

UNIVERSITÄT DER BUNDESWEHR MÜNCHEN
FAKULTÄT FÜR LUFT- UND RAUMFAHRTTECHNIK

VERGLEICHENDE LES UND URANS DES VERBRENNUNGSINDUZIERTEN WIRBELAUFLATZENS

Dipl.-Ing. Eike Tangermann

Vollständiger Abdruck der bei der
Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
der Universität der Bundeswehr München
zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

eingereichten Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr. rer.nat. habil. Christian Kähler

1. Berichterstatter: Prof. Dr. rer.nat. Michael Pfitzner

2. Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. habil. Egon Hassel, Universität Rostock

Die Dissertation wurde am 17.04.2012 bei der Universität der Bundeswehr München,
85577 Neubiberg eingereicht und durch die Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
am 27.04.2012 angenommen.

Tag der Prüfung: 12.10.2012

VORWORT

Diese Arbeit ist im Rahmen meiner Tätigkeit am Institut für Thermodynamik an der Universität der Bundeswehr München entstanden. Herrn Prof. Dr. rer.nat. Michael Pfitzner danke ich dafür, dass er mir die Möglichkeit gegeben hat, diese Arbeit anzufertigen, und mir den nötigen wissenschaftlichen Freiraum gelassen hat. Meine Zeit am Institut war eine wertvolle Erfahrung, an die ich gerne zurückdenke.

Mein Dank gilt auch Herrn Prof. Dr. rer.nat. Christian Kähler für die Übernahme des Kommissionsvorsitzes und Herrn Prof. Dr.-Ing. Egon Hassel nicht nur für die Übernahme des Koreferates, sondern auch für die gute Zusammenarbeit im Rahmen des CIVB Forschungsprojektes.

Hervorzuheben sind auch meine Kolleginnen und Kollegen am Institut für die angenehme Arbeitsatmosphäre. Die vielen Diskussionen zu fachlichen Themen und darüber hinaus waren direkt und indirekt ein wertvoller Beitrag zu meiner Arbeit. Besonders danke ich hier Herrn Roman Keppeler für die Unterstützung bei den Rechnungen der Stufenströmung.

Als Teil des Paketantrages "Flammenbeschleunigung in Wirbelrohren durch verbrennungsinduziertes Wirbelaufplatzen" (CIVB) wurde die Arbeit gefördert durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft. Mit den Kollegen des CIVB Forschungsprojektes hat sich eine intensive Kooperation und reger Austausch zwischen den Teilprojekten entwickelt. Die Verzahnung hat das Verständnis für das Phänomen des CIVB wesentlich gefördert. Für seine wertvollen Anregungen zum OpenFOAM Code möchte ich Herrn Dr.-Ing. Hannes Kröger hervorheben.

München, im Oktober 2012

Eike Tangermann

ZUSAMMENFASSUNG

Bei mager vorgemischter Verbrennung spielt die Stabilisierung der Flamme eine wesentliche Rolle. Ein besonderer Mechanismus der Flammenstabilisierung besteht darin, in einer verdrallten Anströmung mittels Wirbelaufplatzen eine Rezirkulationszone zu schaffen, in der heißes Gas stromauf transportiert wird und dem frischen Gas Energie zuführt. Im normalen Betrieb wird das Wirbelaufplatzen durch die Brennergeometrie am Eintritt zur Brennkammer bewirkt. Unter bestimmten Umständen kann es aber auch durch die Flamme induziert werden, sogenanntes verbrennungsinduziertes Wirbelaufplatzen (engl.: *combustion induced vortex breakdown*, CIVB), so dass die Flamme losgelöst von der Geometrie stromauf propagiert.

In der vorliegenden Arbeit werden mit Hilfe numerischer Simulation Stabilitätsgrenzen an zwei verschiedenen Brennern bestimmt und der Mechanismus des CIVB untersucht. Dabei kommen sowohl Reynoldsgemittelte Navier-Stokes Simulation (RANS) als auch Large Eddy Simulation (LES) zum Einsatz. Mit RANS kann bei vergleichsweise geringem Rechenaufwand ein großer Betriebsbereich des Brenners untersucht werden, während LES einen detaillierten Einblick in das dreidimensionale Strömungsfeld bietet, wie es in experimentellen Untersuchungen nicht möglich ist.

Zunächst wird ein Verbrennungsmodell für die LES basierend auf dem Lindsted-Vaas Modell für RANS hergeleitet. So sind die Ergebnisse aus RANS und LES direkt miteinander vergleichbar. Die Modelle werden anschließend an einer turbulenten Bunsenflamme sowie einer rückwärts gerichteten Stufe validiert.

Schließlich wird der Flammenrückschlag durch CIVB an den zwei Brennermodellen mit RANS und LES untersucht. Experimentelle Daten dienen zum Vergleich des Strömungsfeldes und der Stabilitätsgrenzen. Dann wird mit Hilfe der hoch aufgelösten Daten der LES der Mechanismus des Wirbelaufplatzens bestimmt. Die Analyse der aus den verschiedenen Quelltermen der Transportgleichung für Wirbelstärke induzierten Kräfte im Bereich des Wirbelaufplatzens zeigt, dass in Abhängigkeit von der Einfassung der Drallströmung im Drallrohr sowie vom Drallprofil unterschiedliche Mechanismen das CIVB bewirken können. Während der Flammenrückschlag immer von einem baroklinen Impuls eingeleitet wird, bestimmen im weiteren Verlauf entweder die Streckung der Drallströmung um die Flamme herum oder weiterhin der barokline Anteil das Wirbelaufplatzen.

ABSTRACT

A major issue of lean premixed combustion in gas turbine combustors is to establish a stable flame. One sophisticated mechanism of flame stabilisation is a swirling flow with vortex breakdown in the combustion zone, where hot gas, transported upstream by recirculation, provides energy to the fresh gas. In normal operation the vortex breakdown is induced by the surrounding geometry at the entry to the combustion chamber. In certain conditions it can be induced by the flame itself, a combustion induced vortex breakdown (CIVB), and decoupled from the geometry the flame propagates upstream.

In the present work stability limits are determined and the mechanisms of CIVB are investigated by numerical simulation in two different burners. Both Reynolds averaged Navier-Stokes simulation (RANS) and Large Eddy simulation (LES) methods are applied. RANS offers a relatively cheap way to investigate many operational points of a burner while LES gives a very detailed view to the three-dimensional flow field at any time, which cannot be gained by experimental observations.

Prior to the simulations a combustion model for LES is derived based on the Lindsted-Vaas model for RANS. Thus RANS and LES become directly comparable. Then the model validation is presented using a turbulent Bunsen flame and a backward-facing step.

Finally the flame flashback in the two gas turbine combustor models is investigated with RANS and LES. The flow field and stability limits are compared to experimental data. Then the mechanism of vortex breakdown is determined using the highly resolved data from LES. The analysis of the forces induced by the different source terms of the vorticity transport equation shows, that depending on the confinement of the swirling flow as well as on the swirl profile different mechanisms can produce the CIVB. While the flame flashback generally is initiated by a baroclinic push, the vortex breakdown in its further development is determined either by stretching of the swirling flow around the flame or still by the baroclinic part.

INHALTSVERZEICHNIS

Nomenklatur	ix
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Bisherige Arbeiten zum CIVB	2
1.3 Zielsetzung dieser Arbeit	5
I Grundlagen	7
2 Eigenschaften turbulenter und verdrallter Strömungen	9
2.1 Ausgangsgleichungen	9
2.2 Turbulente Strömung	12
2.2.1 Eigenschaften turbulenter Strömung	12
2.2.2 Kolmogorovsche Energiekaskade	13
2.3 Turbulenzmodellierung	15
2.3.1 Reynoldsgemittelte Simulation	17
2.3.2 Large-Eddy-Simulation	21
2.4 Verdrallte Strömung	25
2.4.1 Wirbelaufplatzen	29
3 Turbulente vorgemischte Verbrennung	31
3.1 Vorgemischte Flammen	31
3.2 Modellierung turbulenter vorgemischter Verbrennung	36
3.3 Fraktale Beschreibung der Flammenoberfläche	39
3.4 Flammenlöschen an Wänden	44
3.5 Flammenrückschlag durch CIVB	45
4 Numerische Behandlung	49
4.1 Diskretisierung	49
4.2 Gleichungslösung	51
4.3 Druckkorrektur	52
4.4 Einlassrandbedingungen für LES	52
II Anwendung	57
5 Validierung und Kalibrierung der Verbrennungsmodelle	59
5.1 Implementierung der Verbrennungsmodelle	59

5.2	Turbulente Bunsenflamme	60
5.3	Rückwärtsgerichtete Stufe	66
6	Simulation des Verbrennungsinduzierten Wirbelaufplatzens	71
6.1	Large Eddy Simulation des TD1 Brenners	72
6.1.1	Aufbau des Brenners	72
6.1.2	Numerisches Modell	74
6.1.3	Isotherme Strömung und stabiler Betrieb	76
6.1.4	Simulation und Analyse des Flammenrückschlages	79
6.2	Vergleichende LES und URANS des BK2-Brenners	92
6.2.1	Aufbau des Brenners	92
6.2.2	Numerisches Modell	94
6.2.3	Isotherme Strömung und stabiler Betrieb	98
6.2.4	Bestimmung von Stabilitätsgrenzen	104
7	Zusammenfassung	113
	Abbildungsverzeichnis	117
	Literaturverzeichnis	120
	Index	133

NOMENKLATUR

A	Fläche
A_l	Oberfläche der laminaren Flamme
A_t	Oberfläche der turbulenten Flamme
a	Temperaturleitfähigkeit
a_{ij}	Transformationsmatrix
b	Regressvariable der Reaktion
C	Konstante, Vorfaktor
C_K	Kolmogorov-Konstante
C_L	Konstante des BML-Modells
C_p	Wahrscheinlichkeitskoeffizient
C_R	Modellkonstante des Reaktionsterms
C_S	Smagorinskykonstante
$C_{\varepsilon 1}$	Modellkonstante
$C_{\varepsilon 2}$	Modellkonstante
C_μ	Modellkonstante
c	Reaktionsfortschrittssvariable
c^*	Löschgrenze für den Reaktionsfortschritt
c_p	Spezifische Wärmekapazität
D	Diffusionskoeffizient
D	Drallrohrdurchmesser
D	fraktale Dimension
\dot{D}	Drehimpulsfluss
\mathcal{D}	Dissipationsspektrum

Da	Damköhlerzahl
d	Kernstromdurchmesser
\mathcal{E}	Energiespektrum
\hat{e}	Energie einer Mode
F	Filterfunktion
F	Kraft
\mathcal{F}	spektrale Energieproduktion
f	Frequenz
H	Heaviside Sprungfunktion
h	Enthalpie
\dot{I}	Axialimpulsfluss
I_0	Streckungsfaktor
J	Diffusionsfluss
K_s	Modellkoeffizient
Ka	Karlovitzzahl
k	Strouhalzahl
k	turbulente kinetische Energie
L	Länge
L	Längenmaß
$L_{min,Br}$	Luftbedarf eines Brfennstoffs
Le	Lewis-Zahl
Le_t	turbulente Lewis-Zahl
ℓ, ℓ_t	integrales turbulentes Längenmaß
ℓ_s	Smagorinsky-Länge
ℓ_{SGS}	subgrid Längenmaß
M	Molmasse
m	Masse

N	Menge, Anzahl
N	Molzahl
\mathbf{n}	Vektor der Flächennormalen
P	Produktionsterm
P_c	Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Flamme
$P_{c,\Delta}$	Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Flamme innerhalb der Filterweite
Pr	Prandtl-Zahl
Pr_t	turbulente Prandtl-Zahl
p	Druck
p_c	Wahrscheinlichkeitsdichte für den Flammenaufenthalt
R	Bezugsradius
R	Gaskonstante
Re	Reynoldszahl
R_{ij}	Reynoldsspannungstensor
R_M	universelle Gaskonstante
Re_t	turbulente Reynoldszahl
Ro	Rosbyzahl
r	Radius
S	Drallzahl
S	Streckungsrate
S_c	Reaktionsquellterm der Fortschrittsvariable c
S_c^*	Reaktionsquellterm mit Löschmodell
S_{ij}	Tensor der Deformationsrate
Sc	Schmidt-Zahl
Sc_t	turbulente Schmidt-Zahl
s	Schlitzlänge im Drallerzeuger
s_l	laminare Flammengeschwindigkeit

s_{l0}	laminare Flammengeschwindigkeit ohne Streckungseinfluss
T	Temperatur
T	Trägheitsterm
T	Zeitspanne
T_{ij}	Spannungstensor
\mathcal{T}	spektraler Transferterm
t	Zeit
\mathcal{U}_i	Fluktuationsfeld
u	Geschwindigkeit
u_b	querschnittsgemittelte Anströmgeschwindigkeit
u_η	Kolmogorov-Geschwindigkeit
u_{SGS}	subgrid Geschwindigkeitsmaß
V	Volumen
x	Raumkoordinate
Y	Massenbruch
β	Modellkonstante
β	reduzierte Aktivierungsenergie
Γ	Zirkulation
Δ	Filterweite
δ	Flammendicke
δ_{ij}	Kronecker-Delta
δ_l	laminare Flammendicke
δ_r	Dicke der Reaktionszone
δ_v	Dicke der Vorwärmzone
ε	Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie
ε	fraktales Längenmaß
$\varepsilon_i, \varepsilon_o$	innere / äußere Schranke fraktaler Skalen

η	Kolmogorov Länge
ϑ	Flammenöffnungswinkel
κ	Wellenzahl
$\boldsymbol{\kappa}$	Wellenzahlvektor
λ	Luftzahl
λ	Wärmeleitfähigkeit
μ	dynamische Viskosität
μ_t	turbulente dynamische Viskosität
ν	kinematische Viskosität
ν	kinematische Viskosität
ν_{SGS}	subgrid turbulente Viskosität
ν_t	kinematische turbulente Viskosität
ρ	Dichte
Σ	Flammenoberflächendichte
Σ_Δ	subfilter Flammenoberflächendichte
τ	Wärmefreisetzungsparameter
τ	viskose Spannung
τ_c	chemisches Zeitmaß
τ_t	turbulentes Zeitmaß
τ_η	Kolmogorov Zeitmaß
φ	Beispiel für eine transportierte skalare Größe
φ	Äquivalenzverhältnis
Ω	Reaktionsrate
ω	Wirbelstärke
ω_0	Winkelgeschwindigkeit
∇	Nabla-Operator
'	Schwankungsanteil der Reynoldsmittelung oder Feinstrukturanteil der LES

"	Schwankungsanteil der Favre-Mittelung oder Feinstrukturanteil der LES bei dichtegewichteter Filterung
–	Reynolds-Mittelwert oder gefilterte Größe
~	Favre-Mittelwert oder dichtegewichtet gefilterte Größe
$\langle \dots \rangle$	Ensemblemittelwert
B_r	Brennstoff
b	verbrannt
i, j, k	Indizes der Koordinaten- oder Gitterrichtungen
r	radiale Richtung
rms	Effektivwert (root mean square)
SGS	subgrid bezogene Größe (engl.: subgrid scale)
u	unverbrannt
φ	Umfangsrichtung
∞	Referenz- oder Umgebungszustand

KAPITEL 1

EINLEITUNG

Mit der mager vorgemischten Verbrennung in Gasturbinenbrennern bietet sich ein sehr effizientes Verfahren, Primärenergieträger zur allgemeinen Energieversorgung umzusetzen. Dabei werden Luft und Brennstoff bereits vor der Brennkammer vermischt, so dass ein Überschuss von Sauerstoff vorhanden ist. So wird der Ausstoß von Stickoxiden aufgrund der niedrigeren Abgastemperaturen auf eine elegante Weise deutlich reduziert. Die Beherrschung magerer Flammen bringt jedoch Schwierigkeiten mit sich. Ein zuverlässiger und sicherer Betrieb kann nur mit Hilfe ausgefeilter Stabilisierungsmechanismen gewährleistet werden, die dafür sorgen, dass die Flamme sich stets innerhalb der dafür vorgesehenen Brennkammer aufhält. Sowohl Verlöschen als auch Flammenrückschlag müssen verhindert werden. Während das Verlöschen lediglich zur Unterbrechung des Betriebes führt, kann ein Flammenrückschlag den Brenner stark schädigen, da das Gemisch schon weit stromauf der Brennkammer zündfähig ist und die Flamme so mit Bauteilen in Berührung kommt, die nicht für diese thermische Belastung ausgelegt sind. Daher gilt es, den Rückschlag im normalen Betrieb in jedem Fall zu vermeiden.

1.1 MOTIVATION

Meist wird die magere Vormischflamme durch die Rezirkulation von heißem Gas stabilisiert, wobei das heiße Gas dem frischen Gas die nötige Energie zur Zündung zuführt. In drallstabilisierten Brennern [SRL⁺98] führt Wirbelaufplatzen die Rezirkulation herbei. Dem Gemisch aus Luft und Brennstoff wird Drall aufgeprägt, so dass es beim Eintritt in die Brennkammer zum Wirbelaufplatzen kommt. Ursache für das Wirbelaufplatzen ist im normalen Betrieb die plötzliche Erweiterung der Einfassung, so dass die Stromlinien divergieren können. Kapitel 6 beschreibt die Geometrie eines solchen Brenners im Detail.

Unter im Folgenden näher beschriebenen Umständen kann jedoch das Wirbelaufplatzen auch durch die Anwesenheit der Flamme im Zentrum des Wirbels und ihre Verdrängung des anströmenden Gases induziert werden. Fritz [Fri03] prägte hierfür den Namen verbrennungsinduziertes Wirbelaufplatzen (engl: *combustion-induced vortex breakdown*, CIVB). Losgelöst vom Brennkammereintritt kann nun das Wirbelaufplatzens mitsamt einer Rezirkulationsblase gegen die Anströmung stromauf wandern und die Flamme mit sich ziehen. Eine nähere Erläuterung und Abgrenzung gegenüber anderen Mechanismen des Flammenrückschlags wird in Abschnitt 3.5 behandelt.

In der praktischen Anwendung wird das Problem des Flammenrückschlages durch CIVB inzwischen beherrscht, indem kritische Betriebsbereiche umgangen werden. Die vorliegende Arbeit soll dagegen zum grundlegenden Verständnis des Phänomens und nicht primär zu seiner Vermeidung beitragen. Beabsichtigt ist die gezielte Herbeiführung des CIVB, so dass die strömungsmechanischen Vorgänge während des Flammenrückschlages eingehend untersucht werden können.

1.2 BISHERIGE ARBEITEN UND ERKENNTNISSE ÜBER DAS VERBRENNUNGSINDUZIERTER WIRBELAUFPLATZEN

Inzwischen sind zahlreiche Arbeiten rund um das verbrennungsinduzierte Wirbelaufplatzen erschienen. Diese sind zu einem großen Teil experimenteller Art, zunehmend wird das Thema aber auch mittels numerischer Simulation untersucht. Weiterhin lassen sich die Forschungen nach verschiedenen Brennern unterscheiden. Große Unterschiede gibt es in der Art der Aufprägung des Dralls, verschiedene Drallerzeuger führen auch zu unterschiedlichen Drallprofilen, was wiederum Einfluss auf die Stabilität des Wirbels hat. Eine weitere entscheidende Rolle spielt die Einfassung der Drallströmung und der Flamme. Die Untersuchungen reichen von enger Einfassung mit Drallrohr und Brennkammer bis hin zu freien, nicht eingefassten Konfigurationen.

Nach ersten Untersuchungen von Fritz [Fri03, FKS04], Kröner [KKS01, KFS03, Krö03] und Kiesewetter [KHF⁺03, Kie05] zu dem Thema, die auch den Begriff des CIVB geprägt haben, wurden die Aktivitäten zu einer Forschergruppe gebündelt, an der die TU München, die TH Karlsruhe, die TU Darmstadt, die Universität Rostock und die Universität der Bundeswehr München jeweils mit Teilprojekten zu unterschiedlichen Aspekten des CIVB beteiligt waren. Daneben haben sich mittlerweile auch weitere Gruppen weltweit mit dem Thema beschäftigt. Die wichtigsten Arbeiten werden im Folgenden kurz vorgestellt.

Experimentelle Untersuchungen des CIVB

Grundlegende Untersuchungen der Flammenausbreitung in Wirbelröhren, die der Erforschung des CIVB teils weit vorausgehen, stammen beispielsweise von McCormack [MSMT72], Ishizuka [Ish90, IKH00, IMHKK98, IHKH98] oder Hazegawa [HNC95, HN96, HMN02]. Sie beschäftigen sich experimentell und theoretisch mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit von Flammen in freien Wirbeln.

Fritz [Fri03, FKS04] und Kröner [KKS01, KFS03, Krö03] führen den Begriff und die Definition des CIVB mit ihren experimentellen Untersuchungen an Gasturbinenbrennern ein. Mittels optischer Messtechnik untersucht Fritz das globale und das lokale Flammenverhalten während des Rückschlages und bestimmt Stabilitätsgrenzen des Brenners. Aus theoretischen Überlegungen kommt er zum Schluss, dass das CIVB während des Flammenrückschlages durch die Streckung der Stromlinien um die

Flamme herum angetrieben wird.

Kröner nähert die Betriebsbedingungen an eine reale Gasturbine an, in dem er die Eintrittstemperatur des Brenners variiert. Dabei beschäftigt er sich mit Vergleichen von Zeitskalen, die während des Flammenrückschlags Einfluss nehmen und bezieht lokale Löschvorgänge in seine Betrachtungen ein. Er gelangt damit zu einem Modell zur theoretischen Bestimmung von Rückschlagsgrenzen. Diese Arbeit wird von Konle [KS08, Kon10] aufgegriffen und um die Betrachtung des Einflusses von unterschiedlichen Drallprofilen erweitert. Die Arbeiten von Fritz, Kröner und Konle haben besonderen Einfluss auf die vorliegende Untersuchung, da sie die beiden hier verwendeten Drallbrenner behandeln und somit die Grundlage für Vergleiche und Validierungen mit experimentellen Daten liefern.

Weitere Untersuchungen von Zeitskalen und Löschvorgängen liefert die Gruppe um Lieuwen [ZSL09]. Syred und Bowen [ASG⁺11, ASG⁺11, SAG⁺12] beschäftigen sich wie auch Dam [DCHC11] mit dem Einfluss der Brennstoffzusammensetzung auf die Stabilitätsgrenzen eines Drallbrenners.

Daniele [DJB10] legt in seiner Arbeit den Schwerpunkt auf Betriebsbedingungen, die näher an denen einer realen Gasturbine liegen. Seine Untersuchungen beschäftigen sich nicht nur mit höheren Eintrittstemperaturen des unverbrannten Gases sondern auch mit höherem Druck in der Brennkammer und dessen Einfluss auf das CIVB.

Die geometrische Skalierbarkeit des Brenner hat Blesinger [BKB10] untersucht und ist dabei in Abhängigkeit von der Drallzahl neben dem CIVB auf ein verwandtes Phänomen gestoßen, das er als turbulentes Brennen entlang der Wirbelachse (engl. turbulent burning along the vortex axis, TBVA) bezeichnet. Dabei ist die Strömung schon im isothermen Zustand dem Wirbelaufplatzen so nahe, dass die Flamme ohne Ausbildung einer Rezirkulationszone gegen die relativ niedrige Axialgeschwindigkeit im Wirbelkern propagieren kann. In der Untersuchung der Dynamik des CIVB muss dieser Zustand ausgeschlossen werden, um aussagekräftige Ergebnisse zu erhalten.

Mit einem Brenner ohne Einfassung der Drallströmung hat sich Wendig beschäftigt [WKKH07, KKWH08, WKKH09]. Bei diesem Brenner existiert kein stabiler Betriebszustand, vielmehr erfolgt nach Zündung des Gemischs entweder der Flammenrückschlag oder sie wird ausgeblasen. Der Aufbau erlaubt eine wesentlich freiere Beobachtung des CIVB als bei den geschlossenen Brennern. In Letzteren ist sie zwar prinzipiell durch Glasfenster möglich, jedoch mit einigen Schwierigkeiten verbunden. Soll nicht nur der Rückschlag als solcher festgestellt, sondern auch das Wirbelaufplatzen verfolgt werden, so muss dies durch die gekrümmte Oberfläche des Drallrohres erfolgen. Das gekrümmte Glasfenster verursacht Reflexionen und beeinträchtigt damit die Ergebnisse stark. Zur eindeutigen Beurteilung, ob CIVB vorliegt, ist aber eine Verfolgung des Rückschlags auf jeden Fall erforderlich. Am nicht eingefassten Brenner wird dieses Problem zu Lasten des stabilen Betriebs umgangen.

Weitere Untersuchungen am nicht eingefassten Brenner stammen von Alekseenko [ADK⁺11]. Hier wird die Flamme sehr dicht am Drallerzeuger gehalten, was einen stabilen Betrieb ermöglicht, jedoch nicht die längere Beobachtung des Rückschlages erlaubt.

Numerische Simulation des CIVB

Bei rein experimentellen Arbeiten besteht meist das Problem der Zugänglichkeit des Vorgangs für Messverfahren. Wie oben beschrieben erlauben optische Verfahren nur in begrenztem Umfang die Beobachtung der Vorgänge. Die numerische Simulation erlaubt dagegen vollen Zugang zum gesamten Strömungsfeld. Die komplexe Geometrie von Drallerzeuger und Brenner und nicht zuletzt der instationäre, turbulente Vorgang des Flammenrückschlages stellen jedoch auch erhebliche Ansprüche an das numerische Verfahren und die Rechenleistung. Die Strömungsvorgänge müssen räumlich ausreichend durch das numerische Gitter aufgelöst werden. Außerdem muss das Rechenverfahren instationär sein, um den Vorgang nachzubilden.

Erste Simulationen mittels instationärer Reynoldsgemittelter Navier-Stokes Simulation (URANS) wurden von Kiesewetter [KHF⁺03, Kie05] durchgeführt. Darin wird die Betrachtung des Brenners stark vereinfacht, um den Rechenaufwand zu reduzieren. Anstelle der vollen Auflösung des Drallerzeugers werden passende Geschwindigkeits- und Turbulenzprofile als Einlassrandbedingung vorgesehen. Die Profile stammen aus separaten stationären Simulationen des Drallerzeugers. So muss dieser Teil nicht während des gesamten Rückschlages mit berechnet werden. Desweiteren wird der Brenner auf den quasi zweidimensionalen rotationssymmetrischen Zustand reduziert. Das CIVB kann damit gut reproduziert werden, dreidimensionale Phänomene wie der präzedierende Wirbelkern können damit jedoch nicht aufgelöst werden.

Mit verschiedenen Verbrennungsmodellen bestimmt Kiesewetter Stabilitätsgrenzen des Brenners. Da die Simulationen Zugriff auf das gesamte Strömungsfeld zu jedem beliebigen Zeitpunkt bieten, ist auch eine Bestimmung der Quellterme zur Produktion von Wirbelstärke im Bereich des Wirbelaufplatzens möglich. Diese führt Kiesewetter zum Schluss, dass CIVB im Wesentlichen durch den baroklinen Term bewirkt wird, was im Widerspruch zu Fritz' Theorie des streckungsdominierten Vorgangs steht.

Voigt [VHZ09] beschäftigt sich eingehender mit dem Einfluss der Verbrennungsmodellierung am CIVB und führt Simulationen mit einem Transportmodell für die Flammenoberflächendichte durch, das auch lokale Streckung einbezieht. Eine detailliertere Auflösung der chemischen Reaktion und deren Einfluss auf CIVB ist bei Lipp [LM09, Lip11] zu finden.

Weitere RANS Simulationen des CIVB in voller dreidimensionaler Auflösung stammen von Wankhede [WBK⁺10]. Der Vorgang wird dort an der Geometrie eines realen Gasturbinenbrenners zwar beobachtet, der Fokus der Auswertung liegt jedoch auf der Betrachtung des präzedierenden Wirbelkerns. Auch zu den Experimenten von Syred über den Einfluss der Brennstoffzusammensetzung existieren Simulationen von Shelil [SGBN10], die sich hauptsächlich mit der Bestimmung von Stabilitätsgrenzen beschäftigen.

Für die Simulation des instationären Flammenrückschlages bei hohen Reynoldszahlen bietet sich auch die Verwendung von Large Eddy Simulationsverfahren an. Die LES hat den Vorteil, dass auch die Interaktion der Flamme mit den aufgelösten turbulenten Strukturen betrachtet werden kann. Sommerer [SGP⁺04] bestimmt die Stabilität eines Drallbrenners bezüglich Flammenrückschlag und Ausblasen mittels LES. Bei

bestimmten Betriebszuständen kann auch hier während des Flammenrückschlags die Interaktion von Flamme und Wirbelaufplätzen beobachtet werden. Die Mischung zwischen Luft und Brennstoff wird hier jedoch erst im Drallrohr hergestellt, so dass sich das Äquivalenzverhältnis im Laufe des Flammenrückschlags noch ändert. Zum experimentellen Aufbau von Wendig liefert Kröger [KKWH08, Krö10, KHKW10] die entsprechenden Large Eddy Simulationen an der freien Wirbelströmung. Dabei werden wie in den Experimenten Flammenrückschlag und Ausblasen beobachtet. Weiter führt Kröger eine detaillierte Betrachtung der Wirbelstärkenquellterme in Bezug auf das CIVB durch. Seine Ergebnisse zeigen im Gegensatz zu Kiesewetters Erkenntnissen am geschlossenen Brenner die dominierende Komponente in der Streckung der Stromlinien. Die Vorgehensweise hat großen Einfluss auf die vorliegende Arbeit, da die gleichen Auswertungen hier auf geschlossene Brenner übertragen werden.

1.3 ZIELSETZUNG DIESER ARBEIT

Die aufgeführten Beiträge von Simulationen zum verbrennungsinduzierten Wirbelaufplätzen liefern Erkenntnisse entweder aus Reynoldsgemittelten oder aus Large Eddy Simulationen. Die vorliegende Arbeit hat zum Ziel, Simulationen beider Ansätze direkt vergleichbar zu machen, um an einer Brennergeometrie sowohl die Detailvielfalt der Large Eddy Simulation als auch die Einsparungen der Rechenzeit mit URANS nutzen zu können. Hierzu ist zunächst die Entwicklung eines direkt vergleichbaren Verbrennungsmodells notwendig. Basis dafür ist das für RANS entwickelte Modell von Lindstedt und Vaos [LV99], für das eine Adaption zum Einsatz mit LES vorgestellt wird.

Die Untersuchungen finden an zwei geschlossenen Drallbrennern statt. Beim BK2 Brenner handelt es sich um denjenigen, den Fritz, Kröner und Kiesewetter bereits in ihren Betrachtungen verwendet haben. Der TD1 Brenner wurde von Konle betrieben, da er eine Variation der Drallerzeugung relativ einfach ermöglicht. In diesem Rahmen wird jedoch nur eine feste Einstellung des Drallerzeugers betrachtet.

Die Erkenntnisse der experimentellen Untersuchungen über Stabilitätsgrenzen und Flammenpropagationsgeschwindigkeiten dienen als Validierung für das numerische Verfahren. Zur umfassenden Ermittlung von Stabilitätsgrenzen des BK2 an möglichst vielen Betriebspunkten dient URANS mit einem stark vereinfachten numerischen Modell. Die Rückschlagsgrenzen des TD1 werden dagegen mittels LES bestimmt.

Mit Hilfe der hoch aufgelösten LES soll dann auch am geschlossenen Brenner der Mechanismus des CIVB eingehender beleuchtet werden. Analog zu Krögers Untersuchungen am offenen Brenner werden die Quellterme der Wirbelstärke auf ihren Einfluss für die Stagnation der Strömung beim Wirbelaufplätzen untersucht.

Im Folgenden werden zunächst die grundlegenden theoretischen Voraussetzungen für die Simulation turbulenter Verbrennung in Drallströmungen dargestellt. Kapitel 2 stellt die Erhaltungsgleichungen für eine Strömung vor und erläutert die Eigenschaften der Turbulenz, bevor auf die Modellierung von Turbulenz bei der numerischen

Simulation eingegangen wird. Weiter wird das isotherme Wirbelaufplatzen als Grundlage für CIVB beschrieben.

Die Beschreibung turbulenter vorgemischter Verbrennung und Herleitung des Verbrennungsmodells erfolgt in Kapitel 3. Aus der fraktalen Beschreibung der Flammenoberfläche von Lindstedt und Vaos folgt die Herleitung eines direkt damit verwandten Modells für LES. Dieser Ansatz macht eine spezielle Behandlung der Wände erforderlich. Um dort eine unphysikalische Flammenausbreitung zu verhindern wird ein Löschmodell vorgestellt. Schließlich werden die Grundlagen des Flammenrückschlags durch CIVB näher erläutert.

Im Anschluss behandelt Kapitel 4 die numerische Lösung der zuvor eingeführten Gleichungen zur Beschreibung der reagierenden Strömung.

Die Besonderheiten bei der Implementierung der Verbrennungsmodelle in die Strömungslöser Fluent und OpenFOAM wird in Kapitel 5 näher erläutert. Anschließend werden die Ergebnisse der Validierung des Verbrennungsmodells vorgestellt. Validierungsfälle sind zum einen eine turbulente Bunsenflamme, an der die Modelle kalibriert werden, so dass sie die korrekte turbulente Flammengeschwindigkeit reproduzieren, sowie eine rückwärts gerichtete Stufe in reagierender Strömung. Die instationäre Scherschicht hinter der Stufe zeigt deutlich die Unterschiede zwischen RANS und LES Methoden.

Nachdem das Verfahren zur Simulation vollständig beschrieben und validiert ist, behandelt Kapitel 6 die Simulation des Flammenrückschlags durch verbrennungs-induziertes Wirbelaufplatzen. Der Aufbau beider Brenner wird erläutert, sowie die Modellierung an der isothermen Strömung nochmals validiert. Schließlich wird an beiden Brennern der Flammenrückschlag simuliert, die Ergebnisse diskutiert und miteinander verglichen.

Nach einer Zusammenfassung der Ergebnisse steht am Schluss ein Ausblick auf mögliche weitere Untersuchungen am CIVB.

Teil I

Grundlagen

EIGENSCHAFTEN TURBULENTER UND VERDRALLTER STRÖMUNGEN

Eine reagierende Strömung kann anhand von Erhaltungsgleichungen, die im folgenden Kapitel eingeführt werden, mathematisch beschrieben werden. Ist die Strömung jedoch turbulent, so ist im Allgemeinen aufgrund ihrer scheinbar regellosen Erscheinung ein gewisses Maß an Vereinfachung und Modellierung nötig. Solche Modelle können auf unterschiedlichen Annahmen beruhen. Die Grundlagen dafür sowie die Ansätze der Modellierung werden hier beschrieben. Weiter wird auf die Eigenschaften von Drallströmung, Kriterien ihrer Stabilität sowie das Phänomen des Wirbelabplatzens eingegangen.

2.1 AUSGANGSGLEICHUNGEN

Zur mathematischen Beschreibung einer Strömung werden üblicherweise Bilanzgleichungen der Kontinuumsmechanik verwendet. Dies sind die Kontinuitätsgleichung und die Impulsgleichung, die in der hier verwendeten Form auch als Navier-Stokes Gleichungen bezeichnet werden. Die Gültigkeit der Navier-Stokes Gleichungen kann nicht bewiesen werden, dennoch sind sie gemeinhin akzeptiert. Desweiteren sind Transportgleichungen für Skalare wie Speziesmassenbrüche und Energie nötig, um chemische Reaktionen zu beschreiben.

Die Kontinuitätsgleichung beschreibt die Massenerhaltung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

mit der Dichte ρ , der Geschwindigkeit u_i in Koordinatenrichtung i , der Ableitung nach der Zeit t und der Raumkoordinate x_i . Abgesehen von einzelnen Fällen in Vektorschreibweise gilt für die Notation der Gleichungen die Einsteinsche Summenkonvention.

Die Impulserhaltungsgleichung, kann über die Betrachtung der Kräfte, die auf ein Kontrollvolumen wirken, hergeleitet werden. Die zeitliche Impulsänderung sowie der konvektive Impulstransport müssen gleich der auf das Kontrollvolumen wirkenden Oberflächen- und Volumenkräfte sein.

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = \sum F = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_i} + \rho g_i \quad (2.2)$$

Die Volumenkräfte beispielsweise aus der Gravitation werden im Vektor g_i zusammengefasst und im Folgenden wegen der geringen Dichte der betrachteten Fluide und

der geringen Höhenunterschiede vernachlässigt.

Der Spannungstensor T_{ij} stellt die molekulare Transportrate des Impulses dar. Für ein newtonsches Fluid kann er ausgedrückt werden durch

$$T_{ij} = -\delta_{ij} \left(p + \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) + 2\mu S_{ij} \quad (2.3)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.4)$$

mit der dynamischen Viskosität μ und dem Tensor der Deformationsrate S_{ij} . Setzt man T_{ij} in Gleichung 2.2 ein und zerlegt den Spannungstensor in den Druck p und den viskosen Anteil τ_{ij} , so gelangt man zur hier weiter verwendeten Form der Impulsgleichung.

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \underbrace{\left(2\mu S_{ij} - \delta_{ij} \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)}_{\tau_{ij}} \quad (2.5)$$

Die Transportgleichung für einen Skalar φ lautet

$$\frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \varphi}{\partial x_j} = -\frac{\partial J_{\varphi,j}}{\partial x_j} + S_\varphi. \quad (2.6)$$

φ kann beispielsweise einen Speziesmassenbruch darstellen oder auch eine globale Reaktionsfortschrittsvariable, welche die Fluidzusammensetzung charakterisiert. S_φ bezeichnet einen Quell- oder Senkenterm, der Produktion oder Abbau eines transportierten Skalars bewirkt. $J_{\varphi,j}$ bezeichnet den Diffusionsfluss in Koordinatenrichtung j . Er wird beschrieben durch das Ficksche Gesetz

$$J_{\varphi,j} = -\rho D_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \quad (2.7)$$

mit dem Diffusionskoeffizienten D_φ . Über die Schmidt-Zahl wird die Skalardiffusion in Beziehung zur viskosen Impulsdiffusion gesetzt. Sie bezeichnet das Verhältnis der kinematischen Viskosität zum Diffusionskoeffizienten.

$$Sc_\varphi = \frac{\nu}{D_\varphi} \quad (2.8)$$

Bei kleinen Schmidt-Zahlen ist der Stofftransport gegenüber dem Impulstransport wesentlich stärker ausgeprägt, umgekehrt bei hohen Schmidt-Zahlen. Für die hier betrachteten Gase liegt die Schmidt-Zahl in der Größenordnung von eins.

Für die Energieerhaltung können Transportgleichungen verschiedener Energiegrößen wie z.B. Enthalpie, Temperatur, innere Energie oder Entropie gleichermaßen verwendet werden. Im Folgenden wird eine Gleichung für die Enthalpie h herangezogen.

$$\frac{\partial \rho h}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j h}{\partial x_j} = -\frac{\partial J_{h,j}}{\partial x_j} + \underbrace{\left(\frac{\partial p}{\partial t} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} \right)}_{\frac{Dp}{Dt}} \quad (2.9)$$

In Gleichung 2.9 sind bereits die Quellterme für die Dissipation durch viskose Reibung und den Einfluss von Wärmestrahlung vernachlässigt. Die Enthalpiegleichung enthält keinen chemischen Quellterm, vielmehr bleibt die ‐totale‐ Enthalpie aus chemisch gebundener und thermischer Energie im System erhalten.

Der molekulare Enthalpietransport J_h besteht aus den Anteilen der Wärmeleitung und der stoffgebundenen Enthalpiediffusion und lautet

$$J_{h,j} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} + \sum_{\alpha} h_{\alpha} J_{\alpha,j} \quad (2.10)$$

mit der Wärmeleitfähigkeit λ , der Temperatur T und den im Fluid vertretenen Spezies α . Ähnlich wie bei der Skaldiffusion werden auch hier dimensionslose Kennzahlen mit Bezug auf die Impulsdiffusion gebildet. Für die Wärmeleitung stellt die Prandtl-Zahl das Verhältnis zwischen kinematischer Viskosität und Temperaturleitfähigkeit ($a = \lambda/(\rho \cdot c_p)$) dar.

$$Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{\mu c_p}{\lambda} \quad (2.11)$$

Den Enthalpietransport durch Stoffdiffusion charakterisiert die Lewis-Zahl als Verhältnis von Temperaturleitfähigkeit zu Diffusion.

$$Le_{\alpha} = \frac{a}{D_{\alpha}} = \frac{\lambda}{D_{\alpha} \rho c_p} \quad (2.12)$$

Die Lewis-Zahl lässt sich auch über die Prandtl- und Schmidt-Zahlen ausdrücken als

$$Le_{\alpha} = \frac{Sc_{\alpha}}{Pr}. \quad (2.13)$$

Schließlich wird die Enthalpie h_{α} des Stoffes α über die Referenzenthalpie $h_{0,\alpha}$ bei der Referenztemperatur T_0 und die spezifische Wärmekapazität $c_{p,\alpha}(T)$ berechnet.

$$h_{\alpha} = h_{0,\alpha} + \int_{T_0}^T c_{p,\alpha}(\vartheta) d\vartheta \quad (2.14)$$

Zur Schließung des Gleichungssystems werden nun noch die Zustandsgleichung idealer Gase sowie die kalorische Zustandsgleichung herangezogen.

$$p = \rho RT = \rho \left(R_M \sum_{\alpha} \frac{Y_{\alpha}}{M_{\alpha}} \right) T \quad (2.15)$$

$$dh = c_p dT + \sum_{\alpha} h_{\alpha} dY_{\alpha} \quad (2.16)$$

Die Gaskonstante R wird berechnet aus der universellen Gaskonstante $R_M = 9314 J/kmol K$ und den gewichteten Molmassen der Spezies M_{α} . Damit besteht ein vollständiges Gleichungssystem zur mathematischen Beschreibung turbulenter, reagierender Strömungen.

2.2 TURBULENTE STRÖMUNG

2.2.1 Eigenschaften turbulenter Strömung

Die in Abschnitt 2.1 eingeführten Gleichungen beschreiben eine Strömung unabhängig davon, ob sie laminar oder turbulent ist. Es handelt sich dabei lediglich um zwei Zustände desselben Systems, ohne dass sich dessen beschreibende Gleichungen ändern.

Eine klare und allgemein akzeptierte Definition des Phänomens turbulenter Strömung existiert nicht, stattdessen wird im allgemeinen eine Reihe von Eigenschaften angegeben, die wesentlich zur Charakterisierung von Turbulenz sind [Frö06].

Turbulenz ist *regellos*, der momentane Zustand wirkt ungeordnet und chaotisch. Turbulente Strömungen sind immer *wirbelbehaftet*. Die Wirbel sind *dreidimensional* und sehr *instationär*. Turbulente Fluktuationen bewirken einen verstärkten Transport von Impuls und skalaren Größen, der als turbulente *Diffusion* bezeichnet wird. Im Gegensatz zur molekularen Diffusion ist die turbulente Diffusion meist mehrere Größenordnungen stärker. Turbulenz ist *dissipativ*, d.h. in einem abgeschlossenen System nimmt die kinetische Energie mit der Zeit ab und wird durch Reibung in thermische Energie umgewandelt. Die turbulenten Bewegungen sind *mehrskalig*, das heißt sie finden auf verschiedenen räumlichen und zeitlichen Skalen statt, die miteinander interagieren.

Zur Beschreibung des Turbulenzzustandes eines Systems dient die dimensionslose Reynoldszahl Re .

$$Re = \frac{uL}{\nu} \quad (2.17)$$

mit der Referenzgeschwindigkeit u , der Referenzlänge L und der kinematischen Viskosität des Fluids ν . Sie beschreibt das Verhältnis zwischen Impulskonvektion und Impulsdiffusion. Bei niedrigen Reynoldszahlen dominiert die Diffusion bzw. die viskose Dämpfung. Turbulente Störungen werden sehr schnell dissipiert. Bei hohen Reynoldszahlen kommt es wegen fehlender Dämpfung zur Ausbildung turbulenter Fluktuationsbewegungen.

Die Reynoldszahl, bei der die Transition von laminarer zur turbulenter Strömung einsetzt wird als kritische Reynoldszahl bezeichnet. Sie hängt von den verwendeten Bezugsgrößen ab und variiert daher für jeden Anwendungsfall. In technischen Anwendungen liegt die Reynoldszahl meist deutlich über dem kritischen Wert und die Turbulenz ist voll ausgebildet.

Je höher die Reynoldszahl ist, desto größer ist auch das Spektrum der vorhandenen Skalen der turbulenten Wirbel. Wirbelbewegungen großer Skalen hängen im wesentlichen von der umströmten Geometrie ab, Wirbel kleiner Skalen entstehen meist durch den Zerfall größerer Strukturen. Die kleinen Fluktuationen sind stark vom Verlauf ihrer Entstehung abhängig und verändern sich ständig durch weitere Wechselwirkung.

Ein Grenzfall ist die statistisch isotrope Turbulenz. Dabei verschwinden die Gradienten aller statistischen Größen. Alle Geschwindigkeitskomponenten sind gleichberechtigt und die mittlere Fluktuationsgeschwindigkeit ist null. Isotropie beinhaltet auch statistische Homogenität. Bei hohen Reynoldszahlen wird im allgemeinen vereinfachend lokale Isotropie angenommen für die kleinsten Skalen, die

sogenannten Kolmogorov Skalen.

2.2.2 Kolmogorowsche Energiekaskade

Betrachtet man eine solche Strömung isotroper Turbulenz im Frequenzbereich, so gilt für die Energie einer Mode $\hat{e}(\boldsymbol{\kappa})$ mit dem Wellenvektor $\boldsymbol{\kappa}$ die Evolutionsgleichung [Frö06]

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + 2\nu\kappa^2\right)\hat{e}(\boldsymbol{\kappa}) = \hat{T}(\boldsymbol{\kappa}) + \hat{F}(\boldsymbol{\kappa}) \quad (2.18)$$

mit $\kappa^2 = |\boldsymbol{\kappa}|^2$. \hat{F} bezeichnet den Kraftterm, der Energiezufuhr bewirkt. \hat{T} ist ein Trägheitsterm, der den Energieaustausch zwischen verschiedenen Skalen herstellt. Für ihn gilt

$$\sum_{\boldsymbol{\kappa}} \hat{T}(\boldsymbol{\kappa}) = 0. \quad (2.19)$$

Das mittlere Energiespektrum \mathcal{E} der Strömung ergibt sich nun aus Summation des Mittelwertes $\langle \hat{e}(\boldsymbol{\kappa}) \rangle$ über Wellenanteile gleicher Frequenz beziehungsweise Wellenzahl $\kappa = |\boldsymbol{\kappa}|$.

$$\mathcal{E}(\kappa) = \sum_{k=|\boldsymbol{\kappa}|} \langle \hat{e}(\boldsymbol{\kappa}) \rangle \quad (2.20)$$

Aus Gleichung 2.18 ergibt sich damit

$$\frac{\partial \mathcal{E}(\kappa)}{\partial t} = \mathcal{F}(\kappa) + \mathcal{T}(\kappa) - \mathcal{D}(\kappa) \quad (2.21)$$

mit $\mathcal{F}(\kappa)$ und $\mathcal{T}(\kappa)$ analog zu Gleichung 2.20 und dem Dissipationsterm

$$\mathcal{D}(\kappa) = 2\nu\kappa^2\mathcal{E}(\kappa). \quad (2.22)$$

Durch Summation über κ kann nun die gemittelte turbulente kinetische Energie angegeben werden zu

$$k = \sum_{\kappa} \mathcal{E}(\kappa). \quad (2.23)$$

Die Evolutionsgleichung für k lautet dann mit Gleichung 2.21 und 2.19

$$\frac{dk}{dt} = -\varepsilon + \sum_{\kappa} \mathcal{F}(\kappa). \quad (2.24)$$

Aufgrund der Erhaltungseigenschaft aus Gleichung 2.19 verschwindet der Transferterm \mathcal{T} . Aus dem Dissipationsterm ergibt sich die mittlere Dissipationsrate

$$\varepsilon = \sum_{\kappa} 2\nu\kappa^2\mathcal{E}(\kappa). \quad (2.25)$$

Die quadratische Abhängigkeit der Dissipationsrate von κ führt dazu, dass die Dissipation im Wesentlichen auf hohen Wellenzahlen vorherrscht. Es kann also angenommen

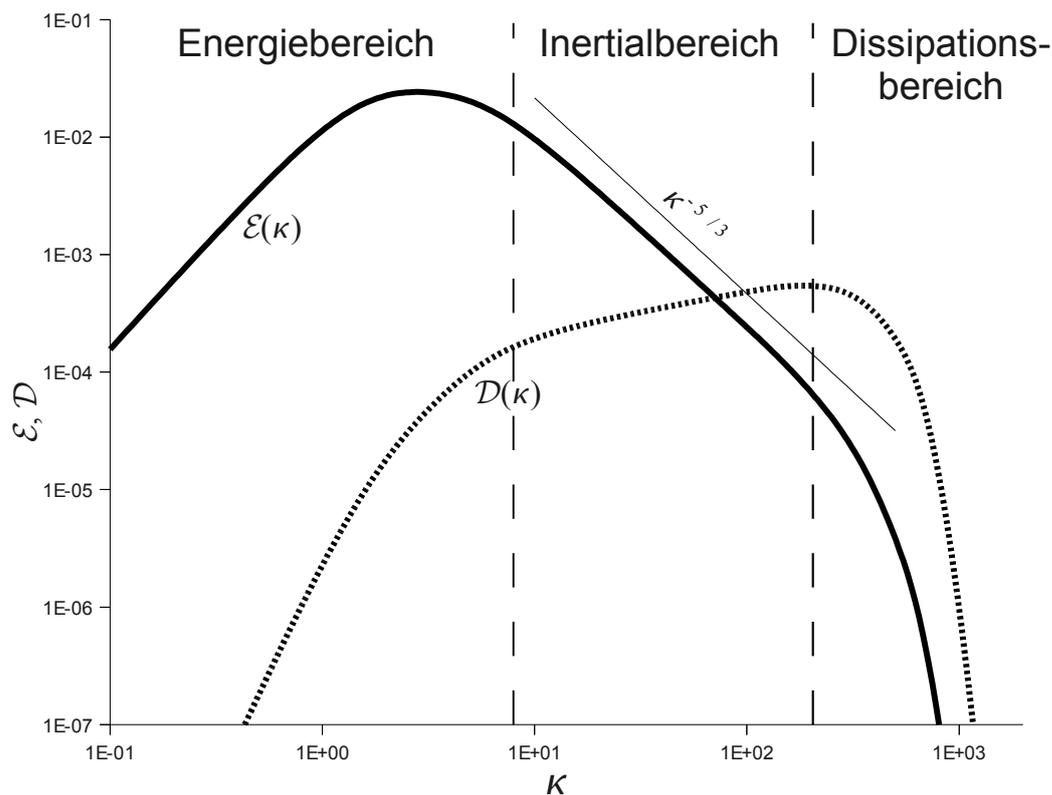


Abbildung 2.1: Energiespektrum der turbulenten Bewegungen \mathcal{E} und Dissipation \mathcal{D} der Energie. Im Inertialbereich verhält sich die Energie proportional zu Wellenzahl $\kappa^{-5/3}$

werden, dass bei Wellenzahlen unter einem bestimmten Wert κ_d gilt $\mathcal{D}(\kappa < \kappa_d) \approx 0$. Dagegen wird die Energiezufuhr \mathcal{F} durch großskalige Geschwindigkeitsänderungen bewirkt, also auf kleinen Wellenzahlen. Entsprechend gilt bei Wellenzahlen größer als κ_f für die Energiezufuhr $\mathcal{F}(\kappa > \kappa_f) \approx 0$. Bei kleinen Wellenzahlen im sogenannten Energiebereich erreicht $\mathcal{E}(\kappa)$ dagegen durch die Energiezufuhr das Maximum. Der Bereich hoher Wellenzahlen wird als Dissipationsbereich bezeichnet, hier findet quasi keine Energiezufuhr mehr statt und die Fluktuationen klingen ab.

Durch den Einfluss von ν in Gleichung 2.25 ergibt sich, dass κ_d mit steigender Reynoldszahl größer wird, während κ_f davon nicht beeinflusst wird. Für hohe Reynoldszahlen existiert also ein Bereich $\kappa_f < \kappa < \kappa_d$, in dem nur der Trägheitsterm wirkt, der Inertialbereich. Ein solches Energiespektrum ist in Abbildung 2.1 dargestellt.

Der Verlauf von $\mathcal{E}(\kappa)$ hängt im Inertialbereich nur von der Wellenzahl und der insgesamt zugeführten sowie dissipierten Energie ab. Die Dimensionsanalyse ergibt

$$\mathcal{E}(\kappa) = C_K \varepsilon^{2/3} \kappa^{-5/3} \quad (2.26)$$

mit der Kolmogorov-Konstante C_K als Proportionalitätsfaktor. Ihr Wert wurde in Experimenten und Rechnungen zu $C_K \approx 1.5$ bestimmt [Sre95].

Steigt κ_d bei höheren Reynoldszahlen, so ändert sich die Gesamtenergie k nur unwesentlich. κ_d hängt also von der Viskosität und der Dissipationsrate ab. Aus der

Dimensionsanalyse ergibt sich hierfür

$$\kappa_d(\nu, \varepsilon) = C \cdot \varepsilon^{1/4} \nu^{-3/4}. \quad (2.27)$$

Mit dem Wert der Proportionalitätskonstanten $C = 1$ ergibt sich die charakteristische Wellenzahl der kleinen Skalen und aus deren Kehrwert die charakteristische Länge, die Kolmogorov Länge.

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (2.28)$$

Für große Skalen spielen κ_d und ε keine Rolle. Die Gesamtenergie k hängt ab von κ_f und der zugeführten Energie. Die zugeführte Energie ist wiederum gleich der dissipierten Energie $\sum_{\kappa} \mathcal{F} = \varepsilon$. Mit Hilfe der Dimensionsanalyse folgt

$$k(\kappa_f, \varepsilon) = C \cdot \varepsilon^{2/3} \kappa_f^{-2/3}. \quad (2.29)$$

Analog zu den kleinen Skalen ergibt sich für die großen Skalen die charakteristische Länge

$$\ell = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon}. \quad (2.30)$$

Das Verhältnis von ℓ/η gibt Aufschluss über die Ausdehnung des Inertialbereiches. Bildet man die turbulente Reynoldszahl mit der charakteristischen Turbulenzgeschwindigkeit \sqrt{k} und der Länge der großen Skalen als $Re_t = \sqrt{k}\ell/\nu$, so folgt $\ell/\eta = Re_t^{3/4}$. Der Inertialbereich vergrößert sich also mit Re_t .

2.3 TURBULENZMODELLIERUNG

Die zuvor in Abschnitt 2.1 eingeführten Erhaltungsgleichungen zur Beschreibung der turbulenten Strömungen sind nur für sehr wenige Konfigurationen, die eher theoretischer Natur sind, analytisch lösbar. Im allgemeinen werden sie daher numerisch gelöst. Die einfachste Herangehensweise ist die numerische Lösung der Gleichungen ohne den Einsatz von Modellen, also die direkte numerische Simulation (DNS). Bei der DNS ist es notwendig, alle turbulenten Skalen der Strömung im numerischen Gitter aufzulösen. Entsprechend feine Gitter sind also nötig, die einerseits die zu untersuchende Geometrie von mindestens der Größe des integralen Längenmaßes überspannen, andererseits aber auch so fein sind, dass Wirbel in der Größe der Kolmogorov-Länge aufgelöst werden.

Wie bereits gezeigt verhält sich die Kolmogorov-Länge proportional zu $Re_t^{-3/4}$. Für die Anzahl benötigter Punkte oder Zellen je räumlicher Dimension gilt demnach $N \sim Re_t^{3/4}$. Im Dreidimensionalen wächst die Gittergröße also mit $N^3 \sim Re_t^{9/4}$. Der Rechenaufwand verhält sich nach dem CFL-Kriterium [CFL28] proportional zu $1/\Delta x$, steigt also sogar mit Re_t^3 an.

Verbunden mit der Weiterentwicklung von Rechnersystemen und der inzwischen hohen Verfügbarkeit von Rechenleistung sind inzwischen Daten von diversen DNS turbulenter Strömungen und turbulenter Verbrennung verfügbar. Diese beschränken

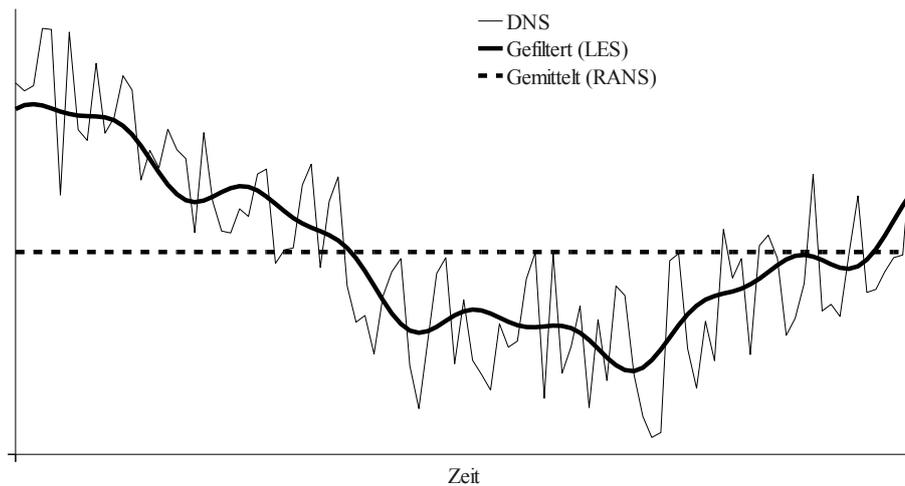


Abbildung 2.2: Zeitlicher Verlauf einer Strömungsgröße im Original, gefiltert und gemittelt.

sich jedoch auf akademische, einfache Strömungen mit kleinen Abmessungen und niedrigen Reynoldszahlen wie Rohr- und Kanalströmungen [MKM99], Scherschichten [MFSF07] oder Flammen in einem würfelförmigen Rechengebiet mit isotroper Turbulenz [BVBT98, ADB09].

Aus dem Strömungsfeld zu einem einzigen Zeitpunkt ist meist keine allgemeine Aussage über die Strömung möglich. Zur Bestimmung von mittleren Strömungs- und Turbulenzgrößen müssen erst große Mengen an statistischen Daten erfasst und ausgewertet werden.

Zur Erweiterung der Simulationen auf reale, technische Strömungen mit größeren Dimensionen und hohen Reynoldszahlen müssen Vereinfachungen getroffen werden. Ein Ansatz hierzu ist die Filterung des Strömungsfeldes, so dass nur Skalen oberhalb einer bestimmten Filterweite aufgelöst werden müssen, die turbulente Grobstruktur. Daher wird diese Methode als Grobstruktursimulation oder auch Large-Eddy-Simulation (LES) bezeichnet.

Die LES löst sowohl die grobe Turbulenz als auch die globale Strömung auf. Die nicht aufgelösten Anteile der Turbulenz können nicht vernachlässigt werden. Vielmehr muss ihr Einfluss mit Hilfe von Modellen nachgebildet werden. Die kleinskaligen Anteile können sehr universell betrachtet werden, was die Modellierung vereinfacht. LES erlaubt ähnlich der DNS einen sehr detaillierten Einblick in den Strömungsvorgang mit relativ hoher räumlicher und zeitlicher Auflösung. Jedoch benötigt sie auch immer noch einen relativ hohen Rechenaufwand, so dass sie nicht generell eingesetzt werden kann. Wie bei DNS erfordert auch die LES für die Beobachtung stationärer Strömungen die Sammlung von statistischen Daten. Für statistische Größen höherer Ordnung zur Bewertung des Turbulenzfeldes muss dabei auch der modellierte Anteil berücksichtigt werden.

Eine wesentlich stärkere Vereinfachung bietet die Verwendung von mittleren Größen anstelle der instantanen Werte schon bei der Lösung der Gleichung. Bei der sogenannten Reynoldsgemittelten Simulation (Reynolds-Averaged Navier-Stokes, RANS) werden die Erhaltungsgleichungen für Reynolds- oder Favregemittelte Gleichungen

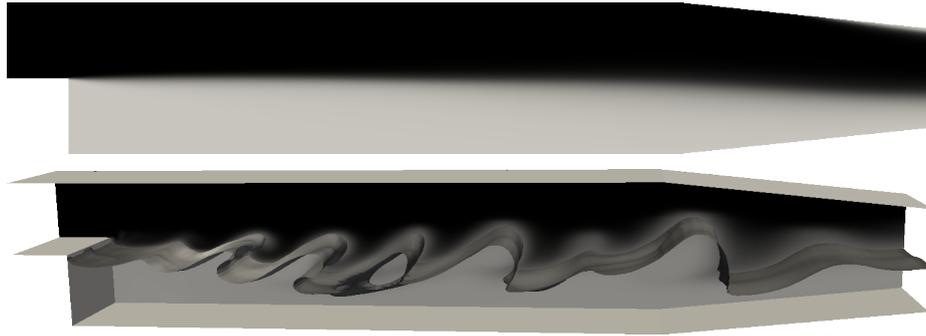


Abbildung 2.3: Reagierende Strömung über eine rückwärtsgerichtete Stufe. Oben RANS (zweidimensional) und unten LES (dreidimensionale Flammenfläche, im Hintergrund Schnittebene des Reaktionsfortschritts).

gelöst. Da das gesamte Spektrum der Turbulenz nicht aufgelöst wird, bedarf es hier eines wesentlich höheren Modellierungsaufwandes als für LES. Gerade die großen turbulenten Skalen sind wesentlich weniger homogen und isotrop als die kleinen Skalen. Der höhere Aufwand, hauptsächlich in Form von zusätzlichen Erhaltungsgleichungen, wird aber durch gröbere Auflösung und weitere Möglichkeiten der Vereinfachung mehr als ausgeglichen. So kann beispielsweise bei RANS Simulationen mit einer Symmetrieebene das Rechengebiet auf eine Hälfte beschränkt werden. Ist die Strömung homogen in eine Richtung, so ist sogar die Reduktion auf zwei Dimensionen möglich. In einer LES oder DNS dagegen muss die aufgelöste Turbulenz zwingend dreidimensional simuliert werden. Das Ergebnis einer RANS Simulation ist ein mittleres Strömungsfeld. Aus dem Turbulenzmodell können sogar statistische Größen des Turbulenzfeldes direkt entnommen werden.

Den Unterschied zwischen den drei vorgestellten Ansätzen zur Wiedergabe der Turbulenz verdeutlichen Abbildung 2.2 und 2.3. Abbildung 2.2 zeigt schematisch den zeitlichen Verlauf einer Strömungsgröße an einem Punkt. Während RANS nur einen konstanten Mittelwert liefert, zeigen LES und DNS einen zeitabhängigen Verlauf. Die DNS weist dabei wesentlich feinere Schwankungen auf, die bei der LES aufgrund der Filterung nicht auftreten.

Anhand einer realen Anwendung, nämlich der Strömung über eine rückwärtsgerichtete Stufe, zeigt Abbildung 2.3 die unterschiedlichen Lösungen von RANS und LES. Während RANS ein mittleres und glattes Bild liefert, fallen bei LES in der Momentaufnahme einzelne turbulente Wirbel und Schwankungen auf. Die Scherschichtwirbel im Nachlauf der Stufe werden so erst sichtbar.

2.3.1 Reynoldsgemittelte Simulation

Turbulente Mittelung

Die Reynoldsmittelung bezeichnet die Zerlegung einer turbulenten Größe φ in ihren Mittelwert $\bar{\varphi}$ und ihre Schwankungskomponente φ' . Der Mittelwert stellt eine Mit-

lung über eine ausreichend lange Zeit T dar.

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{T} \int_T \varphi(t) dt \quad (2.31)$$

Der Schwankungsanteil wird dann bestimmt als

$$\varphi' = \varphi - \bar{\varphi}. \quad (2.32)$$

Die derart zerlegten Größen $u_i = \bar{u}_i + u'_i$, $p = \bar{p} + p'$, $\rho = \bar{\rho} + \rho'$, $Y = \bar{Y} + Y'$ und $h = \bar{h} + h'$ können in die Erhaltungsgleichungen 2.1-2.9 eingesetzt werden. Durch Zeitmittelung der Gleichungen gelangt man zu den Reynoldsgleichungen. Aufgrund der Eigenschaften $\overline{\bar{\varphi}} = \bar{\varphi}$ und $\overline{\varphi'} = 0$ können die Gleichungen vereinfacht werden. Es entstehen jedoch auch unbekannte Terme der Art $\overline{u_i u_j}$. Sie müssen mit Hilfe eines Turbulenzmodells modelliert werden.

Daneben verbleiben jedoch bei dichteveränderlicher Strömung viele Terme $\overline{\rho' \varphi'}$, die zu modellieren einen sehr großen Aufwand darstellen würde. Deshalb wird hier zur dichtegetragenen Mittelung, auch Favremittelung genannt, gegriffen [Fav69].

$$\tilde{\varphi} = \frac{\rho \varphi}{\bar{\rho}} \quad (2.33)$$

Damit kann eine Größe φ folgendermaßen in die mittleren und fluktuierenden Anteile zerlegt werden:

$$\varphi = \tilde{\varphi} + \varphi'' \quad (2.34)$$

Analog zur Reynoldsmittelung gilt auch hier $\overline{\tilde{\varphi}''} = 0$, jedoch $\overline{\varphi''} \neq 0$.

Dichtegetragene gemittelte Erhaltungsgleichungen

Um die Favregemittelten Erhaltungsgleichungen zu erhalten, werden nun in die zeitgemittelten Erhaltungsgleichungen Geschwindigkeit, Enthalpie und Skalare dichtegetragene, Druck und Dichte aber nur zeitgemittelt zerlegt eingesetzt. Die auftretenden Terme $\overline{\rho \varphi''}$ verschwinden und es folgen daraus die Gleichungen für

- Masse

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.35)$$

- Impuls

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\tau}_{ij} - \overline{\rho u'_i u'_j}) \quad (2.36)$$

- Skalar¹

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{\varphi}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{\varphi}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\rho} \bar{D}_\varphi \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x_j} - \overline{\rho u'_j \varphi''} \right) + \bar{S}_\varphi \quad (2.37)$$

¹Anstelle einer eigenen Speziestransportgleichung wird hier eine allgemeine Transportgleichung für skalare Größen dargestellt, da die später verwendeten Implementierungen keinen Transport einzelner Spezies, sondern nur den einer globalen Reaktionsfortschrittsvariablen vorsehen.

- Enthalpie

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{h}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{h}}{\partial x_j} = \frac{\overline{Dp}}{Dt} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{\lambda} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} - \overline{\rho u_j'' h''} + \sum_{\alpha} \left(\tilde{h}_{\alpha} \left(\bar{\rho} \bar{D}_{\alpha} \frac{\partial \tilde{Y}_{\alpha}}{\partial x_j} - \overline{\rho u_j'' Y_{\alpha}''} \right) \right) \right] \quad (2.38)$$

Die Lösung der Gleichungen liefert nun direkt die dichtegewichtet gemittelten Größen des Strömungsfeldes. Das Gleichungssystem ist jedoch nicht geschlossen, da einige Terme noch bestimmt werden müssen. In die Gleichungen sind bereits Näherungen durch Kommutation der Mittelung wie $\overline{\rho D_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial x_j}} \approx \bar{\rho} \bar{D}_{\varphi} \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x_j}$ oder $\overline{\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j}} \approx \bar{\lambda} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j}$ gemäß [PV05] eingeflossen, so dass diese Terme bestimmt sind. Unbestimmt bleiben die Terme, die turbulente Schwankungsgrößen enthalten. Für ihre Schließung kommen verschiedene Modelle in Frage.

Schließungsmodelle

In der Impulsgleichung erscheint neben den Schubspannungen der Term $\overline{\rho u_i'' u_j''}$. Da sich bei der Schließung formelle Ähnlichkeit zu den viskosen Spannungen ergibt, wird der Term, der tatsächlich einen Tensor darstellt, als Reynoldsspannungen bezeichnet. Die Varianten der Turbulenzmodelle reichen von einer analytischen Formulierung bis hin zur Lösung mehrerer Transportgleichungen.

Grundlegende Annahme vieler RANS-Turbulenzmodelle ist die Vorstellung der turbulenten Viskosität [Bou72]. Dabei werden die Reynoldsspannungen analog zum Spannungstensor τ_{ij} formuliert.

$$\overline{\rho u_i'' u_j''} = \bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_j''} = -\mu_t \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right) + \frac{2}{3} \bar{\rho} \tilde{k} \quad (2.39)$$

μ_t stellt die turbulente dynamische Viskosität dar, die noch näher bestimmt werden muss, und \tilde{k} die turbulente kinetische Energie².

$$\tilde{k} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \widetilde{u_k'' u_k''} \quad (2.40)$$

Die einfachsten Turbulenzmodelle drücken die turbulente Viskosität mit einer algebraischen Formulierung aus, sie gehen meist auf Prandtl [Pra25] zurück. Meist verwenden sie eine Formulierung, in die eine Mischungsweglänge eingeht, die aus verschiedenen empirischen Zusammenhängen bestimmt wird. Da diese aber stark von der Geometrie abhängt, ist solch ein Modell wenig universell.

Allgemeiner verwendbar sind die sogenannten Eingleichungsmodelle. Sie lösen entweder für die Turbulenzenergie eine weitere Transportgleichung wie das Prandtl-Kolmogorov Modell oder direkt für die turbulente Viskosität wie das Spalart-Allmaras

²Die Bezeichnung \tilde{k} betont hier die Turbulenzenergie aus dichtegewichteten Schwankungen im Gegensatz zu der aus der klassischen Reynoldsmittelung folgenden Schwankungsenergie $k = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \overline{u_k' u_k'}$.

Modell [SA92]. Für Drallströmungen, wie sie hier betrachtet werden sollen, sind solche Modelle meist nicht tauglich. Eine Ausnahme bildet das Spalart-Allmaras-Modell, für das eine Erweiterung für gekrümmte Strömungen existiert [SS97].

Die meist verwendeten Turbulenzmodelle sind Zweigleichungsmodelle. Die Turbulenz wird hier durch zwei Größen charakterisiert, für welche Transportgleichungen gelöst werden. Eine der Größen ist die Turbulenzenergie, die andere kann die turbulente Dissipation (k - ε -Modell [LS72]), ein Zeitmaß (k - ω -Modell [Wil93]) oder eine Kombination (k - kl -Modell [Smi90]) sein.

Beim k - ε -Modell wird die turbulente Viskosität in Abhängigkeit von k und ε angegeben.

$$\mu_t = \bar{\rho} C_\mu \frac{\tilde{k}^2}{\tilde{\varepsilon}} \quad (2.41)$$

Zur Schließung werden die zwei Transportgleichungen benötigt, sie werden wieder in Favregemittelter Form behandelt.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{k}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{k}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{Sc_k} \right) \frac{\partial \tilde{k}}{\partial x_i} \right] + P_k - \bar{\rho} \tilde{\varepsilon} \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{\varepsilon}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{\varepsilon}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{Sc_\varepsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_i} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\tilde{\varepsilon}}{\tilde{k}} P_k - C_{\varepsilon 2} \bar{\rho} \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{\tilde{k}} \quad (2.43)$$

Darin sind Sc_k und Sc_ε die Schmidtzahlen für die turbulente Diffusion von \tilde{k} und $\tilde{\varepsilon}$. Die Produktion der Turbulenzenergie P_k wird bestimmt aus

$$P_k = -\bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_j''} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j}. \quad (2.44)$$

Trotz der Einfachheit ist das k - ε -Modell sehr universell einsetzbar. Für die Konstanten C_μ , $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$, Sc_k und Sc_ε gibt es etablierte Werte, die für sehr viele Anwendungsfälle gleichermaßen verwendet werden [LS72].

Für die zu modellierenden Terme der Skalar- und Enthalpietransportgleichungen wird im Zusammenhang mit Zweigleichungsmodellen zur Schließung meist ein Gradientenansatz verfolgt, der den Transport als turbulente Diffusion darstellt. Für die turbulente Skalardiffusion gilt dann

$$\overline{\bar{\rho} u_i'' \varphi''} = -\frac{\mu_t}{Sc_{t,\varphi}} \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x_j} \quad (2.45)$$

mit der turbulenten Schmidt-Zahl $Sc_{t,\varphi} = \nu_t / D_{t,\varphi}$. Bei $Sc_t \ll 1$ erfahren die skalaren Fluktuationen eine wesentlich stärkere Dämpfung als die des Impulses. Daher sind die kleinsten Skalen des Skalarspektrums wesentlich größer als die Kolmogorovlänge. Für $Sc_t \gg 1$ enthält dagegen das skalare Spektrum wesentlich feinere Skalen deutlich unterhalb der Kolmogorovlänge.

Für die Wärmeleitung wird die turbulente Prandtl-Zahl $Pr_t = \nu_t / a_t$ eingeführt, so dass gilt

$$\overline{\bar{\rho} u_j'' h''} = -\frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_j}. \quad (2.46)$$

Der zu modellierende Term der stoffgebundenen Enthalpiediffusion $\overline{\rho u_j'' Y_\alpha''}$ lässt sich analog zum Skalartransport über die turbulente Lewis-Zahl $Le_{t,\alpha}$ oder die turbulente Schmidt-Zahl $Sc_{t,\alpha}$ ausdrücken.

Ein- und Zweigleichungsmodelle gehen im Allgemeinen bei hohen Reynoldszahlen von homogener, isotroper Turbulenz aus, deren Intensität lediglich durch ein Skalarfeld charakterisiert wird. Gerade in verdrallten Strömungen ist die Turbulenz weniger homogen und isotrop, sondern die Komponenten des Reynoldsspannungstensors sind unterschiedlich stark ausgeprägt. Zudem wird wegen der starken Geschwindigkeitsgradienten über die Wirbelachse von Zweigleichungsmodellen im Allgemeinen zu viel Turbulenzenergie produziert. Daraus folgt eine starke Impulsdiffusion und die Ausbildung eines Festkörperwirbels [TP08].

Abhilfe schafft die Einführung eines Modells, das auch Anisotropie der Turbulenz zulässt, indem es die Komponenten des Reynoldsspannungstensors getrennt behandelt. Solch ein Reynoldsspannungsmodell [LRR75, GL78, Lau89, LV99] löst eine Transportgleichung für jede der sechs Komponenten des symmetrischen Reynoldsspannungstensors $\overline{\rho u_i'' u_j''}$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\overline{\rho u_i'' u_j''} \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{\rho u_k u_i'' u_j''} \right) &= \frac{\partial \overline{\rho u_i'' u_j'' u_k''}}{\partial x_k} - \overline{\rho} \left(\overline{u_i'' u_j''} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \overline{u_j'' u_i''} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \\ &- \left[\overline{u_i''} \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial x_j} + \overline{u_j''} \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial x_i} \right] - \left[\overline{u_i''} \frac{\partial \overline{p'}}{\partial x_j} + \overline{u_j''} \frac{\partial \overline{p'}}{\partial x_i} \right] - \left[\overline{\tau_{ik}} \frac{\partial u_j''}{\partial x_k} + \overline{\tau_{ij}} \frac{\partial u_i''}{\partial x_k} \right] \end{aligned} \quad (2.47)$$

Analog kann mit Hilfe von weiteren Transportgleichungen die skalare Fluktuation $\overline{\rho u_i'' \varphi''}$ und die Enthalpiefuktuation $\overline{\rho u_i'' h''}$ geschlossen werden, sofern deren turbulente Diffusion nicht wie beim k - ε -Modell über einen Gradientenansatz modelliert wird. In den Gleichungen erscheinen wieder etliche Terme, die zur Schließung meist über algebraische Ausdrücke modelliert werden. Im Fall des Spannungsterms, der die turbulente Dissipation bewirkt, wird jedoch typischerweise eine weitere Differentialgleichung für $\tilde{\varepsilon}$ gelöst (s. Gleichung 2.43). Da die Dissipation als homogen angenommen wird, kann der Dissipationstensor $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ durch gleichmäßige Aufteilung der mittleren Dissipationsrate $\tilde{\varepsilon}$ gebildet werden.

Reynoldsspannungsmodelle können komplexe Strömungen wesentlich besser wiedergeben als Ein- und Zweigleichungsmodelle. Ihre Genauigkeit wird jedoch beschränkt durch die Güte der Modellierungsansätze zur Schließung. Darüber hinaus ist die numerische Behandlung der Transportgleichungen anspruchsvoller als die von vergleichsweise robusten Zweigleichungsmodellen.

2.3.2 Large-Eddy-Simulation

Filterung

Grundlegender Gedanke der LES ist es, im Gegensatz zur RANS nicht nur die Skalen der Hauptströmung, sondern auch die großen Skalen der Turbulenz numerisch aufzulösen. Dadurch erhält man ein zeitlich und räumlich hoch aufgelöstes Bild des Strömungsfeldes. Die kleinen turbulenten Skalen, die nicht aufgelöst werden sollen,

große, aufgelöste Skalen	kleine, modellierte Skalen
geometrieabhängig	universell
generiert von mittlerer Strömung	Zerfallsprodukte der großen Skalen
oft stark geordnet	ungeordnet
inhomogen, anisotrop	homogen, isotrop
energiereich	energiearm
langlebig	kurzlebig
diffusiv	dissipativ

Tabelle 2.1: Eigenschaften grob- und feinskaliger Turbulenz in der Hauptströmung und ihre Bedeutung für die Large-Eddy Simulation, nach [Frö06, Sch93]

müssen dagegen modelliert werden.

In Tabelle 2.1 sind die Eigenschaften der großen und der kleinen Skalen in Bezug auf Large-Eddy Simulation aufgeführt. Die Kriterien gelten im Wesentlichen in der Hauptströmung. Beispielsweise in Wandnähe weichen sie teils davon ab und müssen bei signifikanter Bedeutung für das Strömungsfeld soweit möglich über feinere Filterung oder mit Hilfe von Modellen erfasst werden.

Zur Trennung der Skalen kommt eine Filterfunktion zum Einsatz. Die Filterung geschieht entweder im physikalischen Raum oder im Frequenzraum. Die Filteroperation einer Größe φ lautet:

$$\bar{\varphi} = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\mathbf{x}') F(\mathbf{x} - \mathbf{x}') d\mathbf{x}' \quad (2.48)$$

In Strömungen mit veränderlicher Dichte bietet sich analog zur Favremittelung eine dichtegewichtete Filterung an. Die Filterung läuft dann gemäß folgender Rechenoperation:

$$\bar{\rho}\tilde{\varphi} = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho\varphi(\mathbf{x}') F(\mathbf{x} - \mathbf{x}') d\mathbf{x}' \quad (2.49)$$

Im Folgenden werden die Schreibweisen $\bar{\varphi}$ und $\tilde{\varphi}$ sowohl in Zusammenhang mit RANS für gemittelte Größen als auch bei LES für gefilterte Größen verwendet. Dies geschieht zum einen zur Vereinfachung der Schreibweise, zum anderen, um die Analogie in der Verwendung zu verdeutlichen.

Der nicht aufgelöste Anteil einer Größe wird bestimmt durch $\varphi'' = \varphi - \tilde{\varphi}$. Ein wiederholter Filtervorgang führt je nach verwendeter Filterfunktion nicht zwingend zum gleichen Ergebnis wie die erste Filterung, so dass gilt $\tilde{\tilde{\varphi}} \neq \tilde{\varphi}$. Im Gegensatz zur RANS gilt deshalb im Allgemeinen für die gefilterten Fluktuationen $\tilde{\varphi}'' \neq 0$.

Die Filterfunktion F muss so normiert sein, dass ihr integraler Wert über den gesamten Filterbereich eins ergibt.

$$\iiint_{-\infty}^{+\infty} F(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = 1 \quad (2.50)$$

Die geläufigsten Filtertypen sind Rechteckfilter, Fourierfilter (cutoff) und Gaussche Filter.

Der Rechteckfilter bezieht im physikalischen Raum Werte innerhalb der Filterweite Δ ein, er entspricht also einer Mittelung über $\pm \frac{\Delta}{2}$. Die Filteroperation ist näherungsweise invertierbar.

Der Fourier- oder Cutofffilter ist ein Rechteckfilter im Frequenzraum, Frequenzen größer als die Grenzfrequenz werden abgeschnitten. Damit handelt es sich um einen idealen Tiefpass. Mehrfache Anwendung führt zum gleichen Ergebnis, es gilt also $\widetilde{\widetilde{\varphi}} = \widetilde{\varphi}$. Die Filterung ist jedoch nicht invertierbar.

Der Gaussfilter gewichtet sowohl im physikalischen als auch im Frequenzraum die Werte gemäß einer Glockenkurve. Durch diese Eigenschaft ist die Gaussfilterung invertierbar.

Die bisher getroffenen Aussagen über die Filterung beziehen sich auf homogene Filter und unendliche Rechengebiete. In praktischen Anwendungen ist häufig eine inhomogene Filterung notwendig, also eine Variation von Filterweite oder Filterfunktion über das Rechengebiet. So werden meist Rechengitter an bestimmten Stellen für eine bessere Auflösung verfeinert, an anderen gröber aufgelöst, um Rechenleistung einzusparen. Bei inhomogener Filterung verschwindet die für die Herleitung der gefilterten Gleichungen genutzte Kommutativität zwischen Filteroperation und Differentiation. Für den Rechteck- und den Gaußfilter lässt sich der Kommutationsfehler bestimmen zu [Frö06]:

$$\frac{\widetilde{\partial\varphi}}{\partial x} - \frac{\partial\widetilde{\varphi}}{\partial x} = \mathcal{O}(\Delta^2) \quad (2.51)$$

Auch an den Gebietsrändern treten Kommutationsfehler auf, wenn die Filterfunktion Werte außerhalb des Rechengebietes mit einbeziehen müsste, die nicht verfügbar sind. Daraus ergibt sich auch, dass für die gefilterte Größe $\widetilde{\varphi}$ andere Randbedingungen gelten als für φ , was jedoch in der Praxis generell vernachlässigt wird.

Eng verwandt mit einer Rechteckfilterung, deren Filterweite der Zellgröße entspricht, ist die sogenannte implizite Filterung. Der von Schumann [Sch75] vorgeschlagene Ansatz trennt die Skalen von Grob- und Feinstruktur anhand der Diskretisierung. Kleinere Skalen als die Zellgröße können nicht aufgelöst werden und werden dadurch herausgefiltert. Damit werden Anisotropien des Gitters sowie die Inhomogenitäten an den Randbedingungen direkt im Konzept berücksichtigt. Dieser Ansatz wird in den hier vorgestellten Simulationen verwendet.

Gefilterte Erhaltungsgleichungen

Zur Anwendung in der LES werden die Erhaltungsgleichungen 2.1-2.9 analog zur Mittelung der RANS gefiltert. Es entstehen die folgenden Gleichungen:

- Masse:

$$\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial\bar{\rho}\widetilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.52)$$

- Impuls:

$$\frac{\partial \overline{\rho \tilde{u}_i}}{\partial t_i} + \frac{\partial \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} [\overline{\tau_{ij}} - \overline{\rho} (\widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j)] \quad (2.53)$$

- Skalar:

$$\frac{\partial \overline{\rho \tilde{\varphi}}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho \tilde{u}_j \tilde{\varphi}}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\overline{\rho D_\varphi} \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x_j} - \overline{\rho} (\widetilde{u_j \varphi} - \tilde{u}_j \tilde{\varphi}) \right] + \overline{S_\varphi} \quad (2.54)$$

- Enthalpie:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\rho \tilde{h}}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho \tilde{u}_j \tilde{h}}}{\partial x_j} = & \frac{\overline{Dp}}{Dt} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\overline{\lambda} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} - \overline{\rho} (\widetilde{u_j h} - \tilde{u}_j \tilde{h}) + \right. \\ & \left. \sum_{\alpha} \left(\tilde{h}_\alpha \left(\overline{\rho D_\alpha} \frac{\partial \tilde{Y}_\alpha}{\partial x_j} - \overline{\rho} (\widetilde{u_j Y_\alpha} - \tilde{u}_j \tilde{Y}_\alpha) \right) \right) \right] \end{aligned} \quad (2.55)$$

Die gefilterten Gleichungen sind den gemittelten Gleichungen der RANS sehr ähnlich. In ihnen treten wieder mehrere Terme auf, die modelliert oder approximiert werden müssen. In der Impulsgleichung sind dies die Subgrid-Reynoldsspannungen $(\widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j)$, für die ein Subgrid-Turbulenzmodell³ verwendet wird. Auch die nicht aufgelösten skalaren Schwankungen von Spezies und Enthalpie müssen modelliert werden.

Schließungsmodelle

Es existieren diverse Ansätze zur Modellierung der Subgridturbulenz. Ähnlich dem RANS-Konzept mit algebraisch-analytischen Ansätzen oder der Lösung weiterer Transportgleichungen wird bei manchen Modellen eine turbulente Subgridviskosität bestimmt. Andere Modelle lösen sich davon und verfolgen völlig unterschiedliche Ansätze [Frö06].

Ein sehr robustes Modell mit einer relativ einfachen Formulierung zur Bestimmung der Feinstrukturspannungen ist das Smagorinsky Modell [Sma63]. Wegen der Ähnlichkeit der LES-Gleichungen zu den Reynoldsgleichungen liegt die Einführung einer turbulenten Viskosität gemäß der Boussinesq Annahme nahe. Der Deformationstensor wird wie folgt dargestellt.

$$\tau_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \tau_{kk} = -\nu_t \left(\tilde{S}_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \tilde{S}_{kk} \right) = -\nu_t \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right) \quad (2.56)$$

Aus der Dimensionsanalyse folgt, dass sich die Wirbelviskosität aus einem charakteristischen Längen- und einem Geschwindigkeitsmaß zusammensetzt.

$$\nu_t = \ell_{SGS} u_{SGS} \quad (2.57)$$

³Eigentlich greift die Modellierung bei Subfilterskalen. Da aber Filterweite und Gitterauflösung meist eng zusammenhängen, wird hier die allgemein übliche Bezeichnung Subgridmodell verwendet.

Das Geschwindigkeitsmaß wird wiederum durch $u_{SGS} = \ell_{SGS} \cdot |\tilde{S}|$ ausgedrückt. Das Längenmaß wird proportional zur Filterweite angenommen, also $\ell_{SGS} = C_S \Delta$ mit der Smagorinskykonstante C_S als Proportionalitätsfaktor. Daraus folgt für die Wirbelviskosität

$$\nu_t = (C_S \Delta)^2 |\tilde{S}| = (C_S \Delta)^2 \sqrt{2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij}}. \quad (2.58)$$

Der Wert von C_S kann aus theoretischen Überlegungen für isotrope Turbulenz hergeleitet werden. Einerseits ergibt sich die mittlere Dissipation zu $\varepsilon = 2\nu \langle S_{ij}S_{ij} \rangle$. Andererseits beträgt sie nach Gleichung 2.25 $\varepsilon = 2 \int_0^\infty \nu k^2 \mathcal{E}(k) dk$. Setzt man ein Kolmogorovspektrum für $\mathcal{E}(k)$ ein, so folgt für die Smagorinskykonstante gemäß [Frö06] aus Gleichsetzen der beiden Beziehungen, der Annahme eines Fourierfilters und der Näherung $\langle |\tilde{S}|^3 \rangle^{2/3} \approx \langle |\tilde{S}|^2 \rangle$ folgender Ausdruck.

$$C_S = \frac{1}{\pi} \left(\frac{2}{3C_K} \right)^{3/4} \quad (2.59)$$

Für $C_K = 1.5$ gemäß Abschnitt 2.2.2 folgt daraus $C_S = 0.18$. Verschiedene A-priori-Tests [CFR79] haben diesen Wert für isotrope Turbulenz bestätigt. Für komplexere Strömungen werden jedoch Werte im Bereich $C_S = 0.065 \dots 0.24$ angegeben [Dea70, MK82, PMF88, RM84]. Der meist für komplexe Strömungen verwendete Wert beträgt $C_S = 0.1$.

Das Smagorinsky-Modell erinnert an das Prandtlsche Modell der Mischungsweglänge für RANS. Im Gegensatz dazu wirkt es aber nur auf den kleinen Skalen, für die die Annahme von Homogenität und Isotropie annähernd gilt. Deshalb ist es wesentlich universeller einsetzbar.

2.4 VERDRALLTE STRÖMUNG

In vielen realen Strömungen spielen Drall- oder Wirbelkomponenten eine wichtige Rolle. Sie können das Verhalten einer Strömung stark beeinflussen und verursachen diverse strömungsmechanische Effekte. In diesem Zusammenhang hat das Wirbelauflösen, auch Vortex Breakdown genannt, die größte Bedeutung.

Im Zusammenhang mit Wirbeln treten die Begriffe der Wirbelstärke und der Zirkulation auf. Die Wirbelstärke $\boldsymbol{\omega}$ beschreibt als Vektorfeld die Tendenz eines Fluidlements zur Drehung und wird bestimmt als die Rotation des Geschwindigkeitsfeldes.

$$\boldsymbol{\omega} = \text{rot } \mathbf{u} = \nabla \times \mathbf{u} \quad (2.60)$$

Die Zirkulation Γ ist das Flächenintegral der Wirbelstärke über die Bezugsfläche A .

$$\Gamma = \int_A \text{rot } \mathbf{u} \, d\mathbf{A} \quad (2.61)$$

Zur technischen Charakterisierung der Drallstärke werden meist dimensionslose Kennzahlen verwendet. Die Rossbyzahl Ro setzt die Massenträgheitskraft mit der Corioliskraft ins Verhältnis [Sch91].

$$Ro = \frac{\rho u_x^2 L^2}{\rho \omega_0 u_x L^3} = \frac{u}{\omega_0 L} \quad (2.62)$$

L steht für eine charakteristische Länge, ω_0 für eine charakteristische Winkelgeschwindigkeit und u_x bezeichnet die massengemittelte axiale Geschwindigkeit. Je größer die Drallstärke ist, desto kleiner wird die Rossbyzahl.

Oft gebräuchlich ist auch die Drallzahl S , die als das Verhältnis aus axialem Drehimpulsfluss \dot{D} zum Axialimpulsfluss \dot{I} definiert ist. Um sie dimensionslos zu machen, wird ein charakteristisches Längenmaß verwendet, für Drallbrenner meist der halbe Austrittsdurchmesser R [Fri03].

$$S = \frac{\dot{D}}{R \dot{I}} = \frac{2\pi \int_0^{r_{max}} \rho \left(u_x u_\varphi + \widetilde{u_x'' w_\varphi''} \right) r^2 dr}{R \cdot 2\pi \int_0^{r_{max}} \left(\rho \left(u_x^2 + \widetilde{u_x''^2} \right) + p - p_\infty \right) r dr} \quad (2.63)$$

In eingeschlossenen Strömungen ist das Druckfeld messtechnisch schwer zu bestimmen. Deshalb wird in solchen Fällen oft der Druckanteil vernachlässigt und eine vereinfachte Definition der Drallzahl verwendet.

Die Drallzahl ist eine Erhaltungsgröße [Hof94]. Näherungsweise gilt das auch für Rohrströmungen, wenn man die Verluste durch Reibung an der Wand vernachlässigt.

Zur Beurteilung der Stabilität gekrümmter Strömungen dient das Rayleighkriterium. Es basiert darauf, dass das Zentrifugalkraftfeld einer Drallströmung je nach Verteilung der Umfangsgeschwindigkeit dazu neigt, turbulente Schwankungen oder Sekundärströmungen zu dämpfen oder zu verstärken.

Wird ein Fluidelement an der Position r mit der Umfangsgeschwindigkeit $u_\varphi(r)$ um dr radial ausgelenkt, so besitzt es danach die Geschwindigkeit $u_{\varphi,dr}(r+dr) = u_\varphi(r) \cdot r / (r+dr)$. Dort wirkt volumenspezifisch die Kraft als Differenz der Zentrifugalkräfte auf das Element und auf seine Umgebung.

$$F_z = \frac{\rho u_\varphi^2(r+dr)}{r+dr} - \frac{\rho u_{\varphi,dr}^2(r+dr)}{r+dr} \quad (2.64)$$

Die resultierende Kraft wirkt nun entweder anregend oder dämpfend auf die Störung. Ihr Vorzeichen entspricht dem Vorzeichen des Zirkulationsgradienten der mittleren Strömungen an diesem Ort. Nach Rayleigh [Ray17] verhält sich die Strömung im Bezug auf eine solche Störung

$$\begin{aligned} \text{stabil bei:} & \quad \frac{\partial}{\partial r} \rho (r \bar{u}_\varphi)^2 > 0 \\ \text{indifferent bei:} & \quad \frac{\partial}{\partial r} \rho (r \bar{u}_\varphi)^2 = 0 \\ \text{instabil bei:} & \quad \frac{\partial}{\partial r} \rho (r \bar{u}_\varphi)^2 < 0. \end{aligned} \quad (2.65)$$

Konstante und mit dem Radius zunehmende Umfangsgeschwindigkeiten führen demnach zu stabilen Wirbelströmungen.

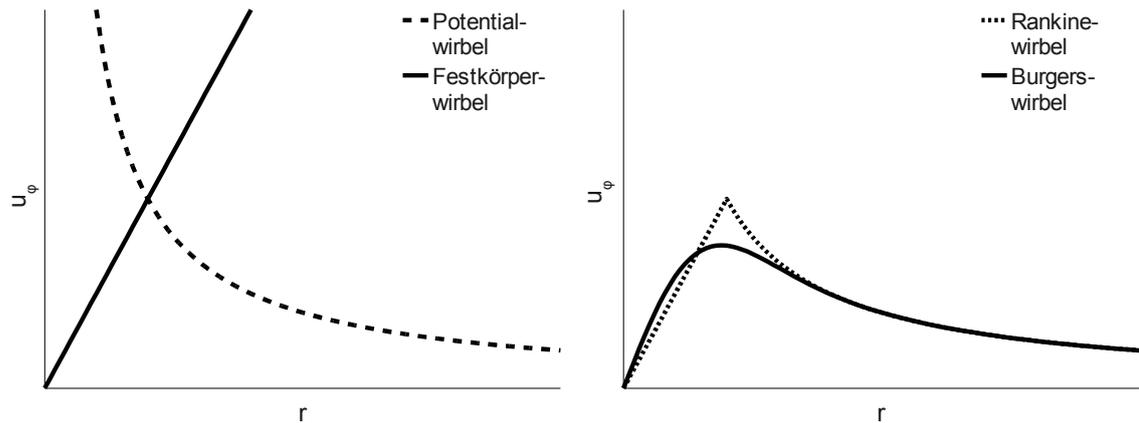


Abbildung 2.4: Verlauf der Umfangsgeschwindigkeit mit dem Radius für verschiedene Arten von Wirbeln.

Aus der Modellvorstellung der reibungsfreien Strömung stammt der Potentialwirbel. Im Potentialwirbel ist die Zirkulation über den Radius konstant, daraus folgt eine hyperbolische Geschwindigkeitsverteilung. Abbildung 2.4 zeigt den Verlauf der Umfangsgeschwindigkeit für den Potentialwirbel und andere im Folgenden vorgestellte Wirbelformen.

$$u_\varphi(r) = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \quad \Gamma(r) = \Gamma_0 \quad (2.66)$$

Nach dem Rayleigh-Kriterium ist solch ein Wirbel indifferent bei konstanter Dichte. Gerade in reagierenden Strömungen spielen Dichteänderungen zwar eine große Rolle, an dieser Stelle sollen sie aber im Zusammenhang mit dem Rayleighkriterium nicht weiter berücksichtigt werden, da sich in den im folgenden betrachteten Wirbelströmungen die Reaktionszone erst stromab des Wirbelzerfalls befindet. Wegen der konstanten Zirkulation sind Potentialwirbel drehungsfrei. Trotzdem erzeugen sie viskose Schubspannungen $\tau_{\varphi r}$.

$$\tau_{\varphi r} = \mu \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} \right) = -\frac{\mu \Gamma_0}{\pi r^2} \quad (2.67)$$

Wegen der hyperbolischen Geschwindigkeitsverteilung mit $u_\varphi \rightarrow \infty$ für $r \rightarrow 0$ geht auch die Schubspannung im Wirbelkern gegen unendliche Werte. Diese Dämpfung bewirkt bei realen Strömungen eine Umordnung zum Festkörperwirbel rund um die Wirbelachse. Festkörperwirbel weisen eine über den Radius konstante Wirbelstärke auf. Die Umfangsgeschwindigkeit steigt linear mit dem Radius an, während sich die Zirkulation quadratisch verhält.

$$u_\varphi(r) = C \cdot r \quad \Gamma(r) = 2\pi C r^2 \quad (2.68)$$

Ein Festkörperwirbel ist stabil. Er ist zwar drehungsbehaftet, es treten jedoch keine Schubspannungen $\tau_{\varphi r}$ gemäß Gleichung 2.67 auf, deshalb ist er nicht dissipativ. Der Rankinewirbel nähert einen realen Wirbel durch die Kombination von Potential-

und Starrkörperwirbel durch abschnittsweise Definition an.

$$u_\varphi(r) = u_\varphi^* \left(\frac{r}{r_c} \right)^n \begin{cases} n = 1; & 0 \leq r \leq r_c \\ n = -1; & r > r_c \end{cases} \quad (2.69)$$

Der Kernradius r_c legt die Trennung zwischen den beiden Wirbelformen fest, die maximale Umfangsgeschwindigkeit u_φ^* wird an dieser Position erreicht. Durch die abschnittsweise Definition kommt es bei r_c jedoch zu einer Unstetigkeit der Steigung. Mit einem Burgerswirbel lässt sich die Kombination aus Potential- und Starrkörperwirbel mit einem stetig differenzierbaren Übergang annähern. Die Umfangsgeschwindigkeit wird wie folgt beschrieben:

$$u_\varphi(r) = \frac{C_1}{r} \left(1 - e^{-C_2 r^2} \right) \quad (2.70)$$

Innerhalb einer Wirbelströmung wirken die Corioliskräfte stabilisierend, sie unterdrücken Bewegungen in radialer Richtung. Im Grenzfall sehr stark verdrallter Strömung verschwinden radiale Geschwindigkeitskomponenten. Dadurch verschwinden auch Geschwindigkeitsgradienten in achsparalleler Richtung und die Strömung verhält sich quasi zweidimensional. Das Phänomen wird als zweidimensionaler Zwang oder Taylor-Proudman-Theorem bezeichnet. Es wurde erstmals von Proudman beschrieben [Pro16] und von Taylor experimentell bestätigt [Tay21]. Sogenannte Taylor-Proudman-Säulen treten beispielsweise bei der erzwungenen Umströmung eines Störkörpers in einer Drallströmung auf. Schon weit vor dem Körper beginnt die Strömung zu divergieren.

Bei der hier untersuchten Strömung im Drallbrenner tritt zweidimensionaler Zwang im eigentlichen Sinn nicht auf, da die Drallzahlen noch zu niedrig sind. Jedoch ist für ähnliche Strömungen schon beobachtet worden, dass Querschnittsänderungen insbesondere am Auslass von Drallströmungen schon stromauf einen deutlichen Einfluss auf das Strömungsfeld haben [Hor85, HLL99, Hir95].

Verbunden mit der rückstellenden Wirkung von Coriolis- und Zentrifugalkräften neigen Drallströmungen zu instationärem und insbesondere periodischem Verhalten. Gerade in eingeschlossenen Drallströmungen kommt es oft zu einer Bewegung des Wirbelkerns um die Symmetrieachse des Rohres [Hol96, BBBS73, Bac97, Ste95]. Schon kleine Abweichungen von der Symmetrie des Drallerzeugers, aber auch Anregung durch turbulente Schwankungen können eine Nutationsbewegung, das sogenannte *vortex wandering*, bewirken.

Insbesondere auf die statistische Untersuchung des Turbulenzfeldes hat solch eine überlagerte periodische Bewegung einen großen Einfluß, da die ermittelten Geschwindigkeitsschwankungen sich nicht direkt der Turbulenz oder der Nutation zuordnen lassen. Mit Hilfe von Korrekturmethode lassen sich beide Phänomene bei der Bestimmung von Reynoldsspannungen weitgehend separieren [FSP02].

Insbesondere im Zusammenhang mit dem im folgenden Abschnitt beschriebenen Wirbelaufplatzen mit Bildung einer zentralen Rückströmzone kommt es zur Bildung von umlaufenden Wirbelfäden oder auch *precessing vortex cores* (PVC). Der Begriff bezeichnet die Auslenkung und Präzession des Festkörperwirbels [SB74, GLS84]

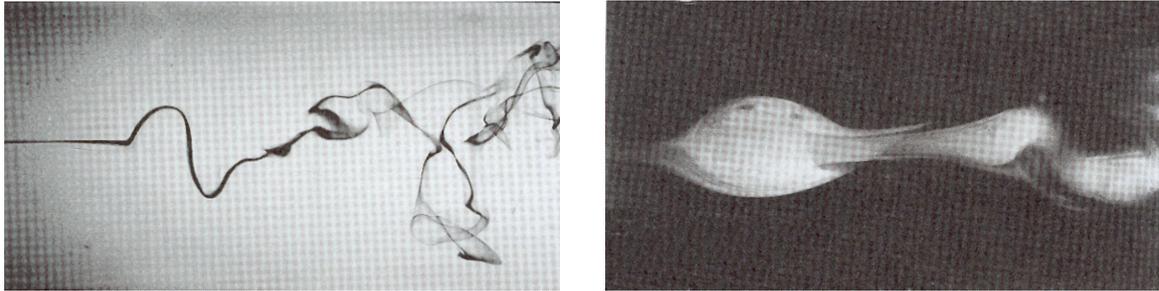


Abbildung 2.5: Formen des Wirbelaufplatzens [NU87]. Spiraliges Wirbelaufplatzen (links) und blasenförmiges Wirbelaufplatzen.

in der Scherschicht zwischen Rückströmzone und äußerer Strömung [Hol96]. PVC haben maßgeblichen Einfluss die Lage der Rückströmzone [SFOG96].

2.4.1 Wirbelaufplatzen

Die auffälligste Instabilität von verdrehten Strömungen ist das Wirbelaufplatzen (engl. *vortex breakdown*), bei dem sich ein grundsätzlich anderer Zustand der Drallströmung einstellt. Leibovich [Lei78] definiert das Wirbelaufplatzen als eine Störung der Drallströmung mit plötzlichem Übergang, die sich durch Ausbildung eines Staupunktes gefolgt von einer Rückströmzone darstellt.

Das Wirbelaufplatzen ist in diversen Arbeiten experimentell und numerisch untersucht worden. Lucca-Negro und O'Doherty [LNO01] geben einen Überblick über durchgeführte Studien.

Viele Arbeiten geben eine kritische Drallzahl S_{krit} an, ab der das Wirbelaufplatzen auftritt. Diese liegt im allgemeinen im Bereich $0,35 < S_{krit} < 1$. Da jedoch der Vorgang nicht nur vom Drallimpuls sondern auch sehr stark von seiner radialen Verteilung abhängt, lässt sich kein allgemein gültiges Kriterium anhand der Drallzahl angeben. Je nach Strömung tritt das Wirbelaufplatzen in unterschiedlichen Formen auf. Sarpkaya [Sar72] unterscheidet das doppelhelixförmige, das spiralige und das blasenförmige Aufplatzen. Eine Unterscheidung in sogar sechs Formen treffen Faler und Leibovich [FL77]. Die meisten der Formen sind jedoch auf niedrige Reynoldszahlen beschränkt.

Bei hohen Reynoldszahlen, wie sie in den hier untersuchten Anwendungen auftreten, sind nur spiraliges und blasenförmiges Wirbelaufplatzen anzutreffen. Beide Formen sind in Abbildung 2.5 dargestellt. Bei hohen Drallzahlen wird zudem die blasenförmige Ausbildung begünstigt, weshalb an den betrachteten Drallbrennern ausschließlich diese Form auftritt. Dabei erfolgt die Expansion des Wirbelkerns abrupt, die anschließende Rückströmzone ist weitgehend rotationssymmetrisch.

Das Wirbelaufplatzen zeichnet sich durch die Stagnation zum Beginn und eine darauf folgende Divergenz der Stromlinien aus. Der Vorgang ist in Abbildung 2.6 illustriert. Daraus lässt sich einerseits ein Kriterium für den Druckgradienten in axialer Richtung [Hal72] zum Eintritt des Wirbelaufplatzens herleiten, andererseits führt die divergierende Strömung auch zu einer Umorientierung und Streckung der Wirbelfäden.

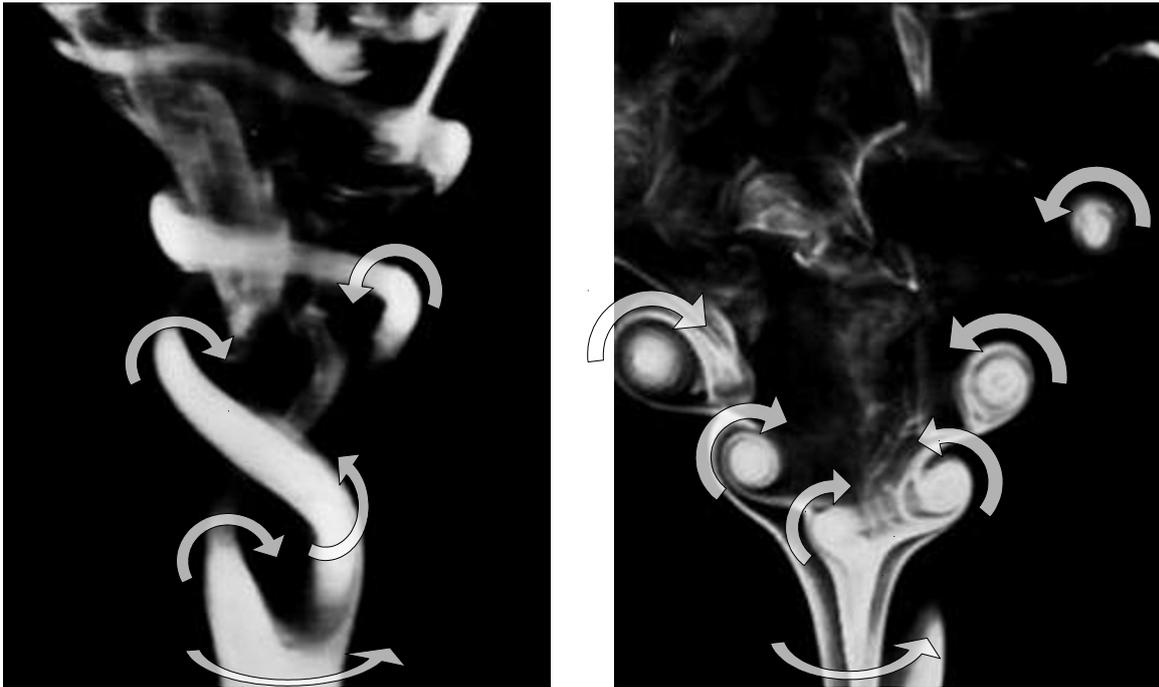


Abbildung 2.6: Doppelhelixförmiges Wirbelaufplatzen, die Wirbelfäden divergieren am Staupunkt. (Strömungsvisualisierung aus [KYL95])

Im Zusammenhang mit der Umverteilung von Wirbelstärke beschreiben Brown und Lopez [BL90] die Bedeutung von azimuthaler Wirbelstärke für die Bildung der Rezirkulationszone. Gemäß dem Biot-Savartschen Gesetz induziert negative azimuthale Wirbelstärke eine negative axiale Geschwindigkeit auf der Symmetrieachse. Somit leistet die Umverteilung einen Beitrag zur Ausbildung des notwendigen Druckgradienten und nur unter Auftreten negativer azimuthaler Wirbelstärke ist auch die Bildung einer Rückströmzone möglich.

Das Eintreten des Wirbelaufplatzens lässt sich durch die Wahl geeigneter Strömungsgeometrien auch gezielt herbeiführen, indem die Aufweitung der Stromlinien durch Querschnittserweiterung forciert wird. In Drallbrennern sorgt dieser Effekt für die Stabilisierung der Flamme. Dabei wird entweder ein plötzlicher Sprung im Durchmesser wie in den hier betrachteten Brennern verwendet oder ein Diffusor wie bei Biagioli et al. [BGS08].

TURBULENTE VORGEMISCHTE VERBRENNUNG

Verbrennung bezeichnet eine schnelle, sich selbst erhaltende Oxidation von Brennstoffen [Joo06]. Bei der Verbrennung werden Wärme und Licht abgegeben. Die Region, in der die Reaktion abläuft, ist die Flamme, ihre Form hängt unter anderem von der umgebenden Geometrie und der Strömung, in die sie eingebettet ist, ab.

Die Verbrennungsforschung unterscheidet allgemein zwischen vorgemischten Flammen, bei denen schon vor der Flammenfront ein homogenes Gemisch aus Brennstoff und Oxidator vorliegt, und Diffusionsflammen, in denen sich die Reaktionsprodukte erst in der Reaktionszone vermischen. In den hier betrachteten Fällen liegt ausschließlich perfekt vorgemischte Verbrennung in turbulenter Strömung vor. Im Folgenden wird die vorgemischte Verbrennung zunächst im laminaren, dann im turbulenten Fall betrachtet und anschließend die Vereinfachung und die mathematische Modellierung des Verbrennungsvorgangs beschrieben.

3.1 VORGEMISCHTE FLAMMEN

Wie im vorigen Kapitel beschrieben sind Strömungen in technischen Anwendungsfällen im Allgemeinen turbulent. Die chemische Reaktion wird durch den konvektiven Transport von Enthalpie und Spezies durch die Turbulenz stark beeinflusst. Dennoch können Verbrennungsvorgänge oft auf das Verhalten von laminaren Flammen zurückgeführt werden. Deshalb und zur Einführung der grundsätzlichen Vorgänge innerhalb der Flammenfront wird hier zunächst die laminare Verbrennung beschrieben.

Eine Modellvorstellung zur Beschreibung der laminaren Verbrennung ist die ebene und adiabate Flamme. Es bildet sich eine Flammenfront, bestehend aus Vorwärmzone und Reaktionszone, aus, die in ihrer Normalenrichtung mit einer konstanten Geschwindigkeit propagiert, der laminaren Flammengeschwindigkeit s_l . Die Verläufe von Speziesmassenbrüchen und Temperatur sind schematisch in Abbildung 3.1 dargestellt.

Innerhalb der Vorwärmzone wird durch Wärmeleitung und Diffusion die Temperatur des Gases bis zur Zündtemperatur erhöht. In der Modellvorstellung findet unterhalb der Zündtemperatur keinerlei chemische Reaktion statt. Auf die reale Flamme trifft das nicht zu, die stark temperaturabhängigen Reaktionsraten sind dort jedoch so klein, dass die Reaktion vernachlässigt werden kann.

In der Reaktionszone findet die eigentliche Reaktion statt und die Temperatur steigt bis auf die adiabate Flammentemperatur an. Während der chemischen Umwandlung von Edukten in Produkte finden zahlreiche Einzelreaktionen mit ebenso zahlreichen Spezies statt, die als Zwischenprodukte zum Ende der Gesamtreaktion größtenteils

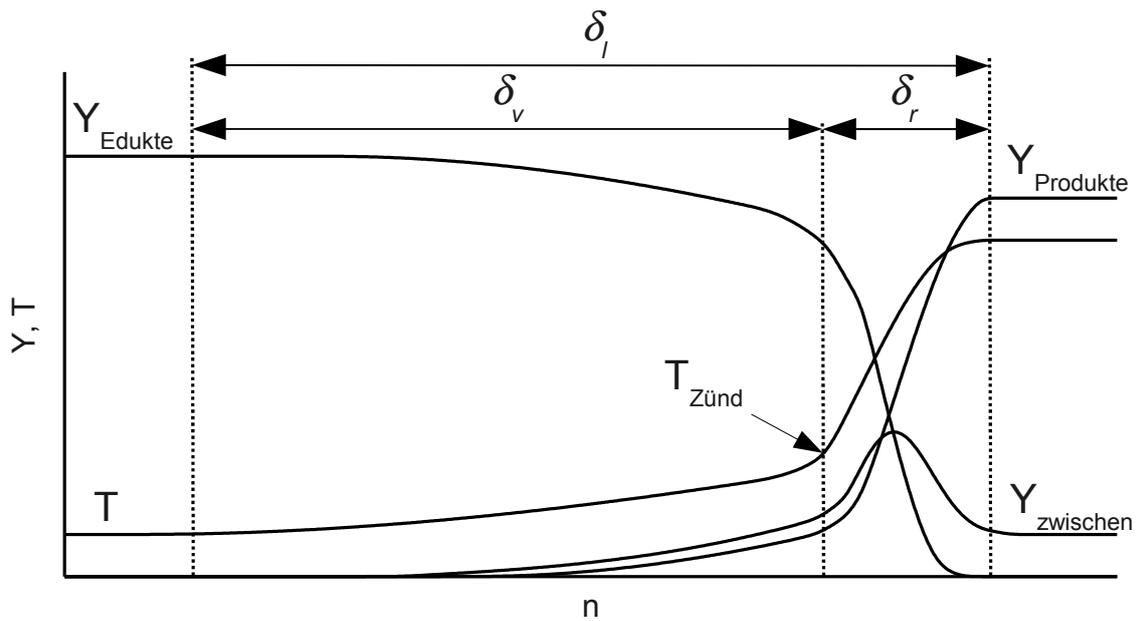


Abbildung 3.1: Verlauf durch eine ebene und adiabate laminare Flamme normal zur Flammenfront (n). In der Vorwärmzone δ_v wird die Temperatur erhöht bis zum Erreichen der Zündtemperatur $T_{\text{Zünd}}$. Anschließend beginnt die Reaktion in der Reaktionszone δ_l , Edukte reagieren zu Zwischenprodukten und Produkten.

wieder verschwunden sind.

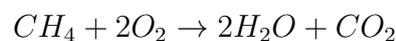
Den Anfang bilden Startreaktionen, bei denen nach Zuführung ausreichender Aktivierungsenergie aus bis dahin stabilen Molekülen beispielsweise durch Kollisionen mit anderen Molekülen reaktive Spezies (Radikale) entstehen. Bei der Methanverbrennung wäre solch eine Startreaktion die Kollision von Methan mit einem anderen Molekül M , bei der ein Methyl- und ein Wasserstoffradikal entstehen.



Dieser Schritt leitet eine Kettenreaktion ein (Ketteneinleitung). Die darauf folgenden Reaktionen produzieren entweder mehr Radikale (Kettenverzweigung), halten deren Zahl konstant (Kettenfortpflanzung) oder bauen sie ab (Kettenabbruch). Kettenverzweigungen sind von besonderer Bedeutung am Anfang der Reaktion, weil sie die Zahl aktiver Moleküle exponentiell steigern.

Ein häufig verwendeter Mechanismus zur Beschreibung der Erdgasverbrennung ist GRI-Mech 3.0 des Gas Research Institute in Berkeley [BHD⁺05]. Er umfasst 325 Elementarreaktionen und 53 Spezies.

Die chemische Reaktion läuft jedoch sehr schnell ab im Verhältnis zu den Vorgängen der Strömung. Daher lässt sich unter der Annahme, dass das chemische Gleichgewicht auf der Seite der Produkte liegt, die Verbrennung durch eine einzige und globale Einzschritt Reaktion wiedergeben. Der rechnerische Aufwand bei der Simulation kann damit erheblich verringert werden.



Von wesentlicher Bedeutung für den Ablauf der Reaktion ist das Verhältnis zwischen dem vorhandenen Sauerstoff und Brennstoff. Sind im Gemisch genau so viele Moleküle vertreten, dass der gesamte Brennstoff mit dem gesamten Sauerstoff reagiert, so spricht man von stöchiometrischem Gemisch. Liegt mehr Brennstoff vor, bezeichnet man das Gemisch als fett, bei mehr Sauerstoff als mager. Durch die Erwärmung der nicht reagierenden Anteile fällt in beiden Fällen die adiabate Flammentemperatur niedriger aus als im stöchiometrischen Fall. Darüber besteht auch ein Einfluss auf die Reaktionsrate, da die Vorwärmung des unverbrannten Gases mehr oder weniger stark ausgeprägt stattfindet.

Mit Hilfe der Luftzahl λ oder des Äquivalenzverhältnisses $\varphi = 1/\lambda$ kann das Gemisch charakterisiert werden. $\lambda = 1$ bedeutet ein stöchiometrisches Verhältnis, $\lambda > 1$ steht für mageres und $\lambda < 1$ für fettes Gemisch. Aus dem Mol- bzw. Massenstrom folgt die Gleichung

$$\lambda = \frac{\dot{N}_{Luft}}{\dot{N}_{Luft, \text{ stöchiometrisch}}} = \frac{\dot{m}_{Luft} \cdot M_{Br}}{L_{min, Br} \cdot \dot{m}_{Br} \cdot M_{Luft}}. \quad (3.1)$$

Der minimale Luftbedarf des Brennstoffes $L_{min, Br}$ bezeichnet das Verhältnis der Stoffmengen von Luft zu Brennstoff bei stöchiometrischer Verbrennung.

$$L_{min, Br} = \left(\frac{N_{Luft}}{N_{Br}} \right)_{\text{ stöchiometrisch}} \quad (3.2)$$

Die Bestimmung der laminaren Flammgeschwindigkeit ist Gegenstand zahlreicher theoretischer und experimenteller Untersuchungen. Mallard und LeChatelier [ML83] geben den Zusammenhang

$$s_l \propto \sqrt{a\Omega} \quad (3.3)$$

an mit der Temperaturleitfähigkeit a und der Reaktionsrate $\Omega = dY_{Br}/dt$, also der zeitlichen Änderung des Brennstoffmassenbruchs. Trotz der starken Vereinfachung gibt der Ansatz den starken Zusammenhang zwischen Reaktionsgeschwindigkeit und diffusiven Mischungsprozessen deutlich wieder.

Im Folgenden wird die laminare Flammgeschwindigkeit über eine empirische Beziehung nach Peters [Pet99] als Funktion von Luftzahl und Temperatur des frischen Gases sowie des lokalen Druckes berechnet.

$$s_{l0} = f(T_u, \lambda, p) \quad (3.4)$$

Bei bekannter laminarer Flammgeschwindigkeit lässt sich die Dicke der Flammenfront δ_l nach Gaydon und Wolfhart [GW70] aus der Dimensionsanalyse bestimmen zu

$$\delta_l = \frac{a}{s_l}. \quad (3.5)$$

Mit Hilfe der reduzierten Aktivierungsenergie β kann das Verhältnis der Dicken von Flammenfront und Vorwärm- bzw. Reaktionszone, δ_v und δ_r , bestimmt werden [Cla94, Pet92].

$$\frac{\delta_r + \delta_v}{\delta_r} = \frac{\delta_l}{\delta_r} = \beta \approx 8 \dots 10 \quad (3.6)$$

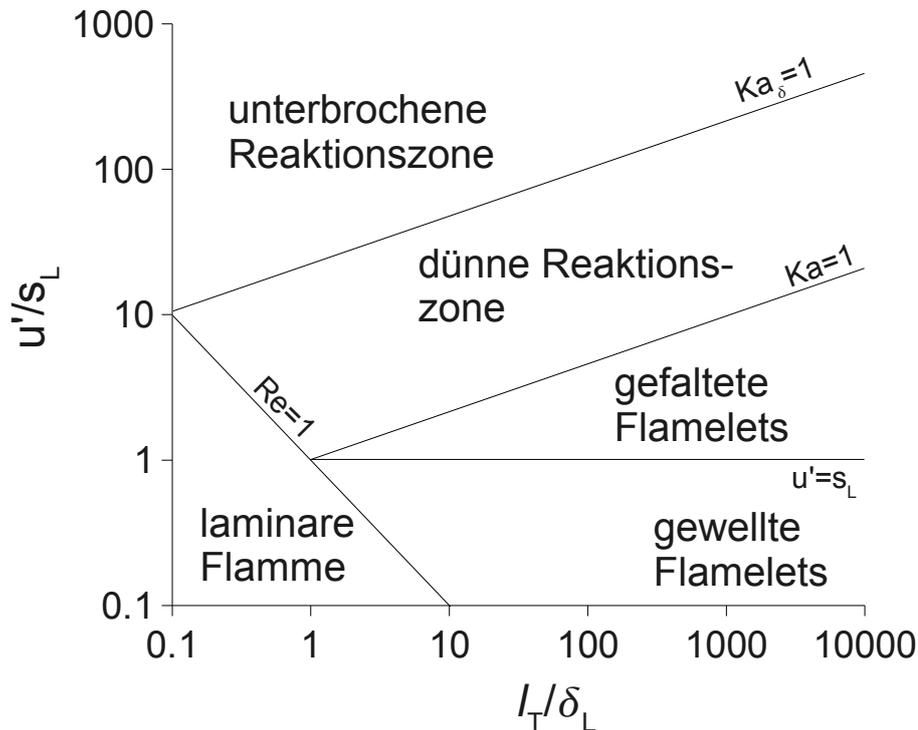


Abbildung 3.2: Regimediagramm vorgemischter Flammen nach Borghi [Bor84] und Peters [Pet94].

Findet die Verbrennung in einer turbulenten Strömung statt, so bildet sich keine glatte Flammenfront mehr aus. Vielmehr wird die Reaktionszone durch die turbulenten Wirbel konvektiv verformt. Es erfolgt eine Vermischung von Edukten, Produkten und Zwischenprodukten, außerdem kommt es zu einer Vergrößerung der Flammenoberfläche. Dadurch kommt es zu einem höheren Umsatz an Brennstoff. In Momentanaufnahmen sind gewellte und durchbrochene Oberflächen zu sehen.

Zur Charakterisierung des Einflusses der Turbulenz auf die Struktur der Reaktionszone werden meist Kriterien nach Borghi [Bor84] und Peters [Pet94] verwendet und der Zustand der Flamme im Regimediagramm dargestellt. Abbildung 3.2 zeigt ein solches Regimediagramm. In doppelt logarithmischer Skalierung ist die turbulente Fluktuationsgeschwindigkeit über dem integralen Längenmaß der turbulenten Wirbel aufgetragen. Die Fluktuationsgeschwindigkeit wird bezogen auf die laminare Flammengeschwindigkeit (u'/s_l), das Längenmaß auf die laminare Flammendicke (l_t/δ_l).

Ist die Schmidtzahl eins, der Diffusionskoeffizient der Mischung also genauso groß wie die kinematische Viskosität ($Sc = \nu/D = 1$), so kann die turbulente Reynoldszahl ausgedrückt werden als

$$Re_t = \frac{u' l_t}{\nu} = \frac{u'}{s_l} \cdot \frac{l_t}{\delta_l} \quad (3.7)$$

Im Bereich $Re_t < 1$ herrscht laminare Verbrennung, da turbulente Bewegungen zu schnell gedämpft werden. Im Bereich der turbulenten Verbrennung ($Re_t > 1$) werden mit der Karlovitzzahl und der Damköhlerzahl zwei weitere dimensionslose Kennzahlen

eingeführt.

Die Karlovitzzahl bezeichnet das Verhältnis zwischen der chemischen Zeitskala der Reaktion ($\tau_c = \delta_l/s_l$) und der Zeitskala der kleinsten turbulenten Bewegungen, der Kolmogorov-Zeitskala ($\tau_\eta = (\nu/\varepsilon)^{1/2}$).

$$Ka = \frac{\tau_c}{\tau_\eta} = \frac{\delta_l/s_l}{(\nu/\varepsilon)^{1/2}} \quad (3.8)$$

Peters [Pet00] gibt auch die Beziehung $Ka = \delta_l^2/\eta^2$ an.

Ist $Ka < 1$, so findet die Reaktion schneller statt als die Dauer einer Umdrehung der kleinsten Wirbel. Außerdem lässt sich zeigen, dass die Kolmogorov-Länge größer ist als die laminare Flammendicke. Wirbel können also nicht in die Flamme eindringen, sondern lediglich die laminare Flammenfront verformen. Daher liegen lokal laminare Vormischflammen, sogenannte Flamelets, eingebettet in die turbulente Strömung vor. Die vergrößerte Oberfläche bewirkt jedoch im Vergleich zur laminaren Flamme schon eine deutlich erhöhte Umsatzrate.

Borghi [Bor84] zieht zur Unterscheidung weiterer Regimes die Damköhlerzahl als Verhältnis zwischen dem chemischen Zeitmaß und dem integralen turbulenten Zeitmaß heran.

$$Da = \frac{\tau_t}{\tau_c} = \frac{\ell_t s_l}{u' \delta_l} \quad (3.9)$$

Im Regime $Da > 1$ laufen turbulente Mischprozesse schneller ab als chemische Reaktionsprozesse, daher wird der Bereich als homogene Reaktion bzw. perfekter Rührreaktor beschrieben.

Peters [Pet94] dagegen führt als weiteres Kriterium anstelle der Damköhlerzahl die Karlovitzzahl bezogen auf die Dicke der Reaktionszone ($\tau_\delta = \delta_r/s_l$) ein. Letztere wird üblicherweise mit einem Zehntel der Dicke der Vorwärmzone abgeschätzt, so folgt

$$Ka_\delta = \frac{\tau_\delta}{\tau_\eta} = \frac{\delta_r^2}{\eta^2} = \frac{1}{100} Ka \quad (3.10)$$

Im Bereich $Ka > 1$ und $Ka_\delta < 1$ liegt dann das Regime der dünnen Reaktionszonen. Die kleinsten Wirbel sind hier kleiner als die Dicke der Flammenfront, jedoch noch größer als die Reaktionszone. Die Vorwärmzone wird durch turbulente Mischung stark vergrößert, nicht jedoch die Reaktionszone.

Liegt auch $Ka_\delta > 1$, so dringen die turbulenten Wirbel auch in die Reaktionszone ein, was nicht nur zu einer Aufdickung führt, sondern auch zur lokalen Vermischung von reagierenden Spezies. Es ist keine eindeutige Flammenfront mehr vorhanden, man spricht von aufgebrochenen Reaktionszonen.

Die turbulente Faltung der Flammenfront bewirkt eine größere Flammenoberfläche und damit auch einen größeren Reaktionsumsatz. Weil die Flamme in der Lage ist, die Edukte schneller umzusetzen, kann sie sich auch schneller gegenüber der Strömung ausbreiten. Man spricht von der turbulenten Flammengeschwindigkeit s_t . Sie zu bestimmen in Abhängigkeit von der laminaren Flammengeschwindigkeit und von lokalen oder integralen turbulenten Größen spielt bei der Modellierung der Verbrennung im folgenden Abschnitt eine wesentliche Rolle.

3.2 MODELLIERUNG TURBULENTER VORGEMISCHTER VERBRENNUNG

Zur Simulation der Verbrennung wird ein Kriterium benötigt, das die Position der Flammenfront festlegt. In vorgemischten Flammen eignet sich als solches der Reaktionsfortschritt. Er wird dargestellt mit Hilfe einer Reaktionsfortschrittsvariablen, die in unverbranntem Zustand zu null und verbrannt zu eins definiert ist. Im Verlauf der Reaktion steigt sie monoton und stetig an.

Der Reaktionsfortschritt kann durch jede Größe definiert werden, die bei der Reaktion stetig und monoton steigt oder fällt. Meist wird der Massenbruch von Brennstoff oder CO_2 verwendet und zur Normierung auf die maximale Änderung bezogen. Anstelle der Massenbrüche wird im adiabaten Fall auch die Temperatur eingesetzt.

$$c = \frac{Y_{Br} - Y_{Br,u}}{Y_{Br,b} - Y_{Br,u}} = \frac{T - T_u}{T_b - T_u} \quad (3.11)$$

Anstatt für jede chemische Spezies eine eigene Transportgleichung zu lösen, kann nun die Reaktion durch die Lösung einer einzigen Transportgleichung für c wiedergegeben werden. Die Transportgleichung orientiert sich an der in Kapitel 2 eingeführten Skalartransportgleichung in dichtegewichtet gemittelter (Gleichung 2.37) bzw. bei Grobstruktursimulationen in gefilterter Form (Gleichung 2.54). Da die Entwicklung dieser Verbrennungsmodelle ihren Ursprung in der RANS Simulation hat, werden die Modelle hier zunächst nur in der Favre-gemittelten Form dargestellt.

$$\frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{c}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{u}_i \tilde{c}}{\partial x_i} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\bar{\rho} \frac{\tilde{v}}{S_c} \frac{\partial \tilde{c}}{\partial x_j} + \tilde{\rho} \tilde{u}_j'' \tilde{c}'' \right) + \bar{S}_c \quad (3.12)$$

Zur Schließung des Reaktionsquellterms \bar{S}_c muss ein geeignetes Modell gewählt werden.

Ein wegen seiner Einfachheit häufig implementiertes Modell ist das Eddy-Breakup-Modell (EBU) [Spa71, Spa76]. Es beruht auf der Annahme, dass bei hoher Turbulenz ($Re \gg 1$ und $Da \gg 1$) die Reaktionsrate im wesentlichen vom Zeitmaß der turbulenten Mischung $\tau_t = \tilde{k}/\tilde{\varepsilon}$ abhängt.

Das Modell von Zimont [ZPBW98], auch oft als Turbulent Flamespeed Closure Modell (TFC) bezeichnet, schließt den Reaktionsquellterm über die Annahme, dass die Flamme mit der turbulenten Flammengeschwindigkeit s_t in das unverbrannte Gas hinein propagiert. Modelle zur Bestimmung der turbulenten Flammengeschwindigkeit wurden beispielsweise von Zimont und Mesheriakov [ZM88] oder von Schmidt [SHL98] hergeleitet. Sie geben meist das Verhältnis von s_t/s_l als Funktion der Turbulenzintensität und der Längenmaße von Turbulenz und Flamme an.

$$\frac{s_t}{s_l} = f \left(\frac{u'}{s_l}, \frac{\ell}{\delta_{l0}} \right) \quad (3.13)$$

Eine Adaption des TFC-Modells für Large-Eddy-Simulation wird in [ZB06] beschrieben.

Sowohl das EBU- als auch das TFC-Modell wurden von Kiesewetter zur Simulation des CIVB verwendet [Kie05]. Mit beiden Modellen ist es prinzipiell möglich, Flammenrückschläge zu erzeugen. Es entstehen jedoch relativ dünne Reaktionszonen im

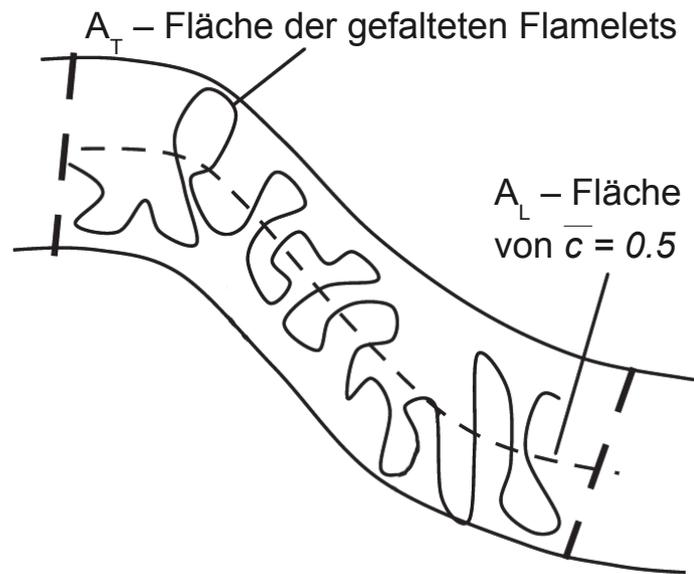


Abbildung 3.3: Schematischer Flammenquerschnitt mit laminarer und turbulenter Flammenoberfläche (nach [Dri08]).

Bereich der Rezirkulationsblase, während Kiesewetter aus den Messungen von Fritz und Kröner [KFS03] größere Flammendicken erwartet. Das TFC-Modell führt zudem bei zu hohen Luftzahlen schon zum Flammenrückschlag, die Möglichkeit der Kalibrierung ist aber in der ursprünglichen Formulierung nicht vorgesehen.

Ein anderer Ansatz verwendet die sogenannte Flammenoberflächendichte zur Beschreibung der Reaktionsrate. Die Flammenoberflächendichte bezeichnet die Oberfläche der Flammenfront bezogen auf ein Volumen. Damit geht die Methode von einer sehr dünnen Reaktionszone aus, die als Fläche konvektiv und diffusiv durch das Strömungsfeld transportiert wird und sich dabei krümmt und streckt. Der Reaktionsquellterm besteht dann aus einer Umsatzgeschwindigkeit $\dot{\Omega}$, die die chemische Reaktion pro Flammenfläche wiedergibt, und einem strömungsbezogenen Anteil, der Flammenoberflächendichte Σ .

$$\overline{S_c} = \dot{\Omega} \Sigma \quad (3.14)$$

Wegen dieser Trennung von Chemie und Turbulenz wird $\dot{\Omega}$ oft auf Basis einer laminaren, ebenen, ungestreckten Flamme ausgedrückt. In den folgenden Herleitungen wird so der Einfluss von Krümmung, Streckung und Faltung der Flamme auf die Umsatzgeschwindigkeit vernachlässigt. Man gelangt zum Ausdruck

$$\overline{S_c} = \rho_u s_{l0} \Sigma. \quad (3.15)$$

mit ρ_u als der Dichte des unverbrannten Gases. Abbildung 3.3 zeigt den Aufbau einer solchen Flammenzone gemäß [Dri08]. Die Oberfläche der turbulenten Flamme A_t lässt sich danach bestimmen durch die Integration der Oberflächendichte über das Flammenvolumen, wobei das Volumen der Flamme gleich der laminaren Flammen-

oberfläche A_l mal der Flammendicke entlang der Normalenkoordinate \mathbf{n} ist.

$$A_t = \int \Sigma dV = \int \Sigma (A_l d\mathbf{n}) \quad (3.16)$$

Die über die Flammenfront umgesetzte Masse lässt sich entweder bezogen auf die laminare Flammenfläche mit der turbulenten Flammengeschwindigkeit als $\rho s_t A_l$ angeben oder gleichermaßen bezogen auf die turbulente Flammenoberfläche mit der mittleren laminaren Verbrauchsgeschwindigkeit als $\rho s_v A_t$. Bray und Cant [BC91] führen für das Verhältnis zwischen s_v und s_{l0} den Streckungsfaktor I_0 ein. Aus Gleichsetzen der beiden Umsatzbeziehungen und Einsetzen von Gleichung 3.16 folgt

$$\frac{s_t}{s_{l0}} = I_0 \frac{A_t}{A_l} = I_0 \int \Sigma d\mathbf{n}. \quad (3.17)$$

Zur Bestimmung von Σ wurden verschiedene Modelle vorgestellt. Einen algebraischen Ansatz verfolgen Bray und Peters [BP94]. Im Zusammenhang mit dem BML-Modell [MB77] gehen sie davon aus, dass die Flammenoberflächendichte vom integralen Längenmaß sowie den turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen abhängt und gelangen zur Formulierung

$$\Sigma = \ell^{-1} \frac{u'}{s_{l0}} \bar{c} (1 - \bar{c}) C_L. \quad (3.18)$$

Der Term $\bar{c}(1 - \bar{c})$ stellt darin die Wahrscheinlichkeit dar, dass sich die Flammenfront an einer Position aufhält. Er nähert eine Gauss-Verteilung an.

Für LES entwickelte Boger [BVBT98] ein algebraisches Modell zur Bestimmung der Subgrid-Flammenoberflächendichte aus der Analyse von DNS Daten einer Flamme in isotroper, homogener Turbulenz. In Abhängigkeit von der Filterweite Δ und mit der Modellkonstante β gelangt er zum Ausdruck

$$\Sigma = 4\beta \frac{\tilde{c}(1 - \tilde{c})}{\Delta}. \quad (3.19)$$

Der Term $\Delta/4\beta$ stellt das Längenmaß der Subgrid-Flammenfaltung dar. Es hängt somit nicht direkt von der Subgrid-Turbulenz ab, sondern kann lediglich für ähnliche Strömungen kalibriert werden. Innerhalb gewisser Grenzen können so mit einer Kalibrierung beispielsweise verschiedene Zustände ähnlicher Turbulenz an einem Brenner betrachtet werden [TPKH09, TPKS10]. Ändert sich jedoch die Gitterauflösung bzw. die Filterweite, so muss β neu bestimmt werden.

Gouldin [Gou87, GBC89] verfolgt einen komplexeren Ansatz, nach dem die Flammenoberfläche fraktal aufgebaut ist. Dabei treten minimale und maximale Längenmaße auf, die das Spektrum der turbulenten Wirbel repräsentieren. Lindstedt und Vaos [LV99] greifen diese fraktale Betrachtung für einen algebraischen Ausdruck der Flammenoberflächendichte auf. Die Methode wird im folgenden Abschnitt ausführlich hergeleitet und für die Large Eddy Simulation adaptiert.

Direkt für LES konzipiert ist das dynamische Flammenoberflächendichtenmodell von Knikker [KVM02, KVM04]. Es beruht auf einem Ähnlichkeitsansatz analog zum Turbulenzmodell von Germano [GPMC91].

$$\Sigma = \underbrace{\Pi(\hat{c}, \hat{\Delta})}_{\text{aufgelöst}} + K_s \underbrace{\left[\Pi(\bar{c}, \bar{\Delta}) - \Pi(\hat{c}, \hat{\Delta}) \right]}_{\text{zu modellieren}} \quad (3.20)$$

Daneben wird auch hier eine fraktale Form der Flammenfront angenommen und zur Bestimmung des Koeffizienten K_s verwendet [KVM04, GIMM07].

Ein Schwachpunkt der bisher vorgestellten Modelle mit algebraischen Schließungsansätzen ist die Abhängigkeit der Flammenfaltung von der Vorgeschichte der Strömung, also dem Einfluß der Geometrie [Dri08]. Für algebraische Modelle erfordert dies eine Kalibrierung von Modellkonstanten für unterschiedliche Anwendungsfälle. Eine größere Unabhängigkeit von der Geometrie schaffen Modelle, die für den Faltungseinfluß eine weitere Transportgleichung lösen. Das Coherent Flamelet Model (CFM) [VDP94, MP91] löst eine Transportgleichung für Σ . Das Wrinkling-Transport-Model [WTGF98] dagegen beinhaltet eine Transportgleichung für einen Faltungsfaktor. Adaptionen der Modelle für LES wurden unter anderem in [HC01, CMV02] veröffentlicht. In den hier betrachteten Konfigurationen ist dies nicht nötig, da die Entstehung der Turbulenz in den Drallbrennern relativ ähnliche Strukturen aufweist und die Strömung keinen langen Vorlauf zur Verbrennungszone hat.

Im Zusammenhang mit LES findet auch das Artificially-Thickened-Flame (ATF) Modell [CDVP00] Anwendung, das durch eine künstliche Aufdickung der Flammenfront für numerische Stabilität sorgt. Die Reaktion wird hierbei im Allgemeinen über einen Arrhenius-Ansatz wiedergegeben, der Reaktionsquellterm jedoch um einen Faktor F reduziert. Um die Flammengeschwindigkeit konstant zu halten, wird dann jedoch der Diffusionsterm um den gleichen Faktor F erhöht. Der Einfluss der nicht aufgelösten Flammenfaltung wird durch die Effizienzfunktion E modelliert. Die Effizienzfunktion bezeichnet das Verhältnis der Faltungsfaktoren von aufgedickter zu originaler Flamme. In der dynamischen Variante des Modells (DTF) [LPV00] greift F nur im Bereich der Reaktionszone, in der übrigen Strömung bleibt die Diffusion unverändert.

Das ATF und das DTF Modell eignen sich auch zur Simulation des verbrennungsinduzierten Wirbelaufplatzens [SGP⁺04, TP08], es fehlt jedoch ein entsprechendes Modell für RANS, um mit beiden Methoden direkt vergleichbare Ergebnisse zu erzielen.

3.3 FRAKTALE BESCHREIBUNG DER FLAMMENOBERFLÄCHE

Wie im im vorangegangenen Abschnitt dargestellt, kann man sich eine turbulente Flammenfront unter bestimmten Voraussetzungen als eine Oberfläche aus laminaren Flamelets vorstellen, die von den turbulenten Wirbeln verschiedener Größe verformt und gefaltet wird. So bildet sich eine raue und unregelmäßige Oberfläche aus, die schwierig zu charakterisieren ist.

Zur mathematischen Beschreibung eignet sich die Fraktaltheorie. Der von Mandelbrot [Man00] geprägte Begriff Fraktal bezeichnet Gebilde, die einen hohen Grad von Selbstähnlichkeit und Skaleninvarianz aufweisen. In der Natur existieren etliche fraktale Beispiele wie Farnblätter oder die Blüten des Romanesco. Meist weisen diese Fraktale nur wenige Stufen der Selbstähnlichkeit auf.

Neben diesen regelmäßigen Fraktalen sind fraktale Strukturen mit statistischer Selbstähnlichkeit wesentlich weiter verbreitet. Sie sind bei Bäumen, Flusssystemen oder

Blutgefäßen zu betrachten. Auch Küstenlinien haben fraktale Eigenschaften. So hängt die Länge einer Küstenlinie wesentlich vom Maßstab der Bestimmung ab, ähnlich wie dies auch bei der Koch-Kurve [vK04] der Fall ist.

Wird eine Küstenlinie durch N Elemente der Länge ε dargestellt, so beträgt ihre Länge $N \cdot \varepsilon$. Je kleiner ε nun gewählt wird, desto größer ist die bestimmte Länge, da die Linie für jedes ε durch ihre Rauheit nie genau die Küstenlinie wiedergibt.

Trägt man die gemessene Länge gegenüber dem Längenmaß ε an, so wird erkennbar, dass die Länge exponentiell vom Längenmaß, nämlich von ε^{1-D} , abhängt, wobei D die fraktale Dimension oder auch Hausdorff-Dimension ist. Sie ist definiert als

$$D = \frac{\log(\text{Anzahl selbstähnlicher Teile})}{\log(\text{Verkleinerungsfaktor})} \quad (3.21)$$

Für die betrachtete Küstenlinie bedeutet eine Dimension von $D = 1$ eine glatte Kurve, während sie für $D = 2$ flächenfüllend wird.

Zur Beschreibung turbulenter Flammen wird die Betrachtung von Linien auf Flächen erweitert. Deren Flächeninhalt steigt mit ε^{2-D} und die fraktale Dimension nimmt Werte zwischen 2 und 3 an.

Mandelbrot [Man75] untersuchte Flächen konstanter Eigenschaften in homogener, isotroper Turbulenz. Dafür geht er von einem Volumen L^3 aus, das statistisch gleichförmig mit einer gefalteten Fläche ausgefüllt ist. Die Skalen der Faltung sind selbstähnlich. Unterteilt man nun das Volumen in Hexaederzellen mit der Kantenlänge ε , so ist die Anzahl der Zellen, die von der Oberfläche berührt werden, proportional zu $(L/\varepsilon)^D$. Eine glatte Fläche hat dann die Dimension $D = 2$. Mit zunehmender Rauheit geht D gegen 3, so dass die Fläche das gesamte Volumen einnimmt.

Für den zu bestimmenden Flächeninhalt im Volumen L^3 bei der Bestimmung mit dem Maßstab ε bedeutet das

$$A \sim \varepsilon^{2-D} L^D \quad (3.22)$$

Statistische Überlegungen mit Gaussischen Zufallsverteilungen führen Mandelbrot zu einer fraktalen Dimension von $D = 2\frac{2}{3}$ bei Gauss-Kolmogorov-Turbulenz und $D = 2\frac{1}{2}$ bei Gauss-Bergers-Turbulenz. Experimentelle Untersuchungen führen zu Werten zwischen 2,35 und 2,6 [Lov82, HP84, SM86].

Die Dissipation der Turbulenz bei kleinen Skalen übertragen auf die gefaltete Flammenoberfläche lässt auf ein minimales Längenmaß der Faltung in der Größenordnung der Kolmogorovlänge η schließen. Somit ist die Flammenoberfläche endlich. Gleichmaßen ist als maximales Längenmaß das integrale Längenmaß der Turbulenz zu erwarten. Diese beiden Skalen werden als innere bzw. äußere Schranke bezeichnet (ε_i , ε_o).

Um von der Flammenoberfläche A in Gleichung 3.22 zur Flammenoberflächendichte zu gelangen, bezieht Gouldin [Gou87, GBC89] die Oberfläche auf das Volumen L^3 und führt eine Proportionalitätskonstante C ein. Außerdem wird als fraktales Längenmaß die innere Grenze ε_i eingesetzt.

$$\frac{A}{L^3} = C \cdot \left(\frac{\varepsilon_i}{L}\right)^{(2-D)} L^{-1}. \quad (3.23)$$

Die von Mandelbrot betrachteten Isoflächen füllen den gesamten Raum L^3 gleichmäßig aus. Eine Flamme dagegen füllt nicht das gesamte Volumen aus, da sie im Vergleich

zu L relativ dünn ist. Stattdessen wird von Gouldin angenommen, dass die Flamme ein kleineres Kontrollvolumen ℓ_c^3 in der gleichen Weise ausfüllt wie eine der vorher betrachteten Isoflächen das Volumen L^3 , sofern sie sich innerhalb von ℓ_c^3 befindet. Weil jedoch auch die Möglichkeit besteht, dass die Flamme sich nicht innerhalb des Kontrollvolumens befindet, wird der Ausdruck für die Flammenoberflächendichte um eine Wahrscheinlichkeitsfunktion P_c für die Flammenanwesenheit erweitert.

$$\Sigma = \frac{A_c}{\ell_c^3} = C \cdot \left(\frac{\varepsilon_i}{\ell_c} \right)^{2-D} \ell_c^{-1} \cdot P_c \quad (3.24)$$

Entlang einer Linie normal zur Flammenfront entspricht die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Aufenthalt der Flammenoberfläche einer Gaussverteilung. Eine Näherung für dünne Flammen wird von Miles und Gouldin [MG86] angegeben mit

$$p_c(\mathbf{n}) = C_p \cdot \tilde{c}(\mathbf{n}) \cdot (1 - \tilde{c}(\mathbf{n})) \quad (3.25)$$

Die Koordinate normal zur Flammenfront ist \mathbf{n} , zur Normierung der Wahrscheinlichkeit wird die Konstante C_p eingeführt. Die Wahrscheinlichkeit, die Flamme innerhalb von ℓ_c vorzufinden, ist gleich der Wahrscheinlichkeitsdichte integriert über ℓ_c . Über die gesamte Flammenzone δ_t muss die Wahrscheinlichkeit eins betragen, so dass gilt $C_p \sim \delta_t^{-1}$. P_c wird damit zu

$$P_c = \tilde{c}(\mathbf{n}) \cdot (1 - \tilde{c}(\mathbf{n})) \frac{\ell_c}{\delta_t} \quad (3.26)$$

In homogener Turbulenz mit einer Schmidt-Zahl von eins ist das kleinste Längenmaß, das in der Faltung der Flammenoberfläche auftritt, die Kolmogorov Länge η . Lindstedt und Sakthitharan [LS91] zeigen, dass die Verwendung der Gibson-Länge als innere Grenze zum Eddy-Breakup-Modell führt, das jedoch den Anstieg der Flammenoberfläche mit steigender Turbulenzintensität nicht wie erwartet wiedergeben kann. Deshalb verwenden sie als innere Grenze η . Die äußere Grenze ℓ_c hängt vom integralen Längenmaß der Turbulenz ℓ_t ab. Da die größten auftretenden Skalen von der Größenordnung ℓ_t sind, können diese beiden Längen gleichgesetzt werden. Desweiteren nehmen Lindstedt und Sakthitharan an, dass die Dicke der Flammenzone δ_t auch mit ℓ_t zusammenhängt. Die fraktale Dimension der Flammenfläche geben sie für hohe Turbulenz mit dem Wert $D = 7/3$ an. Damit gilt für die Flammenoberflächendichte folgenden Ausdruck.

$$\Sigma = C_R \cdot \left(\frac{\ell_t}{\eta} \right)^{1/3} \frac{\tilde{c}(1 - \tilde{c})}{\ell_t} \quad (3.27)$$

Mit Einsetzen in Gleichung 3.15 gelangt man zum Reaktionsquellterm

$$\overline{S_c} = C_R \cdot \rho_u \cdot s_{l0} \left(\frac{\ell_t}{\eta} \right)^{1/3} \frac{\tilde{c}(1 - \tilde{c})}{\ell_t}. \quad (3.28)$$

Lindstedt und Vaos [LV99] drücken für die Anwendung bei RANS das integrale Längenmaß mit Hilfe von k und ε aus als $\ell_t \sim \tilde{k}^{3/2}/\tilde{\varepsilon}$. Außerdem wird die Kolmogorov-Länge zu $\eta = (\nu^3/\tilde{\varepsilon})^{1/4}$. Damit lässt sich auch die Kolmogorov-Geschwindigkeit

$u_\eta = (\nu\varepsilon)^{1/4}$ einführen, auf die die laminare Flammgeschwindigkeit bezogen wird. Der Reaktionsquellterm für das Lindstedt-Vaas-Verbrennungsmodell lautet nun:

$$\begin{aligned}\overline{S_c} &= C_R \cdot \rho_u \cdot \left(\frac{s_{l0}}{u_\eta} \right) \cdot \left(\frac{\tilde{\varepsilon}}{\tilde{k}} \right) \cdot \tilde{c}(1 - \tilde{c}) \\ &= C_R \cdot \rho_u \cdot \frac{s_{l0}}{\nu^{1/4}} \cdot \frac{\tilde{\varepsilon}^{3/4}}{\tilde{k}} \cdot \tilde{c}(1 - \tilde{c})\end{aligned}\quad (3.29)$$

Für die Large-Eddy Simulation werden andere Anforderungen an das Verbrennungsmodell gestellt als im Zusammenhang mit RANS. Das Konzept der RANS deckt das gesamte Spektrum turbulenter Skalen durch die Modellierung ab. In der LES werden dagegen nur die kleinen Skalen modelliert, alle Skalen oberhalb der Filterweite werden vollständig aufgelöst. Für die kleinen Skalen können jedoch die gleichen Annahmen getroffen werden wie schon zuvor in der RANS.

Die größten Skalen, die das Modell abdecken muss, also die äußere Grenze der fraktalen Formulierung ε_o , werden bestimmt durch die Filterweite Δ . Somit wird die Flammenoberflächendichte aus Gleichung 3.24 zur Subfilter- bzw. Subgrid-Flammenoberflächendichte.

$$\Sigma_\Delta = C \cdot \left(\frac{\eta}{\Delta} \right)^{2-D} \Delta^{-1} \cdot P_{c,\Delta}.\quad (3.30)$$

Die gesamte turbulente Flammenzone muss sich nicht notwendigerweise innerhalb nur einer Filterweite befinden. Es ist stattdessen sehr wahrscheinlich und aus Gründen der numerischen Stabilität und Genauigkeit meist notwendig, dass sie sich über mehrere Filterweiten erstreckt. Die Wahrscheinlichkeit P_c für den Aufenthalt der Flamme innerhalb der Filterweite kann daher nicht über die Flammenzonendicke δ_t sondern nur über eine Filterweite Δ integriert werden.

$$P_{c,\Delta} = C_p \cdot \int_{c(\mathbf{n}_0 - \frac{\Delta}{2})}^{c(\mathbf{n}_0 + \frac{\Delta}{2})} \tilde{c}^* (1 - \tilde{c}^*) d\tilde{c}^* = \left[\frac{1}{2} \tilde{c}^{*2} - \frac{1}{3} \tilde{c}^{*3} \right]_{\tilde{c}(\mathbf{n}_0 - \frac{\Delta}{2})}^{\tilde{c}(\mathbf{n}_0 + \frac{\Delta}{2})}\quad (3.31)$$

Der Verlauf von \tilde{c} wird linear approximiert.

$$\tilde{c} \left(\mathbf{n}_0 \pm \frac{\Delta}{2} \right) = \tilde{c}(\mathbf{n}_0) \pm \left. \frac{\partial \tilde{c}}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\mathbf{n}_0} \frac{\Delta}{2} \pm (\dots)\quad (3.32)$$

Damit lässt sich die Wahrscheinlichkeit für den Flammenaufenthalt nach dem Vernachlässigen von Termen höherer Ordnung¹ bestimmen zu:²

$$P_{c,\Delta}(\tilde{c}) = C_p \cdot \tilde{c}(1 - \tilde{c}) |\nabla\tilde{c}| \cdot \Delta. \quad (3.33)$$

Erstreckt sich Δ über die gesamte Flammenzone, so wird er Term $|\nabla\tilde{c}| \cdot \Delta$ zu eins und es ergibt sich die gleiche Formulierung wie im vorherigen Fall für RANS. Der Wahrscheinlichkeitskoeffizient C_p wird später mit der Konstanten der Reaktionsrate C_R kombiniert zu einem einzigen Modellkoeffizienten.

Auch für die Kolmogorov-Länge

$$\eta = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4} \quad (3.34)$$

muss ein Weg gefunden werden, sie in Abhängigkeit von Größen darzustellen, die das Subgridmodell zur Verfügung stellt. Nach Pope [Pop06] kann gezeigt werden, dass aus den Annahmen des Smagorinsky Modells folgt:

$$\varepsilon = (\nu + \nu_{SGS}) \left(\frac{\nu_{SGS}}{\ell_s^2} \right)^2 \quad (3.35)$$

ν_{SGS} ist dabei die Subgrid-Viskosität des Turbulenzmodells und ℓ_s die Smagorinsky-Länge. ℓ_s hängt von der Filterweite und der Smagorinsky-Konstante ab $\ell_s = C_S \cdot \Delta$. Setzt man dies in Gleichung 3.34 ein, so lässt sich die Kolmogorov-Länge ausdrücken als:

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\nu_{SGS}^2 \nu + \nu_{SGS}^3} \right)^{1/4} C_S \cdot \Delta. \quad (3.36)$$

Mit diesem Ausdruck eingesetzt in die Wahrscheinlichkeitsfunktion und einer fraktalen Dimension von 7/3 folgt letztendlich für den Reaktionsquellterm

$$\begin{aligned} \overline{S_c} &= C_R \cdot \rho_u \cdot s_{l0} \left(\frac{\Delta}{\eta} \right)^{1/3} \cdot \tilde{c}(1 - \tilde{c}) \cdot |\nabla\tilde{c}| \\ &= C_R \cdot \rho_u \cdot s_{l0} \left(\left(\frac{\nu^3}{\nu_{SGS}^2 \nu + \nu_{SGS}^3} \right)^{1/4} C_S \right)^{-1/3} \cdot \tilde{c}(1 - \tilde{c}) \cdot |\nabla\tilde{c}|. \end{aligned} \quad (3.37)$$

1

$$\begin{aligned} P_{c,\Delta} &= \frac{1}{2} \left(\tilde{c}_0^2 + 2\tilde{c}_0 \frac{\partial\tilde{c}}{\partial\mathbf{n}} \Delta + \left(\frac{\partial\tilde{c}}{\partial\mathbf{n}} \Delta \right)^2 \right) - \frac{1}{3} \left(\tilde{c}_0^3 + 2\tilde{c}_0^2 \frac{\partial\tilde{c}}{\partial\mathbf{n}} \Delta + \tilde{c}_0 \left(\frac{\partial\tilde{c}}{\partial\mathbf{n}} \Delta \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \tilde{c}_0^2 \frac{\partial\tilde{c}}{\partial\mathbf{n}} \Delta + 2\tilde{c}_0 \left(\frac{\partial\tilde{c}}{\partial\mathbf{n}} \Delta \right)^2 + \left(\frac{\partial\tilde{c}}{\partial\mathbf{n}} \Delta \right)^3 \right) - \frac{1}{2} \tilde{c}_0^2 + \frac{1}{3} \tilde{c}_0^3 \\ &= \tilde{c}_0 \frac{\partial\tilde{c}}{\partial\mathbf{n}} \Delta - \tilde{c}_0^2 \frac{\partial\tilde{c}}{\partial\mathbf{n}} \Delta = \tilde{c}(1 - \tilde{c}) \frac{\partial\tilde{c}}{\partial\mathbf{n}} \Delta \end{aligned}$$

²Die Flammenfront verläuft lokal normal zu $\nabla\tilde{c}$ und in Reaktionsrichtung gilt $\frac{\partial\tilde{c}}{\partial\mathbf{n}} \geq 0$, so kann für den Gradienten in Normalenrichtung der Betrag des Gradienten in Raumkoordinaten $|\nabla\tilde{c}|$ verwendet werden.

Genau wie das Lindstedt-Vaos-Modell gilt diese Formulierung nur bei hohen Reynoldszahlen, bei denen die Kolmogorov-Länge wesentlich kleiner als die Filterweite ist. Im Fall von $\eta > \Delta$ aufgrund einer niedrigen Reynoldszahl oder einer sehr feinen Gitterauflösung gelangt das Modell nicht zur laminaren Flammengeschwindigkeit. Stattdessen geht der Reaktionsterm gegen null. Deshalb müsste bei kleinen Reynoldszahlen Δ/η beschränkt werden, so dass es größer oder gleich eins bleibt. Eine andere Möglichkeit wäre die Verwendung einer effektiven Kolmogorov-Länge $\bar{\eta}$ [Pop06] anstelle von η , die berücksichtigt, dass sich im Dissipationsbereich $\nu_{SGS} \sim \Delta^2$ verhält.

$$\bar{\eta} = \left(1 + \frac{\nu_{SGS}}{\nu}\right)^{\frac{1}{2}} C_S \cdot \Delta \quad (3.38)$$

Damit geht die Flammengeschwindigkeit gegen die laminare Flammengeschwindigkeit s_{l0} bei verschwindendem ν_{SGS} , da der Term $(\Delta/\eta)^{1/3}$ dann gegen $1/C_S^{1/3}$, also $\mathcal{O}(1)$, geht.

3.4 FLAMMENLÖSCHEN AN WÄNDEN

Viele Verbrennungsmodelle für vorgemischte Verbrennung werden von turbulenter Mischung bestimmt und beinhalten deshalb einen Term, der das turbulente Zeitmaß repräsentiert. Beim Lindstedt-Vaos-Modell und bei anderen mit dem Eddy-Breakup Modell verwandten Modellen ist dies der Term $\tilde{\varepsilon}/\tilde{k} \sim 1/\tau_t$.

Die Randbedingung an festen Wänden schreibt vor, dass dort die turbulenten Bewegungen verschwinden, da sie nahe der Wand stark gedämpft werden. Im k - ε -Modell hat dies ähnlich wie in anderen gängigen Zweigleichungsmodellen zur Folge, dass k gegen null geht, während $\tilde{\varepsilon}$ sehr große Werte annimmt. Damit wird das turbulente Zeitmaß sehr klein und der Einfluss im Reaktionsquellterm entsprechend sehr groß. So nimmt der Reaktionsterm trotz der Dämpfung durch $\tilde{c}(1 - \tilde{c})$ hohe Werte an. Eine Flamme kann sich so entlang einer Wand unphysikalisch schnell ausbreiten. In Verbindung mit numerischem Rauschen des Feldes für c kann es sogar zur "Zündung" der Reaktion in der Nähe eigentlich kalter Wände kommen.

Das Phänomen tritt nicht nur mit dem RANS Modell, sondern auch bei seiner LES Adaption auf. Hier suggeriert die durch starke Scherung steigende Subgridviskosität ν_{SGS} kleine Kolmogorovlängen, was auch hohe Reaktionsraten zur Folge hat.

Abbildung 3.4 zeigt einen solchen Fall während eines Flammenrückschlages durch verbrennungsinduziertes Wirbelaufplatzen. Die Flamme bewegt sich stromaufwärts entlang der Wand des Drallrohres.

Mit Hilfe eines Löschmodells kann diese Flammenausbreitung unterbunden werden. Catlin und Lindstedt [CL91] schlagen ein einfaches Löschmodell vor. Das Reaktionsfortschrittskriterium (*reaction progress variable quenching criterion* RPVQC) unterbindet unterhalb eines bestimmten Wertes des Reaktionsfortschritts jegliche Verbrennung. Der Reaktionsquellterm wird hierzu um eine Heaviside-Funktion H ergänzt.

$$\overline{S_c^*} = H(\tilde{c} - \tilde{c}^*) \cdot \tilde{S}_c \quad (3.39)$$

Zur Bestimmung des Schwellenwertes \tilde{c}^* , ab dem die Reaktion einsetzt, wird eine Löschtemperatur bestimmt. Für Methan empfehlen Catlin und Lindstedt $T_q = 780K$.

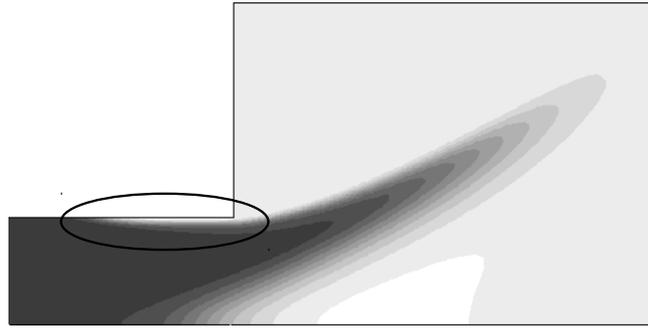


Abbildung 3.4: Unphysikalische Propagation einer Flamme entlang der kalten Wand.

Daraus folgt für \tilde{c}^*

$$\tilde{c}^* = \frac{T_q - T_u}{T_b - T_u} \quad (3.40)$$

Die Zündtemperatur von Propan liegt nahe der von Methan, daher bietet sich dafür der gleiche Wert von T_q an.

Das Reaktionsfortschrittskriterium kann in dieser Form nur in adiabaten Systemen angewendet werden, da nur dort Temperatur und Reaktionsfortschritt direkt miteinander verknüpft sind. Ist das nicht der Fall, so bietet sich die direkte Verwendung der Zündtemperatur als Reaktionsgrenze an, so dass die Sprungfunktion dann $H(T - T_q)$ lautet.

Diese Methode lässt sich mit wenig Aufwand sowohl bei RANS als auch bei LES implementieren und verhindert effektiv die Ausbreitung von Flammen entlang der Wand. Da auch die Ausbreitung in der Hauptströmung geringfügig beeinträchtigt ist, muss die Modellkonstante bei der Verwendung des Löschmodells neu kalibriert werden.

3.5 FLAMMENRÜCKSCHLAG DURCH VERBRENNUNGSINDUZIERTES WIRBELAUFPLATZEN

Wie in Kapitel 1 beschrieben findet in modernen Gasturbinenbrennern oft eine drallstabilisierte Verbrennung von vorgemischtem Gas statt. Dadurch sind Luft und Brennstoff schon reaktionsfähig, bevor sie die dafür vorgesehene Reaktionszone in der Brennkammer erreichen, und es besteht prinzipiell das Risiko einer Propagation der Flamme stromauf, welche als Flammenrückschlag bezeichnet wird. Die Vermeidung eines Flammenrückschlags ist ein bedeutendes Sicherheitskriterium eines solchen Brenners.

Ein Flammenrückschlag kann sich auf verschiedene Arten entwickeln. Grundlage aller Mechanismen hierfür ist, dass die Flammenausbreitungsgeschwindigkeit höher als die Geschwindigkeit des Fluids ist. Abgesehen von konstruktiven Ursachen wie Strömungsablösung mit Rückströmung unterscheidet Kröner [Krö03] zwischen vier verschiedenen Mechanismen. Das sind:

- Flammenausbreitung in der Kernströmung
- Flammenausbreitung in der Wandgrenzschicht
- Anregung durch Verbrennungsschwingungen
- Verbrennungsinduziertes Wirbelaufplatzen

Bei der Ausbreitung in der Kernströmung muss die laminare bzw. die turbulente Flammengeschwindigkeit über der Geschwindigkeit des einströmenden Gemisches liegen. In den hier betrachteten Strömungen kann generell der turbulente Zustand angenommen werden. Jedoch liegt beispielsweise bei einer Methanflamme die turbulente Flammengeschwindigkeit in der Größenordnung $\mathcal{O}(1m/s)$, während die Strömungsgeschwindigkeit mindestens $\mathcal{O}(10m/s)$ beträgt. Ein Rückbrennen ist hier weitgehend ausgeschlossen. Dagegen liegt bei Wasserstoffflammen eine deutlich höhere Flammengeschwindigkeit vor, die Ausbreitung entlang der Kernströmung wird damit zumindest unter bestimmten Umständen denkbar.

Blesinger [BKB10] hat als Grenzfall zwischen dem turbulenten Rückbrennen und dem verbrennungsinduzierten Wirbelaufplatzen das turbulente Brennen auf der Wirbelachse (TBVA) identifiziert. Die isotherme Strömung neigt dabei schon so weit zum Wirbelaufplatzen, dass sich das Maximum der Axialgeschwindigkeit nach außen verlagert und auf der Wirbelachse sehr niedrige Geschwindigkeiten vorherrschen. Überschreitet die turbulente Flammengeschwindigkeit dort die Axialgeschwindigkeit der Strömung, so erfolgt die Flammenpropagation im Zentrum des Wirbels, ohne dass eine wandernde Rezirkulationszone gebildet wird.

In der Grenzschicht entlang der Wände des Brenners wird die Strömung durch die Haftbedingung verzögert und erreicht somit immer Geschwindigkeiten unterhalb der Flammenausbreitungsgeschwindigkeit. Jedoch sorgen hier in erster Linie zwei Mechanismen für das Verlöschen der Flamme, die Abfuhr von Wärme über die Wand und die Streckungsrate bedingt durch den Geschwindigkeitsgradienten. Im Wesentlichen hängt dieser Rückschlagsmechanismus also vom Geschwindigkeitsgradienten in wandnormaler Richtung und der Wandtemperatur ab, er wurde jedoch in den hier zugrunde liegenden Messungen nicht beobachtet und kann somit bei der Simulation dieser Fälle von der Betrachtung ausgeschlossen werden.

Das Verbrennungssystem kann durch Umgebungseinflüsse wie Druckschwingungen, Präzessionsbewegungen, die eine Eigenfrequenz treffen, oder auch durch Selbstanregung instabil werden. Mögliche Folge sind Flammenrückschläge in der Kernströmung oder in der Grenzschicht. In den hier betrachteten Fällen spielt die Anregung jedoch keine Rolle.

Der den hier betrachteten Flammenrückschlägen ausschließlich zugrunde liegende Mechanismus ist das verbrennungsinduzierte Wirbelaufplatzen. Das isotherme Wirbelaufplatzen wurde bereits in Kapitel 2 beschrieben. An den hier betrachteten Gasturbinenbrennern mit drallstabilisierter Verbrennung tritt ein isothermes Wirbelaufplatzen, dessen Rezirkulationszone die Flamme stabilisieren soll, bereits auf. Das Wirbelaufplatzen ist konstruktiv an einer Querschnittserweiterung verankert. Interagiert nun die Flamme mit dem Wirbelaufplatzen, so kann dieses sich von der konstruktiven Verankerung lösen und zusammen mit der Flamme stromauf wandern.

Die Ausbreitung von Flammen in freien Wirbeln wurde experimentell und theoretisch unter anderem von McCormack [MSMT72], Ishizuka [Ish90, IKH00, IMHKK98, IHKH98] und Hazegawa [HNC95, HN96, HMN02] untersucht. Dabei wurde festgestellt, dass sich die Flamme weit schneller als ihre laminare Flammgeschwindigkeit ausbreitet. Vielmehr verhält sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit proportional zur Zirkulation des Wirbels.

Ausgangspunkt für die theoretische Betrachtung der Interaktion von Flamme und Wirbel ist die Wirbeltransportgleichung für kompressible Fluide. Sie wird hergeleitet aus der Kreuzmultiplikation der Impulsgleichung 2.5 mit dem Nabla-Operator und lautet

$$\frac{D\boldsymbol{\omega}}{Dt} = \underbrace{-\boldsymbol{\omega}(\nabla\mathbf{U})}_{\text{Volumenexpansion}} + \underbrace{\frac{1}{\rho^2}\nabla\rho \times \nabla p}_{\text{barokliner Term}} + \underbrace{(\boldsymbol{\omega}\nabla)\mathbf{U}}_{\text{Streckung}}. \quad (3.41)$$

Das totale Differential der Wirbelstärke setzt sich also zusammen aus den Beiträgen von Volumenexpansion, barokliner Produktion sowie der auch im inkompressiblen Fluid auftretenden Streckung und Umorientierung von Wirbelfäden. Der barokline Produktionsterm beschreibt die Rotation des Fluids, wenn die Gradienten von Druck und Dichte nicht gleich gerichtet sind. Die barokline Wirbelstärke verläuft senkrecht zur von beiden Vektoren aufgespannten Fläche, also bei der Flammenausbreitung parallel zur Flammenfront.

Gemäß dem Biot-Savartschen Gesetz wird in der rotationsbehafteten Strömung durch die Rotation Geschwindigkeit induziert.

$$\mathbf{u}_{ind} = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}') \times \boldsymbol{\xi}}{|\boldsymbol{\xi}|^3} dV \quad \boldsymbol{\xi} = \mathbf{x} - \mathbf{x}' \quad (3.42)$$

Das Biot-Savartsche Gesetz ist auf Basis von Divergenzfreiheit des Geschwindigkeitsfeldes ($\nabla\mathbf{u} = 0$) hergeleitet, es ist also nur in inkompressibler Strömung vollständig gültig. Für eine qualitative Beurteilung der induzierten Geschwindigkeit kann aber dennoch diese inkompressible Form verwendet werden [SD06]. Aus der Aerodynamik stammende Transformationen wie die Glauert-Prandtl-Approximation für kompressible Strömungen [TL45] bieten die Möglichkeit, auch eine quantitative Betrachtung durchzuführen. In diesem Zusammenhang wird jedoch darauf verzichtet, da die qualitative Beurteilung sich als ausreichend erwiesen hat und so die Vergleichbarkeit zu Krögers Ergebnissen [Krö10] gewährleistet ist.

Für den Flammenrückschlag maßgeblich ist die Induktion negativer Axialgeschwindigkeit in der Umgebung der Flammenspitze. Dafür ist im wesentlichen die azimuthale Komponente der Wirbelstärke von Bedeutung. Die Untersuchung von Hasegawa et al. [HN96] führt zum Schluss, dass der dominierende Term der Flammenausbreitung entlang einer Wirbelröhre aus dem baroklinen Anteil stammt. Dagegen findet Uemura [UT00, UT01] als treibende Kraft die radiale Aufweitung des Wirbels.

Auf den Drallbrenner übertragen kommt Fritz [Fri03] aus der Analyse des Zusammenhangs zwischen Umfangsgeschwindigkeit und Flammenausbreitungsgeschwindigkeit zum Schluss, dass der Flammenrückschlag von der Aufweitung der Strömung angetrieben wird. Den Auslöser sieht er dagegen im baroklinen Anteil zu Beginn

(“*baroclinic push*”). Die Bezeichnung *baroclinic push* wird beispielsweise von Ashurst [Ash96] generell für die baroklin induzierte Flammenausbreitung in Wirbelröhren verwendet.

Kiesewetter [Kie05] dagegen analysiert die Quellterme der Wirbeltransportgleichung in den Simulationen. Daraus folgt, dass der barokline Term nicht nur auslösende sondern auch erhaltende Kraft für den Flammenrückschlag ist.

Die Betrachtung der Produktionsterme für die Wirbelstärke liefert hier zwar einen Anhaltspunkt für die dominierenden Faktoren, jedoch kann gemäß Gleichung 3.42 auch Wirbelstärke an weiter entfernten Orten einen Einfluss auf die an der Flammenspitze induzierte Geschwindigkeit haben. Anstelle der direkten Betrachtung von Wirbelstärke untersucht Kröger [Krö10] daher deren Auswirkung in Form der induzierten Beschleunigung an der Flammenspitze. Für den nicht eingefassten Brenner folgt daraus, dass der Mechanismus für den Flammenrückschlag auf dem Streckungsterm basiert.

Die induzierte Beschleunigung ist gleich der zeitlichen Ableitung der induzierten Geschwindigkeit. Durch Ableiten von Gleichung 3.41 und Einsetzen von Gleichung 3.42 ergibt sich für die gesamte induzierte Beschleunigung sowie deren Anteile

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{u}_{ind}}{dt} = & \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{[-\boldsymbol{\omega}(\nabla\mathbf{U})] \times \boldsymbol{\xi}}{|\boldsymbol{\xi}|^3} dV + \\ & \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\left[\frac{1}{\rho^2} \nabla\rho \times \nabla p\right] \times \boldsymbol{\xi}}{|\boldsymbol{\xi}|^3} dV + \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{[(\boldsymbol{\omega}\nabla)\mathbf{U}] \times \boldsymbol{\xi}}{|\boldsymbol{\xi}|^3} dV \end{aligned} \quad (3.43)$$

Somit lassen sich die Beiträge der einzelnen Produktionsmechanismen auf die Umgebung der Flammenspitze bestimmen und der dominante Mechanismus für die Verzögerung der Strömung vor der Flammenfront wird identifizierbar.

NUMERISCHE BEHANDLUNG

In den beiden vorangegangenen Kapiteln wurden die benötigten Gleichungen zur mathematischen Beschreibung von turbulenten Strömungen mit vorgemischter Verbrennung vorgestellt. Die Gleichungen stellen ein System von nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen zweiter Ordnung dar.

Die Existenz globaler analytischer Lösungen für dieses System ist nicht nachzuweisen. Analytische Lösungen sind vielmehr nur für wenige Anwendungsfälle meist bei zweidimensionaler und inkompressibler Betrachtung möglich. Stattdessen werden die Gleichungen im allgemeinen numerisch gelöst.

Grundlage der numerischen Lösung ist die Einteilung des betrachteten Gebietes in Teilgebiete, die so klein sind, dass die Annahme diskreten Verhaltens gültig ist. Generell ist eine Diskretisierung auf Punkten, Elementen oder Zellen möglich, die dann zu den Verfahren der finiten Differenzen, finiten Elemente oder finiten Volumen führt.

Für die numerische Strömungssimulation kommen im Allgemeinen Verfahren finiter Differenzen oder Verfahren finiter Volumen zum Einsatz. Im folgenden Kapitel wird die hier verwendete Diskretisierung und Lösung der Gleichungen auf Basis der Finite-Volumen-Methode dargestellt. Außerdem werden die für die Lösung benötigten Randbedingungen beschrieben. Besondere Beachtung verlangt hier die Erzeugung von Anfangs- und Einlassbedingungen für die Large-Eddy-Simulation.

4.1 DISKRETISIERUNG

Die Methode der Finiten Volumen sieht vor, dass das Rechengebiet durch Einteilung in eine endliche Anzahl von Kontrollvolumina dargestellt wird. Diese Zellen füllen das Gebiet vollständig aus und überschneiden sich nicht. Der Wert einer transportierten Größe wird als im gesamten Kontrollvolumen konstant angenommen. Die Transportgleichungen kommen in integraler Formulierung zur Anwendung.

Die allgemeine Transportgleichung für die Größe φ lautet in integraler Form

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \varphi \, dV + \int_V \nabla (\rho \mathbf{u} \varphi) \, dV = \int_V \nabla (\rho D_\varphi \nabla \varphi) \, dV + \int_V S_\varphi \, dV \quad (4.1)$$

mit dem Kontrollvolumen V . Mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes lassen sich die Volumenintegrale des konvektiven und des diffusiven Terms in Oberflächenintegrale überführen.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \varphi \, dV + \int_S \rho \mathbf{u} \varphi \, \mathbf{n} dA = \int_S \rho D_\varphi \nabla \varphi \, \mathbf{n} dA + \int_V S_\varphi \, dV \quad (4.2)$$

Die Fläche A stellt die Oberfläche der Zelle dar. Das Oberflächenintegral wird als Summe der Integrale über die Seitenflächen der Zelle ausgedrückt.

$$\int_S f dA = \sum_i \int_{S_i} f_i dA = \sum_i F_i \quad (4.3)$$

Dabei bezeichnet f_i den flächennormalen Anteil des konvektiven oder diffusiven Flussvektors und F_i den Fluss durch die Fläche i . Ist das Geschwindigkeitsfeld bekannt, so ist φ die einzige Unbekannte der Gleichung. Bei der Impulsgleichung mit unbekanntem Geschwindigkeitsfeld jedoch wird die Differentialgleichung nichtlinear.

Das Flächenintegral kann nicht exakt bestimmt werden. Stattdessen werden mehrere Approximationen eingesetzt. Üblicherweise wird das Integral über eine Zellseite an einem oder mehreren Integrationspunkten auf dieser Fläche approximiert. Die Variablenwerte an diesen Punkten werden aus den Zellbezugspunkten interpoliert, Ableitungen der Variablen werden durch finite Differenzen approximiert.

Auch das Volumenintegral im Quellterm muss approximiert werden. Eine einfache Approximation zweiter Ordnung folgt aus der Annahme, dass der Wert im Zellbezugspunkt dem Mittelwert in der Zelle entspricht. Damit lässt sich das Volumenintegral ausdrücken als

$$\int_V S_\varphi dV = S_\varphi \Delta V \quad (4.4)$$

Approximationen höherer Ordnung sind möglich durch die Integration von Formfunktionen auf Basis der Werte in den benachbarten Zellen.

Die Ordnung des Approximationsfehlers bei der Berechnung der Integrale bestimmt maßgeblich die Ordnung des gesamten Systems. Verfahren höherer Ordnung für die Interpolation und Differentiation alleine erhöhen nicht die Genauigkeit der Rechnung. Die im Folgenden verwendeten Programme arbeiten mit Verfahren zweiter Ordnung, daher kommen auch für die Interpolation und Differentiation Verfahren zweiter Ordnung zum Einsatz. Es wird im wesentlichen zwischen Aufwind- und zentralen Verfahren unterschieden.

Zentrale Verfahren verwenden Werte zu beiden Seiten des gesuchten Wertes gleich gewichtet. Ein solches Verfahren zweiter Ordnung ist die lineare Interpolation. Der Wert von φ auf der Zellfläche f , die zwischen dem Zellbezugspunkt P und dem der Nachbarzelle N liegt, wird bestimmt über

$$\varphi_f = f_x \varphi_P + (1 - f_x) \varphi_N \quad (4.5)$$

f_x stellt das Verhältnis der Abstände der Bezugspunkte und der Fläche dar $f_x = \frac{fN}{PN}$.

Aufwindverfahren dagegen verwenden die Werte zu einer Seite stärker gewichtet, üblicherweise entgegen der Strömung. Das Aufwindverfahren erster Ordnung lautet

$$\varphi_f = \begin{cases} \varphi_P & F \geq 0 \\ \varphi_N & F < 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

Je nach Vorzeichen des Flusses F wird auf φ aus der Bezugzelle oder aus der Nachbarzelle zugegriffen.

Aufwindverfahren zeichnen sich durch eine höhere Stabilität als zentrale Verfahren aus, bringen jedoch eine höhere numerische Diffusion mit sich. Daher kommt es für Large-Eddy Simulation nicht zur Verwendung. Zur Erhöhung der Stabilität der zentralen Verfahren wird stattdessen ein TVD-Verfahren (Total Variation Diminishing) eingesetzt. Im Zusammenhang mit RANS kommt ein Aufwindverfahren zweiter Ordnung zum Einsatz.

Bei der zeitlichen Diskretisierung wird zwischen impliziten und expliziten Verfahren unterschieden. Explizite Verfahren zeichnen sich dadurch aus, dass zur Bestimmung des Strömungsfeldes zum Zeitpunkt $n + 1$ nur auf Werte aus bekannten, vergangenen Zeitpunkten zurückgegriffen wird. Implizite Verfahren dagegen beziehen auch den bislang unbekanntem Wert $n + 1$ mit ein. Allgemein zeichnen sich implizite Verfahren durch eine höhere Stabilität und die Möglichkeit größerer Zeitschritte aus.

Das hier gewählte implizite Schema für die zeitliche Diskretisierung ist von zweiter Ordnung. Der instationäre Term für den Zeitschritt $n + 1$ wird hier aus den Werten der Schritte $n + 1$, n und $n - 1$ gebildet.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \varphi dV = \frac{3(\rho_P \varphi_P V)^{n+1} - 4(\rho_P \varphi_P V)^n + (\rho_P \varphi_P V)^{n-1}}{2 \Delta t} \quad (4.7)$$

4.2 GLEICHUNGSLÖSUNG

Die Diskretisierung des gesamten Rechengebietes führt letztendlich zu einer Matrixgleichung der Form

$$A\varphi = \mathbf{Q}. \quad (4.8)$$

Die Matrix A ist nur auf der Diagonalen sowie wenigen Nebendiagonalen besetzt, was die Lösung des Gleichungssystems stark vereinfacht. Eine iterative Lösung, bei der das Ergebnis in mehreren Schritten angenähert wird, ist hier der direkten Lösung überlegen. Auf den spärlich besetzten Matrizen läuft der iterative Weg wesentlich schneller ab. Der damit verbundene Verlust an Genauigkeit geht gegenüber den Diskretisierungsfehlern weitgehend unter.

Der Lösungsprozess lässt sich auch durch das Gleichungssystem

$$M\varphi^{n+1} = N\varphi^n + \mathbf{B} \quad (4.9)$$

beschreiben, wobei $PA = M - N$ und $\mathbf{B} = P\mathbf{Q}$. P ist eine Präkonditionierungsmatrix, die bei geschickter Wahl die Anzahl der benötigten Iterationen deutlich verringert.

Die Gleichungen für Kontinuität und Druckkorrektur (s. Abschnitt 4.3) führen zu symmetrischen und positiv definiten Matrizen, die mit der Methode der konjugierten Gradienten gelöst werden. Dabei wird im (Hyper-)Raum entlang konjugierter Vektoren ein Minimum gesucht.

Bei den Erhaltungsgleichungen treten asymmetrische Matrizen auf, die zunächst durch Ergänzen mit ihrer Transponierten in eine symmetrische Matrix überführt werden. Anschließend lässt sich auch hier die Methode der konjugierten Gradienten anwenden. Das Verfahren nennt sich nun Methode der bikonjugierten Gradienten.

Die Prädiktionierung erfolgt für die symmetrischen Matrizen mit unvollständiger Cholesky-Faktorisierung, für die Transportgleichungen mit unvollständiger LU-Zerlegung.

Details zu den Lösungsalgorithmen können der einschlägigen Literatur [FP07] oder den Handbüchern zur CFD-Software [Opeb, Opea] entnommen werden.

4.3 DRUCKKORREKTUR

Eine besondere Betrachtung verlangt der Druck. In der Impulsgleichung 2.5 tritt der Druckgradient auf. Außerdem spielt der Druck eine wichtige Rolle zur Erfüllung der Kontinuitätsgleichung. Zur Bestimmung des Druckfeldes existiert jedoch keine eigenständige Gleichung. Daher haben sich Verfahren zur iterativen Korrektur des Druckfeldes durchgesetzt.

Bei den RANS Simulationen kommt hier der SIMPLE-Algorithmus (*Semi-implicit Method for Pressure Linked Equations*) zum Einsatz [CCS72]. Wegen der impliziten Behandlung der Gleichungen wird zur Berechnung des Geschwindigkeitsfeldes für den neuen Zeitschritt u^{n+1} bereits das noch unbekannte Druckfeld p^{n+1} benötigt. Zunächst wird dazu ein Geschwindigkeitsfeld auf Basis des alten Druckfeldes abgeschätzt, das jedoch die Kontinuitätsgleichung nicht erfüllt. Für das Druckfeld wird dann eine Poisson-Druckkorrekturgleichung gelöst. Mit dem neuen Druckfeld kann das Geschwindigkeitsfeld korrigiert werden.

Für die LES ist das Vorgehen ähnlich, jedoch wird der PISO-Algorithmus (Pressure-Implicit Split-Operator) verwendet [Iss86]. Der Ablauf entspricht dem von SIMPLE, jedoch wird ein weiterer Korrekturschritt eingeführt, in dem ein Druckfeld aus der korrigierten Geschwindigkeit bestimmt wird. Dies führt zu Vorteilen im Konvergenzverhalten und verhindert die bei SIMPLE gegebenenfalls notwendige Unterrelaxation des Druckes. Details zu den Verfahren können beispielweise [FP07] entnommen werden.

4.4 EINLASSRANDBEDINGUNGEN FÜR LES

An den Rändern des numerisch aufgelösten Rechengebietes müssen zur vollständigen Bestimmung des Gleichungssystems Randbedingungen angegeben werden. Entweder wird ein fester Randwert vorgegeben, man spricht von einer von Dirichlet Randbedingung, oder ein fester Gradient, auch Neumann Randbedingung genannt. Im allgemeinen reicht die Angabe eines zeitlich konstanten Wertes für die Randbedingung aus.

Eine Ausnahme stellen Einlassränder von Large-Eddy Simulationen dar. Während für RANS die Turbulenz über stationäre Werte der turbulenten kinetischen Energie k oder von Reynoldsspannungen und deren Dissipation ε , einem integralen Längenmaß ℓ_t oder vergleichbarer Größen vollständig definiert ist, verlangt LES nach der Vorgabe und Auflösung der grobskaligen turbulenten Schwankungsbewegungen.

Zur Erzeugung geeigneter Geschwindigkeitsfelder bieten sich verschiedene Methoden an. Befindet sich vor dem Einlass eine einfache Rohr- oder Kanalströmung, so kann

eine separate Simulation einer solchen Strömung mit zyklischen Randbedingungen durchgeführt werden. Aus der Strömung mit ausgebildetem turbulenten Geschwindigkeitsprofil werden dann entweder fortlaufend oder periodisch durchlaufend Schnitte als Einlassrand vorgegeben. Vorteil der Methode ist ein Strömungsfeld mit echter Turbulenz. Die Methode kann aber nur für Konfigurationen mit solch einfachen Vorläufen verwendet werden.

In technischen Anwendungen durchläuft die Strömung meist komplexe Geometrien, die nicht zu solch einfachen Turbulenzfeldern führen. In den später betrachteten Gasturbinenbrennern geht dem Recheng Gebiet ein Drallerzeuger voran, der zur Reduzierung des Rechenaufwandes nach Möglichkeit nicht numerisch aufgelöst werden soll. Gleiches gilt für die in Kapitel 5 zur Validierung betrachtete Bunsenflamme, deren Turbulenzfeld im Experiment durch ein Gitter im Zulauf erzeugt wird.

Aus Messungen oder separaten RANS Simulationen des Vorlaufs sind meist Profile oder integrale Werte der turbulenten Größen bekannt. Aus diesen gilt es nun Fluktuationbewegungen zu erzeugen, die diese Vorgabewerte erfüllen, und denen anschließend mittlere Geschwindigkeitsprofile überlagert werden.

Eine Methode, mit der direkt ein divergenzfreies Feld homogener Pseudoturbulenz erzeugt werden kann, basiert auf einer Verteilung von Wirbeln, Vortons genannt [KH07]. Die Methode unterliegt jedoch einigen Einschränkungen in Bezug auf die Vorgabe von Verläufen der turbulenten Größen. Deswegen wird hier eine Methode basierend auf Zufallsfeldern verwendet [KSJ02, KKJ05].

Eine solche Methode unter der Verwendung von digitaler Filterung wurde von Klein [KSJ02] vorgeschlagen, der Filteralgorithmus unterliegt aber auch wieder erheblichen Einschränkungen. Weitaus flexibler ist die von Kempf [KKJ05] beschriebene Methode der Dämpfung durch Diffusion.

Zunächst wird ein Feld von zufälligen Fluktuationen \mathcal{U}_i für jede Koordinatenrichtung erzeugt. Darin sind alle Skalen, die vom Gitter aufgelöst werden können, gleichmäßig vorhanden. Gegenüber einem realen turbulenten Feld sind die kleinen Skalen, die über relativ wenig kinetische Energie verfügen, jedoch zu stark repräsentiert. Verwendet man solch ein Zufallsfeld als Randbedingung, so werden sehr schnell alle Fluktuationen durch viskose Effekte dissipiert und die Lösung der LES wird sehr ähnlich der mit einer stationären Randbedingung durchgeführten Simulation.

Zur Konzentration auf große Skalen entsprechend des vorgegebenen integralen Längenmaßes ℓ_t wird ein Diffusionsprozess eingesetzt. Die Diffusionsgleichung lautet

$$\frac{\partial \mathcal{U}_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(D \frac{\partial \mathcal{U}_i}{\partial x_j} \right). \quad (4.10)$$

D bezeichnet den Diffusionskoeffizienten. Das Längenmaß ℓ des Feldes entwickelt sich währenddessen gemäß folgender Korrelation:

$$\ell \approx \sqrt{2\pi D \Delta t} \quad (4.11)$$

Das Längenmaß hängt somit wesentlich von der ‘‘Menge an Diffusion’’ ab, also dem Diffusionskoeffizienten und der vergangenen Zeit Δt . Über lokale Variation von D oder Δt können auch Profilverläufe des Längenmaßes erzielt werden.

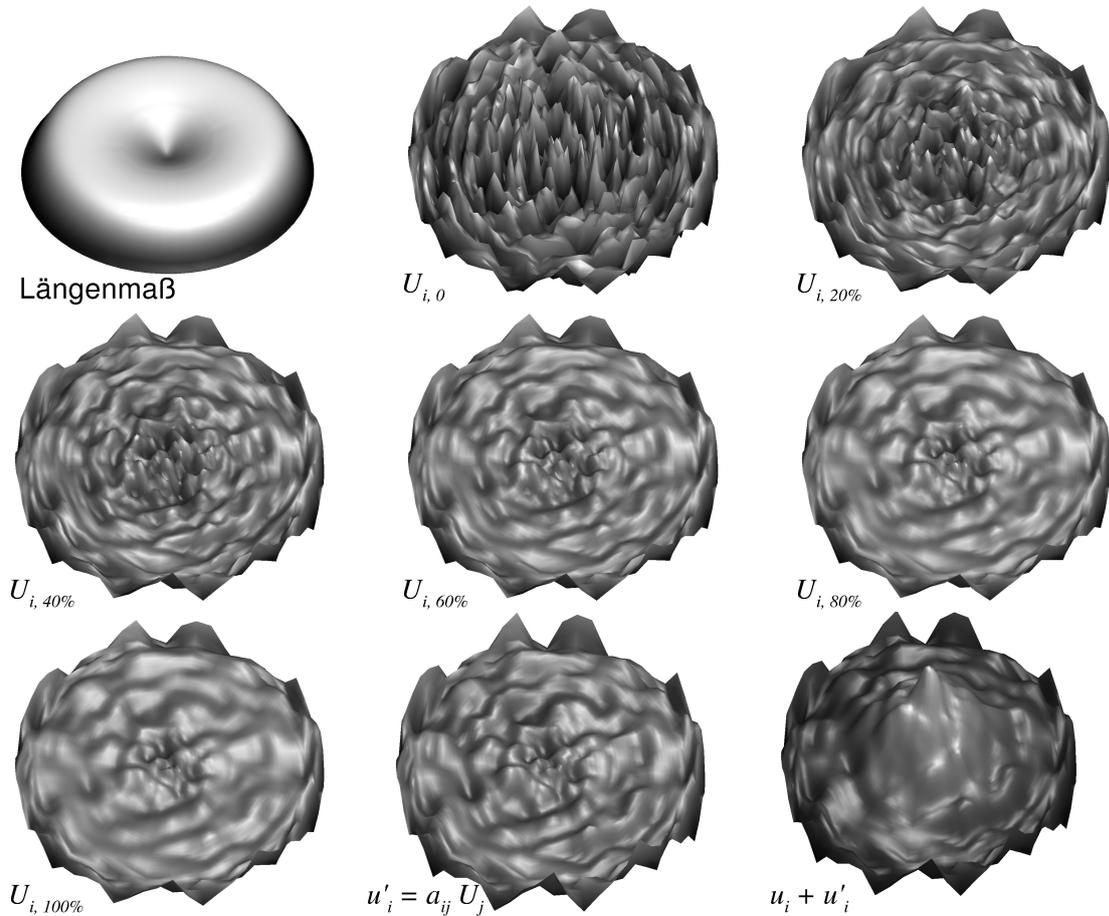


Abbildung 4.1: Entwicklung des Fluktuationfeldes für die Geschwindigkeitskomponente u_1 : Vorgegebenes Längenmaß, Initialisierung mit zufälligen Werten, Glättung durch Diffusion, Aufprägung der Reynoldsspannungen und Überlagerung der mittleren Geschwindigkeit.

Die Felder \mathcal{U}_i erfüllen jetzt zwar die Forderung nach dem Längenmaß, jedoch noch nicht die nach der korrekten turbulenten kinetischen Energie oder gar den Reynoldsspannungen. Dazu müssen die Felder zunächst normiert werden. Der Mittelwert jeder Komponente muss null sein $\overline{\mathcal{U}_i} = 0$ und die (Ko-)Varianzen müssen $\overline{\mathcal{U}_i \mathcal{U}_j} = \delta_{ij}$ erfüllen. δ_{ij} bezeichnet das Kronecker-Delta.

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = j \\ 0 & \text{für } i \neq j \end{cases} \quad (4.12)$$

Bei den statistisch unabhängigen Zufallsfeldern sind die Kovarianzen im allgemeinen näherungsweise null, so dass meist die Normierung der Diagonalelemente ausreicht. Über die von Lund [LWS98] vorgestellte Transformation der Fluktuationfelder kann in einem einzigen Schritt der gesamte Reynoldsspannungstensor erfüllt werden. Das Feld \mathcal{U}_i wird mit der Transformationsmatrix a_{ij} multipliziert.

$$u'_i = a_{ij} \mathcal{U}_j \quad (4.13)$$

$$a_{aj} = \begin{bmatrix} R_{11}^{1/2} & 0 & 0 \\ \frac{R_{21}}{a_{11}} & (R_{21} - a_{21}^2)^{1/2} & 0 \\ \frac{R_{31}}{a_{11}} & \frac{(R_{32} - a_{21}a_{31})}{a_{22}} & (R_{33} - a_{31}^2 - a_{32}^2)^{1/2} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Das Fluktuationfeld wird dann dem mittleren Geschwindigkeitsfeld überlagert. Aus dem resultierende Feld werden dann Schnitte als Einlassrandbedingung entnommen. Mit periodischen Randbedingungen in Strömungsrichtung kann das Feld zyklisch durchlaufen werden.

Die Entstehung des Fluktuationfeldes für den Einlass des später behandelten BK2 Brenners zeigt Abbildung 4.1. Der Querschnitt entspricht dem des Drallrohres mit einem Durchmesser von 75mm . Das Längenmaß und die Reynoldsspannungen werden als Profil in Abhängigkeit vom Radius vorgegeben. Nahe der Wirbelachse sind die Fluktuationen kleinskalig, nach außen nimmt das turbulente Längenmaß zu. Zu den Wänden hin geht es gemäß der Randbedingung wieder zurück.

Im Verlauf des Diffusionsprozesses an der dargestellten Schnittebene ist zu sehen, dass die anfänglichen feinskaligen Fluktuationen glatter und gröberskalig werden. Im Zentrum des Querschnitts bleiben die Fluktuationen dagegen feiner. Der vorletzte Querschnitt zeigt das zur Erfüllung der Reynoldsspannungen transformierte Feld.

Im letzten Bild sind die Fluktuationen mit der mittleren Geschwindigkeit überlagert, das Maximum der Geschwindigkeit liegt auf der Achse des Brenners. Das so entstandene Profil wird als Einlassrandbedingung für den Brenner zu einem Zeitschritt eingesetzt. Unmittelbar am Rand sind noch Fluktuationen vorhanden, die jedoch aufgrund der Wandbedingung ($u_i = 0$) am Eintrittsrand verschwinden und somit gar nicht erst ins Strömungsfeld gelangen.

Bei der zyklischen Verwendung der generierten Fluktuationen muss beachtet werden, dass die Periodendauer eines Durchlaufs wesentlich größer als die charakteristischen Zeitmaße der eigentlich betrachteten Strömung gewählt wird. In den im Folgenden vorgestellten Anwendungen kann anhand von Fourieranalyse die Frequenz der Randbedingung stromab des Randes noch nachgewiesen werden, sie wird jedoch rasch dissipiert und von anderen Frequenzen überlagert. Wegen der langen Periodendauer gegenüber den übrigen Strömungsvorgängen entsteht auch keine Wechselwirkung.

Teil II

Anwendung

VALIDIERUNG UND KALIBRIERUNG DER VERBRENNUNGSMODELLE

Im Folgenden wird zunächst die Implementierung der Verbrennungsmodelle in die Strömungslöser OpenFOAM und Fluent erläutert und die Unterschiede, die sich dabei gegenüber der zuvor hergeleiteten Modellformulierung ergeben, dargestellt. Anschließend wird die Validierung und Kalibrierung der Verbrennungsmodelle anhand einfacher Anwendungen beschrieben.

Der erste Validierungsfall ist eine turbulente Bunsenflamme, an der der Einfluss unterschiedlicher Turbulenzgrößen auf das Verbrennungsmodell untersucht wird. Mit Hilfe der daraus bestimmten turbulenten Flammgeschwindigkeit wird die Modellkonstante C_R so kalibriert, dass experimentelle Ergebnisse bestmöglich wiedergegeben werden.

Der zweite Fall ist die Verbrennung in der Scherschicht hinter einer rückwärts gerichteten Stufe. Diese Strömung verdeutlicht insbesondere die Unterschiede der Möglichkeiten und Erwartungen zwischen RANS und LES, zeigt aber auch die Grenzen des Verbrennungsmodells auf.

Aus den Ergebnissen der Validierung kann geschlossen werden, dass die Implementierung der Modelle korrekt ist und sie im Weiteren für die Simulation des Gasturbinenbrenners eingesetzt werden können.

5.1 IMPLEMENTIERUNG DER VERBRENNUNGSMODELLE

Für die Simulation der Strömung kommen unterschiedliche Strömungslöser zur Anwendung, in die die Verbrennungsmodelle implementiert werden müssen. Die RANS und URANS Simulationen werden zum Teil mit dem kommerziellen Programm Fluent 6.3, zum Teil mit dem quelloffenen Paket OpenFOAM [WTJF98, Opeb, Opea] durchgeführt.

Die Implementierung des Verbrennungsmodells in Fluent entspricht der von Brandl et al. [BMP⁺05] verwendeten Vorgehensweise. Der Reaktionsfortschritt wird hier nicht mit Hilfe der Temperatur, sondern über den Brennstoffmassenbruch ausgedrückt.

$$\tilde{c} = \frac{Y_{Br,u} - \tilde{Y}_{Br}}{Y_{Br,u} - Y_{Br,b}} \quad (5.1)$$

So ist der Ansatz im Gegensatz zur ursprünglichen Definition nicht beschränkt auf adiabate Systeme mit konstantem Druck. Die Modifikation ist für die betrachtete

Bunsenflamme nötig, bei der frische, kalte Umgebungsluft von außen in die Flamme gesogen wird. Die Transportgleichung für den Brennstoffmassenbruch lautet nun

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\bar{\rho} \tilde{Y}_{Br} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{Y}_{Br} \right) = - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{\rho} \widetilde{u_i'' c''} \right) + \bar{S}_{Br}. \quad (5.2)$$

Die bereits im Löser vorhandene Gleichung für den Speziestransport kann hierfür verwendet werden. Der Diffusionsterm auf der rechten Seite der Gleichung wird im Gegensatz zur Vorlage von Lindstedt und Vaos [LV99] geschlossen durch einen Gradientenansatz erster Ordnung.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\rho} \widetilde{u_i'' c''} \right) = - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\bar{\rho} \mu + \frac{\mu_t}{Sc} \right) \frac{\partial \tilde{Y}_{Br}}{\partial x_j} \right) \quad (5.3)$$

Der chemische Reaktionsquellterm \bar{S}_f für den Brennstoff ergibt sich durch Einsetzen von Gleichung 5.1 in Gleichung 3.12 zu

$$\bar{S}_{Br} = \bar{S}_c \cdot (Y_b - Y_u). \quad (5.4)$$

Neben der Verwendung der bereits vorhandenen Transportgleichung wird auch auf die vom Programm verwendeten physikalischen Stoffeigenschaften des Gases wie Viskosität und Wärmekapazität zugegriffen.

Bei der Implementierung des Verbrennungsmodells in OpenFOAM wird die Thermodynamikklasse `hhuCombustionThermo` verwendet. Anstelle der Reaktionsfortschrittsvariable \tilde{c} kommt hier eine Regressvariable $\tilde{b} = 1 - \tilde{c}$ zur Anwendung. Die Transportgleichung lautet analog zu Gleichung 3.12

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\bar{\rho} \tilde{b} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{b} \right) = - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{\rho} \widetilde{u_i'' b''} \right) + \bar{S}_b. \quad (5.5)$$

Zur Schließung des Diffusionsterms wird wieder ein Gradientenansatz analog zur Implementierung in Fluent verwendet. Der Quellterm \bar{S}_b ergibt sich zu

$$\bar{S}_b = -\bar{S}_c. \quad (5.6)$$

Anhand von JANAF-Polynomen [SP85] werden Wärmekapazität und Enthalpie für die Mischung des unverbrannten und verbrannten Gases bestimmt. Die Viskosität wird über des Sutherland-Modell [Sut93] berechnet.

5.2 TURBULENTE BUNSENFLAMME

Als erster Validierungsfall für Modelle der turbulenten Vormischverbrennung bietet sich die turbulente Bunsenflamme an. Die hier simulierte Konfiguration orientiert sich am experimentellen Aufbau von Kobayashi [KKM98]. Das Experiment zielt darauf hin, den Einfluss unterschiedlicher Turbulenzfelder auf die Flamme zu untersuchen.

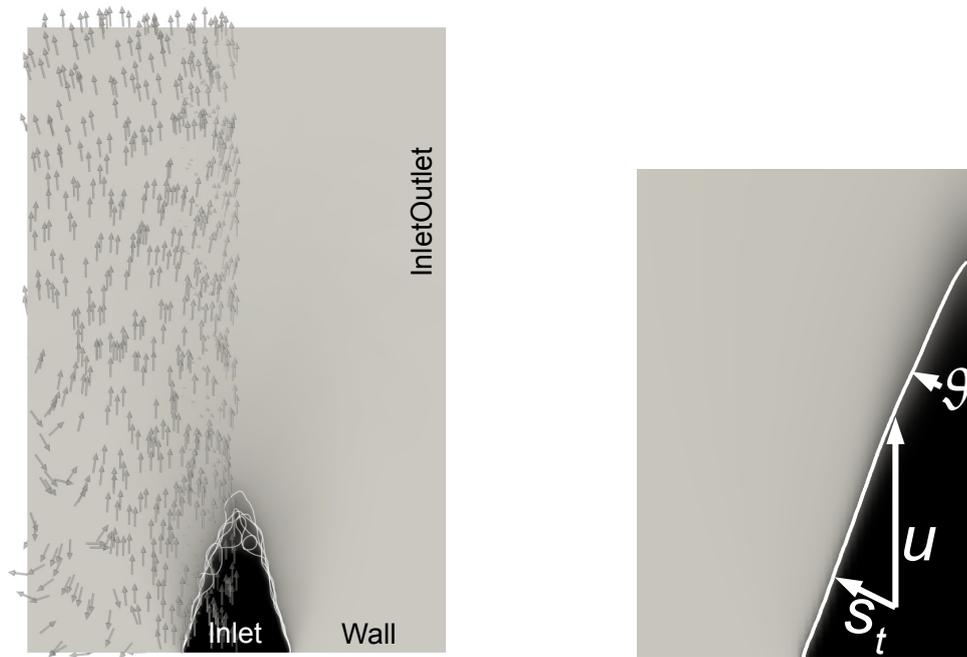


Abbildung 5.1: Links: Konfiguration der Bunsenflamme gemäß [KKM98, BMP⁺05]. Rechts: Bestimmung der turbulenten Flammengeschwindigkeit aus dem Öffnungswinkel der (gemittelten) Flammenfront.

Die von Kobayashi gewonnenen Daten sind bereits mehrfach zur Validierung von Verbrennungsmodellen im RANS Kontext herangezogen worden, darunter auch mit dem Lindstedt-Vaas Modell durch Dinkelacker et al. und Brandl et al. [DH00, BMP⁺05]. Brandls Ergebnisse dienen hier neben den experimentellen Werten als Vergleichsdaten für die Large-Eddy Simulation.

Als Brennstoff verwendet Kobayashi Methan bei einem Äquivalenzverhältnis von $\varphi = 0,9$. Das mager vorgemischte Gas durchläuft Gitter, die für definierte Turbulenzbedingungen sorgen, bevor es in den Brennraum eintritt. Dort stellt sich eine im zeitlichen Mittel stationäre und annähernd kegelförmige Flamme ein. Die Flamme breitet sich also relativ zur Anströmung mit der turbulenten Flammengeschwindigkeit s_t normal zur Kegelfläche aus. Aus dem Öffnungswinkel 2ϑ kann unter Berücksichtigung der mittleren Eintrittsgeschwindigkeit u_b direkt die turbulente Flammengeschwindigkeit bestimmt werden. Der trigonometrische Zusammenhang lautet

$$s_t = u_b \sin \vartheta. \quad (5.7)$$

Abbildung 5.1 stellt den Aufbau sowie die Flammengeometrie dar und verdeutlicht die Berechnung von s_t .

Zur Validierung werden vier Betriebszustände des Brenners mit unterschiedlichen Turbulenzbedingungen am Einlassrand untersucht. Die im Experiment entstehende Gitterturbulenz weist ein weitgehend ortsunabhängiges turbulentes Längenmaß auf. Durch die Variation der turbulenten Schwankungsgeschwindigkeit u'/u_b decken die Fälle mehrere Flammenregimes ab. Im Borghi-Peters Regimediagramm (Abbildung 5.2) liegen die Betriebspunkte in den Regimes der gewellten und der gefalteten Fla-

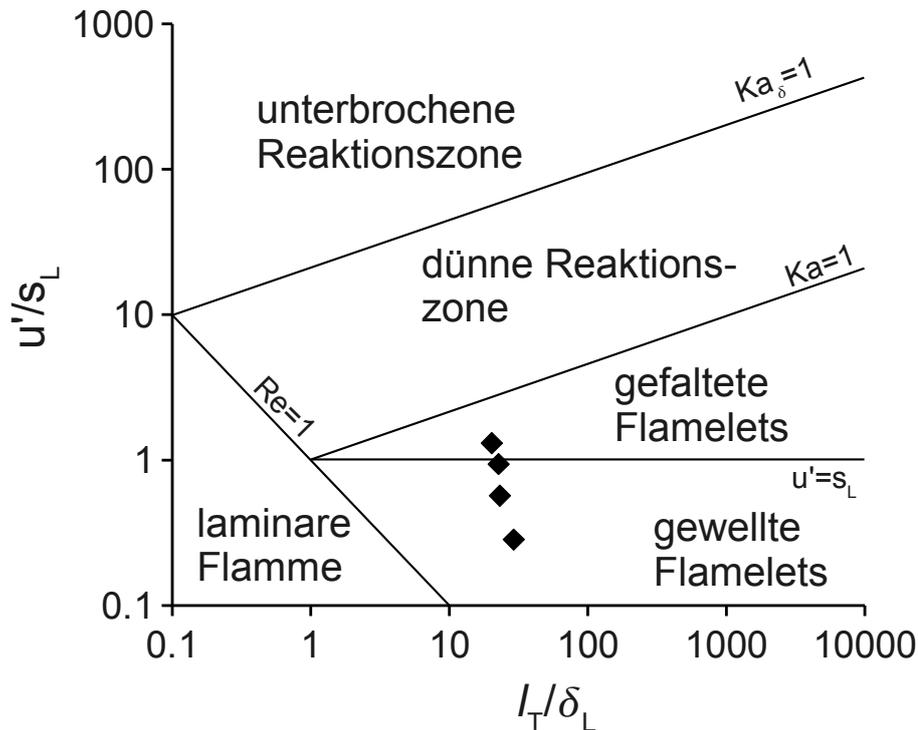


Abbildung 5.2: Regimediagramm der untersuchten Bunsenflamme. Die Betriebspunkte liegen in den Regimes der gewellten und der gefalteten Flamelets.

Fall	1	2	3	4
u_{bulk} [m/s]	2.02	2.33	2.42	2.36
u'_{rms} [m/s]	0.1	0.2	0.33	0.46
l_t [mm]	1.8	1.43	1.4	1.25

Tabelle 5.1: Eigenschaften der vier untersuchten Bunsenflammen.

melets. Druck und Temperatur am Einlassrand sind in allen Fällen Umgebungsbedingungen mit $p_{in} = 0.1MPa$ und $T_{in} = 300K$. Die weiteren Einlassrandbedingungen sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst.

Während für RANS der numerische Aufbau unter Annahme von Rotationssymmetrie auf zwei Dimensionen reduziert werden kann, muss für LES das Rechenggebiet vollständig dreidimensional aufgelöst werden. Mit einer Auflösung von etwa $0.3mm$ pro Zelle im Kern und einer Vergrößerung zum Rand hin verfügt das gesamte Gitter über $1.1 \cdot 10^6$ Zellen, was sich als ausreichend zur Auflösung der turbulenten Strukturen erwiesen hat. Der numerische Aufbau ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Das gesamte Rechenggebiet hat einen Durchmesser von dreimal der Einlassöffnung, die Länge beträgt sechs Düsendurchmesser.

Die im Experiment verwendete Gitterkonfiguration zur Erzeugung definierter Turbu-

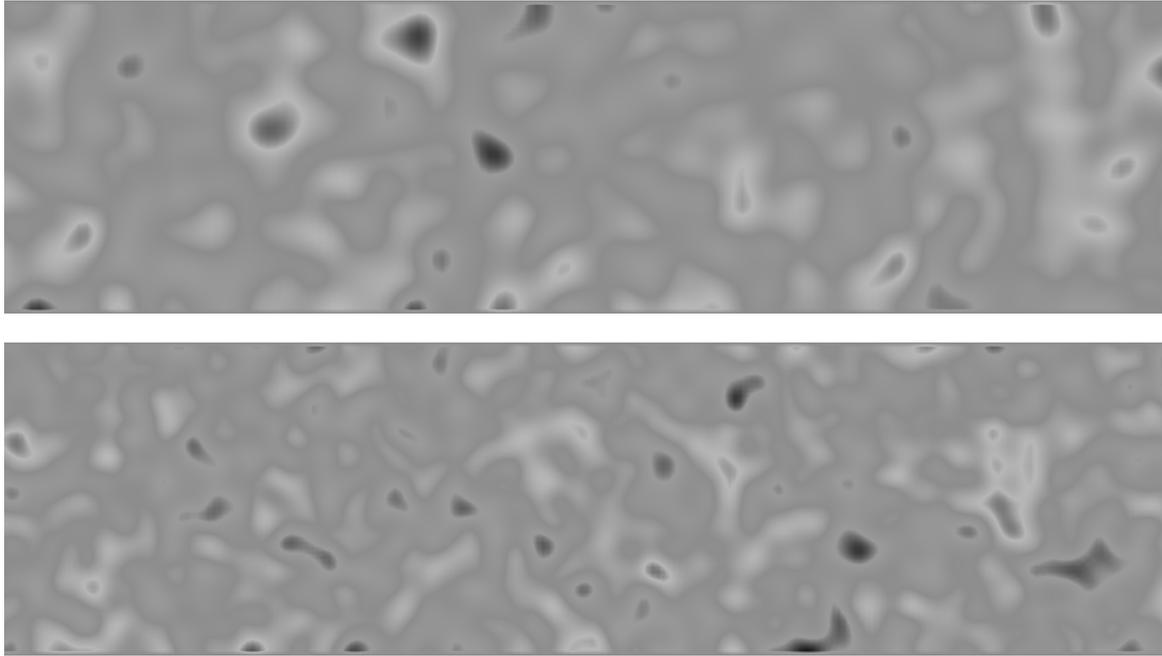


Abbildung 5.3: Generierte pseudoturbulente Geschwindigkeitsfluktuationen. Schnitt durch das erzeugte Feld der Komponente u' : Fall 1 (oben) und Fall 4 (unten). Zeitlicher Verlauf von links nach rechts.

lenz kann jedoch nicht sinnvoll für die Simulation aufgelöst werden. Der Einlassrand wird stattdessen stromab in eine Ebene mit näherungsweise homogenen Bedingungen positioniert. Hier sind aus dem Experiment statistische Mittelwerte für Geschwindigkeit u , Fluktuationsgeschwindigkeit u'_{rms} und Längenmaß ℓ_t bekannt.

Für RANS Simulationen reichen diese Angaben als Randbedingungen zur vollständigen Charakterisierung des turbulenten Strömungsfeldes aus. Für LES müssen daraus zunächst nach der in Abschnitt 4.4 beschriebenen Diffusionsmethode von Kempf et al. [KKJ05] instationäre (pseudo-)turbulente Geschwindigkeitsverläufe erzeugt werden.

Die Turbulenz wird als homogen angenommen, nur die Diagonale des Reynoldsspannungstensors wird belegt mit $R_{ij} = \delta_{ij} \cdot (u'_{rms})^2$. Das resultierende Einströmfeld wird periodisch als Einlassrandbedingung vorgegeben. Die Periodendauer beträgt dreimal so viel wie die Zeit zum Durchströmen des Rechengebietes. Das entspricht je nach Flammenlänge mindestens zehn Durchgängen durch die Flamme. Periodische Randbedingungen sorgen für einen stetigen Übergang.

Ausschnitte der erzeugten Felder zeigt Abbildung 5.3 für die simulierten Fälle eins und vier. Die beiden Felder unterscheiden sich deutlich im Längenmaß der Fluktuationen. Auch der Betrag der Fluktuationsgeschwindigkeit fällt in den beiden Fällen gemäß der Vorgabe der Reynoldsspannung sehr unterschiedlich aus. In Fall 4 ist die Geschwindigkeit u' deutlich höher als in Fall 1.

Rund um die Einströmung befindet sich analog zum experimentellen Aufbau eine Wand mit Hafttrandbedingung für die Geschwindigkeit. Alle übrigen Ränder sind vom Typ `inletOutlet` in Verbindung mit festem Totaldruck, so dass Luft aus der

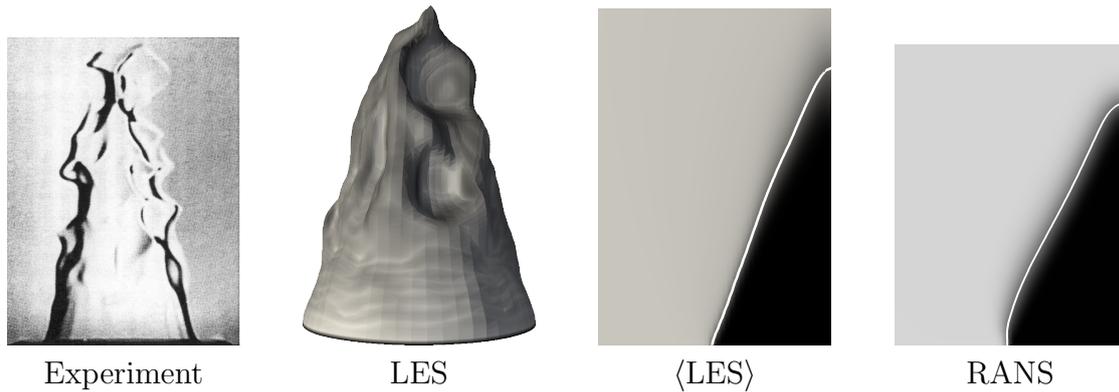


Abbildung 5.4: Erscheinungsformen der Bunsenflamme je nach Betrachtung: Experiment [KKM98], LES, (ensemble-)gemittelte LES und RANS.

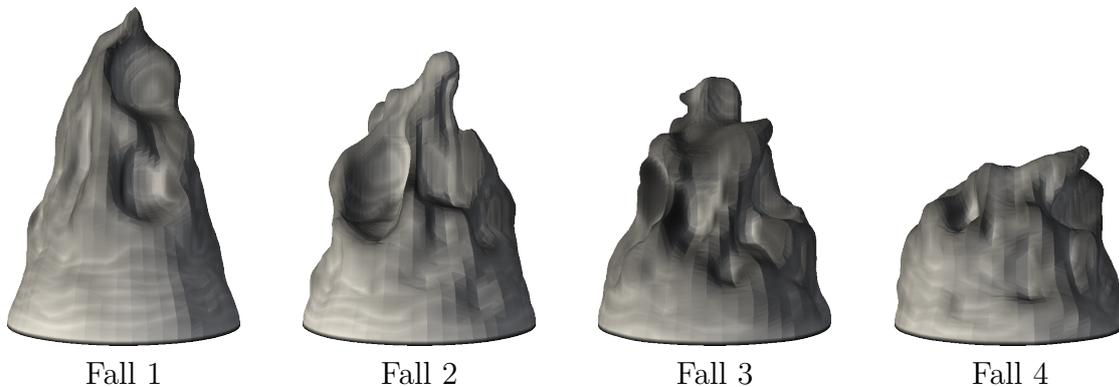


Abbildung 5.5: Instantane Aufnahmen der LES-Bunsenflamme bei verschiedenen Turbulenzintensitäten (Fälle eins bis vier gemäß Tabelle 5.1).

Umgebung angesaugt werden kann. Einlass und Wand geben dagegen einen Gradienten von null für das Druckfeld vor.

Zwischen den Bildern der Flamme wie sie aus Experiment, LES und RANS gewonnen werden herrschen große Unterschiede. Die jeweiligen Flammen sind in Abbildung 5.4 dargestellt. Die Schlierenaufnahme aus dem Experiment gibt zwar einen ersten Eindruck von der Flammenform, in der instantanen LES Aufnahme kommt die Flamme jedoch gleich dreidimensional und begreifbar zum Vorschein. Beliebige Schnitte und Ansichten der Strömungsgrößen verschaffen ein sehr gutes Bild der aufgelösten turbulenten Vorgänge.

Abbildung 5.5 zeigt die instantane Flammenform der vier betrachteten Flammen. Die Flammen unterscheiden sich wesentlich in ihrer turbulenten Faltung. Von Fall 1 zu Fall 4 wird die Oberflächenstruktur feiner, mit der zunehmenden Geschwindigkeit der Fluktuationen steigt auch die turbulente Flammengeschwindigkeit, so dass die Flamme kürzer wird.

Diese Momentaufnahmen geben allerdings immer noch keine Information über die zu bestimmende turbulente Flammengeschwindigkeit preis, da sie zu jedem Zeitpunkt

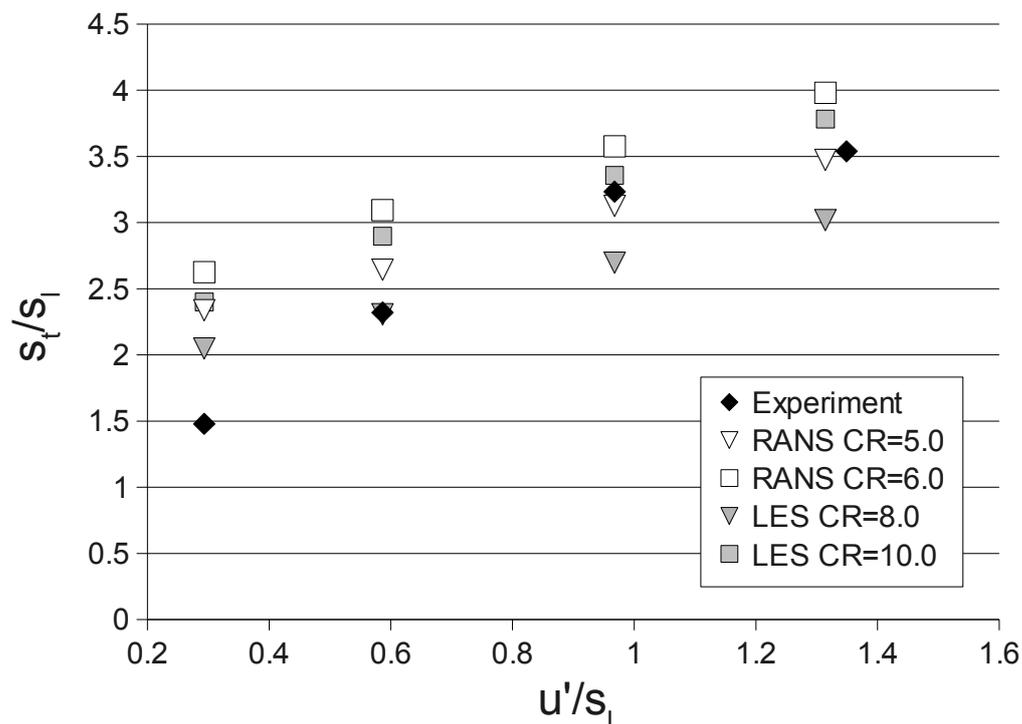


Abbildung 5.6: Turbulente Flammengeschwindigkeit s_t über der Geschwindigkeit der turbulenten Fluktuationen u' , beide normiert mit der laminaren Flammengeschwindigkeit s_l . Experimentelle Ergebnisse [KKM98]: schwarze Symbole; RANS Ergebnisse mit dem LV-Modell [BMP⁺05]: weiße Symbole; LES-Ergebnisse: graue Symbole.

unterschiedlich ausfallen. Erst mit Hilfe von zeitlich gemittelten Daten kann eine globale Aussage über s_t getroffen werden. Die gemittelte Darstellung der LES in Abbildung 5.4 resultiert aus Mittelung sowohl zeitlich als auch örtlich in Umfangsrichtung. Die Verwendung der Rotationssymmetrie erlaubt große Einsparungen an Rechenaufwand. Aus dem mit zweidimensionalen RANS Simulationen bestimmten glatten Strömungsfeld kann schließlich direkt der Flammenöffnungswinkel und damit die Flammengeschwindigkeit bestimmt werden. Jedoch gibt RANS keinerlei Informationen über die tatsächliche turbulente Faltung der Flamme.

Bei der Betrachtung des gemittelten Strömungsfeldes aus der LES bzw. des RANS-Feldes muss die Favre-gemittelte Fortschrittsvariable \tilde{c} zunächst in die Reynolds-gemittelte Form \bar{c} gebracht werden. Nach [BMP⁺05] gilt der Zusammenhang

$$\bar{c} = \frac{(1 + \tau) \tilde{c}}{1 + \tau \tilde{c}} \quad (5.8)$$

mit dem Wärmefreisetzungsparameter $\tau = 1 - \rho_b/\rho_u$.

Die resultierende Reynoldsgemittelte Flammenoberfläche ist nahezu perfekt kegelförmig. Sie kann als Isofläche bzw. -linie mit $\bar{c} = 0,5$ detektiert werden. Aus den ermittelten Punkten auf der Oberfläche wird dann mit Hilfe linearer Regression der Öffnungswinkel des Kegels bestimmt. Die abgerundeten Regionen an der Flammenba-

sis und an der Spitze werden dabei ausgelassen. Die ermittelten turbulenten Flammgeschwindigkeiten sind in Abbildung 5.6 über der turbulenten Fluktuationgeschwindigkeit aufgetragen. Die Achsen sind dimensionslos normiert, indem die turbulente Flammgeschwindigkeit s_t und die Fluktuationgeschwindigkeit u' auf die laminare Flammgeschwindigkeit s_l bezogen werden.

Es wurden Berechnungen mit verschiedenen Modellkonstanten durchgeführt, wobei die Konstante C_R eine globale Skalierung der Brenngeschwindigkeit ermöglicht, die zu einem gleichmäßigen Anstieg von s_t/s_l in allen in Abbildung 5.6 betrachteten Fällen führt. Die LES-Methode verhält sich sehr ähnlich zum LV-Modell und zeigt einen Anstieg der Flammgeschwindigkeit mit steigendem u' . Genauso zeigen beide Modelle bei niedrigen Turbulenzraten eine zu hohe turbulente Flammgeschwindigkeit gegenüber dem Experiment, da beide Formulierungen auf Annahmen für hohe Reynoldszahlen basieren. Für höhere Werte von u' stimmen die Ergebnisse gut mit den experimentellen Werten überein.

Die Modellkonstanten für beide Modelle sind nicht identisch, liegen jedoch in der gleichen Größenordnung. Brandl et al [BMP⁺05] empfehlen Werte zwischen $C_{R,LV} = 5.0$ und 6.0 für die beste Übereinstimmung mit dem Experiment bei höherer Turbulenz. Beim LES Modell entspricht dies etwa Werten von $C_{R,LES} = 8.0$ bis 10.0 für die Modellkonstante.

5.3 RÜCKWÄRTSGERICHTETE STUFE

Als zweiter Fall zur Validierung der Verbrennungsmodelle wurde die reagierende Strömung über eine rückwärts gerichtete Stufe ausgewählt. Die Konfiguration wurde experimentell von Pitz und Daily [PD83] und Ganji und Sawyer [GS80] untersucht, deren Daten hier zum Vergleich dienen. Zur Validierung von Teilen des Strömungslösers OpenFOAM wurde an diesem Fall von Weller [WTJF98] numerisch die nicht reagierende und die reagierende Strömung untersucht. Da in diesem Zusammenhang die Validierung des Verbrennungsmodells im Vordergrund steht, wird auf die Diskussion der isothermen Strömung verzichtet.

Abbildung 5.7 zeigt den Aufbau und die Isofläche $u_x = 0$ der isothermen Strömung. Hinter der Stufe entwickelt sich eine Scherschicht, mit zunehmender Entfernung von der Stufe nimmt die Dicke der darin enthaltenen Wirbelstrukturen zu. Stromab der Stufe bildet sich in der unteren Hälfte des Kanals eine Rezirkulationszone. Im reagierenden Fall transportiert diese heißes Gas stromauf und sorgt so für die

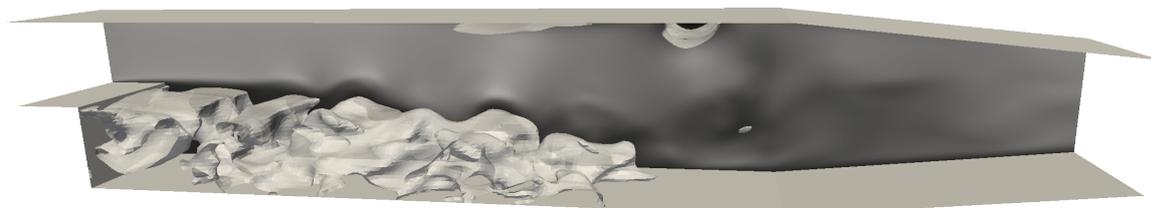


Abbildung 5.7: Konfiguration der Strömung über eine rückwärts gerichtete Stufe. Instantane Isofläche von null Geschwindigkeit in Strömungsrichtung im nicht reagierenden Fall. Hinter der Stufe bildet sich eine Rückströmung, einzelne Wirbel bewirken auch Rezirkulation an der oberen Wand.

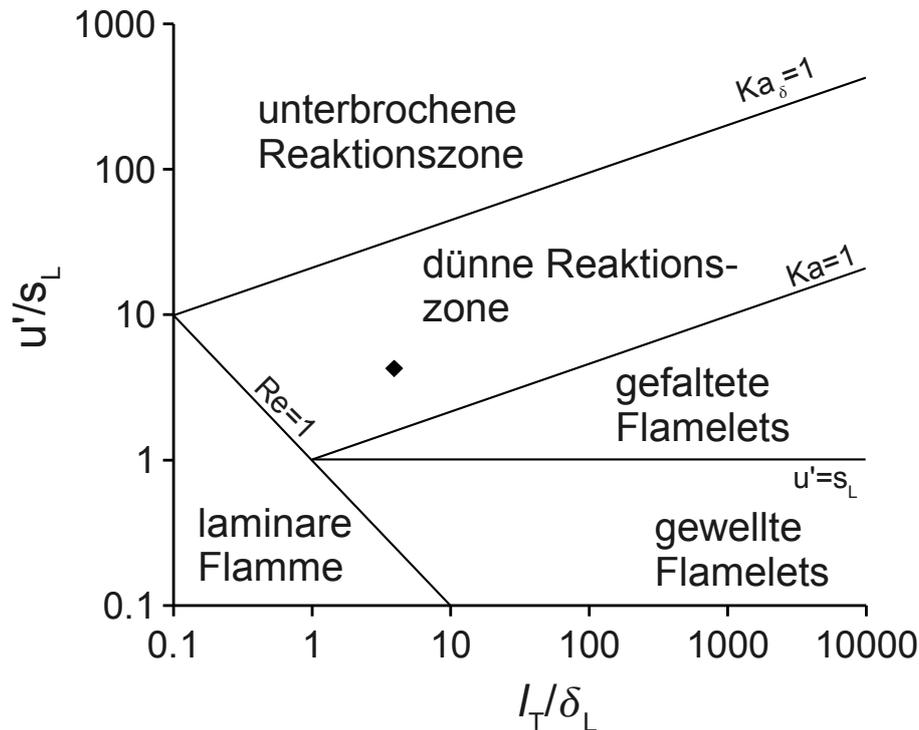


Abbildung 5.8: Regimediagramm der Stufenströmung. Das Regime der dünnen Reaktionszonen liegt vor.

Zündung des frischen Gases. Im weiteren Verlauf wird die Verbrennung durch die Mischung von verbranntem und unverbranntem Gas innerhalb der Scherschicht erhalten. Die Strömung verlässt das Recheng Gebiet durch eine aus Gründen der numerischen Stabilität von Weller [WTJF98] eingeführte Düse.

Durch die besondere Zeitabhängigkeit der Scherschichtinstabilität illustriert diese Konfiguration sehr klar die Unterschiede zwischen RANS und LES. Während sich mit RANS eine glatte Flammenfront mit zunehmender Dicke ausbildet, ist die LES in der Lage, die einzelnen Wirbel aufzulösen und zeigt deren Effekt auf die Flamme. In Experimenten der reagierenden Stufenüberströmung tritt unter Umständen akustische Anregung der Scherschichtinstabilität auf. Die Druckwellen induzieren zusätzliche Geschwindigkeitsfluktuationen, wenn sie entlang des Kanals laufen. Dieser Aspekt bleibt hier in den Simulationen unbeachtet.

Die Strömung hat eine Reynoldszahl von $Re = 22100$ bezogen auf die Höhe des Einlasses ($H = 0.0254m$), die auch gleich der Höhe der Stufe ist. Als Brennstoff wird Propan verwendet, die magere Mischung hat ein Äquivalenzverhältnis von $\varphi = 0.56$. Die obere Kanalwand hat Umgebungstemperatur, die untere wurde im Experiment gekühlt und auf einer konstanten Temperatur von $570K$ gehalten. Im Regimediagramm in Abbildung 5.8 liegt der Betriebspunkt im Bereich der dünnen Reaktionszonen, die normierte Fluktuationsgeschwindigkeit liegt höher als in der Bunsenflamme, das normierte Längenmaß dagegen niedriger.

Die RANS kann wegen der Periodizität quer zur Strömungsrichtung auf den zweidimensionalen Fall reduziert werden. Das resultierende Netz verfügt über 12200 Zellen mit einer Verfeinerung der Auflösung im Bereich der Scherschicht.

Für die LES ist die Auflösung in allen drei Dimensionen nötig, das Rechengelände erstreckt sich über zweimal die Einlasshöhe normal zur Strömung. Eine zyklische Randbedingung sorgt für Periodizität in dieser Richtung. Gegenüber der RANS muss das Gitter auch verfeinert werden und kommt so auf $2.5 \cdot 10^5$ Zellen. Am Einlassrand der LES werden Fluktuationen anhand experimentell ermittelter Turbulenzgrößen aufgeprägt, jedoch dominiert für die Flamme der Einfluss der in der Scherschicht erzeugten Turbulenz.

An den Wänden, insbesondere der oberen, kalten Wand, tritt hier mit dem originalen Lindstedt-Vaas Modell der in Kapitel 3 beschriebene Effekt der Flammenpropagation durch Überschätzen der turbulenten Mischung auf. Gemäß der oben beschriebenen Löschmethode wird nun jedoch in Regionen mit kaltem Gas die Reaktion unterdrückt. Für RANS liegt der Grenzwert bei $T_q = 743K$, erst oberhalb dieser Temperatur wird die Reaktion zugelassen. Die LES-Formulierung ist wegen der Abhängigkeit des Quelltermes sowohl von $\tilde{c} \cdot (1 - \tilde{c})$ als auch von $|\nabla\tilde{c}|$ weniger stark von diesem Effekt betroffen, daher kann die Löschtemperatur auch niedriger gesetzt werden. Werte knapp über der Temperatur des kalten Gases ($T_q = 300K$) reichen hier aus.

Das Löschmodell beeinträchtigt jedoch auch die Fähigkeit der Flamme, in unverbranntes Gas hinein zu propagieren. Eine Rekalibrierung der Modellkonstante ist daher nötig. Beste Übereinstimmung mit den experimentellen Werten liefert die Einstellung $C_{R,LV} = 3.0$ für RANS. Die Modellkonstante für LES liegt mit $C_{R,LES} = 8.0$ im Rahmen der an der Bunsenflamme ermittelten Werte.

Auch in einer anderen Region der Strömung wird insbesondere bei der LES die Reaktionsrate überschätzt, nämlich direkt hinter der Stufe am Beginn der Scherschicht. Die hohe Streckungsrate resultiert in einem hohen Wert der Subgridviskosität ν_{SGS} , woraus wieder eine hohe Reaktionsrate folgt. Durch die starke Wärmefreisetzung am Beginn wird die Scherschicht derart stabilisiert, dass sich keine großskaligen Wirbel bilden können, eine glatte Flammenfront ohne Wirbelstrukturen ist die Folge.

Dieses Verhalten zeigt klar die Limitierung von Verbrennungsmodellen, die lediglich auf der ungestreckten Flammengeschwindigkeit s_{l0} basieren. Für die Strömung im Gasturbinenbrenner und das CIVB spielt die Streckung eine untergeordnete Rolle, daher wird an dieser Stelle auf die Implementierung eines Marksteinkriteriums zur Streckungskorrektur verzichtet. Vielmehr wird direkt hinter der Stufe die Reaktion künstlich unterdrückt und innerhalb einer Stufenhöhe stromab von null linear eingebündelt, während sich die instabile Scherschicht entwickelt. Die resultierende Strömung stimmt nun gut mit der im Experiment beobachteten überein.

Das Feld der reagierenden Strömung ist in Abbildung 5.9 dargestellt. Das obere Bild zeigt einen instantanen Zustand der LES. Im Hintergrund ist der Verlauf des Reaktionsfortschritts zu sehen, die Fläche stellt die Flammenfront in Form der Isofläche $\tilde{c} = 0.5$ dar. Darunter ist das gemittelte Feld $\langle\tilde{c}\rangle$ aus der LES abgebildet und schließlich der Verlauf von \tilde{c} wie man ihn aus der RANS erhält.

Auf den ersten Blick wird der bedeutendste Unterschied zwischen RANS und LES deutlich, nämlich die unterschiedliche Darstellung der Scherschicht. Während die

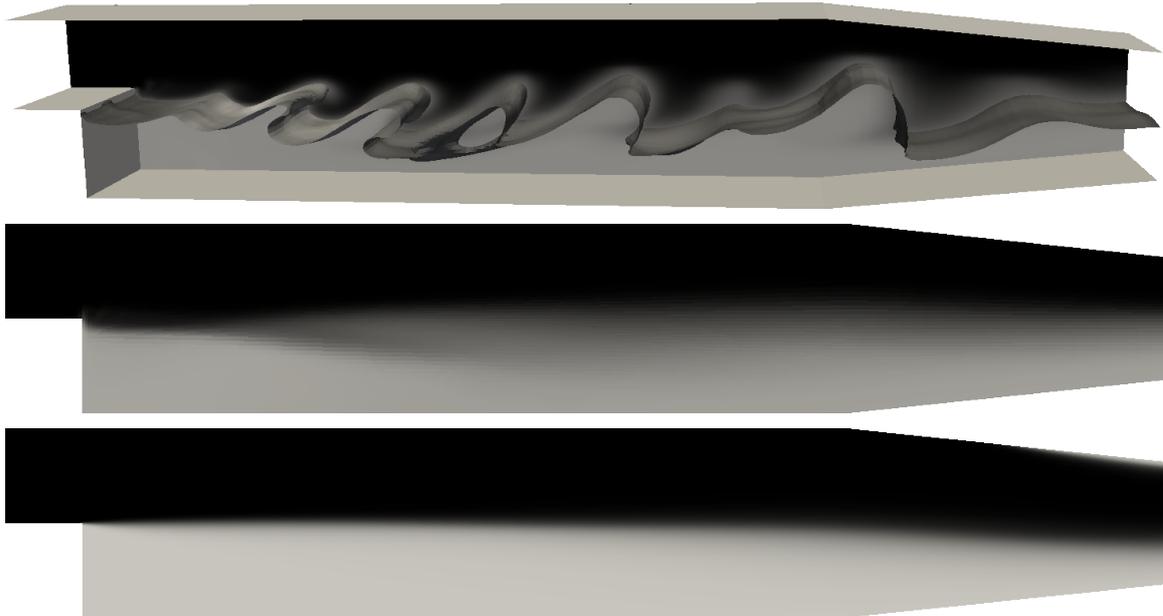


Abbildung 5.9: Strömungsfeld der Verbrennung in der Scherschicht hinter der Stufe: Instantanes Bild der LES mit Flammenoberfläche (Isofläche $\bar{c} = 0.5$) und Verlauf des Reaktionsfortschrittes im Hintergrund (oben). Reaktionsfortschritt der gemittelten LES (mitte) und der RANS (unten).

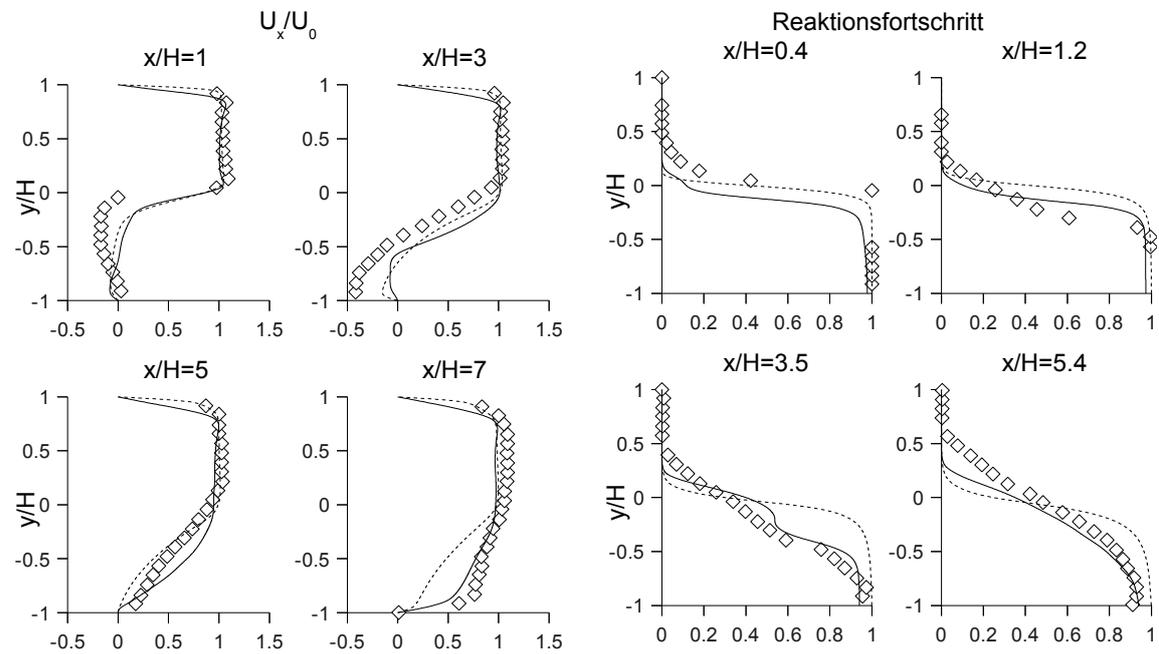


Abbildung 5.10: Profile der Geschwindigkeit in Strömungsrichtung und des Reaktionsfortschritts (normierter CO_2 Massenbruch) an verschiedenen Positionen in Strömungsrichtung. Werte aus Experiment [PD83] markiert mit Rechtecken, LES markiert mit durchgezogenen Linien und RANS mit gestrichelten Linien.

RANS einen stationären Zustand einer glatten und ebenen Scherschicht erzeugt, sind in der instantanen LES großskalige Wirbel zu sehen. Die Wirbel transportieren kaltes Gas nach unten und verbranntes Gas nach oben, stellenweise erreicht sogar kaltes Gas die untere oder heißes Gas die obere Wand. Diese Extrema erscheinen weder in ensembledemittelter LES noch RANS. Auch statistische Momente zweiter Ordnung können dieses Verhalten nicht zeigen. Lediglich LES ist in der Lage die großskaligen Wirbel und Extremtemperaturen instantan zu reproduzieren.

Es zeigt sich auch, dass die Dicke der Scherschicht mit RANS langsamer anwächst als mit LES. Noch deutlicher ist dies in Abbildung 5.10 zu sehen. Dort sind Profile von Geschwindigkeit und Reaktionsfortschritt an verschiedenen Positionen in Strömungsrichtung aus LES, RANS und Experimenten dargestellt. Während bei isothermen Simulationen eine sehr gute Übereinstimmung zwischen experimentellen und numerischen Daten erreicht wird, wird im reagierenden Zustand die Länge der Rezirkulationszone direkt hinter der Stufe sowohl durch RANS als auch durch LES unterschätzt. Die Simulationen zeigen in den vorderen beiden Querschnitten ($x/H = 1$ und $x/H = 3$) nur leicht negative Werte für die Geschwindigkeit.

Weiter stromab ($x/H = 5$) stimmen die Werte sehr gut überein. Das Geschwindigkeitsfeld der RANS bleibt von dort an relativ konstant. Die LES dagegen zeigt in Übereinstimmung mit dem Experiment eine weitere Beschleunigung der Strömung.

Aus den Verläufen des Reaktionsfortschritts wird die Dicke der Scherschicht ersichtlich. Die RANS Simulationen zeigen lediglich eine leichte Zunahme der Dicke, der Gradient des Reaktionsfortschritts bleibt relativ groß im Bereich der Scherschicht. Wesentlich bessere Übereinstimmung mit dem Experiment zeigt die LES. Vor allem in den stromab gelegenen Querschnitten ($x/H = 3.5$ und $x/H = 5.4$) wird die Scherschicht sehr gut wiedergegeben. Auch die unvollständige Reaktion im Bereich der unteren Wand wird sehr gut getroffen. Abweichungen bestehen lediglich am oberen Rand der Scherschicht. Dort wird ihre Ausdehnung etwas kleiner wiedergegeben als es im Experiment zu sehen ist. Der Grund dafür liegt im Löschmodell, das für einen verzögerten Beginn der Reaktion in diesem Bereich sorgt.

Nach Betrachtung der beiden Validierungsfälle kann das Modell als korrekt implementiert betrachtet werden. Die Ergebnisse zeigen die Grenzen seiner Gültigkeit. Optimales Einsatzgebiet sind demnach Strömungen mit hoher Turbulenz und niedriger Streckungsrate. Versehen mit dem Löschmodell in der Nähe von Wänden kann auch Verbrennung eingeschlossen in Brennkammern gut wiedergegeben werden. In den Drallbrennern ist all dies der Fall, so dass im folgenden Kapitel deren Simulation und die Betrachtung des Flammenrückschlages durch verbrennungsinduziertes Wirbelaufplatzen vorgenommen werden kann.

SIMULATION DES VERBRENNUNGSINDUZIERTEN WIRBELAUFPLATZENS

In diesem Kapitel wird das verbrennungsinduzierte Wirbelaufplatzen an zwei verschiedenen Drallbrennern, TD1 und BK2, untersucht, die sich in ihren Abmessungen und der Drallerzeugung unterscheiden. Die untersuchten Brenner sind Labormodelle von in modernen Gasturbinen eingesetzten Brennern [SRL⁺98]. Zur Reduktion des NO_x Ausstoßes läuft die Verbrennung mit mager vorgemischtem Gas ab. Die magere Flamme benötigt jedoch einen Stabilisierungsmechanismus, um stabilen Betrieb zu gewährleisten. Üblicherweise wird dies strömungsmechanisch mittels einer Rückströmung des heißen Reaktionsgases bewirkt. Das heiße Gas sorgt stromauf für die zur Reaktion notwendige Aktivierungsenergie.

Die Rezirkulation kann durch Staukörper oder Lanzen verursacht werden, in deren Nachlaufgebiet dann die Flamme gehalten wird. Die hier untersuchten Konfigurationen kommen jedoch ohne zentrale Körper aus, vielmehr wird der Strömung zunächst ein Drehimpuls aufgeprägt, der im Drallrohr durch die enge Einfassung stabil gehalten wird, so dass sich erst beim Eintritt in die Brennkammer ein Wirbelaufplatzen einstellt. Die daraus resultierende Rezirkulation von Heißgas sorgt für die Stabilisierung der Flamme.

Für den stabilen Betrieb spielt das Drallprofil eine wesentliche Rolle. Einerseits muss die Strömung ein Wirbelaufplatzen an der Querschnittserweiterung zum Brennkammereintritt zulassen, andererseits darf das Wirbelaufplatzen nicht zu weit stromauf innerhalb des Drallrohres stattfinden, da dies den Flammenrückschlag durch CIVB sehr begünstigt.

Von den beiden Brennern wird in Folgenden jeweils zunächst der Aufbau erläutert sowie auf die Besonderheiten bei der numerischen Modellierung in LES und RANS eingegangen. Anschließend wird am TD1-Brenner, dem kleineren der beiden Brenner, mittels LES von der isothermen Strömung über den stabilen Verbrennungsbetrieb der Flammenrückschlag durch CIVB simuliert, um Stabilitätsgrenzen zu bestimmen und um Erkenntnisse über die strömungsmechanischen Vorgänge während des Flammenrückschlags zu gewinnen.

Auch am größeren und näher an tatsächlichen Gasturbinenbrennern orientierten BK2-Brenner werden schließlich Stabilitätsgrenzen bestimmt, wozu jedoch zur Reduktion des Rechenaufwandes vorrangig die Reynoldsgemittelte Simulation dient. Erst für die detaillierte Betrachtung der Strömungsvorgänge kommt exemplarisch auch LES zum Einsatz.

6.1 LARGE EDDY SIMULATION DES TD1 BRENNERS

6.1.1 Aufbau des Brenners

Bei der ersten hier untersuchten Brennerkonfiguration handelt es sich um den TD1 Brenner des Lehrstuhls für Thermodynamik der Technischen Universität München [KS08]. Abbildung 6.1 zeigt dessen Aufbau schematisch. Der Brenner ist kleiner als gängige reale Gasturbinenbrenner, was die Untersuchung unter Laborbedingungen vereinfacht und dabei auch den Rechenaufwand zur numerischen Untersuchung verringert. Luft und Brennstoff werden in einem Plenum vorgemischt. Als Brennstoff wird Erdgas mit einem Methananteil von über 99% verwendet. In den Simulationen wird der Brennstoff daher wie reines Methan behandelt.

Aus dem Plenum strömt das Gas in den Drallerzeuger mit tangentialen Schlitzen zur Aufprägung des Dralls. Ein zentraler Strahl, der Kernstrom, stabilisiert den Wirbelkern und dient zur Steuerung der Position des isothermen Wirbelaufplatzens. Lochbleche sorgen für einen Totaldruckverlust im Kernstrom, was das Wirbelaufplatzen wiederum begünstigt.

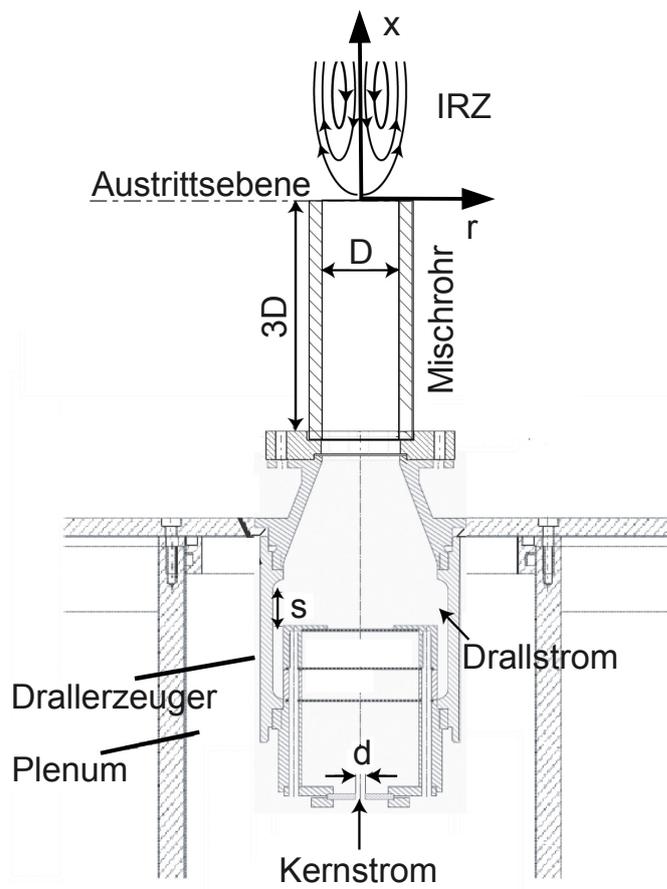


Abbildung 6.1: Schematischer Aufbau des Brenners TD1 (Quelle: [KS08])

Im Anschluss strömt das Gas durch einen Konus in das Drallrohr, wobei der Durchmesser auf 40mm halbiert wird. Das Drallrohr besteht aus Silicaglas, um Zugang für optische Messverfahren zu schaffen [KS08]. Der größte Teil der im folgenden beobachteten und beschriebenen Phänomene des Flammenrückschlages findet innerhalb des Drallrohres statt. Stromab folgt die Brennkammer mit einem deutlich größeren Durchmesser (120mm) als das Drallrohr, so dass sich spätestens hier ein Wirbelaufplatzen einstellt. In der Abbildung ist nach dem Drallrohraustritt die innere Rezirkulationszone (IRZ) skizziert.

Abbildung 6.1 zeigt am Brenneraustritt auch das Koordinatensystem des Brenners. Die x-Achse verläuft entlang der Symmetrieachse des Brenners. Der Ursprung $x = 0$ befindet sich in der Austrittsebene des Drallrohres. So gilt für Positionen im Drallrohr $x < 0$ und in der Brennkammer $x > 0$.

Teile des Drallerzeugers sind variabel gestaltet, so dass sich das Strömungsfeld anpassen lässt. Zum einen betrifft dies die tangentialen Schlitze, deren Länge verändert werden kann, wodurch der aufgeprägte Drehimpuls beeinflusst wird. Im Folgenden wird nur der Fall mit einer Schlitzlänge von 22mm betrachtet. Auch der unverdrallte Kernstrom kann über die austauschbaren Lochbleche und Blenden mit unterschiedlichem Durchmesser variiert werden. Die hier verwendete Konfiguration weist einen Kerndurchmesser von 12mm auf, die Blockage wird zu etwa 50% angenommen. Über den gesamten Betriebsbereich des Brenners ergibt sich damit ein relativ konstanter Anteil des Kernstroms am Gesamtmassenstrom von etwa 8%, wie Konle [Kon10] aus Messungen des Druckverlustes bestimmt hat. Die Bestimmung ist aber nur mit relativ großen Unsicherheitsfaktoren möglich, so dass der tatsächliche Wert auch deutlich abweichen könnte.

Die betrachteten Betriebszustände sind durch die thermische Leistung des Brenners und die Luftzahl charakterisiert, was einem konstanten Brennstoffmassenstrom entspricht. Die Leistung wird hier zu 40kW , 60kW und 80kW gewählt und für jeden der Punkte die kritische Luftzahl bestimmt, indem der Anteil der Luft verringert wird. Der Gesamtmassenstrom nimmt also mit sinkender Luftzahl ab, was auch einen Einfluss auf das Rückschlagverhalten hat, da die Flamme gegen langsamere Anströmung propagieren muss.

Da die Luft nicht vorgewärmt wird, liegt bei allen Betriebspunkten eine relativ niedrige laminare Flammengeschwindigkeit im Vergleich zum später betrachteten BK2-Brenner vor. Die turbulenten Fluktuationen sind gleichzeitig deutlich stärker als beispielsweise die am Kobayashi-Bunsenbrenner betrachteten. Das führt dazu, dass sich im Regimediagramm (Abbildung 6.2) die Betriebspunkte, an denen Flammenrückschlag auftritt, an der Grenze von dünner zu unterbrochener Reaktionszone befinden. Die Flammenfront wird schon stellenweise von der Turbulenz aufgebrochen wie in Abbildung 6.3 zu sehen ist, lokal liegen jedoch noch zusammenhängende Flammenfronten vor. Damit sind die Annahmen für das Verbrennungsmodell im Zusammenhang mit LES noch gültig.

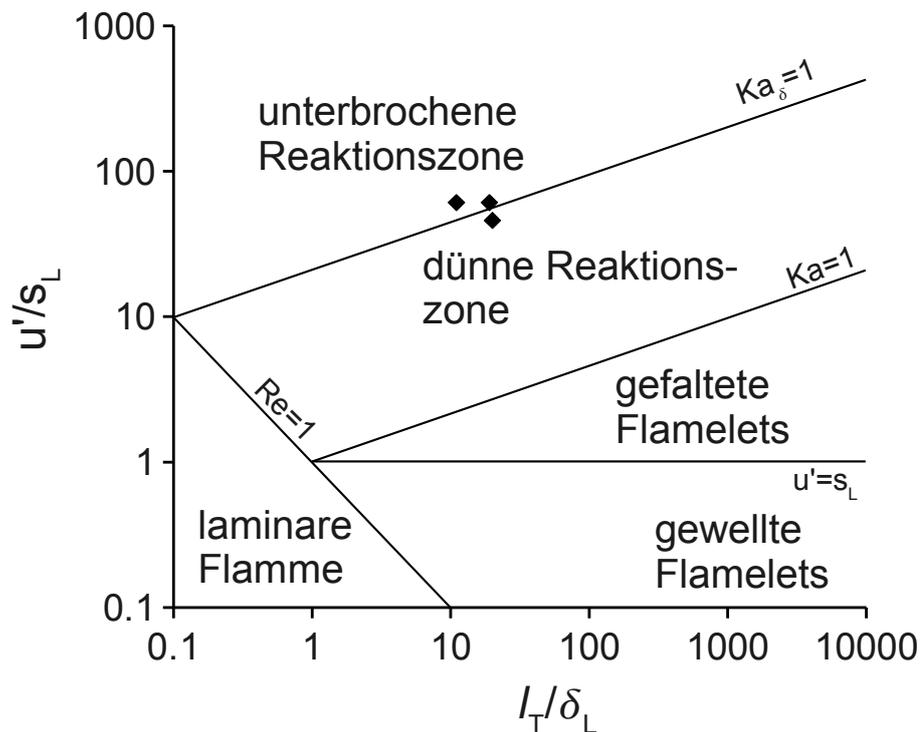


Abbildung 6.2: Regimediagramm des TD1-Brenners. Durch die niedrige laminare Flammgeschwindigkeit im Vergleich zu den turbulenten Schwankungen liegen die Betriebspunkte an der Grenze zwischen dünner und unterbrochener Reaktionszone.



Abbildung 6.3: Reaktionsquellterm als Markierung der Reaktionszone, trotz stellenweiser Unterbrechung durch turbulente Wirbel liegen lokal zusammenhängende Reaktionszonen vor.

6.1.2 Numerisches Modell

In der Simulation des TD1 Brenners kommt ausschließlich Large-Eddy Simulation zur Anwendung. Der in der Simulation betrachtete Brenner umfasst sinnvoller- und notwendigerweise nur einen Teil der im Labor aufgebauten Anlage. Das Rechengebiet kann je nach Modellierungsaufwand mehr oder weniger weit vereinfacht werden. Das

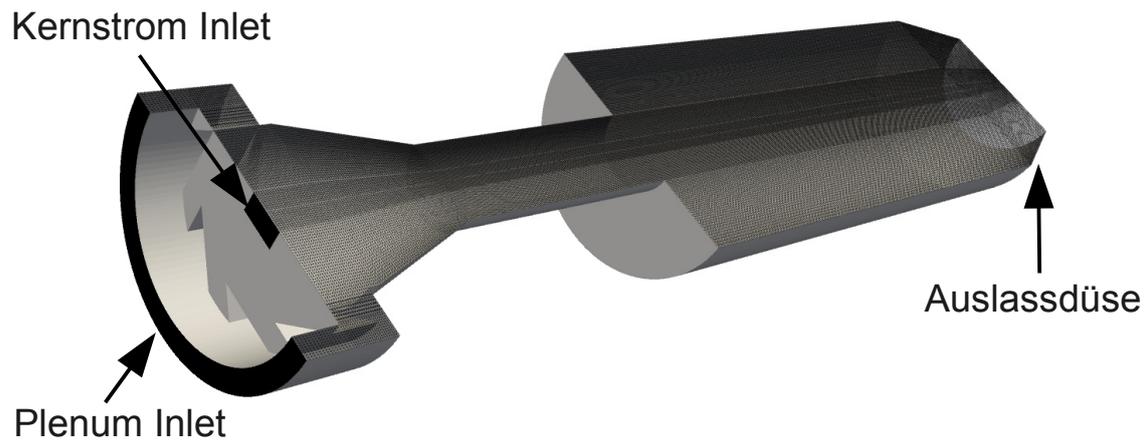


Abbildung 6.4: Numerisches Gitter für die LES des TD1-Brenners mit Teil des Plenums und Drallerzeuger sowie einer Düse am Austritt.

umfangreichste Modell des TD1-Brenners umfasst einen kleinen Teil des Plenums, den Drallerzeuger, sowie den daran angeschlossenen Konus, das Drallrohr und die Brennkammer.

Abbildung 6.4 zeigt das verwendete numerische Gitter. Im ringförmigen Teil des Plenums rund um die tangentialen Schlitze des Drallerzeugers befindet sich am vorderen Rand die Einlassrandbedingung, über die flächennormal der gewünschte Massenstrom mit konstanter Geschwindigkeit eingeleitet wird. Im Zentrum des Drallerzeugers wird über eine weitere Einströmrandbedingung der Kernmassenstrom eingestellt. Zur Vereinfachung der Gittererzeugung wird anstelle der kreisförmigen Bohrung ein Rechteck verwendet. Das zylindrische Gitter, das sich über die gesamte Länge des Brenners erstreckt, besteht im Zentrum aus einem quadratischen Querschnitt umgeben von einem O-Netz. Es handelt sich um eine blockstrukturierte Topologie, die jedoch durch den Löser OpenFOAM unstrukturiert behandelt wird.

Die Wände des Brenners sind reibungsbehaftet mit der Vorgabe einer Geschwindigkeit von null und eines Druckgradienten von null. Für die Enthalpie werden die Wände adiabatisch modelliert, da Wärmeverluste an die Umgebung für die hier untersuchten Phänomene keine Rolle spielen. Die Brennkammer schließt mit einer Düse ab. Der gegenüber der Brennkammer leicht verengte Querschnitt verhindert durch eine zusätzliche Beschleunigung des Gases Rückströmung am Brennkammeraustritt weitgehend und stabilisiert damit das numerische Verfahren. Die Randbedingung am Austritt ist vom Typ *inletOutlet* und gibt einen festen Umgebungsdruck von 1bar vor.

Der TD1-Brenner wird mit zwei unterschiedlich fein aufgelösten Rechennetzen untersucht. Das erste Netz verfügt über 2 Millionen Zellen. Die Zellen im Wirbelkern weisen eine Kantenlänge von 1mm auf.

Das feinere Gitter löst mit 12 Millionen Zellen noch wesentlich feinere Details der Strömung auf. Es erlaubt eine noch genauere Betrachtung der Vorgänge rund um die Flammenspitze während des Rückschlags. Eine lokale Verfeinerung lediglich in

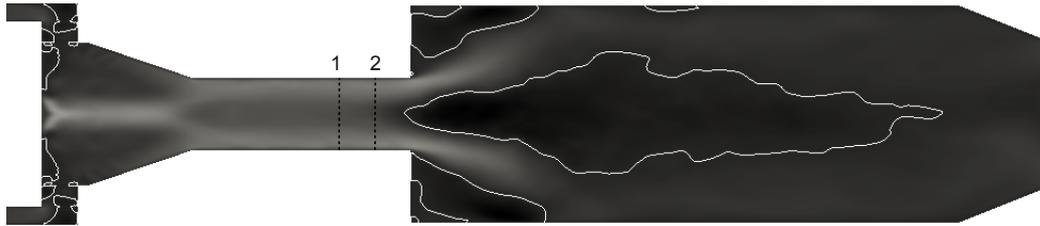


Abbildung 6.5: Mittlere Axialgeschwindigkeit der LES im TD1-Brenner im isothermen Betrieb (weiße Linie: Isolinie $u_x = 0$). Positionen der Schnittebenen für die Geschwindigkeitsprofile (1 und 2).

der Umgebung der Flammenspitze ist nicht möglich, da die Flamme sich durch das Drallrohr bewegt. Die Zellen im Wirbelkern haben bei diesem Gitter eine Kantenlänge von nur 0.5mm .

Die weitere numerische Konfiguration entspricht der in Kapitel 5 bereits verwendeten. Auch für die Simulation des TD1 Brenners ist das Wandlöschmodell notwendig. Am Eintritt in die Brennkammer käme es sonst wegen der starken Scherung beim Ablösen der Strömung von der Wand des Mischrohres zu einer unphysikalischen Flammenausbreitung, die sich ins Mischrohr hinein an der Wand fortsetzt. Ein Flammenrückbrennen entlang der Wand wäre die Folge. Mit Hilfe des Löschmodells wird dies jedoch unterbunden.

Vor der Simulation des Flammenrückschlages muss zunächst die Modellkonstante C_R für die Brennerkonfiguration kalibriert werden. Wie schon am Bunsenbrenner gezeigt bewirkt die Konstante eine Skalierung der Flammengeschwindigkeit und beeinflusst darüber die Fähigkeit der Flamme, sich zum Staupunkt der Rezirkulationszone zu bewegen. Ein höherer Wert von C_R begünstigt also den Flammenrückschlag. Da die Turbulenz in der Drallströmung im Wesentlichen durch den Drallerzeuger generiert wird und dieser für alle Betriebspunkte eines Brenners gleich bleibt, kann unabhängig vom Betriebspunkt eine Modelleinstellung für den Brenner vorgenommen werden. Zur Kalibrierung wird ausgehend vom stabilen Betrieb bei aus dem Experiment bekannter kritischer Luftzahl die Konstante erhöht bis der Flammenrückschlag eintritt. Daraus ergibt sich ein Wert von $C_{R,LES} = 15.0$ bei 40kW Brennerleistung und $\lambda = 1.55$, etwas höher also als der bei den Validierungsfällen ermittelte Wert.

6.1.3 Isotherme Strömung und stabiler Betrieb

Die Betrachtung der Strömung beginnt zunächst mit dem isothermen Betrieb des Brenners. Erst wenn dieser Zustand stabil ausgebildet ist, kann die Verbrennung aktiviert werden. Exemplarisch wird hier die Strömung des Betriebspunktes 40kW , $\lambda = 1.6$ betrachtet. Dabei ergibt sich ein Massenstrom von 22.8g/s , was im Drallrohr einer mittleren axialen Strömungsgeschwindigkeit von 15.1m/s entspricht.

Die Struktur der Strömung ist in Abbildung 6.5 zu erkennen. Darin ist ein Schnitt durch das Feld der gemittelten Axialgeschwindigkeit dargestellt. Die weiße Isolinie $u_x = 0$ markiert den Rand von Rezirkulationsgebieten. Im Drallerzeuger bildet sich

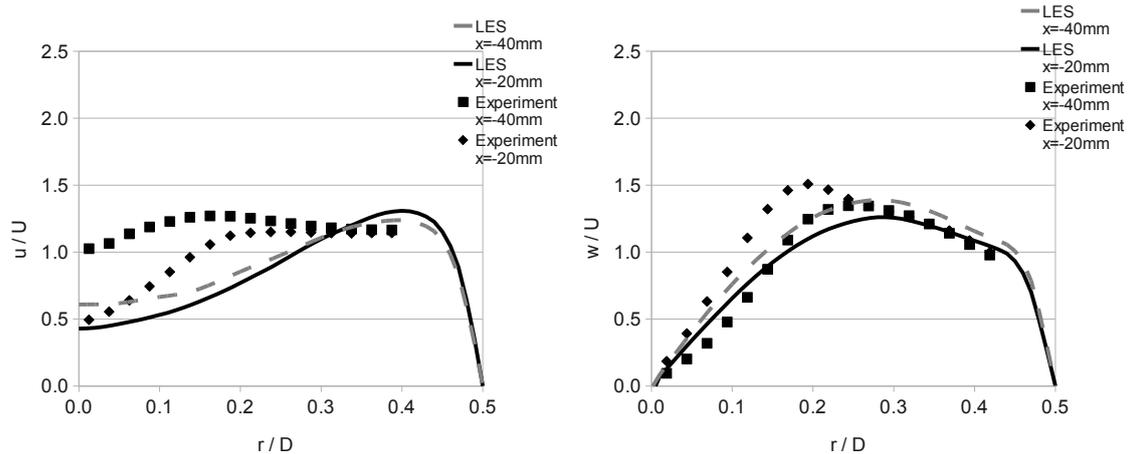


Abbildung 6.6: Geschwindigkeitsprofile im Drallrohr des TD1 Brenners, links Axialgeschwindigkeit, rechts Umfangsgeschwindigkeit.

zunächst ein zentraler Jet im Zentrum der rotierenden Strömung. Im konischen Teil wird die Strömung beschleunigt bis sich am Beginn des Drallrohres die Struktur ändert. Hier ist bereits ein Ansatz des Wirbelaufplatzens zu sehen, das Geschwindigkeitsmaximum verlagert sich aus der Mittelachse nach außen. Die Stabilität des Wirbels wird durch die Wände des Drallrohres gewährleistet. Erst am Eintritt in die Brennkammer entsteht wie beabsichtigt das Wirbelaufplatzen mit Rezirkulationszone.

Zur Validierung sind in Abbildung 6.6 Profile der Axial- und der Radialgeschwindigkeit aus Messung und Simulation gegenübergestellt. Die Profile sind im Drallrohr in den Schnittebenen einen halben Rohrdurchmesser und einen Rohrdurchmesser stromauf der Brennkammer entnommen. Der Verlauf der simulierten Umfangsgeschwindigkeit stimmt sehr gut mit den Messwerten überein. An der Axialgeschwindigkeit wirkt sich das isotherme Wirbelaufplatzen in der Simulation bereits etwas stärker aus als im Experiment. Die Messwerte zeigen nur eine leichte Geschwindigkeitsabnahme an der Achse, während in der Simulation bereits eine deutliche Verzögerung vor dem Wirbelaufplatzen auftritt. Weiter stromab, einen halben Rohrdurchmesser vor dem Brennkammereintritt, ist dagegen auch in der Messung der Einfluss des Wirbelaufplatzens zu sehen, die beiden Profile zeigen hier den gleichen Trend.

Abbildung 6.7 zeigt das aufgelöste Frequenzspektrum an einem Punkt innerhalb des Drallerzeugers in beiden Gittern. Aufgetragen ist die spektrale Dichte über der zur Strouhalzahl k normierten Frequenz f . Es gilt $k = \frac{f \cdot u}{T}$ normiert mit der mittleren Geschwindigkeit im Drallrohr und dem Drallrohrdurchmesser.

Im feinen Gitter wird die turbulente Bewegung bis zu einer höheren Strouhalzahl aufgelöst (Abbildung 6.8). Abgesehen davon verhalten sich beide Kurven sehr ähnlich und enden deutlich im Inertialbereich. Aufgrund des geringeren Rechenaufwandes ist für das Spektrum aus dem gröberen Gitter eine feinere Frequenzauflösung möglich. Bei $k = 3 \cdot 10^5$ und $k = 5.5 \cdot 10^5$ sind im Drallerzeuger Intensitätsmaxima zu sehen, die aus der Präzessionsbewegung des Wirbelkerns sowie aus der Umdrehungsgeschwindigkeit mal der Anzahl der Schlitze im Drallerzeugern resultieren.

Wenig stromab klingen beide Spitzen ab, da die Präzession hier keine Rolle mehr

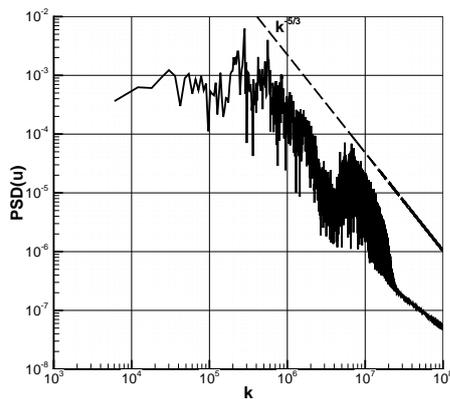


Abbildung 6.7: Spektrum der aufgelösten Geschwindigkeitsschwankungen im größeren Gitter im Drallerzeuger.

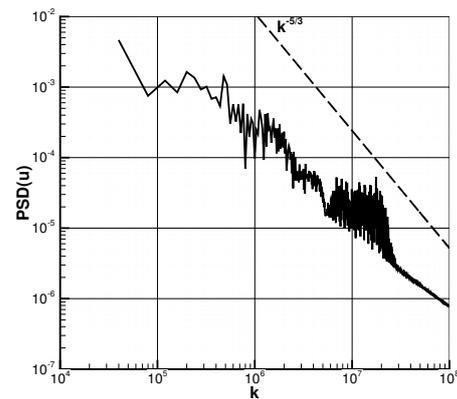


Abbildung 6.8: Spektrum der aufgelösten Geschwindigkeitsschwankungen im feinen Gitter im Drallerzeuger.

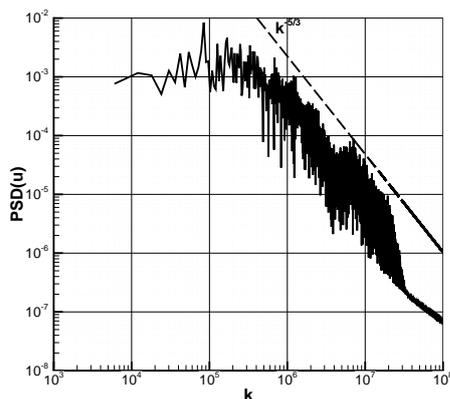


Abbildung 6.9: Spektrum der aufgelösten Geschwindigkeitsschwankungen im groben Gitter am Beginn des Drallrohres.

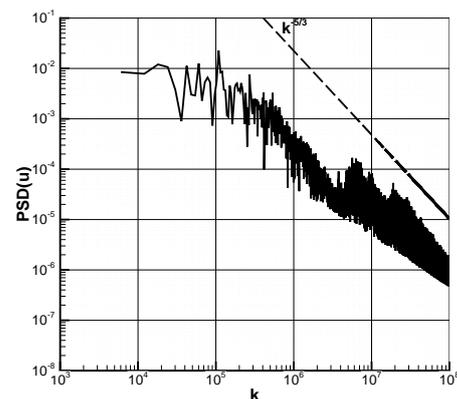


Abbildung 6.10: Spektrum der aufgelösten Geschwindigkeitsschwankungen im groben Gitter nach Eintritt in die Brennkammer.

spielt und die Inhomogenität des Drallerzeugers durch Mischung verschwindet. Das Spektrum zu Beginn des Drallrohres in Abbildung 6.9 zeigt nur noch die Präzession des Wirbelkerns bei $k = 8.5 \cdot 10^5$. Diese Frequenz bleibt bis zum Wirbelaufplatzen erhalten. Am Eintritt zur Brennkammer bewirken das Wirbelaufplatzen und die Scherung am Drallrohrende gröberskalige Bewegung und führen neue turbulente kinetische Energie hinzu, jedoch ohne definierte Intensitätsspitzen wie aus Abbildung 6.10 zu sehen ist. Im gesamten unteren Frequenzband liegt hier die Intensität der Fluktuationen höher.

Zur Zündung der Flamme wird der Reaktionsfortschritt in mehreren Zellen entlang der Mittelachse des Brenners rund um den Eintritt in die Brennkammer auf den Wert eins für vollständig reagiert gesetzt. An den umliegenden Zellen, in denen nun durch konvektiven und diffusiven Transport $0 < \tilde{c} < 1$ vorliegt, greift dann der Reakti-

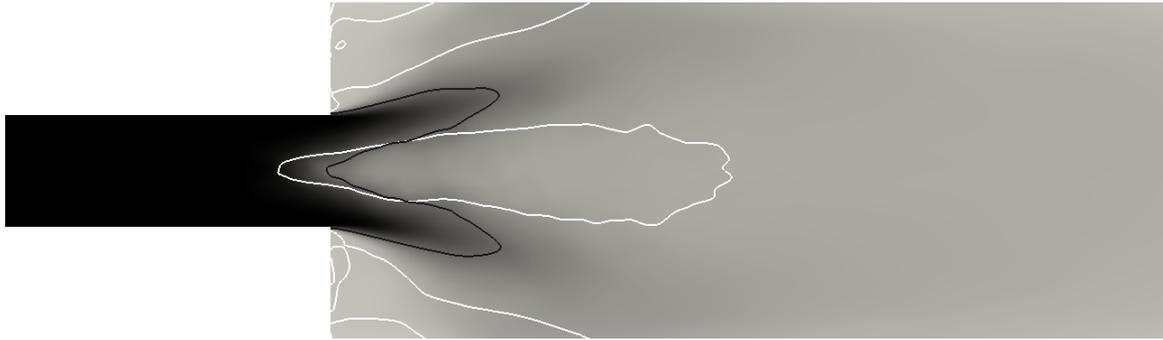


Abbildung 6.11: Gemitteltes Feld des Reaktionsfortschritts bei LES des stabilen Betriebes (40kW, $\lambda = 1.70$). Weiße Isoline $u_x = 0$, schwarze Isolinie $\tilde{b} = 0.5$.

onsquellterm und die Flammenfront breitet sich aus. Der Ort der Zündung ist von besonderer Bedeutung für die Stabilität der Flammenposition. Wird zu weit stromab gezündet, so wird die Flamme aus der Brennkammer hinaus transportiert, es kommt nicht zu einer andauernden Reaktion. Befindet sich der Zündpunkt jedoch zu weit stromauf, so kann schon durch die Zündung ein Wirbelaufplatzen mit darauf folgendem Flammenrückschlag induziert werden.

Bei Wahl der richtigen Zündposition stellt sich bei passender Gemischeinstellung eine stabile Flamme ein. Abbildung 6.11 zeigt den gemittelten Verlauf des Reaktionsfortschritts für einen solchen Fall, hier bei einer Brennerleistung von 40kW und einer Luftzahl von $\lambda = 1.70$. Die schwarze Isolinie markiert die Lage von $\tilde{c} = 0.5$, die weiße Isolinie $u_x = 0$ umrandet das Rezirkulationsgebiet. Das gemittelte Feld ist sehr rotationssymmetrisch und der Staupunkt der Rezirkulation liegt deutlich vor der Flammenspitze schon im Drallrohr. Die Flammenspitze liegt im Mittel auf der Höhe der Brennereintrittsebene.

Betrachtet man dagegen das instantane Bild der Strömung in Abbildung 6.12, so wird ihre instationäre Erscheinung deutlich. Beide Schnitte stammen aus dem selben Betriebspunkt. Das Wirbelaufplatzen wandert stromauf und stromab, präzediert um die Symmetrieachse und interagiert dabei auch mit der Flamme. Im Allgemeinen folgt die Flamme dem Staupunkt, wird dann aber auch wieder durch großskalige Bewegungen stromab transportiert, woraufhin der Staupunkt ihr folgt. Dies ist ein Indiz für verbrennungsinduziertes Wirbelaufplatzen, da das Wirbelaufplatzen nicht ohne die Flamme weiter stromauf bestehen bleibt. Die Flamme folgt dem Staupunkt aber noch nicht ausreichend schnell und nah, dass sich ein Rückschlag entwickeln kann.

6.1.4 Simulation und Analyse des Flammenrückschlages

Aus dem stabilen Betrieb heraus kann nun der Flammenrückschlag eingeleitet werden. Das Luft-Brennstoff Gemisch wird dazu fetter eingestellt, die Wärmefreisetzung und die Flammengeschwindigkeit erhöhen sich. Ab einer kritischen Luftzahl, die von Faktoren wie Brennerleistung bzw. Massendurchsatz und Vorwärmtemperatur abhängt, kommt es zum Flammenrückschlag.

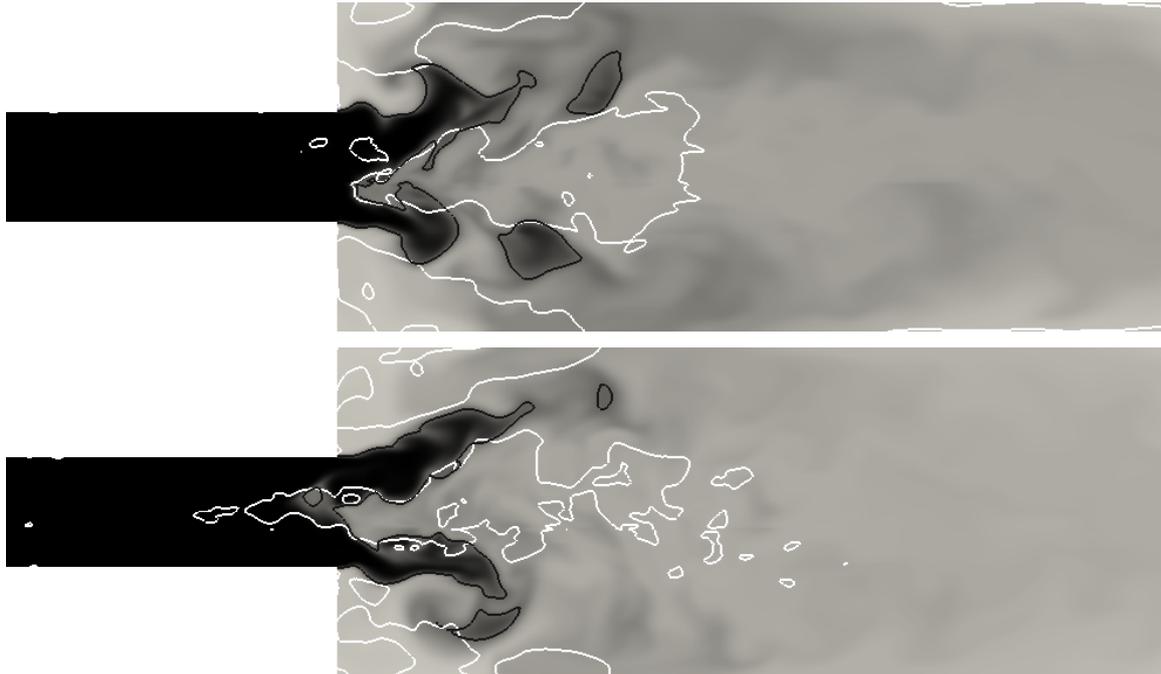


Abbildung 6.12: LES des stabilen Betriebes (40kW, $\lambda = 1.70$), die Flamme bewegt sich stromauf und stromab. Weiße Isoline $u_x = 0$, schwarze Isolinie $\tilde{b} = 0.5$.

Um diese kritische Luftzahl in der Simulation zu bestimmen, wird nun ausgehend vom stabilen Betriebszustand die Luftzahl gesenkt, bis die Flamme stromauf wandert. Die Veränderung der Luftzahl geschieht in Schritten von $\Delta\lambda = 0.05$. Die Simulationsdauer jedes Betriebspunktes beträgt $0.1s$, was je nach Durchsatz am jeweiligen Betriebspunkt etwa zehn bis zwanzig mal der Zeit zum Durchströmen des Drallrohres entspricht. Die Luftzahlvariation am TD1-Brenner wird bei konstanter Brennerleistung, also bei konstantem Brennstoffmassenstrom, vorgenommen. Damit verändert sich mit jeder Luftzahl durch die Anpassung des Luftmassenstroms das Strömungsfeld geringfügig. Bei niedrigerer Luftzahl nimmt somit auch die Geschwindigkeit ab. Ein Teil der Simulationszeit wird daher auch dafür benötigt, dass sich der Zustand einpendelt und wieder eine im Mittel stationäre Strömung einstellen kann.

Beim Beginn des Flammenrückschlages ist zunächst zu beobachten, dass die Flamme sich unmittelbar stromab des Staupunktes der Rezirkulationszone befindet und diese Position auch kaum mehr verlässt. Abbildung 6.13 zeigt Schnitte durch den Reaktionsverlauf zu verschiedenen Momenten während des Rückschlages. Wenn sich Staupunkt und Flamme weit genug im Drallrohr befinden, so kommt es zu einer Abschnürung der Rezirkulationszone. Die Expansion des Gases bei der Verbrennung führt zu einer Beschleunigung der Strömung kurz hinter der Flammenspitze, die der Rezirkulation entgegenwirkt, und so zur Einschnürung führt. Die restliche Rezirkulationszone kann sich je nach Strömungszustand noch kurze Zeit in der Brennkammer halten, in den meisten Fällen wird sie jedoch stromab aus der Brennkammer transportiert, da die Strömung beim Eintritt in die Brennkammer durch die Zunahme an axialem Impuls nicht mehr zum isothermen Wirbelaufplatzen neigt.

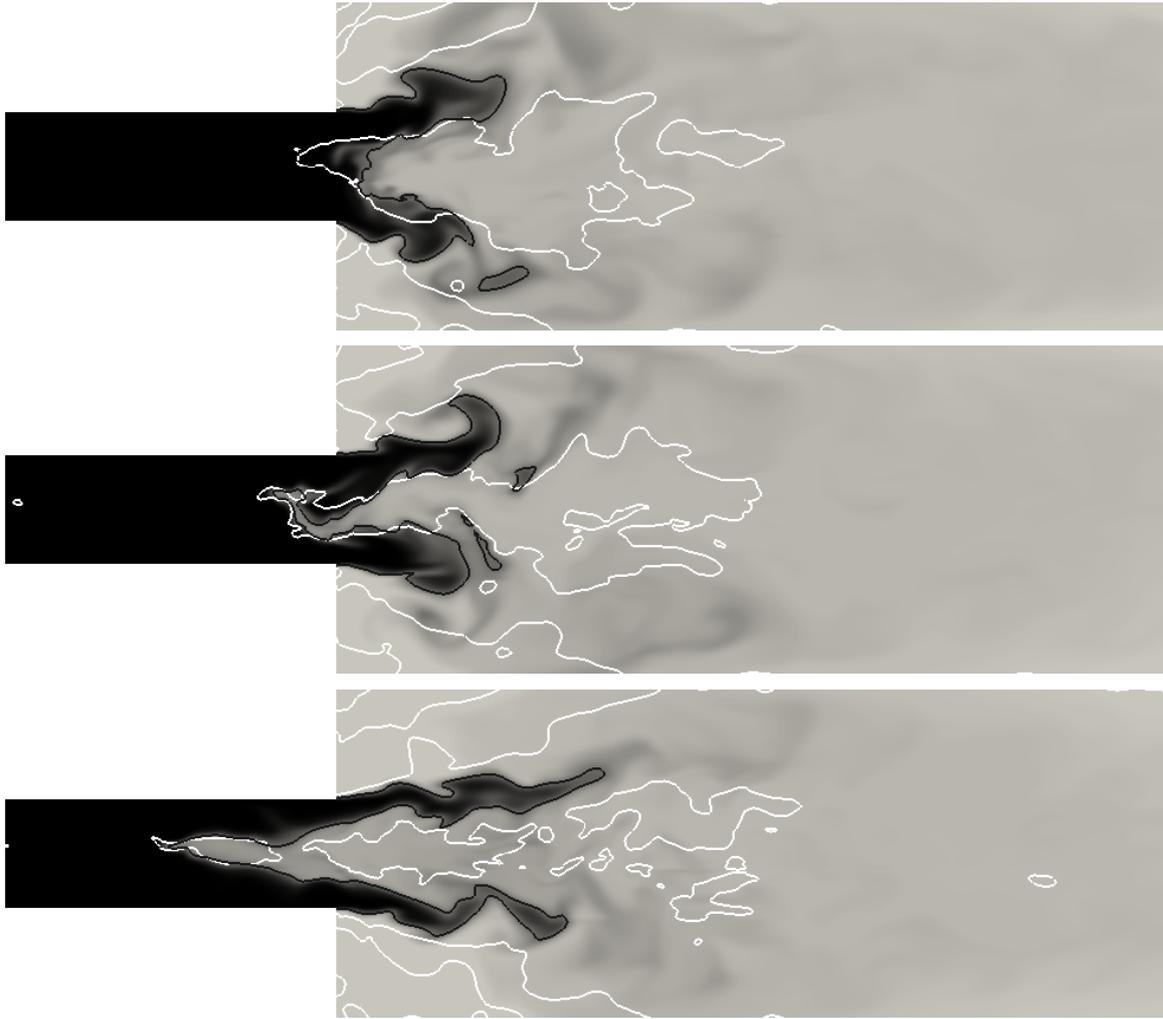


Abbildung 6.13: LES des Flammenrückschlages bei 40kW, $\lambda = 1.65$. Die Flamme propagiert hinter dem Wirbelaufplatten ins Drallrohr hinein, schließlich bildet sich eine Rezirkulationsblase, mit der die Flamme zurückschlägt.

Das Vorliegen einer deutlich ausgeprägten Rezirkulationszone, die der Flamme voranstromauf propagiert, ist ein deutliches Zeichen dafür, dass es sich um CIVB handelt und nicht um turbulente Ausbreitung der Flamme entlang der Wirbelachse.

In den Abbildungen 6.14 bis 6.17 sind die zeitlichen Verläufe der axialen Positionen von Flammenspitze und Staupunkt für die verschiedenen betrachteten Betriebspunkte dargestellt. Als Flammenspitze wird der am weitesten stromauf liegende Punkt mit $\tilde{c} = 0.5$ betrachtet. Der Staupunkt ist entsprechend der Punkt, an dem $u_x = 0$ gilt, mit der niedrigsten x -Koordinate innerhalb des Drallrohres. Die Beschränkung auf das Drallrohr ist insofern von Bedeutung, dass im Drallerzeuger auch negative Axialgeschwindigkeit auftritt und diese Koordinaten deutlich weiter stromauf liegen. Im Drallrohr dagegen ist die Axialgeschwindigkeit ohne Einfluss der Flamme generell positiv. Turbulente Fluktuationen mit negativer Axialkomponente treten quasi nicht auf.

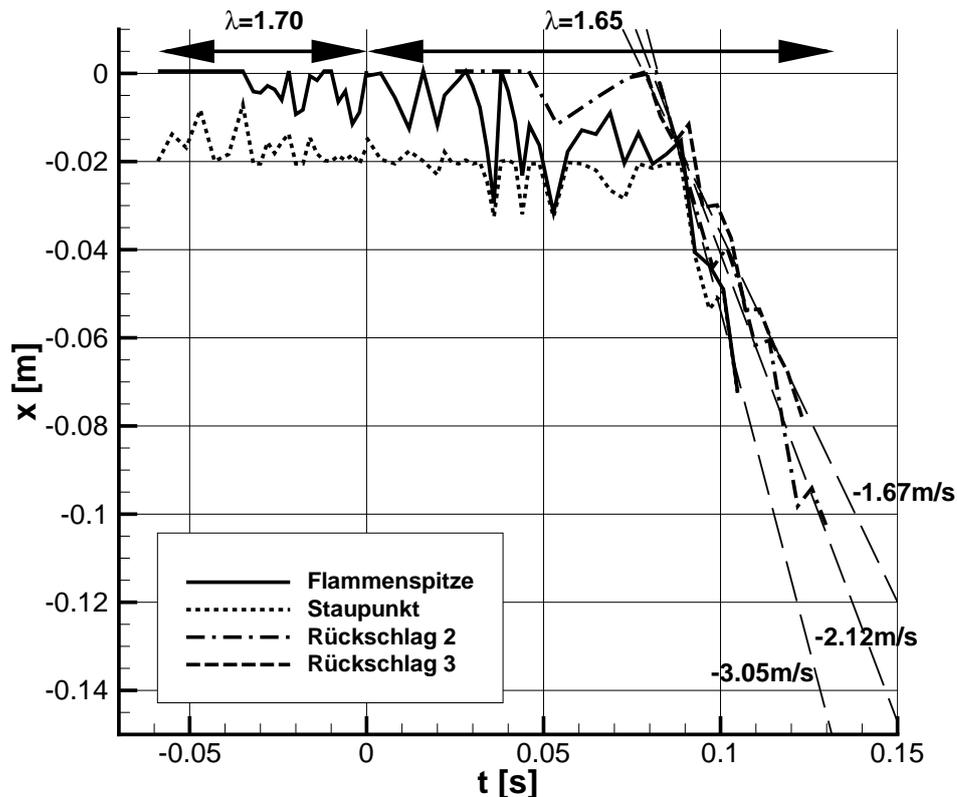


Abbildung 6.14: Positionen von Flammenspitze und Staupunkt während des Flammenrückschlags bei 40kW , $\lambda = 1.65$.

Bei 40kW Brennerleistung beginnt die Beobachtung mit $\lambda = 1.70$ im stabilen Betrieb. Die Flamme befindet sich meistens weit stromab des Staupunktes. Der mittlere axiale Abstand zwischen dem Staupunkt und der Flammenspitze beträgt 11mm . Wird die Luftzahl auf $\lambda = 1.65$ gesenkt, so bewegt sich die Flamme zunächst in Richtung des Staupunktes. In diesem Fall ist zu beobachten, dass die Flamme für einen Moment am Staupunkt fixiert erscheint, dann aber doch noch einmal stromab wandert. Schließlich kehrt sie zum Staupunkt zurück und es kommt sofort zum Flammenrückschlag. Die Flamme folgt dabei unmittelbar dem Staupunkt, der Abstand, gemittelt über den gesamten Verlauf des Flammenrückschlags, beträgt nun nur noch 2.42mm .

Die Regressionsgerade über alle während des Rückschlags ermittelten Flammenpositionen ergibt eine mittlere Geschwindigkeit von 3.05m/s für die Bewegung der Flammenspitze. Es handelt sich dabei aber um eine einzelne statistische Stichprobe. Die Bewegung findet nicht mit konstanter Geschwindigkeit statt, es sind sogar vereinzelte Schritte in die Gegenrichtung anzutreffen. Daher kann die Geschwindigkeit der Flammenpropagation mit nur einer Stichprobe nur mit relativ großer statistischer Unsicherheit bestimmt werden. Die Auswertung zweier weiterer Flammenrückschläge bei 40kW mit unterschiedlichen Startbedingungen in Abbildung 6.14 zeigen Geschwin-

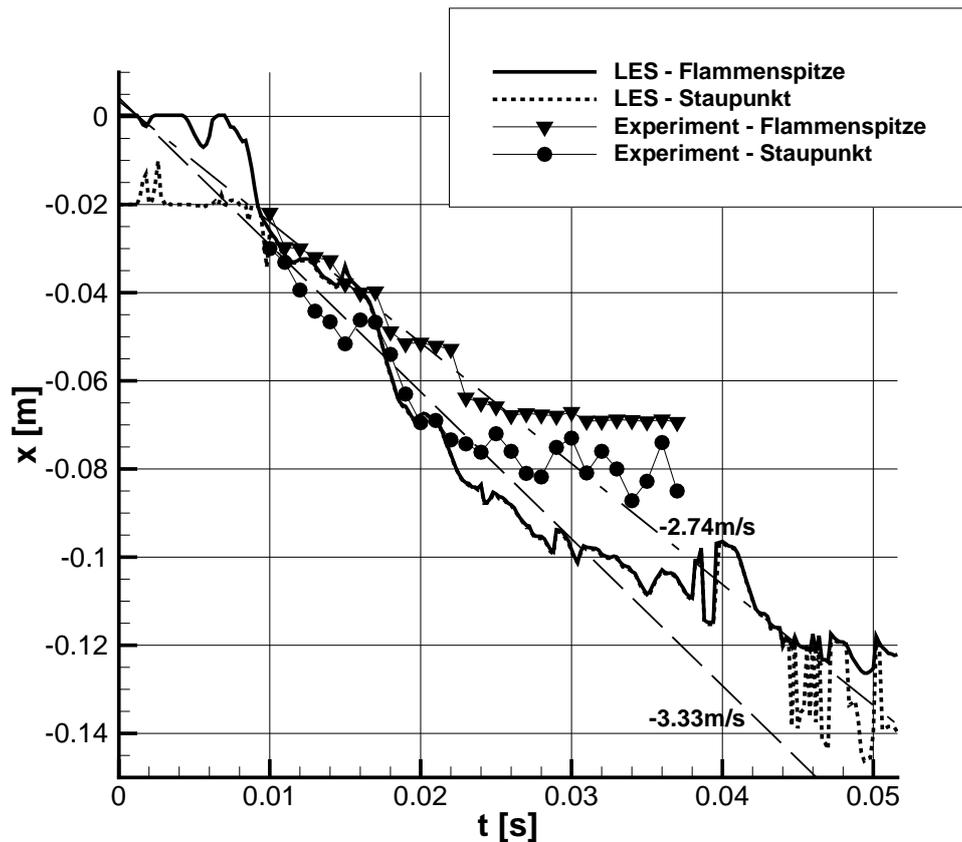


Abbildung 6.15: Positionen von Flammenspitze und Staupunkt während des Flammenrückschlags bei 40kW , $\lambda = 1.55$ im feinen Gitter und im Experiment [Kon10].

digkeiten von 1.67m/s und 2.12m/s . Eine größere Anzahl an Stichproben zu gewinnen ist aufgrund des hohen Rechernaufwandes aber kaum möglich, daher muss diese Auswertung auf den Einzelereignissen aufbauen.

Im fein aufgelösten Gitter wird nicht die kritische Luftzahl bestimmt, sondern direkt aus der stabilen Verbrennung ein Betriebszustand unterhalb der kritischen Luftzahl angewählt, nämlich $\lambda = 1.55$, bei dem sicher Flammenrückschlag auftritt. Dem Verlauf von Flamme und Staupunkt in Abbildung 6.15 sind experimentell ermittelte Werte [Kon10] gegenübergestellt. Aus der Simulation ist auch am Beginn zu sehen wie sich wieder zunächst die Flamme zum Staupunkt bewegt. Anschließend bleibt die Flamme immer unmittelbar hinter dem Staupunkt. Der Abstand zwischen Flamme und Staupunkt gemittelt über den Flammenrückschlag beträgt 0.4mm . Das Luft-Brennstoffgemisch liegt hier gegenüber der Simulation des Rückschlags bei kritischer Luftzahl auf dem groben Gitter näher am stöchiometrischen Zustand. So ist auch die Flammengeschwindigkeit höher und die Flamme kann deutlich näher an den Staupunkt wandern.

Die experimentelle Aufzeichnung beginnt erst ab dem Zeitpunkt des eigentlichen Rückschlages. Auch hier handelt es sich bei beiden Fällen wieder um eine Abfolge

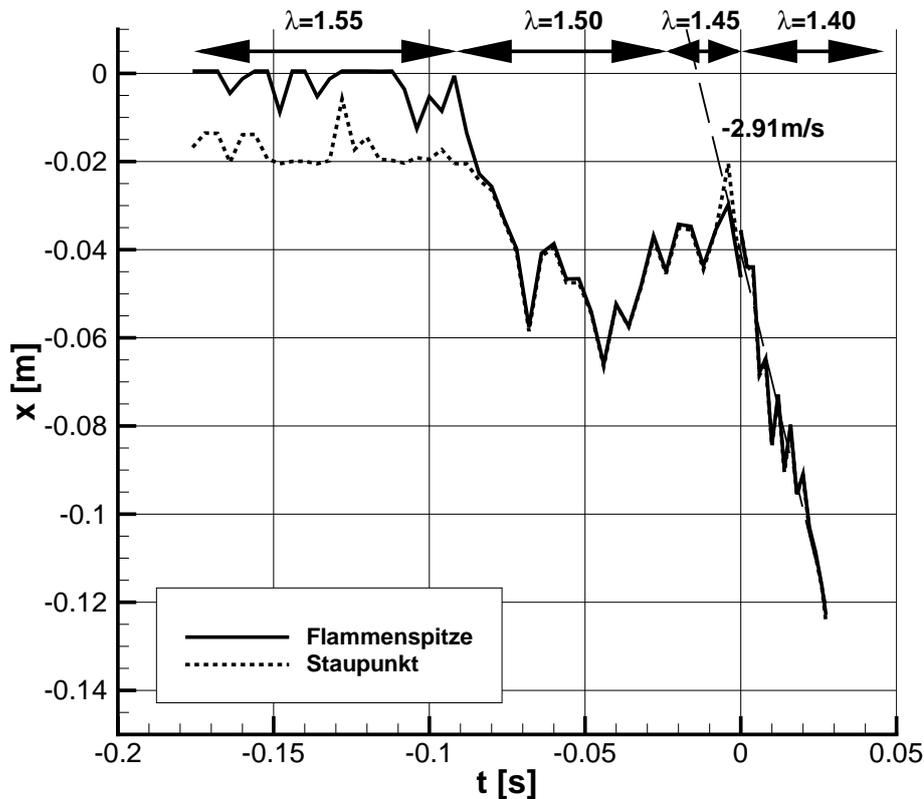


Abbildung 6.16: Positionen von Flammenspitze und Staupunkt während des Flammenrückschlags bei 60kW, $\lambda = 1.55 \dots 1.40$.

von einzelnen statistischen Ereignissen, deren Mittelwert abweichen kann. Dennoch zeigen die Kurven aus Experiment und Simulation eine gute Übereinstimmung. Der Abstand zwischen Staupunkt und Flammenspitze erscheint im Experiment deutlich größer als in der Simulation. Dazu muss jedoch angemerkt werden, dass die Simulationsdaten voll dreidimensional ausgewertet sind und die tatsächliche Flammenspitze sowie den dazugehörigen Staupunkt darstellen. Dagegen sind die Messdaten auf die PIV-Schnittebene beschränkt. Bewegt sich die Flamme im Experiment aus der Symmetrieachse heraus, so werden nicht der tatsächliche Staupunkt und die tatsächliche Flammenspitze erfasst.

Aus der Simulation ergibt sich hier eine Flammenpropagation mit 3.33 m/s , erwartungsgemäß liegt sie höher als im vorherigen Fall $\lambda = 1.65$, da auch die laminare und die turbulente Flammengeschwindigkeit höher liegen. Aus dem Experiment ergibt sich eine Geschwindigkeit von 2.74 m/s . Im Rahmen der zuvor bei $\lambda = 1.65$ beobachteten statistischen Streuung zwischen den einzelnen Flammenrückschlägen lässt dies auf eine sehr gute Übereinstimmung schließen.

Bei höherer Brennerleistung gestaltet sich der Flammenrückschlag relativ ähnlich. Er setzt jedoch aufgrund des höheren Massendurchsatzes und damit einer höheren

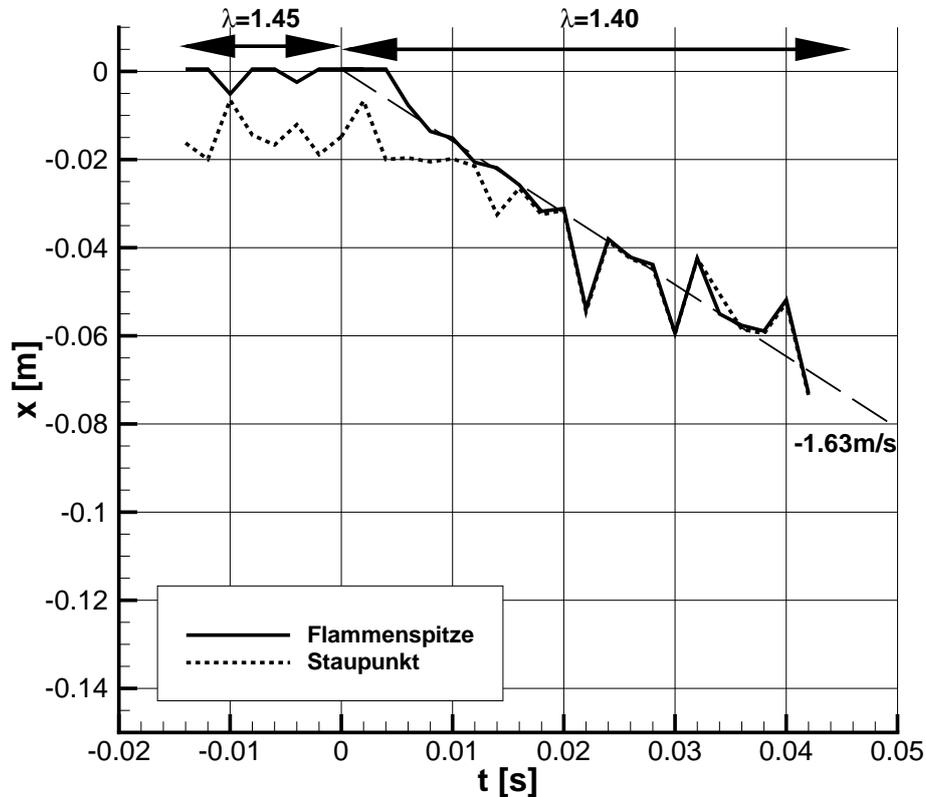


Abbildung 6.17: Positionen von Flammenspitze und Staupunkt während des Flammenrückschlags bei 80kW, $\lambda = 1.45 \dots 1.40$.

Axialgeschwindigkeit erst bei niedrigeren Luftzahlen ein. Dadurch ergibt sich ein größerer Bereich für den stabilen Betrieb. Darüber hinaus tritt nun ein Übergangsbereich hervor, in dem die Flamme zwar dem Staupunkt bis ins Drallrohr hinein folgt, aber nicht vollständig zurückschlägt. Für 60kW sind die zeitlichen Verläufe von Staupunkt und Flamme in Abbildung 6.16 dargestellt. Bei einer Luftzahl von $\lambda = 1.55$ liegt die Flamme mit 16mm weit hinter dem Staupunkt.

Bei $\lambda = 1.50$ bewegt sie sich rasch zum Staupunkt und führt schon zum verbrennungsinduzierten Wirbelaufplatzen. Staupunkt und Flamme bewegen sich bis auf die Hälfte der Länge in das Drallrohr hinein, kehren dann aber fast zur Ausgangslage zurück. Währenddessen beträgt der mittlere Abstand 2.7mm. Auch mit $\lambda = 1.45$ bleibt dieser Zustand relativ stabil erhalten, jedoch liegen Flamme und Staupunkt nun nur noch 0.6mm voneinander entfernt. Für sehr kurze Zeit bricht das CIVB sogar zusammen und der Staupunkt befindet sich stromab der Flammenspitze. Gleich darauf kann die Flamme jedoch wieder CIVB herstellen und befindet sich wieder hinter dem Staupunkt.

Diese kleinen Abstände zwischen Flamme und Staupunkt sind mit einer gewissen Vorsicht zu betrachten, da sie deutlich unterhalb der Gitterauflösung liegen und nur

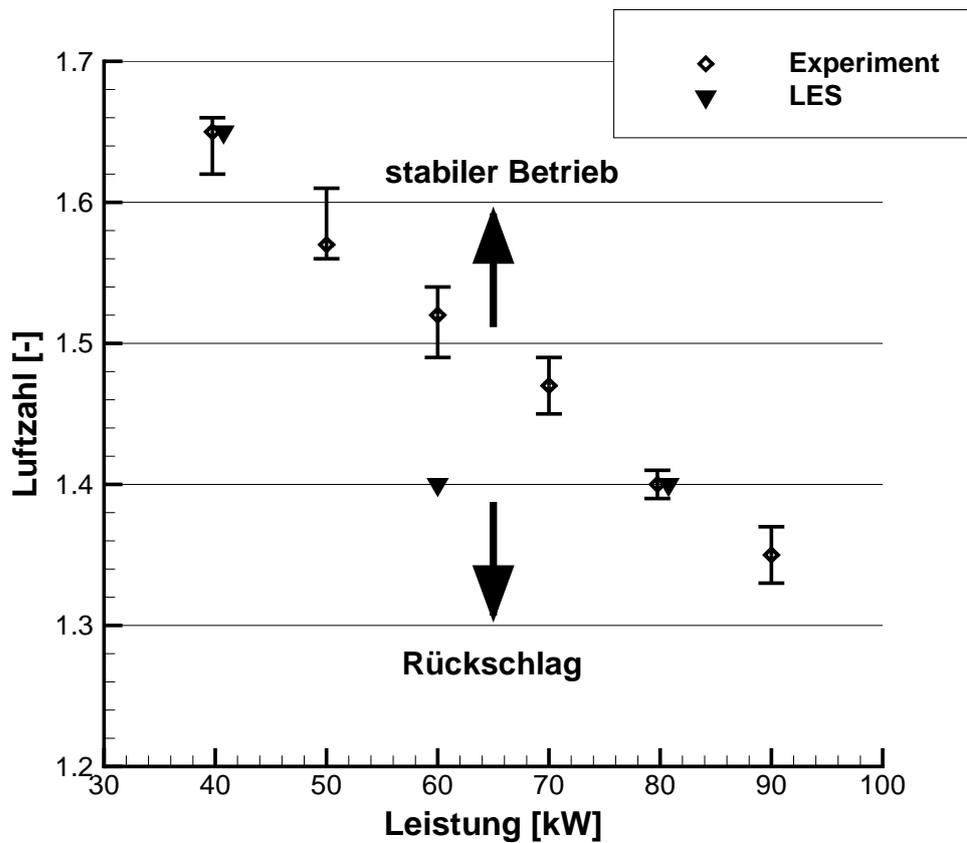


Abbildung 6.18: Kritische Luftzahl - Rückschlagsgrenzen aus Experiment und Simulation für verschiedene Betriebspunkte, Unsicherheiten der Messung sind mit Fehlerbalken markiert.

durch Interpolation der Felder von Geschwindigkeit und Reaktionsfortschritt zu den Werten 0 bzw. 0.5 bestimmt werden. Bei einer axialen Ausdehnung von 1mm pro Zelle liegen beide Punkte unter Umständen innerhalb derselben Zelle.

Mit dem nächsten Luftzahlschritt ist die kritische Luftzahl bei $\lambda = 1.40$ erreicht und es setzt sofort der Flammenrückschlag ein. Mit einer Geschwindigkeit von etwa 2.9m/s bewegt sich die Flamme stromauf, bis sie den Drallerzeuger erreicht. Die Flamme folgt dabei dem Staupunkt unmittelbar. Im Mittel beträgt ihr Abstand wie im vorherigen Fall etwa 0.6mm .

In Abbildung 6.17 ist die Brennerleistung auf 80kW erhöht. Bei $\lambda = 1.45$ stellt sich zunächst ein stabiler Betrieb ein. Beim Anfetten des Gemisches auf $\lambda = 1.40$ kommt es zum Flammenrückschlag. Die Flamme bewegt sich zum Staupunkt und wandert mit diesem weiter stromauf.

Während im stabilen Betrieb sich die Flamme noch 14mm hinter dem Staupunkt aufhält, so kommt sie während des Rückschlags bis auf einen mittleren Abstand von 0.8mm an den Staupunkt heran. Die Regressionsgerade führt zu einer mittleren Rückschlagsgeschwindigkeit von 1.6m/s .

Zu den hier bestimmten Werten für die kritische Luftzahl λ_{krit} liegen auch experi-

mentell ermittelte Daten von Konle [KS08] vor. Die numerischen und experimentellen Ergebnisse sind in Abbildung 6.18 gegenübergestellt. Die experimentellen Rückschlagsgrenzen unterliegen einer Streuung, die von der Toleranz bei der Einstellung der Luftzahl sowie von turbulenten instantanen Effekten abhängt. Der mit Fehlerbalken markierte Bereich, in dem die Flammenrückschläge stattfinden, ist jedoch relativ schmal. Der Punkt markiert das Mittel aller betrachteten Rückschläge.

Es wird deutlich, dass mit zunehmender Leistung des Brenners die kritische Luftzahl abnimmt, der Flammenrückschlag also später eintritt. Der Effekt lässt sich darauf zurückführen, dass mit zunehmender Leistung auch der Massenstrom und damit die Axialgeschwindigkeit im Brenner zunimmt. Jedoch findet der Rückschlag nicht bei konstantem Massenstrom statt. Vielmehr tritt er bei höherer Leistung schon bei höherem Massenstrom auf. Dieses Verhalten lässt sich mit der höheren Flammengeschwindigkeit und der höheren Wärmefreisetzung bei niedrigerer Luftzahl begründen. Dadurch ist die Flamme eher in der Lage bis zum Staupunkt zu propagieren und gleichzeitig führt der höhere Dichteunterschied zu einer stärkeren Blockage im Zentrum der aufplatzenden Strömung.

Bei einer Leistung von 40kW stimmen die kritischen Luftzahlen aus Simulation und Experiment genau überein, da dies der Kalibrierungspunkt für das Verbrennungsmodell ist. Auch bei 80kW liegt das Ergebnis der Simulation sehr dicht am experimentell ermittelten Wert. Der Trend der Abnahme der kritischen Luftzahl wird zwischen diesen beiden Punkten sehr gut wiedergegeben. Bei 60kW jedoch liegt die simulierte kritische Luftzahl deutlich unter dem experimentellen Ergebnis. Ein eindeutiger Grund hierfür lässt sich anhand des Strömungsfeldes nicht erkennen. Eine gewisse Unsicherheit besteht jedoch bei der Bestimmung des Kernmassenstroms, der einen starken Einfluss auf die Verbrennungsstabilität hat. Möglicherweise ist hier bei 60kW der Kernmassenstrom in der Simulation zu niedrig gegenüber dem Experiment angesetzt.

Aus Einsetzen von Gleichung 3.15 in Gleichung 3.17 unter der Annahme, dass $I_0 \approx 1$ ist, kann die turbulente Flammengeschwindigkeit bestimmt werden aus dem Integral des Reaktionsquelltermes über die Flammenfront.

$$s_t = s_{t0} \int \Sigma d\mathbf{n} = \frac{1}{\rho_u} \int \bar{S}_c d\mathbf{n} \quad (6.1)$$

Wendet man diese Methode an der Flammenspitze über die Flammenfront an, so erhält man die Geschwindigkeit, mit der sich die Flammenspitze aus eigenem Antrieb ausbreiten kann. Die Werte sind in Tabelle 6.1 für alle betrachteten Betriebspunkte gegenübergestellt. Sie sind über den Beobachtungszeitraum der verschiedenen Fälle gemittelt. Die ermittelte turbulente Flammengeschwindigkeit liegt in allen Fällen bei lediglich zehn bis zwanzig Prozent der über den Rohrquerschnitt gemittelten Strömungsgeschwindigkeit u_b . Die lokale Axialgeschwindigkeit auf der Mittelachse stromauf der Flammenspitze liegt sogar noch deutlich höher.

Je fetter das Gemisch eingestellt wird, desto höher steigt nicht nur die turbulente Flammengeschwindigkeit sondern auch das Verhältnis zwischen Flammen- und Strömungsgeschwindigkeit. Schon im stabilen Betrieb verändert sich das Verhältnis s_t/u_b . Setzt der Rückschlag ein, so ist nochmals ein Anstieg zu sehen. Bei den indifferenten

40kW			
$\lambda =$	1.70	1.65*	1.55*
s_t	0.82m/s	0.86m/s	0.86m/s
s_t/s_{l0}	11.82	10.67	8.11
s_t/u_b	0.061	0.066	0.070

60kW				
λ	1.55	1.50	1.45	1.40*
s_t	0.79m/s	1.47m/s	1.71m/s	1.77m/s
s_t/s_{l0}	7.50	12.20	14.12	11.39
s_t/u_b	0.043	0.083	0.099	0.106

80kW		
λ	1.45	1.40*
s_t	1.51m/s	2.18m/s
s_t/s_{l0}	11.03	14.13
s_t/u_b	0.066	0.098

Tabelle 6.1: Turbulente Flammgeschwindigkeit bei verschiedenen Betriebspunkten. (Flammenrückschlag mit * markiert)

Fällen, in denen sich der Rückschlag schon durch weites Eindringen der Flamme ins Drallrohr ankündigt, ist das Verhältnis zwischen Flammen- und Axialgeschwindigkeit bereits nah am Wert für den Flammenrückschlag.

Eine weitere Betrachtungsweise der Strömungsvorgänge bietet die in Abschnitt 3.5 eingeführte Analyse der Quellterme für die Wirbelstärke und die daraus resultierende induzierte Beschleunigung, wie sie auch von Kröger [Krö10] angewendet wurde. Von Interesse ist hier lediglich die Beschleunigung in axialer Richtung. Diese wird entlang der Drallachse nach rotationssymmetrischer Mittelung ähnlich dem Verfahren von Kröger bestimmt. Eine voll dreidimensionale Auswertung würde einen zu hohen Rechenaufwand erfordern wegen der quadratischen Abhängigkeit von der Anzahl der Zellen bei der Berechnung des Biot-Savartschen Gesetzes. Die Auswertung findet im Koordinatensystem der Flamme statt, so dass der Ursprung an der Flammenspitze liegt. Das instantane Bild ist jedoch nicht aussagekräftig, da die Schwankungen zu groß sind. Erst die anschließende zeitliche Mittelung über mehrere Zeitpunkte liefert Aufschluss über die dominierenden Mechanismen des Wirbelaufplatzens.

Für den Betrieb bei einer Leistung von 60kW sind die ermittelten Beschleunigungen in Abbildung 6.19 dargestellt. Die x-Koordinate bezeichnet die axiale Richtung des Brenners mit der Flammenspitze bei $x = 0$. Darüber aufgetragen sind die induzierten Beschleunigungen aus den drei Quelltermen der Wirbeltransportgleichungen in axialer Richtung. Negative Beschleunigung bedeutet hier eine Verzögerung der Strömung, die schließlich zur Bildung einer Rezirkulationszone führen kann.

Generell fällt in den Verläufen der einzelnen Quellterme auf, dass der barokline Anteil die dominierende Größe ist. Er tritt zwar erst kurz vor der Flamme in Erscheinung, wenn durch die Verbrennung Dichtegradienten auftreten, nimmt dann aber von den

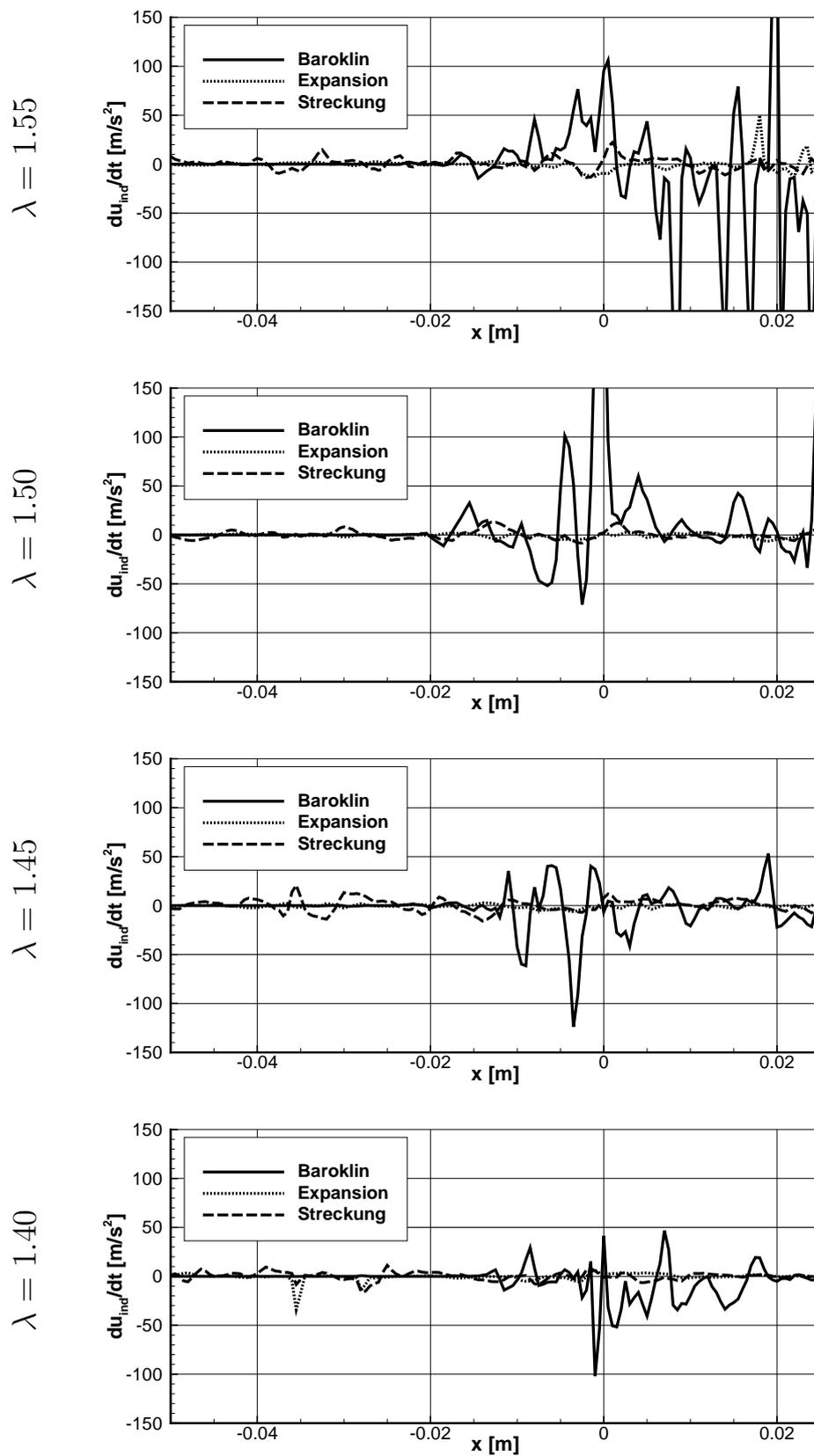


Abbildung 6.19: Quellterme der induzierten Beschleunigung bei 60kW Brennerleistung (von oben nach unten $\lambda = 1.55$, $\lambda = 1.50$, $\lambda = 1.45$, $\lambda = 1.40$)

drei Quelltermen die größten Beträge an. Einzig bei $40kW$ und $\lambda = 1.65$ treten die Streckungs- und Expansionsterme nennenswert in Erscheinung.

Als Bestandteil der inkompressiblen Wirbeltransportgleichung induziert der Streckungsterm auch deutlich stromauf der Flamme schon leichte Beschleunigungen. Dass der Wert im zeitlich gemittelten Verlauf von null abweicht, ist jedoch hier eher auf die geringe Zahl an Stichproben für die Mittelung zurückzuführen. Der Expansionsterm zeigt seine Auswirkung erst ab Einsetzen der Flammenfront, hat jedoch generell auch keinen großen Einfluss.

Im stabilen Betrieb ($60kW$, $\lambda = 1.55$) herrscht zunächst kaum eine verzögernde Wirkung. Im Gegenteil setzt hinter der Flammenspitze aus dem baroklinen Quellterm eine starke Beschleunigung ein, die die Rezirkulationsblase hinter der Flamme wieder schließt. Erst im nächsten Luftzahlschritt bei $\lambda = 1.50$ tritt vor der Flamme eine starke Verzögerung auf. Die Beschleunigung nach der Flammenfront bleibt jedoch bestehen.

Wird die Luftzahl nun weiter auf $\lambda = 1.45$ gesenkt, nimmt die Verzögerung vor der Flammenspitze auch weiter zu. Stromab der Flamme verschwindet gleichzeitig die Beschleunigung. An diesem Betriebspunkt ist die Flamme bereits nicht mehr eindeutig stabil und dringt zeitweise relativ weit ins Drallrohr vor. Schließlich schlägt sie bei $\lambda = 1.40$ zurück. Nun ist zwar das Maximum der Verzögerung geringer als im vorherigen Schritt, es sind aber kaum noch positive Beschleunigungen zu sehen, so dass integral eine stärkere Stromaufbeschleunigung resultiert.

Ein noch weitaus klareres Bild als die axialen Verläufe der Quellterme liefert die Betrachtung ihrer integralen Mittelwerte über das Gebiet, in dem die Flamme Einfluss auf das Wirbelaufplatzen nimmt.

$$\overline{\frac{d\mathbf{u}_{ind}}{dt}} = \frac{1}{\Delta L} \int_{\Delta l} \frac{d\mathbf{u}_{ind}}{dt} dx \quad (6.2)$$

Das Integrationsgebiet beträgt hier jeweils $10mm$, einen halben Drallrohrradius, stromauf und stromab der Flammenspitze, also des Punktes mit $\bar{c} = 0.5$. Damit ist der Bereich des Flammeneinflusses in allen Fällen relativ genau abgedeckt. Die derart ermittelten mittleren induzierten Beschleunigungen sind in Abbildung 6.20 dargestellt.

Im Fall von $40kW$ Brennerleistung ist von $\lambda = 1.70$ zu $\lambda = 1.65$ genau der Ansatz des Rückschlages erfasst. Entsprechend ist die gesamte induzierte Beschleunigung zunächst annähernd null. Beim Absenken der Luftzahl wird sie deutlich negativ. Im Gegensatz zu den übrigen betrachteten Fällen bleibt hier der barokline Term konstant positiv, während die Verzögerung alleine aus der Streckung und der Expansion resultiert.

Bei $60kW$ sind auch zwei stabile Betriebspunkte für die Darstellung verfügbar. Von $\lambda = 1.55$ zu $\lambda = 1.50$ wirkt die induzierte Beschleunigung sogar noch einmal stabilisierender. Dominierender Quellterm ist eindeutig der barokline Term, die beiden anderen Terme sind hier immer nahezu null. Der starke Anstieg des baroklinen Terms von $\lambda = 1.55$ auf $\lambda = 1.50$ liegt in der in Abbildung 6.19 gezeigten starken baroklinen Beschleunigung an der Flammenspitze unmittelbar stromab des Staupunktes begründet, die bei $\lambda = 1.50$ zunächst zunimmt. Erst bei $\lambda = 1.45$,

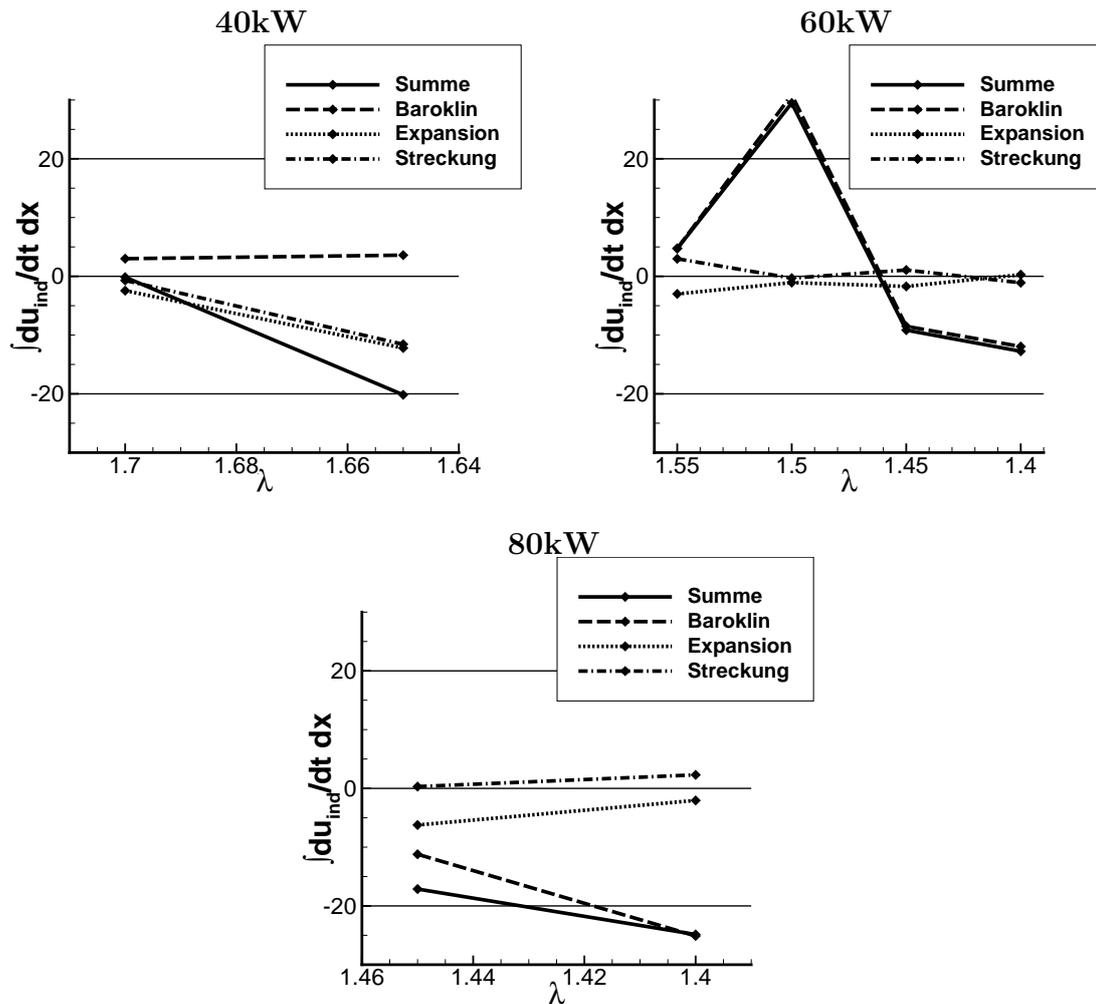


Abbildung 6.20: Induzierte Beschleunigung integral stromauf und stromab der Flammenspitze bei 40kW, 60kW und 80kW.

dem indifferenten Betriebszustand, fällt die Summe der Quellterme leicht unter null, wirkt also insgesamt verzögernd. Aus Abbildung 6.19 geht hervor, dass dieses integrale Verhalten nur zu einem kleinen Teil aus stärkerer Verzögerung vor der Flammenspitze resultiert. Vielmehr ist dafür das Verschwinden der Beschleunigung unmittelbar stromab der Flamme verantwortlich.

Mit dem nächsten Luftzahlschritt zu $\lambda = 1.40$ ist nun endgültig die resultierende induzierte Beschleunigung eindeutig negativ und der Flammenrückschlag setzt ein. Die Terme aus Streckung und Expansion spielen weiterhin keine bedeutende Rolle neben der baroklinen Beschleunigung.

Auch mit einer Leistungseinstellung von 80kW dominiert wieder der barokline Quellterm. Schon am noch stabilen Betriebspunkt $\lambda = 1.45$ ist der Mittelwert der integralen Beschleunigung und auch des baroklinen Anteils negativ. Noch tritt hier jedoch wie schon bei 60kW betrachtet eine positive barokline Beschleunigung unmittelbar hinter der Flamme auf, die von der Verzögerung stromauf nur leicht übertroffen wird. Wird die Luftzahl auf $\lambda = 1.40$ gesenkt, so verschwindet die positive

barokline Beschleunigung, so dass die resultierende mittlere Beschleunigung deutlich negativ ausfällt. Daraufhin setzt der Flammenrückschlag ein. Die Charakteristik des vorherigen Betriebspunktes $60kW$ in Bezug auf die induzierte Beschleunigung bleibt hier erhalten. Die mittlere Summe der Quellterme fällt jedoch noch stärker negativ aus.

Zwischen den Flammenrückschlägen bei den drei betrachteten Leistungseinstellungen bestehen nach dieser Auswertung klare Unterschiede. Es handelt sich zwar generell um Flammenrückschläge durch verbrennungsinduziertes Wirbelaufplatzen, jedoch gestaltet sich dessen Wirkungsweise unterschiedlich. Bei der niedrigen Leistung von $40kW$, also auch bei geringem Massenstrom, dominieren Streckung und Expansion, während der barokline Quellterm für eine Stabilisierung sorgt. Das Wirbelaufplatzen wird also vom Hindernis des verbrannten Gases wie ein Zentralkörper auf der Drallachse der Strömung induziert.

Dagegen lassen sich bei höherer Leistung und damit auch höheren Durchsatzraten die Flammenrückschläge auf den baroklinen Quellterm zurückführen. Dieser bereits beschriebene Mechanismus des *baroclinic push* hält im Gegensatz zu den Erkenntnissen von Fritz [Fri03] am BK2 Brenner beim TD1 während des gesamten Flammenrückschlages an. Der Expansionsterm liefert nur einen vernachlässigbaren Beitrag zum Wirbelaufplatzen, während der Streckungsterm sogar leicht ins Gegenteil umschlägt und gegen den baroklinen Term geringfügig stabilisierend wirkt. Zur weiteren Bewertung dieser Ergebnisse wird im folgenden Abschnitt die gleiche Analyse an Daten der LES eines Flammenrückschlages am BK2 Brenner durchgeführt.

6.2 VERGLEICHENDE BETRACHTUNG VON LES UND URANS DES BK2-BRENNERS

Mit den Erkenntnissen über die Vorgänge während des Flammenrückschlages durch CIVB am TD1-Brenner soll im folgenden Abschnitt deren Übertragbarkeit auf andere Brenner, hier den BK2-Brenner der TU-München, untersucht werden. Die Vorgehensweise ist der zuvor beschriebenen sehr ähnlich. Zur Validierung des Modells dient die isotherme Strömung. Anschließend werden von der stabilen Verbrennung ausgehend die Stabilitätsgrenzen des Brenners bestimmt. Dazu dient jedoch im wesentlichen die stark vereinfachte RANS. Mit LES wird nur exemplarisch ein einzelner Betriebspunkt simuliert und daran der Einfluss der einzelnen Produktionsmechanismen von Wirbelstärke betrachtet.

6.2.1 Aufbau des Brenners

Der zweite Brenner ist die von Fritz [Fri03] als BK2 bezeichnete Konfiguration. Er ist in Abbildung 6.21 dargestellt, seine Abmessungen sind deutlich größer als die des TD1. Das Drallrohr hat einen Durchmesser von $75mm$ und ist $220mm$ lang. In der Brennkammer erweitert sich der Durchmesser auf $240mm$, ihre Länge beträgt

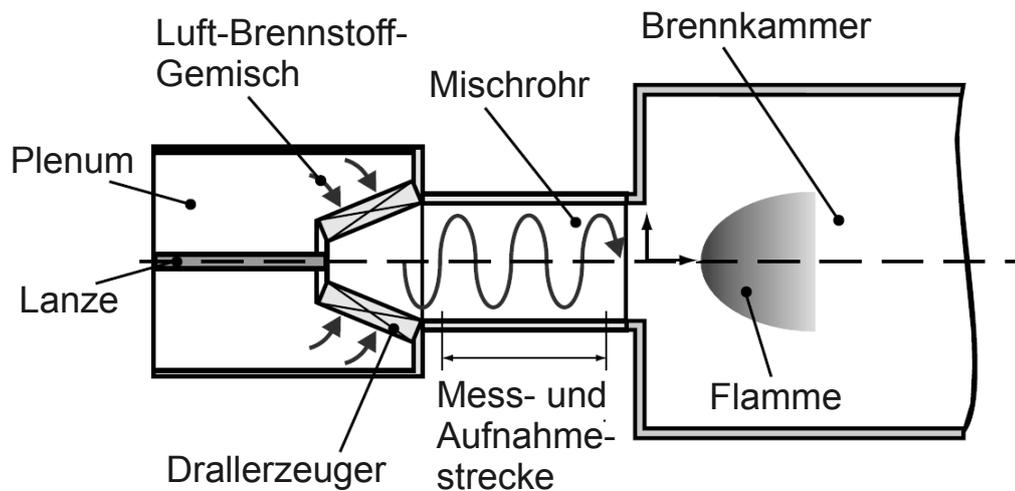


Abbildung 6.21: Schematischer Aufbau des BK2 Brenners (Quelle: [Krö03])

500mm. Zur Stabilisierung der Flamme kommt das gleiche strömungsmechanische Prinzip des Wirbelaufplatzens zur Anwendung. Prinzipiell strömt auch hier das Gas aus dem Plenum über den Drallerzeuger und das Drallrohr in die Brennkammer. Die Art des Drallerzeugers unterscheidet sich jedoch grundsätzlich von der des TD1, und damit auch die Charakteristik der Geschwindigkeitsprofile.

Der Drallerzeuger besteht aus zwei konisch divergierenden Halbschalen, die als Leitschaufeln der Strömung Drehimpuls aufprägen. Im Zentrum des Konus kann außerdem über einen Ringspalt ein drallfreier Axialjet hinzugeführt werden, damit lassen sich wie auch beim TD1 die Eigenschaften des Wirbelaufplatzens schon im isothermen Zustand geringfügig variieren.

Im Gegensatz zum TD1 Brenner ist die BK2-Konfiguration realen Gasturbinenbrennern wesentlich ähnlicher [SRL⁺98], bietet allerdings weniger Variationsmöglichkeit bei der Einstellung des isothermen Strömungsfeldes.

Aufgrund der größeren Abmessungen als beim TD1-Brenner sowie höherer Strömungsgeschwindigkeiten liegt die Reynoldszahl deutlich höher. Eine ebenso feine Gitterauflösung Auflösung wie beim TD1 wäre deshalb mit sehr hohem Aufwand verbunden. Gerade im Hinblick auf industrielle Anwendung bietet sich hier aber die vereinfachte Betrachtung mit URANS an. So ist es mit vertretbarem Rechenaufwand möglich, an vielen Betriebspunkten kritische Luftzahlen für den Flammenrückschlag zu bestimmen. Die Lösungen aus URANS und LES werden hier gegenübergestellt und miteinander verglichen.

Der BK2-Brenner unterscheidet sich auch in der Charakterisierung der Betriebspunkte vom TD1-Brenner. Beim BK2 ist der Luftmassenstrom anstelle der Brennerleistung bezeichnend für einen Betriebspunkt. Da die Variation des Brennstoffmassenstroms mit der Luftzahl gegenüber dem Gesamtmassenstrom sehr gering ist, wird sie hierfür vernachlässigt. Es wird also näherungsweise der gesamte Massenstrom an einem Betriebspunkt unabhängig von der Luftzahl konstant betrachtet. Er wird variiert von

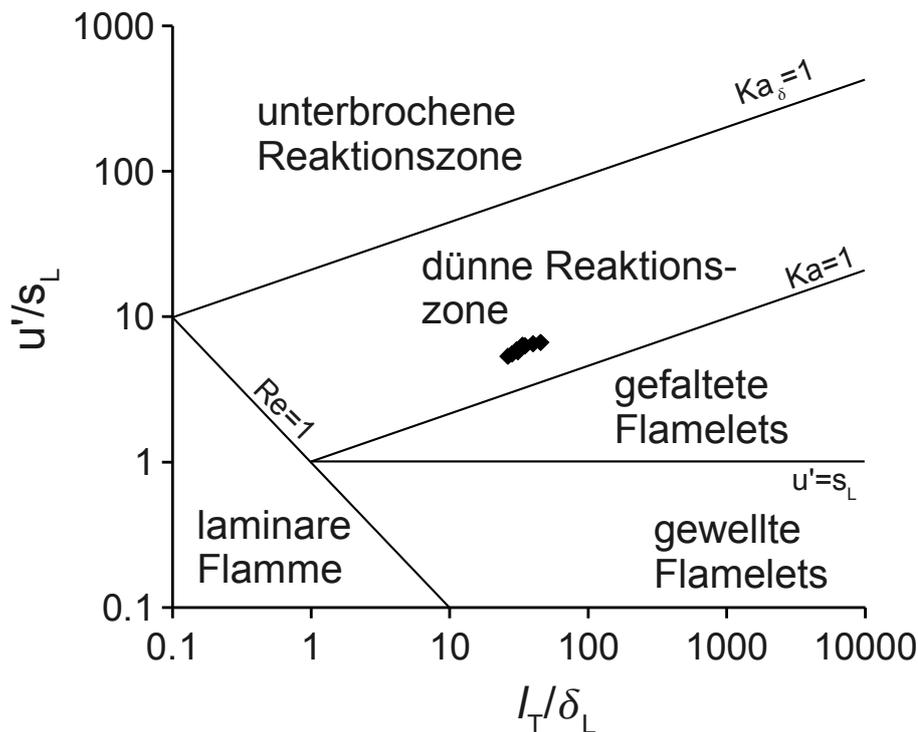


Abbildung 6.22: Regimediagramm des BK2-Brenners. Alle Betriebspunkte liegen im Regime der dünnen Reaktionszonen.

70g/s bis 150g/s. Daneben wird auch der Einfluss der Vorheiztemperatur der Luft von 373K bis 673K auf die Stabilitätsgrenze untersucht. Die Betriebspunkte sind deshalb immer durch die zwei Angaben von Massenstrom und Vorheiztemperatur definiert.

Alle betrachteten Betriebspunkte liegen im Regime der dünnen Reaktionszonen, für das die Verbrennungsmodelle zuvor an der validiert worden sind. Wie aus dem Regimediagramm in Abbildung 6.22 deutlich wird, weisen alle Punkte relativ ähnliche Bedingungen auf. Durch die Vorwärmung des Gases wird eine höhere Flammengeschwindigkeit erreicht, so dass sie Flammenfront im Gegensatz zum TD1-Brenner zusammenhängend ist.

6.2.2 Numerisches Modell

Der BK2-Brenner verfügt über deutlich größere Abmessungen als der TD1-Brenner. Allein der Durchmesser des Drallrohres ist mit 75mm fast doppelt so groß. Der Rechenaufwand zur Auflösung des gesamten Brenners mit Plenum und Drallerzeuger wäre sehr hoch und ginge zu Lasten der Netzfeinheit im eigentlich fokussierten Bereich rund um den Flammenrückschlag. Als Vereinfachung bietet es sich an, Plenum und Drallerzeuger nicht zu simulieren und stattdessen den Einlassrand am

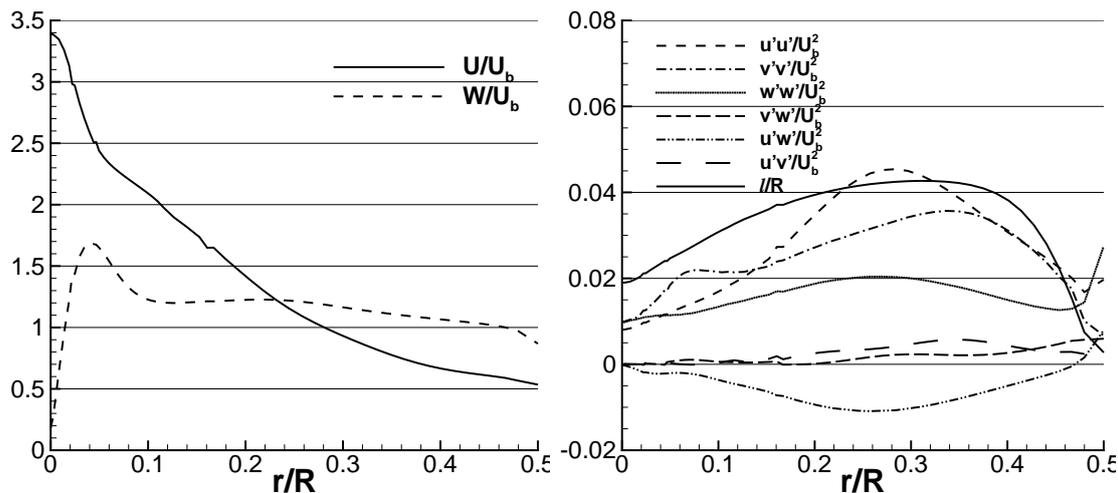


Abbildung 6.23: Profile am Einlassrand des BK2-Brenners. Zur korrekten Simulation des Wirbelauflagens müssen neben den mittleren Geschwindigkeiten auch alle Komponenten des Reynoldsstensors sowie das turbulente Längenmaß angegeben werden.

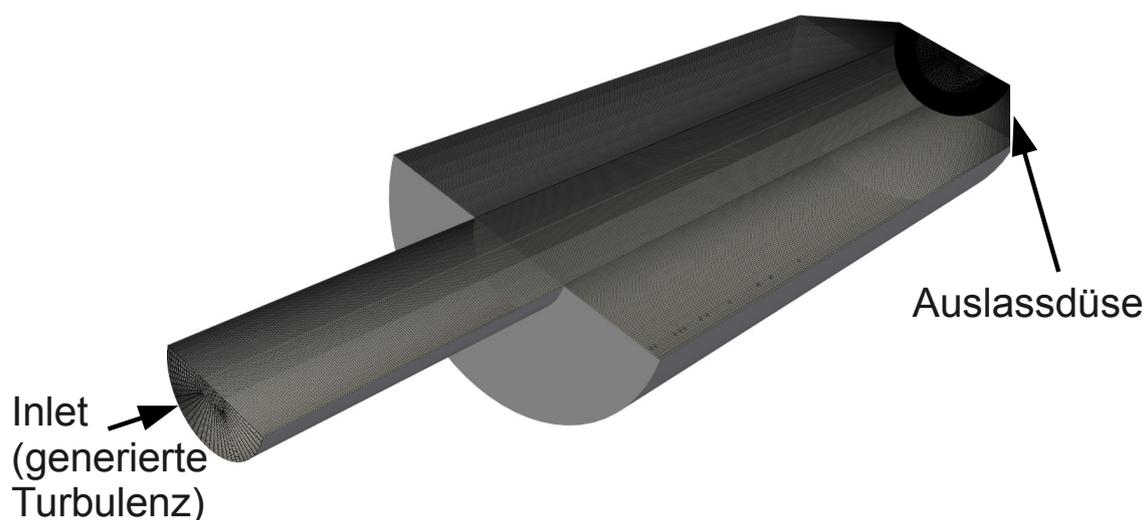


Abbildung 6.24: Vereinfachtes numerisches Modell des BK2-Brenners ohne Plenum und Drallzeuger

Beginn des Drallrohres zu wählen. Am Rand muss nun eine geeignete Randbedingung gesetzt werden, die das Drallprofil der Strömung wiedergibt.

Diese Vorgehensweise wurde im Zusammenhang mit dreidimensionaler URANS bereits von Kiesewetter validiert [Kie05], wobei kein bedeutender Einfluss auf das Strömungsfeld festgestellt wurde. Die von Kiesewetter mit Hilfe separater RANS-Simulationen gewonnenen Profile für mittlere Geschwindigkeiten, Reynoldsstensen sowie integrales turbulentes Längenmaß werden hier ebenfalls verwendet. In Abbildung 6.23 sind die Profile dargestellt. Für die verschiedenen Betriebspunkte des Brenners werden die Profile so skaliert, dass der gewünschte Massenstrom erfüllt

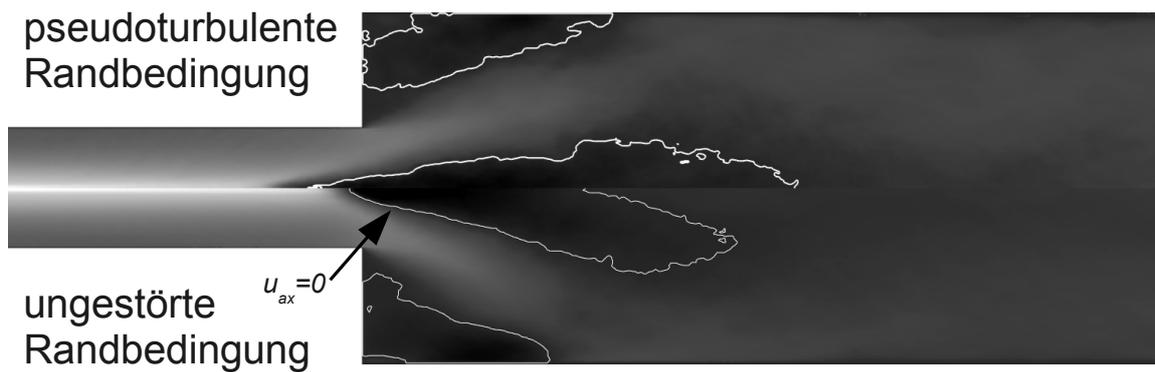


Abbildung 6.25: Kontur der Axialgeschwindigkeit im isothermen Zustand mit (unten) und ohne (oben) überlagerte Fluktuationen am Einlassrand und Isolinie null axialer Geschwindigkeit. Das Wirbelaufplatzen erfolgt ohne Pseudoturbulenz deutlich weiter stromab und verhindert damit den Flammenrückschlag.

ist.

Das Profil der Umfangsgeschwindigkeit ähnelt einem Burgers-Wirbel, nahe der Drallachse ist sie aber stark überhöht und fällt anschließend nach außen hin nur langsam ab. Die Axialgeschwindigkeit weist ein Maximum auf der Achse auf und fällt zur Wand hin ebenfalls ab. Durch den entstehenden Druckgradienten wird das Wirbelaufplatzen begünstigt und innerhalb des Drallrohres nur durch die Einfassung verhindert. Das Längenmaß der turbulenten Wirbel steigt von der Achse nach außen an und geht an der Wand zurück, so dass die Randbedingung verschwindender Turbulenz erfüllt wird. Die Maxima der Reynoldsspannungen liegen etwa beim halben Radius. Zwar treten bei Bildung der Statistik unter Umständen auf der Achse auch starke Fluktuationen auf, diese stammen jedoch nicht aus der Turbulenz sondern von der Präzession des Wirbelkerns, dürfen also nicht als turbulente Randbedingungen vorgegeben werden.

Das Gitter des vereinfachten Brenners zeigt Abbildung 6.24. Ähnlich dem vorherigen Gitter für den TD1-Brenner weist auch dieses Gitter einen Kernbereich mit quadratischem Querschnitt und rundherum eine O-Netztopologie auf. Es verfügt über 2 Millionen Zellen, deren Kantenlänge im Drallrohr etwa 0.93mm in radialer und 2mm in axialer Richtung beträgt. In der Brennkammer werden die Zellen sowohl in axialer als auch in radialer Richtung gestreckt.

Für Large-Eddy-Simulationen reicht wie schon oben am Beispiel der Bunsenflamme beschrieben die bloße Vorgabe von mittleren Geschwindigkeiten am Einlassrand nicht aus. Vielmehr müssen auch die turbulenten Fluktuationen berücksichtigt und vorgegeben werden. Sowohl das Längenmaß als auch die turbulente Energie müssen wiedergegeben werden. In diesem Fall ist die Turbulenz stark anisotrop, so dass sogar der gesamte Tensor von Reynoldsspannungen von den Fluktuationen erfüllt werden muss. Die Fluktuationen werden mittels des in Abschnitt 4.4 beschriebenen Verfahrens basierend auf einem diffusiv gedämpften Zufallsfeld erzeugt. Das so generierte Feld ist dort in Abbildung 4.1 illustriert.

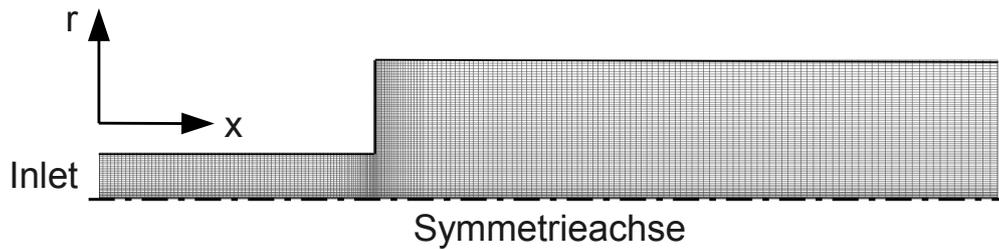


Abbildung 6.26: Zweidimensionales numerisches Gitter für die (U)RANS des BK2-Brenners

In diesem Fall hat die Turbulenz einen starken Einfluss auf das Wirbelaufplatzen schon im isothermen Fall. Abbildung 6.25 stellt die Strömungsfelder mit und ohne am Einlassrand überlagerte pseudoturbulente Strukturen gegenüber. Die Lage der Rezirkulationszone wird durch die Isolinie $u_x = 0$ markiert. Das isotherme Wirbelaufplatzen, erkennbar an der Lage des Staupunktes zu Beginn der Rezirkulationszone, liegt ohne am Einlassrand überlagerte Fluktuationen deutlich weiter stromab. Damit befindet sich auch die Flamme im stabilen Betrieb zunächst auch weiter stromab. Ein Flammenrückschlag durch CIVB wird deshalb deutlich erschwert. Liegt das Wirbelaufplatzen zu weit stromab, so ist gar kein Rückschlag mehr möglich.

Von der Modellierung mit LES zur URANS können weitere Vereinfachungen den Rechenaufwand stark reduzieren. Da in RANS Simulationen keine turbulenten Strukturen aufgelöst werden, wird die Strömung des Brenners näherungsweise rotationssymmetrisch. Damit wird der Übergang auf ein zweidimensionales Rechengebiet unter Berücksichtigung der Drallkomponente der Geschwindigkeit durch entsprechende Randbedingungen möglich. Dreidimensionale Effekte neben der Turbulenz wie eine Präzession des Wirbelkerns werden nun zwar auch nicht mehr aufgelöst, sie spielen im Zusammenhang mit CIVB jedoch eine untergeordnete Rolle. Abbildung 6.26 zeigt ein solches Gitter. Die Feinheit der Auflösung wird im Wesentlichen dadurch bestimmt, dass über den Radius des Drallrohres das am Einlassrand vorgegebene Geschwindigkeitsprofil, insbesondere der starke Gradient im Zentrum des Drallrohres, ausreichend aufgelöst werden kann. Daraus ergibt sich eine Zellgröße von 1mm sowohl in radialer als auch in axialer Richtung innerhalb des Drallrohres. Am Übergang vom Drallrohr zur Brennkammer sind die Zellen in axialer Richtung verfeinert, um das isotherme Wirbelaufplatzen besser auflösen zu können. In der Brennkammer kann die Zellgröße in beiden Richtungen nach außen hin gröber gewählt werden. Das daraus resultierende Gitter weist eine Größe von 22000 Zellen auf. Studien mit 11000 und 44000 Zellen zeigen, dass diese Auflösung ausreichend zur Simulation des CIVB ist.

Die weiteren Einstellungen für die RANS Simulationen entsprechen der in Kapitel 5 erläuterten Konfiguration. Ein wesentlicher Unterschied besteht allerdings im Turbulenzmodell, da, wie auf Seite 21 erläutert, das zuvor verwendete $k-\varepsilon$ -Modell nicht in der Lage ist, eine solche Drallströmung zu reproduzieren. Stattdessen kommt hier das Reynoldsspannungsmodell von Launder, Reece und Rodi (LRR) [LRR75] zum Einsatz. Auch für die RANS muss das Verlöschen an der Wand erzwungen



Abbildung 6.27: Konturplot der Axialgeschwindigkeit bei isothermer RANS, Rezirkulationszone markiert durch weiße Isolinie $u_x = 0$.

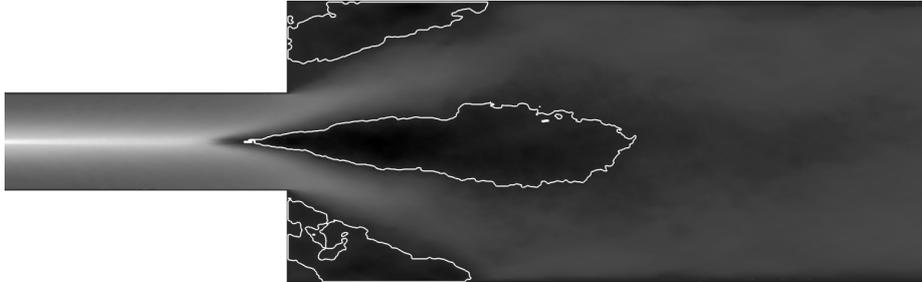


Abbildung 6.28: Konturplot der Axialgeschwindigkeit bei gemittelter isothermer LES, Rezirkulationszone markiert durch weiße Isolinie $u_x = 0$.

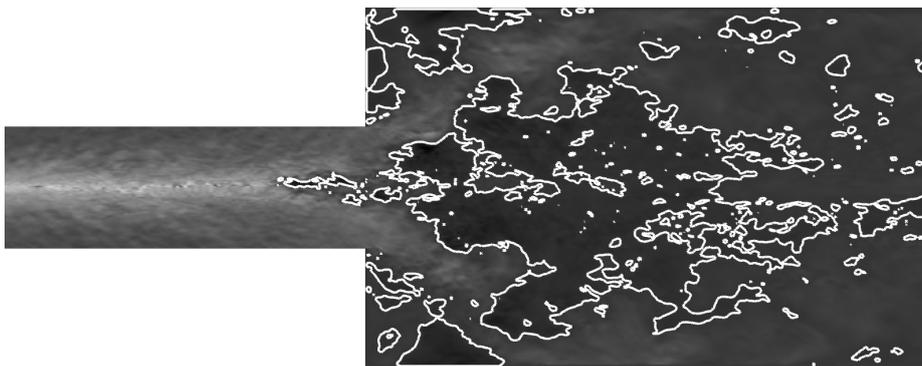


Abbildung 6.29: Konturplot der Axialgeschwindigkeit bei isothermer LES (instantan), Zonen mit instantaner Rückströmung (auch durch turbulente Wirbel) markiert durch weiße Isolinie $u_x = 0$.

werden, da sich sonst ein Flammenrückschlag entlang der Wand bilden würde. Auch am BK2-Brenner muss wieder das Verbrennungsmodell kalibriert werden. Die Vorgehensweise ist die gleiche wie beim TD1-Brenner, es wird also die Modellkonstante C_R erhöht bis der Flammenrückschlag eintritt. Die Kalibrierung ist hier sowohl für RANS als auch für LES nötig. Aus der LES ergibt sich jedoch mit $C_{R,LES} = 15.0$ der gleiche Wert schon wie für den TD1-Brenner. Die Kalibrierung des RANS-Modells liefert einen Wert von $C_{R,RANS} = 2.96$.

6.2.3 Isotherme Strömung und stabiler Betrieb

Zu Beginn steht wie schon beim TD1-Brenner die Betrachtung der isothermen Strömung, um das numerische Modell zu validieren. Für diesen stationären Zustand ist es

nicht nötig, die Reynoldsgemittelte Simulation instationär durchzuführen, ein klassischer RANS-Ansatz reicht aus. Erst der Flammenrückschlag muss zeitabhängig untersucht werden. Die Abbildungen 6.27 und 6.28 stellen Konturplots der Axialgeschwindigkeit im isothermen Betrieb der RANS und der gemittelten LES dar. Die Linie, auf der keine axiale Geschwindigkeit vorliegt und deren Spitze den Staupunkt des Wirbelaufplatzens markiert, ist als weiße Linie eingezeichnet. Betrachtet wird exemplarisch der Betriebspunkt mit einem Massenstrom von $\dot{m} = 70\text{g/s}$ und einer Vorwärmtemperatur $T_{in} = 473\text{K}$. Dabei ergibt sich eine Reynoldszahl von $Re = 69500$ bezogen auf den Mischrohrdurchmesser.

Die Form und Position der Rezirkulationszonen unterscheiden sich. In der RANS ergibt sich bereits eine leichte Einschnürung der Rezirkulationszone. Bei diesem Strömungsfeld steht das Einsetzen des Flammenrückschlages mit Abtrennung einer Rezirkulationsblase bereits unmittelbar bevor. Der Übergang von positiver zu negativer Axialgeschwindigkeit findet entlang der Mittellinie sehr rasch statt.

In der LES dagegen ist dieser Übergang langsamer. Auch liegt die Position des Staupunktes weiter stromab. Die Rezirkulationszone ist im gemittelten Bild noch nicht eingeschnürt. Dagegen sind in der instantanen Betrachtung in Abbildung 6.29 auch abgetrennte Rezirkulationsblasen stromauf der Hauptrückströmzone erkennbar. Diese werden durch turbulente Bewegungen beeinflusst, befinden sich nicht notwendigerweise auf der Brennerachse und beschreiben deshalb auch eine präzedierenden Bewegung, die im zweidimensionalen Fall nicht aufgelöst werden kann.

Zum Vergleich mit experimentellen Daten zeigen die Abbildungen 6.31 bis 6.36 radiale Profile der Axial- und Umfangsgeschwindigkeit an verschiedenen axialen Positionen im Drallrohr. Die Positionen der Schnittebenen sind in Abbildung 6.30 markiert. Sie sind gleichmäßig zwischen dem Einlassrand und dem Beginn des Wirbelaufplatzens verteilt, das Wirbelaufplatzens selbst ist jedoch zumindest in den Messdaten nicht mehr eingeschlossen.

Im ersten Querschnitt, kurz stromab des Einlassrandes, verhält sich die Axialgeschwindigkeit beider Simulationsmethoden relativ ähnlich zum experimentellen Profil. Beim Geschwindigkeitsmaximum auf der Brennerachse liegt jedoch die LES etwas niedriger. Genauso zeigt auch für die Umfangsgeschwindigkeit die LES das Maximum neben der Drallachse weniger stark ausgeprägt. Die RANS bleibt ebenfalls unter den experimentellen Werten und liegt zwischen LES und Messung.

Im nächsten Schnitt stimmt das Profil der RANS sehr gut mit dem Experiment überein. Die LES zeigt wieder ein niedrigeres Maximum der Axialgeschwindigkeit und eine generell etwas schwächere Umfangsgeschwindigkeit. Dieser Trend bleibt auch im drit-



Abbildung 6.30: Positionen der auf den folgenden Seiten gezeigten Geschwindigkeitsprofile im Drallrohr (Abbildungen 6.31 bis 6.36).

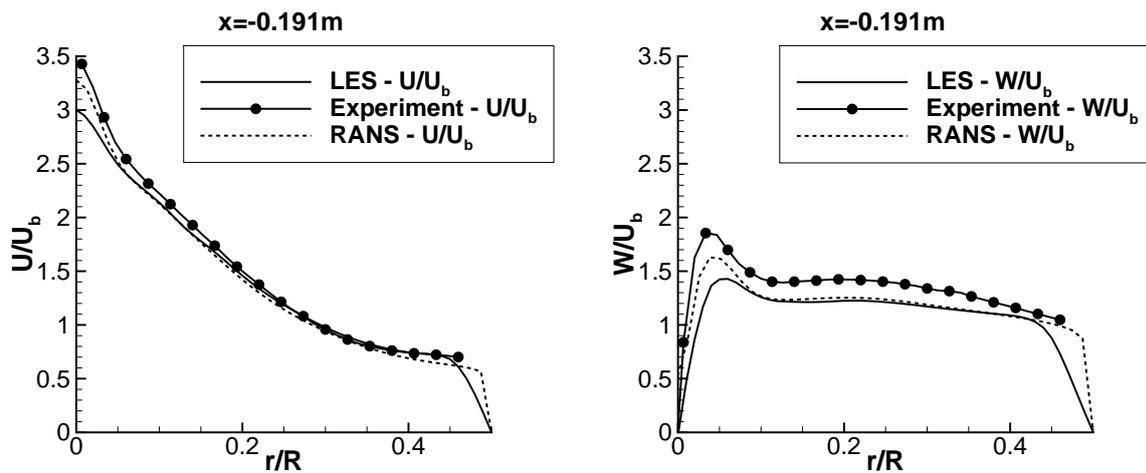


Abbildung 6.31: Profile der Axial- und Umfangsgeschwindigkeit an Position 1 (191mm stromauf der Brennkammer).

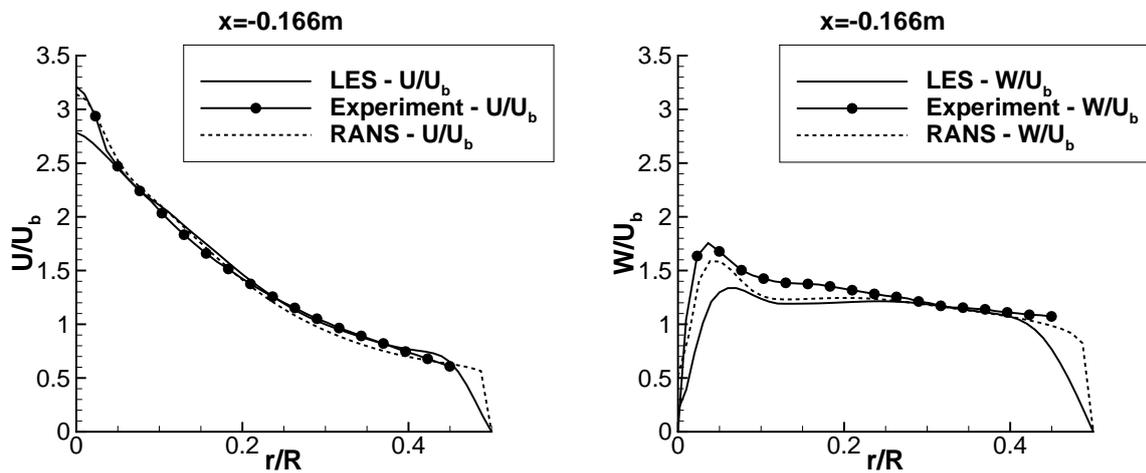


Abbildung 6.32: Profile der Axial- und Umfangsgeschwindigkeit an Position 2 (166mm stromauf der Brennkammer).

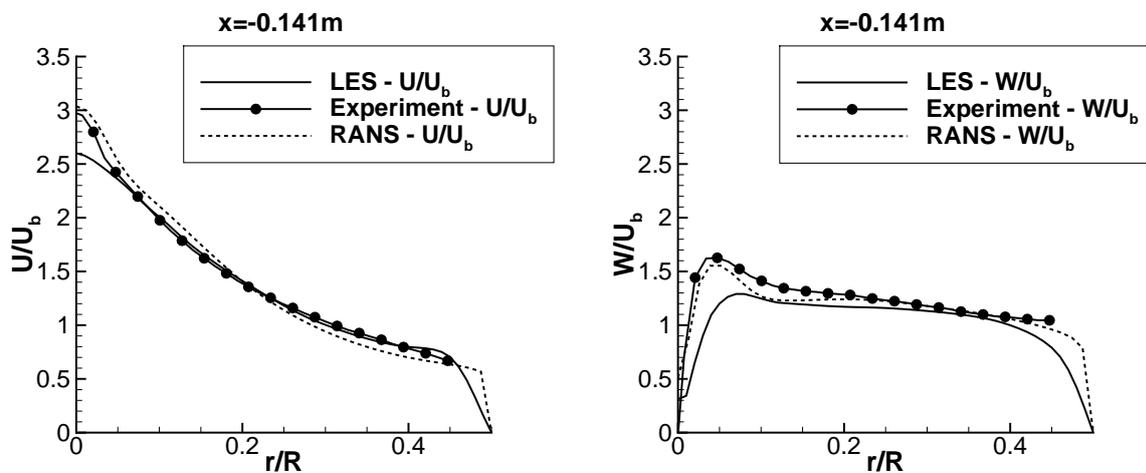


Abbildung 6.33: Profile der Axial- und Umfangsgeschwindigkeit an Position 3 (141mm stromauf der Brennkammer).

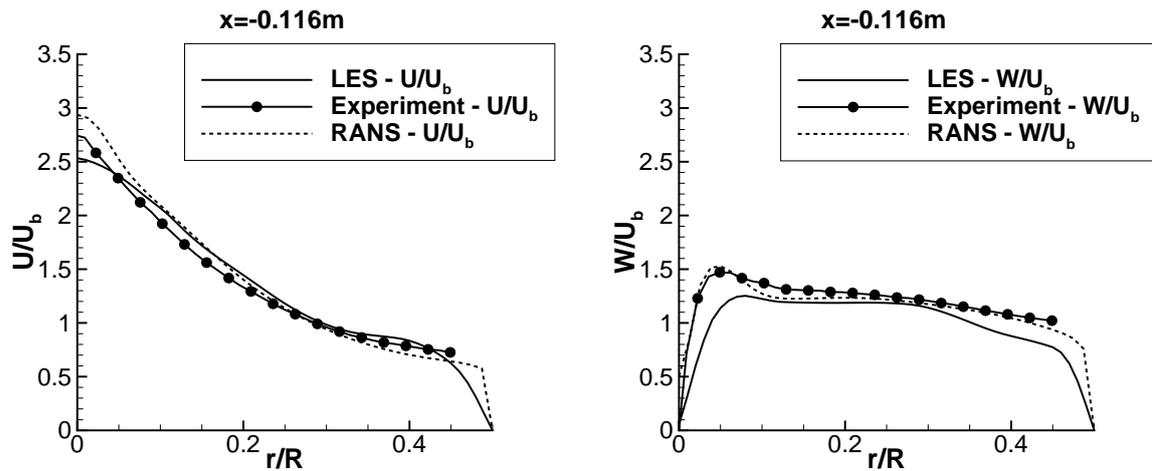


Abbildung 6.34: Profile der Axial- und Umfangsgeschwindigkeit an Position 4 (116mm stromauf der Brennkammer).

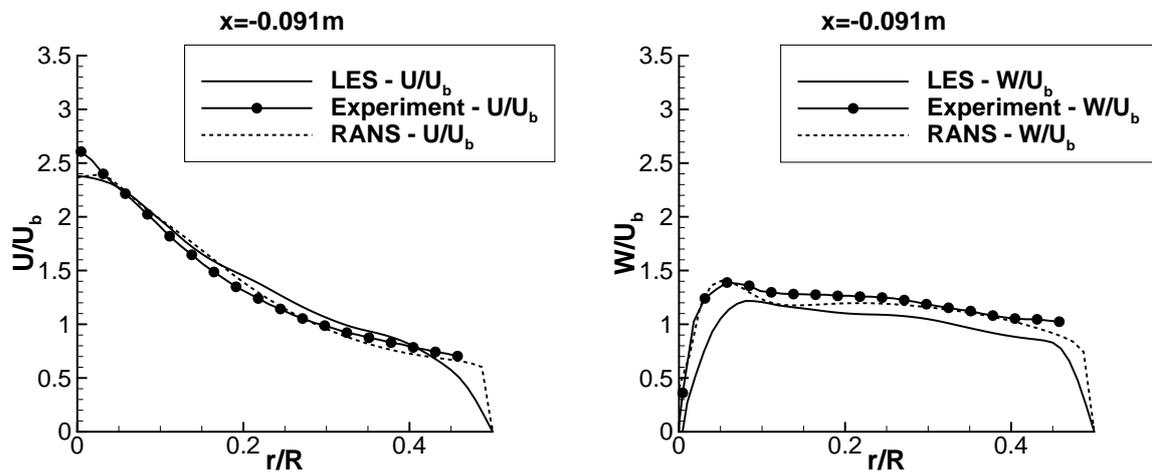


Abbildung 6.35: Profile der Axial- und Umfangsgeschwindigkeit an Position 5 (91mm stromauf der Brennkammer).

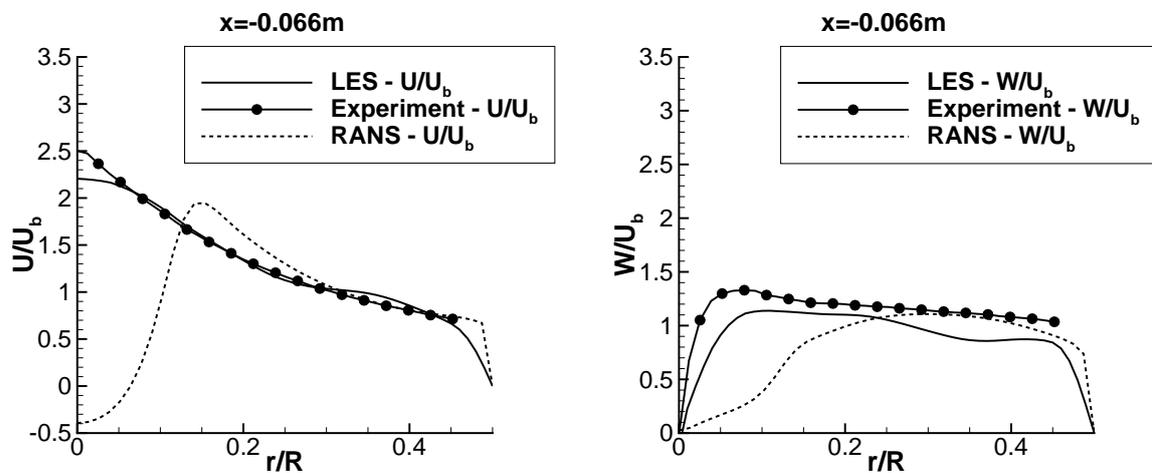


Abbildung 6.36: Profile der Axial- und Umfangsgeschwindigkeit an Position 6 (66mm stromauf der Brennkammer).

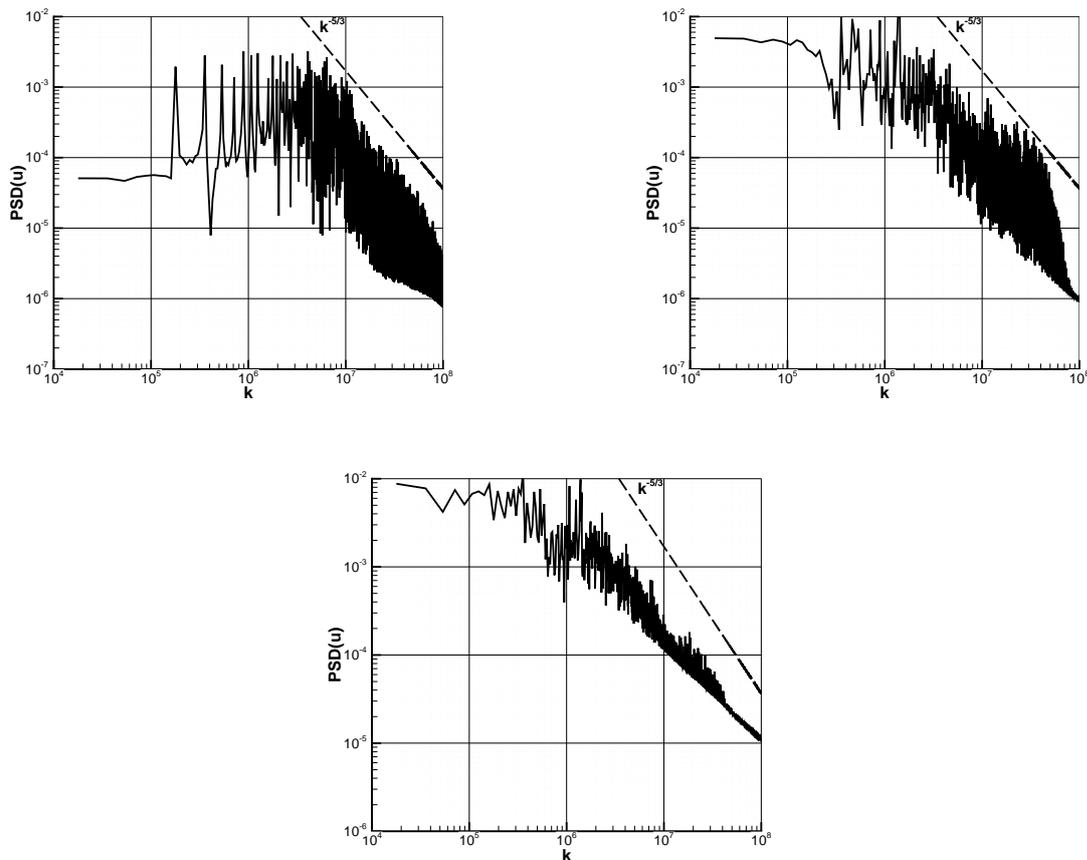


Abbildung 6.37: Spektrale Leistungsdichte der Axialgeschwindigkeit kurz nach dem Einlassrand (links), stromab (rechts) und am Brennkammereinstritt (unten).

ten Querschnitt erhalten.

An der vierten Position geht auf der Brennerachse die Axialgeschwindigkeit im Experiment deutlich zurück, was in der RANS so noch nicht zu sehen ist. Weiter außerhalb der Mitte liegen sowohl RANS als auch LES nun etwas über den gemessenen Geschwindigkeiten. In der Umfangsgeschwindigkeit verschwindet langsam die Überhöhung nahe der Drallachse. Die LES zeigt über den gesamten Radius etwas niedrigere Umfangsgeschwindigkeit als das Experiment. Zur fünften Schnittenebene verändert sich an der Umfangsgeschwindigkeit wenig. Die drei Kurven der Axialgeschwindigkeit liegen hier wieder fast übereinander, nahe der Drallachse weicht die LES weiterhin leicht von den beiden übrigen Werten ab und zeigt ein niedrigeres Maximum.

Eine deutliche Veränderung zeigt sich im letzten Schnitt, für die RANS setzt hier bereits das Wirbelaufplatzen ein. Die Axialgeschwindigkeit wird im Zentrum deutlich negativ und die Umfangsgeschwindigkeit formiert sich um, so dass ihr Maximum weiter außerhalb liegt, der Wirbelkern also aufgeweitet wird. Dagegen zeigen weder das Experiment noch die LES ein Anzeichen des Wirbelaufplatzens. Abgesehen vom generellen Trend der Abnahme des Geschwindigkeitsmaximums wird gegenüber dem



Abbildung 6.38: Konturplot des Reaktionsfortschritts bei URANS im stabilen Betrieb.

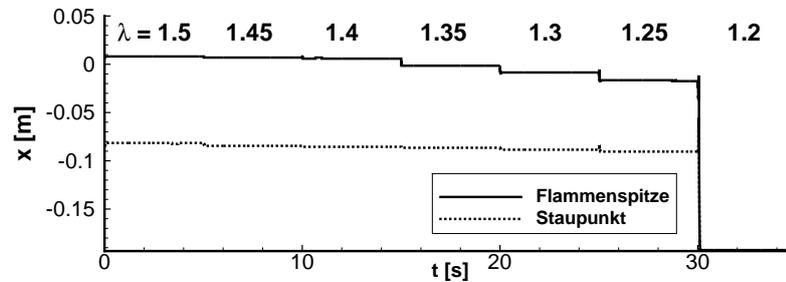


Abbildung 6.39: Position der Flammenspitze und des Staupunktes der URANS bei verschiedenen Luftzahlen (150g/s , 373K).

vorigen Profilschnitt kein Unterschied deutlich. Bei beiden tritt das Wirbelaufplatzen etwas weiter stromab auf, von wo jedoch keine Messwerte vorhanden sind.

In Abbildung 6.37 sind auch für den BK2-Brenner Spektren der Fluktuationsbewegung an verschiedenen Punkten im Brenner dargestellt. Die spektrale Leistungsdichte des Signals ist wieder über der Strouhalzahl k aufgetragen. Referenzwerte sind wieder die mittlere Axialgeschwindigkeit im Drallrohr sowie dessen Durchmesser. Die Punkte reichen von unmittelbar am Einlassrand bis zur Brennkammer.

Das Spektrum der Axialgeschwindigkeit am Punkt unmittelbar nach dem Einströmrand zeigt einen Ausschlag bei $k = 1.78 \cdot 10^5$ und Vielfachen. Diese Frequenz resultiert aus der periodischen Einlassrandbedingung. Wenig stromab tritt sie nicht mehr dominant hervor, dafür erscheint ein Maximum bei $k = 1.37 \cdot 10^6$. Dies entspricht der Umlauffrequenz der Strömung an dieser Position. Im weiteren Verlauf ändert sich wenig am Spektrum. Die dominierende Umlauffrequenz bleibt im isothermen Fall bis in die Brennkammer hinein erhalten.

Im nächsten Schritt der Validierung wird nun der stabile Betrieb des Brenners simuliert. Dies liefert auch die Startlösung für die anschließende Simulation des Flammensrückschlags. Die Mischung muss nun wie schon zuvor am TD1-Brenner betrachtet mager genug sein, so dass das Wirbelaufplatzen nicht vom CIVB dominiert wird, gleichzeitig aber fett genug, damit die Verbrennung stabil ist. Da keine großskaligen Bewegungen stattfinden, ist das Strömungsfeld der URANS sehr glatt und gleicht dem Ergebnis einer RANS. Das stationäre und sehr glatte Feld des Reaktionsfortschritts ist in Abbildung 6.38 dargestellt. Die Flammenspitze befindet sich an der Spitze der Hauptrezirkulationszone, jedoch stromab des Staupunktes der etwas eingeschnürten Rezirkulationsblase. Bei einer Veränderung der Luftzahl verändert sich die Form und Position der Flamme nur geringfügig. Mit fetterem Gemisch wird die Flammenfront etwas dünner und wandert ein wenig stromauf, bleibt jedoch noch in der Hauptrezirkulationszone, solange der Betrieb stabil ist. Die Veränderung der

Flammenspitzenposition bei verschiedenen Luftzahlen ist in Abbildung 6.39 gezeigt, die Position der Flammenspitze wandert genau wie die der Rezirkulationsblase mit dem Absenken der Luftzahl stromauf, dabei wird der Abstand beider Punkte kleiner. Bei der LES zeigt sich ein anderes Bild des stabilen Betriebs. Im mageren Bereich wird die Flamme von großskaligen Wirbeln konvektiv stromauf und stromab transportiert, während sie gleichzeitig von selbst das Bestreben hat, innerhalb der Rezirkulationszone stromauf zu brennen. Je magerer die Mischung ist, desto weiter stromab ist die daraus resultierende mittlere Position der Flammenspitze. Abbildung 6.40 zeigt sowohl den gemittelten Reaktionsfortschritt als auch die instantanen Extrempositionen der Flamme.

Das zeitgemittelte Strömungsfeld der LES ist sehr ähnlich dem der RANS. Die Rezirkulationszone zeigt jedoch keine Einschnürung einer Blase am stromauf liegenden Ende. Vielmehr treten in den instantanen Aufnahmen immer wieder abgetrennte Bereiche als Rezirkulationsblasen auf, die im gemittelten Bild eine einzige zusammenhängende Rückströmzone bilden. Die isolierten Rezirkulationsblasen sind auch noch nicht in der Lage, die Flammenfront an sich zu binden und verbrennungsinduziertes Wirbelaufplatzen auszubilden.

Je fetter das Gemisch eingestellt wird, desto größer ist der Zeitanteil, in dem die Flamme sich dicht am Staupunkt befindet, bis sie schließlich dort fixiert bleibt. Die Stromabkonvektion hat nun keinen Einfluss mehr auf die Flamme. So kann sie das Wirbelaufplatzen bestimmen und es kommt zum Flammenrückschlag durch CIVB.

6.2.4 Bestimmung von Stabilitätsgrenzen

Die Betriebspunkte des BK2-Brenners erstrecken sich über einen großen Massenstrombereich. Die von Fritz und Kröner [Fri03, KFS03] experimentell betrachteten Punkte liegen zwischen $50g/s$ und $150g/s$. Für die niedrigen Massenströme liegen kritische Luftzahlen bei unterschiedlichen Vorheiztemperaturen von $373K$ bis $673K$ vor. Mit zunehmendem Massenstrom wird die Flamme stabiler, der Rückschlag findet also erst bei niedrigeren Luftzahlen statt, da die Flamme gegen eine höhere Strömungsgeschwindigkeit propagieren muss. Eine Erhöhung der Vorwärmtemperatur wirkt dem entgegen, so dass auch bei höheren Massenströmen überhaupt noch ein Flammenrückschlag auftreten kann. Ab $90g/s$ wurden in den Experimenten nur noch kritische Luftzahlen für $T_{in} = 673K$ bestimmt, da bei niedrigeren Temperaturen die Flamme schon zu stabil ist.

Für die Simulation werden acht Betriebspunkte aus diesem Bereich ausgewählt. Die Variation der Temperatur beschränkt sich auf die MassenstromEinstellung von $70g/s$. Bei den höheren Massenströmen beträgt die Eintrittstemperatur wie im Experiment $673K$. Alle acht Punkte werden mittels RANS betrachtet, während für die LES exemplarisch lediglich ein Betriebspunkt, nämlich bei $150g/s$ und $673K$, in Betracht gezogen wird.

Wie schon beim TD1-Brenner werden die Rückschlagsgrenzen ausgehend von der stabilen Flamme ermittelt, indem die Luftzahl schrittweise abgesenkt wird. Dabei zeigt sich deutlich der Vorteil im Rechenaufwand der stark vereinfachten URANS

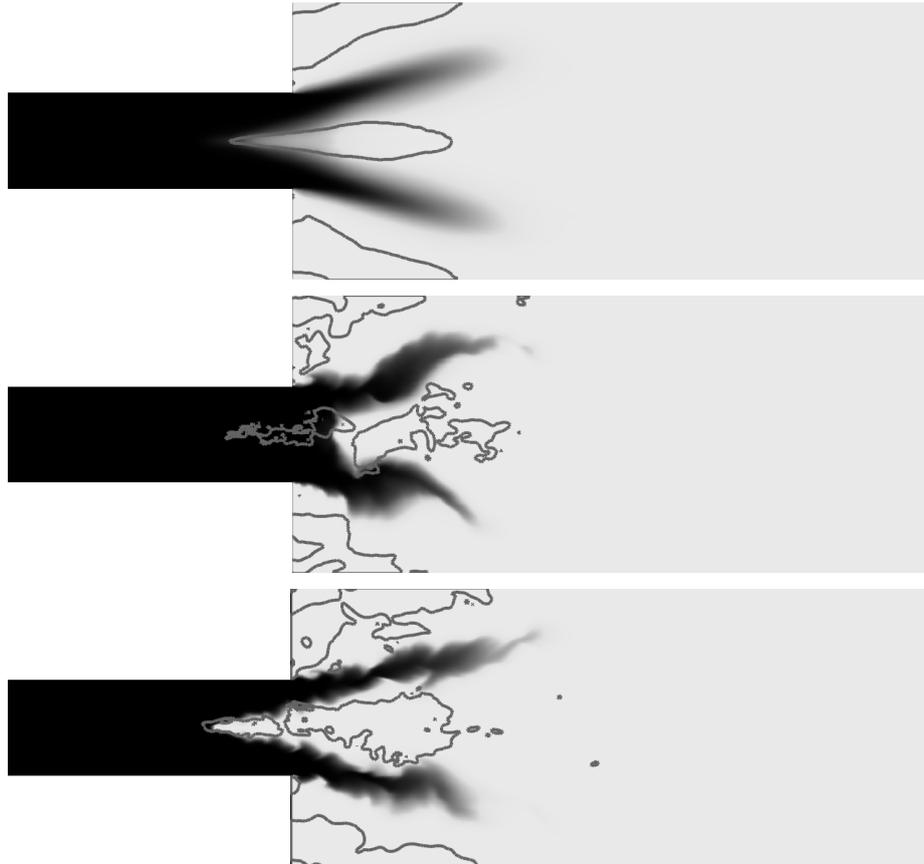


Abbildung 6.40: Konturplot der Reaktionsfortschritts der LES im stabilen Betrieb, gemittelttes Feld und instantane Felder mit extremen Flammenpositionen.

gegenüber LES. Während sich mittels URANS die Rückschlagsgrenzen für alle acht Fälle ohne den Einsatz von Parallelisierung innerhalb weniger Tage bestimmen lassen, zieht sich alleine die Untersuchung einer Luftzahl an einem Betriebspunkt mit LES mit massiver Parallelisierung der Rechnung genauso lange hin.

Da die Modellkonstante des LES Verbrennungsmodells bereits am TD1-Brenner kalibriert wurde, wird sie weiterhin auf einen Wert von $C_{R,LES} = 15.0$ gesetzt. Das Lindstedt-Vaos Modell für RANS hingegen muss zunächst kalibriert werden. Dazu dient der Fall $110g/s$, $673K$, für den der Flammenrückschlag bei $\lambda_{krit} = 1.35$ erreicht werden soll. Daraus ergibt sich bei Berücksichtigung des Löschmodells zur Vermeidung von Flammenpropagation entlang der Wand eine Modellkonstante von $C_{R,RANS} = 2.95$.

Die mit RANS Simulationen ermittelten kritischen Luftzahlen sowie die von Fritz und Kröner experimentell bestimmten Werte sind in Abbildung 6.41 dargestellt. Der Trend sinkender kritischer Luftzahlen bei steigendem Massenstrom wird gut wiedergegeben. Lediglich bei $130g/s$ fällt die simulierte kritische Luftzahl gegenüber dem Experiment stärker ab.

Auch der Einfluss der Temperatur auf die kritische Luftzahl ist klar zu erkennen. Qualitativ herrscht eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation. Der Trend zur Stabilisierung bei niedrigerer Temperatur wird jedoch

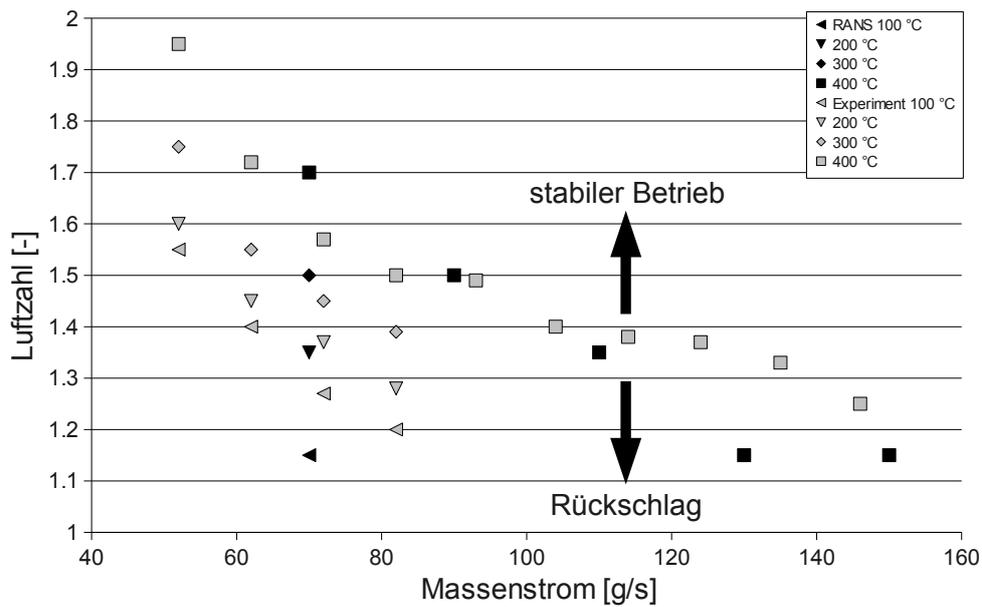


Abbildung 6.41: Kritische Luftzahlen für den BK2-Brenner aus RANS Simulationen gegenüber experimentellen Daten aus [KFS03]. Variation von Massenstrom und Vorwärmtemperatur.

leicht überschätzt. Während die kritische Luftzahl bei $373K$ etwas niedriger als im Experiment ausfällt, liegt sie bei $673K$ wenig höher.

Vergleicht man die Charakteristik der Stabilitätsgrenzen am BK2-Brenner mit der zuvor für den TD1-Brenner gezeigten, so fällt die Parallele in der Abhängigkeit vom Massenstrom auf. Bei höherem Massenstrom sind die beiden Brenner stabiler, da hier die Flamme beim Rückschlag gegen eine höhere Geschwindigkeit propagieren muss. Betrachtet man jedoch den Flammenrückschlag im Detail, so fallen große Unterschiede in der Entstehung und im Ablauf auf.

Am BK2-Brenner setzt der Flammenrückschlag wesentlich plötzlicher ein als am TD1-Brenner. Ein indifferenter Betriebszustand herrscht hier nicht, entweder findet eine stabile Verbrennung statt oder es kommt direkt zum Flammenrückschlag. Währenddessen bewegt sich die Flamme auch nur in sehr geringem Maße vorübergehend wieder stromabwärts.

Abbildung 6.42 zeigt die zeitlichen Verläufe der axialen Positionen von Flammenspitze und Staupunkt der Rezirkulationszone. Wieder muss sich zunächst die Flamme an die Rezirkulationszone heranbewegen. Während des stabilen Betriebes ist schon eine leichte Annäherung mit jeder Verringerung der Luftzahl zu sehen wie bereits in Abbildung 6.39 gezeigt. Ab der finalen Erhöhung mit Erreichen der kritischen Luftzahl bewegt sich die Flamme relativ plötzlich zum Staupunkt.

Anschließend beginnt der eigentliche Flammenrückschlag. Am Verlauf aus der LES wird erkennbar, dass der Rückschlag in zwei Phasen abläuft. Unmittelbar nach Annäherung der Flamme an den Staupunkt kommt es zu einer sehr schnellen Stromaufpropagation. Im hier betrachteten Fall liegt die anfängliche Rückschlags-

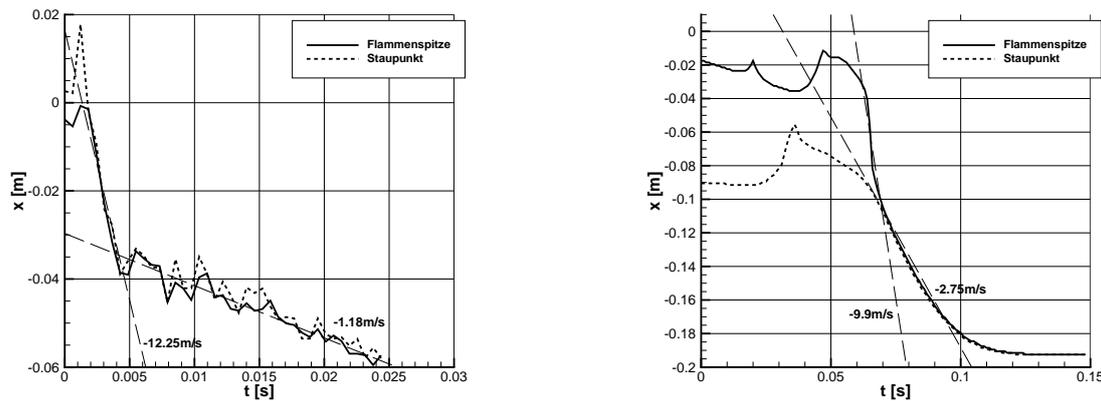


Abbildung 6.42: Positionen von Flammenspitze und Staupunkt der Rezirkulationszone während des Rückschlages. Links: LES, rechts: RANS.

geschwindigkeit bei 12.25m/s . Danach nimmt die Propagationgeschwindigkeit der Flammenspitze sehr plötzlich ab.

Der weitere Rückschlag findet nur noch mit etwa 1.18m/s , also etwa einem Zehntel der anfänglichen Geschwindigkeit statt. In dieser zweiten Phase liegt auch gelegentlich die Flammenspitze stromauf des Staupunktes, kann jedoch bei einem größeren Vorsprung nicht mehr von selbst zurückbrennen und fällt wieder hinter den Staupunkt zurück.

In der RANS liegt der Staupunkt zu Beginn deutlich weiter stromauf der Flamme als dies bei der LES der Fall war. In Abbildung 6.42 wird dieser Eindruck noch verstärkt dadurch, dass die RANS im Gegensatz zur LES keine Fluktuationen aufweist, die Flamme und Staupunkt instantan näher beieinander erscheinen lassen. Auch hier findet am Anfang ein sehr schneller Flammenrückschlag statt. Mit etwa 8.2m/s bewegt sich die Flamme stromauf bis sie den Staupunkt erreicht. Darauf folgt der gemeinsame Rückschlag von Flamme und Staupunkt mit nur noch 2.75m/s . Hier befindet sich die Flamme immer leicht stromab des Staupunktes. In beiden Phasen den Rückschlages fallen die ermittelten Geschwindigkeiten von LES und RANS relativ ähnlich aus, dabei gilt zu berücksichtigen, dass die RANS Simulation im Aufbau sehr stark vereinfacht ist, und deutliche Unterschiede in der Herangehensweise zwischen beiden Verfahren herrschen.

Die Flammen während des Rückschlages sind in Abbildung 6.43 und 6.44 dargestellt. Abgesehen von der instationären und weniger glatten Erscheinung der LES verhält sich die Strömung in beiden Fällen sehr ähnlich. Bei der RANS ist zunächst die Abschnürung der Rezirkulationsblase zu sehen, bevor die Flamme zusammen mit der Blase stromauf wandert. Schließlich wird sie durch die Randbedingung fixiert. Dabei tritt schließlich trotz des Löschmodells eine Reaktion entlang der Wand auf, die jedoch auf den stromab gelegenen Bereich beschränkt bleibt. Auch ist die Flammenpropagation entlang der Wand in diesem Fall nicht als gänzlich unphysikalisch zu betrachten, sondern durch die stärkere Erwärmung der wandnahen Strömung durch die Flamme im Kern und die veränderten Strömungsbedingungen

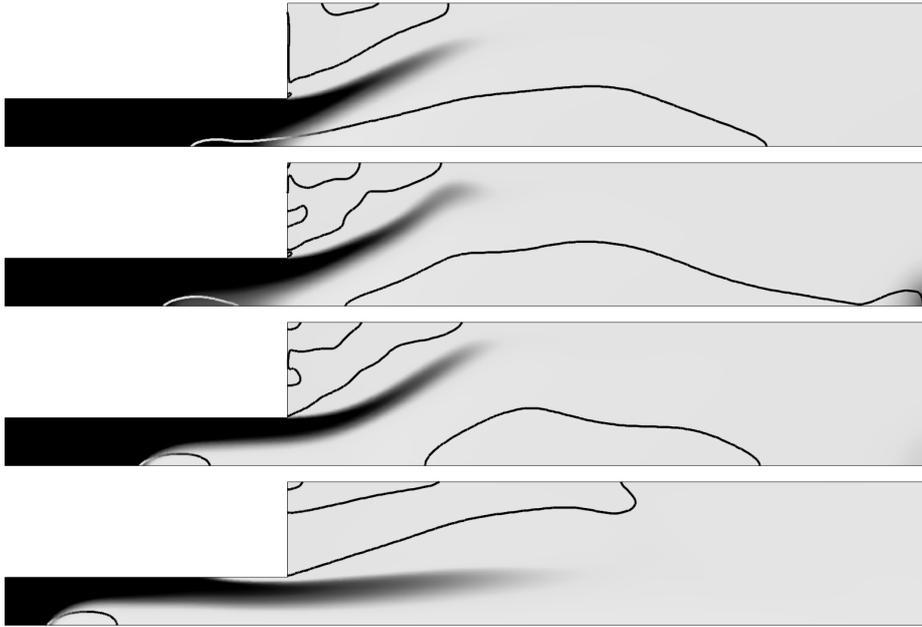


Abbildung 6.43: Kontur des Reaktionsfortschritts während des Flammenrückschlags mit RANS (Weiße Isolinie $c = 0.5$, Schwarze Isolinie $u_x = 0$).



Abbildung 6.44: Kontur des Reaktionsfortschritts während des Flammenrückschlags mit LES. Oben kurz vor dem Einsetzen des Rückschlags, Mitte nach dem anfänglichen schnellen Rückschlag, unten während des langsamen Rückschlages (Weiße Isolinie $c = 0.5$, Schwarze Isolinie $u_x = 0$).

in gewissem Rahmen durchaus möglich. Effekte aus der Erwärmung der Wand in der Realität werden durch die adiabate Modellierung jedoch nicht berücksichtigt.

In der LES ist die Rezirkulationszone zu Beginn eher auf die Blase beschränkt, was jedoch an der instantanen Betrachtung und der zweidimensionalen Darstellung liegt. Die Rezirkulationszone zeigt sich hier meist nicht als zusammenhängendes Gebiet sondern als Ansammlung von Rückströmblasen. Teile, die die Schnittebene gerade nicht berühren, werden nicht dargestellt. Im nächsten Bild kommt wieder ein Teil weiter stromab zum Vorschein. Beim Vergleich zwischen RANS und LES fällt weiter auf, dass die Flamme während des gesamten Rückschlages bis in die Brennkammer hinein reicht. Das Ende der Reaktionszone befindet sich bei RANS und bei LES immer ähnlich weit stromab unabhängig von der Flammenspitze.

Analog zum TD1-Brenner kann auch am BK2-Brenner die induzierte Beschleunigung am Staupunkt ausgewertet und nach den Quelltermen der Wirbeltransportgleichung zerlegt werden. Die Betrachtung beschränkt sich hier auf die voll dreidimensionale LES. Das in Abbildung 6.45 dargestellte Resultat offenbart, dass der Mechanismus des Wirbelaufplatzens in diesem Fall anders geartet ist als bei der Untersuchung des TD1 Brenners zuvor. Dies liegt einerseits am unterschiedlichen Drallprofil der Strömung, andererseits auch an den größeren Maßen des Brenners.

Im stabilen Betrieb wird die Strömung vor dem Staupunkt zunächst ausschließlich durch den Streckungsterm verzögert. Erst unmittelbar an der Flammenspitze zeigen die beiden anderen Quellterme einen Effekt, bleiben jedoch wesentlich schwächer als der Streckungsterm. Der barokline Term spielt hier die am wenigsten bedeutende Rolle.

Mit Einsetzen des CIVB, insbesondere während der ersten Phase des Rückschlages mit hoher Geschwindigkeit, ändert sich dies deutlich. Stromauf der Flamme herrscht im isothermen Gebiet nach wie vor ausschließlich der Streckungsterm vor. An der Flammenfront erreicht der Expansionsterm die gleiche Größenordnung wie der Streckungsterm. Eindeutig darüber dominierend ist jedoch der barokline Term.

Die seinerseits induzierte Verzögerung ist sechsmal so groß wie die der übrigen beiden Quellterme. So sorgt er für eine sehr starke stromaufgerichtete Beschleunigung von Rezirkulationszone und Flamme. Der *baroclinic push* setzt hier den Flammenrückschlag in Gang.

Sobald sich die Propagation von Flamme und Wirbelaufplatzens etabliert hat verschwindet der barokline Mechanismus wieder. Der weitere Flammenrückschlag bei niedrigerer Geschwindigkeit findet wieder ähnlich dem stabilen Betrieb dominiert durch den Streckungsterm statt. Der barokline Term wirkt hier sogar stabilisierend, wie in Abbildung 6.45 unten zu sehen ist. Hauptsächlich der Streckungsterm und unmittelbar an der Flammenfront auch der Expansionsterm sorgen für eine Stromaufbewegung des Wirbelaufplatzens. Die positive Beschleunigung des baroklinen Terms wirkt dem entgegen. Daraus resultiert die niedrige Rückschlagsgeschwindigkeit von nur etwa einem Zehntel des in der ersten Phase betrachteten Wertes.

Aus Untersuchungen der Wirbelquellterme in RANS Simulationen des BK2-Brenners gelangt Kiesewetter [Kie05] zum Schluss, dass der barokline Quellterm generell treibende Kraft für den Flammenrückschlag ist und der Streckung eher eine unterstützende Rolle zukommt. Fritz [Fri03] dagegen kommt zur Ansicht, dass die

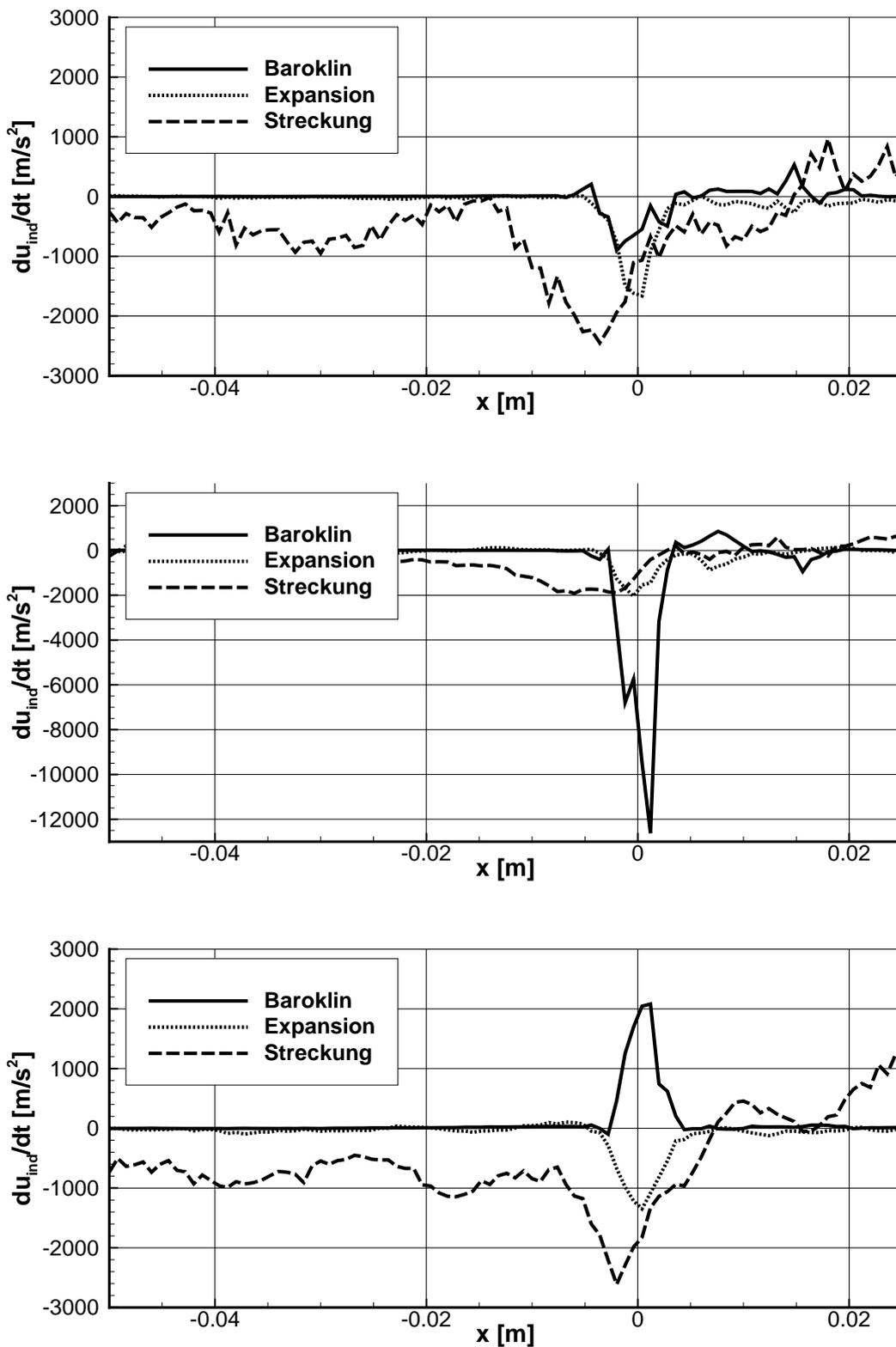


Abbildung 6.45: Quellterme der induzierten Beschleunigung: Stabiler Betrieb (oben), schneller Rückschlag zu Beginn (mitte) und langsamer Rückschlag (unten).

Streckung maßgeblich das CIVB vorantreibt. Er stellt einen linearen Zusammenhang zwischen der Umfangsgeschwindigkeit und der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Flamme fest, der für den Streckungsterm als treibende Komponente spricht. Wäre der barokline Term maßgeblich, so müsste nach Ashurst [Ash96] ein quadratischer Zusammenhang bestehen.

Aus Betrachtungen der induzierten Beschleunigung bei Flammenausbreitung in einer freien Drallströmung folgert Kröger [Krö10], dass übereinstimmend mit Fritz im Wesentlichen der Streckungsterm die Flammenpropagation bewirkt. Der barokline Term bewirkt hier sogar eher eine Stabilisierung der Flamme.

Aus den vorliegenden Ergebnissen am TD1 und am BK2 Brenner lässt sich ablesen, dass beide Mechanismen auftreten. Am TD1-Brenner mit den kleineren Abmessungen hängt die Art des aktiven Mechanismus von der Brennerleistung bzw. dem Massenstrom ab. Bei höheren Leistungseinstellungen ist der barokline Mechanismus wirksam, während bei niedriger Leistung die Streckung dominiert. Dagegen zeigt der BK2-Brenner ein Mischverhalten wie es auch von Fritz beschrieben wurde. Der Flammenrückschlag wird durch einen heftigen baroklinen Ausschlag eröffnet wie ihn auch Kiesewetter beobachtet hat. Danach greift jedoch der von Kröger beschriebene Mechanismus der Streckung, da die Flamme das Drallrohr blockiert, so dass die Strömung um das Hindernis herum fließen muss.

ZUSAMMENFASSUNG

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden Simulationen von Flammenrückschlägen in Gasturbinenbrennern durch verbrennungsinduziertes Wirbelaufplatzen mit unterschiedlich detaillierten Rechenmodellen durchgeführt. So konnten einerseits mittels turbulenter Grobstruktursimulation Details der Strömung erfasst werden, die experimentell nicht oder kaum zugänglich sind. Andererseits ermöglichte ein stark vereinfachter Ansatz mit URANS die Bestimmung von Rückschlagsgrenzen im Bezug auf die Luftzahl mit relativ geringem Rechenaufwand.

Zur Modellierung der Chemie-Turbulenz Wechselwirkung wurde zunächst ein Modellansatz für RANS und LES eingeführt, der auf den gleichen Annahmen für die Interaktion von Turbulenz und Flamme beruht. Damit sind beide Methoden direkt vergleichbar. Ausgehend vom Lindsted-Vaas Modell [LV99] für RANS wurde der Ansatz einer fraktalen Beschreibung der Flammenoberflächendichte auf LES übertragen. Während RANS eine Modellierung des gesamten turbulenten Spektrums, also von der Kolmogorovlänge bis zum integralen Längenmaß, erfordert, muss für die Large-Eddy Simulation lediglich der herausgefilterte Bereich des Spektrums durch das Turbulenzmodell abgedeckt werden. Er umfasst die Skalen von der Kolmogorovlänge bis zur Filterweite, die im Allgemeinen mit der Gitterzellweite zusammenhängt.

In den Validierungsrechnungen konnte die Ähnlichkeit im Verhalten beider Modelle gezeigt werden. An einer Bunsenflamme liefern RANS und LES sehr ähnliche Charakteristiken für die Abhängigkeit der turbulenten Flammengeschwindigkeit von den turbulenten Eigenschaften der Strömung. Insbesondere bei stärkerer Turbulenz herrscht eine gute Übereinstimmung zwischen den Simulationen untereinander sowie mit experimentellen Daten. Bei schwächeren turbulenten Fluktuationen weichen beide Modelle von den experimentellen Ergebnissen ab, da bei der Modellherleitung nur bei hohen Reynoldszahlen gültige Annahmen getroffen worden sind. Die Übereinstimmung zwischen beiden Modellen auch bei niedrigen Reynoldszahlen verdeutlicht dagegen ihre Verwandtschaft.

Die Validierung an der reagierenden Strömung über eine rückwärts gerichtete Stufe zeigt im Wesentlichen die unterschiedliche Wiedergabe einer Strömung mit RANS und LES. Die Scherschichtinstabilität kommt nur mit zeitabhängiger LES zum Vorschein. Das Verbrennungsmodell stößt hier jedoch an seine Grenze bezüglich der Abhängigkeit der Reaktionsrate von der Streckung. Erst mit Unterdrückung der Reaktion im Bereich der höchsten Streckungsrate unmittelbar hinter der Stufe kann eine sehr gute Übereinstimmung von Experiment und Simulation erzielt werden. Die RANS kann solch eine Übereinstimmung bedingt durch die Methode nur eingeschränkt liefern. Sie gibt die Scherschicht generell etwas zu dünn wieder.

Für diese Strömung in einer Brennkammer mit direktem Einfluss der Wände ist auch unbedingt eine spezielle Behandlung der Reaktion nahe der Wand erforderlich. Ohne die Unterdrückung der Reaktion würde die Flamme sich unphysikalisch unabhängig von der Wandtemperatur allein durch die hohe Streckungsrate entlang der Wand ausbreiten. Ein Löschkriterium auf Basis einer Grenztemperatur, unterhalb derer die Reaktion unterdrückt wird, hat sich als effektiv zur Vermeidung des Phänomens erwiesen.

Mit den validierten Verbrennungsmodellen wurden anschließend die Simulationen des Flammenrückschlags durch verbrennungsinduziertes Wirbelaufplatzen durchgeführt. Dazu wurden zwei verschiedene Modellbrenner untersucht, die sich in ihrer Größe und in der Art der darin herrschenden Drallströmung unterscheiden. Der TD1-Brenner ist als reiner Laborbrenner der kleinere der beiden Brenner. Dadurch ermöglicht er nicht nur eine feinere Gitterauflösung in der Simulation, sondern auch die Einbeziehung des Drallerzeugers in das Simulationsmodell. Der über tangentielle Einblasung aufgeprägte Drall der Strömung ist verstellbar, wurde jedoch in diesem Zusammenhang nicht variiert. Am TD1 wurde Large-Eddy Simulation bei unterschiedlichen Gitterauflösungen an mehreren Betriebspunkten durchgeführt, das Hauptinteresse lag auf dem Mechanismus des Wirbelaufplatzens und den Strömungsvorgängen während des Flammenrückschlages.

Der BK2-Brenner orientiert sich wesentlich stärker an realen, in Gasturbinen eingesetzten Brennern. Seine Abmessungen sind etwa doppelt so groß wie die des TD1. Der Drallerzeuger besteht aus konischen Halbschalen, er wurde hier jedoch nicht in der Simulation aufgelöst. Stattdessen wurden geeignete Randbedingungen am Einlassrand vorgegeben, die zur turbulenten Drallströmung führen. Die Simulationen von isothermer Strömung zeigen für beide Brenner gute Übereinstimmung mit gemessenen Geschwindigkeitsprofilen innerhalb des Drallrohres. Mit dem BK2 wurden sowohl RANS als auch Large-Eddy Simulationen durchgeführt, um neben den Details des Wirbelaufplatzens mit der weit weniger aufwendigen RANS auch Rückschlagsgrenzen an möglichst vielen Betriebspunkten zu untersuchen. Dazu wurde das Rechenmodell auf eine zweidimensionale, rotationssymmetrische Konfiguration reduziert.

Der Flammenrückschlag wurde bei beiden Brennern ausgehend vom stabilen Betrieb durch Anfetten des Luft-Brennstoff-Gemischs bewirkt. In beiden Brennern erfolgt bei einer kritischen Luftzahl der Rückschlag durch CIVB. Die kritische Luftzahl hängt vom Massenstrom bzw. der Axialgeschwindigkeit, von der Temperatur des unverbrannten Gemischs sowie vom Drallprofil ab. Dass es sich beim Rückschlag um einen Rückschlag durch CIVB handelt, konnte eindeutig gezeigt werden.

Für verschiedene Punkte wurde die kritische Luftzahl bestimmt und mit experimentell ermittelten Werten verglichen. Die Betriebspunkte am TD1 sind durch die thermische Leistung des Brenners, also einen konstanten Brennstoffmassenstrom definiert. Die Temperatur des unverbrannten Gases wurde nicht variiert. Am BK2 gilt für einen Betriebspunkt dagegen ein konstanter Luftmassenstrom, was annähernd einem konstanten Gesamtmassenstrom entspricht, sowie eine konstante Vorwärmtemperatur.

-
- Beim Vergleich zwischen experimentellen und simulierten kritischen Luftzahlen am BK2 wird der Trend höherer Stabilität bei höherem Massenstrom bzw. bei niedrigerer Eintrittstemperatur qualitativ gut wiedergegeben. Quantitativ herrschen Abweichungen insbesondere bei der Temperaturskalierung. Für hohe Temperaturen tendiert die Simulation eher zum Flammenrückschlag als das Experiment, bei niedrigen Temperaturen ist das Verhalten etwas zu stabil.

 - Auch beim TD1 wird der Trend einer Stabilisierung bei höheren Massenströmen wiedergegeben, es kommt jedoch auch zu einer größeren Ablage, die sich möglicherweise auf Unsicherheiten bei der Bestimmung der Eintrittsrandbedingungen zurückführen lässt.

 - Während des eigentlichen Flammenrückschlages unterscheiden sich bei beiden Brennern der Ablauf und der zugrundeliegende Mechanismus stark.
 - Beim TD1 konnte neben dem stabilen Betrieb und dem Rückschlag auch ein indifferenten Zustand beobachtet werden, bei dem die Flamme zwar weit ins Drallrohr eindringen kann, aber immer wieder zurückgespült wird. Bei fetterer Einstellung des Gemischs kommt es dann zum Rückschlag. Aus dem indifferenten Zustand heraus beginnt der Rückschlag sofort, aus dem stabilen Betrieb dagegen muss zunächst die Flamme bis zum Staupunkt der Rezirkulationszone wandern, bevor der Rückschlag einsetzt. In beiden Fällen propagiert die Flamme zwar mit Schwankungen, jedoch im Mittel mit relativ konstanter Geschwindigkeit gegen die Anströmung.
 - Am BK2 konnte kein indifferenten Zustand beobachtet werden, vielmehr kommt es hier direkt aus dem stabilen Betrieb heraus bei Erreichen der kritischen Luftzahl zum finalen Rückschlag. Der Rückschlag wird eingeleitet dadurch, dass die Flamme sich zum Staupunkt der Rezirkulationszone bewegt. Diese Bewegung sowie der unmittelbar darauf folgende Beginn des gemeinsamen Rückschlages von Flamme und Wirbelaufplatzen findet mit sehr hoher Geschwindigkeit statt. Danach verlangsamt sich die Bewegung und der Rückschlag setzt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit fort, die fast eine Größenordnung unter der anfänglichen Geschwindigkeit liegt. Das Phänomen ist sowohl in den RANS Simulationen als auch in den Large Eddy Simulationen zu beobachten.

 - Die Analyse der dominierenden Terme aus der Wirbeltransportgleichung für die induzierte axiale Beschleunigung mit Hilfe des Biot-Savartschen Gesetzes im Bereich des Staupunktes liefert Aufschluss über die unterschiedlichen Mechanismen, die bei den beiden Brennern wirken.
 - Beim TD1 geht der Flammenrückschlag größtenteils vom baroklinen Term aus. Im stabilen Betrieb sorgt der barokline Term sogar für eine Stabilisierung entgegen den Termen aus Streckung und Expansion. Näher an

der kritischen Luftzahl dominiert der barokline Term aber so stark, dass Streckung und Expansion fast vernachlässigt werden können. Bei fetterem Gemisch sorgt der barokline Term zunächst für eine deutliche Verzögerung vor dem Staupunkt, unmittelbar danach jedoch für eine starke Beschleunigung. Wird das Gemisch noch fetter, so verschwindet diese Beschleunigung, die Verzögerung vor dem Staupunkt bleibt aber bestehen. Während des Flammenrückschlages induziert er im gesamten Verlauf der Rezirkulationsblase die Verzögerung, die den Flammenrückschlag antreibt.

- Der BK2 offenbart einen deutlich anderen Mechanismus. Die zwei beobachteten Phasen unterschiedlich schneller Flammenpropagation sind auch auf unterschiedliche Wirkungsweisen zurückzuführen. Im stabilen Betrieb induzieren alle drei Terme eine Verzögerung, am stärksten ist dies hier der Streckungsterm, gefolgt von der Expansion, während der barokline Term den geringsten Anteil hat. Bei Erreichen der kritischen Luftzahl entsteht der sogenannte *baroclinic push*, eine starke Induktion von axialer Verzögerung durch den baroklinen Term. So entsteht die betrachtete hohe Rückschlagsgeschwindigkeit. Nach dieser ersten Phase des Rückschlages verschwindet allerdings der barokline Effekt gänzlich und kehrt sich ins Gegenteil um. Streckung und Expansion liefern wieder den treibenden Beitrag. Der barokline Term trägt sogar einen axialen Beschleunigungsanteil bei, der aber von den beiden anderen Termen dominiert wird. So lässt sich die starke Abnahme der Rückschlagsgeschwindigkeit erklären.
- Der Unterschied zwischen den Rückschlagsmechanismen beider Brenner ist auf die Unterschiede in den Drallprofilen, vermutlich aber auch auf ihre unterschiedlichen Abmessungen zurückzuführen. Im TD1 ist die Strömung sehr eng eingeschlossen. Mit dem fast doppelt so großen Rohrdurchmesser ist die Einfassung im BK2 wesentlich weiter. Der streckungsdominierte Mechanismus des BK2 ähnelt dem Mechanismus, der an nicht eingefassten Drallbrennern beobachtet werden kann. Am BK2 kann gegenüber dem freien Drallbrenner noch die baroklin dominierte Einleitung des Flammenrückschlages beobachtet werden, die beim freien Brenner im Zündungsvorgang untergeht.

Eine detaillierte Simulation des Skalierungseinflusses auf den Flammenrückschlag durch verbrennungsinduziertes Wirbelaufplatzen könnte hier weiteren Aufschluss über die Bedeutung der Einfassung im Drallrohr auf den Mechanismus des Wirbelaufplatzens geben. Eine Variation der Drallprofile abgesehen von der Skalierung müsste dabei jedoch ausgeschlossen werden, da dies generellen Einfluss auf das Wirbelaufplatzen hat. In diesem Rahmen bietet sich auch eine Anpassung des Verbrennungsmodells an hohe Streckungsraten an, so dass die Reaktion am Nachlauf der Drallrohrwand weniger stark begünstigt wird, was auch die Tendenz zur Flammenpropagation entlang der Wand ohne Einsatz eines Lösungsmodells abschwächen würde. Ein hybrider Ansatz von RANS und LES kann bei der Untersuchung großer Brennergeometrien den Rechenaufwand reduzieren, indem stromab der Flammenzone im größten Teil der Brennkammer die Gitterauflösung lediglich auf RANS ausgelegt werden muss.

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

2.1	Energiespektrum der turbulenten Bewegungen \mathcal{E} und Dissipation \mathcal{D} der Energie. Im Inertialbereich verhält dich die Energie proportional zu Wellenzahl $\kappa^{-5/3}$	14
2.2	Zeitlicher Verlauf einer Strömungsgröße im Original, gefiltert und gemittelt.	16
2.3	Reagierende Strömung über eine rückwärtsgerichtete Stufe. Oben RANS (zweidimensional) und unten LES (dreidimensionale Flammenfläche, im Hintergrund Schnittebene des Reaktionsfortschritts).	17
2.4	Verlauf der Umfangsgeschwindigkeit mit dem Radius für verschiedene Arten von Wirbeln.	27
2.5	Formen des Wirbelaufplatzens [NU87]. Spiraliges Wirbelaufplatzens (links) und blasenförmiges Wirbelaufplatzens.	29
2.6	Doppelhelixförmiges Wirbelaufplatzens, die Wirbelfäden divergieren am Stau- punkt. (Strömungsvisualisierung aus [KYL95])	30
3.1	Verlauf durch eine ebene und adiabate laminare Flamme normal zur Flam- menfront (\mathbf{n}). In der Vorwärmzone δ_v wird die Temperatur erhöht bis zum Erreichen der Zündtemperatur $T_{\text{zünd}}$. Anschließend beginnt die Reaktion in der Reaktionszone δ_l , Edukte reagieren zu Zwischenprodukten und Produkten.	32
3.2	Regimediagramm vorgemischter Flammen nach Borghi [Bor84] und Peters [Pet94].	34
3.3	Schematischer Flammenquerschnitt mit laminarer und turbulenter Flammen- oberfläche (nach [Dri08]).	37
3.4	Unphysikalische Propagation einer Flamme entlang der kalten Wand.	45
4.1	Entwicklung des Fluktuationfeldes für die Geschwindigkeitskomponente u_1 : Vorgegebenes Längenmaß, Initialisierung mit zufälligen Werten, Glättung durch Diffusion, Aufprägung der Reynoldsspannungen und Überlagerung der mittleren Geschwindigkeit.	54
5.1	Links: Konfiguration der Bunsenflamme gemäß [KKM98, BMP ⁺ 05]. Rechts: Bestimmung der turbulenten Flammengeschwindigkeit aus dem Öffnungs- winkel der (gemittelten) Flammenfront.	61
5.2	Regimediagramm der untersuchten Bunsenflamme. Die Betriebspunkte liegen in den Regimes der gewellten und der gefalteten Flamelets.	62
5.3	Generierte pseudoturbulente Geschwindigkeitsfluktuationen. Schnitt durch das erzeugte Feld der Komponente u' : Fall 1 (oben) und Fall 4 (unten). Zeitlicher Verlauf von links nach rechts.	63
5.4	Erscheinungsformen der Bunsenflamme je nach Betrachtung: Experiment [KKM98], LES, (ensemble-)gemittelte LES und RANS.	64
5.5	Instantane Aufnahmen der LES-Bunsenflamme bei verschiedenen Turbu- lenzintensitäten (Fälle eins bis vier gemäß Tabelle 5.1).	64

5.6	Turbulente Flammengeschwindigkeit s_t über der Geschwindigkeit der turbulenten Fluktuationen u' , beide normiert mit der laminaren Flammengeschwindigkeit s_l . Experimentelle Ergebnisse [KKM98]: schwarze Symbole; RANS Ergebnisse mit dem LV-Modell [BMP ⁺ 05]: weiße Symbole; LES-Ergebnisse: graue Symbole.	65
5.7	Konfiguration der Strömung über eine rückwärts gerichtete Stufe. Instantane Isofläche von null Geschwindigkeit in Strömungsrichtung im nicht reagierenden Fall. Hinter der Stufe bildet sich eine Rückströmung, einzelne Wirbel bewirken auch Rezirkulation an der oberen Wand.	66
5.8	Regimediagramm der Stufenströmung. Das Regime der dünnen Reaktionszonen liegt vor.	67
5.9	Strömungsfeld der Verbrennung in der Scherschicht hinter der Stufe: Instantanes Bild der LES mit Flammenoberfläche (Isofläche $\tilde{c} = 0.5$) und Verlauf des Reaktionsfortschrittes im Hintergrund (oben). Reaktionsfortschritt der gemittelten LES (mitte) und der RANS (unten).	69
5.10	Profile der Geschwindigkeit in Strömungsrichtung und des Reaktionsfortschritts (normierter CO_2 Massenbruch) an verschiedenen Positionen in Strömungsrichtung. Werte aus Experiment [PD83] markiert mit Rechtecken, LES markiert mit durchgezogenen Linien und RANS mit gestrichelten Linien.	69
6.1	Schematischer Aufbau des Brenners TD1 (Quelle: [KS08])	72
6.2	Regimediagramm des TD1-Brenners. Durch die niedrige laminare Flammengeschwindigkeit im Vergleich zu den turbulenten Schwankungen liegen die Betriebspunkte an der Grenze zwischen dünner und unterbrochener Reaktionszone.	74
6.3	Reaktionsquellterm als Markierung der Reaktionszone, trotz stellenweiser Unterbrechung durch turbulente Wirbel liegen lokal zusammenhängende Reaktionszonen vor.	74
6.4	Numerisches Gitter für die LES des TD1-Brenners mit Teil des Plenums und Drallerzeuger sowie einer Düse am Austritt.	75
6.5	Mittlere Axialgeschwindigkeit der LES im TD1-Brenner im isothermen Betrieb (weiße Linie: Isolinie $u_x = 0$). Positionen der Schnittebenen für die Geschwindigkeitsprofile (1 und 2).	76
6.6	Geschwindigkeitsprofile im Drallrohr des TD1 Brenners, links Axialgeschwindigkeit, rechts Umfangsgeschwindigkeit.	77
6.7	Spektrum der aufgelösten Geschwindigkeitsschwankungen im größeren Gitter im Drallerzeuger.	78
6.8	Spektrum der aufgelösten Geschwindigkeitsschwankungen im feinen Gitter im Drallerzeuger.	78
6.9	Spektrum der aufgelösten Geschwindigkeitsschwankungen im groben Gitter am Beginn des Drallrohres.	78
6.10	Spektrum der aufgelösten Geschwindigkeitsschwankungen im groben Gitter nach Eintritt in die Brennkammer.	78
6.11	Gemitteltes Feld des Reaktionsfortschritts bei LES des stabilen Betriebes (40kW, $\lambda = 1.70$). Weiße Isolinie $u_x = 0$, schwarze Isolinie $\tilde{b} = 0.5$	79
6.12	LES des stabilen Betriebes (40kW, $\lambda = 1.70$), die Flamme bewegt sich stromauf und stromab. Weiße Isolinie $u_x = 0$, schwarze Isolinie $\tilde{b} = 0.5$	80

6.13	LES des Flammenrückschlages bei 40kW, $\lambda = 1.65$. Die Flamme propagiert hinter dem Wirbelaufplatten ins Drallrohr hinein, schließlich bildet sich eine Rezirkulationsblase, mit der die Flamme zurückschlägt.	81
6.14	Positionen von Flammenspitze und Staupunkt während des Flammenrückschlags bei 40kW, $\lambda = 1.65$	82
6.15	Positionen von Flammenspitze und Staupunkt während des Flammenrückschlags bei 40kW, $\lambda = 1.55$ im feinen Gitter und im Experiment [Kon10].	83
6.16	Positionen von Flammenspitze und Staupunkt während des Flammenrückschlags bei 60kW, $\lambda = 1.55 \dots 1.40$	84
6.17	Positionen von Flammenspitze und Staupunkt während des Flammenrückschlags bei 80kW, $\lambda = 1.45 \dots 1.40$	85
6.18	Kritische Luftzahl - Rückschlagsgrenzen aus Experiment und Simulation für verschiedene Betriebspunkte, Unsicherheiten der Messung sind mit Fehlerbalken markiert.	86
6.19	Quellterme der induzierten Beschleunigung bei 60kW Brennerleistung (von oben nach unten $\lambda = 1.55$, $\lambda = 1.50$, $\lambda = 1.45$, $\lambda = 1.40$)	89
6.20	Induzierte Beschleunigung integral stromauf und stromab der Flammenspitze bei 40kW, 60kW und 80kW.	91
6.21	Schematischer Aufbau des BK2 Brenners (Quelle: [Krö03])	93
6.22	Regimediagramm des BK2-Brenners. Alle Betriebspunkte liegen im Regime der dünnen Reaktionszonen.	94
6.23	Profile am Einlassrand des BK2-Brenners. Zur korrekten Simulation des Wirbelaufplatzens müssen neben den mittleren Geschwindigkeiten auch alle Komponenten des Reynoldsspannungstensors sowie das turbulente Längemaß angegeben werden.	95
6.24	Vereinfachtes numerisches Modell des BK2-Brenners ohne Plenum und Drallerzeuger	95
6.25	Kontur der Axialgeschwindigkeit im isothermen Zustand mit (unten) und ohne (oben) überlagerte Fluktuationen am Einlassrand und Isolinie null axialer Geschwindigkeit. Das Wirbelaufplatzen erfolgt ohne Pseudoturbulenz deutlich weiter stromab und verhindert damit den Flammenrückschlag.	96
6.26	Zweidimensionales numerisches Gitter für die (U)RANS des BK2-Brenners	97
6.27	Konturplot der Axialgeschwindigkeit bei isothermer RANS, Rezirkulationszone markiert durch weiße Isolinie $u_x = 0$	98
6.28	Konturplot der Axialgeschwindigkeit bei gemittelter isothermer LES, Rezirkulationszone markiert durch weiße Isolinie $u_x = 0$	98
6.29	Konturplot der Axialgeschwindigkeit bei isothermer LES (instantan), Zonen mit instantaner Rückstömung (auch durch turbulente Wirbel) markiert durch weiße Isolinie $u_x = 0$	98
6.30	Positionen der auf den folgenden Seiten gezeigten Geschwindigkeitsprofile im Drallrohr (Abbildungen 6.31 bis 6.36).	99
6.31	Profile der Axial- und Umfangsgeschwindigkeit an Position 1 (191mm stromauf der Brennkammer).	100
6.32	Profile der Axial- und Umfangsgeschwindigkeit an Position 2 (166mm stromauf der Brennkammer).	100
6.33	Profile der Axial- und Umfangsgeschwindigkeit an Position 3 (141mm stromauf der Brennkammer).	100

6.34	Profile der Axial- und Umfangsgeschwindigkeit an Position 4 (116mm stromauf der Brennkammer).	101
6.35	Profile der Axial- und Umfangsgeschwindigkeit an Position 5 (91mm stromauf der Brennkammer).	101
6.36	Profile der Axial- und Umfangsgeschwindigkeit an Position 6 (66mm stromauf der Brennkammer).	101
6.37	Spektrale Leistungsdichte der Axialgeschwindigkeit kurz nach dem Einlassrand (links), stromab (rechts) und am Brennkammereintritt (unten). . . .	102
6.38	Konturplot des Reaktionsfortschritts bei URANS im stabilen Betrieb. . . .	103
6.39	Position der Flammenspitze und des Staupunktes der URANS bei verschiedenen Luftzahlen (150g/s, 373K).	103
6.40	Konturplot der Reaktionsfortschritts der LES im stabilen Betrieb, gemitteltes Feld und instantane Felder mit extremen Flammenpositionen.	105
6.41	Kritische Luftzahlen für den BK2-Brenner aus RANS Simulationen gegenüber experimentellen Daten aus [KFS03]. Variation von Massenstrom und Vorwärmtemperatur.	106
6.42	Positionen von Flammenspitze und Staupunkt der Rezirkulationszone während des Rückschlages. Links: LES, rechts: RANS.	107
6.43	Kontur des Reaktionsfortschritts während des Flammenrückschlags mit RANS (Weiße Isolinie $c = 0.5$, Schwarze Isolinie $u_x = 0$).	108
6.44	Kontur des Reaktionsfortschritts während des Flammenrückschlags mit LES. Oben kurz vor dem Einsetzen des Rückschlags, Mitte nach dem anfänglichen schnellen Rückschlag, unten während des langsamen Rückschlages (Weiße Isolinie $c = 0.5$, Schwarze Isolinie $u_x = 0$).	108
6.45	Quellterme der induzierten Beschleunigung: Stabiler Betrieb (oben), schneller Rückschlag zu Beginn (mitte) und langsamer Rückschlag (unten).	110

LITERATURVERZEICHNIS

- [ADB09] A.J. Aspden, M.S. Day und J.B. Bell: *Turbulence-Flame Interaction in Premixed Lean Hydrogen Flames*. 2009. [16]
- [ADK⁺11] S.V. Alekseenko, V.M. Dulin, Y.S. Kozorezov, D.M. Markovich, S.I. Shtork und M.P. Tokarev: *Flow Structure of Swirling Turbulent Propane Flames*. *Flow, Turbulence and Combustion*, 87:569–595, 2011. [3]
- [ASG⁺11] M. Abdulsada, N. Syred, A. J. Griffiths, S. Morris und P. Bowen: *Effect of Swirl Number and Fuel Type upon the Blowoff Limits in Swirl Combustors*. In: *Proceedings of the European Combustion Meeting*, 2011. [3]
- [Ash96] WM. T. Ashurst: *Flame propagation along a vortex: the baroclinic push*. *Combust. Sci. and Tech.*, 112:175–185, 1996. [48, 111]
- [Bac97] S. Backstein: *Wirbelaufplatzen in schwachen Druckfeldern*. VDI-Fortschrittsbericht, Reihe 7 322, VDI-Verlag, 1997. [28]
- [BBBS73] G.R. Baker, S.J. Barker, K.K. Bofah und P.G. Saffman: *Laser anemometer measurements of trailing vortices in water*. *Journal of Fluid Mechanics*, 65:325–336, 1973. [28]
- [BC91] K.N.C. Bray und R.S. Cant: *Some applications of Kolmogorov turbulence research in the field of combustion*. *Proc.Roy. Soc. London A*, 434:217–227, 1991. [38]
- [BGS08] F. Biagioli, Felix Güthe und Bruno Schuermans: *Combustion dynamics linked to flame behaviour in a partially premixed swirled industrial burner*. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 32:1344–1353, 2008. [30]
- [BHD⁺05] C.T. Bowman, R.K. Hanson, D.F. Davidson, W.C. Gardiner, V. Lissianski jun., G.P. Smith, D.M. Golden, M. Frenklach und M. Goldenberg: *GRI-Mech 3.0*, 2005. <http://www.me.berkeley.edu/gri-mech/>. [32]
- [BKB10] G. Blesinger, R. Koch und H. J. Bauer: *Influence of flow field scaling on flashback of swirl flames*. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 34:290–298, 2010. [3, 46]
- [BL90] G.L. Brown und J.M. Lopez: *Axisymmetric vortex breakdown. II - Physical mechanisms*. *Journal of Fluid Mechanics*, 221:553–576, 1990. [30]
- [BMP⁺05] A. Brandl, J. D. Mooney, M. Pfitzner, B. Durst und W. Kern: *Comparison of Combustion Models and Assessment of Their Applicability to the Simulation of Premixed Turbulent Combustion in IC-Engines*. *Flow, Turbulence and Combustion*, 75:335–350, 2005. [59, 61, 65, 66, 117, 118]

- [Bor84] R. Borghi. In: C. Brunco und C. Casci (Herausgeber): *Recent advances in aeronautical science*. Pergamon, 1984. [34, 35, 117]
- [Bou72] J. Boussinesq: *Essai sur la Theorie des eaux courants*. Memoires Acad. des Sciences, 23(1), 1872. [19]
- [BP94] K.N.C. Bray und N. Peters. In: P.A. Libby und F.A. Williams (Herausgeber): *Turbulent reacting flows*, Seiten 63–114. Academic Press, London, 1994. [38]
- [BVBT98] M. Boger, D. Veynante, H. Boughanem und A. Trouvé: *Direct numerical simulation analysis of flame surface density concept for large eddy simulation of turbulent premixed combustion*. In: *27th Symposium (International) on Combustion / The Combustion Institute*, 1998. [16, 38]
- [CCS72] L.S. Caretto, R.M. Curr und D.B. Spalding: *Two Numerical Methods for Three-Dimensional Boundary Layers*. Computer Methods in Applied Mechanics & Engg., 1(1):39–57, 1972. [52]
- [CDVP00] O. Colin, F. Ducros, D. Veynante und T. Poinso: *A thickened flame model for large eddy simulations of turbulent premixed combustion*. Physics of Fluids, 12(7):1843–1863, 2000. [39]
- [CFL28] R. Courant, K. Friedrichs und H. Lewy: *Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik*. Mathematische Annalen, 100:32–74, 1928. [15]
- [CFR79] R. Clark, J. Ferziger und W. Reynolds: *Evaluation of subgrid scale turbulence models using a fully simulated turbulent flow*. Journal of Fluid Mechanics, 91:1–16, 1979. [25]
- [CL91] C.A. Catlin und R.P. Lindstedt: *Premixed Turbulent Burning Velocities Derived from Mixing Controlled Reaction Models With Cold Front Quenching*. Combustion and Flame, 85:427–439, 1991. [44]
- [Cla94] P. Clavin: *Premixed Combustion and Gasdynamics*. Annual Revue in Fluid Mechanics, 26:321–352, 1994. [33]
- [CMV02] F. Charlette, C. Meneveau und D. Veynante: *A power law flame wrinkling model for LES of premixed turbulent combustion Part I – non-dynamic formulation and initial tests*. Combustion and Flame, 131:159–180, 2002. [39]
- [DCHC11] B. Dam, G. Corona, M. Hayder und A. Choudhuri: *Effects of syngas composition on combustion induced vortex breakdown (CIVB) flashback in a swirl stabilized combustor*. Fuel, 90:3274–3284, 2011. [3]
- [Dea70] J. Deardorff: *A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers*. Journal of Fluid Mechanics, 41:453–480, 1970. [25]
- [DH00] F. Dinkelacker und S. Hoelzler: *Investigation of a turbulent flame speed closure approach for premixed flame calculation*. Combustion Science and Technology, 158:312–340, 2000. [61]

- [DJB10] S. Daniele, P. Jansohn und K. Boulouchos: *Flashback Phenomena Associated with Lean Premixed Syngas Combustion at Gas Turbine Like Conditions*. In: *Processes and Technologies for a Sustainable Energy, Ischia, Italy*, 2010. [3]
- [Dri08] J.F. Driscoll: *Turbulent premixed combustion: Flamelet structure and its effect on turbulent burning velocities*. *Progress in Energy and Combustion Science*, 34:91–134, 2008. [37, 39, 117]
- [Fav69] A. Favre: *Statistical equations of turbulent gases*. In: *Problems of hydrodynamics and continuum mechanics*, Seiten 231–266. Philadelphia, 1969. [18]
- [FKS04] J. Fritz, M. Kröner und T. Sattelmayer: *Flashback in a swirl burner with cylindrical premixing zone*. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 126(2):267–283, 2004. [2]
- [FL77] J.H. Faler und S. Leibovich: *Disrupted states of vortex flow and vortex breakdown*. *The Physics of Fluids*, 20(9):1385–1400, 1977. [29]
- [FP07] J.H. Ferziger und M. Peric: *Numerische Strömungsmechanik*. Springer, 2007. [52]
- [Fri03] J. Fritz: *Flammenrückschlag durch verbrennungsinduziertes Wirbelaufplatzen*. Dissertation, TU München, 2003. [1, 2, 26, 47, 92, 104, 109]
- [Frö06] J. Fröhlich: *Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen*. Teubner Verlag, Stuttgart, 2006. [12, 13, 22, 23, 24, 25]
- [FSP02] P. Flohr, P. Schmitt und C.O. Paschereit: *Mixing field analysis of a gas turbine burner*. Technischer Bericht, ASME Paper IMECE2002-34317, 2002. [28]
- [GBC89] F.C. Gouldin, K.N.C. Bray und J. Y. Chen: *Chemical Closure Model for Fractal Flamelets*. *Combustion and Flame*, 77:241–259, 1989. [38, 40]
- [GIMM07] S.R. Gubba, S.S. Ibrahim, W. Malalasekera und A.R. Masri: *LES modelling of turbulent premixed flames using a dynamic flame surface density model*. In: *Computational Combustion 2007, ECCOMAS thematic conference*. Delft, The Netherlands, 2007. [39]
- [GL78] M.M. Gibson und B.E. Launder: *Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer*. *Journal of Fluid Mechanics*, 86:491–511, 1978. [21]
- [GLS84] A.K. Gupta, D.G. Lilley und N. Syred: *Swirling Flows*. Abacus Press, 1984. [28]
- [Gou87] F.C. Gouldin: *An Application of Fractals to Modelling Premixed Turbulent Flames*. *Combustion and Flame*, 68:249–266, 1987. [38, 40]
- [GPMC91] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin und W.H. Cabot: *A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model*. *Phys Fluids A* 3, 7:1760–1765, 1991. [38]
- [GS80] A.R. Ganji und R.F. Sawyer: *Experimental Study of the Flowfield of a Two-Dimensional Premixed Turbulent Flame*. *AIAA Journal*, 18(7):817–824, 1980. [66]

- [GW70] A.G. Gaydon und H.G. Wolfhart: *Flames: their structure, radiation and temperature*. Chapman and Hall, 1970. [33]
- [Hal72] M.G. Hall: *Vortex breakdown*. Ann. Review of Fluid Mechanics, 4:195–218, 1972. [29]
- [HC01] E.R. Hawkes und R.S. Cant: *Implications of a flame surface density approach to large eddy simulation of premixed turbulent combustion*. Combustion and Flame, 126:1617–1629, 2001. [39]
- [Hir95] C. Hirsch: *Ein Beitrag zur Wechselwirkung von Turbulenz und Drall*. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1995. [28]
- [HLL99] F. Holzäpfel, B. Lenze und W. Leuckel: *Quintuple Hot-Wire Measurements of the Turbulence Structure in Confined Swirling Flows*. Journal of Fluids Engineering, 121:517–525, 1999. [28]
- [HMN02] T. Hasegawa, S. Michikami und T. Nomura: *Flame development along a straight vortex*. Combustion and Flame, 129:294–304, 2002. [2, 47]
- [HN96] T. Hasegawa und K. Nishikado: *Effect of density ratio on flame propagation along a vortex tube*. In: *26th Symposium (Int.) on Combustion*, Seiten 291–297, 1996. [2, 47]
- [HNC95] T. Hasegawa, K. Nishikado und J. Chomiak: *Flame propagation along a fine vortex tube*. Combustion Science and Technology, 108:67–80, 1995. [2, 47]
- [Hof94] S. Hoffmann: *Untersuchung des Stabilisierungsverhaltens und der Stabilitätsgrenzen von Drallflammen mit innerer Rückströmzone*. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1994. [26]
- [Hol96] F. Holzäpfel: *Zur Turbulenzstruktur freier und eingeschlossener Drehströmungen*. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1996. [28, 29]
- [Hor85] M. Horvay: *Theoretische und experimentelle Untersuchung über den Einfluss des inneren Strömungsfeldes auf die Zerstäubungseigenschaften von Drall-Druckzerstäubungsdüsen*. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1985. [28]
- [HP84] Hentschel und Procaccia: *Relative diffusion in turbulent media: The fractal dimension of clouds*. Physical Review A – General Physics, 29:1461–1470, 1984. [40]
- [IHKH98] S. Ishizuka, T. Hamasyki, K. Koumura und R. Hasegawa: *Measurements of flame speeds in combustible vortex rings: validity of the back-pressure drive flame propagation mechanism*. Seiten 727–734, 1998. [2, 47]
- [IKH00] S. Ishizuka, K. Koumura und R. Hasegawa: *Enhancement of flame speed in vortex rings of rich hydrogen/air mixtures in air*. Proceedings of the Combustion Institute, 28:1949–1956, 2000. [2, 47]
- [IMHKK98] S. Ishizuka, T. Murakami, T. Hamasaki und R. Hasegawa K. Koumura: *Flame speeds in combustible vortex rings*. Combustion and Flame, 113:542–553, 1998. [2, 47]

- [Ish90] S. Ishizuka: *On the flame propagation in a rotating flow field*. Combustion and Flame, 82:176–190, 1990. [2, 47]
- [Iss86] R. Issa: *Solution of the implicitly discretized fluid-flow equations by operator-splitting*. J. Comput. Phys., 62:40–65, 1986. [52]
- [Joo06] F. Joos: *Technische Verbrennung*. Springer-Verlag, 2006. [31]
- [KFS03] M. Kröner, J. Fritz und T. Sattelmayer: *Flashback Limits for Combustion Induced Vortex Breakdown in a Swirl Burner*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 125:693–700, 2003. [2, 37, 104, 106, 120]
- [KH07] N. Kornev und E. Hassel: *Synthesis of homogeneous anisotropic divergence free turbulent fields with prescribed second-order statistics by vortex dipoles*. Physics of Fluids, 19(6), 2007. [53]
- [KHF⁺03] F. Kiesewetter, C. Hirsch, J. Fritz, M. Kröner und T. Sattelmayer: *Two-Dimensional Flashback Simulation in Strongly Swirling Flows*. IGTI Turbo Expo, ASME-GT-2003-38395, Atlanta, USA, 2003. [2, 4]
- [KHKW10] H. Kröger, E. Hassel, N. Kornev und D. Wendig: *LES of Premixed Flame Propagation in a Free Straight Vortex*. Flow Turbulence Combust, (84):513–541, 2010. [5]
- [Kie05] F. Kiesewetter: *Modellierung des verbrennungsinduzierten wirbelaufplatzens in Vormischbrennern*. Dissertation, TU München, 2005. [2, 4, 36, 48, 95, 109]
- [KKJ05] Kempf, M. Klein und J. Janicka: *Efficient generation of initial and inflow-conditions for transient flows in arbitrary geometries*. Flow, Turbulence and Combustion, 74:67–48, 2005. [53, 63]
- [KKM98] H. Kobayashi, Y. Kawabata und K. Maruta: *Experimental study on general correlation of turbulent burning velocity at high pressure*. 27th Symposium on Combustion, Seiten 941–948, 1998. [60, 61, 64, 65, 117, 118]
- [KKS01] M. Kröner, M. Kröner und T. Sattelmayer: *Simultaner Einsatz optischer Messmethoden zur Untersuchung instationärer Drallflammen*. Gaswärme International, 50(9):411–415, 2001. [2]
- [KKWH08] H. Kröger, N. Kornev, D. Wendig und E. Hassel: *Premixed Flame Propagation in a Free Straight Vortex*. Forschung im Ingenieurwesen, 72(2):85–92, 2008. [3, 5]
- [Kon10] M. Konle: *Verbrennungsinduziertes Wirbelaufplatzen in moderat turbulenten Drallströmungen*. Dissertation, TU München, 2010. [3, 73, 83, 119]
- [Krö03] M. Kröner: *Einfluss lokaler Löschvorgänge auf den Flammenrückschlag durch verbrennungsinduziertes Wirbelaufplatzen*. Dissertation, TU München, 2003. [2, 45, 93, 119]
- [Krö10] H. Kröger: *Large-Eddy Simulation of Combustion Induced Vortex Breakdown in an Unconfined Turbulent Vortex using a Presumed-PDF Combustion Model*. Dissertation, Universität Rostock, 2010. [5, 47, 48, 88, 111]

- [KS08] M. Konle und T. Sattelmayer: *Interaction of Heat Release and Vortex Breakdown in Swirling Flame*. In: *14th Int. Symp. on Appl. Laser*, 2008. [3, 72, 73, 87, 118]
- [KSJ02] M. Klein, A. Sadiki und J. Janicka: *A digital filter based generation of inflow data for spatially developing direct numerical or large eddy simulations*. *Journal of Computational Physics*, (186):652–665, 2002. [53]
- [KVM02] R. Knikker, D. Veynante und C. Meneveau: *A priori testing of a similarity model for large eddy simulation of turbulent premixed combustion*. *Proc. Com. Inst.*, 29:2105, 2002. [38]
- [KVM04] R. Knikker, D. Veynante und C. Meneveau: *A dynamic flame surface density model for large eddy simulation of turbulent premixed combustion*. *Phys. Fluids*, 16(11):L91–L94, 2004. [38, 39]
- [KYL95] B.C. Khoo, K.S. Yeo und D.F. Lim: *Visualization of an unconfined vortical flow*. In: *Proceedings of the Fifth (1995) International Offshore and Polar Engineering Conference., Isope, Golden, CO (USA)*, Band 3, Seiten 645–652, 1995. [30, 117]
- [Lau89] B.E. Launder: *Secod Moment Closure: Present... and Future?* *Intern. J. Heat and Fluid Flow*, 10(4):282–300, 1989. [21]
- [Lei78] S. Leibovich: *The structure of vortex breakdown*. *Ann. Rev. of Fluid Mechanics*, 10:221–246, 1978. [29]
- [Lip11] S. Lipp: *Numerische simulation turbulenter reaktive strömungen mit einem hybriden CFD/transported PDF modell*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, 2011. [4]
- [LM09] S. Lipp und U. Maas: *Numerical simulations of flashback in lean premixed combustion systems using probability density function methods*. In: *International Colloquium on the Dynamics of Explosions and Reactive Systems, Belarus*, 2009. [4]
- [LNO01] O. Lucca-Negro und T. O’Doherty: *Vortex breakdown: a review*. *Progress in Energy and Combustion Science*, 27:431–481, 2001. [29]
- [Lov82] S. Lovejoy: *Area-Perimeter Relation for Rain and Cloud Areas*. *Science*, 216:185–187, 1982. [40]
- [LPV00] J.P. Légier, T. Poinsot und D. Veynante: *Dynamically thickened flame Large Eddy Simulation model for premixed and non-premixed turbulent combustion*. In: *Stanford Center for Turbulence Research, Proceedings of the Summer Program*, 2000. [39]
- [LRR75] B.E. Launder, G.J. Reece und W. Rodi: *Progress in the Development od a Reynolds-Stress Turbulence Closure*. *Journal of Fluid Mechanics*, 68(3):537–566, 1975. [21, 97]
- [LS72] B.E. Launder und D.B. Spalding: *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*. Academic Press, London, 1972. [20]

- [LS91] R.P. Lindstedt und V. Sakthitharan: *Modelling of Transient Compressible Turbulent Reacting Flows*. Eighth Symposium on Shear Flows, 1991. [41]
- [LV99] R. P. Lindstedt und E. M. Vaos: *Modeling of Turbulent Flames With Second Moment Methods*. *Combustion and Flame*, 116:461–485, 1999. [5, 21, 38, 41, 60, 113]
- [LWS98] T. Lund, X. Wu und D. Squires: *Generation of turbulent inflow data for spatially-developing boundary layer simulations*. *Computational Physics*, 140:233–258, 1998. [54]
- [Man75] B.B. Mandelbrot: *On the Geometry of Homogeneous Turbulence, With Stress on the Fractal Dimension of the Iso-Surfaces of Scalars*. *Journal of Fluid Mechanics*, 72:401–416, 1975. [40]
- [Man00] B. Mandelbrot: *The Fractal Geometry of Nature*. Henry Holt, 2000. [39]
- [MB77] J.B. Moss und K.N.C. Bray: *A unified statistical model of the premixed turbulent flame*. *Acta Astronautica*, 4:291–319, 1977. [38]
- [MFSF07] I. Mahle, H. Foysi, S. Sarkar und R. Friedrich: *On the turbulence structure in inert and reacting compressible mixing layers*. *Journal of Fluid Mechanics*, 593:171–180, 2007. [16]
- [MG86] P. Miles und F.C. Gouldin: *Simultaneous measurements of flamelet position and gas velocity in premixed turbulent flames*. College of Engineering, Energy Report E-86-03, Cornell University, Ithaca, NY, 1986. Presented at 2nd ASME-JSME Thermal Engineering Conference, Honolulu, Hawaii, March 1987. [41]
- [MK82] P. Moin und J. Kim: *Numerical investigation of turbulent channel flow*. *Journal of Fluid Mechanics*, 118:341–377, 1982. [25]
- [MKM99] R.D. Moser, Kim und N.N. Mansour: *Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau = 590$* . *Physics of Fluids*, 11(4):943–945, 1999. [16]
- [ML83] E. Mallard und H.L. LeChatelier: *Recherches experimentales et theoretiques sur la combustion des melanges gazeux explosifs*, 1883. [33]
- [MP91] C. Meneveau und T. Poinso: *Stretching and Quenching of Flamelets in Premixed Turbulent Combustion*. *Combustion and Flame*, 86:311–322, 1991. [39]
- [MSMT72] P. D. McCormack, K. Scheller, G. Mueller und R. Tisher: *Flame propagation in a vortex core*. *Combustion and Flame*, 19:297–303, 1972. [2, 47]
- [NU87] Y. Nakamura und S. Uchida: *Several approaches to the study of vortex breakdown, Second International Colloquium on Vortical Flows: Vortex Breakdown and Behaviour*. BBC SFB 25, Seiten 115–130, 1987. [29, 117]
- [Opea] OpenCFD Limited: *OpenFOAM Programmers Guide*. <http://foam.sourceforge.net/doc/Guides-a4/ProgrammersGuide.pdf>. [52, 59]
- [Opeb] OpenCFD Limited: *OpenFOAM User Guide*. <http://foam.sourceforge.net/doc/Guides-a4/UserGuide.pdf>. [52, 59]

- [PD83] R.W. Pitz und J.W. Daily: *Combustion in a Turbulent Mixing Layer Formed at a Rearward-Facing Step*. AIAA Journal, 21(11):1565–1570, 1983. [66, 69, 118]
- [Pet92] N. Peters: *Fifteen lectures on laminar and turbulent combustion*, 1992. [33]
- [Pet94] N. Peters: *Comparison of flamelet models for premixed turbulent combustion*. Acta Mechanica, 4:95–104, 1994. [34, 35, 117]
- [Pet99] N. Peters: *The turbulent burning velocity of for large-scale and small-scale turbulence*. Journal of Fluid Mechanics, 384:107–132, 1999. [33]
- [Pet00] N. Peters: *Turbulent Combustion*. Cambridge, 2000. [35]
- [PMF88] U. Piomelli, P. Moin und J.H. Ferziger: *Model consistency in large eddy simulation of turbulent channel flows*. Physics of Fluids, 31:1884–1891, 1988. [25]
- [Pop06] S.B. Pope: *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2006. [43, 44]
- [Pra25] L. Prandtl: *Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz*. 5:136–139, 1925. [19]
- [Pro16] J. Proudman: *On the motion of solids in a liquid possessing vorticity*. Proc. Roy. Soc, Serie A, 92:408–424, 1916. [28]
- [PV05] T. Poinso und D. Veynante: *Theoretical and numerical combustion*. Edwards, Philadelphia, 2005. [19]
- [Ray17] O.M. Rayleigh: *On the dynamics of revolving fluids*. Proc. Roy. Soc., Serie A, 93:148–154, 1917. [26]
- [RM84] R. Rogallo und P. Moin: *Numerical Simulation of turbulent flows*. Annual Review of Fluid Mechanics, 16:99–137, 1984. [25]
- [SA92] P.R. Spalart und S.R. Allmaras: *A one-equation turbulence model for aerodynamic flows*. Technischer Bericht, Paper 92-0439, AIAA, 1992. [20]
- [SAG⁺12] N. Syred, M. Abdulsada, A. Griffiths, T. O’Doherty und P. Bowen: *The effect of hydrogen containing fuel blends upon flashback in swirl burners*. Applied Energy, Seiten 106–110, 2012. [3]
- [Sar72] T. Sarpkaya: *Vortex breakdown in swirling conical flows*. AIAA journal, 9(9):1792–1799, 1972. [29]
- [SB74] N. Syred und J.M. Beér: *Combustion in swirling flows: a review*. Combustion and Flame, 23:143–201, 1974. [28]
- [Sch75] U. Schumann: *Subgrid Scale Model for Finite Difference Simulations of Turbulent Flows in Plane Channels and Annuli*. Journal of Computational Physics, 18:376–404, 1975. [23]
- [Sch91] C. Schmid: *Drallbrennersimulation durch Starrkörperwirbelströmungen unter Einbeziehung von drallfreier Primärluft und Verbrennung*. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1991. [26]

- [Sch93] U. Schumann: *Large eddy simulation of turbulent convection over flat and wavy surfaces*. In: B. Galperin und S. Orszag (Herausgeber): *Large eddy simulation of complex engineering and geophysical flows*, Seiten 399–421. Cambridge University Press, 1993. [22]
- [SD06] A.J. Smits und J. P. Dussage: *Turbulent shear layers in supersonic flow*. Springer, 2006. [47]
- [SFOG96] N. Syred, W. Fick, T. O’Doherty und A.J. Griffiths: *The effect of the precessing vortex core on combustion in a swirl burner*. Comb. Sci. Tech., 125:139–157, 1996. [29]
- [SGBN10] N. Shelil, A. Griffiths, A. Bagdanavicius und N.Syred: *Flashback Limits of Premixed H₂/CH₄ Flames in a Swirl-Stabilized Combustor*. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2010: Power for Land, Sea and Air, Glasgow, UK*, Nummer GT2010-23623, 2010. [4]
- [SGP⁺04] Y. Sommerer, D. Galley, T. Poinso, S. Ducruix, F. Lacas und D. Veynante: *Large eddy simulation and experimental study of flashback and blow-off in a lean partially premixed swirled burner*. Journal of Turbulence, 5, 2004. [4, 39]
- [SHL98] H. P. Schmid, P. Habisreuther und W. Leuckel: *A Model for Calculating Heat release in Premixed Turbulent Flames*. Combustion and Flame, 113:79–91, 1998. [36]
- [SM86] K.R. Sreenivasan und C. Meneveau: *The fractal facets of turbulence*. Journal of Fluid Mechanics, 13:356–386, 1986. [40]
- [Sma63] J. Smagorinsky: *General circulation experiments with the primitive equations, i. the basic experiment*. Monthly Weather Review, 91:99–164, 1963. [24]
- [Smi90] B.R. Smith: *The k-kl turbulence model and wall layer model for compressible flows*. In: *21st AIAA, Fluid Dynamics, Plasma Dynamics and Lasers Conference, Seattle, WA, USA*, 1990. [20]
- [SP85] D. R. Stull und H. Prophet (Herausgeber): *JANAF thermochemical tables*. Dow Chemical Company, Thermal Research Laboratory, 1985. [60]
- [Spa71] D.B. Spalding: *Mixing and Chemical Reaction in Steady Confined Turbulent Flames*. In: *13th Symp. (Int.) on Combustion*, Seiten 649–657. The Combustion Institute Pittsburgh PA, 1971. [36]
- [Spa76] D.B. Spalding: *Development of the Eddy-Breakup-Model of Turbulent Combustion*. In: *16th Symp. (Int.) on Combustion*, Seiten 1657–1663. The Combustion Institute Pittsburgh PA, 1976. [36]
- [Sre95] K. Sreenivasan: *On the universality of the Kolmogorov constant*. Physics of Fluids, 7:2778–2784, 1995. [14]
- [SRL⁺98] C. Steinbach, T. Ruck, J. Lloyd, P. Jansohn, K. Döbbeling und T. Sattelmayer: *ABB’s advanced EV burner - a dual fuel dry low NO_x burner for stationary gas turbines*. Technischer Bericht 98-GT-519, ASME Paper, 1998. [1, 71, 93]

- [SS97] P.R. Spalart und M.L. Shur: *On the Sensitization of Turbulence Models to Rotation and Curvature*. Aerospace Science and Technology, 1(5):297–302, 1997. [20]
- [Ste95] W. Steenbergen: *Turbulent Pipe Flow with Swirl*. Dissertation, Eindhoven University of Technology, 1995. [28]
- [Sut93] W. Sutherland: *The viscosity of gases and molecular force*. Philosophical Magazine, 5:507–531, 1893. [60]
- [Tay21] G.I. Taylor: *Experiments with Rotating Fluids*. Proc. Roy. Soc., Serie A, 100:114–121, 1921. [28]
- [TL45] H. S. Tsien und L. Lees: *The Glauert-Prandtl Approximation for Subsonic FLOws of a Compressible Fluid*. Dissertation, 1945. [47]
- [TP08] E. Tangermann und M. Pfitzner: *Numerical investigation of flame flashback into swirling flow*. IGTI Turbo Expo, ASME-GT-2008-51081, Berlin, Germany, 2008. [21, 39]
- [TPKH09] E. Tangermann, M. Pfitzner, H. Kröger und E. Hassel: *Large-Eddy Simulation of Combustion-Induced Vortex Breakdown in an Unconfined Vortex*. In: *22nd ICDERS, July 2009, Minsk, Belarus*, 2009. [38]
- [TPKS10] E. Tangermann, M. Pfitzner, M. Konle und T. Sattelmayer: *Large-Eddy Simulation and Experimental Observation of Combustion Induced Vortex Breakdown*. Combustion Science and Technology, XY:XY, 2010. [38]
- [UT00] A. Umemura und S. Takamori: *Wave nature in vortex-bursting initiation*. Proceedings of the Combustion Institute, 28:1941–1948, 2000. [47]
- [UT01] A. Umemura und K. Tomita: *Rapid flame propagation in a vortex tube in perspective of vortex breakdown phenomena*. Combustion and Flame, 125:820–838, 2001. [47]
- [VDP94] D. Veynante, J.M. Duclos und J. Piana: *Experimental analysis of flamelet models for premixed turbulent combustion*. Proc Combust Inst, 25:1249–1256, 1994. [39]
- [VHZ09] T. Voigt, P. Habisreuther und N. Zarzalis: *Numerical Investigation of Combustion Induced Flame Flashback in a Premixed Combustion System*. In: *Proceedings of the European Combustion Meeting*, 2009. [4]
- [vK04] Helge von Koch: *Une courbe continue sans tangente, obtenue par une construction géométrique élémentaire*. Arkiv för Matematik, 1:681–704, 1904. [40]
- [WBK⁺10] M.J. Wankhede, N.W. Bressloff, A.J. Keane, L. Caracciolo und M. Zedda: *An Analysis of Unstable Flow Dynamics and Flashback Mechanism inside a Swirl-Stabilised Lean Burn Combustor*. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2010: Power for Land, Sea and Air, Glasgow, UK*, Nummer GT2010-22253, 2010. [4]
- [Wil93] D.C. Wilcox: *Turbulence Modelling for CFD*. DCW. Industries, La Cañada, California, 1993. [20]

- [WKKH07] D. Wendig, H. Kröger, Prof. N. Kornev und Prof. E. Hassel: *Untersuchungen zum Flammenrückschlag in drallerzeugenden Vormischbrennern*. In: *Thermodynamik Kolloquium, Rostock*, 2007. [3]
- [WKKH09] D. Wendig, H. Kröger, N. Kornev und E. Hassel: *Flashback caused by CIVB in a free straight vortex*. In: *International Colloquium on the Dynamics of Explosions and Reactive Systems, Belarus*, 2009. [3]
- [WTGF98] H.G. Weller, G. Tabor, A.D. Gosman und C. Fureby: *Application of a Flame-Wrinkling LES Combustion Model to a Turbulent Mixing Layer*. 27th Symposium (International) of Combustion, Seiten 899–907, 1998. [39]
- [WTJF98] H. Weller, G. Tabor, H. Jasak und C. Fureby: *A tensorial approach to computational continuum mechanics using object orientated techniques*. *Computers in Physics*, 12(6):620–631, 1998. [59, 66, 67]
- [ZB06] V.L. Zimont und V. Battaglia: *Joint RANS/LES-Approach to premixed flame modelling in the context of the TFC combustion model*. *Flow, Turbulence and Combustion*, 77:305–331, 2006. [36]
- [ZM88] V. Zimont und E.A. Mesheriakov: *A model of combustion of partially premixed gases*. In: *Structure of gas flames. Proceedings of international colloquium, Part I.I, Novosibirsk: IPTM SO AN SSSR*, Seiten 35–43, 1988. [36]
- [ZPBW98] V. Zimont, W. Polifke, M. Bettelini und W. Weisenstein: *An efficient computational model for premixed turbulent combustion at high Reynolds numbers based on a turbulent flame speed closure (ASME 97-GT-395)*. *Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*, 120:526–532, 1998. [36]
- [ZSL09] Q. Zhang, S.J. Shanbhogue und T. Lieuwen: *Dynamics of Premixed H₂/CH₄ Flames Under Near Blowoff Conditions*. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2009*, 2009. [3]

VORVERÖFFENTLICHUNGEN

Teile der vorliegenden Arbeit wurden in folgendem Rahmen bereits vorab veröffentlicht:

- E. Tangermann, R. Keppeler und M. Pfitzner: *Premixed Turbulent Combustion Models for Large Eddy and RANS Simulations*, ASME Paper GT2010-22298, ASME Turbo Expo, June 14-18 2010, Glasgow, UK, (2010)
- E. Tangermann, M. Pfitzner, H. Kröger und E. Hassel: *Large-Eddy Simulation of Combustion-Induced Vortex Breakdown in an Unconfined Vortex*, 22nd ICDERS, July 2009, Minsk, Belarus (2009)
- E. Tangermann, M. Pfitzner, M. Konle und T. Sattelmayer: *Large-Eddy Simulation and Experimental Observation of Combustion Induced Vortex Breakdown*, Combustion Science and Technology, Vol. 182, Nr. 4, pp. 505-517, (2010), präsentiert bei MCS-6, June 2009, Porticcio-Ajaccio, Corsica, France
- E. Tangermann und M. Pfitzner: *Evaluation of Combustion Models for Combustion-Induced Vortex Breakdown*, Journal of Turbulence, Vol. 10, No. 7 (2009)
- E. Tangermann und M. Pfitzner: *Numerical Investigation of Flame Flashback into Swirling Flow*, ASME Paper GT2008-51081, ASME Turbo Expo 2008, Berlin, Germany (2008)
- E. Tangermann und M. Pfitzner: *URANS- and Large-Eddy-Simulations of combustion-induced vortex breakdown*, 5th International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena, Munich, 27-29 August 2007 (2007)
- E. Tangermann und M. Pfitzner: *URANS and Large-Eddy-Simulation of Combustion Induced Vortex Breakdown in Premixed Swirling Flows*, 21st International Colloquium on the Dynamics of Explosions and Reactive Systems 2007, July 23-27 2007, Poitiers (2007)