max(|H_z|) > \max(|H_x|) > \max(|H_y|)$ . Die Komponenten in Ausbreitungsrichtung sind also größer als die kleinere der beiden Transversalkomponenten.
- Modenbrechzahlen.  
Die Modenbrechzahlen der Quasi-TE und der Quasi-TM Mode sind größer als die Modenbrechzahlen der TE- und TM-Mode im Filmwellenleiter.

### 3.4 NUMERISCHES BEISPIEL FÜR DIE FELDER IN DEN WELLENLEITERN

- Monomodebereich des streifenbelasteten Filmwellenleiters.  
Die Grenze des Monomodebereichs, d. h. diejenige Wellenlänge unterhalb derer mindestens ein höherer Modus ausbreitungsfähig ist, erhöht sich bei
  - größerer Höhe  $h_a$  des Streifens
  - größerer Breite  $w_a$  des Streifens
  - größerer relativer Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_{ra}$  des Streifensbei ansonsten unverändertem Brechzahlprofil.

### 3 EIGENSCHAFTEN DER VERWENDETEN WELLENLEITER

## 4 FREQUENZGANG DES FILTERS

In diesem Kapitel wird der Frequenzgang des Filters ermittelt. Wie in Kapitel 2 beschrieben, wird das zu filternde Eingangssignal in den Primärwellenleiter eingespeist. Das Primärgitter dient zur Kopplung des Primär- und des Filmwellenleiters und bewirkt die Übertragung des Eingangssignals in den Filmwellenleiter. Das Sekundärgitter koppelt den Film- und den Sekundärwellenleiter und führt zur Übertragung des im Filmwellenleiter geführten Signals in den Sekundärwellenleiter. Die Ausbreitungsrichtung der im Sekundärwellenleiter geführten Felder in  $-x$ -Richtung ist dabei entgegengesetzt zur Ausbreitungsrichtung im Primärwellenleiter. Die Leistungsübertragung vom Film- in den Sekundärwellenleiter hängt dabei, wie in diesem Kapitel gezeigt wird, stark von der Wellenlänge ab. Sie ist bei der Filtermittenwellenlänge maximal und nimmt mit zunehmender Abweichung von der Mittenwellenlänge rasch ab.

Nachdem jedes allgemeine Signal mittels Fouriertransformation in zeitharmonische Bestandteile zerlegt werden kann, genügt für die Berechnung des Frequenzgangs die Betrachtung eines Signals mit harmonischer Zeitabhängigkeit. Die Feldverteilung am Filtereingang (vor dem Gitterbereich) ist für diese Zeitabhängigkeit durch die Mode des Primärwellenleiters und die Modenamplitude am Filtereingang gegeben. Analog dazu ist die Feldverteilung am Filterausgang durch die Mode des Sekundärwellenleiters und die Modenamplitude am Filterausgang bestimmt. Dabei ist es zweckmäßig, die Moden im Primär- und im Sekundärwellenleiter auf die gleiche, im folgenden mit  $P_0$  bezeichnete Leistung zu normieren. Die Eingangs- bzw. Ausgangsleistung ergibt sich dann aus dem Produkt des Betragsquadrats der Modenamplitude am Filtereingang bzw. -ausgang multipliziert mit  $P_0$ . Der Frequenzgang des Filters ist durch

$$H(f) = \frac{\text{Modenamplitude am Ausgang}}{\text{Modenamplitude am Eingang}} \quad (4.1)$$

als Verhältnis der Modenamplituden am Filterausgang und Filtereingang gegeben. Die Leistungsübertragungsfunktion erhält man dann für die vorgenannte Leistungsnormierung der Moden aus  $|H|^2$ .

Aufgrund der großen Abmessungen des Bauelements im Vergleich zur Wellenlänge kann der Frequenzgang nicht durch numerische Simulation bestimmt werden. Die für eine numerische Simulation nötigen Verfahren, wie z.B. das Finite-Difference-Time-Domain (FDTD) Verfahren oder Finite-Elemente-Verfahren, erfordern eine Diskretisierung des Simulationsvolumens, die ungefähr im Bereich eines Zehntels der Wellenlänge liegt. Bei den hier untersuchten Filtern mit Bauelementelängen oberhalb eines Millimeters und bei der betrachteten Mittenwellenlänge von  $1,55\mu\text{m}$ , führt dies zu einem Speicherbedarf, der weit jenseits des zur Verfügung stehenden Arbeitsspeichers liegt.

Deshalb können nur vergleichsweise kleine Ausschnitte aus dem Bauelement mit numerischer Simulation untersucht werden. Aus diesem Grund wird, ausgehend von einer theoretischen Betrachtung der Vorgänge, ein semi-analytisches Verfahren zur Berechnung der Übertragungsfunktion benutzt, bei dem die aus der theoretischen Betrachtung gewonnenen Ausdrücke numerisch ausgewertet werden.

Dazu wird zuerst in Abschnitt 4.1 die durch das Primärgitter erzielte Kopplung zwischen einer einfallenden Mode im Primärwellenleiter und dem Filmwellenleiter untersucht. Als Ergebnis dieser Betrachtung erhält man die von der Mode im Primärwellenleiter erzeugten Felder im Filmwellenleiter. Anhand eines numerischen Beispiels werden charakteristische Eigenschaften der Kopplung erläutert. Der anschließende Abschnitt 4.2 beschäftigt sich mit der Kopplung dieser Felder im Filmwellenleiter zu den Moden des Sekundärwellenleiters. Insgesamt erhält man damit die Amplitude der Mode im Sekundärwellenleiter am Filterausgang, erzeugt durch die einfallende Mode im Primärwellenleiter und damit den gesuchten Frequenzgang.

Für die Herleitung des Frequenzgangs wird im weiteren vorausgesetzt, dass der Primär- und der Sekundärwellenleiter so dimensioniert ist, dass im relevanten Wellenlängenbereich nur die Quasi-TM und die Quasi-TE Grundmode ausbreitungsfähig sind. Im Filmwellenleiter soll analog dazu nur die TM- und die TE-Grundmode ausbreitungsfähig sein. Diese Annahme ist im Hinblick auf die Anwendung, bei der Unterschiede in der Laufzeit durch das Bauelement zwischen der Grundmode und höheren Moden stören, sinnvoll und erleichtert die Berechnung. Das Verfahren lässt sich bei Bedarf auf Multimodewellenleiter ausdehnen. Ferner werden zunächst nur passive Wellenleiter betrachtet. Die Erweiterung auf aktive Wellenleiter erfolgt im Anschluss im Abschnitt 4.3.

## 4.1 KOPPLUNG ZWISCHEN PRIMÄRWELLENLEITER UND FILMWELLENLEITER

Ziel dieses Abschnitts ist die Berechnung der Kopplung zwischen dem Primärwellenleiter und dem Filmwellenleiter. Es wird dazu der Fall einer von links auf das Primärgitter einfallenden Mode des Primärwellenleiters betrachtet. Die Feldverteilung  $\mathbf{E}_p$ ,  $\mathbf{H}_p$  und die zugehörige Phasenkonstante  $\beta_p$  der einfallenden Mode erfüllen die Helmholtzgleichung (3.12) für den ungestörten Primärwellenleiter, d. h. für den Primärwellenleiter ohne Gitter, dessen Brechzahlprofil mit  $\epsilon_{r,p0}$  bezeichnet wird. Dabei kann es sich um die Quasi-TM oder Quasi-TE Mode handeln. Die Modenamplitude wird zu 1 gewählt, so dass sich die Feldverteilung des einfallenden Feldes in der Form

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_e(\mathbf{r}) &= \mathbf{E}_p(\mathbf{r}_t)e^{-j\beta_p x} \\ \mathbf{H}_e(\mathbf{r}) &= \mathbf{H}_p(\mathbf{r}_t)e^{-j\beta_p x}\end{aligned}\tag{4.2}$$



#### 4.1 KOPPLUNG ZWISCHEN PRIMÄRWELLENLEITER UND FILMWELLENLEITER

schreibt. Die Feldverteilungen der Mode im Primärwellenleiter  $\mathbf{E}_p, \mathbf{H}_p$  sind auf die Leistung  $P_0$  normiert, so dass nach (3.23) und (3.24) für die Eingangsleistung

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{A_Q} \mathbf{E}_e(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}_e^*(\mathbf{r}) \mathbf{e}_x \, d\mathbf{a} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{A_Q} \mathbf{E}_p(\mathbf{r}_t) \times \mathbf{H}_p^*(\mathbf{r}_t) \mathbf{e}_x \, d\mathbf{a} = P_0 \quad (4.3)$$

gilt. Durch das Primärgitter wird das Brechzahlprofil des Primärwellenleiters gestört und  $\mathbf{E}_e$  allein ist im Gitterbereich keine Lösung der Maxwellgleichungen. Dem einfallenden Feld  $\mathbf{E}_e$  muss sich deshalb ein durch das Primärgitter erzeugtes, mit  $\mathbf{E}_z$  bezeichnetes Zusatzfeld, zum Gesamtfeld

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_e(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_z(\mathbf{r}) \quad (4.4)$$

überlagern um die Maxwellgleichungen im Gitterbereich zu erfüllen. Dies ist ein typisches Streuproblem: bekannt ist das einfallende Feld sowie die Geometrie des Streukörpers (hier des Gitters) und die Randbedingungen auf dem Streukörper. Gesucht ist das Zusatzfeld, das sich dem einfallenden Feld so überlagert, dass die Randbedingungen auf dem Streukörper erfüllt werden. Die Berechnung des Zusatzfeldes wird im folgenden Abschnitt aufgezeigt.

##### 4.1.1 INTEGRALGLEICHUNG FÜR DAS GESAMTFELD UND NÄHERUNGSWEISE LÖSUNG

Das Gesamtfeld  $\mathbf{E}, \mathbf{H}$  berechnet sich aus den Maxwellgleichungen (3.1)-(3.6) für den durch das Gitter gestörten Primärwellenleiter. Zunächst wird ein allgemeines, in [8] beschriebenes Verfahren aufgezeigt, mit dem bei Kenntnis des einfallenden Feldes und der Wellenleiter- sowie der Gittergeometrie das unbekannte Gesamtfeld  $\mathbf{E}$  und damit das Zusatzfeld  $\mathbf{E}_z$  berechnet werden kann. Anschließend wird der gewonnene Ausdruck mittels geeigneter Vereinfachungen auf die letztlich zur Berechnung der Kopplung zwischen dem Primär- und dem Filmwellenleiter verwendete Form überführt.

*Vorbetrachtung. Im folgenden wird das Konzept der äquivalenten oder effektiven Quelle [9] verwendet, das hier in der im Anschluss benutzten Form kurz beschrieben wird. Betrachtet wird ein quellfreies und unmagnetisches Gebiet mit dem Volumen  $V$  mit der durch  $\epsilon$  beschriebenen Verteilung der Dielektrizitätskonstanten. Nun wird im Teilvolumen  $V'$  von  $V$  eine Brechzahlstörung eingebracht. Die Verteilung der Dielektrizitätskonstanten wird nun im gesamten Volumen durch die Funktion  $\epsilon'$  beschrieben. Die Feldgleichungen lauten dafür*

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= -j\omega\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r}) \\ \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) &= j\omega\epsilon'(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) . \end{aligned}$$

Durch Umformung der letzten Gleichung erhält man für die Feldgleichungen

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= -j\omega\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r}) \\ \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) &= j\omega\epsilon(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) + j\omega\mathbf{P}_z(\mathbf{r}) \\ \mathbf{P}_z(\mathbf{r}) &= (\epsilon'(\mathbf{r}) - \epsilon(\mathbf{r}))\mathbf{E}(\mathbf{r}) .\end{aligned}$$

Dies ist abgesehen von dem Term  $\mathbf{P}_z$  identisch mit den Feldgleichungen für den Fall ohne die Brechzahlstörung. Die Zusatzpolarisation  $\mathbf{P}_z$  ist nur innerhalb von  $V'$  von Null verschieden und kann als äquivalente Quelle betrachtet werden, die im ungestörten Volumen  $V$  so strahlt, dass das gleiche Feld wie von der Brechzahlstörung erzeugt wird. Aus der letzten Gleichung ist jedoch ersichtlich, dass die Kenntnis der äquivalenten Quelle die Kenntnis der (unbekannten) Felder im Bereich der Brechzahlstörung erfordert. Aus diesem Grund führt der Ansatz mit dem Konzept der äquivalenten Quelle nicht zu einem expliziten Ausdruck für die Felder sondern zu einem Integralgleichungsausdruck.

Das Konzept der äquivalenten Quelle wird nun zur Formulierung der Integralgleichung für das Gesamtfeld verwendet, indem man die Brechzahlstörung in Form des Primärgitters durch eine äquivalente Quelle  $\mathbf{P}_z$  nachbildet. Ausgangspunkt ist Gleichung (3.2)

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = j\omega\epsilon_0\epsilon_{rP}(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) , \quad (4.5)$$

wobei  $\epsilon_{rP}$  das Brechzahlprofil des gestörten Primärwellenleiters bezeichnet. Diese kann zu

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = j\omega\epsilon_0\epsilon_{rP0}(\mathbf{r}_t)\mathbf{E}(\mathbf{r}) + j\omega\mathbf{P}_z(\mathbf{r}) \quad (4.6)$$

$$\mathbf{P}_z(\mathbf{r}) = \epsilon_0\delta\epsilon_{rP}(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (4.7)$$

$$\delta\epsilon_{rP}(\mathbf{r}) = \epsilon_{rP}(\mathbf{r}) - \epsilon_{rP0}(\mathbf{r}_t) \quad (4.8)$$

umgeformt werden. Gleichung (4.6), zusammen mit den restlichen Maxwellgleichungen, kann mit der Bestimmungsgleichung für die Felder im ungestörten Primärwellenleiter identifiziert werden, in dem die Quelle  $\mathbf{P}_z$  strahlt. Die Zusatz- oder Störpolarisation  $\mathbf{P}_z$  ist gegeben als Produkt aus der durch das Primärgitter bedingten Brechzahlstörung  $\epsilon_0\delta\epsilon_{rP}$  und dem Gesamtfeld  $\mathbf{E}$  und ist nur im Volumen  $V_p$  der Gitterlinien von Null verschieden. Diese Zusatzpolarisation ist die Quelle des vom Primärgitter erzeugten Feldes  $\mathbf{E}_z$ . Die Verwendung der Zusatzpolarisation zur Beschreibung der Brechzahlstörung liefert eine zur ursprünglichen Situation äquivalente Anordnung zur Berechnung der Felder. Anstatt die Felder bei bekanntem einfallenden Feld im quellfreien gestörten Primärwellenleiter zu berechnen, können diese auch aus dem ungestörten Primärwellenleiter berechnet werden, in dem nun die Zusatzpolarisation  $\mathbf{P}_z$  strahlt. Die direkte Berechnung der Felder aus  $\mathbf{P}_z$  ist jedoch nicht möglich, da nach (4.7)  $\mathbf{P}_z$  vom unbekanntem Gesamtfeld  $\mathbf{E}$  abhängt. Stattdessen erhält man eine Integralgleichung für das unbekannte Gesamtfeld. Die Berechnung der von der Zusatzpolarisation

#### 4.1 KOPPLUNG ZWISCHEN PRIMÄRWELLENLEITER UND FILMWELLENLEITER

erzeugten Felder erfolgt mit dem elektrischen Hertzschen Vektorpotential  $\mathbf{\Pi}_e$  das über die Helmholtzgleichung [10]

$$\nabla^2 \mathbf{\Pi}_e(\mathbf{r}) + k_0^2 \epsilon_{rp0} \mathbf{\Pi}_e(\mathbf{r}) = -\frac{\mathbf{P}_z(\mathbf{r})}{\epsilon_0 \epsilon_{rp0}} \quad (4.9)$$

sowie dem über

$$\nabla^2 \underline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + k_0^2 \epsilon_{rp0} \underline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \underline{\mathbf{I}} \quad (4.10)$$

definierten Greenschen Tensor ( $\underline{\mathbf{I}}$  bezeichnet den Einheitstensor) zu

$$\mathbf{\Pi}_e(\mathbf{r}) = \int_{V_p} \underline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\mathbf{P}_z(\mathbf{r}')}{\epsilon_0 \epsilon_{rp0}} dV' \quad (4.11)$$

bestimmt wird. Die elektrischen und magnetischen Felder bestimmen sich aus dem elektrischen Hertzschen Vektor gemäß [10]

$$\mathbf{E}_z(\mathbf{r}) = \nabla \times \nabla \times \mathbf{\Pi}_e(\mathbf{r}) - \frac{\mathbf{P}_z(\mathbf{r})}{\epsilon_0 \epsilon_{rp0}} = \nabla(\nabla \mathbf{\Pi}_e(\mathbf{r})) + k_0^2 \epsilon_{rp0} \mathbf{\Pi}_e(\mathbf{r}) \quad (4.12)$$

$$\mathbf{H}_z(\mathbf{r}) = j\omega \epsilon_0 \epsilon_{rp0} \nabla \times \mathbf{\Pi}_e(\mathbf{r}) \quad (4.13)$$

Aus (4.4), (4.7) und (4.12) erhält man dann die Integralgleichung [8] zur Bestimmung des Gesamtfeldes bei gegebenem einfallenden Feld  $\mathbf{E}_e$  zu

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) - (\nabla \nabla + k_0^2 \epsilon_{rp0}) \int_{V_p} \underline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\delta \epsilon_{rp}(\mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}')}{\epsilon_{rp0}} dV' = \mathbf{E}_e(\mathbf{r}). \quad (4.14)$$

Nach Lösung von (4.14) kann das Zusatzfeld über (4.4) bestimmt werden. Für praktische Rechnungen ist (4.14) aufgrund des für den Primärwellenleiter schwer berechenbaren Greenschen Tensors wenig geeignet. Die Berechnung lässt sich jedoch für die in dieser Arbeit verwendeten Gittergeometrien vereinfachen. Die hier verwendeten Gitter sind sehr lang im Vergleich zur Filtermittenwellenlänge und für die Anzahl der Gitterlinien  $N_p$  im Primärgitter gilt  $N_p \gg 1$ . Die Abstrahlung von Leistung aus dem Primärwellenleiter in den Filmwellenleiter durch das Primärgitter bedingt entlang der Wellenleiterachse eine stetige Abnahme der im Primärwellenleiter geführten Leistung. Es existiert deshalb eine Eindringtiefe, jenseits derer die Leistung im Primärwellenleiter gegen die Eingangsleistung vernachlässigbar ist. Bereiche des Gitters jenseits der Eindringtiefe bleiben ohne Wirkung. Um eine gegebene Länge  $L_p = N_p \Lambda$  des Gitters nutzen zu können, muss deshalb die Dämpfung je Gitterlinie im Gitterbereich so gewählt werden, das auch am Gitterende  $x = N_p \Lambda$  noch genügend Leistung im Primärwellenleiter vorhanden ist. Je länger das Gitter, umso geringer darf dann die Dämpfung je Gitterlinie ausfallen. Für lange Gitter  $N_p \gg 1$  bedeutet dies eine sehr langsame Abnahme der Leistung im Primärwellenleiter je Gitterlinie. Ändert sich die Modenleistung nur unwesentlich je Gitterlinie, weicht auch das Gesamtfeld im Wellenleiter nur unwesentlich von der Feldverteilung der Wellenleitermode ab.

#### 4 FREQUENZGANG DES FILTERS

Im folgenden wird deshalb das Gesamtfeld im Gitterbereich des Primärwellenleiters durch

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}) &\approx \bar{\mathbf{E}}_p(\mathbf{r}_t)e^{-\gamma_p x} \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}) &\approx \bar{\mathbf{H}}_p(\mathbf{r}_t)e^{-\gamma_p x} \\ \gamma_p &= \frac{\alpha_p}{2} + j\bar{\beta}_p\end{aligned}\quad (4.15)$$

approximiert. Dabei sind die Feldverteilungen  $\bar{\mathbf{E}}_p$  und  $\bar{\mathbf{H}}_p$ , sowie die Phasenkonstante  $\bar{\beta}_p$ , Lösungen der Helmholtzgleichung (3.12) für das über eine Gitterperiode gemittelte Brechzahlprofil

$$\bar{\epsilon}_{rP}(\mathbf{r}_t) = \frac{1}{\Lambda} \int_0^\Lambda \epsilon_{rP}(\mathbf{r}) dx \quad (4.16)$$

des Primärwellenleiters und erfüllen die Normierungsbedingung

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{\Lambda_Q} \bar{\mathbf{E}}_p(\mathbf{r}) \times \bar{\mathbf{H}}_p^*(\mathbf{r}) \mathbf{e}_x da = P_0. \quad (4.17)$$

Die mittlere Modenbrechzahl ist durch

$$\bar{n}_{ep} = \frac{\bar{\beta}_p}{k_0} \quad (4.18)$$

gegeben. Durch die Verwendung des mittleren Brechzahlprofils des Primärwellenleiters wird die durch das Gitter eingebrachte mittlere Brechzahländerung berücksichtigt die sich auf das Modenbild, v.a. aber auf die Phasenkonstante auswirkt. Die Abnahme der im Primärwellenleiter geführten Leistung durch die Abstrahlung in den Filmwellenleiter wird durch den Dämpfungskoeffizienten  $\alpha_p$  erfasst. Die von der Zusatzpolarisation  $\mathbf{P}_z$  im Filmwellenleiter mit dem Brechzahlprofil  $\epsilon_{rF0}$  erzeugten Felder werden dann aus dem über

$$\nabla^2 \mathbf{\Pi}_e(\mathbf{r}) + k_0^2 \epsilon_{rF0} \mathbf{\Pi}_e(\mathbf{r}) = -\frac{\mathbf{P}_z(\mathbf{r})}{\epsilon_0 \epsilon_{rF0}} \quad (4.19)$$

definierten elektrischen Hertzschen Vektor berechnet, der mit Hilfe der Greenschen Funktion des Filmwellenleiters berechnet wird. Diese Approximation wurde in ähnlicher Form in [2] vorgenommen.

#### 4.1.2 BERECHNUNG DER KOPPLUNG

Die im vorangegangenen Abschnitt erzielten Ergebnisse werden nun zur Berechnung der Kopplung zwischen den geführten Moden des Primärwellenleiters und des Filmwellenleiters benutzt. Zur Anwendung von (4.19) wird zunächst die Brechzahlstörung für die verwendete Gittergeometrie bestimmt. Die Geometrie des Primärgitters ist in Abbildung 4.1(a) im Schnitt dargestellt, die Lage des Gitters im Wellenleiter kann Ab-

#### 4.1 KOPPLUNG ZWISCHEN PRIMÄRWELLENLEITER UND FILMWELLENLEITER

bildung 2.1 entnommen werden. Die Brechzahlstörung  $\delta\epsilon_{rP}$  ist in  $x$ -Richtung periodisch mit der Periode  $\Lambda$  und kann in der Form

$$\delta\epsilon_{rP}(\mathbf{r}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j\frac{2\pi n}{\Lambda}(x - \frac{y}{\tan\psi})}, \quad (4.20)$$

$$\mathbf{r} \in I = \left\{ (x, y, z) \mid 0 \leq x \leq L_p, |y| \leq \frac{w_p}{2}, 0 \leq z \leq h_g \right\}$$

dargestellt werden, wobei  $L_p = N_p\Lambda$  die Länge des aus  $N_p$  Gitterlinien bestehenden Primärgitters bezeichnet. Die Koeffizienten der Fourierreihe berechnen sich für das hier verwendete rechteckige Brechzahlprofil der Gitterlinien (s. Abbildung 4.1(b)) zu

$$c_n = \frac{1}{\Lambda} \int_0^{\Lambda} \delta\epsilon_{rP}(x) e^{-j\frac{2\pi nx}{\Lambda}} dx = (\epsilon_{rs} - \epsilon_{rf}) \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{n\pi} (-j)^n. \quad (4.21)$$

Aus (4.19), (4.7), (4.15), (4.20) und (4.21) erhält man schließlich

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{\Pi}_e(\mathbf{r}) + k_0^2 \epsilon_{rF0} \mathbf{\Pi}_e(\mathbf{r}) = \\ - \frac{\epsilon_{rs} - \epsilon_{rf}}{\epsilon_{rf}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{n\pi} (-j)^n e^{-(\gamma_p - j\frac{2\pi n}{\Lambda})x} e^{-j\frac{2\pi n}{\Lambda} \frac{y}{\tan\psi}} \bar{\mathbf{E}}_p(\mathbf{r}_t). \end{aligned} \quad (4.22)$$

In einer Vorbetrachtung wird zunächst nur der  $\nu$ -te Koeffizient der Fourierreihe aus

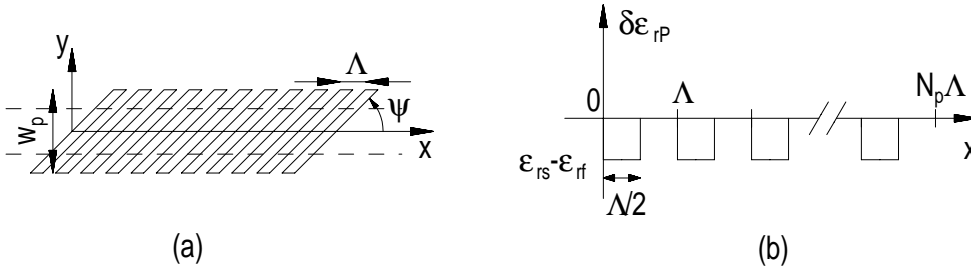


Abb. 4.1: (a) Geometrie des Gitters. (b) Brechzahlstörung  $\delta\epsilon_{rP}$  in der Ebene  $y = 0$ .

(4.22) betrachtet und die endliche Ausdehnung des Gitters in  $x$ -Richtung ignoriert. Dies vereinfacht den Lösungsansatz für den Hertzschen Vektor beträchtlich und ist für im Vergleich zur Wellenlänge großen Gitterlängen eine brauchbare Näherung. Die Bestimmungsgleichung für den elektrischen Hertzschen Vektor ergibt sich unter diesen Voraussetzungen zu

$$\nabla^2 \mathbf{\Pi}_e(\mathbf{r}) + k_0^2 \epsilon_{rF0} \mathbf{\Pi}_e(\mathbf{r}) = - \frac{\epsilon_{rs} - \epsilon_{rf}}{\epsilon_{rf}} \frac{\sin \frac{\nu\pi}{2}}{\nu\pi} (-j)^\nu e^{-(\gamma_p - j\frac{2\pi\nu}{\Lambda})x} e^{-j\frac{2\pi\nu}{\Lambda} \frac{y}{\tan\psi}} \bar{\mathbf{E}}_p(\mathbf{r}_t) \quad (4.23)$$

und die  $x$ -Abhängigkeit in (4.23) kann dann durch den Ansatz

$$\mathbf{\Pi}_e(\mathbf{r}) = \mathbf{\Pi}_e(\mathbf{r}_t) e^{-(\gamma_p - j\frac{2\pi\nu}{\Lambda})x} \quad (4.24)$$

#### 4 FREQUENZGANG DES FILTERS

aus (4.23) eliminiert werden. Die eigentliche Lösung für  $\mathbf{\Pi}_e$  wird nicht weiter benötigt, da im Anschluss an diese Vorbetrachtung die endliche Gitterausdehnung wieder berücksichtigt wird und dann die Lösung für diesen allgemeinen Fall ermittelt wird. Wichtig ist hier die Gestalt des Lösungsansatzes. Die  $x$ -Komponente  $\beta_{fx}^{(\nu)}$  des Phasenvektors des nach (4.24) bestimmten Vektorpotentials liest man unter Beachtung von (4.15) aus (4.24) zu

$$\beta_{fx}^{(\nu)} = \bar{\beta}_p - \frac{2\pi\nu}{\Lambda} \quad (4.25)$$

ab. Die im Filmwellenleiter erzeugten Felder müssen die Wellengleichung für den Filmwellenleiter erfüllen. Für die im Filmwellenleiter geführte TE- und TM-Grundmode ergibt sich daraus, wie in Kapitel 3.2 ausgeführt, je eine bestimmte Phasenkonstante  $\beta_f$ . Diese ist bei gegebenem Brechzahlprofil und gegebener Filmhöhe nur von der Wellenlänge abhängig. Damit nun (4.24) das Vektorpotential einer im Filmwellenleiter geführten Mode beschreibt, muss die Bedingung

$$|\beta_{fx}^{(\nu)}| = \left| \bar{\beta}_p - \frac{2\pi\nu}{\Lambda} \right| \leq \beta_f < \bar{\beta}_p \quad (4.26)$$

erfüllt sein, denn die  $x$ -Komponente des Phasenvektors kann nicht größer als dessen Betrag sein. Zudem ist die Phasenkonstante im Filmwellenleiter stets kleiner als diejenige im Primärwellenleiter. Die Bedingung (4.26) ist offensichtlich nicht für beliebige  $\nu \in \mathbb{Z}$  erfüllt. Für DWDM (dense wavelength division multiplex) Signale gilt für die Abweichung  $\delta\lambda$  der Signal- von der Filtermittenwellenlänge  $\lambda_m$

$$|\delta\lambda| = |\lambda - \lambda_m| \ll \lambda_m \quad (4.27)$$

wobei die Mittenwellenlänge durch

$$\lambda_m = \Lambda \bar{n}_{ep}(\lambda_m) = \frac{2\pi \bar{n}_{ep}}{\bar{\beta}_p} \Big|_{\lambda_m} \quad (4.28)$$

gegeben ist und  $\bar{n}_{ep}$  den mittleren effektiven Brechungsindex im Primärwellenleiter bezeichnet. Aus (4.26) ergibt sich mit (4.28)

$$\bar{\beta}_p \left| 1 - \frac{2\pi\nu}{\Lambda} \frac{\lambda}{2\pi \bar{n}_{ep}(\lambda)} \right| \approx \bar{\beta}_p \left| \frac{\lambda_m - \nu\lambda}{\lambda_m} \right| = \bar{\beta}_p \left| 1 - \nu - \nu \frac{\delta\lambda}{\lambda_m} \right| < \bar{\beta}_p .$$

Für DWDM Signale ist dies nur für  $\nu = 1$  erfüllt. Dies bedeutet, dass für die Berechnung der ausbreitungsfähigen im Film erzeugten Felder nur der Koeffizient  $n = 1$  in der Summe in (4.22) berücksichtigt werden muss.

Im folgenden wird die Lösung unter Berücksichtigung der begrenzten Gitterausdehnung in  $x$ -Richtung im Bereich  $0 \leq x \leq L_p$  für  $n = 1$  aus

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{\Pi}_e(\mathbf{r}) + k_0^2 \epsilon_{rf0} \mathbf{\Pi}_e(\mathbf{r}) = & j \frac{\epsilon_{rs} - \epsilon_{rf}}{\pi \epsilon_{rf}} e^{-j \frac{2\pi}{\Lambda} \frac{y}{\tan \psi}} \bar{\mathbf{E}}_p(\mathbf{r}_t) \cdot \\ & [\mathbf{u}(x) - \mathbf{u}(x - L_p)] e^{-(\gamma_p - j \frac{2\pi}{\Lambda})x} \end{aligned} \quad (4.29)$$

berechnet, wobei  $u$  die Heaviside Funktion

$$u(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

bezeichnet. Dazu wird die über

$$\nabla^2 \underline{G}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) + k_0^2 \epsilon_{rF0} \underline{G}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) = -\delta(y - y')\delta(z - z') \cdot [u(x) - u(x - L_p)] e^{-(\gamma_p - j\frac{2\pi}{\lambda})x} \underline{I} \quad (4.30)$$

definierte Greensche Funktion  $\underline{G}$  benutzt. Deren Berechnung ist im Abschnitt 4.4 am Ende dieses Kapitels erläutert. Das Hertzsche Vektorpotential erhält man dann zu

$$\underline{\Pi}_e(\mathbf{r}) = -j \frac{\epsilon_{rs} - \epsilon_{rf}}{\pi \epsilon_{rf}} \int_0^{h_g} \int_{-\frac{w_p}{2}}^{\frac{w_p}{2}} \underline{G}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) \bar{\underline{E}}_p(\mathbf{r}'_t) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \frac{y'}{\tan\psi}} dy' dz' . \quad (4.31)$$

Die elektrischen und magnetischen Felder im Filmwellenleiter erhält man aus  $\underline{\mathbf{E}} = \nabla(\nabla \underline{\Pi}_e) + k_0^2 \epsilon_{rF0} \underline{\Pi}_e$  und  $\underline{\mathbf{H}} = j\omega \epsilon_0 \epsilon_{rF0} \nabla \times \underline{\Pi}_e$  zu

$$\underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = -j \frac{\epsilon_{rs} - \epsilon_{rf}}{\pi \epsilon_{rf}} \int_0^{h_g} \int_{-\frac{w_p}{2}}^{\frac{w_p}{2}} \underline{G}^e(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) \bar{\underline{E}}_p(\mathbf{r}'_t) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \frac{y'}{\tan\psi}} dy' dz' \quad (4.32)$$

und

$$\underline{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) = -j \frac{\epsilon_{rs} - \epsilon_{rf}}{\pi \epsilon_{rf}} \int_0^{h_g} \int_{-\frac{w_p}{2}}^{\frac{w_p}{2}} \underline{G}^h(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) \bar{\underline{E}}_p(\mathbf{r}'_t) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \frac{y'}{\tan\psi}} dy' dz' \quad (4.33)$$

mit der elektrischen Greenschen Funktion

$$\underline{G}^e(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) = \nabla(\nabla \underline{G}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t)) + k_0^2 \epsilon_{rF0} \underline{G}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) \quad (4.34)$$

und der magnetischen Greenschen Funktion

$$\underline{G}^h(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) = j\omega \epsilon_0 \epsilon_{rF0} \nabla \times \underline{G}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) \quad (4.35)$$

Die Greensche Funktion ist die Summe eines mit  $\underline{G}_d$  bezeichneten Anteils, der die von  $\mathbf{P}_z$  angeregten, im Filmwellenleiter geführten Moden beschreibt und eines mit  $\underline{G}_r$  bezeichneten Anteils, der die angeregten Strahlungsmoden des Filmwellenleiters beschreibt. Für die Berechnung der Übertragungsfunktion müssen nur die geführten Moden im Filmwellenleiter berücksichtigt werden, nachdem Strahlungsmoden nicht an die Filmschicht gebunden sind und somit das Sekundärgitter nicht beeinflussen. Nachdem im Filmwellenleiter die TE- und TM-Grundmode ausbreitungsfähig ist, besteht  $\underline{G}_d$  ebenfalls aus zwei, mit  $\underline{G}_{dTE}$  und  $\underline{G}_{dTM}$  bezeichnete Anteilen, mit denen die TE- und TM-polarisierten Felder im Filmwellenleiter berechnet werden können. Mit (4.31) und (4.96) erhält man für das Hertzsche Vektorpotential der sich im Filmwellenleiter in

#### 4 FREQUENZGANG DES FILTERS

Richtung des Sekundärgitters mit der Phasenkonstante  $\beta_{f\text{TE}/M}$  ausbreitenden, geführten TE- bzw. TM-Mode

$$\begin{aligned} \mathbf{\Pi}_{e\text{TE}/M}(\mathbf{r}) = & -j \frac{\epsilon_{rs} - \epsilon_{rf}}{\pi \epsilon_{rf}} [u(x) - u(x - L_p)] e^{-\left(\frac{\alpha_p}{2} + j\beta_{fx}\right)x - j\beta_{fy\text{TE}/M}y} \\ & \int_0^{h_g} \int_{-\frac{w_p}{2}}^{\frac{w_p}{2}} \underline{\mathbf{G}}_{d\text{TE}/M}(z, z') \bar{\mathbf{E}}_p(\mathbf{r}'_t) e^{j(\beta_{fy\text{TE}/M} - \frac{2\pi}{\Lambda \tan \psi})y'} dy' dz' \end{aligned} \quad (4.36)$$

mit den Abkürzungen

$$\begin{aligned} \beta_{fx} &= \bar{\beta}_p - \frac{2\pi}{\Lambda} \\ \beta_{fy\text{TE}/M} &= \sqrt{\beta_{f\text{TE}/M}^2 - \beta_{fx}^2} \end{aligned} \quad (4.37)$$

Das Primärgitter erzeugt also im Filmwellenleiter geführte Moden mit ebenen Phasenfronten. Die Ausbreitungsrichtung der Moden ist durch den Phasenvektor

$$\beta_{f\text{TE}/M} = \mathbf{e}_x \beta_{fx} + \mathbf{e}_y \beta_{fy\text{TE}/M} \quad (4.38)$$

gegeben und der Winkel zwischen der Ausbreitungsrichtung und der  $y$ -Achse (s. Abbildung 4.2) ergibt sich zu

$$\sin \varphi_{\text{TM}/E} = -\frac{\beta_{fx}}{\beta_{f\text{TM}/E}} = \frac{2\pi - \bar{\beta}_p \Lambda}{\Lambda \beta_{f\text{TM}/E}}. \quad (4.39)$$

Mit (4.18) und (4.28) erhält man für den Zähler dieses Ausdrucks

$$2\pi - \bar{\beta}_p \Lambda = 2\pi \left( 1 - \frac{\lambda_m}{\lambda} \frac{\bar{n}_{ep}(\lambda)}{\bar{n}_{ep}(\lambda_m)} \right)$$

Der Winkel  $\varphi$  ist demnach positiv für Wellenlängen des Eingangssignals die größer als die Mittenwellenlänge sind, Null bei der Mittenwellenlänge und ansonsten negativ.

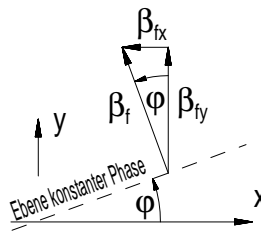


Abb. 4.2: Ausbreitungsrichtung im Filmwellenleiter

Von  $y'$  hängt im Integranden von (4.36) nur die Feldverteilung  $\bar{\mathbf{E}}_p$  und der Exponentialfaktor  $e^{j(\beta_{fy\text{TE}/M} - \frac{2\pi}{\Lambda \tan \psi})y'}$  ab. Letztgenannter oszilliert im allgemeinen stark im Integrationsgebiet für Gitterlinien, deren Länge  $w_p$  groß ist im Vergleich zur Wellenlänge.



#### 4.1 KOPPLUNG ZWISCHEN PRIMÄRWELLENLEITER UND FILMWELLENLEITER

Dies hat einen kleinen Wert des Integrals zur Folge. Maximale Kopplung erhält man bei verschwindendem Argument des Exponentialfaktors, da dieser dann konstant ist. Bei Filtermittenwellenlänge soll die Kopplung und damit die Leistungsübertragung zwischen dem Primär- und dem Filmwellenleiter maximal sein. Dies erreicht man, indem man den Gitterwinkel  $\psi$  so wählt, dass bei Mittenwellenlänge das Argument des Exponentialfaktors verschwindet. Daraus erhält man den optimalen Gitterwinkel zu

$$\psi = \arctan \frac{2\pi}{\Lambda \beta_{fyTE/M}} \Big|_{\lambda=\lambda_m} = \arctan \frac{\bar{\beta}_p}{\beta_{fTE/M}} \Big|_{\lambda=\lambda_m} \quad (4.40)$$

der, da  $\bar{\beta}_p > \beta_{fTE/M}$  gilt, stets ein wenig größer als  $45^\circ$  ist.

Das elektrische und das magnetische Feld im Filmwellenleiter besteht aus geführten, TE- und TM polarisierten Moden und kann aus (4.32) und (4.98) bzw. (4.33) und (4.99) berechnet werden. Für die geführten Moden erhält man

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{fTE/M}(\mathbf{r}) &= A_{TE/M} \mathbf{E}_{TE/M}(z) e^{-j(\beta_{fx}x + \beta_{fyTE/M}y)} [u(x) - u(x - L_p)] e^{-\frac{\alpha_p}{2}x} \\ \mathbf{H}_{fTE/M}(\mathbf{r}) &= A_{TE/M} \mathbf{H}_{TE/M}(z) e^{-j(\beta_{fx}x + \beta_{fyTE/M}y)} [u(x) - u(x - L_p)] e^{-\frac{\alpha_p}{2}x} \end{aligned} \quad (4.41)$$

mit der Abkürzung

$$\begin{aligned} A_{TE/M} \mathbf{E}_{TE/M}(z) &= -j \frac{\epsilon_{rs} - \epsilon_{rf}}{\pi \epsilon_{rf}} \int_0^{h_g} \int_{-\frac{w_p}{2}}^{\frac{w_p}{2}} \underline{\mathbf{G}}_{dTE/M}^e(z, z') \bar{\mathbf{E}}_p(\mathbf{r}'_t) e^{j(\beta_{fyTE/M} - \frac{2\pi}{\Lambda \tan \psi})y'} dy' dz' \\ A_{TE/M} \mathbf{H}_{TE/M}(z) &= -j \frac{\epsilon_{rs} - \epsilon_{rf}}{\pi \epsilon_{rf}} \int_0^{h_g} \int_{-\frac{w_p}{2}}^{\frac{w_p}{2}} \underline{\mathbf{G}}_{dTE/M}^h(z, z') \bar{\mathbf{E}}_p(\mathbf{r}'_t) e^{j(\beta_{fyTE/M} - \frac{2\pi}{\Lambda \tan \psi})y'} dy' dz' \end{aligned}$$

und den Feldverteilungen der Moden  $\mathbf{E}_{TE/M}$  und  $\mathbf{H}_{TE/M}$ , die nach

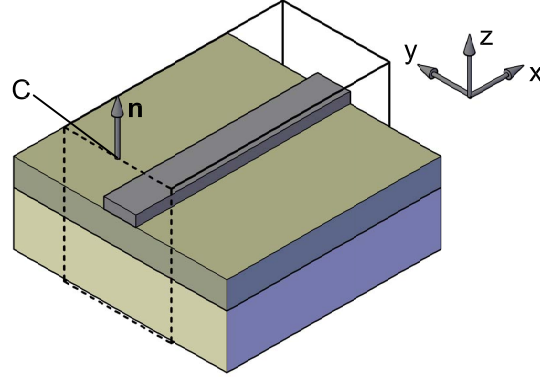
$$\frac{1}{2} \text{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_{TE/M}(z) \times \mathbf{H}_{TE/M}^*(z) \frac{\beta_{fTE/M}}{\beta_{fTE/M}} dz = P' \quad (4.42)$$

für die Leistung  $P'$  je Längeneinheit in Ausbreitungsrichtung normiert sind und den Modenamplituden  $A_{TE/M}$ . Die Strahlungsmoden  $\mathbf{E}_{fr}$  und  $\mathbf{H}_{fr}$  erhält man entsprechend zu

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{fr}(\mathbf{r}) &= \mathbf{E}_{fr}(\mathbf{r}_t) [u(x) - u(x - L_p)] e^{-(\gamma_p - j\frac{2\pi}{\Lambda})x} \\ \mathbf{H}_{fr}(\mathbf{r}) &= \mathbf{H}_{fr}(\mathbf{r}_t) [u(x) - u(x - L_p)] e^{-(\gamma_p - j\frac{2\pi}{\Lambda})x} \\ \mathbf{E}_{fr}(\mathbf{r}_t) &= -j \frac{\epsilon_{rs} - \epsilon_{rf}}{\pi \epsilon_{rf}} \int_0^{h_g} \int_{-\frac{w_p}{2}}^{\frac{w_p}{2}} \underline{\mathbf{G}}_r^e(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) \bar{\mathbf{E}}_p(\mathbf{r}'_t) e^{-j\frac{2\pi}{\Lambda \tan \psi}y'} dy' dz' \\ \mathbf{H}_{fr}(\mathbf{r}_t) &= -j \frac{\epsilon_{rs} - \epsilon_{rf}}{\pi \epsilon_{rf}} \int_0^{h_g} \int_{-\frac{w_p}{2}}^{\frac{w_p}{2}} \underline{\mathbf{G}}_r^h(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) \bar{\mathbf{E}}_p(\mathbf{r}'_t) e^{-j\frac{2\pi}{\Lambda \tan \psi}y'} dy' dz' \end{aligned} \quad (4.43)$$

Um die gesamte aus dem Primär- in den Filmwellenleiter abgestrahlte Leistung zu berechnen umgibt man den Primärwellenleiter, wie in der Abbildung 4.3 veranschaulicht,

#### 4 FREQUENZGANG DES FILTERS



**Abb. 4.3:** Veranschaulichung der Berechnung der in den Filmwellenleiter abgestrahlten Leistung

mit einer Hüllfläche und integriert die durch die Fläche tretende Leistungsflussdichte. Die Gesamtleistung im Filmwellenleiter erhält man durch Integration der Leistungsflussdichte auf den vier zur  $x$ -Achse parallelen Seitenflächen des abgebildeten Quaders zu

$$P_{fges} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_C \int_0^{L_p} [\mathbf{E}_{fTE}(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_{fTM}(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_{fr}(\mathbf{r})] \times [\mathbf{H}_{fTE}(\mathbf{r}) + \mathbf{H}_{fTM}(\mathbf{r}) + \mathbf{H}_{fr}(\mathbf{r})]^* \mathbf{n} ds dx . \quad (4.44)$$

Die Leistung im Primärwellenleiter am Gitterende ergibt sich mit (4.15) und (4.17) zu

$$P_t = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{A_Q} \mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}^*(\mathbf{r}) \mathbf{e}_x da \Big|_{x=L_p} = P_e e^{-\alpha_p L_p} . \quad (4.45)$$

Im Grenzfall langer Gitter gilt  $\alpha_p L_p \gg 1$  und die Leistung am Gitterende ist gegen die Eingangsleistung  $P_e$  vernachlässigbar. Aus der Leistungserhaltung

$$P_e = P_t + P_{fges} \quad (4.46)$$

berechnet sich der Dämpfungskoeffizient  $\alpha_p$ . Führt man die Integration über  $x$  in (4.44) aus erhält man

$$P_{fges} = P'_{fges} \frac{1 - e^{-\alpha_p L_p}}{\alpha_p} \\ P'_{fges} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_C [A_{TE} \mathbf{E}_{fTE}(z) e^{-j\beta_{fyTE} y} + A_{TM} \mathbf{E}_{fTM}(z) e^{-j\beta_{fyTM} y} + \mathbf{E}_{fr}(\mathbf{r}_t)] \times [A_{TE} \mathbf{H}_{fTE}(z) e^{-j\beta_{fyTM} y} + A_{TM} \mathbf{H}_{fTM}(z) e^{-j\beta_{fyTM} y} + \mathbf{H}_{fr}(\mathbf{r}_t)]^* \mathbf{n} ds , \quad (4.47)$$

wobei  $\mathbf{n}$  den nach außen weisenden Normalenvektor auf der gestrichelt gezeichneten Kurve  $C$  bezeichnet. Mit (4.45), (4.46) und (4.47) folgt für den Dämpfungskoeffizient

$$\alpha_p = \frac{P'_{fges}}{P_e} . \quad (4.48)$$

#### 4.1 KOPPLUNG ZWISCHEN PRIMÄRWELLENLEITER UND FILMWELLENLEITER

Die auf das Sekundärgitter treffende Leistung der geführten TE- und TM-Moden im Filmwellenleiter erhält man aufgrund der Orthogonalität der TE- und TM-Moden [11] aus

$$\begin{aligned}
 P_f &= P_{fTE} + P_{fTM} \\
 P_{fTE/M} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_0^{L_p} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_{fTE/M}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}_{fTE/M}^*(\mathbf{r}) \mathbf{e}_y \, dz dx \\
 &= |A_{TE/M}|^2 P' \frac{1 - e^{-\alpha_p L_p}}{\alpha_p} \cos \varphi .
 \end{aligned} \tag{4.49}$$

Die gesamte Leistung im Filmwellenleiter besteht aus der Leistung der Strahlungsmoden und der Leistung der geführten Moden. Erstgenannter Anteil stellt einen reinen internen Leistungsverlust dar. Zum Vergleich verschiedener Gittergeometrien wird die Kopplungseffizienz

$$\xi_{TE/M} = \frac{P_{fTE/M}}{P_e - P_t} \tag{4.50}$$

als Verhältnis der gesamten im Filmwellenleiter geführten Leistung zur Gesamtleistungsabnahme im Primärwellenleiter definiert.

##### 4.1.3 NUMERISCHES BEISPIEL

Die grundlegenden Eigenschaften der Kopplung zwischen dem Primär- und dem Filmwellenleiter sollen anhand eines numerischen Beispiels veranschaulicht werden. Die Abmessungen und das Brechzahlprofil der Wellenleiter sind durch die in Tabelle 4.1 zusammengefassten Größen bestimmt. Die Modenbrechzahlen im Filmwellenleiter wurden aus (3.37) bzw. (3.31) zu 3,244 für die TE- und zu 3,239 für die TM-Mode berechnet. Die Kopplung zwischen dem Primär- und dem Filmwellenleiter wurde für ein Gitter der Höhe  $h_g = 0,10\mu\text{m}$ ,  $h_g = 0,15\mu\text{m}$  und  $h_g = 0,20\mu\text{m}$  für verschiedene Gitterlinienlängen jeweils für die Quasi-TE und die Quasi-TM Mode untersucht.

Brechzahlprofil	Abmessungen	Parameter
$\epsilon_{rs} = 10,00$	$h_f = 0,5\mu\text{m}$	$\lambda = \lambda_m = 1,55\mu\text{m}$
$\epsilon_{rf} = 11,09$	$h_a = 0,20\mu\text{m}$	
$\epsilon_{ra} = 11,33$	$w_a = 2,0\mu\text{m}$	
$\epsilon_{rd} = 10,00$		

*Tabelle 4.1: Parameter für numerisches Beispiel*

Zuerst wurde der Einfluss der Gitter auf die mittlere Modenbrechzahl  $\bar{n}_{ep}$  im Primärwellenleiter untersucht. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.4 für die Quasi-TM Mode dargestellt. Die mittleren Modenbrechzahlen nehmen monoton mit wachsender Gitterlinienlänge ab, vergrößert man die Gitterhöhe wächst die absolute Abnahme. Die Ursache

#### 4 FREQUENZGANG DES FILTERS

der Abnahme ist die im Vergleich zum ungestörten Wellenleiter kleinere Brechzahl im Volumen der Gitterlinien. Je größer deren Volumen ist, umso stärker ist die Absenkung im mittleren Brechzahlprofil und damit auch in der mittleren Modenbrechzahl  $\bar{n}_{ep}$ . In allen Fällen ergibt sich eine Sättigung der Abnahme der mittleren Modenbrechzahl zu großen Gitterlinienlängen hin. Um diesen Effekt zu veranschaulichen ist in Abbildung 4.5 der Confinementfaktor im Gitterbereich dargestellt. Man erkennt deutlich die Sättigung des Confinementfaktors für große Gitterlinienlängen. Ursache dessen ist die Konzentration der Intensität der geführten Moden im Wellenleiterquerschnitt um den Wellenleiterkern. Eine Wirkung durch eine Brechzahlstörung auf das Modenbild und das Ausbreitungsverhalten erzielt man nur, solange die eingebrachte Brechzahlstörung in einem Bereich nennenswerter Intensität liegt. Aus diesem Grund führt eine Erhöhung der Gitterlinienlänge über eine bestimmte, durch die Ausdehnung der Intensität bestimmten Grenze hinaus, zu keiner weiteren nennenswerten Veränderung. Es existiert somit eine maximale wirksame Gitterlinienlänge die im weiteren mit  $w_{psat}$  bezeichnet wird. Für das betrachtete Beispiel ist  $w_{psat}$  ca.  $5,0\mu\text{m}$ . Nachdem sich die Filtermitwellenlänge aus dem Produkt der Gitterperiode und der mittleren Modenbrechzahl ergibt, muss für die Filterdimensionierung der Einfluss des Gitters auf die mittlere Modenbrechzahl unbedingt berücksichtigt werden.

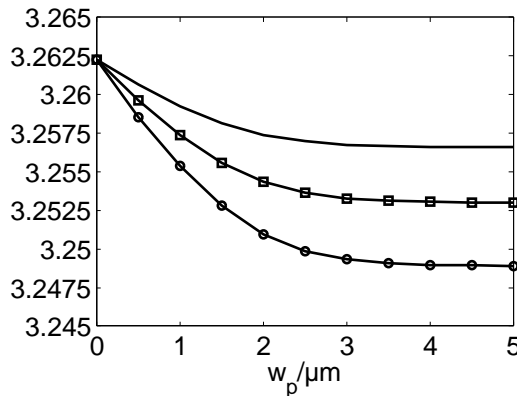


Abb. 4.4: Mittlere Modenbrechzahl  $\bar{n}_{ep}$  für die Quasi-TM Mode für eine Gitterhöhe von  $0, 10\mu\text{m}$ ,  $0, 15\mu\text{m}$ (□),  $0, 20\mu\text{m}$ (○)

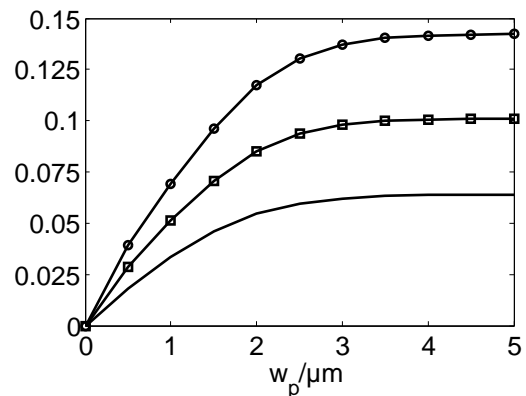
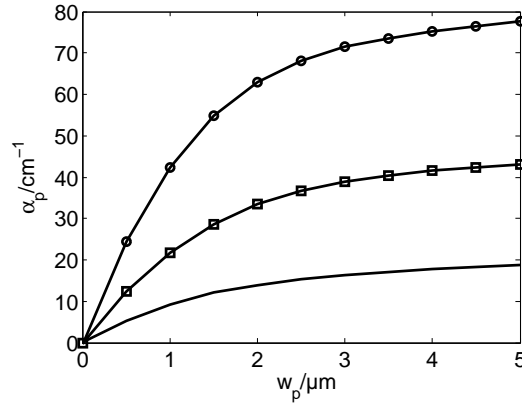


Abb. 4.5: Gitterconfinementfaktor für die Quasi-TM Mode für eine Gitterhöhe von  $0, 10\mu\text{m}$ ,  $0, 15\mu\text{m}$ (□),  $0, 20\mu\text{m}$ (○)

Für verschiedene Gitterlinienlängen und Gitterhöhen wurde die Kopplung zum Filmwellenleiter berechnet. Die Gitterperiode wurde dabei gemäß  $\Lambda = \frac{\lambda_m}{\bar{n}_{ep}}$  und der Gitterwinkel für maximale Kopplung nach (4.40) bestimmt. Der Dämpfungskoeffizient  $\alpha_p$  ist in Abbildung 4.6 in Abhängigkeit von der Gitterlinienlänge für die Quasi-TM Mode dargestellt. Die Dämpfung nimmt mit zunehmender Gitterhöhe ebenso wie mit zunehmender Länge der Gitterlinien zu. Jedoch ergibt sich eine Sättigung der Dämpfung

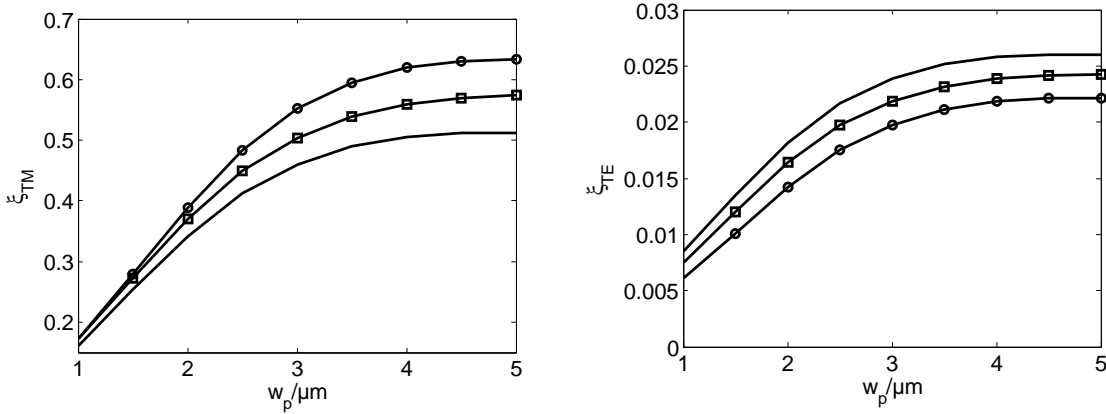
#### 4.1 KOPPLUNG ZWISCHEN PRIMÄRWELLENLEITER UND FILMWELLENLEITER

zu großen Gitterlinienlängen hin. Deren Ursache ist, wie bei der Sättigung der Abnahme der mittleren Modenbrechzahl, die begrenzte Ausdehnung der Intensität der Mode im Wellenleiterquerschnitt. Für die verschiedenen Gittergeometrien wurde die



**Abb. 4.6:** Dämpfungskoeffizient  $\alpha_p$  für die Quasi-TM Mode für eine Gitterhöhe von 0, 10  $\mu\text{m}$ , 0, 15  $\mu\text{m}$  ( $\square$ ), 0, 20  $\mu\text{m}$  ( $\circ$ )

Leistung  $P_{f\text{TE}/\text{M}}$  der TE- und TM-Mode im Filmwellenleiter für den Grenzfall langer Gitter ( $\alpha_p L_p \gg 1$ ) nach (4.49) berechnet. Für diesen Fall ist die Leistung  $P_t$  am Gitterende gegen die Eingangsleistung  $P_e$  vernachlässigbar und die Kopplungseffizienz ergibt sich dann aus (4.50) zu  $\xi_{\text{TE}/\text{M}} = \frac{P_{f\text{TE}/\text{M}}}{P_e}$ . Das Ergebnis dieser Berechnung ist für die einfallende Quasi-TM Mode im Primärwellenleiter in Abbildung 4.7 getrennt für die



(a) Kopplungseffizienz  $\xi_{\text{TM}}$  zwischen der Quasi-TM Mode und der TM-Mode im Filmwellenleiter

(b) Kopplungseffizienz  $\xi_{\text{TE}}$  zwischen der Quasi-TM Mode und der TE-Mode im Filmwellenleiter

**Abb. 4.7:** Kopplungseffizienz zwischen der Quasi-TM Mode und der TM- bzw. TE-Mode im Film für eine Gitterhöhe von 0, 10  $\mu\text{m}$ , 0, 15  $\mu\text{m}$  ( $\square$ ), 0, 20  $\mu\text{m}$  ( $\circ$ )

Kopplung zur TM-Mode und zur TE-Mode im Filmwellenleiter dargestellt. Die Kopplungseffizienz nimmt mit zunehmender Gitterlinienlänge bis zu einem Sättigungswert

bei großen Gitterlinienlängen zu. Der Absolutwert der Kopplungseffizienz wächst mit zunehmender Gitterhöhe. Die maximale Kopplungseffizienz als Summe von  $\xi_{\text{TM}}$  und  $\xi_{\text{TE}}$  erreicht im Beispiel für  $w_p = 5,0\mu\text{m}$  bei einer Gitterhöhe von  $h_g = 0,20\mu\text{m}$  den Wert 0,66, d. h. ein Drittel der Eingangsleistung wird in Form von Strahlungsleistung in dem Filmwellenleiter abgegeben und steht dem Filtervorgang nicht zur Verfügung. Mit abnehmender Gitterlinienlänge nimmt die Kopplungseffizienz stetig ab, d. h. der Anteil der Strahlungsleistung an der insgesamt in den Filmwellenleiter übertragenen Leistung nimmt zu. Diese Zunahme erfolgt umso rascher, je näher die Gitterlinienlänge in die Gegend der Wellenlänge kommt. Eine Ursache hierfür ist die mit sinkender Gitterlinienlänge zunehmend ungerichtete Abstrahlung von geführter Leistung im Primärwellenleiter in den Filmwellenleiter. Um die Strahlungsleistung gering zu halten, sollte die Gitterlinienlänge möglichst groß gewählt werden, damit die Wellenleitermode die Neigung der Gitterlinie „sieht“.

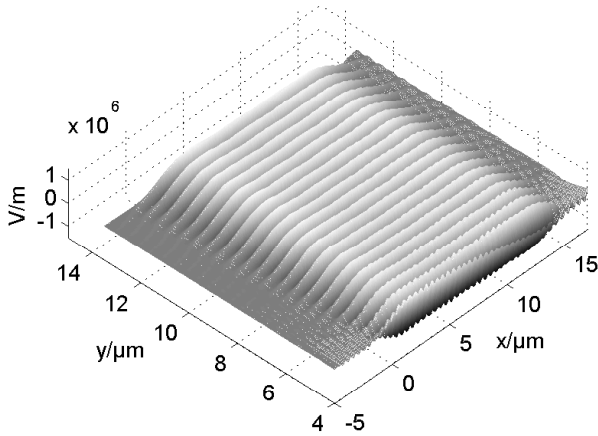
Bei gleicher Gittergeometrie ist für das Beispiel die Kopplungseffizienz zwischen der Quasi-TM Mode und der TM-Filmmode deutlich größer als zwischen der Quasi-TM Mode und der TE-Filmmode. Die von der einfallenden Quasi-TM Wellenleitermode durch das Gitter erzeugten Felder berechnen sich aus dem nach (4.36) gegebenen Hertzschen Vektor. Bei der Mittenwellenlänge und optimalem Gitterwinkel ist der Exponentialfaktor gleich Eins und im Integranden verbleibt das Produkt aus der Feldverteilung der Quasi-TM Mode und dem der TE- bzw. TM-Mode im Filmwellenleiter zugeordneten Hertzschen Vektorpotential  $\underline{G}_{\text{dTE/M}}$ . Genauso, wie das Produkt aus der Feldverteilung der Quasi-TM Mode und der TM-Filmmode im Integrationsgebiet von (4.36) einen wesentlich größeren Betrag als das entsprechende Produkt mit der TE-Filmmode liefert, führt auch das Produkt der Feldverteilung des elektrischen Feldes der Quasi-TM Mode mit  $\underline{G}_{\text{dTM}}$  zu einem wesentlich höheren Wert als das Produkt mit  $\underline{G}_{\text{dTE}}$ . Dies lässt sich anhand der in Abschnitt 3.4 abgebildeten, typischen Feldverteilungen der Quasi-TM Mode und der TM- bzw. TE-Mode im Filmwellenleiter ablesen. Die prinzipiellen Eigenschaften der Wellenleitermoden bleiben bei Änderungen an den Brechzahlprofilen erhalten. Deshalb lassen sich die Unterschiede in der Kopplungseffizienz nicht einfach durch eine Änderung der Brechzahlprofile wesentlich beeinflussen.

Mit rein numerischer Simulation können aus den genannten Gründen die Felder für die verwendeten Bauelementeabmessungen nicht berechnet werden. Jedoch ist dies für kurze Gitterabschnitte möglich und kann zur Verifizierung des vorgestellten semi-analytischen Ansatzes verwendet werden. Für den zur Verfügung stehenden Arbeitsspeicher von 2GByte kann bei der gewählten Diskretisierung von  $\frac{\lambda_m}{10n_{ep}}$  in x- und y-Richtung und 50nm in z-Richtung ein Gitter aus 30 Gitterlinien mit der vorhandenen FDTD Software <sup>1</sup> numerisch untersucht werden. Die Höhe des Gitters wurde für die Vergleichsrechnung zu  $h_g = 0,15\mu\text{m}$  gewählt. Die Lage des Wellenleiters und des Gitters entsprach der in der Abbildung 4.1 dargestellten Anordnung. Der simulierte Verlauf des Realteils von  $E_z$  im Filmwellenleiter, erzeugt durch die einfallende Quasi-TM Mode des Primärwellenleiters, ist in Abbildung 4.8 (a) für eine Gitterlinienlänge von  $w_p = 4,0\mu\text{m}$  bei einer Eingangsleistung  $P_e = 1\text{W}$  dargestellt. Der Darstellungsbereich

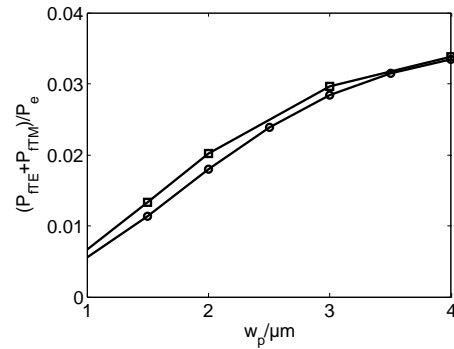
<sup>1</sup>OptiFDTD 6.0, Hersteller Optiwave

#### 4.1 KOPPLUNG ZWISCHEN PRIMÄRWELLENLEITER UND FILMWELLENLEITER

ist auf  $y \geq 5\mu\text{m}$  beschränkt, da in Gebieten, die näher am Primärwellenleiter, liegen das im Filmwellenleiter geführte Feld von dem Feld im Primärwellenleiter überdeckt wird. Deutlich zu erkennen ist die von dem semi-analytischen Verfahren vorhergesagte Ausbildung ebener Filmmoden entlang der Gitterlänge, die sich bei Mittenwellenlänge und dem gewählten Gitterwinkel  $\psi$  in positiver  $y$ -Richtung ausbreiten. Zusätzlich wurde die durch das Gitter in den Filmwellenleiter übertragene Leistung für verschiedene Gitterlinienlängen durch Simulation ermittelt und mit der nach (4.49) berechneten Leistung verglichen. Eine nach Polarisationsrichtung getrennte Betrachtung ist nicht möglich, da die Simulation nur die Gesamtfelder als Summe TE- und TM-polarisierter Anteile liefert. Deshalb werden hier die Gesamtleistungen im Film als Summe der Leistungen der TE- und TM-polarisierten Anteile verglichen. Für den Vergleich wurde jeweils die Gesamtleistung, die durch die Ebene  $y = 10\mu\text{m}$  hindurchtritt, für verschiedene Gitterlinienlängen berechnet. Das Ergebnis dieser Rechnung ist in Abbildung 4.8 (b) dargestellt. Abgesehen von den Abweichungen bei kurzen Gitterlinien ergibt sich



(a)  $\text{Re}(E_z)$  aus der FDTD Simulation für  $h_g = 0,15\mu\text{m}$ ,  $w_p = 4,0\mu\text{m}$  und  $P_e = 1\text{W}$



(b) Vergleich der relativen Leistungen  $\frac{P_{fTM} + P_{fTE}}{P_e}$  im Filmwellenleiter in der Ebene  $y = 10\mu\text{m}$ . Simulation ( $\square$ ) und Berechnung ( $\circ$ ).

**Abb. 4.8:** Vergleich der Berechnung mit Ergebnissen numerischer FDTD Simulationen für kurze Gitter bei einfallender Quasi-TM Mode

eine sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse, obwohl die Herleitung des Ausdrucks zur Berechnung der im Filmwellenleiter geführten Felder unter der Voraussetzung von im Vergleich zur Wellenlänge langen Gitter ( $N_p \gg 1$ ) erfolgte. Für längere Gitter ist deshalb mit einer noch besseren Übereinstimmung zu rechnen.

Zur Untersuchung der Wellenlängenabhängigkeit der Kopplung zwischen Primär- und Filmwellenleiter wurde für eine feste Gitterlinienlänge  $w_p = 5,0\mu\text{m}$  für die Gitterhöhen  $h_g = 0,10\mu\text{m}$ ,  $h_g = 0,15\mu\text{m}$  und  $h_g = 0,20\mu\text{m}$  die Kopplungseffizienz für Wellenlängen im Bereich  $1,53\mu\text{m}$  bis  $1,57\mu\text{m}$  für den Grenzfall langer Gitter nach (4.50) berechnet. Die Variation der Kopplungseffizienz für die TM-Filmmode mit der Wel-

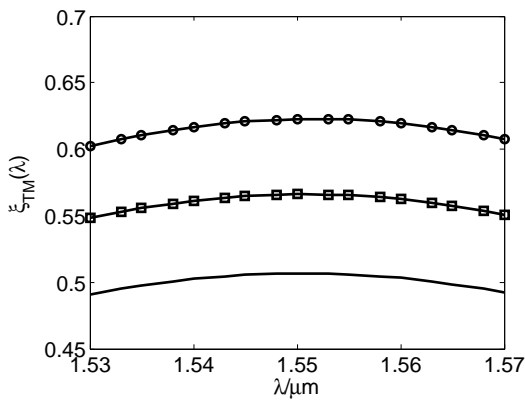


lenlänge zeigt Abbildung 4.9. Innerhalb des Wellenlängenintervalls von 40nm um die Filtermittenwellenlänge herum variiert die Kopplungseffizienz um weniger als 4%. Das gewählte Wellenlängenintervall ist mit 40nm wesentlich größer als die Bandbreiten der in dieser Arbeit untersuchten Filter, die allesamt im Subnanometerbereich liegen. Deshalb kann für die Berechnung des Frequenzgangs, bei vernachlässigbarem Fehler, die Leistung und damit die Amplitude der Moden im Filmwellenleiter als wellenlängenunabhängig betrachtet werden. Dies gilt jedoch nicht für die Ausbreitungsrichtung der Moden im Filmwellenleiter, die sich innerhalb des für die Frequenzgangberechnung relevanten Wellenlängenbereichs nach (4.39) wesentlich ändert.

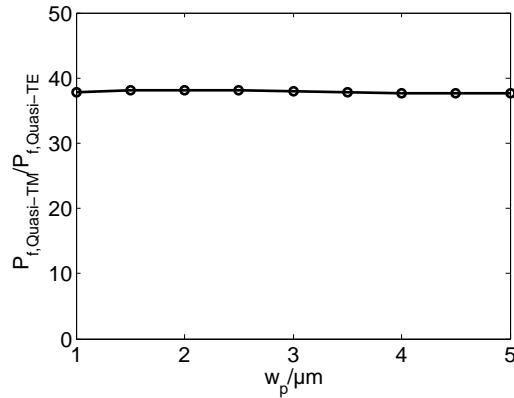
Für die Quasi-TE Mode wurden für die beschriebenen Gittergeometrien die gleichen Berechnungen wie für die Quasi-TM Mode durchgeführt. Die Ergebnisse sind im Verlauf ähnlich den vorgestellten für die Quasi-TM Mode. Jedoch ergeben sich quantitative Unterschiede. Bei gleicher Gitterlinienlänge, gleicher Gitterhöhe und gleicher Eingangsleistung  $P_e$  am Gitteranfang erhält man für die Quasi-TE Mode eine wesentlich geringere im Filmwellenleiter geführte Leistung als bei der Quasi-TM Mode. Für ein Gitter bestehend aus 100 Gitterlinien wurde für die Gitterhöhe  $h_g = 0,10\mu\text{m}$  die Gesamtleistung der Felder  $P_{f, \text{Quasi-TM}} = P_{f\text{TM}} + P_{f\text{TE}}$  im Filmwellenleiter für eine einfallende Quasi-TM Mode für verschiedene Gitterlinienlängen berechnet. Analog dazu wurde die Gesamtleistung  $P_{f, \text{Quasi-TE}}$  für eine einfallende Quasi-TE Mode gleicher Leistung durchgeführt. Das Verhältnis der beiden Leistungen  $\frac{P_{f, \text{Quasi-TM}}}{P_{f, \text{Quasi-TE}}}$  ist in Abbildung 4.10 dargestellt. Die Kopplung zum Filmwellenleiter ist für die gleiche Gitterhöhe und die gleiche Gitterlinienlänge deutlich größer bei einfallender Quasi-TM Mode, unabhängig von der Gitterlinienlänge. Die Ursache hierfür ist das unterschiedliche Modenbild der Quasi-TE und der Quasi-TM Mode. Das den Feldern im Filmwellenleiter zugeordnete Hertzsche Vektorpotential berechnet sich nach (4.36). Die Größe des Produkts aus Greenscher Funktion  $\underline{G}_{d\text{TE}/\text{M}}$  und der Feldverteilung  $\vec{E}_p$  der Mode im Primärwellenleiter bestimmt die Stärke der Kopplung zum Filmwellenleiter. Die dominierende Komponente des Tensors  $\underline{G}_{d\text{TE}}$  ist die Komponente  $G_{dxx\text{TE}}$  und  $G_{dzz\text{TM}}$  dominiert bei  $\underline{G}_{d\text{TM}}$ . Die dominierende Feldkomponente bei der Quasi-TE Mode ist die y-Komponente und bei der Quasi-TM Mode dominiert die z-Komponente. Nur bei der Kopplung zwischen der Quasi-TM Mode und der TM-Mode im Filmwellenleiter wird die dominierende Tensorkomponente mit der dominierenden Feldkomponente multipliziert. Deshalb ist für diesen Fall die Kopplung am größten. Diese Eigenschaft ist charakteristisch für die Kopplung zwischen dem Primär- und Filmwellenleiter und nicht an die im Beispiel gewählte Dimensionierung gebunden. Die Kopplungseffizienz ist zudem bei identischer Gittergeometrie für eine einfallende Quasi-TE Mode ebenfalls schlechter als für eine einfallende Quasi-TM Mode. Im Hinblick auf die Filterrealisierung ist im Sinne maximaler Leistungsübertragung bei der Mittenwellenlänge das Gitter für die Quasi-TM Mode abzustimmen.



## 4.1 KOPPLUNG ZWISCHEN PRIMÄRWELLENLEITER UND FILMWELLENLEITER



**Abb. 4.9:** Wellenlängenabhängigkeit der Kopplungseffizienz zwischen der Quasi-TM Mode und der TM-Mode im Filmwellenleiter für eine Gitterhöhe von  $0, 10\mu\text{m}$ ,  $0, 15\mu\text{m}$ (□),  $0, 20\mu\text{m}$ (○)



**Abb. 4.10:** Verhältnis der Gesamtleistung im Filmwellenleiter bei einfallender Quasi-TM und einfallender Quasi-TE Mode für  $h_g = 0, 10\mu\text{m}$

### 4.1.4 Zusammenfassung

In diesem Abschnitt wurde die Kopplung zwischen dem Primär- und dem Filmwellenleiter untersucht. Die Berechnung der Kopplung mit numerischen Methoden ist aufgrund der im Vergleich zur Wellenlänge großen Bauelementeabmessungen und der damit verbundenen Rechenzeit und der Speicheranforderung nicht möglich. Aus diesem Grund wurde ein semi-analytisches Verfahren zur Berechnung der nötigen Felder verwendet. Wie beschrieben, kann die Berechnung der Felder im Gitterbereich des Primärwellenleiters allgemein als Integralgleichungsproblem formuliert werden. Für die in dieser Arbeit betrachteten, im Vergleich zur Wellenlänge langen Gitter kann das Integralgleichungsproblem mit geeigneten Annahmen auf einen handhabbaren Ausdruck reduziert werden. Bei der Herleitung dieses Ausdrucks konnte gezeigt werden, dass eine auf das Gitter einfallende Quasi-TE oder Quasi-TM Mode im Filmwellenleiter geführte, TE- und TM-polarisierte Felder mit ebenen Phasenfronten erzeugt. Die Ausbreitungsrichtung der Felder im Filmwellenleiter wurde allgemein in Abhängigkeit von der Wellenlänge, der Gitterperiode, der Brechzahlprofile und der Wellenleiterabmessungen berechnet. Aus der Forderung nach maximaler Kopplung bei der Filtermitwellenlänge ergibt sich eine Bedingung für den Gitterwinkel. Die Kopplung kann jedoch nur zwischen je einer Mode im Primär- und einer Mode im Filmwellenleiter maximiert werden. Unter der Voraussetzung, dass die Wellenleiter im interessierenden Wellenlängenbereich nur die Grundmode führen, d. h. die Quasi-TE und die Quasi-TM Mode im Primärwellenleiter sowie die TM- und TE-Mode im Filmwellenleiter, ergeben sich damit vier mögliche Kombinationen. Bei gleicher Gitterhöhe und gleicher Gitterlinienlänge unterscheidet sich die Kopplung jedoch erheblich zwischen den vier Fällen, wobei die maximale Kopplung zwischen der Quasi-TM Mode des Primärwellenleiters und der TM-Mode im Filmwellenleiter auftritt und wesentlich stärker ist, als die Kopplung in den anderen Fällen. Die Ursache hierfür ist die unterschiedliche

Feldverteilung der Moden. Denn maßgeblich für die Kopplung ist der Wert des Überlappintegrals über den Gitterlinienquerschnitt aus dem elektrischen Feld der Mode im Primärwellenleiter und dem Residuenbeitrag der Greenschen Funktion des Filmwellenleiters bei der TE- und TM-Mode. Dieses Integral liefert für die Kombination Quasi-TM Mode und TM-Mode im Filmwellenleiter den größten Wert. Da die Unterschiede in den Feldverteilungen der Moden in den verschiedenen Polarisierungen von einer speziellen Dimensionierung weitgehend unabhängig sind, kann die Polarisationsabhängigkeit der Kopplung zwischen dem Primär- und dem Filmwellenleiter nicht durch eine spezielle Dimensionierung eliminiert werden. Um eine möglichst hohe Leistungsübertragung bei der Filtermittenwellenlänge zu erreichen, muss das Gitter für maximale Kopplung zwischen der Quasi-TM Mode im Primär- und der TM-Mode im Filmwellenleiter ausgelegt werden. Die nötige Gitterperiode bestimmt sich dann nach (4.28) und der Gitterwinkel nach (4.40), wobei für die mittlere Modenbrechzahl  $\bar{n}_{ep}$  bzw. die Phasenkonstante  $\bar{\beta}_p$  der Wert für die Quasi-TM Mode und für  $\beta_f$  die Phasenkonstante der TM-Filmmode einzusetzen ist. Die Gitterlänge bestimmt sich, im Vorgriff auf die Ergebnisse der Frequenzgangberechnung und des Filterentwurfs, aus der Filterbandbreite. Um bei gegebener Gitterlänge bei der Filtermittenwellenlänge eine möglichst große Leistungsübertragung zwischen Filtereingang und Filterausgang zu erzielen, muss ein möglichst großer Teil der Eingangsleistung in den Filmwellenleiter übertragen werden, die Kopplungseffizienz zwischen dem Primär- und dem Filmwellenleiter also möglichst groß sein. Diese steigt bei gegebener Wellenleitergeometrie mit zunehmender Gitterlinienlänge bis zu einem nur durch die Gitterhöhe begrenzten Maximalwert an, der ab einer Gitterlinienlänge  $w_{psat}$  erreicht wird. Unabhängig von der letztlich verwendeten Gitterhöhe sollte deshalb die Länge der Gitterlinien größer oder gleich  $w_{psat}$  gewählt werden. Bei Abweichungen der Wellenlänge von der Filtermittenwellenlänge ändert sich die Ausbreitungsrichtung und das Verhältnis zwischen der in den Filmwellenleiter übertragenen Leistung und der Eingangsleistung. Jedoch hängen beide Effekte stark unterschiedlich von der Wellenlänge ab. Für den in DWDM Systemen zu erwartenden Wellenlängenbereich um die Filtermittenwellenlänge kann die in den Filmwellenleiter übertragene Leistung, nicht jedoch die Ausbreitungsrichtung der Felder im Filmwellenleiter, als konstant betrachtet werden.

Aufgrund der in diesem Kapitel beschriebenen Ergebnisse werden für die weitere Berechnung folgende Einschränkungen getroffen:

- Das Primärgitter - der Gitterwinkel und die Gitterperiode - wird für maximale Kopplung zwischen der Quasi-TM Mode des Primärwellenleiters und der TM-Mode des Filmwellenleiters ausgelegt
- Die Gitterlinienlänge wird gleich der maximal wirksamen Gitterlinienlänge  $w_{psat}$  gewählt

## 4.2 KOPPLUNG ZWISCHEN FILMWELLENLEITER UND SEKUNDÄRWELLENLEITER

Im vorigen Abschnitt wurde die Kopplung zwischen dem Primärwellenleiter und dem Filmwellenleiter untersucht. Die aufgrund der Kopplung im Filmwellenleiter angeregten Felder breiten sich in Richtung des Sekundärwellenleiters aus. Ziel dieses Abschnitts ist die Berechnung der Kopplung dieser Felder zu den im Sekundärwellenleiter geführten Feldern.

Ein Ergebnis der Untersuchung der Kopplung zwischen dem Primär- und dem Filmwellenleiter ist, dass die Kopplung zwischen der Quasi-TM Mode des Primärwellenleiters und der TM-Mode des Filmwellenleiters am stärksten ausgeprägt ist. Im Sinne möglichst hoher Leistungsübertragung des Filters wird deshalb die Geometrie des Primärgitters für die Quasi-TM Mode optimiert, d. h. die Gitterperiode wird gleich der Wellenlänge der Quasi-TM Mode im Primärwellenleiter gewählt und der Gitterwinkel wird nach (4.40) bestimmt, wobei für  $\beta_p$  die mittlere Phasenkonstante der Quasi-TM Mode einzusetzen ist. Die Untersuchung der Kopplung zwischen dem Primär- und dem Filmwellenleiter ergab zudem, dass bei einfallender Quasi-TM Mode der allergrößte Teil der im Filmwellenleiter geführten Leistung auf den TM-polarisierten Anteil entfällt. Für die Berechnung der Kopplung zwischen dem Film- und dem Sekundärwellenleiter wird zunächst von diesem dominierenden TM-polarisierten Anteil im Filmwellenleiter ausgegangen und die Kopplung zur Quasi-TM Mode des Sekundärwellenleiters berechnet. Ferner wird vorausgesetzt, dass der Primär- und der Sekundärwellenleiter das selbe Brechzahlprofil aufweisen und die Gitterlinienlänge in beiden Gittern übereinstimmt und gleich der maximal wirksamen Gitterlinienlänge  $w_{psat}$  ist. Der in Kapitel 2 beschriebene Fall des Sekundärgitters mit variierender Gitterlinienlänge wird gesondert behandelt. Für die weitere Berechnung wird für die Länge  $L_s = N_s \Lambda$  des im Bereich  $0 \leq x \leq L_s$  aus  $N_s$  Gitterlinien bestehenden Sekundärgitters die Bedingung  $L_s \leq L_p$  vorausgesetzt, d. h. das Sekundärgitter ist höchstens so lang wie das Primärgitter.

Das auf das Sekundärgitter treffende Feld im Filmwellenleiter ist durch (4.41) gegeben. Das Brechzahlprofil des Filmwellenleiters wird durch das Sekundärgitter sowie den Wellenleiterkern des Sekundärwellenleiters gestört. Im Volumen der Brechzahlstörung wird deshalb durch das einfallende Feld eine Zusatzpolarisation erzeugt. Von den Feldern, die von der Zusatzpolarisation erzeugt werden, ist für die Berechnung des Frequenzgangs nur der im Sekundärwellenleiter geführte Anteil von Bedeutung. Dieser berechnet sich allein aus der in den Gitterlinien des Sekundärgitters erzeugten Zusatzpolarisation, denn die im Wellenleiterkern erzeugte Zusatzpolarisation ist Quelle der am Sekundärwellenleiter reflektierten und transmittierten Filmmoden. Die Reflexion am Wellenleiterkern ist bei den verwendeten Abmessungen und Brechzahlen des Wellenleiterkerns klein und wird im weiteren vernachlässigt. Mit den gleichen Annahmen wie im Abschnitt 4.1.1 ergibt sich die Zusatzpolarisation in den Gitterlinien zu

$$\mathbf{P}_z(\mathbf{r}) = \epsilon_0(\epsilon_{rF}(\mathbf{r}) - \epsilon_{rF0}(z))\mathbf{E}_{fTM}(\mathbf{r}) \quad \mathbf{r} \in V_s, \quad (4.51)$$

#### 4 FREQUENZGANG DES FILTERS

mit dem einfallenden Feld  $\mathbf{E}_{fTM}$  nach (4.41), dem mit  $\epsilon_{rF}$  bezeichneten Brechzahlprofil des gestörten Filmwellenleiters und dem mit  $V_s$  bezeichneten Volumen der Gitterlinien des Sekundärgitters. Das Brechzahlprofil des ungestörten Filmwellenleiters ist mit  $\epsilon_{rF0}$  bezeichnet. Die von der Zusatzpolarisation  $\mathbf{P}_z$  insgesamt im Sekundärwellenleiter erzeugte Wellenleitermode hat die Amplitude [12]

$$B^\mp = \frac{-j\omega \int_{V_s} \mathbf{P}_z(\mathbf{r}) \bar{\mathbf{E}}_s^\pm(\mathbf{r}) dV}{2 \int_{A_Q} \bar{\mathbf{E}}_s(\mathbf{r}_t) \times \bar{\mathbf{H}}_s(\mathbf{r}_t) \mathbf{e}_x dy dz} \quad (4.52)$$

wobei  $\bar{\mathbf{E}}_s^\pm$  die Feldverteilung der Mode im Sekundärwellenleiter im Gitterbereich mit der Ausbreitungsrichtung  $\pm x$  und  $A_Q$  den Wellenleiterquerschnitt beschreibt. Für die Feldverteilung der Mode im Gitterbereich wird wie für den Primärwellenleiter

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{E}}_s^\pm(\mathbf{r}) &= \bar{\mathbf{E}}_s^\pm(\mathbf{r}_t) e^{\mp \gamma_s x} \\ \bar{\mathbf{H}}_s^\pm(\mathbf{r}) &= \bar{\mathbf{H}}_s^\pm(\mathbf{r}_t) e^{\mp \gamma_s x} \\ \gamma_s &= \frac{\alpha_s}{2} + j\bar{\beta}_s \end{aligned} \quad (4.53)$$

gesetzt. Die Feldverteilungen  $\bar{\mathbf{E}}_s$ ,  $\bar{\mathbf{H}}_s$  sowie die Phasenkonstante  $\bar{\beta}_s$  sind dabei Lösungen der Helmholtzgleichung für das über eine Gitterperiode gemittelte Brechzahlprofil. Für den vorerst betrachteten Fall der identischen Geometrie von Primär- und Sekundärwellenleiter, sowie identischer Gitterlinienlänge in beiden Gittern, gilt für die Ausbreitungsconstanten  $\gamma_s = \gamma_p$ . Die Feldverteilungen  $\bar{\mathbf{E}}_s$  und  $\bar{\mathbf{H}}_s$  sind wie die Felder  $\bar{\mathbf{E}}_p$  und  $\bar{\mathbf{H}}_p$  auf die Leistung  $P_0$  normiert, so dass nach (3.23) und (3.24)

$$P_s = \frac{1}{2} \text{Re} \int_{A_Q} \bar{\mathbf{E}}_s(\mathbf{r}_t) \times \bar{\mathbf{H}}_s^*(\mathbf{r}_t) \mathbf{e}_x dy dz = P_0 \quad (4.54)$$

gilt. Für die in Abbildung 4.11 dargestellte Geometrie des Sekundärgitters ergibt sich

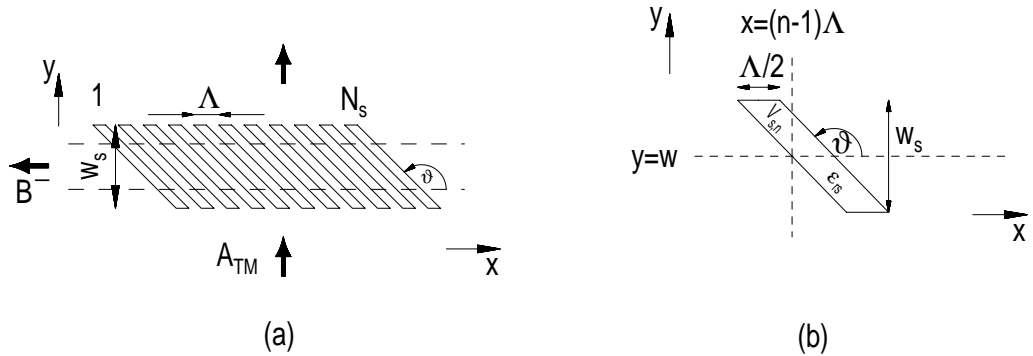


Abb. 4.11: Schematische Darstellung des Sekundärgitters und Lage der Gitterlinie  $n$ .

die Amplitude der Quasi-TM Mode mit Ausbreitung in negativer  $x$ -Richtung zu

## 4.2 KOPPLUNG ZWISCHEN FILMWELLENLEITER UND SEKUNDÄRWELLENLEITER

$$(y_{1,2} = w \mp \frac{w_s}{2})$$

$$B^- = j \frac{1 + e^{-(\gamma_s + \gamma_p) \frac{\Lambda}{2}}}{2(\gamma_s + \gamma_p - j \frac{2\pi}{\Lambda})} A_{TM} e^{(\gamma_s + \gamma_p - j \frac{2\pi}{\Lambda}) \frac{w}{\tan \vartheta}} \kappa \sum_{n=0}^{N_s-1} e^{-(\gamma_s + \gamma_p) n \Lambda}$$

$$\kappa = \frac{\omega \epsilon_0 (\epsilon_{rf} - \epsilon_{rs}) \int_0^{h_g} \int_{y_1}^{y_2} \mathbf{E}_{TM}(z) \bar{\mathbf{E}}_s^+(\mathbf{r}_t) e^{-(\gamma_s + \gamma_p - j \frac{2\pi}{\Lambda} + j \beta_{fyTM} \tan \vartheta) \frac{y}{\tan \vartheta}} dy dz}{\int_{A_Q} \bar{\mathbf{E}}_s(\mathbf{r}_t) \times \bar{\mathbf{H}}_s(\mathbf{r}_t) e_x dy dz}$$

Die Amplitude der durch das gesamte Gitter aus dem einfallenden Feld erzeugten Mode ergibt sich also als Summe der Beiträge der einzelnen Gitterlinien.

Die Wellenlängenabhängigkeit des Ausdrucks für die Modenamplitude  $B^-$  ist in erster Linie durch die Wellenlängenabhängigkeit der Summe gegeben. Bei der Filtermittenwellenlänge  $\lambda_m$  hat die Summe, aufgrund der Beziehung  $\gamma_s + \gamma_p = \alpha_p + j2\beta_p$ , ihren Maximalwert. Anschaulich bedeutet dies, dass bei Mittenwellenlänge die Beiträge der einzelnen Gitterlinien zum Gesamtfeld alle in Phase sind und somit die Modenamplitude am Gitterende ihren Maximalwert erreicht. Damit die Modenamplitude insgesamt bei der Mittenwellenlänge einen möglichst großen Betrag annimmt, muss durch die Wahl des Gitterwinkels  $\vartheta$  des Sekundärgitters sichergestellt werden, dass der Kopplungsfaktor  $\kappa$  bei  $\lambda_m$  ebenfalls maximal wird. Das Integral im Zähler von  $\kappa$  enthält das Produkt der elektrischen Felder der TM-Mode im Filmwellenleiter und der Quasi-TM Mode im Sekundärwellenleiter, die im Vergleich zu dem Faktor

$e^{-(\gamma_s + \gamma_p - j \frac{2\pi}{\Lambda} + j \beta_{fyTM} \tan \vartheta) \frac{y}{\tan \vartheta}}$  langsam mit  $y$  variieren. Solange der Imaginärteil des Arguments dieser Exponentialfunktion nicht verschwindet, führt dies zu oszillierendem Verhalten des Integranden mit  $y$  im Integrationsgebiet und dadurch kleinem  $\kappa$ . Den größten Wert von  $\kappa$  erhält man bei verschwindendem Argument des Imaginärteils der Exponentialfunktion. Dieser Fall soll bei der Mittenwellenlänge  $\lambda_m$  auftreten und führt zu der Bestimmungsgleichung für den optimalen Gitterwinkel im Sekundärgitter. Aus der Forderung

$$\text{Im} \left( \gamma_s + \gamma_p - j \frac{2\pi}{\Lambda} + j \beta_{fyTM} \tan \vartheta \right) \Big|_{\lambda=\lambda_m} = 0$$

folgt dieser zu

$$\vartheta = \pi - \arctan \frac{\bar{\beta}_p}{\beta_{fTM}} \Big|_{\lambda_m} = \pi - \psi. \quad (4.55)$$

Die Variation des Realteils des Arguments der Exponentialfunktion hingegen ist im Integrationsgebiet vernachlässigbar, so dass im weiteren Fortgang der Realteil des Arguments durch seinen Wert an der Mitte des Integrationsintervalls  $y = w$  ersetzt wird.

#### 4 FREQUENZGANG DES FILTERS

Damit erhält man

$$\begin{aligned}
 B^- &= CA_{TM} \kappa(w_s) e^{j(\bar{\beta}_p + \bar{\beta}_s) \frac{w}{\tan \vartheta}} \sum_{n=0}^{N_s-1} e^{-\left(\frac{\alpha_p + \alpha_s}{2} + j(\bar{\beta}_p + \bar{\beta}_s)\right) n \Lambda} \\
 \kappa(w_s) &= \frac{\omega \epsilon_0 (\epsilon_{rf} - \epsilon_{rs}) \int_0^{h_g} \int_{w-\frac{w_s}{2}}^{w+\frac{w_s}{2}} \mathbf{E}_{TM}(z) \bar{\mathbf{E}}_s^+(\mathbf{r}_t) e^{-j(\beta_{ryTM} \tan \vartheta + \bar{\beta}_p + \bar{\beta}_s - \frac{2\pi}{\Lambda}) \frac{y}{\tan \vartheta}} dy dz}{\int_{A_Q} \bar{\mathbf{E}}_s(\mathbf{r}_t) \times \bar{\mathbf{H}}_s(\mathbf{r}_t) \mathbf{e}_x dy dz} \\
 C &= j \frac{1 + e^{-(\gamma_s + \gamma_p) \frac{\Lambda}{2}}}{2(\gamma_s + \gamma_p - j \frac{2\pi}{\Lambda})} e^{-j \frac{2\pi w}{\Lambda \tan \vartheta}}
 \end{aligned} \tag{4.56}$$

Für DWDM Systeme kann die Wellenlängenabhängigkeit der mittleren Modenbrechzahl aufgrund von (4.27) vernachlässigt werden, womit

$$\bar{\beta}_p \Lambda = \frac{2\pi \bar{n}_{ep}(\lambda)}{\lambda} \frac{\lambda_m}{\bar{n}_{ep}(\lambda_m)} \simeq 2\pi \frac{\lambda_m}{\lambda} = 2\pi \frac{f}{f_m} \tag{4.57}$$

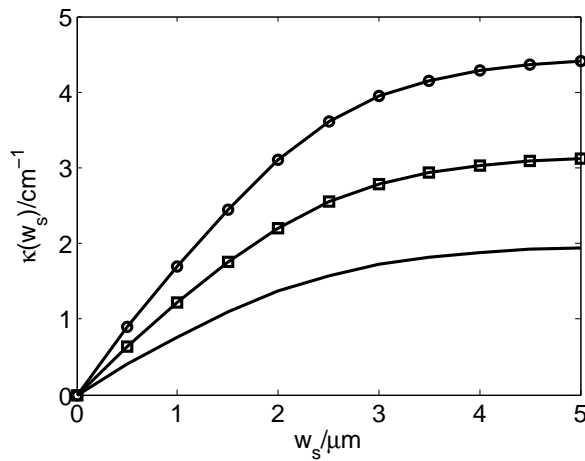
geschrieben werden kann und  $f_m = \frac{c_0}{\lambda_m}$  die Mittenfrequenz des Bandpassfilters bezeichnet. Der Frequenzgang des Filters ist durch das Verhältnis der Modenamplituden am Filterausgang und Filtereingang gegeben. Nachdem bei der Berechnung der Kopplung zwischen dem Primär- und dem Filmwellenleiter die Modenamplitude der Quasi-TM Mode am Filtereingang zu 1 gewählt wurde, ist der gesuchte Frequenzgang  $H$  mit der Modenamplitude  $B^-$  im Sekundärwellenleiter identisch. Für die obigen Ausdrücke erhält man unter Berücksichtigung von  $\gamma_s = \gamma_p$  schließlich

$$\begin{aligned}
 H(f) = B^- &= CA_{TM} \kappa(w_s) e^{-j2\pi \frac{f}{f_m} c_g} e^{-\alpha_p \Lambda \frac{N_s-1}{2}} \frac{\sin \left[ 2\pi N_s \frac{f}{f_m} - j\alpha_p \frac{N_s \Lambda}{2} \right]}{\sin \left[ 2\pi \frac{f}{f_m} - j\alpha_p \frac{\Lambda}{2} \right]} \\
 c_g &= N_s - 1 - \frac{2w}{\Lambda \tan \vartheta} .
 \end{aligned} \tag{4.58}$$

Der Frequenzgang  $H$  beschreibt die Übertragung vom Filtereingang zum Filterausgang für die Quasi-TM Mode und hat die Gestalt einer Bandpassübertragungsfunktion.

Der Kopplungsfaktor  $\kappa$  kann durch Variation der Gitterhöhe und der Gitterlinienlänge verändert werden. Zur Veranschaulichung wurde der Kopplungsfaktor gemäß (4.56) mit den Daten des Beispiels in Abschnitt 4.1.3 für verschiedene Gitterhöhen berechnet. Die Quasi-TM Mode wurde für eine Leistung von  $P_s = 1W$  nach (4.54) und die TM-Mode im Filmwellenleiter für eine Leistung je Längeneinheit von  $P' = 1 \frac{W}{m}$  nach (4.42) normiert. Das Ergebnis dieser Berechnung zeigt die Abbildung 4.12. Der Kopplungsfaktor wächst mit zunehmender Gitterlinienlänge bis zu einem Maximalwert an. Die Sättigung zu hohen Gitterlinienlängen resultiert aus der begrenzten Ausdehnung der Intensität der Mode im Wellenleiterquerschnitt. Dieser Effekt ergibt sich genauso bei der Kopplung zwischen dem Primär- und dem Filmwellenleiter. Die in Abschnitt 4.1.3

## 4.2 KOPPLUNG ZWISCHEN FILMWELLENLEITER UND SEKUNDÄRWELLENLEITER



**Abb. 4.12:** Kopplungsfaktor  $\kappa$  zwischen der TM-Filmmode und der Quasi-TM Mode im Sekundärwellenleiter für eine Gitterhöhe von 0,  $10\mu\text{m}$ ,  $15\mu\text{m}$  ( $\square$ ),  $20\mu\text{m}$  ( $\circ$ )

für das Primärgitter definierte maximal wirksame Gitterlinienlänge  $w_{\text{psat}}$  ist auch die für die Kopplung zwischen Film- und Sekundärwellenleiter maximal wirksame Gitterlinienlänge. Eine Erhöhung des maximalen Kopplungsfaktors erhält man durch die Verwendung eines höheren Gitters.

Die Kopplung zur Quasi-TM Mode mit der Ausbreitungsrichtung gleich der positiven  $x$ -Richtung kann analog berechnet werden. Für den Kopplungsfaktor erhält man einen Ausdruck ähnlich zu dem in (4.56) mit  $\mathbf{E}_s^+$  ersetzt durch  $\mathbf{E}_s^-$  und als Argument der Exponentialfunktion  $(\beta_{\text{yTM}} \tan \vartheta - \frac{2\pi}{\lambda}) \frac{y}{\tan \vartheta}$ . Für den nach (4.55) bestimmten Gitterwinkel erhält man in dem für die Filteranwendung relevanten Wellenlängenbereich um die Mittenwellenlänge herum einen stark mit  $y$  oszillierenden Integranden, mit der Folge, dass der Kopplungsfaktor und damit die Kopplung insgesamt verschwindend klein ist und im Folgenden nicht weiter berücksichtigt wird.

Analog zur Situation bei der Kopplung zwischen dem Primär- und dem Filmwellenleiter kann der Gitterwinkel nach (4.55) auch im Sekundärgitter nur für eine maximale Kopplung zwischen je einer Mode im Filmwellenleiter und einer Mode im Sekundärwellenleiter eingestellt werden. Der Grund hierfür sind die verschiedenen Phasenkonstanten der unterschiedlich polarisierten Moden. Es zeigt sich jedoch, dass selbst der maximal erreichbare Kopplungsfaktor, d. h. der Kopplungsfaktor bei optimalem Gitterwinkel, zwischen der TM-Mode im Filmwellenleiter und der Quasi-TM Mode im Sekundärwellenleiter stets deutlich größer ist als zwischen der TM-Mode und der Quasi-TE Mode. Diese schon bei der Kopplung zwischen Primär- und Filmwellenleiter beobachtete starke Polarisationsabhängigkeit zugunsten der Quasi-TM bzw. TM-Mode findet sich bei der Kopplung zwischen Film- und Sekundärwellenleiter in gleicher Form wieder. Dies liegt an der unterschiedlichen Gestalt der elektrischen Felder der Moden, wodurch das für die Berechnung des Kopplungsfaktors maßgebliche Produkt der elektrischen Felder in der Kombination TM-Filmmode und Quasi-TM Mode

im Sekundärgitter deutlich größer ist als für die Kombination TM-Mode im Filmwellenleiter und Quasi-TE Mode im Sekundärwellenleiter. Anhand der Feldverteilungen des in Abschnitt 3.4 berechneten Beispiels kann dieser Zusammenhang anschaulich nachvollzogen werden. Die unterschiedliche Gestalt der Feldverteilungen für die verschiedenen Polarisierungen der Wellenleitermoden ist charakteristisch für die Wellenleiter und nicht an eine spezielle Dimensionierung geknüpft. Aus diesem Grund kann die Polarisationsabhängigkeit nicht durch spezielle Dimensionierung eliminiert werden. Das Sekundärgitter muss deshalb im Sinne maximaler Leistungsübertragung für die Wechselwirkung zwischen der TM-Mode im Filmwellenleiter und der Quasi-TE Mode im Sekundärwellenleiter optimiert werden. Die Kopplung zwischen der TM-Mode im Filmwellenleiter und der Quasi-TE Mode im Sekundärgitter kann dann vernachlässigt werden.

Die Beiträge der TE-polarisierten Moden im Filmwellenleiter zum Gesamtfeld im Sekundärwellenleiter sind noch deutlich kleiner als jene der TM-polarisierten Moden im Filmwellenleiter zu den Quasi-TE polarisierten Moden im Sekundärwellenleiter und werden ebenfalls vernachlässigt. Dies ist zulässig, da die TE-polarisierten Felder im Filmwellenleiter wesentlich weniger Leistung führen als die TM-polarisierten Felder und zudem die Kopplungsfaktoren zu den Moden des Sekundärwellenleiters kleiner sind als der Kopplungsfaktor zwischen der TM-Mode im Filmwellenleiter und der Quasi-TE Mode des Sekundärwellenleiters.

Im folgenden wird unter Vernachlässigung der beschriebenen kleinen Anteile unter der Übertragungsfunktion der Zusammenhang (4.58) zwischen der Amplitude der Quasi-TE Mode am Eingang des Primär- und am Ausgang des Sekundärwellenleiters verstanden.

### 4.3 FREQUENZGANG FÜR AKTIVE FILTER MIT INHOMOGENEM SEKUNDÄRGITTER

In den vorangegangenen beiden Abschnitten wurde der Frequenzgang (4.58) für passive Wellenleiterstrukturen ermittelt. Aktive Wellenleiter liefern eine optische Verstärkung, die durch den effektiven Gewinn  $g_N$  beschrieben wird. Breitet sich eine Wellenleitermode mit der Modenleistung  $P(x)$  in einem aktiven Wellenleiter mit dem effektiven Gewinn  $g_N$  aus, hat sich die Modenleistung nach der Strecke  $\delta x$  durch die optische Verstärkung auf die Leistung  $P(x + \delta x) = P(x)e^{g_N \delta x}$  vergrößert. Der effektive Gewinn gibt also den relativen differentiellen Leistungszuwachs  $g_N = \frac{1}{P} \frac{dP}{dx}$  an, den eine Wellenleitermode bei der Ausbreitung im aktiven Wellenleiter erfährt. Für die Realisierung aktiver Filter wird der Primär- und der Sekundärwellenleiter jeweils als aktiver optische Wellenleiter ausgeführt. Der effektive Gewinn wird im Primärwellenleiter mit  $g_{Np}$  und im Sekundärwellenleiter mit  $g_{Ns}$  bezeichnet. Bei vorhandenem Gewinn  $g_{Np}$  im Primärwellenleiter führt nun das Gitter nicht mehr zur Dämpfung  $\alpha_p$ , sondern zur um den Gewinn verminderten Dämpfung  $\alpha_p - g_{Np}$ . Für den Sekundärwellenleiter gilt entsprechendes. Die bisher ermittelten Ergebnisse bleiben deshalb gültig, sofern  $\alpha_p$  durch  $\alpha_p - g_{Np}$  und analog dazu  $\alpha_s$  durch  $\alpha_s - g_{Ns}$  ersetzt wird.



### 4.3 FREQUENZGANG FÜR AKTIVE FILTER MIT INHOMOGENEM SEKUNDÄRGITTER

Für den bisher behandelten Fall identischer Wellenleitergeometrien des Primär- und des Sekundärwellenleiters, sowie gleicher Gitterlinienlänge in beiden Gittern, wird zunächst auch die Gleichheit des effektiven Gewinns in beiden Wellenleitern vorausgesetzt, d. h.  $g_{N_p} = g_{N_s}$ . Dann ergibt sich der Frequenzgang aus (4.58) durch die Substitution von  $\alpha_p$  mit  $\alpha_p - g_{N_p}$  zu

$$H(f) = CA_{TM} \kappa(w_s) e^{-j2\pi \frac{f}{f_m} c_g} e^{-(\alpha_p - g_{N_p}) \Lambda \frac{N_s - 1}{2}} \frac{\sin \left[ 2\pi N_s \frac{f}{f_m} - j(\alpha_p - g_{N_p}) \frac{N_s \Lambda}{2} \right]}{\sin \left[ 2\pi \frac{f}{f_m} - j(\alpha_p - g_{N_p}) \frac{\Lambda}{2} \right]} \quad (4.59)$$

Um den Einfluss der Verstärkung auf den Frequenzgang zu veranschaulichen ist in Abbildung 4.13 der normierte Frequenzgang  $\left| \frac{H(f)}{H(f_m)} \right|$  für  $N_s = 1000$ , für zwei unterschiedliche Fälle,  $(\alpha_p - g_{N_p}) N_s \Lambda = 0; 1, 0$ , über der normierten Frequenz  $\nu = \frac{f - f_m}{f_m}$  aufgetragen. Anhand der Abbildung erkennt man, dass die Größe der Verstärkung

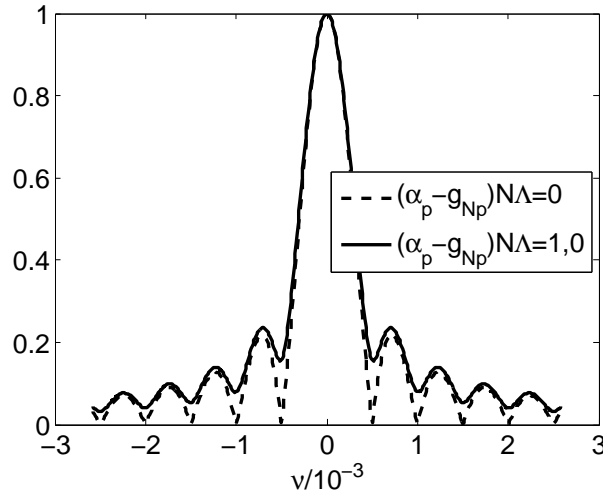


Abb. 4.13: Normierter Frequenzgang für  $(\alpha_p - g_{N_p}) N_s \Lambda = 0; 1, 0$

die Form des Frequenzgangs beeinflusst. Beste Ergebnisse für die Form erhält man für  $\alpha_p = g_{N_p}$ , wenn der eingebrachte Gewinn gerade die Gitterdämpfung kompensiert. In allen anderen Fällen treten keine reellen Nullstellen des Frequenzgangs auf, wodurch sich die Nebenzipfelunterdrückung und die Form insgesamt verschlechtert. Der optimale Gewinn ist deshalb durch die Bedingung  $\alpha_p = g_{N_p}$  gegeben.

Der Frequenzgang wird nun erweitert für Sekundärgitter mit variierender Länge der Gitterlinien. Durch die Variation der Gitterlinienlängen können die Eigenschaften des Frequenzgangs im Vergleich zum Gitter mit konstanter Gitterlinienlänge verbessert werden. Ausgangspunkt ist Gleichung (4.56). Für variable Gitterlinienlängen  $w_s$  im

#### 4 FREQUENZGANG DES FILTERS

Sekundärgitter nimmt diese die Form

$$B^- = A_{TM} \sum_{n=0}^{N_s-1} \kappa(w_{sn}) e^{j(\bar{\beta}_p + \bar{\beta}_s) \frac{w}{\tan \vartheta}} j \frac{1 + e^{-(\gamma_s + \gamma_p) \frac{\Lambda}{2}}}{2(\gamma_s + \gamma_p - j \frac{2\pi}{\Lambda})} e^{-j \frac{2\pi w}{\Lambda \tan \vartheta}} e^{-(\frac{\alpha_p + \alpha_s}{2} + j(\bar{\beta}_p + \bar{\beta}_s)) n \Lambda}$$

an. Durch Variation der Gitterlinienlängen  $w_s$  lässt sich, wie im vorangegangenen Abschnitt 4.2 gezeigt, der Kopplungsfaktor verändern. Gleichzeitig verändert sich jedoch dadurch die mittlere Phasenkonstante  $\bar{\beta}_s$  und die Dämpfung  $\alpha_s$  mit dem Ort im Sekundärgitter (siehe dazu auch das Beispiel in Abschnitt 4.1.3). Die Änderung der mittleren Phasenkonstante zerstört die Gitterperiodizität im Sekundärgitter, da die optische Weglänge  $\Lambda \bar{n}_{es}$  zwischen zwei benachbarten Gitterlinien, als Produkt der Gitterperiode und der mittleren Modenbrechzahl im Sekundärwellenleiter, nun ortsabhängig wird. Jedoch kann sowohl die Änderung der mittleren Phasenkonstante, als auch die Änderung der Dämpfung, mit dem Ort durch die Verwendung einer geeigneten Wellenleitergeometrie für den Sekundärwellenleiter kompensiert werden. Diese Wellenleitergeometrie muss folgende Eigenschaften besitzen: bei Variation der Gitterlinienlänge  $w_s$

- bleibt die mittlere Phasenkonstante im Sekundärwellenleiter unverändert gleich derjenigen des Primärwellenleiters, d. h.  $\beta_p = \bar{\beta}_s$
- kompensiert der effektive örtliche Gewinn die örtliche Dämpfung, d. h.  $g_{N_s} = \alpha_s$

Der effektive Gewinn des Primärwellenleiters wird so gewählt, dass die Dämpfung durch das Gitter im Primärwellenleiter gerade kompensiert wird, d. h.  $\alpha_p = g_{N_p}$  gilt. Unter dieser Voraussetzung ergibt sich aus (4.3) und (4.57) der Frequenzgang für aktive Filter mit inhomogenem Sekundärgitter nun zu

$$H(f) = H_0 e^{j4\pi \frac{f}{f_m} c_1} \sum_{n=0}^{N_s-1} \kappa(w_{sn}) e^{-j4\pi \frac{f}{f_m} n}$$

$$c_1 = \frac{w}{\Lambda \tan \vartheta} \tag{4.60}$$

$$H_0 = A_{TM} \frac{1 + e^{-j\bar{\beta}_p \Lambda}}{4\bar{\beta}_p - \frac{4\pi}{\Lambda}}$$

Gegenstand der folgenden Kapitel ist nun die Realisierung optischer Verstärkung in den Wellenleitern (Kapitel 5), die Bestimmung der für die Verwendung variabler Gitterlinienlängen nötigen Wellenleitergeometrie, um den Einfluss der Variation der Gitterlinienlänge auf die mittlere Phasenkonstante und die Gitterdämpfung zu kompensieren (Kapitel 6), sowie der Filterentwurf (Kapitel 7), d. h. die Bestimmung der Gitterlinienlängen des Sekundärgitters, um einen gesuchten Frequenzgang zu erhalten.

## 4.4 GREENSCHE FUNKTION FÜR DEN FILMWELLENLEITER

Die gesuchte Greensche Funktion ist die Lösung der Helmholtzgleichung

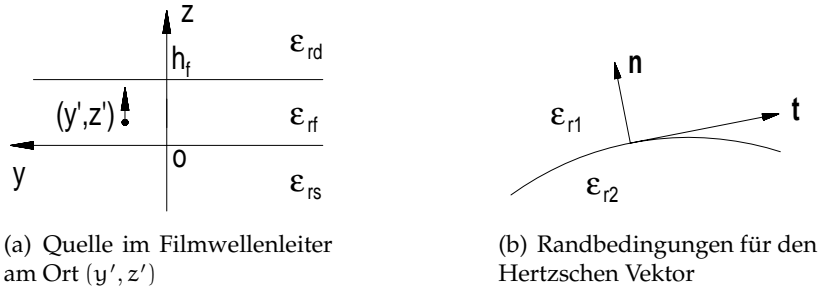
$$\nabla^2 \underline{G}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) + k_0^2 \epsilon_{rF0} \underline{G}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) = -\delta(y - y')\delta(z - z') [u(x) - u(x - L_p)] e^{-(\gamma_p - j\frac{2\pi}{\Lambda})x} \underline{\mathbf{I}} \quad (4.61)$$

für eine Quelle am Punkt  $(y', z')$  für die  $x$ -Abhängigkeit  $e^{-(\gamma_p - j\frac{2\pi}{\Lambda})x} [u(x) - u(x - L_p)]$ . Im Folgenden wird abkürzend

$$\gamma = \gamma_p - j\frac{2\pi}{\Lambda} \quad (4.62)$$

gesetzt. Zur Bestimmung der Greenschen Funktion wird nacheinander der Fall einer in  $z$ -,  $x$ - und  $y$ -Richtung orientierten Quelle betrachtet und jeweils die Lösung der Helmholtzgleichung (4.61) ermittelt. Die Kombination dieser Lösungen liefert dann die gesuchte Greensche Funktion für eine allgemein orientierte Quelle mit Komponenten in allen drei Raumrichtungen.

Zuerst wird der in Abbildung 4.14(a) dargestellte Fall einer in  $z$ -Richtung orientierten Quelle untersucht. Für diesen Fall kann die Lösung der Helmholtzgleichung aus



**Abb. 4.14:** (a) Lage der Quelle im Filmwellenleiter und (b) Randbedingungen für den elektrischen Hertzschen Vektor an der Grenze zwischen zwei homogenen Medien

dem Hertzschen Vektor mit einer alleinigen  $z$ -Komponente [13], die mit  $G_{zz}$  bezeichnet wird, berechnet werden. Die Helmholtzgleichung für diese Komponente lautet

$$\nabla^2 G_{zz}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) + k_0^2 \epsilon_{ri} G_{zz}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) = \begin{cases} -\delta(y - y')\delta(z - z') [u(x) - u(x - L_p)] e^{-\gamma x}, & i = f \\ 0, & i = s, d \end{cases} \quad (4.63)$$

Die Lösung wird zunächst mittels Fouriertransformation von (4.63) bezüglich  $x$  und  $y$  im Spektralbereich ermittelt und anschließend durch inverse Fouriertransformation in den gesuchten Ortsbereich transformiert. Die Fouriertransformierte von  $G_{zz}$  ergibt sich zu

$$\hat{G}_{zz}(\xi, \eta, z, \mathbf{r}'_t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G_{zz}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) e^{-j(\xi x + \eta y)} dx dy \quad (4.64)$$

#### 4 FREQUENZGANG DES FILTERS

und die inverse Fouriertransformierte ist über

$$G_{zz}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{G}_{zz}(\xi, \eta, z, \mathbf{r}'_t) e^{j(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta \quad (4.65)$$

definiert. Die Fouriertransformation von (4.63) liefert die Ausgangsgleichung

$$\frac{\partial^2 \hat{G}_{zz}}{\partial z^2} - p_i^2 \hat{G}_{zz} = \begin{cases} -\delta(z - z') e^{-j\eta y'} \frac{1 - e^{-(\gamma + j\xi)L_p}}{\gamma + j\xi}, & i = f \\ 0, & i = s, d \end{cases} \quad (4.66)$$

für die Bestimmung der Fouriertransformierten  $\hat{G}_{zz}$  der gesuchten Funktion  $G_{zz}$ , wobei der Zweig der Wurzel von

$$p_i = \sqrt{\eta^2 + \xi^2 - k_0^2 \epsilon_{ri}} \quad (4.67)$$

mit positivem Realteil gewählt wird, d. h. für den  $\text{Re } p_i > 0$  gilt.

Die allgemeine Lösung von (4.66) besteht aus der Summe einer partikulären Lösung für  $i = f$  und der Lösung der homogenen Gleichung. Die Lösung der homogenen Gleichung (4.66) lautet

$$(a_{zzi} e^{-p_i z} + b_{zzi} e^{p_i z}) e^{-j\eta y'} \frac{1 - e^{-(\gamma + j\xi)L_p}}{\gamma + j\xi} \quad (4.68)$$

wobei die noch unbestimmten Funktionen  $a_{zzi}$  und  $b_{zzi}$  von  $z$  unabhängig sind. Die partikuläre Lösung  $\hat{G}_p$  der inhomogenen Gleichung

$$\frac{d^2 \hat{G}_p}{dz^2} - p_f^2 \hat{G}_p = -e^{-j\eta y'} \frac{1 - e^{-(\gamma + j\xi)L_p}}{\gamma + j\xi} \delta(z - z') \quad (4.69)$$

erhält man zu

$$\hat{G}_p(\xi, \eta, z, \mathbf{r}'_t) = \frac{1}{2p_f} e^{-p_f |z - z'|} e^{-j\eta y'} \frac{1 - e^{-(\gamma + j\xi)L_p}}{\gamma + j\xi} \quad (4.70)$$

Insgesamt ergibt sich damit die Gesamtlösung von (4.66) zu

$$\hat{G}_{zz}(\xi, \eta, z, \mathbf{r}'_t) = e^{-j\eta y'} \frac{1 - e^{-(\gamma + j\xi)L_p}}{\gamma + j\xi} \hat{g}_{zz}(\xi, \eta, z, z') \quad (4.71)$$

$$\hat{g}_{zz}(\xi, \eta, z, z') = \begin{cases} a_{zsd} e^{-p_d z}, & z > h_f \\ a_{zsf} e^{-p_f z} + b_{zsf} e^{p_f z} + \frac{1}{2p_f} e^{-p_f |z - z'|}, & 0 \leq z \leq h_f \\ b_{zsd} e^{p_s z}, & z < 0 \end{cases}$$

Physikalisch sinnvolle Lösungen müssen für  $|z| \rightarrow \infty$  verschwinden. Dies erfordert die Wahl von  $a_{zsd} = 0$  und  $b_{zsd} = 0$ . Für den elektrischen Hertzschen Vektor gelten Stetigkeitsbedingungen an den Grenzflächen zwischen verschiedenen Medien. Diese Stetigkeitsbedingungen an den Grenzflächen  $z = 0$  und  $z = h_f$  bestimmen die Funktionen  $a_{zzi}$  und  $b_{zzi}$ .

#### 4.4 GREENSCHE FUNKTION FÜR DEN FILMWELLENLEITER

Die Stetigkeitsbedingungen für den Hertzschen Vektor an der Grenze zwischen zwei Medien mit abschnittsweise konstanten relativen Dielektrizitätskonstanten (s. Abbildung 4.14(b))  $\epsilon_{r1}$  und  $\epsilon_{r2}$  lauten [14]

$$\begin{aligned} \epsilon_{r1} \mathbf{\Pi}_{e1} &= \epsilon_{r2} \mathbf{\Pi}_{e2} \\ \epsilon_{r1} \frac{\partial \mathbf{\Pi}_{e1t}}{\partial n} &= \epsilon_{r2} \frac{\partial \mathbf{\Pi}_{e2t}}{\partial n} \\ \nabla \mathbf{\Pi}_{e1} &= \nabla \mathbf{\Pi}_{e2}, \end{aligned} \quad (4.72)$$

wobei  $\mathbf{n}$  und  $\mathbf{t}$  den Einheitsvektor normal bzw. tangential zur Grenzfläche bezeichnet und die Indizes  $n$  bzw.  $t$  die Komponenten des Hertzschen Vektors in Richtung  $\mathbf{n}$  bzw.  $\mathbf{t}$  bezeichnen.

Die Randbedingungen (4.72) an den Grenzflächen  $z = 0$  und  $z = h_f$  liefern das folgende Gleichungssystem zur Bestimmung der  $a_{zzi}$  und  $b_{zzi}$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{rs} & -\epsilon_{rf} & -\epsilon_{rf} & 0 \\ p_s & p_f & -p_f & 0 \\ 0 & \epsilon_{rf} e^{-p_f h_f} & \epsilon_{rf} e^{p_f h_f} & -\epsilon_{rd} e^{-p_d h_f} \\ 0 & -p_f e^{-p_f h_f} & p_f e^{p_f h_f} & p_d e^{-p_d h_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{zss} \\ a_{zzf} \\ b_{zdf} \\ a_{zdd} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\epsilon_{rf}}{p_f} e^{-p_f z'} \\ e^{-p_f z'} \\ -\frac{\epsilon_{rf}}{p_f} e^{-p_f (h_f - z')} \\ e^{-p_f (h_f - z')} \end{bmatrix}. \quad (4.73)$$

Durch inverse Fouriertransformation von (4.71) erhält man schließlich die Lösung von (4.63) zu

$$G_{zz}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{g}_{zz}(\xi, \eta, z, z') e^{j\eta(y-y')} \frac{1 - e^{-(\gamma+j\xi)L_p}}{\gamma + j\xi} e^{j\xi x} d\xi d\eta \quad (4.74)$$

Im Fall einer in  $x$ -Richtung orientierten Quelle am Ort  $(y', z')$  muss der elektrische Hertzsche Vektor aufgrund der letzten Bedingung von Gleichung (4.72) neben der mit  $G_{xx}$  bezeichneten  $x$  Komponente auch eine mit  $G_{xz}$  bezeichnete  $z$  Komponente aufweisen. Die Helmholtzgleichung (4.61) liefert

$$\begin{aligned} \nabla^2 G_{xx}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) + k_0^2 \epsilon_{ri} G_{xx}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) &= \begin{cases} -\delta(z - z') \delta(y - y') [u(x) - u(x - L_p)] e^{-\gamma x}, & i = f \\ 0, & i = s, d \end{cases} \\ \nabla^2 G_{xz}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) + k_0^2 \epsilon_{ri} G_{xz}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) &= 0. \end{aligned} \quad (4.75)$$

Analog zum Vorgehen bei der in  $z$ -Richtung orientierten Quelle liefert die Fouriertransformation dieser Gleichungen

$$\frac{\partial^2 \hat{G}_{xx}}{\partial z^2} - p_i^2 \hat{G}_{xx} = \begin{cases} -\delta(z - z') e^{-j\eta y'} \frac{1 - e^{-(\gamma+j\xi)L_p}}{\gamma + j\xi}, & i = f \\ 0, & i = s, d \end{cases} \quad (4.76)$$

$$\frac{\partial^2 \hat{G}_{xz}}{\partial z^2} - p_i^2 \hat{G}_{xz} = 0. \quad (4.77)$$

#### 4 FREQUENZGANG DES FILTERS

Der Lösungsansatz für  $\hat{G}_{xx}$  lautet nun

$$\hat{G}_{xx}(\xi, \eta, z, \mathbf{r}'_t) = e^{-j\eta y'} \frac{1 - e^{-(\gamma+j\xi)L_p}}{\gamma + j\xi} \hat{g}_{xx}(\xi, \eta, z, z') \quad (4.78)$$

$$\hat{g}_{xx}(\xi, \eta, z, z') = \begin{cases} a_{xxd} e^{-p_d z}, & z > h_f \\ a_{xxf} e^{-p_f z} + b_{xxf} e^{p_f z} + \frac{1}{2p_f} e^{-p_f |z-z'|}, & 0 \leq z \leq h_f \\ b_{xxs} e^{p_s z}, & z < 0 \end{cases}$$

und für  $\hat{G}_{xz}$

$$\hat{G}_{xz}(\xi, \eta, z, \mathbf{r}'_t) = e^{-j\eta y'} \frac{1 - e^{-(\gamma+j\xi)L_p}}{\gamma + j\xi} \hat{g}_{xz}(\xi, \eta, z, z') \quad (4.79)$$

$$\hat{g}_{xz}(\xi, \eta, z, z') = \begin{cases} a_{xzd} e^{-p_d z}, & z > h_f \\ a_{xzf} e^{-p_f z} + b_{xzf} e^{p_f z}, & 0 \leq z \leq h_f \\ b_{xzs} e^{p_s z}, & z < 0 \end{cases}$$

Die Anwendung der Randbedingungen (4.72) an den Grenzflächen  $z = 0$  und  $z = h_f$  liefert für  $G_{xx}$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{rs} & -\epsilon_{rf} & -\epsilon_{rf} & 0 \\ \epsilon_{rs} p_s & p_f \epsilon_{rf} & -p_f \epsilon_{rf} & 0 \\ 0 & \epsilon_{rf} e^{-p_f h_f} & \epsilon_{rf} e^{p_f h_f} & -\epsilon_{rd} e^{-p_d h_f} \\ 0 & -\epsilon_{rf} p_f e^{-p_f h_f} & \epsilon_{rf} p_f e^{p_f h_f} & \epsilon_{rd} p_d e^{-p_d h_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{xxs} \\ a_{xxf} \\ b_{xxf} \\ a_{xxd} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\epsilon_{rf}}{p_f} e^{-p_f z'} \\ \epsilon_{rf} e^{-p_f z'} \\ -\frac{\epsilon_{rf}}{p_f} e^{-p_f (h_f - z')} \\ \epsilon_{rf} e^{-p_f (h_f - z')} \end{bmatrix} \quad (4.80)$$

und analog für  $G_{xz}$

$$M \begin{bmatrix} b_{xzs} \\ a_{xzf} \\ b_{xzf} \\ a_{xzd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -j\xi & j\xi & j\xi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -j\xi e^{-p_f h_f} & -j\xi e^{p_f h_f} & j\xi e^{-p_d h_f} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{j\xi}{2p_f} e^{-p_f z'} \\ 0 \\ -\frac{j\xi}{2p_f} e^{-p_f (h_f - z')} \end{bmatrix} \quad (4.81)$$

wobei M die Matrix aus (4.73) repräsentiert. Die Gesamtlösung von (4.75) erhält man durch inverse Fouriertransformation von (4.78) bzw. (4.79) zu

$$G_{xx/xz}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{g}_{xx/xz}(\xi, \eta, z, z') e^{j\eta(y-y')} \frac{1 - e^{-(\gamma+j\xi)L_p}}{\gamma + j\xi} e^{j\xi x} d\xi d\eta \quad (4.82)$$

Die Lösungsansätze für eine in y-Richtung orientierte Quelle lauten schließlich

$$\hat{G}_{yy}(\xi, \eta, z, \mathbf{r}'_t) = e^{-j\eta y'} \frac{1 - e^{-(\gamma+j\xi)L_p}}{\gamma + j\xi} \hat{g}_{yy}(\xi, \eta, z, z') \quad (4.83)$$

$$\hat{g}_{yy}(\xi, \eta, z, z') = \begin{cases} a_{yyd} e^{-p_d z}, & z > h_f \\ a_{yyf} e^{-p_f z} + b_{yyf} e^{p_f z} + \frac{1}{2p_f} e^{-p_f |z-z'|}, & 0 \leq z \leq h_f \\ b_{yys} e^{p_s z}, & z < 0 \end{cases}$$

und

$$\hat{G}_{yz}(\xi, \eta, z, \mathbf{r}'_t) = e^{-j\eta y'} \frac{1 - e^{-(\gamma+j\xi)L_p}}{\gamma + j\xi} \hat{g}_{yz}(\xi, \eta, z, z')$$

$$\hat{g}_{yz}(\xi, \eta, z, z') = \begin{cases} a_{y zd} e^{-p_d z}, & z > h_f \\ a_{y zf} e^{-p_f z} + b_{y zf} e^{p_f z}, & 0 \leq z \leq h_f \\ b_{y zs} e^{p_s z}, & z < 0 \end{cases} \quad (4.84)$$

Die Anwendung der Randbedingungen an den Grenzflächen ergibt für  $G_{yy}$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{rs} & -\epsilon_{rf} & -\epsilon_{rf} & 0 \\ \epsilon_{rs} p_s & p_f \epsilon_{rf} & -p_f \epsilon_{rf} & 0 \\ 0 & \epsilon_{rf} e^{-p_f h_f} & \epsilon_{rf} e^{p_f h_f} & -\epsilon_{rd} e^{-p_d h_f} \\ 0 & -\epsilon_{rf} p_f e^{-p_f h_f} & \epsilon_{rf} p_f e^{p_f h_f} & \epsilon_{rd} p_d e^{-p_d h_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{yy s} \\ a_{yy f} \\ b_{yy f} \\ a_{yy d} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\epsilon_{rf}}{p_f} e^{-p_f z'} \\ \epsilon_{rf} e^{-p_f z'} \\ -\frac{\epsilon_{rf}}{p_f} e^{-p_f (h_f - z')} \\ \epsilon_{rf} e^{-p_f (h_f - z')} \end{bmatrix} \quad (4.85)$$

und analog für  $G_{yz}$

$$M \begin{bmatrix} b_{y z s} \\ a_{y z f} \\ b_{y z f} \\ a_{y z d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -j\eta & j\eta & j\eta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -j\eta e^{-p_f h_f} & -j\eta e^{p_f h_f} & j\eta e^{-p_d h_f} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{j\eta}{2p_f} e^{-p_f z'} \\ 0 \\ -\frac{j\eta}{2p_f} e^{-p_f (h_f - z')} \end{bmatrix} \quad (4.86)$$

wobei  $M$  die Matrix aus (4.73) ist. Durch inverse Fouriertransformation erhält man die Lösung zu

$$G_{yy/yz}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{g}_{yy/yz}(\xi, \eta, z, z') e^{j\eta(y-y')} \frac{1 - e^{-(\gamma+j\xi)L_p}}{\gamma + j\xi} e^{j\xi x} d\xi d\eta \quad (4.87)$$

Die Lösungen von (4.73), (4.80), (4.81), (4.85) und (4.86) sind in Anhang C aufgeführt.

Durch Superposition der Teilergebnisse erhält man die Lösung von (4.61) zu

$$\underline{G}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \underline{\hat{g}}(\xi, \eta, z, z') \frac{1 - e^{-(\gamma+j\xi)L_p}}{\gamma + j\xi} e^{j\xi x} e^{j\eta(y-y')} d\xi d\eta \quad (4.88)$$

$$\underline{\hat{g}}(\xi, \eta, z, z') = \begin{bmatrix} \hat{g}_{xx}(\xi, \eta, z, z') & 0 & 0 \\ 0 & \hat{g}_{yy}(\xi, \eta, z, z') & 0 \\ \hat{g}_{xz}(\xi, \eta, z, z') & \hat{g}_{yz}(\xi, \eta, z, z') & \hat{g}_{zz}(\xi, \eta, z, z') \end{bmatrix}$$

Für die in dieser Arbeit betrachteten, im Vergleich zur Wellenlänge langen Gitter und kleine Abweichungen von der Filtermittenwellenlänge, kann der Ausdruck in (4.88), wie im Folgenden ausgeführt wird, vereinfacht werden. Dazu wird der zweite Faktor im Integrand von (4.88) näher betrachtet. Mit (4.15) und (4.62) erhält man

$$F(\xi) = \left| \frac{1 - e^{-(\gamma+j\xi)L_p}}{\gamma + j\xi} \right| = \left| \frac{1 - e^{-\frac{\alpha_p L_p}{2} - j(\beta_p - \frac{2\pi}{\lambda} + \xi)L_p}}{\frac{\alpha_p}{2} + j(\beta_p - \frac{2\pi}{\lambda} + \xi)} \right| \quad (4.89)$$

#### 4 FREQUENZGANG DES FILTERS

Der Faktor  $\alpha_p L_p$  beschreibt die gesamte durch das Primärgitter verursachte Dämpfung der Wellenleitermode im Primärwellenleiter<sup>2</sup>. Um ein Gitter der Länge  $L_p$  im Primärwellenleiter nutzen zu können, darf (vgl. Abschnitt 4.1.1) die Leistung im Primärwellenleiter durch die Dämpfung infolge des Gitters nicht zu stark abfallen. Für praktisch relevante Anordnungen gilt  $0 < \alpha_p L_p < 2$ . Für diese Fälle hat  $F$  ein stark ausgeprägtes scharfes Maximum an der Stelle  $\xi_{\max} = -\beta_{fx} = \frac{2\pi}{\Lambda} - \bar{\beta}_p$  mit dem Wert  $F_m = 2 \frac{1 - e^{-\frac{\alpha_p L_p}{2}}}{\alpha_p}$ . Bei Filtermittenwellenlänge gilt nach (4.28)  $\bar{\beta}_p = \frac{2\pi}{\Lambda}$  und somit  $\xi_{\max} = 0$ . Abseits der Mittenwellenlänge gilt aufgrund von (4.26) und  $\nu = 1$  für DWDM Signale, dass das Maximum nahe der Stelle  $\xi = 0$  liegt. Die Halbwertsbreite dieses Maximums ist durch  $\xi_{FWHM}$  gegeben, wobei  $\xi_{FWHM}$  aus der Forderung

$$F(\xi_{\max} \pm \frac{\xi_{FWHM}}{2}) = \frac{1}{2} F_m \quad (4.90)$$

bestimmt wird. Die normierte Halbwertsbreite  $\xi_{FWHM} L_p$  ist in Abbildung 4.15 als Funktion der normierten Gesamtdämpfung  $\alpha_p L_p$  dargestellt. Wie der Abbildung zu

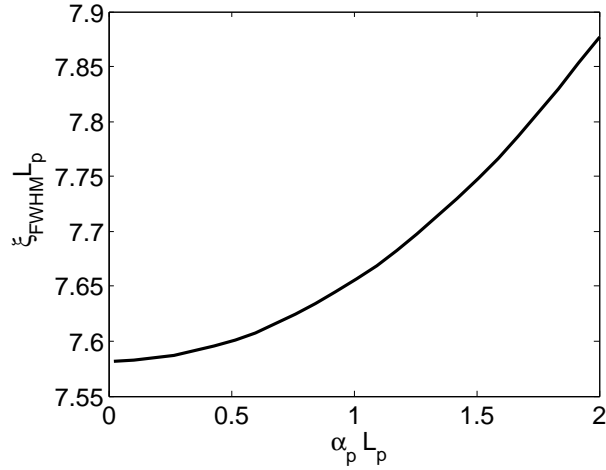


Abb. 4.15: Normierte Halbwertsbreite  $\xi_{FWHM} L_p$

entnehmen ist, gilt für die Halbwertsbreite im relevanten Bereich von  $\alpha_p L_p$  die Bedingung  $\xi_{FWHM} < \frac{8}{L_p}$ .

Nun wird beispielhaft die Funktion  $\hat{g}_{zz}$  im Integranden von (4.88) betrachtet. Diese hängt von  $\xi$  nur indirekt über  $p_i = \sqrt{\eta^2 + \xi^2 - k_0^2 \epsilon_{ri}}$  ab. Für die Halbwertsbreite von  $F$  gilt

$$\xi_{FWHM} < \frac{8}{L_p} = \frac{8}{N_p \Lambda} \ll k_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \approx \frac{2\pi}{\Lambda}.$$

Innerhalb der Halbwertsbreite von  $F$  um das Maximum bei  $\xi_{\max} = -\beta_{fx}$  kann deshalb für lange Gitter  $N_p \gg 1$  die Variation von  $p_i$  und damit die Variation von  $\hat{g}_{zz}$  mit  $\xi$

<sup>2</sup>am Gitterende ist die Eingangsleistung um den Faktor  $e^{-\alpha_p L_p}$  abgefallen



vernachlässigt werden. Bei den in der vorliegenden Arbeit verwendeten Gittern mit  $N_p$  im Bereich 2000-10000 ist dies stets erfüllt. Der Faktor  $\frac{1-e^{-(\gamma+j\xi)L_p}}{\gamma+j\xi}$  im Integranden von (4.88) blendet also für lange Gitter bei den  $\hat{g}_{ij}$  den Wert an der Stelle  $\xi_{\max} = -\beta_{fx}$  aus. Damit können die  $\hat{g}_{ij}$  durch ihren Wert an der Stelle  $\xi_{\max} = -\beta_{fx}$  ersetzt und aus dem inneren Integral herausgezogen werden. Das verbleibende Integral kann ausgeführt werden und aus (4.88) ergibt sich

$$\begin{aligned} \underline{G}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) &= \underline{G}(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t)[u(x) - u(x - L_p)]e^{-\gamma x} \\ \underline{G}(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{g}(-\beta_{fx}, \eta, z, z') e^{j\eta(y-y')} d\eta. \end{aligned} \quad (4.91)$$

Das Integral in (4.91) wird nun mit Hilfe des Cauchy Residuensatzes umgeformt. Nach dem Cauchy Residuensatz [15] gilt

$$\oint_C f(\eta) d\eta = 2\pi j \sum_{i=1}^N \text{Res}(f(z), z = z_i)$$

Die Funktion  $f$  ist dabei in dem von der geschlossenen Kurve  $C$  eingeschlossenen Gebiet eindeutig und hat dort nur isolierte Pole an den Stellen  $z_i$ , an denen  $f$  die Residuen  $\text{Res}(f(z), z = z_i)$  besitzt.

Im weiteren bezeichnet  $g_{ij}$  eine beliebige Komponente von  $\underline{G}(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t)$  aus (4.91) welche durch

$$g_{ij}(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) = \frac{1}{2\pi} \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{-R}^R \hat{g}_{ij}(-\beta_{fx}, \eta, z, z') e^{j\eta(y-y')} d\eta$$

gegeben ist. Zur Anwendung des Residuensatzes wird der Integrationsweg für  $y > y'$  mit einem Halbkreis, Radius  $R$ , über die obere  $\eta$  Halbebene, für  $y < y'$  über die untere  $\eta$  Halbebene geschlossen. Die Funktionen  $\hat{g}_{ij}$  besitzen Verzweigungspunkte an den Stellen  $\eta = \pm \sqrt{k_0^2 \epsilon_{ri} - \beta_{fx}^2}$ ,  $i = s, f, d$ , an denen  $p_i = 0$  gilt. Diese liegen im zweiten und vierten Quadranten der komplexen  $\eta$  Ebene. Um die  $\hat{g}_{ij}$  eindeutig zu definieren müssen Verzweigungsschnitte  $C_v$  eingeführt werden, die von den Verzweigungspunkten ins Unendliche geführt werden und von dem Integrationsweg umlaufen werden müssen. Um die Konvergenz der Integrale entlang der Verzweigungsschnitte zu gewährleisten, werden hyperbolische Verzweigungsschnitte, [10] Kapitel 11, verwendet, die über die Bedingung  $\text{Re } p_i = 0$  definiert sind. Der Integrationsweg ergibt sich dann insgesamt wie in Abbildung 4.16 skizziert. Die Anwendung des Residuensatzes liefert für  $y > y'$

$$\begin{aligned} \oint_C \hat{g}_{ij} e^{j\eta(y-y')} d\eta &= \int_{-R}^R \hat{g}_{ij} e^{j\eta(y-y')} d\eta + \int_{C_r \cup C_l} \hat{g}_{ij} e^{j\eta(y-y')} d\eta + \int_{C_v} \hat{g}_{ij} e^{j\eta(y-y')} d\eta \\ &= 2\pi j \sum_{n=1}^{N_r} \text{Res}(\hat{g}_{ij}(\eta), \eta = \eta_n) e^{j\eta_n(y-y')}, \end{aligned}$$

#### 4 FREQUENZGANG DES FILTERS

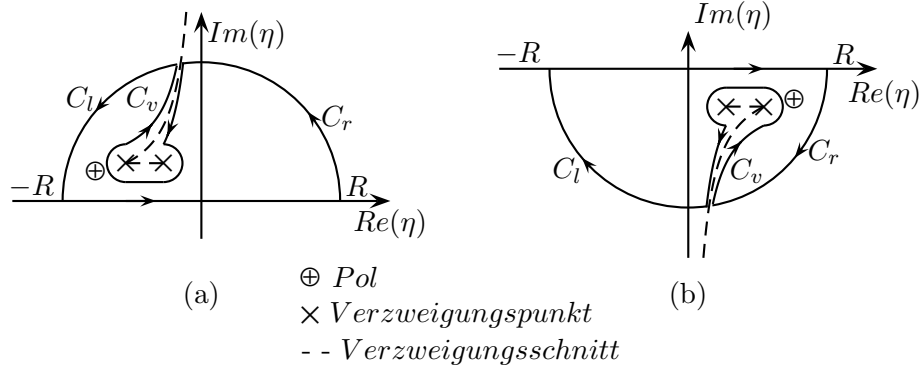


Abb. 4.16: Skizze des Integrationswegs. (a)  $y > y'$  (b)  $y < y'$

wobei die  $N_r$  Pole im Inneren des umlaufenen Gebiets an den Stellen  $\eta_n$  liegen. Im Grenzwert  $R \rightarrow \infty$  verschwindet der Beitrag über den Halbkreis und man erhält

$$g_{ij}(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) = j \sum_{n=1}^{N_r} \text{Res}(\hat{g}_{ij}(-\beta_{fx}, \eta, z, z'), \eta = \eta_n) e^{j\eta(y-y')} - \frac{1}{2\pi} \int_{C_v} \hat{g}_{ij}(-\beta_{fx}, \eta, z, z') e^{j\eta(y-y')} d\eta$$

Anhand der im Anhang C aufgeführten Koeffizienten läßt sich zeigen, dass die Polstellen von  $\hat{g}_{xx}$  und  $\hat{g}_{yy}$  durch die Gleichung

$$p_f(p_d + p_s) \cosh(p_f h_f) + (p_f^2 + p_d p_s) \sinh(p_f h_f) = 0 \quad (4.92)$$

bestimmt sind, die in die Form

$$\sqrt{k_0^2 \epsilon_{rf} - (\beta_{fx}^2 + \eta^2)} h_f - \arctan \sqrt{\frac{\beta_{fx}^2 + \eta^2 - k_0^2 \epsilon_{rd}}{k_0^2 \epsilon_{rf} - (\beta_{fx}^2 + \eta^2)}} - \arctan \sqrt{\frac{\beta_{fx}^2 + \eta^2 - k_0^2 \epsilon_{rs}}{k_0^2 \epsilon_{rf} - (\beta_{fx}^2 + \eta^2)}} = m\pi \quad (4.93)$$

gebracht werden kann. Diese Gleichung stimmt mit der Eigenwertgleichung (3.37) für die TE-Moden des Filmwellenleiters überein mit  $\beta^2$  ersetzt durch  $\beta_{fx}^2 + \eta^2$ . Die Polstellen von  $\hat{g}_{zz}$  erhält man aus dem Ausdruck

$$p_f \epsilon_{rf} (p_d \epsilon_{rs} + p_s \epsilon_{rd}) \cosh(p_f h_f) + (p_d p_s \epsilon_{rf}^2 + p_f^2 \epsilon_{rd} \epsilon_{rs}) \sinh(p_f h_f) = 0 \quad (4.94)$$

der mit der Eigenwertgleichung (3.31) der TM-Moden des Filmwellenleiters übereinstimmt bei  $\beta^2 = \beta_{fx}^2 + \eta^2$ . Die Polstellen von  $\hat{g}_{xz}$  und  $\hat{g}_{yz}$  setzen sich aus den Polen von  $g_{xx}$  und  $g_{zz}$  zusammen. Nachdem der Filmwellenleiter im interessierenden Wellenlängenbereich nur die TE- und TM-Grundmode mit der Phasenkonstante  $\beta_{fTE}$  bzw.  $\beta_{fTM}$  führt, ergeben sich die beiden Polstellen

$$\eta_{TE/M} = \pm \sqrt{\beta_{fTE/M}^2 - \beta_{fx}^2} = \pm \beta_{fyTE/M} \quad (4.95)$$

#### 4.4 GREENSCHE FUNKTION FÜR DEN FILMWELLENLEITER

von denen  $-\beta_{fyTE/M}$  im zweiten und  $\beta_{fyTE/M}$  im vierten Quadranten liegt. Insgesamt lässt sich damit die Greensche Funktion für den Filmwellenleiter aus (4.91) in der Form

$$\begin{aligned}\underline{\mathbb{G}}(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) &= [\underline{\mathbb{G}}_d(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) + \underline{\mathbb{G}}_r(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t)] [u(x) - u(x - L_p)] e^{-(\gamma_p - j\frac{2\pi}{\lambda})x} \\ \underline{\mathbb{G}}_d(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) &= \underline{\mathbb{G}}_{dTE}(z, z') e^{-j\beta_{fyTE}(y-y')} + \underline{\mathbb{G}}_{dTM}(z, z') e^{-j\beta_{fyTM}(y-y')} \\ \underline{\mathbb{G}}_{dTE/M}(z, z') &= j\text{Res}(\hat{\underline{g}}(-\beta_{fx}, \eta, z, z'), \eta = -\beta_{fyTE/M}) \\ \underline{\mathbb{G}}_r(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) &= -\frac{1}{2\pi} \int_{C_v} \hat{\underline{g}}(-\beta_{fx}, \eta, z, z') e^{j\eta(y-y')} d\eta\end{aligned}\quad (4.96)$$

als Beitrag von den Residuen und einem Beitrag vom Verzweigungsschnitt schreiben.

Die für die Berechnung des elektrischen Feldes verwendete elektrische Greensche Funktion  $\underline{\mathbb{G}}^e$  erhält man aus (4.88) und (4.34) in der Form

$$\underline{\mathbb{G}}^e(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\underline{g}}^e(\xi, \eta, z, z') \frac{1 - e^{-(\gamma + j\xi)L_p}}{\gamma + j\xi} e^{j\xi x} e^{j\eta(y-y')} d\xi d\eta, \quad (4.97)$$

wobei  $\hat{\underline{g}}^e$  durch Anwenden von (4.34) auf den Integranden von Gleichung (4.88) entsteht. Für lange Gitter erfolgt die Umformung dieses Ausdrucks analog zu der beschriebenen Umformung und man erhält

$$\begin{aligned}\underline{\mathbb{G}}^e(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) &= [\underline{\mathbb{G}}_d^e(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) + \underline{\mathbb{G}}_r^e(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t)] [u(x) - u(x - L_p)] e^{-(\gamma_p - j\frac{2\pi}{\lambda})x} \\ \underline{\mathbb{G}}_d^e(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) &= \underline{\mathbb{G}}_{dTE}^e(z, z') e^{-j\beta_{fyTE}(y-y')} + \underline{\mathbb{G}}_{dTM}^e(z, z') e^{-j\beta_{fyTM}(y-y')} \\ \underline{\mathbb{G}}_{dTE/M}^e(z, z') &= j\text{Res}(\hat{\underline{g}}^e(-\beta_{fx}, \eta, z, z'), \eta = -\beta_{fyTE/M}) \\ \underline{\mathbb{G}}_r^e(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) &= -\frac{1}{2\pi} \int_{C_v} \hat{\underline{g}}^e(-\beta_{fx}, \eta, z, z') e^{j\eta(y-y')} d\eta\end{aligned}\quad (4.98)$$

Die Berechnung der magnetischen Greenschen Funktion ergibt sich aus (4.88) und (4.35) genauso zu

$$\begin{aligned}\underline{\mathbb{G}}^h(x, \mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) &= [\underline{\mathbb{G}}_d^h(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) + \underline{\mathbb{G}}_r^h(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t)] [u(x) - u(x - L_p)] e^{-(\gamma_p - j\frac{2\pi}{\lambda})x} \\ \underline{\mathbb{G}}_d^h(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) &= \underline{\mathbb{G}}_{dTE}^h(z, z') e^{-j\beta_{fyTE}(y-y')} + \underline{\mathbb{G}}_{dTM}^h(z, z') e^{-j\beta_{fyTM}(y-y')} \\ \underline{\mathbb{G}}_{dTE/M}^h(z, z') &= j\text{Res}(\hat{\underline{g}}^h(-\beta_{fx}, \eta, z, z'), \eta = -\beta_{fyTE/M}) \\ \underline{\mathbb{G}}_r^h(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}'_t) &= -\frac{1}{2\pi} \int_{C_v} \hat{\underline{g}}^h(-\beta_{fx}, \eta, z, z') e^{j\eta(y-y')} d\eta\end{aligned}\quad (4.99)$$

Die von der Quelle angeregten Felder bestehen folglich aus geführten Moden, die durch den Residuenanteil  $\underline{\mathbb{G}}_d$  gegeben sind, sowie aus Strahlungsmoden, die durch  $\underline{\mathbb{G}}_r$  bestimmt sind. Der Fall  $y < y'$  ergibt sich sinngemäß.

#### 4 FREQUENZGANG DES FILTERS

# 5 AKTIVER WELLENLEITER

In diesem Kapitel wird die Realisierung aktiver optischer Wellenleiter beschrieben, die für aktive optische Filter benötigt werden. Die optische Verstärkung der aktiven Wellenleiter beruht auf der stimulierten Emission in elektrisch gepumpten Halbleitern. Im Abschnitt 5.1.1 werden zunächst kurz die Mechanismen beschrieben, die für die optische Verstärkung durch Ladungsträgerinjektion im direkten Halbleiter relevant sind. Die unvermeidlichen Auswirkungen der Ladungsträgerinjektion auf die Brechzahl der Schichten wird im Abschnitt 5.1.2 beschrieben und die Materialauswahl für die einzelnen Schichten wird im Abschnitt 5.2.1 erläutert.

## 5.1 OPTISCHE VERSTÄRKUNG UND BRECHZÄHLÄNDERUNG

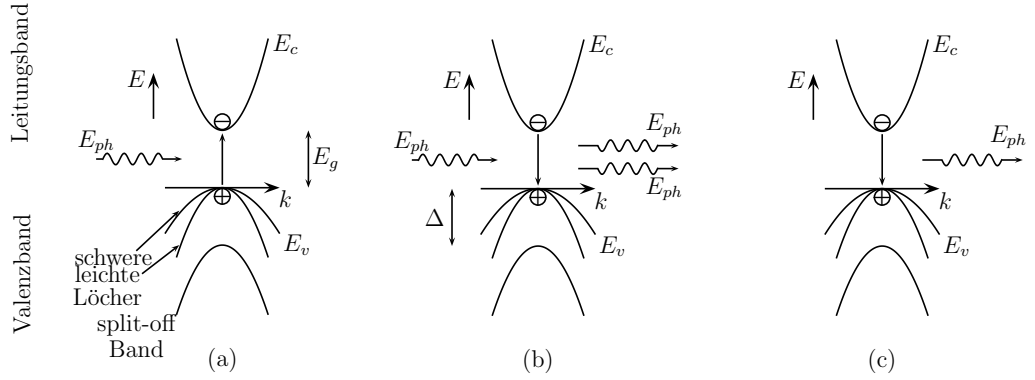
### 5.1.1 OPTISCHE VERSTÄRKUNG IN DIREKTEN HALBLEITERN

Optische Verstärkung im direkten Halbleiter beruht auf der Wechselwirkung zwischen Elektronen und Photonen. Zur Veranschaulichung ist in Abbildung 5.1 die vereinfachte Bandstruktur eines direkten Halbleiters, bestehend aus dem Leitungsband und den Valenzbändern der leichten und schweren Löcher, sowie dem split-off Band, skizziert. Die für die optische Verstärkung relevanten Prozesse sind die aufgeführten Interbandübergänge

- Absorption: ein einfallendes Photon wird absorbiert und dessen Energie zur Generation eines Elektron-Loch-Paares verwendet.
- Stimulierte Emission: ein einfallendes Photon löst einen strahlenden Rekombinationsprozess aus. Das dabei erzeugte Photon gleicht dem einfallenden in Ausbreitungsrichtung, Frequenz und Phase.
- Spontane Emission: Bei einem spontanen Rekombinationsvorgang wird die freiwerdende Energie in Form eines Photons emittiert.

In allen Fällen ist die Energie des beteiligten Photons  $E_{ph} = hf$  mindestens so groß wie der Bandabstand  $E_g$ , wobei  $f$  die Frequenz und  $h$  das Plancksche Wirkungsquantum bezeichnet. Spontane und stimulierte Emission führen beide gleichermaßen zu einer Zunahme der optischen Leistung, jedoch ist für optische Verstärkung eines Signals nur die stimulierte Emission nutzbar. Spontan erzeugte Photonen sind mit dem einfallenden Licht unkorreliert und stellen demnach optisches Rauschen dar.

Ein optisches Signal erfährt beim Durchgang durch das Halbleitermedium nur dann Verstärkung, falls je Volumen- und Zeiteinheit bei der Signalfrequenz mehr Photonen durch stimulierte Emission erzeugt als absorbiert werden, d. h. falls die Rate der



**Abb. 5.1:** Schematische Darstellung der Interbandübergänge in einem direkten Halbleiter. (a) Absorption. (b) Stimulierte Emission. (c) Spontane Emission

stimulierten Emission diejenige der Absorption übersteigt. Makroskopisch kann dies mit dem Absorptionskoeffizienten  $\alpha$  beschrieben werden, der die relative differentielle Abnahme der optischen Leistung beim Durchgang durch das Medium angibt. Für die hier betrachteten optisch aktiven, undotierten Volumenhalbleiter mit parabolischen Bändern gilt für den Absorptionskoeffizienten  $\alpha$  bzw. den Materialgewinn  $g$ , bei der Energie  $E$  des Photons [16]

$$\begin{aligned} \alpha(N, E) &= -g(N, E) = \alpha_{hh}(N, E) + \alpha_{lh}(N, E) \\ \alpha_{h/lh}(N, E) &= \frac{e^2 |M_b|^2 (2m_{rh/lh})^{\frac{3}{2}}}{2\pi m_0^2 \hbar^2 n c_0 \epsilon_0 E} \sqrt{E - E_g} \\ &\left[ \frac{1}{1 + e^{\frac{m_{rh/lh}}{m_h/lh} \frac{E_g - E}{kT} - \frac{E_{fv} - E_v}{kT}}} - \frac{1}{1 + e^{\frac{m_{rh/lh}}{m_e} \frac{E - E_g}{kT} - \frac{E_{fc} - E_c}{kT}}} \right] \quad (5.1) \\ m_{rh/lh} &= \frac{m_e m_{h/lh}}{m_e + m_{h/lh}} \\ |M_b|^2 &= \frac{m_0^2 E_g (E_g + \Delta)}{12 m_e (E_g + \frac{2}{3} \Delta)} \end{aligned}$$

mit der Elektronendichte  $N$ , den effektiven Massen  $m_e$ ,  $m_{h/lh}$  der Elektronen bzw. der schweren und leichten Löcher, der Brechzahl  $n$  des Materials, den Quasiferminiveaus  $E_{fc}$  und  $E_{fv}$  der Elektronen bzw. Löcher, der Temperatur  $T$  und der Boltzmannkonstante  $k$ . Die split-off Energie ist mit  $\Delta$  und die Elektronenruhemasse mit  $m_0$  bezeichnet. Für Photonenenergien  $E = hf < E_g$  gilt  $\alpha = 0$ , d. h. der Halbleiter ist in diesem Frequenzbereich transparent. Nachdem beide Valenzbänder zur Absorption beitragen ergibt sich die Gesamtabsorption als Summe der beiden Beiträge vom Valenzband der schweren und der leichten Löcher. Intrabandrelaxationseffekte wurden nicht berücksichtigt. Für den Verlauf der optischen Leistung bei der Ausbreitung um die Strecke  $\delta x$  im Material gilt  $P(x + \delta x) = P(x) e^{-\alpha(E) \delta x}$ . Verstärkung tritt nur auf für  $\alpha(E) < 0$ , woraus sich aus

(5.1) die Bernard-Durraffourg-Bedingung [17] für optische Verstärkung

$$E_{fc} - E_{fv} > E > E_g \quad (5.2)$$

ergibt. Die Differenz der Quasiferminiveaus muss also den Bandabstand übersteigen, damit Verstärkung im nach (5.2) bestimmten Energie- bzw. Frequenzbereich auftritt. Die Quasiferminiveaus beschreiben die Ladungsträgerdichten im Halbleiter im Nichtgleichgewicht und sind mit der Elektronen- und Löcherdichte  $N$  bzw.  $P$  über die Beziehung

$$\begin{aligned} N &= \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m_e}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \int_{E_c}^{\infty} \frac{\sqrt{E - E_c}}{1 + e^{\frac{E - E_{fc}}{kT}}} dE \\ P &= \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m_h}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \int_{-\infty}^{E_v} \frac{\sqrt{E_v - E}}{1 + e^{\frac{E - E_{fv}}{kT}}} dE \end{aligned} \quad (5.3)$$

mit  $m_h = (m_{hh}^{3/2} + m_{lh}^{3/2})^{2/3}$  verknüpft. Die Ladungsträgerdichten im thermischen Gleichgewicht werden durch  $N_0$  und  $P_0$  beschrieben. Der Nichtgleichgewichtszustand wird durch Injektion von Ladungsträgern in das Halbleitermaterial erreicht. Für undotiertes neutrales Material gilt  $N = P$ . Nachdem die Differenz der Quasiferminiveaus mit der Trägerdichte anwächst, ist über (5.2) eine minimale nötige Trägerdichte für Verstärkung definiert und die spektrale Breite, innerhalb derer Verstärkung auftritt, wächst mit der Trägerdichte ebenso wie die Maximalverstärkung an. Stimulierte Emission erfordert also Ladungsträgerinjektion in das aktive Material.

Die Dichte der eingebrachten Ladungsträger wird durch stimulierte Emission sowie durch spontane Emission und nichtstrahlende Rekombinationsprozesse reduziert. Für das Spektrum der spontanen Emission, d. h. die Rate der spontanen Rekombinationsprozesse je Volumeneinheit bei der Energie  $E$  gilt [16]

$$\begin{aligned} r_{sp}(E) &= r_{sp\,hh}(E) + r_{sp\,lh}(E) \\ r_{sp\,h/lh}(E) &= \frac{2ne^2E|M_b|^2}{\pi m_0^2 \epsilon_0 \hbar^2 c_0^3} \left( \frac{2m_{rh/lh}}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E - E_g} \frac{1}{1 + e^{\frac{m_{rh/lh}}{m_e} \frac{E - E_g}{kT} - \frac{E_{fc} - E_c}{kT}}} \cdot \\ &\quad \frac{1}{1 + e^{\frac{m_{rh/lh}}{m_h/lh} \frac{E - E_g}{kT} - \frac{E_v - E_{fv}}{kT}}} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Die gesamte spontane Rekombinationsrate wird durch [18]

$$R_{sp} = BNP = BN^2 \quad (5.5)$$

mit dem Koeffizienten  $B$  der spontanen Emission beschrieben.

### 5.1.2 BRECHZAHLÄNDERUNG DURCH FREIE LADUNGSTRÄGER

Durch die Injektion freier Ladungsträger in das Halbleitermaterial kann wie beschrieben der Verlauf des Absorptionskoeffizienten nach (5.1) so verändert werden, dass

optische Verstärkung auftritt. Daneben treten zwei weitere Effekte, der Plasmaeffekt und die Bandabstandreduzierung, infolge der Ladungsträgerinjektion auf, die ebenfalls Einfluss auf den Verlauf des Absorptionskoeffizienten nehmen. Der Plasmaeffekt beschreibt die Dämpfung von Feldern durch freie Ladungsträger, Elektronen und Löcher, und ist durch [19]

$$\alpha_p(E) = \frac{e^3 \hbar^2}{4\pi^2 c_0 n \epsilon_0 E^2} \left( \frac{1}{\mu_e m_e^2} + \frac{1}{\mu_h m_h^2} \right) N \quad (5.6)$$

gegeben, wobei  $\mu_e$  und  $\mu_h$  die Elektronen- und Löcherbeweglichkeit im Material bezeichnet.

Bei hohen Trägerdichten im Halbleiter kommt es zur Abnahme des Bandabstands die gemäß [20]

$$\Delta E_g = \begin{cases} \frac{0,14}{\epsilon_{rs}} \left( 1 - \frac{N}{N_{\text{crit}}} \right)^{1/3}, & N \geq N_{\text{crit}} \\ 0, & N < N_{\text{crit}} \end{cases} \quad (5.7)$$

beschrieben werden kann. Die Grenze, ab der die Bandabstandsreduzierung berücksichtigt werden muss ist durch  $N_{\text{crit}} = 1,6 \cdot 10^{24} \left( \frac{m_e}{1,4 m_0 \epsilon_{rs}} \right)^3 \text{ cm}^{-3}$  bestimmt und  $\epsilon_{rs}$  ist die statische relative Dielektrizitätskonstante des Materials. Durch die Abnahme des Bandabstandes verschiebt sich die Absorptionskurve zu niedrigeren Energien hin.

Real- und Imaginärteil der Brechzahl  $n = n' - jn''$  sind über die Kramers-Kronig Relation [21]

$$n'(E) = 1 + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{E' n''(E') dE'}{E'^2 - E^2} \quad (5.8)$$

miteinander verknüpft. Der Imaginärteil der Brechzahl hängt nach (3.9) mit dem Dämpfungs- bzw. Absorptionskoeffizient gemäß  $\alpha = 2k_0 n''$  zusammen womit

$$n'(E) = 1 + \frac{hc_0}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{\alpha(E') dE'}{E'^2 - E^2} \quad (5.9)$$

folgt. Jede Änderung  $\Delta\alpha$  des Absorptionskoeffizienten ändert den Imaginärteil der Brechzahl und führt nach (5.9) zur Änderung des Realteils der Brechzahl

$$\Delta n'(E) = \frac{hc_0}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{\Delta\alpha(E') dE'}{E'^2 - E^2}. \quad (5.10)$$

Die drei beschriebenen Änderungen des Absorptionskoeffizienten treten bei Ladungsträgerinjektion gleichzeitig auf. Die in der Summe dadurch hervorgerufene Brechzahländerung wird wie in [20] unter der Annahme berechnet, dass die einzelnen Effekte unabhängig sind und sich additiv zur Gesamtänderung überlagern. Unter dieser Voraussetzung ergibt sich die Gesamtänderung der Brechzahl bei der Energie  $E$  infolge der injizierten Ladungsträgerdichte  $N - N_0$  zu

$$\Delta n'(N, E) = \Delta n'_{\text{bf}}(N, E) + \Delta n'_{\text{bgs}}(N, E) + \Delta n'_{\text{pl}}(N, E). \quad (5.11)$$



Der Anteil  $\Delta n'_{bf}$  berücksichtigt nur den Beitrag, der von der Änderung des Absorptionskoeffizienten infolge der Änderung der Besetzungswahrscheinlichkeit stammt, ohne Bandabstandsreduzierung und ohne Plasmaeffekt, und folgt mit (5.1) und (5.10) zu

$$\Delta n'_{bf}(N, E) = \frac{hc_0}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{\alpha(N, E') - \alpha(N_0, E')}{E'^2 - E^2} dE'. \quad (5.12)$$

Der Anteil  $\Delta n'_{bgs}$  erfasst die allein durch die Änderung des Bandabstands verursachte Brechzahländerung und ergibt sich zu

$$\Delta n'_{bgs}(N, E) = \frac{hc_0}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{\alpha(N_0, E')|_{E_g=E_g-\Delta E_g(N)} - \alpha(N_0, E')}{E'^2 - E^2} dE'. \quad (5.13)$$

Die Brechzahländerung infolge des Plasmaeffekts lässt sich direkt durch den Ausdruck [19]

$$\Delta n'_{pl}(N, E) = -\frac{e^2 \hbar^2}{8\pi^2 \epsilon_0 n E^2} \left( \frac{1}{m_e} + \frac{1}{m_h} \right) (N - N_0) \quad (5.14)$$

beschreiben.

## 5.2 AKTIVE WELLENLEITERSTRUKTUR

Bei der aktiven Wellenleiterstruktur werden die beiden streifenbelasteten Filmwellenleiter als aktive Wellenleiter ausgebildet, mit den beiden Streifen als aktive optische Gebiete. Das zu verwendende Materialsystem ergibt sich aus der Wellenlänge, bei der das Filter eingesetzt werden soll, da optische Verstärkung nur in einem begrenzten Wellenlängenbereich in der Umgebung des Bandabstands des aktiven Materials erzielt werden kann. Für die hier betrachteten Filter mit einer Mittenwellenlänge von  $1,55 \mu\text{m}$  wurde das InP/InGaAsP Materialsystem verwendet. Durch Änderung des Gallium- und Arsenanteils im Mischungshalbleiter  $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$  kann der Bandabstand in einem weiten Bereich variiert werden und gleichzeitig die Gitterkonstante konstant gleich der von InP gehalten werden, so dass auf einem InP Substrat spannungsfrei Schichten unterschiedlichen Bandabstands aufgewachsen werden können. Für im weiteren betrachtete, auf InP gitterangepasste  $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$  Schichten kann der Galliumanteil nicht unabhängig vom Arsenanteil gewählt werden, sondern muss der Bedingung [22]

$$x = \frac{0,1896y}{0,4176 - 0,0125y}$$

genügen. Der verbleibende Freiheitsgrad  $y$  bestimmt dann die Materialeigenschaften. Der Bandabstand bei Raumtemperatur berechnet sich aus [23]

$$E_g = (1,35 - 0,738y + 0,138y^2) \text{eV} \quad (5.15)$$

und die Brechzahl bei Raumtemperatur über die Sellmeier Gleichung [24]

$$n = \sqrt{A + \frac{B\lambda^2}{\lambda^2 - C}}$$

$$A = 7,255 + 1,15y + 0,489y^2 \quad (5.16)$$

$$B = 2,316 + 0,604y - 0,493y^2$$

$$C = (0,3922 + 0,396y + 0,158y^2)\mu\text{m}^2$$

Für die Elektronen- und Löchermassen sowie die split-off Energie gilt [22]

$$m_e = (0,08 - 0,82y + 0,036y^2)m_0 \quad (5.17)$$

$$m_{hh} = 0,46m_0 \quad (5.18)$$

$$m_{lh} = (0,12 - 0,099y + 0,030y^2)m_0 \quad (5.19)$$

$$\Delta = (0,123 + 0,173y + 0,054y^2)\text{eV} \quad (5.20)$$

### 5.2.1 MATERIALZUSAMMENSETZUNG DER SCHICHTEN

In diesem Abschnitt wird die Auswahl des Materials für die einzelnen Schichten erläutert. Die Darstellung beschränkt sich auf den Primär- bzw. Filmwellenleiter, da für den Sekundärwellenleiter das gleiche Material wie für den Primärwellenleiter verwendet wird.

Der Materialgewinn  $g$  der aktiven Schicht ist durch (5.1) bestimmt. Die Verstärkung, welche die Wellenleitermode im aktiven Wellenleiter ohne Gitter erfährt, ist durch den effektiven Gewinn

$$g_{Np}(N, E) = \Gamma_{ap}(N, E)(g(N, E) - \alpha_{IVBA}) \quad (5.21)$$

gegeben. Dieser ergibt sich aus dem Materialgewinn abzüglich der Intervallenzbandabsorption  $\alpha_{IVBA}$  multipliziert mit dem Confinementfaktor  $\Gamma_{ap}$  der aktiven Schicht des Primärwellenleiters. Die Wellenleitermode wird nicht mit dem Materialgewinn abzüglich  $\alpha_{IVBA}$  verstärkt, sondern nur mit dem durch den Confinementfaktor gegebenen Anteil. Dies berücksichtigt, dass nicht die gesamte Intensität der Wellenleitermode in der aktiven Schicht konzentriert ist, sondern nur der durch den Confinementfaktor gegebene Anteil. Die Intervallenzbandabsorption durch die freien Löcher in der aktiven Schicht kann durch [25]

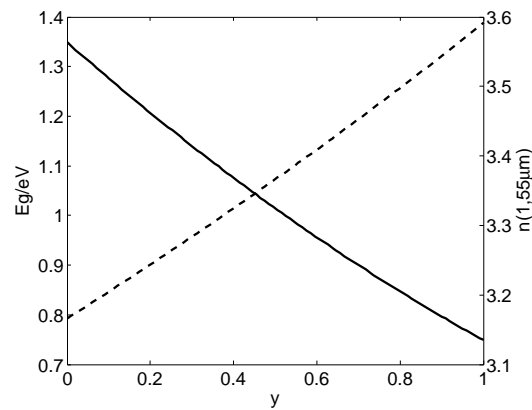
$$\alpha_{IVBA} = k_{IVBA}P = k_{IVBA}N \quad (5.22)$$

beschrieben werden, wobei für den Koeffizienten der Invervalenzbandabsorption für Volumenmaterial bei der Wellenlänge  $1,55\mu\text{m}$   $k_{IVBA} = 3 \cdot 10^{-17}\text{cm}^2$  [25] gilt. Für die Anwendung soll das Maximum des effektiven Gewinns bei der Filtermittenwellenlänge liegen und gleich der durch das Primärgitter eingebrachten Dämpfung  $\alpha_p$  sein. Für die dimensionierten Filter wurde der Arsenanteil dazu zu  $y = 0,94$ , entsprechend einem Bandabstand von  $E_{g\alpha} = 777\text{meV}$  und einer Brechzahl von  $n = 3,5628$  gewählt.

## 5.2 AKTIVE WELLENLEITERSTRUKTUR

Die umgebenden  $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$  Schichten Substrat, Filmschicht und Deckschicht müssen, um die wellenleitenden Eigenschaften des Primärwellenleiters zu sichern, eine kleinere Brechzahl als die aktive Schicht aufweisen. Wie in Abbildung 5.2 dargestellt, nimmt die Brechzahl von InGaAsP mit abnehmendem Arsenanteil ab und gleichzeitig der Bandabstand zu. Dadurch ergibt sich für diese Wellenleiterstruktur automatisch eine Doppelheterostruktur, bei der die aktive Schicht von Schichten mit größerem Bandabstand umgeben ist. Die umgebenden Schichten werden p- und n-dotiert, so dass sich eine Diodenstruktur ergibt, die bei entsprechender Vorspannung eine Ladungsträgerinjektion in die aktive Schicht bewirkt.

Die Unterschiede in den Bandabständen der aktiven und der umgebenden Schichten führen zu Barrieren im Leitungs- und Valenzband an den Schichtgrenzen. Durch diese Barrieren werden die in die aktive Schicht injizierten Ladungsträger dort gefangen. Nachdem die aktive Schicht gleichzeitig der Wellenleiterkern ist, erreicht man die für eine effektive Verstärkung nötige gleichzeitige Konzentration von Ladungsträgern und optischem Feld im aktiven Volumen. Die maximale Elektronen- und Löcherdichte, die

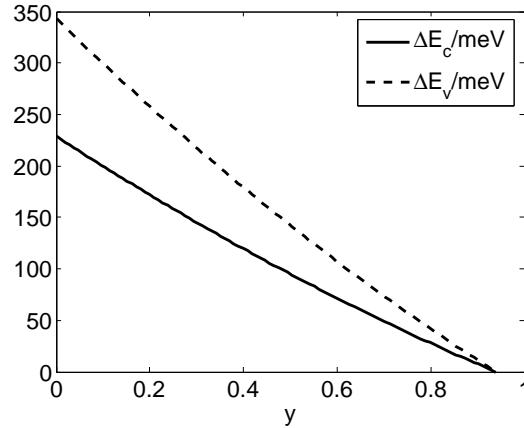


**Abb. 5.2:** Brechzahl (- -) bei  $1,55\mu\text{m}$  und Bandabstand für verschiedene Materialzusammensetzungen von an InP gitterangepasstes InGaAsP

in der aktiven Schicht eingeschlossen werden kann, ist durch die Höhe der Barrieren im Leitungs- bzw. Valenzband begrenzt, da mit zunehmender Elektronen- bzw. Löcherdichte Zustände im Leitungs- bzw. Valenzband mit immer höherer potentieller Energie besetzt werden. Ist die potentielle Energie der Elektronen bzw. Löcher größer als die Barrierenhöhe, sind diese Ladungsträger nicht mehr in der aktiven Zone gefangen und fließen als Leckstrom in die angrenzenden Schichten ab. Diese Ladungsträger rekombinieren außerhalb der aktiven Zone und tragen nicht zur optischen Verstärkung bei. Im Sinne effektiver Verstärkung muss der Leckstrom deshalb minimiert werden. Für die Höhe der Barriere  $\Delta E_c$  und  $\Delta E_v$  im Leitungs- bzw. Valenzband zwischen zwei auf InP gitterangepassten InGaAsP Schichten gilt [16]

$$\begin{aligned}\Delta E_c &= 0,40\Delta E_g \\ \Delta E_v &= 0,60\Delta E_g\end{aligned}\quad (5.23)$$

wobei  $\Delta E_g$  den Unterschied der nach (5.15) bestimmten Bandabstände der Schichten bezeichnet. In Abbildung 5.3 ist die Leitungs- bzw. Valenzbandbarriere zwischen der aktiven Schicht ( $y = 0,94$ ) und einer angrenzenden InGaAsP Schicht in Abhängigkeit vom Arsenanteil  $y$  dargestellt. Die Höhe der Barrieren in beiden Bändern wächst mo-

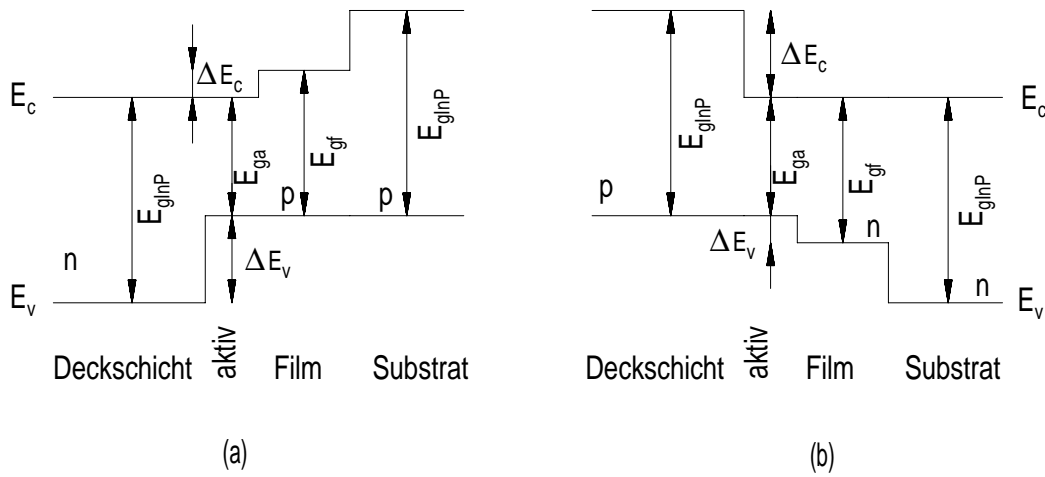


**Abb. 5.3:** Höhe der Leitungs- und Valenzbandbarriere zwischen der aktiven Schicht und einer angrenzenden InGaAsP Schicht

noton mit sinkendem Arsenanteil in der angrenzenden Schicht. Für bestmöglichen Ladungsträgeranschluss zwischen der aktiven Schicht und der Deckschicht wird deshalb das Material der Deckschicht zu InP gewählt. Die Deckschicht hat dann den größtmöglichen Bandabstand und die kleinstmögliche Brechzahl im Materialsystem. Die Wellenführung im Filmwellenleiter ist deshalb, unabhängig von der Geometrie und des Materials der Filmschicht, dann am besten, wenn auch für das Substrat InP gewählt wird. Das Material der Filmschicht muss so gewählt werden, dass der Ladungsträgeranschluss für den nötigen Materialgewinn gesichert ist und andererseits die Wellenführung im Filmwellenleiter gewährleistet ist. Ferner sollte, wie im nächsten Abschnitt erläutert, die Brechzahl der Filmschicht möglichst nahe an der Brechzahl der aktiven Schicht sein. Aus den Abbildungen 5.2 und 5.3 ist ersichtlich, dass beide Forderungen nicht gleichzeitig zu erfüllen sind. Denn je größer die Barrierenhöhen umso kleiner ist die Brechzahl. Als Kompromiss wurde für die Filmschicht  $\text{In}_{0,75}\text{Ga}_{0,25}\text{As}_{0,60}\text{P}_{0,40}$  mit einem Bandabstand der Filmschicht von  $E_{gf} = 956\text{meV}$  und einer Brechzahl bei Filtermittellängelänge von 3,4092 gewählt.

Für das Dotierungsprofil bestehen zwei Möglichkeiten. Entweder wird die Deckschicht p- und der Film sowie das Substrat n-dotiert oder umgekehrt. Beide Varianten unterscheiden sich in der Qualität des Ladungsträgeranschlusses. Dies soll anhand der Abbildung 5.4 erläutert werden. Im linken Bild ist ein vereinfachtes Banddiagramm unter Vorspannung der Diode für den Fall einer n-dotierten Deckschicht, einer undotierten aktiven Schicht sowie eines p-dotierten Films und eines p-dotiertem Substrats dargestellt. Die Barrierenhöhe im Leitungsband ergibt sich mit (5.23) zu  $\Delta E_{c1} = 0,40(E_{gf} - E_{ga})$  und im Valenzband zu  $\Delta E_{v1} = 0,60(E_{g\text{InP}} - E_{ga})$ . Im rechten Bild in Abbildung 5.4 ist der andere Fall einer p-dotierten Deckschicht, einer undotierten aktiven Schicht

und eines n-dotierten Films sowie eines n-dotierten Substrats skizziert. Die Barriere im Leitungsband ist nun  $\Delta E_{c2} = 0,40(E_{gInP} - E_{ga})$  und im Valenzband  $\Delta E_{v2} = 0,60(E_{gf} - E_{ga})$ . Es gilt also  $\Delta E_{c2} > \Delta E_{c1}$  und  $\Delta E_{v1} > \Delta E_{v2}$ . Kritisch für den Leckstrom ist die Barriere im Leitungsband. Denn einerseits ist für eine neutrale aktive Schicht aufgrund der im Vergleich zur effektiven Löchermasse deutlich geringeren effektiven Elektronenmasse, bei gleicher Elektronen- und Löcherdichte in der aktiven Schicht, das Leitungsband hin zu deutlich höheren Energien besetzt als das Valenzband. Auch bei gleichen Barrierenhöhen in beiden Bändern würde demnach bei Erhöhung der Trägerdichte immer zuerst die Barriere im Leitungsband überschritten. Andererseits ist der Elektronenleckstrom kritischer als der Löcherleckstrom, wie im folgenden illustriert wird.



**Abb. 5.4:** (a) Vereinfachtes Banddiagramm für n-dotierte Deckschicht, p-dotierten Film und p-dotiertes Substrat. (b) Vereinfachtes Banddiagramm für p-dotierte Deckschicht, n-dotierten Film und n-dotiertes Substrat

Es wird dazu der Fall eines Elektronenleckstrom aus der aktiven Schicht in eine angrenzende p-dotierte Schicht mit dem Fall des Löcherleckstromes aus der aktiven Schicht in eine angrenzende n-dotierte Schicht verglichen. Vereinfachend wird angenommen, dass der Leckstrom in beiden Fällen als reiner Diffusionsstrom fließt und dass die Dicke der angrenzenden Schicht groß gegen die Diffusionslängen der injizierten Minoritätsträger ist. Bezeichnet  $N'$  die Elektronendichte oberhalb der Barriere im Leitungsband, gilt für den dadurch in ein angrenzendes p-dotiertes Gebiet fließenden Elektronenleckstrom [4], Kapitel 9,

$$j_n = -e\sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}}N' \quad (5.24)$$

wobei  $U_t = \frac{kT}{e}$  die Temperaturspannung,  $D_n = U_t\mu_n$  die Diffusionskonstante,  $\tau_n$  die Elektronenlebensdauer und  $\mu_n$  die Beweglichkeit der Elektronen im angrenzenden p-Gebiet bezeichnet. Der von der mit  $P'$  bezeichneten Löcherdichte oberhalb der Barriere

Schicht	Bandabstand	Brechzahl bei 1,55μm	Dotierung
Deckschicht	1,35eV	3,1659	$1,5 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$ p-dotiert
Aktiv	0,778eV	3,5628	undotiert
Film	0,956eV	3,4092	$1,0 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$ n-dotiert
Substrat	1,35eV	3,1659	$1,0 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$ n-dotiert
Wafer	1,35eV	3,1659	$3,0 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$ n-dotiert

*Tabelle 5.1: Gewähltes Material für die einzelnen Schichten*

im Valenzband verursachte Löcherleckstrom in ein angrenzendes n-dotiertes Gebiet ergibt sich analog zu

$$j_p = e \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} p' \quad (5.25)$$

mit der Diffusionskonstante  $D_p$  und der Minoritätsträgerlebensdauer  $\tau_p$  der Löcher im n-Gebiet. Für gleiche Trägerdichten  $N' = P'$  oberhalb der Barrieren und gleicher Minoritätsträgerlebensdauer  $\tau_n = \tau_p$  gilt mit (5.24) und (5.25)

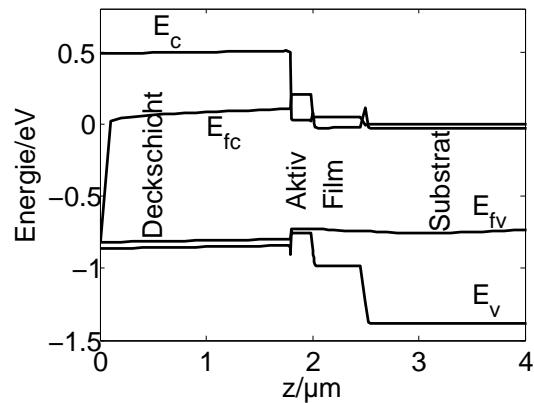
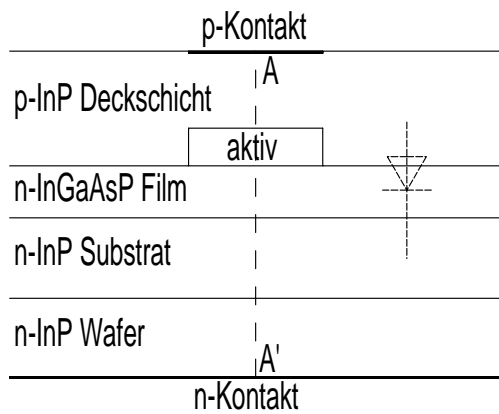
$$\left| \frac{j_n}{j_p} \right| = \sqrt{\frac{\mu_n}{\mu_p}} \gg 1. \quad (5.26)$$

Der Elektronenleckstrom ist demnach, aufgrund der gegenüber der Löcherbeweglichkeit deutlich größeren Elektronenbeweglichkeit, für den betrachteten Fall wesentlich größer als der Löcherleckstrom.

Nachdem mit zunehmender Ladungsträgerinjektion die Leitungsbandbarriere früher überschritten wird als die Valenzbandbarriere und zugleich der Elektronenleckstrom kritischer ist als der Löcherleckstrom, wird eine p-dotierte Deckschicht zusammen mit einer n-dotierten Filmschicht und einem n-dotiertem Substrat verwendet. Die Material- und Dotierungseigenschaften der Schichten sind in der Tabelle 5.1 zusammengefasst. Zusätzlich ist die Dotierung des n-dotierten InP Wafers in der Tabelle mit aufgeführt, auf dem das Bauelement aufgebaut wird. Der Wafer wurde bisher nicht berücksichtigt, nachdem dieser keinen Einfluß auf die optischen Eigenschaften des Bauelements hat. Eine hohe Dotierung des Wafers ist wichtig, um den Bahnwiderstand in diesem Gebiet klein zu halten, der in Serie zu der aktiven Heterostruktur liegt und das elektrische Verhalten der aktiven Diode beeinflusst.

In Abbildung 5.5 ist der aktive Primärwellenleiter im Querschnitt skizziert. Das numerisch berechnete Banddiagramm entlang der Line AA' ist in Abbildung 5.6 für eine Vorspannung von 0,82V dargestellt. Wie in Abbildung 5.5 mit der Diode angedeutet, liegen beiderseits der aktiven Schicht parallel zur aktiven Diode parasitäre pn Dioden, gebildet aus der p-dotierten Deckschicht und dem n-dotierten Film. Beide Dioden sind potentielle Leckstromquellen, infolge des möglichen Stromflusses um die aktive Zone herum. Diese Dioden weisen jedoch, aufgrund des im Vergleich zur aktiven Schicht größeren Bandabstands sowie der wesentlich höheren Dotierung der Filmschicht, eine wesentlich höhere Diffusionsspannung auf. Der Leckstrom ist deshalb, abgesehen

## 5.2 AKTIVE WELLENLEITERSTRUKTUR



**Abb. 5.5:** Querschnitt durch den aktiven Primärwellenleiter

**Abb. 5.6:** Numerisch berechnetes Banddiagramm entlang der Linie AA'

von einer sehr hohen Vorspannung der aktiven pn Diode sowie hohen Temperaturen, vernachlässigbar. Um den Stromfluss auch für hohe Vorspannungen und hohe Temperaturen auf die aktive Schicht zu begrenzen, können in der Deckschicht, wie z.B. in [26] beschrieben, n- und p-dotierte InP Blockierschichten eingeführt werden.

Im anschließenden Kapitel wird die Dimensionierung der Schichthöhen und -breiten für die beschriebenen verwendeten Materialien der einzelnen Schichten erläutert. Der Sekundärwellenleiter wurde bisher in diesem Kapitel nicht besonders betrachtet, da das Material identisch zum Primärwellenleiter ist. Unterschiede ergeben sich lediglich in der Wellenleitergeometrie, wie im anschließenden Kapitel ausgeführt wird.





## 6 DIMENSIONIERUNG DER WELLENLEITER- UND GITTERGEOMETRIE

In diesem Kapitel wird die Dimensionierung der Abmessungen der Schichten erläutert. In Abschnitt 6.1 wird zuerst der Filmwellenleiter dimensioniert. Anschließend wird darauf aufbauend in Abschnitt 6.2 die Geometrie der streifenbelasteten Filmwellenleiter für konstante und variierende Gitterlinienlängen im Sekundärgitter beschrieben.

### 6.1 DIMENSIONIERUNG DES FILMWELLENLEITERS

Für die Dimensionierung des Filmwellenleiters verbleibt für das in Abschnitt 5.2.1 festgelegte Material für die Deckschicht, die Filmschicht und das Substrat als einziger Freiheitsgrad die Höhe der Filmschicht. Wie in Abschnitt 3.2 ausgeführt, bestimmt die Filmhöhe  $h_f$  bei gegebener Wellenlänge die Anzahl der im Filmwellenleiter geführten Moden sowie die Stärke der Wellenführung dieser Moden. Für das Filter wird der Filmwellenleiter so dimensioniert, dass im interessierenden Wellenlängenbereich nur die Grundmode in TE- bzw. TM-Polarisation ausbreitungsfähig ist. Sind auch höhere Moden ausbreitungsfähig, teilt sich die Leistung des zu filternden Signals auf die Grundmoden und die höheren Moden auf. Die höheren Moden besitzen eine andere Modenbrechzahl und damit eine andere Laufzeit durch das Filter. Am Filterausgang erhält man die Überlagerung der Beiträge von der Grundmode und den höheren Moden und durch die Laufzeitunterschiede eine zeitliche Verbreiterung der ursprünglichen Impulse am Filtereingang. Um diesen für die Anwendung nachteiligen Effekt zu verhindern, muss durch die Dimensionierung sichergestellt werden, dass nur die Grundmode ausbreitungsfähig ist. Aufgrund der für DWDM Systeme kleinen Abweichungen der Signalwellenlängen von der Mittenwellenlänge des Filters von  $\lambda_m = 1,55\mu\text{m}$  kann die Dimensionierung bei  $\lambda_m$  erfolgen. Mit (3.42) und den Brechzahlen der Schichten aus Tabelle 5.1 ergibt sich daraus für die Filmhöhe die Obergrenze  $h_{f_{\text{max}}} = 0,613\mu\text{m}$ , damit nur die Grundmode in TE- und TM-Polarisation ausbreitungsfähig ist. Je größer die Filmhöhe unterhalb dieser Grenze gewählt wird, umso stärker ist die Wellenführung im Filmwellenleiter und umso schneller klingen die Felder im Substrat und der Deckschicht ab. Die nötigen Höhen der Deckschicht und des Substrats sind umso geringer, je schneller die Felder in diesen Schichten abklingen. Eine geringe Höhe dieser Schichten ist wünschenswert, da diese Schichten Bahngebiete der aktiven Diode sind und deren Bahnwiderstand und damit die dort umgesetzte Verlustleistung mit der Höhe der Schichten zunimmt. Die Höhe im Substrat und der Deckschicht muss so groß sein, dass die Felder am unteren Rand des Substrats und am oberen Rand der Deckschicht vernachlässigbar klein im Vergleich zu ihren globalen Maximalwerten sind, um eine

Störung des Wellenleiters durch die angrenzenden Gebiete zu verhindern. Die minimale Substrathöhe  $h_{s\min}$  (s. Abbildung 6.2) wurde aus der Bedingung

$$\frac{|\mathbf{E}(z < -h_{s\min})|}{\max(|\mathbf{E}(z)|)} < 10^{-3} \quad (6.1)$$

bestimmt, d. h. die Schicht soll mindestens so hoch sein, dass die Feldstärke auf weniger als ein Promille des Maximalwerts abgeklungen ist. Nachdem das Substrat und die Deckschicht aus identischem Material bestehen, ergibt die minimale Höhe der Deckschicht denselben Wert. Für jede Filmhöhe und aufgrund der unterschiedlichen Eigenschaften der TE- und TM-Mode auch für jede Polarisation, ergibt sich nach (6.1) eine andere minimale Höhe. Diese ist in Abbildung 6.1 dargestellt. Mit der gewählten

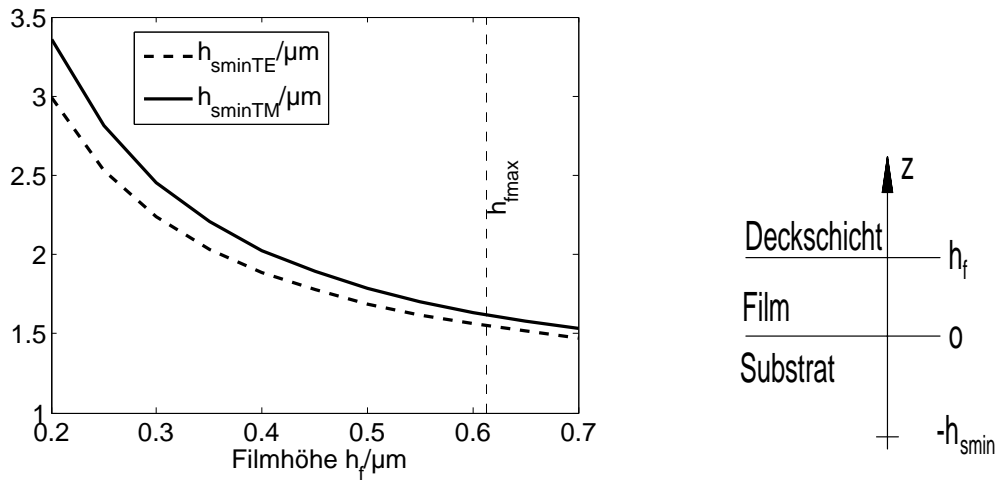


Abb. 6.1: Minimale Substrathöhe nach (6.1)

Abb. 6.2: Zur Definition der minimalen Substrathöhe  $h_{s\min}$

Filmhöhe  $h_f = 0,52\mu\text{m}$  und der Höhe  $h_s$  des Substrats bzw.  $h_d$  der Deckschicht von  $h_s = h_d = 2,0\mu\text{m}$  ist einerseits eine genügend große Reserve zur Mehrmodigkeitsgrenze bei  $h_{f\max}$  gewährleistet und andererseits die Schichthöhe der angrenzenden Schichten nur wenig über der minimalen Schichthöhe von  $1,62\mu\text{m}$ , die für  $h_f = h_{f\max}$  erreicht würde. Die effektiven Modenbrechzahlen  $n_{e\text{TM}}$  und  $n_{e\text{TE}}$  für die TM- und TE-Mode im Filmwellenleiter ergeben sich für diese Dimensionierung bei der Filtermittenwellenlänge aus (3.31) bzw. (3.37) zu

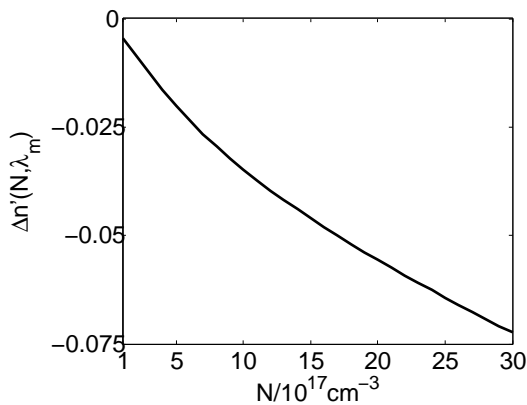
$$n_{e\text{TM}} = 3,3002 \quad (6.2)$$

$$n_{e\text{TE}} = 3,3090. \quad (6.3)$$

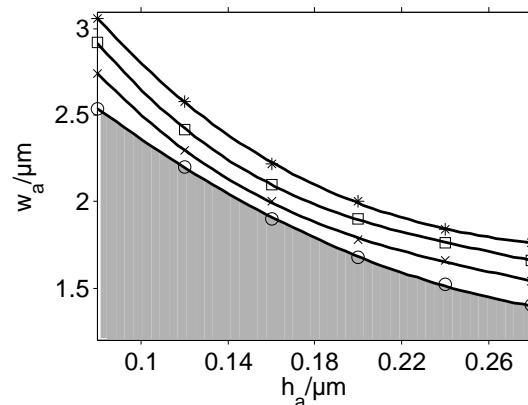
## 6.2 GEOMETRIE DER STREIFENBELASTETEN FILMWELLENLEITER

Als Entwurfsparameter für die Dimensionierung der streifenbelasteten Filmwellenleiter verbleiben für das in Abschnitt 5.2.1 bestimmte Material und der im vorigen

Abschnitt bestimmten Filmwellenleitergeometrie nur die Breite  $w_{ap}$  bzw.  $w_{as}$  und die Höhe  $h_a$  der aktiven Schicht. Die streifenbelasteten Filmwellenleiter sollen, wie der Filmwellenleiter, im interessierenden Wellenlängenbereich nur die Quasi-TM und Quasi-TE Grundmode führen. Daraus ergibt sich, wie in Abschnitt 3.4 ausgeführt, bei einer gegebenen Wellenlänge, zu jeder Höhe  $h_a$  der aktiven Schicht eine maximal zulässige Breite  $w_{amax}$ . Die durch  $w_{amax}(h_a)$  definierte Kurve gibt die Grenze zur Mehrmodigkeit des Wellenleiters an, oberhalb derer der Wellenleiter mindestens eine höhere Mode führt. Wie bei der Dimensionierung des Filmwellenleiters kann aufgrund der geringen Abweichung der Wellenlängen in DWDM Systemen von der Mittenwellenlänge auch bei den streifenbelasteten Filmwellenleitern die Dimensionierung bei der Filtermittenwellenlänge erfolgen. Die maximal zulässige Breite hängt von der Ladungsträgerdichte in der aktiven Schicht ab, da die Brechzahl der aktiven Schicht, wie in Abschnitt 5.1.2 beschrieben, von der Ladungsträgerdichte abhängt. Der Zusammenhang zwischen der Ladungsträgerdichte in der aktiven Schicht und der dadurch verursachten Brechzahländerung nach (5.11) ist in Abbildung 6.3 bei der Filtermittenwellenlänge  $\lambda_m = 1,55\mu\text{m}$  dargestellt. Mit zunehmender Ladungsträgerdichte sinkt die Brechzahl der aktiven Schicht und die Breite  $w_{amax}$  der aktiven Schicht, oberhalb derer mindestens eine höhere Mode ausbreitungsfähig ist, steigt an. Die maximale Breite der aktiven Schicht  $w_{amax}$  ist in Abbildung 6.4 für den Fall ohne Ladungsträgerinjektion und für Elektronendichten von  $1 \cdot 10^{18}\text{cm}^{-3}$ ,  $2 \cdot 10^{18}\text{cm}^{-3}$  und  $3 \cdot 10^{18}\text{cm}^{-3}$  dargestellt. Für jede Breite und Höhe der aktiven Schicht innerhalb des in Abbildung 6.4 schraf-



**Abb. 6.3:** Änderung der Brechzahl der aktiven Schicht in Abhängigkeit von der Elektronendichte  $N$  bei der Filtermittenwellenlänge  $\lambda_m = 1,55\mu\text{m}$



**Abb. 6.4:** Maximale Breite  $w_{amax}$  der aktiven Schicht bei der Filtermittenwellenlänge ohne Ladungsträgerinjektion ( $\circ$ ) und für Elektronendichten  $1,0 \cdot 10^{18}\text{cm}^{-3}$  ( $\times$ ),  $2,0 \cdot 10^{18}\text{cm}^{-3}$  ( $\square$ ) und  $3,0 \cdot 10^{18}\text{cm}^{-3}$  ( $*$ )

fierten Gebiets ist, unabhängig von der Ladungsträgerdichte, im interessierenden Wellenlängenbereich nur die Quasi-TE und Quasi-TM Grundmode ausbreitungsfähig.

### 6.2.1 DIMENSIONIERUNG DES PRIMÄRWELLENLEITERS

Zunächst wird die Geometrie des Primärwellenleiters dimensioniert. Wie in Abschnitt 4.1 erläutert, existiert eine maximal wirksame Gitterlinienlänge  $w_{psat}$ , bei der einerseits die Kopplung zwischen Primär- und Filmwellenleiter bei gegebener Filmhöhe und andererseits die Kopplungseffizienz maximal ist. Deshalb wird im Primärgitter die Gitterlinienlänge  $w_p$  mindestens so groß wie  $w_{psat}$  gewählt. Solange  $w_p > w_{psat}$  gilt, spielt die tatsächliche Gitterlinienlänge keine Rolle und es verbleibt nur die Gitterhöhe  $h_g$  als Freiheitsgrad für die Gitterdimensionierung. Diese legt dann die Gitterdämpfung  $\alpha_p$  sowie die Kopplung zwischen Primär- und Filmwellenleiter fest. Die Gitterdämpfung und damit bei fester Gitterlänge  $L_p$  auch die Kopplung zum Filmwellenleiter nimmt mit zunehmender Gitterhöhe zu. Dadurch steigt die auf das Sekundärgitter treffende Leistung und die Leistungsübertragung bei der Filtermittenwellenlänge nimmt ebenfalls zu. Aus dieser Sicht ist eine große Gitterdämpfung wünschenswert. Jedoch muss die durch das Gitter verursachte Dämpfung durch die optische Verstärkung im Primärwellenleiter kompensiert werden, um optimale Frequenzgänge zu erhalten. Damit bei der Filtermittenwellenlänge der effektive Gewinn die Gitterdämpfung kompensiert, muss nach (5.21) gelten

$$g_{Np}(N, E_m) = \Gamma_{ap}(N, E_m)(g(N, E_m) - \alpha_{IVBA}) = \alpha_p \quad (6.4)$$

mit der Photonenenergie  $E_m = h \frac{c_0}{\lambda_m}$  und der Intervallbandabsorption  $\alpha_{IVBA}$  nach (5.22). Daraus lässt sich bei einer gegebenen Geometrie des Primärwellenleiters und des Primärgitters die nötige Elektronendichte  $N$  bestimmen. Der Materialgewinn  $g$  und damit der effektive Gewinn  $g_{Np}$ , wächst mit zunehmender Elektronendichte an. Bei einer gegebenen Elektronendichte lässt sich der effektive Gewinn vergrößern, indem der Confinementfaktor  $\Gamma_{ap}$  in der aktiven Schicht erhöht wird. Nachdem die Materialien - und damit die Brechzahlen - der einzelnen Schichten feststehen, kann  $\Gamma_{ap}$  nur durch eine Erhöhung der Breite oder der Höhe der aktiven Schicht vergrößert werden. Um also für eine gegebene Elektronendichte den maximalen effektiven Gewinn zur Verstärkung im Wellenleiter zu nutzen, wird die Höhe und die Breite für den Primärwellenleiter, unter Einhaltung eines genügend großen Abstands zur Grenze zur Mehrmodigkeit, so groß wie möglich gewählt. Erhöht man dann die Gitterdämpfung, muss also auch die Elektronendichte in der aktiven Schicht erhöht werden. Die begrenzte Höhe der Barrieren im Leitungs- und Valenzband setzt jedoch, wie in Abschnitt 5.2.1 erläutert, eine obere Grenze für die Ladungsträgerdichten in der aktiven Schicht und damit für den effektiven Gewinn bzw. die Gitterdämpfung.

Daneben existiert eine weitere Einschränkung für die Wahl der Gitterdämpfung. Erhöht man die Ladungsträgerdichte in der aktiven Schicht, wächst das Maximum des Materialgewinns an. Jedoch ändert sich damit auch die spektrale Lage des Maximums und damit auch die des effektiven Gewinns. Für eine effiziente optische Verstärkung ist es erforderlich, dass die Wellenlänge, bei der das Maximum des effektiven Gewinns auftritt, mit der Filtermittenwellenlänge übereinstimmt. Andernfalls ist die Ladungsträgerdichte unnötig groß und damit der Wirkungsgrad geringer als möglich. Ferner führt dies, aufgrund der höheren spontanen Emission, zu einer Erhöhung der Rausch-

## 6.2 GEOMETRIE DER STREIFENBELASTETEN FILMWELLENLEITER

leistung, wie in Kapitel 8 erläutert wird. Bei der Mittenwellenlänge  $\lambda_m$  existiert für eine bestimmte Geometrie der aktiven Schicht genau eine Elektronendichte  $N_{opt}$ , für die das Maximum des Nettogewinns bei  $\lambda_m$  liegt.

Es verbleibt damit die Aufgabe, die Gitterhöhe  $h_g$ , die Elektronendichte  $N$  und die Abmessungen der aktiven Schicht  $w_{ap}$  und  $h_a$  so zu wählen, dass

$$\begin{aligned} g_{Np}(N, E_m) &= \alpha_p(h_g) \\ \max_E(g_{Np}(N, E)) &= g_{Np}(N, E_m) \\ w_a(h_a) &< w_{amax}(h_a) \end{aligned}$$

erfüllt ist. Unter den iterativ bestimmten Lösungen werden die beiden mit A und B bezeichneten Lösungen mit einer Gitterhöhe von  $h_g = 0,08\mu\text{m}$  und einer Gitterhöhe von  $h_g = 0,14\mu\text{m}$  für die Dimensionierung der Filter weiterverwendet. Die Abmessungen des Primärwellenleiters und des Primärgitters für diese beiden Geometrien sind in Tabelle 6.1 und 6.2 zusammengefasst.

Geometrie	Primärwellenleiter		
	$w_{ap}/\mu\text{m}$	$h_a/\mu\text{m}$	$N_{opt}/\text{cm}^{-3}$
A	1,90	0,12	$1,7 \cdot 10^{18}$
B	1,50	0,20	$2,1 \cdot 10^{18}$

**Tabelle 6.1:** Ausgewählte Geometrie für den Primärwellenleiter

Geometrie	Primärgitter					
	$h_g/\mu\text{m}$	$w_{psat}/\mu\text{m}$	$\bar{n}_{ep}$	$\Lambda/\text{nm}$	$\psi/^\circ$	$\alpha_p/\text{cm}^{-1}$
A	0,08	5,0	3,3171	467	45,1	25,8
B	0,14	4,0	3,3249	466	45,2	72,8

**Tabelle 6.2:** Ausgewählte Geometrie für das Primärgitter

Für diese Wellenleiter- und Gittergeometrien und dem im vorangegangenen Kapitel festgelegten Material ergeben sich für den Faktor  $H_0$  in (4.60) bei der Filtermittenwellenlänge die in der Tabelle 6.3 aufgeführten Werte.

Geometrie	$ H_0(\lambda_m) /\text{cm}$
A	$2,56 \cdot 10^{-4}$
B	$3,91 \cdot 10^{-4}$

**Tabelle 6.3:** Geometrieabhängiger Vorfaktor  $H_0$  im Frequenzgang

### 6.2.2 DIMENSIONIERUNG DES SEKUNDÄRWELLENLEITERS

Die Höhe der aktiven Schichten von Sekundär- und Primärwellenleiter, sowie der beiden Gitter und die Ladungsträgerdichten in beiden aktiven Schichten werden gleich

gewählt. Letzteres wird durch die Wahl der gleichen Vorspannung an der aktiven pn Diode erreicht. Im Gegensatz zum Primärgitter, das aus Gitterlinien identischer Gitterlinienlänge  $w_{p_{sat}}$  besteht, soll die Gitterlinienlänge  $w_s$  im Sekundärgitter variabel sein, um wie in Abschnitt 4.3 erläutert, die Form des Koppelfaktors und damit letztlich des Frequenzgangs, zu beeinflussen. Da eine Erhöhung der Gitterlinienlänge über die maximal wirksame Länge  $w_{p_{sat}}$  den Koppelfaktor unverändert lässt, ist der Bereich in dem die Gitterlinienlänge variieren kann durch  $0 < w_s \leq w_{p_{sat}}$  gegeben. Bei der Variation der Gitterlinienlänge ändert sich, wie in Abschnitt 4.3 ausgeführt, neben dem Koppelfaktor die mittlere Modenbrechzahl  $\bar{n}_{es}$  und die Gitterdämpfung  $\alpha_s$  im Sekundärgitter. Die beide letztgenannten Nebeneffekte müssen durch die Wahl einer geeigneten Wellenleiterstruktur für den Sekundärwellenleiter kompensiert werden, wobei zwei Bedingungen nach Abschnitt 4.3 erfüllt sein müssen:

- die mittlere Phasenkonstante und damit die mittlere Modenbrechzahl im Sekundärwellenleiter stimmt, unabhängig von der Gitterlinienlänge im Sekundärgitter, mit derjenigen des Primärwellenleiters überein, d. h.

$$\bar{n}_{ep} = \bar{n}_{es} \quad (6.5)$$

- der effektive Gewinn  $g_{Ns}$  entspricht der Gitterdämpfung  $\alpha_s$

$$g_{Ns}(N_{Opt}, E_m) = \Gamma_{as}(N_{opt}, E_m)(g(N_{opt}, E_m) - \alpha_{IVBA}) = \alpha_s \quad (6.6)$$

Stimmt die Gitterlinienlänge im Sekundärgitter mit derjenigen des Primärgitters  $w_{p_{sat}}$  überein, lassen sich beide Bedingung erfüllen, indem die Breite der aktiven Schicht im Sekundärwellenleiter gleich derjenigen im Primärwellenleiter gewählt wird. In Bereichen maximaler Gitterlinienlänge werden demnach die Geometrien von Primär- und Sekundärwellenleiter übereinstimmen. Die Gitterlinienlänge im Sekundärgitter ist nach oben durch  $w_{p_{sat}}$  begrenzt. Reduziert man diese um den Koppelfaktor zu verändern, nimmt die Gitterdämpfung  $\alpha_s$  ab. Um die Bedingung (6.6) zu erfüllen muss die Breite  $w_{as}$  der aktiven Schicht im Sekundärwellenleiter reduziert werden, um den Confinementfaktor  $\Gamma_{as}$  in der aktiven Schicht des Sekundärwellenleiters zu reduzieren. Dadurch sinkt auch die mittlere Modenbrechzahl  $\bar{n}_{es}$  und (6.5) ist nicht mehr erfüllt. Der Confinementfaktor  $\Gamma_{as}$  kann nicht unabhängig von der mittleren Modenbrechzahl verändert werden, da beide Größen von der Feldverteilung abhängen. Um die Bedingungen (6.5) und (6.6) dennoch gleichzeitig bei variierender Gitterlinienlänge zu erfüllen, muss deshalb ein weiterer Freiheitsgrad geschaffen werden. Dazu wird eine passive Schicht in die Struktur des Sekundärwellenleiters integriert, deren Abmessungen geeignet verändert werden müssen. Diese muss so gewählt werden, dass die Diodenstruktur und die damit verbundenen Eigenschaften nicht gestört werden. Die im Hinblick auf die Herstellung einfachste Struktur des Sekundärwellenleiters ist in der Abbildung 6.5 dargestellt. Die aktive Schicht wird dabei von einer aus dem gleichen Material wie die Filmschicht bestehenden Kompensationsschicht umgeben, welche die

## 6.2 GEOMETRIE DER STREIFENBELASTETEN FILMWELLENLEITER

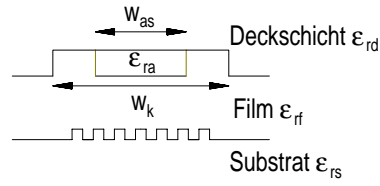


Abb. 6.5: Geometrie des Sekundärwellenleiters bei inhomogenem Sekundärgitter

gleiche Höhe wie die aktive Schicht besitzt. Die Breite  $w_k$  dieser Schicht ist der zusätzliche benötigte Freiheitsgrad neben der Breite  $w_{as}$  der aktiven Schicht. Die Schichtbreiten bestimmen sich nun aus folgenden Bestimmungsgleichungen

$$\begin{aligned} g_{Ns}(N_{opt}, E_m) = \Gamma_{as}(w_{as}, w_k, w_s)(g(N_{opt}, E_m) - \alpha_{IVBA}) - \alpha_s(w_{as}, w_k, w_s) &= 0 \\ \bar{n}_{es}(w_{as}, w_k, w_s) - \bar{n}_{ep} &= 0 \end{aligned} \quad (6.7)$$

Als zusätzliche Nebenbedingung gilt die Forderung, dass im Sekundärwellenleiter nur die Quasi-TM und Quasi-TE Grundmode ausbreitungsfähig sein soll, womit die Breite der Kompensationsschicht nach oben begrenzt ist. Die Lösung des Gleichungssystems (6.7) liefert zu jedem Wert der Gitterlinienlänge in einem begrenzten Bereich  $w_{smin} \leq w_s \leq w_{psat}$  die nötige Breite der aktiven Schicht  $w_{as}$  und die Breite der Kompensationsschicht  $w_k$ . Für die Geometrie A ergab sich  $w_{smin} = 0,30\mu\text{m}$  und für B zu  $w_{smin} = 0,25\mu\text{m}$ . Für kleinere Gitterlinienlängen existieren für die gewählten Geometrien keine Lösungen. Das Ergebnis dieser Rechnung ist für die Geometrie A in der Abbildung 6.6 (a) und für die Geometrie B in der Abbildung 6.6 (b) dargestellt. Wie erläutert, stimmt für lange Gitterlinien  $w_s = w_{psat}$  die Geometrie des Primär- mit

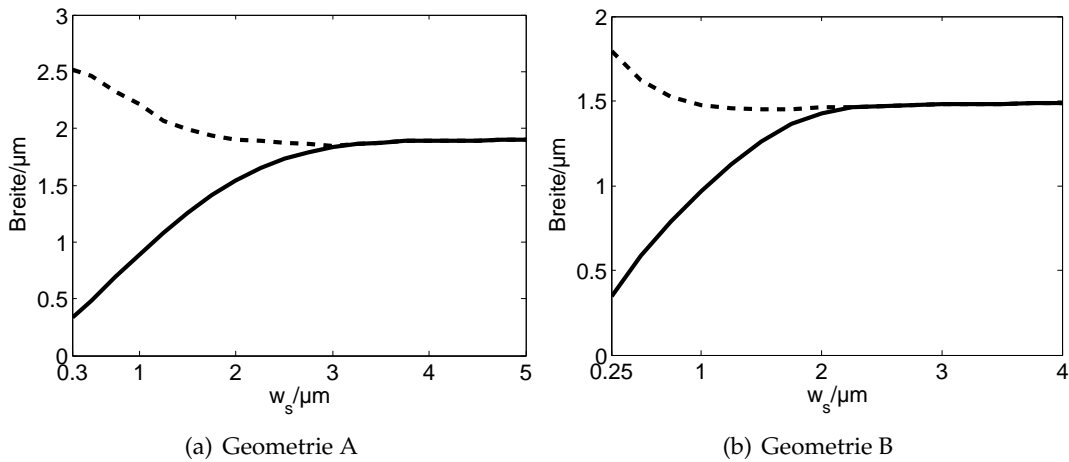


Abb. 6.6: Breite der aktiven Schicht  $w_{as}$  (—) und Breite der Kompensationsschicht  $w_k$  (- -) bei variierender Gitterlinienlänge  $w_s$  für die Geometrie A und B



der des Sekundärwellenleiters überein und die Kompensationsschicht entfällt in diesem Bereich. Nimmt die Gitterlinienlänge  $w_s$  ausgehend von  $w_{psat}$  ab, wird die Breite  $w_{as}$  der aktiven Schicht reduziert, um der reduzierten Dämpfung  $\alpha_s$  Rechnung zu tragen. Die damit verbundene Reduzierung der mittleren Modenbrechzahl  $\bar{n}_{es}$  gegenüber dem Sollwert  $\bar{n}_{ep}$  wird durch die Kompensationsschicht ausgeglichen. Je kleiner die Breite der aktiven Schicht wird, umso größer wird dabei die Breite der Kompensationsschicht. Aufgrund der Forderung, dass der Sekundärwellenleiter nur die Quasi-TE und Quasi-TM Grundmode führt, ist die Breite der Kompensationsschicht nach oben und folglich die Gitterlinienlänge nach unten auf  $w_{smin}$  beschränkt. Die Änderung der Wellenleitergeometrie muss dabei über Strecken erfolgen, die groß sind im Vergleich zur Wellenlänge, um Abstrahlung geführter Leistung aus dem Wellenleiter zu verhindern. Für jede, durch die in der Abbildung 6.6 dargestellten Kurve definierte Wellenleiter- und Gittergeometrie, ergibt sich ein anderer Kopplungsfaktor  $\kappa$  nach (4.56). Der so berechnete Kopplungsfaktor ist für die Geometrie A in der Abbildung 6.7 (a) und für die Geometrie B in der Abbildung 6.7 (b) in Abhängigkeit von der Gitterlinienlänge  $w_s$  dargestellt. Die Feldverteilungen der Quasi-TM Mode wurde dabei nach (4.54) auf  $P_s = 1W$  normiert und die Feldverteilungen der TM-Mode im Filmwellenleiter nach (4.42) auf  $P' = 1 \frac{W}{m}$ . Der Abstand  $w$  der Symmetrieebenen des Primär- und

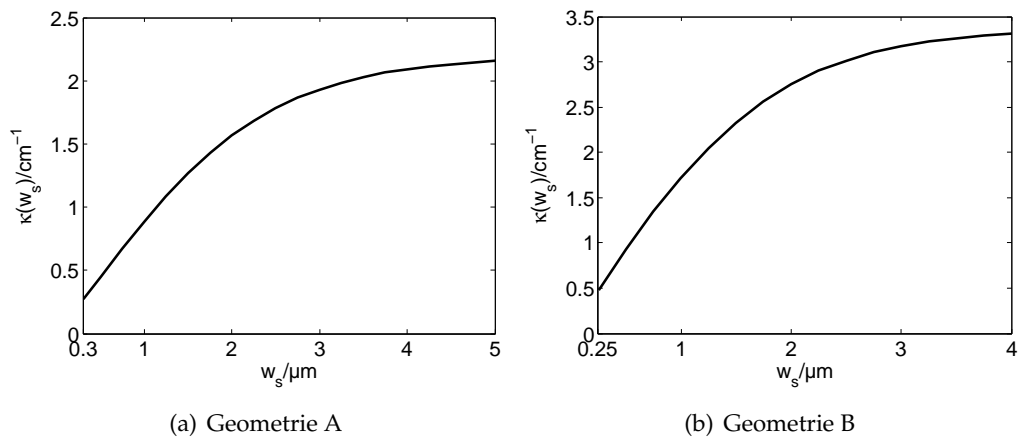


Abb. 6.7: Kopplungsfaktor  $\kappa$  in Abhängigkeit von der Gitterlinienlänge  $w_s$  für die Geometrie A und B

des Sekundärwellenleiters muss mindestens so groß gewählt werden, dass eine direkte Kopplung der Wellenleiter verhindert wird. Ist der Abstand zu gering, überlappen sich die Modenfelder der beiden Wellenleiter, wodurch es zu einem Leistungsaustausch zwischen den Wellenleitern kommen kann [4]. Für die verwendete Wellenleitergeometrie und das verwendete Material liegt der Mindestabstand bei wenigen Mikrometern. Um Signale in das Bauelement ein- und auszukoppeln, ist aus praktischen Überlegungen ein Abstand der Symmetrieebenen der Wellenleiter nötig, der deutlich über dieser Grenze liegt. Dieser wurde zu  $w = 50\mu\text{m}$  gewählt. Für die Höhe des InP Wafers wurde der Wert  $h_w = 100\mu\text{m}$  angenommen.



## 7 FILTERENTWURF

In diesem Kapitel wird der Entwurf des Bandpassfilters nach Vorgaben im Frequenzbereich beschrieben. Mit einem Toleranzschema werden im Frequenzbereich Forderungen an den Frequenzgang des Filters definiert. Der Filterentwurf liefert als Ergebnis die nötige Gittergeometrie des Sekundärgitters, um die Forderungen bestmöglich zu erfüllen. Im Abschnitt 7.1 wird der Entwurfsablauf beschrieben und der anschließende Abschnitt 7.2 beschreibt die Umsetzung des Ergebnisses des Filterentwurfs in die Geometrie des Sekundärgitters.

### 7.1 FILTERENTWURF

Für aktive Filter mit inhomogenem Sekundärgitter ergibt sich der Frequenzgang des Filters, wie in Abschnitt 4.3 beschrieben, nach (4.60) zu

$$H(f) = H_0 e^{j c_1 4\pi \frac{f}{f_m}} \sum_{n=0}^{N_s-1} \kappa(w_{sn}) e^{-j 4\pi \frac{f}{f_m} n} \quad (7.1)$$

wobei  $H_0$  und  $\kappa$ , in dem für DWDM Signale relevanten Frequenzbereich um die Mittenfrequenz als konstant betrachtet werden dürfen. Die für die Gültigkeit dieses Ausdrucks nötigen Voraussetzungen sind in Abschnitt 4.3 beschrieben und können durch die in Kapitel 6 vorgestellte Geometrie des Sekundärwellenleiters erfüllt werden. Vergleicht man den Frequenzgang aus (7.1) mit dem Frequenzgang eines digitalen Filters mit endlicher Impulsantwort (FIR-Filter) vom Grad  $N_s$  [27]

$$H_{\text{FIR}}(f) = \sum_{n=0}^{N_s-1} h(n) e^{-j 2\pi \frac{f}{f_m} n} \quad (7.2)$$

mit der Abtastfrequenz  $f_m$  und den Filterkoeffizienten  $h(n)$  stellt man fest, dass beide Übertragungsfunktionen die gleiche Bauart besitzen. Die Filterkoeffizienten sind dem Betrag nach auf das Intervall

$$I_{\text{FIR}} = [0, h_{\text{max}}] \quad (7.3)$$

beschränkt und der Kopplungsfaktor auf das Intervall

$$I_{\kappa} = [\kappa(w_{\text{smin}}), \kappa(w_{\text{psat}})], \quad (7.4)$$

da, wie in Kapitel 6 beschrieben, die Gitterlinienlänge nur im Bereich  $w_{\text{smin}} \leq w_s \leq w_{\text{psat}}$  variiert werden kann. Bildet man die Filterkoeffizienten über

$$\kappa(w_{sn}) = \kappa(w_{\text{psat}}) \frac{h(n)}{h_{\text{max}}} \quad (7.5)$$

ab, erhält man aus (7.1) und (7.2)

$$H(f) = H_0 e^{j c_1 4\pi \frac{f}{f_m} \frac{\kappa(w_{psat})}{h_{max}}} H_{FIR}(2f)$$

Es gilt also

$$\begin{aligned} |H(f)| &= |H_0| \frac{\kappa(w_{psat})}{h_{max}} |H_{FIR}(2f)| \\ \arg(H(f)) &= \arg(H_0) + c_1 4\pi \frac{f}{f_m} + \arg(H_{FIR}(2f)). \end{aligned} \quad (7.6)$$

Der Frequenzgang  $H$  des Filters stimmt mit dem Frequenzgang  $H_{FIR}$  bei der doppelten Frequenz dem Betrag nach bis auf eine multiplikative Konstante und der Phase nach bis auf einen additiven linearen Term überein. Jedoch gilt dies wegen der Untergrenze  $\kappa(w_{smin})$  für den Kopplungsfaktor nur, solange für die Filterkoeffizienten gilt

$$h(n) \geq h_{min} = h_{max} \frac{\kappa(w_{smin})}{\kappa(w_{psat})}. \quad (7.7)$$

Kleinere Filterkoeffizienten können nicht mehr nach (7.5) auf die Kopplungsfaktoren abgebildet werden. Die sich daraus ergebenden Einschränkungen im Filterentwurf werden in Abschnitt 7.2 diskutiert und vorerst ignoriert.

Die aufgezeigte Übereinstimmung des Frequenzgangs des optischen Filters mit dem eines digitalen FIR Filters lässt sich für den Filterentwurf ausnutzen. Dazu werden die bekannten Entwurfsverfahren für digitale FIR Filter verwendet, um zunächst die Filterkoeffizienten des digitalen FIR Filters so zu bestimmen, dass gegebene Vorschriften an den Frequenzgang des FIR Filters erfüllt werden. Sind die Filterkoeffizienten bestimmt, lassen sich daraus die Kopplungsfaktoren und letztlich die dafür nötige Gittergeometrie im Sekundärgitter ermitteln. Die Vorschriften an den Frequenzgang setzen sich aus Vorschriften an den Phasen- und den Amplitudenverlauf zusammen. Das Bandpassfilter soll einen linearen Phasenverlauf aufweisen. Dann ist die Gruppenlaufzeit frequenzunabhängig und es treten keine Verzerrungen bei der Filterung auf. Ein linearer Phasenverlauf erfordert nach (7.6) einen linearen Phasenverlauf des digitalen FIR Filters  $H_{FIR}$ . Dafür müssen die Filterkoeffizienten die Symmetriebedingung [27]

$$h(n) = \begin{cases} h(2M - n) & n = 0, 1, \dots, M - 1 \quad \text{für ungeraden Filtergrad } N_s = 2M + 1, \quad M \in \mathbb{N} \\ h(2M - 1 - n) & n = 0, 1, \dots, M - 1 \quad \text{für geraden Filtergrad } N_s = 2M, \quad M \in \mathbb{N} \end{cases} \quad (7.8)$$

erfüllen. Setzt man die in (7.8) definierte Bedingung in (7.2) ein, erhält man für den Frequenzgang  $H_{FIR}$  bei ungeradem Filtergrad  $N_s = 2M + 1$

$$\begin{aligned} A_{FIR}(f) &= h(M) + 2 \sum_{n=0}^{M-1} h(n) \cos \left( 2\pi \frac{f}{f_m} (M - n) \right) \\ H_{FIR}(f) &= A_{FIR}(f) e^{-j 2\pi \frac{f}{f_m} M} \end{aligned} \quad (7.9)$$

und bei geradem Filtergrad  $N_s = 2M$

$$A_{\text{FIR}}(f) = 2 \sum_{n=0}^{\frac{N_s-1}{2}} h(n) \cos \left( 2\pi \frac{f}{f_m} \left( \frac{N_s-1}{2} - n \right) \right) \quad (7.10)$$

$$H_{\text{FIR}}(f) = A_{\text{FIR}}(f) e^{-j2\pi \frac{f}{f_m} \frac{N_s-1}{2}}$$

jeweils als Produkt des reellen Amplitudengangs  $A_{\text{FIR}}$  mit einem linearen Phasengang. Der Phasengang hängt nicht mehr von den Filterkoeffizienten ab, die sich somit allein aus den Anforderungen an den Amplitudengang bestimmen.

Die Anforderungen an den Amplitudengang werden im Frequenzbereich über das mit  $A_{\text{dFIR}}$  bezeichnete Toleranzschema definiert. Der Durchlassbereich des optischen Bandpassfilters um die Mittenfrequenz  $f_m$  ist durch  $|f - f_m| < f_D$  und der Sperrbereich durch  $|f - f_m| > f_S$ , mit  $f_D < f_S$ , gegeben. Das digitale Filter hat wegen (7.6) die Mittenfrequenz  $2f_m$  und für den Durchlass- bzw. Sperrbereich gilt  $|f - 2f_m| < 2f_D$  bzw.  $|f - 2f_m| > 2f_S$ . Für den Entwurf des digitalen Filters wird im Durchlassbereich  $|A_{\text{FIR}} - 1| \leq \delta_d$  und im Sperrbereich  $|A_{\text{FIR}}| \leq \delta_s$  gefordert, wobei  $\delta_d > 0$  die maximal zulässige Abweichung vom Sollwert 1 im Durchlassbereich und  $\delta_s > 0$  die maximale Abweichung vom Sollwert 0 im Sperrbereich bezeichnet. Das Toleranzschema  $A_{\text{dFIR}}$  für das digitale Bandpassfilter zeigt die Abbildung 7.1. Der Frequenzgang des digitalen Filters nach (7.2) ist periodisch mit  $f_m$ . Anstatt das Bandpassfilter mit der Mittenfrequenz  $2f_m$  nach dem Toleranzschema in Abbildung 7.1 zu entwerfen, kann auch ein Tiefpassfilter entworfen werden, da  $H_{\text{FIR}}(f) = H_{\text{FIR}}(f + 2f_m)$  gilt. Das Toleranzschema für den Tiefpassentwurf erhält man deshalb aus dem in Abbildung 7.1 dargestellten durch die Verschiebung  $-2f_m$  auf der Frequenzachse in der in der Abbildung 7.2 dargestellten Form. Aus den beiden zugelassenen Abweichungen im Durchlass- und Sperr-

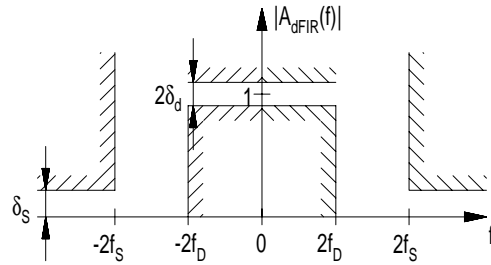
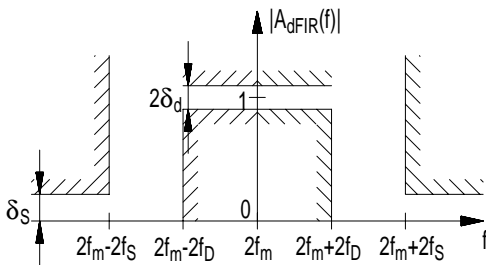


Abb. 7.1: Toleranzschema für das FIR Bandpassfilter    Abb. 7.2: Toleranzschema für das FIR Tiefpassfilter

bereich berechnet sich die Welligkeit  $\alpha_D$  im Durchlassbereich und die Sperrdämpfung  $\alpha_S$  zu

$$\alpha_D = 20 \lg \frac{1 + \delta_d}{1 - \delta_d} \quad (7.11)$$

$$\alpha_S = -20 \lg \delta_s \quad (7.12)$$

Zur Bestimmung der Filterkoeffizienten in den Gleichungen (7.9) und (7.10) anhand des gegebenen Toleranzschemas existieren zahlreiche, in der Literatur beschriebene

Verfahren. Für die in dieser Arbeit entworfenen Filter wurde der in [27] vorgestellte Parks-McClellan Algorithmus verwendet.

Für den Spezialfall eines homogenen Sekundärgitters mit den Gitterlinienlängen  $w_s = w_{\text{psat}}$  erhält man aus (7.1) eine besonders einfache Form des Frequenzgang zu

$$H(f) = H_0 \kappa(w_{\text{psat}}) e^{-j2\pi \frac{f}{f_m} (N_s - 1 - 2c_0)} \frac{\sin\left(2\pi \frac{f}{f_m} N_s\right)}{\sin\left(2\pi \frac{f}{f_m}\right)}. \quad (7.13)$$

Für eine gegebene Gitter- und Wellenleitergeometrie ist der einzige Entwurfsparameter die Anzahl  $N_s$  der Gitterlinien im Sekundärgitter. Der Übertragungsfaktor bei der Mittenfrequenz

$$|H(f_m)| = |H_0 \kappa(w_{\text{psat}})| N_s \quad (7.14)$$

nimmt linear mit der Anzahl der Gitterlinien zu und die Leistungsübertragung  $|H(f_m)|^2$  wächst demnach quadratisch mit  $N_s$ . Die 3dB-Bandbreite  $B_{3\text{dB}}$  des Filters erhält man aus der Forderung

$$\left| H\left(f_m + \frac{B_{3\text{dB}}}{2}\right) \right| = |H_0 \kappa(w_{\text{psat}})| \left| \frac{\sin\left(\frac{\pi B_{3\text{dB}}}{f_m} N_s\right)}{\sin\left(\frac{\pi B_{3\text{dB}}}{f_m}\right)} \right| = \frac{|H(f_m)|}{\sqrt{2}} \quad (7.15)$$

mit der, für die hier betrachteten Schmalbandfilter mit  $B_{3\text{dB}} \ll f_m$  zulässigen Näherung  $\sin\left(\pi \frac{B_{3\text{dB}}}{f_m}\right) \approx \pi \frac{B_{3\text{dB}}}{f_m}$  im Nenner obiger Gleichung zu

$$B_{3\text{dB}} = \frac{2,783 f_m}{2\pi N_s}. \quad (7.16)$$

Während der Übertragungsfaktor proportional zu  $N_s$  wächst, nimmt die Bandbreite umgekehrt proportional zu  $N_s$  ab.

## 7.2 GITTERDIMENSIONIERUNG

Aufgrund der Untergrenze für den Kopplungsfaktor  $\kappa(w_{s\text{min}}) > 0$  können nach (7.7) nur Filterkoeffizienten, die größer als  $h_{\text{min}}$  sind, auf die Kopplungsfaktoren und damit auf die Wellenleiter- und Gittergeometrie abgebildet werden. Um die sich daraus ergebenden Einschränkungen für den Filterentwurf aufzuzeigen, wird zunächst die prinzipielle Gestalt der Filterkoeffizienten ermittelt. Dazu wird der ideale, durch

$$H_{\text{FIR}}(f) = \begin{cases} 1 & \text{für } |f| < 2f_D \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (7.17)$$

definierte Tiefpass betrachtet. Die zu diesem Frequenzgang gehörenden Filterkoeffizienten können durch inverse Fouriertransformation [27] zu

$$h(n) = \frac{1}{f_m} \int_{-\frac{f_m}{2}}^{\frac{f_m}{2}} H_{\text{FIR}}(f) e^{j2\pi \frac{f}{f_m} n} df = \frac{\sin \frac{4\pi f_D n}{f_m}}{\pi n}, \quad n \in \mathbb{Z} \quad (7.18)$$

berechnet werden. Der Frequenzgang hat damit die Darstellung

$$H_{\text{FIR}}(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin \frac{4\pi f_D n}{f_m}}{n\pi} e^{-j2\pi \frac{f}{f_m} n}. \quad (7.19)$$

Dieses Filter ist nicht realisierbar, da es nicht kausal ist und eine unendliche Anzahl von Filterkoeffizienten erfordern würde. Realisierbare Filter, mit einer endlichen Anzahl von Filterkoeffizienten, erhält man mit den in der Literatur bekannten Entwurfsverfahren. Begrenzt man die unendliche Folge in (7.18) auf den Indexbereich  $n = \{-M, -M + 1, \dots, M\}$ , wie in der Abbildung 7.3 links veranschaulicht, erhält man ebenfalls ein realisierbares Filter vom Grad  $N_s = 2M + 1$ , sofern die Folge, wie im rechten Bild der Abbildung 7.3 dargestellt, noch um  $M$  verschoben wird um ein kausales Filter zu erhalten. Durch das Abschneiden der Folge in (7.18) erhält man, anstelle des Frequenzganges des idealen Tiefpassfilters, einen Verlauf im Frequenzbereich, der eine Welligkeit im Durchlassbereich und eine endliche Dämpfung im Sperrbereich aufweist. Je größer  $M$  gewählt wird, d. h. je mehr Koeffizienten aus (7.18) verwendet werden, umso besser wird die Funktion des idealen Tiefpassfilters approximiert. Für den Entwurf des optischen Bandpassfilters können nur Filterkoeffizienten  $h(n) > h_{\min}$  fehlerfrei auf die Gittergeometrie des Sekundärgitters abgebildet werden. Diese Bedingung erfüllen die Filterkoeffizienten nur in einem begrenzten Intervall. Die Intervalllänge  $N_{\max}$  ist somit der maximale Filtergrad für das optische Bandpassfilter. Die Obergrenze für den Filtergrad begrenzt auch die erreichbaren Filtereigenschaften. Sind

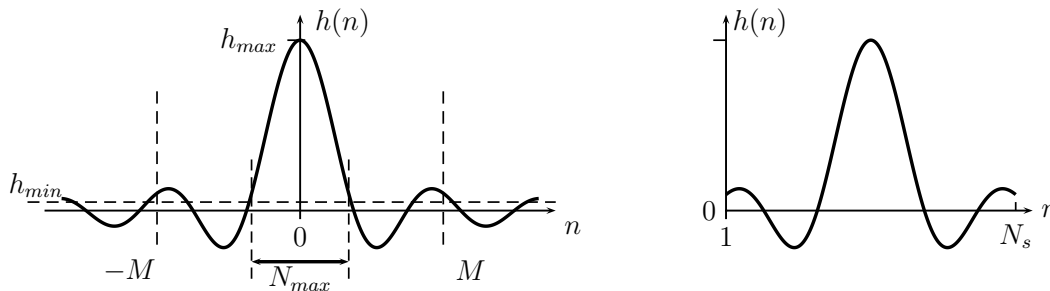


Abb. 7.3: Schematische Darstellung der Einhüllenden der Filterkoeffizienten

die Mittenfrequenz, die Bandbreite und die Grenzen des Sperrbereichs des Filters gegeben, nimmt der zum Erreichen der Anforderungen nötige Filtergrad zu, wenn die Dämpfung im Sperrbereich erhöht oder die Welligkeit im Durchlassbereich verringert werden soll. Sind die Mittenfrequenz, die Grenzen des Sperrbereichs, die Sperrdämpfung und die Welligkeit im Durchlassbereich gegeben, führt eine Erhöhung der Bandbreite ebenfalls zu einer Zunahme des nötigen Filtergrads. Je höher also die Anforderungen an das Filter sind, umso größer wird der nötige Filtergrad. Die Beschränkung des Filtergrades nach oben durch die untere Schranke für die Filterkoeffizienten begrenzt also die erreichbare Flankensteilheit, die minimale Welligkeit im Durchlassbereich und die mögliche Sperrdämpfung. Der Filtergrad konnte in einigen Fällen noch

ein wenig über  $N_{\max}$  ausgedehnt werden, indem alle Filterkoeffizienten die kleiner als  $h_{\min}$  sind auf den Kopplungsfaktor  $\kappa(w_{s\min})$  abgebildet wurden. Dies ging jedoch zu Lasten der Welligkeit im Durchlassbereich.

Die Dimensionierung des Gitters erfolgt in zwei Schritten. Zunächst werden aus den im Filterentwurf ermittelten Filterkoeffizienten nach (7.5) die Kopplungsfaktoren ermittelt. Anschließend werden aus der in Kapitel 6 berechneten Abhängigkeit des Kopplungsfaktors von der Gitterlinienlänge und der Gittergeometrie die zu den Kopplungsfaktoren gehörenden Gitterlinienlängen für das Sekundärgitter mit der zugehörigen Wellenleitergeometrie ermittelt.

## 8 RATENGLEICHUNGEN

Für die Realisierung aktiver Filter werden die beiden streifenbelasteten Filmwellenleiter als aktive Wellenleiter ausgeführt. Unter Verwendung der im Kapitel 6 beschriebenen Geometrie der Wellenleiter und dem im Kapitel 5 erläuterten Brechzahl- und Dotierungsprofil erhält man für den Primär- und den Sekundärwellenleiter je eine Doppelheterostruktur. Durch Anlegen einer Vorspannung an diese beiden Doppelheterostrukturen werden Ladungsträger in die aktive Schicht injiziert, womit wie in Kapitel 5 erläutert, optische Verstärkung durch stimulierte Emission erzielt werden kann. Die Verstärkung, die eine Wellenleitermode bei der Ausbreitung im aktiven Primär- bzw. Sekundärwellenleiter erfährt, wird mit dem effektiven Gewinn  $g_{Np}$  bzw.  $g_{Ns}$  beschrieben, der im Arbeitspunkt nach (6.4) und (6.6) bei der Mittenwellenlänge des Filters gerade die durch das Primär- bzw. Sekundärgitter verursachte Dämpfung der Wellenleitermode kompensieren soll. Dafür ist nach Abschnitt 6.2.1 eine bestimmte Ladungsträgerdichte in der aktiven Schicht nötig, welche durch eine passende Vorspannung an den beiden Doppelheterostrukturen einzustellen ist. Die injizierte Ladungsträgerdichte wird durch die stimulierte Emission sowie durch nichtstrahlende und spontane Rekombinationsprozesse abgebaut, wobei der letztgenannte Prozess optisches Rauschen erzeugt. Der Injektionsstrom im stationären Zustand ist gerade so groß, dass die Ladungsträgerinjektion in die aktive Schicht den Abbau der Ladungsträgerdichte kompensiert. Zur Berechnung des Injektionsstromes, des Rauschens und der Verstärkung des Filters bei der Mittenwellenlänge, in Abhängigkeit von der Eingangsleistung, werden die Ratengleichungen für den Primär- und den Sekundärwellenleiter verwendet. Diese verknüpfen die Ladungsträgerdichte in der aktiven Schicht mit der Leistung der Wellenleitermoden und werden im folgenden Abschnitt zunächst für den Primärwellenleiter formuliert und anschließend für den Sekundärwellenleiter erweitert.

### 8.1 Ratengleichungen für den Primärwellenleiter

Die Verteilung der Löcherdichte  $P$  in der aktiven Schicht des in der Abbildung 8.1 dargestellten Primärwellenleiters berechnet sich aus der Diffusionsgleichung [28]. Diese folgt aus der Kontinuitätsgleichung [29]

$$\nabla \mathbf{J}_p(\mathbf{r}, t) + e \frac{\partial P(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -eR(N, P) \quad (8.1)$$

und dem Diffusionsstrom  $\mathbf{J}_p = -eD_p \nabla P$  zu

$$\nabla(-eD_p \nabla P(\mathbf{r}, t)) + e \frac{\partial P(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -eR(N, P) \quad (8.2)$$

mit der Rekombinationsrate  $R$  als Summe der Raten der spontanen und nichtstrahlenden Rekombination sowie der stimulierten Emission. Die Löcherdichte variiert in Rich-

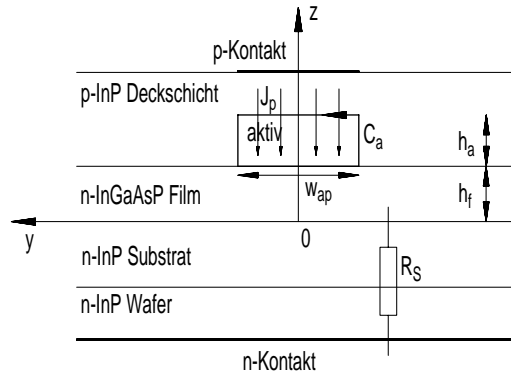


Abb. 8.1: Querschnitt durch den aktiven Primärwellenleiter

tung der Wellenleiterachse (der  $x$ -Achse) nur aufgrund der Variation der im Wellenleiter geführten optischen Leistung in dieser Richtung, die sich durch optische Verstärkung oder Absorption ändert. Diese Änderungen erfolgen über Strecken, die groß im Vergleich zur Breite und Höhe der aktiven Schicht sind. Deshalb kann die Ableitung der Löcherdichte in  $x$ -Richtung gegen die Ableitungen in  $y$ - und  $z$ -Richtung in (8.2) vernachlässigt werden. Integriert man (8.2) über den Querschnitt

$A_a = \{(y, z), |y| \leq \frac{w_{ap}}{2}, h_f \leq z \leq h_f + h_a\}$  der aktiven Schicht erhält man unter Verwendung des Satzes von Gauß

$$\begin{aligned} -eD_p \int_{C_a} \nabla_t P(\mathbf{r}, t) ds &= -eD_p \int_{A_a} \nabla_t (\nabla_t P(\mathbf{r}, t)) dy dz = \\ &= -e \int_{A_a} R(N, P) dy dz - e \frac{d}{dt} \int_{A_a} P(\mathbf{r}, t) dy dz \end{aligned} \quad (8.3)$$

Die Kurve  $C_a$  (s. Abbildung 8.1) bezeichnet den Rand des Gebiets  $A_a$  und  $s$  den nach außen weisenden Normalenvektor auf die Kurve. Aufgrund der Barriere im Valenzband fließt kein Löcherstrom in die  $n$ -dotierte Filmschicht, so dass  $J_p(x, y, h_f, t) = -eD_p \nabla_t P(x, y, h_f, t) = 0$  gilt. Der Stromfluss durch die Seitenflächen der aktiven Schicht ( $y = \pm \frac{w_{ap}}{2}$ ) darf vernachlässigt werden, denn die Höhe der aktiven Schicht  $h_a$  ist wesentlich kleiner als die Breite  $w_{ap}$  und der Stromfluss erfolgt in erster Linie in  $-z$ -Richtung. Damit erhält man aus (8.3)

$$\begin{aligned} \frac{1}{h_a} \frac{1}{w_{ap}} \int_{-\frac{w_{ap}}{2}}^{\frac{w_{ap}}{2}} eD_p \nabla_t P(x, y, h_f + h_a, t) e_z dy &- e \frac{1}{A_a} \int_{A_a} R(N, P) dy dz \\ &= e \frac{d}{dt} \frac{1}{A_a} \int_{A_a} P(\mathbf{r}, t) dy dz \end{aligned} \quad (8.4)$$



## 8.1 Ratengleichungen für den Primärwellenleiter

Mit den gemittelten Größen

$$\begin{aligned}
 \bar{J}_p(x, t) &= \frac{1}{w_{ap}} \int_{-\frac{w_{ap}}{2}}^{\frac{w_{ap}}{2}} J_p(x, y, h_f + h_a, t) dy \\
 \bar{R}(\bar{N}, \bar{P}) &= \frac{1}{A_a} \int_{A_a} R(N, P) dy dz \\
 \bar{P}(x, t) &= \frac{1}{A_a} \int_{A_a} P(\mathbf{r}, t) dy dz \\
 \bar{N}(x, t) &= \frac{1}{A_a} \int_{A_a} N(\mathbf{r}, t) dy dz
 \end{aligned} \tag{8.5}$$

für die Löcherstromdichte  $\bar{J}_p$ , die Rekombinationsrate  $\bar{R}$ , die Löcherdichte  $\bar{P}$  und die Elektronendichte  $\bar{N}$  erhält man die aufgrund der Neutralität des aktiven Gebiets ( $\bar{N} = \bar{P}$ ) gleichermaßen für Elektronen und Löcher gültige Ratengleichung

$$\frac{d\bar{P}(x, t)}{dt} = \frac{d\bar{N}(x, t)}{dt} = \frac{\bar{J}_p(x, t)}{eh_a} - \bar{R}(\bar{N}, \bar{P}) .$$

Die Zunahme der Ladungsträgerdichte in der aktiven Zone ergibt sich aus der Rate der injizierten Ladungsträger abzüglich der Rekombinationsrate. Im folgenden wird die Betrachtung der Ratengleichungen auf den stationären Zustand ( $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ ) beschränkt, für den sich die Ratengleichung der Elektronen- und Löcherdichte zu

$$\frac{\bar{J}_p(x)}{eh_a} = \bar{R}(\bar{N}, \bar{P}) \tag{8.6}$$

ergibt.

Die zu filternden  $N_k$  Signale mit den Wellenlängen  $\lambda_n$   $n = 0, 1, \dots, N_k - 1$  werden in den aktiven Primärwellenleiter eingekoppelt und breiten sich dort in der Form der geführten Quasi-TM Mode aus. Die Feldverteilungen  $\bar{\mathbf{E}}_p, \bar{\mathbf{H}}_p$  der Mode sind über

$$\begin{aligned}
 \operatorname{Re} \int_{A_Q} T_x(\mathbf{r}_t) dy dz &= P_0 \\
 T_x(\mathbf{r}_t) &= \frac{1}{2} \bar{\mathbf{E}}_p(\mathbf{r}_t) \times \bar{\mathbf{H}}_p^*(\mathbf{r}_t) \mathbf{e}_x
 \end{aligned} \tag{8.7}$$

auf die Leistung  $P_0$  normiert, so dass für die Signalleistung

$$P_n = |A_n|^2 P_0 \tag{8.8}$$

gilt, wobei  $A_n$  die Modenamplitude bezeichnet. Die Ausbreitung der Mode im aktiven Primärwellenleiter mit der Ausbreitungsrichtung  $\pm x$  wird durch den Verlauf der Modenamplitude nach

$$\frac{dA_n^\pm}{dx} = \mp \left( \frac{\alpha_p - g_{Np}}{2} + j\bar{\beta}_{pn} \right) A_n^\pm \tag{8.9}$$

beschrieben. Der sich in  $-x$ -Richtung ausbreitende Anteil entsteht durch Reflexion der vorwärtslaufenden Moden an der Halbleiter-Luft Grenzfläche am Ende des Primärwellenleiters. Mit dem Zusammenhang  $S_n(\mathbf{r}) = \frac{|A_n(x)|^2 \text{Re}(T_x(\mathbf{r}_t))}{v_g h f_n}$  zwischen der Flussdichte  $T_x$  in Ausbreitungsrichtung und der Photonendichte  $S_n$  der Moden ergibt sich die mittlere Photonendichte  $\bar{S}_n$  in der aktiven Schicht der Mode unter Verwendung des Confinementfaktors  $\Gamma_{ap}$  (s. Gleichung (3.25)) für die aktive Schicht des Primärwellenleiters aus

$$\bar{S}_n^\pm(x) = \frac{1}{A_a} \int_{A_a} S_n^\pm(\mathbf{r}) dy dz = \frac{|A_n^\pm(x)|^2 \Gamma_{ap} P_0}{A_a v_g(\lambda_n) h f_n} \quad (8.10)$$

mit der Frequenz  $f_n = \frac{c_0}{\lambda_n}$ .

Ein Teil der spontanen Emission wird ebenfalls im Primärwellenleiter geführt und genauso verstärkt wie die Signale. Dieser Anteil wird mit ASE, amplified spontaneous emission, bezeichnet. Die Energie der spontan emittierten Photonen ist aufgrund des kontinuierlichen Spektrums der spontanen Emission kontinuierlich über die Wellenlänge verteilt. Deshalb tritt anstelle der mittleren Photonendichte in der aktiven Schicht  $\bar{S}_n^\pm$  für diskrete Signalwellenlängen  $\lambda_n$ , bei der Beschreibung der Ausbreitung des ASE im Primärwellenleiter die mittlere spektrale Photonendichte  $\bar{s}^\pm$  in der aktiven Schicht. Diese beschreibt das Spektrum der über den Querschnitt der aktiven Schicht gemittelten Dichte der spontan erzeugten im Wellenleiter geführten Photonen. Die gesamte Dichte in der aktiven Schicht  $\bar{S}^\pm$  der spontan emittierten Photonen erhält man durch Integration der spektralen Photonendichte gemäß

$$\bar{S}^\pm(x) = \int \bar{s}^\pm(x, \lambda) d\lambda . \quad (8.11)$$

Für die Veränderung der spektralen Photonendichte in der aktiven Schicht dieser Moden bei der Ausbreitung im Primärwellenleiter gilt

$$\pm v_g(\lambda) \frac{\partial \bar{s}^\pm(x, \lambda)}{\partial x} = v_g(\lambda) (g_{Np} - \alpha_p) \bar{s}^\pm(x, \lambda) + r_{sp}(\bar{N}, \lambda) \beta_{sp} \quad (8.12)$$

mit dem Faktor  $\beta_{sp}$  nach [30]

$$\beta_{sp} = \frac{\lambda^2 \Gamma_{ap}}{4\pi \sqrt{\epsilon_{ra}} \bar{n}_{ep} \omega_{ap} h_a} , \quad (8.13)$$

der den Beitrag der spontanen Emission zur spektralen Photonendichte in der Mode beschreibt und dem Spektrum der spontanen Emission  $r_{sp}$  nach (5.4).

Die Rekombinationsrate setzt sich aus der mit (5.5) beschriebenen Rate der spontanen Emission  $\bar{R}_{sp}$ , der Rate der nichtstrahlenden Rekombination  $\bar{R}_{nr}$  und der Rate der stimulierten Emission  $\bar{R}_{st}$  zusammen. Die nichtstrahlende Rekombination wird durch [18]

$$\bar{R}_{nr}(\bar{N}, x) = A \bar{N}(x) + C \bar{N}(x)^3 \quad (8.14)$$

beschrieben, wobei  $A$  der Koeffizient der Shockley-Read-Hall Rekombination und  $C$  der Koeffizient für die Auger Rekombination ist. Für die Koeffizienten aus (8.14) und

## 8.1 Ratengleichungen für den Primärwellenleiter

(5.5) werden die Werte [19]

$$\begin{aligned} A &= 1 \cdot 10^8 \frac{1}{\text{s}} \\ B &= 1 \cdot 10^{-10} \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \\ C &= 3 \cdot 10^{-29} \frac{\text{cm}^6}{\text{s}} \end{aligned}$$

verwendet. Für die Rate der stimulierten Emission gilt

$$\begin{aligned} \bar{R}_{\text{st}}(\bar{N}) &= \sum_{n=0}^{N_k-1} v_g(\lambda_n) g(\bar{N}(x), \lambda_n) [\bar{S}_n^+(x) + \bar{S}_n^-(x)] \\ &+ \int v_g(\lambda) g(N(x), \lambda) [\bar{s}^+(x, \lambda) + \bar{s}^-(x, \lambda)] d\lambda \end{aligned} \quad (8.15)$$

für  $N_k$  Signale bei den Wellenlängen  $\lambda_n$ ,  $n = 0, 1, \dots, N_k - 1$  mit der mittleren Photonendichte in der aktiven Schicht  $\bar{S}_n$ , dem Materialgewinn  $g$  der aktiven Schicht, der Gruppengeschwindigkeit  $v_g$  und der mittleren spektralen ASE Photonendichte  $\bar{s}$  in der aktiven Schicht.

Für die durch (8.6), (8.9) und (8.12) gegebenen Ratengleichungen gelten optische Randbedingungen an den Grenzflächen zwischen dem Halbleiter und der Luft am Beginn ( $x = x_{\text{min}}$ ) und am Ende ( $x = x_{\text{max}}$ ) des Primärwellenleiters und elektrische Randbedingungen an den Kontakten. Die Grenzflächen sind entspiegelt, um Reflexionsverluste bei der Einkopplung von Signalen in das Bauelement zu minimieren. Die trotz der Entspiegelung verbleibende Reflexion wird mit dem Leistungsreflexionsfaktor  $R_g$ , bzw. dem Leistungstransmissionsfaktor  $T_g = 1 - R_g$  und dem dazugehörigen Amplitudentransmissionsfaktor  $t_g = \sqrt{T_g}$  bzw. -reflexionsfaktor  $r_g$  beschrieben. An der Grenzfläche  $x_{\text{min}}$  gilt

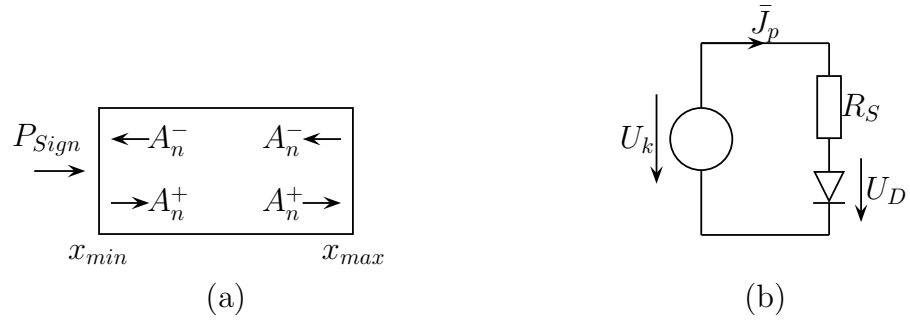
$$\begin{aligned} \bar{s}^+(x_{\text{min}}, \lambda) &= R_g \bar{s}^-(x_{\text{min}}, \lambda) \\ A_n^+(x_{\text{min}}) &= \sqrt{\frac{T_g P_{\text{Sign}}}{P_0}} + r_g A_n^-(x_{\text{min}}) \end{aligned} \quad (8.16)$$

wobei  $P_{\text{Sign}}$ , wie in der Abbildung 8.2 (a) dargestellt, die Leistung des zu filternden Signals außerhalb des Bauelements bei der Wellenlänge  $\lambda_n$  bezeichnet. Dementsprechend gilt an der Grenzfläche  $x = x_{\text{max}}$

$$\begin{aligned} \bar{s}^-(x_{\text{max}}, \lambda) &= R_g \bar{s}^+(x_{\text{max}}, \lambda) \\ A_n^-(x_{\text{max}}) &= r_g A_n^+(x_{\text{max}}) . \end{aligned} \quad (8.17)$$

Im stationären Zustand ist die Spannung am p-Kontakt konstant gleich der von außen angelegten Spannung  $U_k$  und es gilt [31]

$$\begin{aligned} U_k &= R_s \bar{J}_p(x) + U_d(x) = \text{const.} \\ U_d(x) &= \frac{E_{fn}(x) - E_{fp}(x)}{e} \end{aligned} \quad (8.18)$$



**Abb. 8.2:** Randbedingungen für die Ratengleichungen. (a) Randbedingungen an den Grenzflächen. (b) Randbedingungen am Kontakt

mit dem Schichtwiderstand  $R_s$  der Bahngebiete und dem Spannungsabfall  $U_d$  an der aktiven Heterostruktur. Der Schichtwiderstand  $R_s$  ist die Summe der Schichtwiderstände der Deckschicht  $R_{sd}$ , des Films  $R_{sf}$ , des Substrats  $R_{ss}$  und des Wafers  $R_{sw}$ , wobei sich der Schichtwiderstand in jeder Schicht gemäß

$$R_{si} = \frac{h_i}{\sigma_i}, \quad i = w, s, f, d \quad (8.19)$$

$$\sigma_i = e(N_{Di}\mu_n + N_{Ai}\mu_p)$$

berechnet, mit den in Kapitel 6 angegebenen Höhen  $h_i$  der Schichten und der Leitfähigkeit  $\sigma_i$ . Die Dichte  $N_{Di}$  und  $N_{Ai}$  der Donatoren und Akzeptoren in den einzelnen Schichten sind im Abschnitt 5.2.1 angegeben. Die Beweglichkeit  $\mu_n$  und  $\mu_p$  der Elektronen und der Löcher berechnet sich nach den im Anhang D zusammengefassten Formeln. Bei ortsabhängiger Ladungsträgerdichte im Primärwellenleiter ist der Spannungsabfall  $U_d$  an der Heterostruktur ortsabhängig und damit auch die Stromdichte  $\bar{J}_p$ . Der in die Heterostruktur fließende Strom ergibt sich zu

$$I_p = w_{ap} \int_{x_{min}}^{x_{max}} \bar{J}_p(x) dx \quad (8.20)$$

Zur numerischen Behandlung der Ratengleichungen wird zunächst die mittlere spektrale ASE Photonendichte in der aktiven Schicht  $\bar{s}^\pm$  im Wellenlängenintervall  $I_{sp} = [\lambda_{min}, \lambda_{max}]$  diskretisiert. Die Intervallgrenzen werden so gewählt, dass die mittlere spektrale Photonendichte außerhalb des Intervalls vernachlässigbar klein ist gegenüber dem berücksichtigten Anteil. Das Intervall  $I_{sp}$  wird in  $N_{sp}$  gleich lange Teilintervalle der Länge  $\Delta\lambda = \frac{\lambda_{max} - \lambda_{min}}{N_{sp}}$  unterteilt, wodurch die Teilpunkte an den Stellen

$$\lambda_k = \lambda_{min} + k\Delta\lambda, \quad k = 0, 1, \dots, N_{sp} \quad (8.21)$$

liegen. Das Teilintervall  $k$  ist damit durch

$$I_{spk} = [\lambda_{min} + k\Delta\lambda, \lambda_{min} + (k+1)\Delta\lambda], \quad k = 0, 1, \dots, N_{sp} - 1 \quad (8.22)$$

## 8.1 Ratengleichungen für den Primärwellenleiter

gegeben. Durch eine entsprechen große Anzahl von Teilintervallen wird sichergestellt, dass die Intervalllänge so klein ist, dass die Wellenlängenabhängigkeit der mittleren spektralen Photonendichte und der weiteren wellenlängenabhängigen Größen in den Ratengleichungen innerhalb jedes der Teilintervalle vernachlässigt werden kann. Dann können die wellenlängenabhängigen Größen durch ihren jeweiligen Wert an der linken Intervallgrenze approximiert werden. Aus (8.6), (5.5), (8.14) und (8.15) ergibt sich dann

$$\begin{aligned} \frac{\bar{J}_p(x)}{e\hbar\alpha} = & A\bar{N}(x) + B\bar{N}(x)^2 + C\bar{N}(x)^3 + \sum_{n=0}^{N_k-1} v_g(\lambda_n)g(\bar{N}(x), \lambda_n) [\bar{S}_n^+(x) + \bar{S}_n^-(x)] + \\ & \sum_{k=0}^{N_{sp}-1} v_g(\lambda_k)g(\bar{N}(x), \lambda_k) [\bar{S}_{spk}^+(x) + \bar{S}_{spk}^-(x)] \end{aligned} \quad (8.23)$$

mit der ASE Photonendichte  $\bar{S}_{spk}^\pm(x) = \Delta\lambda\bar{s}^\pm(x, \lambda_k)$ . Die Gleichung für die Ausbreitung der spontan erzeugten Photonen erhält man durch Integration von (8.12) über  $I_{spk}$  ( $k = 0, 1, \dots, N_{sp} - 1$ ) zu

$$\pm v_g(\lambda_k) \frac{d\bar{S}_{spk}^\pm}{dx} = v_g(\lambda_k)(g_{Np}(\bar{N}(x), \lambda_k) - \alpha_p)\bar{S}_{spk}^\pm(x) + r_{sp}(\bar{N}(x), \lambda_k)\Delta\lambda\beta_{sp} \quad (8.24)$$

Durch Differenzieren von (8.23) nach  $x$  gelangt man unter Verwendung von (8.18) an die Ratengleichungen für den Primärwellenleiter als System gekoppelter nichtlinearer Differentialgleichungen erster Ordnung in der Form

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{N}}{dx} = & -\frac{p}{q} \\ p = & \sum_{n=0}^{N_k-1} v_g(\lambda_n)g(\bar{N}, \lambda_n)(g_{Np}(\bar{N}, \lambda_n) - \alpha_p)S_{0n}(|A_n^+|^2 - |A_n^-|^2) + \\ & \sum_{k=0}^{N_{sp}-1} v_g(\lambda_k)g(\bar{N}, \lambda_k)(g_{Np}(\bar{N}, \lambda_k) - \alpha_p)(\bar{S}_{spk}^+ - \bar{S}_{spk}^-) \\ q = & A + 2B\bar{N} + 3C\bar{N}^2 + \sum_{n=0}^{N_k-1} S_{0n}v_g(\lambda_n) \frac{\partial g(\bar{N}, \lambda_n)}{\partial \bar{N}} (|A_n^+|^2 + |A_n^-|^2) + \\ & \sum_{n=0}^{N_{sp}-1} v_g(\lambda_k) \frac{\partial g(\bar{N}, \lambda_k)}{\partial \bar{N}} (\bar{S}_{spk}^+ + \bar{S}_{spk}^-) + \frac{dU_d}{d\bar{N}} \frac{1}{e\hbar\alpha R_s} \\ \frac{dA_n^\pm}{dx} = & \mp \left( \frac{\alpha_p - g_{Np}(\bar{N}, \lambda_n)}{2} + j\bar{\beta}_{pn} \right) A_n^\pm \\ \pm v_g(\lambda_k) \frac{d\bar{S}_{spk}^\pm}{dx} = & v_g(\lambda_k)(g_{Np}(\bar{N}, \lambda_k) - \alpha_p)\bar{S}_{spk}^\pm + r_{sp}(\bar{N}, \lambda_k)\Delta\lambda\beta_{sp} \end{aligned} \quad (8.25)$$

mit der Abkürzung  $S_{0n} = \frac{\Gamma_{ap} P_0}{A_{avg}(\lambda_n) h f_n}$ .

Mit den Vektoren  $\mathbf{A}^\pm = (A_1^\pm, \dots, A_{N_k}^\pm)^T$ ,  $\mathbf{S}_{sp}^\pm = (S_{sp1}^\pm, \dots, S_{spN_{sp}}^\pm)^T$  und  $\mathbf{y} = (\bar{N}, \mathbf{A}^+, \mathbf{S}_{sp}^+, \mathbf{A}^-, \mathbf{S}_{sp}^-)^T$  lässt sich (8.25) in der kompakten Form

$$\frac{d\mathbf{y}}{dx} = \mathbf{f}(\mathbf{y}), \quad x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \quad (8.26)$$

schreiben, wobei die Funktion  $\mathbf{f}$  die Funktionen auf der rechten Seite der Gleichungen (8.25) enthält. Die Randbedingungen (8.17) und (8.16) lauten mit dieser Darstellung

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^+(x_{\min}) &= \sqrt{\frac{\Gamma_g \mathbf{P}_{Sig}}{P_0}} + r_g \mathbf{A}^-(x_{\min}) \\ \mathbf{S}_{sp}^+(x_{\min}, \lambda) &= R_g \mathbf{S}_{sp}^-(x_{\min}, \lambda) \\ \mathbf{A}^-(x_{\max}) &= r_g \mathbf{A}^+(x_{\max}) \\ \mathbf{S}_{sp}^-(x_{\max}, \lambda) &= R_g \mathbf{S}_{sp}^+(x_{\max}, \lambda) \end{aligned} \quad (8.27)$$

mit dem Vektor  $\mathbf{P}_{Sig} = (P_{Sig1}, \dots, P_{SigN_k})^T$ .

Zur Lösung des durch (8.26) und (8.27) gegebenen Randwertproblems wurde das Schießverfahren [32] verwendet, wodurch, wie im Folgenden kurz erläutert, die Lösung des Randwertproblems auf die Lösung des zugehörigen Anfangswertproblems und die Bestimmung einer Nullstelle zurückgeführt wird. Gibt man die im Vektor  $\mathbf{u} = (\mathbf{A}^-(x_{\min}), \mathbf{S}_{sp}^-(x_{\min}, \lambda))^T$  zusammengefassten Werte der Modenamplituden bzw. Photonendichten an der Grenzfläche  $x = x_{\min}$  vor, können die Werte  $\mathbf{A}^+(x_{\min})$  und  $\mathbf{S}_{sp}^+(x_{\min}, \lambda)$  aus (8.27) und dann aus (8.18) die Elektronendichte  $\bar{N}(x_{\min})$  berechnet werden, womit der Anfangswert  $\mathbf{y}(x_{\min})$  bekannt ist. Das Anfangswertproblem (8.26) mit dem Anfangswert  $\mathbf{y}(x_{\min})$  kann dann numerisch integriert werden und liefert die Lösung  $\mathbf{y}(x, \mathbf{u})$  in Abhängigkeit von  $\mathbf{u}$ . Das Randwertproblem ist gelöst, falls die durch

$$\mathbf{F}(\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^-(x_{\max}, \mathbf{u}) - r_g \mathbf{A}^+(x_{\max}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{S}_{sp}^-(x_{\max}, \lambda, \mathbf{u}) - R_g \mathbf{S}_{sp}^+(x_{\max}, \lambda, \mathbf{u}) \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (8.28)$$

definierte Funktion  $\mathbf{F}$  in  $\mathbf{u}$  eine Nullstelle besitzt, da dann die Randbedingungen (8.16) und (8.17) an beiden Grenzflächen sowie (8.26) erfüllt sind. Die Randbedingung (8.18) wurde bereits bei der Formulierung von (8.25) berücksichtigt und ist deswegen automatisch erfüllt. Zur numerischen Lösung von (8.28) wurde das Newton Verfahren verwendet.

## 8.2 Ratengleichung für den Sekundärwellenleiter

Die Ratengleichungen für den Primärwellenleiter gelten mit Ausnahme der Gleichung für die in  $-x$  Richtung mit den Amplituden  $A_n^-$  laufenden Moden auch für den Sekundärwellenleiter. Der besseren Unterscheidbarkeit wegen werden die Amplituden der Moden bei den Signalwellenlängen  $\lambda_n$  im Sekundärwellenleiter mit  $B_n^\pm$  bezeichnet, wobei  $\pm$  wie bisher die Ausbreitungsrichtung  $\pm x$  kennzeichnet. Die Gleichung

## 8.2 Ratengleichung für den Sekundärwellenleiter

für die Amplitude  $B_n^-$  muss erweitert werden, um die Kopplung zwischen dem Filmwellenleiter und dem Sekundärwellenleiter zu berücksichtigen. Um den Zuwachs der Modenamplitude je Längeneinheit zu ermitteln, wird die Gleichung (4.56) für ein Sekundärgitter aus  $k$  Gitterlinien betrachtet. Für die dadurch erzeugte Modenamplitude gilt für aktive Filter mit der Substitution von  $\alpha_p$  mit  $\alpha_p - g_{Np}$  bzw.  $\alpha_s$  mit  $\alpha_s - g_{Ns}$  und den Ausbreitungskonstanten nach (4.15) und (4.53)

$$B_n^-(k) = CA_{TM\kappa}(w_s) e^{j(\bar{\beta}_p + \bar{\beta}_s) \frac{w}{\tan \vartheta}} \sum_{n=0}^{k-1} e^{-(\gamma_p + \gamma_s)n\Lambda}. \quad (8.29)$$

Fügt man eine weitere Gitterlinie hinzu lässt sich die Modenamplitude in der Form

$$B_n^-(k+1) = B_n^-(k) e^{-(\gamma_p + \gamma_s)\Lambda} + CA_{TM\kappa}(w_s) e^{j(\bar{\beta}_p + \bar{\beta}_s) \frac{w}{\tan \vartheta}} \quad (8.30)$$

schreiben. Für kleine Abweichungen von der Mittenwellenlänge gilt in der Nähe des Arbeitspunktes die Näherung

$$e^{-(\gamma_s + \gamma_p)\Lambda} \simeq 1 - (\gamma_s + \gamma_p)\Lambda. \quad (8.31)$$

Aus (8.29) und (8.30) ergibt sich damit die gesuchte Gleichung für die Modenamplitude  $B_n^-$  im Sekundärgitter zu

$$\frac{dB_n^-}{dx} \simeq \frac{B_n^-(k+1) - B_n^-(k)}{\Lambda} = -(\gamma_p + \gamma_s)B_n^- + \frac{CA_{TM\kappa}(w_s) e^{j(\bar{\beta}_p + \bar{\beta}_s) \frac{w}{\tan \vartheta}}}{\Lambda}. \quad (8.32)$$

Die weiteren Gleichungen ergeben sich aus (8.25), wobei die entsprechenden Größen für den Sekundärwellenleiter einzusetzen sind. Die Lösung erfolgt dann analog zur Lösung der Ratengleichungen für den Primärwellenleiter.

Die Randbedingungen an den Grenzflächen lauten für den Sekundärwellenleiter

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{sp}^+(x_{\min}, \lambda) &= R_g \mathbf{S}_{sp}^-(x_{\min}, \lambda) \\ \mathbf{B}^+(x_{\min}) &= r_g \mathbf{B}^-(x_{\min}) \\ \mathbf{S}_{sp}^-(x_{\max}, \lambda) &= R_g \mathbf{S}_{sp}^+(x_{\max}, \lambda) \\ \mathbf{B}^-(x_{\max}) &= r_g \mathbf{B}^+(x_{\max}) \end{aligned} \quad (8.33)$$

und am p-Kontakt gilt (8.18).

Der in den Sekundärwellenleiter fließende Strom ergibt sich aus der Stromdichte zu

$$I_s = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \bar{J}_s(x) w_{as}(x) dx. \quad (8.34)$$

Für die im nachfolgenden Kapitel 9 durchgeführten Rechnungen wurde mit einem Leistungsreflexionsfaktor  $R_g$  an den entspiegelten Halbleiterendflächen von  $R_g = 1 \cdot 10^{-4}$  gerechnet und für die Grenzen des Primär- und des Sekundärwellenleiters wurde

$$\begin{aligned} x_{\min} &= -10\mu\text{m} \\ x_{\max} &= L_p + 10\mu\text{m} \end{aligned}$$

## 8 RATENGLICHUNGEN

verwendet, d. h. der Abstand zwischen dem Gitteranfang und dem Gitterende und den Grenzen des Bauelements beträgt jeweils  $10\mu\text{m}$ . Alle Rechnungen wurden für Raumtemperatur vorgenommen.



## 9 ENTWORFENE FILTER

Mit den in den vorangegangenen Kapiteln beschriebenen Ergebnissen und Verfahren wurden drei verschiedene Bandpassfilter mit der Mittenwellenlänge  $\lambda_m = 1,55\mu\text{m}$  für den Einsatz in Wellenlängenmultiplexsystemen mit einem Kanalabstand  $\Delta\lambda$  von 0,2nm und 0,4nm entworfen. Die Mittenwellenlänge fällt dabei mit der Trägerwellenlänge eines Kanals zusammen. Nach der Darstellung des Entwurfsablauf im Abschnitt 9.1 werden die Eigenschaften der entworfenen Filter, beginnend mit dem Filter für ein DWDM System für den Kanalabstand von 0,4nm in Abschnitt 9.2, dargestellt. Im Abschnitt 9.3 werden die Ergebnisse für die Filter für einen Kanalabstand von 0,2nm erläutert, wobei ein Filter mit inhomogenem Sekundärgitter und zum Vergleich ein Filter mit homogenem Sekundärgitter entworfen wurde.

### 9.1 ENTWURFSABLAUF

Der Entwurf des optischen Bandpassfilters umfasst die folgenden drei Schritte:

1. Definition des Toleranzschemas.

Für den Filterentwurf müssen Vorgaben für den Frequenzgang des optischen Bandpassfilters formuliert werden, nach denen das Filter entworfen wird. Diese Vorgaben bestehen aus der Mittenwellenlänge bzw. Mittenfrequenz  $f_m$ , dem Durchlassbereich  $|f - f_m| \leq f_D$ , dem Sperrbereich  $|f - f_m| > f_S$ , der Welligkeit im Durchlassbereich  $a_D$  und der Sperrdämpfung  $a_S$ . Diese Größen definieren das Toleranzschema für das optische Bandpassfilter.

2. Filterentwurf.

Wie im Abschnitt 7.1 gezeigt wurde, hat der Frequenzgang des optischen Bandpassfilters die gleiche Bauart wie ein digitales FIR Filter. Diese Verwandtschaft ermöglicht die Verwendung der bekannten Entwurfsverfahren für digitale FIR Filter um aus dem Toleranzschema die Filterkoeffizienten des FIR Filters zu bestimmen.

3. Berechnung der Gitter- und der Wellenleitergeometrie.

Die anhand der Vorgaben im Frequenzbereich gewonnenen Filterkoeffizienten des digitalen FIR Filters werden zunächst, wie im Abschnitt 7.1 beschrieben, auf die Kopplungsfaktoren  $\kappa$  abgebildet. Anschließend werden aus den Kopplungsfaktoren die Gitterlinienlängen im Sekundärgitter sowie die Breite der aktiven Schicht und der Kompensationsschicht im Sekundärwellenleiter ermittelt.

## 9 ENTWORFENE FILTER

Damit ergibt sich die Wellenleiter- und Gittergeometrie des optischen Bandpassfilters aufgrund der Entwurfsvorgaben im Frequenzbereich.

Die im folgenden vorgestellten Filter wurden für

- eine Filtermittenwellenlänge  $\lambda_m = 1,55\mu\text{m}$ ,
- eine Sperrdämpfung von mehr als 35dB
- eine gleichmäßige Welligkeit der Sperrdämpfung
- die Lage der ersten beiden Nullstellen des Frequenzgangs bei den Mittenwellenlängen der beiden Nachbarkanäle  $\lambda_m \pm \Delta\lambda$
- einen linearen Phasengang

entworfen. Dazu wurden die für die Definition des Toleranzschemas und den Filterentwurf nötigen Größen  $a_D$ ,  $a_S$ ,  $f_D$  und  $f_S$  solange variiert, bis das optische Bandpassfilter diese Forderungen erfüllte.

## 9.2 FILTER FÜR EINEN KANALABSTAND VON 0,4nm

Für einen Filtergrad  $N_s = 4195$ , entsprechend einer Gitterlänge von 1,95mm, konnten die Entwurfsvorgaben erfüllt werden. Die Einhüllende der mit dem Parks-McClellan Algorithmus berechneten Filterkoeffizienten des digitalen FIR Filters ist in der Abbildung 9.1 dargestellt. Die Filterkoeffizienten erfüllen die für einen linearen Phasengang nötige Symmetriebedingung (7.8). Für den Entwurf dieses Filters wurde die Geometrie

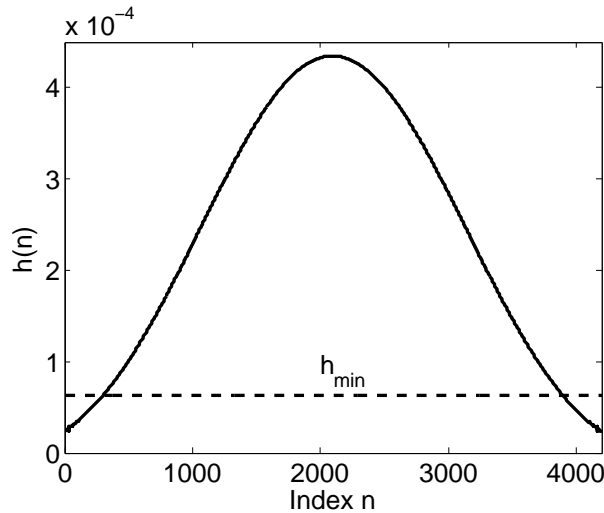
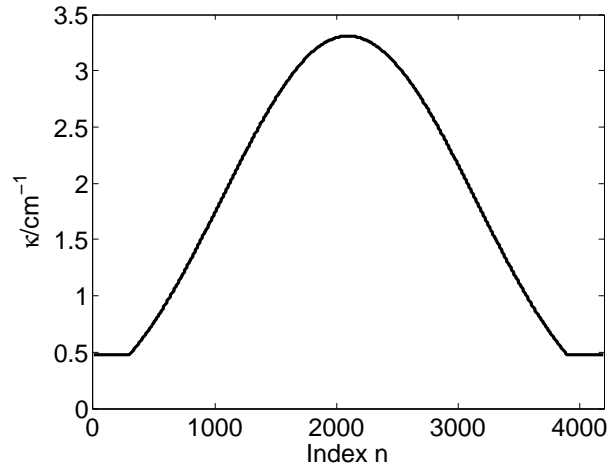


Abb. 9.1: Filterkoeffizienten  $h(n)$  und minimaler Filterkoeffizient  $h_{\min}$

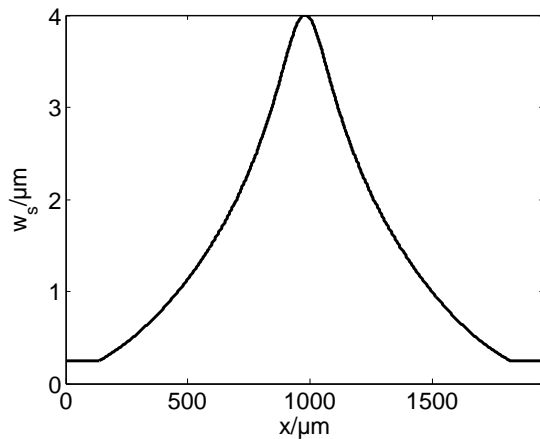
B (s. Abschnitt 6.2.2) verwendet. Die Filterkoeffizienten wurden nach dem in Abschnitt 7.1 beschriebenen Verfahren auf die Kopplungsfaktoren abgebildet. Wie im Abschnitt 6.2.2 ausgeführt wurde, kann die Länge der Gitterlinien im Sekundärgitter - und damit auch der Kopplungsfaktor - nur in einem begrenzten Bereich variiert werden. Dies führt zu Einschränkungen im Filterentwurf, nachdem Filterkoeffizienten unterhalb einer unteren Schranke  $h_{\min}$  nicht mehr fehlerfrei auf die Kopplungsfaktoren abgebildet werden können. Diese untere Schranke ist ebenfalls in der Abbildung 9.1 dargestellt. Alle Filterkoeffizienten kleiner als  $h_{\min}$  wurden hier auf den minimalen Kopplungsfaktor und damit letztlich auf die minimale Gitterlinienlänge  $w_{s\min}$  abgebildet. Die Einhüllende der aus den Filterkoeffizienten nach (7.5) berechneten Kopplungsfaktoren ist in der Abbildung 9.2 dargestellt.

Jedem Kopplungsfaktor  $\kappa$  ist nach Abschnitt 6.2.2 eine bestimmte Gitterlinienlänge des Sekundärgitters und eine bestimmte Breite  $w_{as}$  und  $w_k$  der aktiven Schicht und der Kompensationsschicht zugeordnet. Die Einhüllende der so bestimmten Gitterlinienlängen ist in der Abbildung 9.3 über dem Ort im Sekundärgitter dargestellt und die Abbildung 9.4 zeigt die Breite der aktiven Schicht und der Kompensationsschicht als Funktion des Orts im Sekundärwellenleiter. Im Primärgitter haben alle Gitterlinien die Maximallänge  $w_{psat} = 4,0\mu\text{m}$  und die Breite der aktiven Schicht  $w_{ap}$  ist konstant gleich  $1,50\mu\text{m}$ . Die Kompensationsschicht existiert nur im Sekundärwellenleiter

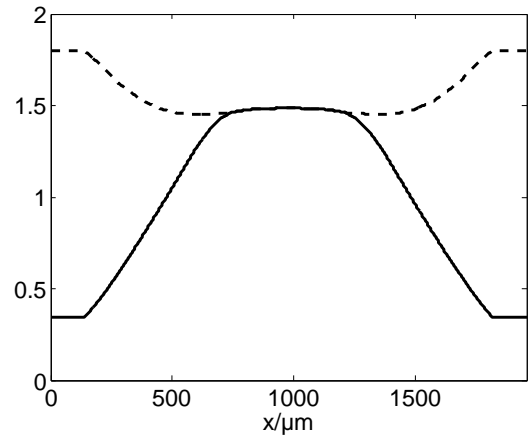


**Abb. 9.2:** Einhüllende der Kopplungsfaktoren  $\kappa$  zu den Filterkoeffizienten aus der Abbildung 9.1 für die Geometrie B

zur Kompensation der Schwankung der Modenbrechzahl im Sekundärwellenleiter bedingt durch die variierende Breite der aktiven Schicht und die variierende Länge der Gitterlinien im Sekundärgitter. Damit ist die Geometrie der Wellenleiter und der Gitter festgelegt.



**Abb. 9.3:** Einhüllende der Gitterlinienlängen  $w_s$  zu den Kopplungsfaktoren aus der Abbildung 9.2 für die Geometrie B



**Abb. 9.4:** Breite  $w_{as}(-)$  und  $w_k(-)$  der aktiven Schicht und der Kompensationsschicht des Sekundärwellenleiters zu den Kopplungsfaktoren aus der Abbildung 9.2 für die Geometrie B

Im Arbeitspunkt ist der Gewinn in den beiden Wellenleitern gerade gleich der durch die Gitter eingebrachten Dämpfung. Der sich für diesen Fall ergebende Frequenzgang des optischen Bandpassfilters ist in der Abbildung 9.5 dargestellt. Die Leistungsverstärkung bei der Filtermittenwellenlänge beträgt  $20 \lg |H(\lambda_m)| = 10,8 \text{ dB}$  und die 3dB-Bandbreite

## 9.2 FILTER FÜR EINEN KANALABSTAND VON 0,4nm

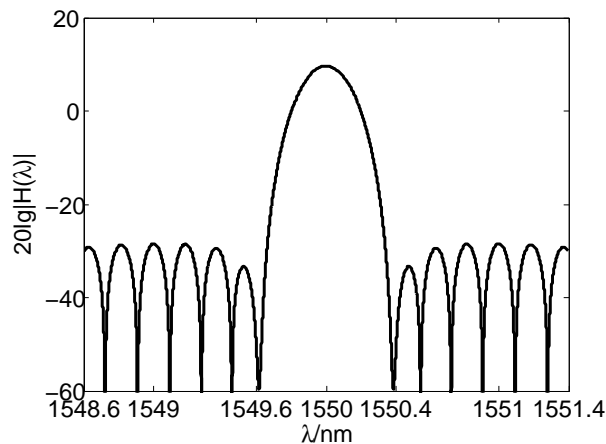
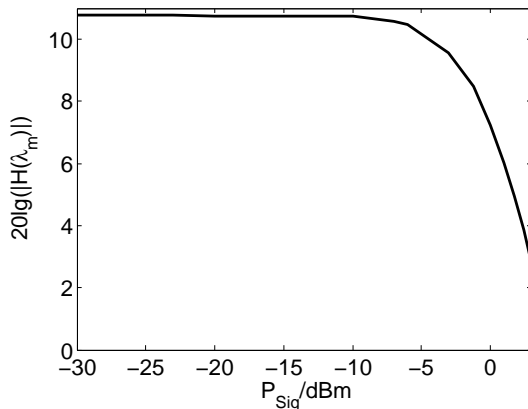


Abb. 9.5: Frequenzgang im Arbeitspunkt

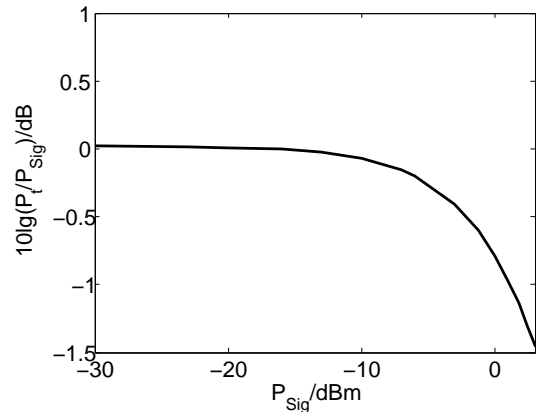
$\lambda_{3dB} = 0,23\text{nm}$ . Die Sperrdämpfung beträgt  $a_S = 38\text{dB}$  und weist eine gleichmäßige Welligkeit im Sperrbereich auf, abgesehen von dem Bereich um die erste Nullstelle. Die Abweichung in diesem Bereich ist das Ergebnis der Abbildung der Filterkoeffizienten  $h < h_{min}$  auf die minimale Gitterlinienlänge. Die Sperrdämpfung von 38dB wird noch innerhalb einer Bandbreite von 0,06nm bzw. 15GHz um die Mittenwellenlänge des Nachbarkanals erreicht.

Damit im Arbeitspunkt der effektive Gewinn in den beiden Wellenleitern die Gitterdämpfung kompensieren kann, ist eine bestimmte Ladungsträgerdichte in den aktiven Schichten und damit eine bestimmte Vorspannung an den beiden Heterostrukturen nötig. Die von außen angelegte Spannung  $U_k$  setzt sich aus den Spannungsabfällen über den Heterostrukturen und dem Spannungsabfall in den Bahngebieten zusammen. Nimmt bei fester Spannung  $U_k$  die Eingangsleistung des zu filternden Signals zu, erhöht sich der Injektionsstrom aufgrund der zunehmenden stimulierten Emission. Dadurch steigt der Spannungsabfall in den Bahngebieten und die Vorspannung an den Heterostrukturen reduziert sich, ebenso wie die Trägerdichte in den aktiven Gebieten. Ab einer bestimmten Eingangsleistung führt dieser Effekt zu einer spürbaren Reduzierung der Trägerdichten und ein fest eingestellter Arbeitspunkt kann nicht mehr aufrechterhalten werden. Die nötige äußere Vorspannung  $U_k$  im Arbeitspunkt hängt deshalb von der Eingangsleistung des Signals ab. Um den Einfluß von Schwankungen in der Eingangsleistung auf die Funktionsweise des Filters zu untersuchen, wurden die Ratengleichungen für eine feste Vorspannung und variable Eingangsleistung  $P_{Sig}$  bei der Filtermittenwellenlänge gelöst. Der Arbeitspunkt wurde für eine Eingangsleistung von  $P_{Sig} = 100\mu\text{W}$  mit der Vorspannung  $U_k = 0,88\text{V}$  eingestellt. In der Abbildung 9.6 ist als Ergebnis der Lösung der Ratengleichung der Leistungsübertragungsfaktor  $20\lg|H(\lambda_m)|$  bei der Mittenwellenlänge für verschiedene Eingangsleistungen dargestellt. Ab einer Eingangsleistung von ca.  $P_{Sig} = -5\text{dBm}$  wirkt sich der Spannungsabfall an den Bahngebieten aus und die dadurch verursachte Ladungsträgerreduzierung in den aktiven Schichten führt zur Abweichung des Übertragungsverhaltens und einer

## 9 ENTWORFENE FILTER

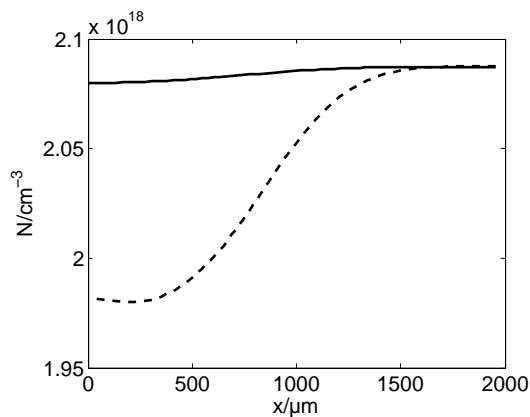


**Abb. 9.6:** Leistungsübertragungsfaktor bei Filtermittenwellenlänge für verschiedene Eingangsleistungen

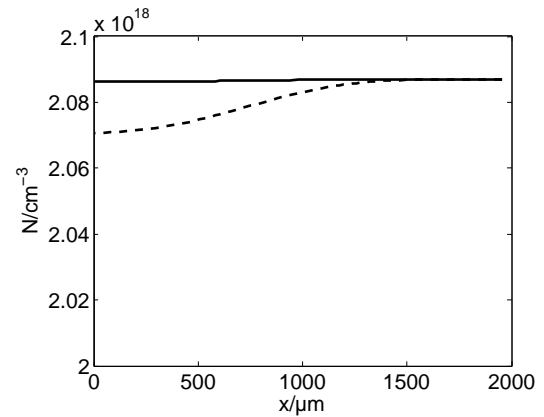


**Abb. 9.7:** Verhältnis zwischen Ausgangsleistung  $P_t$  des Primärwellenleiters und der Eingangsleistung  $P_{\text{Sig}}$

Abnahme des Leistungsübertragungsfaktors vom Wert im Arbeitspunkt. In der nebenstehenden Abbildung 9.7 ist das Übertragungsverhalten des Primärwellenleiter zur Filtereingangsleistung  $\frac{P_t}{P_{\text{Sig}}}$  charakterisiert. Ab der Eingangsleistung  $-5\text{dBm}$  führt auch hier der Spannungsabfall in den Bahngebieten zu einer Abweichung des Übertragungsfaktors vom  $0\text{dBm}$  Sollwert. Zur Verdeutlichung dieses Effekts ist in der Abbildung 9.8 die örtliche Verteilung der mittleren Elektronendichte in der aktiven Schicht des Sekundärwellenleiters für die Eingangsleistungen  $1\mu\text{W}$  und  $500\text{mW}$  dargestellt, anhand derer die Elektronendichtereduzierung bei hohen Eingangsleistungen deutlich zu erkennen ist.

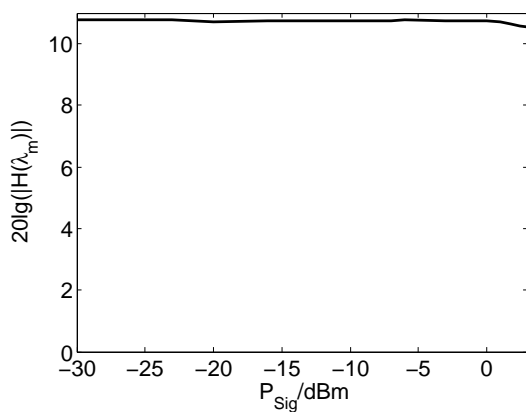


**Abb. 9.8:** Elektronendichteverlauf in der aktiven Schicht des Sekundärwellenleiters für die Eingangsleistung  $1\mu\text{W}$  und  $500\text{mW}$ (- -)

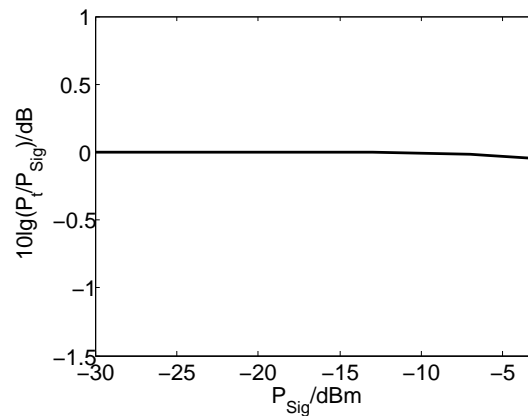


**Abb. 9.9:** Elektronendichteverlauf in der aktiven Schicht des Sekundärwellenleiters für die Eingangsleistung  $1\mu\text{W}$  und  $500\text{mW}$ (- -) für den Bahnwiderstand  $\frac{R_s}{10}$

Um den Bereich zu vergrößern, innerhalb dessen die Eingangsleistung um den Wert im Arbeitspunkt schwanken darf, ohne die Funktionsweise des Filters zu beeinträchtigen, muss der Bahnwiderstand reduziert werden. Um diesen Sachverhalt zu veranschaulichen, wurden die Ratengleichungen auch für einen um den Faktor 10 kleineren Bahnwiderstand gelöst. Wie dem in der Abbildung 9.9 dargestellten Verlauf der Elektronendichte in der aktiven Schicht des Sekundärwellenleiters zu entnehmen ist, wirken sich für den kleineren Bahnwiderstand die Schwankungen der Eingangsleistung wesentlich geringer auf die Elektronendichte aus. Der Leistungsübertragungsfaktor und das Übertragungsverhalten des Primärwellenleiters ist für diesen Fall, jeweils bei der Filtermittenwellenlänge, in der Abbildung 9.10 bzw. der Abbildung 9.11 dargestellt. Im betrachteten Bereich der Gesamteingangsleistung bis 3dBm kommt es für den kleineren Bahnwiderstand zu keiner wesentlichen Abweichung vom Arbeitspunkt. Im theoretischen Grenzfall  $R_s \rightarrow 0$  verschwindet dieser Einfluß vollends. Praktisch ist dieser Fall jedoch nicht zu erreichen, jedoch sollte bei der Realisierung des Bauelements durch die Verwendung möglichst hochdotierter Bahngebiete und kleiner Kontaktwiderstände der Bahnwiderstand möglichst klein gehalten werden, um den Arbeitspunkt auch bei größeren Schwankungen der Eingangsleistung aufrechterhalten zu können.



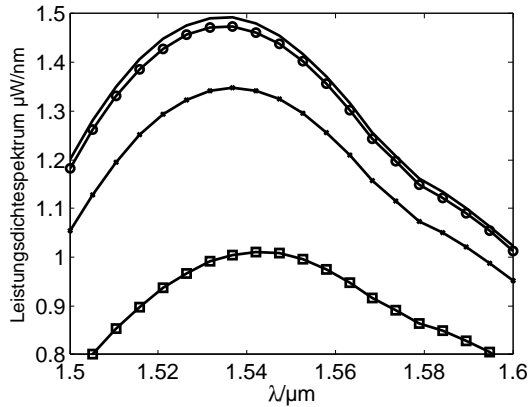
**Abb. 9.10:** Leistungsübertragungsfaktor bei Filtermittenwellenlänge für verschiedene Gesamteingangsleistungen für den um den Faktor 10 kleineren Bahnwiderstand



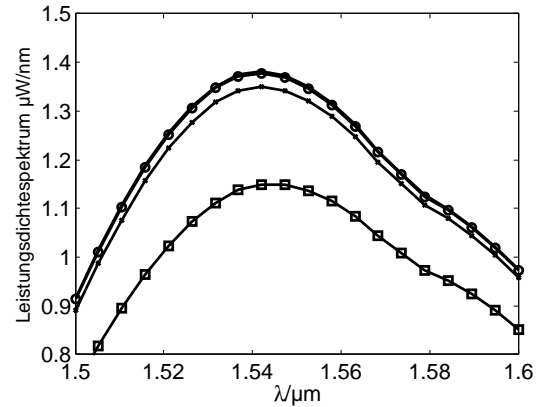
**Abb. 9.11:** Verhältnis zwischen Ausgangsleistung am Primärgitter  $P_t$  und der Eingangsleistung  $P_{Sig}$  für den um den Faktor 10 kleineren Bahnwiderstand

Durch die optische Verstärkung wird dem Signal optisches Rauschen (ASE) hinzugefügt. Aus der Lösung der Ratengleichungen erhält man das Leistungsdichtespektrum des ASE, welches für den Filterausgang in der Abbildung 9.12 und für den Ausgang des Primärwellenleiters in der Abbildung 9.13 für Eingangsleistungen  $P_{Sig}$  von  $1\mu W$ ,  $25\mu W$ ,  $200\mu W$  und  $2mW$  dargestellt ist. Durch die Reduzierung der Elektronendichte durch die stimulierte Emission bei hohen Eingangsleistungen kommt es, wie aus den Abbildungen 9.12 und 9.13 ersichtlich ist, auch zu einer Reduzierung der Rauschleistung. Um das Rauschen des aktiven Filters zu charakterisieren wird die nach [33]

## 9 ENTWORFENE FILTER



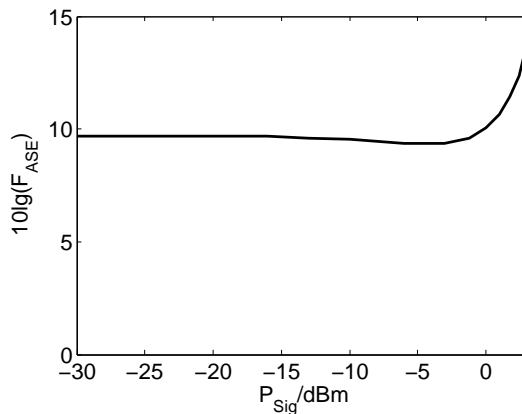
**Abb. 9.12:** Spektrale Leistungsdichte des ASE am Filterausgang für eine Eingangsleistung  $P_{\text{Sig}}$  von  $1\mu\text{W}$ ,  $25\mu\text{W}$  ( $\circ$ ),  $200\mu\text{W}$  ( $\times$ ) und  $2\text{mW}$  ( $\square$ )



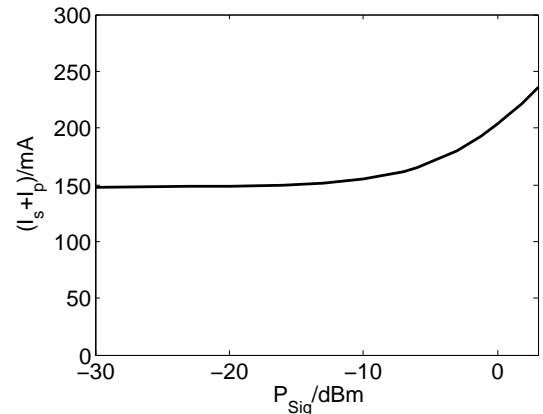
**Abb. 9.13:** Spektrale Leistungsdichte des ASE am Ausgang des Primärwellenleiters für eine Eingangsleistung  $P_{\text{Sig}}$  von  $1\mu\text{W}$ ,  $25\mu\text{W}$  ( $\circ$ ),  $200\mu\text{W}$  ( $\times$ ) und  $2\text{mW}$  ( $\square$ )

$$F_{\text{ASE}} = 1 + \frac{P_{\text{ASE}}}{|H(\lambda_m)|^2 h f_m B_s} \quad (9.1)$$

definierte Rauschzahl  $F_{\text{ASE}}$  für den Filterausgang verwendet. Dabei bezeichnet  $B_s$  die Bandbreite des ASE Filters in einem optischen Empfänger um die Mittenwellenlänge  $\lambda_m$ . Nur die Rauschleistung  $P_{\text{ASE}}$  innerhalb der Bandbreite des ASE Filters ist für das Signal- Rauschverhältnis maßgeblich. Die so berechnete Rauschzahl zeigt die Abbildung 9.14.



**Abb. 9.14:** Rauschzahl des aktiven Filters



**Abb. 9.15:** Gesamtstromfluss als Funktion der Eingangsleistung

Bei der festen Vorspannung von  $U_k = 0,88\text{V}$  hängt der Gesamtstrom  $I_p + I_s$ , als Summe des Stromflusses  $I_p$  in den Primär- und  $I_s$  in den Sekundärwellenleiter, von der Eingangsleistung ab. Die Abbildung 9.15 zeigt den Gesamtstromfluss in Abhängigkeit von



der Gesamteingangsleistung als Ergebnis der Lösung der Ratengleichungen. Bei kleinen Eingangsleistungen ist die stimulierte Emission gegenüber der spontanen und der nichtstrahlenden Rekombination vernachlässigbar klein und deshalb der Gesamtstrom unabhängig von der Eingangsleistung. Erst ab einer Gesamteingangsleistung oberhalb von  $-10\text{dBm}$  ändert sich dies und führt zu einem Anstieg des Gesamtstroms mit der Eingangsleistung.

### 9.3 FILTER FÜR EINEN KANALABSTAND VON 0,2nm

Es wurden zwei Filter für einen Kanalabstand von 0,2nm entworfen. Das im Abschnitt 9.3.1 vorgestellte Filter mit einem inhomogenem Sekundärgitter wurde nach den im Abschnitt 9.1 zusammengefassten Vorgaben entworfen. Die Eigenschaften des zum Vergleich entworfenen Filters mit homogenem Sekundärgitter werden im Abschnitt 9.3.2 erläutert.

#### 9.3.1 FILTER MIT INHOMOGENEM SEKUNDÄRGITTER

Die im Abschnitt 9.1 beschriebenen Vorgaben konnten für einen Filtergrad von  $N_s = 9634$ , entsprechend einer Gitterlänge von 4,5mm erfüllt werden. In der Abbildung 9.16 ist die Einhüllende der nach dem Parks-McClellan Algorithmus berechneten Filterkoeffizienten, zusammen mit dem kleinstmöglichen Filterkoeffizienten  $h_{\min}$  für die fehlerfreie Abbildung auf die Kopplungsfaktoren, dargestellt. Für dieses Filter wurde die Geometrie A (s. Abschnitt 6.2.2) verwendet.

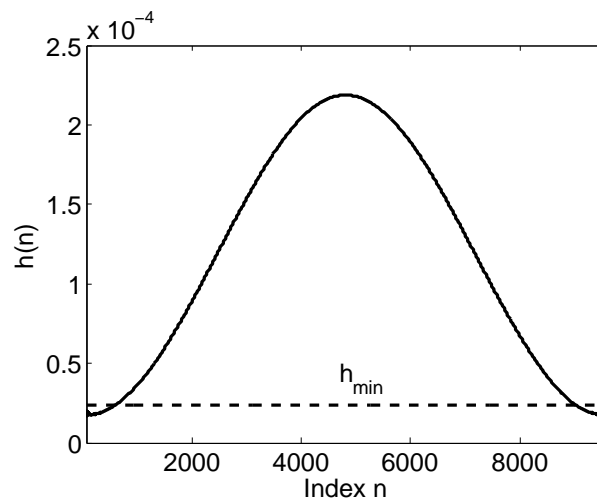
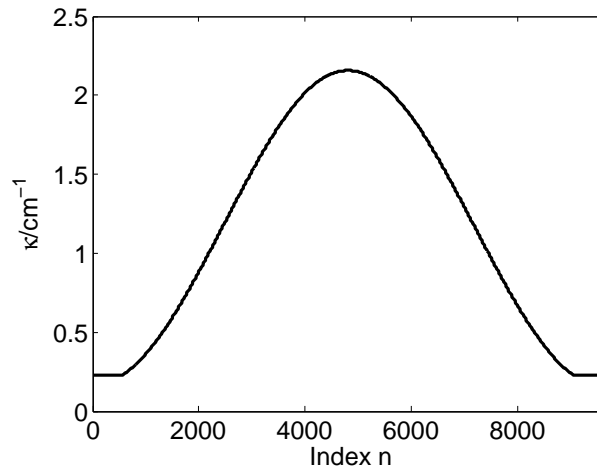


Abb. 9.16: Einhüllende der Filterkoeffizienten und minimaler Filterkoeffizient  $h_{\min}$

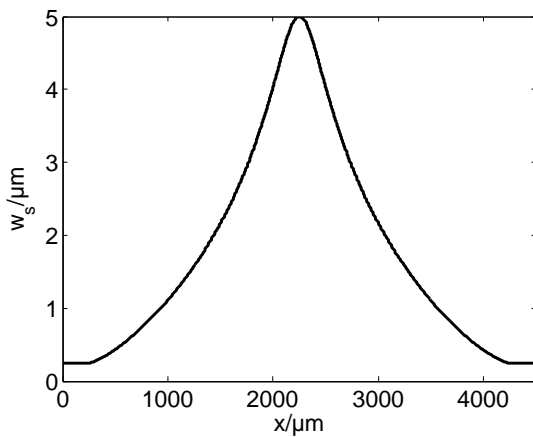
Die Filterkoeffizienten wurden auf die Kopplungsfaktoren abgebildet, wobei wiederum alle Filterkoeffizienten unterhalb von  $h_{\min}$  auf den kleinsten Kopplungsfaktor  $\kappa(w_{s\min})$  abgebildet wurden. Die Einhüllende der so bestimmten Kopplungsfak-

toren zeigt die Abbildung 9.17. Aus den Kopplungsfaktoren wurden dann die Gitterli-

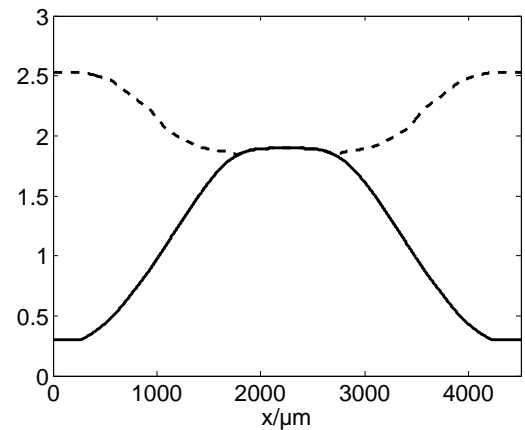


**Abb. 9.17:** Einhüllende der Kopplungsfaktoren  $\kappa$  zu den Filterkoeffizienten aus der Abbildung 9.16 für die Geometrie A

nienlängen im Sekundärgitter berechnet. Deren Einhüllende als Funktion des Orts im Sekundärwellenleiter ist in der Abbildung 9.18 dargestellt. Die nebenstehende Abbildung zeigt die aus den Gitterlinienlängen berechnete ortsabhängige Breite der aktiven Schicht  $w_{as}$  des Sekundärwellenleiters sowie die Breite  $w_k$  der Kompensationsschicht. Die Breite der aktiven Schicht im Primärwellenleiter ist konstant gleich  $w_{ap} = 1,90\mu\text{m}$  und die Länge aller Gitterlinien im Primärgitter beträgt  $w_{psat} = 5,0\mu\text{m}$ .



**Abb. 9.18:** Einhüllende der Gitterlinienlängen  $w_s$  zu den Kopplungsfaktoren aus der Abbildung 9.17 für die Geometrie A



**Abb. 9.19:** Breite  $w_{as}$ (-) der aktiven Schicht und  $w_k$ (- -) der Kompensationsschicht des Sekundärwellenleiters zu den Kopplungsfaktoren aus der Abbildung 9.17 für die Geometrie A

Der Frequenzgang im Arbeitspunkt für die beschriebene Geometrie der Wellenlei-

### 9.3 FILTER FÜR EINEN KANALABSTAND VON 0,2nm

ter und der Gitter hat den in der Abbildung 9.20 abgebildeten Verlauf. Die Leistungs-

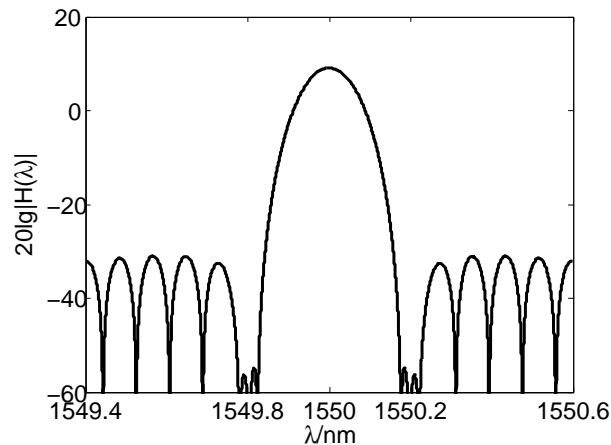


Abb. 9.20: Frequenzgang im Arbeitspunkt

verstärkung bei der Filtermittenwellenlänge ergibt sich zu  $20 \lg |H(\lambda_m)| = 9,1 \text{ dB}$  und die 3dB Bandbreite zu  $\lambda_{3\text{dB}} = 0,10 \text{ nm}$ . Die Sperrdämpfung beträgt 40dB und weist eine gleichmäßige Welligkeit im Sperrbereich auf, abgesehen von der Umgebung der ersten Nullstelle. Die Abweichung vom Equiripple Verlauf in diesem Bereich rührt von der Abbildung aller Filterkoeffizienten  $h < h_{\text{min}}$  auf die minimale Gitterlinienlänge her. Für eine Bandbreite des Nachbarkanals bei  $\lambda_m \pm 0,2 \text{ nm}$  von 10GHz liegt die Nachbarkanalunterdrückung oberhalb von 40dB.

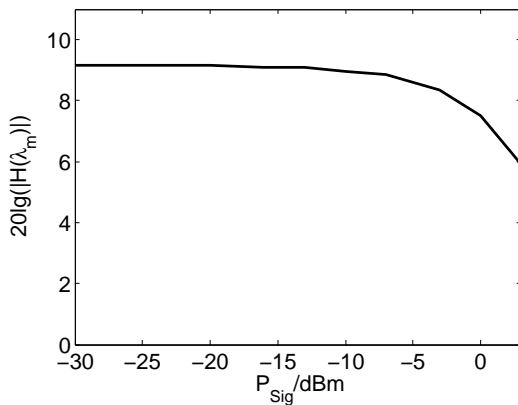


Abb. 9.21: Leistungsübertragungsfaktor bei Filtermittenwellenlänge für verschiedene Eingangsleistungen

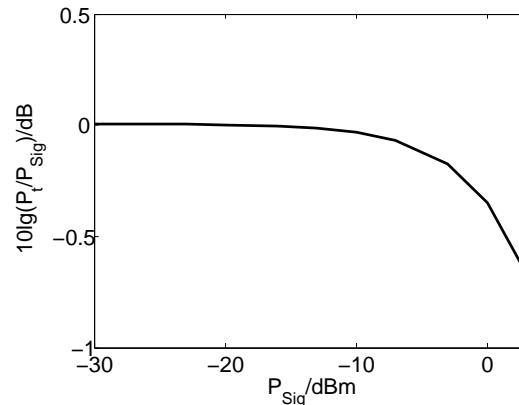
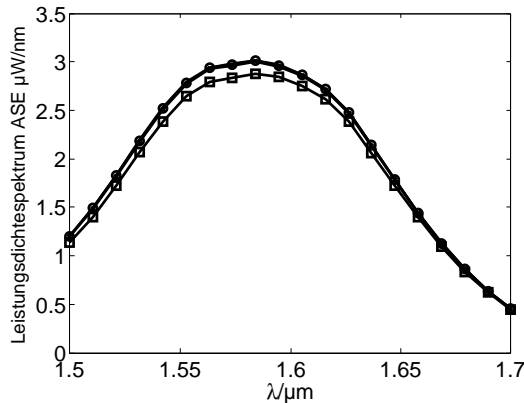


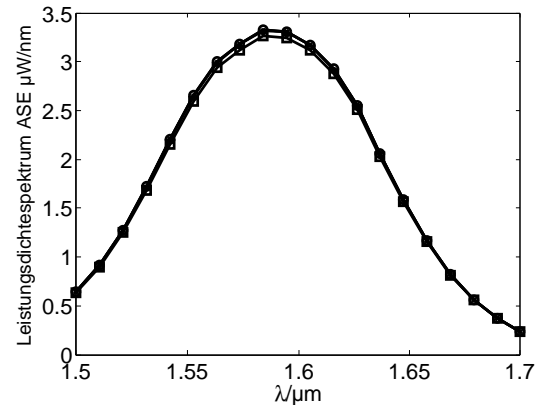
Abb. 9.22: Verhältnis zwischen Ausgangsleistung am Primärgitter  $P_t$  und der Eingangsleistung  $P_{\text{Sig}}$

Der Arbeitspunkt ergibt sich bei der Eingangsleistung von  $P_{\text{Sig}} = 100 \mu\text{W}$  für eine Vorspannung von  $U_k = 0,85 \text{ V}$ . Der Leistungsbereich für das Eingangssignal, in dem das Filter um diesen Arbeitspunkt betrieben werden kann, wurde durch die Lösung der

Ratengleichungen ermittelt. Aus dem in der Abbildung 9.21 dargestellten Leistungsübertragungsfaktor des Filters bei der Filtermittenwellenlänge und dem Verhältnis zwischen der Ausgangs- und der Eingangsleistung des Primärwellenleiters in der Abbildung 9.22 ist ersichtlich, dass Abweichungen vom Übertragungsverhalten des Filters ab einer Eingangssignalleistung von ca.  $-5\text{dBm}$  auftreten. Die aus der Lösung der Ratengleichungen ermittelte spektrale Rauschleistungsdichte für die Eingangssignalleistungen  $P_{\text{Sig}}$  von  $1\mu\text{W}$ ,  $25\mu\text{W}$ ,  $200\mu\text{W}$  und  $2\text{mW}$  ist in der Abbildung 9.23 für den Filterausgang sowie in der Abbildung 9.24 für den Ausgang des Primärwellenleiters abgebildet. Die Rauschzahl  $F_{\text{ASE}}$  für das aktive Filter wurde aus (9.1) für eine Bandbreite  $B_s$  des



**Abb. 9.23:** Spektrale Leistungsdichte des ASE am Filterausgang für eine Eingangsleistung  $P_{\text{Sig}}$  von  $1\mu\text{W}$ ,  $25\mu\text{W}$  ( $\circ$ ),  $200\mu\text{W}$  ( $\times$ ) und  $2\text{mW}$  ( $\square$ )



**Abb. 9.24:** Spektrale Leistungsdichte des ASE am Ausgang des Primärwellenleiters für eine Eingangsleistung  $P_{\text{Sig}}$  von  $1\mu\text{W}$ ,  $25\mu\text{W}$  ( $\circ$ ),  $200\mu\text{W}$  ( $\times$ ) und  $2\text{mW}$  ( $\square$ )

ASE Filter von  $1\text{nm}$  berechnet und ist in der Abbildung 9.25 dargestellt. Den in das Bauelement fließenden Gesamtstrom  $I_p + I_s$  als Funktion der Eingangsleistung für die feste Vorspannung  $U_k = 0,85\text{V}$  zeigt die Abbildung 9.26

### 9.3.2 FILTER MIT HOMOGENEM SEKUNDÄRGITTER

Die am einfachsten herzustellende Filterstruktur ergibt sich bei der Verwendung eines homogenen Sekundärgitters. Die Geometrien des Primär- und des Sekundärwellenleiters sind in diesem Fall und für maximale Verstärkung bei der Filtermittenwellenlänge wird die Länge der Gitterlinien in beiden Gittern gleich  $w_{\text{psat}}$  gewählt. Die Kompensationsschicht entfällt, da keine Variation in den Längen der Gitterlinien des Sekundärgitters auftritt. Der einzige Freiheitsgrad im Filterentwurf ist bei einer gegebenen Mittenwellenlänge der Filtergrad  $N_s$ .

Um die Verbesserungen im Frequenzgang durch die Verwendung inhomogener Sekundärgitter zu veranschaulichen, wurde zum Vergleich ein Filter mit homogenem Sekundärgitter für ein DWDM System mit dem Kanalabstand  $\Delta\lambda = 0,2\text{nm}$  und der Filtermittenwellenlänge  $\lambda_m = 1,55\mu\text{m}$  entworfen. Die erste Nullstelle des Frequenzgangs

### 9.3 FILTER FÜR EINEN KANALABSTAND VON 0,2nm

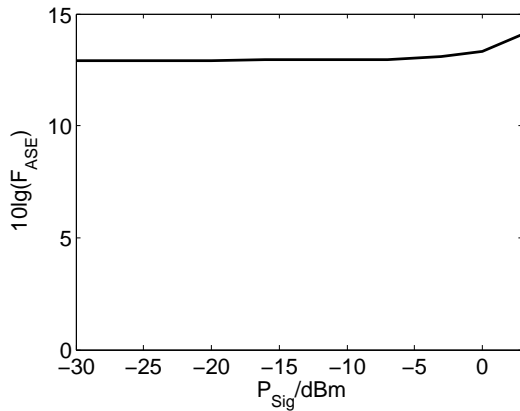


Abb. 9.25: Rauschzahl des aktiven Filters

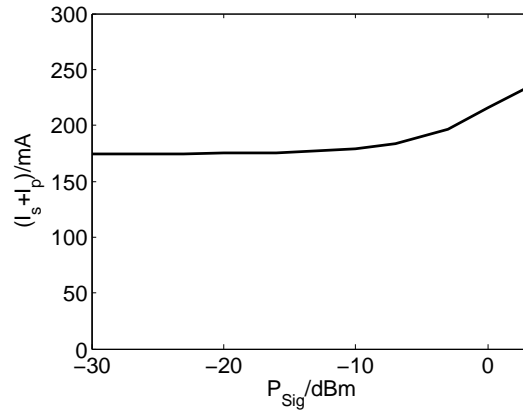


Abb. 9.26: Gesamtstromfluss als Funktion der Eingangsleistung

wird wie bei dem in Abschnitt 9.3.1 vorgestellten Filter auf die Trägerwellenlänge des Nachbarkanals bei der Wellenlänge  $\lambda_m + \Delta\lambda$  gelegt. Aus (7.13) erhält man dafür die Bedingung  $N_s = \frac{f_m}{2\Delta f} = 3868$  für den Filtergrad, mit dem Kanalabstand  $\Delta f$  im Frequenzbereich. Dies entspricht einer Gitterlänge von 1,8mm. Für die Dimensionierung wurde die Geometrie B (s. Abschnitt 6.2.1) verwendet. Die Breite der aktiven Schicht in beiden Wellenleitern ist dafür  $w_{ap} = w_{as} = 1,50\mu\text{m}$  und die Gitterlinienlänge in beiden Gittern  $w_{psat} = 4,0\mu\text{m}$ . Im Arbeitspunkt - die Gitterdämpfung wird durch den effektiven Wellenleitergewinn in beiden Gittern kompensiert - ergibt sich der Frequenzgang nach der Abbildung 9.27. Der Leistungsübertragungsfaktor bei der Mittenwellenlänge ergibt sich zu 14dB und die 3dB Bandbreite zu  $\lambda_{3dB} = 0,18\text{nm}$ . Die Sperrdämpfung hat entgegen den bisher betrachteten Filtern keine gleichmäßige Welligkeit im Sperrbereich, sondern nimmt ausgehend von der minimalen Sperrdämpfung von 13dB am ersten Nebenmaximum zu.

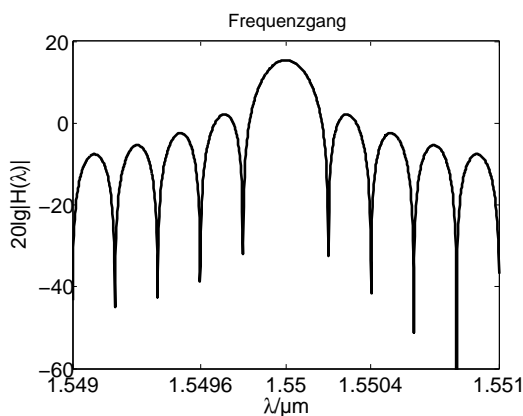


Abb. 9.27: Frequenzgang im Arbeitspunkt

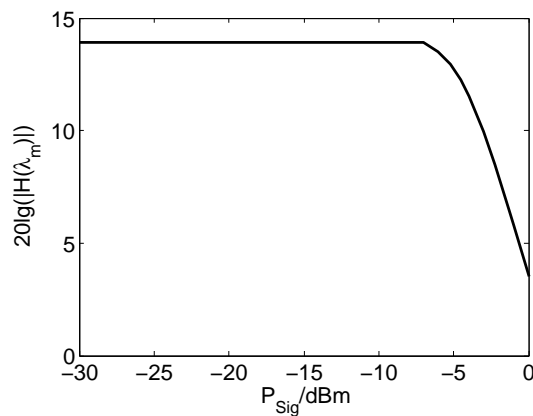
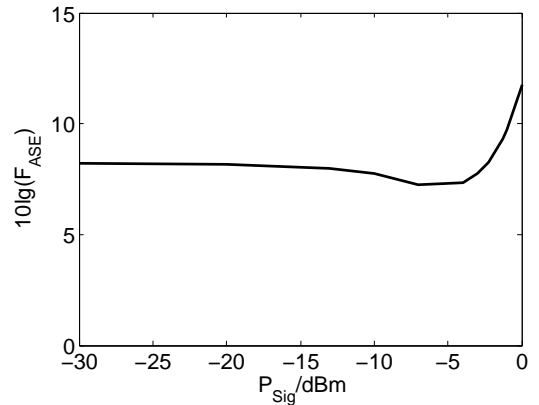
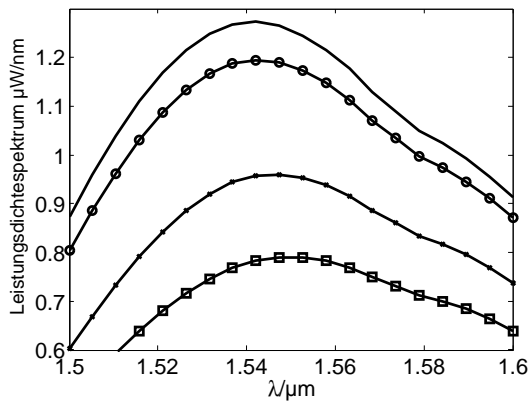


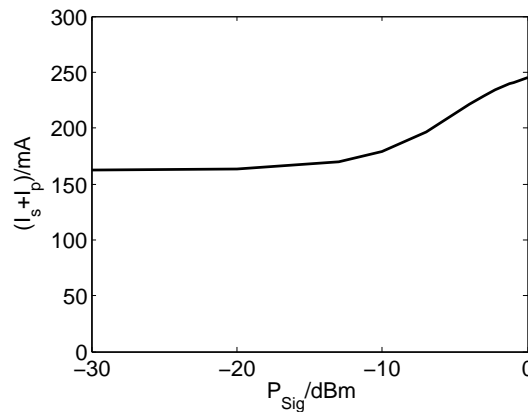
Abb. 9.28: Leistungsübertragungsfunktion bei der Mittenwellenlänge

Der Arbeitspunkt wurde für eine Eingangsleistung von  $P_{\text{Sig}} = 100\mu\text{W}$  durch die äußere Spannung  $U_k = 0,88\text{V}$  eingestellt. Die Ratengleichungen wurden für diesen Betriebszustand für verschiedene Eingangssignalleistungen bei der Mittenwellenlänge gelöst. Der Einfluss der Eingangsleistung auf die Funktion des Filters kann dem in der Abbildung 9.28 dargestellten Verlauf des Leistungsübertragungsfaktors  $20 \lg |H(\lambda_m)|$  bei der Mittenwellenlänge entnommen werden. Die spektrale Leistungsdichte am Filterausgang ist für verschiedene Eingangsleistungen von  $1\mu\text{W}$  bis  $1\text{mW}$  in der Abbildung 9.29 dargestellt und die Rauschzahl für eine Bandbreite des ASE Filters von  $B_s = 1\text{nm}$  hat den Verlauf nach Abbildung 9.30. Schließlich ist der nötige Injektions-



**Abb. 9.29:** Spektrale Leistungsdichte des ASE am Filterausgang für eine Eingangsleistung  $P_{\text{Sig}}$  von  $1\mu\text{W}$ ,  $5\mu\text{W}$  ( $\circ$ ),  $200\mu\text{W}$  ( $\times$ ) und  $1\text{mW}$  ( $\square$ )

strom als Funktion der Eingangsleistung in der Abbildung 9.31 dargestellt.



**Abb. 9.31:** Gesamtstromfluss als Funktion der Eingangsleistung

Vergleicht man die Ergebnisse für das Filter mit homogenem Sekundärgitter, mit demjenigen für ein inhomogenes Sekundärgitter, ergeben sich deutliche Unterschiede.

Die Verstärkung bei der Filtermittenwellenlänge ist bei dem Filter mit homogenem Sekundärgitter trotz kleinerer Gitterlänge deutlich größer, jedoch ist die Sperrdämpfung wesentlich geringer. Die gezielte Variation der Gitterlinienlängen des Sekundärgitters verbessert die Form des Frequenzgangs deutlich, jedoch ist die Länge vieler Gitterlinien dabei kleiner als die maximal wirksame Länge  $w_{\text{psat}}$ . Die kurzen Gitterlinien haben auch einen kleinen Kopplungsfaktor  $\kappa$ , wodurch die Gesamtkopplung zwischen Filmwellenleiter und Sekundärwellenleiter - und damit die Filterverstärkung - bei Verwendung eines inhomogenen Sekundärgitters stets kleiner ist, als bei einem homogenem Sekundärgitter gleicher Länge.

Die Rauschleistung und der Gesamtstrom ist für das Filter mit inhomogenem Sekundärgitter größer als für das Vergleichsfilter. Die Ursache ist die im Vergleich zum Filter mit homogenem Sekundärgitter größere Gitterlänge, mit der die Verbesserungen im Frequenzgang erreicht werden.

Allgemein bietet die Verwendung inhomogener Sekundärgitter die Möglichkeit, den Frequenzgang mit vielen Freiheitsgraden nach Vorgaben im Frequenzbereich zu entwerfen. Dadurch kann die Form des Frequenzgangs entscheidend verbessert werden, insbesondere kann die Welligkeit im Durchlassbereich reduziert und die Sperrdämpfung, bei einer gleichmäßigen Welligkeit, erhöht werden. Für eine bestimmte Bandbreite nimmt damit aber auch die Gitterlänge im Vergleich zu einem Filter mit homogenem Sekundärgitter gleicher Bandbreite zu. Dadurch wachsen der Injektionsstrom und das Rauschen an.





## 10 ZUSAMMENFASSUNG

Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung und der Entwurf eines integrierten, verstärkenden, optischen Filters für den Einsatz in dichten Wellenlängenmultiplexsystemen (DWDM Systemen) zur Extraktion eines einzelnen Kanals. Dabei soll der Frequenzgang des Filters gezielt anhand von Vorgaben entworfen werden.

Das planare Bauelement besteht aus einem Filmwellenleiter und zwei parallelen, streifenbelasteten Filmwellenleitern. Die in die beiden streifenbelasteten Filmwellenleiter eingebrachten Gitter mit geneigten Gitterlinien bewirken eine Kopplung zwischen den drei Wellenleitern. Signale, die zunächst in einem der streifenbelasteten Filmwellenleiter geführt werden, werden mit Hilfe des Gitters in den Filmwellenleiter eingespeist und treffen auf den zweiten streifenbelasteten Filmwellenleiter. Die Kopplung zwischen dem Filmwellenleiter und dem zweiten streifenbelasteten Filmwellenleiter ist stark wellenlängenselektiv und tritt nur innerhalb eines schmalen Wellenlängenbereichs um die Filtermittenwellenlänge auf, die durch die Gitterperiode festgelegt wird. Die Bandbreite dieses Bandpassfilters kann durch die Gitterlänge eingestellt werden und die Form des Frequenzgangs kann durch Variation der Gitterlinienlängen gezielt beeinflusst werden.

Für diese Filterstruktur wurde, ohne Einschränkung auf eine bestimmte Dimensionierung des Materials oder der Geometrie, in einer theoretischen Betrachtung der Frequenzgang ermittelt. Der so bestimmte Frequenzgang hat die gleiche Form wie der eines digitalen FIR (finite impulse response) Filters, wobei den Gitterlinienlängen die Rolle der Filterkoeffizienten im FIR Filter zukommt. Diese Analogie zu FIR Filtern erlaubt den Entwurf linearphasiger optischer Bandpassfilter anhand gegebener Vorschriften an den Frequenzgang, unter Verwendung der bekannten Entwurfsverfahren für digitale FIR Filter. Als Ergebnis des Filterentwurfs erhält man direkt die zur bestmöglichen Erzielung der Vorgaben an den Frequenzgang nötige Geometrie des Gitters.

Die Möglichkeit zum Entwurf linearphasiger Filter ist nur aufgrund der nicht vorhandenen Rückkopplung im Bauelement möglich. Denn durch die Gitter wird eine Kopplung nur zwischen vorwärtslaufenden Feldern erreicht. Die Abwesenheit einer Rückkopplung erlaubt die Realisierung aktiver optischer Filter durch das Einbringen optischer Verstärkung in das Bauelement, da ohne Rückkopplung auch bei aktiver Realisierung keine Resonanzen auftreten können, das Filter also nicht instabil werden kann. Durch eine aktive Realisierung werden die Signale innerhalb der Filterbandbreite verstärkt. Separate Vor- oder Nachverstärker in Zusammenhang mit passiven Filtern, um das gefilterte Signal auf einen bestimmten Pegel zu bringen, können, bei geeigneter Dimensionierung, durch das untersuchte aktive Filter eingespart werden.

Die vorgegebene Filtermittenwellenlänge bestimmt das zur Realisierung nötige Materialsystem für aktive Filter, denn bei der Mittenwellenlänge muss optische Verstärkung

erzielt werden. Für die in dieser Arbeit entworfenen Filter mit der Mittenwellenlänge 1550nm wurde aus diesem Grund das InP/InGaAsP Materialsystem verwendet.

Aktive Filter können nur in der Umgebung eines durch die äußere Beschaltung vorgegebenen Arbeitspunktes betrieben werden. Um den Arbeitspunkt und den Bereich der Eingangsleistung zu bestimmen, in dem das Filter betrieben werden kann, wurden die Ratengleichungen für das Filter formuliert. Die Lösung der Ratengleichung liefert zusätzlich das durch die optische Verstärkung unvermeidlich hinzugefügte optische Rauschen.

Es wurden zwei Filter mit einer Mittenwellenlänge von 1550nm für einen Kanalabstand von 0,2nm und 0,4nm entworfen. Dabei konnten durch den gezielten Entwurf der Gittergeometrie sehr hohe Sperrdämpfungen von bis zu 40dB bei einer gleichmäßigen Welligkeit der Sperrdämpfung erreicht werden. Die 3dB Bandbreite konnte bis auf 0,10nm reduziert werden und bei der Filtermittenwellenlänge ergaben sich Verstärkungen von bis zu 11dB.

# Literaturverzeichnis

- [1] Cisco Systems Inc. *Global IP Traffic Forecast and Methodology, 2006-2011*. August 2007.
- [2] H. M. Stoll. *Distributed Bragg deflector: a multifunctional integrated optical device*. *Appl. Optics*, volume 17:pp. 2565–2569, 1978.
- [3] Furuya K., Suematsu Y. and Sugou S. *Integrated Optical Branching Filter Consisting of Three-Dimensional Waveguide and Its Nonradiative Condition*. *IEEE T. Circuits and Systems*, volume 26(12):pp. 1049–1054, 1979.
- [4] K. J. Ebeling. *Integrierte Optoelektronik*. Springer-Verlag, Berlin, 1989.
- [5] Reinhard März. *Integrated Optics*. Artech House, Norwood, 1995.
- [6] P. Lüsse et. al. *Analysis of Vectorial Mode Fields in Optical Waveguides by an New Finite Difference Method*. *J. Lightwave Technol.*, volume 12(3):pp. 487–494, 1994.
- [7] H. R. Schwarz. *Numerische Mathematik*. B. G. Teubner, Stuttgart, 1986.
- [8] Th.G. Livernois and D.P. Nyquist. *Integral-equation formulation for scattering by dielectric discontinuities along open-boundary dielectric waveguides*. *J. Opt. Soc. Am. A*, volume 4(7):pp. 1289–1295, 1987.
- [9] H. G. Unger. *Elektromagnetische Wellen I*. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1967.
- [10] R. E. Collin. *Field Theory of Guided Waves*. IEEE Press, 1990.
- [11] Marcuse D. *Theory of Dielectric Optical Waveguides*. Academic Press, New York, London, 1974.
- [12] D. P. Nyquist, D. R. Johnson and S.V. Hsu. *Orthogonality and amplitude spectrum of radiation modes along open-boundary waveguides*. *J. Opt. Soc. Am.*, volume 71(1):pp. 49–54, 1981.
- [13] A. Sommerfeld. *Vorlesungen über theoretische Physik Band 6*. Harry Deutsch, 1978.
- [14] J. S. Bagby and D.P. Nyquist. *Dyadic Green's Functions For Integrated Electronic and Optical Circuits*. *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, volume MTT-35(2):pp. 206–210, 1987.
- [15] G. Berendt and E. Weimar. *Mathematik für Physiker, Band 2*. Physik Verlag, Weinheim, 1983.

- [16] G. P. Agrawal and N.K. Dutta. *Semiconductor Lasers, Second Edition*. Van Nostrand Reinhold, New York, 1993.
- [17] M. G. A. Bernard and G. Durrafourg. *Laser conditions in semiconductors*. Physica Status Solidi, volume 1:pp. 699–703, 1961.
- [18] R. Olshansky, C. B. Su, J. Manning and W. Powazinik. *Measurement of Radiative and Nonradiative Recombination Rates in InGaAsP and AlGaAs Light Sources*. IEEE J. Quantum Electron, volume 20(8):pp. 838–854, August 1984.
- [19] M-C. Amann and J. Buus. *Tunable Laser Diodes*. Artech House, Boston London, 1998.
- [20] B. R. Bennett, R. A. Soref and J.A. Del Alamo. *Carrier-Induced Change in Refractive Index of InP, GaAs, and InGaAsP*. IEEE J. Quantum Electron., volume 26(1):pp. 113–122, January 1990.
- [21] Y. Suematsu and A. R. Adams. *Handbook of Semiconductor Lasers and Photonic Integrated Circuits*. Chapman and Hall, London, 1994.
- [22] S. Adachi. *Physical Properties of III-V Semiconductor Compounds*. John Wiley and Sons, New York, 1992.
- [23] Y. Yamazoe, T. Nishino and Y. Hamakawa. *Electroreflectance Study of InGaAsP Quaternary Alloys Lattice Matched to InP*. IEEE J. Quantum Electron., volume 17(1):pp. 139–144, February 1981.
- [24] F. Fiedler and A. Schlachetzki. *Optical Parameters of InP-based waveguides*. Solid State Electronics, volume 30(1):pp. 73–83, 1987.
- [25] I. Joindot and J. L. Beylat. *Intervallence Band Absorption Coefficient Measurements in bulk layer, strained and unstrained Multiquantum Well 1.55 $\mu$ m Semiconductor Lasers*. Electron. Lett., volume 29(7):pp. 604–606, April 1993.
- [26] T. Otsoshi, K. Yamaguchi and N. Chinone. *Analysis of Current Leakage in In-GaAsP/InP Buried Heterostructure Lasers*. IEEE J. Quantum Electron., volume 25(6):pp. 1369–1374, June 1989.
- [27] T. W. Parks and C. S. Burrus. *Digital filter design*. John Wiley and Sons, New York, 1987.
- [28] W. Harth und H. Grothe. *Sende- und Empfangsdioden für die optische Nachrichtentechnik*. Teubner Studienskripten, Stuttgart, 1984.
- [29] Siegfried Selberherr. *Analysis and Simulation of Semiconductor Devices*. Springer-Verlag, Wien New York, 1984.
- [30] K. Petermann. *Calculated spontaneous emission factor for double-heterostructure injection lasers with gain-induced waveguiding*. IEEE J. Quantum Electron., volume 15:pp. 566–570, July 1979.

- [31] J. L. Pleumeekers et al. *Longitudinal Spatial Hole Burning and Associated Nonlinear Gain in Gain-Clamped Semiconductor Optical Amplifiers*. IEEE J. Quantum Electron., volume 34(5):pp. 879–886, May 1998.
- [32] H. B. Keller. *Numerical Methods for Two-Point Boundary-Value Problems*. Blaisdell Publishing Company, Waltham, 1968.
- [33] H. Haus. *The Noise Figure of Optical Amplifiers*. IEEE Photon. Technol. Lett., volume 10(11):pp. 1602–1604, Nov. 1998.
- [34] S. Rumyantsev M. Levinshtein, M. Shur. *Handbook Series Semiconductor Parameters*. World Scientific Publishing, Singapore, 1997.

*Literaturverzeichnis*

# A SYMBOLVERZEICHNIS

Nachfolgend sind die wichtigsten verwendeten Symbole und ihre Bedeutung aufgeführt.

$\nabla_t, \nabla$	(transversaler) Nabla-Operator
$\alpha_{IVBA}$	Dämpfungskoeffizient für Intervallenzbandabsorption
$\alpha_p, \alpha_s$	Dämpfungskoeffizient im Primär- bzw. Sekundärwellenleiter
$\bar{\beta}_p, \bar{\beta}_s$	mittlere Phasenkonstante im Primär- bzw. Sekundärwellenleiter
$\beta_{TE/M}$	Wellenvektor der TE/M Mode im Filmwellenleiter
$\beta_{fx}, \beta_{fy, TE/M}$	x- und y-Komponente des Wellenvektors der TE/M Mode im Filmwellenleiter
$\gamma_p, \gamma_s$	Ausbreitungskonstante im Primär- bzw. Sekundärwellenleiter
$\delta(x)$	Dirac Delta Distribution
$\epsilon_0$	Permittivität des Vakuums
$\epsilon_{ra}, \epsilon_{rf}, \epsilon_{rs}$ und $\epsilon_{rd}$	relative Dielektrizitätskonstante der aktiven Schicht, der Filmschicht, des Substrats und der Deckschicht
$\vartheta$	Gitterwinkel im Sekundärgitter
$\kappa$	Kopplungsfaktor
$\lambda$	Vakuumwellenlänge
$\lambda_c^{(m)}$	Grenzwellenlänge für die Filmmode mit Modenindex m
$\lambda_m$	Filtermittenwellenlänge im Vakuum
$\lambda_{3dB}$	3dB Bandbreite
$\mu_0$	Permeabilität des Vakuums
$\psi$	Gitterwinkel im Primärgitter
$\varphi$	Winkel zwischen y-Achse und Wellenvektor der Moden im Filmwellenleiter
$\omega$	Kreisfrequenz
$\Gamma_{ap}, \Gamma_{as}$	Confinementfaktor in der aktiven Schicht des Primär- und Sekundärwellenleiters
$\Lambda$	Gitterperiode
$\Pi_e$	Elektrisches Hertzsches Vektorpotential
$a_D$	Welligkeit im Durchlassbereichs
$a_S$	Sperrdämpfung
$c_0$	Vakuumlichtgeschwindigkeit
$e_x, e_y, e_z$	Einheitsvektoren in x-, y- und z-Richtung
$e$	Elementarladung
$f$	Frequenz
$f_m$	Filtermittenfrequenz
$f_D$	Grenze des Durchlassbereichs

## A SYMBOLVERZEICHNIS

$f_s$	Grenze des Sperrbereichs
$g$	Materialgewinn
$g_{Np}, g_{Ns}$	effektiver Gewinn des Primär- bzw. Sekundärwellenleiters
$h$	Plancksches Wirkungsquantum
$h_a, h_d, h_f, h_g, h_s$ und	Höhe der aktiven Schicht, der Deckschicht, der Filmschicht, der
$h_w$	Gitter, des Substrats und des Wafers
$h(n)$	Filterkoeffizienten
$h_{min}$	minimaler Filterkoeffizient
$j$	imaginäre Einheit
$k$	Boltzmannkonstante
$k_{IVBA}$	Koeffizient der Intervallenzbandabsorption
$k_0$	Wellenzahl im Vakuum
$n_g$	Gruppenbrechzahl
$\Delta n'$	Brechzahlreduzierung durch Ladungsträgerinjektion
$\bar{n}_{ep}, \bar{n}_{es}$	mittlere Modenbrechzahl im Primär- bzw. Sekundärwellenleiter
$r_{sp}$	Spektrum der spontanen Emission
$\mathbf{r}_t, \mathbf{r}$	(transversaler) Ortsvektor
$t$	Zeit
$u$	Heavisidefunktion
$v_g$	Gruppengeschwindigkeit
$w$	Abstand der Symmetrieebenen des Primär- und des Sekundärwellenleiters
$w_{as}$	Breite der aktiven Schicht im Sekundärwellenleiter
$w_{ap}$	Breite der aktiven Schicht im Primärwellenleiter
$w_k$	Breite der Kompensationsschicht
$w_p$	Gitterlinienlänge im Primärgitter
$w_{psat}$	maximal wirksame Gitterlinienlänge
$w_s$	Gitterlinienlänge im Sekundärgitter
$w_{smin}$	minimale Gitterlinienlänge im Sekundärgitter
$A$	Koeffizient der Shockley-Read-Hall Rekombination
$A_{TE/M}$	Amplitude der TE/M-Mode im Filmwellenleiter
$A_Q$	Wellenleiterquerschnitt
ASE	Amplified Spontaneous Emission
$B$	Koeffizient der spontanen Rekombination
$B_s$	Bandbreite des ASE Filters
$\mathbf{B}$	Vektor der magnetischen Flussdichte
$C$	Koeffizient der Auger Rekombination
$D_n, D_p$	Diffusionskonstante für Elektronen und Löcher
$\mathbf{D}$	Vektor der elektrischen Flussdichte
DWDM	Dense Wavelength Division Multiplex
$E_{fc}, E_{fv}$	Quasiferminiveau der Elektronen und Löcher
$\mathbf{E}_t, \mathbf{E}$	(transversaler) Vektor der elektrischen Feldstärke
$F_{ASE}$	Rauschzahl des Filters



FDTD	Finite Difference Time Domain
FIR	Finite Impulse Response
$\underline{G}$ , $\underline{G}^e$ und $\underline{G}^h$	Greensche Funktion, elektrische und magnetische Greensche Funktion
H	Frequenzgang des Filters
$\mathbf{H}_t$ , $\mathbf{H}$	(transversaler) Vektor der magnetischen Feldstärke
$\mathbf{j}$	Stromdichtevektor
$\bar{J}_p$ , $\bar{J}_s$	mittlere Stromdichte im Primär- und Sekundärwellenleiter
$I_p$	Stromfluss in den Primärwellenleiter
$I_s$	Stromfluss in den Sekundärwellenleiter
$L_p$	Länge des Primärgitters
$L_s$	Länge des Sekundärgitters
N	Elektronendichte in der aktiven Schicht
$\bar{N}$	mittlere Elektronendichte in der aktiven Schicht
$N_s$	Anzahl der Gitterlinien im Sekundärgitter, Filtergrad
$N_p$	Anzahl der Gitterlinien im Primärgitter
P	Löcherdichte in der aktiven Schicht
$\mathbf{P}$	Vektor der Polarisierung
$\bar{P}$	mittlere Löcherdichte in der aktiven Schicht
$P_{\text{Sig}}$	Signalleistung am Filtereingang
$P_t$	Leistung am Ausgang des Primärwellenleiters
$P_{\text{ASE}}$	Leistung des ASE
$P'$	Leistung je Längeneinheit im Filmwellenleiter
R	Rekombinationsrate
$R_{\text{sp}}$ , $R_{\text{st}}$ , $R_{\text{nr}}$	Rate der spontanen, stimulierten und nichtstrahlenden Rekombination
$R_s$	Schichtwiderstand
$\bar{S}_n$	mittlere Photonendichte in der aktiven Schicht
$\bar{s}$	mittlere spektrale Photonendichte in der aktiven Schicht
T	Temperatur
$\mathbf{T}$	Poyntingvektor
$U_d$	Spannungsabfall an den Heterostrukturen
$U_k$	Äußere Vorspannung an den Heterostrukturen

## A SYMBOLVERZEICHNIS



## B Koeffizienten im Finite-Differenzen Schema

$$\begin{aligned}
 a_{yyE} &= \frac{2}{e(e+w)} \\
 a_{yyS} &= \frac{2}{e+w} \frac{\epsilon_{r1}w(n\epsilon_{r3} + s\epsilon_{r4}) + e\epsilon_{r4}(n\epsilon_{r2} + s\epsilon_{r1})}{s(n\epsilon_{r2} + s\epsilon_{r1})(s\epsilon_{r4} + n\epsilon_{r3})} \\
 a_{yyW} &= \frac{2}{w(e+w)} \\
 a_{yyN} &= \frac{2}{e+w} \frac{\epsilon_{r2}w(n\epsilon_{r3} + s\epsilon_{r4}) + e\epsilon_{r3}(n\epsilon_{r2} + s\epsilon_{r1})}{n(n\epsilon_{r2} + s\epsilon_{r1})(s\epsilon_{r4} + n\epsilon_{r3})} \\
 a_{yyP} &= - \left( \frac{2}{ew} + 2 \frac{w(n\epsilon_{r1} + s\epsilon_{r2})(n\epsilon_{r3} + s\epsilon_{r4}) + e(n\epsilon_{r4} + s\epsilon_{r3})(n\epsilon_{r2} + s\epsilon_{r1})}{ns(n\epsilon_{r2} + s\epsilon_{r1})(n\epsilon_{r3} + s\epsilon_{r4})(e+w)} \right) - \\
 &\quad k_0^2(n+s) \frac{e\epsilon_{r3}\epsilon_{r4}(n\epsilon_{r2} + s\epsilon_{r1}) + w\epsilon_{r1}\epsilon_{r2}(n\epsilon_{r3} + s\epsilon_{r4})}{(e+w)(n\epsilon_{r2} + s\epsilon_{r1})(n\epsilon_{r3} + s\epsilon_{r4})} \\
 a_{yzP} &= 2 \frac{e-w}{ew} \left( \frac{w(\epsilon_{r1} - \epsilon_{r2})}{(e+w)(n\epsilon_{r2} + s\epsilon_{r1})} + \frac{e(\epsilon_{r4} - \epsilon_{r3})}{(s\epsilon_{r4} + n\epsilon_{r3})(e+w)} \right) \\
 a_{yzE} &= \frac{2w}{e(e+w)} \left( \frac{w(\epsilon_{r1} - \epsilon_{r2})}{(e+w)(n\epsilon_{r2} + s\epsilon_{r1})} + \frac{e(\epsilon_{r4} - \epsilon_{r3})}{(s\epsilon_{r4} + n\epsilon_{r3})(e+w)} \right) \\
 a_{yzW} &= -2 \frac{e}{w(e+w)} \left( \frac{w(\epsilon_{r1} - \epsilon_{r2})}{(e+w)(n\epsilon_{r2} + s\epsilon_{r1})} + \frac{e(\epsilon_{r4} - \epsilon_{r3})}{(s\epsilon_{r4} + n\epsilon_{r3})(e+w)} \right) \\
 a_{zzS} &= \frac{2}{s(n+s)} \\
 a_{zzE} &= \frac{2}{n+s} \frac{n\epsilon_{r1}(w\epsilon_{r3} + e\epsilon_{r2}) + s\epsilon_{r2}(w\epsilon_{r4} + e\epsilon_{r1})}{e(w\epsilon_{r4} + e\epsilon_{r1})(w\epsilon_{r3} + e\epsilon_{r2})} \\
 a_{zzN} &= \frac{2}{n(n+s)} \\
 a_{zzW} &= \frac{2}{n+s} \frac{n\epsilon_{r4}(w\epsilon_{r3} + e\epsilon_{r2}) + s\epsilon_{r3}(w\epsilon_{r4} + e\epsilon_{r1})}{w(w\epsilon_{r4} + e\epsilon_{r1})(w\epsilon_{r3} + e\epsilon_{r2})} \\
 a_{zzP} &= - \left( \frac{2}{ns} + 2 \frac{(en\epsilon_{r4} + wn\epsilon_{r1})(w\epsilon_{r3} + e\epsilon_{r2}) + (se\epsilon_{r3} + swe_{r2})(w\epsilon_{r4} + e\epsilon_{r1})}{ew(w\epsilon_{r4} + e\epsilon_{r1})(w\epsilon_{r3} + e\epsilon_{r2})(n+s)} \right) - \\
 &\quad k_0^2 \frac{e+w}{n+s} \frac{n\epsilon_{r1}\epsilon_{r4}(w\epsilon_{r3} + e\epsilon_{r2}) + s\epsilon_{r2}\epsilon_{r3}(w\epsilon_{r4} + e\epsilon_{r1})}{(w\epsilon_{r4} + e\epsilon_{r1})(w\epsilon_{r3} + e\epsilon_{r2})} \\
 a_{zyN} &= 2 \frac{s}{n(n+s)} \left( \frac{s(\epsilon_{r3} - \epsilon_{r2})}{(n+s)(w\epsilon_{r3} + e\epsilon_{r2})} + \frac{n(\epsilon_{r4} - \epsilon_{r1})}{(n+s)(w\epsilon_{r4} + e\epsilon_{r1})} \right) \\
 a_{zyP} &= \frac{2(n-s)}{ns} \left( \frac{s(\epsilon_{r3} - \epsilon_{r2})}{(n+s)(w\epsilon_{r3} + e\epsilon_{r2})} + \frac{n(\epsilon_{r4} - \epsilon_{r1})}{(n+s)(w\epsilon_{r4} + e\epsilon_{r1})} \right) \\
 a_{zyS} &= - \frac{2n}{s(n+s)} \left( \frac{s(\epsilon_{r3} - \epsilon_{r2})}{(n+s)(w\epsilon_{r3} + e\epsilon_{r2})} + \frac{n(\epsilon_{r4} - \epsilon_{r1})}{(n+s)(w\epsilon_{r4} + e\epsilon_{r1})} \right)
 \end{aligned}$$

## C Koeffizienten im Greenschen Tensor

$$\begin{aligned}
 N_{TM} &= 2p_f \epsilon_{rf} (p_d \epsilon_{rs} + p_s \epsilon_{rd}) \cosh(p_f h_f) + 2(p_d p_s \epsilon_{rf}^2 + p_f^2 \epsilon_{rs} \epsilon_{rd}) \sinh(p_f h_f) \\
 N_{TE} &= 2p_f (p_d + p_s) \cosh(p_f h_f) + 2(p_f^2 + p_d p_s) \sinh(p_f h_f) \\
 a_{xxd} &= \frac{2\epsilon_{rf}}{\epsilon_{rd} N_{TE}} (p_f \cosh(p_f z') + p_s \sinh(p_f z')) e^{p_d h_f} \\
 a_{xxf} &= (p_f - p_s) \frac{p_d \sinh(p_f (h_f - z')) + p_f \cosh(p_f (h_f - z'))}{p_f N_{TE}} \\
 b_{xxf} &= (p_f - p_d) \frac{p_f \cosh(p_f z') + p_s \sinh(p_f z')}{p_f N_{TE}} e^{-p_f h_f} \\
 b_{xxs} &= 2\epsilon_{rf} \frac{p_f \cosh(p_f (h_f - z')) + p_d \sinh(p_f (h_f - z'))}{\epsilon_{rs} N_{TE}} \\
 a_{yyd} &= \frac{2\epsilon_{rf} (p_f \cosh(p_f z') + p_s \sinh(p_f z'))}{\epsilon_{rd} N_{TE}} e^{p_d h_f} \\
 a_{yyf} &= (p_f - p_s) \frac{p_d \sinh(p_f (h_f - z')) + p_f \cosh(p_f (h_f - z'))}{p_f N_{TE}} \\
 b_{yyf} &= (p_f - p_d) \frac{p_f \cosh(p_f z') + p_s \sinh(p_f z')}{p_f N_{TE}} e^{-p_f h_f} \\
 b_{yy s} &= 2\epsilon_{rf} \frac{p_f \cosh(p_f (h_f - z')) + p_d \sinh(p_f (h_f - z'))}{\epsilon_{rs} N_{TE}} \\
 a_{z z d} &= 2\epsilon_{rf} \frac{p_s \epsilon_{rf} \sinh(p_f z') + p_f \epsilon_{rs} \cosh(p_f z')}{N_{TM}} e^{p_d h_f} \\
 a_{z z f} &= \frac{(p_f \epsilon_{rs} - p_s \epsilon_{rf}) (p_d \epsilon_{rf} \sinh(p_f (h_f - z')) + p_f \epsilon_{rd} \cosh(p_f (h_f - z')))}{p_f N_{TM}} \\
 b_{z z f} &= \frac{(p_f \epsilon_{rd} - p_d \epsilon_{rf}) (p_s \epsilon_{rf} \sinh(p_f z') + p_f \epsilon_{rs} \cosh(p_f z'))}{p_f N_{TM}} e^{-p_f h_f} \\
 b_{z z s} &= 2\epsilon_{rf} \frac{p_d \epsilon_{rf} \sinh(p_f (h_f - z')) + p_f \epsilon_{rd} \cosh(p_f (h_f - z'))}{N_{TM}}
 \end{aligned}$$

C Koeffizienten im Greenschen Tensor

$$\begin{aligned}
\mathbf{a}_{\text{xzd}} &= -\frac{j\xi p_f \epsilon_{\text{rf}} e^{p_d h_f}}{p_f \epsilon_{\text{rd}} N_{\text{TM}} N_{\text{TE}}} \\
&\quad [2 \cosh(p_f(h_f - z'))(\epsilon_{\text{rf}} p_s^2(\epsilon_{\text{rf}} - \epsilon_{\text{rd}}) \\
&\quad + p_f^2(2\epsilon_{\text{rd}}\epsilon_{\text{rf}} - \epsilon_{\text{rf}}\epsilon_{\text{rs}} - \epsilon_{\text{rd}}\epsilon_{\text{rs}})) \\
&\quad + 2 \cosh(p_f(h_f + z'))(\epsilon_{\text{rf}} p_s^2(\epsilon_{\text{rd}} - \epsilon_{\text{rf}}) + \epsilon_{\text{rs}} p_f^2(\epsilon_{\text{rd}} - \epsilon_{\text{rf}})) \\
&\quad + 2 \sinh(p_f(h_f - z'))(p_s p_f(\epsilon_{\text{rd}}\epsilon_{\text{rf}} - \epsilon_{\text{rd}}\epsilon_{\text{rs}} + \epsilon_{\text{rs}}\epsilon_{\text{rf}} - \epsilon_{\text{rf}}^2) + 2\epsilon_{\text{rd}} p_d p_f(\epsilon_{\text{rf}} - \epsilon_{\text{rs}})) \\
&\quad + 2 \sinh(p_f(h_f + z'))(\epsilon_{\text{rd}}\epsilon_{\text{rf}} + \epsilon_{\text{rd}}\epsilon_{\text{rs}} - \epsilon_{\text{rs}}\epsilon_{\text{rf}} - \epsilon_{\text{rf}}^2) p_s p_f] \\
\mathbf{a}_{\text{xzf}} &= \frac{-2j\xi p_f e^{p_f h_f}}{p_f N_{\text{TM}} N_{\text{TE}}} \\
&\quad [\cosh(p_f(h_f - z'))(p_f^2 \epsilon_{\text{rd}} \epsilon_{\text{rf}} - p_d p_f \epsilon_{\text{rf}} \epsilon_{\text{rs}} + p_d p_f \epsilon_{\text{rf}}^2) \\
&\quad + \sinh(p_f(h_f - z'))(\epsilon_{\text{rf}}^2 p_d^2 - \epsilon_{\text{rs}} \epsilon_{\text{rd}} p_f p_d + \epsilon_{\text{rf}} \epsilon_{\text{rd}} p_d p_f - \epsilon_{\text{rs}} \epsilon_{\text{rf}} p_d^2) \\
&\quad - \cosh(p_f z') e^{-p_f h_f} (\epsilon_{\text{rd}} \epsilon_{\text{rf}} p_f p_s - \epsilon_{\text{rf}}^2 p_f p_s + \epsilon_{\text{rf}} \epsilon_{\text{rs}} p_f^2) \\
&\quad + \sinh(p_f z') e^{-p_f h_f} (p_s^2 \epsilon_{\text{rf}}^2 - p_s^2 \epsilon_{\text{rd}} \epsilon_{\text{rf}} + p_f p_s \epsilon_{\text{rs}} \epsilon_{\text{rd}} - \epsilon_{\text{rf}} \epsilon_{\text{rs}} p_f p_s) \\
&\quad - \epsilon_{\text{rd}} \epsilon_{\text{rs}} p_f^2 e^{-p_f z'} \sinh(p_f h_f)] \\
\mathbf{b}_{\text{xzf}} &= \frac{-2p_f e^{-p_f h_f} j\xi}{N_{\text{TE}} N_{\text{TM}} p_f} \\
&\quad [\sinh(p_f(h_f - z'))(\epsilon_{\text{rf}} \epsilon_{\text{rs}} p_d^2 - \epsilon_{\text{rf}}^2 p_d^2 + \epsilon_{\text{rd}} \epsilon_{\text{rf}} p_d p_f - \epsilon_{\text{rs}} \epsilon_{\text{rd}} p_d p_f) \\
&\quad + e^{p_f h_f} \cosh(p_f z') (\epsilon_{\text{rd}} \epsilon_{\text{rf}} p_s p_f - \epsilon_{\text{rf}}^2 p_s p_f - \epsilon_{\text{rf}} \epsilon_{\text{rs}} p_f^2) \\
&\quad + e^{p_f h_f} \sinh(p_f z') (-\epsilon_{\text{rf}} \epsilon_{\text{rs}} p_s p_f + \epsilon_{\text{rd}} \epsilon_{\text{rs}} p_s p_f + \epsilon_{\text{rd}} \epsilon_{\text{rf}} p_s^2 - \epsilon_{\text{rf}}^2 p_s^2) \\
&\quad + \cosh(p_f(h_f - z')) (\epsilon_{\text{rf}} \epsilon_{\text{rs}} p_d p_f - \epsilon_{\text{rf}}^2 p_d p_f + \epsilon_{\text{rd}} \epsilon_{\text{rf}} p_f^2) \\
&\quad + \epsilon_{\text{rs}} \epsilon_{\text{rd}} p_f^2 e^{p_f z'} \sinh(p_f h_f)] \\
\mathbf{b}_{\text{xzs}} &= \frac{4\epsilon_{\text{rf}} j\xi p_f}{p_f \epsilon_{\text{rs}} N_{\text{TE}} N_{\text{TM}}} \\
&\quad [\sinh(p_f h_f)(\sinh(p_f(h_f - z'))(\epsilon_{\text{rd}} \epsilon_{\text{rs}} p_f^2 - \epsilon_{\text{rf}}^2 p_d^2 + \epsilon_{\text{rf}} \epsilon_{\text{rs}} p_d^2) \\
&\quad + \cosh(p_f(h_f - z'))(\epsilon_{\text{rf}} \epsilon_{\text{rs}} p_d p_f - \epsilon_{\text{rf}}^2 p_d p_f)) \\
&\quad + \cosh(p_f h_f)(\sinh(p_f(h_f - z'))(\epsilon_{\text{rs}} \epsilon_{\text{rd}} p_d p_f - \epsilon_{\text{rd}} \epsilon_{\text{rf}} p_d p_f) - \cosh(p_f(h_f - z')) \epsilon_{\text{rd}} \epsilon_{\text{rf}} p_f^2) \\
&\quad + p_f p_s \sinh(p_f z') (\epsilon_{\text{rf}} \epsilon_{\text{rs}} - \epsilon_{\text{rs}} \epsilon_{\text{rd}}) + \epsilon_{\text{rf}} \epsilon_{\text{rs}} p_f^2 \cosh(p_f z')]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{yzd} &= -\frac{j\eta p_f \epsilon_{rf} e^{p_d h_f}}{(p_f \epsilon_{rd} N_{TM} N_{TE})} \\
& [2 \cosh(p_f (h_f - z')) (\epsilon_{rf} p_s^2 (\epsilon_{rf} - \epsilon_{rd}) + p_f^2 (2\epsilon_{rd} \epsilon_{rf} - \epsilon_{rf} \epsilon_{rs} - \epsilon_{rd} \epsilon_{rs})) \\
& + 2 \cosh(p_f (h_f + z')) (\epsilon_{rf} p_s^2 (\epsilon_{rd} - \epsilon_{rf}) + \epsilon_{rs} p_f^2 (\epsilon_{rd} - \epsilon_{rf})) \\
& + 2 \sinh(p_f (h_f - z')) (p_s p_f (\epsilon_{rd} \epsilon_{rf} - \epsilon_{rd} \epsilon_{rs} + \epsilon_{rs} \epsilon_{rf} - \epsilon_{rf}^2) + 2\epsilon_{rd} p_d p_f (\epsilon_{rf} - \epsilon_{rs})) \\
& + 2 \sinh(p_f (h_f + z')) (\epsilon_{rd} \epsilon_{rf} + \epsilon_{rd} \epsilon_{rs} - \epsilon_{rs} \epsilon_{rf} - \epsilon_{rf}^2) p_s p_f] \\
a_{yzf} &= \frac{-2j\eta p_f e^{p_f h_f}}{p_f N_{TM} N_{TE}} \\
& [\cosh(p_f (h_f - z')) (p_f^2 \epsilon_{rd} \epsilon_{rf} - p_d p_f \epsilon_{rf} \epsilon_{rs} + p_d p_f \epsilon_{rf}^2) \\
& + \sinh(p_f (h_f - z')) (\epsilon_{rf}^2 p_d^2 - \epsilon_{rs} \epsilon_{rd} p_f p_d + \epsilon_{rf} \epsilon_{rd} p_d p_f - \epsilon_{rs} \epsilon_{rf} p_d^2) \\
& - \cosh(p_f z') e^{-p_f h_f} (\epsilon_{rd} \epsilon_{rf} p_f p_s - \epsilon_{rf}^2 p_f p_s + \epsilon_{rf} \epsilon_{rs} p_f^2) \\
& + \sinh(p_f z') e^{-p_f h_f} (p_s^2 \epsilon_{rf}^2 - p_s^2 \epsilon_{rd} \epsilon_{rf} + p_f p_s \epsilon_{rs} \epsilon_{rd} - \epsilon_{rf} \epsilon_{rs} p_f p_s) \\
& - \epsilon_{rd} \epsilon_{rs} p_f^2 e^{-p_f z'} \sinh(p_f h_f)] \\
b_{yzf} &= \frac{-2p_f e^{-p_f h_f} j\eta}{N_{TE} N_{TM} p_f} \\
& [\sinh(p_f (h_f - z')) (\epsilon_{rf} \epsilon_{rs} p_d^2 - \epsilon_{rf}^2 p_d^2 + \epsilon_{rd} \epsilon_{rf} p_d p_f - \epsilon_{rs} \epsilon_{rd} p_d p_f) \\
& + e^{p_f h_f} \cosh(p_f z') (\epsilon_{rd} \epsilon_{rf} p_s p_f - \epsilon_{rf}^2 p_s p_f - \epsilon_{rf} \epsilon_{rs} p_f^2) \\
& + e^{p_f h_f} \sinh(p_f z') (-\epsilon_{rf} \epsilon_{rs} p_s p_f + \epsilon_{rd} \epsilon_{rs} p_s p_f + \epsilon_{rd} \epsilon_{rf} p_s^2 - \epsilon_{rf}^2 p_s^2) \\
& + \cosh(p_f (h_f - z')) (\epsilon_{rf} \epsilon_{rs} p_d p_f - \epsilon_{rf}^2 p_d p_f + \epsilon_{rd} \epsilon_{rf} p_f^2) \\
& + \epsilon_{rs} \epsilon_{rd} p_f^2 e^{p_f z'} \sinh(p_f h_f)] \\
b_{yzs} &= \frac{4\epsilon_{rf} j\eta p_f}{p_f \epsilon_{rs} N_{TE} N_{TM}} \\
& [\sinh(p_f h_f) (\sinh(p_f (h_f - z')) (\epsilon_{rd} \epsilon_{rs} p_f^2 - \epsilon_{rf}^2 p_d^2 + \\
& \epsilon_{rf} \epsilon_{rs} p_d^2) + \cosh(p_f (h_f - z')) (\epsilon_{rf} \epsilon_{rs} p_d p_f - \epsilon_{rf}^2 p_d p_f)) \\
& + \cosh(p_f h_f) (\sinh(p_f (h_f - z')) (\epsilon_{rs} \epsilon_{rd} p_d p_f - \epsilon_{rd} \epsilon_{rf} p_d p_f) - \cosh(p_f (h_f - z')) \epsilon_{rd} \epsilon_{rf} p_f^2) \\
& + p_f p_s \sinh(p_f z') (\epsilon_{rf} \epsilon_{rs} - \epsilon_{rs} \epsilon_{rd}) + \epsilon_{rf} \epsilon_{rs} p_f^2 \cosh(p_f z')]
\end{aligned}$$

*C Koeffizienten im Greenschen Tensor*



## D Materialparameter für InP/InGaAsP

Nachfolgend sind die in dieser Arbeit verwendeten Materialparameter für das  $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$  System zusammengefaßt.

Bedingung für Gitteranpassung [22]	$x = \frac{0,1896y}{0,4176 - 0,0125y}$
Bandabstand bei Raumtemperatur [23]	$E_g = (1,35 - 0,738y + 0,138y^2)\text{eV}$
Statische relative Dielektrizitätskonstante[34]	$\epsilon_{rs} = 12,5 + 1,44y$
Brechzahl bei Raumtemperatur [24]	$n = \sqrt{A + \frac{B\lambda^2}{\lambda^2 - C}}$
	$A = 7,255 + 1,15y + 0,489y^2$
	$B = 2,316 + 0,604y - 0,493y^2$
	$C = (0,3922 + 0,396y + 0,158y^2)\mu\text{m}^2$
Elektronenmasse [22]	$m_e = (0,08 - 0,82y + 0,036y^2)m_0$
Masse der schweren Löcher [22]	$m_{hh} = 0,46m_0$
Masse der leichten Löcher [22]	$m_{lh} = (0,12 - 0,099y + 0,030y^2)m_0$
Split-off Energie [22]	$\Delta = 0,123 + 0,173y + 0,054y^2$

Aufteilung des Brechzahlunterschiedes  $\Delta E_g$  zwischen angrenzenden auf InP gitterangepassten  $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$  Schichten auf die Leitungs- und Valenzbanddiskontinuität  $\Delta E_c$  bzw.  $\Delta E_v$

Leitungsbanddiskontinuität [16]	$\Delta E_c = 0,40\Delta E_g$
Valenzbanddiskontinuität [16]	$\Delta E_v = 0,60\Delta E_g$

Beweglichkeiten der Elektronen und der Löcher in undotiertem Material bei Raumtemperatur [34]

Elektronenbeweglichkeit	$\mu_{e0} = (5400 - 7750y + 14400y^2) \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$
Löcherbeweglichkeit	$\mu_{h0} = (200 - 400y + 500y^2) \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$

Beweglichkeiten in dotiertem Material mit der Gesamtdotierung  $N = N_D + N_A$  [26]

Elektronenbeweglichkeit	$\mu_e = \frac{\mu_{e0}}{\left(1 + \frac{N}{1,22 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}}\right)^{0,191}}$
Löcherbeweglichkeit	$\mu_h = \frac{\mu_{h0}}{\left(1 + \frac{N}{2,71 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}}\right)^{0,272}}$