

Schnelle Energieregulierung eines Modulare Multilevel Umrichters (MMC) für ein gekoppeltes DC-AC-Netz

Christoph Stark

Vollständiger Abdruck der an der
Fakultät für Elektro- und Informationstechnik
der Universität der Bundeswehr München
zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor - Ingenieurs
(Dr.-Ing.)

genehmigten Dissertation.

Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. habil Claus Hillermeier

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil Thomas Weyh

Die Dissertation wurde am 08.11.2021 bei der Universität der Bundeswehr München eingereicht und durch die Fakultät für Elektro- und Informationstechnik am 05.04.2022 angenommen. Die mündliche Prüfung fand am 12.05.2022 statt.

Zusammenfassung

Das Ziel dieser Dissertation ist die Entwicklung eines effizienten Algorithmus für schnelle Übergänge zwischen zwei beliebigen eingeschwungenen Zuständen eines Modulare Multilevel Umrichters (MMC) als *DC-AC*-Wechselrichter. Dabei sollen sowohl die sechs Armströme sowie die sechs Armenergien im MMC gesteuert werden und so innerhalb eines kurzen Zeitintervalls (~ 10 ms) den Zustand des Systems glatt und ohne Anregung von ungewollten Transienten in einen neuen Betriebspunkt überführen. Die komplexe Topologie eines MMC zeichnet sich durch drei innere Freiheitsgrade, zwei Kreisstromkomponenten und die Gleichtaktspannung aus. Diese bieten die Möglichkeit, eine annähernd getrennte Steuerung der sechs Armenergien im MMC zu erreichen. Nach einer ausführlichen Diskussion, wie die sechs Armströme als auch die sechs Armenergien im eingeschwungenen Zustand berechnet werden, wird das Fehlerszenario eines raschen *DC*-Spannungsabfalls betrachtet. Beim Entwurf der schnellen Trajektorien zu einem neuen eingeschwungenen Zustand, definiert durch die neue *DC*-Spannung, liegt die Hauptschwierigkeit in den nichtlinearen Termen in den Trajektorien der sechs Energiekomponenten.

Die Lösung wird hierzu in zwei getrennte Aufgaben unterteilt: Die Trajektorie des *DC*-Stroms ist so zu entwerfen, dass ein sanfter Übergang der im MMC gespeicherten Gesamtenergie von dem alten in den neuen eingeschwungenen Zustand erfolgt (Aufgabe 1). Außerdem sind die Trajektorien der inneren Freiheitsgrade der MMC-Dynamik so zu gestalten, dass die beiden eingeschwungenen Zustände der inneren Energieumverteilung zwischen den sechs MMC-Armen glatt verbunden werden (Aufgabe 2). Besonders in dieser zweiten Aufgabe liegt der originelle Beitrag dieser Arbeit, indem durch die Entwicklung der inneren Freiheitsgrade als Superposition von geeigneten Pulsfunktionen erreicht wird, dass die nichtlinearen Terme in den Energiegleichungen eliminiert werden. Durch diese Methode resultiert ein lineares Gleichungssystem, welches sofort gelöst werden kann und somit eine schnelle Steuerung der MMC-Anlage ermöglicht. Da bei der Lösung von Aufgabe 2 hohe Armstromspitzen entstehen können, wird in einer Erweiterung der Methode eine zusätzliche Pulsfunktion in den inneren Freiheitsgraden eingeführt, damit eine Minimierung der Armströme realisiert werden kann (Aufgabe 3).

Abschließend ist der Algorithmus in unterschiedlichen Varianten in verschiedenen numerischen Simulationen mit sehr guten Ergebnissen gründlich überprüft worden.

Abstract

The goal of this thesis is the development of an efficient algorithm for fast transitions between any two steady states of a modular multilevel converter (MMC) as a *DC-AC* inverter. The six arm currents as well as the six arm energies should be controlled in the MMC and thus the state of the system should be smoothly transferred to a new operating point within a short time interval (~ 10 ms) and without causing unwanted transients. The complex topology of an MMC

is characterized by three internal degrees of freedom, two circulating current components and the common-mode voltage. These offer the possibility of achieving an almost separate control of the six arm energies in the MMC. After a detailed discussion of how the six arm currents as well as the six steady state arm energies are calculated, the failure scenario of a rapid *DC* voltage drop is considered. In designing the fast trajectories to a new steady state defined by the new *DC* voltage, the main difficulty lies in the nonlinear terms in the trajectories of the six energy components.

The solution is divided into two separate tasks: The trajectory of the *DC* current is to be designed in such a way that there is a smooth transition of the total energy stored in the MMC from the old to the new steady state (task 1). In addition, the trajectories of the inner degrees of freedom of the MMC dynamics must be designed in such a way that the two steady states of the inner energy redistribution between the six MMC arms are smoothly connected (task 2). The original contribution of this work lies in this second task in particular, in that the development of the inner degrees of freedom as a superposition of suitable pulse functions achieves the elimination of the non-linear terms in the energy equations. This method results in a linear system of equations that can be solved immediately and thus enables the MMC system to be controlled quickly. Since solving task 2 can result in high arm current peaks, an additional pulse function is introduced in the inner degrees of freedom in an extension of the method, so that the arm currents can be minimized (task 3).

Finally, the algorithm has been thoroughly tested in different variants in various numerical simulations with very good results.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik und danach parallel zu meiner beruflichen Tätigkeit.

Daher gilt mein besonderer Dank Herrn Prof. Dr. rer. nat. habil C. Hillermeier für die Betreuung und Unterstützung dieses Vorhabens, vor allem für die vielen guten Hinweise und seinen Beistand.

Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. habil Thomas Weyh für das Interesse, das er meiner Dissertation entgegenbrachte, und für die Übernahme des Zweitgutachtens.

Ein besonderer Dank gilt auch Dr. rer. nat. Jose-Luis Marques-Lopez für sein immer offenes Ohr sowie die vielen guten Ratschläge.

Gleichfalls danke ich meiner Familie, im Besonderen Vroni, Leonhard und meinen Eltern, für ihr Verständnis und die Unterstützung.

Schwabhausen, im Mai 2022

Christoph Stark

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	VIII
Tabellenverzeichnis	XV
Nomenklatur	XVII
1 Einleitung	1
1.1 Motivation und Ziel der Arbeit	1
1.2 Stand der Technik und Vergleich mit dieser Dissertation	2
1.3 Aufbau der Arbeit	7
2 Grundlagen des Modulare Multilevel Converters als DC-AC-Umrichter	9
2.1 Die MMC-Topologie	9
2.2 Herleitung der Energiedynamik	14
2.3 Herleitung der Stromdynamik	15
2.4 Alternative Formulierung der Energiedynamik	21
3 Der eingeschwungene Zustand im MMC	25
3.1 Allgemeine Definition des eingeschwungenen Zustands	25
3.2 Zeitkontinuierliche Formulierung des eingeschwungenen Zustands	30
3.3 Zeitdiskrete Formulierung des eingeschwungenen Zustands	32
3.4 Vergleich der zeitkontinuierlichen und -diskreten Formulierungen	35
3.5 Alternative Definition der Common-Mode-Spannung im eingeschwungenen Zustand	39
4 Entwurf von schnellen Strom- und Energie-Trajektorien im MMC	41
4.1 Fehler-Szenario und Anforderungen an die Trajektorie	41
4.2 Grundidee für den Entwurf der Strom-Trajektorien zur Steuerung des Energieflusses	42
4.3 Die Basisfunktionen für den Trajektorienentwurf	48
4.4 Der Trajektorienentwurf für den DC-Fehlerfall	50
4.5 Entwurf der Stromtrajektorie $i_{e,0}$ für eine Verschiebung der gesamten MMC-Energie (Aufgabe 1)	54
4.6 Trajektorienentwurf der inneren MMC-Freiheitsgrade für die interne Energieumverteilung (Aufgabe 2)	54
5 Ein optimierter Trajektorienentwurf für kleinere Kreisströme	63
5.1 Erweiterung der Aufgabe 2 mit zusätzlicher Bedingung eines geringen Kreisstroms: (Aufgabe 3)	64

6	Simulationsergebnisse und Vergleich der Verfahren zum Trajektorienentwurf	79
6.1	Aufbau des Simulationscodes	79
6.2	Vergleich der vier Verfahren zum Entwurf der inneren Freiheitsgrade	85
6.3	Szenario 1: DC -Spannungseinbruch Δu_{DC} zu verschiedenen Zeitpunkten t_0	90
6.4	Szenario 2: Untersuchung einer kürzeren Dauer T_s für die Transition	91
6.5	Szenario 3: Ein großer DC -Spannungseinbruch Δu_{DC}	94
6.6	Weitere Szenarien zum Beeinflussen der Energietrajektorien	96
6.7	Vergleich der betrachteten Szenarien	103
7	Zusammenfassung und Ausblick	105
	Literaturverzeichnis	107
A	Herleitung des eingeschwungenen Zustands im MMC	109
A.1	<u>Zeitkontinuierliche</u> Formulierung des eingeschwungenen Zustands	111
A.2	<u>Zeitdiskrete</u> Formulierung des eingeschwungenen Zustands	116
B	Ergebnisse	129
B.1	Tabellen der Kombinationen der Basisfunktionen	129
B.2	Alle möglichen Ergebnisse für ein Szenario	132
B.3	Ergebnisse des Szenarios 1: $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$ zu verschiedenen Startzeitpunkten t_0	149
B.4	Ergebnisse des Szenarios 2: Transitionsdauer $T_s = 4.8\text{ms}$ zu verschiedenen Startzeitpunkten t_0	159
B.5	Ergebnisse des Szenarios 3: $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$ zu verschiedenen Startzeitpunkten t_0	169
B.6	Ergebnisse des Szenarios 4: Szenario 3 mit Kreisströmen im (ss)	179
B.7	Ergebnisse des Szenarios 5: Szenario 3 mit angepasster AC -Leistung	189
B.8	Ergebnisse des Szenarios 6: Szenario 3 mit Kreisströmen im (ss) und angepasster AC -Leistung	199

Abbildungsverzeichnis

1.1	Skizzenhafter Modularer Multilevel Umrichter, verwendet als DC-zu-AC-Umrichter	1
2.1	MMC in einem DC-AC Übertragungsnetz	10
2.2	Halbbrückensubmodul	11
2.3	Stromfluss im Halbbrücken-Submodul	11
2.4	Vollbrücken Submodul	12
2.5	Neues Ersatzschaltbild für den MMC in einem DC-AC-Übertragungsnetz	16
3.1	Spannungsaufbau einer AC-Phase	27
3.2	Armströme im eingeschwungenen Zustand: kein Kreisstrom $\hat{i}_e = 0 A$	37
3.3	Armenergien im eingeschwungenen Zustand: kein Kreisstrom $\hat{i}_e = 0 A$	37
3.4	Fehler $e_{W_i} = W_i^{(ss, kontf.)} - W_i^{(ss, disk.)}$ bei $\hat{i}_e = 0 A$	37
3.5	Armströme im eingeschwungenen Zustand: $\hat{i}_e = 500 A$	38
3.6	Armenergien im eingeschwungenen Zustand: $\hat{i}_e = 500 A$	38
3.7	Fehler $e_{W_i} = W_i^{(ss, kontf.)} - W_i^{(ss, disk.)}$ bei $\hat{i}_e = 500 A$	38
3.8	Verlauf der AC-Spannungen $u_{AC,1/2/3}$ und $u_{AC, total, 1/2/3}$ und der Common-Mode-Spannung $u_0 = \hat{u}_0 \sin(3\omega_{AC}t)$	39
4.1	Gestaltung der Trajektorie für die äußere Stromkomponente $i_{e,0}$ und für die innere Stromkomponente $i_{e,\alpha}$ während des Übergangs $t = t_0 \dots t_0 + T_s$. Die Trajektorien resultieren aus der Superposition eines Grundanteils (gestrichelt) $i_{e,\alpha/0}^{(g)}$ und einem Pulsbeitrag $\Delta i_{e,\alpha/0}$	47
4.2	Die fünf Phi-Funktionen als Basis-Funktionen für den Trajektorienentwurf von $i_{e,\alpha/\beta}$ & $u_{\Delta,0}$, Φ_1 werden für den Trajektorienentwurf von $i_{e,0}$ verwendet	50
5.1	Die sechs Phi-Funktionen für die erweiterte Methode des $i_{e,\alpha/\beta}$ & $u_{\Delta,0}$ Trajektorienentwurfs	65
6.1	Flussdiagramm der Simualtionssoftware	80
6.2	Entwicklung der Amplitude A_0 über die Iterationen	82
6.3	Szenario 1: Verläufe der Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$ für die Verfahren 3 und 4 bei einem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 120 \text{ kV}$ mit der Startzeit $t_0 = 42 \text{ ms}$ und der Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$ bei einem Simulationszeitschritt von $\Delta t = 10 \mu\text{s}$	86
6.4	Szenario 1: Verläufe der mittleren Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$ für alle vier Verfahren bei einem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 120 \text{ kV}$ mit der Startzeit $t_0 = 42 \text{ ms}$ und der Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$	87
6.5	Szenario 1: Verläufe des DC-Stroms $i_{e,0}$, der Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ und der AC-Ströme $i_{AC,/, \alpha/\beta}$ für alle vier Verfahren bei einem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 120 \text{ kV}$ mit der Startzeit $t_0 = 42 \text{ ms}$ und der Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$	88

6.6	Startzeitpunkte $t_1 \dots t_{10} = 42 \text{ ms} \dots 51 \text{ ms}$ in Abhängigkeit der AC-Spannungen $u_{AC,1,2,3}$ und der instantanen AC-Phasenleistung $P_{AC,1,2,3}$	89
6.7	Szenario 2: Verläufe der mittleren Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$, des DC-Stroms $i_{e,0}$, der Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ und der AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$ für die Verfahren 3 und 4 bei einem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 120 \text{ kV}$ mit der Startzeit $t_0 = t_5 = 46 \text{ ms}$ und der Übergangszeit $T_s = 4.8 \text{ ms}$	93
6.8	Szenario 3: Verläufe der mittleren Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$, des DC-Stroms $i_{e,0}$, der Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ und der AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$ für die Verfahren 3 und 4 bei einem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 200 \text{ kV}$ mit der Startzeit $t_0 = t_8 = 49 \text{ ms}$ und der Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$	95
6.9	Szenario 4: Verläufe der mittleren Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$, des DC-Stroms $i_{e,0}$, der Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ und der AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$ für die Verfahren 3 und 4 bei einem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 200 \text{ kV}$ mit der Startzeit $t_0 = t_8 = 49 \text{ ms}$ und der Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$, wobei die Kreisstromamplituden in den eingeschwungenen Zuständen $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2 \text{ A}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 625.9 \text{ A}$ betragen.	100
6.10	Szenario 5: Verläufe der mittleren Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$, des DC-Stroms $i_{e,0}$, der Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ und der AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$ für die Verfahren 3 und 4 bei einem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 200 \text{ kV}$ mit der Startzeit $t_0 = t_8 = 49 \text{ ms}$ und der Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$, wobei die effektive AC-Leistung um 50 % durch Verschiebung des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i,AC}$ von 30° auf 64.3° abgesenkt wird und die im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent reduziert wird.	101
6.11	Szenario 6: Verläufe der mittleren Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$, des DC-Stroms $i_{e,0}$, der Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ und der AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$ für die Verfahren 3 und 4 bei einem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 200 \text{ kV}$ mit der Startzeit $t_0 = t_8 = 49 \text{ ms}$ und der Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$, wobei die Kreisstromamplituden in den eingeschwungenen Zuständen $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2 \text{ A}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2 \text{ A}$ betragen und die effektive AC-Leistung um 50 % durch Verschiebung des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° reduziert wird.	102
A.1	MMC-System in einem DC-AC-Übertragungsnetz	109
B.1	Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 1- 6 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, $T_s = 9.6 \text{ ms}$ und $t_0 = 42 \text{ ms}$	133
B.2	Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 7- 12 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, $T_s = 9.6 \text{ ms}$ und $t_0 = 42 \text{ ms}$	134
B.3	Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 13- 18 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, $T_s = 9.6 \text{ ms}$ und $t_0 = 42 \text{ ms}$	135
B.4	Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 19- 24 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, $T_s = 9.6 \text{ ms}$ und $t_0 = 42 \text{ ms}$	136
B.5	Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 25- 30 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, $T_s = 9.6 \text{ ms}$ und $t_0 = 42 \text{ ms}$	137
B.6	Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 31- 36 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, $T_s = 9.6 \text{ ms}$ und $t_0 = 42 \text{ ms}$	138
B.7	Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 37- 42 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, $T_s = 9.6 \text{ ms}$ und $t_0 = 42 \text{ ms}$	139

B.8	Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 43- 48 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, $T_s = 9.6$ ms und $t_0 = 42$ ms	140
B.9	Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 49- 54 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, $T_s = 9.6$ ms und $t_0 = 42$ ms	141
B.10	Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 55- 60 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, $T_s = 9.6$ ms und $t_0 = 42$ ms	142
B.11	Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 61- 66 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, $T_s = 9.6$ ms und $t_0 = 42$ ms	143
B.12	Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 67- 72 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, $T_s = 9.6$ ms und $t_0 = 42$ ms	144
B.13	Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 73- 78 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, $T_s = 9.6$ ms und $t_0 = 42$ ms	145
B.14	Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 79- 84 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, $T_s = 9.6$ ms und $t_0 = 42$ ms	146
B.15	Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 85- 90 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, $T_s = 9.6$ ms und $t_0 = 42$ ms	147
B.16	Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 91- 95 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, $T_s = 9.6$ ms und $t_0 = 42$ ms	148
B.17	Szenario 1: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 42$ ms	149
B.18	Szenario 1: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 43$ ms	150
B.19	Szenario 1: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 44$ ms	151
B.20	Szenario 1: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 45$ ms	152
B.21	Szenario 1: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 46$ ms	153
B.22	Szenario 1: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 47$ ms	154
B.23	Szenario 1: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 48$ ms	155
B.24	Szenario 1: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 49$ ms	156
B.25	Szenario 1: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 50$ ms	157
B.26	Szenario 1: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 51$ ms	158
B.27	Szenario 2: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 4.8$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 42$ ms	159
B.28	Szenario 2: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 4.8$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 43$ ms	160
B.29	Szenario 2: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 4.8$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 44$ ms	161

B.30 Szenario 2: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 4.8$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 45$ ms	162
B.31 Szenario 2: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 4.8$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 46$ ms	163
B.32 Szenario 2: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 4.8$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 47$ ms	164
B.33 Szenario 2: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 4.8$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 48$ ms	165
B.34 Szenario 2: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 4.8$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 49$ ms	166
B.35 Szenario 2: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 4.8$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 50$ ms	167
B.36 Szenario 2: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 4.8$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 51$ ms	168
B.37 Szenario 3: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 42$ ms	169
B.38 Szenario 3: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 43$ ms	170
B.39 Szenario 3: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 44$ ms	171
B.40 Szenario 3: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 45$ ms	172
B.41 Szenario 3: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 46$ ms	173
B.42 Szenario 3: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 47$ ms	174
B.43 Szenario 3: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 48$ ms	175
B.44 Szenario 3: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 49$ ms	176
B.45 Szenario 3: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 50$ ms	177
B.46 Szenario 3: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 51$ ms	178
B.47 Szenario 4: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms und den Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2$ A $\hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 625.9$ A $\hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 42$ ms	179
B.48 Szenario 4: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms und den Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2$ A $\hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 625.9$ A $\hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 43$ ms	180
B.49 Szenario 4: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms und den Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2$ A $\hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 625.9$ A $\hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 44$ ms	181

B.50 Szenario 4: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms und den Kreisstromamplituden im (ss) $i_e^{(ss1)} = 99.2$ A $\hat{=} 0.1 i_{DC}^{(ss1)}$ und $i_e^{(ss2)} = 625.9$ A $\hat{=} 0.3 i_{DC}^{(ss2)}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 45$ ms	182
B.51 Szenario 4: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms und den Kreisstromamplituden im (ss) $i_e^{(ss1)} = 99.2$ A $\hat{=} 0.1 i_{DC}^{(ss1)}$ und $i_e^{(ss2)} = 625.9$ A $\hat{=} 0.3 i_{DC}^{(ss2)}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 46$ ms	183
B.52 Szenario 4: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms und den Kreisstromamplituden im (ss) $i_e^{(ss1)} = 99.2$ A $\hat{=} 0.1 i_{DC}^{(ss1)}$ und $i_e^{(ss2)} = 625.9$ A $\hat{=} 0.3 i_{DC}^{(ss2)}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 47$ ms	184
B.53 Szenario 4: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms und den Kreisstromamplituden im (ss) $i_e^{(ss1)} = 99.2$ A $\hat{=} 0.1 i_{DC}^{(ss1)}$ und $i_e^{(ss2)} = 625.9$ A $\hat{=} 0.3 i_{DC}^{(ss2)}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 48$ ms	185
B.54 Szenario 4: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms und den Kreisstromamplituden im (ss) $i_e^{(ss1)} = 99.2$ A $\hat{=} 0.1 i_{DC}^{(ss1)}$ und $i_e^{(ss2)} = 625.9$ A $\hat{=} 0.3 i_{DC}^{(ss2)}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 49$ ms	186
B.55 Szenario 4: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms und den Kreisstromamplituden im (ss) $i_e^{(ss1)} = 99.2$ A $\hat{=} 0.1 i_{DC}^{(ss1)}$ und $i_e^{(ss2)} = 625.9$ A $\hat{=} 0.3 i_{DC}^{(ss2)}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 50$ ms	187
B.56 Szenario 4: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms und den Kreisstromamplituden im (ss) $i_e^{(ss1)} = 99.2$ A $\hat{=} 0.1 i_{DC}^{(ss1)}$ und $i_e^{(ss2)} = 625.9$ A $\hat{=} 0.3 i_{DC}^{(ss2)}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 51$ ms	188
B.57 Szenario 5: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms, verschieben des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i,AC}$ von 30° auf 64.3° und Reduzieren der im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent zum Startzeitpunkt $t_0 = 42$ ms	189
B.58 Szenario 5: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms, verschieben des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i,AC}$ von 30° auf 64.3° und Reduzieren der im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent zum Startzeitpunkt $t_0 = 43$ ms	190
B.59 Szenario 5: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms, verschieben des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i,AC}$ von 30° auf 64.3° und Reduzieren der im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent zum Startzeitpunkt $t_0 = 44$ ms	191
B.60 Szenario 5: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms, verschieben des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i,AC}$ von 30° auf 64.3° und Reduzieren der im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent zum Startzeitpunkt $t_0 = 45$ ms	192
B.61 Szenario 5: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms, verschieben des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i,AC}$ von 30° auf 64.3° und Reduzieren der im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent zum Startzeitpunkt $t_0 = 46$ ms	193
B.62 Szenario 5: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms, verschieben des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i,AC}$ von 30° auf 64.3° und Reduzieren der im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent zum Startzeitpunkt $t_0 = 47$ ms	194
B.63 Szenario 5: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms, verschieben des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i,AC}$ von 30° auf 64.3° und Reduzieren der im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent zum Startzeitpunkt $t_0 = 48$ ms	195

B.64 Szenario 5: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms, verschieben des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i,AC}$ von 30° auf 64.3° und Reduzieren der im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent zum Startzeitpunkt $t_0 = 49$ ms	196
B.65 Szenario 5: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms, verschieben des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i,AC}$ von 30° auf 64.3° und Reduzieren der im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent zum Startzeitpunkt $t_0 = 50$ ms	197
B.66 Szenario 5: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms, verschieben des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i,AC}$ von 30° auf 64.3° und Reduzieren der im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent zum Startzeitpunkt $t_0 = 51$ ms	198
B.67 Szenario 6: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms, Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2$ A $\hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2$ A $\hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ und verschieben des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° zum Startzeitpunkt $t_0 = 42$ ms	199
B.68 Szenario 6: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms, Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2$ A $\hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2$ A $\hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ und verschieben des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° zum Startzeitpunkt $t_0 = 43$ ms	200
B.69 Szenario 6: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms, Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2$ A $\hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2$ A $\hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ und verschieben des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° zum Startzeitpunkt $t_0 = 44$ ms	201
B.70 Szenario 6: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms, Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2$ A $\hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2$ A $\hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ und verschieben des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° zum Startzeitpunkt $t_0 = 45$ ms	202
B.71 Szenario 6: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms, Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2$ A $\hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2$ A $\hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ und verschieben des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° zum Startzeitpunkt $t_0 = 46$ ms	203
B.72 Szenario 6: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms, Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2$ A $\hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2$ A $\hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ und verschieben des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° zum Startzeitpunkt $t_0 = 47$ ms	204
B.73 Szenario 6: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms, Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2$ A $\hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2$ A $\hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ und verschieben des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° zum Startzeitpunkt $t_0 = 48$ ms	205
B.74 Szenario 6: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms, Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2$ A $\hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2$ A $\hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ und verschieben des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° zum Startzeitpunkt $t_0 = 49$ ms	206
B.75 Szenario 6: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms, Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2$ A $\hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2$ A $\hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ und verschieben des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° zum Startzeitpunkt $t_0 = 50$ ms	207
B.76 Szenario 6: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms, Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2$ A $\hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2$ A $\hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ und verschieben des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° zum Startzeitpunkt $t_0 = 51$ ms	208

Tabellenverzeichnis

2.1	Schaltvektor Halbbrücken-Submodul	12
2.2	Schaltvektor Vollbrücken-Submodul	13
3.1	Vergleich der zeitkontinuierlichen und -diskreten Formulierung	36
4.1	Alle möglichen Kombinationen der Basisfunktionen für die Gestaltung von $i_{e,\alpha/\beta}$ & $u_{\Delta,0}$ während des Übergangs. Rot markiert sind die Kombinationen, die zu hohen Amplituden $A_{1/2/3/4/5}$ führen und damit unzulässig sind (siehe Diskussion auf Seite 60)	53
6.1	Parameter des MMC und der Simulation	80
6.2	Parameter der eingeschwungenen Zustände	81
6.3	Liste der untersuchten Szenarien	89
6.4	Der Kondensatorspannungshub $\Delta\bar{u}_C$ über die Startzeiten $t_1 \dots t_{10}$	90
6.5	Der Kondensatorspannungshub $\Delta\bar{u}_C$ bei verkürzter Transitionszeit $T_s = 4.8\text{ms}$ über die Startzeiten $t_1 \dots t_{10}$	91
6.6	Der Kondensatorspannungshub $\Delta\bar{u}_C$ bei erhöhtem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$ über die Startzeiten $t_1 \dots t_{10}$	94
6.7	Der Kondensatorspannungshub $\Delta\bar{u}_C$ bei erhöhtem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$ über die Startzeiten $t_1 \dots t_{10}$, wobei die Kreisstromamplituden in den eingeschwungenen Zuständen $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2\text{A}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 625.9\text{A}$ betragen.	96
6.8	Der Kondensatorspannungshub $\Delta\bar{u}_C$ bei erhöhtem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$ über die Startzeiten $t_1 \dots t_{10}$, Reduzieren des Gesamtenergieinhalts um 10 % und der effektiven AC-Leistung um 50 % durch Verschiebung des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3°	98
6.9	Der Kondensatorspannungshub $\Delta\bar{u}_C$ bei erhöhtem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$ über die Startzeiten $t_1 \dots t_{10}$, wobei die Kreisstromamplituden in den eingeschwungenen Zuständen $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2\text{A}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2\text{A}$ betragen und die effektive AC-Leistung um 50 % durch Verschiebung des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° reduziert wird.	99
B.1	Alle möglichen Kombinationen der Basisfunktionen für die Gestaltung der Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ während des Übergangs. Rot markiert sind die Kombinationen, die zu hohen Amplituden $A_{1/2/3/4/5}$ führen.	129
B.2	Alle möglichen Kombinationen der Basisfunktionen $\Phi_{1/2/3/4/5/6}$ für die Gestaltung der Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ der Gleichtaktspannung $u_{\Delta,0}$ während des Übergangs. Rot markiert sind die Kombinationen, die zu hohen Amplituden $A_{1/2/3/4/5}$ führen.	131
B.3	Alle möglichen Kombinationen der Basisfunktionen $\Phi_{1/2/3/4/5/6}$ für die Gestaltung der Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ der Gleichtaktspannung $u_{\Delta,0}$ während des Übergangs. Rot markiert sind die Kombinationen, die zu hohen Amplituden $A_{1/2/3/4/5}$ führen.	132

Nomenklatur

Symbol	Einheit	Bedeutung
$p/n, 1/2/3$		Arm-Index, auch als $j = 1 \dots, 6 = p1, p2, p3, n1, n2, n3$
$\alpha/\beta/0$		$\alpha/\beta/0$ -Komponenten eines dreiphasigen Systems: $\begin{pmatrix} ()_\alpha \\ ()_\beta \\ ()_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ()_1 \\ ()_2 \\ ()_3 \end{pmatrix}$
Σ/Δ		Index für Mittelung & Differenz zwischen oberen und unteren Arm-Komp.: $()_\Sigma = \frac{()_p + ()_n}{2} \text{ \& } ()_\Delta = ()_p - ()_n$
(ss)		Bezeichnung für eingeschwungenen Zustand
\hat{u}_{AC}	V	Amplitude AC-Phasen-Spannung
\hat{i}_{AC}	A	Amplitude AC-Phasen-Strom
$\varphi_{i, AC}$	rad	Phasenwinkel zwischen Strom und Spannung im AC-Netz
ω_{AC}		Kreisfrequenz des dreiphasigen AC-Systems
$u_{AC, \alpha/\beta}$	V	α/β -Komponenten der dreiphasigen AC-Spannung
$i_{AC, \alpha/\beta}$	A	α/β -Komponenten des dreiphasigen AC-Stroms
u_0	V	Gleichtakt-Spannung (Common-Mode-Spannung)
\hat{u}_{DC}	V	Amplitude der DC-Spannung
u_{DC}	V	DC-Spannungskomponente
i_{DC}	A	DC-Stromkomponente
R_{AC}, R_{DC}, R_e	Ω	Widerstand der drei AC-Leitungen, der DC-Leitung und der inneren Arme
L_{AC}, L_{DC}, L_e	H	Induktivität der drei AC-Leitungen, der DC-Leitung und der inneren Arme
N_{SM}		Anzahl an Submodulen pro Arm
C_{SM}	F	Submodul-Kapazität
$u_{p/n, 1/2/3}$	V	Spannungen der einzelnen Arme des MMC
$i_{p/n, 1/2/3}$	A	Arm-Ströme
$i_{e, \alpha/\beta}$	A	Kreisstromkomponenten
$\varphi_{i, e}$	rad	Phasenwinkel zwischen AC-Spannung und der Kreisstromkomponente
$W_{p/n, 1/2/3}$	J	Arm-Energien
t_0	s	Startzeitpunkt des Übergangs
T_s	s	Dauer des Übergangs zwischen zwei eingeschwungenen Zuständen
$\tilde{\Phi}_{1/.../6}$		Basis-Funktionen für den Trajektorientwurf

Aus Darstellungsgründen der Simulationssoftware Matlab werden Dezimalzahlen in dieser Arbeit nach englischem System einheitlich mit einem Punkt dargestellt.

1 Einleitung

1.1 Motivation und Ziel der Arbeit

Die Bedeutung des sicheren Transports von elektrischer Energie zur Versorgung des täglichen Bedarfs steigt kontinuierlich an und wird weiter verstärkt, zum Beispiel durch die immer fortschreitende Elektrifizierung der Mobilität. Hierzu erfordert es leistungsfähigere und flexiblere Netze, welche die dynamische Nachfrage an elektrischer Leistung abdecken können. Eine der wichtigsten Herausforderungen hierbei ist die Übertragung von großen Mengen elektrischer Energie über lange Strecken. Hierfür sind die Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragungsnetze besonders geeignet, da diese einen höheren Wirkungsgrad gegenüber den Wechselstrom-Netzen aufweisen. Am Ende einer solchen Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragungsleitung ist ein Umrichter notwendig, welcher in der Lage ist, den Gleichstrom in das bestehende Wechselstrom-Netz einzuspeisen. Dazu eignet sich besonders der Modulare Multilevel Umrichter (eng. modular multilevel converter), dieser wird abgekürzt MMC genannt.

Das Bestechende an der MMC-Technologie ist ihre Fähigkeit bei der Energietransformation von einem *DC*- in ein *AC*-Netz eine hochdynamische Einflussnahme auf den Energiefluss im System zu ermöglichen. Diese Besonderheit des Modulare Multilevel Umrichters liegt in der Verwendung von vielen sogenannten Submodulen, welche einzeln ein- und ausgeschaltet werden können. Das Bild 1.1 zeigt den strukturellen Aufbau des MMC.

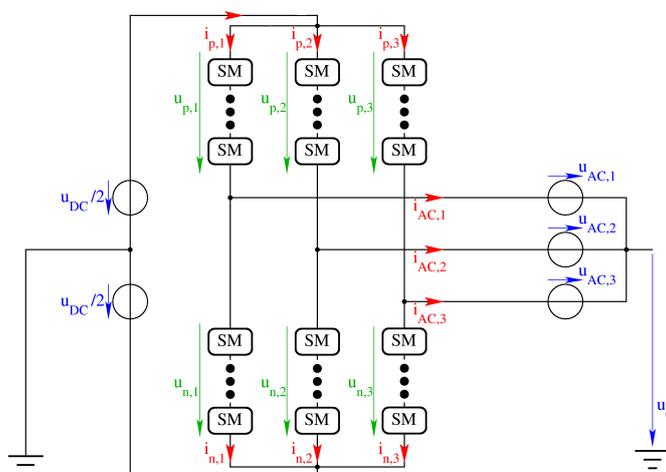


Abbildung 1.1: Skizzenhafter Modularer Multilevel Umrichter, verwendet als *DC*-zu-*AC*-Umrichter

Der dargestellte Modulare Multilevel Umrichter verbindet eine *DC*-Leitung mit einer dreiphasigen *AC*-Leitung und hat sechs Arme, wobei jeder dieser Arme eine Vielzahl an in Reihe geschalteten Submodulen besitzt. Diese bestehen aus einer Kapazität und Schaltern, welche die Abgabe der in der Kapazität gespeicherten Energie steuern können. Dadurch bilden die Submodule eines Arms zusammen eine steuerbare Spannungsquelle, welche als Armspannung bezeichnet wird. Der Strom durch jeden Arm besteht aus der Summe eines *DC*-Stromanteils, eines *AC*-Stromanteils und eines Kreisstroms. Der Kreisstrom zirkuliert nur im Umrichter um die in den Kapazitäten der Submodule gespeicherte Energie umzuverteilen und ist damit weder auf der *DC*- noch *AC*-Seite sichtbar. Durch entsprechendes Stellen der Armspannungen lassen sich die *AC*-Spannungen einstellen und zusätzlich kann eine sogenannte Gleichtaktspannung im Sternpunkt der *AC*-Seite gegenüber dem Nullpotential erzeugt werden. Die Gleichtaktspannung hat auch keinen Einfluss auf die Stromdynamik der *DC*- und *AC*-Seite.

Sowohl die Kreisstromkomponenten als auch die Gleichtaktspannung stellen die inneren Freiheitsgrade des MMC dar und dienen zur Steuerung der Energieverteilung innerhalb des Umrichters. Hierbei besteht eine der wichtigsten Aufgaben darin, dass alle sechs Arme ungefähr den gleichen vorbestimmten Energieinhalt besitzen. Damit wird sichergestellt, dass die als Spannungsquelle betrachteten Submodule auch in der Lage sind die gewünschte Spannung zu stellen. Die hierzu vorhandenen inneren Freiheitsgrade sind charakteristisch für die MMC-Topologie und erlauben eine sehr schnelle und präzise Steuerung des Energieflusses in und über den MMC. Gleichzeitig bringt diese Steuerung aufgrund der höheren Anzahl an zu kontrollierenden Variablen gewisse Schwierigkeiten mit sich. Gerade die Art und Weise, wie alle diesen Variablen (oder nur Teile davon) gesteuert werden, unterscheidet die verschiedenen vorhandenen Zugänge der Steuerungen und Regelungen des Modularen Multilevel Umrichters, welche im nächsten Abschnitt im Detail diskutiert werden. Im Vergleich dazu stellt diese Dissertation einen eigenen neuen Zugang vor, indem alle inneren Freiheitsgrade konsequent und vollständig ausgenutzt werden, um eine Energiekontrolle schnell zu realisieren.

1.2 Stand der Technik und Vergleich mit dieser Dissertation

Kolb et al. [8]: „Cascaded Control System of the Modular Multilevel Converter for Feeding Variable-Speed Drives “ (2014)

Dieses Paper präsentiert zum ersten Mal die Formulierung der Dynamik der sechs Armenergien getrennt in einer Gesamtenergie, welche alleine für den Leistungsfluss durch den MMC-Umrichter zuständig ist, und die fünf weiteren Energiekomponenten, welche die innere Energieumverteilung innerhalb des MMC vollständig beschreiben. Die Gesamtenergie wird ausschließlich von den äußeren *DC*- und *AC*-Strömen gesteuert, die inneren Energiekomponenten dagegen werden hauptsächlich durch die inneren Freiheitsgrade (zwei Kreisströme und eine Gleichtaktspannung) in unterschiedlichen Kombinationen mit den *DC*- und *AC*-Spannungen und Strömen

bestimmt. Auf diese Weise werden in den zwei Kreisstromkomponenten und/oder in der Gleichtaktspannung unterschiedliche Harmonische der AC-Periode eingebaut, deren Amplituden zur gewünschten Verschiebung einzelner innerer Energiekomponenten über einer AC-Periode berechnet werden. Es entsteht eine vollständige getrennte Steuerung jeder Energiekomponente, die jedoch erst eine komplette AC-Periode erfordert, um die gewünschten Energieänderungen zu realisieren.

Stark et al. [17]: „Fast compensation of DC bus voltage drops using modular multilevel converters“ (2018)

Mit dem Ziel, die notwendige Zeit zur Verschiebung/Korrektur der Energiekomponenten im MMC wesentlich kürzer und daher auf einen Bruchteil der AC-Periode zu reduzieren, wurde in diesem Paper ein anderer Zugang als bei Kolb et al. entworfen: Zur Steuerung der fünf inneren Energiekomponenten über ein kurzes Zeitintervall werden die zwei Kreisstromkomponenten (die Gleichtaktspannung wurde auf null eingefroren) als Superposition von fünf kurzen Pulsfunktionen entwickelt, deren Amplituden durch die jeweilige gewünschte Energieänderung festgelegt wird. Außerdem erfüllen solche Pulsfunktionen eine Orthogonalitätsbedingung bezogen auf die Dauer des kurzen Zeitintervalls, damit die meisten nichtlinearen Terme in den inneren Freiheitsgraden, welche in der Dynamik der Energiekomponenten vorkommen, über die Dauer des Intervalls auf null integriert werden. Auf diese Weise resultiert immer ein lineares Gleichungssystem für die Amplituden der Pulsfunktionen, welches sofort gelöst werden kann. Die Dauer des Übergangsintervalls ist nach unten beschränkt durch die maximal erlaubte Kreisstromstärke, welche die MMC-Anlage vertragen kann.

Im Fall eines DC-Spannungseinbruchs, welcher die Überführung des MMC von einem alten eingeschwungenen Zustand in einen neuen erfordert, wird abgesehen von den inneren Kreisströmen zusätzlich der äußere DC-Strom als Summe eines glatten, monotonen Übergangs plus eine Pulskomponente entworfen, wobei sich die Amplitude des Pulsbeitrags analogerweise aus der Änderung der Gesamtenergie ergibt.

Erst nach der Publikation dieses Papers 2018 wurde dieser Zugang auch auf die Gleichtaktspannung verallgemeinert, sodass nun die fünf Pulsfunktionen in allen drei inneren Freiheitsgraden des MMC (zwei Kreisströme und eine Gleichtaktspannung) verteilt sind. Zwei zusätzliche nichtlineare Terme, welche aus der Berücksichtigung der Gleichtaktspannung in der Dynamik der inneren Energiekomponenten entstehen, liefern immer noch keinen Beitrag zur Energieänderung aufgrund der Orthogonalitätsbedingung der Pulsfunktionen, was das Lösen der Amplituden der Pulsfunktionen sehr vereinfacht. Diese konsequentere Verwendung aller inneren Freiheitsgrade im MMC (nicht nur die Kreisstromkomponenten, sondern auch die Gleichtaktspannung) sowie der Entwurf von schnellen Trajektorien zur Verschiebung der Armenergien bildet den Hauptbeitrag meiner Dissertation und wird in den nächsten Kapiteln im Detail diskutiert.

Zum besseren Vergleich mit den in der Literatur vorhandenen alternativen Methoden folgt nun eine chronologische Zusammenfassung anderer relevanter Arbeiten, welche sich mit der Steuerung/Regelung der sechs Armenergien im MMC beschäftigen, wobei die Unterschiede und Ähnlichkeiten zu der vorliegenden Dissertation kurz betont werden.

Ängquist et al. [13]: „Inner control of modular multilevel converters - an approach using open-loop estimation of stored energy“ (2010)

Dieses Paper beschäftigt sich zunächst mit der Berechnung des eingeschwungenen Zustands der Armströme und der Armenergien, ohne jedoch einen im Allgemeinen möglichen oszillierenden Kreisstrom zu berücksichtigen. Daraus wird die Armspannung bestimmt, welche notwendig ist, diesen eingeschwungenen Zustand einzuhalten. Es wird jedoch keine schnelle Trajektorie angestrebt, womit ein Übergang zu einem neuen eingeschwungenen Zustand ohne Transienten gewährleistet wird. Somit dauert über eine AC-Periode oder länger die Einstellung des neuen eingeschwungenen Zustands.

Im Unterschied zu vorliegender Arbeit jedoch wird im Paper von Ängquist et al. keine richtige Trajektorieneinplanung entworfen und daher keine schnelle Verschiebung der Armenergien erreicht. Der innere Freiheitsgrad der Gleichtaktspannung wird nicht berücksichtigt.

Bergna et al. [1]: „A generalized power control approach in abc frame for modular multilevel converters based on mathematical optimization“ (2012)

Dieses Paper, veröffentlicht vor der Arbeit von Kolb et al., benutzt gezielt die Kreisstromkomponenten zur Minimierung der von diesen Kreisströmen erzeugten Verluste während einer vollen AC-Periode, unter Einhaltung der Bewegungsgleichungen für die Armenergien. Daraus werden mittels eines PI-Reglers, welcher Abweichungen in jeder Armenergie kompensieren soll, die angestrebten Armstromwerte realisiert. Dies, ähnlich wie im vorherigen Paper, benötigt jedoch eine längere Zeit über mehrere AC-Perioden.

Auch wenn dieses Paper einen Fortschritt gegenüber dem Paper von Ängquist et al. darstellt, da der innere MMC-Freiheitsgrad „Kreisstrom“ mit Vorteil eingesetzt wird, bleibt der Unterschied zu vorliegender Arbeit jedoch derselbe: Keine richtige Trajektorieneinhaltung zur schnellen Energieverschiebung innerhalb des MMC.

Perez et al. [14]: „Decoupled capacitor voltage control of modular multilevel converters“ (2014)

Diese Arbeit verwendet eine ähnliche Transformation der sechs Armenergien wie im Paper von Kolb et al., sodass jede dynamische Gleichung für die transformierten Energiekomponenten direkt über eine Stromkomponente gesteuert werden kann. Daraus wird jedoch noch keine schnelle Tra-

jektorie bei einer Verschiebung der Energiekomponenten, sondern über einen PI-Regler eine relativ langsame Korrektur der angestrebten Referenz–Endtrajektorie erreicht.

Der Unterschied zu vorliegender Arbeit ist ähnlich wie in den zwei vorhergehenden Papers. Dies ist die fehlende Gestaltung einer schnellen Übergangstrajektorie zu einem gewünschten Energiezustand bei einer Dauer unterhalb einer AC -Periode.

Harnefors et al. [6]: „Global asymptotic stability of current-controlled modular multilevel converters“ (2015)

Dieses Paper basiert auf der oben zitierten Arbeit von Ängquist et al. Darin wird gezeigt, dass der eingeschwungene Zustand in Armströmen und Armenergien gegenüber kleiner Abweichungen asymptotisch stabil ist. Hierzu vorausgesetzt, die Anlage wird mit den Armspannungen aus den eingeschwungenen Zustand gesteuert und die Spannungskomponente zur Steuerung der AC -Ströme enthält zusätzlich einen Stromregler mit P -Anteil. Die Ursache für diese Stabilität sind die Verluste an den Widerständen sowie die Stärke des P -Reglers. Auf diese Weise wird gewährleistet, dass eine angestrebte Energietrajektorie langfristig erreicht wird, jedoch ohne genaue Kontrolle über die Dauer des Übergangs. Die Simulationen im Paper zeigen, dass diese Dauer länger als eine AC -Periode ist.

Im Unterschied zu vorliegender Arbeit wird im Paper von Harnefors et al. immer noch keine schnelle Trajektorienfolge in den Energiekomponenten erzielt. Der innere Freiheitsgrad der Gleichtaktspannung wird noch nicht berücksichtigt.

Wang et al. [18]: „Novel control scheme for the internal energies and circulating currents of modular multilevel converter“ (2017)

Von allen hier aufgelisteten Methoden liegt dies am nächsten zu dem Zugang in dieser Dissertation. In diesem Paper wird genau wie in Stark et al. eine Steuerung der Gesamtenergie und der fünf inneren Energiekomponenten in getrennter Form realisiert. Dabei wird während eines kurzen Zeitintervalls jeder der drei inneren Freiheitsgrade im MMC (zwei Kreisstromkomponenten und eine Gleichtaktspannung) aus einem konstanten und aus einem oszillierenden Anteil entworfen, wobei jeder Anteil eine eigene Amplitude besitzt, sodass insgesamt sechs Amplituden resultieren. Diese werden bestimmt durch die erforderlichen Energiekorrekturen in den fünf inneren Energien plus eine zusätzlich Minimierungsbedingung zur Reduktion der inneren Freiheitsgrade.

Im Unterschied zu vorliegender Arbeit jedoch wird im Paper von Wang et al. kein eingeschwungener Zustand, oder ein glatter Übergang zwischen solch eingeschwungenen Zuständen, betrachtet, sondern als zu erreichender Betriebspunkt der Zustand angestrebt, in welchem alle inneren Energiekomponenten identisch verschwinden. Da letzteres keine stationäre Lösung der Bewegungsgleichungen darstellt, muss diese Steuerung ständig aktiv sein und kann nicht, wie

im Fall von Stark et al., als Vorsteuerung berechnet werden, welche eventuell nur eine leichte Korrektur benötigt. Außerdem bestehen die Pulsfunktionen in der Methode in Stark et al. aus glatten Funktionen, welche sanft gegen null am Ende des Übergangszeitintervalls gehen und somit keinerlei Transienten im neuen Zustand anregen. Dafür ist die Methode von Wang et al. etwas schneller in der Kompensation von Energieabweichungen als der Zugang in Stark et al.

Fehr et al. [4]: „Improved energy balancing of grid-side modular multilevel converters by optimized feedforward circulating currents and common-mode voltage“ (2018) und [5]: „Online trajectory planning during low-voltage FRT of a modular multilevel converter“ (2020)

In diesen zwei Arbeiten werden auch, wie bei Stark et al., Beiträge aus Pulsfunktionen während eines kurzen Zeitintervalls verwendet, jedoch nicht direkt in den inneren Freiheitsgraden der MMC-Dynamik (Kreisströme und Gleichtaktspannung), sondern in den Summen der oberen mit den jeweiligen unteren Armenergien. Bei diesem Zugang werden die Amplituden dieser Pulsbeiträge so justiert, dass die Änderungen in den Differenzen der Armenergien den gewünschten Wert erfüllen. Erst nach Berechnung dieser Amplituden sind die Energietrajektorien bekannt und können daraus die inneren Freiheitsgrade im MMC aus der zeitlichen Ableitung der Energiekomponenten bestimmt werden.

Im Unterschied zu vorliegender Arbeit wird im Paper von Fehr et al. mit den Energietrajektorien direkt gearbeitet. Dies kann für eine energiebasierte Regelung von Nutzen sein (z.B. im Rahmen einer flachheitsbasierten Regelung), verlangt aber höhere Ableitungen bis zur Bestimmung der Armspannungen als die Methode von Stark et al., wo die inneren Freiheitsgrade unmittelbar entworfen werden, nicht ihre Zeitintegration.

Rizzoli et al. [15]: „Decoupled control of the arms of a modular multilevel converter with orthogonal reference signals“ (2019)

Die zugrunde liegende Philosophie in diesem Paper ist ähnlich wie im Paper von Stark et al.: Es wird gearbeitet mit Funktionen, deren Produkte über einer AC-Periode identisch verschwinden (analog zu den Orthogonalitätsbedingungen im Paper von Stark et al., diesmal aber bezogen auf eine komplette AC-Periode). Aus diesen orthogonalen Funktionen werden die zwei Kreisstromkomponenten entwickelt, deren Amplituden aus der erforderlichen Verschiebung in den Armenergien festgelegt werden.

Im Unterschied zu vorliegender Arbeit jedoch werden im Paper von Rizzoli et al. Energieänderungen über einer kompletten AC-Periode betrachtet, so wie im ursprünglichen Paper von Kolb et al., nicht über eine kürzere Zeitdauer. Auch werden nur die Kreisströme, ohne die Gleichtaktspannung, für die Gestaltung der Trajektorie eingesetzt. Außerdem werden die

äußeren von den inneren Energiekomponenten nicht getrennt betrachtet, sodass alle Armenergien verkoppelt sind, selbst wenn keine Änderung in dem äußeren Leistungsfluss verlangt wird.

1.3 Aufbau der Arbeit

Mit dem Ziel die Reaktion des MMC auf äußere Veränderungen, d.h. den Übergangszeitraum für Zustandswechsel der Energiekomponenten im MMC, auf einen Bruchteil der AC-Periode zu reduzieren, wird der in Stark et al. [17] vorgestellte Ansatz um die Gleichtaktspannung als verwendeter zusätzlicher Freiheitsgrad verallgemeinert.

Hierzu werden zunächst im Kapitel 2 die Grundlagen des MMC als DC-zu-AC-Umrichter im Detail erläutert, um die Strom- und Energiedynamik sowohl in zeitkontinuierlicher als auch zeitdiskreter Formulierung herzuleiten. Hierauf aufbauend wird in Kapitel 3 für konstante Spannungen und Ströme auf der Gleichstromseite sowie periodische sinusförmige Spannungen und Ströme auf der Wechselstromseite der eingeschwungene Zustand des MMC berechnet. Hierbei erfolgt eine Diskussion über die zu definierenden Bedingungen des eingeschwungenen Zustands und die noch frei zu wählenden Systemvariablen. Aus den geforderten Bedingungen für den eingeschwungenen Zustand werden die Stromkomponenten sowie die sechs Armenergien in zeitkontinuierlicher wie in zeitdiskreter Form hergeleitet.

Die beiden Kapitel 2 & 3 bilden die Grundlage für den Entwurf der schnellen Strom- und Energie-Trajektorien in Kapitel 4. Hier wird die Kernidee dieser Arbeit vorgestellt. Dabei werden alle notwendigen Schritte gezeigt, schnelle Trajektorien für die inneren Freiheitsgrade des MMC derart zu verwenden, um den MMC *glatt*, das heißt ohne Einschwingverhalten und ohne die Anregung von Transienten, von einem ersten eingeschwungenen Zustand zu einem neuen Zustand zu überführen und dies innerhalb einer Transitionszeit von einem Bruchteil einer AC-Periode.

In Kapitel 5 wird das Verfahren, welches die schnelle und glatte Energieumverteilung innerhalb des MMC gewährleistet, um einen Freiheitsgrad in Form einer zusätzlichen Freiheitsgrad erweitert um eine Kreisstromminimierung zu ermöglichen. Hierbei wird sowohl die erforderliche Zuweisung des Freiheitsgrads zum Kreisstrom als auch zur Gleichtaktspannung diskutiert.

Abschließend werden in Kapitel 6 die in den beiden vorhergehenden Kapiteln 4 und 5 gezeigten Verfahren in verschiedenen Simulationszenarien verglichen. Hierzu wird zunächst der Simulationsaufbau im Detail vorgestellt. Anschließend werden die Simulationsergebnisse der vorgestellten Verfahren verglichen und diskutiert. Dabei erfolgt die Untersuchung verschiedener Übergangszeitdauern, verschieden großer DC-Spannungseinbrüche, die Auswirkungen des Kreisstroms während des eingeschwungenen Zustands sowie die Auswirkungen einer Reduzierung der abgegebenen effektiven AC-Leistung.

2 Grundlagen des Modularen Multilevel Converters als DC-AC-Umrichter

In diesem Kapitel wird schematisch der Aufbau des Modularen Multilevel Converters (MMC) als DC-AC-Umrichter erklärt sowie Aufbau und Funktionsweise der Submodule, der elementaren Bauteilen in jedem Arm des MMC. Als Arm wird die Verbindung zwischen DC-Klemme und AC-Phasenklemme bezeichnet (vgl. Abb. 2.1). Anschließend werden die Bewegungsgleichungen der Energien in jedem Arm deduziert sowie die Dynamik der äußeren und internen Stromkomponenten des MMC hergeleitet. Alle Bewegungsgleichungen werden sowohl für den zeitkontinuierlichen Fall und den zeitdiskreten Fall dargestellt. Die zeitkontinuierliche Form ist gültig für den Fall, dass die Stellgrößen (Eingänge) beliebig fein in der Zeit geändert werden können. In der zeitdiskreten Form sind die Eingangsgrößen über eine Zeitdauer Δt unverändert oder die untersuchte Anlage kann in diesem Zeitschritt keinen neuen Eingang weiterverarbeiten.

2.1 Die MMC-Topologie

Betrachtet wird ein Modularer Multilevel Converter (MMC), welcher, wie in Abbildung 2.1 dargestellt, ein Gleichstrom (DC)- und ein Wechselstrom (AC)-Netz miteinander verbindet. Die DC- und AC-Seiten des Netzes werden mit den konzentrierten Werten ihrer ohmschen Widerstände R_{DC} und R_{AC} sowie der Induktivitäten L_{DC} und L_{AC} angenähert. Der Grund für diese Näherung ist der relativ niedrige typische Abtastfrequenzbereich der Regelung des MMC (um $100 \mu s$ d.h. $10 kHz$), bei dem der Kapazitätsbelag der Leitung vernachlässigbar ist. Der Leitwertsbelag der Leitung wird auch vernachlässigt aufgrund der guten Isolationseigenschaften der Leitungen.

Die Spannungen der Gleichstromseite u_{DC} und der Wechselstromseite $u_{AC,j}$, wobei j als der Phasenindex $j = 1, 2, 3$ verwendet wird, sind durch das jeweilige Netz vorgegeben und werden somit als von außen gesteuerte Spannungsquellen modelliert. Das Wechselstromnetz wird sternförmig abgeschlossen. Die Spannung u_0 zwischen dem AC-Sternpunkt und dem Nullpotential wird Gleichtaktspannung oder auch Common-Mode-Spannung genannt. Der Strom wird analog i_{DC}

und $i_{AC,j}$ genannt. Der MMC besteht aus drei Strängen, die vom oberen zum unteren DC-Knoten reichen. Jeder Strang besteht aus zwei Armen, einem sogenannten „positiven“ (oder oberen) und einem „negativen“ (unteren) Arm. Jeder dieser Arme besitzt eine kleine Drossel L_e , welche die Funktion der Stromrippeldämpfung übernimmt. Diese Ripple höherer Frequenzen entstehen durch die in einzelnen Stufen geschaltete Spannung, bedingt durch die Schaltfrequenz in den einzelnen Armen.

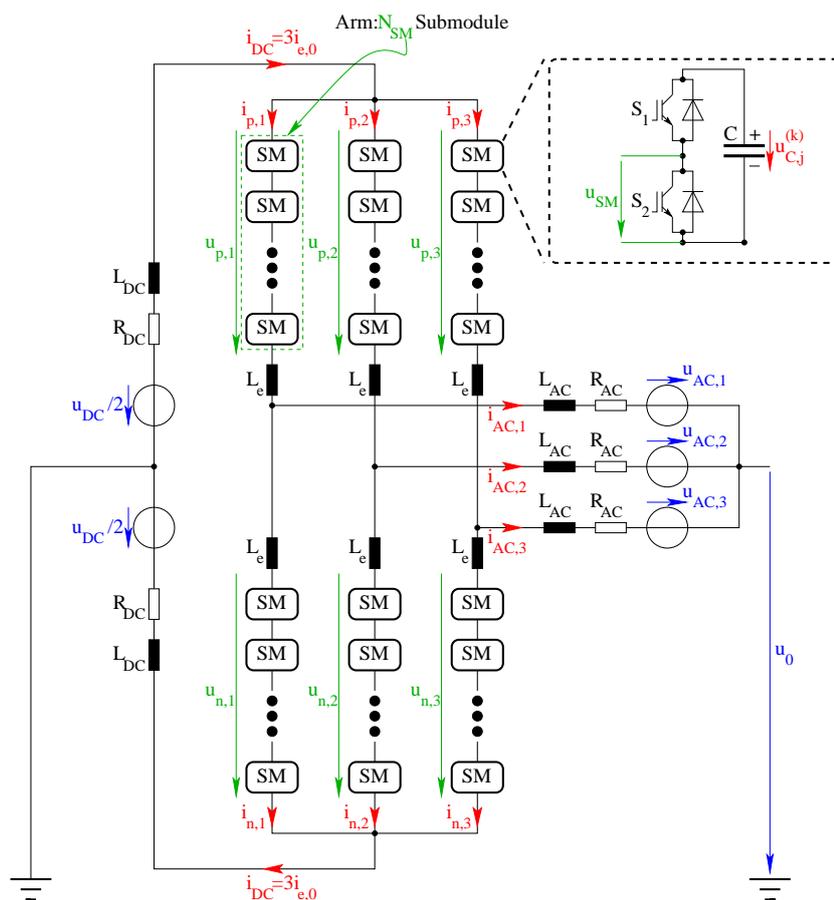


Abbildung 2.1: MMC in einem DC-AC Übertragungsnetz

Der stufenartige Aufbau der Armspannungen $u_{p,j}$ und $u_{n,j}$ ergibt sich aus der Reihenschaltung der Submodule (SM) (typischerweise mehr als 100 SM), welche gemeinsam die Armspannung $u_{p,j}$ oder $u_{n,j}$ stellen. Der Strom durch jeden Arm wird analog $i_{p,j}$ bzw. $i_{n,j}$ bezeichnet. Die Beziehung $i_{DC} = 3i_{e,0}$ wird im Abschnitt 2.3, Gleichung (2.19), erklärt.

Der große Vorteil des MMC besteht darin, mit einer hohen Anzahl an Submodulen die gewünschte AC-Ausgangsspannung sehr genau nachbilden zu können. Bedingt durch die Kapazität in jedem Submodul kann dieses wie eine Spannungsquelle betrachtet werden. Je mehr Submodule in einem Arm verbaut sind, desto feiner kann die Ausgangsspannung aufgelöst werden. Hierfür müssen die Kapazitäten in allen Submodulen auf einem ähnlichen, idealerweise gleichen, Spannungsniveau gehalten werden, wodurch die Anforderungen an die Regelung eines MMC umfangreicher werden.

Die Submodule können je nach Anforderung in verschiedenen Ausführungen aufgebaut werden. Für einen vollständigen Überblick über verschiedene Submodultypen wird auf die Literaturquellen [3,11] verwiesen. In der vorliegenden Arbeit werden die beiden Standardsubmodultopologien, das Halbbrücken- und das Vollbrücken-Submodul, berücksichtigt. Die Halbbrückentopologie, wie in Abbildung 2.2 dargestellt, ist der einfachste Submodultyp. Er besteht aus zwei Halbleiterschaltern S_1 & S_2 und einer Kapazität C . Die Schalter werden typischerweise als IGBTs ausgeführt, da sie in Vorwärtsrichtung eine hohe Sperrspannung aufweisen sowie eine große Stromtragfähigkeit besitzen. Um einen bidirektionalen Stromfluss zu ermöglichen, wird dem Schalter eine Freilaufdiode parallel geschaltet.

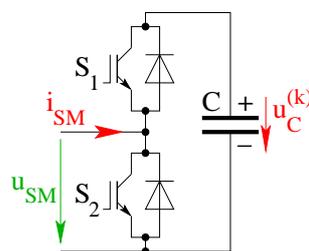


Abbildung 2.2: Halbbrückensubmodul

Das Halbbrückensubmodul kann, wie in Tabelle 2.1 zu sehen, vier Schaltzustände erreichen. Der Schaltzustand $S_1 = 1$ & $S_2 = 1$ ist nicht zulässig, da das Schalten von beiden Schaltern gleichzeitig zu einem Kurzschluss des Kondensators führt. Die übrigen drei Zustände (Passiv, Ein und Aus), wie in Abbildung 2.3 gezeigt, erreichen abhängig vom Strom i_{SM} unterschiedliche Zustandskombinationen für die Submodulspannung u_{SM} und die Änderung der Kondensatorspannung u_C .

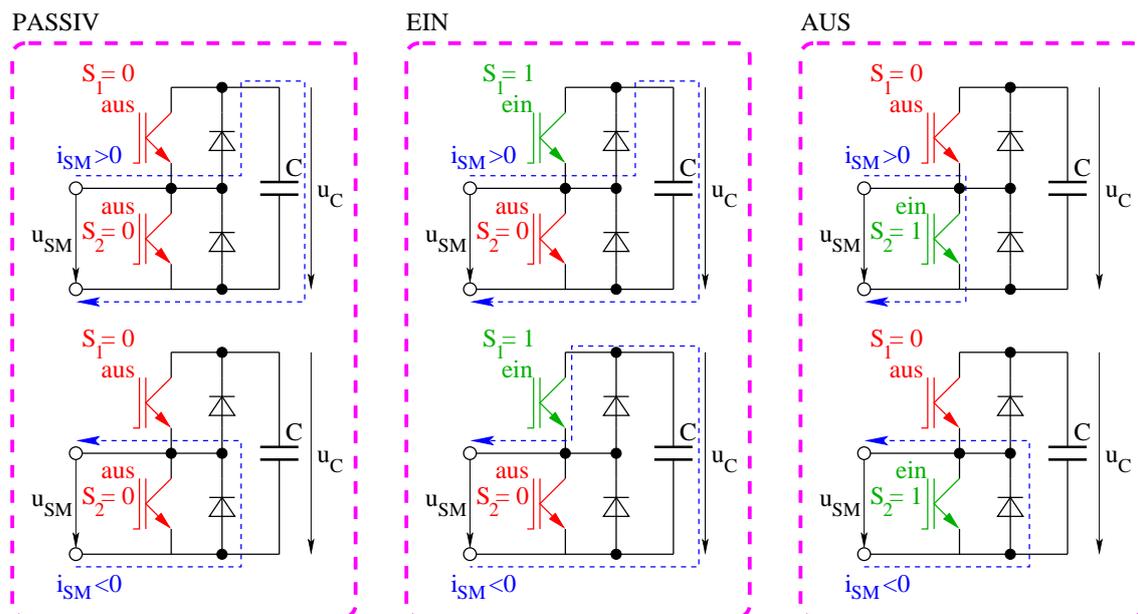


Abbildung 2.3: Stromfluss im Halbbrücken-Submodul

Ist das Submodul passiv, also beide Schalter offen ($S_{1/2} = 0$), so entspricht bei positivem Strom i_{SM} die Ausgangsspannung der Kondensatorspannung $u_{SM} = u_C$. Der positive Strom durch den Kondensator lädt diesen und die Spannung steigt $\dot{u}_C > 0$. Bei negativem Strom fließt dieser über die Freilaufdiode von S_2 , wodurch sich u_C nicht verändert und beide Submodulklemmen auf demselben Potential liegen ($u_{SM} = 0$).

Das Submodul gilt als eingeschaltet, wenn der obere Schalter geschlossen ($S_1 = 1$) und der untere ($S_2 = 0$) offen ist, denn es gilt für alle Fälle $u_{SM} = u_C$. Mit einem positiven Strom $i_{SM} > 0$ lädt sich die Kapazität und $\dot{u}_C > 0$. Entsprechend umgekehrt gilt $\dot{u}_C < 0$ für einen negativen Strom.

Das Submodul ist „Aus“ $u_{SM} = 0$ für ($S_1 = 0$) und ($S_2 = 1$), da der Strom in beiden Richtungen über (S_2) fließt. Folglich ändert sich die Kondensatorspannung $\dot{u}_C = 0$ nicht.

Zustand	S_1	S_2	i_{SM}	u_{SM}	u_C
Passiv	0	0	>0	u_C	$\dot{u}_C > 0$
			<0	0	$\dot{u}_C = 0$
Ein	1	0	>0	u_C	$\dot{u}_C > 0$
			<0	u_C	$\dot{u}_C < 0$
Aus	0	1	>0	0	$\dot{u}_C = 0$
			<0	0	$\dot{u}_C = 0$
Err	1	1			

Tabelle 2.1: Schaltvektor Halbbrücken-Submodul

Das Vollbrücken-Submodul ist eine Erweiterung der Halbbrückentopologie um zwei Schalter S_3 & S_4 , vgl. Abbildung (2.4). Hierdurch kann die Submodulspannung u_{SM} zusätzlich zu den beiden Zuständen $\{0, u_C\}$ auch die negative Kondensatorspannung $-u_C$ erreichen.

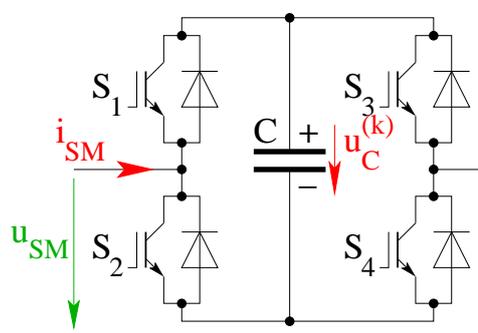


Abbildung 2.4: Vollbrücken-Submodul

Es ergeben sich vier Submodulzustände aus fünf zulässigen Schaltvektoren, welche in Tabelle 2.2

dargestellt sind. Alle weiteren Schaltmöglichkeiten sind ausgeschlossen, da sie zu nicht eindeutigen Zuständen führen oder den Kondensator C kurzschließen.

Das Submodul ist in einem sogenannten passiven Zustand, wenn alle Schalter offen ($\mathbf{S}_{1/2/3/4} = 0$) sind. Hierbei fließt der positive Strom $i_{SM} > 0$ über die Freilaufdioden der Schalter \mathbf{S}_1 und \mathbf{S}_4 , wodurch die Ausgangsspannung der Kondensatorspannung $u_{SM} = u_C$ entspricht. Für einen negativen Strom $i_{SM} < 0$ fließt dieser über die Freilaufdiode von \mathbf{S}_2 und \mathbf{S}_3 und somit liegt eine negative Kondensatorspannung an den Submodulklemmen $u_{SM} = -u_C$ an. In beiden Fällen $i_{SM} \gtrless 0$ fließt der Strom in positiver Richtung durch den Kondensator und lädt diesen. Folglich steigt die Submodulspannung $\dot{u}_C > 0$.

Für die beiden Schaltzustände ($\mathbf{S}_{1/3} = 1$ & $\mathbf{S}_{2/4} = 0$) und ($\mathbf{S}_{1/3} = 0$ & $\mathbf{S}_{2/4} = 1$) wird das Submodul als „Aus“ $u_{SM} = 0$ bezeichnet. Da der Strom an der Kapazität vorbei geleitet wird, gilt $\dot{u}_C = 0$.

Für das Vollbrücken-Submodul gibt es zwei „Ein“-Zustände, welche wie folgt unterteilt werden:

- Der positive „Ein“-Zustand, wenn die Submodulspannung $u_{SM} = u_C$ der Kondensatorspannung entspricht. Dies gilt für den Schaltvektor ($\mathbf{S}_{1/4} = 1$ & $\mathbf{S}_{2/3} = 0$). Für einen positiven Strom $i_{SM} > 0$ ist auch der Strom durch den Kondensator positiv, folglich steigt die Spannung $\dot{u}_C > 0$ des Kondensators. Analog fällt die Spannung $\dot{u}_C < 0$ der Kapazität ab für einen negativen Strom $i_{SM} < 0$.
- Der negative „Ein“-Zustand $u_{SM} = -u_C$ wird erreicht durch den Schaltvektor ($\mathbf{S}_{1/4} = 0$ & $\mathbf{S}_{2/3} = 1$). Da dies einer Umpolung zum positiven Zustand entspricht, wirkt der positive Strom $i_{SM} > 0$ nun entladend auf den Kondensator $\dot{u}_C < 0$. Entsprechend führt der negative Strom $i_{SM} < 0$ durch das Submodul zum Aufladen der Kapazität $\dot{u}_C > 0$.

Zustand	\mathbf{S}_1	\mathbf{S}_2	\mathbf{S}_3	\mathbf{S}_4	i_{SM}	u_{SM}	u_C
Passiv	0	0	0	0	>0	u_C	$\dot{u}_C > 0$
					<0	$-u_C$	$\dot{u}_C > 0$
Aus	1	0	1	0	>0	0	$\dot{u}_C = 0$
	0	1	0	1	<0		$\dot{u}_C = 0$
Ein „-“	0	1	1	0	>0	$-u_C$	$\dot{u}_C < 0$
					<0		$\dot{u}_C > 0$
Ein „+“	1	0	0	1	>0	u_C	$\dot{u}_C > 0$
					<0		$\dot{u}_C < 0$
Restliche Kombinationen nicht erlaubt!							

Tabelle 2.2: Schaltvektor Vollbrücken-Submodul

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass das Submodul effektiv als diskrete Spannungs-

quelle betrachtet werden kann. Als Halbbrücke werden zwei diskrete Zustände $u_{SM} = 0$ und $u_{SM} = u_C$ erreicht. So ergibt sich die Formulierung $u_{SM} = s u_C$, wobei s den Schaltzustand des Submoduls beschreibt. Eingeschaltet ist das Submodul für $s = 1$ und ausgeschaltet für $s = 0$. Für das Vollbrücken-Submodul erweitert sich der Schaltzustand um $s = -1$, da das Submodul auch die negative Kondensatorspannung an den Modulklemmen $u_{SM} = -u_C$ schalten kann. Somit gilt für Halbbrücken-Submodule $s = \{0, 1\}$ und für Vollbrücken-Submodule $s = \{-1, 0, 1\}$.

2.2 Herleitung der Energiedynamik

Durch die große Anzahl an Submodulen in einem MMC ergeben sich viele Möglichkeiten der Ausgestaltung der Umrichterfunktionen. Um das vollständige Potential des Umrichters ausnutzen zu können müssen stets alle Kapazitäten geladen sein. Hierzu wird nun die innere Dynamik der Kondensatorspannungen der Submodule innerhalb eines jeden der sechs Arme des MMC berechnet. Jeder Arm besteht aus einem Verbund von N_{SM} -Submodulen. Jedes Submodul besitzt eine Kapazität C_{SM} mit der Spannung $u_{C,i}^{(k)}$, wobei $(k) = 1, \dots, N_{SM}$ die Nummer des Submoduls beschreibt und $i = p1, p2, p3, n1, n2, n3$ dem Index des Arms entspricht. Für die Dynamik dieser Kondensatorspannung gilt

$$\dot{u}_{C,i}^{(k)} = \frac{1}{C_{SM}} i_i s_i^{(k)}. \quad (2.1)$$

Die Submodulkapazität C_{SM} wird für alle Submodule als gleich angenommen. Der Schaltzustand $s_i^{(k)}$ beschreibt den Zustand des k -ten Moduls im i -ten Arm wie im vorherigen Abschnitt diskutiert. Die Armspannung u_i wird durch die Summe aller geschalteten Submodule im i -ten Arm bestimmt.

$$u_i = \sum_{k=1}^{N_{SM}} s_i^{(k)} u_{C,i}^{(k)}, \quad (2.2)$$

u_i ist abhängig vom Ladungszustand u_C der Kapazität C_{SM} aller N_{SM} Submodule in jedem der sechs Arme (vgl. Abb. 2.1). Die in dieser Arbeit angestrebte Regelung der Amrenergien und der Stromdynamik findet in einer zeitlichen Größenordnung von $0,1 \text{ ms}$ statt. Unterlagert zu dieser Regelung arbeitet eine deutlich schnellere (mindestens zehn mal schnellere) Regelung, welche durch geeignete Sortierung der Submodule [10] dafür sorgt, dass alle Kapazitäten innerhalb eines Arms ähnliche Spannungen aufweisen. Angenommen wird daher der Idealfall, dass alle Kondensatorspannungen in einem Arm gleich sind. Unter dieser Voraussetzung kann von einer mittleren Kondensatorspannung $\bar{u}_{C,i}$ für jeden i -ten Arm gesprochen werden. Es gilt

$$\bar{u}_{C,i} = \sum_{k=1}^{N_{SM}} u_{C,i}^{(k)} \quad (2.3)$$

und somit resultiert die mittlere Kondensatorspannung $u_{C,i}^{(k)} \approx \frac{\bar{u}_{C,i}}{N_{SM}}$ für jedes $k = 1 \dots N_{SM}$. In einem solchen Fall kann auch die Armenergie als eine einfache Funktion von $\bar{u}_{C,i}$ formuliert werden,

da allgemein für die Energie in einer Kapazität $W_C^{(k)} = \frac{1}{2} C_{SM} u_{C,i}^{(k)2}$ gilt.

$$W_i = \sum_{k=1}^{N_{SM}} \frac{C_{SM}}{2} u_{C,i}^{(k)2} \approx \frac{C_{SM}}{2} N_{SM} \frac{\bar{u}_{C,i}^2}{N_{SM}^2} = \frac{1}{2} \frac{C_{SM}}{N_{SM}} \bar{u}_{C,i}^2 \quad (2.4)$$

Die Energiedynamik der sechs MMC-Arme wird aus der in jedem Arm umgesetzten elektrischen Leistung gewonnen

$$\frac{d}{dt} W_i = \sum_{k=1}^{N_{SM}} C_{SM} u_{C,i}^{(k)} \dot{u}_{C,i}^{(k)} = \dot{i}_i \sum_{k=1}^{N_{SM}} s_i^{(k)} u_{C,i}^{(k)} = u_i \dot{i}_i, \quad (2.5)$$

wie sich allgemein aus (2.1) und (2.2) ergibt. Aus dieser aufgezeigten Abhängigkeit (2.5) der Energiedynamik $\frac{d}{dt} W_i$ vom Armstrom i_i ergibt sich als Konsequenz eine zwingende Stromregelung, um die Energie der Kapazitäten zu steuern. Denn nur bei entsprechender Ladung der Kapazitäten sind diese in der Lage die geforderten Armspannungen u_i zu stellen. Aus diesem Grund ist es erforderlich, im nächsten Schritt die Stromdynamik zu diskutieren.

2.3 Herleitung der Stromdynamik

Der Betrieb und die Regelung der betrachteten MMC-Anlage müssen so entworfen sein, dass die Kapazitäten aller Submodule immer ausreichend geladen sind. Unter dieser Voraussetzung kann davon ausgegangen werden, dass die Armspannungen u_i mit $i = p1, p2, p3, n1, n2, n3$ nur bestimmte Spannungswerte annehmen können. Für die Halbbrückentopologie sind Spannungen zwischen Null und der Summe aller Kondensatorspannungen in einem Arm gemäß (2.6) möglich.

$$u_i = \left[0, \frac{\bar{u}_{C,i}}{N_{SM}}, \dots, \frac{N_{SM}-1}{N_{SM}} \bar{u}_{C,i}, \bar{u}_{C,i} \right] \quad (2.6)$$

Bei Verwendung von Vollbrücken-Submodulen sind zusätzlich auch negative Armspannungen umsetzbar.

$$u_i = \left[-\bar{u}_{C,i}, -\frac{N_{SM}-1}{N_{SM}} \bar{u}_{C,i}, \dots, -\frac{\bar{u}_{C,i}}{N_{SM}}, 0, \frac{\bar{u}_{C,i}}{N_{SM}}, \dots, \frac{N_{SM}-1}{N_{SM}} \bar{u}_{C,i}, \bar{u}_{C,i} \right] \quad (2.7)$$

Somit lassen sich die Submodule eines Arms als Spannungsquellen, gemäß (2.6) oder (2.7), mit einem in Reihe geschalteten Widerstand R_e ersetzen. Aus dem Ersatzschaltbild in Abbildung 2.1 kann das folgende neue Ersatzschaltbild abgeleitet werden.

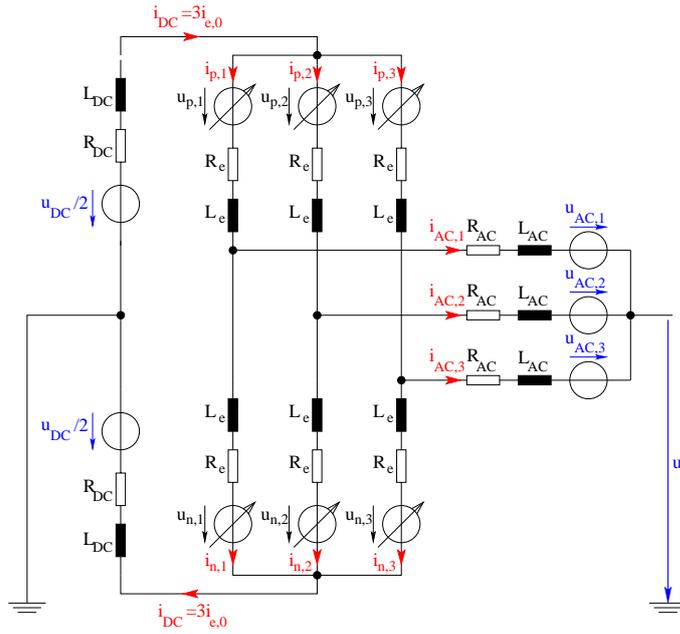


Abbildung 2.5: Neues Ersatzschaltbild für den MMC in einem DC-AC-Übertragungsnetz

Nun lassen sich aus der Abbildung 2.5 zwei Maschengleichungen aufstellen. Eine obere Maschengleichung über den „positiven“ Gleichstromzweig

$$-\frac{u_{DC}}{2} + \left(R_{DC} + L_{DC} \frac{d}{dt} \right) i_{DC} + u_{p,j} + \left(R_e + L_e \frac{d}{dt} \right) i_{p,j} + u_{AC,j} + \left(R_{AC} + L_{AC} \frac{d}{dt} \right) i_{AC,j} + u_0 = 0 \quad (2.8)$$

und die untere Maschengleichung über den „negativen“ Gleichstromzweig

$$-\frac{u_{DC}}{2} + \left(R_{DC} + L_{DC} \frac{d}{dt} \right) i_{DC} + u_{n,j} + \left(R_e + L_e \frac{d}{dt} \right) i_{n,j} - u_{AC,j} - \left(R_{AC} + L_{AC} \frac{d}{dt} \right) i_{AC,j} - u_0 = 0. \quad (2.9)$$

Durch die Differenz- und Summenbildung der Gleichungen (2.8) und (2.9) ergeben sich sechs neue Gleichungen in 1/2/3-Komponenten (es gilt $j = 1, 2, 3$). Die Differenz beider Gleichungen ergibt

$$0 = \left(R_e + L_e \frac{d}{dt} \right) (i_{p,j} - i_{n,j}) + 2 \left(R_{AC} + L_{AC} \frac{d}{dt} \right) i_{AC,j} + (u_{p,j} - u_{n,j}) + 2u_{AC,j} + 2u_0, \quad (2.10)$$

womit unter der Berücksichtigung der Knotengleichung $i_{p,j} - i_{n,j} = i_{AC,j}$ die Dynamikgleichung (2.11) des AC-Stroms erzeugt wird. Diese Gleichung weist keine Kopplung des AC-Stroms mit anderen Strömen auf.

$$0 = \left(R_e + 2R_{AC} + L_e \frac{d}{dt} + 2L_{AC} \frac{d}{dt} \right) i_{AC,j} + (u_{p,j} - u_{n,j}) + 2u_{AC,j} + 2u_0 \quad (2.11)$$

$$\frac{d}{dt} i_{AC,j} = \left(-\frac{R_e + 2R_{AC}}{L_e + 2L_{AC}} \right) i_{AC,j} + \left(-\frac{1}{L_e + 2L_{AC}} \right) ((u_{p,j} - u_{n,j}) + 2u_{AC,j} + 2u_0)$$

Die Summe von (2.8) und (2.9) führt zu

$$0 = -u_{DC} + 2 \left(R_{DC} + L_{DC} \frac{d}{dt} \right) i_{DC} + \left(R_e + L_e \frac{d}{dt} \right) (i_{p,j} + i_{n,j}) + u_{p,j} + u_{n,j}. \quad (2.12)$$

Aus (2.12) lässt sich nicht direkt eine Bewegungsgleichung für eine einzelne Stromkomponente ablesen, wie für die AC-Seite in (2.10), deshalb wird die Summe der Armströme wie folgt definiert:

$$i_{p,j} + i_{n,j} = 2i_{e,j}. \quad (2.13)$$

Mit dieser Beziehung und der Knotengleichung $i_{p,j} - i_{n,j} = i_{AC,j}$ gilt weiter

$$i_{p,j} = i_{e,j} + \frac{1}{2}i_{AC,j}, \quad i_{n,j} = i_{e,j} - \frac{1}{2}i_{AC,j}. \quad (2.14)$$

Der Strom $i_{e,j}$ beschreibt den Stromfluss durch beide Arme einer Phase des MMC und trägt nicht zum Verlauf der Ströme auf der AC-Seite bei, was aus der Gleichung (2.12) ersichtlich ist. Durch die Sternverschaltung der AC-Seite gilt weiter

$$i_{AC,1} + i_{AC,2} + i_{AC,3} = 0, \quad (2.15)$$

womit zwischen dem DC-Strom und dem e -Strom die Beziehung

$$i_{DC} = i_{p,1} + i_{p,2} + i_{p,3} = i_{n,1} + i_{n,2} + i_{n,3} = i_{e,1} + i_{e,2} + i_{e,3} \quad (2.16)$$

angegeben werden kann. Unter Berücksichtigung der Gleichungen (2.13) und (2.16) folgt aus (2.12) und der Multiplikation mit $\frac{1}{2}$ die Gleichung (2.17)

$$0 = \left(R_{DC} + L_{DC} \frac{d}{dt} \right) (i_{e,1} + i_{e,2} + i_{e,3}) + \left(R_e + L_e \frac{d}{dt} \right) i_{e,j} - \frac{u_{DC}}{2} + \frac{u_{p,j} + u_{n,j}}{2}. \quad (2.17)$$

Diese Gleichung zeigt die Kopplung der e -Ströme untereinander auf. Wird lediglich eine kurze DC-Leitung angenommen, so werden R_{DC} und L_{DC} so klein, dass der Term $\left(R_{DC} + L_{DC} \frac{d}{dt} \right)$ vernachlässigbar wird. Damit wäre auch die Dynamik der e -Ströme entkoppelt. Im Rahmen dieser Arbeit wird jedoch der allgemeingültige Fall einer langen Leitung $R_{DC} \neq 0$ und $L_{DC} \neq 0$ behandelt. Zur dynamischen Entkopplung des Systems wird es in $\alpha/\beta/0$ -Komponenten gemäß der Clarke-Transformation überführt (vgl. [7, 16]). Für diese Transformation gilt folgende Definition:

$$\begin{pmatrix} () \\ () \\ () \\ () \end{pmatrix}_{\alpha} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}}_{M_{\alpha/\beta/0 \leftarrow 1/2/3}} \begin{pmatrix} () \\ () \\ () \end{pmatrix}_{123}. \quad (2.18)$$

Durch die Clarke-Transformation ergibt sich ein Zusammenhang zwischen e -Strom und DC-Strom:

$$\underbrace{i_{DC} = i_{p,1} + i_{p,2} + i_{p,3} = i_{e,1} + i_{e,2} + i_{e,3}}_{i_{DC} = 3i_{e,0}} \quad \& \quad i_{e,0} = \frac{1}{3}(i_{e,1} + i_{e,2} + i_{e,3}) \quad (2.19)$$

Für die Gleichung (2.17) gilt in Vektorschreibweise

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \left[\left(R_{DC} + L_{DC} \frac{d}{dt} \right) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \left(R_e + L_e \frac{d}{dt} \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} i_{e,1} \\ i_{e,2} \\ i_{e,3} \end{pmatrix} \\ - \frac{u_{DC}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{p,1} \\ u_{p,2} \\ u_{p,3} \\ u_{n,1} \\ u_{n,2} \\ u_{n,3} \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

Wird (2.20) von links mit der Transformationsmatrix $M_{\alpha/\beta/0 \leftarrow 1/2/3}$ aus (2.18) multipliziert, so entsteht die folgende Gleichung:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \left[\left(R_{DC} + L_{DC} \frac{d}{dt} \right) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \left(R_e + L_e \frac{d}{dt} \right) M_{1/2/3 \rightarrow \alpha/\beta/0} \right] \begin{pmatrix} i_{e,1} \\ i_{e,2} \\ i_{e,3} \end{pmatrix} \\ - \frac{u_{DC}}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} u_{p,\alpha} + u_{n,\alpha} \\ u_{p,\beta} + u_{n,\beta} \\ u_{p,0} + u_{n,0} \end{pmatrix}. \quad (2.21)$$

Der Übersichtlichkeit wegen werden die Armspannungen $u_{p/n,1/2/3}$ in Σ - und Δ -Komponenten dargestellt, wobei $j = 1, 2, 3$

$$\begin{pmatrix} \cdot \end{pmatrix}_{\Sigma,j} = \frac{\begin{pmatrix} \cdot \end{pmatrix}_{p,j} + \begin{pmatrix} \cdot \end{pmatrix}_{n,j}}{2} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} \cdot \end{pmatrix}_{\Delta,j} = \begin{pmatrix} \cdot \end{pmatrix}_{p,j} - \begin{pmatrix} \cdot \end{pmatrix}_{n,j}, \\ \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \cdot \end{pmatrix}_{\Sigma,\alpha} \\ \begin{pmatrix} \cdot \end{pmatrix}_{\Sigma,\beta} \\ \begin{pmatrix} \cdot \end{pmatrix}_{\Sigma,0} \\ \begin{pmatrix} \cdot \end{pmatrix}_{\Delta,\alpha} \\ \begin{pmatrix} \cdot \end{pmatrix}_{\Delta,\beta} \\ \begin{pmatrix} \cdot \end{pmatrix}_{\Delta,0} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \\ 0 & +\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & 0 & +\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & +\frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & +\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}}_{\mathbf{M}_{\Sigma/\Delta \leftarrow p/n}} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \cdot \end{pmatrix}_{p,1} \\ \begin{pmatrix} \cdot \end{pmatrix}_{p,2} \\ \begin{pmatrix} \cdot \end{pmatrix}_{p,3} \\ \begin{pmatrix} \cdot \end{pmatrix}_{n,1} \\ \begin{pmatrix} \cdot \end{pmatrix}_{n,2} \\ \begin{pmatrix} \cdot \end{pmatrix}_{n,3} \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

So ergibt sich die folgende zeitkontinuierliche Dynamik

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} i_{DC} &= \overbrace{-\frac{R_{DC} + R_e/3}{L_{DC} + L_e/3}}^{a_{DC}} i_{DC} + \overbrace{\left(-\frac{1}{L_{DC} + L_e/3}\right)}^{b_{DC}} \left(u_{\Sigma,0} - \frac{u_{DC}}{2}\right), \\
 \frac{d}{dt} i_{e,\alpha/\beta} &= \overbrace{-\frac{R_e}{L_e}}^{a_e} i_{e,\alpha/\beta} + \overbrace{\left(-\frac{1}{L_e}\right)}^{b_e} u_{\Sigma,\alpha/\beta}, \\
 \frac{d}{dt} i_{AC,\alpha/\beta} &= \overbrace{-\frac{R_{AC} + R_e/2}{L_{AC} + L_e/2}}^{a_{AC}} i_{AC,\alpha/\beta} + \overbrace{\left(-\frac{1}{2L_{AC} + L_e}\right)}^{b_{AC}} \left(u_{\Delta,\alpha/\beta} + 2u_{AC,\alpha/\beta}\right), \\
 \frac{d}{dt} \underbrace{i_{AC,0}}_{=0} &= 0 + \overbrace{\left(-\frac{1}{2L_{AC} + L_e}\right)}^{b_{AC}} \left(u_{\Delta,0} + 2(u_{AC,0} + u_0)\right),
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

wobei nun die externen DC - und AC -Stromkomponenten voneinander entkoppelt sind und auch die interne Stromdynamik im MMC, getragen durch die Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$, von i_{AC} und i_{DC} entkoppelt ist. [7] Durch die Sternverschaltung der Wechselstromseite gilt für alle Zeitpunkte im Sternpunkt nach Kirchhoff $i_{AC,0} = \frac{1}{3}(i_{AC,1} + i_{AC,2} + i_{AC,3}) = 0$, wodurch die letzte Differentialgleichung sich zu der algebraischen Gleichung $u_{\Delta,0} = -2(u_{AC,0} + u_0)$ vereinfacht. Die Spannungen $u_{\Sigma,0}$, $u_{\Sigma,\alpha/\beta}$ und $u_{\Delta,\alpha/\beta}$ sind die effektiven Eingangsgrößen für diese Stromdynamik.

Da es nicht möglich ist, eine Anlage beliebig fein zeitaufgelöst zu steuern, müssen für die Regelung die Bewegungsgleichungen der linearen eindimensionalen zeitkontinuierlichen Stromdynamik aus (2.23) in zeitdiskrete Form umformuliert werden. Dabei wird die Entwicklung der Stromgrößen sowie der in jedem Arm gespeicherten Kondensatorenergien vom aktuellen Zeitschritt k zum nächsten Zeitschritt $k + 1$ beschrieben. Hierbei sind Δt die Dauer eines Zeitschritts und $u_{\Sigma,0}(k)$, $u_{\Sigma,\alpha/\beta}(k)$ und $u_{\Delta,\alpha/\beta}(k)$ die Eingangsgrößen, welche während eines einzelnen Zeitschritts konstant bleiben. Ob die Eingangsgrößen während der Dauer von Δt konstant bleiben können, hängt ausschließlich von der Dimensionierung von Δt ab.

Der Zeitschritt Δt soll fein genug sein, damit Abweichungen des Energie- und Strom-Verhaltens schnell gesteuert und korrigiert werden können, was die Hauptaufgabe dieser Arbeit ist. Gleichzeitig aber soll Δt groß genug sein, damit die Spannungen aller Submodule eines Arms annähernd gleich sind. Die Spannungsregelung der Submodulspannungen innerhalb eines Arms des MMC (siehe [10]) ist die Aufgabe einer der Energieregulierung unterlagerten Regelung, welche nicht näher in dieser Arbeit behandelt wird. Die geeignete Auswahl des Zeitschritts Δt lässt sich durch eine kurze Betrachtung der Zeitkonstanten der einzelnen Dynamiken begründen. Die hier verwendeten Werte der Systemvariablen sind identisch mit den später im Simulationskapitel verwendeten Werten.

- Für alle Stromdynamiken (DC , AC sowie Kreisstrom) ergeben sich die charakteristischen

Zeitkonstanten, welche in der Größenordnung von τ_{Strom} liegen.

$$\tau_{Strom} \sim \left\{ \frac{L_{DC} + L_e/3}{R_{DC} + R_e/3}, \frac{L_{AC} + L_e/2}{R_{AC} + R_e/2}, \frac{L_e}{R_e} \right\} \sim 10 \dots 100 \text{ ms} \quad (2.24)$$

Die Zeitkonstante der Armenergien wird wie folgt ermittelt:

$$\begin{aligned} \tau_{Arm-E} &\sim \frac{\text{Energie aller Submodule im Arm}}{\text{Leistung durch Arm}} \sim \frac{N_{SM} \frac{C_{SM}}{2} \left(\frac{u_{DC}}{N_{SM}} \right)^2}{ui} \\ &\sim \frac{C_{SM} u_{DC}}{N_{SM} \hat{i}_{AC}} \sim \frac{3 \times 10^{-3} 400 \times 10^3}{200 \cdot 2 \times 10^3} \sim 3 \text{ ms}. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Somit muss die Dauer von Δt für die Regelung der Armenergie- und der Strom-Dynamik um mindestens eine Größenordnung feiner als bei τ_{Arm-E} und τ_{Strom} liegen.

- Für die Spannungsdynamik jedes einzelnen Submoduls kann die charakteristische Zeitkonstante folgendermaßen geschätzt werden

$$\begin{aligned} \tau_{SM} &\sim \frac{\text{Spannungsvariation eines Submoduls}}{\text{Geschwindigkeit der Spannungsänderung eines SMs}} \sim \frac{\Delta u}{i/C_{SM}} \\ &\sim 10^{-2} \frac{u_{DC}}{N_{SM}} \frac{C_{SM}}{i} \sim 10^{-2} \frac{400 \times 10^3}{200} \frac{3 \times 10^{-3}}{2 \times 10^3} \sim 30 \mu\text{s}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Da der zulässige Hub der Submodulspannung Δu für die unterlagerte Submodul-Regelung nur im einstelligen Prozentbereich liegen darf, resultiert $\Delta u \sim 10^{-2} \frac{u_{DC}}{N_{SM}}$. Hierdurch ist gewährleistet, dass die unterlagerte Regelung die Spannungen der einzelnen Kapazitäten innerhalb eines Arms mindestens annähernd gleich halten kann.

Aus den Abschätzungen (2.24), (2.25) und (2.26) ist die passende Wahl für den Zeitschritt Δt für die Energieregulierung dieser Arbeit möglich.

$$\Delta t \sim 0,1 \text{ ms} \quad (2.27)$$

Mit diesem Zeitschritt kann die hier anvisierte Regelung die Dynamik der Armenergien und der Stromkomponenten schnell genug beeinflussen. Gleichzeitig ist Δt groß genug, damit die unterlagerte Regelung ausgeglichene Kondensatorspannungen innerhalb jedem der sechs Arme gewährleisten kann. Somit können die Eingangsgrößen $u_{\Sigma,0}$, $u_{\Sigma,\alpha/\beta}$ und $u_{\Delta,\alpha/\beta}$ während der Dauer Δt als konstant angenommen werden. Gleiches gilt auch für die äußeren DC- und AC-Spannungen, deren Änderungsrate wesentlich langsamer als die Abtastrate Δt der Regelung ist.

Unter diesen Annahmen und der passenden Wahl für den Zeitschritt Δt ist der Wert der Stromkomponenten des aktuellen Zeitschritts mit dem Index k mit dem Wert der Stromkomponenten zum nächsten Zeitschritt mit dem Index $k + 1$ durch die folgenden Beziehungen gege-

ben

$$\begin{aligned}
 i_{e,\alpha/\beta}(k+1) &= a_{ed} i_{e,\alpha/\beta}(k) + b_{ed} u_{\Sigma,\alpha/\beta}(k), \\
 i_{e,0}(k+1) &= a_{DCd} i_{e,0}(k) + \frac{b_{DCd}}{3} \left(u_{\Sigma,0}(k) - \frac{u_{DC}(k)}{2} \right), \\
 i_{AC,\alpha/\beta}(k+1) &= a_{ACd} i_{AC,\alpha/\beta}(k) + b_{ACd} \left(u_{\Delta,\alpha/\beta}(k) + 2u_{AC,\alpha/\beta}(k) \right), \\
 0 = i_{AC,0}(k+1) &= a_{ACd} i_{AC,0}(k) + b_{ACd} \left(u_{\Delta,0}(k) + 2u_{AC,0}(k) + 2u_0(k) \right).
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

Es erfolgt die Diskretisierung der linearen eindimensionalen zeitkontinuierlichen Stromdynamik aus (2.23). Dadurch sind die Konstanten a_{DCd} , a_{ed} , a_{ACd} , b_{DCd} , b_{ed} und b_{ACd} wie folgt definiert

$$\begin{aligned}
 \tau_e &= \frac{L_e}{R_e}, & a_{ed} &= e^{-\Delta t/\tau_e}, & b_{ed} &= -\frac{1}{R_e} (1 - a_{ed}), \\
 \tau_{DC} &= \frac{3L_{DC} + L_e}{3R_{DC} + R_e} = \frac{L'_{DC}}{R'_{DC}}, & a_{DCd} &= e^{-\Delta t/\tau_{DC}}, & \frac{b_{DCd}}{3} &= -\frac{1}{R'_{DC}} (1 - a_{DCd}), \\
 \tau_{AC} &= \frac{2L_{AC} + L_e}{2R_{AC} + R_e} = \frac{L'_{AC}}{R'_{AC}}, & a_{ACd} &= e^{-\Delta t/\tau_{AC}}, & b_{ACd} &= -\frac{1}{R'_{AC}} (1 - a_{ACd}).
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

2.4 Alternative Formulierung der Energiedynamik

Die Umformungen der Spannungen und Ströme in $\alpha / \beta / 0$ und Σ / Δ -Komponenten brachten einige Vereinfachungen für die Formulierung der Stromdynamik. Wegen der Nichtlinearität in der Bewegungsgleichung der Armenergien aufgrund des Produkts aus Armspannung und Armstrom bringt im allgemeinen Fall die Umformung der Energiedynamik (2.5) in Σ / Δ -Komponenten keinen Vorteil für die Dynamik der Armenergien. Wird jedoch der Stromverlauf auf der DC- oder AC-Seite vordefiniert, vereinfacht sich durch die Umformung der Energiedynamik in Σ / Δ -Komponenten die Trennung der noch zu steuernden Armspannungskomponenten. Nachfolgend werden die Energiedynamikgleichungen aus Abschnitt 2.2 transformiert. Zunächst die Summen der Armleistungen

$$\begin{aligned}
 \dot{W}_{p,1} + \dot{W}_{n,1} &= 2(u_{\Sigma,\alpha} + u_{\Sigma,0})(i_{e,\alpha} + i_{e,0}) + \frac{1}{2}(u_{\Delta,\alpha} + u_{\Delta,0})(i_{AC,\alpha}), \\
 \dot{W}_{p,2} + \dot{W}_{n,2} &= 2 \left(-\frac{1}{2}u_{\Sigma,\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}u_{\Sigma,\beta} + u_{\Sigma,0} \right) \left(-\frac{1}{2}i_{e,\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}i_{e,\beta} + i_{e,0} \right) \\
 &\quad + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}u_{\Delta,\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}u_{\Delta,\beta} + u_{\Delta,0} \right) \left(-\frac{1}{2}i_{AC,\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}i_{AC,\beta} \right), \\
 \dot{W}_{p,3} + \dot{W}_{n,3} &= 2 \left(-\frac{1}{2}u_{\Sigma,\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}u_{\Sigma,\beta} + u_{\Sigma,0} \right) \left(-\frac{1}{2}i_{e,\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}i_{e,\beta} + i_{e,0} \right) \\
 &\quad + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}u_{\Delta,\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}u_{\Delta,\beta} + u_{\Delta,0} \right) \left(-\frac{1}{2}i_{AC,\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}i_{AC,\beta} + i_{AC,0} \right),
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

und die Differenzen der Armleistungen

$$\begin{aligned}
 \dot{W}_{p,1} - \dot{W}_{n,1} &= (u_{\Sigma,\alpha} + u_{\Sigma,0}) (i_{AC,\alpha} + i_{AC,0}) + (u_{\Delta,\alpha} + u_{\Delta,0}) (i_{e,\alpha} + i_{e,0}) , \\
 \dot{W}_{p,2} - \dot{W}_{n,2} &= \left(-\frac{1}{2}u_{\Sigma,\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}u_{\Sigma,\beta} + u_{\Sigma,0} \right) \left(-\frac{1}{2}i_{AC,\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}i_{AC,\beta} \right) \\
 &\quad + \left(-\frac{1}{2}u_{\Delta,\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}u_{\Delta,\beta} + u_{\Delta,0} \right) \left(-\frac{1}{2}i_{e,\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}i_{e,\beta} + i_{e,0} \right) , \\
 \dot{W}_{p,3} - \dot{W}_{n,3} &= \left(-\frac{1}{2}u_{\Sigma,\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}u_{\Sigma,\beta} + u_{\Sigma,0} \right) \left(-\frac{1}{2}i_{AC,\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}i_{AC,\beta} \right) \\
 &\quad + \left(-\frac{1}{2}u_{\Delta,\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}u_{\Delta,\beta} + u_{\Delta,0} \right) \left(-\frac{1}{2}i_{e,\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}i_{e,\beta} + i_{e,0} \right) .
 \end{aligned} \tag{2.31}$$

Äquivalent vorzunehmen die Konvertierung in Σ -Komponenten

$$\begin{aligned}
 \dot{W}_{\Sigma,0} &= \frac{1}{6} [(\dot{W}_{p,1} + \dot{W}_{n,1}) + (\dot{W}_{p,2} + \dot{W}_{n,2}) + (\dot{W}_{p,3} + \dot{W}_{n,3})] \\
 &= \frac{1}{2} (u_{\Sigma,\alpha} i_{e,\alpha} + u_{\Sigma,\beta} i_{e,\beta}) + u_{\Sigma,0} i_{e,0} + \frac{1}{8} (u_{\Delta,\alpha} i_{AC,\alpha} + u_{\Delta,\beta} i_{AC,\beta}) , \\
 \dot{W}_{\Sigma,\alpha} &= \frac{1}{6} [2(\dot{W}_{p,1} + \dot{W}_{n,1}) - (\dot{W}_{p,2} + \dot{W}_{n,2}) - (\dot{W}_{p,3} + \dot{W}_{n,3})] \\
 &= \frac{1}{2} (u_{\Sigma,\alpha} i_{e,\alpha} - u_{\Sigma,\beta} i_{e,\beta}) + (u_{\Sigma,0} i_{e,\alpha} + u_{\Sigma,\alpha} i_{e,0}) + \frac{1}{8} (u_{\Delta,\alpha} i_{AC,\alpha} - u_{\Delta,\beta} i_{AC,\beta}) \\
 &\quad + \frac{1}{4} u_{\Delta,0} i_{AC,\alpha} , \\
 \dot{W}_{\Sigma,\beta} &= \frac{1}{2\sqrt{3}} [(\dot{W}_{p,2} + \dot{W}_{n,2}) - (\dot{W}_{p,3} + \dot{W}_{n,3})] \\
 &= \left(-\frac{1}{2}u_{\Sigma,\alpha} + u_{\Sigma,0} \right) i_{e,\beta} + u_{\Sigma,\beta} \left(-\frac{1}{2}i_{e,\alpha} + i_{e,0} \right) \\
 &\quad + \frac{1}{4} \left(\left(-\frac{1}{2}u_{\Delta,\alpha} + u_{\Delta,0} \right) i_{AC,\beta} + u_{\Delta,\beta} \left(-\frac{1}{2}i_{AC,\alpha} \right) \right) ,
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

und Δ -Komponenten

$$\begin{aligned}
 \dot{W}_{\Delta,0} &= \frac{1}{3} [(\dot{W}_{p,1} - \dot{W}_{n,1}) + (\dot{W}_{p,2} - \dot{W}_{n,2}) + (\dot{W}_{p,3} - \dot{W}_{n,3})] \\
 &= \frac{1}{2} (u_{\Sigma,\alpha} i_{AC,\alpha} + u_{\Sigma,\beta} i_{AC,\beta}) + \frac{1}{2} (u_{\Delta,\alpha} i_{e,\alpha} + u_{\Delta,\beta} i_{e,\beta}) + (u_{\Sigma,0} i_{AC,0} + u_{\Delta,0} i_{e,0}) , \\
 \dot{W}_{\Delta,\alpha} &= \frac{1}{3} [2(\dot{W}_{p,1} - \dot{W}_{n,1}) - (\dot{W}_{p,2} - \dot{W}_{n,2}) - (\dot{W}_{p,3} - \dot{W}_{n,3})] \\
 &= \frac{1}{2} (u_{\Sigma,\alpha} i_{AC,\alpha} - u_{\Sigma,\beta} i_{AC,\beta}) + \frac{1}{2} (u_{\Delta,\alpha} i_{e,\alpha} - u_{\Delta,\beta} i_{e,\beta}) \\
 &\quad + (u_{\Sigma,0} i_{AC,\alpha} + u_{\Delta,\alpha} i_{e,0}) + (u_{\Sigma,\alpha} i_{AC,0} + u_{\Delta,0} i_{e,\alpha}) , \\
 \dot{W}_{\Delta,\beta} &= \frac{1}{\sqrt{3}} [(\dot{W}_{p,2} - \dot{W}_{n,2}) - (\dot{W}_{p,3} - \dot{W}_{n,3})] \\
 &= \left(-\frac{1}{2}u_{\Sigma,\alpha} + u_{\Sigma,0} \right) i_{AC,\beta} + u_{\Delta,\beta} \left(-\frac{1}{2}i_{e,\alpha} + i_{e,0} \right) \\
 &\quad + \left(-\frac{1}{2}u_{\Delta,\alpha} + u_{\Delta,0} \right) i_{e,\beta} + u_{\Sigma,\beta} \left(-\frac{1}{2}i_{AC,\alpha} + i_{AC,0} \right) .
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

Analog zur Stromdynamik wird die Energiedynamik zeitdiskretisiert. Unter der bereits beschriebenen Annahme, dass die Eingangsgrößen $u_{\Sigma,\alpha/\beta/0}$ und $u_{\Delta,\alpha/\beta/0}$ über die Dauer eines Zeitschritts Δt konstant sind, kann die Spannung für die Integration der Leistung als Konstante

betrachtet werden. Es verbleibt die Integration des Armstroms über einen Zeitschritt Δt . Zur Berechnung wird die Inverse der Transformationsmatrix $\mathbf{M}_{p/n \leftarrow \Sigma/\Delta} = \mathbf{M}_{\Sigma/\Delta \leftarrow p/n}^{-1}$ aus (2.22) verwendet, um die in Σ/Δ -Komponenten notierte Stromdynamik zu verwenden. $\mathbf{M}(j, :)$ stellt die j -te Zeile der Matrix \mathbf{M} dar. Auch hier gilt der Index $j = 1, \dots, 6 = p1, p2, p3, n1, n2, n3$. Daraus ergibt sich die kompakte Darstellung der zeitdiskreten Energiedynamik (2.34) für jeden Arm des MMC.

$$\begin{aligned}
 W_j(k+1) &= W_j(k) + \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} u_j(t) i_j(t) dt \\
 &= W_j(k) + u_j(k) \mathbf{M}_{p/n \leftarrow \Sigma/\Delta}(j, :) \times \begin{pmatrix} -\frac{L_e}{R_e} (i_{e,\alpha}(k+1) - i_{e,\alpha}(k)) - \frac{\Delta t}{R_e} u_{\Sigma,\alpha}(k) \\ -\frac{L_e}{R_e} (i_{e,\beta}(k+1) - i_{e,\beta}(k)) - \frac{\Delta t}{R_e} u_{\Sigma,\beta}(k) \\ -\frac{L'_{DC}}{R'_{DC}} (i_{e,0}(k+1) - i_{e,0}(k)) - \frac{\Delta t}{R'_{DC}} \left(u_{\Sigma,0}(k) - \frac{u_{DC}(k)}{2} \right) \\ -\frac{L'_{AC}}{R'_{AC}} (i_{AC,\alpha}(k+1) - i_{AC,\alpha}(k)) - \frac{\Delta t}{R'_{AC}} (u_{\Delta,\alpha}(k) + 2u_{AC,\alpha}(k)) \\ -\frac{L'_{AC}}{R'_{AC}} (i_{AC,\beta}(k+1) - i_{AC,\beta}(k)) - \frac{\Delta t}{R'_{AC}} (u_{\Delta,\beta}(k) + 2u_{AC,\beta}(k)) \\ 0 - \frac{\Delta t}{R'_{AC}} (u_{\Delta,0}(k) + 2u_{AC,0}(k) + 2u_0(k)) \end{pmatrix} \quad (2.34)
 \end{aligned}$$

Zusammengefasst aus (2.28) und (2.34) lautet die gesamte zeitdiskrete Dynamik der Strom- und Energie-Komponenten im MMC folgendermaßen

$$\begin{aligned}
 i_{e,\alpha/\beta}(k+1) &= e^{-\Delta t R_e/L_e} i_{e,\alpha/\beta}(k) - \frac{1}{R_e} \left(1 - e^{-\Delta t R_e/L_e} \right) u_{\Sigma,\alpha/\beta}(k), \\
 i_{e,0}(k+1) &= e^{-\Delta t R'_{DC}/L'_{DC}} i_{e,0}(k) - \frac{1}{R'_{DC}} \left(1 - e^{-\Delta t R'_{DC}/L'_{DC}} \right) \left(u_{\Sigma,0}(k) - \frac{u_{DC}(k)}{2} \right), \\
 i_{AC,\alpha/\beta}(k+1) &= e^{-\Delta t R'_{AC}/L'_{AC}} i_{AC,\alpha/\beta}(k) - \frac{1}{R'_{AC}} \left(1 - e^{-\Delta t R'_{AC}/L'_{AC}} \right) \left(u_{\Delta,\alpha/\beta}(k) + 2u_{AC,\alpha/\beta}(k) \right),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_j(k+1) &= W_j(k) + u_j(k) \mathbf{M}_{p/n \leftarrow \Sigma/\Delta}(j, :) \times \\
 &\quad \times \begin{pmatrix} -\frac{L_e}{R_e} (i_{e,\alpha}(k+1) - i_{e,\alpha}(k)) - \frac{\Delta t}{R_e} u_{\Sigma,\alpha}(k) \\ -\frac{L_e}{R_e} (i_{e,\beta}(k+1) - i_{e,\beta}(k)) - \frac{\Delta t}{R_e} u_{\Sigma,\beta}(k) \\ -\frac{L'_{DC}}{R'_{DC}} (i_{e,0}(k+1) - i_{e,0}(k)) - \frac{\Delta t}{R'_{DC}} \left(u_{\Sigma,0}(k) - \frac{u_{DC}(k)}{2} \right) \\ -\frac{L'_{AC}}{R'_{AC}} (i_{AC,\alpha}(k+1) - i_{AC,\alpha}(k)) - \frac{\Delta t}{R'_{AC}} (u_{\Delta,\alpha}(k) + 2u_{AC,\alpha}(k)) \\ -\frac{L'_{AC}}{R'_{AC}} (i_{AC,\beta}(k+1) - i_{AC,\beta}(k)) - \frac{\Delta t}{R'_{AC}} (u_{\Delta,\beta}(k) + 2u_{AC,\beta}(k)) \\ 0 - \frac{\Delta t}{R'_{AC}} (u_{\Delta,0}(k) + 2u_{AC,0}(k) + 2u_0(k)) \end{pmatrix}, \quad (2.35)
 \end{aligned}$$

zusammen mit der algebraischen Beziehung $u_0(k) = -\frac{1}{2}u_{\Delta,0}(k) - u_{AC,0}(k)$ für die Common-Mode-Spannung.

3 Der eingeschwungene Zustand im MMC

Für konstante Spannungen und Ströme auf der Gleichstromseite sowie periodische sinusförmige Spannungen und Ströme auf der Wechselstromseite wird in diesem Kapitel der eingeschwungene Zustand des MMC berechnet. Hierbei erfolgt eine Diskussion über die zu definierenden Bedingungen des eingeschwungenen Zustands und die noch frei zu wählenden Systemvariablen. Aus den geforderten Bedingungen für den eingeschwungenen Zustand werden die Stromkomponenten sowie die sechs Armenenergien in zeitkontinuierlicher wie in zeitdiskreter Form hergeleitet. Die dabei gewählte Betrachtung sowie Herleitung des eingeschwungenen Zustands stützt sich auf den beiden Arbeiten [12] und [2].

3.1 Allgemeine Definition des eingeschwungenen Zustands

Der eingeschwungene Zustand oder 'Steady-State' (im Folgenden durch $^{(ss)}$ gekennzeichnet) definiert sich durch konstante DC-Größen, die Spannung u_{DC} und den Strom i_{DC} , sowie durch die periodische sinusförmige Oszillation mit konstanter Periode T , oder äquivalenterweise konstanter Frequenz $\omega_{AC} = \frac{2\pi}{T}$, der AC-Größen. Sowohl AC-Spannung als auch AC-Strom werden im eingeschwungenen Zustand mit konstanter Amplitude \hat{u}_{AC} und \hat{i}_{AC} betrieben. Zusätzlich wird angenommen, dass die AC-Spannungen symmetrisch betrieben werden, wodurch die drei Phasen um $\frac{T}{3}$ zueinander verschoben sind. Somit gilt im eingeschwungenen Zustand $u_{AC,1}^{(ss)} + u_{AC,2}^{(ss)} + u_{AC,3}^{(ss)} = 0$. Für den AC-Strom gilt $i_{AC,1} + i_{AC,2} + i_{AC,3} = 0$ zu jedem Zeitpunkt, da sich die Ströme im AC-Knotenpunkt per Definition zu Null addieren. Für die äußeren Spannungen auf DC- und AC-Seite gilt daher im eingeschwungenen Zustand der folgende gewünschte Verlauf:

$$\begin{aligned}
 u_{DC}^{(ss)} &= \text{konst}, \\
 \begin{pmatrix} u_{AC,1}^{(ss)} \\ u_{AC,2}^{(ss)} \\ u_{AC,3}^{(ss)} \end{pmatrix} &= \underbrace{\hat{u}_{AC}}_{\text{konst}} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t) \\ \sin(\omega_{AC}t - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\omega_{AC}t + \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \iff \begin{pmatrix} u_{AC,\alpha}^{(ss)} \\ u_{AC,\beta}^{(ss)} \end{pmatrix} = \underbrace{\hat{u}_{AC}}_{\text{konst}} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t) \\ -\cos(\omega_{AC}t) \end{pmatrix} \quad (3.1)
 \end{aligned}$$

Entsprechend äquivalent die DC- und AC -Stromkomponenten:

$$\begin{aligned}
 i_{DC}^{(ss)} &= 3i_{e,0}^{(ss)} = \text{konst}, \\
 \begin{pmatrix} i_{AC,1}^{(ss)} \\ i_{AC,2}^{(ss)} \\ i_{AC,3}^{(ss)} \end{pmatrix} &= \underbrace{\hat{i}_{AC}^{(ss)}}_{\text{konst}} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\ \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC} - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC} + \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \iff \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha}^{(ss)} \\ i_{AC,\beta}^{(ss)} \end{pmatrix} = \underbrace{\hat{i}_{AC}^{(ss)}}_{\text{konst}} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\ -\cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Hierbei beschreibt $\varphi_{i,AC}$ die Phasenverschiebung des AC-Stroms zur AC-Spannung in derselben Phase, wodurch für die effektive AC-Leistung $\dot{W}_{AC,eff} = \frac{3}{2} \hat{u}_{AC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \cos(\varphi_{i,AC})$ gilt. Aufgrund der Periodizität des eingeschwungenen Zustands wird für den Kreisstrom i_e auch eine periodische Zeitabhängigkeit mit konstanter Amplitude (3.3) angesetzt, wobei die Amplitude des Kreisstroms $\hat{i}_e^{(ss)}$ konstant ist und die Frequenz(en) der Kreisstromkomponenten im eingeschwungenen Zustand noch zu bestimmen sind. Im Allgemeinen ist auch eine Superposition von mehreren Harmonischen für den Kreisstrom zulässig. In dieser Arbeit wird ausschließlich nur eine einzige Harmonische mit der Kreisfrequenz $h_e \omega_{AC}$ für die Kreisstromkomponenten $i_{e,\alpha/\beta}^{(ss)}$ betrachtet.

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} i_{e,1}^{(ss)} \\ i_{e,2}^{(ss)} \\ i_{e,3}^{(ss)} \end{pmatrix} &= i_{e,0} + \underbrace{\hat{i}_e^{(ss)}}_{\text{konst}} \begin{pmatrix} \sin(h_e \omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \\ \sin(h_e \omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - h_e \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(h_e \omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + h_e \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \\
 &\iff \begin{pmatrix} i_{e,\alpha}^{(ss)} \\ i_{e,\beta}^{(ss)} \end{pmatrix} = \underbrace{\hat{i}_e^{(ss)}}_{\text{konst}} \begin{pmatrix} \sin(h_e \omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \\ (-1)^{h_e \bmod 3} \cos(h_e \omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Der Term $(-1)^{h_e \bmod 3}$ beschreibt das durch den Faktor h_e festgelegte Vorzeichen. Die Erklärung, weshalb hierzu der *Modulo 3* (Rest nach Division durch 3) verwendet wird, folgt gleich im nächsten Abschnitt zur Auswahl der erlaubten Kreisfrequenzen für die inneren Kreisstromkomponenten im eingeschwungenen Zustand.

Bestimmung der Kreisfrequenz $h_e \omega_{AC}$ des Kreisstroms im eingeschwungenen Zustand

Der Bestimmung der harmonischen Vielfachen $h_e \omega_{AC}$ der Kreisstromkomponenten im eingeschwungenen Zustand liegt zu Grunde, dass die inneren Kreisstromkomponenten zur internen Energieverschiebung zwischen den sechs Armen des MMC dienen, ohne die äußere Stromdynamik auf der DC- und AC-Seite zu beeinflussen. Für perfekt sinusförmige AC-Komponenten mit der Frequenz $1 \cdot \omega_{AC}$ und konstante DC-Komponenten mit der Frequenz $0 \cdot \omega_{AC}$ müssen daher die harmonischen Vielfachen der Kreisstromkomponenten erst bei $2 \cdot \omega_{AC}$ beginnen, damit diese Entkopplung der inneren Stromdynamik von den äußeren AC- und DC-Seiten gewährleistet wird. Zurück zur AC-Seite erlaubt jedoch die endliche Anzahl an N_{SM} Submodulen in jedem

Arm keine perfekte Generierung eines sinusförmigen AC-Spannungsverlaufs, sodass auch andere harmonische Vielfache von ω_{AC} auf der AC-Seite vorkommen. Dies erfordert eine genauere Diskussion, welche harmonischen Vielfachen im eingeschwungenen Zustand für die AC-Ströme und für die Kreisstromkomponenten erlaubt sind.

Zusammengefasst wird ein System mit vorgegebenen äußeren Spannungsamplituden u_{DC} und \hat{u}_{AC} betrachtet. Durch geeignetes Schalten der Submodule sollen die AC-Stromamplitude \hat{i}_{AC} und die AC-Phasenverschiebung $\varphi_{i,AC}$ erreicht werden. Zur Bestimmung der Kreisstromkreisfrequenz $h_e \omega_{AC}$ während des Steady-States wird wie folgt vorgegangen ([9], Kap 4; [16], Kap. 4):

Zunächst ist festzustellen, dass aufgrund der endlichen Anzahl an Submodulen jede Spannung der drei AC-Phasen die Periode $T = 2\pi/\omega_{AC}$ und die Form einer „Stufenpyramide“ $\tilde{c}(t)$ hat. Hierbei entspricht jede Spannungsstufe der Wirkung eines weiteren eingeschalteten Submoduls, vorausgesetzt alle Submodule besitzen die gleiche Spannung. Die AC-Amplitude \hat{u}_{AC} wird also in jeder Phase mit N_{SM} Stufen aufgelöst.

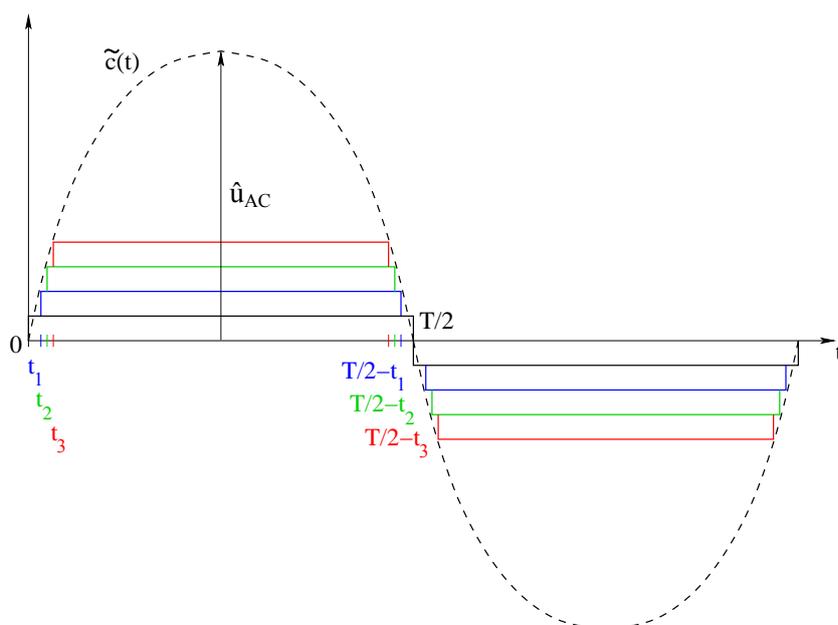


Abbildung 3.1: Spannungsaufbau einer AC-Phase

Da die Spannung periodisch ist, gilt die Fouriersumme $\sum_{k=1}^{N_{SM}} a_k \sin\left(\frac{2\pi}{T} k t\right)$ als gute Näherung der „Stufenpyramide“ $\tilde{c}(t)$ mit den Fourierkoeffizienten a_k gegeben durch

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{4\hat{u}_{AC}}{N_{SM}T} \left[\int_0^{T/2} 1 \sin\left(\frac{2\pi}{T} k t\right) dt + \int_{t_1}^{T/2-t_1} 1 \sin\left(\frac{2\pi}{T} k t\right) dt + \int_{t_2}^{T/2-t_2} 1 \sin\left(\frac{2\pi}{T} k t\right) dt + \dots \right] \\ &= \frac{2\hat{u}_{AC}}{N_{SM}k\pi} \left(1 - (-1)^k\right) \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi k t_1}{T}\right) + \cos\left(\frac{2\pi k t_2}{T}\right) + \dots\right], \end{aligned}$$

wobei, wie aus dem Term $(1 - (-1)^k)$ zu sehen ist, nur die ungeraden $k = 1, 3, 5, 7, 9, \dots$

einen Beitrag zu den AC-Verläufen liefern. Zudem ist zu berücksichtigen, dass die AC-Seite aus drei Phasen besteht, welche bei symmetrischem Betrieb um $T/3$ zueinander verschoben sind.

$$\begin{aligned}
 \tilde{c}(t) &\approx \sum_{k=1}^{N_{SM}} a_k \sin\left(\frac{2\pi}{T} k t\right), \\
 \tilde{c}(t - T/3) &\approx \sum_{k=1}^{N_{SM}} a_k \sin\left(\frac{2\pi}{T} k \left(t - \frac{T}{3}\right)\right) \\
 &= \sum_{k=1}^{N_{SM}} a_k \left[\sin\left(\frac{2\pi}{T} k t\right) \cos\left(\frac{2\pi k}{3}\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{T} k t\right) \sin\left(\frac{2\pi k}{3}\right) \right], \\
 \tilde{c}(t + T/3) &\approx \sum_{k=1}^{N_{SM}} a_k \sin\left(\frac{2\pi}{T} k \left(t + \frac{T}{3}\right)\right) \\
 &= \sum_{k=1}^{N_{SM}} a_k \left[\sin\left(\frac{2\pi}{T} k t\right) \cos\left(\frac{2\pi k}{3}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{T} k t\right) \sin\left(\frac{2\pi k}{3}\right) \right], \quad (3.4)
 \end{aligned}$$

Durch die Definition der AC-Spannungen als symmetrische Wechselspannungen gemäß (3.1) addieren sich die Spannungen in jedem Zeitpunkt des eingeschwungenen Zustands zu Null und es ergibt sich die folgende Beziehung für die möglichen k

$$\tilde{c}(t) + \tilde{c}(t - T/3) + \tilde{c}(t + T/3) = 0 \quad \implies \quad 1 + 2 \cos\left(\frac{2\pi k}{3}\right) = 0. \quad (3.5)$$

Hierdurch sind nur noch Fourierkomponenten mit $k = 1, 5, 7, 11, \dots$ (ungerade Zahlen nicht teilbar durch 3) auf der AC-Seite vorhanden. Dies führt dazu, dass lediglich $h_e = 2, 4, 8, 10, 14, \dots$ (gerade Zahlen nicht teilbar durch 3) keinen Einfluss auf der AC-Seite haben und somit für die Kreisstromkomponenten zulässig sind. Der Grund für den Ausschluss der Vielfachen von 3 ist, dass der zeitveränderliche Teil der Kreisströme und Spannungen auch aus drei Phasen besteht, welche die Bedingung $\tilde{c}_e(t) + \tilde{c}_e(t - T/3) + \tilde{c}_e(t + T/3) = 0$ erfüllen müssen, was analog wie in (3.5) zu $1 + 2 \cos(2\pi h_e/3) = 0$ führt. Damit ist auch sichergestellt, dass der Kreisstrom $i_{e\alpha/\beta}$ keinen Einfluss auf die DC-Seite hat. Hierbei beschreibt der Term $(-1)^{h_e \bmod 3}$ das Vorzeichen, welches sich durch die Auswahl von h_e ergibt.

Abschließend ist zu erwähnen, dass die Vielfachen von 3 nicht gänzlich verschwunden sind, auch wenn sie in keiner der Stromkomponenten erlaut sind. Diese harmonischen Komponenten kommen im eingeschwungenen Zustand in der Gleichtaktspannung $u_0(t)$ vor. Diese hat keinen Einfluss auf die Stromdynamik, wie aus der letzten Gleichung des Gleichungssystems (2.23) zu entnehmen ist. Sie ist aber dennoch relevant für die Dynamik der Energiekomponenten.

Formulierung der Bedingungen an den eingeschwungenen Zustand

Für die vorgegebenen äußeren Spannungen $u_{DC}^{(ss)}$ und $\hat{u}_{AC}^{(ss)}$ und den gewünschten Strom $\hat{i}_{AC}^{(ss)}$ und Phase $\varphi_{i,AC}$, wären die beiden Stromamplituden $\hat{i}_{DC}^{(ss)}$, $\hat{i}_e^{(ss)}$ sowie die Gleichtaktspannung $u_0^{(ss)} = -\frac{1}{2}u_{\Delta 0}^{(ss)}$ im Prinzip frei wählbar. Doch gibt es für den eingeschwungenen Zustand zwei Bedingungen, welche zwei dieser drei wählbaren Variablen festlegen. Die Bedingungen für den Steady-State lauten:

1. Während des eingeschwungenen Zustands bleibt die gesamte Energie im MMC unverändert, das heißt die Energie, die durch die DC-Leitung eingespeist wird, wird an den AC-Verbraucher abgegeben (bis auf die Verluste an den Widerständen). Diese im MMC gespeicherte Energie ist beschrieben durch die folgende Energiekomponente

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\Sigma,0}^{(ss)} \stackrel{(def)}{=} 0 &= \frac{1}{6} \sum_{j=1}^3 \left(u_{p,j}^{(ss)} i_{p,j}^{(ss)} + u_{n,j}^{(ss)} i_{n,j}^{(ss)} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(u_{\Sigma,\alpha}^{(ss)} i_{e,\alpha}^{(ss)} + u_{\Sigma,\beta}^{(ss)} i_{e,\beta}^{(ss)} \right) + u_{\Sigma,0}^{(ss)} i_{e,0}^{(ss)} + \frac{1}{8} \left(u_{\Delta,\alpha}^{(ss)} i_{AC,\alpha}^{(ss)} + u_{\Delta,\beta}^{(ss)} i_{AC,\beta}^{(ss)} \right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

2. Die Differenz zwischen der in den drei oberen Armen gespeicherten Energie und der in den drei unteren Armen ist zu jedem Zeitpunkt konstant. Hierdurch wird eine symmetrische Energieverteilung im MMC sichergestellt.

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\Delta,0}^{(ss)} \stackrel{(def)}{=} 0 &= \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 \left(u_{p,j}^{(ss)} i_{p,j}^{(ss)} - u_{n,j}^{(ss)} i_{n,j}^{(ss)} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(u_{\Sigma,\alpha}^{(ss)} i_{AC,\alpha}^{(ss)} + u_{\Sigma,\beta}^{(ss)} i_{AC,\beta}^{(ss)} \right) + \frac{1}{2} \left(u_{\Delta,\alpha}^{(ss)} i_{e,\alpha}^{(ss)} + u_{\Delta,\beta}^{(ss)} i_{e,\beta}^{(ss)} \right) + u_{\Delta,0}^{(ss)} i_{e,0}^{(ss)}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Im Folgenden wird diskutiert, welche Werte für die Amplitude des DC-Stroms $\hat{i}_{DC}^{(ss)}$, der Kreisstromamplitude $\hat{i}_e^{(ss)}$ und deren Phasenverschiebung $\varphi_{i,e}$ und die Gleichtaktspannung $u_0^{(ss)} = -\frac{1}{2}u_{\Delta,0}^{(ss)}$ im eingeschwungenen Zustand gestellt werden müssen, um beide Bedingungen zu erfüllen. Zunächst wird dies für den zeitkontinuierlichen Fall (Idealfall einer beliebig feinen Zeitauflösung der Stellung der Eingangsgrößen) berechnet und dann entsprechend zeitdiskret (Realfall einer digitalen Steuerung) verallgemeinert. Für die beiden Fälle werden zur besseren Lesbarkeit der Ergebnisse nur die resultierenden Beziehungen dargestellt. Eine genaue Herleitung befindet sich im Anhang A, ab Seite 111 für die zeitkontinuierliche Formulierung und ab Seite 116 für die zeitdiskrete Form der Dynamik.

3.2 Zeitkontinuierliche Formulierung des eingeschwungenen Zustands

Für vorgegebene äußere Spannungen auf den DC - und AC -Seiten und bei einem MMC als DC - AC -Converter wird ein bestimmter Verlauf des AC -Stroms im eingeschwungenen Zustand erfordert. Aus den gerade eingeführten zwei definierenden Bedingungen für den Steady-State werden die Amplitude des DC -Stroms sowie die Gleichtaktspannung festgelegt. Frei bleibt ausschließlich die Form der Kreisstromkomponenten. Für die Dynamikformulierung, wo die Eingangsgrößen mit einer beliebig feinen Taktung Einfluss auf die Dynamik haben können, und bei der Wahl $h_e = 2$ ergeben sich für alle Ströme und Spannungen in den sechs Zweigen des MMC während des Steady-States folgende Beziehungen

$$\begin{aligned} i_i^{(ss)}(t) &= a_0 + a_1 \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{1,i}) + a_2 \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{2,i}), \\ u_i^{(ss)}(t) &= \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 \sin(\omega_{AC}t + \tilde{\varphi}_{1,i}) + \tilde{a}_2 \sin(2\omega_{AC}t + \tilde{\varphi}_{2,i}) + \tilde{a}_3 \sin(3\omega_{AC}t + \tilde{\varphi}_{3,i}), \end{aligned} \quad (3.8)$$

wobei für die Armindizes $i = \{p1, p2, p3, n1, n2, n3\}$ gilt, zusammen mit

$$\begin{aligned} a_0 &= i_{e,0}^{(ss)}, \quad a_1 = \frac{1}{2} \hat{i}_{AC}^{(ss)}, \quad a_2 = \hat{i}_e^{(ss)}, \\ \tilde{a}_0 &= \frac{u_{DC}^{(ss)}}{2} - R'_{DC} i_{e,0}^{(ss)}, \\ \tilde{a}_1 &= -\frac{1}{2} \left[\left(2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \right)^2 + \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)} \right)^2 \left(R'_{AC}{}^2 + (\omega_{AC} L'_{AC})^2 \right) + 4\hat{u}_{AC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \left(R'_{AC} \cos \varphi_{i,AC} - \omega_{AC} L'_{AC} \sin \varphi_{i,AC} \right) \right]^{1/2}, \\ \tilde{a}_2 &= -\hat{i}_e^{(ss)} \sqrt{R_e^2 + (2\omega_{AC} L_e)^2}, \\ \tilde{a}_3 &= -\frac{\hat{i}_e^{(ss)}}{4\hat{i}_{e,0}^{(ss)}} \left[\left(2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \right)^2 + \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)} \right)^2 \left((R_e + R'_{AC})^2 + (2\omega_{AC} L_e + \omega_{AC} L'_{AC})^2 \right) \right. \\ &\quad \left. + 4\hat{u}_{AC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \left((R_e + R'_{AC}) \cos \varphi_{i,AC} - (2\omega_{AC} L_e + \omega_{AC} L'_{AC}) \sin \varphi_{i,AC} \right) \right]^{1/2}, \\ \begin{pmatrix} \varphi_{1,p1} \\ \varphi_{1,p2} \\ \varphi_{1,p3} \\ \varphi_{1,n1} \\ \varphi_{1,n2} \\ \varphi_{1,n3} \end{pmatrix} &= \varphi_{i,AC} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{2\pi}{3} \\ +\frac{2\pi}{3} \\ \pi \\ \frac{\pi}{3} \\ \frac{5\pi}{3} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \varphi_{2,p1} \\ \varphi_{2,p2} \\ \varphi_{2,p3} \\ \varphi_{2,n1} \\ \varphi_{2,n2} \\ \varphi_{2,n3} \end{pmatrix} = \varphi_{i,e} + \begin{pmatrix} 0 \\ +\frac{2\pi}{3} \\ -\frac{2\pi}{3} \\ 0 \\ +\frac{2\pi}{3} \\ -\frac{2\pi}{3} \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{1,p1} \\ \tilde{\varphi}_{1,p2} \\ \tilde{\varphi}_{1,p3} \\ \tilde{\varphi}_{1,n1} \\ \tilde{\varphi}_{1,n2} \\ \tilde{\varphi}_{1,n3} \end{pmatrix} &= \arctan \left(\frac{\hat{i}_{AC}^{(ss)} \left(R'_{AC} \sin \varphi_{i,AC} + \omega_{AC} L'_{AC} \cos \varphi_{i,AC} \right)}{2\hat{u}_{AC}^{(ss)} + \hat{i}_{AC}^{(ss)} \left(R'_{AC} \cos \varphi_{i,AC} - \omega_{AC} L'_{AC} \sin \varphi_{i,AC} \right)} \right) + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{2\pi}{3} \\ +\frac{2\pi}{3} \\ \pi \\ \frac{\pi}{3} \\ \frac{5\pi}{3} \end{pmatrix}, \\ &= \varphi_{i,AC} + \arctan \left(\frac{-2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \sin \varphi_{i,AC} + \hat{i}_{AC}^{(ss)} \omega_{AC} L'_{AC}}{2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC} + \hat{i}_{AC}^{(ss)} R'_{AC}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{2,p1} \\ \tilde{\varphi}_{2,p2} \\ \tilde{\varphi}_{2,p3} \\ \tilde{\varphi}_{2,n1} \\ \tilde{\varphi}_{2,n2} \\ \tilde{\varphi}_{2,n3} \end{pmatrix} = \varphi_{i,e} + \arctan\left(\frac{2\omega_{AC}L_e}{R_e}\right) + \begin{pmatrix} 0 \\ +\frac{2\pi}{3} \\ -\frac{2\pi}{3} \\ 0 \\ +\frac{2\pi}{3} \\ -\frac{2\pi}{3} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{3,p1} \\ \tilde{\varphi}_{3,p2} \\ \tilde{\varphi}_{3,p3} \\ \tilde{\varphi}_{3,n1} \\ \tilde{\varphi}_{3,n2} \\ \tilde{\varphi}_{3,n3} \end{pmatrix} = \varphi_{i,e} + \frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{\hat{i}_{AC}^{(ss)}((R_e + R'_{AC}) \sin \varphi_{i,AC} + (2\omega_{AC}L_e + \omega_{AC}L'_{AC}) \cos \varphi_{i,AC})}{2\hat{u}_{AC}^{(ss)} + \hat{i}_{AC}^{(ss)}((R_e + R'_{AC}) \cos \varphi_{i,AC} - (2\omega_{AC}L_e + \omega_{AC}L'_{AC}) \sin \varphi_{i,AC})}\right) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \pi \\ \pi \\ \pi \end{pmatrix}.$$

$$= \varphi_{i,AC} + \arctan\left(\frac{2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC} + \hat{i}_{AC}^{(ss)}(R_e + R'_{AC})}{2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \sin \varphi_{i,AC} - \hat{i}_{AC}^{(ss)}(2\omega_{AC}L_e + \omega_{AC}L'_{AC})}\right)$$

Die entsprechenden Energiekomponenten, welche im eingeschwungenen Zustand in jedem der sechs Zweige gespeichert sind, ergeben sich aus der Integration der Leistungskomponenten und lauten, wieder für $h_e = 2$, folgendermaßen

$$\begin{aligned}
 W_i^{(ss)}(t) = & C_i - \frac{\tilde{a}_1 a_0}{\omega_{AC}} \cos(\omega_{AC}t + \tilde{\varphi}_{1,i}) - \frac{a_1 \tilde{a}_0}{\omega_{AC}} \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{1,i}) \\
 & + \frac{\tilde{a}_2 a_1}{2\omega_{AC}} \sin(\omega_{AC}t + \tilde{\varphi}_{2,i} - \varphi_{1,i}) + \frac{a_2 \tilde{a}_1}{2\omega_{AC}} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{2,i} - \tilde{\varphi}_{1,i}) \\
 & + \frac{\tilde{a}_3 a_2}{2\omega_{AC}} \sin(\omega_{AC}t + \tilde{\varphi}_{3,i} - \varphi_{2,i}) \\
 & - \frac{\tilde{a}_2 a_0}{2\omega_{AC}} \cos(2\omega_{AC}t + \tilde{\varphi}_{2,i}) - \frac{a_2 \tilde{a}_0}{2\omega_{AC}} \cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{2,i}) \\
 & - \frac{\tilde{a}_1 a_1}{4\omega_{AC}} \sin(2\omega_{AC}t + \tilde{\varphi}_{1,i} + \varphi_{1,i}) + \frac{\tilde{a}_3 a_1}{4\omega_{AC}} \sin(2\omega_{AC}t + \tilde{\varphi}_{3,i} - \varphi_{1,i}) \\
 & - \frac{\tilde{a}_3 a_0}{3\omega_{AC}} \cos(3\omega_{AC}t + \tilde{\varphi}_{3,i}) - \frac{\tilde{a}_2 a_1}{6\omega_{AC}} \sin(3\omega_{AC}t + \tilde{\varphi}_{2,i} + \varphi_{1,i}) \\
 & - \frac{a_2 \tilde{a}_1}{6\omega_{AC}} \sin(3\omega_{AC}t + \varphi_{2,i} + \tilde{\varphi}_{1,i}) \\
 & - \frac{\tilde{a}_3 a_1}{8\omega_{AC}} \sin(4\omega_{AC}t + \tilde{\varphi}_{3,i} + \varphi_{1,i}) - \frac{\tilde{a}_2 a_2}{8\omega_{AC}} \sin(4\omega_{AC}t + \tilde{\varphi}_{2,i} + \varphi_{2,i}) \\
 & - \frac{\tilde{a}_3 a_2}{10\omega_{AC}} \sin(5\omega_{AC}t + \tilde{\varphi}_{3,i} + \varphi_{2,i}). \tag{3.9}
 \end{aligned}$$

Wie bereits erwähnt befindet sich die detaillierte Herleitung dieser Gleichungen (3.8) und (3.9) im Anhang auf Seite 111. Der noch zu bestimmende Wert der Integrationskonstante C_i in (3.9) ergibt sich durch die Bedingung, dass die durchschnittliche Zweigenergie über eine volle AC-Periode für jeden Zweig gleich und konstant ist.

$$\begin{aligned}
 \frac{\omega_{AC}}{2\pi} \int_{t=0}^{t=2\pi/\omega_{AC}} W_j^{(ss)}(t) dt = \text{constant} &= \frac{C_m}{2} \left(v_C u_{DC}^{(ss)}\right)^2 \quad \forall j = 1, \dots, 6, \\
 \implies C_j = \frac{C_m}{2} \left(v_C u_{DC}^{(ss)}\right)^2 &\quad \forall j = 1, \dots, 6,
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

mit $v_C > 1$ und $C_m = \frac{C_{SM}}{N_{SM}}$, C_{SM} der Kapazität in jedem Submodul und N_{SM} der Anzahl an Submodulen pro Zweig. Der Faktor v_C beschreibt zusammen mit der DC -Spannung, wie viel Energie über eine AC -Periode in Mittelung in jedem Arm vorhanden ist.

$$\begin{aligned} \overline{W}_j^{(ss)} &= \frac{1}{T} \int_0^T W_j^{(ss)}(t) dt = N_{SM} \frac{C_{SM}}{2} \overbrace{\left(\frac{v_C u_{DC}}{N_{SM}} \right)^2}^{\text{mittleres Spannungsniveau an jedem der } N_{SM} \text{ Kondensatoren}} \\ &= \frac{1}{2} \frac{C_{SM}}{N_{SM}} (v_C u_{DC})^2 = \frac{C_m}{2} (v_C u_{DC})^2 \end{aligned} \quad (3.11)$$

3.3 Zeitdiskrete Formulierung des eingeschwungenen Zustands

Die vorherige Diskussion des eingeschwungenen Zustands ist lediglich gültig im idealen Fall, wo die Eingangsgrößen beliebig fein in ihrer Zeitauflösung gestellt werden können und die Dynamik genauso fein aufgelöst darauf reagieren kann. Im realen Fall, wo die Dynamik nur an bestimmten diskreten Zeitaugenblicken die gestellten Eingangsgrößen „aufnehmen“ kann, werden die Bewegungsgleichungen nicht mehr durch zeitkontinuierliche Differentialgleichungen, sondern durch an diskreten Zeitschritten definierte algebraische Gleichungen beschrieben. Somit müssen die zwei definierenden Bedingungen des eingeschwungenen Zustands (analog zu (3.6) und (3.7)) in geeigneter zeitdiskreter Form umformuliert werden:

1. Während des eingeschwungenen Zustands bleibt die gesamte Energie im MMC unverändert, das heißt die Energie, die durch die DC -Leitung eingespeist wird, wird an den AC -Verbraucher abgegeben (bis auf die Verluste an den Widerständen). Dies, bezogen auf zwei nacheinander folgende Zeitschritte, lautet mathematisch

$$\int_t^{t+\Delta t} \dot{W}_{\Sigma,0}^{(ss)} dt = 0 \Leftrightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss)}(t) = W_{\Sigma,0}^{(ss)}(t + \Delta t), \quad (3.12)$$

dabei stellt Δt die Dauer eines einzelnen diskreten Zeitschritts dar.

2. Die Differenz zwischen der in den drei oberen Armen gespeicherten Energie und der in den drei unteren Armen ist zu jedem Zeitpunkt konstant. Hierdurch wird eine symmetrische Energieverteilung im MMC sichergestellt. Analog zu (3.12) wird dies zeitdiskret folgenderweise umformuliert

$$\int_t^{t+\Delta t} \dot{W}_{\Delta,0}^{(ss)} dt = 0 \Leftrightarrow W_{\Delta,0}^{(ss)}(t) = W_{\Delta,0}^{(ss)}(t + \Delta t). \quad (3.13)$$

Die Aufgabe ist nun analog wie bei der zeitkontinuierlichen Formulierung der MMC-Dynamik: Für vorgegebene äußere Spannungen auf den DC - und AC -Seiten und bei einem MMC als DC - AC -Converter wird ein bestimmter Verlauf des AC -Stroms im eingeschwungenen Zustand erfordert. Aus den gerade umformulierten zwei definierenden Bedingungen für den Steady-

State werden die Amplitude des DC -Stroms sowie die Gleichtaktspannung festgelegt. Frei bleibt ausschließlich die Form der Kreisstromkomponenten. Bei der Wahl $h_e = 2$ ergeben sich für alle Ströme und Spannungen in den sechs Zweigen des MMC während des Steady-States folgende Beziehungen

$$\begin{aligned} i_j^{(ss)}(k) &= a_0 + a_1 \sin(\omega_{AC}k\Delta t + \varphi_{1,j}) + a_2 \sin(h_e\omega_{AC}k\Delta t + \varphi_{2,j}), \\ u_j^{(ss)}(k) &= \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 \sin(\omega_{AC}k\Delta t + \tilde{\varphi}_{1,j}) + \tilde{a}_2 \sin(h_e\omega_{AC}k\Delta t + \tilde{\varphi}_{2,j}) + \tilde{a}_3 \sin(3\omega_{AC}k\Delta t + \tilde{\varphi}_{3,j}). \end{aligned} \quad (3.14)$$

Ähnlich wie (3.8) in der zeitkontinuierlichen Formulierung gilt hier wie folgt

$$\begin{aligned} a_{DCd} &= e^{-\Delta t R'_{DC}/L'_{DC}}, \quad a_{ACd} = e^{-\Delta t R'_{AC}/L'_{AC}}, \quad a_{ed} = e^{-\Delta t R_e/L_e}, \\ \frac{b_{DCd}}{3} &= \frac{a_{DCd} - 1}{R'_{DC}}, \quad b_{ACd} = \frac{a_{ACd} - 1}{R'_{AC}}, \quad b_{ed} = \frac{a_{ed} - 1}{R_e}, \\ \kappa_{i,e} &= -\frac{b_{ed}L_e}{\Delta t}, \quad \kappa_{u,e} = \frac{1}{R_e}(\kappa_{i,e} - 1), \\ \kappa_{i,DC} &= -\frac{b_{DCd}L'_{DC}}{3\Delta t}, \quad \kappa_{u,DC} = \frac{1}{R'_{DC}}(\kappa_{i,DC} - 1), \\ \kappa_{i,AC} &= -\frac{b_{ACd}L'_{AC}}{\Delta t}, \quad \kappa_{u,AC} = \frac{1}{R'_{AC}}(\kappa_{i,AC} - 1), \\ a_0 &= i_{e,0}^{(ss)} = \frac{i_{DC}^{(ss)}}{3}, \quad a_1 = \frac{\hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2}, \quad a_2 = \hat{i}_e^{(ss)}, \\ \tilde{a}_0 &= \frac{1}{2}u_{DC}^{(ss)} + \frac{1 - a_{DCd}}{b_{DCd}}i_{DC}^{(ss)}, \\ \tilde{a}_1 &= -\frac{1}{2} \left\{ \left(2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \right)^2 + \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)} \right)^2 \left[\left(\frac{\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}} \right)^2 + \left(\frac{\sin(\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ACd}} \right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + 4\hat{u}_{AC}^{(ss)}\hat{i}_{AC}^{(ss)} \left[-\left(\frac{\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}} \right) \cos\varphi_{i,AC} + \left(\frac{\sin(\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ACd}} \right) \sin\varphi_{i,AC} \right] \right\}^{1/2}, \\ \tilde{a}_2 &= -\hat{i}_e^{(ss)} \sqrt{\left(\frac{\cos(2\omega_{AC}\Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}} \right)^2 + \left(\frac{\sin(2\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ed}} \right)^2}, \\ \tilde{\zeta}_a &= -\kappa_{i,e}2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \cos\varphi_{i,AC} + \hat{i}_{AC}^{(ss)} \left(\kappa_{i,e} \frac{\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}} + \kappa_{i,AC} \frac{\cos(2\omega_{AC}\Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}} \right) \\ &\quad - \kappa_{u,e}2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \left(\frac{\sin(2\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ed}} \sin\varphi_{i,AC} + \frac{\cos(2\omega_{AC}\Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}} \cos\varphi_{i,AC} \right) \\ &\quad + (\kappa_{u,AC} + \kappa_{u,e})\hat{i}_{AC}^{(ss)} \left(\frac{\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}} \frac{\cos(2\omega_{AC}\Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}} - \frac{\sin(\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ACd}} \frac{\sin(2\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ed}} \right), \\ \tilde{\zeta}_b &= -\kappa_{i,e}2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \sin\varphi_{i,AC} - \hat{i}_{AC}^{(ss)} \left(\kappa_{i,e} \frac{\sin(\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ACd}} + \kappa_{i,AC} \frac{\sin(2\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ed}} \right) \\ &\quad + \kappa_{u,e}2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \left(-\frac{\cos(2\omega_{AC}\Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}} \sin\varphi_{i,AC} + \frac{\sin(2\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ed}} \cos\varphi_{i,AC} \right) \\ &\quad - (\kappa_{u,AC} + \kappa_{u,e})\hat{i}_{AC}^{(ss)} \left(\frac{\sin(\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ACd}} \frac{\cos(2\omega_{AC}\Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}} + \frac{\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}} \frac{\sin(2\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ed}} \right), \\ \tilde{a}_3 &= -\frac{\hat{i}_e^{(ss)}}{4i_{e,0}^{(ss)}} \frac{\sqrt{\tilde{\zeta}_a^2 + \tilde{\zeta}_b^2}}{\kappa_{i,DC} + \kappa_{u,DC} \frac{1 - a_{DCd}}{b_{DCd}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} \varphi_{1,p1} \\ \varphi_{1,p2} \\ \varphi_{1,p3} \\ \varphi_{1,n1} \\ \varphi_{1,n2} \\ \varphi_{1,n3} \end{pmatrix} &= \varphi_{i,AC} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{2\pi}{3} \\ +\frac{2\pi}{3} \\ \pi \\ \frac{\pi}{3} \\ \frac{5\pi}{3} \end{pmatrix}, \\
 \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{1,p1} \\ \tilde{\varphi}_{1,p2} \\ \tilde{\varphi}_{1,p3} \\ \tilde{\varphi}_{1,n1} \\ \tilde{\varphi}_{1,n2} \\ \tilde{\varphi}_{1,n3} \end{pmatrix} &= \varphi_{i,AC} + \arctan \left(\underbrace{\frac{-2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \sin \varphi_{i,AC} - \frac{\hat{i}_{AC}^{(ss)}}{b_{ACd}} \sin(\omega_{AC}\Delta t)}{2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC} - \frac{\hat{i}_{AC}^{(ss)}}{b_{ACd}} (\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd})}}_{\delta\tilde{\varphi}_1} \right) + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{2\pi}{3} \\ +\frac{2\pi}{3} \\ \pi \\ \frac{\pi}{3} \\ \frac{5\pi}{3} \end{pmatrix}, \\
 \begin{pmatrix} \varphi_{2,p1} \\ \varphi_{2,p2} \\ \varphi_{2,p3} \\ \varphi_{2,n1} \\ \varphi_{2,n2} \\ \varphi_{2,n3} \end{pmatrix} &= \varphi_{i,e} + \begin{pmatrix} 0 \\ +\frac{2\pi}{3} \\ -\frac{2\pi}{3} \\ 0 \\ +\frac{2\pi}{3} \\ -\frac{2\pi}{3} \end{pmatrix}, \\
 \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{2,p1} \\ \tilde{\varphi}_{2,p2} \\ \tilde{\varphi}_{2,p3} \\ \tilde{\varphi}_{2,n1} \\ \tilde{\varphi}_{2,n2} \\ \tilde{\varphi}_{2,n3} \end{pmatrix} &= \varphi_{i,e} + \arctan \left(\underbrace{\frac{\frac{\sin(2\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ed}}}{\frac{\cos(2\omega_{AC}\Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}}}}_{\delta\tilde{\varphi}_2} \right) + \begin{pmatrix} 0 \\ +\frac{2\pi}{3} \\ -\frac{2\pi}{3} \\ 0 \\ +\frac{2\pi}{3} \\ -\frac{2\pi}{3} \end{pmatrix}, \\
 \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{3,p1} \\ \tilde{\varphi}_{3,p2} \\ \tilde{\varphi}_{3,p3} \\ \tilde{\varphi}_{3,n1} \\ \tilde{\varphi}_{3,n2} \\ \tilde{\varphi}_{3,n3} \end{pmatrix} &= \varphi_{i,e} + \varphi_{i,AC} + \underbrace{\arctan \left(\frac{\xi_a}{\xi_b} \right)}_{\delta\tilde{\varphi}_3} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \pi \\ \pi \\ \pi \end{pmatrix},
 \end{aligned}$$

Die Gleichungen für die Energiekomponenten in den sechs Zweigen während des eingeschwungenen Zustands werden gegeben durch die gleiche Beziehung wie in der zeitkontinuierlichen Formulierung (3.9), diesmal jedoch mit den Spannungsamplituden $\tilde{a}_{0/1/2/3}$ aus (3.14) und mit den folgenden Änderungen in den Stromamplituden $a_{0/1/2}$ und ihren entsprechenden Phasen $\varphi_{1/2}$

$$\begin{aligned}
 W_j^{(ss)}(t) &\rightarrow W_j^{(ss)}(k), \\
 a_0 &\rightarrow a'_0 = i_{e,0}^{(ss)} \left(\kappa_{i,DC} + \kappa_{u,DC} \frac{1 - a_{DCd}}{b_{DCd}} \right), \\
 a_1 &\rightarrow a'_1 = \frac{\hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2} \left\{ \kappa_{i,AC}^2 + \kappa_{u,AC}^2 \left[\left(\frac{\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}} \right)^2 + \left(\frac{\sin(\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ACd}} \right)^2 \right] \right. \\
 &\quad \left. + 2\kappa_{i,AC}\kappa_{u,AC} \left(\frac{\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}} \right) \right\}^{1/2},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_2 \rightarrow a'_2 &= \hat{i}_e^{(ss)} \left\{ \kappa_{i,e}^2 + \kappa_{u,e}^2 \left[\left(\frac{\cos(2\omega_{AC}\Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}} \right)^2 + \left(\frac{\sin(2\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ed}} \right)^2 \right] \right. \\
 &\quad \left. + 2\kappa_{i,e}\kappa_{u,e} \left(\frac{\cos(2\omega_{AC}\Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}} \right) \right\}^{(1/2)}, \\
 \varphi_{1,j} \rightarrow \varphi'_{1,j} &= \varphi_{1,j} + \underbrace{\arctan \left(\frac{\kappa_{u,AC} \frac{\sin(\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ACd}}}{\kappa_{i,AC} + \kappa_{u,AC} \frac{\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}}} \right)}_{\delta\varphi'_1}, \\
 \varphi_{2,j} \rightarrow \varphi'_{2,j} &= \varphi_{2,j} + \underbrace{\arctan \left(\frac{\kappa_{u,e} \frac{\sin(2\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ed}}}{\kappa_{i,e} + \kappa_{u,e} \frac{\cos(2\omega_{AC}\Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}}} \right)}_{\delta\varphi'_2}, \\
 \frac{\cos(\omega_{AC}t + \varphi)}{\omega} &\rightarrow \left[\cos(\omega k\Delta t + \varphi) \frac{\Delta t}{2 \tan\left(\omega \frac{\Delta t}{2}\right)} + \sin(\omega k\Delta t + \varphi) \frac{\Delta t}{2} \right], \\
 \frac{\sin(\omega_{AC}t + \varphi)}{\omega} &\rightarrow \left[\sin(\omega k\Delta t + \varphi) \frac{\Delta t}{2 \tan\left(\omega \frac{\Delta t}{2}\right)} - \cos(\omega k\Delta t + \varphi) \frac{\Delta t}{2} \right]. \tag{3.15}
 \end{aligned}$$

Die detaillierte Herleitung dieser Gleichungen (3.14) und (3.15) befindet sich im Anhang auf Seite 116. Die Integrationskonstante C_i in den Energiekomponenten wird wieder mittels der Beziehung (3.10) definiert.

3.4 Vergleich der zeitkontinuierlichen und -diskreten Formulierungen

Nun sollen beide Formulierungen des eingeschwungenen Zustands mittels numerischer Simulationen untersucht werden. Zunächst, und für eine frei gewählte Kreisstromamplitude $\hat{i}_e^{(ss)}$ und Kreisstromphase $\varphi_{i,e}$, werden in beiden Formulierungen (zeitkontinuierlich wie zeitdiskret) aus den beiden Bedingungen an den eingeschwungenen Zustand (3.6) & (3.7) oder (3.12) & (3.13) die Amplituden des DC-Stroms $i_{DC}^{(ss)}$ und der Spannung $u_{\Delta,0}^{(ss)}$ berechnet. Daraus ergeben sich die Sollwerte für die Armströme $i_{p/n,1/2/3}^{(ss)}$ und der Armenergien $W_{p/n,1/2/3}^{(ss)}$ sowie die dazugehörigen Stellwerte der Armspannungen $u_{p/n,1/2/3}^{(ss)}$ für beide Formulierungen.

Von Außen vorgegeben:	$u_{DC}^{(ss)}$ und $\hat{u}_{AC}^{(ss)}$
Gewünscht/erfordert:	$i_{AC}^{(ss)}$ und $\varphi_{i,AC}$
Frei wählbare Parameter:	$\hat{i}_e^{(ss)}$ und $\varphi_{i,e}$
noch zu bestimmende Parameter:	$i_{DC}^{(ss)}$ und $u_{\Delta,0}^{(ss)}$

	zeitkontinuierlich	zeitdiskret
Die beiden Bedingungen des eingeschwungenen Zu- stands	(3.6) und (3.7) $\dot{W}_{\Sigma,0}^{(ss)} = 0 = \dot{W}_{\Delta,0}^{(ss)}$	(3.12) und (3.13) $W_{\Sigma/\Delta,0}^{(ss)}(t) = W_{\Sigma/\Delta,0}^{(ss)}(t + \Delta t)$
$u_{p/n,1/2/3}^{(ss)} / i_{p/n,1/2/3}^{(ss)}$	(3.8)	(3.14)
$W_{p/n,1/2/3}^{(ss)}$	(3.9)	(3.15)

Tabelle 3.1: Vergleich der zeitkontinuierlichen und -diskreten Formulierung

Anschließend werden die jeweils gewonnenen Armspannungen $u_{p/n,1/2/3}^{(ss)}$ als Eingangsgrößen zur Steuerung der gesamten (zeitdiskreten) Systemdynamik (2.35) eingesetzt, um damit die resultierenden Werte der Armströme $i_{p/n,1/2/3}^{(result)}$ und der Armenergien $W_{p/n,1/2/3}^{(result)}$ mit den errechneten Sollwerten der Armströme $i_{p/n,1/2/3}^{(ss)}$ und der Armenergien $W_{p/n,1/2/3}^{(ss)}$ zu vergleichen. Der Zeitschritt beträgt $\Delta t = 0.1 \text{ ms} = 10^{-4} \text{ s}$. Dies wird sowohl für die Eingänge $u_{p/n,1/2/3}^{(ss)}$ aus der zeitkontinuierlichen Formulierung des eingeschwungenen Zustands wie für die Eingänge $u_{p/n,1/2/3}^{(ss)}$ aus der zeitdiskreten Formulierung des eingeschwungenen Zustands durchgeführt.

Betrachtet wird nun das DC-AC-Übertragungssystem aus Abbildung 2.5 mit der DC-Spannung $u_{DC}^{(ss)} = 400 \text{ kV}$, einer AC-Spannung $\hat{u}_{AC}^{(ss)} = 150 \text{ kV}$ und der gewünschten Stromamplitude $\hat{i}_{AC}^{(ss)} = 2 \text{ kA}$ und Phase $\varphi_{i,AC} = 30^\circ$. Für die Kreisstromamplitude $\hat{i}_e^{(ss)} = 0 \text{ A}$ und die beliebige Phase $\varphi_{i,e}$ ergibt sich eine DC-Stromamplitude von $i_{DC}^{(ss)} = 1 \text{ kA}$. Die Simulation der beiden Formulierungen des eingeschwungenen Zustands zeigt, dass die gewünschten Werte der AC-Seite vollständig erreicht werden und die Energien im MMC einen periodischen symmetrierten Zustand wie gewünscht einnehmen. Die Sollwerte der Armströme $i_{p/n,1/2/3}^{(ss,kont.)}$ und Armenergien $W_{p/n,1/2/3}^{(ss,kont.)}$ der zeitkontinuierlichen Formulierung sowie der Armströme $i_{p/n,1/2/3}^{(ss,disk.)}$ und Armenergien $W_{p/n,1/2/3}^{(ss,disk.)}$ der zeitdiskreten Formulierung werden mit den jeweils resultierenden Ergebnissen, Armströmen $i_{p/n,1/2/3}^{(result,disk.)}$ und Armenergien $W_{p/n,1/2/3}^{(result,disk.)}$ aus den zeitdiskretisierten Bewegungsgleichungen in Abbildung 3.2-3.7, verglichen. Da die zeitliche Auflösung der diskreten Systemdynamik (2.35) bei $\Delta t = 0.1 \text{ ms}$ liegt, werden die jeweiligen Ergebnisse der beiden Formulierungen sehr nahe beieinander liegen, wenn nicht sogar vollständig identisch sein. Dies gilt, da die charakteristischen Zeitskalen des Systems wesentlich höher sind als Δt und deswegen der Fehler der Integration in der zeitkontinuierlichen Formulierung sehr klein ist.

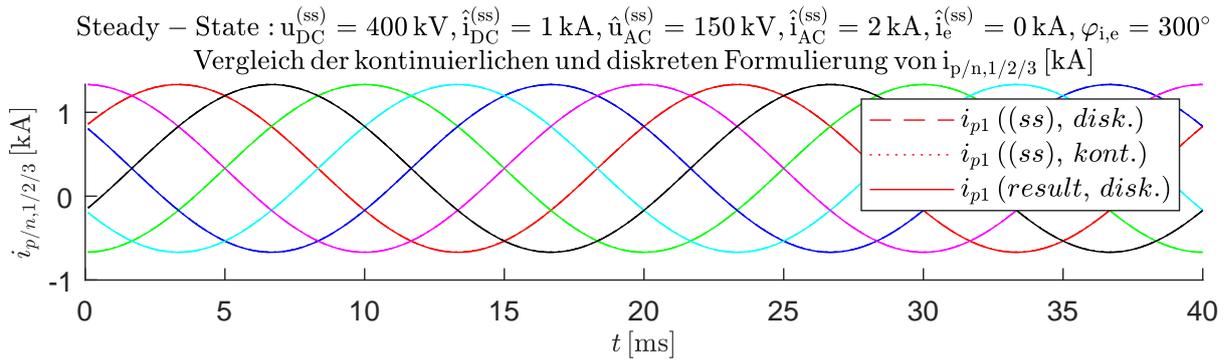


Abbildung 3.2: Armströme im eingeschwungenen Zustand: kein Kreisstrom $\hat{i}_e = 0 \text{ A}$

Wie angenommen bestätigt sich in Abbildung 3.2 und 3.3, dass die Ströme $i_{p/n,1/2/3}$ und Energien $W_{p/n,1/2/3}$ in beiden Implementierungen äquivalent sind. In diesem Fall ist der Kreisstrom $\hat{i}_e^{(ss)} = 0 \text{ A}$.

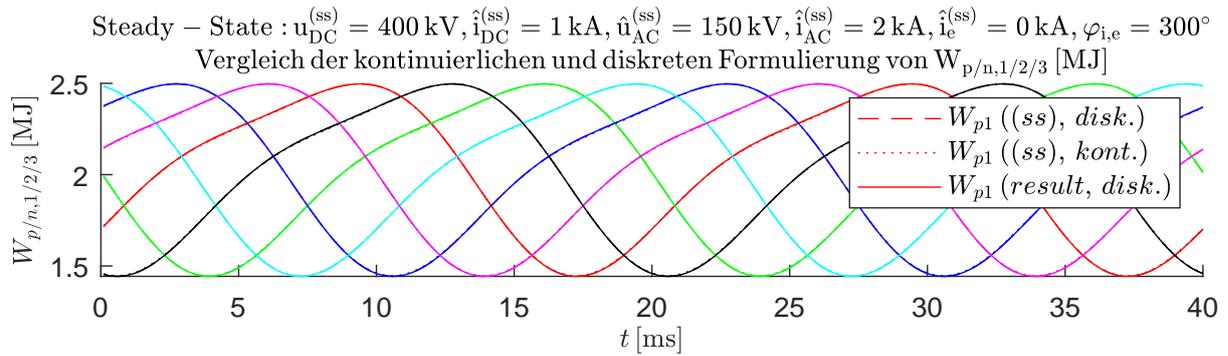


Abbildung 3.3: Armenergien im eingeschwungenen Zustand: kein Kreisstrom $\hat{i}_e = 0 \text{ A}$

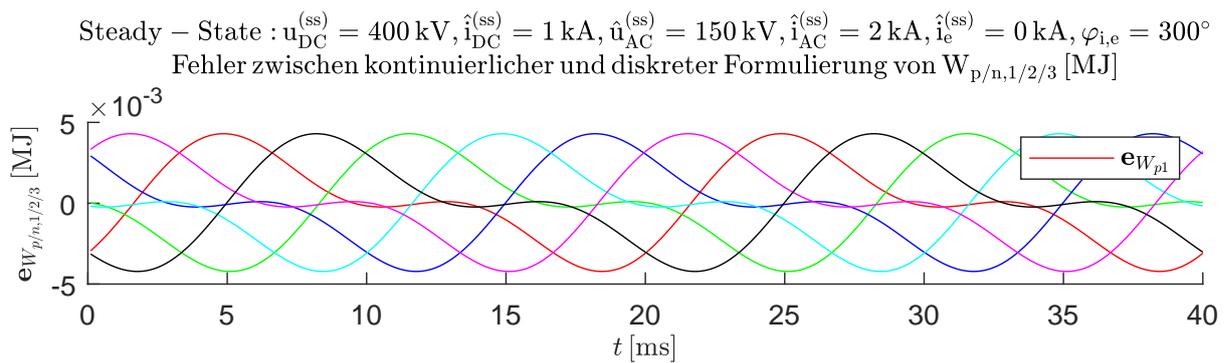


Abbildung 3.4: Fehler $e_{W_i} = W_i^{(ss,kont.)} - W_i^{(ss,disk.)}$ bei $\hat{i}_e = 0 \text{ A}$

Der Fehler $e_{W_i} = W_i^{(ss,kont.)} - W_i^{(ss,disk.)}$ in Abbildung 3.4 zeigt im Detail die geringe Abweichung zwischen den Formulierungen. Dennoch steigt der Fehler an für $\hat{i}_e^{(ss)} \neq 0 \text{ A}$, z.B. für den simulierten Fall mit $\hat{i}_e^{(ss)} = 500 \text{ A}$.

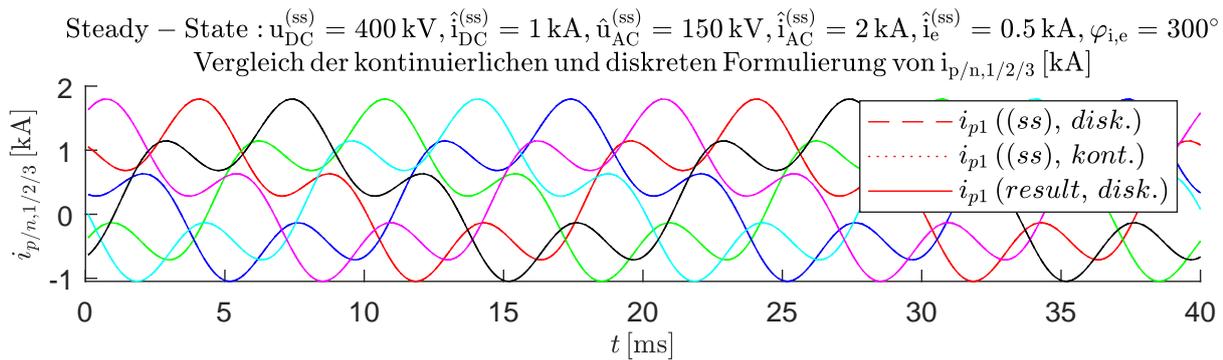


Abbildung 3.5: Armströme im eingeschwungenen Zustand: $\hat{i}_e = 500 \text{ A}$

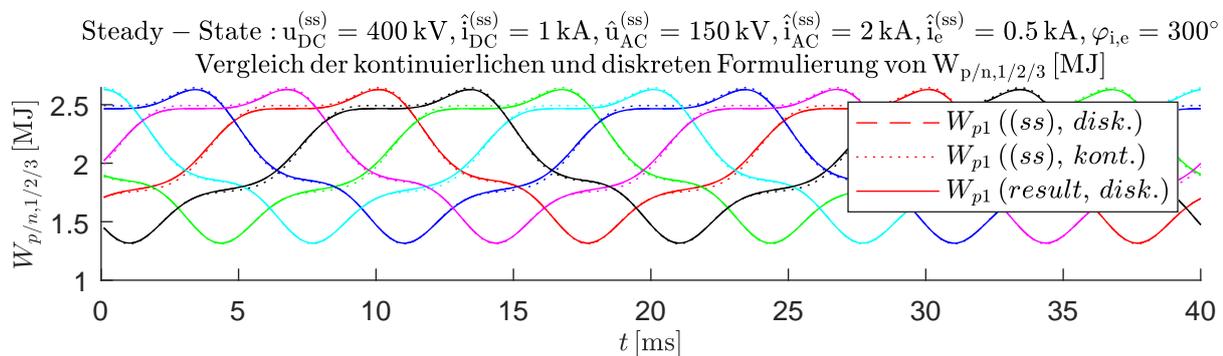


Abbildung 3.6: Armenergien im eingeschwungenen Zustand: $\hat{i}_e = 500 \text{ A}$

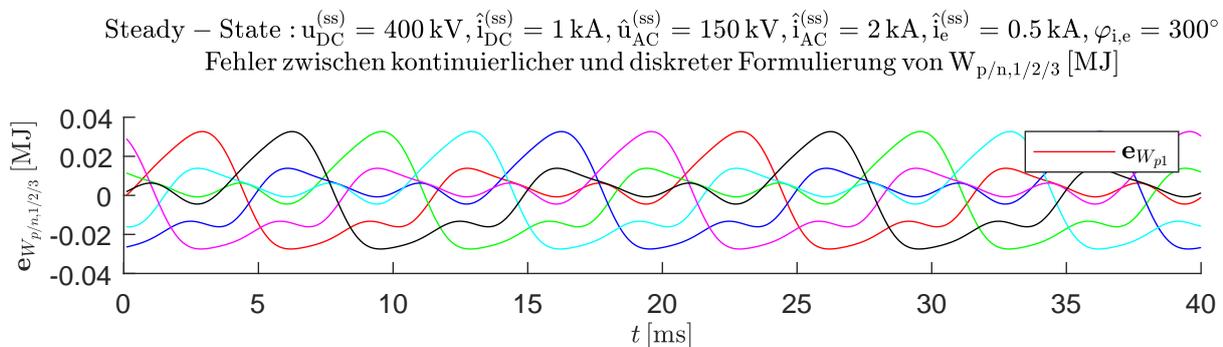


Abbildung 3.7: Fehler $e_{W_i} = W_i^{(ss,kont.)} - W_i^{(ss,disk.)}$ bei $\hat{i}_e = 500 \text{ A}$

Schlussfolgerung: Für die Steuerung der Energiedynamik mit einem Zeitschritt $\Delta t = 0,1 \text{ ms}$ sind die zeitkontinuierliche wie die zeitdiskrete Formulierung der Bewegungsgleichungen annähernd äquivalent. Somit wird für den Entwurf von schnellen Trajektorien die zeitkontinuierliche Formulierung verwendet, weil diese mathematisch kompakter ist. Die resultierende Dynamik wird jedoch immer zeitdiskret numerisch integriert, wie es sich für ein digital gesteuertes System gehört.

Von nun an, und solange nichts anderes explizit erwähnt wird, wird im eingeschwungenen

Zustand für den Kreisstrom und für die Common-Mode-Spannung eine Null-Amplitude gewählt, so dass folgendes gilt: $i_{e,\alpha/\beta}^{(ss)}(t) = 0 = u_{\Delta,0}^{(ss)}(t)$.

3.5 Alternative Definition der Common-Mode-Spannung im eingeschwungenen Zustand

Die bisherige Definition des eingeschwungenen Zustands besteht aus zwei Bedingungen. Die erste absolut notwendige Bedingung $\dot{W}_{\Sigma,0}^{(ss)} = 0$ stellt, bis auf die Verluste an den Widerständen, die vollständige Energieübertragung von der *DC*- zur *AC*-Seite sicher. Die zweite Bedingung $\dot{W}_{\Delta,0}^{(ss)} = 0$ löst eine symmetrische Energieverteilung zwischen den sechs Armen des MMC aus. Letztere Bedingung wurde gefordert, damit im Folgenden der Entwurf von geeigneten schnellen Trajektorien, welche auch eine symmetrische Energieverteilung bezwecken, leichter zu erreichen ist.

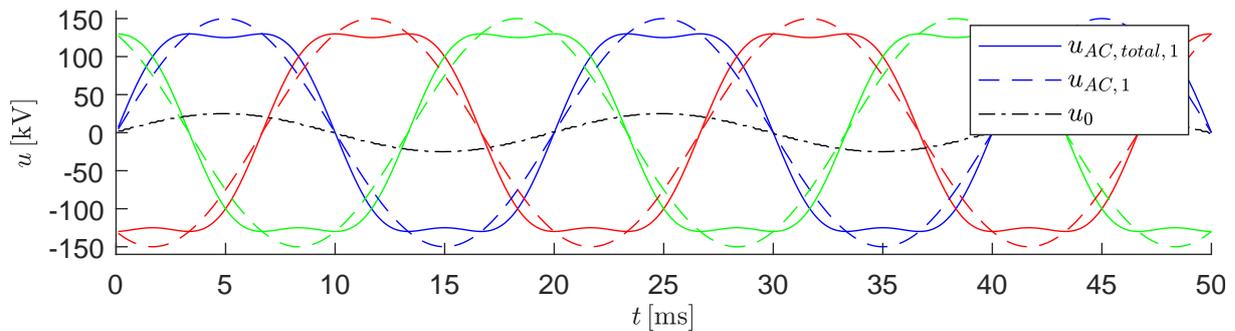


Abbildung 3.8: Verlauf der AC-Spannungen $u_{AC,1/2/3}$ und $u_{AC,total,1/2/3}$ und der Common-Mode-Spannung $u_0 = \hat{u}_0 \sin(3\omega_{AC}t)$

Der Vollständigkeit halber soll erwähnt werden, dass der eingeschwungene Zustand auch lediglich mit der ersten Bedingung definiert werden kann. Durch den Verzicht auf die zweite Bedingung des eingeschwungenen Zustands kann nun die Common-Mode-Spannung $u_0 = -\frac{1}{2}u_{\Delta,0}$ frei gestaltet werden. Eine mögliche Methode die Gleichtaktspannung $u_{\Delta,0}$ zu nutzen, ist den Spannungsverlauf um das Maximum herum auf der *AC*-Seite flacher zu gestalten. Hierzu muss die Spannung, welche im MMC für eine *AC*-Phase erzeugt wird, vollständig als $u_{AC,total}$ betrachtet werden. Diese setzt sich im eingeschwungenen Zustand aus dem *AC*-Anteil $\hat{u}_{AC}^{(ss)} \sin(\omega_{AC}t)$ und dem Common-Mode-Spannungsanteil $\hat{u}_0^{(ss)} \sin(h_0\omega_{AC}t)$ mit der Amplitude $\hat{u}_0^{(ss)}$ und der noch zu bestimmenden harmonischen Vielfachen h_0 zusammen, wobei die *AC*-Spannung weiterhin als symmetrische dreiphasige Spannung ausgeführt ist. Die Common-Mode-Spannung soll keinen Einfluss auf die *DC*-, *AC*- noch auf die innere MMC-Dynamik haben, weshalb eine Vielfache der *AC*-Kreisfrequenz gesucht wird, welche diese Bedingung erfüllt. Im Abschnitt 3.1 wurde die Vielfache h_e des Kreisstroms diskutiert, hierbei wurde in Gleichung (3.5) nachgewiesen, dass alle Vielfachen teilbar durch 3 ($h_0 = 3, 6, 9, 12, \dots$) keinen Einfluss auf alle Dynamiken besitzen. Um das Maximum von $u_{AC,total,j}$ möglichst breit zu halten, muss eine

möglichst kleine Frequenz gewählt werden, da ihr Beitrag zu $u_{AC,total,j}$ am größten ist. Somit fällt die Wahl auf die dreifache ($h_0 = 3$) Kreisfrequenz ω_{AC} für die Gleichtaktspannung $u_0^{(ss)}(t)$ im eingeschwungenen Zustand. Nun soll für diese die geeignete Amplitude $\hat{u}_0^{(ss)}$ bestimmt werden. Es gelten die Abkürzungen $x = \sin(\omega t)$ und $y = \frac{\hat{u}_0^{(ss)}}{\hat{u}_{AC}^{(ss)}}$ zusammen mit der trigonometrischen Beziehung:

$$\begin{aligned} \sin(3\alpha) &= \cos(\alpha) \underbrace{\sin(2\alpha)}_{=2\sin(\alpha)\cos(\alpha)} + \sin(\alpha) \underbrace{\cos(2\alpha)}_{1-2\sin^2(\alpha)} \\ &= \sin(\alpha) (3 - 4\sin^2(\alpha)). \end{aligned} \quad (3.16)$$

Für $u_{AC,total}$ gilt somit der folgende Ausdruck:

$$u_{AC,total} = \overbrace{\hat{u}_{AC}^{(ss)} \sin(\omega_{AC}t)}^{AC} + \overbrace{\hat{u}_0^{(ss)} \sin(3\omega_{AC}t)}^{Common-Mode} = \hat{u}_{AC}^{(ss)} \left[x (1 + y (3 - 4x^2)) \right]. \quad (3.17)$$

Hieraus kann zunächst der Zeitpunkt des Maximums für $u_{AC,total}$ gesucht werden.

$$\left. \frac{du_{AC,total}}{dx} \right|_{x=x_m} = 0 \Rightarrow 1 + y(3 - 12x_m^2) = 0; \quad x_m^2 = \frac{1 + 3y}{12y} \quad (3.18)$$

$$\left. \frac{u_{AC,total}}{\hat{u}_{AC}^{(ss)}} \right|_{max} = x (1 + y(3 - 4x^2)) \Big|_{x=x_m} = \sqrt{\frac{1 + 3y}{12y}} \left(1 + 3y - \frac{1 + 3y}{3} \right) = \frac{2}{3} \frac{(1 + 3y)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{12y}} \quad (3.19)$$

Somit kann als nächstes die Amplitude $\hat{u}_0^{(ss)}$ für das höchste Maximum bestimmt werden.

$$\begin{aligned} \frac{d \left(\frac{u_{AC,total}}{\hat{u}_{AC}^{(ss)}} \right)_{max}}{dy} = 0 &\Rightarrow 3 \frac{(1 + 3y)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{12y}} - \frac{1}{3} \frac{(1 + 3y)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{12y}y} = 0 \\ 9y - (1 + 3y) &= 0 \\ y = \frac{\hat{u}_0}{\hat{u}_{AC}} &= \frac{1}{6} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Somit ist die Amplitude der Common-Mode-Spannung $\hat{u}_0^{(ss)} = \frac{1}{6} \hat{u}_{AC}^{(ss)}$ die alternative Wahl im eingeschwungenen Zustand. Jedoch wird für den weiteren Verlauf dieser Arbeit diese Implementierung nicht verwendet. Es gilt weiterhin die Definition des eingeschwungenen Zustands mit den beiden Bedingungen $\dot{W}_{\Sigma,0}^{(ss)} = \dot{W}_{\Delta,0}^{(ss)} = 0$.

4 Entwurf von schnellen Strom- und Energie-Trajektorien im MMC

In diesem Kapitel wird die Kernidee dieser Arbeit vorgestellt. Hierzu werden die Entwicklungsschritte erörtert, die inneren Freiheitsgrade des MMC derart zu verwenden, dass schnelle Trajektorien zwischen zwei unterschiedlichen stationären Zuständen entworfen werden können. Diese Trajektorien sollen den MMC von einem ersten eingeschwungenen Zustand zu einem zweiten neuen Zustand glatt, das heißt ohne Einschwingverhalten und ohne die Anregung von Transienten, überführen.

4.1 Fehler-Szenario und Anforderungen an die Trajektorie

Einer der großen Vorteile eines Modularen Multilevel Converters ist die in seinen Kapazitäten gespeicherte Energie, wodurch sich Leistungsfluktuationen in der Übertragung schnell ausgleichen lassen. Ein typisches Szenario wäre hierbei eine der beiden äußeren Seiten, *DC* oder *AC*, unverändert zu halten und gleichzeitig die jeweils andere Seite schnell in einen neuen Zustand zu überführen. Hierbei ist die symmetrische Energieverteilung in den sechs Armen des MMC nach Erreichen des neuen eingeschwungenen Zustands zu gewährleisten.

Das heißt, es wird folgendes Szenario betrachtet:

Das System befindet sich in einem ersten eingeschwungenen Zustand (*steady state 1*, bezeichnet als $^{(ss1)}$) und zu einem Startzeitpunkt t_0 findet ein plötzlicher Spannungsabfall auf der *DC*-Seite statt. Dieser neue *DC*-Spannungswert bleibt anschließend konstant und entspricht einem neuen eingeschwungenen Zustand (*steady state 2*, bezeichnet als $^{(ss2)}$).

$$u_{DC} = \begin{cases} u_{DC}^{(ss1)} & t = t_0 \\ u_{DC}^{(ss2)} & t_0 < t \leq t_0 + T_s \end{cases} \quad (4.1)$$

Trotz Spannungseinbruch auf der *DC*-Seite sollen Spannung und Strom auf der *AC*-Seite in Amplitude und Phase unverändert bleiben. Nach einer kurzen Transitionzeit T_s ist die äußere *DC*-Seite in der Lage, die notwendige Leistung zur Einhaltung des neuen eingeschwungenen Zustands bereit zu stellen. Dementsprechend muss der MMC während der Transitionszeit T_s die nun fehlende Leistung für den Übergang aus seinen Kapazitäten kompensieren. Gleichzeitig soll

innerhalb dieser Transitionszeit der DC -Strom $i_{DC}^{(ss1)}$ auf einen neuen eingeschwungenen Zustand $i_{DC}^{(ss2)}$ gebracht werden. Damit würde die Leistungsbilanz zwischen der DC - und der AC -Seite nach der Transitionszeit wieder stimmen. Für den Übergang zwischen den beiden eingeschwungenen Zuständen sollen die folgenden Anforderungen erfüllt werden:

- Die Dauer der kurzen Transitionszeit T_s soll einen Bruchteil einer AC -Periode betragen, womit es sich um einen schnellen Übergang handelt.
- Es muss gewährleistet werden, dass es beim Erreichen des neuen eingeschwungenen Zustands am Ende der Transitionszeit T_s weder ein Einschwingverhalten gibt noch Transienten angeregt werden. Hierzu muss der Verlauf der Arm-Ströme während des Übergangs die folgenden Einschränkungen erfüllen.

$$\begin{aligned}
 i_{p/n,1/2/3}(t = t_0) &= i_{p/n,1/2/3}^{(ss1)}(t = t_0), \\
 i_{p/n,1/2/3}(t = t_0 + T_s) &= i_{p/n,1/2/3}^{(ss2)}(t = t_0 + T_s), \\
 \frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt} \Big|_{t=t_0} &= \frac{di_{p/n,1/2/3}^{(ss1)}}{dt} \Big|_{t=t_0}, \\
 \frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt} \Big|_{t=t_0+T_s} &= \frac{di_{p/n,1/2/3}^{(ss2)}}{dt} \Big|_{t=t_0+T_s}.
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Diese Übergangsform wird im Weiteren als „glatter Übergang“ bezeichnet.

- Ferner sollen die sechs Arm-Energien am Ende des Transitionsintervalls dem symmetrierten Verlauf der sechs Arm-Energien des neuen eingeschwungenen Zustands entsprechen. Da die Arm-Leistung direkt proportional zum Arm-Strom und der Arm-Spannung (letztere proportional zu der Ableitung des Arm-Stroms) ist, muss keine Anforderung an die zeitliche Ableitung der Arm-Energie gestellt werden. Diese ist bereits durch die Bedingungen (4.2) an die Arm-Ströme berücksichtigt und somit erfüllt.

$$\begin{aligned}
 W_{p/n,1/2/3}(t = t_0) &= W_{p/n,1/2/3}^{(ss1)}(t = t_0), \\
 W_{p/n,1/2/3}(t = t_0 + T_s) &= W_{p/n,1/2/3}^{(ss2)}(t = t_0 + T_s),
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

4.2 Grundidee für den Entwurf der Strom-Trajektorien zur Steuerung des Energieflusses

Wie im Kapitel 2 erörtert, wird die MMC-Dynamik durch elf Freiheitsgrade beschrieben, bestehend aus fünf Stromkomponenten und sechs Armenergiekomponenten. Da die gesamte Dynamik der Armenergien durch den Stromverlauf bestimmt ist, kann der gesamte Übergang zwischen den eingeschwungenen Zuständen durch den Entwurf der Stromtrajektorien gesteuert werden.

Hierbei entsteht die folgende Schwierigkeit:

Da die zwei Stromkomponenten $i_{AC,\alpha/\beta}$ der AC-Seite während des Übergangs vorgegeben sind und unverändert bleiben müssen, reduziert sich die Anzahl an frei zu gestaltenden Stromkomponenten während des Übergangs auf drei. Dies sind die äußere DC-Stromkomponente $i_{DC} = 3i_{e,0}$ und die zwei inneren Kreisstromkomponenten $i_{e,\alpha/\beta}$. Darüber hinaus kann die Common-Mode-Spannung $u_0 = -1/2 u_{\Delta,0}$ als weiterer innerer Freiheitsgrad verwendet werden, was später im Detail diskutiert wird. Womit nur vier Freiheitsgrade zur Verfügung stehen, um die sechs Armenergien zu steuern. Die Lösung dieses Problems, wie mit nur vier Freiheitsgraden sechs Energietrajektorien entworfen werden können, ist das Hauptanliegen dieses Kapitels.

Im ersten Schritt wird die Dynamik der sechs Armenergien $W_{p/n,1/2/3}$ betrachtet. Ausgedrückt wird diese in Σ/Δ -Komponenten entsprechend der folgenden linearen Transformation (vgl. hierzu auch Kapitel 2.4)

$$\begin{pmatrix} W_{\Sigma,0} \\ W_{\Sigma,\alpha} \\ W_{\Sigma,\beta} \\ W_{\Delta,0} \\ W_{\Delta,\alpha} \\ W_{\Delta,\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \\ 0 & \frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & 0 & +\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_{p,1} \\ W_{p,2} \\ W_{p,3} \\ W_{n,1} \\ W_{n,2} \\ W_{n,3} \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

Damit lauten die sechs Dynamikgleichungen:

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\Sigma,0} = & -\frac{d}{dt} \left[\frac{L_e}{4} (i_{e,\alpha}^2 + i_{e,\beta}^2) + \frac{L'_{DC}}{2} i_{e,0}^2 + \frac{L'_{AC}}{16} (i_{AC,\alpha}^2 + i_{AC,\beta}^2) \right] \\ & - \left[\frac{R_e}{2} (i_{e,\alpha}^2 + i_{e,\beta}^2) + R'_{DC} i_{e,0}^2 + \frac{R'_{AC}}{8} (i_{AC,\alpha}^2 + i_{AC,\beta}^2) \right] \\ & + \frac{1}{2} u_{DC} i_{e,0} - \frac{1}{4} (u_{AC,\alpha} i_{AC,\alpha} + u_{AC,\beta} i_{AC,\beta}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\Sigma,\alpha} = & -\frac{d}{dt} \left[\frac{L_e}{4} (i_{e,\alpha}^2 - i_{e,\beta}^2) + L_e i_{e,0} i_{e,\alpha} + \frac{L'_{AC}}{16} (i_{AC,\alpha}^2 - i_{AC,\beta}^2) \right] \\ & - \left[\frac{R_e}{2} (i_{e,\alpha}^2 - i_{e,\beta}^2) + (R'_{DC} + R_e) i_{e,0} i_{e,\alpha} + \frac{R'_{AC}}{8} (i_{AC,\alpha}^2 - i_{AC,\beta}^2) \right] \\ & + \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \frac{di_{e,0}}{dt} \right) i_{e,\alpha} - \frac{1}{4} (u_{AC,\alpha} i_{AC,\alpha} - u_{AC,\beta} i_{AC,\beta}) + \frac{i_{AC,\alpha}}{4} u_{\Delta,0}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\Sigma,\beta} = & -\frac{d}{dt} \left[-\frac{L_e}{2} i_{e,\alpha} i_{e,\beta} + L_e i_{e,0} i_{e,\beta} - \frac{L'_{AC}}{8} i_{AC,\alpha} i_{AC,\beta} \right] \\ & - \left[-R_e i_{e,\alpha} i_{e,\beta} + (R'_{DC} + R_e) i_{e,0} i_{e,\beta} - \frac{R'_{AC}}{4} i_{AC,\alpha} i_{AC,\beta} \right] \\ & + \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \frac{di_{e,0}}{dt} \right) i_{e,\beta} - \frac{1}{4} (-u_{AC,\alpha} i_{AC,\beta} - u_{AC,\beta} i_{AC,\alpha}) + \frac{i_{AC,\beta}}{4} u_{\Delta,0}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\Delta,0} = & -\frac{d}{dt} \left[\frac{L_e}{2} (i_{AC,\alpha} i_{e,\alpha} + i_{AC,\beta} i_{e,\beta}) \right] - \left[\frac{R'_{AC} + R_e}{2} (i_{AC,\alpha} i_{e,\alpha} + i_{AC,\beta} i_{e,\beta}) \right] \\ & - L_{AC} \left(\frac{di_{AC,\alpha}}{dt} i_{e,\alpha} + \frac{di_{AC,\beta}}{dt} i_{e,\beta} \right) - (u_{AC,\alpha} i_{e,\alpha} + u_{AC,\beta} i_{e,\beta}) + i_{e,0} u_{\Delta,0}, \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\Delta,\alpha} = & -\frac{d}{dt} \left[\frac{L_e}{2} (i_{AC,\alpha} i_{e,\alpha} - i_{AC,\beta} i_{e,\beta}) + L_e i_{e,0} i_{AC,\alpha} \right] \\ & - \left[\frac{R'_{AC} + R_e}{2} (i_{AC,\alpha} i_{e,\alpha} - i_{AC,\beta} i_{e,\beta}) + (R'_{DC} + R'_{AC}) i_{e,0} i_{AC,\alpha} \right] \\ & + \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \frac{di_{e,0}}{dt} \right) i_{AC,\alpha} - L_{AC} \left(\frac{di_{AC,\alpha}}{dt} i_{e,\alpha} - \frac{di_{AC,\beta}}{dt} i_{e,\beta} \right) - 2L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} i_{e,0} \\ & - (u_{AC,\alpha} i_{e,\alpha} - u_{AC,\beta} i_{e,\beta}) - 2u_{AC,\alpha} i_{e,0} + i_{e,\alpha} u_{\Delta,0}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\Delta,\beta} = & -\frac{d}{dt} \left[-\frac{L_e}{2} (i_{AC,\beta} i_{e,\alpha} + i_{AC,\alpha} i_{e,\beta}) + L_e i_{e,0} i_{AC,\beta} \right] \\ & - \left[-\frac{R'_{AC} + R_e}{2} (i_{AC,\beta} i_{e,\alpha} + i_{AC,\alpha} i_{e,\beta}) + (R'_{DC} + R'_{AC}) i_{e,0} i_{AC,\beta} \right] \\ & + \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \frac{di_{e,0}}{dt} \right) i_{AC,\beta} + L_{AC} \left(\frac{di_{AC,\beta}}{dt} i_{e,\alpha} + \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} i_{e,\beta} \right) - 2L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} i_{e,0} \\ & - (-u_{AC,\alpha} i_{e,\beta} - u_{AC,\beta} i_{e,\alpha}) - 2u_{AC,\beta} i_{e,0} + i_{e,\beta} u_{\Delta,0}. \end{aligned}$$

Zur besseren Lesbarkeit sind dabei die äußeren vorgegebenen Spannungen blau markiert. Ferner werden die folgenden Abkürzungen verwendet:

$$\begin{aligned} L'_{DC} &= 3L_{DC} + L_e & \text{und} & & L'_{AC} &= 2L_{AC} + L_e \\ R'_{DC} &= 3R_{DC} + R_e & & & R'_{AC} &= 2R_{AC} + R_e \end{aligned}$$

Da die Werte der Widerstände R'_{DC} , R'_{AC} und insbesondere R_e sehr klein sind, liefern alle hierzu proportionalen Terme nur einen sehr kleinen Beitrag zur Energiedynamik. Um einen Überblick über jene Terme zu gewinnen, welche den Hauptbeitrag zur Energiedynamik beitragen, werden alle zu den Widerständen R'_{DC} , R'_{AC} und R_e proportionalen Terme im folgenden Schritt vorübergehend vernachlässigt. Dabei zeigt sich, dass sich hierdurch die Dynamikgleichungen in zwei Gruppen teilen lassen:

- Die Gleichung von $W_{\Sigma,0}$ beschreibt ein Sechstel der gespeicherten Gesamtenergie im System. Die Bewegungsgleichung wird hauptsächlich nur durch die äußeren Stromkomponenten bestimmt (sowohl DC als auch AC, welche jeweils mit einem Pfeil markiert sind):

$$\dot{W}_{\Sigma,0} \sim +\frac{1}{2} u_{DC} i_{e,0} - \frac{1}{4} \left(u_{AC,\alpha} i_{AC,\alpha} + u_{AC,\beta} i_{AC,\beta} \right). \quad (4.6)$$

- Die übrigen fünf Energiekomponenten $\{W_{\Delta,0}, W_{\Sigma,\alpha/\beta}, W_{\Delta,\alpha/\beta}\}$ beschreiben die innere

Energieumverteilung unter den sechs Armen im MMC. Hierbei enthalten die Gleichungen Terme, in welche die inneren Kreisstromkomponenten (mit Doppelpfeil \Downarrow markiert) mit den äußeren Spannungen gekoppelt sind:

$$\begin{aligned}
 \dot{W}_{\Delta,0} &\sim - \left(u_{AC,\alpha} i_{e,\alpha}^{\Downarrow} + u_{AC,\beta} i_{e,\beta}^{\Downarrow} \right) + i_{e,0} \boxed{u_{\Delta,0}^{\Downarrow}}, \\
 \begin{pmatrix} \dot{W}_{\Sigma,\alpha} \\ \dot{W}_{\Sigma,\beta} \end{pmatrix} &\sim \frac{1}{2} u_{DC} \begin{pmatrix} i_{e,\alpha}^{\Downarrow} \\ i_{e,\beta}^{\Downarrow} \end{pmatrix} - \frac{1}{4} \begin{pmatrix} u_{AC,\alpha} & u_{AC,\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha} \\ i_{AC,\beta} \end{pmatrix} + \frac{1}{4} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha} \\ i_{AC,\beta} \end{pmatrix} \boxed{u_{\Delta,0}^{\Downarrow}}, \quad (4.7) \\
 \begin{pmatrix} \dot{W}_{\Delta,\alpha} \\ \dot{W}_{\Delta,\beta} \end{pmatrix} &\sim \frac{1}{2} u_{DC} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha} \\ i_{AC,\beta} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u_{AC,\alpha} & u_{AC,\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e,\alpha}^{\Downarrow} \\ i_{e,\beta}^{\Downarrow} \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} u_{AC,\alpha} \\ u_{AC,\beta} \end{pmatrix} i_{e,0} + \boxed{u_{\Delta,0}^{\Downarrow}} \begin{pmatrix} i_{e,\alpha}^{\Downarrow} \\ i_{e,\beta}^{\Downarrow} \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Die Spannung $u_{\Delta,0}$ (mit Doppelpfeil und Einrahmung markiert) steht zudem in dieser zweiten Gruppe als zusätzlicher innerer Freiheitsgrad zur Verfügung. Diese ist proportional zur Gleichtaktspannung $u_0 = -1/2 u_{\Delta,0}$. Zur sprachlichen Vereinfachung soll deshalb auch $u_{\Delta,0}$ als Gleichtaktspannung bzw. Common-Mode-Spannung bezeichnet werden. Bei der Verwendung von $u_{\Delta,0}$ als Freiheitsgrad entsteht jedoch die Schwierigkeit, dass in den Energiedynamiken $\dot{W}_{\Delta,\alpha/\beta}$ der nicht vernachlässigbare quadratische nichtlineare Term von Freiheitsgraden $\boxed{u_{\Delta,0}^{\Downarrow}} i_{e,\alpha/\beta}^{\Downarrow}$ vorkommt. Um ein effizientes Verfahren präsentieren zu können, muss für dieses Problem noch eine Lösung gefunden werden.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass für einen fest vorgegebenen Stromverlauf auf der AC-Seite die $i_{e,0}$ -Trajektorie (als einzige noch freie äußere Stromkomponente) so entworfen wird, dass der gewünschte Energieübergang für $\dot{W}_{\Sigma,0}$ während der Transition zwischen den zwei eingeschwungenen Zuständen erfüllt ist. Die verbleibenden drei inneren Freiheitsgrade $\{i_{e,\alpha/\beta}, u_{\Delta,0}\}$ werden anschließend so entworfen, dass der geforderten Dynamik der fünf anderen Energiekomponenten $\{W_{\Delta,0}, W_{\Sigma,\alpha/\beta}, W_{\Delta,\alpha/\beta}\}$ während der Transition genügt wird. Hier jedoch entsteht eine Schwierigkeit. Im Prinzip liegen nur drei innere Freiheitsgrade vor, welche zur Steuerung der letzten fünf Energiekomponenten genutzt werden können. Der Ansatz zur Lösung dieses Problems wird in den folgenden Schritten als Entwurf von $\{i_{e,0}, i_{e,\alpha/\beta}, u_{\Delta,0}\}$ während der Transition beschrieben:

1. Es muss gewährleistet sein, dass die beiden eingeschwungenen Zustände glatt miteinander verbunden sind. Hierzu erhalten die äußere Stromkomponente $i_{e,0}$ sowie die drei inneren MMC-Freiheitsgrade $\{i_{e,\alpha}, i_{e,\beta}, u_{\Delta,0}\}$ zunächst einen Grundanteil, welcher den alten eingeschwungenen Zustand bei $t = t_0$ mit dem neuen eingeschwungenen Zustand bei $t = t_0 + T_s$ glatt verbindet. Für eine vereinfachte Darstellung werden in diesem Kapitel die inneren Freiheitsgrade $i_{e,\alpha/\beta}$ und $u_{\Delta,0}$ in den eingeschwungenen Zuständen gleich Null

angenommen. Die allgemeinere Formulierung mit $i_{e,\alpha/\beta}^{(ss1)/(ss2)} \neq 0$ und $u_{\Delta,0}^{(ss1)/(ss2)} \neq 0$ wird im nächsten Kapitel 5 diskutiert. Somit müssen die Freiheitsgrade für den glatten Übergang folgende Anforderungen erfüllen (zur Erinnerung: $i_{DC} = i_{e,0}/3$):

$$\begin{aligned}
 i_{e,\alpha/\beta}(t = t_0) &= i_{e,\alpha/\beta}^{(ss1)} = 0 = i_{e,\alpha/\beta}^{(ss2)} = i_{e,\alpha/\beta}(t = t_0 + T_s), \\
 u_{\Delta,0}(t = t_0) &= u_{\Delta,0}^{(ss1)} = 0 = u_{\Delta,0}^{(ss2)} = u_{\Delta,0}(t = t_0 + T_s), \\
 i_{e,0}(t = t_0) &= \frac{i_{DC}^{(ss1)}}{3} \quad \& \quad i_{e,0}(t = t_0 + T_s) = \frac{i_{DC}^{(ss2)}}{3}, \\
 \frac{di_{e,0/\alpha/\beta}}{dt} \Big|_{t=t_0} &= 0 = \frac{di_{e,0/\alpha/\beta}}{dt} \Big|_{t=t_0+T_s} \\
 \frac{du_{\Delta,0}}{dt} \Big|_{t=t_0} &= 0 = \frac{du_{\Delta,0}}{dt} \Big|_{t=t_0+T_s}.
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

Damit muss auch die zeitliche Ableitung des Grundanteils am Start sowie am Ende der Transition Null sein, damit kein Transient in der Stromdynamik angeregt wird. Nun kann mittels der folgenden Funktion

$$\begin{aligned}
 \tilde{s}(t) &= \frac{1}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{\pi}{T_s} (t - t_0) \right) \right], \quad t_0 \leq t \leq t_0 + T_s, \\
 \tilde{s}(t = t_0) &= 1, \quad \tilde{s}(t = t_0 + T_s) = 0, \quad \frac{d\tilde{s}}{dt} \Big|_{t=t_0} = 0 = \frac{d\tilde{s}}{dt} \Big|_{t=t_0+T_s},
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

der Grundverlauf $i_{e,0}^{(g)}(t)$ des DC-Stroms während des Übergangs vom ersten eingeschwungenen Zustand zum neuen eingeschwungenen Zustand definiert werden.

$$i_{e,0}^{(g)}(t) = i_{e,0}^{(ss1)}(t) \tilde{s}(t) + i_{e,0}^{(ss2)}(t) (1 - \tilde{s}(t)) \tag{4.10}$$

Exemplarisch hierfür ist der (gestrichelte) Verlauf von $i_{e,0}^{(g)}$ in Abbildung 4.1, wobei die Notation $^{(g)}$ für alle Grundverläufe gilt. Die Grundverläufe der inneren Freiheitsgrade $i_{e,\alpha/\beta}^{(g)}$ und $u_{\Delta,0}^{(g)}$ werden analog zu (4.10) in Abhängigkeit der eingeschwungenen Zustände definiert. Da in diesem Kapitel die inneren Freiheitsgrade $i_{e,\alpha/\beta}$ und $u_{\Delta,0}$ in den eingeschwungenen Zuständen gleich Null angenommen werden, ergibt sich ein Nullverlauf für die Grundanteile $i_{e,\alpha/\beta}^{(g)}$ und $u_{\Delta,0}^{(g)}$, wie der gestrichelte Verlauf in Abbildung 4.1, untere Grafik, zeigt.

- Um die Energiedynamik steuern zu können, ist es nun notwendig die Trajektorien um diesen Grundanteil oszillieren/pulsieren zu lassen (vgl.: [17]). Diese Oszillationen müssen insgesamt sechs Freiheitsgrade aufweisen, um die sechs Energiekomponenten zu steuern. Daher erhalten diese 1+3 Komponenten $\{i_{e,0}, i_{e,\alpha/\beta}, u_{\Delta,0}\}$ zu ihrem glatten Grundanteil $\{i_{e,0}^{(g)}, i_{e,\alpha/\beta}^{(g)}, u_{\Delta,0}^{(g)}\}$ einen weiteren Pulsbeitrag $\{\Delta i_{e,0}, \Delta i_{e,\alpha/\beta}, \Delta u_{\Delta,0}\}$. Jeder dieser Pulsbeiträge besteht aus der Superposition von sechs Basisfunktionen (werden später

definiert), welche mit sechs noch unbekanntem Amplituden A_i gewichtet werden (als Beispiel: $\Delta i_{e,\alpha} = A_1 \Phi_1 + A_2 \Phi_2$). Diese Basisfunktionen mit zugehöriger Amplitude werden im Weiteren Pulsfunktionen genannt. Hierbei sind die Pulsfunktionen so definiert, dass Betrag und Zeitableitung dieser Funktionen am Start und Ende des Transitionsintervalls Null sind. Ihre Amplituden werden so berechnet, dass die Differentialgleichungen für die sechs Energiekomponenten in integrierter Form über die gesamte Transitionsdauer erfüllt sind, d.h. die Gleichung $\int_{t_0}^{t_0+T_s} \dot{W}_{p/n,1/2/3} dt = W_{p/n,1/2/3}^{(ss2)}(t_0 + T_s) - W_{p/n,1/2/3}^{(ss1)}(t_0)$ gewährleistet wird.

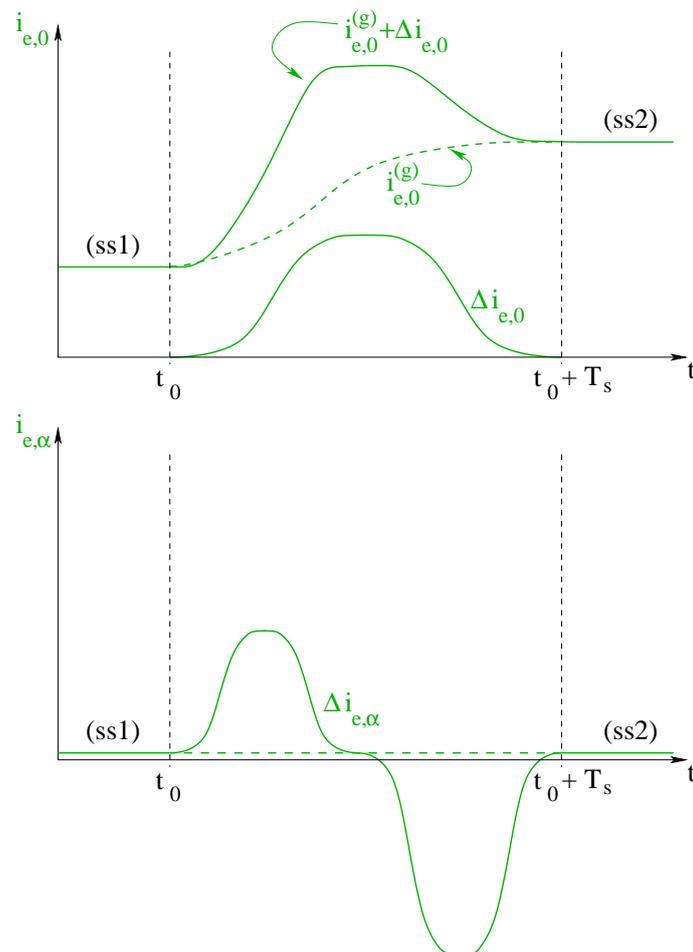


Abbildung 4.1: Gestaltung der Trajektorie für die äußere Stromkomponente $i_{e,0}$ und für die innere Stromkomponente $i_{e,\alpha}$ während des Übergangs $t = t_0 \dots t_0 + T_s$. Die Trajektorien resultieren aus der Superposition eines Grundanteils (gestrichelt) $i_{e,\alpha}^{(g)}$ und einem Pulsbeitrag $\Delta i_{e,\alpha/0}$.

3. Die Zuteilung der Pulsfunktionen auf die zu gestaltenden Freiheitsgrade $\{i_{e,0}, i_{e,\alpha/\beta}, u_{\Delta,0}\}$ erfolgt nach der bereits gezeigten Gruppeneinteilung der Energiedynamik:

- Eine Pulsfunktion wird der äußeren Stromkomponente $i_{e,0}$ zugeordnet, deren Ampli-

tude A_0 aus der Änderung der Gesamtenergie $W_{\Sigma,0}$ zwischen dem Start- und dem Endpunkt der Transition gewonnen wird. Die Bestimmung von A_0 wird als „Aufgabe 1“ bezeichnet.

- Fünf Pulsfunktionen, verteilt auf die drei inneren MMC-Freiheitsgrade, deren fünf Amplituden $A_{1/2/3/4/5}$ aus der Änderung der fünf anderen Energiekomponenten $\{W_{\Delta,0}, W_{\Sigma,\alpha/\beta}, W_{\Delta,\alpha/\beta}\}$ gewonnen werden. Die Bestimmung von $A_{1/\dots/5}$ wird als „Aufgabe 2“ bezeichnet.
4. Wie bereits auf Seite 45 erwähnt, ist in den Gleichungen $\dot{W}_{\Delta,\alpha/\beta}$ aus (4.7) der Term $\boxed{u_{\Delta,0}} \downarrow i_{e,\alpha/\beta} \downarrow$ enthalten. Dieser quadratische nichtlineare Term von Freiheitsgraden macht es unmöglich ein einfaches lineares Gleichungssystem aufzustellen. Da sich ein lineares Gleichungssystem schnell lösen lässt und damit die Performance der Steuerung steigert, wäre ein lineares Gleichungssystem von Vorteil. Deshalb sollen die Pulsfunktionen eine sogenannte „Orthogonalitätsbeziehung“ erfüllen, damit das Integral solcher quadratischen Terme über die Dauer der Transition zwischen den eingeschwungenen Zuständen identisch verschwindet. Auf diese Weise resultiert ein lineares Gleichungssystem für die fünf Amplituden $A_{1/2/3/4/5}$, welches eine schnelle Lösung dieser unbekanntenen Amplituden liefert.

Mit diesen vier Punkten wäre die Grundidee dieser Arbeit zur Steuerung der Energiedynamik des MMC gezeigt. Es folgt nun im Detail die Festlegung der Basisfunktionen für die Pulsfunktionen, der Entwurf der Stromtrajektorien im Fehlerfall sowie die Lösung der Aufgaben 1 und 2.

4.3 Die Basisfunktionen für den Trajektorienentwurf

Für die Bestimmung der Pulsbeiträge der drei inneren Freiheitsgrade, d. h. der Kreisströme $\Delta i_{e,\alpha/\beta}$ und der Gleichtaktspannung $\Delta u_{\Delta,0}$, ist es notwendig die Pulsfunktionen festzulegen. Diese bestehen aus einer Amplitude A_i sowie einer Basisfunktion $\check{\Phi}_i$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$. Diese Basisfunktionen bilden die Grundlage zur Entwicklung der Trajektorien der Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ und der Gleichtaktspannung $u_{\Delta,0}$ für den Übergang zwischen zwei unterschiedlichen eingeschwungenen Zuständen während des Zeitintervalls $t_0 \leq t \leq t_0 + T_s$. Die Basisfunktionen müssen folgende Bedingungen erfüllen:

1. Jede der Basisfunktionen verschwindet am Beginn sowie am Ende des Übergangsintervalls. Damit wird gewährleistet, dass zum Start und Ende der Transition die Werte der glatten Grundanteile $\{i_{e,0}^{(g)}, i_{e,\alpha/\beta}^{(g)}, u_{\Delta,0}^{(g)}\}$ erfüllt werden:

$$\check{\Phi}_i(t = t_0) = \check{\Phi}_i(t = T_s) = 0 \quad (4.11)$$

2. Die zeitliche Ableitung der Basisfunktion ist am Beginn sowie am Ende des Intervalls auch gleich Null. Somit ist der glatte Übergang der Grundanteile $\{i_{e,0}^{(g)}, i_{e,\alpha/\beta}^{(g)}, u_{\Delta,0}^{(g)}\}$ vom ersten

eingeschwungenen Zustand in die Transition sowie aus der Transition in den zweiten eingeschwungenen Zustand gewährleistet.

$$\left. \frac{d\tilde{\Phi}_i}{dt} \right|_{t=t_0} = \left. \frac{d\tilde{\Phi}_i}{dt} \right|_{t=T_s} = 0 \quad (4.12)$$

3. Zusätzlich muss die folgende Orthonormalitäts-Beziehung erfüllt sein.

$$\frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{\Phi}_i \tilde{\Phi}_j dt = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad i, j = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (4.13)$$

Diese Orthonormalitätseigenschaft wird beim Entwurf der Übergangstrajektorien zum Verschwinden von nichtlinearen Termen führen. Dies begünstigt das Aufstellen eines schnell zu lösenden Gleichungssystems.

Unter Berücksichtigung der drei Bedingungen werden die folgenden fünf Basisfunktionen eingeführt, welche in Abbildung 4.2 dargestellt sind.

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_1(t) &= \tilde{\Phi}_1(t-t_0) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[1 - \cos\left(2\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] \\ \tilde{\Phi}_2(t) &= \tilde{\Phi}_2(t-t_0) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{cases} + \left[1 - \cos\left(4\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & 0 \leq (t-t_0) \leq \frac{T_s}{2} \\ - \left[1 - \cos\left(4\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & \frac{T_s}{2} \leq (t-t_0) \leq T_s \end{cases} \\ \tilde{\Phi}_3(t) &= \tilde{\Phi}_3(t-t_0) = 0.737855 \begin{cases} + \left[1 - \cos\left(4\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & 0 \leq (t-t_0) \leq \frac{T_s}{4} \\ -0.081767 - 2.081767 \cos\left(4\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) & \frac{T_s}{4} \leq (t-t_0) \leq \frac{3T_s}{4} \\ + \left[1 - \cos\left(4\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & \frac{3T_s}{4} \leq (t-t_0) \leq T_s \end{cases} \\ \tilde{\Phi}_4(t) &= \tilde{\Phi}_4(t-t_0) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{cases} + \left[1 - \cos\left(8\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & 0 \leq (t-t_0) \leq \frac{T_s}{4} \\ - \left[1 - \cos\left(8\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & \frac{T_s}{4} \leq (t-t_0) \leq \frac{T_s}{2} \\ + \left[1 - \cos\left(8\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & \frac{T_s}{2} \leq (t-t_0) \leq \frac{3T_s}{4} \\ - \left[1 - \cos\left(8\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & \frac{3T_s}{4} \leq (t-t_0) \leq T_s \end{cases} \\ \tilde{\Phi}_5(t) &= \tilde{\Phi}_5(t-t_0) = 0.772543 \begin{cases} + \left[1 - \cos\left(6\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & 0 \leq (t-t_0) \leq \frac{T_s}{6} \\ 0.061030 - 1.938969 \cos\left(6\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) & \frac{T_s}{6} \leq (t-t_0) \leq \frac{T_s}{3} \\ -0.067688 - 1.810251 \cos\left(6\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) & \frac{T_s}{3} \leq (t-t_0) \leq \frac{2T_s}{3} \\ 0.061030 - 1.938969 \cos\left(6\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) & \frac{2T_s}{3} \leq (t-t_0) \leq \frac{5T_s}{6} \\ + \left[1 - \cos\left(6\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & \frac{5T_s}{6} \leq (t-t_0) \leq T_s \end{cases} \end{aligned} \quad (4.14)$$

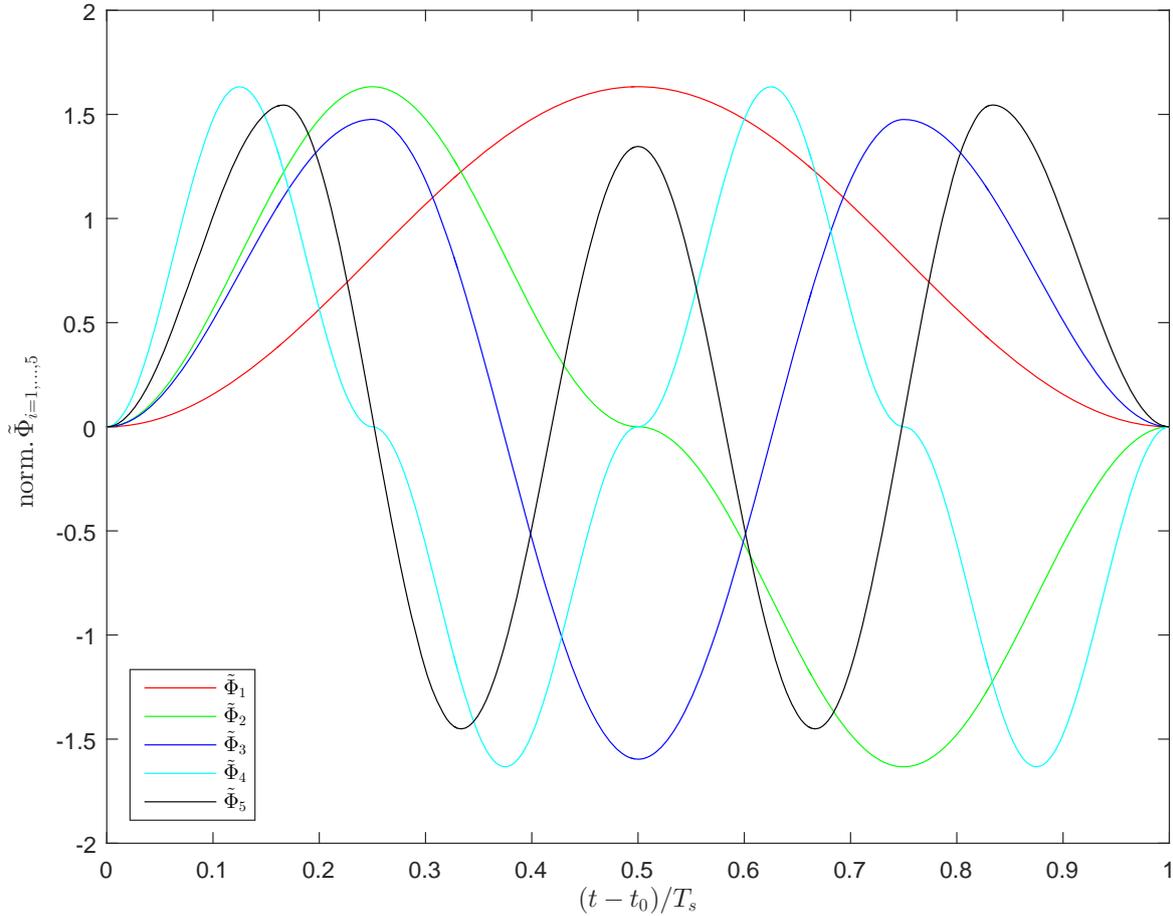


Abbildung 4.2: Die fünf Phi-Funktionen als Basis-Funktionen für den Trajektorienentwurf von $i_{e,\alpha/\beta}$ & $u_{\Delta,0}$, Φ_1 werden für den Trajektorienentwurf von $i_{e,0}$ verwendet

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass es sich hierbei nur um eine mögliche Definition der Basisfunktionen $\tilde{\Phi}_{1,2,3,4,5}$ handelt. Andere Festlegungen der Basisfunktionen sind unter Berücksichtigung der drei Bedingungen möglich. Die Wahl dieser Basisfunktionen ist angelehnt an die Sinusfunktion mit steigender Anzahl an „Pulsen“, wobei die erste Bedingung $\tilde{\Phi}_i(t = t_0) = \tilde{\Phi}_i(t = T_s) = 0$ eine Beschreibung mittels Kosinusfunktionen erfordert.

4.4 Der Trajektorienentwurf für den DC-Fehlerfall

Nachdem das Szenario und der grundlegende Trajektorienentwurf für die Freiheitsgrade bekannt ist, müssen nun die Einschränkungen für die sechs Energie-Komponenten am Beginn und Ende des Übergangsintervalls definiert werden. Diesmal formuliert als Integral der im Arm

umgesetzten Leistung während der Transition

$$\int_{t_0}^{t_0+T_s} \dot{W}_{p/n,1/2/3} dt = \underbrace{W_{p/n,1/2/3}^{(ss2)}(t = t_0 + T_s) - W_{p/n,1/2/3}^{(ss1)}(t = t_0)}_{\text{Vorgabe}}, \quad (4.15)$$

oder äquivalent ausgedrückt in Σ/Δ -Komponenten

$$\begin{pmatrix} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \dot{W}_{\Sigma,0} dt \\ \int_{t_0}^{t_0+T_s} \dot{W}_{\Sigma,\alpha} dt \\ \int_{t_0}^{t_0+T_s} \dot{W}_{\Sigma,\beta} dt \\ \int_{t_0}^{t_0+T_s} \dot{W}_{\Delta,0} dt \\ \int_{t_0}^{t_0+T_s} \dot{W}_{\Delta,\alpha} dt \\ \int_{t_0}^{t_0+T_s} \dot{W}_{\Delta,\beta} dt \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \\ 0 & \frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & 0 & +\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_{p1}^{(ss2)}|_{t_0+T_s} - W_{p1}^{(ss1)}|_{t_0} \\ W_{p2}^{(ss2)}|_{t_0+T_s} - W_{p2}^{(ss1)}|_{t_0} \\ W_{p3}^{(ss2)}|_{t_0+T_s} - W_{p3}^{(ss1)}|_{t_0} \\ W_{n1}^{(ss2)}|_{t_0+T_s} - W_{n2}^{(ss1)}|_{t_0} \\ W_{n2}^{(ss2)}|_{t_0+T_s} - W_{n2}^{(ss1)}|_{t_0} \\ W_{n3}^{(ss2)}|_{t_0+T_s} - W_{n3}^{(ss1)}|_{t_0} \end{pmatrix}. \quad (4.16)$$

Dabei sind die Anfangsenergien $W_{p/n,1/2/3}^{(ss1)}|_{t_0}$ sowie die Endenergien $W_{p/n,1/2/3}^{(ss2)}|_{t_0+T_s}$ am Ende des Übergangs durch den jeweiligen eingeschwungenen Zustand vorgegeben. Diese sechs Energiebedingungen aus (4.16) werden nun, wie bereits in Abschnitt 4.2 erläutert, in zwei Aufgaben unterteilt:

Die **erste** Aufgabe besteht in der Steuerung der Änderung des gesamten Energieinhalts des betrachteten Systems $\Delta W_{\Sigma,0} = W_{\Sigma,0}^{(ss2)} - W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = \int_{t_0}^{t_0+T_s} \dot{W}_{\Sigma,0} dt$. So wird sichergestellt, dass der Energieinhalt nach der Übergangsphase im neuen eingeschwungenen Zustand der gewünschten Größe $W_{\Sigma,0}^{(ss2)}$ entspricht. Die Modulation des DC-Stroms wurde im Abschnitt 4.2 als Pulsbeitrag $\Delta i_{e,0} = i_{e,0} - i_{e,0}^{(g)}$ eingeführt. Dieser Pulsbeitrag $\Delta i_{e,0}$ muss am Beginn und Ende der Transitionsphase Null sein, damit ein glatter Übergang gewährleistet wird und besitzt die Amplitude A_0 (Abb. 4.1). Somit kann die Trajektorie des DC-Stroms angegeben werden.

$$\begin{aligned} i_{e,0} &= i_{e,0}^{(g)} + \Delta i_{e,0} \\ &= \underbrace{\frac{i_{DC}^{(ss1)}}{3} + \frac{i_{DC}^{(ss2)} - i_{DC}^{(ss1)}}{6} \left[1 - \cos\left(\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right]}_{i_{e,0}^{(g)}} + \underbrace{A_0 \sqrt{\frac{2}{3}} \left[1 - \cos\left(2\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right]}_{\Delta i_{e,0} \equiv A_0 \tilde{\Phi}_1} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Die Amplitude A_0 von $\Delta i_{e,0}$ ist hierbei so zu wählen, dass die gerade betrachtete Energiebedingung $W_{\Sigma,0}^{(ss2)} - W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = \int_{t_0}^{t_0+T_s} \dot{W}_{\Sigma,0} dt$ erfüllt wird und damit ein glatter Übergang zwischen

den Energieinhalten des Systems erreicht wird. Die Bestimmung von A_0 wird als Aufgabe 1 bezeichnet und in Abschnitt 4.5 gelöst.

Die **zweite** Aufgabe ist die Steuerung der inneren Energieverteilung innerhalb der MMC-Arme. Die Energieverteilung wird durch die fünf Bedingungen

$$\begin{aligned}\Delta W_{\Sigma, \alpha/\beta} &= \int_{t_0}^{t_0+T_s} \dot{W}_{\Sigma, \alpha/\beta} dt \\ \Delta W_{\Delta, 0} &= \int_{t_0}^{t_0+T_s} \dot{W}_{\Delta, 0} dt \\ \Delta W_{\Delta, \alpha/\beta} &= \int_{t_0}^{t_0+T_s} \dot{W}_{\Delta, \alpha/\beta} dt\end{aligned}\quad (4.18)$$

beschrieben. Um die Energieverteilung unter den Armen zu steuern, stehen die inneren Freiheitsgrade $i_{e,0}$, $i_{e,\alpha/\beta}$ und $u_{\Delta,0}$ des MMC zur Verfügung, da sie die Hauptbeiträge zu den fünf Energien (4.18) liefern (vgl. Gleichung (4.7)). Die beiden Kreisstromkomponenten $i_{e,\alpha/\beta}$ und die Spannungskomponente $u_{\Delta,0}$ bestehen auch aus einem Grundanteil und einem Pulsbeitrag.

$$\begin{aligned}i_{e,\alpha/\beta} &= i_{e,\alpha/\beta}^{(g)} + \Delta i_{e,\alpha/\beta} \\ u_{\Delta,0} &= u_{\Delta,0}^{(g)} + \Delta u_{\Delta,0}\end{aligned}\quad (4.19)$$

Falls die Kreisstromkomponenten $i_{e,\alpha/\beta}$ und die Spannungskomponente $u_{\Delta,0}$ in den eingeschwungenen Zuständen als Null angenommen werden, ist auch der jeweilige Grundbeitrag $^{(g)}$ Null. In solch einem Fall entsprechen während des Übergangs die inneren Freiheitsgrade dem jeweiligen Pulsbeitrag $\Delta i_{e,\alpha/\beta} / \Delta u_{\Delta,0}$. Die Pulsfunktionen setzen sich aus einer Amplitude A_i und einer Basisfunktion Φ_i zusammen. Um aus den drei inneren Freiheitsgraden fünf zu gewinnen, um die fünf Energien steuern zu können, wird wie in Abschnitt 4.2, Seiten 45- 48, den Pulsbeiträgen und damit den drei inneren Freiheitsgraden eine Superposition aus fünf Pulsfunktionen zugewiesen. Damit können die drei inneren Freiheitsgrade nun als lineare Kombinationen der Basisfunktionen (4.14) angegeben werden.

$$\begin{aligned}i_{e,\alpha} &= A_1 \tilde{\Phi}'_1 + A_2 \tilde{\Phi}'_2, \\ i_{e,\beta} &= A_3 \tilde{\Phi}'_3 + A_4 \tilde{\Phi}'_4, \\ u_{\Delta,0} &= A_5 \tilde{\Phi}'_5\end{aligned}\quad (4.20)$$

Dabei stehen die Funktionen $\tilde{\Phi}'_{1/2/3/4/5}$ für eine beliebige Kombination der 30 möglichen Arrangements der Basisfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/3/4/5}$. Diese sind in Tabelle 4.1 aufgezählt.

Die fünf unbekanntenen Amplituden $A_{1/2/3/4/5}$ müssen nun so gewählt werden, dass die fünf Bedingungen (4.18) an die Energieumverteilung erfüllt werden. Durch Einsetzen von $i_{e,0}$ (4.17) und $i_{e,\alpha/\beta}$ sowie $u_{\Delta,0}$ aus (4.20) in die Energiebewegungsgleichungen (4.5) resultiert durch

Kombination	$i_{e,\alpha}$	$i_{e,\beta}$	$u_{\Delta,0}$	Kombination	$i_{e,\alpha}$	$i_{e,\beta}$	$u_{\Delta,0}$
1	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_5$	16	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_5$
2	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_4$	17	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_3$
3	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_3$	18	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1$
4	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_5$	19	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_4$
5	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_4$	20	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_3$
6	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2$	21	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1$
7	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_5$	22	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_5$
8	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_3$	23	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2$
9	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2$	24	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1$
10	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_4$	25	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_4$
11	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_3$	26	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_2$
12	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_2$	27	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1$
13	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_5$	28	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_3$
14	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_4$	29	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_2$
15	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1$	30	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_1$

Tabelle 4.1: Alle möglichen Kombinationen der Basisfunktionen für die Gestaltung von $i_{e,\alpha/\beta}$ & $u_{\Delta,0}$ während des Übergangs. Rot markiert sind die Kombinationen, die zu hohen Amplituden $A_{1/2/3/4/5}$ führen und damit unzulässig sind (siehe Diskussion auf Seite 60)

die Integration über die Übergangszeit $t_0 \leq t \leq t_0 + T_s$ die Integral-Form (4.16). Dieses Vorgehen führt zu einem algebraischen Gleichungssystem mit sechs Gleichungen und den sechs unbekannt Amplituden A_0 und $A_{1/2/3/4/5}$. Aufgrund der Orthogonalitätseigenschaft der Basisfunktionen werden die Terme $\int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha} i_{e,\beta} dt$, $\int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{\Delta,0} i_{e,\alpha} dt$, $\int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{\Delta,0} i_{e,\beta} dt$, welche in den Energiedynamiken von $W_{\Sigma,\beta}$, $W_{\Delta,\alpha}$ und $W_{\Delta,\beta}$ vorkommen und sonst quadratischen Beiträgen in den Amplituden $A_{1/\dots/5}$ liefern würden, über die Transition identisch verschwinden. Als einzige noch quadratische Terme der Amplituden bleiben ausschließlich $\int_{t_0}^{t_0+T_s} (i_{e,\alpha}^2 \pm i_{e,\beta}^2) dt$ (mit + für Aufgabe 1 und mit – für Aufgabe 2 in der Dynamik von $W_{\Sigma,\alpha}$). Da jedoch die beide Terme mit dem kleinen Widerstand R_e multipliziert werden, können diese Terme entweder vernachlässigt oder als kleine Korrektur iterativ behandelt werden. Damit wird eine annähernd vollständige Entkopplung der Aufgabe 1 von der Aufgabe 2 erreicht sowie eine sehr effiziente iterative Implementierung der (schwachen) Nichtlinearitäten.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass unter allen möglichen Kombinationen in der Tabelle 4.1, für $i_{e,\alpha}$ oder $i_{e,\beta}$ die Kombination aus $\tilde{\Phi}_2$ und $\tilde{\Phi}_4$ (rot markiert in der Tabelle) ungeeignet ist. Eine solche Kombination erzeugt sehr kleine Matrix-Einträge $m_{11/2/3/4}$ und $m_{23/4}$ ($m_{21/2} = 0$) und somit eine annähernd singuläre Matrix \mathbf{M} in (4.24). Da sowohl $\tilde{\Phi}_2$ wie $\tilde{\Phi}_4$ aus einer geraden Anzahl an Amplituden bestehen, gilt für diese zwei Funktionen $\int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{\Phi}_{2/4}(t) dt = 0$. Weil die

DC-Spannung nach dem scharfen Sprung konstant bleibt und die Beiträge proportional zu L_{DC} und R_{DC} wesentlich kleiner als u_{DC} sind, bestehen dann $m_{1/2/3/4}$ (und analog für $m_{2/3/4}$) aus Termen, die entweder proportional zum kleinen Widerstand R_e sind oder das verschwindende $\frac{u_{DC}^{(ss2)}}{2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{\Phi}_{2/4}(t) dt = 0$ enthalten.

4.5 Entwurf der Stromtrajektorie $i_{e,0}$ für eine Verschiebung der gesamten MMC-Energie (Aufgabe 1)

Die erste Zeile aus (4.16) beschreibt die erste Bedingung an die Energie für den gesamten Energiefluss. Sie liefert die folgende quadratische Gleichung für die Amplitude A_0 des Pulsbeitrags $\Delta i_{e,0}$ des DC-Stroms

$$\begin{aligned}
 W_{\Sigma,0}^{(ss2)} - W_{\Sigma,0}^{(ss1)} + \frac{L'_{DC}}{2} \left[(i_{e,0}^{(ss2)})^2 - (i_{e,0}^{(ss1)})^2 \right] + \frac{L'_{AC}}{16} \left[(\hat{i}_{AC}^{(ss2)})^2 - (\hat{i}_{AC}^{(ss1)})^2 \right] \\
 + \frac{R'_{AC}}{8} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \hat{i}_{AC}^2 dt + \frac{R_e}{2} T_s \left[(A_1^{(prov)})^2 + (A_2^{(prov)})^2 + (A_3^{(prov)})^2 + (A_4^{(prov)})^2 \right] \\
 - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - R'_{DC} i_{e,0}^{(g)} \right) i_{e,0}^{(g)} dt + \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \underbrace{(u_{AC,\alpha} i_{AC,\alpha} + u_{AC,\beta} i_{AC,\beta})}_{= \hat{u}_{AC} \hat{i}_{AC} \cos \varphi_{i,AC}} dt \\
 = A_0 \left[\int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 2R'_{DC} i_{e,0}^{(g)} \right) \tilde{\Phi}_1 dt \right] + A_0^2 [-R'_{DC} T_s] . \quad (4.21)
 \end{aligned}$$

Wie bereits erwähnt, ist der nichtlineare Beitrag aus den Amplituden $A_{1/2/3/4/5}$ sehr schwach, da er proportional zum Innenwiderstand R_e ist, welcher in der Größenordnung $\sim 10^{-2}\Omega$ liegt. Deshalb kann dieser Term vernachlässigt werden und wird nur zur Vollständigkeit mitgeführt. Dazu wird der Term $\frac{R_e}{2} T_s \left[(A_1^{(prov)})^2 + (A_2^{(prov)})^2 + (A_3^{(prov)})^2 + (A_4^{(prov)})^2 \right]$ mit der geschätzten vorläufigen Lösung der Amplituden $A_{1/2/3/4/5}^{(prov)}$ implementiert. Durch das Lösen der quadratischen Gleichung (4.21) nach der Amplitude A_0 ergeben sich zwei mögliche Lösungen. Falls beide Lösungen reell sind, wird die Kleinere der beiden Amplituden A_0 verwendet. Damit wird sichergestellt, dass die maximale DC-Leistung möglichst klein bleibt und die Belastung auf das System so gering wie möglich gehalten wird.

4.6 Trajektorientwurf der inneren MMC-Freiheitsgrade für die interne Energieumverteilung (Aufgabe 2)

Nachdem die Aufgabe 1 gelöst und die Amplitude A_0 bestimmt worden ist und somit der Verlauf des DC-Stroms i_{DC} zur Erfüllung der Bedingungen an die gesamte Energieübertragung des

MMC während der Übergangsphase bekannt ist, werden nun die fünf Amplituden $A_{1/2/3/4/5}$ der inneren MMC-Freiheitsgrade, der Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ sowie der Gleichtaktspannung $u_{\Delta,0}$, berechnet. Damit wird eine gewünschte innere Symmetrierung der Energie zwischen den sechs Armen beim Erreichen des neuen eingeschwungenen Zustands gewährleistet. Die Durchführung einer Symmetrierung ist notwendig, da abhängig vom Zeitpunkt t_0 die einzelnen Arme für die Kompensation des DC-Fehlers unterschiedlich große Energieänderungen erfahren müssen.

Diese interne Umverteilung der Armenenergien wird beschrieben durch die letzten fünf Energiebedingungen in (4.16). Diese enthalten jedoch einige nichtlineare Terme, welche sich in den Integralen $\int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha} i_{e,\beta} dt$, und $\int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha/\beta} u_{\Delta,0} dt$ ausdrücken und ihren Ursprung in (4.5) haben. Aufgrund der Orthonormalitätseigenschaft (4.13) der Basisfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/3/4/5}$ jedoch verschwinden diese Integrale exakt und die einzige Nichtlinearität der unbekanntenen Amplituden stammt ausschließlich aus $\int_{t_0}^{t_0+T_s} (i_{e,\alpha}^2 - i_{e,\beta}^2) dt$, aus der Energie-Bedingung $\int_{t_0}^{t_0+T_s} \dot{W}_{\Sigma,\alpha} dt$. Da das Integral $\int_{t_0}^{t_0+T_s} (i_{e,\alpha}^2 - i_{e,\beta}^2) dt$ wieder proportional zum kleinen Innenwiderstand R_e ist, stellt dies nur eine kleine Korrektur dar, welche iterativ in den Gleichungen eingebaut werden kann. Dies wird folgendermaßen ausgeführt: Aus einer vorläufigen (bereits bekannten) Lösung $A_{1/2/3/4}^{(prov)}$ wird eine verbesserte Lösung $A_{1/2/3/4}$ durch Linearisierung der quadratischen Terme gewonnen

$$\begin{aligned}
 (A_i)^2 &= \left(A_i^{(prov)} + (A_i - A_i^{(prov)}) \right)^2 \approx \left(A_i^{(prov)} \right)^2 + 2A_i^{(prov)} (A_i - A_i^{(prov)}) \\
 &= - \left(A_i^{(prov)} \right)^2 + 2A_i^{(prov)} A_i, \\
 \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} (i_{e,\alpha}^2 - i_{e,\beta}^2) dt &\approx - \left[\left(A_1^{(prov)} \right)^2 + \left(A_2^{(prov)} \right)^2 - \left(A_3^{(prov)} \right)^2 - \left(A_4^{(prov)} \right)^2 \right] \\
 &\quad + 2A_1^{(prov)} A_1 + 2A_2^{(prov)} A_2 - 2A_3^{(prov)} A_3 - 2A_4^{(prov)} A_4. \quad (4.22)
 \end{aligned}$$

Das resultierende Gleichungssystem aus fünf Gleichungen für die fünf unbekanntenen Amplituden $A_{1/2/3/4/5}$ ist wie folgt gegeben, wobei die bereits bestimmte Amplitude A_0 aus Aufgabe 1 farblich markiert worden ist.

$$\begin{aligned}
 W_{\Sigma,\alpha} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W_{\Sigma,\alpha} \Big|_{t_0}^{(ss1)} + \frac{L'_{AC}}{16} \left[\left(i_{AC,\alpha}^2 - i_{AC,\beta}^2 \right) \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - \left(i_{AC,\alpha}^2 - i_{AC,\beta}^2 \right) \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 + \frac{R'_{AC}}{8} \int_{t_0}^{t_0+T_s} (i_{AC,\alpha}^2 - i_{AC,\beta}^2) dt - \frac{R_e}{2} T_s \left[\left(A_1^{(prov)} \right)^2 + \left(A_2^{(prov)} \right)^2 - \left(A_3^{(prov)} \right)^2 - \left(A_4^{(prov)} \right)^2 \right] \\
 + \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} (u_{AC,\alpha} i_{AC,\alpha} - u_{AC,\beta} i_{AC,\beta}) dt \\
 = A_1 \left[-R_e A_1^{(prov)} T_s \right. \\
 \left. + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - (R'_{DC} + R_e) (i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1) \right) \tilde{\Phi}'_1 dt \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + A_2 \left[-R_e A_2^{(prov)} T_s \right. \\
 & \quad \left. + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - (R'_{DC} + R_e) \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) \tilde{\Phi}'_2 dt \right] \\
 & + A_3 \left[+R_e A_3^{(prov)} T_s \right] + A_4 \left[+R_e A_4^{(prov)} T_s \right] \\
 & + A_5 \left[\int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{i_{AC,\alpha}}{4} \tilde{\Phi}'_5 dt \right], \\
 W_{\Sigma,\beta}^{(ss2)} - W_{\Sigma,\beta}^{(ss1)} - \frac{L'_{AC}}{8} & \left[\left(i_{AC,\alpha} i_{AC,\beta} \right) \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - \left(i_{AC,\alpha} i_{AC,\beta} \right) \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 & - \frac{R'_{AC}}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{AC,\alpha} i_{AC,\beta} dt + \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(-u_{AC,\alpha} i_{AC,\beta} - u_{AC,\beta} i_{AC,\alpha} \right) dt \\
 = A_3 & \left[\int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - (R'_{DC} + R_e) \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) \tilde{\Phi}'_3 dt \right] \\
 & + A_4 \left[\int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - (R'_{DC} + R_e) \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) \tilde{\Phi}'_4 dt \right] \\
 & + A_5 \left[\int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{i_{AC,\beta}}{4} \tilde{\Phi}'_5 dt \right], \\
 W_{\Delta,0}^{(ss2)} - W_{\Delta,0}^{(ss1)} & \\
 = A_1 & \left[- \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) \tilde{\Phi}'_1 dt \right] \\
 & + A_2 \left[- \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) \tilde{\Phi}'_2 dt \right] \\
 & + A_3 \left[- \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) \tilde{\Phi}'_3 dt \right] \\
 & + A_4 \left[- \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) \tilde{\Phi}'_4 dt \right] \\
 & + A_5 \left[\int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \tilde{\Phi}'_5 dt \right], \\
 W_{\Delta,\alpha}^{(ss2)} - W_{\Delta,\alpha}^{(ss1)} + L_e & \left[i_{e,0}^{(ss2)} i_{AC,\alpha} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - i_{e,0}^{(ss1)} i_{AC,\alpha} \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 & - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - R'_{DC} \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) i_{AC,\alpha} dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(2u_{AC,\alpha} + 2L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + R'_{AC} i_{AC,\alpha} \right) \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) dt \\
 = A_1 & \left[- \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) \tilde{\Phi}'_1 dt \right] \\
 & + A_2 \left[- \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) \tilde{\Phi}'_2 dt \right] \\
 & + A_3 \left[+ \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) \tilde{\Phi}'_3 dt \right] \\
 & + A_4 \left[+ \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) \tilde{\Phi}'_4 dt \right] \\
 & + A_5 \cdot 0,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_{\Delta, \beta} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W_{\Delta, \beta} \Big|_{t_0}^{(ss1)} + L_e \left[i_{e,0}^{(ss2)} i_{AC, \beta} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - i_{e,0}^{(ss1)} i_{AC, \beta} \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - R'_{DC} \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) i_{AC, \beta} dt \\
 + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(2u_{AC, \beta} + 2L_{AC} \frac{di_{AC, \beta}}{dt} + R'_{AC} i_{AC, \beta} \right) \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) dt \\
 = A_1 \left[+ \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC, \beta} + L_{AC} \frac{di_{AC, \beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC, \beta} \right) \tilde{\Phi}'_1 dt \right] \\
 + A_2 \left[+ \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC, \beta} + L_{AC} \frac{di_{AC, \beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC, \beta} \right) \tilde{\Phi}'_2 dt \right] \\
 + A_3 \left[+ \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC, \alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC, \alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC, \alpha} \right) \tilde{\Phi}'_3 dt \right] \\
 + A_4 \left[+ \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC, \alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC, \alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC, \alpha} \right) \tilde{\Phi}'_4 dt \right] \\
 + A_5 \cdot 0.
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

Oder in kompakter Matrix-Schreibweise

$$\underbrace{\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & m_{54} & m_{55} \end{pmatrix}}_{\mathbf{M}} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{pmatrix}, \tag{4.24}$$

$$\begin{aligned}
 m_{11/2} &= -R_e A_{1/2}^{(prov)} T_s, \\
 &+ \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - (R'_{DC} + R_e) \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) \tilde{\Phi}'_{1/2} dt
 \end{aligned}$$

$$m_{13/4} = +R_e A_{3/4}^{(prov)} T_s,$$

$$m_{15} = \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{i_{AC, \alpha}}{4} \tilde{\Phi}'_5 dt,$$

$$\begin{aligned}
 v_1 &= W_{\Sigma, \alpha} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W_{\Sigma, \alpha} \Big|_{t_0}^{(ss1)} + \frac{L'_{AC}}{16} \left[\left(i_{AC, \alpha}^2 - i_{AC, \beta}^2 \right) \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - \left(i_{AC, \alpha}^2 - i_{AC, \beta}^2 \right) \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 &+ \frac{R'_{AC}}{8} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{AC, \alpha}^2 - i_{AC, \beta}^2 \right) dt - \frac{R_e}{2} T_s \left[\left(A_1^{(prov)} \right)^2 + \left(A_2^{(prov)} \right)^2 - \left(A_3^{(prov)} \right)^2 - \left(A_4^{(prov)} \right)^2 \right] \\
 &+ \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC, \alpha} i_{AC, \alpha} - u_{AC, \beta} i_{AC, \beta} \right) dt,
 \end{aligned}$$

$$m_{21/2} = 0,$$

$$m_{23/4} = \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - (R'_{DC} + R_e) \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) \tilde{\Phi}'_{3/4} dt,$$

$$m_{25} = \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{i_{AC, \beta}}{4} \tilde{\Phi}'_5 dt,$$

$$v_2 = W_{\Sigma, \beta} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W_{\Sigma, \beta} \Big|_{t_0}^{(ss1)} - \frac{L'_{AC}}{8} \left[\left(i_{AC, \alpha} i_{AC, \beta} \right) \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - \left(i_{AC, \alpha} i_{AC, \beta} \right) \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right]$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{R'_{AC}}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{AC,\alpha} i_{AC,\beta} dt + \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(-u_{AC,\alpha} i_{AC,\beta} - u_{AC,\beta} i_{AC,\alpha} \right) dt, \\
 m_{31/2} &= - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) \tilde{\Phi}'_{1/2} dt, \\
 m_{33/4} &= - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) \tilde{\Phi}'_{3/4} dt, \\
 m_{35} &= \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \tilde{\Phi}'_5 dt, \\
 v_3 &= W_{\Delta,0}^{(ss2)} - W_{\Delta,0}^{(ss1)}, \\
 m_{41/2} &= - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) \tilde{\Phi}'_{1/2} dt, \\
 m_{43/4} &= + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) \tilde{\Phi}'_{3/4} dt, \\
 m_{45} &= 0, \\
 v_4 &= W_{\Delta,\alpha} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W_{\Delta,\alpha} \Big|_{t_0}^{(ss1)} + L_e \left[i_{e,0}^{(ss2)} i_{AC,\alpha} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - i_{e,0}^{(ss1)} i_{AC,\alpha} \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 & - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - R'_{DC} \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) i_{AC,\alpha} dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(2u_{AC,\alpha} + 2L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + R'_{AC} i_{AC,\alpha} \right) \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) dt, \\
 m_{51/2} &= + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) \tilde{\Phi}'_{1/2} dt, \\
 m_{53/4} &= + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) \tilde{\Phi}'_{3/4} dt, \\
 m_{55} &= 0, \\
 v_5 &= W_{\Delta,\beta} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W_{\Delta,\beta} \Big|_{t_0}^{(ss1)} + L_e \left[i_{e,0}^{(ss2)} i_{AC,\beta} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - i_{e,0}^{(ss1)} i_{AC,\beta} \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 & - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - R'_{DC} \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) i_{AC,\beta} dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(2u_{AC,\beta} + 2L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + R'_{AC} i_{AC,\beta} \right) \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) dt.
 \end{aligned}$$

Alle Integrale in den Einträgen m_{ij} & v_i können im Prinzip analytisch berechnet werden. In der Code-Implementierung jedoch werden diese numerisch mittels des Euler-Algorithmus bestimmt, damit der Code lesbarer bleibt.

Die Lösungsmethode des Systems aus Aufgabe 1 (eine Gleichung) und Aufgabe 2 (fünf Gleichungen) lautet:

1. Zunächst wird der Reihe nach eine der möglichen Kombinationen aus Tabelle 4.1 gewählt.

Die Amplituden $A_{1/2/3/4/5}^{(prov)}$ werden auf 0 initialisiert.

2. Aufgabe 1: Die Gleichung für $W_{\Sigma,0}^{(ss2)} - W_{\Sigma,0}^{(ss1)}$, welche eine quadratischen Gleichung der unbekanntem Amplitude A_0 ist, wird nach A_0 aufgelöst und der kleinst mögliche reele Wert ausgewählt.
3. Aufgabe 2: Mit dem gerade gewonnenen A_0 -Wert werden aus den fünf Gleichungen für $W_{\Delta,0}^{(ss2)} - W_{\Delta,0}^{(ss1)}$ und $W_{\Sigma/\Delta,\alpha/\beta}^{(ss2)} - W_{\Sigma/\Delta,\alpha/\beta}^{(ss1)}$ die Werte für die fünf Amplituden $A_{1/2/3/4/5}$ berechnet.
4. Mit den gerade bestimmten Amplituden A_0 & $A_{1/2/3/4/5}$ werden die letzten zwei Schritte einige Male iterativ wiederholt, um eine noch verbesserte Lösung der Amplituden zu erhalten. Hierbei sind fünf bis zehn Iterationen ausreichend.
(Bemerkung: Eigentlich ist der Schritt 4 überflüssig und es kann darauf verzichtet werden, wenn eine sehr schnelle Berechnung des Trajektorienentwurfs beabsichtigt wird. Die iterative Prozedur dient lediglich dazu, die quadratischen Abhängigkeiten der Amplituden $A_{1/2/3/4/5}^2$ sowohl in $W_{\Delta,0}^{(ss2)} - W_{\Delta,0}^{(ss1)}$ als auch in $W_{\Sigma/\Delta,\alpha/\beta}^{(ss2)} - W_{\Sigma/\Delta,\alpha/\beta}^{(ss1)}$ zu berücksichtigen. Da diese quadratischen Terme proportional zum Innenwiderstand R_e sind, ist bereits die erste Lösung ausreichend gut. Dies bestätigen die Simulationen in Kapitel 6.)
5. Nun wird eine neue Kombination aus Tabelle 4.1 gewählt. Dabei ist die Zuordnung der Phi-Funktionen zu $i_{e,\alpha/\beta}$ und $u_{\Delta,0}$ verändert und die Prozedur Schritt 2 bis Schritt 4 wird wiederholt.
6. Nachdem alle sechs Amplituden A_0 & $A_{1/2/3/4/5}$ für jede mögliche Kombination an Phi-Funktionen berechnet worden sind, werden die Energie-Gleichungen (4.5) numerisch integriert und in die Armenergien $W_{p/n,1/2/3}$ zurück transformiert.
7. Nun kann die beste Kombination der Phi-Funktionen ausgewählt werden. Diese hat den Verlauf der Armenergien mit dem kleinsten Energiehub, d.h. der kleinsten Abweichung vom glatten Übergang zwischen dem ersten und zweiten eingeschwungenen Zustand während des Übergangs $t_0 \leq t \leq t_0 + T_s$.
8. Schließlich können für die ausgewählte beste Kombination der Phi-Funktionen aus $i_{e,0}$ & $i_{e,\alpha/\beta}$ mit der zeitlichen Ableitung der Phi-Funktionen die Spannungen $u_{\Sigma,0}$ & $u_{\Sigma,\alpha/\beta}$ analytisch berechnet werden. Analog hierzu wird die Spannung $u_{\Delta,0}$ durch die Amplitude A_5 bestimmt. Die Spannungen $u_{\Delta,\alpha/\beta}$ werden vollständig durch das gewünschte unveränderte Verhalten der AC-Stromkomponenten $i_{AC,\alpha/\beta}$ und der AC-Spannungskomponenten $u_{AC,\alpha/\beta}$ definiert, mittels der Beziehung $u_{\Delta,\alpha/\beta} = -2u_{AC,\alpha/\beta} - L'_{AC} \frac{d}{dt} i_{AC,\alpha/\beta} - R'_{AC} i_{AC,\alpha/\beta}$. Daraus können mittels der Inverse der Transformationmatrix in Gleichung (4.25) die sechs Arm-Spannungen $u_{p/n,1/2/3}$ gewonnen werden.

$$\begin{pmatrix} i_{p,1} & u_{p,1} \\ i_{p,2} & u_{p,2} \\ i_{p,3} & u_{p,3} \\ i_{n,1} & u_{n,1} \\ i_{n,2} & u_{n,2} \\ i_{n,3} & u_{n,3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & +\frac{1}{2} & 0 & +\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & +\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 & -\frac{1}{4} & +\frac{\sqrt{3}}{4} & +\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & +\frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & +\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 & +\frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 & +\frac{1}{4} & +\frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e,\alpha} & u_{\Sigma,\alpha} \\ i_{e,\beta} & u_{\Sigma,\beta} \\ i_{e,0} & u_{\Sigma,0} \\ i_{AC,\alpha} & u_{\Delta,\alpha} \\ i_{AC,\beta} & u_{\Delta,\beta} \\ i_{AC,0} = 0 & u_{\Delta,0} = -2u_0 \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

An dieser Stelle sei angemerkt, dass unter allen möglichen Kombinationen in der Tabelle 4.1, für $i_{e,\alpha}$ oder $i_{e,\beta}$ die Kombination aus $\tilde{\Phi}_2$ und $\tilde{\Phi}_4$ (rot markiert in der Tabelle) ungeeignet ist. Eine solche Kombination erzeugt sehr kleine Matrix-Einträge $m_{11/2/3/4}$ und $m_{23/4}$ ($m_{21/2} = 0$) und somit eine annähernd singuläre Matrix \mathbf{M} in (4.24). Da sowohl $\tilde{\Phi}_2$ wie $\tilde{\Phi}_4$ aus einer geraden Anzahl an Amplituden bestehen, gilt für diese zwei Funktionen $\int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{\Phi}_{2/4}(t) dt = 0$. Weil die DC-Spannung nach dem scharfen Sprung konstant bleibt und die Beiträge proportional zu L_{DC} und R_{DC} wesentlich kleiner als u_{DC} sind, bestehen dann $m_{11/2/3/4}$ (und analog für $m_{23/4}$) aus Termen, die entweder proportional zum kleinen Widerstand R_e sind oder das verschwindende $\frac{u_{DC}^{(ss2)}}{2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{\Phi}_{2/4}(t) dt = 0$ enthalten.

Bemerkung: Alternativ kann für die Gestaltung der inneren Freiheitsgrade eines MMC zur Lösung der Aufgabe 2 auf die Gleichtaktspannung $u_{\Delta 0}$ verzichtet werden, welche während des Übergangsintervalls auf Null gehalten wird. Somit werden die fünf Phi-Funktionen nur unter den Kreisstrom-Komponenten verteilt.

$$\begin{aligned} i_{e,\alpha} &= A_1 \tilde{\Phi}'_1 + A_2 \tilde{\Phi}'_2 + A_3 \tilde{\Phi}'_3 & i_{e,\alpha} &= A_1 \tilde{\Phi}'_1 + A_2 \tilde{\Phi}'_2 \\ i_{e,\beta} &= A_4 \tilde{\Phi}'_4 + A_5 \tilde{\Phi}'_5 & \text{oder } i_{e,\beta} &= A_3 \tilde{\Phi}'_3 + A_4 \tilde{\Phi}'_4 + A_5 \tilde{\Phi}'_5 \\ u_{\Delta,0} &= 0 & u_{\Delta,0} &= 0 \end{aligned} \quad (4.26)$$

In diesem Fall lauten die fünf algebraischen Gleichungen für die Amplituden $A_{1/2/3/4/5}$:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & m_{54} & m_{55} \end{pmatrix}}_{\mathbf{M}} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{pmatrix}, \quad (4.27)$$

$$m_{11/2/3} = -R_e A_{1/2/3}^{(prov)} T_s,$$

$$+ \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - (R'_{DC} + R_e) \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) \tilde{\Phi}'_{1/2/3} dt$$

$$m_{13/4/5} = +R_e A_{3/4/5}^{(prov)} T_s,$$

$$v_1 = W_{\Sigma,\alpha} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W_{\Sigma,\alpha} \Big|_{t_0}^{(ss1)} + \frac{L'_{AC}}{16} \left[\left(i_{AC,\alpha}^2 - i_{AC,\beta}^2 \right) \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - \left(i_{AC,\alpha}^2 - i_{AC,\beta}^2 \right) \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right]$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{R'_{AC}}{8} \int_{t_0}^{t_0+T_s} (i_{AC,\alpha}^2 - i_{AC,\beta}^2) dt \\
 & - \frac{R_e T_s}{2} \left[(A_1^{(prov)})^2 + (A_2^{(prov)})^2 \pm (A_3^{(prov)})^2 - (A_4^{(prov)})^2 - (A_5^{(prov)})^2 \right] \\
 & + \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} (u_{AC,\alpha} i_{AC,\alpha} - u_{AC,\beta} i_{AC,\beta}) dt,
 \end{aligned}$$

$$m_{21/2/3} = 0,$$

$$m_{23/4/5} = \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - (R'_{DC} + R_e) (i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1) \right) \tilde{\Phi}'_{3/4/5} dt,$$

$$\begin{aligned}
 v_2 & = W_{\Sigma,\beta} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W_{\Sigma,\beta} \Big|_{t_0}^{(ss1)} - \frac{L'_{AC}}{8} \left[(i_{AC,\alpha} i_{AC,\beta}) \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - (i_{AC,\alpha} i_{AC,\beta}) \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 & - \frac{R'_{AC}}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{AC,\alpha} i_{AC,\beta} dt + \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} (-u_{AC,\alpha} i_{AC,\beta} - u_{AC,\beta} i_{AC,\alpha}) dt,
 \end{aligned}$$

$$m_{31/2/3} = - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) \tilde{\Phi}'_{1/2/3} dt,$$

$$m_{33/4/5} = - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) \tilde{\Phi}'_{3/4/5} dt,$$

$$v_3 = W_{\Delta,0}^{(ss2)} - W_{\Delta,0}^{(ss1)},$$

$$m_{41/2/3} = - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) \tilde{\Phi}'_{1/2/3} dt,$$

$$m_{43/4/5} = + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) \tilde{\Phi}'_{3/4/5} dt,$$

$$\begin{aligned}
 v_4 & = W_{\Delta,\alpha} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W_{\Delta,\alpha} \Big|_{t_0}^{(ss1)} + L_e \left[i_{e,0}^{(ss2)} i_{AC,\alpha} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - i_{e,0}^{(ss1)} i_{AC,\alpha} \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 & - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - R'_{DC} (i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1) \right) i_{AC,\alpha} dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(2u_{AC,\alpha} + 2L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + R'_{AC} i_{AC,\alpha} \right) (i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1) dt,
 \end{aligned}$$

$$m_{51/2/3} = + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) \tilde{\Phi}'_{1/2/3} dt,$$

$$m_{53/4/5} = + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) \tilde{\Phi}'_{3/4/5} dt,$$

$$\begin{aligned}
 v_5 & = W_{\Delta,\beta} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W_{\Delta,\beta} \Big|_{t_0}^{(ss1)} + L_e \left[i_{e,0}^{(ss2)} i_{AC,\beta} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - i_{e,0}^{(ss1)} i_{AC,\beta} \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 & - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - R'_{DC} (i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1) \right) i_{AC,\beta} dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(2u_{AC,\beta} + 2L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + R'_{AC} i_{AC,\beta} \right) (i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1) dt.
 \end{aligned}$$

Hierbei werden die Einträge in der dritten Spalte entweder mittels $m_{i1/2/3}$ oder mittels $m_{i3/4/5}$ berechnet. Dies richtet sich danach, ob $i_{e,\alpha}$ aus drei oder aus zwei Phi-Funktionen besteht. Analog ergibt sich für v_1 der Beitrag

$$\frac{R_e}{2} T_s \left[\left(A^{(prov)1} \right)^2 + \left(A^{(prov)2} \right)^2 + \left(A^{(prov)3} \right)^2 - \left(A^{(prov)4} \right)^2 - \left(A^{(prov)5} \right)^2 \right]$$

wenn drei Phi-Funktionen in $i_{e,\alpha}$ enthalten sind, oder

$$\frac{R_e}{2} T_s \left[\left(A^{(prov)1} \right)^2 + \left(A^{(prov)2} \right)^2 - \left(A^{(prov)3} \right)^2 - \left(A^{(prov)4} \right)^2 - \left(A^{(prov)5} \right)^2 \right]$$

wenn drei Phi-Funktionen den Verlauf von $i_{e,\beta}$ bestimmen.

Hierbei sei angemerkt, dass diese Methode zu höheren Kreisströmen führt, da die ganze Arbeit der internen Energieverteilung nur durch die Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ ohne die Unterstützung der Gleichtaktspannung $u_{\Delta,0}$ getragen wird. Dieser Nachteil wird in Kapitel 6 nachgewiesen.

5 Ein optimierter Trajektorienentwurf für kleinere Kreisströme

Im vorhergehenden Kapitel 4 wurde diskutiert, wie bei einer schnellen Transition zwischen zwei unterschiedlichen eingeschwungenen Zuständen alle Strom- und Energie-Trajektorien glatt überführt werden können, ohne Transienten an Ende der Transition anzuregen, bei exakter Einhaltung des (unveränderten) AC-Strom-Verhaltens und innerhalb einer Zeit wesentlich niedriger als die Dauer einer AC-Periode. Dies wird realisiert, indem die Stromkomponenten, welche die erste zeitliche Ableitung der Energiekomponenten darstellen, geeignet entworfen werden, sodass die zeitliche Integration zwischen Strom- und Energie-Komponenten mit Vorteil eingesetzt werden kann, um alle relevanten nichtlinearen Terme in der integrierten Formulierung exakt verschwinden zu lassen. Letzteres ist die Idee hinter der Orthogonalitätsbedingung bei der Definition der Basisfunktionen (oder Pulsfunktionen). Die Reduktion der Lösung auf ein lineares Gleichungssystem ermöglicht eine numerisch stabile und sofortige Berechnung der notwendigen Trajektorien bei jedem schnellen Betriebspunkt-Wechsel.

Kurz zur Erinnerung: Da bei solch einem Trajektorienentwurf die zwei AC-Stromkomponenten nicht zur Verfügung stehen, da diese unverändert bleiben sollen, muss die Steuerung der sechs Energie-Komponenten mittels nur vier Freiheitsgraden erledigt werden: Diese sind der äußere DC-Strom $i_{e,0}$ für die Steuerung der gesamten Energie $W_{\Sigma,0}$ (Aufgabe 1) und die drei inneren MMC-Freiheitsgrade (zwei Kreisstromkomponenten $i_{e,\alpha/\beta}$ und die Gleichtaktspannung $u_{\Delta,0}$) für die Steuerung der fünf anderen Energie-Komponenten ($W_{\Sigma,\alpha/\beta}$ & $W_{\Delta,0/\alpha/\beta}$), welche die Umverteilung der Energie unter den sechs MMC-Armen beschreiben (Aufgabe 2). Je nach Lage der AC-Seite während der schnellen Transition kann jedoch die vorherige Prozedur zu recht hohen Kreisstromkomponenten führen, welche durch die MMC-Anlage nur für sehr kurze Zeiten ausgehalten werden können. Um gerade diese Problematik lösen zu können, wird in diesem Kapitel eine Erweiterung der Aufgabe 2 diskutiert, welche die glatte Energie-Umverteilung innerhalb des MMC gewährleistet, aber gleichzeitig die Minimierung einer von den Kreisströmen abhängigen Kostenfunktion realisiert. Dies immer noch bei einem linearen, algebraischen Gleichungssystem, welches sofort und ohne Konvergenzprobleme gelöst werden kann.

Damit diese neue Aufgabenstellung allgemeiner formuliert wird, werden nun im Unterschied zum vorherigen Kapitel 4 die inneren Freiheitsgrade des MMC im eingeschwungenen Zustand

als ungleich Null betrachtet. Damit besitzen die inneren Freiheitsgrade $i_{e,\alpha/\beta}$ und $u_{\Delta,0}$ auch einen nicht verschwindenden Grundanteil $i_{e,\alpha/\beta}^{(g)}$, $u_{\Delta,0}^{(g)}$ für den Übergang.

5.1 Erweiterung der Aufgabe 2 mit zusätzlicher Bedingung eines geringen Kreisstroms: (Aufgabe 3)

Während des Transitionsintervalls $t_0 \leq t \leq t_0 + T_s$ zwischen zwei eingeschwungenen Zuständen wurde im vorhergehenden Kapitel die Einhaltung der Änderung der sechs Energiekomponenten auf die algebraische Bestimmung von sechs Amplituden $\{A_0, A_{1/\dots/5}\}$ laut folgenden Ansatzes reduziert

$$\begin{aligned}
 i_{e,0}(t) &= i_{e,0}^{(ss1)} \tilde{s}(t) + i_{e,0}^{(ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) + A_0 \tilde{\Phi}_1(t) \\
 &\equiv i_{e,0}^{(g)}(t) + A_0 \tilde{\Phi}_1(t), \\
 i_{e,\alpha}(t) &= i_{e,\alpha}^{(ss1)}(t) \tilde{s}(t) + i_{e,\alpha}^{(ss2)}(t) (1 - \tilde{s}(t)) + A_1 \tilde{\Phi}'_1(t) + A_2 \tilde{\Phi}'_2(t) \\
 &\equiv i_{e,\alpha}^{(g)}(t) + A_1 \tilde{\Phi}'_1(t) + A_2 \tilde{\Phi}'_2(t), \\
 i_{e,\beta}(t) &= i_{e,\beta}^{(ss1)}(t) \tilde{s}(t) + i_{e,\beta}^{(ss2)}(t) (1 - \tilde{s}(t)) + A_3 \tilde{\Phi}'_3(t) + A_4 \tilde{\Phi}'_4(t) \\
 &\equiv i_{e,\beta}^{(g)}(t) + A_3 \tilde{\Phi}'_3(t) + A_4 \tilde{\Phi}'_4(t), \\
 u_{\Delta,0}(t) &= u_{\Delta,0}^{(ss1)}(t) \tilde{s}(t) + u_{\Delta,0}^{(ss2)}(t) (1 - \tilde{s}(t)) + A_5 \tilde{\Phi}'_5(t) \\
 &\equiv u_{\Delta,0}^{(g)}(t) + A_5 \tilde{\Phi}'_5(t),
 \end{aligned}$$

wobei $\tilde{\Phi}'_{1/2/3/4/5}$ die ursprünglichen Phi-Funktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/3/4/5}$ in irgendwelcher Permutation der Indizes $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ darstellen. Dabei enthält der DC-Strom eine einzige Pulsfunktion, deren Amplitude A_0 aus der Änderung der gesamten Energie nach der Transition resultiert. Die drei inneren Freiheitsgrade teilen sich fünf Pulsfunktionen, deren fünf Amplituden $A_{1/\dots/5}$ aus der Änderung in den anderen fünf Energiekomponenten, welche nun keinen Einfluss auf den gesamten Energiefluss nach außen haben, sondern die innere Energieumverteilung bestimmen.

Diese Prozedur kann jedoch zu hohen Werten in $A_{1/\dots/5}$ führen und somit zu hohen Kreisstromkomponenten während des Übergangs zwischen den eingeschwungenen Zuständen. Eine Form diese Problematik zu umgehen, ohne dabei auf eine schnelle Lösung eines linearen Gleichungssystems zu verzichten, ist ein zusätzlicher Pulsbeitrag $A_6 \tilde{\Phi}'_6$ mittels einer sechsten Basisfunktion $\tilde{\Phi}_6$ in den inneren Freiheitsgraden einzuführen, deren zusätzliche Amplitude A_6 aus der Minimierung einer Gütefunktion resultiert, welche den quadrierten gesamten Kreisstrom während des Übergangs charakterisiert

$$\min \left[\frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} (i_{e,\alpha}^2 + i_{e,\beta}^2) dt \right] \iff \frac{\partial}{\partial A_6} \left[\frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} (i_{e,\alpha}^2 + i_{e,\beta}^2) dt \right] = 0. \quad (5.1)$$

Daraus entstehen zwei Möglichkeiten: Der zusätzliche Beitrag wird in einer der zwei Kreisstromkomponenten $i_{e,\alpha/\beta}$ beigefügt oder der zusätzliche Beitrag wird der Gleichtaktspannung $u_{\Delta,0}$ zugeordnet. Diese beide Möglichkeiten werden nun separat diskutiert. Dabei werden folgende Definitionen für die nun auf sechs gewachsenen Basisfunktionen angewendet, deren Verlauf während des Übergangsintervalls von Dauer T_s in Abb. 5.1 dargestellt sind.

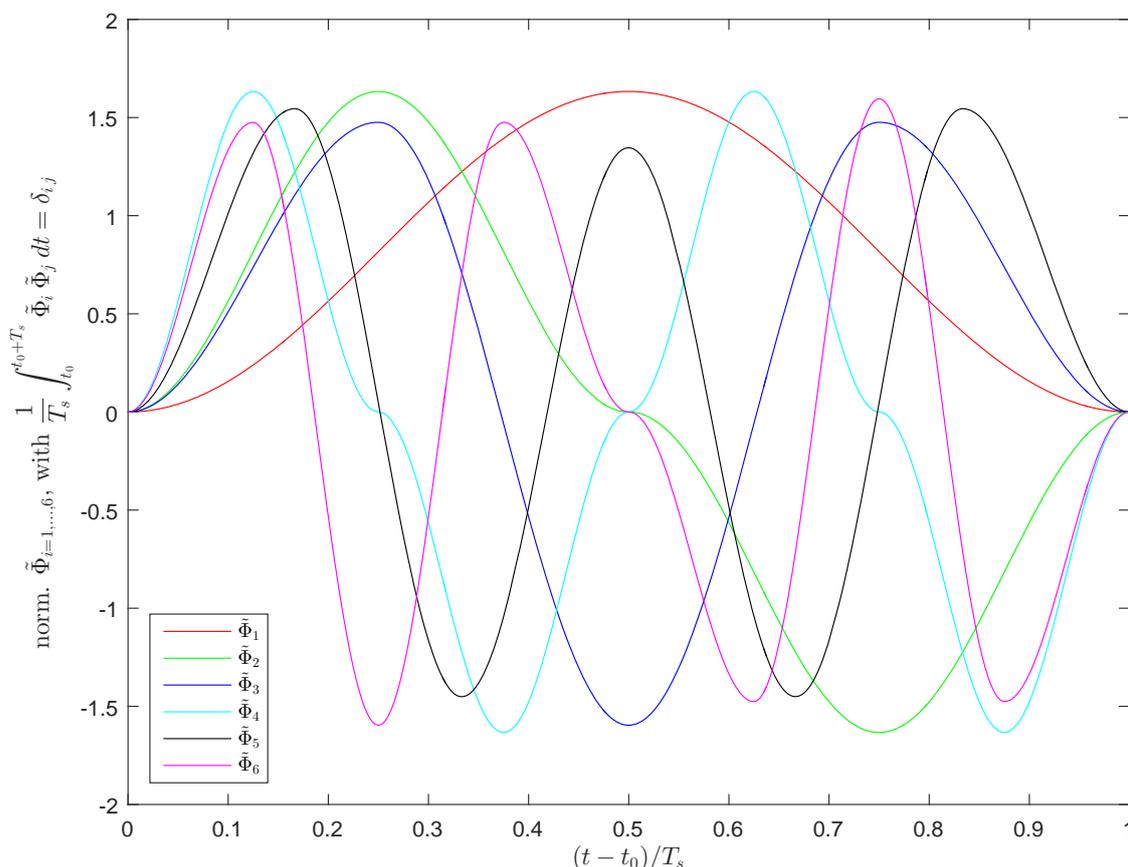


Abbildung 5.1: Die sechs Phi-Funktionen für die erweiterte Methode des $i_{e,\alpha/\beta}$ & $u_{\Delta,0}$ Trajektorienentwurfs

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_1(t) &= \tilde{\Phi}_1(t-t_0) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[1 - \cos\left(2\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] \\ \tilde{\Phi}_2(t) &= \tilde{\Phi}_2(t-t_0) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{cases} + \left[1 - \cos\left(4\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & 0 \leq (t-t_0) \leq \frac{T_s}{2} \\ - \left[1 - \cos\left(4\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & \frac{T_s}{2} \leq (t-t_0) \leq T_s \end{cases} \\ \tilde{\Phi}_3(t) &= \tilde{\Phi}_3(t-t_0) = 0.737855 \begin{cases} + \left[1 - \cos\left(4\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & 0 \leq (t-t_0) \leq \frac{T_s}{4} \\ -0.081767 - 2.081767 \cos\left(4\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) & \frac{T_s}{4} \leq (t-t_0) \leq \frac{3T_s}{4} \\ + \left[1 - \cos\left(4\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & \frac{3T_s}{4} \leq (t-t_0) \leq T_s \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{\Phi}_4(t) = \tilde{\Phi}_4(t-t_0) &= \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{cases} + \left[1 - \cos\left(8\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & 0 \leq (t-t_0) \leq \frac{T_s}{4} \\ - \left[1 - \cos\left(8\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & \frac{T_s}{4} \leq (t-t_0) \leq \frac{T_s}{2} \\ + \left[1 - \cos\left(8\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & \frac{T_s}{2} \leq (t-t_0) \leq \frac{3T_s}{4} \\ - \left[1 - \cos\left(8\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & \frac{3T_s}{4} \leq (t-t_0) \leq T_s \end{cases} \\
 \tilde{\Phi}_5(t) = \Phi_5(t-t_0) &= 0.772543 \begin{cases} + \left[1 - \cos\left(6\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & 0 \leq (t-t_0) \leq \frac{T_s}{6} \\ 0.061030 - 1.938969 \cos\left(6\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) & \frac{T_s}{6} \leq (t-t_0) \leq \frac{T_s}{3} \\ -0.067688 - 1.810251 \cos\left(6\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) & \frac{T_s}{3} \leq (t-t_0) \leq \frac{2T_s}{3} \\ 0.061030 - 1.938969 \cos\left(6\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) & \frac{2T_s}{3} \leq (t-t_0) \leq \frac{5T_s}{6} \\ + \left[1 - \cos\left(6\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & \frac{5T_s}{6} \leq (t-t_0) \leq T_s \end{cases} \\
 \tilde{\Phi}_6(t) = \tilde{\Phi}_6(t-t_0) &= 0.737855 \begin{cases} + \left[1 - \cos\left(8\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & 0 \leq (t-t_0) \leq \frac{T_s}{8} \\ -0.081767 - 2.081767 \cos\left(8\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) & \frac{T_s}{8} \leq (t-t_0) \leq \frac{3T_s}{8} \\ + \left[1 - \cos\left(8\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & \frac{3T_s}{8} \leq (t-t_0) \leq \frac{T_s}{2} \\ - \left[1 - \cos\left(8\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & \frac{T_s}{2} \leq (t-t_0) \leq \frac{5T_s}{8} \\ +0.081767 + 2.081767 \cos\left(8\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) & \frac{5T_s}{8} \leq (t-t_0) \leq \frac{7T_s}{8} \\ - \left[1 - \cos\left(8\pi \frac{t-t_0}{T_s}\right) \right] & \frac{7T_s}{8} \leq (t-t_0) \leq T_s \end{cases}
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

Dabei wurde die sechste Phi-Funktion $\tilde{\Phi}_6$ aus $\tilde{\Phi}_4$ gewonnen, unter der Betrachtung wie $\tilde{\Phi}_3$ zu $\tilde{\Phi}_2$ steht. Alle sechs Basisfunktionen erfüllen die Orthonormalitätsbedingung

$$\frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{\Phi}_i \tilde{\Phi}_j dt = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad i, j = 1, \dots, 6. \tag{5.3}$$

Diese Eigenschaft dient wieder dazu die quadratischen Beiträge der Amplituden $A_{1/2/3/4/5/6}$ aus den Termen $u_{\Delta,0} i_{e,\alpha/\beta}$ in $\Delta W_{\Delta,\alpha/\beta}$ zu vermeiden. Hier sei auf den Punkt 4 auf Seite 48 verwiesen.

Möglichkeit A: Zusätzliche Amplitude im Kreisstrom

Der neue Freiheitsgrad (in grüner Farbe markiert) zur Minimierung des gesamten Kreisstroms während des Übergangs wird einer der zwei Kreisstromkomponente zugeordnet, z.B. der ersten Komponenten $i_{e,\alpha}$

$$i_{e,0}(t) = i_{e,0}^{(ss1)} \tilde{s}(t) + i_{e,0}^{(ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) + A_0 \tilde{\Phi}_1(t) \equiv i_{e,0}^{(g)}(t) + A_0 \tilde{\Phi}_1(t),$$

$$\begin{aligned}
 i_{e,\alpha}(t) &= i_{e,\alpha}^{(ss1)}(t) \tilde{s}(t) + i_{e,\alpha}^{(ss2)}(t) (1 - \tilde{s}(t)) + A_1 \tilde{\Phi}'_1(t) + A_2 \tilde{\Phi}'_2(t) + A_6 \tilde{\Phi}'_6(t) \\
 &\equiv i_{e,\alpha}^{(g)}(t) + A_1 \tilde{\Phi}'_1(t) + A_2 \tilde{\Phi}'_2(t) + A_6 \tilde{\Phi}'_6(t), \\
 i_{e,\beta}(t) &= i_{e,\beta}^{(ss1)}(t) \tilde{s}(t) + i_{e,\beta}^{(ss2)}(t) (1 - \tilde{s}(t)) + A_3 \tilde{\Phi}'_3(t) + A_4 \tilde{\Phi}'_4(t) \\
 &\equiv i_{e,\beta}^{(g)}(t) + A_3 \tilde{\Phi}'_3(t) + A_4 \tilde{\Phi}'_4(t), \\
 u_{\Delta,0}(t) &= u_{\Delta,0}^{(ss1)}(t) \tilde{s}(t) + u_{\Delta,0}^{(ss2)}(t) (1 - \tilde{s}(t)) + A_5 \tilde{\Phi}'_5(t) \\
 &\equiv u_{\Delta,0}^{(g)}(t) + A_5 \tilde{\Phi}'_5(t),
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

wobei wie üblich $\tilde{\Phi}'_{1/2/3/4/5/6}$ die ursprünglichen Pulsfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/3/4/5/6}$ (5.2) mit beliebiger Permutation der Indizes $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ darstellen. Somit ist die Gütefunktion (5.1) gleich

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} (i_{e,\alpha}^2 + i_{e,\beta}^2) dt &= \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left((i_{e,\alpha}^{(g)})^2 + (i_{e,\beta}^{(g)})^2 \right) dt + 2 \sum_{j=1,2} \frac{A_j}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_j dt \\
 &\quad + 2 \frac{A_6}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_6 dt + 2 \sum_{j=3,4} \frac{A_j}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_j dt \\
 &\quad + [A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 + A_6^2].
 \end{aligned}$$

Die gesamte Aufgabe in der hier betrachteten Möglichkeit A besteht aus den folgenden sieben Gleichungen

- Eine (1) quadratische algebraische Gleichung für die Amplitude A_0 , welche aus der Änderung in der gesamten MMC-Energie $W_{\Sigma,0}$ während des Übergangs stammt.
- Fünf (5) lineare Gleichungen aus den Änderungen in $\{W_{\Sigma,\alpha/\beta}, W_{\Delta,0/\alpha/\beta}\}$. Streng genommen enthält die Gleichung für die Änderung in $W_{\Sigma,\alpha}$ einen quadratischen Term in den Amplituden, welcher jedoch vernachlässigt werden kann, da dieser proportional zu dem recht geringen inneren Widerstand R_e ist. Zur Vollständigkeit wird diese Nichtlinearität in der folgenden Diskussion mitberücksichtigt und linearisiert, für den Fall einer (eigentlich unnötig) genaueren Lösung.
- Eine (1) lineare Gleichung für die zusätzliche Minimierungsbedingung

$$\begin{aligned}
 0 &= \sum_{j=1,2} \frac{\partial A_j}{\partial A_6} \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_j dt + \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_6 dt + \sum_{j=3,4} \frac{\partial A_j}{\partial A_6} \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_j dt \\
 &\quad + \sum_{j=1,2,3,4} \frac{\partial A_j}{\partial A_6} A_j + A_6,
 \end{aligned}$$

$$0 = \begin{pmatrix} \frac{\partial A_1}{\partial A_6} & \frac{\partial A_2}{\partial A_6} & \frac{\partial A_3}{\partial A_6} & \frac{\partial A_4}{\partial A_6} & \frac{\partial A_5}{\partial A_6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_1 dt \\ \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_2 dt \\ \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_3 dt \\ \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_4 dt \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 & + \begin{pmatrix} \frac{\partial A_1}{\partial A_6} & \frac{\partial A_2}{\partial A_6} & \frac{\partial A_3}{\partial A_6} & \frac{\partial A_4}{\partial A_6} & \frac{\partial A_5}{\partial A_6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix} + A_6 \\
 & + \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_6 dt. \tag{5.5}
 \end{aligned}$$

Nun werden diese drei Gleichungsgruppen getrennt im Detail diskutiert.

- (i) Genau wie für Aufgabe 1 in Kapitel 4 ist die als erstes erwähnte quadratische Gleichung für A_0 gleich

$$\begin{aligned}
 c_2 A_0^2 + c_1 A_0 + c_0 &= 0, \\
 c_2 &= -R'_{DC} T_s, \\
 c_1 &= \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 2R'_{DC} i_{e,0}^{(g)} \right) \tilde{\Phi}_1 dt, \\
 c_0 &= - \left[W_{\Sigma,0}^{(ss2)} - W_{\Sigma,0}^{(ss1)} \right] \\
 & - \frac{L_e}{4} \left[\left(\tilde{i}_e^{(ss2)} \right)^2 - \left(\tilde{i}_e^{(ss1)} \right)^2 \right] - \frac{L'_{DC}}{2} \left[\left(i_{e,0}^{(ss2)} \right)^2 - \left(i_{e,0}^{(ss1)} \right)^2 \right] - \frac{L'_{AC}}{16} \left[\left(\tilde{i}_{AC}^{(ss2)} \right)^2 - \left(\tilde{i}_{AC}^{(ss1)} \right)^2 \right] \\
 & - \frac{R_e}{2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\left(i_{e,\alpha}^{(g)} \right)^2 + \left(i_{e,\beta}^{(g)} \right)^2 \right) dt - \frac{R'_{AC}}{8} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{i}_{AC}^2 dt \\
 & - R_e \left[A_1^{(prov)} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_1 dt + A_2^{(prov)} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_2 dt + A_6^{(prov)} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_6 dt \right. \\
 & \quad \left. + A_3^{(prov)} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_3 dt + A_4^{(prov)} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_4 dt \right] \\
 & - \frac{R_e}{2} T_s \left[\left(A_1^{(prov)} \right)^2 + \left(A_2^{(prov)} \right)^2 + \left(A_6^{(prov)} \right)^2 + \left(A_3^{(prov)} \right)^2 + \left(A_4^{(prov)} \right)^2 \right] \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - R'_{DC} i_{e,0}^{(g)} \right) i_{e,0}^{(g)} dt - \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \underbrace{\left(u_{AC,\alpha} i_{AC,\alpha} + u_{AC,\beta} i_{AC,\beta} \right)}_{= \hat{u}_{AC} \hat{i}_{AC} \cos \varphi_{i,AC}} dt. \tag{5.6}
 \end{aligned}$$

Dabei können die Terme, welche die Lösung der A_0 -Amplitude mit den anderen Amplituden koppeln (mit Wellenlinien markiert), durchaus vernachlässigt werden, da diese proportional zu dem kleinen inneren Widerstand R_e sind. Trotzdem werden diese Terme in der obigen Gleichung zur Vollständigkeit mitberücksichtigt.

- (ii) Das algebraische Gleichungssystem aus fünf Gleichungen für die Änderung während des Übergangsintervalls in der internen Energieumverteilung lautet

$$\underbrace{\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & m_{54} & m_{55} \end{pmatrix}}_{\mathbf{M}_{5 \times 5}} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} m_{16} \\ m_{26} \\ m_{36} \\ m_{46} \\ m_{56} \end{pmatrix} A_6,$$

$$\begin{aligned} v_1 &= W_{\Sigma, \alpha} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W_{\Sigma, \alpha} \Big|_{t_0}^{(ss1)} \\ &+ \frac{L_e}{4} \left[\left(i_{e, \alpha}^2 - i_{e, \beta}^2 \right) \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - \left(i_{e, \alpha}^2 - i_{e, \beta}^2 \right) \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] + L_e \left[i_{e, 0}^{(ss2)} i_{e, \alpha}^{(ss2)} - i_{e, 0}^{(ss1)} i_{e, \alpha}^{(ss1)} \right] \\ &+ \frac{L'_{AC}}{16} \left[\left(i_{AC, \alpha}^2 - i_{AC, \beta}^2 \right) \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - \left(i_{AC, \alpha}^2 - i_{AC, \beta}^2 \right) \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\ &+ \frac{R_e}{2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\left(i_{e, \alpha}^{(g)} \right)^2 - \left(i_{e, \beta}^{(g)} \right)^2 \right) dt + \frac{R'_{AC}}{8} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{AC, \alpha}^2 - i_{AC, \beta}^2 \right) dt \\ &\underbrace{- \frac{R_e}{2} T_s \left[\left(A_1^{(prov)} \right)^2 + \left(A_2^{(prov)} \right)^2 + \left(A_6^{(prov)} \right)^2 - \left(A_3^{(prov)} \right)^2 - \left(A_4^{(prov)} \right)^2 \right]}_{\text{wavy line}} \\ &- \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e, 0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - (R'_{DC} + R_e) \left(i_{e, 0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) i_{e, \alpha}^{(g)} dt \\ &+ \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC, \alpha} i_{AC, \alpha} - u_{AC, \beta} i_{AC, \beta} \right) dt - \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{\Delta, 0}^{(g)} i_{AC, \alpha} dt, \\ m_{11/2/6} &= -R_e \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e, \alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_{1/2/6} dt - R_e A_{1/2/6}^{(prov)} T_s \\ &+ \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e, 0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - (R'_{DC} + R_e) \left(i_{e, 0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) \tilde{\Phi}'_{1/2/6} dt, \\ m_{13/4} &= +R_e \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e, \beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_{3/4} dt + R_e A_{3/4}^{(prov)} T_s, \\ m_{15} &= \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{i_{AC, \alpha}}{4} \tilde{\Phi}'_5 dt, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_2 &= W_{\Sigma, \beta} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W_{\Sigma, \beta} \Big|_{t_0}^{(ss1)} \\ &- \frac{L_e}{2} \left[\left(i_{e, \alpha} i_{e, \beta} \right) \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - \left(i_{e, \alpha} i_{e, \beta} \right) \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] + L_e \left[i_{e, 0}^{(ss2)} i_{e, \beta}^{(ss2)} - i_{e, 0}^{(ss1)} i_{e, \beta}^{(ss1)} \right] \\ &- \frac{L'_{AC}}{8} \left[\left(i_{AC, \alpha} i_{AC, \beta} \right) \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - \left(i_{AC, \alpha} i_{AC, \beta} \right) \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\ &- R_e \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e, \alpha}^{(g)} i_{e, \beta}^{(g)} dt - \frac{R'_{AC}}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{AC, \alpha} i_{AC, \beta} dt \\ &- \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e, 0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - (R'_{DC} + R_e) \left(i_{e, 0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) i_{e, \beta}^{(g)} dt \\ &+ \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(-u_{AC, \alpha} i_{AC, \beta} - u_{AC, \beta} i_{AC, \alpha} \right) dt - \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{\Delta, 0}^{(g)} i_{AC, \beta} dt, \\ m_{21/2/6} &= +R_e \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e, \beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_{1/2/6} dt, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_{23/4} &= +R_e \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_{3/4} dt \\
 &\quad + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - (R'_{DC} + R_e) \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) \tilde{\Phi}'_{3/4} dt, \\
 m_{25} &= \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{i_{AC,\beta}}{4} \tilde{\Phi}'_5 dt, \\
 v_3 &= W_{\Delta,0}^{(ss2)} - W_{\Delta,0}^{(ss1)} \\
 &\quad + \frac{L_e}{2} \left[\left(i_{AC,\alpha} i_{e,\alpha} + i_{AC,\beta} i_{e,\beta} \right) \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - \left(i_{AC,\alpha} i_{e,\alpha} + i_{AC,\beta} i_{e,\beta} \right) \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 &\quad + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) i_{e,\alpha}^{(g)} dt \\
 &\quad + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) i_{e,\beta}^{(g)} dt - \int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{\Delta,0}^{(g)} \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) dt, \\
 m_{31/2/6} &= - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) \tilde{\Phi}'_{1/2/6} dt, \\
 m_{3,3/4} &= - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) \tilde{\Phi}'_{3/4} dt, \\
 m_{35} &= \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \tilde{\Phi}'_5 dt, \\
 v_4 &= W_{\Delta,\alpha} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W_{\Delta,\alpha} \Big|_{t_0}^{(ss1)} \\
 &\quad + \frac{L_e}{2} \left[\left(i_{AC,\alpha} i_{e,\alpha} - i_{AC,\beta} i_{e,\beta} \right) \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - \left(i_{AC,\alpha} i_{e,\alpha} - i_{AC,\beta} i_{e,\beta} \right) \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 &\quad + L_e \left[i_{e,0}^{(ss2)} i_{AC,\alpha} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - i_{e,0}^{(ss1)} i_{AC,\alpha} \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 &\quad - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - R'_{DC} \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) i_{AC,\alpha} dt \\
 &\quad + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(2u_{AC,\alpha} + 2L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + R'_{AC} i_{AC,\alpha} \right) \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) dt \\
 &\quad + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) i_{e,\alpha}^{(g)} dt \\
 &\quad - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) i_{e,\beta}^{(g)} dt - \int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{\Delta,0}^{(g)} i_{e,\alpha}^{(g)} dt, \\
 m_{41/2/6} &= - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) \tilde{\Phi}'_{1/2/6} dt + \int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{\Delta,0}^{(g)} \tilde{\Phi}'_{1/2/6} dt, \\
 m_{43/4} &= + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) \tilde{\Phi}'_{3/4} dt, \\
 m_{45} &= \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_5 dt, \\
 v_5 &= W_{\Delta,\beta} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W_{\Delta,\beta} \Big|_{t_0}^{(ss1)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{L_e}{2} \left[\left(i_{AC,\alpha} i_{e,\beta} + i_{AC,\beta} i_{e,\alpha} \right) \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - \left(i_{AC,\alpha} i_{e,\beta} + i_{AC,\beta} i_{e,\alpha} \right) \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 & + L_e \left[i_{e,0}^{(ss2)} i_{AC,\beta} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - i_{e,0}^{(ss1)} i_{AC,\beta} \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 & - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - R'_{DC} \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) i_{AC,\beta} dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(2u_{AC,\beta} + 2L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + R'_{AC} i_{AC,\beta} \right) \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) dt \\
 & - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) i_{e,\beta}^{(g)} dt \\
 & - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) i_{e,\alpha}^{(g)} dt - \int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{\Delta,0}^{(g)} i_{e,\beta}^{(g)} dt, \\
 m_{51/2/6} & = + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) \tilde{\Phi}'_{1/2/6} dt, \\
 m_{53/4} & = + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) \tilde{\Phi}'_{3/4} dt + \int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{\Delta,0}^{(g)} \tilde{\Phi}'_{3/4} dt, \\
 m_{55} & = \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_5 dt. \tag{5.7}
 \end{aligned}$$

Auch hier kann der Beitrag der Quadrate der Amplituden in der ersten Gleichung (mit Wellenlinien markiert) wieder vernachlässigt werden. Soll dieser zur Vollständigkeit trotzdem mitberücksichtigt werden, so sind einige wenige Iterationen notwendig. Hierbei wird aus einer vorläufigen Lösung der Amplituden $A_{1/2/3/4/6}^{(prov)}$ eine verbesserte Lösung für die Amplituden bestimmt.

(iii) Schließlich ist die zusätzliche Minimierungsbedingung implementiert durch

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial A_6} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix} & = -(\mathbf{M}_{5 \times 5})^{-1} \begin{pmatrix} m_{16} \\ m_{26} \\ m_{36} \\ m_{46} \\ m_{56} \end{pmatrix}, \\
 -\frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_6 dt + \begin{pmatrix} m_{16} & m_{26} & m_{36} & m_{46} & m_{56} \end{pmatrix} (\mathbf{M}_{5 \times 5}^{-1})^T & \begin{pmatrix} \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_1 dt \\ \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_2 dt \\ \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_3 dt \\ \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_4 dt \\ 0 \end{pmatrix} \\
 & = - \underbrace{\begin{pmatrix} m_{16} & m_{26} & m_{36} & m_{46} & m_{56} \end{pmatrix} (\mathbf{M}_{5 \times 5}^{-1})^T}_{\begin{pmatrix} m_{61} & m_{62} & m_{63} & m_{64} & 0 \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix} + A_6. \tag{5.8}
 \end{aligned}$$

Die Kombination der letzten zwei Gleichungsgruppen (ii) & (iii) führt zum folgenden linearen Gleichungssystem für die sechs Amplituden $A_{1/2/3/4/5/6}$

$$\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} & m_{16} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} & m_{26} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} & m_{36} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} & m_{46} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & m_{54} & m_{55} & m_{56} \\ m_{61} & m_{62} & m_{63} & m_{64} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ A_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{pmatrix},$$

$$v_6 = -\frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_6 dt + \begin{pmatrix} m_{16} & m_{26} & m_{36} & m_{46} & m_{56} \end{pmatrix} \left(\mathbf{M}_{5 \times 5}^{-1} \right)^T \begin{pmatrix} \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_1 dt \\ \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_2 dt \\ \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_3 dt \\ \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_4 dt \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (5.9)$$

Möglichkeit B: Zusätzliche Amplitude in der Gleichtaktspannung

Bei der Minimierung des gesamten Kreisstroms während des Übergangs kann als die andere Möglichkeit nun der zusätzliche Freiheitsgrad (wieder in grüner Farbe markiert) in der Gleichtaktspannung eingebaut werden

$$\begin{aligned} i_{e,0}(t) &= i_{e,0}^{(ss1)} \tilde{s}(t) + i_{e,0}^{(ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) + A_0 \tilde{\Phi}_1(t) \equiv i_{e,0}^{(g)}(t) + A_0 \tilde{\Phi}_1(t), \\ i_{e,\alpha}(t) &= i_{e,\alpha}^{(ss1)}(t) \tilde{s}(t) + i_{e,\alpha}^{(ss2)}(t) (1 - \tilde{s}(t)) + A_1 \tilde{\Phi}'_1(t) + A_2 \tilde{\Phi}'_2(t) \\ &\equiv i_{e,\alpha}^{(g)}(t) + A_1 \tilde{\Phi}'_1(t) + A_2 \tilde{\Phi}'_2(t), \\ i_{e,\beta}(t) &= i_{e,\beta}^{(ss1)}(t) \tilde{s}(t) + i_{e,\beta}^{(ss2)}(t) (1 - \tilde{s}(t)) + A_3 \tilde{\Phi}'_3(t) + A_4 \tilde{\Phi}'_4(t) \\ &\equiv i_{e,\beta}^{(g)}(t) + A_3 \tilde{\Phi}'_3(t) + A_4 \tilde{\Phi}'_4(t), \\ u_{\Delta,0}(t) &= u_{\Delta,0}^{(ss1)}(t) \tilde{s}(t) + u_{\Delta,0}^{(ss2)}(t) (1 - \tilde{s}(t)) + A_5 \tilde{\Phi}'_5(t) + A_6 \tilde{\Phi}'_6(t) \\ &\equiv u_{\Delta,0}^{(g)}(t) + A_5 \tilde{\Phi}'_5(t) + A_6 \tilde{\Phi}'_6(t), \end{aligned} \quad (5.10)$$

mit derselben Notation für die Basis-Funktionen $\tilde{\Phi}'_{1/2/3/4/5/6}$ wie in (5.5). Die Gütefunktion (5.1) hängt nun nicht mehr von A_6 explizit ab, aber implizit über die Amplituden $A_{1/2/3/4}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{e,\alpha}^2 + i_{e,\beta}^2 \right) dt &= \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\left(i_{e,\alpha}^{(g)} \right)^2 + \left(i_{e,\beta}^{(g)} \right)^2 \right) dt + 2 \sum_{j=1,2} \frac{A_j}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_j dt \\ &\quad + 2 \sum_{j=3,4} \frac{A_j}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_j dt + [A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + A_4^2]. \end{aligned}$$

Die gesamte Aufgabe in der hier betrachteten Möglichkeit B besteht wieder aus sieben Gleichungen analog zu der Möglichkeit A:

- Eine (1) quadratische algebraische Gleichung für die Amplitude A_0 , welche aus der Änderung in der gesamten MMC-Energie $W_{\Sigma,0}$ während des Übergangs stammt.
- Fünf (5) lineare Gleichungen aus den Änderungen in $\{W_{\Sigma,\alpha/\beta}, W_{\Delta,0/\alpha/\beta}\}$.
- Eine (1) lineare Gleichung für die zusätzliche Minimierungsbedingung

$$\begin{aligned}
 0 &= \sum_{j=1,2} \frac{\partial A_j}{\partial A_6} \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_j dt + \sum_{j=3,4} \frac{\partial A_j}{\partial A_6} \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_j dt \\
 &\quad + \sum_{j=1,2,3,4} \frac{\partial A_j}{\partial A_6} A_j, \\
 0 &= \begin{pmatrix} \frac{\partial A_1}{\partial A_6} & \frac{\partial A_2}{\partial A_6} & \frac{\partial A_3}{\partial A_6} & \frac{\partial A_4}{\partial A_6} & \frac{\partial A_5}{\partial A_6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_1 dt \\ \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_2 dt \\ \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_3 dt \\ \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_4 dt \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &\quad + \begin{pmatrix} \frac{\partial A_1}{\partial A_6} & \frac{\partial A_2}{\partial A_6} & \frac{\partial A_3}{\partial A_6} & \frac{\partial A_4}{\partial A_6} & \frac{\partial A_5}{\partial A_6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix}. \tag{5.11}
 \end{aligned}$$

Wie bei der Möglichkeit A werden nun diese drei Gleichungsgruppen getrennt im Detail diskutiert.

- (i) Genau wie bei der Aufgabe 1 im vorherigen Kapitel 4 ist die als erstes erwähnte quadratische Gleichung für A_0 gleich

$$\begin{aligned}
 c_2 A_0^2 + c_1 A_0 + c_0 &= 0, \\
 c_2 &= -R'_{DC} T_s, \\
 c_1 &= \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 2R'_{DC} i_{e,0}^{(g)} \right) \tilde{\Phi}'_1 dt, \\
 c_0 &= - \left[W_{\Sigma,0}^{(ss2)} - W_{\Sigma,0}^{(ss1)} \right] \\
 &\quad - \frac{L_e}{4} \left[\left(i_e^{(g)} \right)^{(ss2)} - \left(i_e^{(g)} \right)^{(ss1)} \right] - \frac{L'_{DC}}{2} \left[\left(i_{e,0}^{(g)} \right)^{(ss2)} - \left(i_{e,0}^{(g)} \right)^{(ss1)} \right] - \frac{L'_{AC}}{16} \left[\left(i_{AC}^{(g)} \right)^{(ss2)} - \left(i_{AC}^{(g)} \right)^{(ss1)} \right] \\
 &\quad - \frac{R_e}{2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\left(i_{e,\alpha}^{(g)} \right)^2 + \left(i_{e,\beta}^{(g)} \right)^2 \right) dt - \frac{R'_{AC}}{8} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{AC}^{(g)2} dt \\
 &\quad - R_e \left[A_1^{(prov)} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_1 dt + A_2^{(prov)} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_2 dt \right. \\
 &\quad \left. + A_3^{(prov)} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_3 dt + A_4^{(prov)} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_4 dt \right] \\
 &\quad - \frac{R_e}{2} T_s \left[\left(A_1^{(prov)} \right)^2 + \left(A_2^{(prov)} \right)^2 + \left(A_3^{(prov)} \right)^2 + \left(A_4^{(prov)} \right)^2 \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - R'_{DC} i_{e,0}^{(g)} \right) i_{e,0}^{(g)} dt - \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \underbrace{\left(u_{AC,\alpha} i_{AC,\alpha} + u_{AC,\beta} i_{AC,\beta} \right)}_{= \hat{u}_{AC} \hat{i}_{AC} \cos \varphi_{i,AC}} dt, \quad (5.12)
 \end{aligned}$$

mit denselben Kommentaren bezüglich der vernachlässigbaren Terme proportional zu R_e (mit Wellenlinien markiert) wie in der Möglichkeit A.

(ii) Das algebraische Gleichungssystem aus fünf Gleichungen für die Änderung während des Übergangsintervalls in der internen Energieumverteilung ist analog zur Möglichkeit A

$$\underbrace{\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & m_{54} & m_{55} \end{pmatrix}}_{\mathbf{M}_{5 \times 5}} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} m_{16} \\ m_{26} \\ m_{36} \\ m_{46} \\ m_{56} \end{pmatrix} A_6,$$

$$\begin{aligned}
 v_1 & = W_{\Sigma,\alpha} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W_{\Sigma,\alpha} \Big|_{t_0}^{(ss1)} \\
 & + \frac{L_e}{4} \left[\left(i_{e,\alpha}^2 - i_{e,\beta}^2 \right) \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - \left(i_{e,\alpha}^2 - i_{e,\beta}^2 \right) \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] + L_e \left[i_{e,0}^{(ss2)} i_{e,\alpha}^{(ss2)} - i_{e,0}^{(ss1)} i_{e,\alpha}^{(ss1)} \right] \\
 & + \frac{L'_{AC}}{16} \left[\left(i_{AC,\alpha}^2 - i_{AC,\beta}^2 \right) \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - \left(i_{AC,\alpha}^2 - i_{AC,\beta}^2 \right) \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 & + \frac{R_e}{2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\left(i_{e,\alpha}^{(g)} \right)^2 - \left(i_{e,\beta}^{(g)} \right)^2 \right) dt + \frac{R'_{AC}}{8} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{AC,\alpha}^2 - i_{AC,\beta}^2 \right) dt \\
 & - \frac{R_e}{2} T_s \left[\left(A_1^{(prov)} \right)^2 + \left(A_2^{(prov)} \right)^2 - \left(A_3^{(prov)} \right)^2 - \left(A_4^{(prov)} \right)^2 \right] \\
 & - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - (R'_{DC} + R_e) \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) i_{e,\alpha}^{(g)} dt \\
 & + \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} i_{AC,\alpha} - u_{AC,\beta} i_{AC,\beta} \right) dt - \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{\Delta,0}^{(g)} i_{AC,\alpha} dt, \\
 m_{11/2} & = -R_e \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_{1/2} dt - R_e A_{1/2}^{(prov)} T_s \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - (R'_{DC} + R_e) \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) \tilde{\Phi}'_{1/2} dt, \\
 m_{13/4} & = +R_e \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_{3/4} dt + R_e A_{3/4}^{(prov)} T_s, \\
 m_{15/6} & = \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{i_{AC,\alpha}}{4} \tilde{\Phi}'_{5/6} dt,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_2 & = W_{\Sigma,\beta} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W_{\Sigma,\beta} \Big|_{t_0}^{(ss1)} \\
 & - \frac{L_e}{2} \left[\left(i_{e,\alpha} i_{e,\beta} \right) \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - \left(i_{e,\alpha} i_{e,\beta} \right) \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] + L_e \left[i_{e,0}^{(ss2)} i_{e,\beta}^{(ss2)} - i_{e,0}^{(ss1)} i_{e,\beta}^{(ss1)} \right] \\
 & - \frac{L'_{AC}}{8} \left[\left(i_{AC,\alpha} i_{AC,\beta} \right) \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - \left(i_{AC,\alpha} i_{AC,\beta} \right) \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - R_e \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} i_{e,\beta}^{(g)} dt - \frac{R'_{AC}}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{AC,\alpha} i_{AC,\beta} dt \\
 & - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - (R'_{DC} + R_e) \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) i_{e,\beta}^{(g)} dt \\
 & + \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(-u_{AC,\alpha} i_{AC,\beta} - u_{AC,\beta} i_{AC,\alpha} \right) dt - \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{\Delta,0}^{(g)} i_{AC,\beta} dt, \\
 m_{21/2} & = +R_e \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_{1/2} dt, \\
 m_{23/4} & = +R_e \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_{3/4} dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - (R'_{DC} + R_e) \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) \tilde{\Phi}'_{3/4} dt, \\
 m_{25/6} & = \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{i_{AC,\beta}}{4} \tilde{\Phi}'_{5/6} dt,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_3 & = W_{\Delta,0}^{(ss2)} - W_{\Delta,0}^{(ss1)} \\
 & + \frac{L_e}{2} \left[\left(i_{AC,\alpha} i_{e,\alpha} + i_{AC,\beta} i_{e,\beta} \right) \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - \left(i_{AC,\alpha} i_{e,\alpha} + i_{AC,\beta} i_{e,\beta} \right) \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) i_{e,\alpha}^{(g)} dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) i_{e,\beta}^{(g)} dt - \int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{\Delta,0}^{(g)} \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) dt, \\
 m_{31/2} & = - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) \tilde{\Phi}'_{1/2} dt, \\
 m_{3,3/4} & = - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) \tilde{\Phi}'_{3/4} dt, \\
 m_{35/6} & = \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \tilde{\Phi}'_{5/6} dt,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_4 & = W_{\Delta,\alpha} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W_{\Delta,\alpha} \Big|_{t_0}^{(ss1)} \\
 & + \frac{L_e}{2} \left[\left(i_{AC,\alpha} i_{e,\alpha} - i_{AC,\beta} i_{e,\beta} \right) \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - \left(i_{AC,\alpha} i_{e,\alpha} - i_{AC,\beta} i_{e,\beta} \right) \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 & + L_e \left[i_{e,0}^{(ss2)} i_{AC,\alpha} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - i_{e,0}^{(ss1)} i_{AC,\alpha} \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 & - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - R'_{DC} \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) i_{AC,\alpha} dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(2u_{AC,\alpha} + 2L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + R'_{AC} i_{AC,\alpha} \right) \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) dt \\
 & + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) i_{e,\alpha}^{(g)} dt \\
 & - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) i_{e,\beta}^{(g)} dt - \int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{\Delta,0}^{(g)} i_{e,\alpha}^{(g)} dt, \\
 m_{41/2} & = - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) \tilde{\Phi}'_{1/2} dt + \int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{\Delta,0}^{(g)} \tilde{\Phi}'_{1/2} dt,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_{43/4} &= + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) \tilde{\Phi}'_{3/4} dt, \\
 m_{45/6} &= \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_{5/6} dt, \\
 v_5 &= W_{\Delta,\beta} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W_{\Delta,\beta} \Big|_{t_0}^{(ss1)} \\
 &\quad - \frac{L_e}{2} \left[\left(i_{AC,\alpha} i_{e,\beta} + i_{AC,\beta} i_{e,\alpha} \right) \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - \left(i_{AC,\alpha} i_{e,\beta} + i_{AC,\beta} i_{e,\alpha} \right) \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 &\quad + L_e \left[i_{e,0}^{(ss2)} i_{AC,\beta} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - i_{e,0}^{(ss1)} i_{AC,\beta} \Big|_{t_0}^{(ss1)} \right] \\
 &\quad - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\frac{1}{2} u_{DC} - 3L_{DC} \left(\frac{di_{e,0}^{(g)}}{dt} + A_0 \frac{d\tilde{\Phi}_1}{dt} \right) - R'_{DC} \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) \right) i_{AC,\beta} dt \\
 &\quad + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(2u_{AC,\beta} + 2L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + R'_{AC} i_{AC,\beta} \right) \left(i_{e,0}^{(g)} + A_0 \tilde{\Phi}_1 \right) dt \\
 &\quad - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) i_{e,\beta}^{(g)} dt \\
 &\quad - \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) i_{e,\alpha}^{(g)} dt - \int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{\Delta,0}^{(g)} i_{e,\beta}^{(g)} dt, \\
 m_{51/2} &= + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\beta} + L_{AC} \frac{di_{AC,\beta}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\beta} \right) \tilde{\Phi}'_{1/2} dt, \\
 m_{53/4} &= + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{AC,\alpha} + L_{AC} \frac{di_{AC,\alpha}}{dt} + \frac{R'_{AC} + R_e}{2} i_{AC,\alpha} \right) \tilde{\Phi}'_{3/4} dt + \int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{\Delta,0}^{(g)} \tilde{\Phi}'_{3/4} dt, \\
 m_{55/6} &= \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_{5/6} dt, \tag{5.13}
 \end{aligned}$$

auch hier gelten die selben Kommentaren bezüglich der vernachlässigbaren Terme proportional zu R_e (mit Wellenlinien markiert) wie in der Möglichkeit A.

(iii) Und schließlich ist die zusätzliche Minimierungsbedingung implementiert durch

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial A_6} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix} &= - (\mathbf{M}_{5 \times 5})^{-1} \begin{pmatrix} m_{16} \\ m_{26} \\ m_{36} \\ m_{46} \\ m_{56} \end{pmatrix}, \\
 &+ \begin{pmatrix} m_{16} & m_{26} & m_{36} & m_{46} & m_{56} \end{pmatrix} (\mathbf{M}_{5 \times 5}^{-1})^T \begin{pmatrix} \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_1 dt \\ \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_2 dt \\ \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_3 dt \\ \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_4 dt \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= - \underbrace{\begin{pmatrix} m_{16} & m_{26} & m_{36} & m_{46} & m_{56} \end{pmatrix} (\mathbf{M}_{5 \times 5}^{-1})^T}_{\begin{pmatrix} m_{61} & m_{62} & m_{63} & m_{64} & 0 \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix}. \tag{5.14}
 \end{aligned}$$

Die Kombination der letzten zwei Gleichungsgruppen (ii) & (iii) führt zum folgenden linearen Gleichungssystem für die sechs Amplituden $A_{1/2/3/4/5/6}$

$$\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} & m_{16} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} & m_{26} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} & m_{36} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} & m_{46} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & m_{54} & m_{55} & m_{56} \\ m_{61} & m_{62} & m_{63} & m_{64} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ A_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{pmatrix},$$

$$v_6 = \begin{pmatrix} m_{16} & m_{26} & m_{36} & m_{46} & m_{56} \end{pmatrix} \left(\mathbf{M}_{5 \times 5}^{-1} \right)^T \begin{pmatrix} \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_1 dt \\ \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\alpha}^{(g)} \tilde{\Phi}'_2 dt \\ \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_3 dt \\ \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)} \tilde{\Phi}'_4 dt \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (5.15)$$

6 Simulationsergebnisse und Vergleich der Verfahren zum Trajektorienentwurf

Die vier vorgestellten Verfahren für den Entwurf von schnellen Stromtrajektorien in einem MMC für einem DC -Spannungseinbruch sollen nun mit der Software MATLAB simuliert werden. Die zu vergleichenden unterschiedlichen vier Verfahren sind:

- Verfahren 1: Fünf Basisfunktionen $\tilde{\Phi}_i$ verteilt auf die Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$
- Verfahren 2: Fünf Basisfunktionen $\tilde{\Phi}_i$ verteilt auf die drei inneren Freiheitsgrade $i_{e,\alpha/\beta}$ & $u_{\Delta,0}$
- Verfahren 3: Sechs Basisfunktionen $\tilde{\Phi}_i$ ungleich verteilt auf die drei inneren Freiheitsgrade $i_{e,\alpha/\beta}$ & $u_{\Delta,0}$
- Verfahren 4: Sechs Basisfunktionen $\tilde{\Phi}_i$ gleich verteilt auf die inneren Freiheitsgrade $i_{e,\alpha/\beta}$ & $u_{\Delta,0}$

Das erklärte Ziel ist: die Armenergien W_i und die inneren Freiheitsgrade $i_{e,\alpha/\beta}$ & $u_{\Delta,0}$ glatt vom ersten eingeschwungenen Zustand $^{(ss1)}$ in den zweiten eingeschwungenen Zustand $^{(ss1)}$ während der Transitionszeit T_s zu überführen. Hierzu wird zunächst der Simulationsaufbau im Detail vorgestellt. Anschließend werden die Simulationsergebnisse der vier entwickelten Verfahren verglichen und diskutiert. Zudem erfolgt noch die Untersuchung einer kürzeren Übergangszeit T_s , eines DC -Spannungseinbrüche Δu_{DC} und der Auswirkungen von Kreisströmen ungleich Null sowie der Reduzierung der AC -Leistung.

6.1 Aufbau des Simulationscodes

Zur Validierung der Verfahren aus den Kapiteln 4 und 5 wurde eine MATLAB-Simulation realisiert. Diese hat den in Abbildung 6.1 gezeigten Ablauf.

Im ersten Schritt werden die Parameter des modellierten MMC in einem DC - AC -Übertragungsnetz (vgl. Abb. 2.5) initialisiert. Die Werte der Tabelle 6.1 wurden [7] entnommen. Hinzu kommen die Festlegung der Simulationsdauer T_{sim} , der Dauer des Übergangs T_s und der verwendete Zeitschritt Δt . Mit diesem Zeitschritt Δt werden die Bewegungsgleichungen numerisch aufgelöst und integriert. Die in dieser Arbeit gestellte Aufgabe ist die Berechnung von schnellen Trajektorien, wobei mit „schnell“ kürzer als eine halbe AC -Periode (10 ms) gemeint ist.

Hierzu werden im Folgenden nur Übergangszeiten $T_s \leq 10\text{ms}$ betrachtet. Tatsächlich muss die Dauer des Übergangs $T_s \leq 9.6\text{ms}$ sein, da sich dieser Wert durch ein Vielfaches von 24 Zeitschritten Δt ergibt. Die Notwendigkeit der 24 Zeitschritte Δt resultiert aus der Definition der Basisfunktion $\tilde{\Phi}_6$ aus den Gleichungen (5.2). Bezüglich Δt sei auf die Diskussion zur Länge des Zeitschritts der zeitdiskreten Steuerung in Abschnitt 2.3, im speziellen Gleichung (2.27), verwiesen.

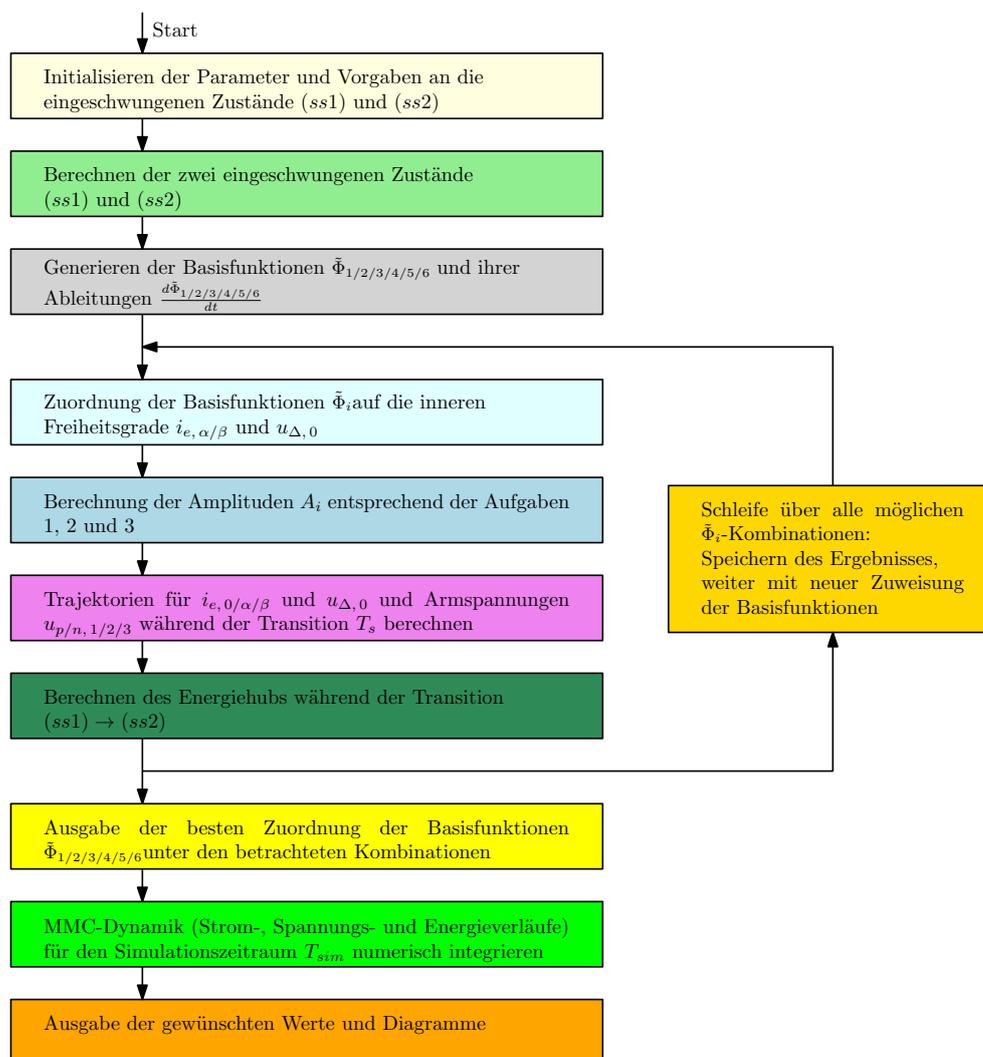


Abbildung 6.1: Flussdiagramm der Simulationssoftware

Parameter	Wert	Parameter	Wert	Parameter	Wert
Δt	100 μs	R_{AC}	0.842 Ω	L_{AC}	27 mH
T_{sim}	100 ms	R_e	0.01 Ω	L_e	1 mH
T_s	9.6 ms	R_{DC}	3 Ω	L_{DC}	140 mH
v_C	1.2	C_{SM}	3 mF	N_{SM}	200

Tabelle 6.1: Parameter des MMC und der Simulation

Zudem werden die Vorgaben, Spannungen und Ströme der DC- und AC-Seite definiert, um

hieraus im nächsten Schritt die eingeschwungenen Zustände berechnen zu können. Für die Festlegung des zweiten eingeschwungenen Zustands ist der DC -Spannungseinbruch Δu_{DC} bereits bekannt. In Tabelle 6.2 beträgt dieser für das erste zu betrachtende Szenario 30% des ersten eingeschwungenen Zustands ($\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$).

Vorgabe	Wert	Vorgabe	Wert	Vorgabe	Wert	Vorgabe	Wert
$\hat{u}_{DC}^{(ss1)}$	400 kV	$\hat{u}_{AC}^{(ss1)}$	150 kV	$\hat{i}_{AC}^{(ss1)}$	2 kA	$\varphi_{i,AC}^{(ss1)}$	$30 \pi/180$
$\hat{u}_{DC}^{(ss2)}$	280 kV	$\hat{u}_{AC}^{(ss2)}$	150 kV	$\hat{i}_{AC}^{(ss2)}$	2 kA	$\varphi_{i,AC}^{(ss2)}$	$30 \pi/180$

Tabelle 6.2: Parameter der eingeschwungenen Zustände

Die AC -Netzfrequenz beträgt in beiden eingeschwungenen Zuständen den europäischen Standard

$\omega_{AC} = 2\pi 50 \text{ rad/s}$. Mit diesen Vorgaben lassen sich die eingeschwungenen Zustände, also die Armspannungen $u_{p/n,1/2/3}^{(ss)}$, die Armströme $i_{p/n,1/2/3}^{(ss)}$ und die Armenergien $W_{p/n,1/2/3}^{(ss)}$ für die gesamte Simulationsdauer T_{sim} vorberechnen. Jeder der eingeschwungenen Zustände wird entsprechend der zeitdiskreten Formulierung, Kapitel 3.3, insbesondere der Gleichungen (3.14) und (3.15) berechnet. Für die Simulationen gilt, dass die Kreisströme sowie die Gleichtaktspannung für beide eingeschwungenen Zustände verschwindend sind. Damit sind die Armspannungen $u_{p/n,1/2/3}^{(ss1)}$ und $u_{p/n,1/2/3}^{(ss2)}$ bekannt, welche in den jeweiligen Armen durch die untergeordnete Submodulregelung zu stellen sind, um das System im jeweiligen eingeschwungenen Zustand zu halten.

Bei $t = t_0$ findet der DC -Spannungseinbruch statt und über die kurze Dauer des Übergangs T_s soll die Dynamik auf einen neuen eingeschwungenen Zustand überführt werden. Dieser ist kompatibel mit dem neuen DC -Spannungsverlauf. Damit kann bei $t = t_0 + T_s$ die Dynamik, ohne weitere äußere Störungen, alleine durch $u_{p/n,1/2/3}^{(ss2)}$ im neuen eingeschwungenen Zustand gehalten werden.

Bevor nun für den Spannungseinbruch die Stromtrajektorien während der Transition zwischen den beiden eingeschwungenen Zuständen berechnet werden, müssen noch die hierfür notwendigen Basisfunktionen generiert werden. Dazu werden die Formulierungen der sechs Basisfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/3/4/5/6}$ aus Gleichungen (5.2) verwendet. Zudem werden noch die zeitlichen Ableitungen der Basisfunktionen $d\tilde{\Phi}_{1/2/3/4/5/6}/dt$ gebildet, welche später für die Berechnung der Armspannungen aus der Stromdynamik (2.23) benötigt werden.

Mit der Festlegung der Startzeit $t_0 = 42 \text{ ms}$ des DC -Spannungseinbruchs sind dann auch alle notwendigen Werte berechnet und initialisiert. Es folgt die iterative Berechnung der Solltrajektorien für die inneren Freiheitsgrade $i_{e,/\alpha/\beta}$ & $u_{\Delta,0}$ und die daraus resultierende Energiedynamik $W_{\Sigma, \alpha/\beta}$, $W_{\Delta,0}$ und $W_{\Delta, \alpha/\beta}$ für die verschiedenen Kombinationen der Basisfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/3/4/5/6}$, wobei diese in Abhängigkeit des gewählten Verfahrens zugewiesen werden.

Unabhängig von der Wahl des Verfahrens zur Lösung der Aufgaben 2 und 3 wird die Amplitude

A_0 des DC-Stromverlaufs für die Verschiebung der gesamten MMC-Energie $W_{\Sigma,0}^{(ss2)} - W_{\Sigma,0}^{(ss1)}$ (Aufgabe 1) entsprechend Abschnitt 4.5 berechnet.

Die Aufgabe 1 zur Bestimmung der DC-Trajektorie ist annähernd entkoppelt von Aufgabe 2 & 3 zum optimalen Entwurf der Trajektorien der inneren MMC-Freiheitsgrade. Der einzige Einfluss von Aufgabe 2 & 3 auf Aufgabe 1 entsteht durch den Beitrag aus den Quadraten der Amplituden $A_{1/2/3/4/5/6}$, welche jedoch mit dem sehr kleinen Innenwiderstand R_e multipliziert werden (vgl. Gleichung (4.21)). Somit könnte dieser Term auch vernachlässigt werden, um eine vollständige Trennung zwischen den Aufgaben 1 und 2 & 3 herzustellen. Um ein möglichst exaktes Ergebnis für die Armenenergien zu erhalten, wird A_0 in dieser Arbeit jedoch iterativ berechnet und somit der gerade diskutierte kleine Beitrag mit berücksichtigt.

Dass bereits die erste Iteration von A_0 eine gute Lösung bietet, zeigt die Abbildung 6.2. Hier wird die Entwicklung der Amplitude A_0 über die einzelnen Iterationen gezeigt. Die Änderungen durch die quadratischen Abhängigkeiten der Amplituden $A_{1/2/3/4/5/6}^2$ bei konsekutiven Iterationen sind sehr gering. Spätestens ab der fünften Iteration ist die Änderung vollständig vernachlässigbar. Daher werden alle folgenden Ergebnisse mit fünf Iterationen berechnet.

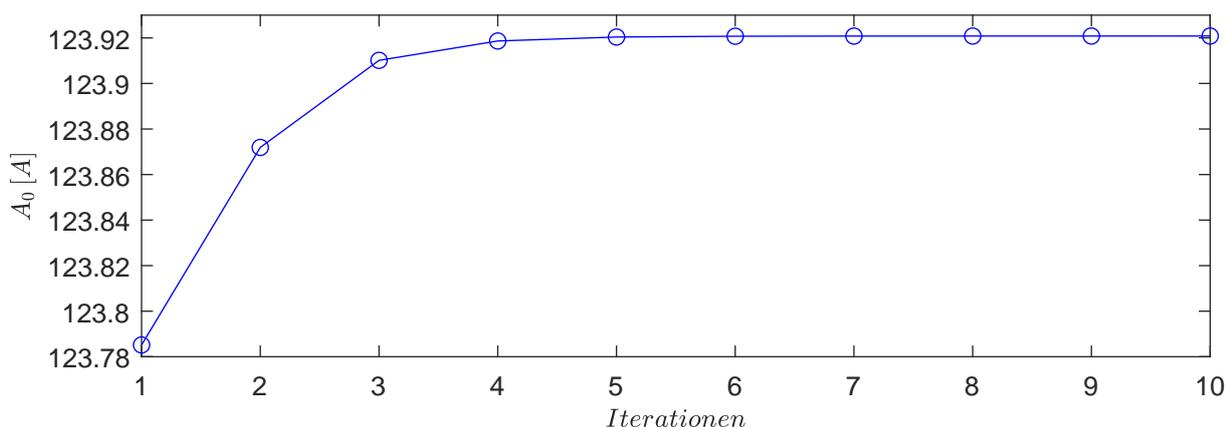


Abbildung 6.2: Entwicklung der Amplitude A_0 über die Iterationen

Bevor der iterative Berechnungsprozess der Amplitude A_0 beginnen kann, muss zum Entwurf der Transitionstrajektorien der inneren Freiheitsgrade zunächst eines der vorgestellten Verfahren ausgewählt und die Basisfunktionen entsprechend zugeordnet werden.

- In Verfahren 1 (vgl. Seite 60) werden fünf Basisfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/3/4/5}$ nur den Kreisströmen $i_{e,\alpha/\beta}$ zugeordnet. Die Gleichtaktspannung $u_{\Delta,0}$ bleibt unberührt bei Null während des Übergangs. Entweder zwei oder drei Basisfunktionen werden der α -Komponente und drei oder zwei Basisfunktionen der β -Komponente des Kreisstroms zugeordnet. Die zugehörige Tabelle B.1 mit allen möglichen Verteilungskombinationen der Basisfunktionen befindet sich im Anhang B.1.
- Das Verfahren 2 wurde in Abschnitt 4.6 allgemein als Aufgabe 2 eingeführt. Hierbei werden

die fünf Basisfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/3/4/5}$ auf alle drei inneren Freiheitsgrade, die Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ und die Gleichtaktspannung $u_{\Delta,0}$, verteilt. Jeweils zwei Basisfunktionen entfallen auf die Kreisströme und eine Basisfunktion auf die Gleichtaktspannung. Die jeweiligen Zuordnungen sind in Tabelle 4.1 gezeigt worden.

- Für das Verfahren 3 wird den Kreisströmen eine weitere Amplitude zur Lösung der Optimierungsaufgabe 3 zugeordnet (vgl. Seite 66 ff.) und somit sechs Basisfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/3/4/5/6}$ auf die drei inneren Freiheitsgrade verteilt. Die sechste Basisfunktion dient hierbei als zusätzlicher Freiheitsgrad, um die Kreisstromamplituden zu minimieren. Dabei werden zwei oder drei Basisfunktionen der α -Komponente und drei oder zwei Basisfunktionen der β -Komponente des Kreisstroms zugeordnet sowie eine Basisfunktion der Gleichtaktspannung. Die zugehörige Tabelle B.2 mit allen möglichen Zuteilungen der Basisfunktionen ist im Anhang B.1 zu finden.
- Verfahren 4 verteilt die sechs Basisfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/3/4/5/6}$ zu jeweils zwei Stück auf die inneren Freiheitsgrade, die Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ und die Gleichtaktspannung $u_{\Delta,0}$. Das Verfahren wurde auf Seite 72 vorgestellt. Die Tabelle B.3 mit alle möglichen Kombinationen der Basisfunktionen kann in Anhang B.1 nachgeschlagen werden.

Ist das entsprechende Verfahren gewählt und die Basisfunktionen zugewiesen, können die Amplituden für die Pulsfunktionen $A_i \tilde{\Phi}_i$ berechnet werden. Die Berechnung der Amplituden A_1 bis A_6 erfolgt durch das Lösen des linearen Gleichungssystems (4.27), (4.24), (5.9) oder (5.15) entsprechend des gewählten Verfahrens.

Sind die Amplituden A_0 & $A_{1/2/3/4/5/6}$ für jede mögliche Kombination der Basisfunktionen berechnet, lassen sich die Trajektorien für die Ströme $i_{e,0}$, $i_{e,\alpha/\beta}$ und die Gleichtaktspannung $u_{\Delta,0}$ während der Übergangszeit T_s bestimmen. Beispielhaft für das Verfahren 4 lauten die Trajektorien:

$$\begin{aligned}
 i_{e,0}(k) &= i_{e,0}^{(g)}(k) + A_0 \tilde{\Phi}_1(k), \\
 i_{e,\alpha}(k) &= i_{e,\alpha}^{(g)}(k) + A_1 \tilde{\Phi}'_1(k) + A_2 \tilde{\Phi}'_2(k), \\
 i_{e,\beta}(k) &= i_{e,\beta}^{(g)}(k) + A_3 \tilde{\Phi}'_3(k) + A_4 \tilde{\Phi}'_4(k), \\
 u_{\Delta,0}(k) &= u_{\Delta,0}^{(g)}(k) + A_5 \tilde{\Phi}'_5(k) + A_6 \tilde{\Phi}'_6(k).
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

Hierbei sind $i_{e,0}^{(g)}$, $i_{e,\alpha/\beta}^{(g)}$ und $u_{\Delta,0}^{(g)}$ die Grundverläufe der jeweiligen Trajektorien. Diese verbinden glatt und monoton die eingeschwungenen Zustände (ss1) und (ss2) miteinander. Aus diesem entworfenen Stromverlauf während der Transition können aus der Stromdynamik des MMC, Gleichung (2.23), zusammen mit der entworfenen Gleichtaktspannung die zu stellenden Armspannungen $u_{p/n,1/2/3}$ für den Übergang zwischen den beiden eingeschwungenen Zuständen berechnet werden. Aus den Armspannungen wird dann mittels der diskreten MMC-Energiedynamik (2.35) der Energiehub während des Übergangs ermittelt. Für die leichtere Verständlichkeit werden die Armenenergien in die mittlere Kondensatorarmspannung $\bar{u}_{C,i}$ umge-

rechnet.

$$\bar{u}_{C,i} = \sqrt{2 (N_{SM}/C_{SM}) W_i} \quad (6.2)$$

Dies dient der Auswertung der Güte des Ergebnisses, denn die Armenergien W_i beziehungsweise mittlere Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,i}$ müssen zwingend positiv zu jedem Zeitpunkt des Übergangs bleiben. Später bestimmen diese Werte die Wahl der besten Kombinationen für jedes Verfahren. Diejenigen Kombinationen der Basisfunktionen, welche zu irgendeinem Zeitpunkt während des Übergangs zu negativen Armenergien W_i beziehungsweise Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,i}$ führen, werden verworfen und nicht abgespeichert. Für alle anderen Kombinationen werden die Trajektorien der Ströme $i_{e,0}$, $i_{e,\alpha/\beta}$ und der Gleichtaktspannung $u_{\Delta,0}$ sowie der berechneten Armspannungen $u_{p/n,1/2/3}$, Armenergien W_i und Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,i}$ gespeichert.

Sind die Ergebnisse aller Kombinationen berechnet, ist die beste Zuweisung der Basisfunktionen auszuwählen. In Anhang B.2 sind alle Ergebnisse der Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,i}$ aller zulässigen 95 Zuweisungen der 260 möglichen Zuweisungen der Basisfunktionen für die Parameter und Vorgaben aus den Tabellen 6.1 und 6.2 in den Abbildungen B.1 bis B.16 dargestellt. Es zeigt sich, dass manche Kombinationen zu großen Energiehüben beziehungsweise zu großen Schwankungen der Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,i}$ führen. Als beste Zuweisung Φ_{best} soll deshalb diejenige ausgewählt werden, welche den kleinsten Energiehub und damit das engste Band der Kondensatorarmspannungen

$$\Delta \bar{u}_C = \max (\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) - \min (\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) \quad (6.3)$$

besitzt. Um die vier Verfahren miteinander vergleichen zu können, wird hier die beste Zuweisung je Verfahren ausgesucht.

Da nun die beste Kombination ausgewählt wurde, kann die Armspannung $\bar{u}_{p/n,1/2/3}$ für die gesamte Simulationsdauer T_{sim} berechnet werden. Dabei ist k die Anzahl der Zeitschritte Δt .

$$\bar{u}_{p/n,1/2/3}(k) = \begin{cases} u_{p/n,1/2/3}^{(ss1)}(k) & 0 \leq k \leq k_{t_0} - 1 \\ u_{p/n,1/2/3}^{(\Phi_{best})}(k) & k_{t_0} \leq k \leq k_{t_0+T_s} \\ u_{p/n,1/2/3}^{(ss2)}(k) & k_{t_0+T_s} + 1 \leq k \leq k_{T_{sim}} \end{cases} \quad (6.4)$$

Gesteuert mit diesen Armspannungen $\bar{u}_{p/n,1/2/3}$ kann nun abschließend die diskrete Strom- und Energiedynamik (2.35) des MMC für die gesamte Simulationsdauer berechnet werden. Als Anfangszustand wird der eingeschwungene Zustand (ss1) bei $t = 0$ genommen. Die Ergebnisse der Ströme $i_{e,0}$, $i_{e,\alpha/\beta}$ und $i_{AC,\alpha/\beta}$ sowie die Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$ können nun dargestellt werden und mit den eingeschwungenen Zuständen, den Sollwerten, verglichen werden.

6.2 Vergleich der vier Verfahren zum Entwurf der inneren Freiheitsgrade

Im vorherigen Abschnitt wurde skizzenhaft der Ablauf der Berechnung beschrieben. Nun werden die besten Ergebnisse der vier verschiedenen Verfahren verglichen und die Performance des Verfahrens allgemein beurteilt. Die Abbildung 6.4 zeigt die Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$ und die Abbildung 6.5 zeigt die korrespondierenden Ströme $i_{e,0}$, $i_{e,/\alpha/\beta}$ und $i_{AC,/\alpha/\beta}$ für die beste Lösung des jeweiligen Verfahrens bei einem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 120$ kV, einer Startzeit $t_0 = 42$ ms und einer Übergangsdauer $T_s = 9.6$ ms. Hierbei lässt sich Folgendes feststellen:

- Alle Stromverläufe sind wie gefordert frei von Transienten nach Erreichen des zweiten eingeschwungenen Zustands und sie verbinden den ersten eingeschwungenen Zustand ($ss1$) glatt mit dem zweiten eingeschwungenen Zustand ($ss2$).
- Der Verlauf des AC-Stroms $i_{AC,\alpha/\beta}$ und der zugehörige AC-Phasenwinkel φ_{AC} bleiben wie gefordert unverändert während des Übergangs. Die Entkopplung der AC-Seite vom DC-Fehler kann damit gewährleistet werden.
- Die gemittelten Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$ und damit auch der Verlauf der Armenenergien sind wie erwünscht frei von Transienten und verbinden den ersten eingeschwungenen Zustand ($ss1$) glatt mit dem zweiten eingeschwungenen Zustand ($ss2$). Der zweite eingeschwungene Zustand ($ss2$) (gestrichelte Linien) wird jedoch nicht ganz exakt getroffen. Die entstandene Abweichung vom zweiten eingeschwungenen Zustand ist der zeitdiskreten numerischen Integration der zeitkontinuierlichen Formulierungen der Aufgaben 2 und 3 geschuldet. Der hierbei entstehende Fehler kann durch einen kürzeren Simulationszeitschritt Δt eliminiert werden. So zeigt die Abbildung 6.3, dass für ein Zeitschritt $\Delta t = 10 \mu s$ die Abweichung verschwindend ist. Ein derartiger Zeitschritt ist jedoch für die Energiesteuerung des MMC nicht zulässig, da die unterlagerte Regelung zum Umsetzen der berechneten Armspannungen in die implementierten Schaltzustände der einzelnen Submodule eine längere Zeit benötigt (Größenordnung von 30–50 μs), damit alle Submodule innerhalb des gleichen Arms eine ähnliche Spannung aufweisen. Es sei auf die Diskussion zum Zeitschritt in Abschnitt 2.3 ab Seite 19 verwiesen. Diese Abweichungen aufgrund der numerischen Integration sowie weiterer physikalischer Störungen auf das System können durch eine einfache Regelung mit Zustandsrückführung kompensiert werden. Solch eine Regelung ist nicht Bestandteil dieser Arbeit und wird hier nicht weiter behandelt.
- Verfahren 1 hat das breiteste Kondensatorarmspannungsband $\Delta \bar{u}_C$, aber auch die kleinsten Kreisstromamplituden (vgl. $\min/\max(i_{e,\alpha/\beta})$ in Abbildung 6.5).
- Durch die Verwendung der Gleichtaktspannung in Verfahren 2 als Freiheitsgrad, verbessert sich das betrachtete Gütekriterium eines geringen Kondensatorspannungshubs $\Delta \bar{u}_C$ auf

Kosten der höchsten Kreisstromamplituden im Vergleich.

- Verfahren 3 hat das engste Kondensatorarmspannungsband $\Delta \bar{u}_C$ und die maximale Kreisstromamplitude ist gegenüber der des Verfahrens 2 um ~ 150 A reduziert worden.
- Verfahren 4 hat ein ähnliches Kondensatorarmspannungsband $\Delta \bar{u}_C$ wie Verfahren 2, kann aber durch den zusätzlichen Freiheitsgrad die Kreisstromamplitude deutlich um ~ 480 A minimieren.

Damit ist zusammenfassend festzustellen, dass alle Verfahren die Anforderungen erfüllen und gut funktionieren. Wie erwartet liefert das Verfahren 2 bessere Ergebnisse, in Bezug auf das Gütekriterium $\Delta \bar{u}_C$, als Verfahren 1, da die Aufgabe 2 (Entwurf der inneren Freiheitsgrade zur inneren Umverteilung der Energie während des Übergangs) auf drei anstatt zwei Freiheitsgrade verteilt wird. Der zusätzliche Freiheitsgrad in den Kreisströmen für die zusätzliche Minimierung der Kreisstromamplituden (Aufgabe 3) in Verfahren 3 bringt die gewünschten kleineren Kreisstromamplituden. Da bezüglich des Gütekriteriums $\Delta \bar{u}_C$ das Verfahren 4 ein vergleichbares Ergebnis zu Verfahren 2 bei deutlich verringerten Kreisstromamplituden liefert, wird das Ergebnis des Verfahrens 4 als besser eingestuft. Für einen vereinfachten Vergleich werden daher in den folgenden Abschnitten nur noch die leistungsfähigeren Verfahren 3 und 4 untersucht.

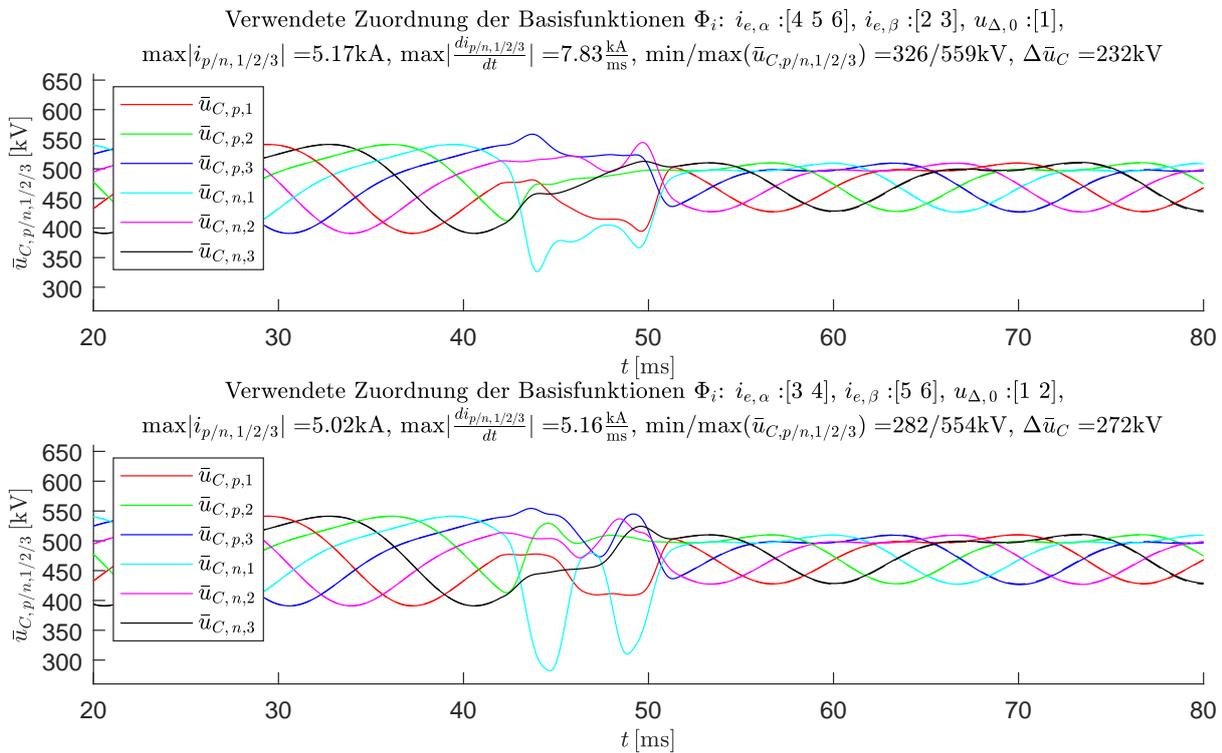


Abbildung 6.3: Szenario 1: Verläufe der Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$ für die Verfahren 3 und 4 bei einem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 120$ kV mit der Startzeit $t_0 = 42$ ms und der Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms bei einem Simulationszeitschritt von $\Delta t = 10$ μ s

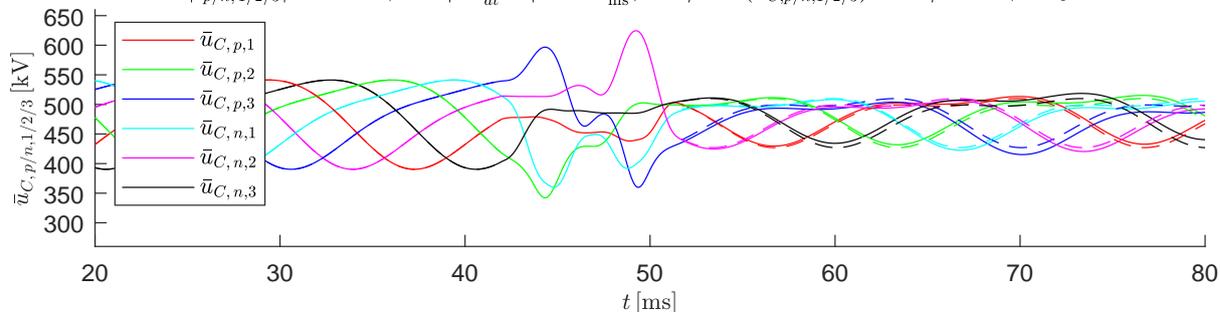
Transition von $(ss1) \rightarrow (ss2)$ mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 42\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

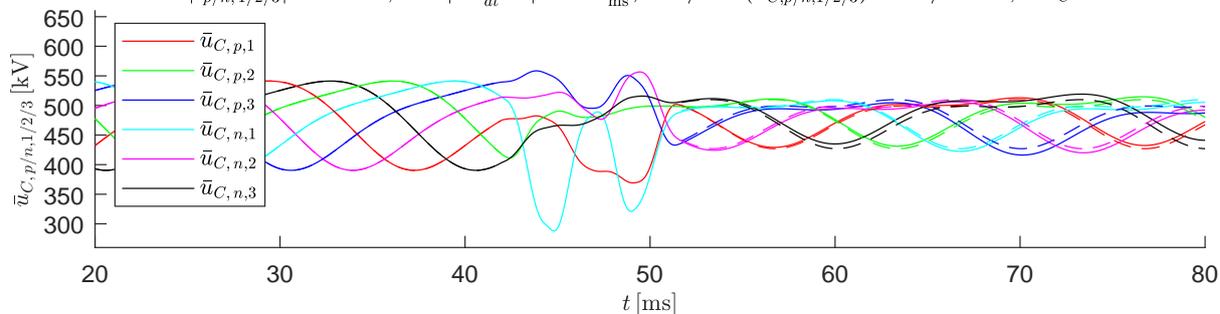
Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 2 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : []$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.21\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 5.58\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 342/625\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 282\text{kV}$$



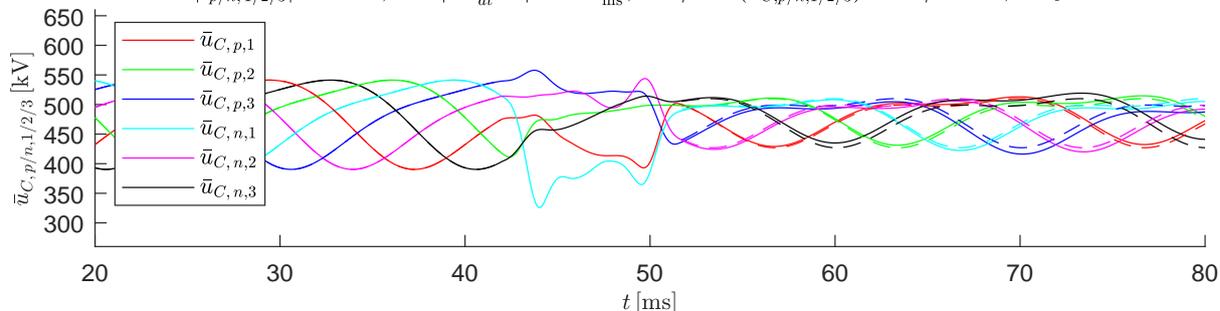
Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 3]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.35\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 6.13\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 288/558\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 271\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 3]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.2\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 7.86\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 326/558\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 232\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.06\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 5.22\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 280/553\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 273\text{kV}$$

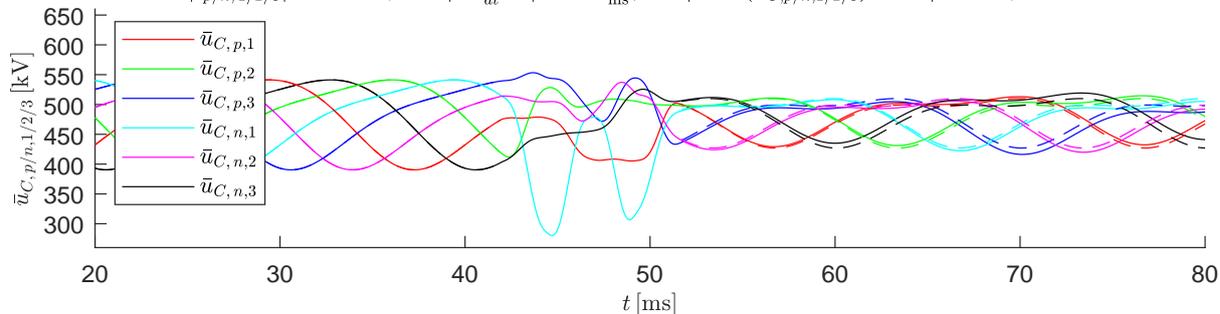


Abbildung 6.4: Szenario 1: Verläufe der mittleren Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$ für alle vier Verfahren bei einem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 120\text{ kV}$ mit der Startzeit $t_0 = 42\text{ ms}$ und der Übergangszeit $T_s = 9.6\text{ ms}$

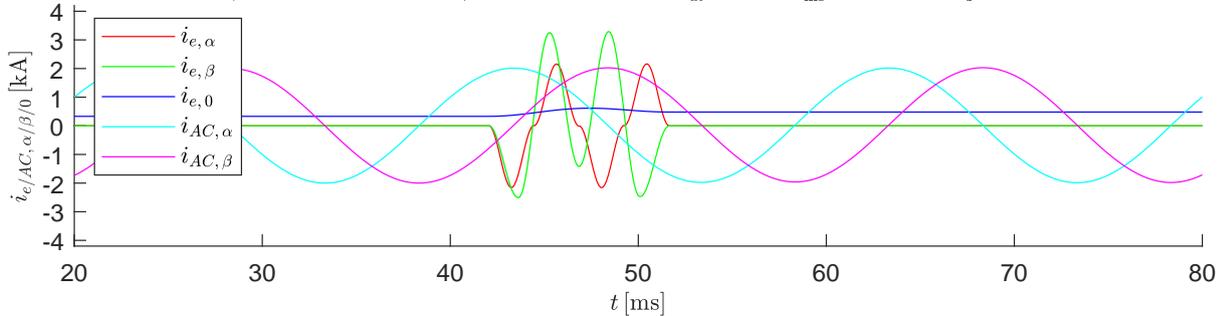
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 42\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

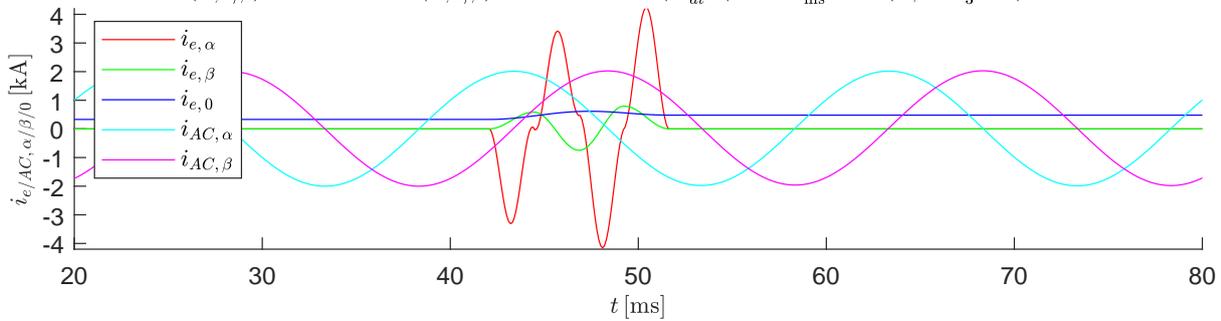
Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 2 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : []$,

$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.29\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.51\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 5.49\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.615\text{kA}$$



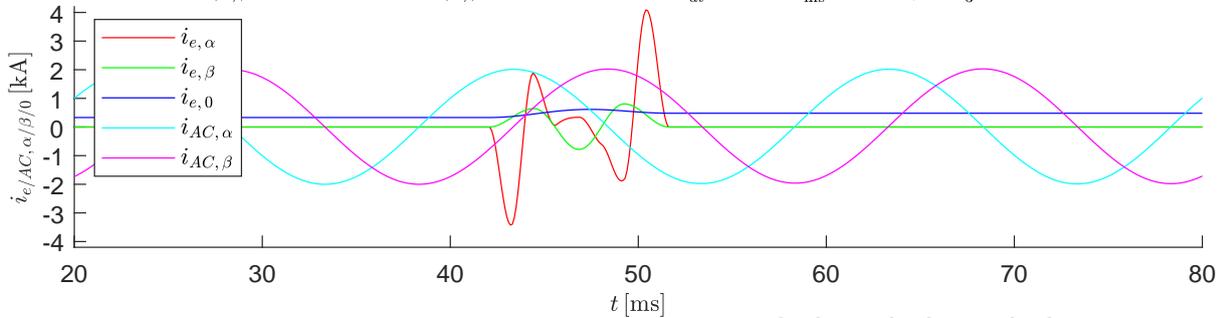
Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 3]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 4.23\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -4.15\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 5.83\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.615\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 3]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 4.09\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.42\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 7.63\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.615\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.75\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.73\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 4.95\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.615\text{kA}$$

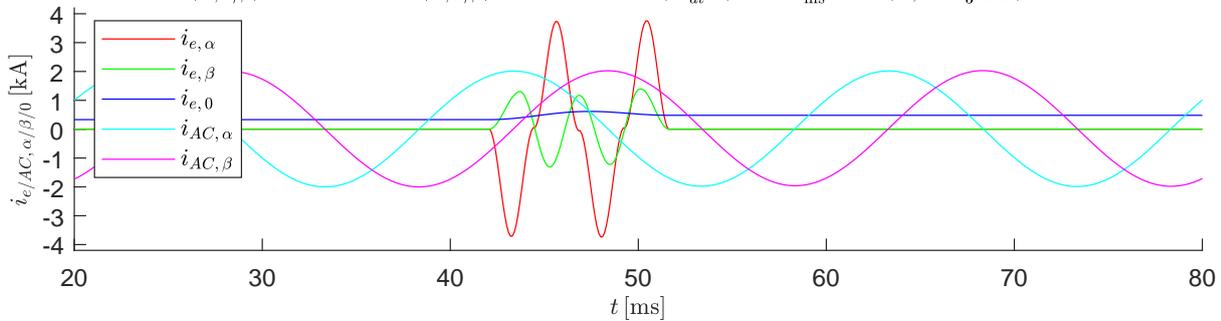


Abbildung 6.5: Szenario 1: Verläufe des DC-Stroms $i_{e,0}$, der Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ und der AC-Ströme $i_{AC,/\alpha/\beta}$ für alle vier Verfahren bei einem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 120\text{ kV}$ mit der Startzeit $t_0 = 42\text{ ms}$ und der Übergangszeit $T_s = 9.6\text{ ms}$

Da die Arme des MMC in Abhängigkeit des AC-Spannungsverlaufs $u_{AC,1,2,3}$ und dem Verlauf der instantanen AC-Phasenleistung $P_{AC,1,2,3}$ unterschiedlich belastet werden, ist zwangsläufig auch eine unterschiedliche Belastung auf die einzelnen Arme bei einem DC-Spannungseinbruch in Abhängigkeit des Verlaufs von AC-Spannung und AC-Phasenleistung zu erwarten. Daher werden verschiedene Startzeitpunkte t_0 über eine AC-Halbwelle im 1 ms Raster, wie in Abbildung 6.6 dargestellt, betrachtet. Die Betrachtung über eine AC-Halbwelle ist aufgrund der Punktsymmetrie der AC-Spannung über die Periode ausreichend. Gestartet wird mit $t_1 = 42$ ms.

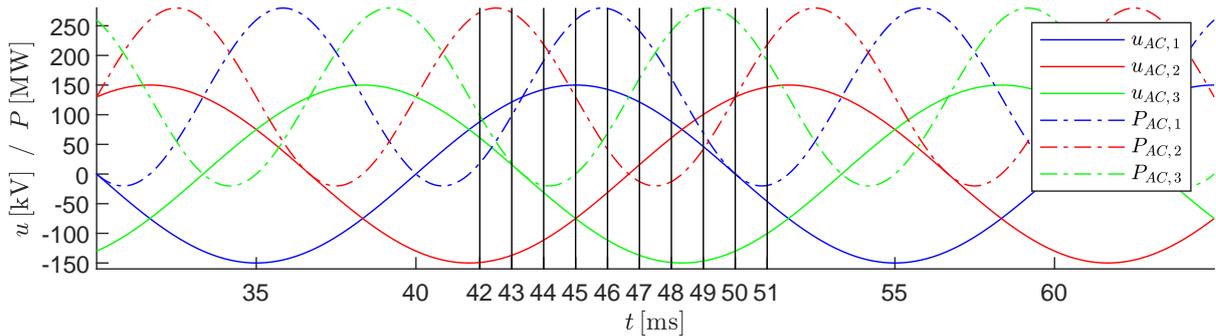


Abbildung 6.6: Startzeitpunkte $t_1 \dots t_{10} = 42$ ms ... 51 ms in Abhängigkeit der AC-Spannungen $u_{AC,1,2,3}$ und der instantanen AC-Phasenleistung $P_{AC,1,2,3}$

In den folgenden Abschnitten soll deshalb zunächst die Auswirkung der verschiedenen Zeitpunkte $t_1 \dots t_{10}$ auf das Szenario aus Abschnitt 6.1 gezeigt werden. Als zweites Szenario wird die Dauer der Transitionszeit T_s deutlich verkürzt, um den Nachweis zu erbringen, dass die Verfahren auch in der Lage sind, Energieverschiebungen im MMC in einem Viertel einer AC-Periode ($T_s \leq 5$ ms) zu realisieren. Im Szenario 3 wird noch ein starker DC-Spannungseinbruch betrachtet. Dieser führt wie zu erwarten zu großen Schwankungen der Kondensatorarmspannungen \bar{u}_C . In den Szenarien 4, 5 und 6 werden durch die Veränderung der Kreisstromamplituden im eingeschwungenen Zustand und die Anpassung der effektiven AC-Leistung Möglichkeiten aufgezeigt, die in Schwankungen der Kondensatorarmspannungen \bar{u}_C aus Szenario 3 zu verringern.

Abschnitt	Szenario	geänderte Simulationsparameter				
		Startzeit t_0	Transitionsdauer T_s	Spannungseinbruch Δu_{DC}	Phasenwinkel φ_{AC}	Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}^{(ss1)} / i_{e,\alpha/\beta}^{(ss2)}$
6.3	1	$t_1 \dots t_{10}$	$T_s = 9.6$ ms	$\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$	$\varphi_{AC}^{(ss1)} = \varphi_{AC}^{(ss2)}$	$i_{e,\alpha/\beta}^{(ss1)} = 0 = i_{e,\alpha/\beta}^{(ss2)}$
6.4	2	$t_1 \dots t_{10}$	$T_s = 4.8$ ms	$\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$	$\varphi_{AC}^{(ss1)} = \varphi_{AC}^{(ss2)}$	$i_{e,\alpha/\beta}^{(ss1)} = 0 = i_{e,\alpha/\beta}^{(ss2)}$
6.5	3	$t_1 \dots t_{10}$	$T_s = 9.6$ ms	$\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$	$\varphi_{AC}^{(ss1)} = \varphi_{AC}^{(ss2)}$	$i_{e,\alpha/\beta}^{(ss1)} = 0 = i_{e,\alpha/\beta}^{(ss2)}$
6.6	4	$t_1 \dots t_{10}$	$T_s = 9.6$ ms	$\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$	$\varphi_{AC}^{(ss1)} = \varphi_{AC}^{(ss2)}$	$i_{e,\alpha/\beta}^{(ss1)} \neq 0 \neq i_{e,\alpha/\beta}^{(ss2)}$
	$\varphi_{AC}^{(ss1)} \neq \varphi_{AC}^{(ss2)}$				$i_{e,\alpha/\beta}^{(ss1)} = 0 = i_{e,\alpha/\beta}^{(ss2)}$	
	$\varphi_{AC}^{(ss1)} \neq \varphi_{AC}^{(ss2)}$				$i_{e,\alpha/\beta}^{(ss1)} \neq 0 \neq i_{e,\alpha/\beta}^{(ss2)}$	

Tabelle 6.3: Liste der untersuchten Szenarien

6.3 Szenario 1: DC-Spannungseinbruch Δu_{DC} zu verschiedenen Zeitpunkten t_0

Betrachtet wird das Szenario aus den vorhergehenden Abschnitten: ein 30-prozentiger Spannungseinbruch auf der DC-Seite mit $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$ mit einer Transitionsdauer von $T_s = 9.6ms$ zu 10 verschiedenen Startzeitpunkten $t_0 = 42 ms \dots 51 ms$ im 1 ms-Raster entsprechend der Abbildung 6.6. Hierbei ergeben sich für die Verfahren 3 und 4 die in Tabelle 6.4 aufgelisteten Ergebnisse des Vergleichskriteriums, dem Band der Kondensatorarmspannungen $\Delta \bar{u}_C$. Das beste Ergebnis des jeweiligen Verfahrens ist grün und das schlechteste rot markiert.

$\Delta \bar{u}_C$	$t_1 = 42ms$	$t_2 = 43ms$	$t_3 = 44ms$	$t_4 = 45ms$	$t_5 = 46ms$
Verfahren 3	232.0 kV	246.7 kV	189.6 kV	215.8 kV	237.7 kV
Verfahren 4	273.1 kV	246.2 kV	190.6 kV	235.8 kV	255.7 kV
$\Delta \bar{u}_C$	$t_6 = 47ms$	$t_7 = 48ms$	$t_8 = 49ms$	$t_9 = 50ms$	$t_{10} = 51ms$
Verfahren 3	180.3 kV	249.0 kV	222.7 kV	235.6 kV	198.8 kV
Verfahren 4	174.4 kV	229.1 kV	267.4 kV	245.8 kV	226.0 kV

Tabelle 6.4: Der Kondensatorspannungshub $\Delta \bar{u}_C$ über die Startzeiten $t_1 \dots t_{10}$

Es zeigt sich wie erwartet, dass abhängig vom Startzeitpunkt t_0 des DC-Spannungseinbruchs die Arme des MMC unterschiedlich belastet werden und daher auch der mittlere Kondensatorspannungshub $\Delta \bar{u}_C$ für jeden Startzeitpunkt t_0 variiert. Hierbei erfüllen beide Verfahren alle Anforderungen für alle Startzeitpunkte t_0 . So sind alle Strom- und Energieverläufe wie gefordert frei von Transienten nach Erreichen des zweiten eingeschwungenen Zustands und sie verbinden beide eingeschwungenen Zustände glatt miteinander. Zudem ist der Verlauf des AC-Stroms und der zugehörigen Phase unverändert. Auch die Armenergien erreichen den zweiten eingeschwungenen Zustand mit nur kleinen Abweichungen. Die entsprechenden Abbildungen B.17 - B.26 aller Ergebnisse der Tabelle 6.4 befinden sich im Anhang B.3.

Bei genauerer der Betrachtung von Gütekriterium $\Delta \bar{u}_C$ lässt sich feststellen, dass das Verfahren 3 hier die deutlich besseren Ergebnisse als das Verfahren 4 liefert. Lediglich zu den Startzeitpunkten t_2, t_6 & t_7 generiert das Verfahren 4 ein engeres Band der Kondensatorarmspannungen. Daraus lässt sich schließen, dass der Einfluss der Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ deutlich größer und wichtiger auf die Kondensatorarmspannungen ist als jener der Gleichtaktspannung $u_{\Delta,0}$, da der zusätzliche Freiheitsgrad für die Minimierung der Kreisströme im Verfahren 3 auf die Kreisströme und in Verfahren 4 auf die Gleichtaktspannung wirkt. Insgesamt am besten sind die Ergebnisse zu den Zeitpunkten t_3, t_6 & t_{10} , wohingegen zu den Startzeitpunkten t_2, t_5 & t_8 das Gütekriterium am größten wird.

Nun werden noch die Verläufe der Kondensatorarmspannungen der Abbildungen im Anhang B.3 und die Verläufe der AC-Spannung und Leistung (vgl. Abbildung 6.6) mit in die Betrachtung einbezogen. Dabei lässt sich eruieren, dass vor allem das Band der mittleren Kondensatorspannung $\Delta \bar{u}_C$ für beide Verfahren breiter wird, wenn eine der drei AC-Phasen den Großteil

der AC-Leistungen trägt. Kommt noch hinzu, dass die zeitliche Ableitung der Leistung einer weiteren Phase sehr groß wird, wie zu den Zeitpunkten t_2 , t_5 und t_8 , dann sind die Ergebnisse am schlechtesten. Dies resultiert daraus, dass die Arme jener Phase durch die stark ansteigende instantane AC-Leistung den Spannungseinbruch am meisten in Richtung der AC-Seite kompensieren müssen. So zeigt sich in den Ergebnissen, dass bei gleichzeitiger negativer AC-Phasenspannung die obere Kondensatorarmspannung $u_{C,p,1/2/3}$ und umgekehrt bei positiver AC-Phasenspannung die untere Kondensatorarmspannung $u_{C,n,1/2/3}$ am meisten Arbeit verrichten muss. Wird hingegen der Großteil der AC-Leistung durch zwei AC-Phasen getragen, so wird $\Delta\bar{u}_C$ kleiner. Die Zeitpunkte t_3 , t_6 und t_{10} liegen jeweils in der Nähe eines solchen Schnittpunkts, an dem zwei AC-Phasen exakt gleich viel Leistung übertragen, und sie liefern die kleinsten $\Delta\bar{u}_C$ für beide Verfahren.

6.4 Szenario 2: Untersuchung einer kürzeren Dauer T_s für die Transition

In diesem zweiten Szenario wird die Dauer des Übergangs mit $T_s = 4.8\text{ms}$ auf unter ein Viertel der AC-Periode verkürzt. Der betrachtete Spannungseinbruch auf der DC-Seite ist weiterhin $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$. Hierbei ergeben sich für die Verfahren 3 und 4 und die verschiedenen Startzeitpunkte $t_0 = 42\text{ms}$ bis 51ms die in Tabelle 6.5 aufgelisteten Ergebnisse für den Kondensatorspannungshub $\Delta\bar{u}_C$. Das beste Ergebnis des jeweiligen Verfahrens ist grün und das schlechteste rot markiert.

Die Abhängigkeit von der Anzahl der AC-Phasen, welche die AC-Leistung hauptsächlich tragen, bestätigt sich auch in diesem Szenario. Für die Startzeitpunkte t_2 , t_5 und t_8 ergeben sich auch hier die größten $\Delta\bar{u}_C$. Trotz der sehr kurzen Dauer des Übergangs erfüllen die Steuerung für alle Startzeitpunkte t_0 alle Anforderungen. Alle Strom- und Energieverläufe sind wie gefordert nach Erreichen des zweiten eingeschwungenen Zustands frei von Transienten und verbinden beide eingeschwungenen Zustände glatt miteinander. Auch der Verlauf des AC-Stroms bleibt unverändert. Zudem erreichen die Armenergien den zweiten eingeschwungenen Zustand mit nur kleinen Abweichungen. Alle Ergebnisse des zweiten Szenarios aus Tabelle 6.5 sind in den Abbildungen B.27 - B.36 im Anhang B.4 dargestellt.

$\Delta\bar{u}_C$	$t_1 = 42\text{ms}$	$t_2 = 43\text{ms}$	$t_3 = 44\text{ms}$	$t_4 = 45\text{ms}$	$t_5 = 46\text{ms}$
Verfahren 3	254.7 kV	278.2 kV	195.5 kV	238.6 kV	268.9 kV
Verfahren 4	236.8 kV	256.0 kV	164.0 kV	217.7 kV	280.4 kV
$\Delta\bar{u}_C$	$t_6 = 47\text{ms}$	$t_7 = 48\text{ms}$	$t_8 = 49\text{ms}$	$t_9 = 50\text{ms}$	$t_{10} = 51\text{ms}$
Verfahren 3	236.4 kV	214.0 kV	267.2 kV	323.3 kV	222.7 kV
Verfahren 4	238.2 kV	279.0 kV	284.5 kV	206.9 kV	213.8 kV

Tabelle 6.5: Der Kondensatorspannungshub $\Delta\bar{u}_C$ bei verkürzter Transitionszeit $T_s = 4.8\text{ms}$ über die Startzeiten $t_1 \dots t_{10}$

Um alle im Anhang abgebildeten Ergebnisse besser vergleichen zu können, wird die Skalierung der Ordinaten der Abbildungen 6.4 und 6.5 beibehalten. Hierbei gilt auch weiterhin für alle Ergebnisse, dass zu jedem Zeitpunkt des Übergangs die Armenenergien positiv sind und somit auch die Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{p/n,1/2/3}$ positiv bleiben. Zum Überprüfen ist der Minimalwert der Kondensatorarmspannungen $\min(\bar{u}_{p/n,1/2/3})$ über den Graphen der Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{p/n,1/2/3}$ in den jeweiligen Abbildungen angegeben.

Als Beispiel wird nun der Startzeitpunkt t_8 mit dem größten Kondensatorspannungshub $\Delta\bar{u}_C$ beider Verfahren in Abbildung 6.7 betrachtet. Den größten Kondensatorspannungshub $\Delta\bar{u}_C$ hat zwar das Verfahren 3 zum Zeitpunkt t_9 , da aber das Verfahren 4 zeitgleich ein sehr gutes Ergebnis liefert, wird der Zeitpunkt t_8 als schwierigster Fall ausgewählt. Hier wurde die Skalierung der Ordinate an den Verlauf der Trajektorien angepasst. Für die Darstellung des Ergebnisses in normierter Skalierung sei auf Abbildung B.34 verwiesen. Während des Startzeitpunkts $t_0 = t_8 = 49$ ms wird die AC-Leistung hauptsächlich durch die dritte AC-Leistung $P_{AC,3}$ getragen, die Phasenleistung $P_{AC,2}$ ist stark steigend und die Spannung $u_{AC,2}$ ist positiv (vgl. Abbildung 6.6). Damit ist die Auswirkung auf den Arm $n, 2$ am größten, wie sich im Verlauf von $\bar{u}_{C,p,3}$ für die Verfahren 3 und 4 in Abbildung 6.7 zeigt. Verfahren 4 kann hierbei die maximalen Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ um ~ 390 A gegenüber dem Verfahren 3 verkleinern. Zudem zeigt der Verlauf der Kreisströme im zweiten und vierten Graphen der Abbildung 6.7, dass für Verfahren 4 der Maximalwert nur einmal erreicht wird und für Verfahren 3 der höhere Maximalwert noch öfter erreicht wird. Das Lösen der Aufgabe 3, der Minimierung der Kreisstromamplitude, wird für die verkürzte Transitionsdauer $T_s = 4.8$ ms vom Beitrag der Gleichtaktspannung (Verfahren 4) besser bewältigt. Jedoch zeigt der Verlauf der Kondensatorarmspannungen für Verfahren 4, dass die kleinen Kreisstromamplituden zu höheren Oszillationen aller Kondensatorarmspannungen führen. Die Verläufe der Kondensatorarmspannungen für Verfahren 3 liegen deutlich näher an ihrem Schwerpunkt.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass trotz der kurzen Dauer der Transition die Verfahren 3 und 4, insbesondere Verfahren 4, sehr gut funktionieren. Verfahren 3 lieferte im vorherigen Szenario bei längerer Transitionszeit etwas bessere Ergebnisse in Bezug auf das Kriterium $\Delta\bar{u}_C$. Verfahren 4 hingegen verbesserte sich bei Betrachtung des Gütekriteriums $\Delta\bar{u}_C$ deutlich gegenüber dem Szenario 1. Zudem zeigt Verfahren 4 eine deutlich bessere Kreisstromminimierung (Aufgabe 3) für alle Startzeitpunkte t_0 . Die resultierenden maximalen Armströme $i_{p/n,1/2/3}$ unterscheiden sich kaum von denen des ersten Szenarios. Die meisten liegen unterhalb von 5 kA. Der höchste Armstrom beträgt 8.99 kA zum Zeitpunkt t_3 für Verfahren 3. Das ist zwar recht hoch, aber noch im Bereich einer entsprechenden stromfesten Auslegung des MMC unterhalb von 10 kA.

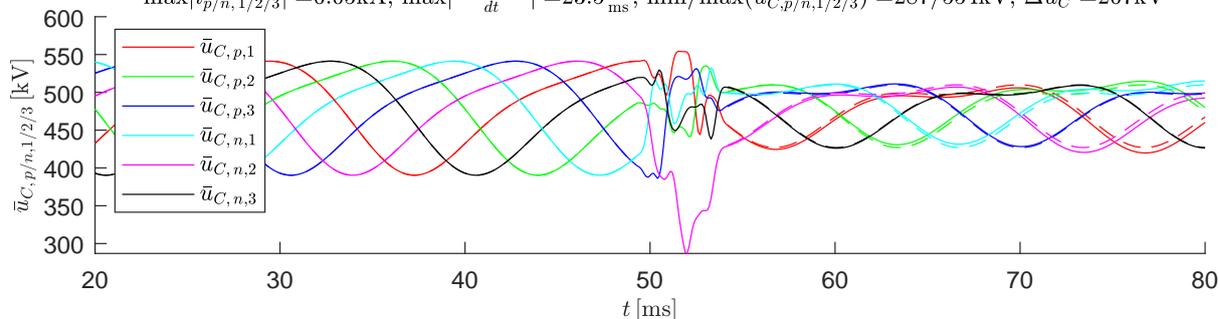
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 4.8\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 49\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

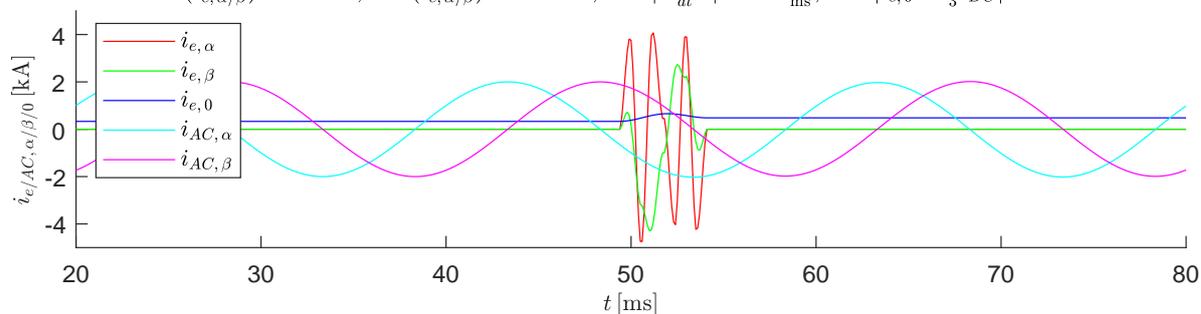
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 2 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [5]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 6.05\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 23.5\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 287/554\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 267\text{kV}$$

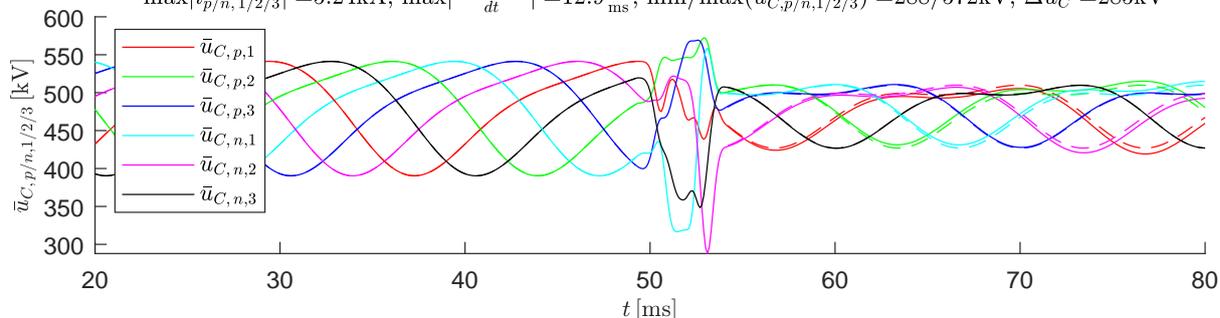


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 4.07\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -4.74\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 23.1\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.657\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [2 \ 3]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.24\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 12.9\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 288/572\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 285\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.68\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.85\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 12.8\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.656\text{kA}$$

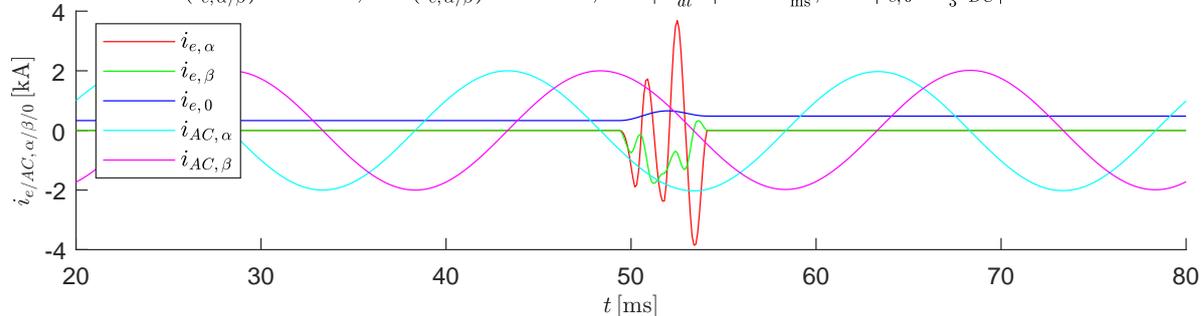


Abbildung 6.7: Szenario 2: Verläufe der mittleren Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$, des DC-Stroms $i_{e,0}$, der Kreisströme $i_{e,/\alpha/\beta}$ und der AC-Ströme $i_{AC,/\alpha/\beta}$ für die Verfahren 3 und 4 bei einem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 120\text{ kV}$ mit der Startzeit $t_0 = t_5 = 46\text{ ms}$ und der Übergangszeit $T_s = 4.8\text{ ms}$

6.5 Szenario 3: Ein großer DC-Spannungseinbruch Δu_{DC}

Als weitere dritte Variante soll nun der betrachtete Spannungseinbruch auf der DC-Seite deutlich höher ausfallen. Er soll 50% der DC-Spannung des ersten eingeschwungenen Zustands betragen $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$. Die Dauer des Übergangs soll hierbei wieder $T_s = 9.6\text{ms}$ betragen. Daraus ergeben sich für die Verfahren 3 und 4 und die verschiedenen Startzeitpunkte $t_0 = 42\text{ ms}$ bis 51 ms die in Tabelle 6.6 aufgelisteten Ergebnisse für $\Delta \bar{u}_C$. Das beste Ergebnis des jeweiligen Verfahrens ist **grün** und das schlechteste **rot** markiert.

$\Delta \bar{u}_C$	$t_1 = 42\text{ ms}$	$t_2 = 43\text{ ms}$	$t_3 = 44\text{ ms}$	$t_4 = 45\text{ ms}$	$t_5 = 46\text{ ms}$
Verfahren 3	330.2 kV	190.6 kV	285.2 kV	272.9 kV	236.2 kV
Verfahren 4	415.7 kV	216.7 kV	397.3 kV	505.3 kV	498.8 kV
$\Delta \bar{u}_C$	$t_6 = 47\text{ ms}$	$t_7 = 48\text{ ms}$	$t_8 = 49\text{ ms}$	$t_9 = 50\text{ ms}$	$t_{10} = 51\text{ ms}$
Verfahren 3	343.1 kV	348.0 kV	416.8 kV	287.3 kV	362.8 kV
Verfahren 4	583.6 kV	559.2 kV	642.5 kV	508.4 kV	455.0 kV

Tabelle 6.6: Der Kondensatorspannungshub $\Delta \bar{u}_C$ bei erhöhtem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$ über die Startzeiten $t_1 \dots t_{10}$

Trotz des sehr großen Spannungseinbruchs Δu_{DC} erreichen alle Strom- und Energieverläufe wie gefordert ohne Transienten den zweiten eingeschwungenen Zustand und verbinden beide eingeschwungenen Zustände glatt miteinander. Zudem ist der Verlauf des AC-Stroms und der zugehörigen Phase unverändert. Auch die Armenergien erreichen den zweiten eingeschwungenen Zustand mit nur kleinen Abweichungen. Die Abbildungen B.37 - B.46 der jeweiligen Ergebnisse der Tabelle 6.6 befinden sich im Anhang B.5.

Es zeigt sich, dass das Verfahren 3 wie in Szenario 1 eine deutlich bessere Performance als Verfahren 4 zeigt. Sowohl das Band der Kondensatorarmspannung $\Delta \bar{u}_C$ ist enger und auch die Amplituden der Kreisströme sind durch Verfahren 3 kleiner. Eine Verknüpfung der Startzeitpunkte und der instantane AC-Leistung ist jedoch nicht mehr möglich. Der Effekt des DC-Spannungseinbruchs ist so entscheidend groß, dass dadurch die Effekte der der AC-Seite auf die interne Energieverteilung überdeckt werden.

Bei der Betrachtung des Startzeitpunkts t_8 mit den größten $\Delta \bar{u}_C$ für beide Verfahren in Abbildung 6.8, ist die deutlich bessere Minimierung der Kreistromamplituden durch Verfahren 3 ersichtlich. So beträgt der Unterschied 3.43 kA zwischen den beiden maximalen Absolutwerten $\max|i_{e,\alpha/\beta}|$. Der große Spannungseinbruch zeigt sich im Verlauf einzelner Kondensatorarmspannungen. Im dritten Graphen verläuft die Kondensatorarmspannung $\bar{u}_{C,n,2}$ hinunter bis auf 28 kV. Dies ist nicht akzeptabel, da ein stabiler Betrieb des MMC so nicht gewährleistet werden kann. Alleine deshalb ist schon Verfahren 3 dem Verfahren 4 für diesen Fall vorzuziehen. Aber auch für Verfahren 3 fällt die Kondensatorarmspannung $\bar{u}_{C,n,2}$ auf ca. ein Drittel des Schwerpunkts der Kondensatorarmspannungen. Hierzu müssen nun Maßnahmen, im Form von Verwendung weiterer Freiheitsgrade oder der Änderung von äußeren Vorgaben, ergriffen werden, um solch starke Einbrüche der Kondensatorarmspannung zu verhindern. Diese werden nun im nächsten Abschnitt diskutiert.

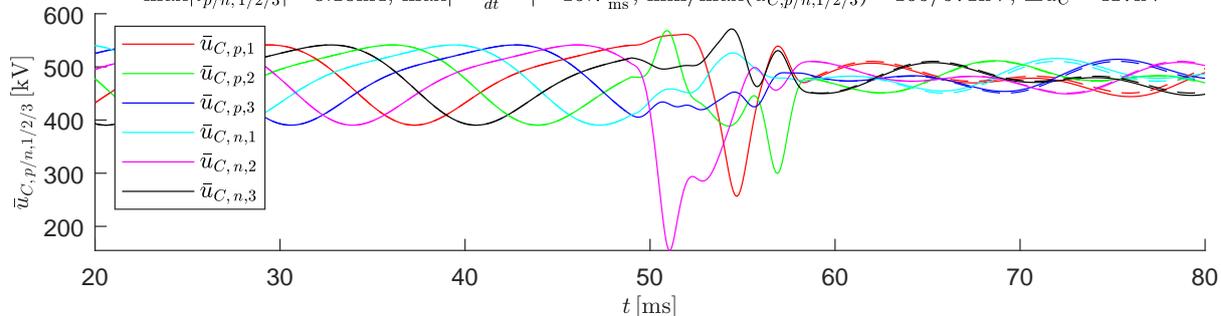
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 49\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

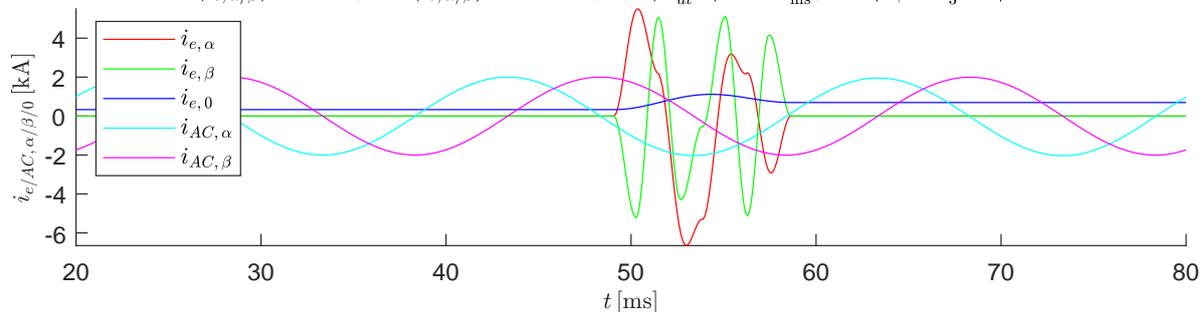
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 3 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 8.18\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 15.7\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 155/571\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 417\text{kV}$$

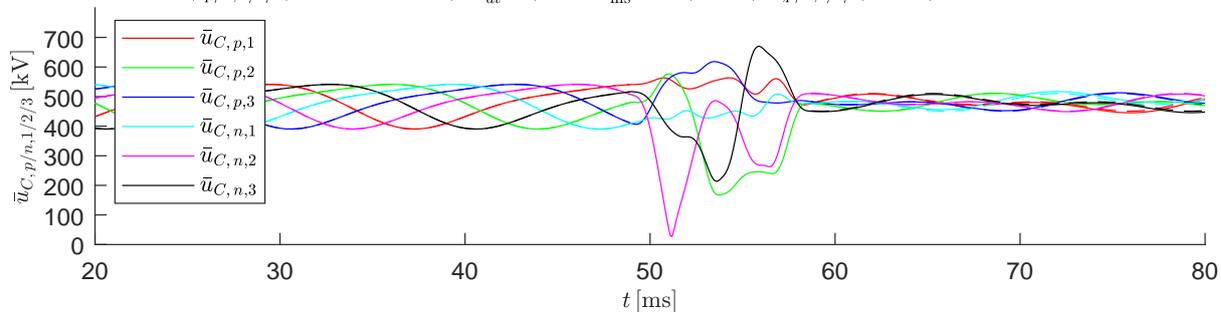


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 5.5\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -6.65\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 13.2\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 1.11\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 10.1\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 15.8\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 28/670\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 643\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 8.93\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -9.16\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 12.8\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 1.12\text{kA}$$

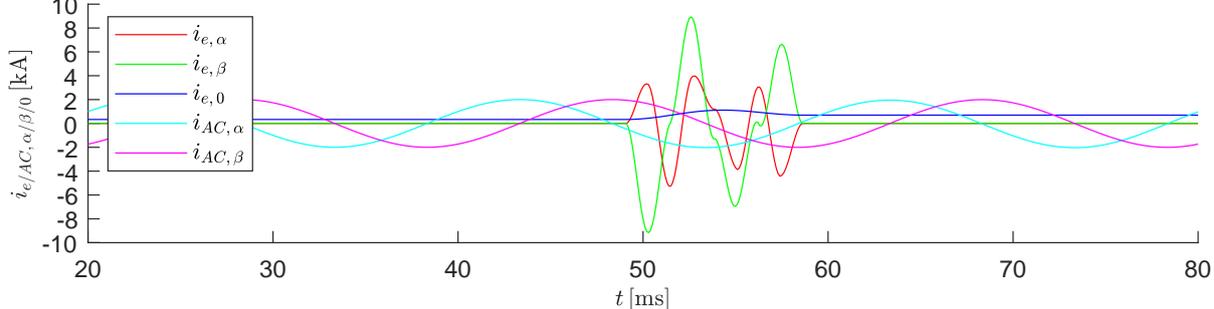


Abbildung 6.8: Szenario 3: Verläufe der mittleren Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$, des DC-Stroms $i_{e,0}$, der Kreisströme $i_{e,/\alpha/\beta}$ und der AC-Ströme $i_{AC,/\alpha/\beta}$ für die Verfahren 3 und 4 bei einem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 200\text{ kV}$ mit der Startzeit $t_0 = t_8 = 49\text{ ms}$ und der Übergangszeit $T_s = 9.6\text{ ms}$

6.6 Weitere Szenarien zum Beeinflussen der Energietrajektorien

Durch den hohen DC -Spannungseinbruch im Szenario 3 sind die Oszillationsamplituden der Kondensatorarmspannung während des Übergangs sehr groß. Um hieraus folgende kritische Zustände zu vermeiden, sollen zusätzliche Maßnahmen ergriffen werden. Diese Maßnahmen können entweder die Verwendung weiterer innerer Freiheitsgrade sein, welche keine Auswirkungen auf die äußeren Komponenten haben, oder erfolgen durch Änderung der von außen vorgegebenen Betriebsparameter. Da die innere Energieumverteilung maßgeblich von den Kreisströmen abhängt, wird im ersten Schritt ein Kreisstrom ungleich Null in den beiden eingeschwungenen Zuständen untersucht. In einem weiteren Szenario soll untersucht werden, wie sich der Energiehub während des Übergangs verhält, wenn gleichzeitig mit dem DC -Spannungseinbruch eine Absenkung der effektiven AC -Leistung und des Gesamtenergieinhalts einhergeht. Abschließend wird noch die Kombination der beiden vorhergehenden Szenarien evaluiert. Für alle drei Szenarien 4, 5 und 6 der Startzeitpunkt t_8 bewertet im Detail diskutiert, da dieser im Szenario 3 den größten Kondensatorspannungshub $\Delta\bar{u}_C$ für beide Verfahren aufweist.

Szenario 4: Nichtverschwindende Kreisströme im eingeschwungenen Zustand

Die Kreisstromamplitude im eingeschwungenen Zustand in diesem Szenario 4 soll für den ersten eingeschwungenen Zustand $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2\text{A}$ (10 % des DC -Stroms $\hat{i}_{DC}^{(ss1)}$) und für den zweiten eingeschwungenen Zustand $\hat{i}_e^{(ss2)} = 625.9\text{A}$ (30 % des DC -Stroms $\hat{i}_{DC}^{(ss2)}$) betragen. Hierbei ergeben sich die in Tabelle 6.7 gezeigten Ergebnisse $\Delta\bar{u}_C$ für die beiden Verfahren.

$\Delta\bar{u}_C$	$t_1 = 42\text{ ms}$	$t_2 = 43\text{ ms}$	$t_3 = 44\text{ ms}$	$t_4 = 45\text{ ms}$	$t_5 = 46\text{ ms}$
Verfahren 3	273.1 kV	260.3 kV	250.0 kV	274.9 kV	368.9 kV
Verfahren 4	356.1 kV	253.7 kV	266.9 kV	293.7 kV	346.5 kV
$\Delta\bar{u}_C$	$t_6 = 47\text{ ms}$	$t_7 = 48\text{ ms}$	$t_8 = 49\text{ ms}$	$t_9 = 50\text{ ms}$	$t_{10} = 51\text{ ms}$
Verfahren 3	269.5 kV	231.9 kV	245.3 kV	315.7 kV	221.1 kV
Verfahren 4	388.7 kV	247.8 kV	361.1 kV	413.4 kV	228.6 kV

Tabelle 6.7: Der Kondensatorspannungshub $\Delta\bar{u}_C$ bei erhöhtem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$ über die Startzeiten $t_1 \dots t_{10}$, wobei die Kreisstromamplituden in den eingeschwungenen Zuständen $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2\text{A}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 625.9\text{A}$ betragen.

Die Abbildungen B.47 - B.56 zu den jeweiligen Ergebnissen der Tabelle 6.7 befinden sich im Anhang B.6. Durch den deutlich erhöhten Kreisstrom im zweiten eingeschwungenen Zustand konnte für alle Zeitpunkte das Gütekriterium $\Delta\bar{u}_C$ signifikant verbessert werden (vgl. Tabelle 6.6). Verfahren 3 erzeugt auch hier für die meisten Startzeitpunkte den geringeren Kondensatorspannungshub. Außerdem verkleinert sich die maximale Kreisstromamplitude während des Übergangs für beide Verfahren durch den Einsatz der Kreisströme in den eingeschwungenen Zuständen zu allen Startzeitpunkten.

Für den Vergleichszeitpunkt t_8 in Abbildung 6.9 zeigt Verfahren 3 ein deutlich engeres Band der Kondensatorarmspannung. Verfahren 4 hat eine um 2.07 kA geringere maximale absolute Kreisstromamplitude. Die Kondensatorarmspannung $\bar{u}_{C,p,2}$ fällt jedoch mit 225 kV auf unter die Hälfte des Schwerpunkts der Kondensatorarmspannungen. Zusammenfassend gilt, dass für einen großen DC-Spannungseinbruch von 50 % das Verfahren 3, zusammen mit erhöhten Kreisströmen in den eingeschwungenen Zuständen, in der Lage ist den MMC in den neuen eingeschwungenen Zustand glatt zu überführen. Hierbei sind die Oszillationen in den Kondensatorarmspannungen und die maximale absolute Kreisstromamplitude während des Übergangs in einem akzeptablen Rahmen.

Szenario 5: Reduzierung der effektiven AC-Leistung und des Gesamtenergieinhalts

In Szenario 5 soll nun eine glatte Reduzierung der effektiven AC-Leistung und des Gesamtenergieinhalts $W_{\Sigma,0}$ untersucht werden. Hierbei wird die Absenkung der effektiven AC-Leistung um 50 % durch Verschiebung des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i,AC}$ von 30° auf 64.3° realisiert. Die Amplituden des AC-Stroms und der AC-Spannung bleiben unverändert. Hierfür ist der glatte Übergang des Phasenwinkels vom ersten eingeschwungenen Zustand in den zweiten eingeschwungenen Zustand in Gleichung (6.5) angegeben. $\varphi_{trans}(t)$ wird hier als zeitliche Änderung des Cosinuswerts des jeweiligen Phasenwinkels $\varphi_{i,AC}^{(ss1)/(ss2)}$ gewonnen. Der Vollständigkeit halber sind auch die allgemeinen Transitionsfunktionen während des Transitionsintervalls $t_0 \leq t \leq t_0 + T_s$ für die Amplitude der AC-Spannung \hat{u}_{AC} , des Phasenfaktors $\cos \varphi_{i,AC}$ und der effektiven Leistung $P_{eff,AC} = \frac{3}{2} \hat{u}_{AC} \hat{i}_{AC} \cos \varphi_{i,AC}$ angegeben, aus denen sich die Amplitude des AC-Stroms \hat{i}_{AC} ergibt:

$$\begin{aligned}
 \text{Amplitude AC-Spannung: } \quad & \hat{u}_{AC}^{(trans)}(t) = \hat{u}_{AC}^{(ss1)} \tilde{s}(t) + \hat{u}_{AC}^{(ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) , \\
 \text{Phasenfaktor AC-Strom: } \quad & \cos \varphi_{i,AC}^{(trans)}(t) = \left(\cos \varphi_{i,AC}^{(ss1)} \right) \tilde{s}(t) + \left(\cos \varphi_{i,AC}^{(ss2)} \right) (1 - \tilde{s}(t)) , \\
 \text{effektive AC-Leistung: } \quad & P_{eff,AC}^{(trans)}(t) = P_{eff,AC}^{(ss1)} \tilde{s}(t) + P_{eff,AC}^{(ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) , \\
 \Rightarrow \text{ resultierende Ampl. AC-Strom: } \quad & \hat{i}_{AC}^{(trans)} = \frac{2}{3} \frac{P_{eff,AC}^{(trans)}}{\hat{u}_{AC}^{(trans)} \cos \varphi_{i,AC}^{(trans)}} , \\
 \\
 \hat{i}_{AC}^{(trans)}(t) = \hat{i}_{AC}^{(ss1)} & \frac{\tilde{s}(t) + \frac{\hat{u}_{AC}^{(ss2)} \hat{i}_{AC}^{(ss2)} \cos \varphi_{i,AC}^{(ss2)}}{\hat{u}_{AC}^{(ss1)} \hat{i}_{AC}^{(ss1)} \cos \varphi_{i,AC}^{(ss1)}} (1 - \tilde{s}(t))}{\left(\tilde{s}(t) + \frac{\hat{u}_{AC}^{(ss2)}}{\hat{u}_{AC}^{(ss1)}} (1 - \tilde{s}(t)) \right) \left(\tilde{s}(t) + \frac{\cos \varphi_{i,AC}^{(ss2)}}{\cos \varphi_{i,AC}^{(ss1)}} (1 - \tilde{s}(t)) \right)} . \quad (6.5)
 \end{aligned}$$

Bezüglich der Definition von $\tilde{s}(t)$ sei auf die Gleichung (4.10) in Kapitel 4 verwiesen. Nun kann der Verlauf der AC-Spannung $u_{AC,\alpha/\beta}^{(trans)}(t)$ und des AC-Stroms $i_{AC,\alpha/\beta}^{(trans)}(t)$ während des Transitionsintervalls $t_0 \leq t \leq t_0 + T_s$ angegeben werden:

$$\begin{aligned}
 u_{AC,\alpha/\beta}^{(trans)}(t) &= \hat{u}_{AC}^{(trans)}(t) \begin{pmatrix} + \sin(\omega_{AC}t) \\ - \cos(\omega_{AC}t) \end{pmatrix}, \\
 i_{AC,\alpha/\beta}^{(trans)}(t) &= \hat{i}_{AC}^{(trans)}(t) \begin{pmatrix} + \sin\left(\omega_{AC}t + \arccos\left(\cos\varphi_{i,AC}^{(trans)}(t)\right)\right) \\ - \cos\left(\omega_{AC}t + \arccos\left(\cos\varphi_{i,AC}^{(trans)}(t)\right)\right) \end{pmatrix}. \quad (6.6)
 \end{aligned}$$

Zusätzlich zur Absenkung der AC-Leistung wird die gesamte in den Kapazitäten des MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent reduziert. Die Kreisstromamplituden in den eingeschwungenen Zuständen sind in diesem Szenario auf Null eingefroren. Hierdurch ergeben sich die folgenden Ergebnisse.

$\Delta\bar{u}_C$	$t_1 = 42$ ms	$t_2 = 43$ ms	$t_3 = 44$ ms	$t_4 = 45$ ms	$t_5 = 46$ ms
Verfahren 3	180.1 kV	214.9 kV	202.0 kV	221.7 kV	211.0 kV
Verfahren 4	209.6 kV	239.9 kV	217.4 kV	228.3 kV	211.7 kV
$\Delta\bar{u}_C$	$t_6 = 47$ ms	$t_7 = 48$ ms	$t_8 = 49$ ms	$t_9 = 50$ ms	$t_{10} = 51$ ms
Verfahren 3	185.5 kV	203.1 kV	236.3 kV	225.8 kV	193.8 kV
Verfahren 4	190.2 kV	210.6 kV	237.8 kV	218.4 kV	229.2 kV

Tabelle 6.8: Der Kondensatorspannungshub $\Delta\bar{u}_C$ bei erhöhtem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$ über die Startzeiten $t_1 \dots t_{10}$, Reduzieren des Gesamtenergieinhalts um 10 % und der effektiven AC-Leistung um 50 % durch Verschiebung des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° .

Der Anhang B.7 enthält die Abbildungen B.57 - B.66 der jeweiligen Ergebnisse aus Tabelle 6.8. Auch für dieses Szenario sind die Ergebnisse des Verfahrens 3 besser als die des Verfahrens 4 bezüglich des Gütekriteriums $\Delta\bar{u}_C$. Zudem sind die Kondensatorspannungshübe gegenüber denen des Szenarios 3 in allen Zeitschritten deutlich kleiner. Jedoch werden die Zustände des zweiten eingeschwungenen Zustands nicht so exakt getroffen wie in Szenario 3 oder Szenario 4.

Die Abbildung 6.9 zum Vergleichszeitpunkt t_8 zeigt sehr ähnliche Ergebnisse für Verfahren 3 und 4. So sind sowohl das Band der Kondensatorarmspannungen und die maximale absolute Kreisstromamplitude vergleichbar. Aus den beiden Graphen 2 und 4 der Abbildung 6.9 kann zudem entnommen werden, dass der AC-Strom für beide eingeschwungenen Zustände und während des Übergangs unverändert bleibt. Dass die effektive AC-Leistung aber dennoch um 50 % gesunken ist, ist dem Verlauf des DC-Stromäquivalents $i_{e,0}$ zu entnehmen. Dieser ist für beide eingeschwungenen Zustände gleich, weshalb die bezogene DC-Leistung im zweiten eingeschwungenen Zustand durch den Spannungseinbruch um 50 % reduziert wurde. Daraus lässt sich die entsprechende Reduzierung der AC-Leistung um 50 % folgern.

Szenario 6: Kreisströme im eingeschwungenen Zustand und Reduzierung der effektiven AC-Leistung

In einem letzten Szenario 6 wird die Kombination aus den Szenarien 4 und 5 evaluiert. Hierbei wird sowohl die Kreisstromamplitude in den eingeschwungenen Zuständen $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2\text{A}$ (10 % des DC-Stroms $\hat{i}_{DC}^{(ss1)}$) und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2\text{A}$ (30 % des DC-Stroms $\hat{i}_{DC}^{(ss2)}$, hier ist zu beachten, dass der DC-Strom im Gegensatz zu Szenario 4 unverändert bleibt, da die AC-Leistung angepasst wird) betragen als auch die effektive AC-Leistung um 50 % durch Verschiebung des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° reduziert. Der Gesamtenergieinhalt des MMC bleibt jedoch in diesem Szenario unverändert. Hierfür ergeben sich die in Tabelle 6.9 dargestellten Ergebnisse. Die zugehörigen Abbildungen B.67 - B.76 zu den jeweiligen Ergebnissen befinden sich im Anhang B.8.

$\Delta\bar{u}_C$	$t_1 = 42\text{ ms}$	$t_2 = 43\text{ ms}$	$t_3 = 44\text{ ms}$	$t_4 = 45\text{ ms}$	$t_5 = 46\text{ ms}$
Verfahren 3	290.5 kV	261.7 kV	213.4 kV	259.6 kV	392.3 kV
Verfahren 4	285.5 kV	242.5 kV	225.8 kV	242.9 kV	321.6 kV
$\Delta\bar{u}_C$	$t_6 = 47\text{ ms}$	$t_7 = 48\text{ ms}$	$t_8 = 49\text{ ms}$	$t_9 = 50\text{ ms}$	$t_{10} = 51\text{ ms}$
Verfahren 3	204.3 kV	208.2 kV	361.8 kV	242.7 kV	177.0 kV
Verfahren 4	287.3 kV	218.2 kV	277.0 kV	282.4 kV	184.2 kV

Tabelle 6.9: Der Kondensatorspannungshub $\Delta\bar{u}_C$ bei erhöhtem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$ über die Startzeiten $t_1 \dots t_{10}$, wobei die Kreisstromamplituden in den eingeschwungenen Zuständen $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2\text{A}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2\text{A}$ betragen und die effektive AC-Leistung um 50 % durch Verschiebung des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° reduziert wird.

Für dieses Szenario kann keine eindeutige Aussage über ein zu favorisierendes Verfahren aufgrund des Gütekriteriums $\Delta\bar{u}_C$ sowie der maximalen Kreisstromamplitude getroffen werden. So ist das Gütekriterium $\Delta\bar{u}_C$ für die eine Hälfte der Startzeitpunkte (t_3, t_6, t_7, t_9 & t_{10}) besser für Verfahren 3 und für die andere Hälfte der Startzeitpunkte ist Verfahren 4 vorteilhafter. Ebenso kann die kleinere maximale Kreisstromamplitude keinem Verfahren zugeordnet werden. Zum Vergleichsstartzeitpunkt t_8 erreicht Verfahren 4 ein deutlich engeres Kondensatorarmspannungsband als Verfahren 3. Die Abbildung 6.9 zeigt exemplarisch die Verläufe zum Startzeitpunkt t_8 . Aus den Graphen 2 und 4 zeigt sich zudem die um 1.2 kA geringere absolute Kreisstromamplitude für Verfahren 4.

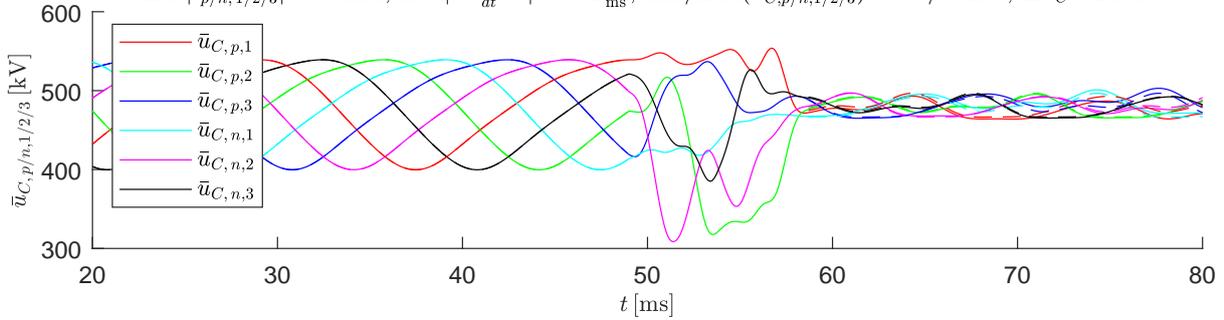
Transition von ($ss1$) \rightarrow ($ss2$) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 49\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

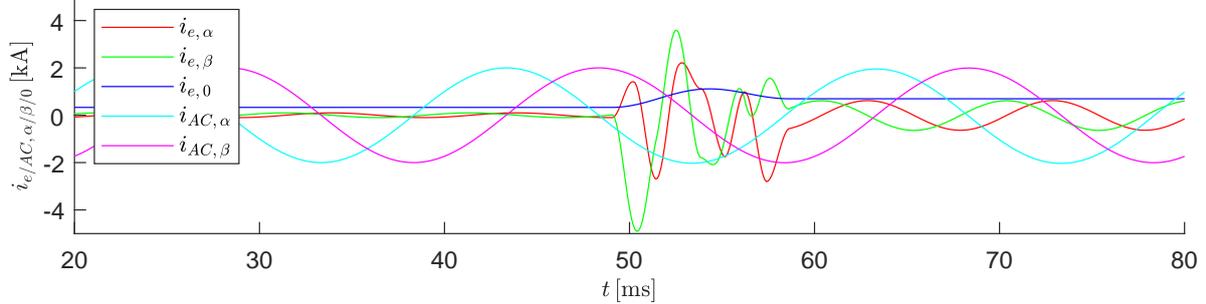
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.44\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 7.92\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 309/554\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 245\text{kV}$$

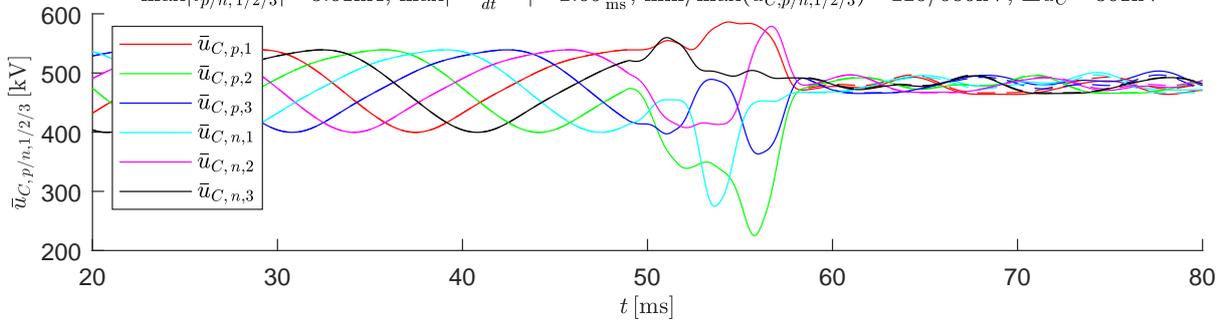


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.59\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -4.91\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 6.3\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 1.11\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 4]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 3.61\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 2.65\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 225/586\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 361\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 1.52\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -1.55\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 2.32\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 1.11\text{kA}$$

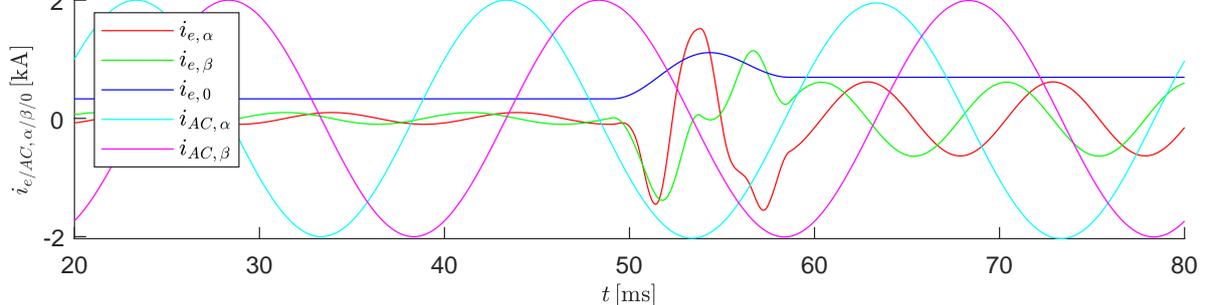


Abbildung 6.9: Szenario 4: Verläufe der mittleren Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$, des DC-Stroms $i_{e,0}$, der Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ und der AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$ für die Verfahren 3 und 4 bei einem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 200\text{ kV}$ mit der Startzeit $t_0 = t_8 = 49\text{ ms}$ und der Übergangszeit $T_s = 9.6\text{ ms}$, wobei die Kreisstromamplituden in den eingeschwungenen Zuständen $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2\text{ A}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 625.9\text{ A}$ betragen.

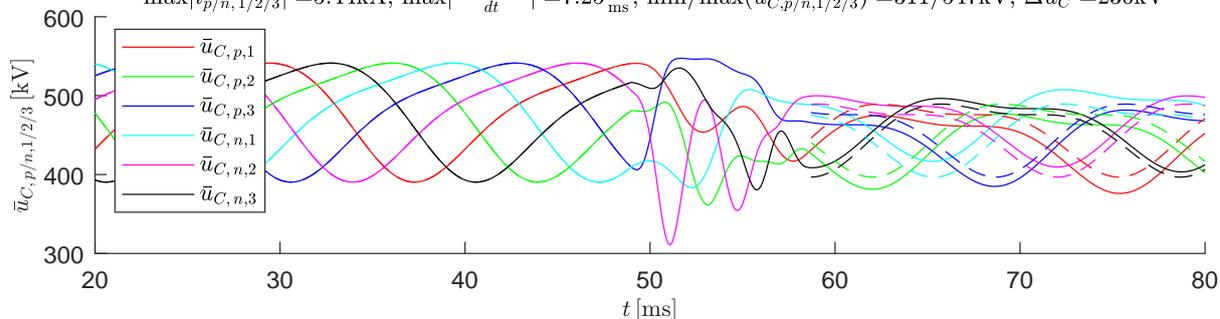
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 49\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

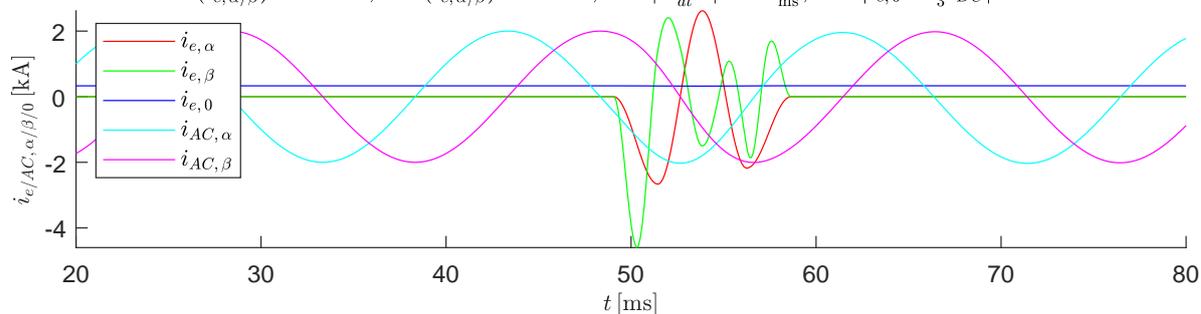
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.6\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 3]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.44\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 7.25\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 311/547\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 236\text{kV}$$

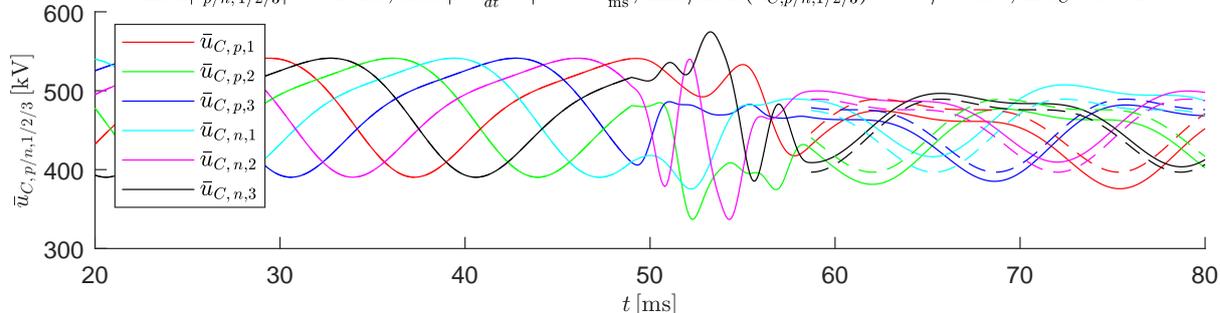


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 2.62\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -4.6\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 7.6\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.332\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.47\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 8.84\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 337/575\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 238\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.4\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.41\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 8.7\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.332\text{kA}$$

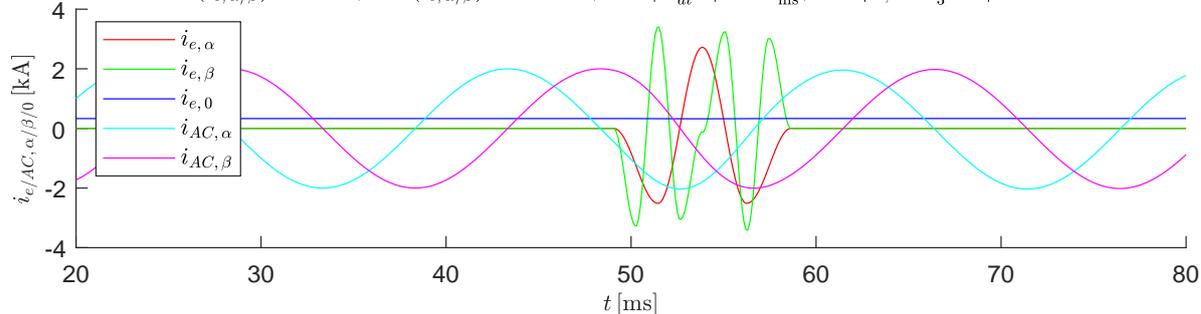


Abbildung 6.10: Szenario 5: Verläufe der mittleren Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$, des DC-Stroms $i_{e,0}$, der Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ und der AC-Ströme $i_{AC,l,\alpha/\beta}$ für die Verfahren 3 und 4 bei einem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 200\text{ kV}$ mit der Startzeit $t_0 = t_8 = 49\text{ ms}$ und der Übergangszeit $T_s = 9.6\text{ ms}$, wobei die effektive AC-Leistung um 50 % durch Verschiebung des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i,AC}$ von 30° auf 64.3° abgesenkt wird und die im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent reduziert wird.

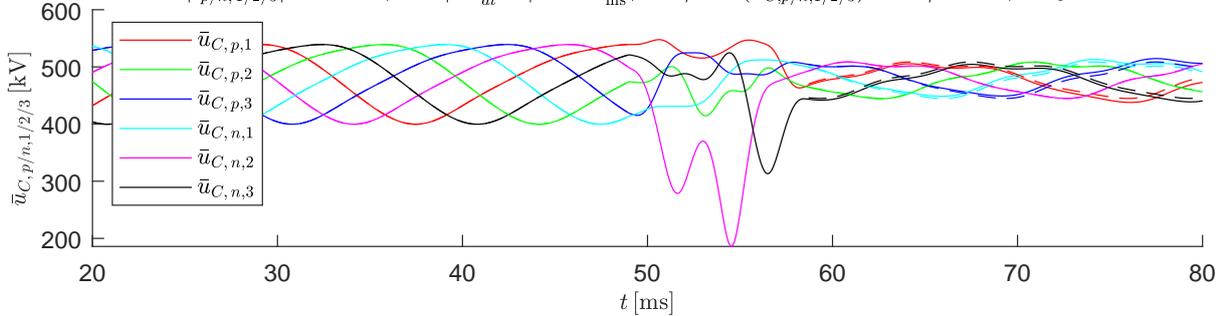
Transition von ($ss1$) \rightarrow ($ss2$) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 49\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

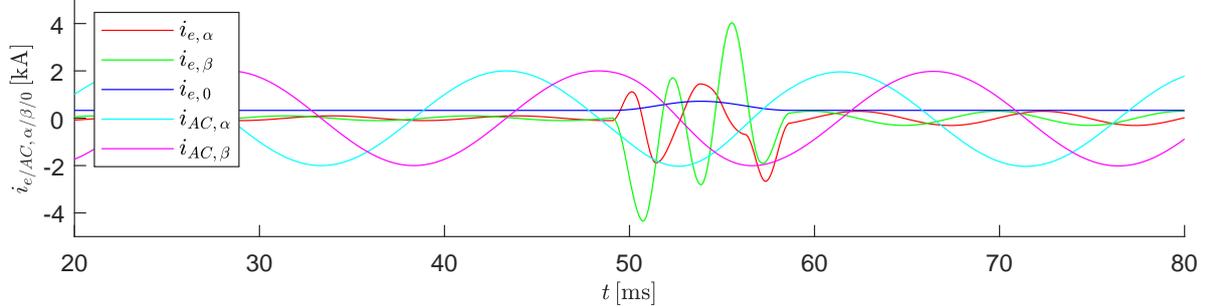
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.83\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 6.48\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 186/548\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 362\text{kV}$$

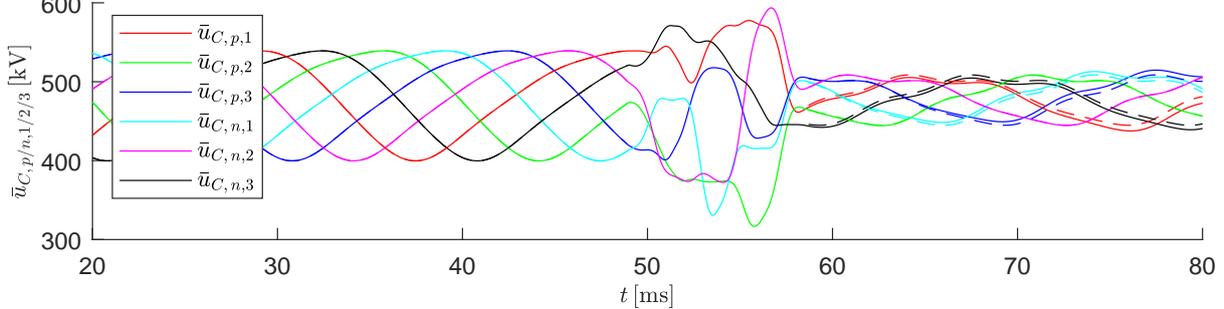


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 4.04\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -4.35\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 6.42\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.717\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 4]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 3.51\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 4.63\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 317/594\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 277\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 1.84\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.58\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 4.43\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.716\text{kA}$$

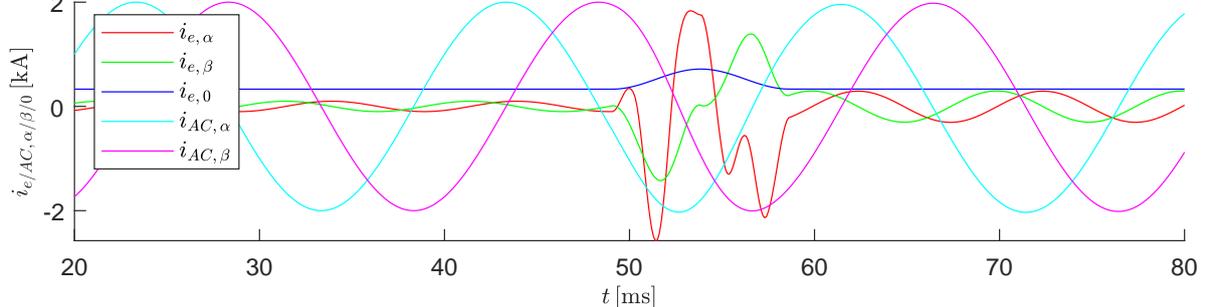


Abbildung 6.11: Szenario 6: Verläufe der mittleren Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$, des DC-Stroms $i_{e,0}$, der Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ und der AC-Ströme $i_{AC,/\alpha/\beta}$ für die Verfahren 3 und 4 bei einem Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 200\text{ kV}$ mit der Startzeit $t_0 = t_8 = 49\text{ ms}$ und der Übergangszeit $T_s = 9.6\text{ ms}$, wobei die Kreisstromamplituden in den eingeschwungenen Zuständen $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2\text{ A}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2\text{ A}$ betragen und die effektive AC-Leistung um 50 % durch Verschiebung des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° reduziert wird.

6.7 Vergleich der betrachteten Szenarien

Die beiden untersuchten Verfahren 3 und 4 unterscheiden sich im zusätzlichen Beitrag einer Pulsfunktion für die Lösung der als Aufgabe 3 formulierte Minimierung der Kreisstromamplitude während des Übergangs. Die Pulsfunktion kann als Beitrag sowohl auf den Kreisströmen (Verfahren 3) als auch auf die Gleichtaktspannung (Verfahren 4) wirken. Wie sich aus den Ergebnissen aller betrachteten Szenarien zeigt, haben beide Verfahren ihre Einsatzgebiete. Im Bezug auf das betrachtete Gütekriterium eines möglichst geringen Hubs der Kondensatorspannung $\Delta\bar{u}_C$ liefert das Verfahren 3 in den meisten Startzeitpunkten für alle Szenarien gute Ergebnisse. Vor allem in den Szenarien 1, 3, 4 und 5 ist das Verhalten von Verfahren 3 vorteilhafter. Dies ist insoweit erwartbar, da der Beitrag der Kreisströme zur Energiedynamik deutlich stärker ausgeprägt ist als jener der Gleichtaktspannung. Jedoch zeigen vor allem die Szenarien 2 und 6, dass das Verfahren 4 in der Lage ist, den Kondensatorspannungshub $\Delta\bar{u}_C$ noch weiter zu verkleinern und hierbei sogar die maximale Kreisstromamplitude deutlich gegenüber Verfahren 3 zu verringern. Letzlich ist es notwendig bei der Auslegung einer MMC-Anlage ein Gütekriterium hinsichtlich des maximal zulässigen Kondensatorspannungshubs und der maximalen Kreisstromamplitude zu definieren und das passende Verfahren zu wählen. Vor allem wenn die notwendigen Energiezustandsänderungen so groß werden wie in Szenario 3, müssen zusätzliche Maßnahmen ergriffen werden. Die Szenarien 4, 5 und 6 zeigen alle drei eine deutliche Verbesserung der Kondensatorarmspannungsverläufe während des Übergangs gegenüber dem Szenario 3. Es bestätigt sich, dass je mehr Maßnahmen gleichzeitig verwendet werden, desto besser wird das Ergebnis bezüglich dem Kondensatorspannungshub $\Delta\bar{u}_C$. So zeigt Verfahren Szenario 4 eine Verbesserung zum Szenario 3 und Szenario 6 eine weitere Verkleinerung des Kondensatorspannungshubs $\Delta\bar{u}_C$ gegenüber Szenario 4.

7 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit ist eine neue erfolgreiche Methode entwickelt worden, mit welcher es möglich ist, die Übergangsdauer für einen glatten Zustandswechsel der Energiekomponenten im MMC als Reaktion äußerer Veränderungen auf einen Bruchteil der *AC*-Periode zu reduzieren. Hierzu werden die inneren Freiheitsgrade, die Kreisströme sowie die Gleichtaktspannung so entworfen, dass die Trajektorien für den Zustandswechsel der Energiekomponenten schnell und glatt verlaufen und diese keine Transienten im neuen eingeschwungenen Zustand verursachen.

Zunächst werden aus den Grundlagen des Modularen Multilevel Converters als *DC-AC*-Umrichter die Strom- und Energiedynamik des MMC sowohl in zeitkontinuierlicher als auch zeitdiskreter Formulierung hergeleitet. Für konstante Spannungen und Ströme auf der Gleichstromseite sowie periodische sinusförmige Spannungen und Ströme auf der Wechselstromseite kann somit der eingeschwungene Zustand des MMC berechnet werden. Anschließend werden alle notwendigen Schritte gezeigt, um zwei entkoppelte Aufgaben zu lösen. Die Lösung der beiden Aufgaben bildet die Grundlage dieser Arbeit: Die Trajektorie des *DC*-Stroms ist so zu entwerfen, dass ein sanfter Übergang der im MMC gespeicherten Gesamtenergie von dem alten in den neuen eingeschwungenen Zustand erfolgt (Aufgabe 1). Außerdem sind die Trajektorien der inneren Freiheitsgrade der MMC-Dynamik so zu gestalten, dass die beiden eingeschwungenen Zuständen der inneren Energieumverteilung zwischen den sechs MMC-Armen glatt verbunden werden (Aufgabe 2). Bei der Lösung dieser beiden Aufgaben 1 und 2 entstehen teils hohe Kreisstromamplituden. Diese zu minimieren, wird als Aufgabe 3 bezeichnet. Hierzu wird ein zusätzlicher Freiheitsgrad eingeführt, welcher sowohl den Kreisströmen als auch der Gleichtaktspannung zugewiesen werden kann. Die vier hergeleiteten Verfahren werden durch Simulation überprüft und zeigen alle gute Ergebnisse. Vor allem das Ziel, schnelle Trajektorien für glatte Übergänge ohne Transienten und Auswirkungen auf die äußeren Komponenten des MMC zu erzeugen, wird von allen vier Verfahren erfüllt.

Die beiden Verfahren 3 und 4, welche unterschiedliche Implementierungen der Lösung der Aufgaben 1, 2 und 3 darstellen, werden in verschiedenen Szenarien genauer analysiert. Dabei zeigen beide Verfahren für alle Szenarien glatte Übergänge zwischen den eingeschwungenen Zuständen. Jedoch unterscheiden sich Verfahren 3 und 4 teilweise deutlich im untersuchten Gütekriterium, einem geringen Kondensatorspannungshub. So liefert das Verfahren 3 für beide *DC*-Spannungseinbrüche mit einer Übergangszeit von unter einer halben *AC*-Periode im Szenario

rio 1 (*DC*-Spannungseinbruch um 30 %) und Szenario 3 (*DC*-Spannungseinbruch um 50 %) die besseren Ergebnisse. Für die auf unter ein Viertel der *AC*-Periode verkürzte Transitionsdauer T_s in Szenario 2 erzeugte Verfahren 4 die kleineren Kondensatorspannungshübe und zusätzlich auch die kleineren Kreisstromamplituden. So kann zusammenfassend festgestellt werden, dass beide Verfahren ihren Einsatzbereich haben und entsprechend der gewünschten Anforderungen auszuwählen sind.

In Szenario 3 zeigt sich, dass für große äußere Veränderungen die Oszillationen der Kondensatorarmspannungen sehr groß bis kritisch für den Betrieb der Anlage werden können. Eine mögliche Maßnahme ist der Betrieb der Anlage im eingeschwungenen Zustand mit einem Kreisstrom ungleich Null. So zeigt Szenario 4 (Szenario 3 mit nicht verschwindenden Kreisströmen in den eingeschwungenen Zuständen), dass diese Maßnahme eine deutliche Verkleinerung des Kondensatorspannungshubs herbeiführt. Durch eine Anpassung der äußeren Größen, der effektiven *AC*-Leistung und des Gesamtenergieinhalts des MMC während der Transition konnte in Szenario 5 eine signifikante Modifikation des Kondensatorspannungshubs erreicht werden.

Aus den Szenarien 4 und 5 leiten sich drei Vorschläge ab, welche die in dieser Arbeit gezeigte Technik noch weiter verbessern könnten:

1. Aus dem Ergebnis des Szenarios 4 wird ersichtlich, dass durch die Kreisströme im eingeschwungenen Zustand die Oszillation der Kondensatorarmspannungen sowohl während des Übergangs als auch in den eingeschwungenen Zuständen reduziert ist. Anstatt eine konstante vertikale Symmetrierung der Energie im eingeschwungenen Zustand zu verlangen, wie es in Kapitel 3 verlangt wird, und zu verschwindenden Kreisströmen und Gleichtaktspannung im eingeschwungenen Zustand führt, sollten Kreisstrom und Gleichtaktspannung so gewählt werden, dass der Energiehub der Armenergien und damit auch der Kondensatorspannungshub minimal werden.
2. Der zweite eingeschwungene Zustand wird im Szenario 5 noch deutlich ungenauer getroffen als in den anderen Szenarien. Hier bietet sich an, eine überlagerte Regelung zu implementieren, welche die kleinen Abweichungen kompensiert, welche durch die entworfenen Trajektorien der inneren Freiheitsgrade entstehen.
3. Aus der Betrachtung von Szenario 5 ist auch denkbar, den Trajektorienentwurf zweimal durchzuführen, um im zweiten Durchlauf den reduzierten Gesamtenergieinhalt des MMC wieder auf den ursprünglichen Zustand zu führen. Dadurch ergibt sich die Möglichkeit den Gesamtenergieinhalt im ersten Schritt noch weiter zu senken und dadurch einen noch kleineren Kondensatorspannungshub während der Transition zu erreichen. Alternativ ist es möglich durch die entkoppelten Aufgaben 1 und 2 auch für deren Lösung unterschiedliche Übergangszeiträume festzulegen. So kann, wie eben diskutiert, die Trajektorie des Gesamtenergieinhalts in einer längeren Transition wieder zu ihrem ursprünglichen Zustand geführt werden, während die innere Energieverschiebung in einer kürzeren Zeit gelöst wird.

Literaturverzeichnis

- [1] BERGNA, G. ; BERNE, E. ; EGROT, E. ; LEFRANC, P.: A generalized power control approach in abc frame for modular multilevel converters based on mathematical optimization. In: *IEEE ENERGYCON* (2012)
- [2] BORNSCHLEGL, O.: *Simulation and optimal control of a modular multilevel converter (MMC)*. Masterarbeit, Professur für Automatisierungs- und Regelungstechnik an der Universität der Bundeswehr München, 2018
- [3] DAHMEN, C. ; KAPAUN, F. ; MARQUARDT, R.: Analytical investigation of efficiency and operating range of different Modular Multilevel Converters. (2017)
- [4] FEHR, H. ; GENSIOR, A.: Improved energy balancing of grid-side modular multilevel converters by optimized feedforward circulating currents and common-mode voltage. In: *IEEE Transactions on power electronics* Vol. 33 (2018)
- [5] FEHR, H. ; GENSIOR, A.: Online trajectory planning during low-voltage FRT of a modular multilevel converter. In: *EPE'20 ECCE Europe* (2020)
- [6] HARNEFORS, L. ; ILVES, K.: Global asymptotic stability of current-controlled modular multilevel converters. In: *IEEE Transaction on Power Electronics* Vol. 30 (2015)
- [7] KOLB, J.: *Optimale Betriebsführung des Modularen Multilevel-Umrichters als Antreibsumrichter für Drehstrommaschinen*. Karlsruhe : KIT Scientific Publishing, 2013
- [8] KOLB, J. ; KAMMERER, F. ; GOMMERINGER, M. ; BRAUN, M.: Cascaded Control System of the Modular Multilevel Converter for Feeding Variable-Speed Drives. In: *IEEE Trans. Power Electronics* 30, No. 1 (2015)
- [9] LESNICAR, A.: *Neuartiger, Modularer Mehrpunktumrichter M2C für Netzkupplungsanwendungen*. Dissertation Universität der Bundeswehr München, IPEC-Forschungsberichte 1, 2008
- [10] LESNICAR, A. ; MARQUARDT, R.: An Innovativ Modular Multilevel Converter Topology Suitable for a Wide Power Range. (2003)
- [11] MARQUARDT, Rainer: Modular Multilevel Converter Topologies with DC-Short Circuit Current Limitation. (2011)
- [12] MARQUÉS, J.-L.: *Theoretische Betrachtungen zum stationären Zustand eines MMC*. Technischer Bericht, Professur für Automatisierungs- und Regelungstechnik an der Universität der Bundeswehr München, 2018

- [13] ÄNGQUIST, L. ; ANTONOPOULOS, A. ; SIEMASZKO, D. ; ILVES, K. ; VASILADIOTIS, M. ; NEE, H.: Inner control of modular multilevel converters - An approach using open-loop estimation of stored energy. In: *The 2010 International Power Electronics Conference* (2010)
- [14] PEREZ, M. ; RODRIGUEZ, J. ; BERNET, S.: Decoupled capacitor voltage control of modular multilevel converters. In: *IEEE* (2014)
- [15] RIZZOLI, G. ; MENGONI, M. ; MANTELLINI, M.: Decoupled control of the arms of a modular multilevel converter with orthogonal reference signals. In: *EPE'19 ECCE Europe* (2019)
- [16] ROHNER, Steffen: *Untersuchung des Modularen Mehrpunktstromrichters M2C für Mittelspannungsanwendungen*. Dresden : Technische Universität Dresden, 2011
- [17] STARK, C. ; DANOWSKI, D. ; MARQUÉS, J.-L. ; HILLERMEIER, C.: Fast compensation of DC bus voltage drops using modular multilevel converters. In: *The 9th International Conference on Power Electronics, Machines and Drives (PEMD) (2018) & Journal of Engineering, Issue 17, 3906* (2019)
- [18] WANG, Y. ; MARQUARDT, R.: Novel control scheme for the internal energies and circulating currents of modular multilevel converter. In: *PCIM Europe* (2017)

A Herleitung des eingeschwungenen Zustands im MMC

In diesem Anhang wird die gesamte Herleitung für die Verläufe der Strom- und Energie-Komponenten im eingeschwungenen Zustand (auch als Steady-State bezeichnet, mit der Notation (ss)) im Detail präsentiert. Die Herleitung stützt sich hierbei auf die beiden Arbeiten [12] und [2]. Dabei wird sowohl die zeitkontinuierliche Formulierung im idealen Fall, die Eingangsgrößen der Dynamik können mit einer beliebig feinen Zeitaufösung geändert werden, als auch die zeitdiskrete Formulierung der realen Dynamik, bei welcher die Anlage auf eine Änderung im Eingang nur zu bestimmten Zeitpunkten reagieren kann, hergeleitet.

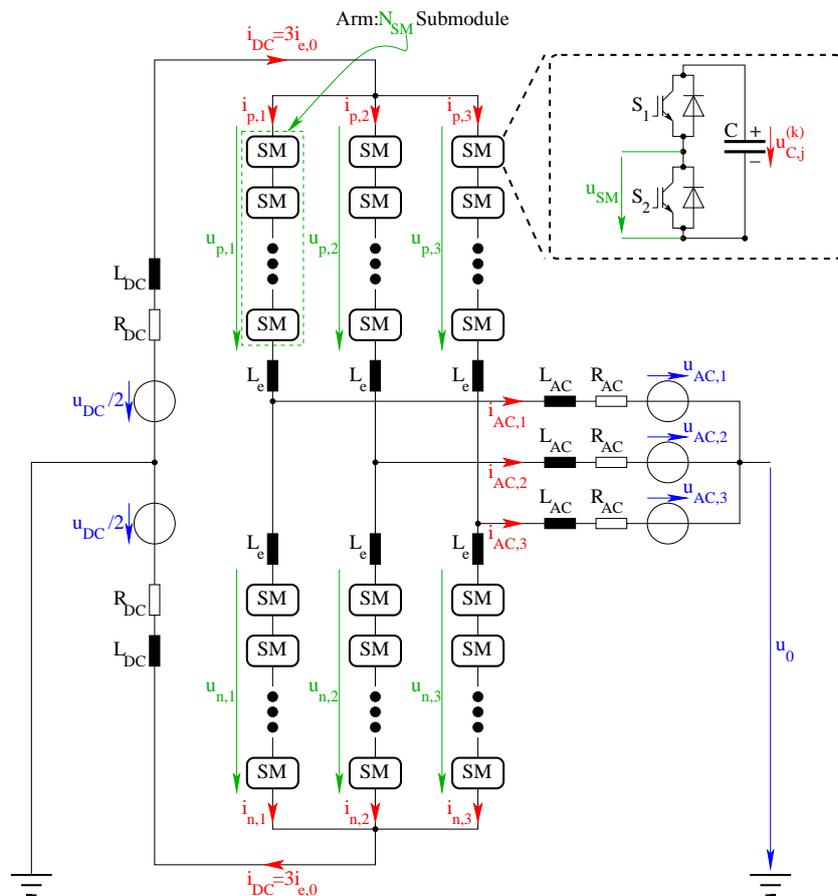


Abbildung A.1: MMC-System in einem DC-AC-Übertragungsnetz

In beiden Formulierungen wird mit der Anordnung der abgebildeten Skizze gearbeitet, bei der im eingeschwungenen Zustand die äußeren DC - und AC -Spannungen in der folgenden Form vorgegeben sind:

$$u_{DC}^{(ss)} = \text{konst},$$

$$\begin{pmatrix} u_{AC,1}^{(ss)} \\ u_{AC,2}^{(ss)} \\ u_{AC,3}^{(ss)} \end{pmatrix} = \underbrace{\hat{u}_{AC}^{(ss)}}_{\text{konst}} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t) \\ \sin(\omega_{AC}t - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\omega_{AC}t + \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \iff \begin{pmatrix} u_{AC,\alpha}^{(ss)} \\ u_{AC,\beta}^{(ss)} \end{pmatrix} = \underbrace{\hat{u}_{AC}^{(ss)}}_{\text{konst}} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t) \\ -\cos(\omega_{AC}t) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Für die Verläufe der DC - und AC -Stromkomponenten im eingeschwungenen Zustand werden folgende Abhängigkeiten gewünscht:

$$i_{DC}^{(ss)} = 3i_{e,0}^{(ss)} = \text{konst},$$

$$\begin{pmatrix} i_{AC,1}^{(ss)} \\ i_{AC,2}^{(ss)} \\ i_{AC,3}^{(ss)} \end{pmatrix} = \underbrace{\hat{i}_{AC}^{(ss)}}_{\text{konst}} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\ \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC} - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC} + \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \iff \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha}^{(ss)} \\ i_{AC,\beta}^{(ss)} \end{pmatrix} = \underbrace{\hat{i}_{AC}^{(ss)}}_{\text{konst}} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\ -\cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \end{pmatrix}, \quad (\text{A.2})$$

wobei sowohl für die AC -Spannung wie für den AC -Strom ein symmetrisches Dreiphasensystem gilt: $u_{AC,1}^{(ss)} + u_{AC,2}^{(ss)} + u_{AC,3}^{(ss)} = 0$ und $i_{AC,1}^{(ss)} + i_{AC,2}^{(ss)} + i_{AC,3}^{(ss)} = 0$, letzteres aufgrund der Verschaltung der drei AC -Leitungen. Bei dem betrachteten DC - AC -Umrichter sind Amplitude und Phase des AC -Stroms Sollgrößen und die Amplitude des DC -Stroms ergibt sich aus der Bedingung für den eingeschwungenen Zustand. Umgekehrt für einen AC - DC -Umrichter werden die Phase des AC -Stroms und die Amplitude des DC -Stroms Sollgrößen und die Amplitude des AC -Stroms resultiert aus der Bedingung des eingeschwungenen Zustands. Für die Kreisstromkomponenten, wie in Kapitel 3 diskutiert, sind nur Vielfache von 2 nicht teilbar durch 3 als einzige Frequenzen im eingeschwungenen Zustand gewählt, $h_e = 2, 4, 8, \dots$

$$\begin{pmatrix} i_{e,\alpha}^{(ss)} \\ i_{e,\beta}^{(ss)} \end{pmatrix} = \underbrace{\hat{i}_e^{(ss)}}_{\text{konst}} \begin{pmatrix} \sin(h_e \omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \\ (-1)^{h_e \bmod 3} \cos(h_e \omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \end{pmatrix}$$

Für die gesamten Herleitung werden folgende abgekürzte Definitionen für die Ersatzwiderstände und Ersatzinduktivitäten verwendet

$$\begin{aligned} R'_{DC} &= 3R_{DC} + R_e, & L'_{DC} &= 3L_{DC} + L_e, \\ R'_{AC} &= 2R_{AC} + R_e, & L'_{AC} &= 2L_{AC} + L_e. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Zusammenfassend sind die äußeren Spannungen $u_{DC}^{(ss)}$ und $\hat{u}_{AC}^{(ss)}$ vorgegeben und die AC -Größen $\hat{i}_{AC}^{(ss)}$ und $\varphi_{i,AC}$ werden gefordert. Im Prinzip sind die beiden Stromamplituden $\hat{i}_{DC}^{(ss)}$, $\hat{i}_e^{(ss)}$, die Phase des Kreisstroms $\varphi_{i,e}$ sowie die Gleichtaktspannung $u_0^{(ss)} = -\frac{1}{2}u_{\Delta 0}^{(ss)}$ frei wählbar. Jedoch werden zwei dieser frei wählbaren Variablen, die DC -Stromamplitude und die Gleichtaktspannung, durch

die zwei Bedingungen des eingeschwungenen Zustands festgelegt.

A.1 Zeitkontinuierliche Formulierung des eingeschwungenen Zustands

Durch das Umstellen der Differentialgleichungen für die Beschreibung der Stromdynamik (2.23) werden die fünf Spannungskomponenten $u_{\Sigma, \alpha/\beta/0}$ und $u_{\Delta, \alpha/\beta}$ für den Steady-State berechnet. Notwendig hierfür ist die folgende trigonometrische Beziehung

$$\begin{aligned} a_1 \sin(\alpha + \varphi_1) + a_2 \sin(\alpha + \varphi_2) &= \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)} \sin(\alpha + \delta), \\ \delta &= \arctan \left(\frac{a_1 \sin(\varphi_1) + a_2 \sin(\varphi_2)}{a_1 \cos(\varphi_1) + a_2 \cos(\varphi_2)} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Damit ergeben sich die fünf Spannungen

$$\begin{aligned} u_{\Sigma, \alpha/\beta}^{(ss)} &= -R_e i_{e, \alpha/\beta}^{(ss)} - L_e \frac{d}{dt} i_{e, \alpha/\beta}^{(ss)} \\ &= -\hat{i}_e^{(ss)} \sqrt{R_e^2 + (h_e \omega_{AC} L_e)^2} \left(\begin{array}{c} \sin \left(h_e \omega_{AC} t + \varphi_{i,e} + \arctan \left(\frac{h_e \omega_{AC} L_e}{R_e} \right) \right) \\ (-1)^{h_e \bmod 3} \cos \left(h_e \omega_{AC} t + \varphi_{i,e} + \arctan \left(\frac{h_e \omega_{AC} L_e}{R_e} \right) \right) \end{array} \right), \\ u_{\Sigma, 0}^{(ss)} &= \frac{u_{DC}^{(ss)}}{2} - R'_{DC} i_{e,0}^{(ss)} - L'_{DC} \frac{d}{dt} i_{e,0}^{(ss)}, \\ u_{\Delta, \alpha/\beta}^{(ss)} &= -2u_{AC, \alpha/\beta}^{(ss)} - R'_{AC} i_{AC, \alpha/\beta}^{(ss)} - L'_{AC} \frac{d}{dt} i_{AC, \alpha/\beta}^{(ss)} \\ &= -2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC} t) \\ -\cos(\omega_{AC} t) \end{pmatrix} \\ &\quad - \hat{i}_{AC}^{(ss)} \sqrt{R'_{AC}{}^2 + (\omega_{AC} L'_{AC})^2} \begin{pmatrix} \sin \left(\omega_{AC} t + \varphi_{i,AC} + \arctan \left(\frac{\omega_{AC} L'_{AC}}{R'_{AC}} \right) \right) \\ -\cos \left(\omega_{AC} t + \varphi_{i,AC} + \arctan \left(\frac{\omega_{AC} L'_{AC}}{R'_{AC}} \right) \right) \end{pmatrix} \\ &= -\sqrt{(2\hat{u}_{AC}^{(ss)})^2 + (\hat{i}_{AC}^{(ss)})^2 (R'_{AC}{}^2 + (\omega_{AC} L'_{AC})^2)} + 4\hat{u}_{AC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)} (R'_{AC} \cos \varphi_{i,AC} - \omega_{AC} L'_{AC} \sin \varphi_{i,AC}) \\ &\quad \times \begin{pmatrix} \sin \left(\omega_{AC} t + \arctan \left(\frac{\hat{i}_{AC}^{(ss)} (R'_{AC} \sin \varphi_{i,AC} + \omega_{AC} L'_{AC} \cos \varphi_{i,AC})}{2\hat{u}_{AC}^{(ss)} + \hat{i}_{AC}^{(ss)} (R'_{AC} \cos \varphi_{i,AC} - \omega_{AC} L'_{AC} \sin \varphi_{i,AC})} \right) \right) \\ -\cos \left(\omega_{AC} t + \arctan \left(\frac{\hat{i}_{AC}^{(ss)} (R'_{AC} \sin \varphi_{i,AC} + \omega_{AC} L'_{AC} \cos \varphi_{i,AC})}{2\hat{u}_{AC}^{(ss)} + \hat{i}_{AC}^{(ss)} (R'_{AC} \cos \varphi_{i,AC} - \omega_{AC} L'_{AC} \sin \varphi_{i,AC})} \right) \right) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Diese werden nun in die zwei definierenden Bedingungen für den eingeschwungenen Zustand im MMC eingesetzt:

1. Keine Änderung in der im MMC gespeicherten Energie während des eingeschwungenen Zustands, sodass zu jedem Zeitpunkt die Energie, die durch die DC-Leitung eingespeist wird, an den AC-Verbraucher abgegeben wird (bis auf die Verluste an den Widerständen).

Mathematisch formuliert:

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\Sigma,0}^{(ss)} \stackrel{(def)}{=} 0 &= \frac{1}{6} \sum_{j=1}^3 \left(u_{p,j}^{(ss)} i_{p,j}^{(ss)} + u_{n,j}^{(ss)} i_{n,j}^{(ss)} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(u_{\Sigma,\alpha}^{(ss)} i_{e,\alpha}^{(ss)} + u_{\Sigma,\beta}^{(ss)} i_{e,\beta}^{(ss)} \right) + u_{\Sigma,0}^{(ss)} i_{e,0}^{(ss)} + \frac{1}{8} \left(u_{\Delta,\alpha}^{(ss)} i_{AC,\alpha}^{(ss)} + u_{\Delta,\beta}^{(ss)} i_{AC,\beta}^{(ss)} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

2. Die Differenz zwischen der in den drei oberen Armen gespeicherten Energie und der in den drei unteren Armen ist zu jedem Zeitpunkt konstant. Mathematisch formuliert:

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\Delta,0}^{(ss)} \stackrel{(def)}{=} 0 &= \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 \left(u_{p,j}^{(ss)} i_{p,j}^{(ss)} - u_{n,j}^{(ss)} i_{n,j}^{(ss)} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(u_{\Sigma,\alpha}^{(ss)} i_{AC,\alpha}^{(ss)} + u_{\Sigma,\beta}^{(ss)} i_{AC,\beta}^{(ss)} \right) + \frac{1}{2} \left(u_{\Delta,\alpha}^{(ss)} i_{e,\alpha}^{(ss)} + u_{\Delta,\beta}^{(ss)} i_{e,\beta}^{(ss)} \right) + u_{\Delta,0}^{(ss)} i_{e,0}^{(ss)}. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Erste Bedingung für den eingeschwungenen Zustand

Die erste Bedingung (A.6) führt mit Hilfe der Spannungsgleichungen $u_{\Sigma,\alpha/\beta/0}$ und $u_{\Delta,\alpha/\beta}$ aus (A.5) zu einer quadratischen Gleichung, welche alle drei Stromamplituden miteinander verknüpft:

$$\left(i_{e,0}^{(ss)} \right)^2 - \frac{u_{DC}^{(ss)}}{2R'_{DC}} i_{e,0}^{(ss)} + \left[\frac{\hat{u}_{AC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC}}{4R'_{DC}} + \frac{R_e}{2R'_{DC}} \left(\hat{i}_e^{(ss)} \right)^2 + \frac{R'_{AC}}{8R'_{DC}} \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)} \right)^2 \right] = 0. \quad (\text{A.8})$$

Hierdurch kann für eine gewünschte AC-Stromamplitude $\hat{i}_{AC}^{(ss)}$ die Amplitude des DC-Stroms $i_{DC}^{(ss)} = 3 i_{e,0}^{(ss)}$ bestimmt werden, wenn eine Amplitude für den Kreisstrom $\hat{i}_e^{(ss)}$ gewählt wurde. Letztere Gleichung kann auch folgenderweise interpretiert werden: Die aus der DC-Leitung eingespeiste Leistung $u_{DC}^{(ss)} i_{DC}^{(ss)}$ wird in Form von effektiver Leistung an die drei AC-Phasen übergeben $\frac{3}{2} \hat{u}_{AC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC}$ (gemittelt über eine AC-Periode) plus die Verluste an den Widerständen. Letztere sind zweimal $R_{DC} \left(i_{DC}^{(ss)} \right)^2$ an jedem der zwei R_{DC} , plus sechsmal

$$R_e \left(\left(\frac{i_{DC}^{(ss)}}{3} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\hat{i}_e^{(ss)} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2} \right)^2 \right)$$

an jedem der sechs R_e (mit multiplikativem Faktor 1/2 in den oszillierenden Komponenten wegen der Mittelung über eine AC-Periode), plus dreimal $R_{AC} \frac{1}{2} \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)} \right)^2$ an jedem der drei R_{AC} . Somit lautet die Leistungsbilanz im eingeschwungenen Zustand

$$u_{DC} i_{DC}^{(ss)} = \frac{3}{2} \hat{u}_{AC} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC} + \frac{2}{3} (3R_{DC} + R_e) \left(i_{DC}^{(ss)} \right)^2 + 6 \frac{R_e}{2} \left(\hat{i}_e^{(ss)} \right)^2 + \frac{3}{4} (2R_{AC} + R_e) \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)} \right)^2,$$

welche nun durch Teilen mit $-6R'_{DC} = -6(3R_{DC} + R_e)$ zu dem Ergebnis (A.8) führt.

Zweite Bedingung für den eingeschwungenen Zustand

Die zweite Bedingung (A.7) koppelt die Common-Mode-Spannung $u_0^{(ss)} = -\frac{1}{2}u_{\Delta,0}^{(ss)}$ mit dem Kreisstrom i_e . Hierbei muss aber zwischen den verschiedenen Werten für h_e unterschieden werden. Für alle h_e , die nach der Division durch 3 einen Rest von 2 haben, $h_e \bmod 3 = 2$ und $(-1)^{h_e \bmod 3} = +1$, gilt

$$\begin{aligned}
 -u_{\Delta,0}^{(ss)} i_{e,0}^{(ss)} = & + \frac{\hat{i}_e^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2} \sqrt{\frac{\cos((h_e+1)\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + \varphi_{i,AC}) R_e - \sin((h_e+1)\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + \varphi_{i,AC}) h_e \omega_{AC} L_e}{R_e^2 + (h_e \omega_{AC} L_e)^2}} \cos\left((h_e+1)\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + \varphi_{i,AC} + \arctan\left(\frac{h_e \omega_{AC} L_e}{R_e}\right)\right) \\
 & + \frac{\hat{i}_e^{(ss)}}{2} \left[2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \left(\cos((h_e+1)\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + \varphi_{i,AC}) \cos \varphi_{i,AC} + \sin((h_e+1)\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + \varphi_{i,AC}) \sin \varphi_{i,AC} \right) \right. \\
 & \left. + \hat{i}_{AC}^{(ss)} \left(\cos((h_e+1)\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + \varphi_{i,AC}) R'_{AC} - \sin((h_e+1)\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + \varphi_{i,AC}) \omega_{AC} L'_{AC} \right) \right], \tag{A.9}
 \end{aligned}$$

und für alle h_e , die nach der Division durch 3 einen Rest von 1 haben, $h_e \bmod 3 = 1$ und damit $(-1)^{h_e \bmod 3} = -1$, gilt

$$\begin{aligned}
 -u_{\Delta,0}^{(ss)} i_{e,0}^{(ss)} = & - \frac{\hat{i}_e^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2} \sqrt{\frac{\cos((h_e-1)\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC}) R_e - \sin((h_e-1)\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC}) h_e \omega_{AC} L_e}{R_e^2 + (h_e \omega_{AC} L_e)^2}} \cos\left((h_e-1)\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC} + \arctan\left(\frac{h_e \omega_{AC} L_e}{R_e}\right)\right) \\
 & - \frac{\hat{i}_e^{(ss)}}{2} \left[2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \left(\cos((h_e-1)\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC}) \cos \varphi_{i,AC} - \sin((h_e-1)\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC}) \sin \varphi_{i,AC} \right) \right. \\
 & \left. + \hat{i}_{AC}^{(ss)} \left(\cos((h_e-1)\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC}) R'_{AC} + \sin((h_e-1)\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC}) \omega_{AC} L'_{AC} \right) \right]. \tag{A.10}
 \end{aligned}$$

Und damit ergibt sich für $u_{\Delta,0}^{(ss)}$ für alle gültigen h_e des Kreisstroms im eingeschwungenen Zustand

$$\begin{aligned}
 u_{\Delta,0}^{(ss)} = & - \frac{\hat{i}_e^{(ss)}}{2i_{e,0}^{(ss)}} \left[\left(2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \right)^2 + \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)} \right)^2 \left((R_e + R'_{AC})^2 + \left((-1)^{h_e \bmod 3} h_e \omega_{AC} L_e + \omega_{AC} L'_{AC} \right)^2 \right) \right. \\
 & \left. + 4\hat{u}_{AC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \left((R_e + R'_{AC}) \cos \varphi_{i,AC} - \left((-1)^{h_e \bmod 3} h_e \omega_{AC} L_e + \omega_{AC} L'_{AC} \right) \sin \varphi_{i,AC} \right) \right]^{1/2} \times \\
 & \times \sin \left(\left(h_e + (-1)^{h_e \bmod 3} \right) \omega_{AC} t + \varphi_{i,e} + (-1)^{h_e \bmod 3} \varphi_{i,AC} \right. \\
 & \left. + (-1)^{h_e \bmod 3} \arctan \left(\frac{2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC} + \hat{i}_{AC}^{(ss)} (R_e + R'_{AC})}{2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \sin \varphi_{i,AC} - \hat{i}_{AC}^{(ss)} \left((-1)^{h_e \bmod 3} h_e \omega_{AC} L_e + \omega_{AC} L'_{AC} \right)} \right) \right). \tag{A.11}
 \end{aligned}$$

Nun lässt sich aus (A.8) und (A.11) folgern, dass zur Erfüllung der beiden Bedingungen (A.6) und (A.7) nur die Kreisstromamplitude $\hat{i}_e^{(ss)}$ und deren Phasenverschiebung $\varphi_{i,e}^{(ss)}$ frei wählbar sind. Wohingegen (A.8) die Amplitude des DC-Stroms $\hat{i}_{DC}^{(ss)} = 3 i_{e,0}^{(ss)}$ und (A.11) die Gleichtaktspannung

$u_0 = -\frac{1}{2}u_{\Delta,0}$ bestimmt. Die Gleichtaktspannung oszilliert im eingeschwungenen Zustand mit der Frequenz von $(h_e + (-1)^{h_e \bmod 3})\omega_{AC}$. Für die Auswahl der kleinstmöglichen harmonischen Komponente $h_e = 2$ weist somit u_0 die Frequenz $3\omega_{AC}$ auf, wegen $h_e + (-1)^{h_e \bmod 3} = h_e + 1 = 3$.

Spannungen, Ströme und Armenergien im eingeschwungenen Zustand

Nachdem die Form der Gleichtaktspannung $u_{\Delta,0}$ im eingeschwungenen Zustand bestimmt worden ist, können alle Ströme und Spannungen in den sechs Zweigen des MMC während des Steady-States formuliert werden

$$\begin{aligned} i_j^{(ss)}(t) &= a_0 + a_1 \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{1,j}) + a_2 \sin(h_e \omega_{AC}t + \varphi_{2,j}), \\ u_j^{(ss)}(t) &= \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 \sin(\omega_{AC}t + \tilde{\varphi}_{1,j}) + \tilde{a}_2 \sin(h_e \omega_{AC}t + \tilde{\varphi}_{2,j}) \\ &\quad + \tilde{a}_3 \sin\left(\left(h_e + (-1)^{h_e \bmod 3}\right)\omega_{AC}t + \tilde{\varphi}_{3,j}\right), \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

wobei für die Armindizes $i = \{p1, p2, p3, n1, n2, n3\}$ gilt, zusammen mit den Werten

$$\begin{aligned} a_0 &= i_{e,0}^{(ss)}, \\ a_1 &= \frac{1}{2}\hat{i}_{AC}^{(ss)}, \\ a_2 &= \hat{i}_e^{(ss)}, \\ \tilde{a}_0 &= \frac{u_{DC}^{(ss)}}{2} - R'_{DC}i_{e,0}^{(ss)}, \\ \tilde{a}_1 &= -\frac{1}{2}\left[\left(2\hat{u}_{AC}^{(ss)}\right)^2 + \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)}\right)^2\left(R_{AC}'^2 + (\omega_{AC}L'_{AC})^2\right) + 4\hat{u}_{AC}^{(ss)}\hat{i}_{AC}^{(ss)}\left(R_{AC}'\cos\varphi_{i,AC} - \omega_{AC}L'_{AC}\sin\varphi_{i,AC}\right)\right]^{1/2}, \\ \tilde{a}_2 &= -\hat{i}_e^{(ss)}\sqrt{R_e^2 + (h_e\omega_{AC}L_e)^2}, \\ \tilde{a}_3 &= -\frac{\hat{i}_e^{(ss)}}{4\hat{i}_{e,0}^{(ss)}}\left[\left(2\hat{u}_{AC}^{(ss)}\right)^2 + \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)}\right)^2\left((R_e + R'_{AC})^2 + \left((-1)^{h_e \bmod 3}h_e\omega_{AC}L_e + \omega_{AC}L'_{AC}\right)^2\right) \right. \\ &\quad \left. + 4\hat{u}_{AC}^{(ss)}\hat{i}_{AC}^{(ss)}\left((R_e + R'_{AC})\cos\varphi_{i,AC} - \left((-1)^{h_e \bmod 3}h_e\omega_{AC}L_e + \omega_{AC}L'_{AC}\right)\sin\varphi_{i,AC}\right)\right]^{1/2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \varphi_{1,p1} \\ \varphi_{1,p2} \\ \varphi_{1,p3} \\ \varphi_{1,n1} \\ \varphi_{1,n2} \\ \varphi_{1,n3} \end{pmatrix} &= \varphi_{i,AC} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{2\pi}{3} \\ +\frac{2\pi}{3} \\ \pi \\ \frac{\pi}{3} \\ \frac{5\pi}{3} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \varphi_{2,p1} \\ \varphi_{2,p2} \\ \varphi_{2,p3} \\ \varphi_{2,n1} \\ \varphi_{2,n2} \\ \varphi_{2,n3} \end{pmatrix} = \varphi_{i,e} + \begin{pmatrix} 0 \\ -h_e\frac{2\pi}{3} \\ +h_e\frac{2\pi}{3} \\ h_e\pi \\ h_e\frac{\pi}{3} \\ h_e\frac{5\pi}{3} \end{pmatrix} \equiv \varphi_{i,e} + \begin{pmatrix} 0 \\ (-1)^{h_e \bmod 3}\frac{2\pi}{3} \\ -(-1)^{h_e \bmod 3}\frac{2\pi}{3} \\ 0 \\ (-1)^{h_e \bmod 3}\frac{2\pi}{3} \\ -(-1)^{h_e \bmod 3}\frac{2\pi}{3} \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{1,p1} \\ \tilde{\varphi}_{1,p2} \\ \tilde{\varphi}_{1,p3} \\ \tilde{\varphi}_{1,n1} \\ \tilde{\varphi}_{1,n2} \\ \tilde{\varphi}_{1,n3} \end{pmatrix} &= \varphi_{i,AC} + \arctan\left(\frac{-2\hat{u}_{AC}^{(ss)}\sin\varphi_{i,AC} + \hat{i}_{AC}^{(ss)}\omega_{AC}L'_{AC}}{2\hat{u}_{AC}^{(ss)}\cos\varphi_{i,AC} + \hat{i}_{AC}^{(ss)}R'_{AC}}\right) + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{2\pi}{3} \\ +\frac{2\pi}{3} \\ \pi \\ \frac{\pi}{3} \\ \frac{5\pi}{3} \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{2,p1} \\ \tilde{\varphi}_{2,p2} \\ \tilde{\varphi}_{2,p3} \\ \tilde{\varphi}_{2,n1} \\ \tilde{\varphi}_{2,n2} \\ \tilde{\varphi}_{2,n3} \end{pmatrix} = \varphi_{i,e} + \arctan\left(\frac{h_e \omega_{AC} L_e}{R_e}\right) + \begin{pmatrix} 0 \\ (-1)^{h_e \bmod 3} \frac{2\pi}{3} \\ -(-1)^{h_e \bmod 3} \frac{2\pi}{3} \\ 0 \\ (-1)^{h_e \bmod 3} \frac{2\pi}{3} \\ -(-1)^{h_e \bmod 3} \frac{2\pi}{3} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{3,p1} \\ \tilde{\varphi}_{3,p2} \\ \tilde{\varphi}_{3,p3} \\ \tilde{\varphi}_{3,n1} \\ \tilde{\varphi}_{3,n2} \\ \tilde{\varphi}_{3,n3} \end{pmatrix} = \varphi_{i,e} + (-1)^{h_e \bmod 3} \varphi_{i,AC} + (-1)^{h_e \bmod 3} \arctan\left(\frac{2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC} + \hat{i}_{AC}^{(ss)} (R_e + R'_{AC})}{2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \sin \varphi_{i,AC} - \hat{i}_{AC}^{(ss)} \left((-1)^{h_e \bmod 3} h_e \omega_{AC} L_e + \omega_{AC} L'_{AC}\right)}\right) \\
 + (0 \ 0 \ 0 \ \pi \ \pi \ \pi)^T.$$

Die gespeicherte Energie in jedem der sechs MMC-Zweige ergibt sich aus der Integration der Leistungsgleichungen $\dot{W}_i = u_i i_i$:

$$\begin{aligned}
 W_j^{(ss)}(t) &= C_j - \frac{\tilde{a}_1 a_0}{\omega_{AC}} \cos(\omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{1,j}) - \frac{a_1 \tilde{a}_0}{\omega_{AC}} \cos(\omega_{AC} t + \varphi_{1,j}) \\
 &+ \frac{\tilde{a}_2 a_1}{2(h_e - 1)\omega_{AC}} \sin((h_e - 1)\omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{2,j} - \varphi_{1,j}) \\
 &+ \frac{a_2 \tilde{a}_1}{2(h_e - 1)\omega_{AC}} \sin((h_e - 1)\omega_{AC} t + \varphi_{2,j} - \tilde{\varphi}_{1,j}) \\
 &\quad + \underbrace{(-1)^{h_e \bmod 3} \frac{\tilde{a}_3 a_2}{2\omega_{AC}} \sin\left((-1)^{h_e \bmod 3} \omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{3,j} - \varphi_{2,j}\right)} \\
 &\quad + \frac{\tilde{a}_3 a_2}{2\omega_{AC}} \sin\left(\omega_{AC} t + (-1)^{h_e \bmod 3} \tilde{\varphi}_{3,j} - (-1)^{h_e \bmod 3} \varphi_{2,j}\right) \\
 &- \frac{\tilde{a}_2 a_0}{h_e \omega_{AC}} \cos(h_e \omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{2,j}) - \frac{a_2 \tilde{a}_0}{h_e \omega_{AC}} \cos(h_e \omega_{AC} t + \varphi_{2,j}) \\
 &- \frac{\tilde{a}_1 a_1}{4\omega_{AC}} \sin(2\omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{1,j} + \varphi_{1,j}) \\
 &+ \frac{\tilde{a}_3 a_1}{2\left(h_e + (-1)^{h_e \bmod 3} - 1\right)\omega_{AC}} \sin\left(\left(h_e + (-1)^{h_e \bmod 3} - 1\right)\omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{3,j} - \varphi_{1,j}\right) \quad (\text{A.13}) \\
 &- \frac{\tilde{a}_3 a_0}{\left(h_e + (-1)^{h_e \bmod 3}\right)\omega_{AC}} \cos\left(\left(h_e + (-1)^{h_e \bmod 3}\right)\omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{3,j}\right) \\
 &- \frac{\tilde{a}_2 a_1}{2(h_e + 1)\omega_{AC}} \sin((h_e + 1)\omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{2,j} + \varphi_{1,j}) \\
 &- \frac{a_2 \tilde{a}_1}{2(h_e + 1)\omega_{AC}} \sin((h_e + 1)\omega_{AC} t + \varphi_{2,j} + \tilde{\varphi}_{1,j}) \\
 &- \frac{\tilde{a}_3 a_1}{2\left(h_e + (-1)^{h_e \bmod 3} + 1\right)\omega_{AC}} \sin\left(\left(h_e + (-1)^{h_e \bmod 3} + 1\right)\omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{3,j} + \varphi_{1,j}\right) \\
 &- \frac{\tilde{a}_2 a_2}{4h_e \omega_{AC}} \sin(2h_e \omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{2,j} + \varphi_{2,j}) \\
 &- \frac{\tilde{a}_3 a_2}{2(2h_e + (-1)^{h_e \bmod 3})\omega_{AC}} \sin\left((2h_e + (-1)^{h_e \bmod 3})\omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{3,j} + \varphi_{2,j}\right),
 \end{aligned}$$

Hierbei ist C_i die Integrationskonstante, welche in (3.10) definiert worden ist. Der *wellig*-unterstrichene Term wächst linear mit der Zeit t , was nicht zur Annahme passt, dass alle Funktionen im eingeschwungenen Zustand periodisch sind. Dennoch ist dieser Term Null, da er der ersten Bedingung (A.6) des eingeschwungenen Zustands entspricht, was nun in Gleichung (A.14) nachgewiesen wird. Aus den Beziehungen

$$\begin{aligned}
 a_0 \tilde{a}_0 &= \frac{u_{DC}^{(ss)}}{2} i_{e,0}^{(ss)} - R'_{DC} \left(i_{e,0}^{(ss)} \right)^2, \\
 \frac{a_1 \tilde{a}_1}{2} \cos(\tilde{\varphi}_{1,j} - \varphi_{1,j}) &= -\frac{\hat{i}_{AC}^{(ss)}}{8} \left[\left(2\hat{u}_{AC}^{(ss)} + \hat{i}_{AC}^{(ss)} (R'_{AC} \cos \varphi_{i,AC} - \omega_{AC} L'_{AC} \sin \varphi_{i,AC}) \right) \cos \varphi_{i,AC} \right. \\
 &\quad \left. + \hat{i}_{AC}^{(ss)} (R'_{AC} \sin \varphi_{i,AC} + \omega_{AC} L'_{AC} \cos \varphi_{i,AC}) \sin \varphi_{i,AC} \right] \\
 &= -\frac{\hat{i}_{AC}^{(ss)}}{8} \left[2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC} + R'_{AC} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \right], \\
 \frac{a_2 \tilde{a}_2}{2} \cos(\tilde{\varphi}_{2,j} - \varphi_{2,j}) &= -\frac{R_e}{2} \left(\hat{i}_e^{(ss)} \right)^2
 \end{aligned} \tag{A.14}$$

zusammen mit (A.8) folgt

$$\begin{aligned}
 a_0 \tilde{a}_0 + \frac{a_1 \tilde{a}_1}{2} \cos(\tilde{\varphi}_{1,j} - \varphi_{1,j}) + \frac{a_2 \tilde{a}_2}{2} \cos(\tilde{\varphi}_{2,j} - \varphi_{2,j}) &= \\
 = R'_{DC} \left[\left(i_{e,0}^{(ss)} \right)^2 - \frac{u_{DC}^{(ss)}}{2R'_{DC}} i_{e,0}^{(ss)} + \frac{\hat{i}_{AC}^{(ss)} \hat{u}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC}}{4R'_{DC}} + \frac{\left(\hat{i}_{AC}^{(ss)} \right)^2}{8R'_{DC}} + \frac{R_e}{2R'_{DC}} \left(\hat{i}_e^{(ss)} \right)^2 \right] &\stackrel{(A.8)}{=} 0.
 \end{aligned} \tag{A.15}$$

A.2 Zeitdiskrete Formulierung des eingeschwungenen Zustands

Die bisherige Diskussion des eingeschwungenen Zustands und der Eingangsgrößen $u_{\Sigma, \alpha/\beta/0}$ und $u_{\Delta, \alpha/\beta}$ ist lediglich gültig für eine sehr feine zeitliche Auflösung, wie es im Fall einer Differentialgleichung beschrieben wird. Es wird nun die Herleitung aller Gleichungen wiederholt für den Fall, dass diese Eingangsspannungen zu einem fest definierten Zeitschritt $t_k = k \Delta t$ erst eine Veränderung in der Dynamik erzeugen können. Hierbei gilt, dass k der diskrete Zeitindex ist und Δt die feste Zeitdauer eines Zeitschritts, während dem keine Änderung im Eingang stattfindet oder von der Anlage nicht wahrgenommen werden kann. Für die externen Spannungen gilt weiterhin (A.1) und für die Ströme (A.2). Somit ergeben sich aus der diskreten Formulierung der Stromdynamik (2.28) unter Berücksichtigung der trigonometrischen Funktionen (A.16) sowie (A.17) die Σ -Spannungskomponenten (A.18) und die Δ -Spannungskomponenten (A.19) in zeitdiskreter Formulierung.

$$\begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}(t + \Delta t)) \\ -\cos(\omega_{AC}(t + \Delta t)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\omega_{AC} \Delta t) & -\sin(\omega_{AC} \Delta t) \\ \sin(\omega_{AC} \Delta t) & \cos(\omega_{AC} \Delta t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC} t) \\ -\cos(\omega_{AC} t) \end{pmatrix} \tag{A.16}$$

$$\begin{pmatrix} \sin(h_e \omega_{AC}(t + \Delta t)) \\ (-1)^{h_e \bmod 3} \cos(h_e \omega_{AC}(t + \Delta t)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(h_e \omega_{AC} \Delta t) & (-1)^{h_e \bmod 3} \sin(h_e \omega_{AC} \Delta t) \\ -(-1)^{h_e \bmod 3} \sin(h_e \omega_{AC} \Delta t) & \cos(h_e \omega_{AC} \Delta t) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \sin(h_e \omega_{AC} t) \\ (-1)^{h_e \bmod 3} \cos(h_e \omega_{AC} t) \end{pmatrix} \quad (\text{A.17})$$

Die Σ -Spannungskomponenten stellen sich wie folgt dar, wobei immer gilt $h_e \bmod 3 = \{1, 2\}$ für alle zulässigen h_e im Kreisstrom

$$\begin{aligned} u_{\Sigma, \alpha/\beta}^{(ss)}(k) &= \frac{1}{b_{ed}} \begin{pmatrix} \cos(h_e \omega_{AC} \Delta t) - a_{ed} & (-1)^{h_e \bmod 3} \sin(h_e \omega_{AC} \Delta t) \\ -(-1)^{h_e \bmod 3} \sin(h_e \omega_{AC} \Delta t) & \cos(h_e \omega_{AC} \Delta t) - a_{ed} \end{pmatrix} i_{e, \alpha/\beta}^{(ss)}(k) \\ &= \frac{\hat{i}_e^{(ss)}}{b_{ed}} \sqrt{1 - 2a_{ed} \cos(h_e \omega_{AC} \Delta t) + a_{ed}^2} \\ &\quad \times \begin{pmatrix} \sin\left(h_e \omega_{AC} k \Delta t + \varphi_{i,e} + \arctan\left(\frac{\sin(h_e \omega_{AC} \Delta t)}{\cos(h_e \omega_{AC} \Delta t) - a_{ed}}\right)\right) \\ (-1)^{h_e \bmod 3} \cos\left(h_e \omega_{AC} k \Delta t + \varphi_{i,e} + \arctan\left(\frac{\sin(h_e \omega_{AC} \Delta t)}{\cos(h_e \omega_{AC} \Delta t) - a_{ed}}\right)\right) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

$$u_{\Sigma, 0}^{(ss)} = \frac{1 - a_{DCd}}{b_{DCd}} i_{DC}^{(ss)} + \frac{1}{2} u_{DC}^{(ss)}.$$

Die Δ -Spannungskomponenten sind

$$\begin{aligned} u_{\Delta, \alpha/\beta}^{(ss)}(k) &= \frac{1}{b_{ACd}} \begin{pmatrix} \cos(\omega_{AC} \Delta t) - a_{ACd} & -\sin(\omega_{AC} \Delta t) \\ \sin(\omega_{AC} \Delta t) & \cos(\omega_{AC} \Delta t) - a_{ACd} \end{pmatrix} i_{AC, \alpha/\beta}^{(ss)}(k) - 2u_{AC, \alpha/\beta}^{(ss)}(k) \\ &= - \begin{pmatrix} \left(2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i, AC} - \hat{i}_{AC}^{(ss)} \frac{\cos(\omega_{AC} \Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}}\right) \sin(\omega_{AC} k \Delta t + \varphi_{i, AC}) \\ - \left(2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \sin \varphi_{i, AC} + \hat{i}_{AC}^{(ss)} \frac{\sin(\omega_{AC} \Delta t)}{b_{ACd}}\right) \cos(\omega_{AC} k \Delta t + \varphi_{i, AC}) \\ - \left(2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i, AC} - \hat{i}_{AC}^{(ss)} \frac{\cos(\omega_{AC} \Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}}\right) \cos(\omega_{AC} k \Delta t + \varphi_{i, AC}) \\ - \left(2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \sin \varphi_{i, AC} + \hat{i}_{AC}^{(ss)} \frac{\sin(\omega_{AC} \Delta t)}{b_{ACd}}\right) \sin(\omega_{AC} k \Delta t + \varphi_{i, AC}) \end{pmatrix} \\ &= - \left\{ \left(2\hat{u}_{AC}^{(ss)}\right)^2 + \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)}\right)^2 \left[\left(\frac{\cos(\omega_{AC} \Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}}\right)^2 + \left(\frac{\sin(\omega_{AC} \Delta t)}{b_{ACd}}\right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + 4\hat{u}_{AC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \left[- \left(\frac{\cos(\omega_{AC} \Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}}\right) \cos \varphi_{i, AC} + \left(\frac{\sin(\omega_{AC} \Delta t)}{b_{ACd}}\right) \sin \varphi_{i, AC} \right] \right\}^{1/2} \\ &\quad \times \begin{pmatrix} \sin\left(\omega_{AC} k \Delta t + \varphi_{i, AC} + \arctan\left(\frac{-2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \sin \varphi_{i, AC} - \hat{i}_{AC}^{(ss)} \frac{\sin(\omega_{AC} \Delta t)}{b_{ACd}}}{2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i, AC} - \hat{i}_{AC}^{(ss)} \frac{\cos(\omega_{AC} \Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}}}\right)\right) \\ - \cos\left(\omega_{AC} k \Delta t + \varphi_{i, AC} + \arctan\left(\frac{-2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \sin \varphi_{i, AC} - \hat{i}_{AC}^{(ss)} \frac{\sin(\omega_{AC} \Delta t)}{b_{ACd}}}{2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i, AC} - \hat{i}_{AC}^{(ss)} \frac{\cos(\omega_{AC} \Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}}}\right)\right) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Es sei angemerkt, dass im Grenzfall $\Delta t \rightarrow 0$ die Spannungsgleichungen $u_{\Sigma, \alpha/\beta/0}$ und $u_{\Delta, \alpha/\beta}$ der zeitkontinuierlichen Darstellung (A.5) wieder vollständig gewonnen werden können. Die Gleichtaktspannung u_0 bestimmt für einen symmetrischen AC-Betrieb vollständig $u_{\Delta, 0}^{(ss)} = -2u_0$, andernfalls gilt $u_{\Delta, 0}^{(ss)} = -2(u_0 + u_{AC, 0})$.

Wie im zeitkontinuierlichen Fall werden nun die DC -Stromamplitude sowie die Gleichtaktspannung aus den beiden Bedingungen für den eingeschwungenen Zustand gewonnen. Da jedoch eine zeitliche Ableitung im zeitdiskreten Fall nicht definiert ist, sondern lediglich Differenzen zwischen zwei diskreten Zeitpunkten, gilt folgende zeitdiskrete Formulierung für die beiden Bedingungen (analog (A.6) und (A.7)):

1. Eine konstante gesamte MMC-Energie im eingeschwungenen Zustand wird formuliert als

$$\int_t^{t+\Delta t} \dot{W}_{\Sigma,0}^{(ss)} dt = 0 \Leftrightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss)}(t) = W_{\Sigma,0}^{(ss)}(t + \Delta t) \quad (\text{A.20})$$

2. Und dass die Differenz zwischen der in den drei oberen Armen gespeicherten Energie und der in den drei unteren Armen zu jedem Zeitpunkt konstant bleiben soll im eingeschwungenen Zustand, lautet nun

$$\int_t^{t+\Delta t} \dot{W}_{\Delta,0}^{(ss)} dt = 0 \Leftrightarrow W_{\Delta,0}^{(ss)}(t) = W_{\Delta,0}^{(ss)}(t + \Delta t) \quad (\text{A.21})$$

Spannungen und Ströme im eingeschwungenen Zustand

Folglich müssen die Armenergien berechnet werden, um daraus die Bedingungen für den eingeschwungenen Zustand abzuleiten. Aus (A.18) und (A.19) lassen sich so die Strom- und Spannungs-Komponenten in jedem der sechs Arme am Beginn jedes Zeitschritts während des Steady-State angeben, analog zu der zeitkontinuierlichen Formulierung

$$\begin{aligned} i_j^{(ss)}(k) &= a_0 + a_1 \sin(\omega_{AC}k\Delta t + \varphi_{1,j}) + a_2 \sin(h_e\omega_{AC}k\Delta t + \varphi_{2,j}), \\ u_j^{(ss)}(k) &= \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 \sin(\omega_{AC}k\Delta t + \tilde{\varphi}_{1,j}) + \tilde{a}_2 \sin(h_e\omega_{AC}k\Delta t + \tilde{\varphi}_{2,j}) \\ &\quad + \tilde{a}_3 \sin\left(\left(h_e + (-1)^{h_e \bmod 3}\right)\omega_{AC}k\Delta t + \tilde{\varphi}_{3,j}\right). \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Die Amplitudenwerte für die Stromkomponenten sind identisch zu jenen in der zeitkontinuierlichen Formulierung, aber die Amplitudenwerte für die Spannungen weichen von jenen in (A.12) ab und sind wie folgt gegeben

$$\begin{aligned} a_{DCd} &= e^{-\Delta t R'_{DC}/L'_{DC}}, \quad a_{ACd} = e^{-\Delta t R'_{AC}/L'_{AC}}, \quad a_{ed} = e^{-\Delta t R_e/L_e}, \\ \frac{b_{DCd}}{3} &= \frac{a_{DCd} - 1}{R'_{DC}}, \quad b_{ACd} = \frac{a_{ACd} - 1}{R'_{AC}}, \quad b_{ed} = \frac{a_{ed} - 1}{R_e}, \\ a_0 &= i_{e,0}^{(ss)} = \frac{i_{DC}^{(ss)}}{3}, \quad a_1 = \frac{\hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2}, \quad a_2 = \hat{i}_e^{(ss)}, \\ \tilde{a}_0 &= \frac{1}{2}u_{DC}^{(ss)} + \frac{1 - a_{DCd}}{b_{DCd}}i_{DC}^{(ss)}, \\ \tilde{a}_1 &= -\frac{1}{2} \left\{ \left(2\hat{u}_{AC}^{(ss)}\right)^2 + \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)}\right)^2 \left[\left(\frac{\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}}\right)^2 + \left(\frac{\sin(\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ACd}}\right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + 4\hat{u}_{AC}^{(ss)}\hat{i}_{AC}^{(ss)} \left[-\left(\frac{\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}}\right) \cos \varphi_{i,AC} + \left(\frac{\sin(\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ACd}}\right) \sin \varphi_{i,AC} \right] \right\}^{1/2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{a}_2 &= -i_e^{(ss)} \sqrt{\left(\frac{\cos(h_e \omega_{AC} \Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}}\right)^2 + \left(\frac{\sin(h_e \omega_{AC} \Delta t)}{b_{ed}}\right)^2}, \\
 \begin{pmatrix} \varphi_{1,p1} \\ \varphi_{1,p2} \\ \varphi_{1,p3} \\ \varphi_{1,n1} \\ \varphi_{1,n2} \\ \varphi_{1,n3} \end{pmatrix} &= \varphi_{i,AC} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{2\pi}{3} \\ +\frac{2\pi}{3} \\ \pi \\ \frac{\pi}{3} \\ \frac{5\pi}{3} \end{pmatrix}, \\
 \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{1,p1} \\ \tilde{\varphi}_{1,p2} \\ \tilde{\varphi}_{1,p3} \\ \tilde{\varphi}_{1,n1} \\ \tilde{\varphi}_{1,n2} \\ \tilde{\varphi}_{1,n3} \end{pmatrix} &= \varphi_{i,AC} + \arctan \left(\underbrace{\frac{-2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \sin \varphi_{i,AC} - \frac{i_{AC}^{(ss)}}{b_{ACd}} \sin(\omega_{AC} \Delta t)}{2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC} - \frac{i_{AC}^{(ss)}}{b_{ACd}} (\cos(\omega_{AC} \Delta t) - a_{ACd})}}_{\delta \tilde{\varphi}_1} \right) + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{2\pi}{3} \\ +\frac{2\pi}{3} \\ \pi \\ \frac{\pi}{3} \\ \frac{5\pi}{3} \end{pmatrix}, \\
 \begin{pmatrix} \varphi_{2,p1} \\ \varphi_{2,p2} \\ \varphi_{2,p3} \\ \varphi_{2,n1} \\ \varphi_{2,n2} \\ \varphi_{2,n3} \end{pmatrix} &= \varphi_{i,e} + \begin{pmatrix} 0 \\ -h_e \frac{2\pi}{3} \\ +h_e \frac{2\pi}{3} \\ h_e \pi \\ h_e \frac{\pi}{3} \\ h_e \frac{5\pi}{3} \end{pmatrix} \equiv \varphi_{i,e} + \begin{pmatrix} 0 \\ (-1)^{h_e \bmod 3} \frac{2\pi}{3} \\ -(-1)^{h_e \bmod 3} \frac{2\pi}{3} \\ 0 \\ (-1)^{h_e \bmod 3} \frac{2\pi}{3} \\ -(-1)^{h_e \bmod 3} \frac{2\pi}{3} \end{pmatrix}, \\
 \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{2,p1} \\ \tilde{\varphi}_{2,p2} \\ \tilde{\varphi}_{2,p3} \\ \tilde{\varphi}_{2,n1} \\ \tilde{\varphi}_{2,n2} \\ \tilde{\varphi}_{2,n3} \end{pmatrix} &= \varphi_{i,e} + \arctan \left(\underbrace{\frac{\frac{\sin(h_e \omega_{AC} \Delta t)}{b_{ed}}}{\frac{\cos(h_e \omega_{AC} \Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}}}}_{\delta \tilde{\varphi}_2} \right) + \begin{pmatrix} 0 \\ (-1)^{h_e \bmod 3} \frac{2\pi}{3} \\ -(-1)^{h_e \bmod 3} \frac{2\pi}{3} \\ 0 \\ (-1)^{h_e \bmod 3} \frac{2\pi}{3} \\ -(-1)^{h_e \bmod 3} \frac{2\pi}{3} \end{pmatrix}, \\
 \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{3,p1} \\ \tilde{\varphi}_{3,p2} \\ \tilde{\varphi}_{3,p3} \\ \tilde{\varphi}_{3,n1} \\ \tilde{\varphi}_{3,n2} \\ \tilde{\varphi}_{3,n3} \end{pmatrix} &= \varphi_{i,e} + (-1)^{h_e \bmod 3} \varphi_{i,AC} + (-1)^{h_e \bmod 3} \delta \tilde{\varphi}_3 + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \pi \\ \pi \\ \pi \end{pmatrix},
 \end{aligned}$$

wobei $i_{DC}^{(ss)}$ sowie die Amplitude \tilde{a}_3 und Phase $\delta \tilde{\varphi}_3$ sich aus den Bedingungen für den eingeschwungenen Zustand in der zeitdiskreten Formulierung ergeben werden, wie es anschließend diskutiert wird.

Armenergien im eingeschwungenen Zustand

Wie im zeitkontinuierlichen Fall kann die in den Submodulen gespeicherte Energie pro Arm nun berechnet werden. Die Spannung u_j wird als Eingangsgröße betrachtet, da sie durch eine externe Steuerung oder Regelung vorgegeben wird. Deshalb wird auch die Annahme getroffen, dass diese während eines einzelnen Zeitschritts der Dauer Δt unverändert bleibt. Die Energie ist gegeben mit dem Index $i = 1, \dots, 6 = p1, p2, p3, n1, n2, n3$ zum n -ten diskreten

Zeitschritt

$$W_i^{(ss)}(n) - W_i^{(ss)}(0) = \int_0^{t=n\Delta t} i_i^{(ss)}(t') u_i^{(ss)}(t') dt' = \sum_{k=0}^{n-1} \left[\int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} i_i^{(ss)}(t') dt' \right] u_i^{(ss)}(k). \quad (\text{A.23})$$

Entsprechend der Energiedynamikgleichung (2.34) gilt für das Integral über einen Zeitschritt des Armstroms

$$\int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} i_j^{(ss)}(t) dt = \mathbf{M}_{p/n \leftarrow \Sigma/\Delta}(j, \cdot) \times \left(\begin{array}{l} \overbrace{\frac{L_e}{R_e \Delta t} \left(1 - e^{-\frac{R_e}{L_e} \Delta t}\right) i_{e,\alpha}^{(ss)}(k) + \frac{1}{R_e} \left(\frac{L_e}{R_e \Delta t} \left(1 - e^{-\frac{R_e}{L_e} \Delta t}\right) - 1\right) u_{\Sigma,\alpha}^{(ss)}(k)}^{\kappa_{i,e}} \\ \overbrace{\frac{L_e}{R_e \Delta t} \left(1 - e^{-\frac{R_e}{L_e} \Delta t}\right) i_{e,\beta}^{(ss)}(k) + \frac{1}{R_e} \left(\frac{L_e}{R_e \Delta t} \left(1 - e^{-\frac{R_e}{L_e} \Delta t}\right) - 1\right) u_{\Sigma,\beta}^{(ss)}(k)}^{\kappa_{u,e}} \\ \overbrace{\frac{L'_{DC}}{R'_{DC} \Delta t} \left(1 - e^{-\frac{R'_{DC}}{L'_{DC}} \Delta t}\right) i_{e,0}^{(ss)}(k) + \frac{1}{R'_{DC}} \left(\frac{L'_{DC}}{R'_{DC} \Delta t} \left(1 - e^{-\frac{R'_{DC}}{L'_{DC}} \Delta t}\right) - 1\right) \left(u_{\Sigma,0}^{(ss)}(k) - \frac{u_{DC}^{(ss)}(k)}{2}\right)}^{\kappa_{i,DC}} \\ \overbrace{\frac{L'_{AC}}{R'_{AC} \Delta t} \left(1 - e^{-\frac{R'_{AC}}{L'_{AC}} \Delta t}\right) i_{AC,\alpha}^{(ss)}(k) + \frac{1}{R'_{AC}} \left(\frac{L'_{AC}}{R'_{AC} \Delta t} \left(1 - e^{-\frac{R'_{AC}}{L'_{AC}} \Delta t}\right) - 1\right) \left(u_{\Delta,\alpha}^{(ss)}(k) + 2u_{AC,\alpha}^{(ss)}(k)\right)}^{\kappa_{u,DC}/3} \\ \overbrace{\frac{L'_{AC}}{R'_{AC} \Delta t} \left(1 - e^{-\frac{R'_{AC}}{L'_{AC}} \Delta t}\right) i_{AC,\beta}^{(ss)}(k) + \frac{1}{R'_{AC}} \left(\frac{L'_{AC}}{R'_{AC} \Delta t} \left(1 - e^{-\frac{R'_{AC}}{L'_{AC}} \Delta t}\right) - 1\right) \left(u_{\Delta,\beta}^{(ss)}(k) + 2u_{AC,\beta}^{(ss)}(k)\right)}^{\kappa_{i,AC}} \\ \overbrace{0 + \frac{1}{R'_{AC}} \left(\frac{L'_{AC}}{R'_{AC} \Delta t} \left(1 - e^{-\frac{R'_{AC}}{L'_{AC}} \Delta t}\right) - 1\right) \left(u_{\Delta,0}^{(ss)}(k) + 2u_{AC,0}^{(ss)}(k) + 2u_0^{(ss)}(k)\right)}^{\kappa_{u,AC}} \\ = 0, \text{ in (ss)} \end{array} \right) \times \Delta t \quad (\text{A.24})$$

Die Gleichung für die zeitliche Abhängigkeit des Armstroms in (A.22) gilt nur am Anfang jedes einzelnen Zeitschritts, jedoch nicht währenddessen. Somit entspricht $\int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} i_j^{(ss)}(t) dt$ **nicht** der Integration des Armstroms aus (A.22). Die Gleichung (A.24) kann folgendermaßen formuliert werden

$$\int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} i_j^{(ss)}(t) dt = \Delta t \left\{ a'_0 + a'_1 \sin(\omega_{AC} k \Delta t + \varphi'_{1,j}) + a'_2 \sin(h_e \omega_{AC} k \Delta t + \varphi'_{2,j}) \right\}. \quad (\text{A.25})$$

Als Parameter gelten folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned} \kappa_{i,e} &= -\frac{b_{ed} L_e}{\Delta t}, \quad \kappa_{u,e} = \frac{1}{R_e} (\kappa_{i,e} - 1), \\ \kappa_{i,DC} &= -\frac{b_{DCd} L'_{DC}}{3\Delta t}, \quad \kappa_{u,DC} = \frac{1}{R'_{DC}} (\kappa_{i,DC} - 1), \\ \kappa_{i,AC} &= -\frac{b_{ACd} L'_{AC}}{\Delta t}, \quad \kappa_{u,AC} = \frac{1}{R'_{AC}} (\kappa_{i,AC} - 1), \\ a'_0 &= \frac{i_{DC}^{(ss)}}{3} \left(\kappa_{i,DC} + \kappa_{u,DC} \frac{1 - a_{DCd}}{b_{DCd}} \right), \\ a'_1 &= \frac{i_{AC}^{(ss)}}{2} \left\{ \kappa_{i,AC}^2 + \kappa_{u,AC}^2 \left[\left(\frac{\cos(\omega_{AC} \Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}} \right)^2 + \left(\frac{\sin(\omega_{AC} \Delta t)}{b_{ACd}} \right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + 2\kappa_{i,AC} \kappa_{u,AC} \left(\frac{\cos(\omega_{AC} \Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}} \right) \right\}^{1/2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a'_2 &= \hat{i}_e^{(ss)} \left\{ \kappa_{i,e}^2 + \kappa_{u,e}^2 \left[\left(\frac{\cos(h_e \omega_{AC} \Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}} \right)^2 + \left(\frac{\sin(h_e \omega_{AC} \Delta t)}{b_{ed}} \right)^2 \right] \right. \\
 &\quad \left. + 2\kappa_{i,e} \kappa_{u,e} \left(\frac{\cos(h_e \omega_{AC} \Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}} \right) \right\}^{(1/2)}, \\
 \begin{pmatrix} \varphi'_{1,p1} \\ \varphi'_{1,p2} \\ \varphi'_{1,p3} \\ \varphi'_{1,n1} \\ \varphi'_{1,n2} \\ \varphi'_{1,n3} \end{pmatrix} &= \varphi_{i,AC} + \underbrace{\arctan \left(\frac{\kappa_{u,AC} \frac{\sin(\omega_{AC} \Delta t)}{b_{ACd}}}{\kappa_{i,AC} + \kappa_{u,AC} \frac{\cos(\omega_{AC} \Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}}} \right)}_{\delta \varphi'_1} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{2\pi}{3} \\ +\frac{2\pi}{3} \\ \pi \\ \frac{\pi}{3} \\ \frac{5\pi}{3} \end{pmatrix}, \\
 \begin{pmatrix} \varphi'_{2,p1} \\ \varphi'_{2,p2} \\ \varphi'_{2,p3} \\ \varphi'_{2,n1} \\ \varphi'_{2,n2} \\ \varphi'_{2,n3} \end{pmatrix} &= \varphi_{i,e} + \underbrace{\arctan \left(\frac{\kappa_{u,e} \frac{\sin(h_e \omega_{AC} \Delta t)}{b_{ed}}}{\kappa_{i,e} + \kappa_{u,e} \frac{\cos(h_e \omega_{AC} \Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}}} \right)}_{\delta \varphi'_2} + \begin{pmatrix} 0 \\ (-1)^{h_e \bmod 3} \frac{2\pi}{3} \\ -(-1)^{h_e \bmod 3} \frac{2\pi}{3} \\ 0 \\ (-1)^{h_e \bmod 3} \frac{2\pi}{3} \\ -(-1)^{h_e \bmod 3} \frac{2\pi}{3} \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Wobei $\kappa_{i,e/DC/AC}$ sehr nahe 1 liegt und $\kappa_{u,e/DC/AC}$ in der Größenordnung Δt entspricht. Die Summe aus (A.23)

$$\begin{aligned}
 W_j^{(ss)}(n) &= W_j^{(ss)}(0) + \Delta t \sum_{k=0}^{n-1} \left[a'_0 + a'_1 \sin(\omega_{AC} t + \varphi'_{1,j}) + a'_2 \sin(h_e \omega_{AC} t + \varphi'_{2,j}) \right] \times \\
 &\quad \times \left[\tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 \sin(\omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{1,j}) + \tilde{a}_2 \sin(h_e \omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{2,j}) \right. \\
 &\quad \left. + \tilde{a}_3 \sin\left(\left(h_e + (-1)^{h_e \bmod 3}\right) \omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{3,j}\right) \right],
 \end{aligned}$$

kann berechnet werden unter Berücksichtigung der folgenden Beziehung

$$\begin{aligned}
 \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} e^{j(\omega k \Delta t + \varphi)} e^{j(\tilde{\omega} k \Delta t + \tilde{\varphi})} &= \Delta t e^{j(\varphi + \tilde{\varphi})} \frac{1 - e^{j(\omega + \tilde{\omega}) N \Delta t}}{1 - e^{j(\omega + \tilde{\omega}) \Delta t}} = \Delta t \frac{e^{j\left((\omega + \tilde{\omega}) \frac{N \Delta t}{2} + (\varphi + \tilde{\varphi})\right)} \sin\left((\omega + \tilde{\omega}) \frac{N \Delta t}{2}\right)}{e^{j(\omega + \tilde{\omega}) \frac{\Delta t}{2}} \sin\left((\omega + \tilde{\omega}) \frac{\Delta t}{2}\right)} \\
 &= e^{j\left((\omega + \tilde{\omega}) \frac{(N-1) \Delta t}{2} + (\varphi + \tilde{\varphi})\right)} \sin\left((\omega + \tilde{\omega}) \frac{N \Delta t}{2}\right) \frac{\Delta t}{\sin\left((\omega + \tilde{\omega}) \frac{\Delta t}{2}\right)},
 \end{aligned} \tag{A.26}$$

wodurch sich als weitere Beziehung herleiten lässt

$$\begin{aligned}
 \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} \sin(\omega k \Delta t + \varphi) \sin(\tilde{\omega} k \Delta t + \tilde{\varphi}) \\
 &= -\frac{1}{2} \overbrace{\cos\left((\omega + \tilde{\omega}) \frac{N \Delta t}{2} + (\varphi + \tilde{\varphi})\right) \cos\left((\omega + \tilde{\omega}) \frac{\Delta t}{2}\right)} \\
 &\quad + \sin\left((\omega + \tilde{\omega}) \frac{N \Delta t}{2} + (\varphi + \tilde{\varphi})\right) \sin\left((\omega + \tilde{\omega}) \frac{\Delta t}{2}\right)} \\
 &= -\frac{1}{2} \cos\left((\omega + \tilde{\omega}) \frac{(N-1) \Delta t}{2} + (\varphi + \tilde{\varphi})\right) \sin\left((\omega + \tilde{\omega}) \frac{N \Delta t}{2}\right) \frac{\Delta t}{\sin\left((\omega + \tilde{\omega}) \frac{\Delta t}{2}\right)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2} \cos \left((\omega - \tilde{\omega}) \frac{(N-1)\Delta t}{2} + (\varphi - \tilde{\varphi}) \right) \sin \left((\omega - \tilde{\omega}) \frac{N\Delta t}{2} \right) \frac{\Delta t}{\sin \left((\omega - \tilde{\omega}) \frac{\Delta t}{2} \right)} \\
 & = -\frac{1}{2} \left[-\sin(\varphi + \tilde{\varphi}) + \sin \left((\omega + \tilde{\omega}) N\Delta t + (\varphi + \tilde{\varphi}) \right) \right] \frac{\Delta t}{2 \tan \left((\omega + \tilde{\omega}) \frac{\Delta t}{2} \right)} \\
 & + \frac{1}{2} \left[-\sin(\varphi - \tilde{\varphi}) + \sin \left((\omega - \tilde{\omega}) N\Delta t + (\varphi - \tilde{\varphi}) \right) \right] \frac{\Delta t}{2 \tan \left((\omega - \tilde{\omega}) \frac{\Delta t}{2} \right)} \\
 & - \frac{1}{2} \left[\cos(\varphi + \tilde{\varphi}) - \cos \left((\omega + \tilde{\omega}) N\Delta t + (\varphi + \tilde{\varphi}) \right) \right] \frac{\Delta t}{2} \\
 & + \frac{1}{2} \left[\cos(\varphi - \tilde{\varphi}) - \cos \left((\omega - \tilde{\omega}) N\Delta t + (\varphi - \tilde{\varphi}) \right) \right] \frac{\Delta t}{2}, \tag{A.27}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} \sin(\omega k\Delta t + \varphi) & = \sin \left(\omega \frac{(N-1)\Delta t}{2} + \varphi \right) \sin \left(\omega \frac{N\Delta t}{2} \right) \frac{\Delta t}{\sin \left(\omega \frac{\Delta t}{2} \right)} \\
 & = \left[\cos \varphi - \cos \left(\omega N\Delta t + \varphi \right) \right] \frac{\Delta t}{2 \tan \left(\omega \frac{\Delta t}{2} \right)} - \left[-\sin \varphi + \sin \left(\omega N\Delta t + \varphi \right) \right] \frac{\Delta t}{2}. \tag{A.28}
 \end{aligned}$$

Die Beziehung (A.27) vereinfacht sich für den Fall $\tilde{\omega} = \omega$ zu

$$\begin{aligned}
 \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} \sin(\omega k\Delta t + \varphi) \sin(\omega k\Delta t + \tilde{\varphi}) & = -\frac{1}{4} \left[-\sin(\varphi + \tilde{\varphi}) + \sin \left(2\omega N\Delta t + \varphi + \tilde{\varphi} \right) \right] \frac{\Delta t}{\tan(\omega\Delta t)} \\
 & + \frac{N\Delta t}{2} \cos(\varphi - \tilde{\varphi}) \\
 & - \frac{1}{4} \left[\cos(\varphi + \tilde{\varphi}) - \cos \left(2\omega N\Delta t + \varphi + \tilde{\varphi} \right) \right] \Delta t. \tag{A.29}
 \end{aligned}$$

Nun kann das Ergebnis für die Armenergien angegeben werden:

$$\begin{aligned}
 W_j^{(ss)}(n) & = C_j + \left[\tilde{a}_0 a'_0 + \frac{\tilde{a}_1 a'_1 \cos(\tilde{\varphi}_{1,j} - \varphi'_{1,j}) + \tilde{a}_2 a'_2 \cos(\tilde{\varphi}_{2,j} - \varphi'_{2,j})}{2} \right] n\Delta t \\
 & + \tilde{a}_1 a'_0 \left[-\cos \left(\omega_{AC} n\Delta t + \tilde{\varphi}_{1,j} \right) \frac{\Delta t}{2 \tan \left(\omega_{AC} \frac{\Delta t}{2} \right)} - \sin \left(\omega_{AC} n\Delta t + \tilde{\varphi}_{1,j} \right) \frac{\Delta t}{2} \right] \\
 & + \tilde{a}_0 a'_1 \left[-\cos \left(\omega_{AC} n\Delta t + \varphi'_{1,j} \right) \frac{\Delta t}{2 \tan \left(\omega_{AC} \frac{\Delta t}{2} \right)} - \sin \left(\omega_{AC} n\Delta t + \varphi'_{1,j} \right) \frac{\Delta t}{2} \right] \\
 & + \tilde{a}_2 a'_0 \left[-\cos \left(h_e \omega_{AC} n\Delta t + \tilde{\varphi}_{2,j} \right) \frac{\Delta t}{2 \tan \left(h_e \omega_{AC} \frac{\Delta t}{2} \right)} - \sin \left(h_e \omega_{AC} n\Delta t + \tilde{\varphi}_{2,j} \right) \frac{\Delta t}{2} \right] \\
 & + \tilde{a}_0 a'_2 \left[-\cos \left(h_e \omega_{AC} n\Delta t + \varphi'_{2,j} \right) \frac{\Delta t}{2 \tan \left(h_e \omega_{AC} \frac{\Delta t}{2} \right)} - \sin \left(h_e \omega_{AC} n\Delta t + \varphi'_{2,j} \right) \frac{\Delta t}{2} \right] \\
 & + \tilde{a}_3 a'_0 \left[-\cos \left(\left(h_e + (-1)^{h_e \bmod 3} \right) \omega_{AC} n\Delta t + \tilde{\varphi}_{3,j} \right) \frac{\Delta t}{2 \tan \left(\left(h_e + (-1)^{h_e \bmod 3} \right) \omega_{AC} \frac{\Delta t}{2} \right)} \right. \\
 & \quad \left. - \sin \left(\left(h_e + (-1)^{h_e \bmod 3} \right) \omega_{AC} n\Delta t + \tilde{\varphi}_{3,j} \right) \frac{\Delta t}{2} \right] \\
 & + \tilde{a}_1 a'_1 \left[-\frac{1}{4} \sin \left(2\omega_{AC} n\Delta t + \tilde{\varphi}_{1,j} + \varphi'_{1,j} \right) \frac{\Delta t}{\tan(\omega_{AC}\Delta t)} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{4} \cos \left(2\omega_{AC}n\Delta t + \tilde{\varphi}_{1,j} + \varphi'_{1,j} \right) \Delta t \Big] \\
 & + \tilde{a}_2 a'_1 \left[-\frac{1}{2} \sin \left((h_e + 1) \omega_{AC}n\Delta t + \tilde{\varphi}_{2,j} + \varphi'_{1,j} \right) \frac{\Delta t}{2 \tan \left((h_e + 1) \omega_{AC} \frac{\Delta t}{2} \right)} \right. \\
 & \quad + \frac{1}{2} \cos \left((h_e + 1) \omega_{AC}n\Delta t + \tilde{\varphi}_{2,j} + \varphi'_{1,j} \right) \frac{\Delta t}{2} \\
 & \quad + \frac{1}{2} \sin \left((h_e - 1) \omega_{AC}n\Delta t + \tilde{\varphi}_{2,j} - \varphi'_{1,j} \right) \frac{\Delta t}{2 \tan \left((h_e - 1) \omega_{AC} \frac{\Delta t}{2} \right)} \\
 & \quad \left. - \frac{1}{2} \cos \left((h_e - 1) \omega_{AC}n\Delta t + \tilde{\varphi}_{2,j} - \varphi'_{1,j} \right) \frac{\Delta t}{2} \right] \\
 & + \tilde{a}_1 a'_2 \left[-\frac{1}{2} \sin \left((h_e + 1) \omega_{AC}n\Delta t + \tilde{\varphi}_{1,j} + \varphi'_{2,j} \right) \frac{\Delta t}{2 \tan \left((h_e + 1) \omega_{AC} \frac{\Delta t}{2} \right)} \right. \\
 & \quad + \frac{1}{2} \cos \left((h_e + 1) \omega_{AC}n\Delta t + \tilde{\varphi}_{1,j} + \varphi'_{2,j} \right) \frac{\Delta t}{2} \\
 & \quad + \frac{1}{2} \sin \left((h_e - 1) \omega_{AC}n\Delta t + \varphi'_{2,j} - \tilde{\varphi}_{1,j} \right) \frac{\Delta t}{2 \tan \left((h_e - 1) \omega_{AC} \frac{\Delta t}{2} \right)} \\
 & \quad \left. - \frac{1}{2} \cos \left((h_e - 1) \omega_{AC}n\Delta t + \varphi'_{2,j} - \tilde{\varphi}_{1,j} \right) \frac{\Delta t}{2} \right] \\
 & + \tilde{a}_3 a'_1 \left[-\frac{1}{2} \sin \left((h_e + (-1)^{h_e \bmod 3} + 1) \omega_{AC}n\Delta t + \tilde{\varphi}_{3,j} + \varphi'_{1,j} \right) \frac{\Delta t}{2 \tan \left((h_e + (-1)^{h_e \bmod 3} + 1) \omega_{AC} \frac{\Delta t}{2} \right)} \right. \\
 & \quad + \frac{1}{2} \cos \left((h_e + (-1)^{h_e \bmod 3} + 1) \omega_{AC}n\Delta t + \tilde{\varphi}_{3,j} + \varphi'_{1,j} \right) \frac{\Delta t}{2} \\
 & \quad + \frac{1}{2} \sin \left((h_e + (-1)^{h_e \bmod 3} - 1) \omega_{AC}n\Delta t + \tilde{\varphi}_{3,j} - \varphi'_{1,j} \right) \frac{\Delta t}{2 \tan \left((h_e + (-1)^{h_e \bmod 3} - 1) \omega_{AC} \frac{\Delta t}{2} \right)} \\
 & \quad \left. - \frac{1}{2} \cos \left((h_e + (-1)^{h_e \bmod 3} - 1) \omega_{AC}n\Delta t + \tilde{\varphi}_{3,j} - \varphi'_{1,j} \right) \frac{\Delta t}{2} \right] \\
 & + \tilde{a}_2 a'_2 \left[-\frac{1}{4} \sin \left(2h_e \omega_{AC}n\Delta t + \tilde{\varphi}_{2,j} + \varphi'_{2,j} \right) \frac{\Delta t}{\tan (h_e \omega_{AC} \Delta t)} + \frac{1}{4} \cos \left(2h_e \omega_{AC}n\Delta t + \tilde{\varphi}_{2,j} + \varphi'_{2,j} \right) \Delta t \right] \\
 & + \tilde{a}_3 a'_2 \left[-\frac{1}{2} \sin \left((2h_e + (-1)^{h_e \bmod 3}) \omega_{AC}n\Delta t + \tilde{\varphi}_{3,j} + \varphi'_{2,j} \right) \frac{\Delta t}{2 \tan \left((2h_e + (-1)^{h_e \bmod 3}) \omega_{AC} \frac{\Delta t}{2} \right)} \right. \\
 & \quad + \frac{1}{2} \cos \left((2h_e + (-1)^{h_e \bmod 3}) \omega_{AC}n\Delta t + \tilde{\varphi}_{3,j} + \varphi'_{2,j} \right) \frac{\Delta t}{2} \\
 & \quad + \frac{1}{2} \sin \left((-1)^{h_e \bmod 3} \omega_{AC}n\Delta t + \tilde{\varphi}_{3,j} - \varphi'_{2,j} \right) \frac{\Delta t}{2 \tan \left((-1)^{h_e \bmod 3} \omega_{AC} \frac{\Delta t}{2} \right)} \\
 & \quad \left. - \frac{1}{2} \cos \left((-1)^{h_e \bmod 3} \omega_{AC}n\Delta t + \tilde{\varphi}_{3,j} - \varphi'_{2,j} \right) \frac{\Delta t}{2} \right] \tag{A.30}
 \end{aligned}$$

Hierbei wurden alle Terme, welche die aktuelle Zeitkoordinate $n\Delta t \equiv t$ **nicht** beinhalten, in der Konstante \mathcal{C}_j zusammengefasst. Für den Grenzfall $\Delta t \rightarrow 0$ reproduzieren die obigen Gleichungen die Armenergien (A.13) des zeitkontinuierlichen Falls. Die Integrationskonstante \mathcal{C}_j wird entsprechend der zeitkontinuierlichen Variante (3.10) bestimmt und führt zum selben Ergebnis: $\mathcal{C}_j = \frac{C_m}{2} \left(v_C u_{DC}^{(ss)} \right)^2, \forall j = 1, \dots, 6$.

Erste Bedingung für den eingeschwungenen Zustand

Der *wellig*-unterstrichene Term in (A.30) wächst linear mit der Zeit $n\Delta t$, analog zu der Berechnung in der zeitkontinuierlichen Formulierung. Dieser Term muss im eingeschwungenen Zustand identisch verschwinden. Die erste Bedingung für den eingeschwungenen Zustand in der zeitdiskreten Formulierung, $W_{\Sigma,0}^{(ss)}(t) = W_{\Sigma,0}^{(ss)}(t + \Delta t)$, ist äquivalent zum Verschwinden des *wellig*-unterstrichenen Terms, wie es gleich gezeigt wird. Aus der allgemeinen Definition von

$W_{\Sigma,0}^{(ss)} = \frac{1}{6} \sum_j W_j$ ergibt sich, dass sich alle Sinus- und Kosinusterme aufgrund der Summation gegenseitig aufheben und ausschließlich der konstante Term und der mit der Zeit linear wachsende *wellige* Term übrig bleiben. Aufgrund der ersten Bedingung des eingeschwungenen Zustands $W_{\Sigma,0}^{(ss)}(t) = W_{\Sigma,0}^{(ss)}(t + \Delta t)$ muss dieser *wellige* Term identisch verschwinden. Deshalb gilt:

$$\begin{aligned}
 \tilde{a}_0 a'_0 &= \left(i_{DC}^{(ss)}\right)^2 \frac{1 - a_{DCd}}{3b_{DCd}} \left(\kappa_{i,DC} + \kappa_{u,DC} \frac{1 - a_{DCd}}{b_{DCd}}\right) + i_{DC}^{(ss)} \frac{u_{DC}^{(ss)}}{6} \left(\kappa_{i,DC} + \kappa_{u,DC} \frac{1 - a_{DCd}}{b_{DCd}}\right), \\
 \frac{\tilde{a}_1 a'_1}{2} \cos(\tilde{\varphi}_{1,j} - \varphi'_{1,j}) &= -\kappa_{i,AC} \frac{\hat{u}_{AC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC}}{4} + \kappa_{i,AC} \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)}\right)^2 \frac{\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd}}{8b_{ACd}} \\
 &\quad + \frac{\kappa_{u,AC}}{8} \left[\left(\hat{i}_{AC}^{(ss)}\right)^2 \left(\left(\frac{\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}} \right)^2 + \left(\frac{\sin(\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ACd}} \right)^2 \right) \right. \\
 &\quad \left. + 2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \left(- \left(\frac{\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}} \right) \cos \varphi_{i,AC} + \left(\frac{\sin(\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ACd}} \right) \sin \varphi_{i,AC} \right) \right], \\
 \frac{\tilde{a}_2 a'_2}{2} \cos(\tilde{\varphi}_{2,j} - \varphi'_{2,j}) &= \kappa_{i,e} \left(\hat{i}_e^{(ss)}\right)^2 \frac{\cos(h_e \omega_{AC}\Delta t) - a_{ed}}{2b_{ed}} \\
 &\quad + \frac{\kappa_{u,e}}{2} \left(\hat{i}_e^{(ss)}\right)^2 \left(\left(\frac{\cos(h_e \omega_{AC}\Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}} \right)^2 + \left(\frac{\sin(h_e \omega_{AC}\Delta t)}{b_{ed}} \right)^2 \right), \\
 \tilde{a}_0 a'_0 + \frac{\tilde{a}_1 a'_1}{2} \cos(\tilde{\varphi}_{1,j} - \varphi'_{1,j}) + \frac{\tilde{a}_2 a'_2}{2} \cos(\tilde{\varphi}_{2,j} - \varphi'_{2,j}) &= 0. \tag{A.31}
 \end{aligned}$$

Dies entspricht einer quadratischen Gleichung der Stromamplituden, aus der die Amplitude des DC-Stroms $i_{DC}^{(ss)}$ bestimmt wird. Auch diese quadratische Gleichung geht vollständig im Grenzfall $\Delta t \rightarrow 0$ in die zeitkontinuierliche Formulierung über.

$$\begin{aligned}
 \int_t^{t+\Delta t} W_{\Sigma,0} dt = 0 &= \left(i_{DC}^{(ss)}\right)^2 \frac{1 - a_{DCd}}{3b_{DCd}} \left(\kappa_{i,DC} + \kappa_{u,DC} \frac{1 - a_{DCd}}{b_{DCd}}\right) + i_{DC}^{(ss)} \frac{u_{DC}^{(ss)}}{6} \left(\kappa_{i,DC} + \kappa_{u,DC} \frac{1 - a_{DCd}}{b_{DCd}}\right) \\
 &+ \left\{ -\kappa_{i,AC} \frac{\hat{u}_{AC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC}}{4} + \kappa_{i,AC} \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)}\right)^2 \frac{\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd}}{8b_{ACd}} \right. \\
 &\quad + \kappa_{i,e} \left(\hat{i}_e^{(ss)}\right)^2 \frac{\cos(h_e \omega_{AC}\Delta t) - a_{ed}}{2b_{ed}} \\
 &\quad + \frac{\kappa_{u,AC}}{8} \left[\left(\hat{i}_{AC}^{(ss)}\right)^2 \left(\left(\frac{\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}} \right)^2 + \left(\frac{\sin(\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ACd}} \right)^2 \right) \right. \\
 &\quad \left. + 2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \left(- \left(\frac{\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}} \right) \cos \varphi_{i,AC} + \left(\frac{\sin(\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ACd}} \right) \sin \varphi_{i,AC} \right) \right] \\
 &\quad \left. + \frac{\kappa_{u,e}}{2} \left(\hat{i}_e^{(ss)}\right)^2 \left(\left(\frac{\cos(h_e \omega_{AC}\Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}} \right)^2 + \left(\frac{\sin(h_e \omega_{AC}\Delta t)}{b_{ed}} \right)^2 \right) \right\}. \tag{A.32}
 \end{aligned}$$

Zweite Bedingung für den eingeschwungenen Zustand

Für die zweite Bedingung im Steady-State (A.21) der zeitdiskreten Formulierung wird zunächst $W_{\Delta,0}^{(ss)}$ berechnet, welches aus (A.30) gewonnen wird. Wobei die einzigen beitragenden Terme aus der Summe $\frac{1}{3} \left[\sum_{j=1}^3 - \sum_{j=4}^6 \right]$ die Folgenden sind:

$$\frac{1}{3} \left[\sum_{j=1}^3 \sin / \cos (\xi + \tilde{\varphi}_{3,j}) - \sum_{j=4}^6 \sin / \cos (\xi + \tilde{\varphi}_{3,j}) \right] = 2 \sin / \cos (\xi + \varphi_{i,e} + (-1)^{h_e \bmod 3} \varphi_{i,AC} + (-1)^{h_e \bmod 3} \delta \tilde{\varphi}_3),$$

$$\frac{1}{3} \left[\sum_{j=1}^3 - \sum_{j=4}^6 \sin / \cos (\xi + \tilde{\varphi}_{2,j} + \varphi'_{1,j}) \right] = \begin{cases} 2 \sin / \cos (\xi + \varphi_{i,e} + \varphi_{i,AC} + \delta \tilde{\varphi}_2 + \delta \varphi'_1) & \text{if } (-1)^{h_e \bmod 3} = +1 \\ 0 & \text{if } (-1)^{h_e \bmod 3} = -1 \end{cases}$$

$$\frac{1}{3} \left[\sum_{j=1}^3 - \sum_{j=4}^6 \sin / \cos (\xi + \tilde{\varphi}_{2,j} - \varphi'_{1,j}) \right] = \begin{cases} 0 & \text{if } (-1)^{h_e \bmod 3} = +1 \\ 2 \sin / \cos (\xi + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC} + \delta \tilde{\varphi}_2 - \delta \varphi'_1) & \text{if } (-1)^{h_e \bmod 3} = -1 \end{cases}$$

$$\frac{1}{3} \left[\sum_{j=1}^3 - \sum_{j=4}^6 \sin / \cos (\xi + \tilde{\varphi}_{1,j} + \varphi'_{2,j}) \right] = \begin{cases} 2 \sin / \cos (\xi + \varphi_{i,e} + \varphi_{i,AC} + \delta \varphi'_2 + \delta \tilde{\varphi}_1) & \text{if } (-1)^{h_e \bmod 3} = +1 \\ 0 & \text{if } (-1)^{h_e \bmod 3} = -1 \end{cases}$$

$$\frac{1}{3} \left[\sum_{j=1}^3 - \sum_{j=4}^6 \sin / \cos (\xi + \varphi'_{2,j} - \tilde{\varphi}_{1,j}) \right] = \begin{cases} 0 & \text{if } (-1)^{h_e \bmod 3} = +1 \\ 2 \sin / \cos (\xi + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC} + \delta \varphi'_2 - \delta \tilde{\varphi}_1) & \text{if } (-1)^{h_e \bmod 3} = -1 \end{cases}$$

mit einer willkürlichen Phase ξ , welche aber nicht vom Armindex i abhängt. Dies führt zu

$$\begin{aligned} W_{\Delta,0}^{(ss)}(t) = & 2\tilde{a}_3 a'_0 \left[-\cos \left((h_e + (-1)^{h_e \bmod 3}) \omega_{AC} t + \varphi_{i,e} + (-1)^{h_e \bmod 3} \varphi_{i,AC} + (-1)^{h_e \bmod 3} \delta \tilde{\varphi}_3 \right) \frac{\Delta t}{2 \tan \left((\dots) \omega_{AC} \frac{\Delta t}{2} \right)} \right. \\ & \left. - \sin \left((h_e + (-1)^{h_e \bmod 3}) \omega_{AC} t + \varphi_{i,e} + (-1)^{h_e \bmod 3} \varphi_{i,AC} + (-1)^{h_e \bmod 3} \delta \tilde{\varphi}_3 \right) \frac{\Delta t}{2} \right] \\ & + 2(-1)^{h_e \bmod 3} \tilde{a}_2 a'_1 \left[-\frac{1}{2} \sin \left((\dots) \omega_{AC} t + \varphi_{i,e} + (-1)^{h_e \bmod 3} \varphi_{i,AC} + \delta \tilde{\varphi}_2 + (-1)^{h_e \bmod 3} \delta \varphi'_1 \right) \frac{\Delta t}{2 \tan \left((\dots) \omega_{AC} \frac{\Delta t}{2} \right)} \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \cos \left((h_e + (-1)^{h_e \bmod 3}) \omega_{AC} t + \varphi_{i,e} + (-1)^{h_e \bmod 3} \varphi_{i,AC} + \delta \tilde{\varphi}_2 + (-1)^{h_e \bmod 3} \delta \varphi'_1 \right) \frac{\Delta t}{2} \right] \\ & + 2(-1)^{h_e \bmod 3} \tilde{a}_1 a'_2 \left[-\frac{1}{2} \sin \left((\dots) \omega_{AC} t + \varphi_{i,e} + (-1)^{h_e \bmod 3} \varphi_{i,AC} + \delta \varphi'_2 + (-1)^{h_e \bmod 3} \delta \tilde{\varphi}_1 \right) \frac{\Delta t}{2 \tan \left((\dots) \omega_{AC} \frac{\Delta t}{2} \right)} \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \cos \left((h_e + (-1)^{h_e \bmod 3}) \omega_{AC} t + \varphi_{i,e} + (-1)^{h_e \bmod 3} \varphi_{i,AC} + \delta \varphi'_2 + (-1)^{h_e \bmod 3} \delta \tilde{\varphi}_1 \right) \frac{\Delta t}{2} \right] \end{aligned}$$

mit der Abkürzung $(\dots) \equiv (h_e + (-1)^{h_e \bmod 3})$. Somit kann die zweite Bedingung des eingeschwungenen Zustands $W_{\Delta,0}^{(ss)}(t + \Delta t) - W_{\Delta,0}^{(ss)}(t) = 0$ endlich formuliert werden. Hierbei sind

folgende einfache algebraische Umformungen vorzunehmen:

$$\begin{aligned} & [\cos((\dots)\omega_{AC}(t + \Delta t) + \xi) - \cos((\dots)\omega_{AC}t + \xi)] \frac{\Delta t}{2 \tan\left((\dots)\omega_{AC}\frac{\Delta t}{2}\right)} \\ & + [\sin((\dots)\omega_{AC}(t + \Delta t) + \xi) - \sin((\dots)\omega_{AC}t + \xi)] \frac{\Delta t}{2} = -\Delta t \sin((\dots)\omega_{AC}t + \xi) \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

sowie die analoge Formulierung für den Sinus

$$\begin{aligned} & [\sin((\dots)\omega_{AC}(t + \Delta t) + \xi) - \sin((\dots)\omega_{AC}t + \xi)] \frac{\Delta t}{2 \tan\left((\dots)\omega_{AC}\frac{\Delta t}{2}\right)} \\ & - [\cos((\dots)\omega_{AC}(t + \Delta t) + \xi) - \cos((\dots)\omega_{AC}t + \xi)] \frac{\Delta t}{2} = +\Delta t \cos((\dots)\omega_{AC}t + \xi) . \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

Somit gilt für die zweite Bedingung des Steady-State

$$\begin{aligned} 0 = & \tilde{a}_3 a'_0 \left[\sin\left((\dots)\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + (-1)^{h_e \bmod 3} \varphi_{i,AC}\right) \cos \delta \tilde{\varphi}_3 \right. \\ & \left. + (-1)^{h_e \bmod 3} \cos\left((\dots)\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + (-1)^{h_e \bmod 3} \varphi_{i,AC}\right) \sin \delta \tilde{\varphi}_3 \right] \\ & + (-1)^{h_e \bmod 3} \frac{\tilde{a}_2 a'_1}{2} \left[\sin\left((\dots)\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + (-1)^{h_e \bmod 3} \varphi_{i,AC}\right) \sin\left((-1)^{h_e \bmod 3} \delta \varphi'_1 + \delta \tilde{\varphi}_2\right) \right. \\ & \left. - \cos\left((\dots)\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + (-1)^{h_e \bmod 3} \varphi_{i,AC}\right) \cos\left((-1)^{h_e \bmod 3} \delta \varphi'_1 + \delta \tilde{\varphi}_2\right) \right] \\ & + (-1)^{h_e \bmod 3} \frac{\tilde{a}_1 a'_2}{2} \left[\sin\left((\dots)\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + (-1)^{h_e \bmod 3} \varphi_{i,AC}\right) \sin\left(\delta \varphi'_2 + (-1)^{h_e \bmod 3} \delta \tilde{\varphi}_1\right) \right. \\ & \left. - \cos\left((\dots)\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + (-1)^{h_e \bmod 3} \varphi_{i,AC}\right) \cos\left(\delta \varphi'_2 + (-1)^{h_e \bmod 3} \delta \tilde{\varphi}_1\right) \right] , \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

$$\begin{aligned} \tilde{\zeta}_b \frac{\hat{i}_e^{(ss)}}{4} & \equiv \tilde{a}_3 a'_0 \cos \delta \tilde{\varphi}_3 = -\frac{\tilde{a}_2 a'_1}{2} \left(\sin \delta \varphi'_1 \cos \delta \tilde{\varphi}_2 + (-1)^{h_e \bmod 3} \cos \delta \varphi'_1 \sin \delta \tilde{\varphi}_2 \right) \\ & - \frac{\tilde{a}_1 a'_2}{2} \left((-1)^{h_e \bmod 3} \sin \delta \varphi'_2 \cos \delta \tilde{\varphi}_1 + \cos \delta \varphi'_2 \sin \delta \tilde{\varphi}_1 \right) , \\ \tilde{\zeta}_a \frac{\hat{i}_e^{(ss)}}{4} & \equiv \tilde{a}_3 a'_0 \sin \delta \tilde{\varphi}_3 = +\frac{\tilde{a}_2 a'_1}{2} \left(\cos \delta \varphi'_1 \cos \delta \tilde{\varphi}_2 - (-1)^{h_e \bmod 3} \sin \delta \varphi'_1 \sin \delta \tilde{\varphi}_2 \right) \\ & + \frac{\tilde{a}_1 a'_2}{2} \left(\cos \delta \varphi'_2 \cos \delta \tilde{\varphi}_1 - (-1)^{h_e \bmod 3} \sin \delta \varphi'_2 \sin \delta \tilde{\varphi}_1 \right) , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\zeta}_a = & -\kappa_{i,e} 2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC} + \hat{i}_{AC}^{(ss)} \left(\kappa_{i,e} \frac{\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}} + \kappa_{i,AC} \frac{\cos(h_e \omega_{AC}\Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}} \right) \\ & - \kappa_{u,e} 2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \left((-1)^{h_e \bmod 3} \frac{\sin(h_e \omega_{AC}\Delta t)}{b_{ed}} \sin \varphi_{i,AC} + \frac{\cos(h_e \omega_{AC}\Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}} \cos \varphi_{i,AC} \right) \\ & + (\kappa_{u,AC} + \kappa_{u,e}) \hat{i}_{AC}^{(ss)} \left(\frac{\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}} \frac{\cos(h_e \omega_{AC}\Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}} - (-1)^{h_e \bmod 3} \frac{\sin(\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ACd}} \frac{\sin(h_e \omega_{AC}\Delta t)}{b_{ed}} \right) , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\zeta}_b = & -\kappa_{i,e} 2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \sin \varphi_{i,AC} - \hat{i}_{AC}^{(ss)} \left(\kappa_{i,e} \frac{\sin(\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ACd}} + (-1)^{h_e \bmod 3} \kappa_{i,AC} \frac{\sin(h_e \omega_{AC}\Delta t)}{b_{ed}} \right) \\ & + \kappa_{u,e} 2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \left(-\frac{\cos(h_e \omega_{AC}\Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}} \sin \varphi_{i,AC} + (-1)^{h_e \bmod 3} \frac{\sin(h_e \omega_{AC}\Delta t)}{b_{ed}} \cos \varphi_{i,AC} \right) \\ & - (\kappa_{u,AC} + \kappa_{u,e}) \hat{i}_{AC}^{(ss)} \left(\frac{\sin(\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ACd}} \frac{\cos(h_e \omega_{AC}\Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}} + (-1)^{h_e \bmod 3} \frac{\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}} \frac{\sin(h_e \omega_{AC}\Delta t)}{b_{ed}} \right) , \end{aligned}$$

$$\delta\tilde{\varphi}_3 = \arctan\left(\frac{\tilde{\zeta}_a}{\tilde{\zeta}_b}\right), \quad \tilde{a}_3 = -\frac{3\hat{i}_e^{(ss)}}{4\hat{i}_{DC}^{(ss)}} \frac{\sqrt{\tilde{\zeta}_a^2 + \tilde{\zeta}_b^2}}{\kappa_{i,DC} + \kappa_{u,DC} \frac{1-a_{DCd}}{b_{DCd}}}. \quad (\text{A.36})$$

Das negative Vorzeichen von \tilde{a}_3 ergibt sich durch die Eigenschaften, dass $\kappa_{i,e/DC/AC}$ sehr nahe 1 und $\kappa_{u,e/DC/AC}$ fast 0 ist und somit die Parameter $\tilde{\zeta}_a \approx -2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC}$ & $\tilde{\zeta}_b \approx -2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \sin \varphi_{i,AC}$ beide negativ sind. Als Konsequenz gelten folgende Beziehungen: $\delta\tilde{\varphi}_3 \approx \frac{\pi}{2} - \varphi_{i,AC}$ und $\sin \delta\tilde{\varphi}_3 \approx 1$ und somit $\tilde{a}_3 a'_0 \sin \delta\tilde{\varphi}_3 = \tilde{\zeta}_a \hat{i}_e^{(ss)} / 4 < 0$, oder eben equivalent $\tilde{a}_3 < 0$, da $a'_0 > 0$. Das hergeleitete \tilde{a}_3 bestimmt somit die Amplitude von $u_{\Delta,0}$ und damit auch die Gleichtaktspannung im eingeschwungenen Zustand.

$$\begin{aligned} u_{\Delta,0}^{(ss)}(t) &= 2\tilde{a}_3 \sin\left(\left(h_e + (-1)^{h_e \bmod 3}\right) \omega_{AC} t + \varphi_{i,e} + (-1)^{h_e \bmod 3} \varphi_{i,AC} + (-1)^{h_e \bmod 3} \delta\tilde{\varphi}_3\right), \\ u_0^{(ss)}(t) &= -\tilde{a}_3 \sin\left(\left(h_e + (-1)^{h_e \bmod 3}\right) \omega_{AC} t + \varphi_{i,e} + (-1)^{h_e \bmod 3} \varphi_{i,AC} + (-1)^{h_e \bmod 3} \delta\tilde{\varphi}_3\right) - u_{AC,0}^{(ss)}(t). \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

Auch hier stimmt die zeitdiskrete Formulierung im Grenzfall $\Delta t \rightarrow 0$ mit der zeitkontinuierlichen Formulierung (A.12) überein. Für den Grenzfall würde gelten:

$$\begin{aligned} \kappa_{i,e/DC/AC} &\rightarrow 1, \\ \frac{\cos(\omega_{AC}\Delta t) - a_{ACd}}{b_{ACd}} &\rightarrow -R'_{AC}, \\ \frac{\sin(\omega_{AC}\Delta t)}{b_{ACd}} &\rightarrow -\omega_{AC} L'_{AC}, \\ \frac{\cos(h_e \omega_{AC}\Delta t) - a_{ed}}{b_{ed}} &\rightarrow -R_e, \\ \frac{\sin(h_e \omega_{AC}\Delta t)}{b_{ed}} &\rightarrow -h_e \omega_{AC} L_e, \\ \tilde{\zeta}_a &\rightarrow -2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC} - \hat{i}_{AC}^{(ss)} (R_e + R'_{AC}), \\ \tilde{\zeta}_b &\rightarrow -2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \sin \varphi_{i,AC} + \hat{i}_{AC}^{(ss)} \left((-1)^{h_e \bmod 3} h_e \omega_{AC} L_e + \omega_{AC} L'_{AC} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

B Ergebnisse

B.1 Tabellen der Kombinationen der Basisfunktionen

Es folgt die Tabelle der möglichen Zuweisungen der Basisfunktionen für Verfahren 1 (vergleiche Seite 60), welches fünf Basisfunktionen $\Phi_{1/2/3/4/5}$ nur den Kreisströmen $i_{e,\alpha/\beta}$ zuordnet.

Kombination	$i_{e,\alpha}$	$i_{e,\beta}$	$u_{\Delta,0}$	Kombination	$i_{e,\alpha}$	$i_{e,\beta}$	$u_{\Delta,0}$
1	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	-	11	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	-
2	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	-	12	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	-
3	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	-	13	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	-
4	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	-	14	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	-
5	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	-	15	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	-
6	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	-	16	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	-
7	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	-	17	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	-
8	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	-	18	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	-
9	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	-	19	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	-
10	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	-	20	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	-

Tabelle B.1: Alle möglichen Kombinationen der Basisfunktionen für die Gestaltung der Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ während des Übergangs. Rot markiert sind die Kombinationen, die zu hohen Amplituden $A_{1/2/3/4/5}$ führen.

Nachfolgend die Tabelle der möglichen Zuweisungen der Basisfunktionen für Verfahren 3. Hierbei wird den Kreisströmen eine weitere Amplitude zur Lösung der Aufgabe 3 zugeordnet (vergleiche Seite 66 und folgende) und somit sechs Basisfunktionen $\Phi_{1/2/3/4/5/6}$ auf die drei inneren Freiheitsgrade verteilt. Dabei werden zwei oder drei Basisfunktionen der α -Komponente und drei oder zwei Basisfunktionen der β -Komponente des Kreisstroms zugeordnet sowie eine Basisfunktion der Gleichtaktspannung.

Kombination	$i_{e,\alpha}$	$i_{e,\beta}$	$u_{\Delta,0}$	Kombination	$i_{e,\alpha}$	$i_{e,\beta}$	$u_{\Delta,0}$
1	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_6$	61	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_6$
2	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_5$	62	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_5$
3	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_4$	63	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_4$
4	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_6$	64	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_3$

Kombination	$i_{e,\alpha}$	$i_{e,\beta}$	$u_{\Delta,0}$	Kombination	$i_{e,\alpha}$	$i_{e,\beta}$	$u_{\Delta,0}$
47	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_3$	107	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2$
48	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1$	108	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1$
49	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_6$	109	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_6$
50	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2$	110	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_3$
51	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1$	111	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2$
52	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_5$	112	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1$
53	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2$	113	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_5$
54	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1$	114	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_3$
55	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_5$	115	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2$
56	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2$	116	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1$
57	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1$	117	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_4$
58	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_3$	118	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_3$
59	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_2$	119	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_2$
60	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_1$	120	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1$

Tabelle B.2: Alle möglichen Kombinationen der Basisfunktionen $\Phi_{1/2/3/4/5/6}$ für die Gestaltung der Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ der Gleichtaktspannung $u_{\Delta,0}$ während des Übergangs. Rot markiert sind die Kombinationen, die zu hohen Amplituden $A_{1/2/3/4/5}$ führen.

Es folgt die Tabelle der möglichen Zuweisungen der Basisfunktionen für Verfahren 4, welche alle sechs Basisfunktionen $\Phi_{1/2/3/4/5}$ zu jeweils zwei Stück auf die inneren Freiheitsgrade, die Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ und die Gleichtaktspannung $u_{\Delta,0}$ verteilt. Das Verfahren wurde auf Seite 72 vorgestellt.

Kombination	$i_{e,\alpha}$	$i_{e,\beta}$	$u_{\Delta,0}$	Kombination	$i_{e,\alpha}$	$i_{e,\beta}$	$u_{\Delta,0}$
1	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	46	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_6$
2	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	47	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$
3	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	48	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$
4	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	49	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$
5	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	50	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$
6	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	51	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$
7	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	52	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$
8	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	53	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$
9	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	54	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$
10	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_6$	55	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$
11	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	56	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_6$
12	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	57	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$
13	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	58	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_6$
14	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	59	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$
15	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	60	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$
16	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_6$	61	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$
17	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	62	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_6$
18	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	63	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$

Kombination	$i_{e,\alpha}$	$i_{e,\beta}$	$u_{\Delta,0}$	Kombination	$i_{e,\alpha}$	$i_{e,\beta}$	$u_{\Delta,0}$
19	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	64	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_6$
20	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	65	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$
21	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	66	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$
22	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_6$	67	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$
23	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	68	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$
24	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	69	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$
25	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	70	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$
26	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	71	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$
27	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	72	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$
28	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	73	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$
29	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	74	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_6$
30	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	75	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$
31	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	76	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_6$
32	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	77	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$
33	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	78	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$
34	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_6$	79	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$
35	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	80	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$
36	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	81	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$
37	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	82	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$
38	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	83	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$
39	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	84	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$
40	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_6$	85	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$
41	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_5$	86	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$
42	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	87	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$
43	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_4 \& \tilde{\Phi}_6$	88	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$
44	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_6$	89	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_3$
45	$\tilde{\Phi}_2 \& \tilde{\Phi}_5$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	90	$\tilde{\Phi}_5 \& \tilde{\Phi}_6$	$\tilde{\Phi}_3 \& \tilde{\Phi}_4$	$\tilde{\Phi}_1 \& \tilde{\Phi}_2$

Tabelle B.3: Alle möglichen Kombinationen der Basisfunktionen $\Phi_{1/2/3/4/5/6}$ für die Gestaltung der Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ der Gleichtaktspannung $u_{\Delta,0}$ während des Übergangs. Rot markiert sind die Kombinationen, die zu hohen Amplituden $A_{1/2/3/4/5}$ führen.

B.2 Alle möglichen Ergebnisse für ein Szenario

Gezeigt werden die Ergebnisse für alle zulässigen Kombinationen. Zulässig sind alle Kombinationen, welche nicht rot in den Tabellen markiert sind und die Armenenergien $W_{p/n,1/2/3}$ und damit auch die Kondensatorarmspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$ während der Transitionszeit positiv bleiben.

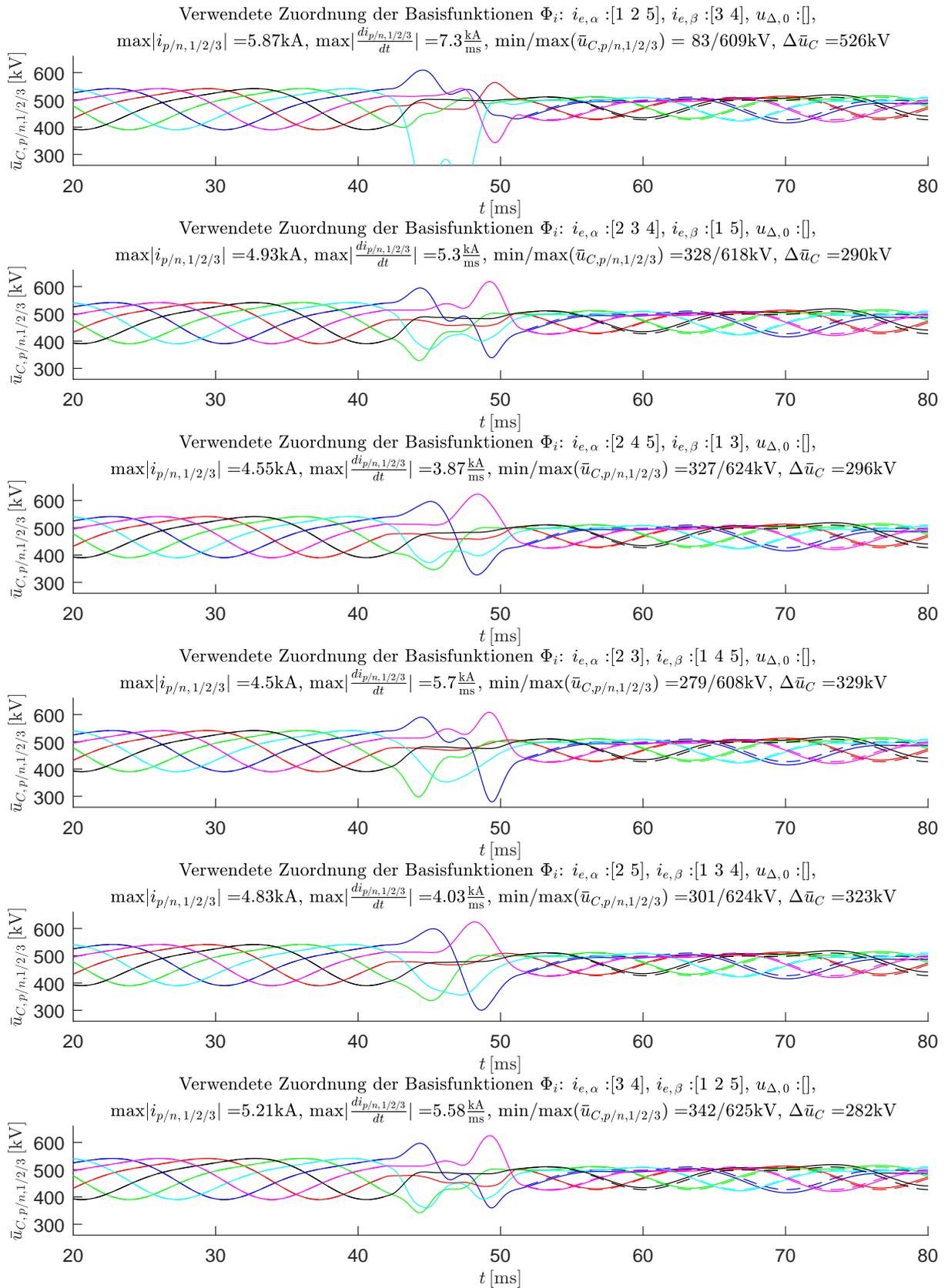


Abbildung B.1: Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 1- 6 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, $T_s = 9.6\text{ ms}$ und $t_0 = 42\text{ ms}$

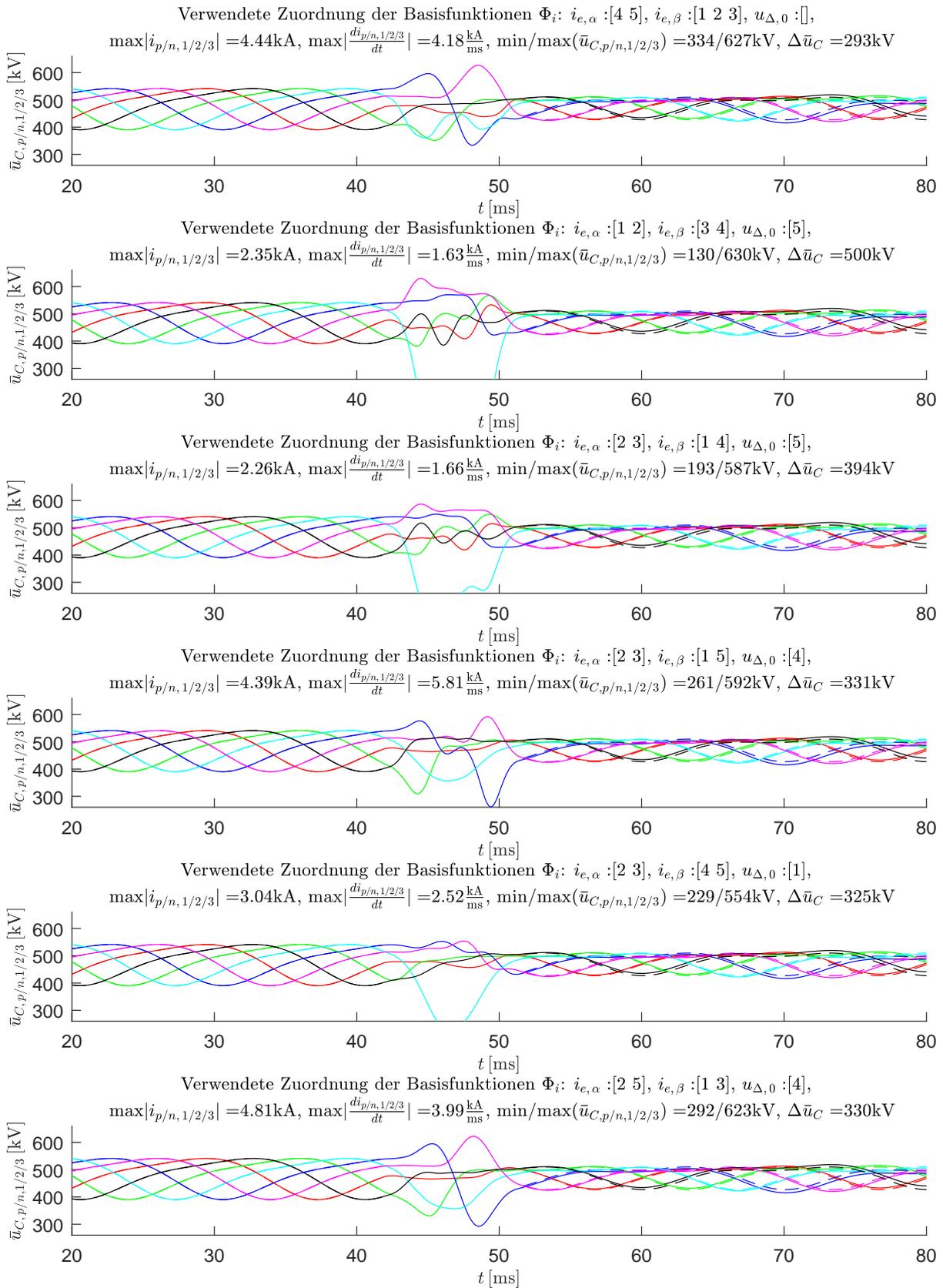


Abbildung B.2: Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 7- 12 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$,
 $T_s = 9.6 \text{ ms}$ und $t_0 = 42 \text{ ms}$

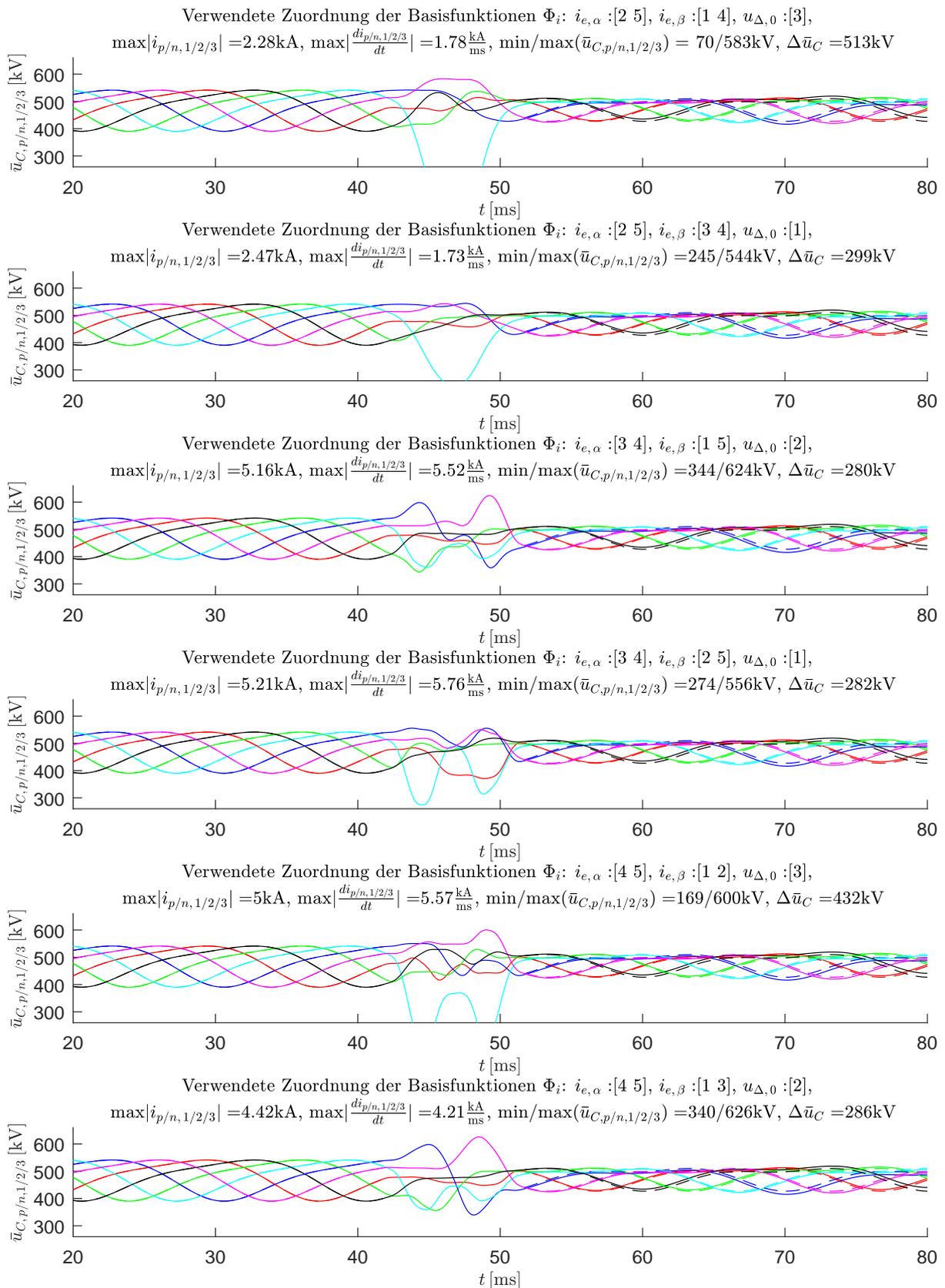


Abbildung B.3: Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 13- 18 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$,
 $T_s = 9.6 \text{ ms}$ und $t_0 = 42 \text{ ms}$

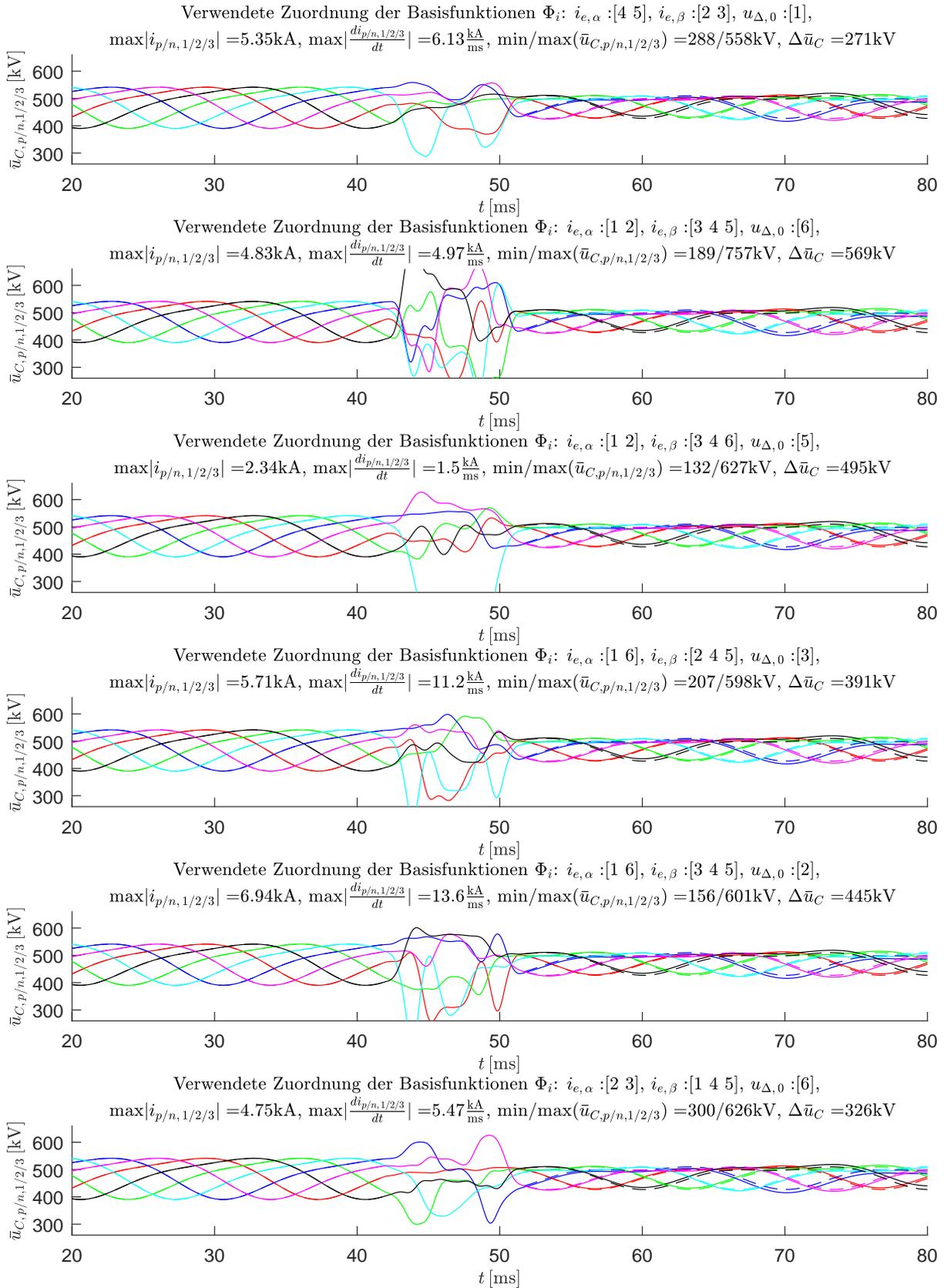


Abbildung B.4: Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 19- 24 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$,
 $T_s = 9.6\text{ ms}$ und $t_0 = 42\text{ ms}$

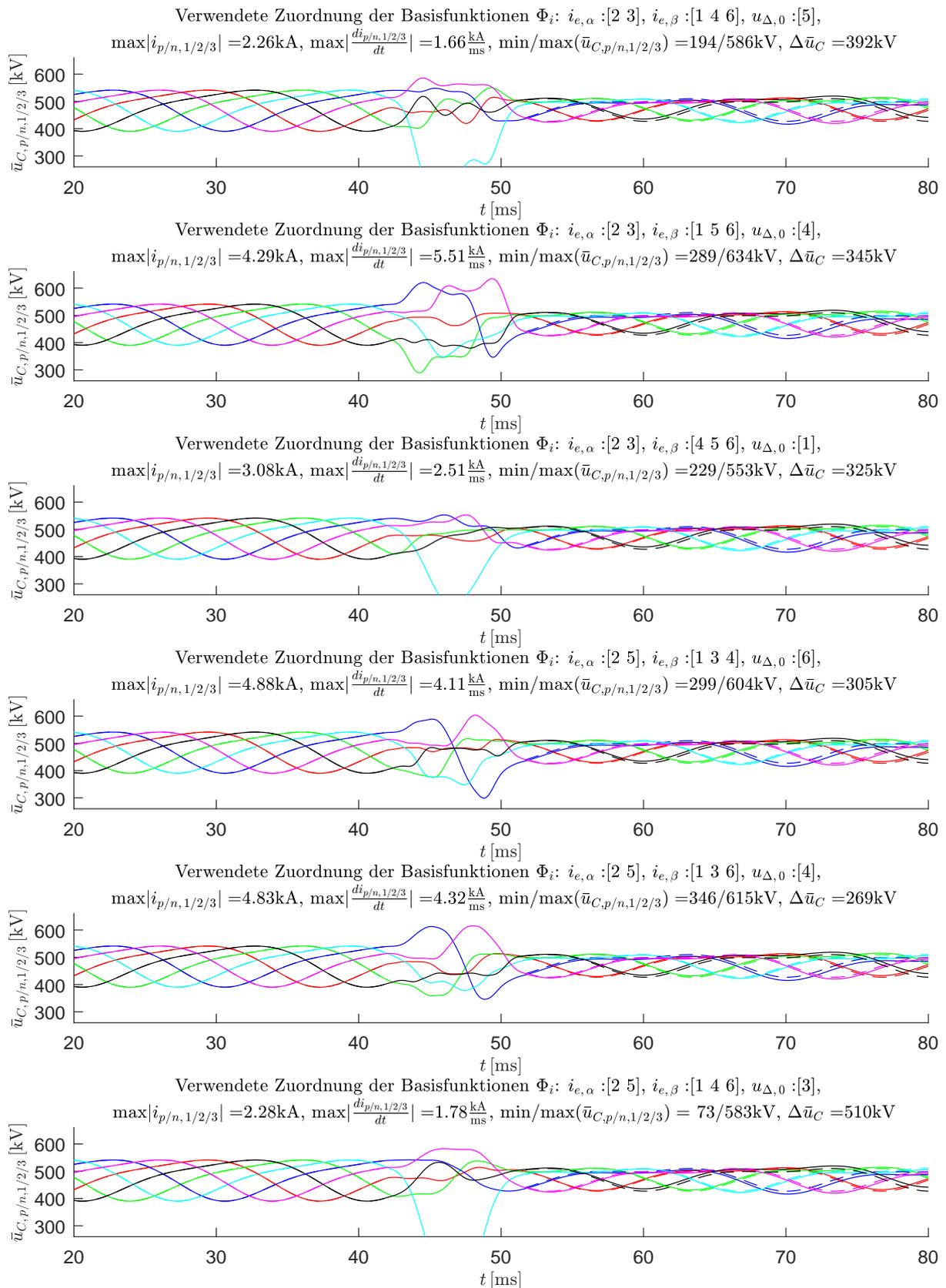


Abbildung B.5: Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 25- 30 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, $T_s = 9.6\text{ ms}$ und $t_0 = 42\text{ ms}$

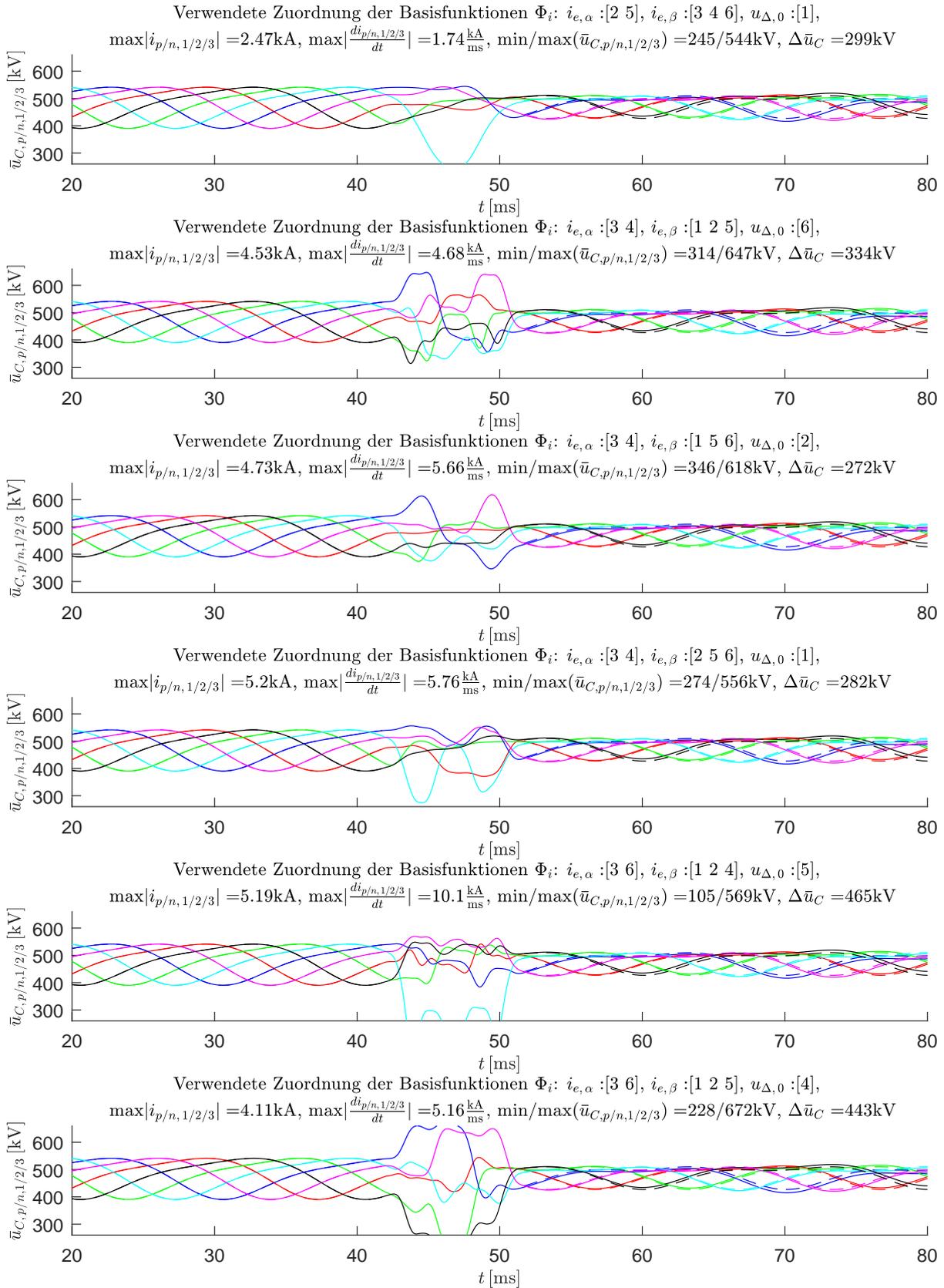


Abbildung B.6: Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 31- 36 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$,
 $T_s = 9.6 \text{ ms}$ und $t_0 = 42 \text{ ms}$

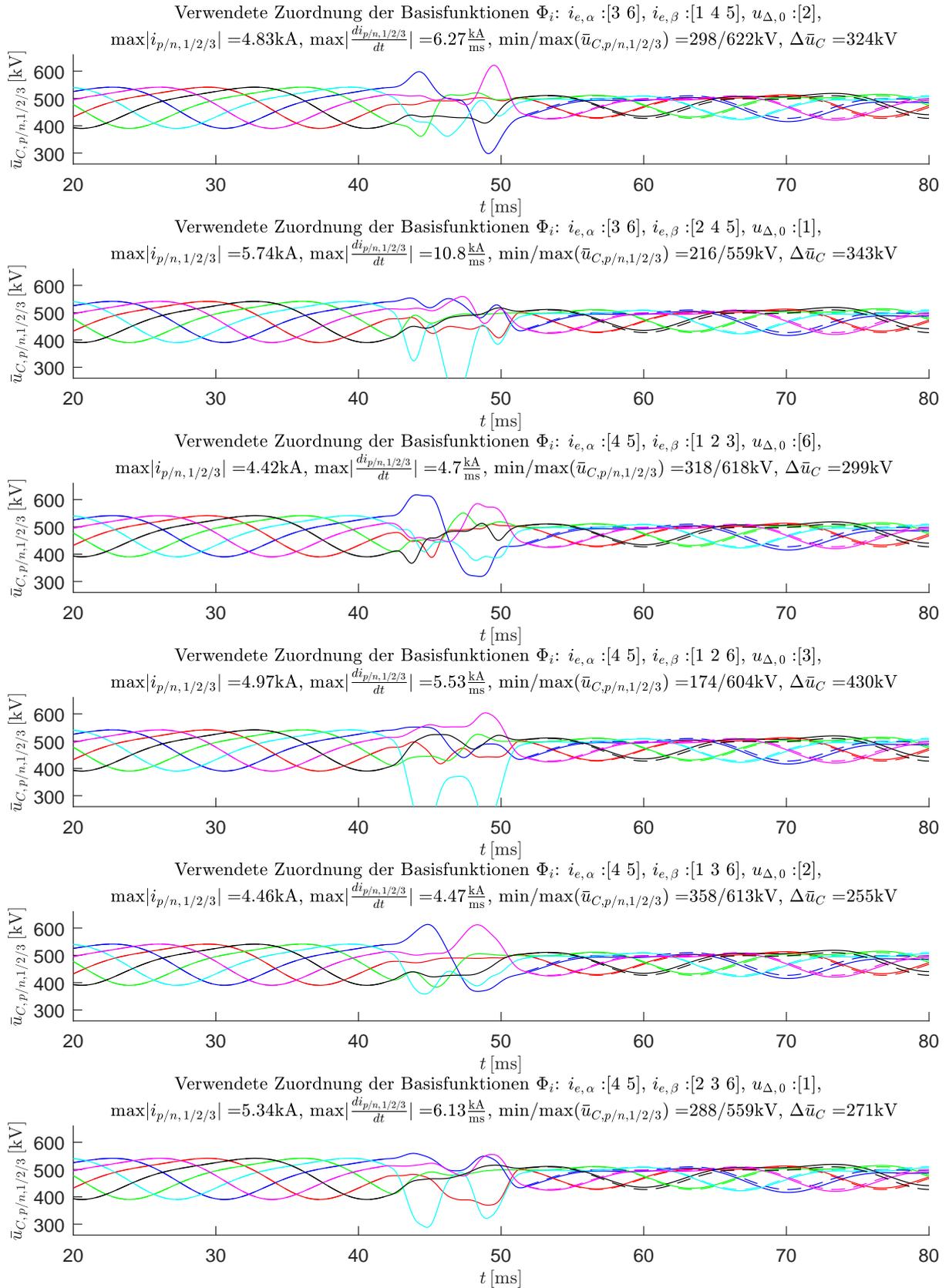


Abbildung B.7: Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 37- 42 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, $T_s = 9.6\text{ ms}$ und $t_0 = 42\text{ ms}$

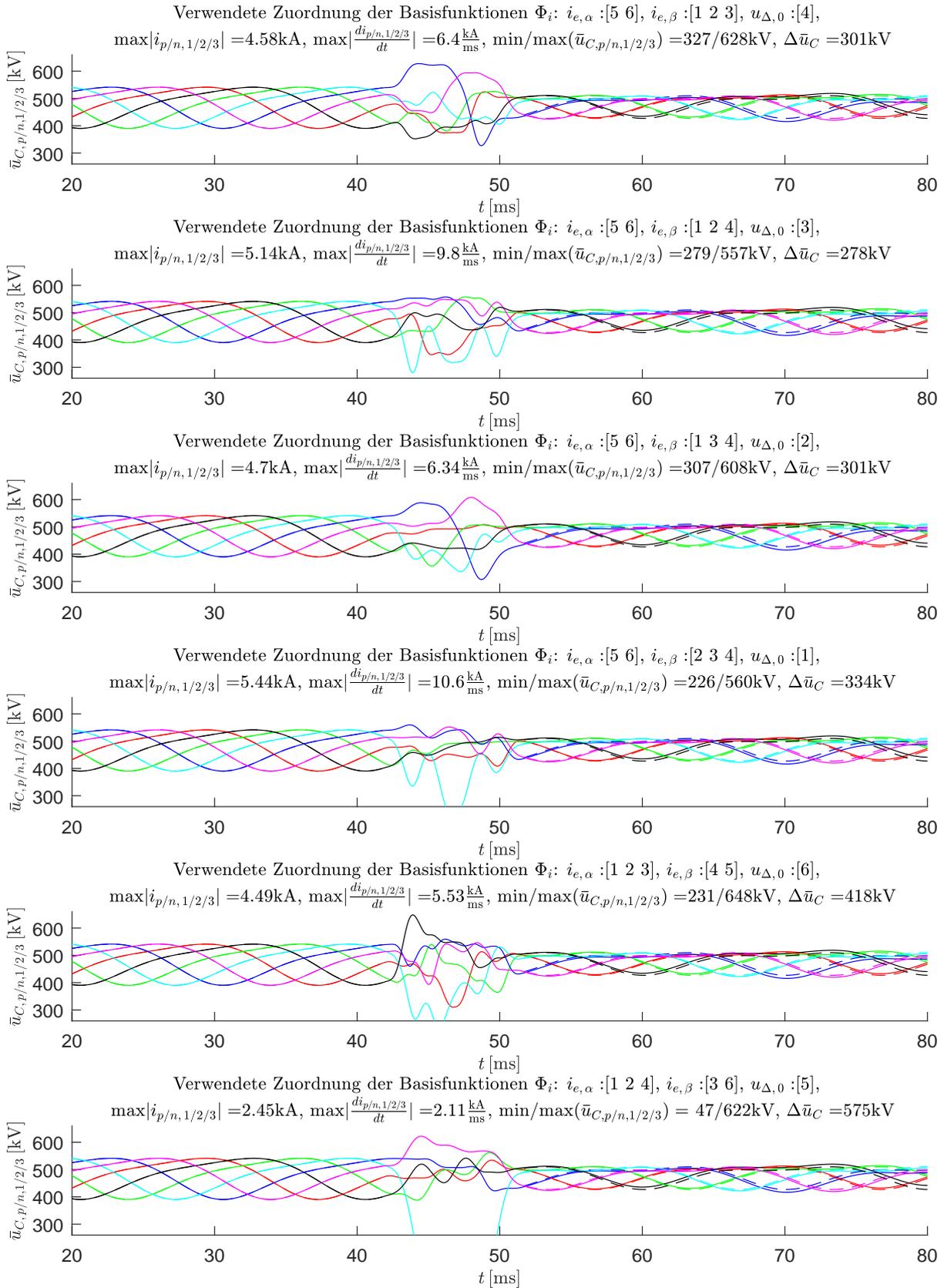


Abbildung B.8: Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 43- 48 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$,
 $T_s = 9.6 \text{ ms}$ und $t_0 = 42 \text{ ms}$

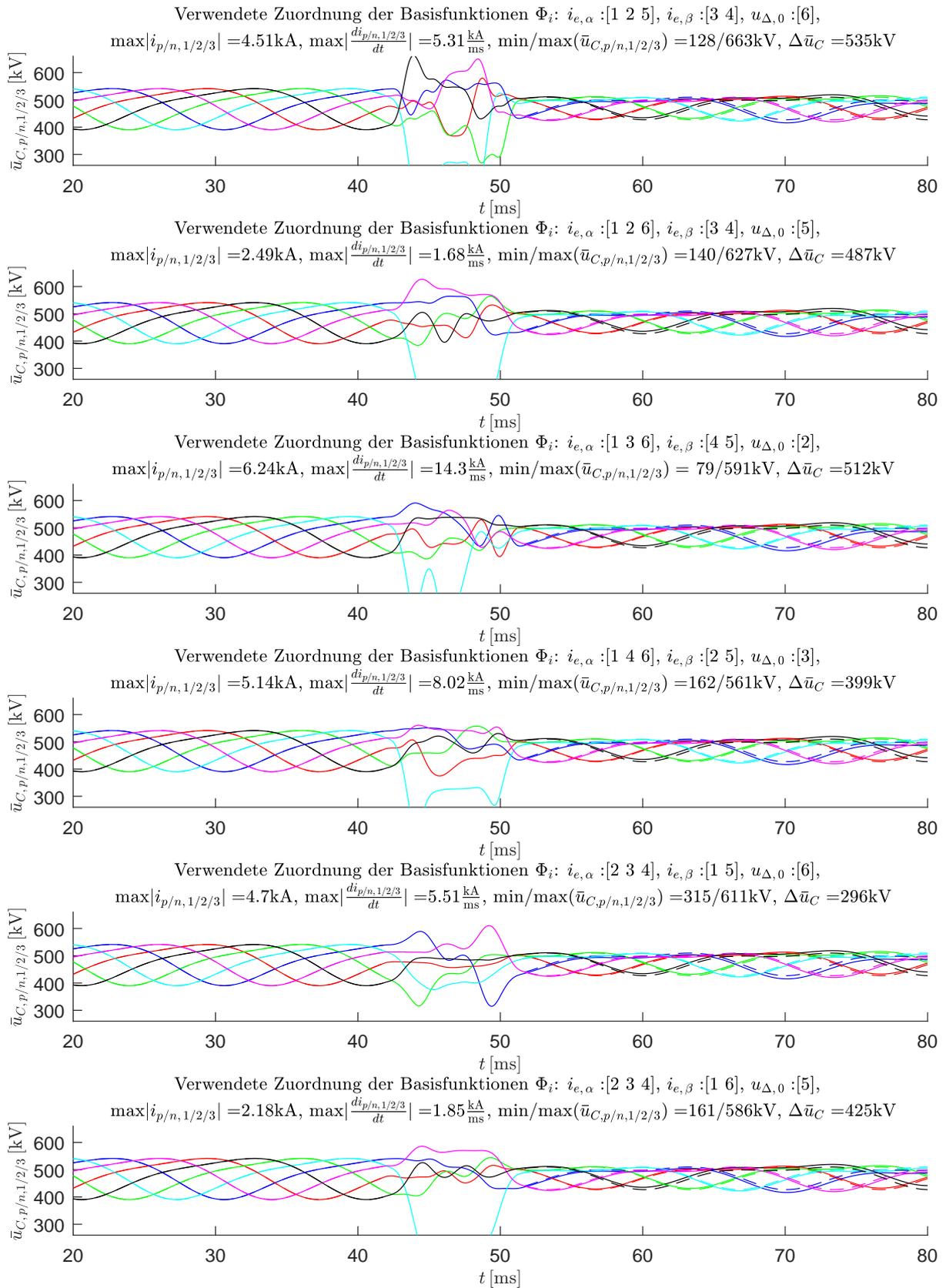


Abbildung B.9: Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 49- 54 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$,
 $T_s = 9.6\text{ ms}$ und $t_0 = 42\text{ ms}$

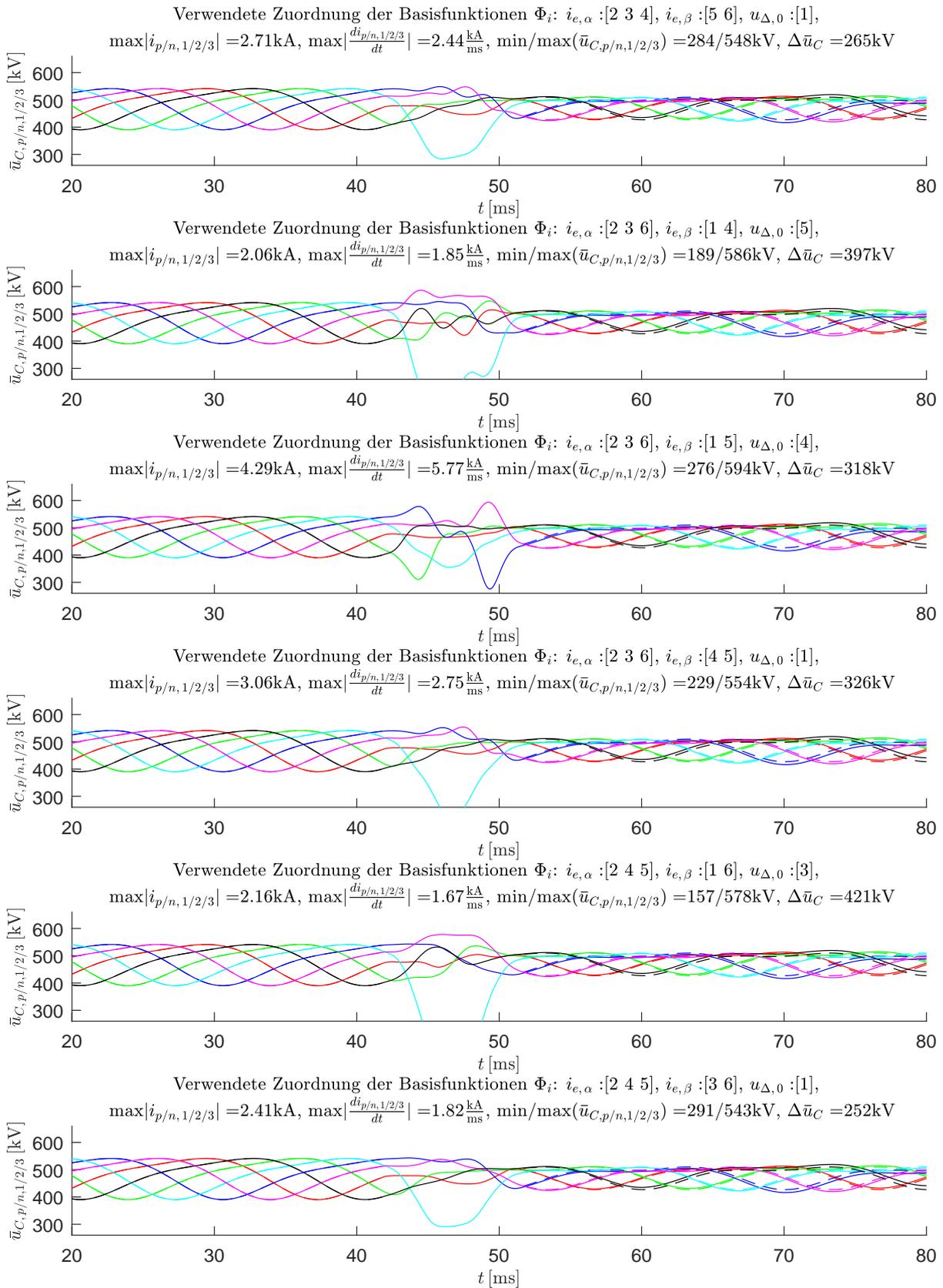


Abbildung B.10: Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 55- 60 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$,
 $T_s = 9.6\text{ ms}$ und $t_0 = 42\text{ ms}$

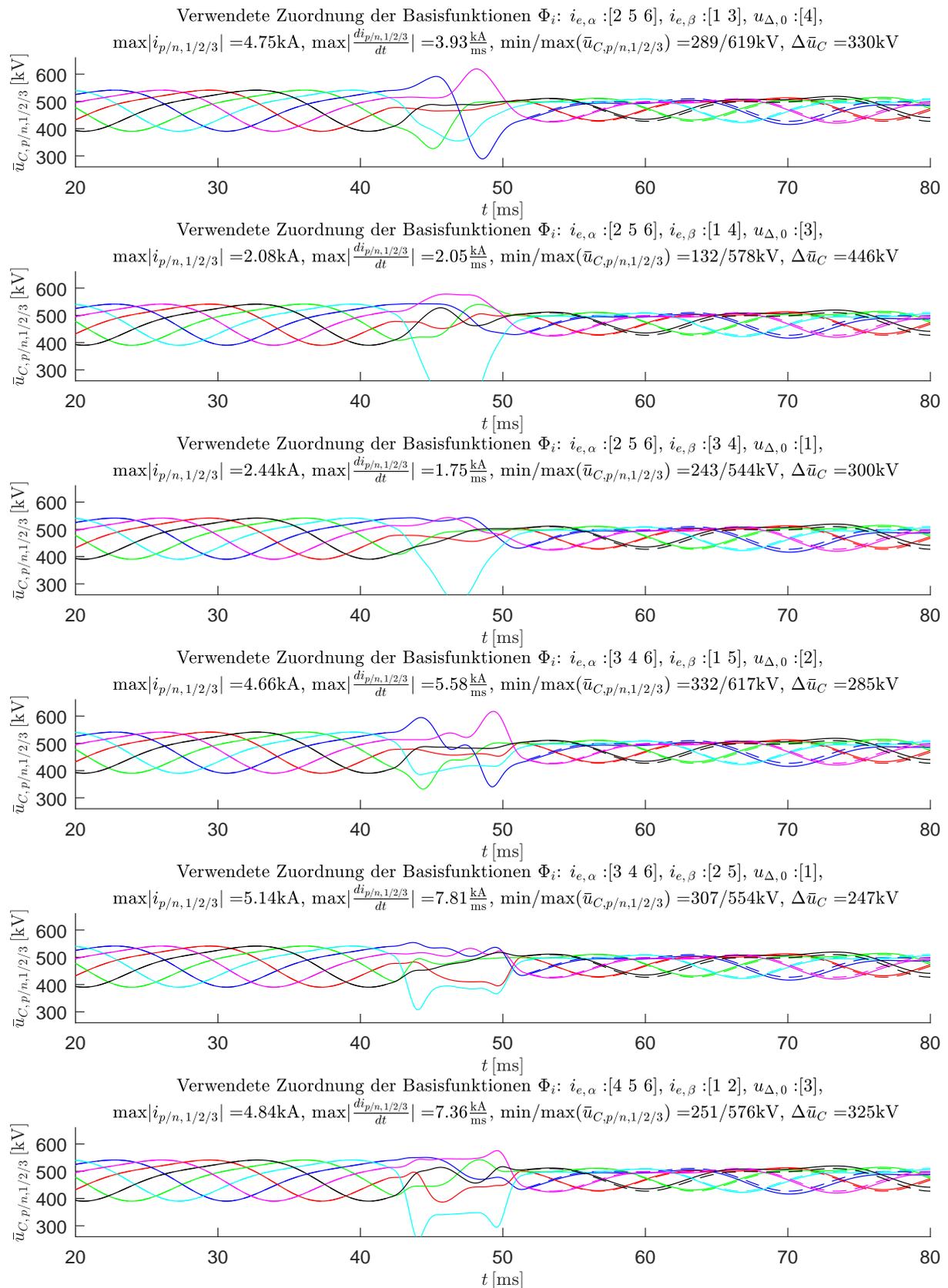


Abbildung B.11: Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 61- 66 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$,
 $T_s = 9.6\text{ ms}$ und $t_0 = 42\text{ ms}$

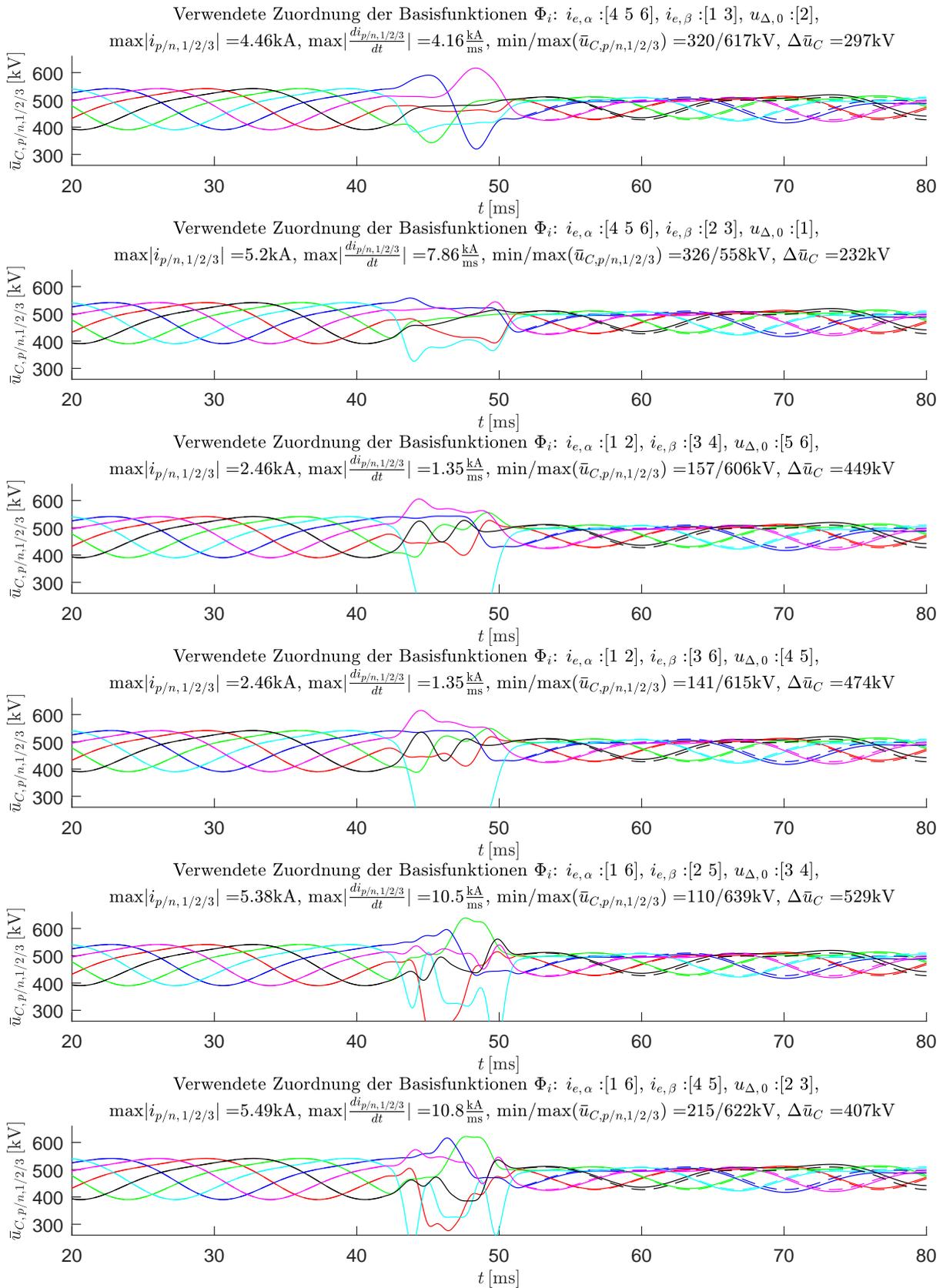


Abbildung B.12: Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 67- 72 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$,
 $T_s = 9.6 \text{ ms}$ und $t_0 = 42 \text{ ms}$

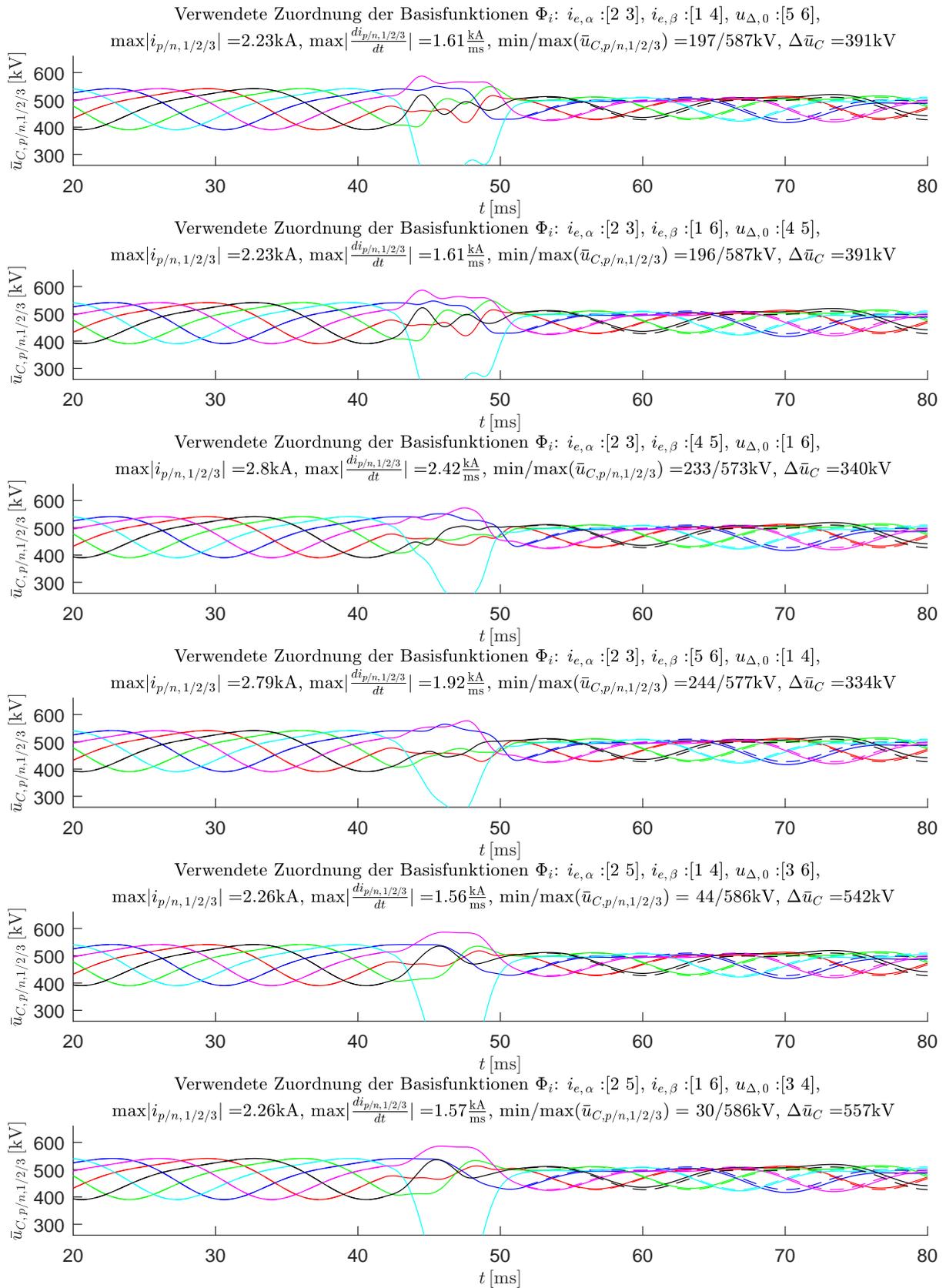


Abbildung B.13: Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 73- 78 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$,
 $T_s = 9.6\text{ ms}$ und $t_0 = 42\text{ ms}$

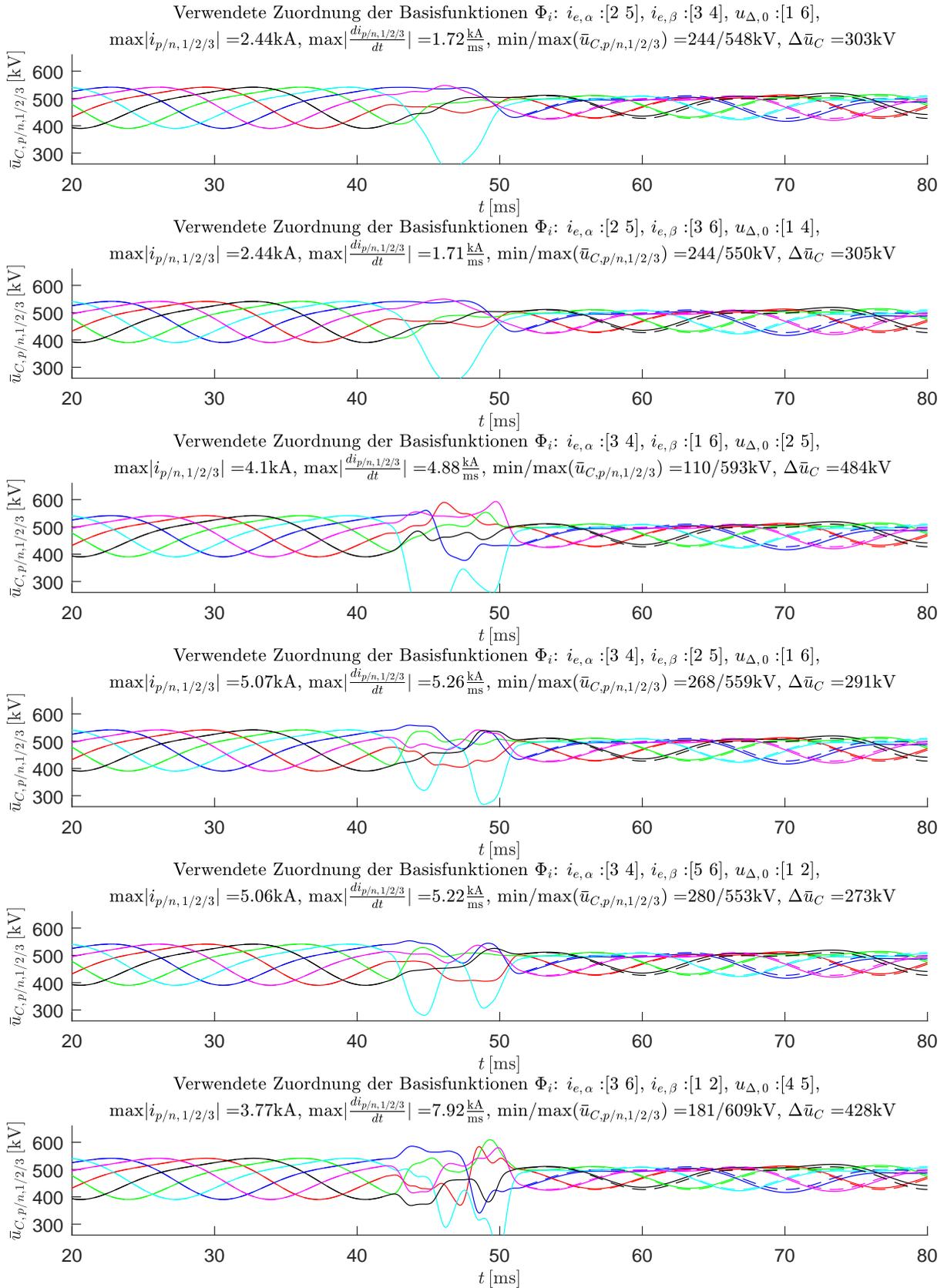


Abbildung B.14: Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 79- 84 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$,
 $T_s = 9.6\text{ ms}$ und $t_0 = 42\text{ ms}$

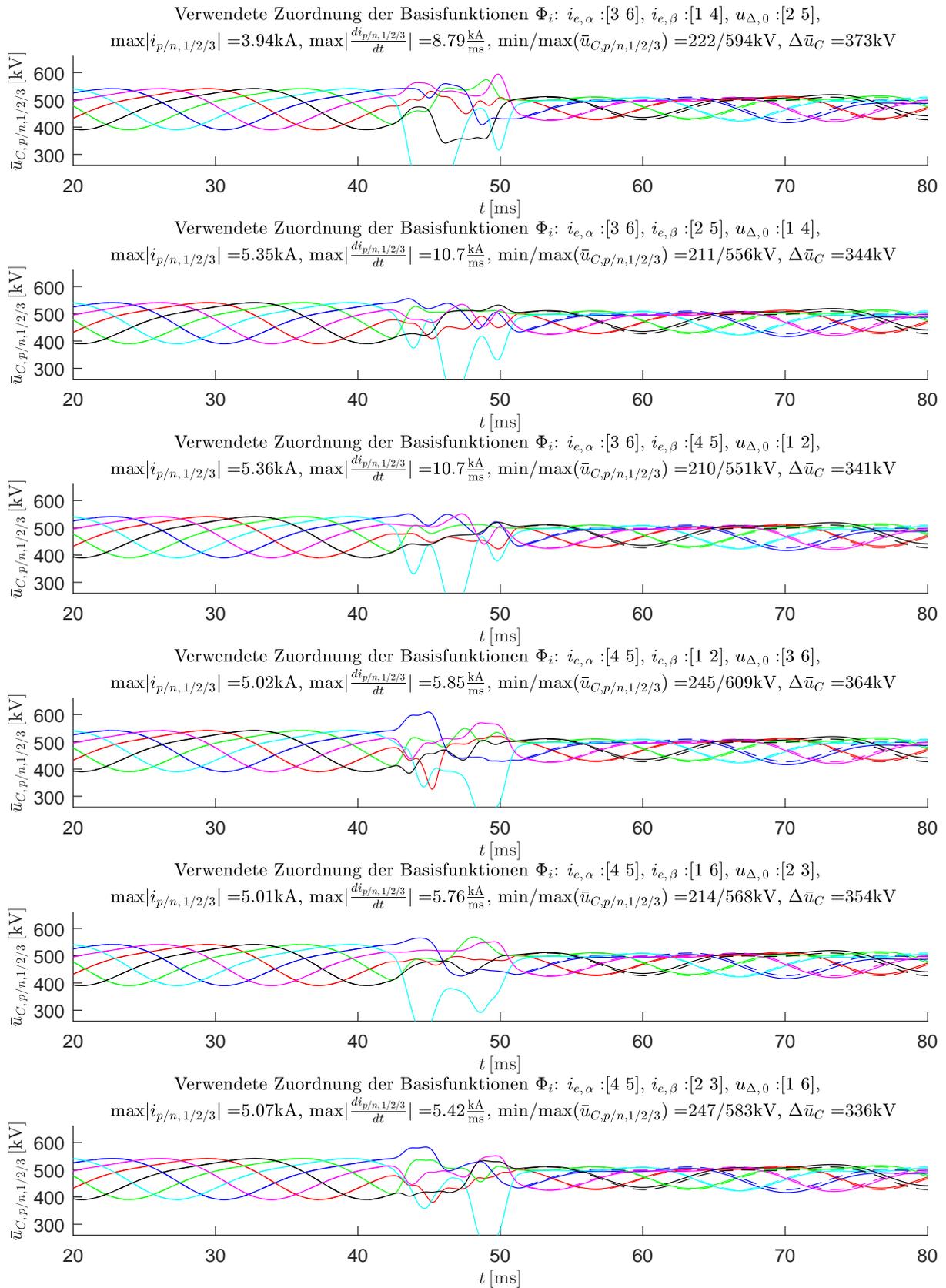


Abbildung B.15: Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 85- 90 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$,
 $T_s = 9.6\text{ ms}$ und $t_0 = 42\text{ ms}$

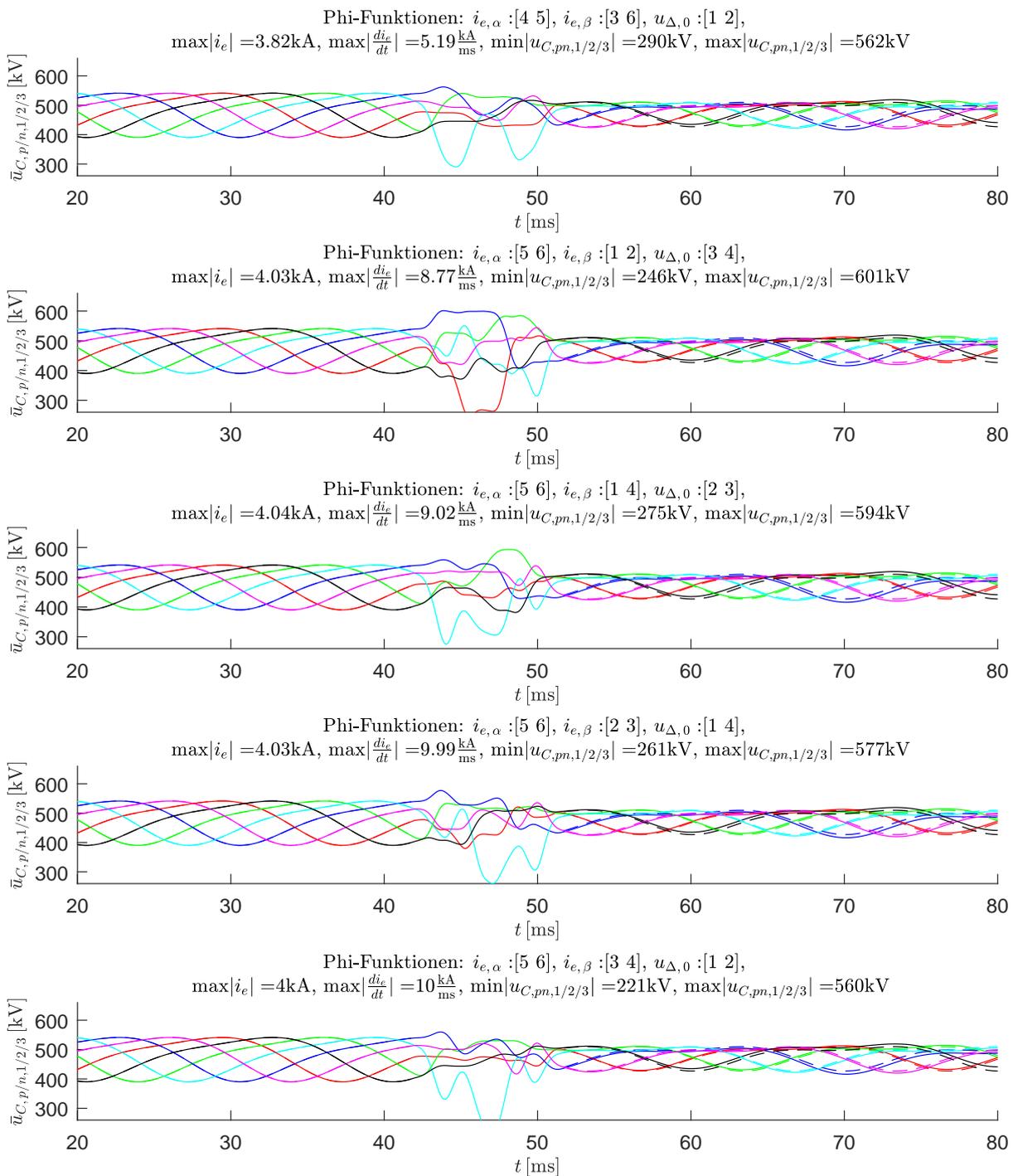


Abbildung B.16: Ergebnisse der berücksichtigten Kombinationen 91- 95 für $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$,
 $T_s = 9.6 \text{ ms}$ und $t_0 = 42 \text{ ms}$

B.3 Ergebnisse des Szenarios 1:

$\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$ zu verschiedenen Startzeitpunkten t_0

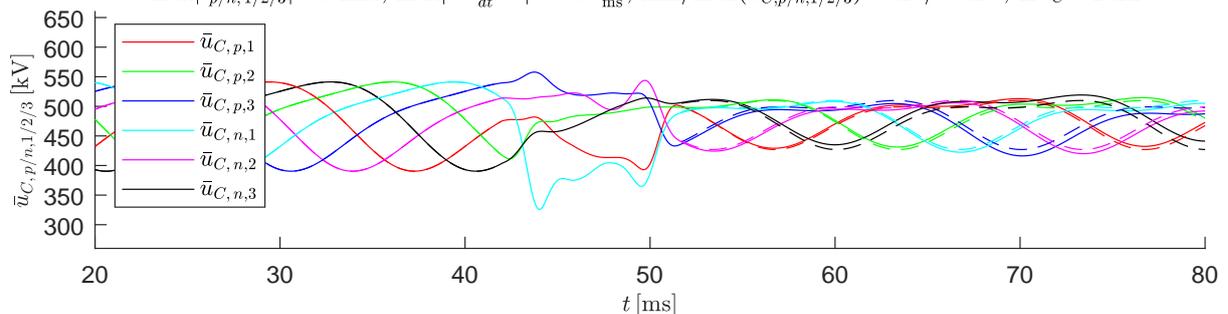
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 42\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

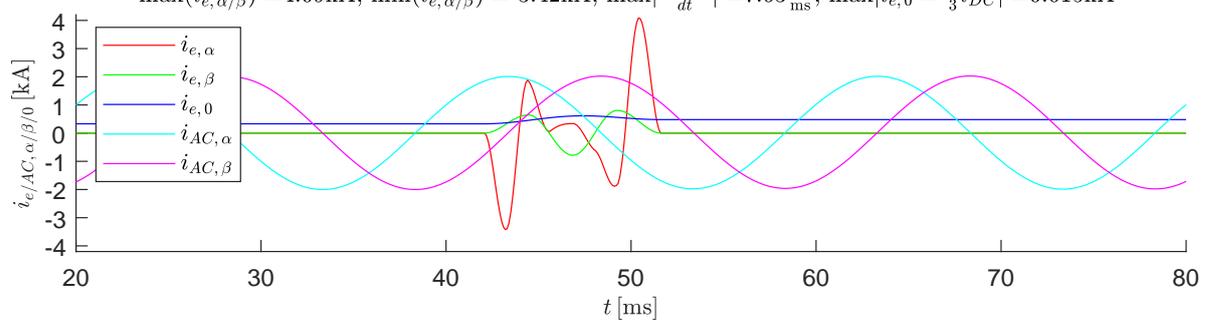
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 3]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.2\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 7.86\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 326/558\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 232\text{kV}$$

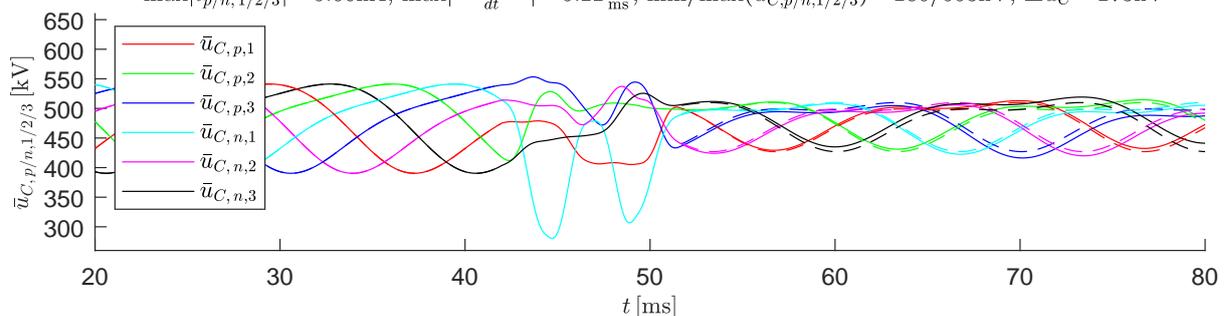


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 4.09\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.42\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 7.63\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.615\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.06\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 5.22\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 280/553\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 273\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.75\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.73\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 4.95\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.615\text{kA}$$

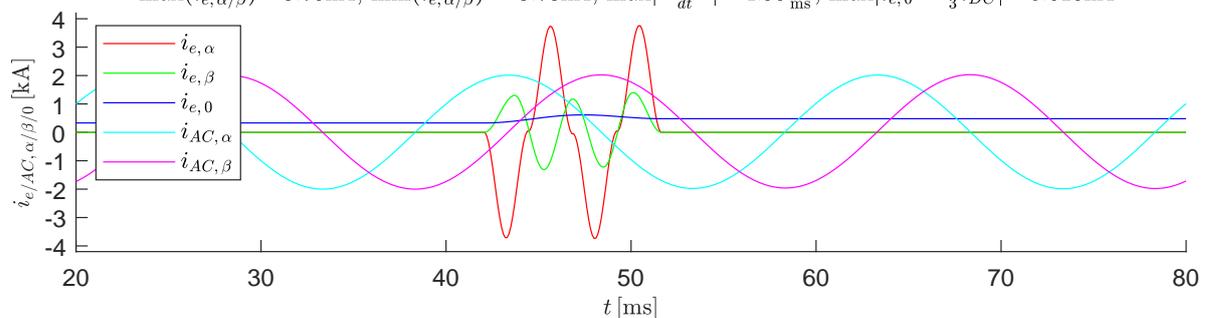


Abbildung B.17: Szenario 1: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6\text{ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 42\text{ms}$

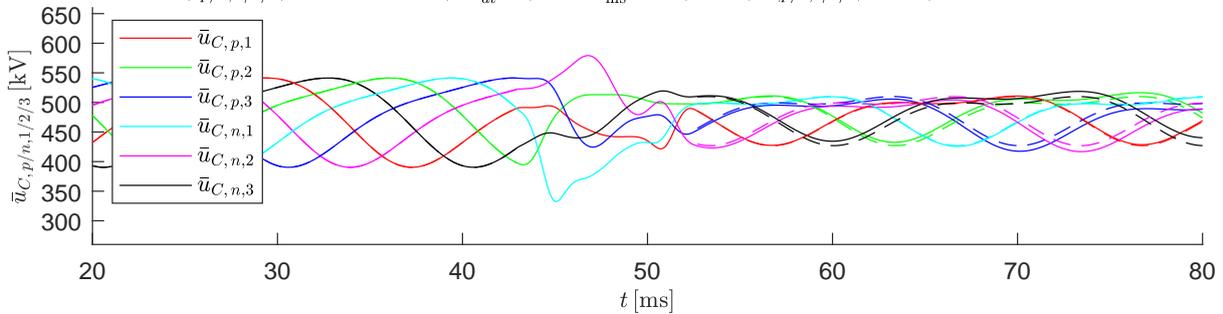
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 43\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

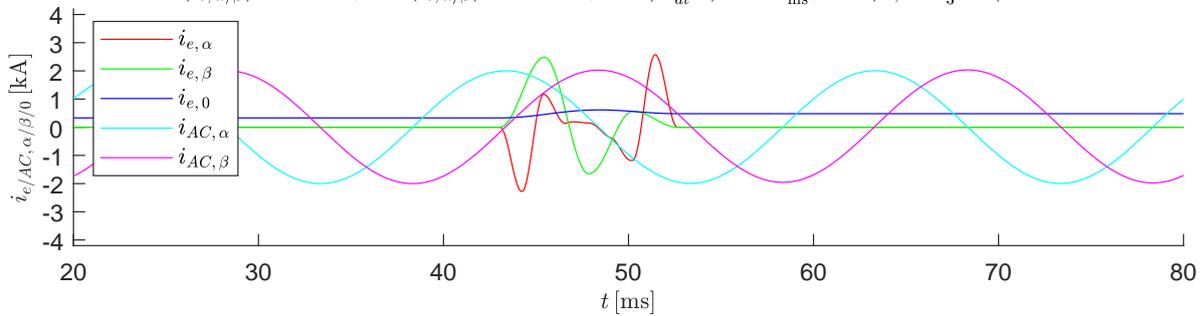
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 3]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 3.91\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 5.03 \frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 332/579\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 247\text{kV}$$

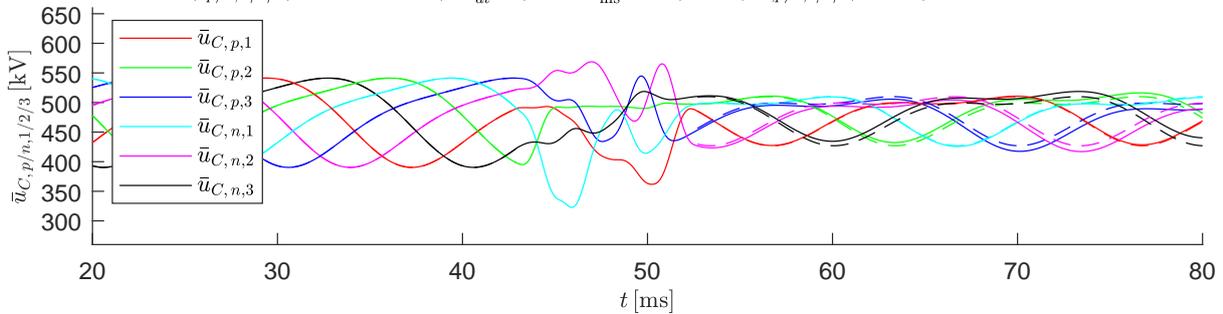


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 2.57\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.28\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 4.85 \frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.615\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.9\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 8.45 \frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 323/569\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 246\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.61\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.2\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 7.11 \frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.615\text{kA}$$

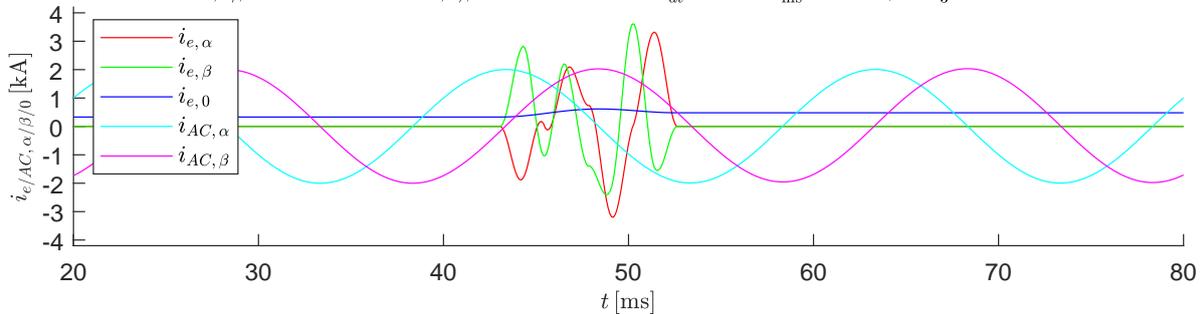


Abbildung B.18: Szenario 1: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 43 \text{ ms}$

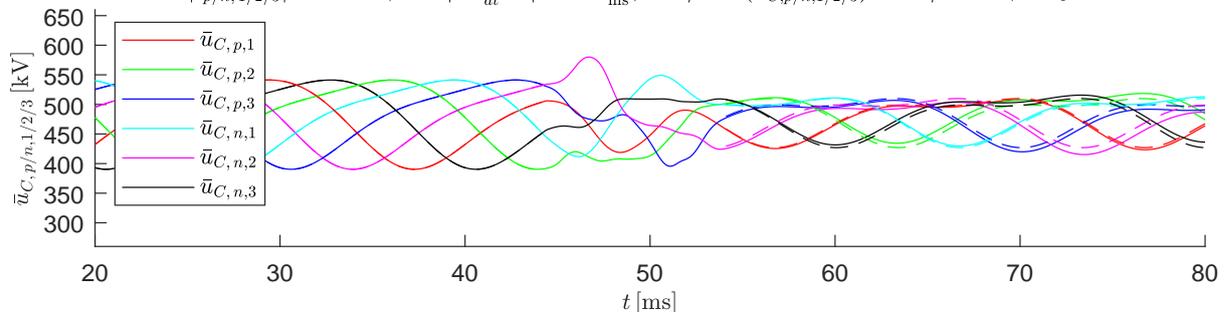
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 44\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

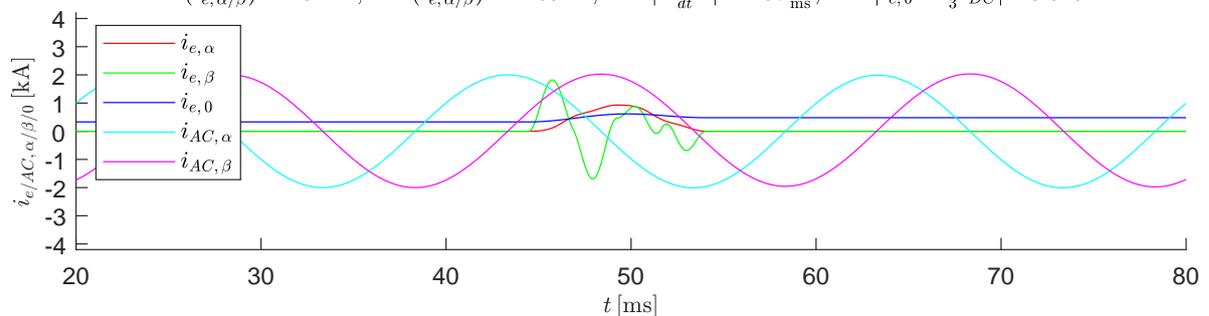
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 2.57\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 2.44\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 390/580\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 190\text{kV}$$

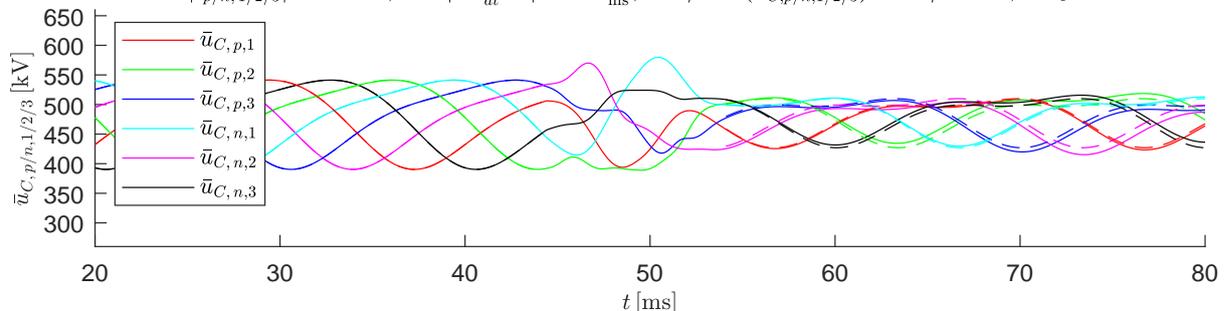


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 1.82\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -1.69\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 2.57\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.615\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [2 \ 3]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 2.21\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 2.03\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 389/580\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 191\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 1.27\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -1.21\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 2.1\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.615\text{kA}$$

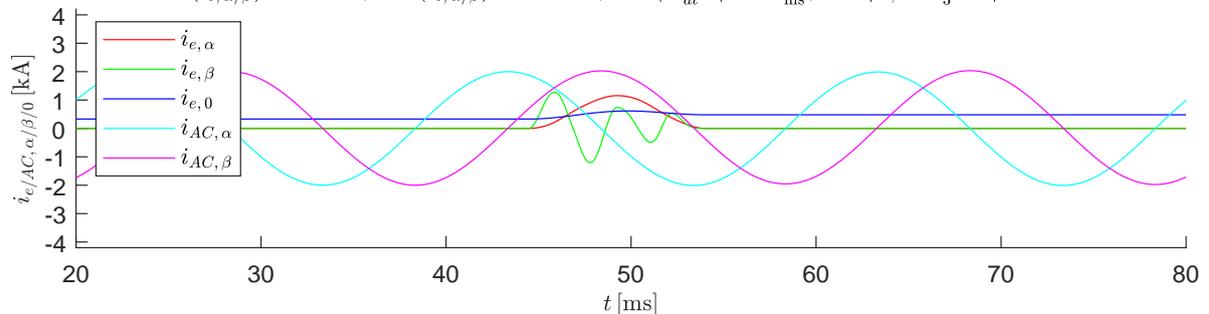


Abbildung B.19: Szenario 1: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 44 \text{ ms}$

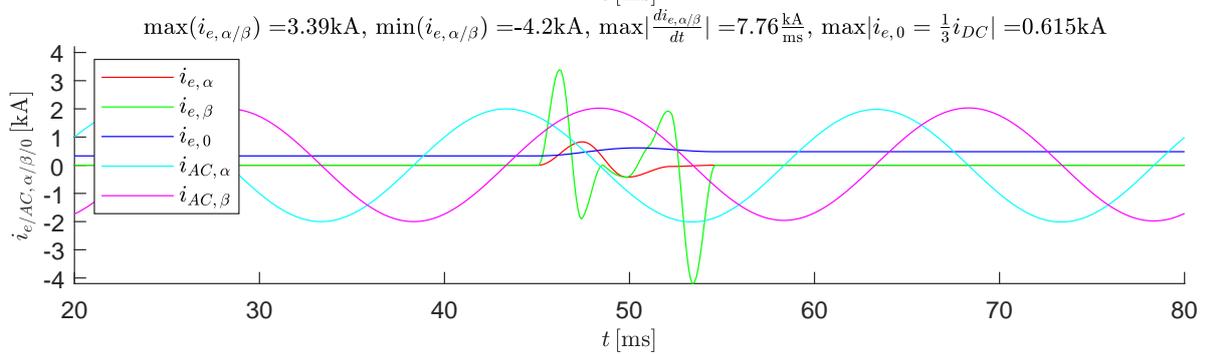
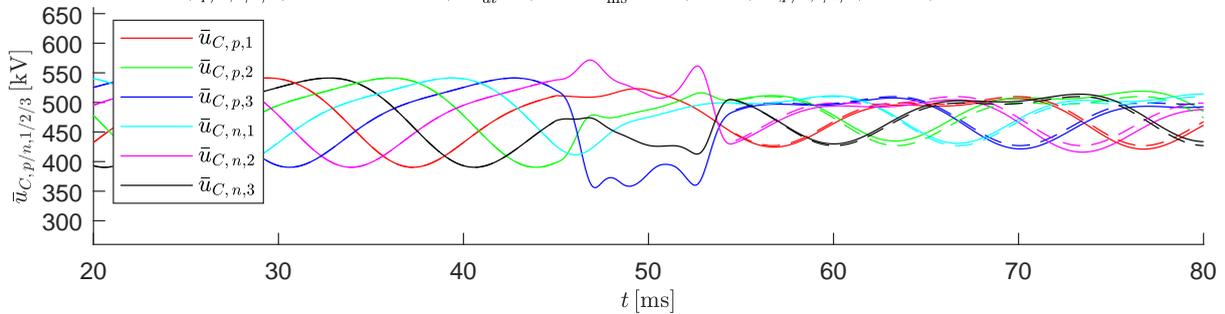
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 45\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 3]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.68\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 7.02\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 356/572\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 216\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.93\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 6.1\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 340/576\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 236\text{kV}$$

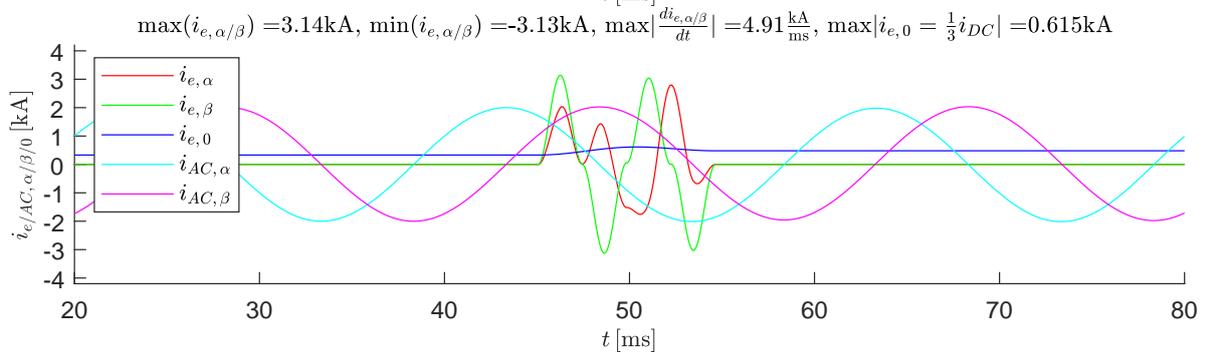
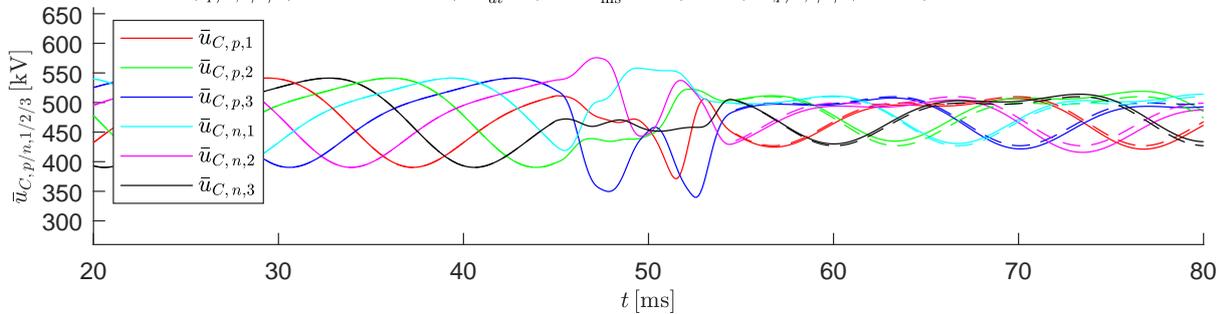


Abbildung B.20: Szenario 1: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 45 \text{ ms}$

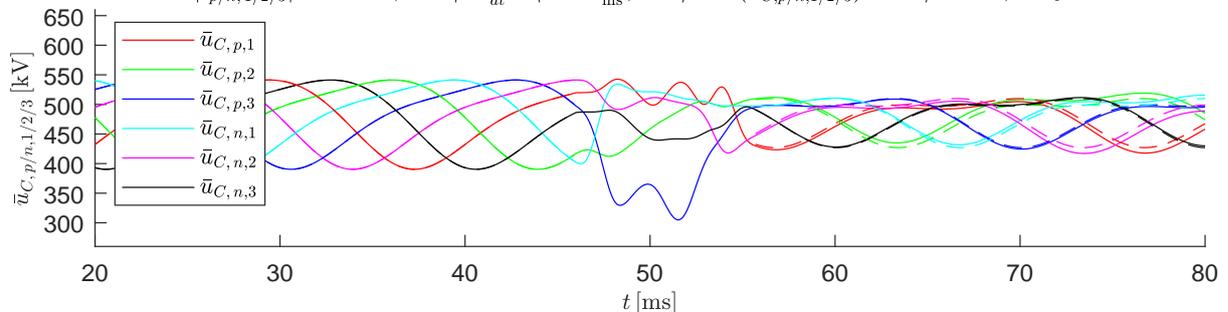
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 46\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

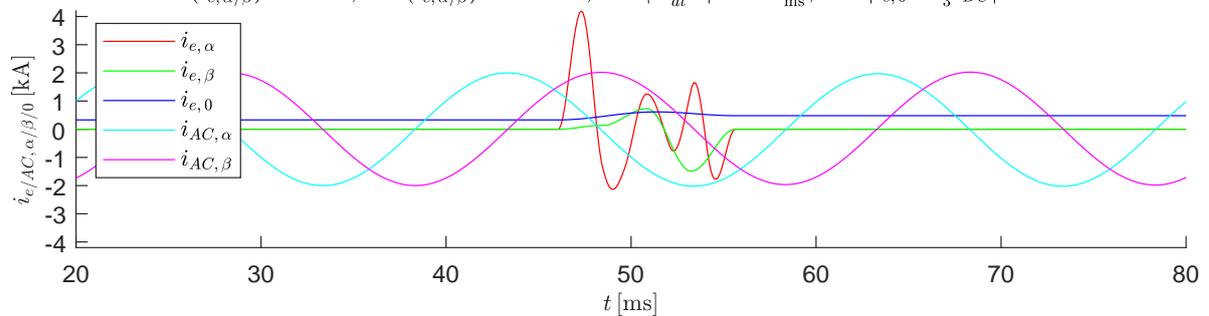
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 3]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.89\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 7.2\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 305/543\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 238\text{kV}$$

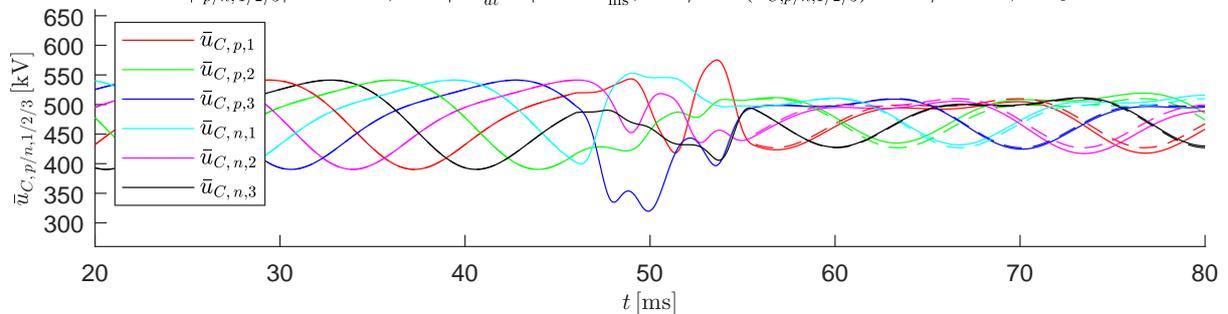


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 4.2\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.14\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 6.97\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.615\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.18\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 7.52\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 320/575\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 256\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.65\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.22\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 5.67\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.615\text{kA}$$

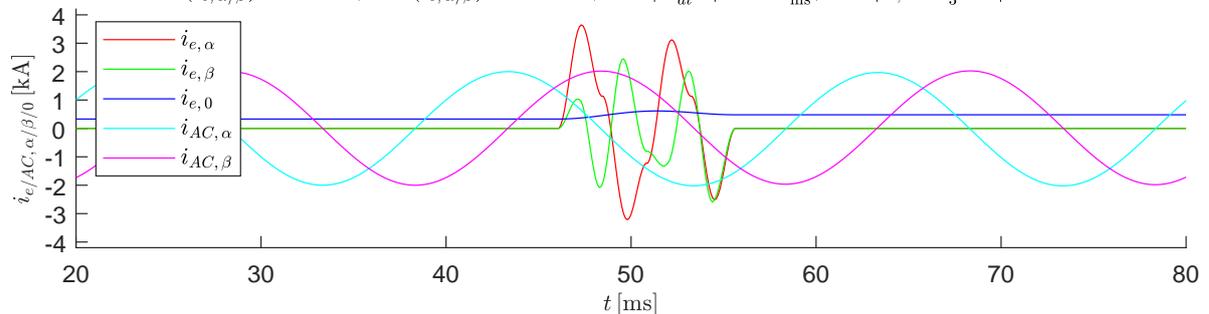


Abbildung B.21: Szenario 1: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 46 \text{ ms}$

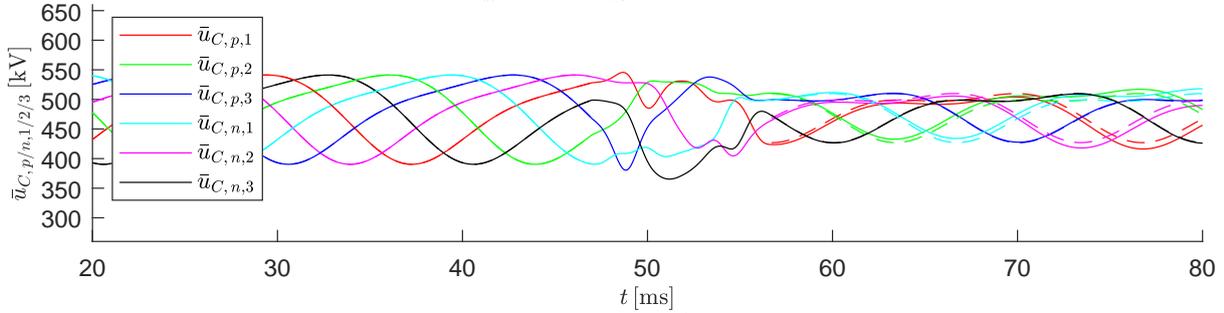
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 47\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

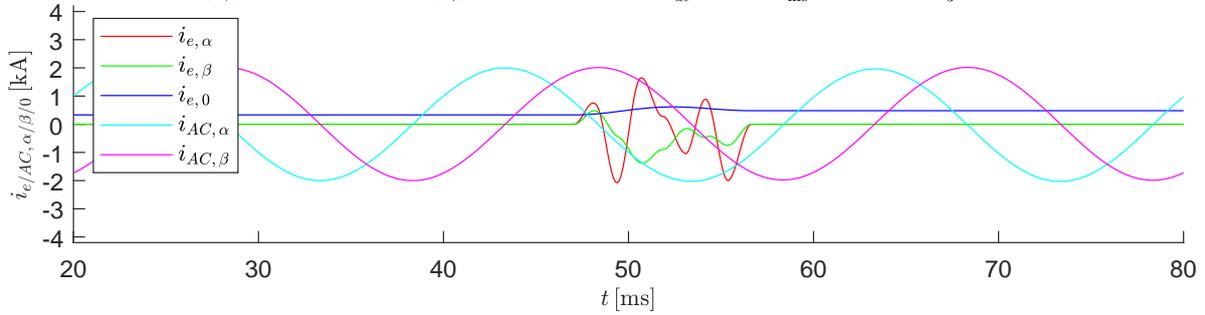
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 3.06\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 4.87\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 365/546\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 180\text{kV}$$

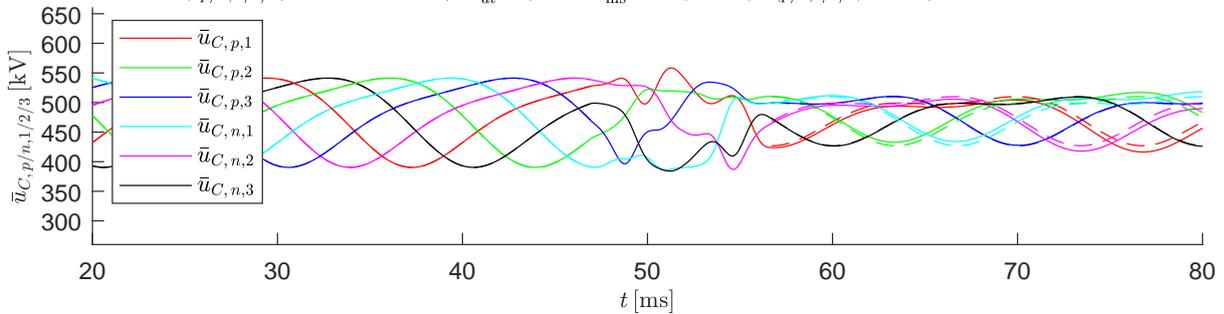


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 1.65\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.08\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 4.51\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.615\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [2 \ 3]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 3.47\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 5.35\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 384/558\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 174\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 2.3\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.46\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 4.99\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.615\text{kA}$$

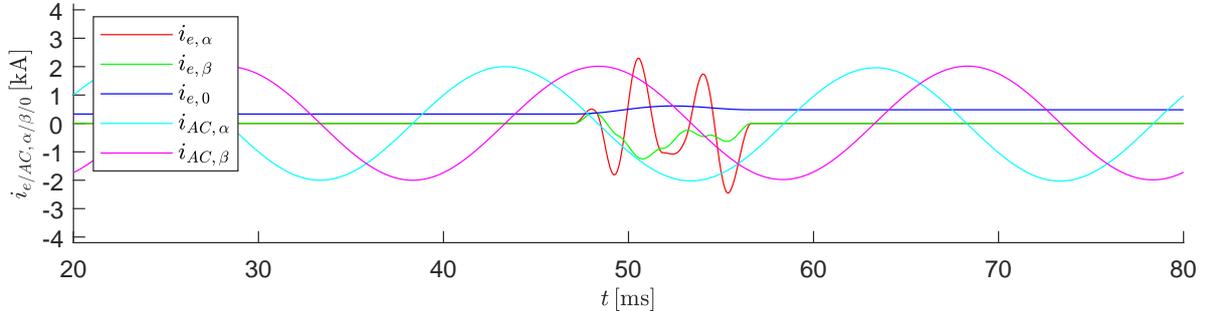


Abbildung B.22: Szenario 1: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 47 \text{ ms}$

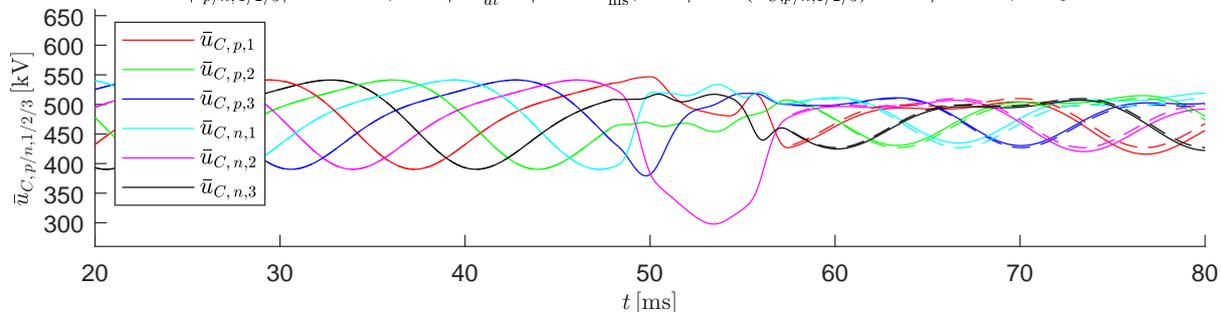
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 48\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

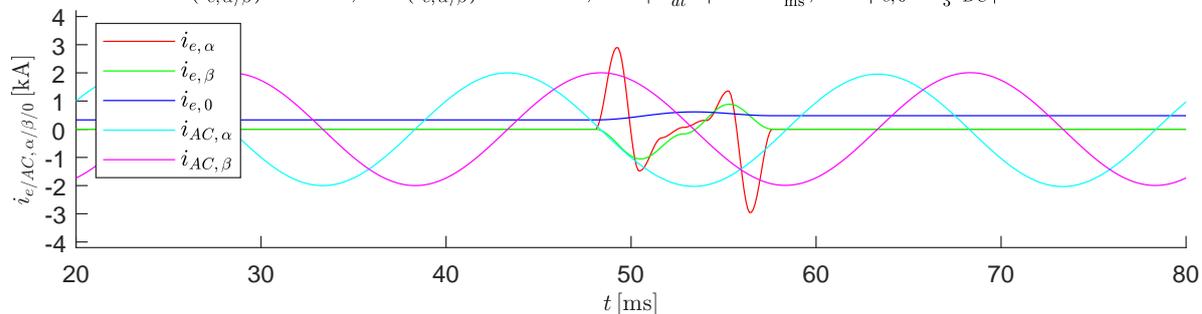
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 2]$, $u_{\Delta,0} : [5]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 3.55\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 5.95\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 298/547\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 249\text{kV}$$

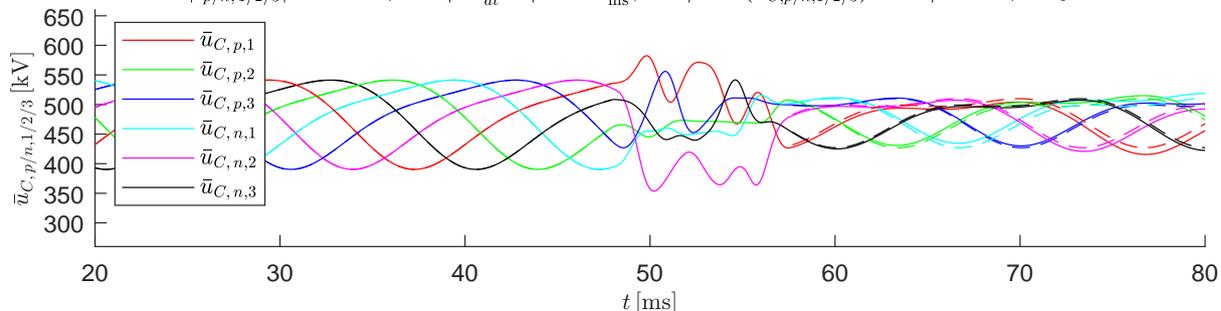


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 2.9\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.96\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 5.74\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.615\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.16\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 8.51\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 353/583\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 229\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.46\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.61\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 8.21\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.615\text{kA}$$

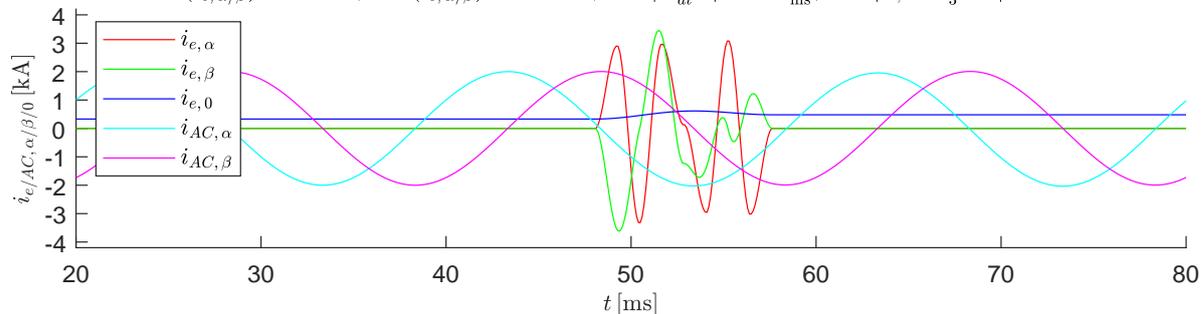


Abbildung B.23: Szenario 1: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 48 \text{ ms}$

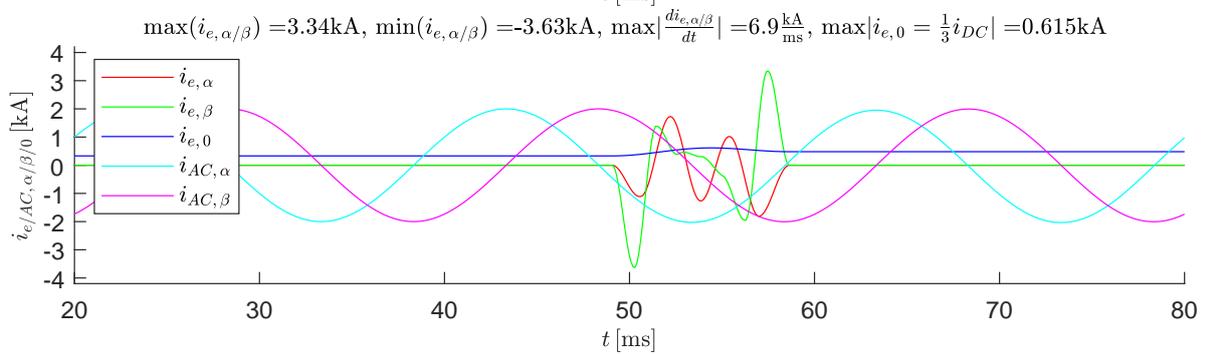
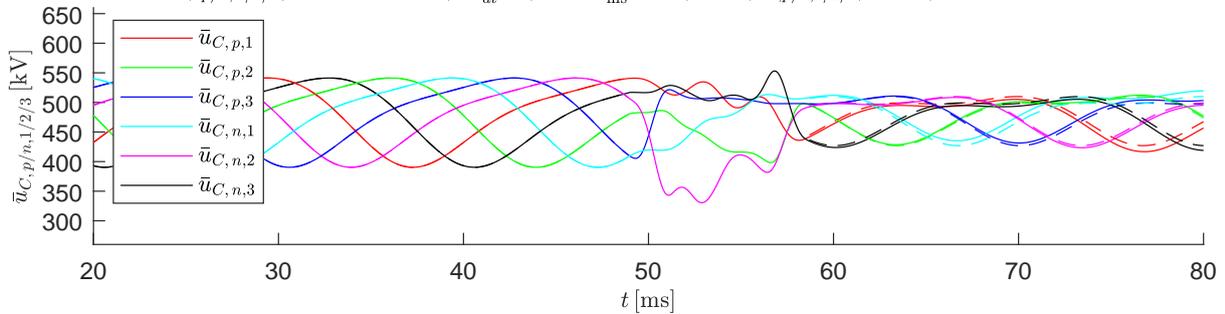
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 49\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 4 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.83\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 6.66\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 330/553\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 223\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.02\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 6.52\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 297/564\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 267\text{kV}$$

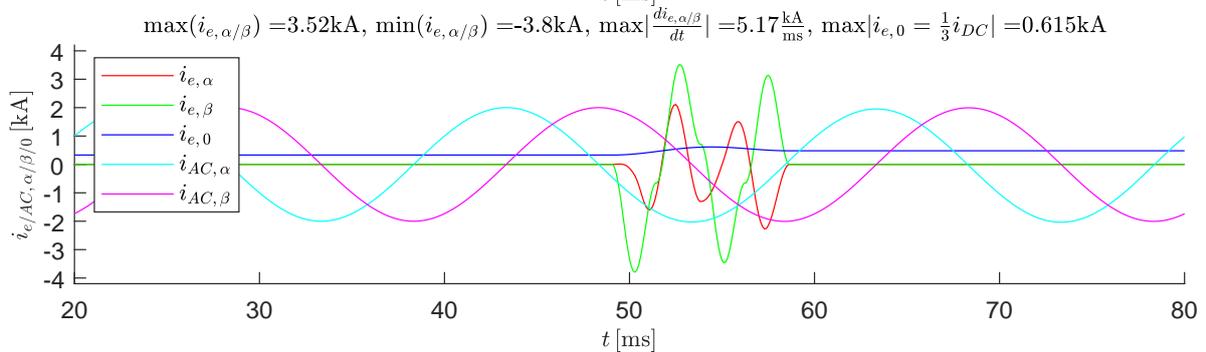
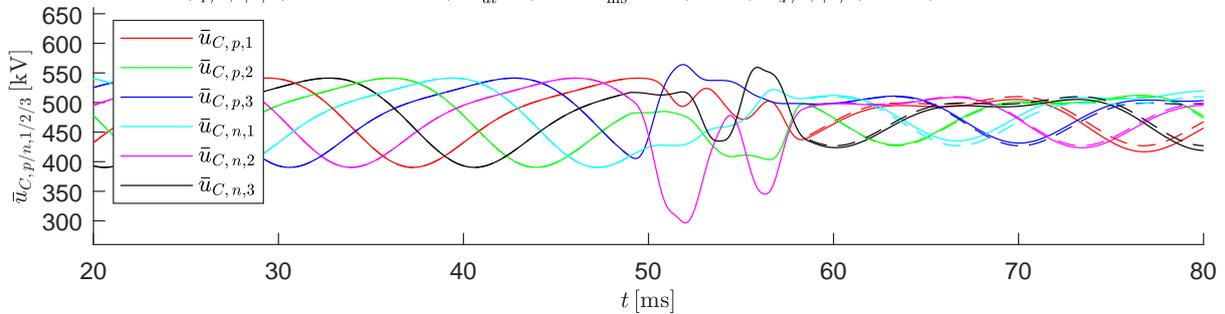


Abbildung B.24: Szenario 1: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6\text{ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 49\text{ms}$

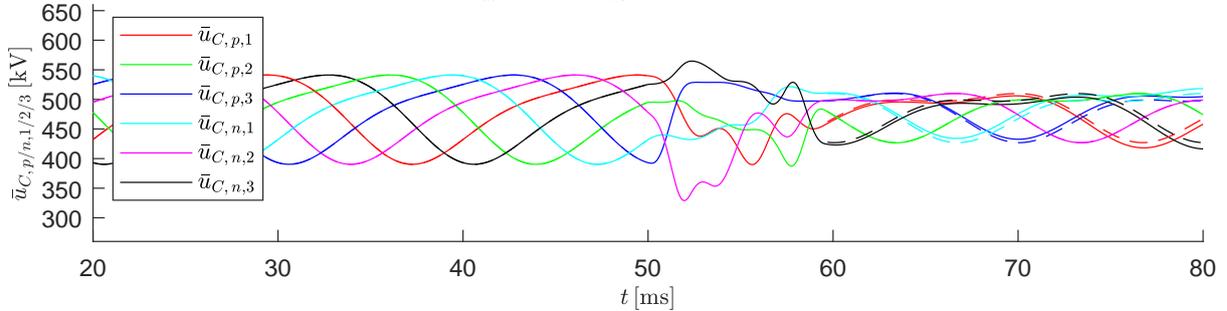
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 50\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

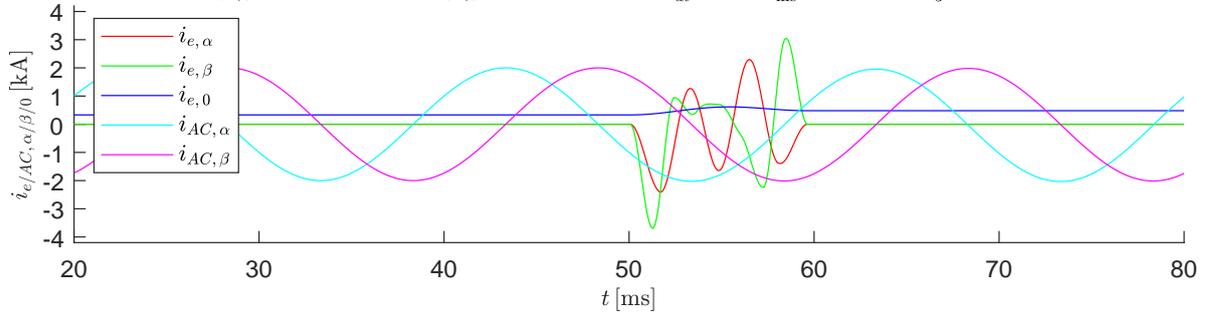
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 4 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.71\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 6.96\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 329/565\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 236\text{kV}$$

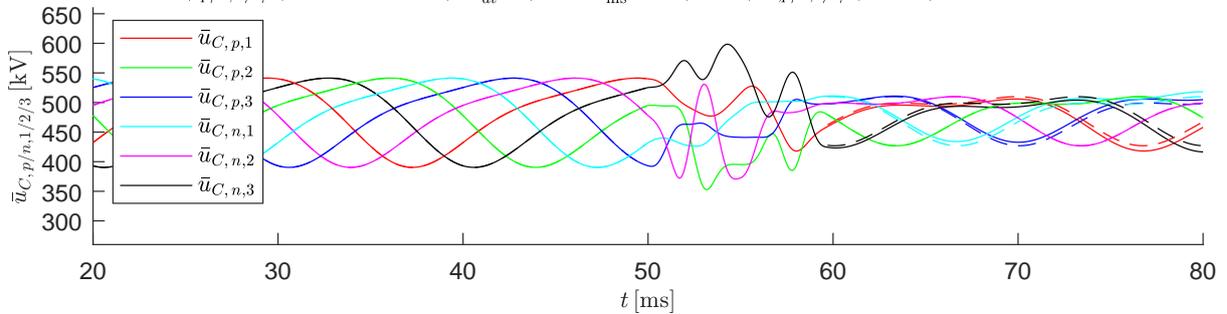


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.05\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.7\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 6.8\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.615\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.15\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 9.13\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 353/599\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 246\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.5\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.42\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 8.7\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.615\text{kA}$$

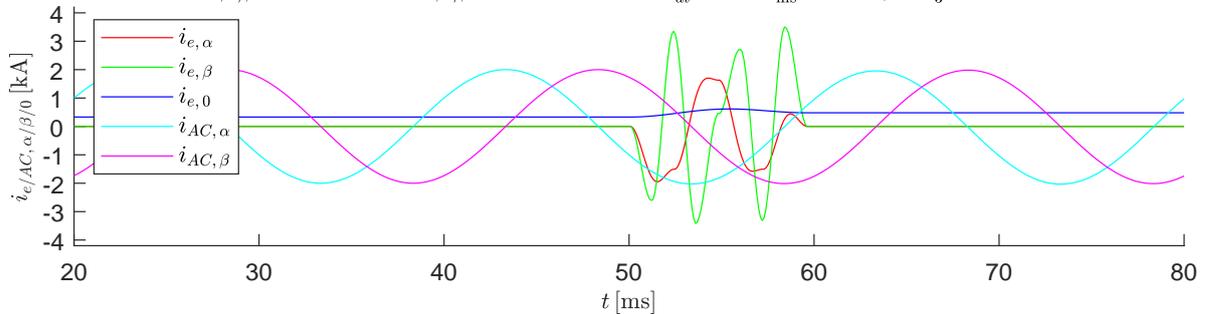


Abbildung B.25: Szenario 1: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 50 \text{ ms}$

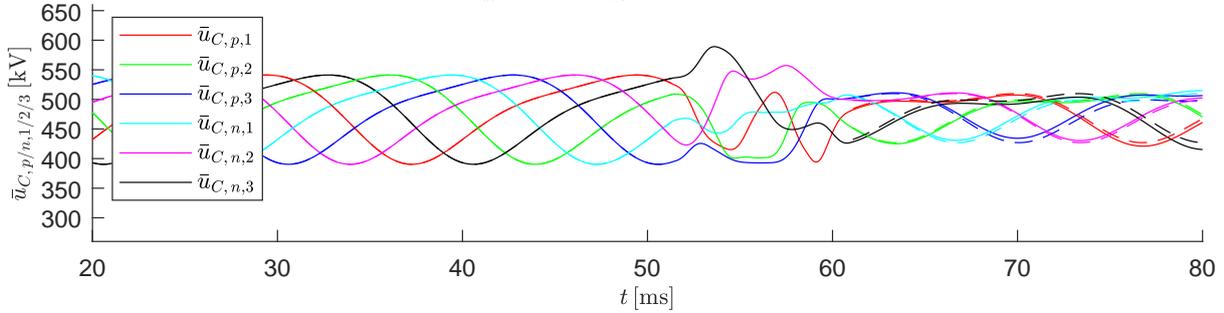
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 51\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

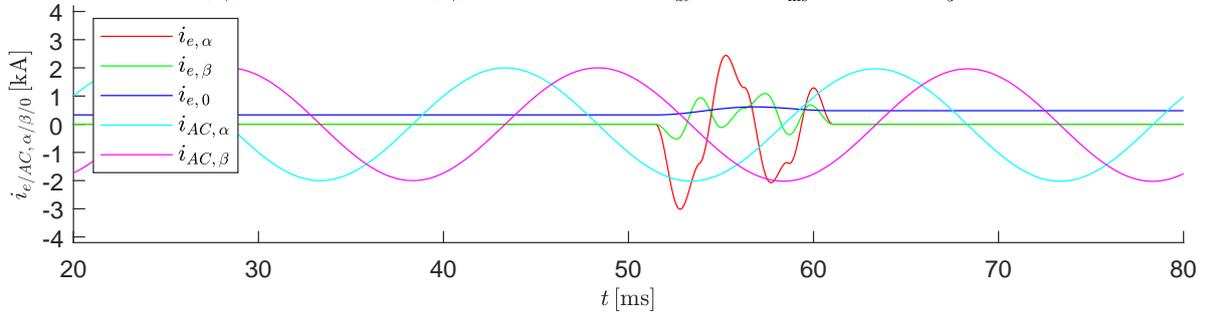
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 3.85\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 4.39\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 390/589\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 199\text{kV}$$

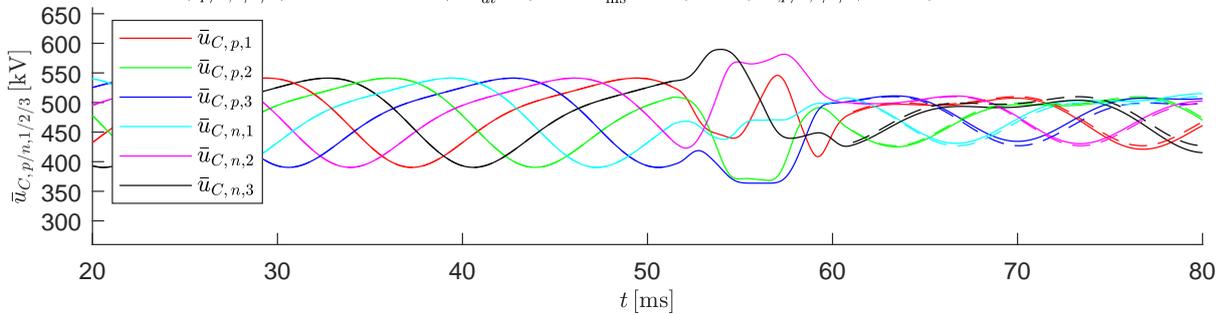


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 2.44\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.02\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 4.21\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.615\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [2 \ 5]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 3.69\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 4.44\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 364/590\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 226\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 2.32\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.75\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 4.15\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.615\text{kA}$$

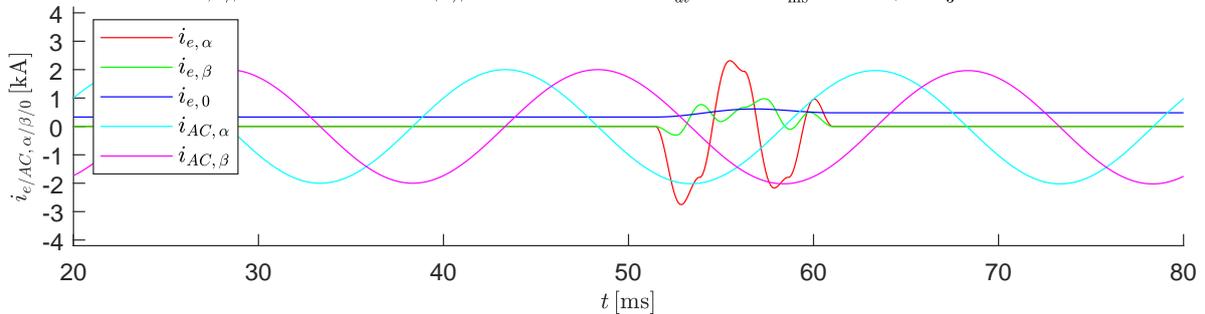


Abbildung B.26: Szenario 1: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6\text{ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 51\text{ms}$

B.4 Ergebnisse des Szenarios 2:

Transitionsdauer $T_s = 4.8\text{ms}$ zu verschiedenen Startzeitpunkten t_0

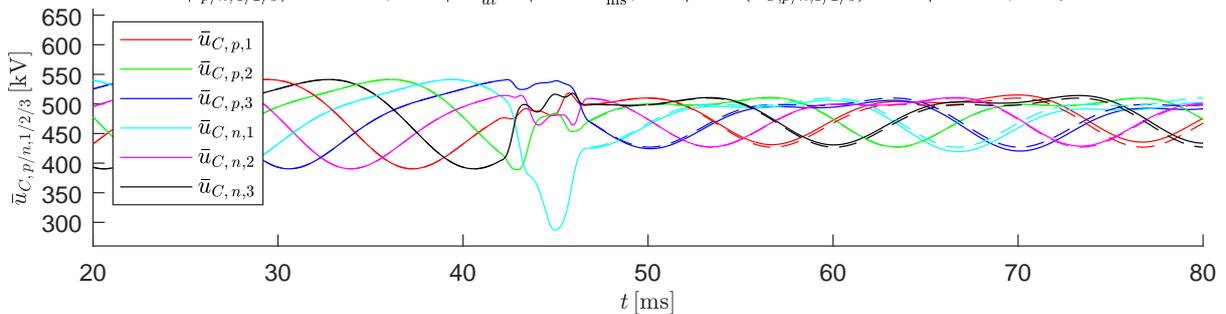
Transition von $(ss1) \rightarrow (ss2)$ mit der Dauer: $T_s = 4.8\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 42\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

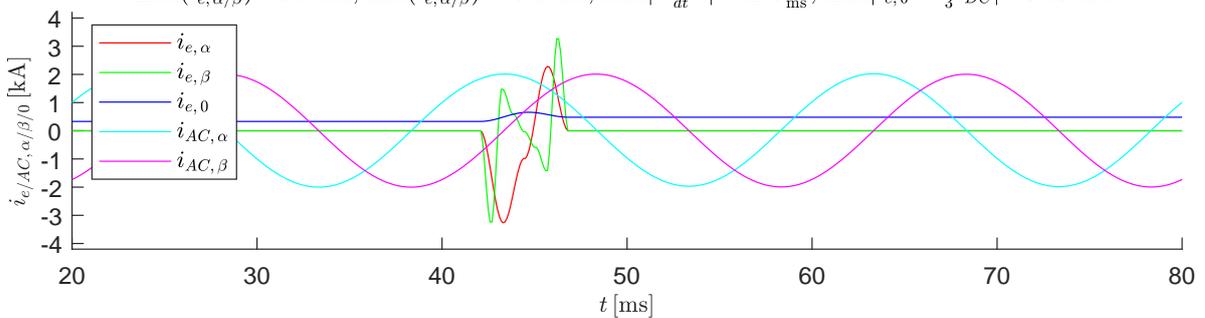
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 2]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 4 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [5]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.29\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 12.9\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 286/541\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 255\text{kV}$$

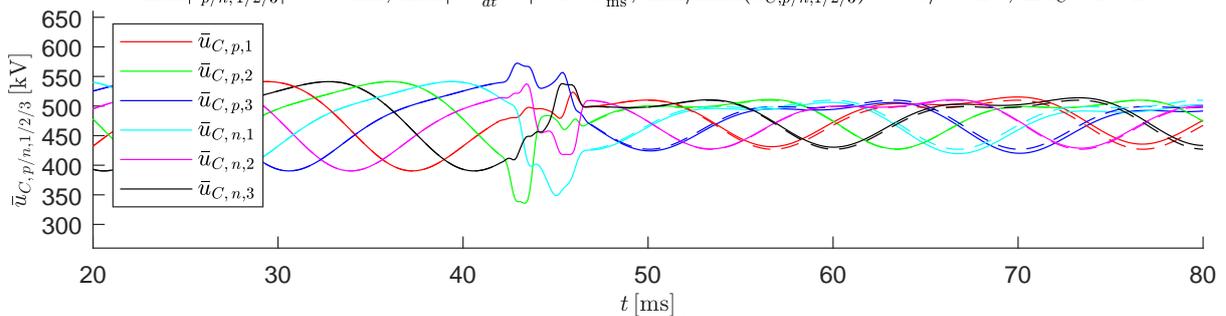


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.27\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.27\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 12.6\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.657\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 2]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [5 \ 6]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.05\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 10.8\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 336/573\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 237\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.91\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.65\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 10.7\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.657\text{kA}$$

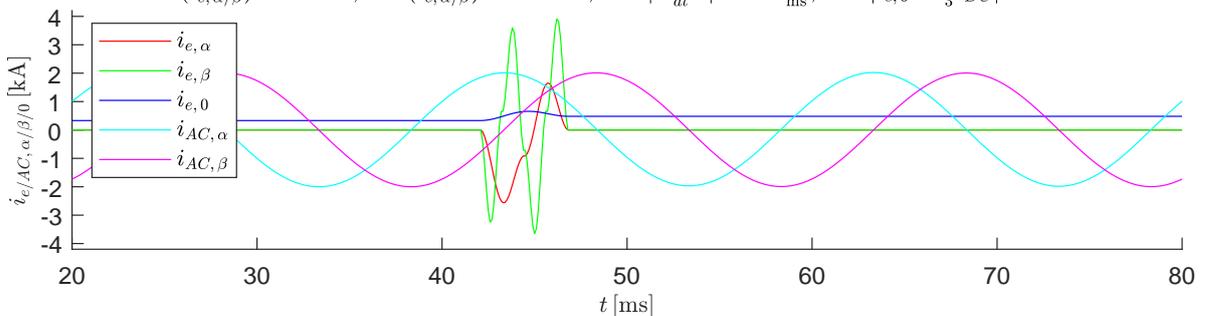


Abbildung B.27: Szenario 2: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 4.8\text{ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 42\text{ms}$

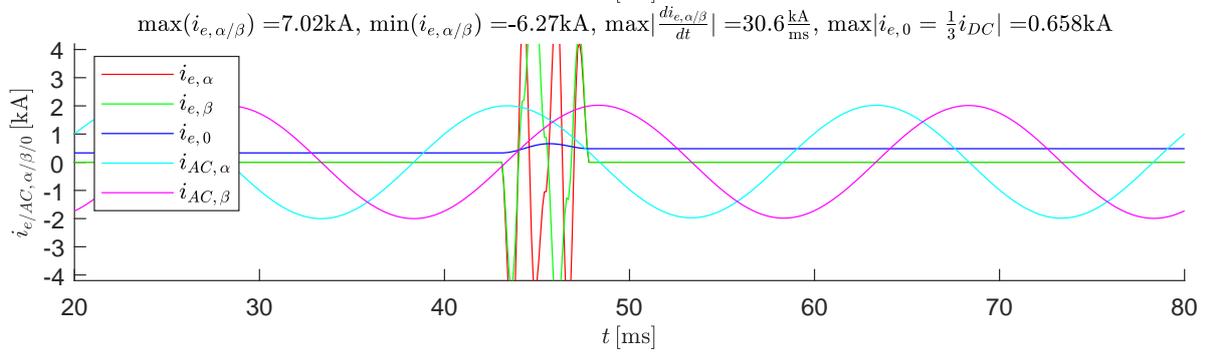
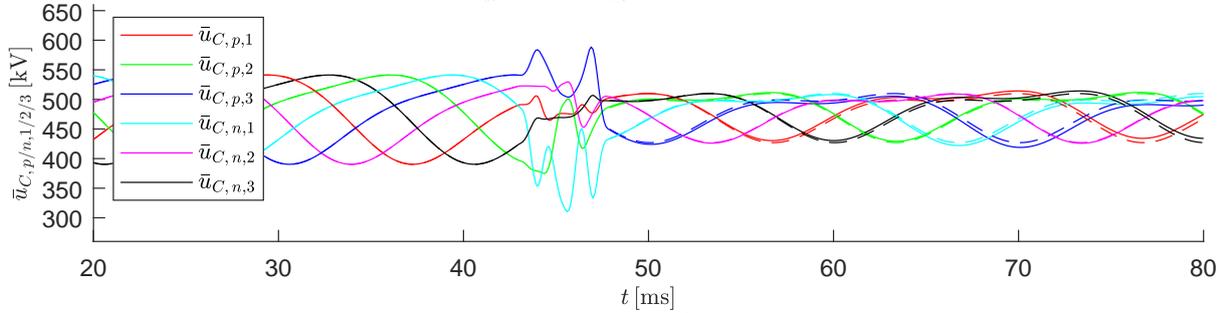
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 4.8\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 43\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 2 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [3]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 8.99\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 30.9\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 310/589\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 278\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [2 \ 3]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 12.4\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 324/581\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 256\text{kV}$$

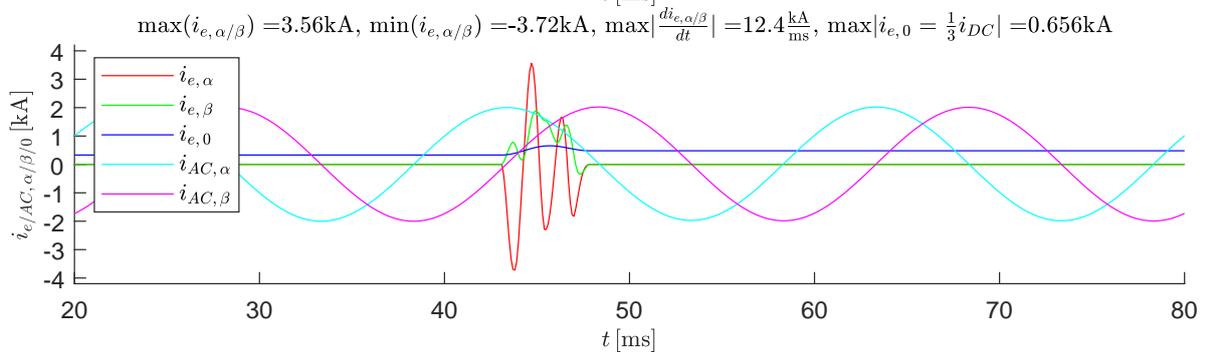
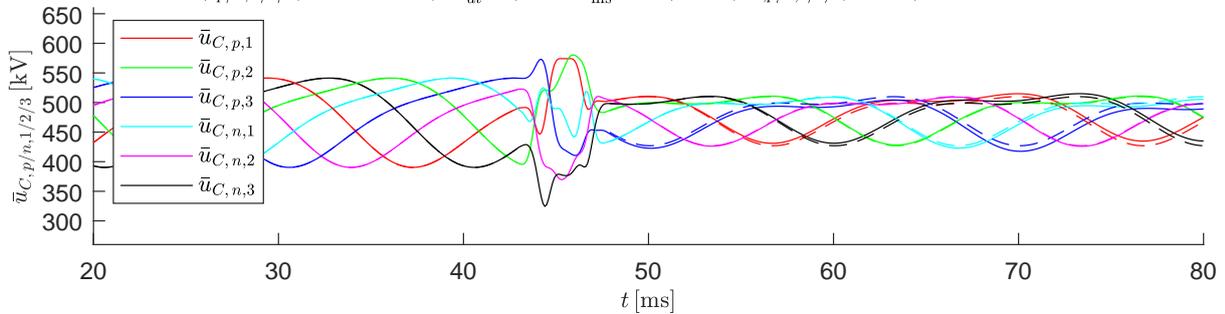


Abbildung B.28: Szenario 2: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 4.8 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 43 \text{ ms}$

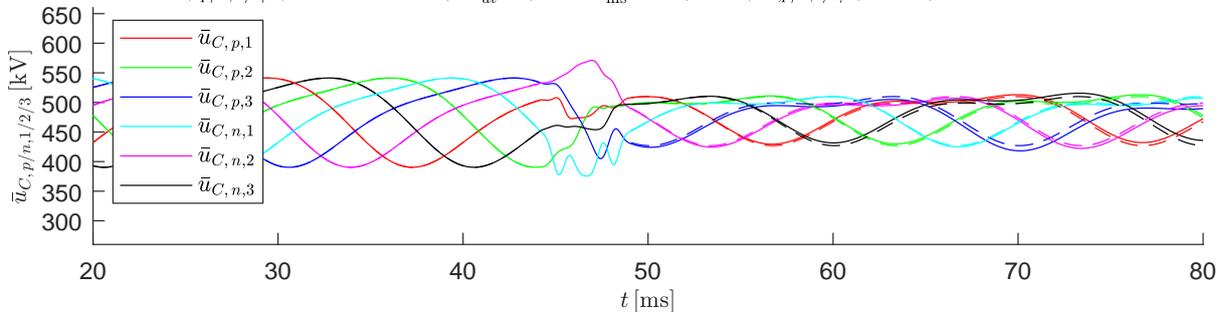
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 4.8\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 44\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

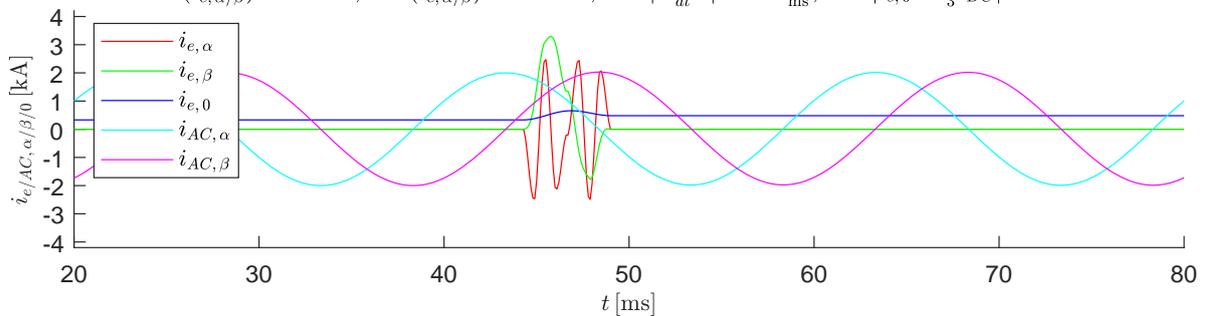
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 2 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [3]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.54\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 13.3\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 376/571\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 196\text{kV}$$

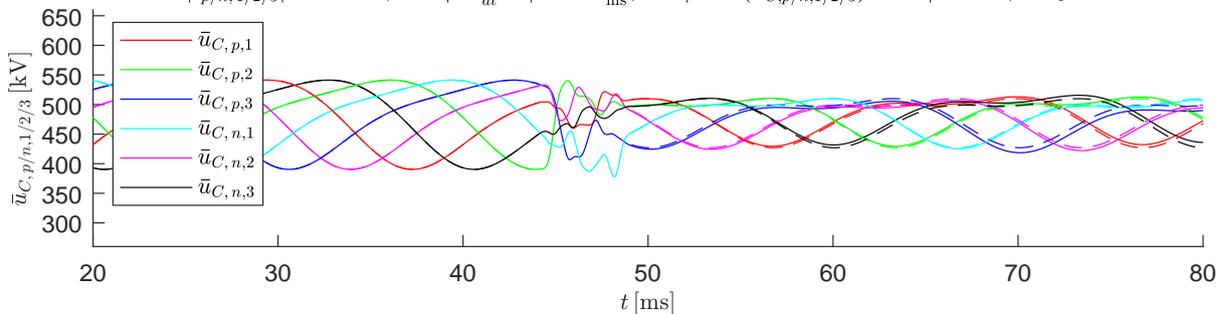


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.29\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.49\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 12.9\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.657\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 3]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 4]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 6.82\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 15.1\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 377/541\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 164\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 5.9\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.63\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 13.8\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.657\text{kA}$$

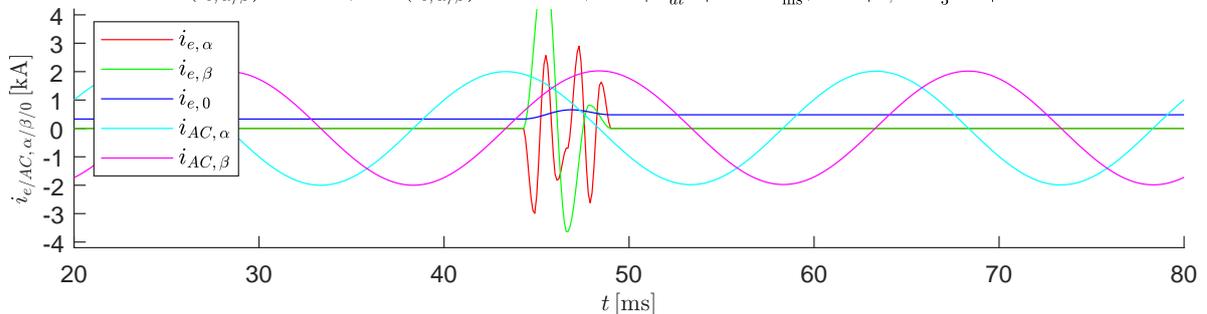


Abbildung B.29: Szenario 2: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 4.8 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 44 \text{ ms}$

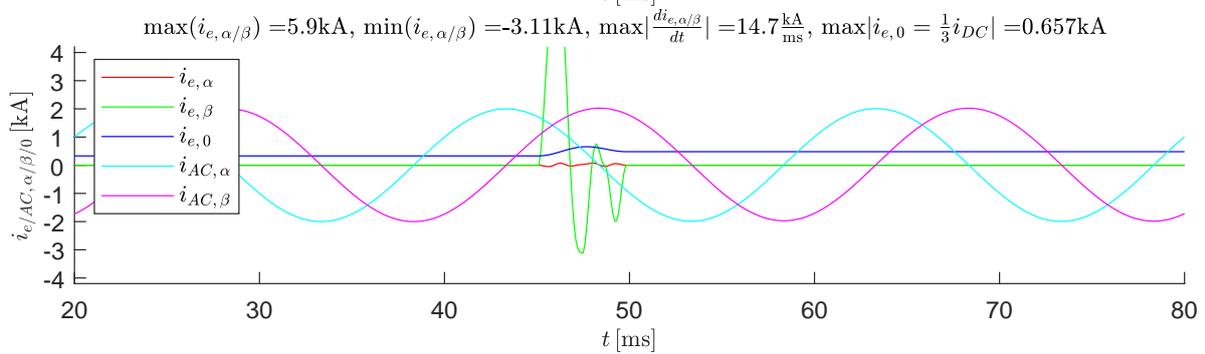
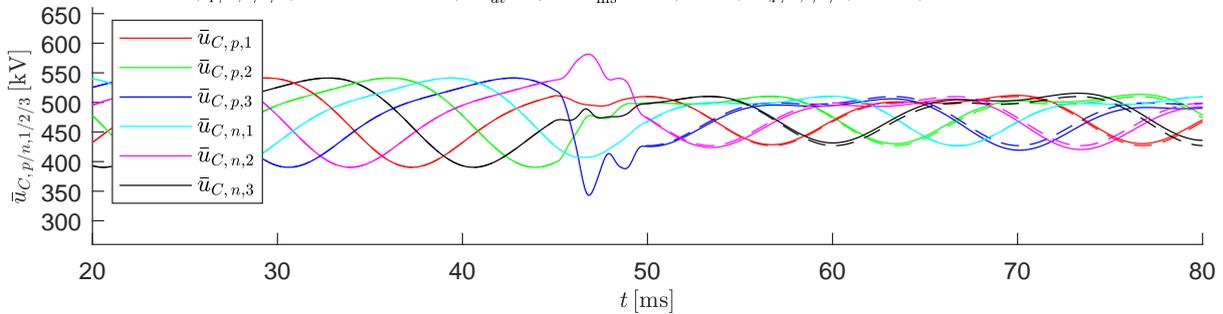
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 4.8\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 45\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 3 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [5]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.85\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 13\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 343/582\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 239\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 2]$, $u_{\Delta,0} : [3 \ 6]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.26\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 6.56\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 352/570\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 218\text{kV}$$

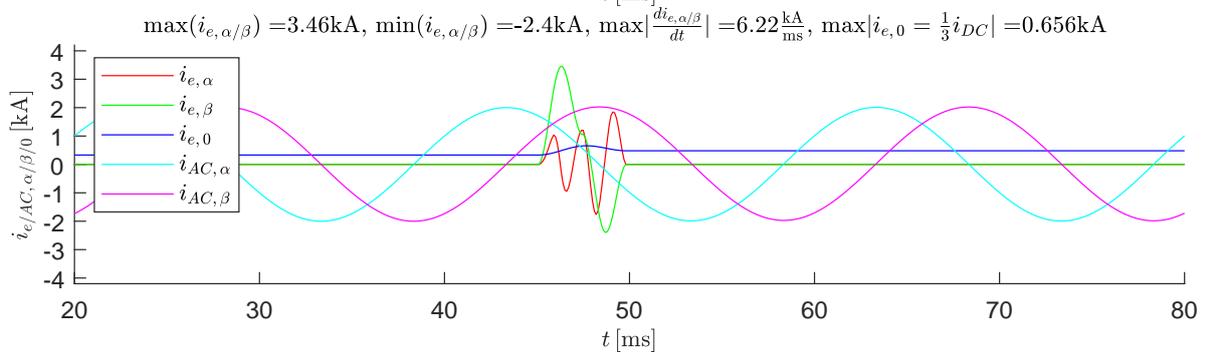
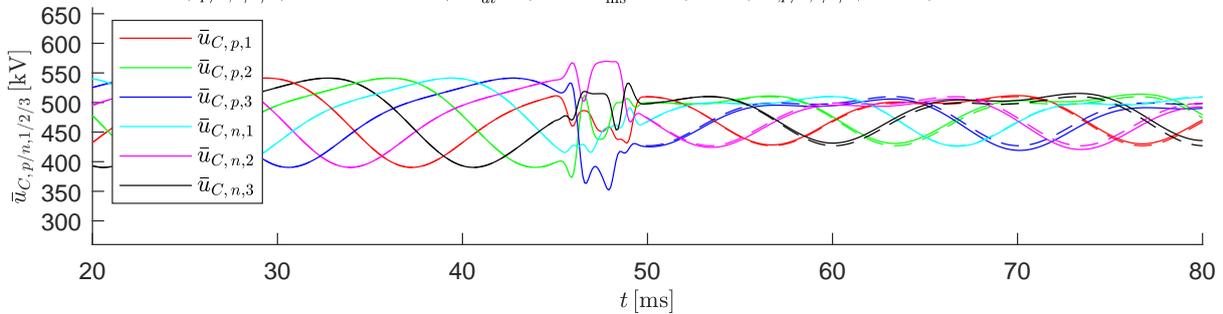


Abbildung B.30: Szenario 2: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 4.8 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 45 \text{ ms}$

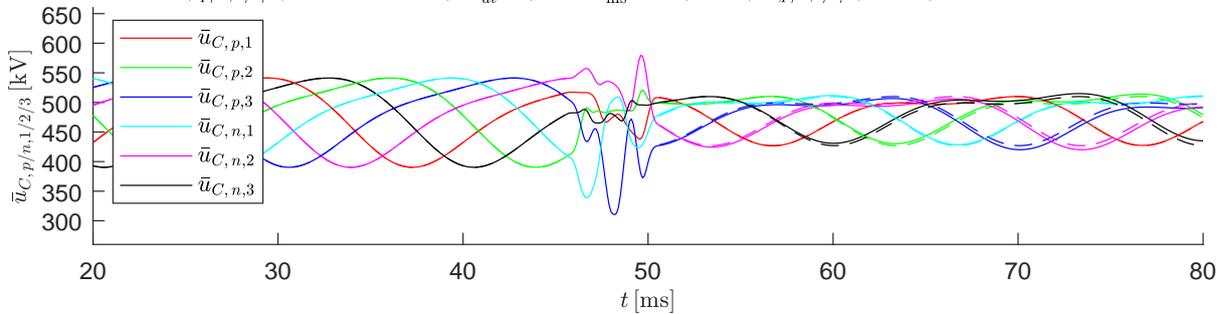
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 4.8\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 46\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

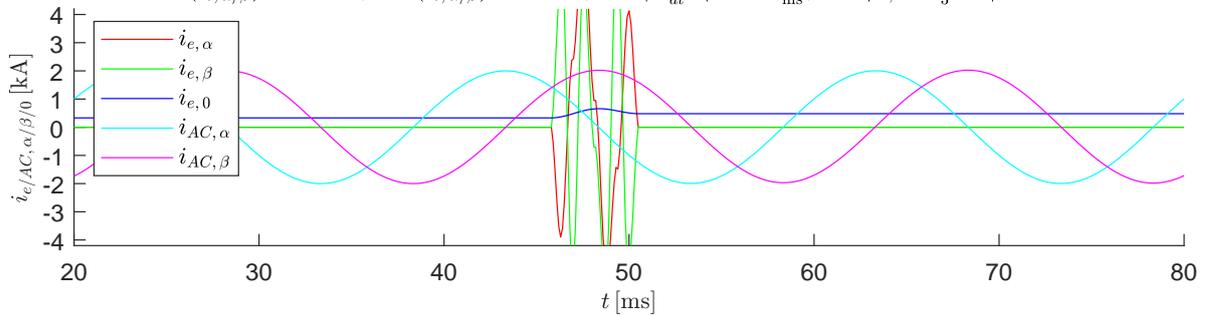
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 2 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [5]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 8.63\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 32.8\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 310/579\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 269\text{kV}$$

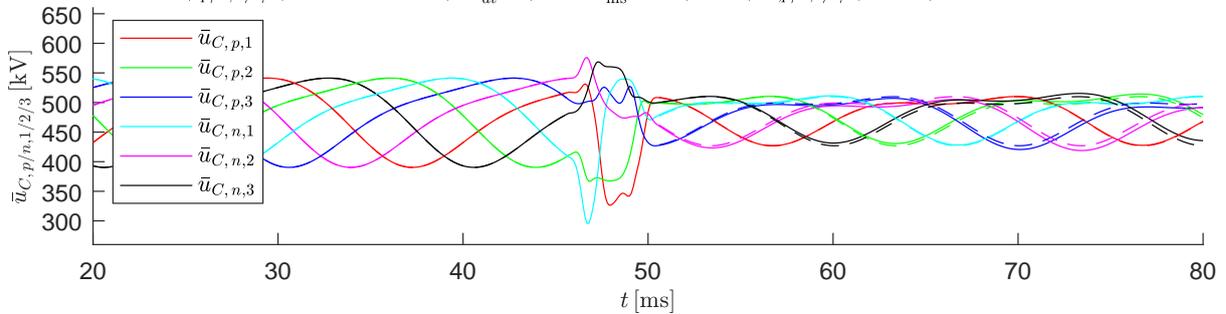


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 6.73\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -5.3\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 30.2\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.658\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [2 \ 3]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.58\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 8.19\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 296/576\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 280\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.72\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.04\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 7.04\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.656\text{kA}$$

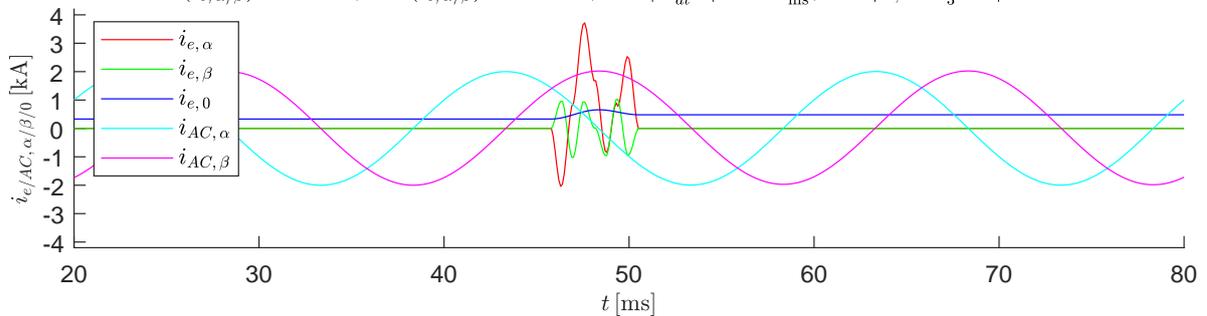


Abbildung B.31: Szenario 2: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 4.8 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 46 \text{ ms}$

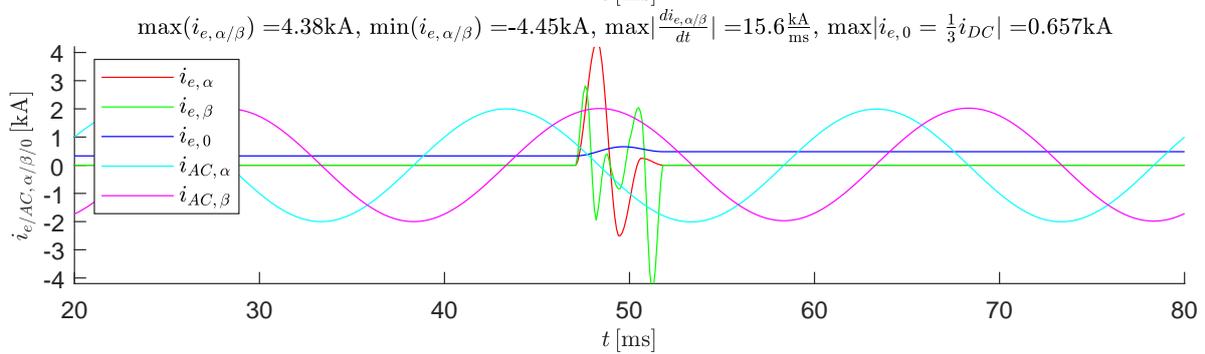
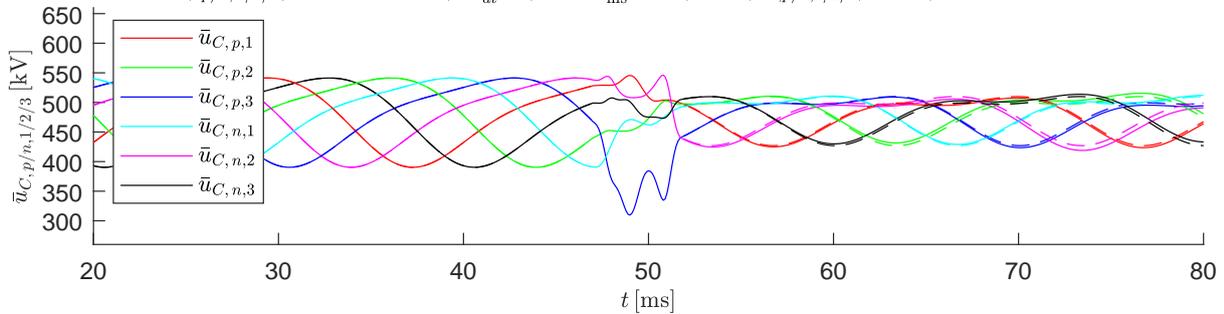
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 4.8\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 47\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 3]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.92\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 13.8\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 310/546\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 236\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 3]$, $i_{e,\beta} : [5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 4]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 6.05\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 12.2\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 303/541\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 238\text{kV}$$

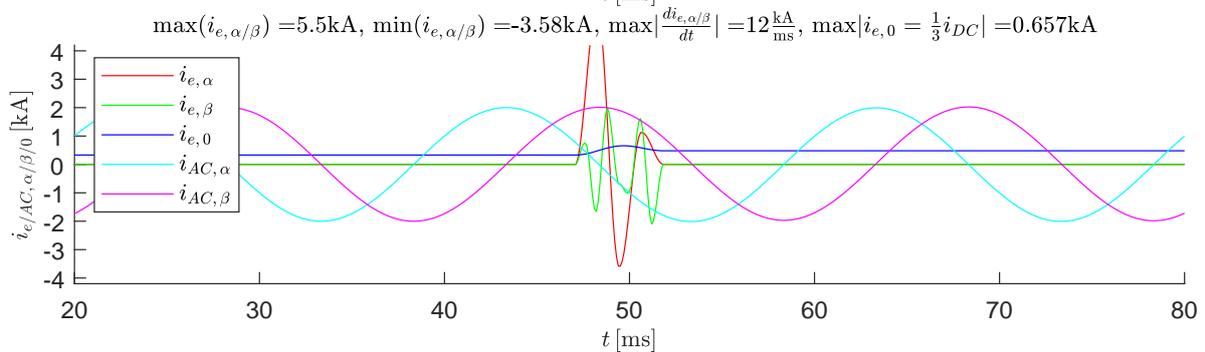
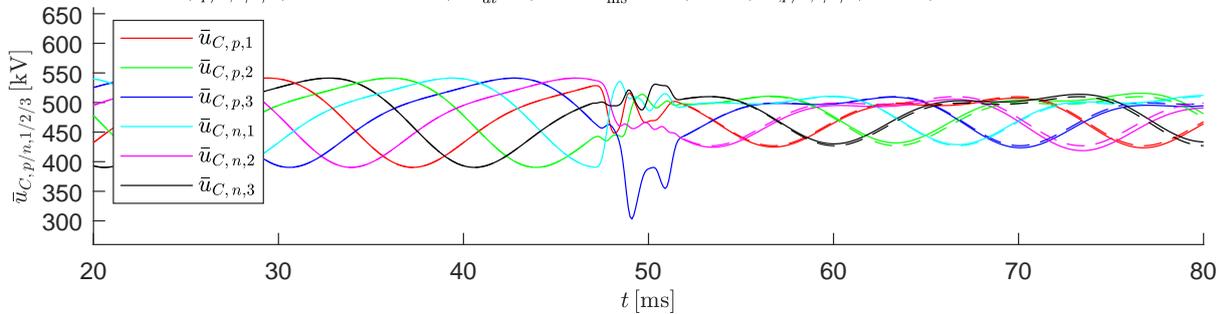


Abbildung B.32: Szenario 2: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 4.8 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 47 \text{ ms}$

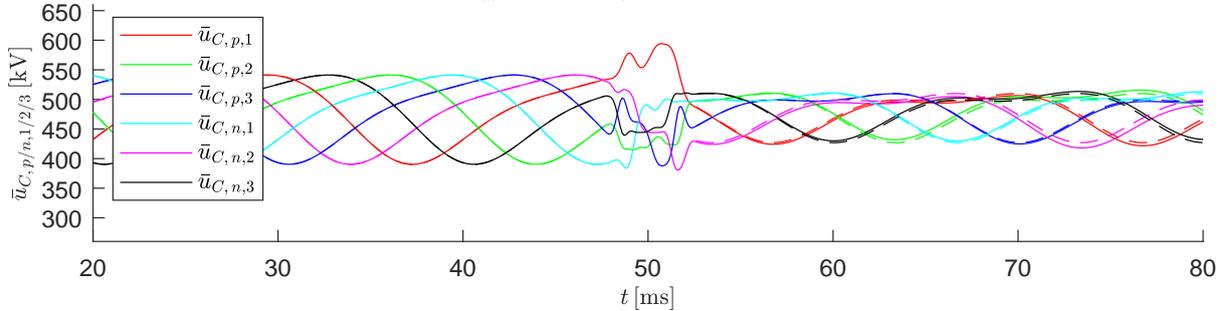
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 4.8\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 48\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

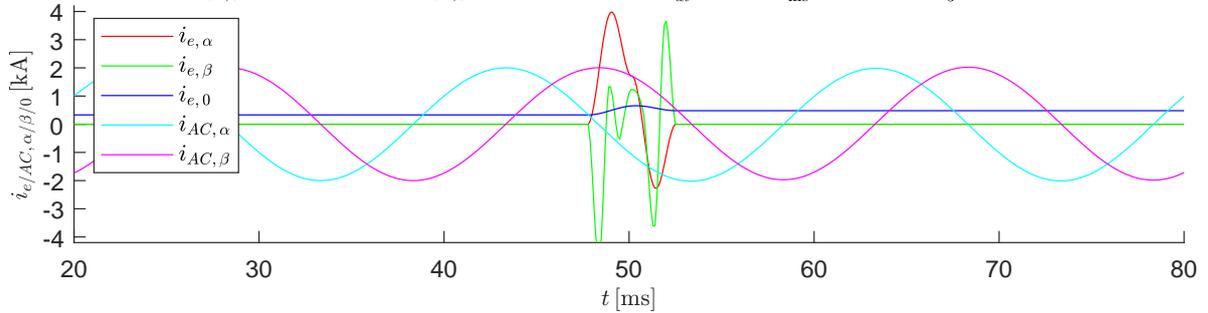
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 2]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 4 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [5]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.56\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 17.6\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 380/594\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 214\text{kV}$$

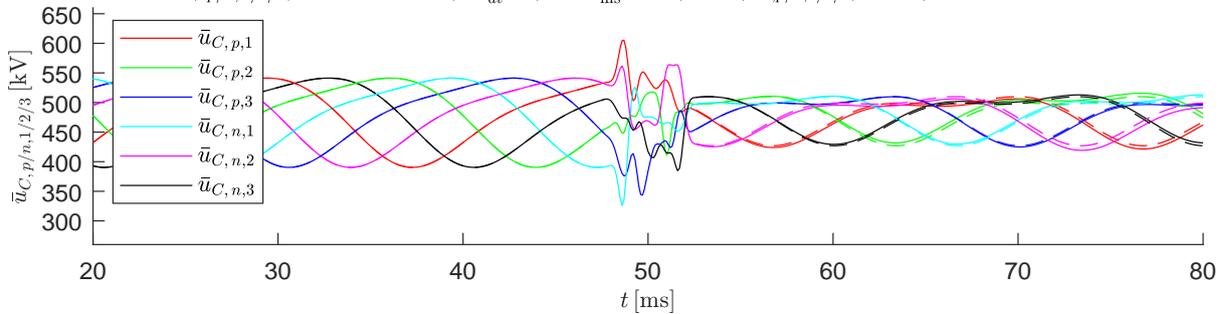


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.98\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -4.79\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 18.8\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.657\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 3]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 6]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.35\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 9.6\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 326/605\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 279\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 4.68\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.95\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 9.82\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.657\text{kA}$$

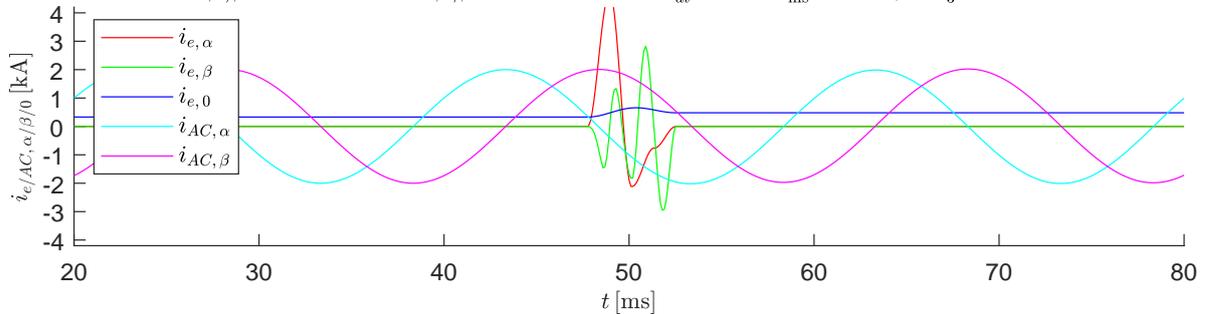


Abbildung B.33: Szenario 2: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 4.8 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 48 \text{ ms}$

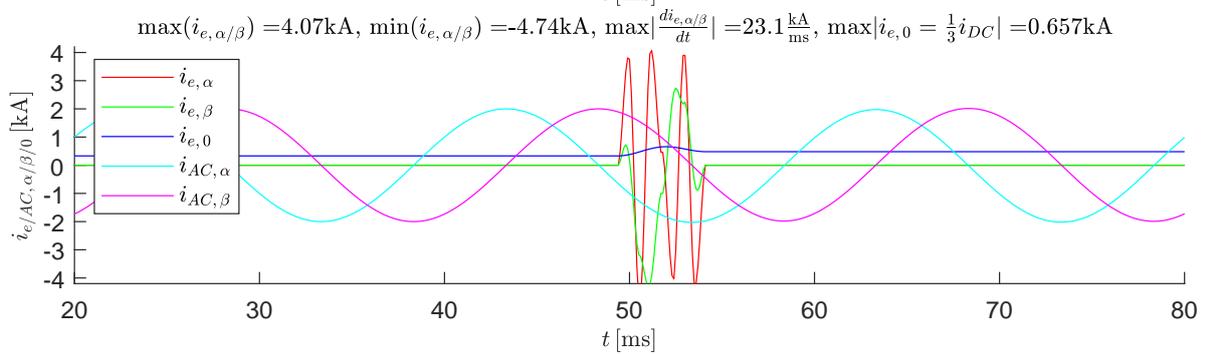
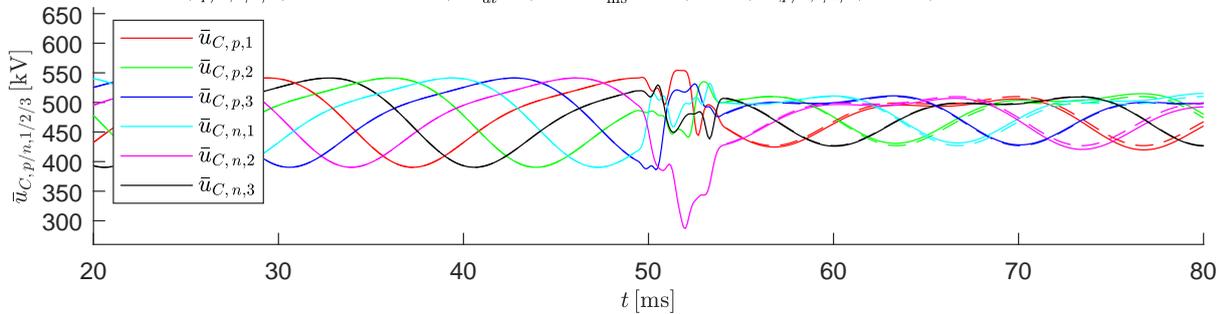
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 4.8\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 49\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 2 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [5]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 6.05\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 23.5\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 287/554\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 267\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [2 \ 3]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.24\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 12.9\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 288/572\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 285\text{kV}$$

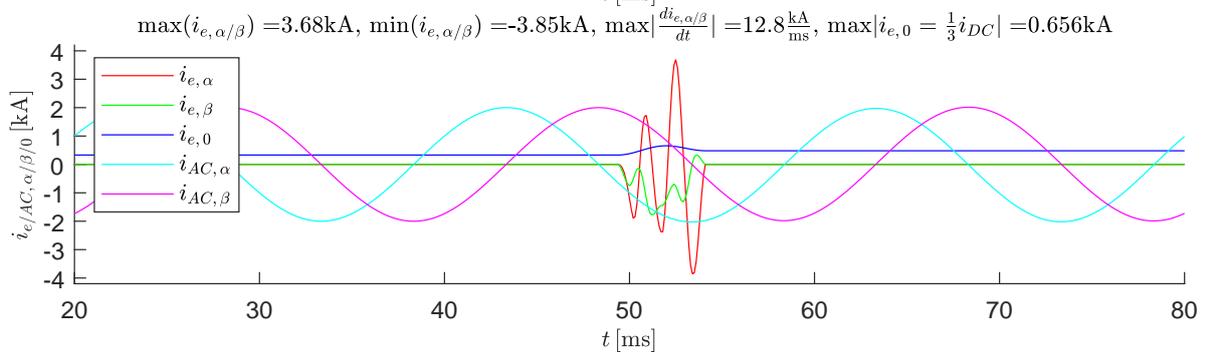
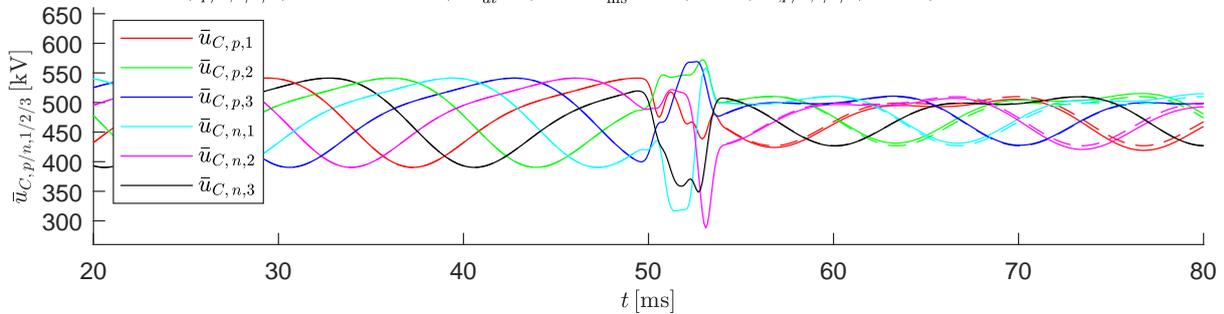


Abbildung B.34: Szenario 2: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 4.8 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 49 \text{ ms}$

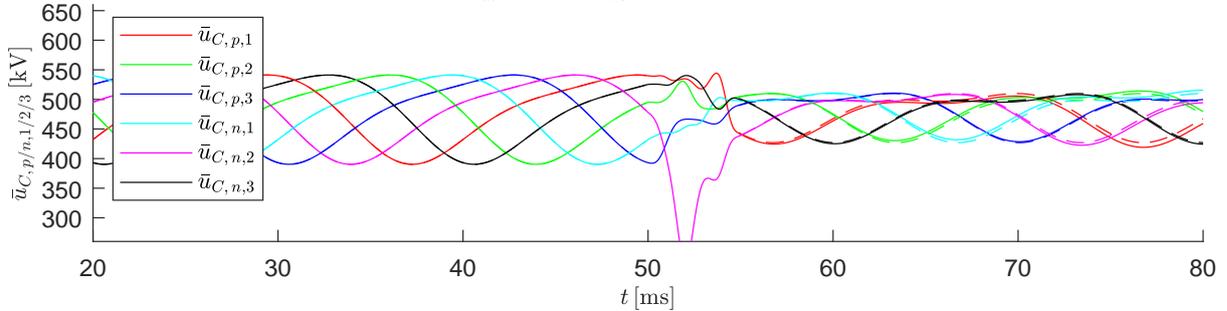
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 4.8\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 50\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

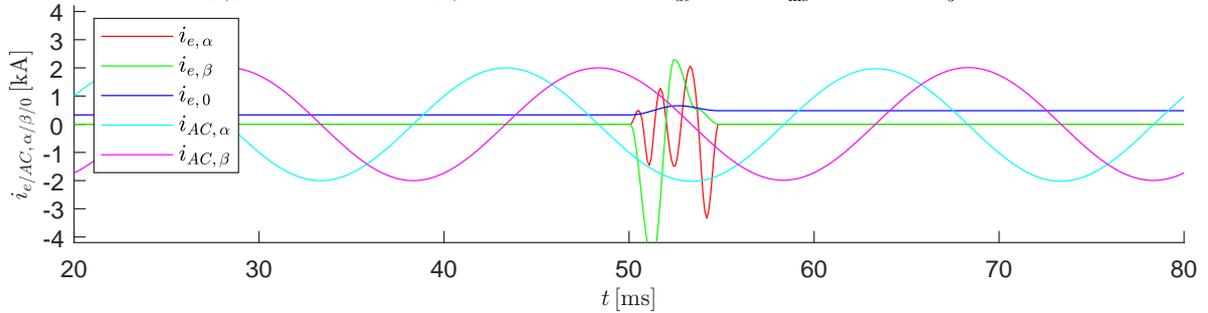
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 3]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.39\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 10.8\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 221/545\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 323\text{kV}$$

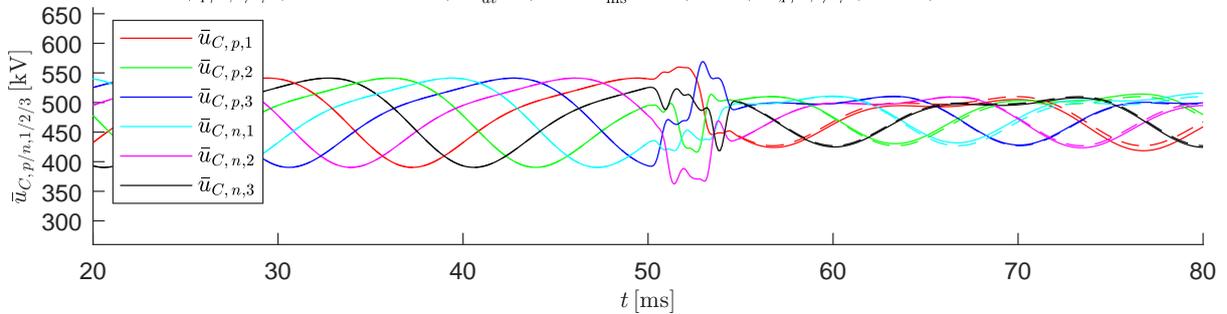


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 2.29\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -4.77\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 10.6\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.657\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [3 \ 4]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.94\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 14.3\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 362/569\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 207\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 4.94\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -5.15\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 14.6\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.657\text{kA}$$

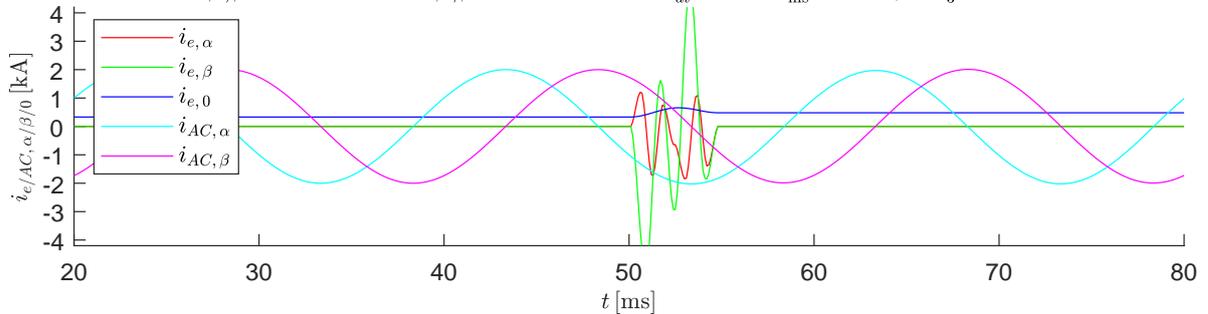


Abbildung B.35: Szenario 2: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 4.8 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 50 \text{ ms}$

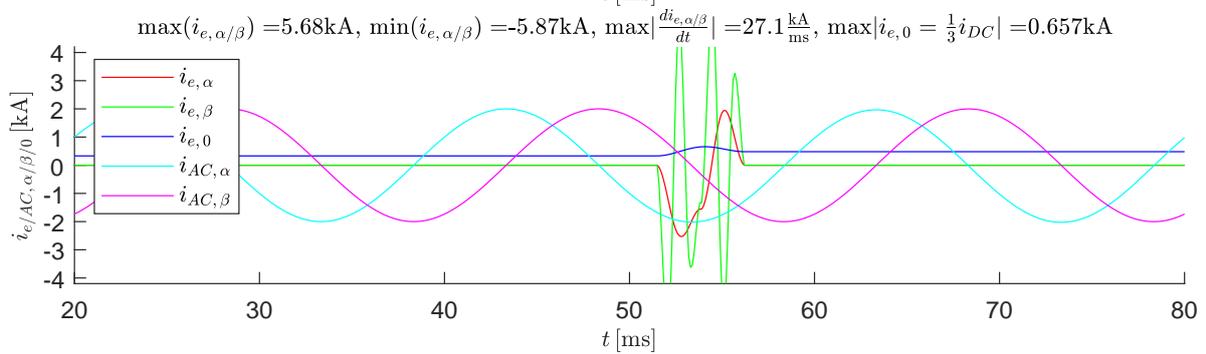
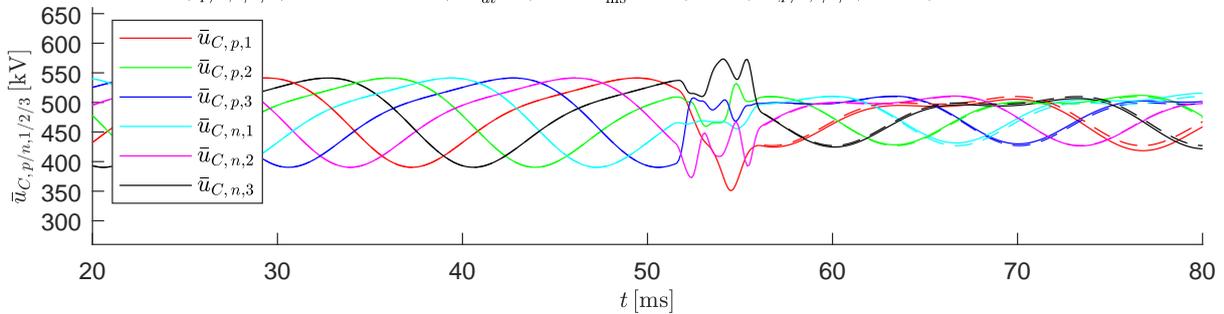
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 4.8\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 51\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 280\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 2 \ 3]$, $i_{e,\beta} : [5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [4]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 6.63\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 25.6 \frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 351/574\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 223\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 3]$, $i_{e,\beta} : [5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 4]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 8.26\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 28.7 \frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 354/568\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 214\text{kV}$$

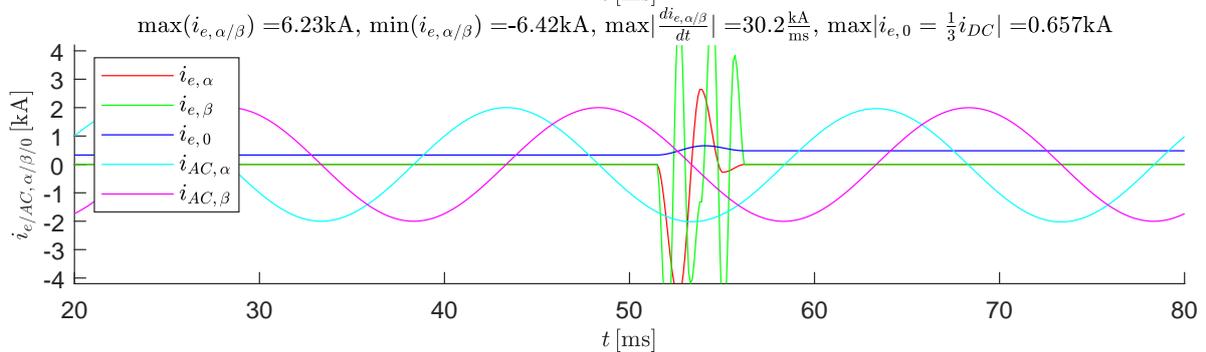
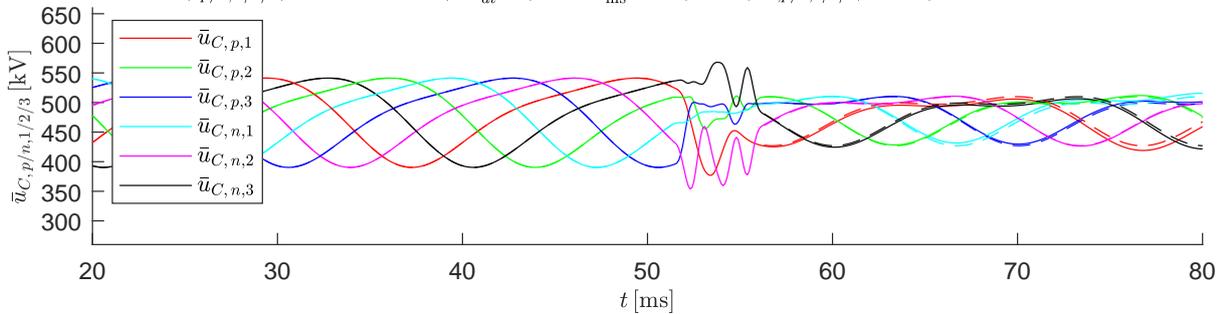


Abbildung B.36: Szenario 2: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.3 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 4.8 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 51 \text{ ms}$

B.5 Ergebnisse des Szenarios 3:

$\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$ zu verschiedenen Startzeitpunkten t_0

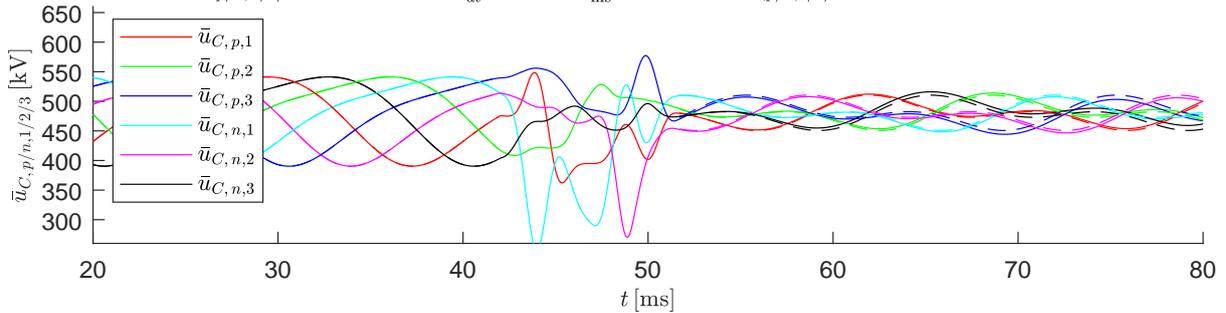
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 42\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

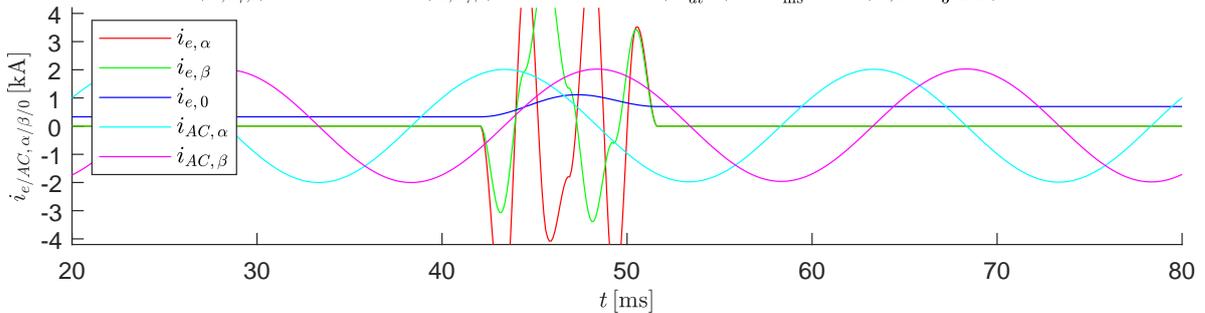
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 2 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [3]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 8\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 16.4 \frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 247/577\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 330\text{kV}$$

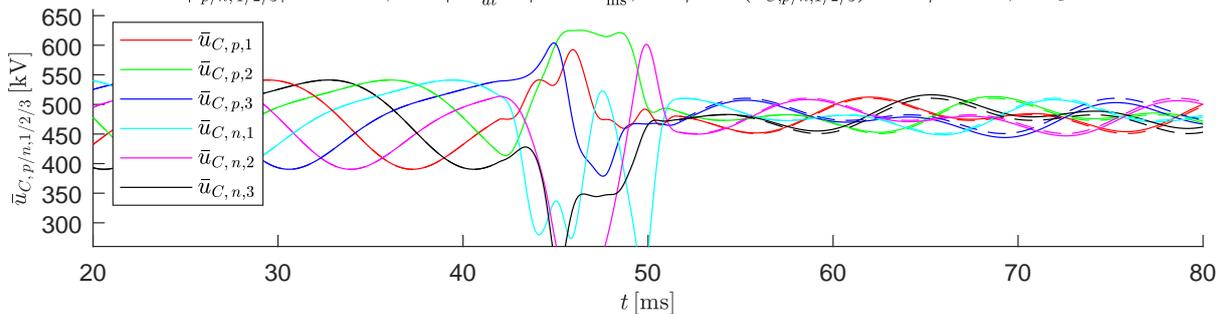


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 6.73\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -7.05\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 16 \frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 1.11\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [2 \ 5]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 7.53\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 10.5 \frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 209/625\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 416\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 5.84\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -6.91\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 10.1 \frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 1.11\text{kA}$$

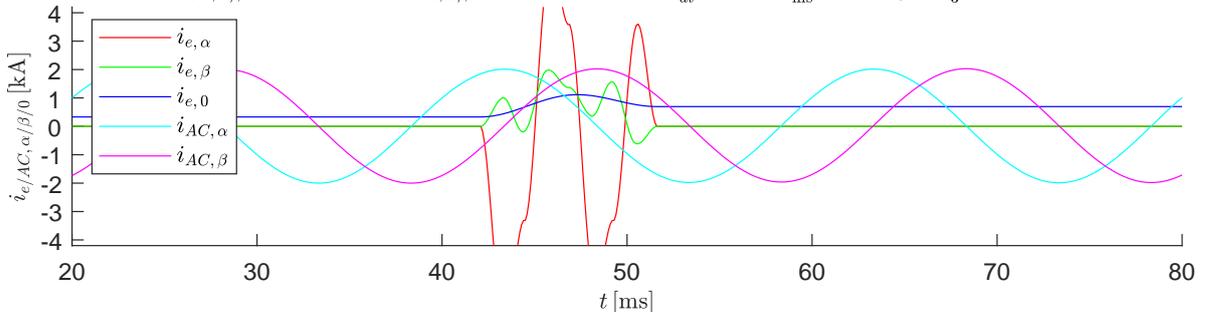


Abbildung B.37: Szenario 3: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6\text{ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 42\text{ms}$

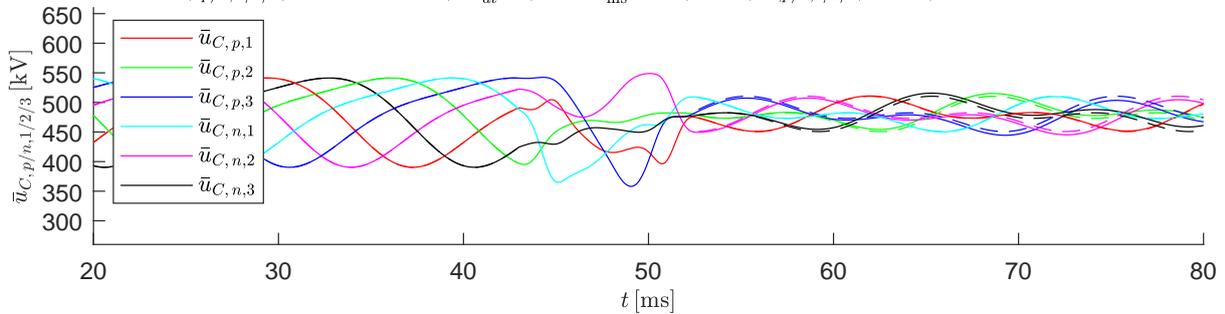
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 43\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

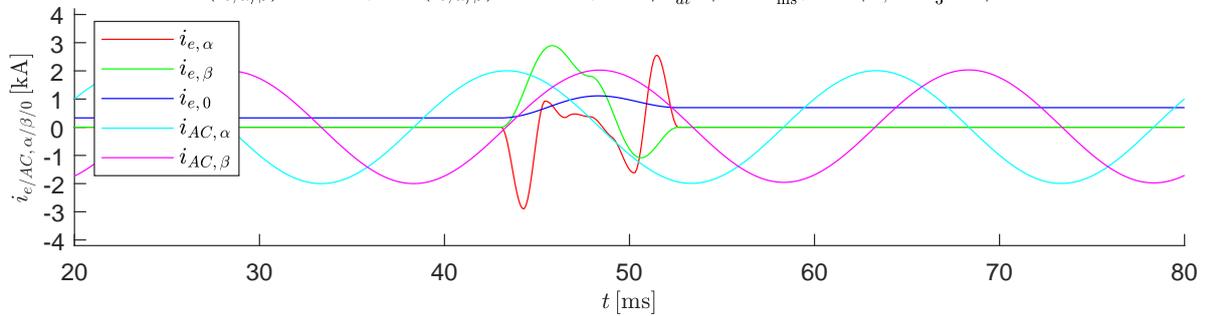
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 2]$, $u_{\Delta,0} : [5]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.15\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 5.49\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 358/549\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 191\text{kV}$$

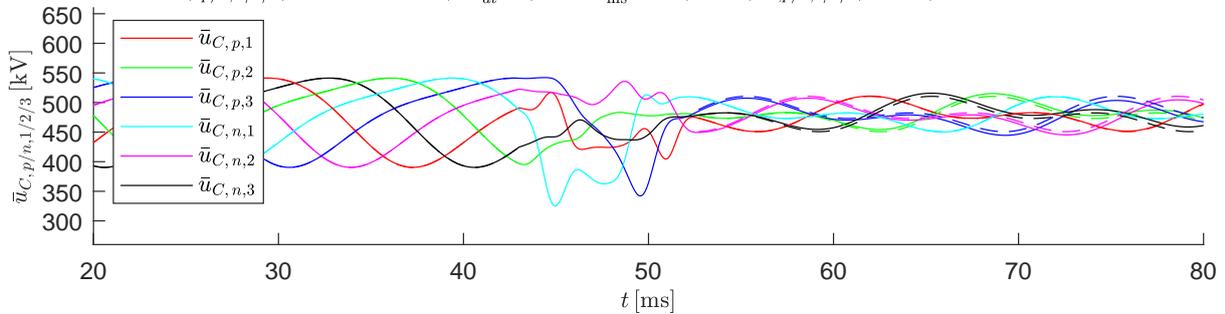


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 2.9\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.9\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 5.4\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 1.11\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 2]$, $u_{\Delta,0} : [3 \ 4]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.73\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 8.36\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 325/542\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 217\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.21\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.31\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 7.94\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 1.11\text{kA}$$

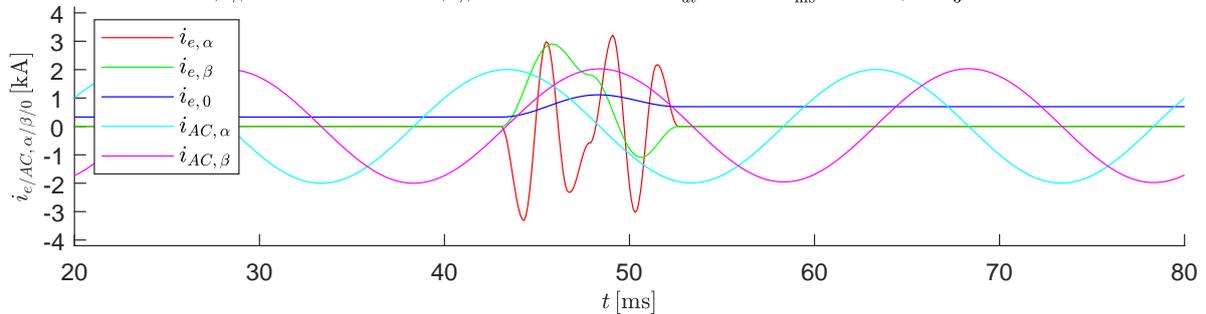


Abbildung B.38: Szenario 3: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 43 \text{ ms}$

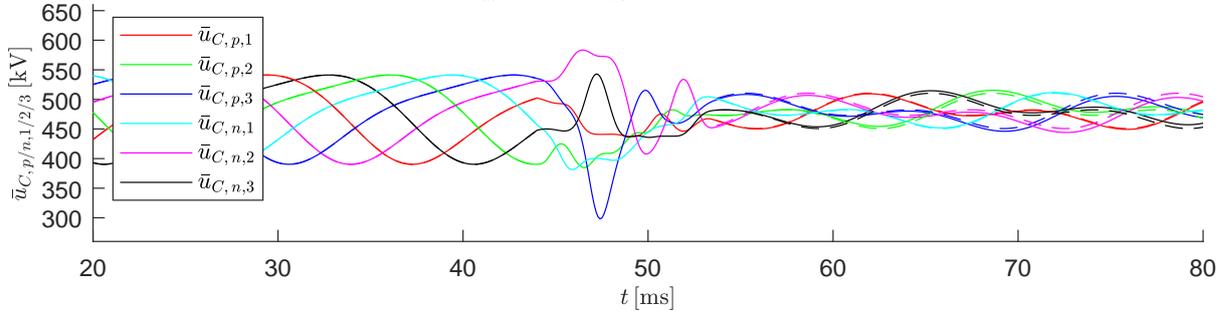
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 44\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

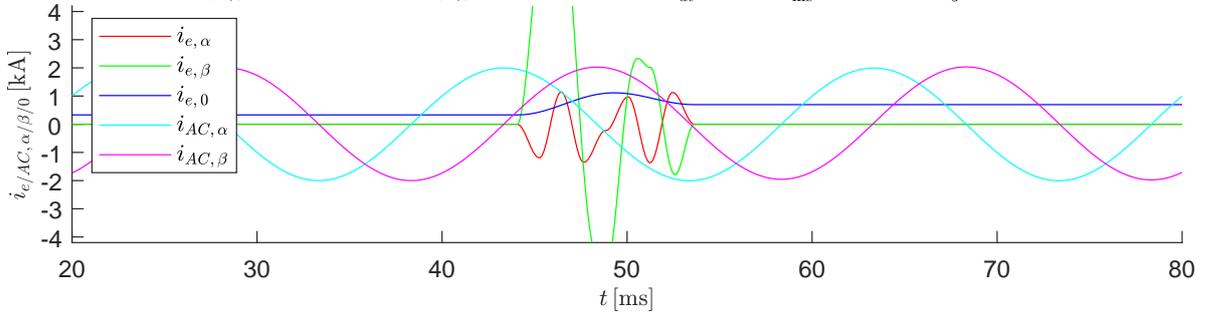
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 3 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [5]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 7.55\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 10.4\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 298/583\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 285\text{kV}$$

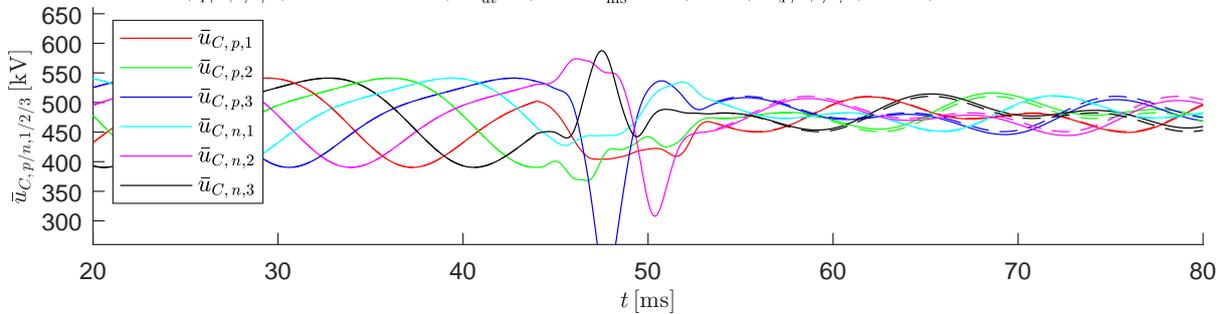


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 7.64\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -5.07\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 10.1\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 1.11\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 3]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 4]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 8.56\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 9.07\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 190/588\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 397\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 8.89\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -5.97\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 9.74\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 1.11\text{kA}$$

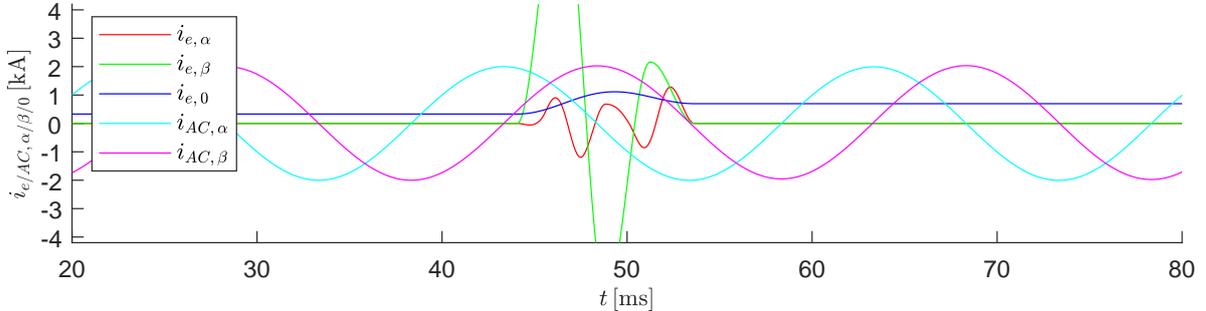


Abbildung B.39: Szenario 3: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 44 \text{ ms}$

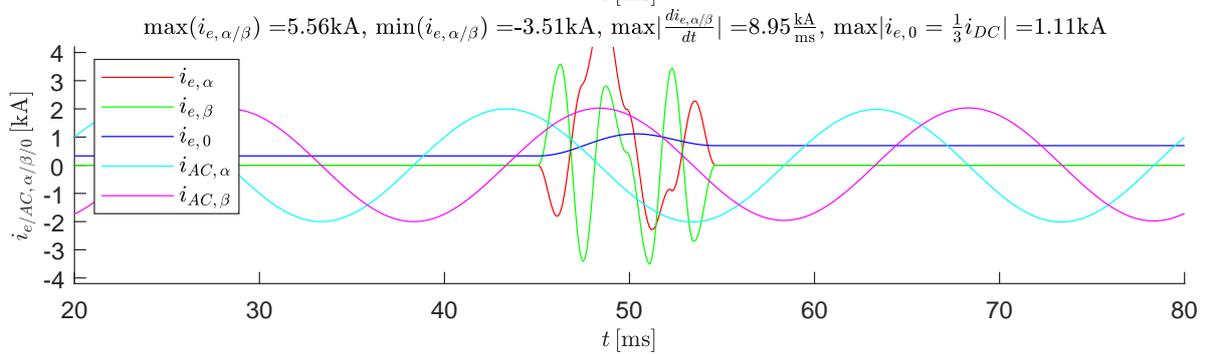
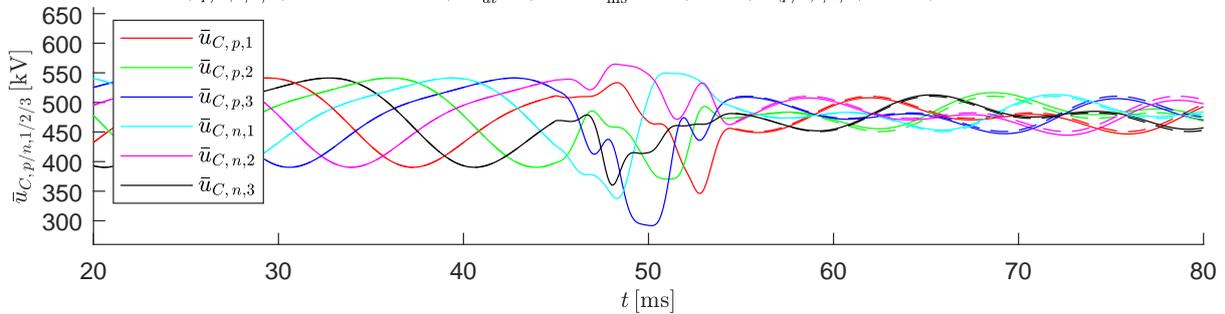
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 45\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 2 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [3]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 6.57\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 10.4 \frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 292/565\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 273\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 11.6\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 23 \frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 104/610\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 505\text{kV}$$

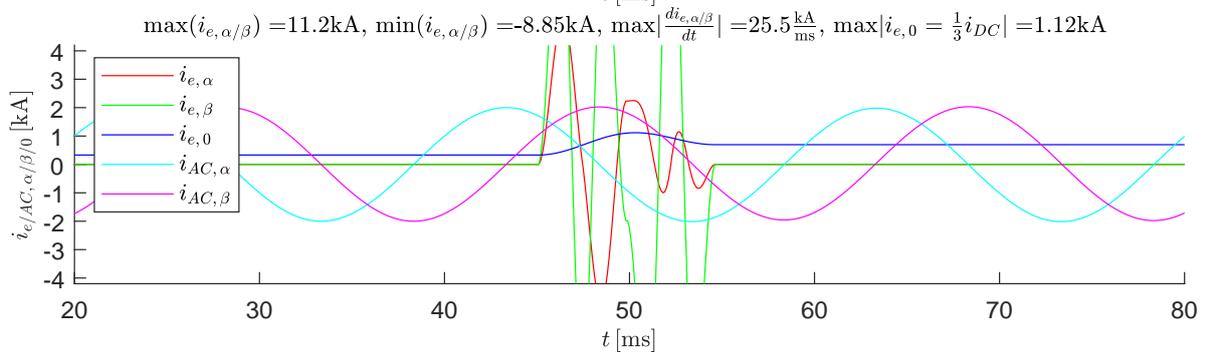
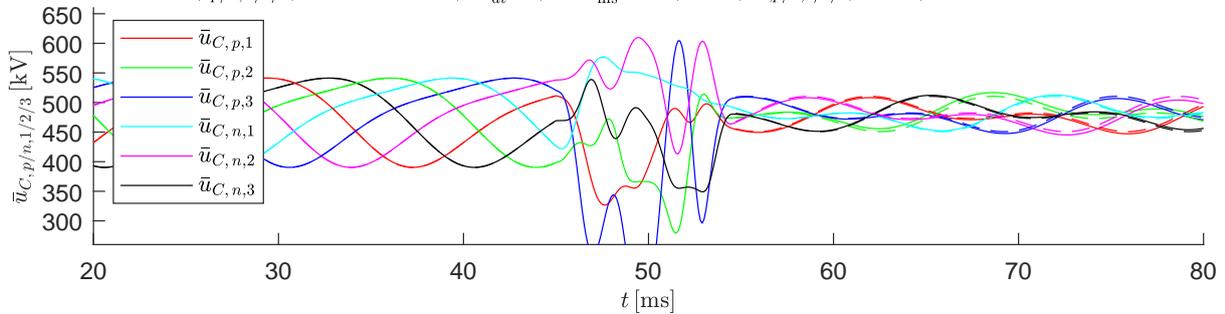


Abbildung B.40: Szenario 3: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 45 \text{ ms}$

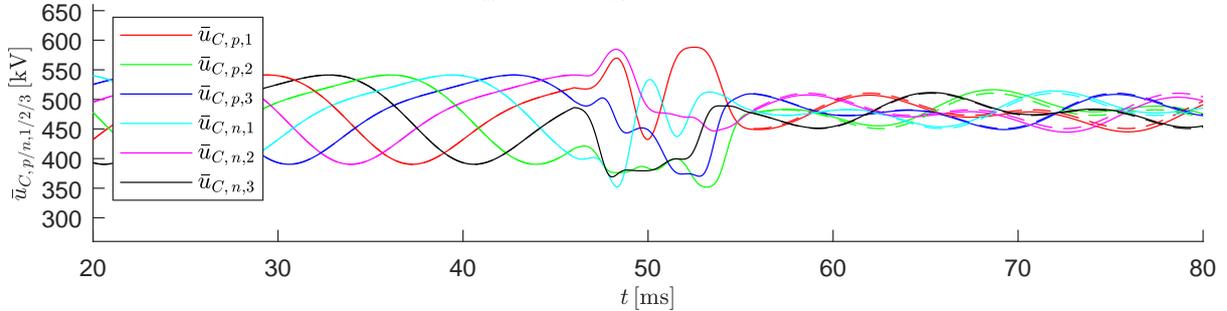
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 46\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

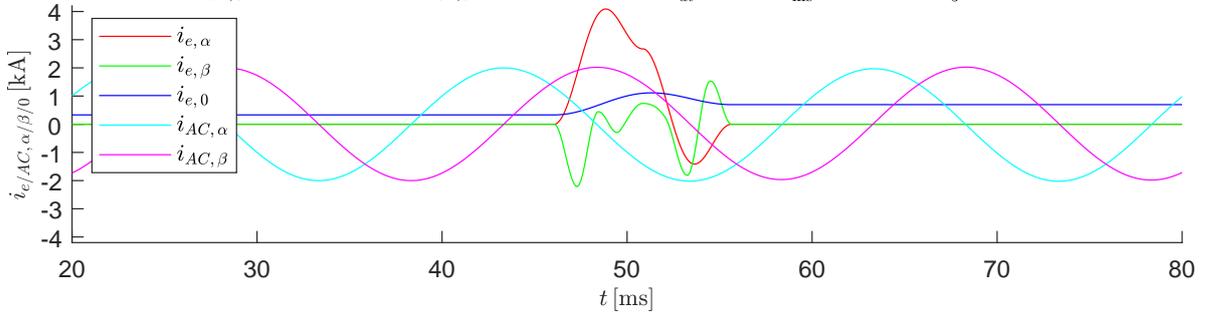
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 2]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 4 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [5]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.08\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 4.25\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 352/588\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 236\text{kV}$$

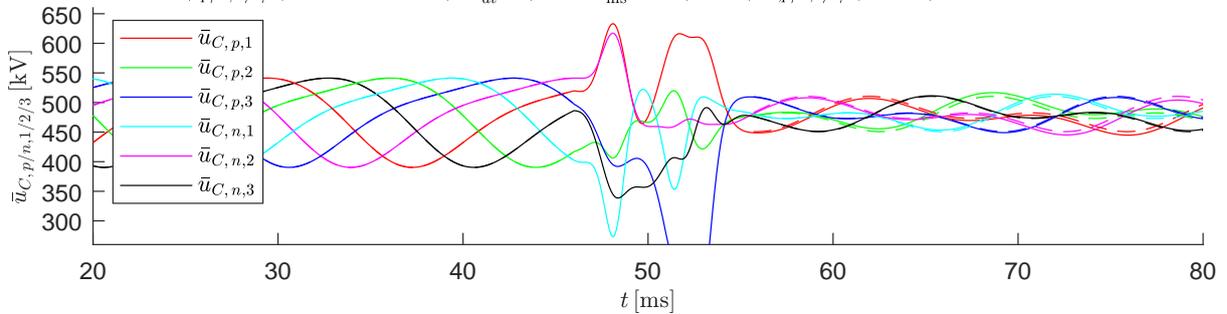


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 4.09\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.22\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 4.24\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 1.11\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 2]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [5 \ 6]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.48\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 2.97\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 135/633\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 499\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.52\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -1.45\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 2.05\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 1.11\text{kA}$$

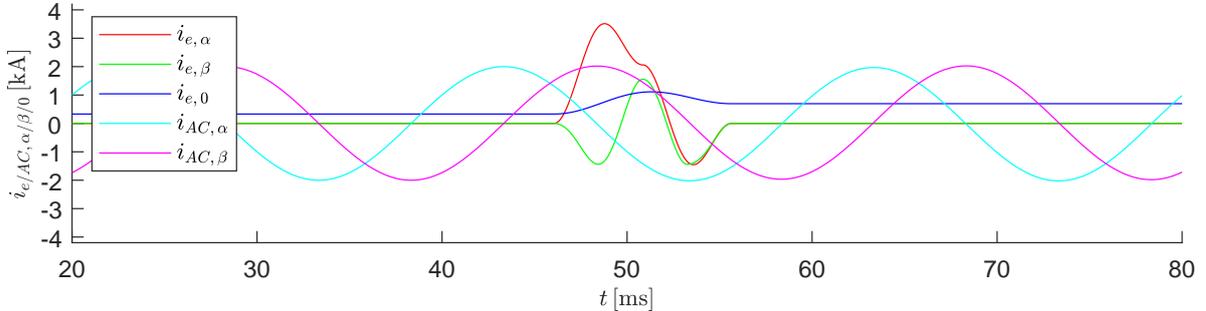


Abbildung B.41: Szenario 3: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 46 \text{ ms}$

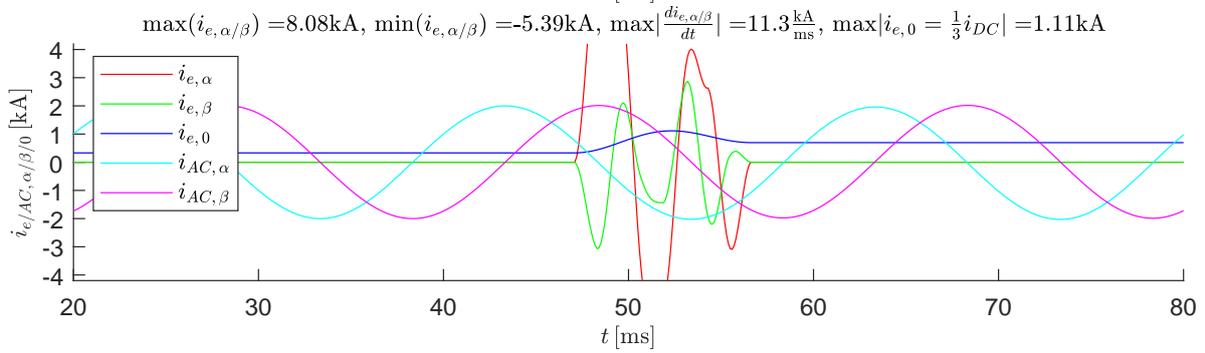
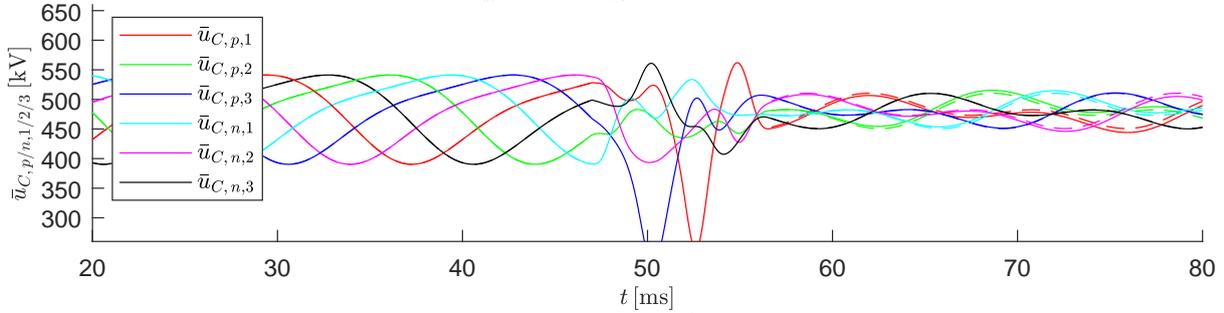
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 47\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 3 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 8.63\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 11.4\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 219/562\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 343\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [2 \ 3]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.67\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 9.32\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 24/607\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 584\text{kV}$$

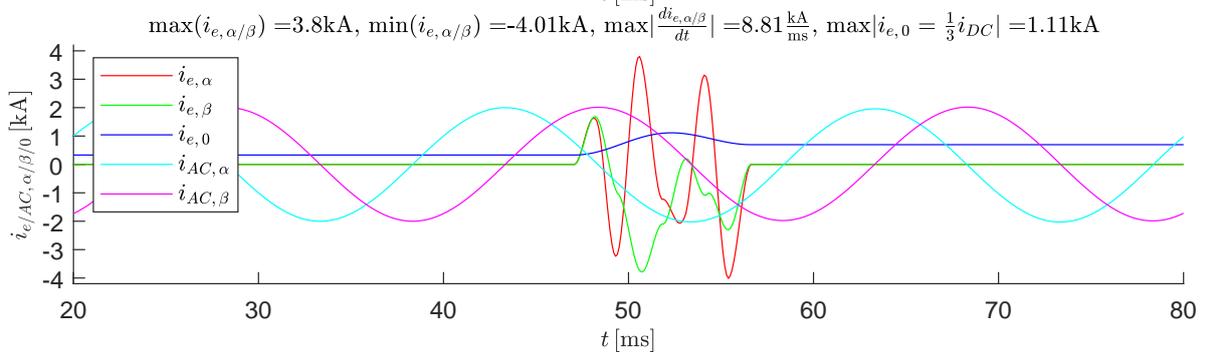
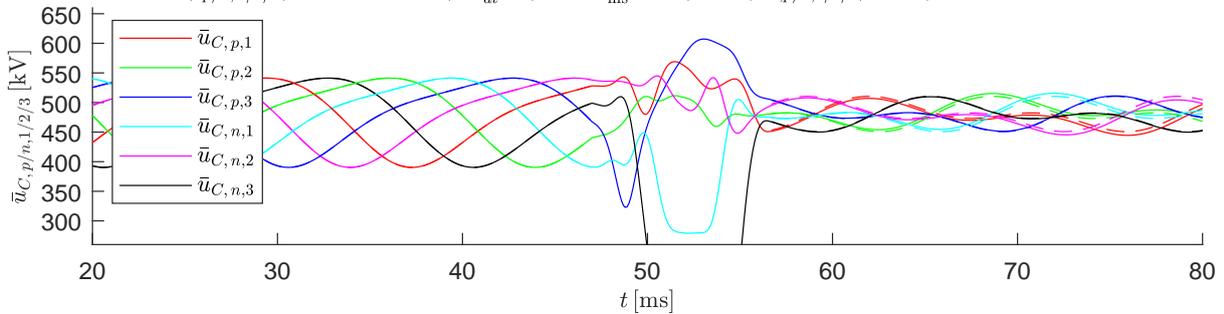


Abbildung B.42: Szenario 3: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 47 \text{ ms}$

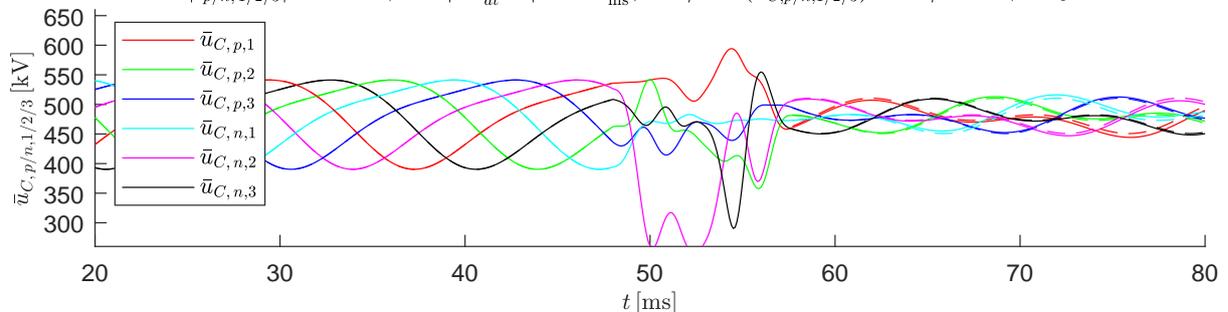
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 48\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

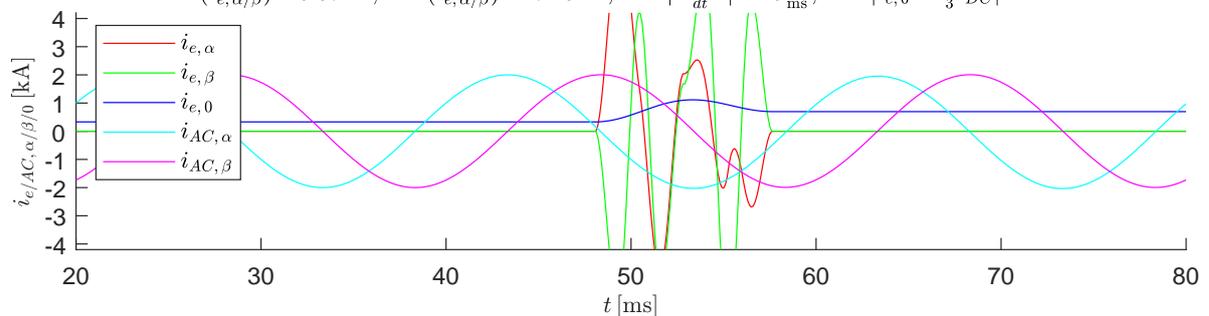
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 9.17\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 16.1\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 246/594\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 348\text{kV}$$

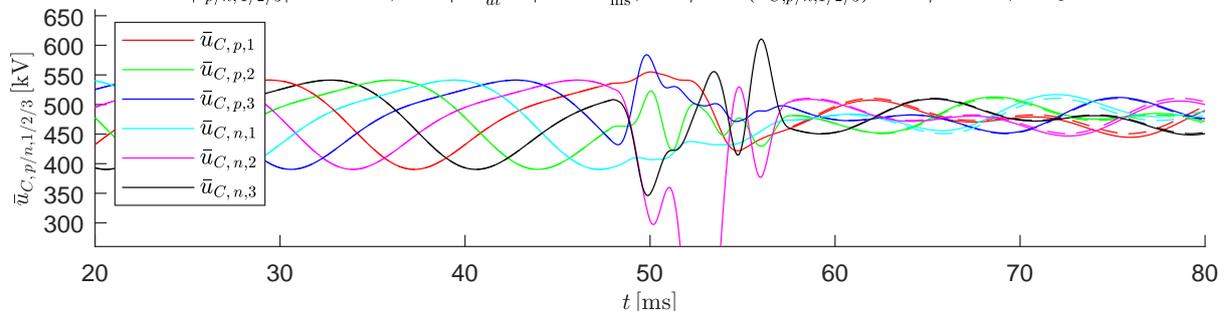


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 6.87\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -7.29\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 16\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 1.11\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 3]$, $i_{e,\beta} : [5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 4]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 10.4\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 19.6\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 52/611\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 559\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 8.95\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -9.4\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 21.1\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 1.12\text{kA}$$

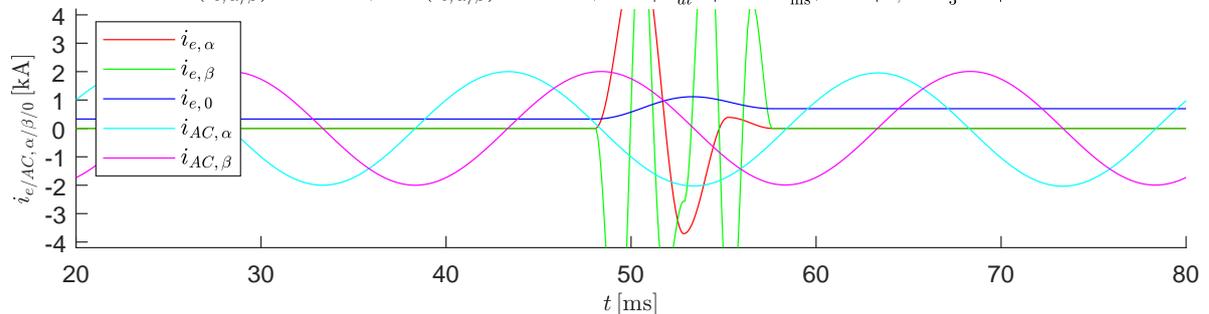


Abbildung B.43: Szenario 3: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms zum Startzeitpunkt $t_0 = 48$ ms

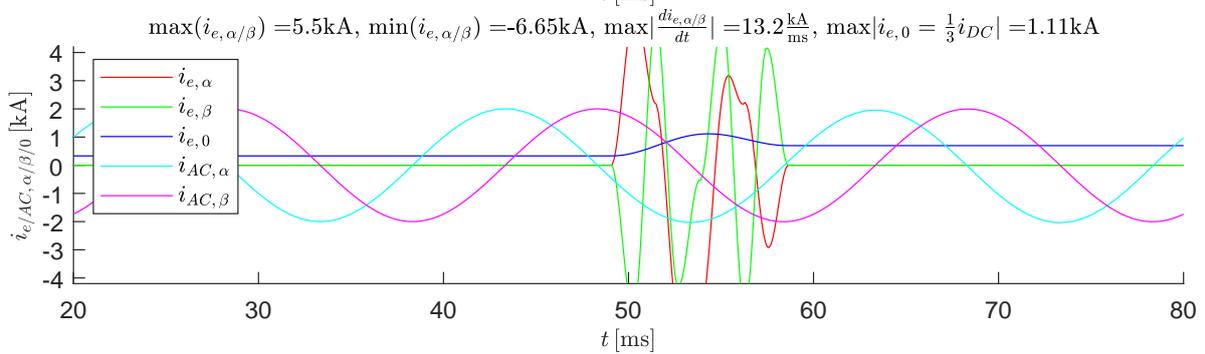
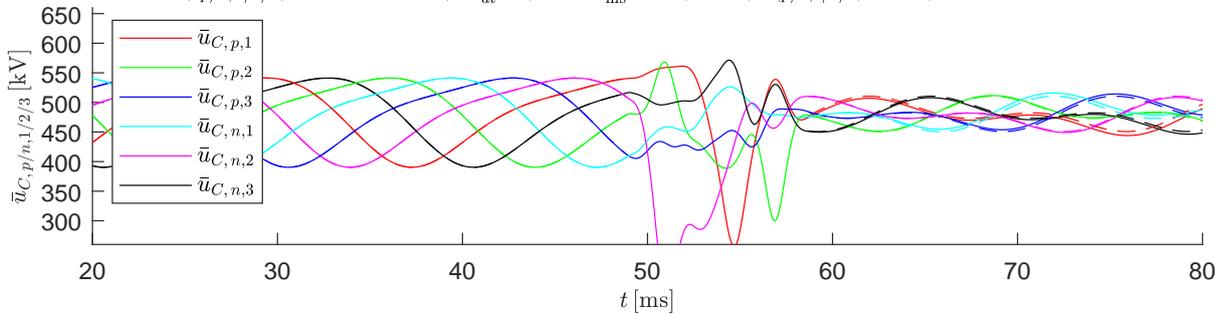
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 49\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 3 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 8.18\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 15.7\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 155/571\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 417\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 10.1\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 15.8\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 28/670\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 643\text{kV}$$

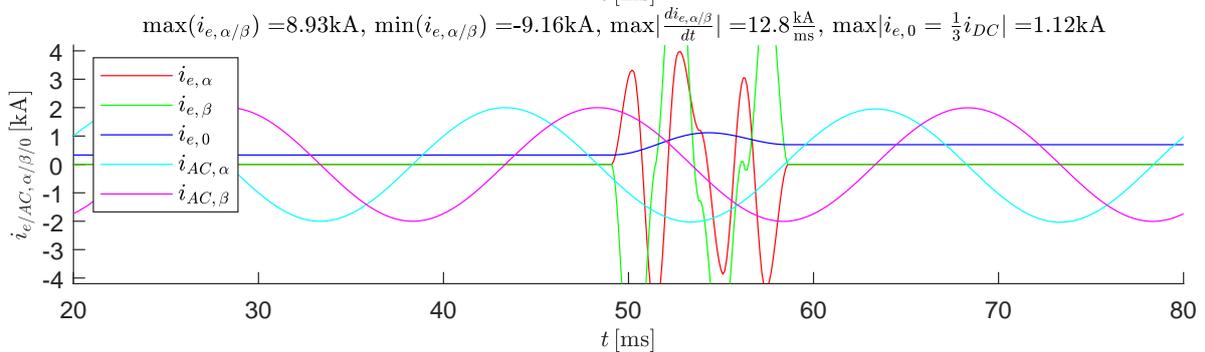
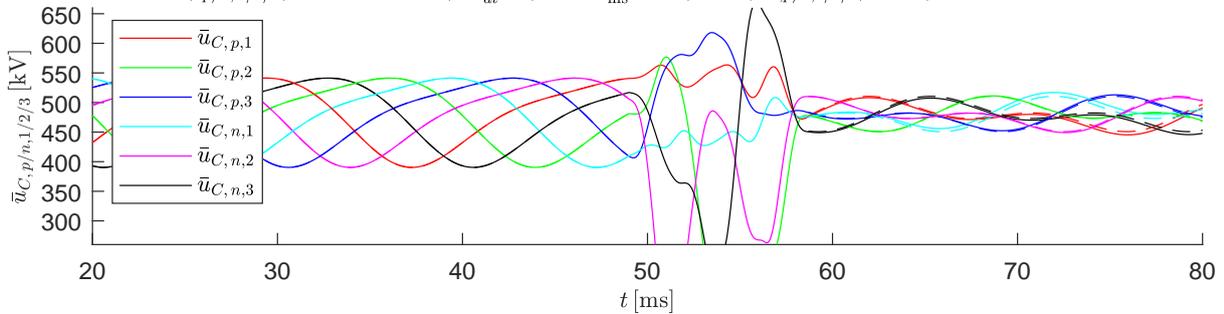


Abbildung B.44: Szenario 3: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6\text{ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 49\text{ms}$

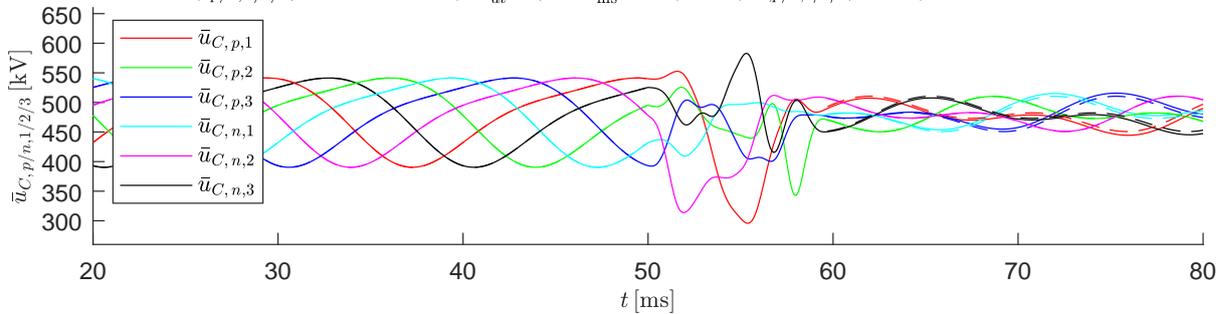
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 50\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

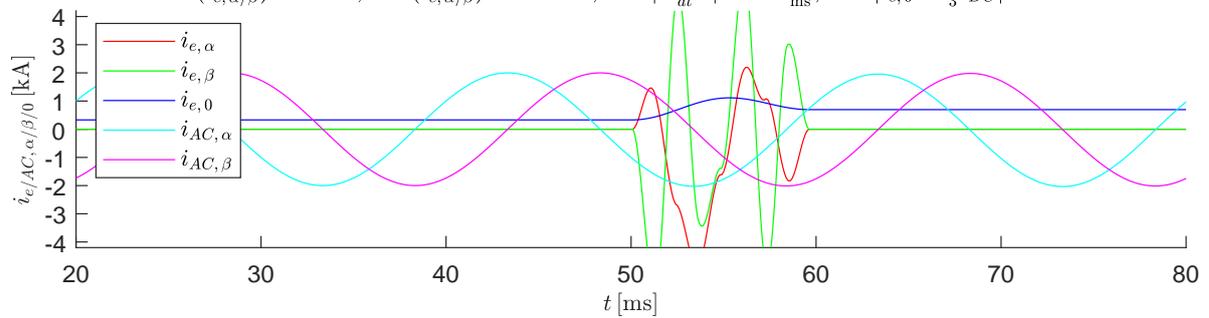
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 2 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [3]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 6.95\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 14\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 296/583\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 287\text{kV}$$

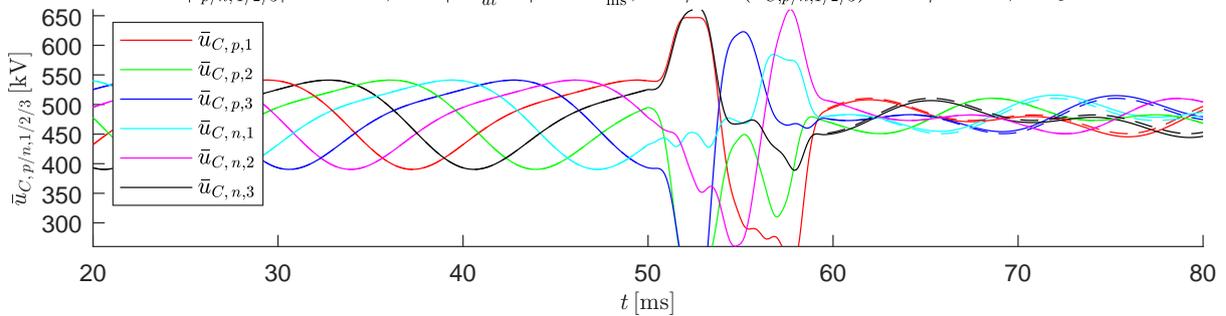


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 5.5\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -5.74\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 13.1\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 1.11\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [3 \ 4]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.36\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 4.32\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 154/663\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 508\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 2.16\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.67\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 4.15\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 1.11\text{kA}$$

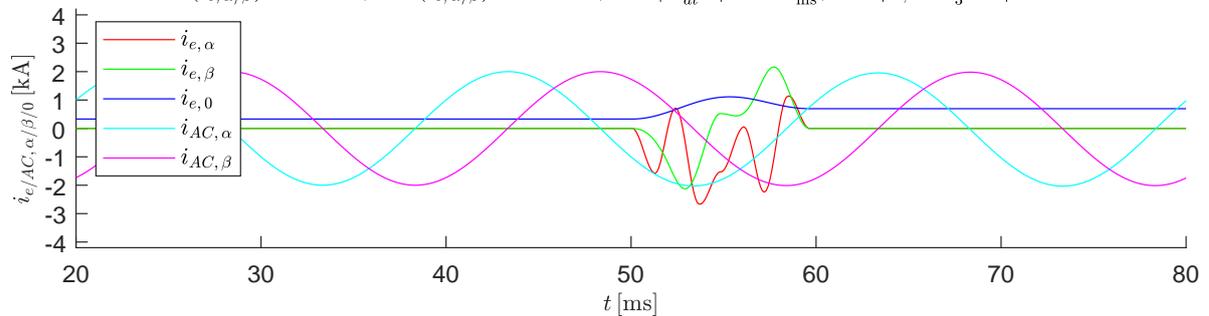


Abbildung B.45: Szenario 3: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 50 \text{ ms}$

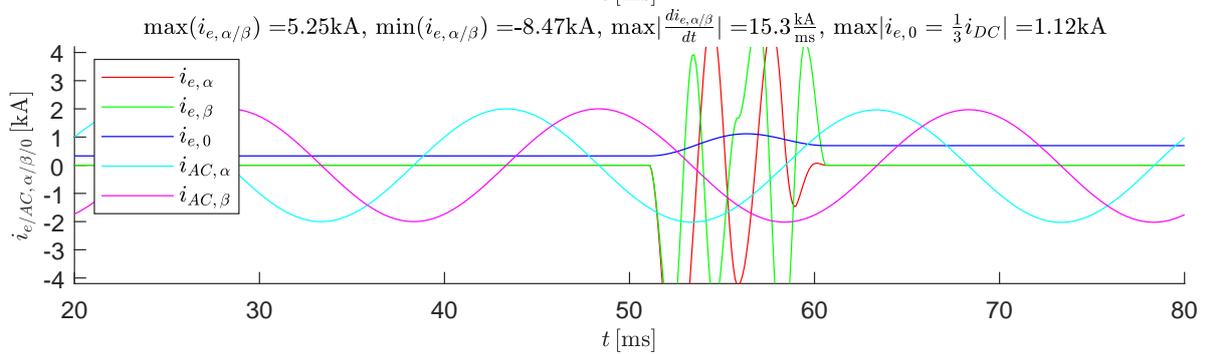
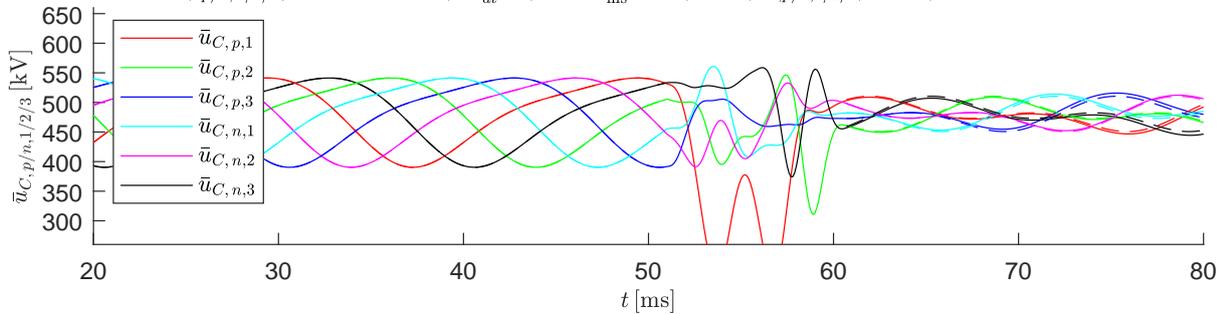
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 51\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 9.73\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 15.1 \frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 198/561\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 363\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 3]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 6]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 6.86\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 8.13 \frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 152/608\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 455\text{kV}$$

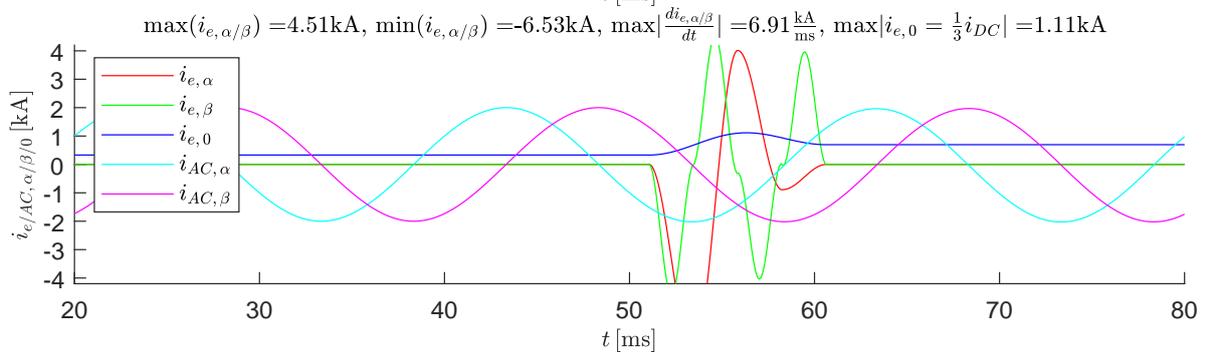
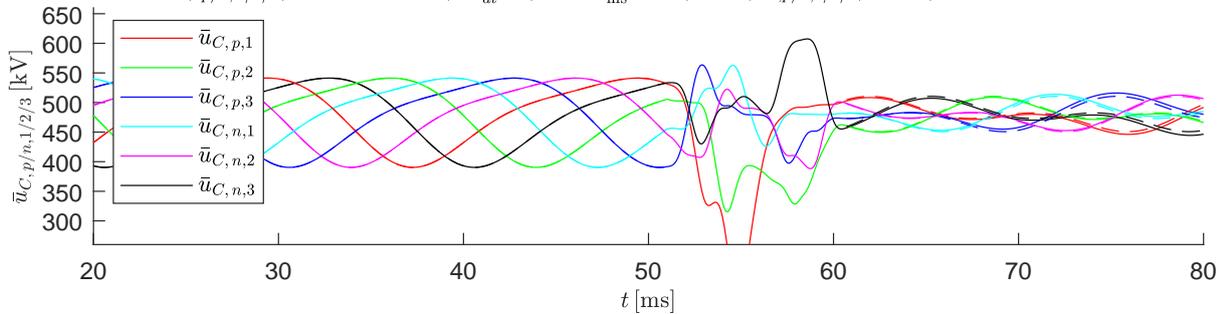


Abbildung B.46: Szenario 3: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 51 \text{ ms}$

B.6 Ergebnisse des Szenarios 4:

Szenario 3 mit Kreisströmen im (ss)

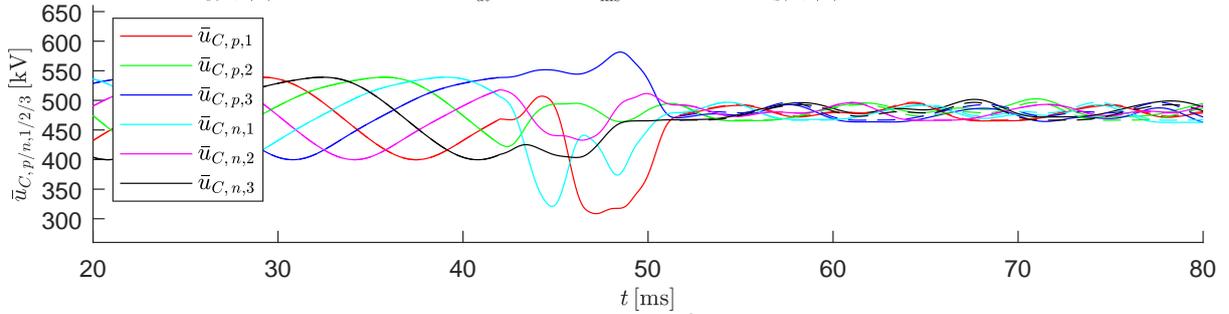
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 42\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

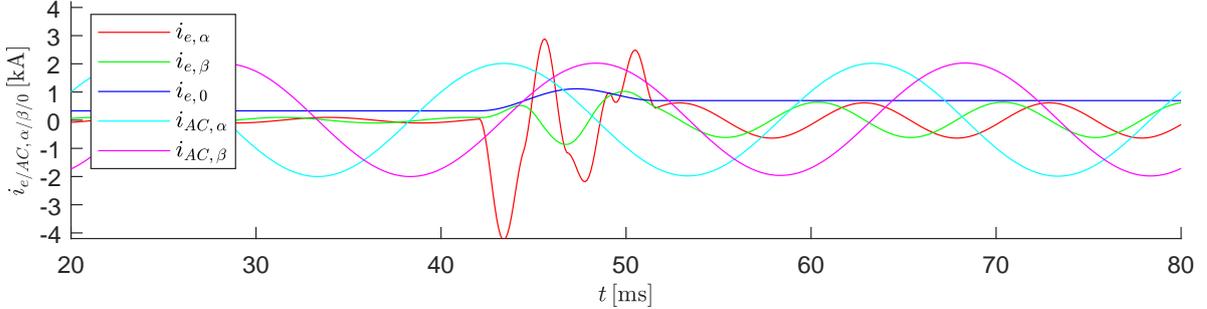
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.8\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 5.37\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 309/582\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 273\text{kV}$$

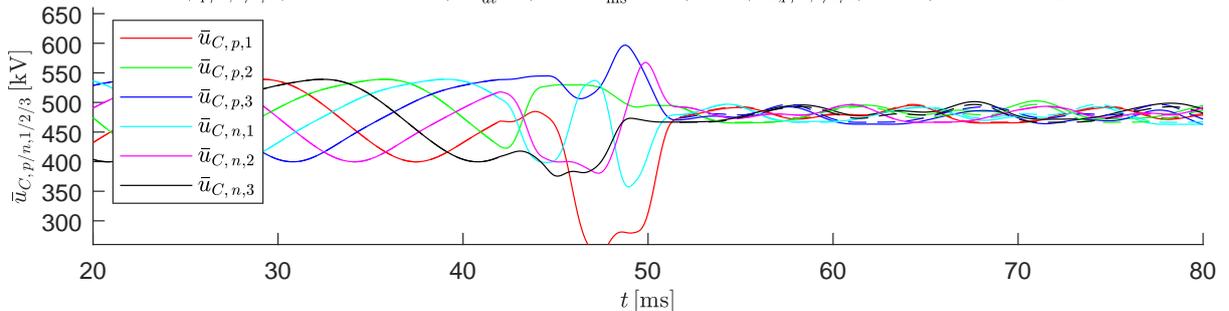


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 2.89\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -4.25\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 5.07\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 1.11\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.91\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 6.98\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 241/597\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 356\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 4.43\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -4.84\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 6.07\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 1.11\text{kA}$$

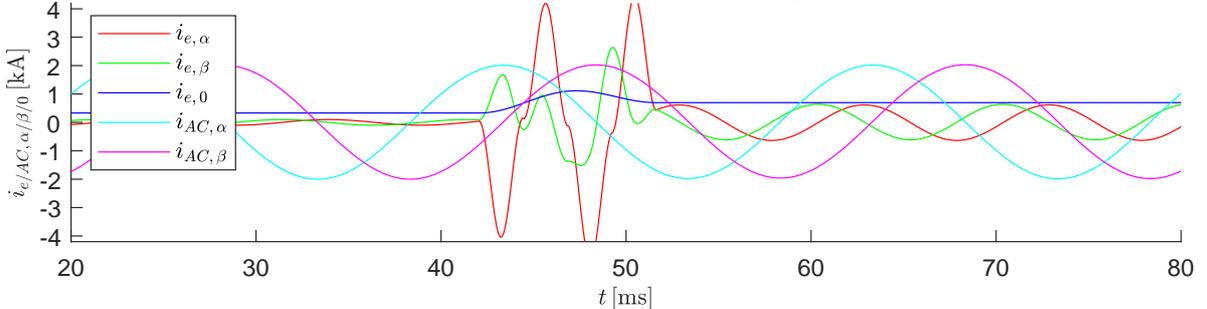


Abbildung B.47: Szenario 4: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6\text{ms}$ und den Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2\text{A} \cong 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 625.9\text{A} \cong 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 42\text{ms}$

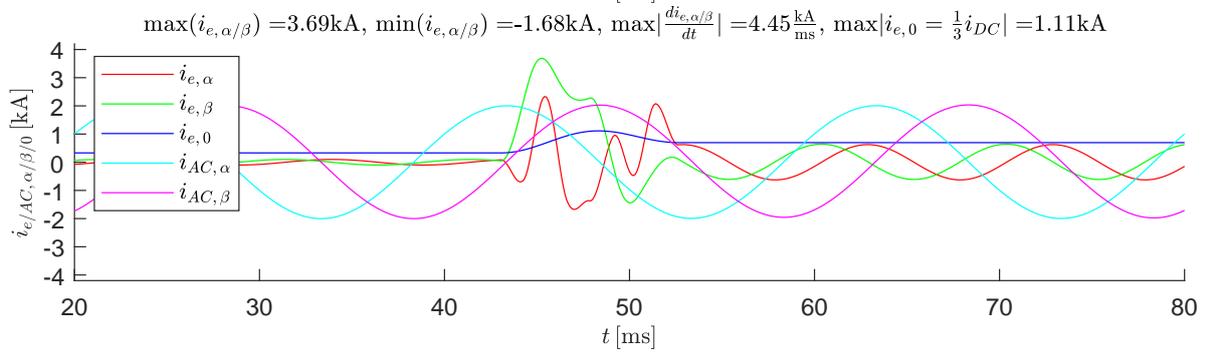
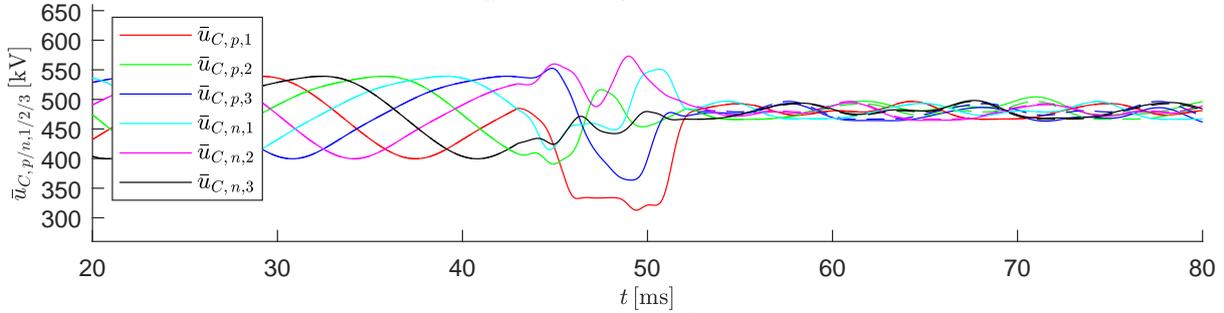
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 43\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 2 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [4]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.59\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 4.47\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 313/573\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 260\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 2]$, $u_{\Delta,0} : [4 \ 5]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.29\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 2.68\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 313/567\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 254\text{kV}$$

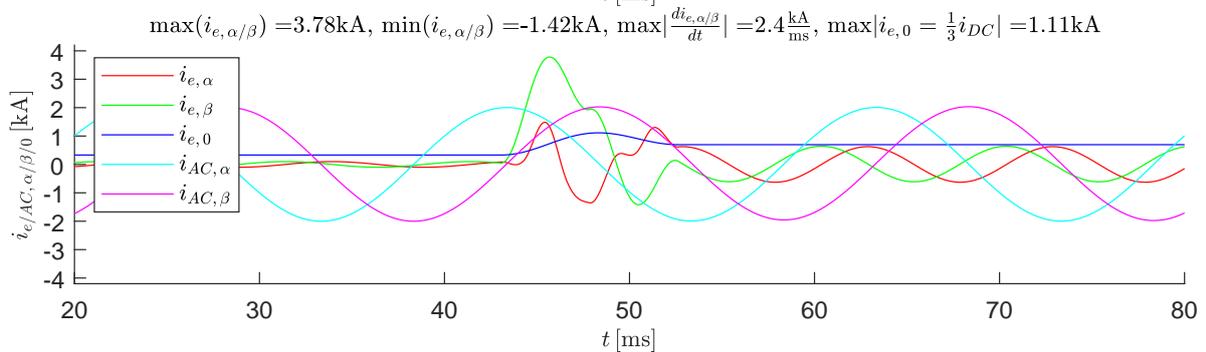
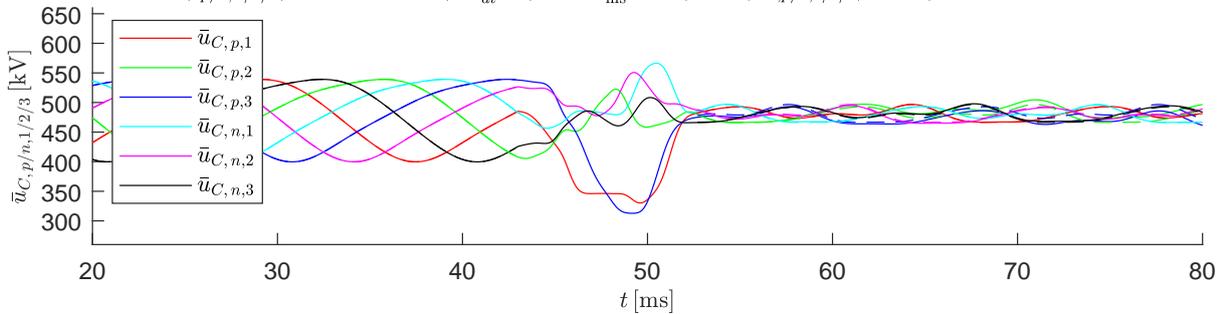


Abbildung B.48: Szenario 4: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms und den Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_c^{(ss1)} = 99.2 \text{ A} \hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_c^{(ss2)} = 625.9 \text{ A} \hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 43$ ms

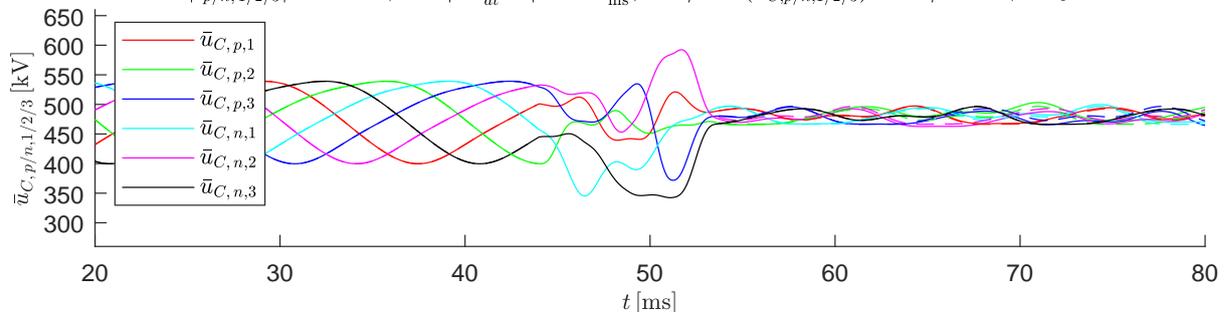
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 44\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

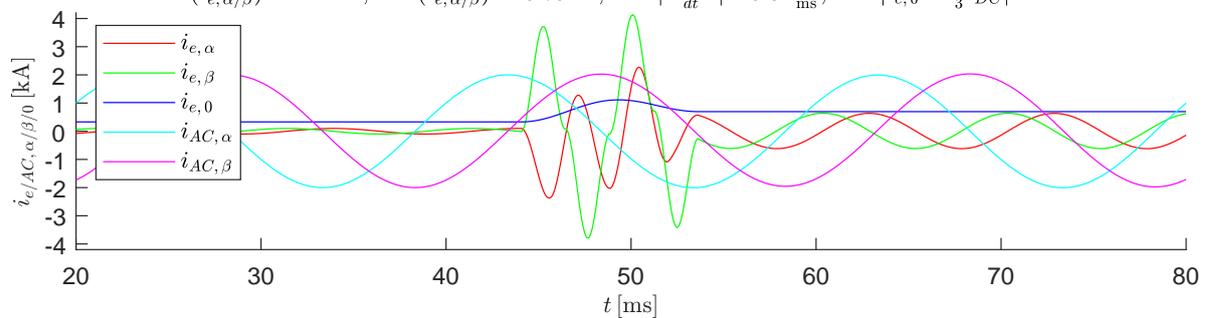
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.99\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 6.84\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 342/592\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 250\text{kV}$$

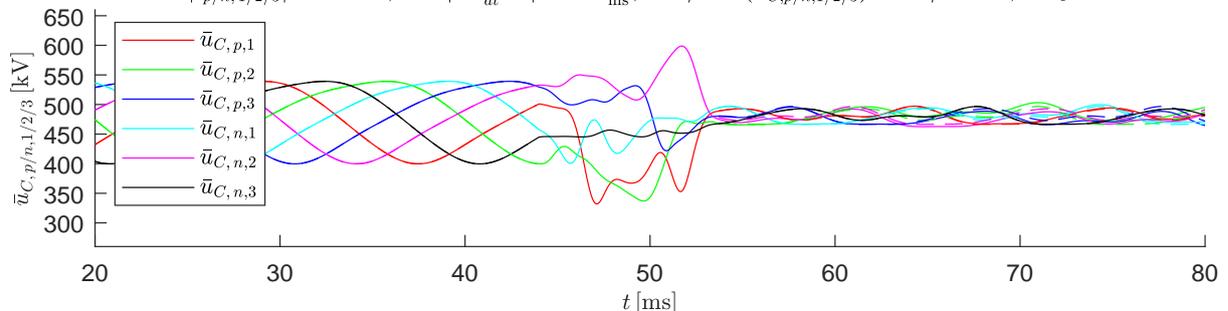


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 4.14\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.79\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 5.32\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 1.11\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.61\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 6.77\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 332/599\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 267\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.16\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.79\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 6.02\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 1.11\text{kA}$$

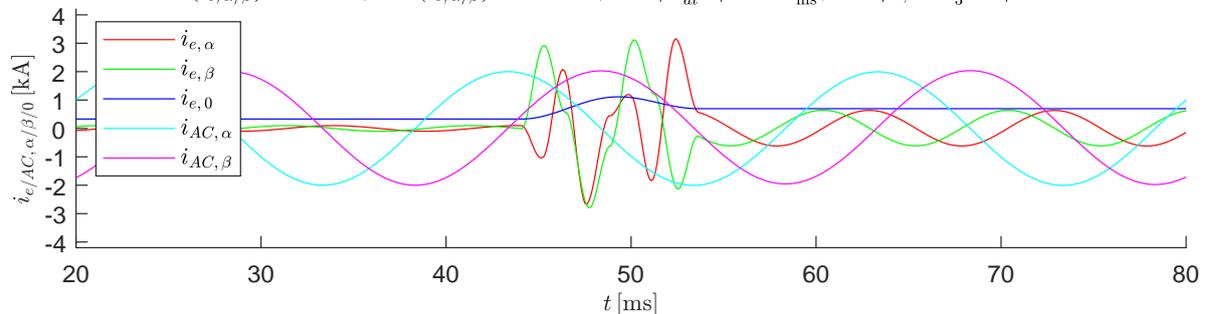


Abbildung B.49: Szenario 4: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$ und den Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2 \text{ A} \hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 625.9 \text{ A} \hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 44 \text{ ms}$

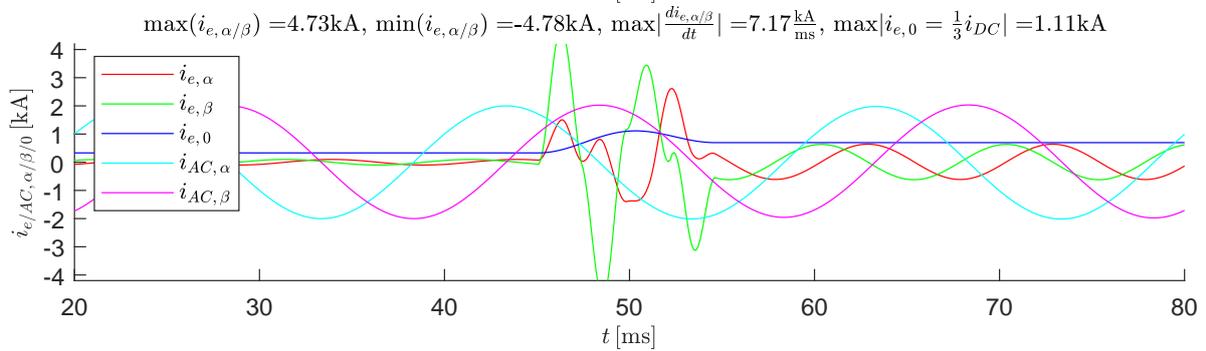
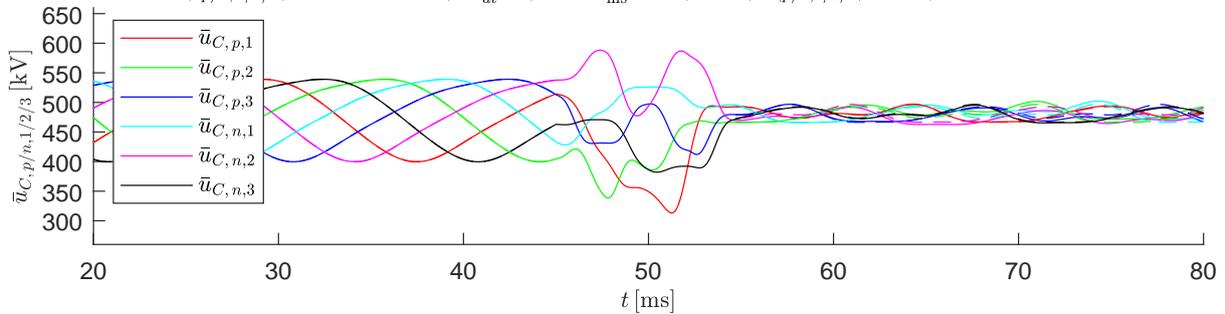
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 45\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.59\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 7.55 \frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 313/588\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 275\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [2 \ 5]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 6.53\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 7.74 \frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 277/571\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 294\text{kV}$$

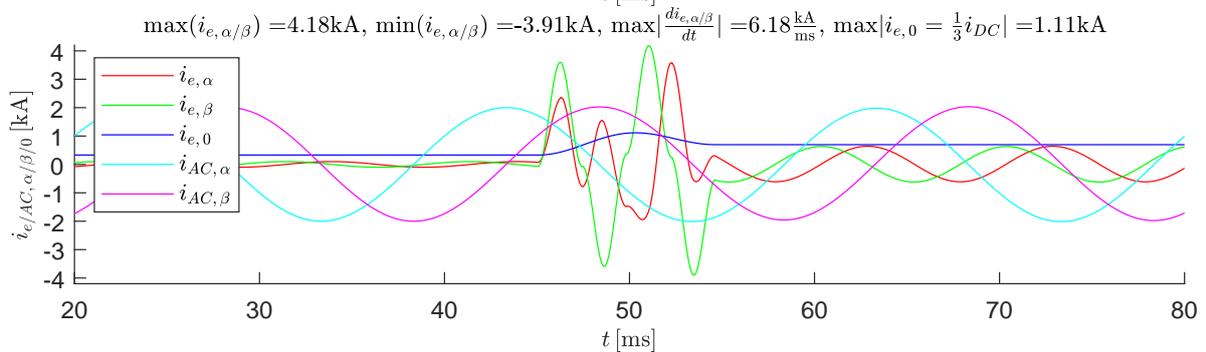
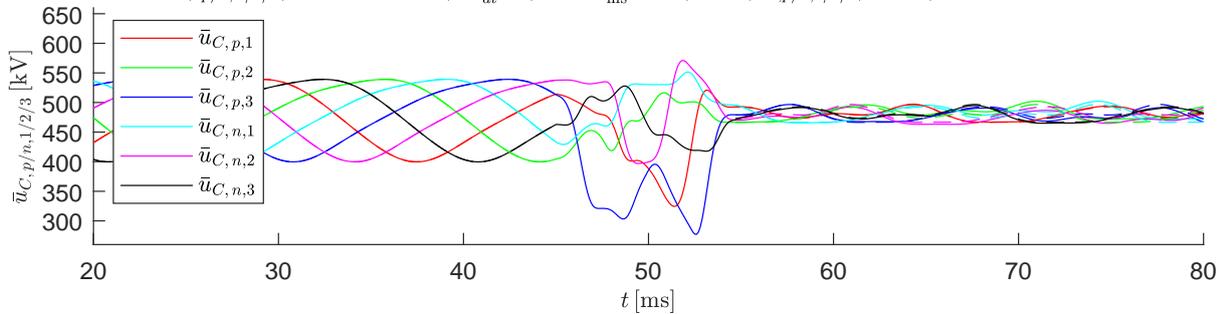


Abbildung B.50: Szenario 4: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$ und den Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_c^{(ss1)} = 99.2 \text{ A} \hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_c^{(ss2)} = 625.9 \text{ A} \hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 45 \text{ ms}$

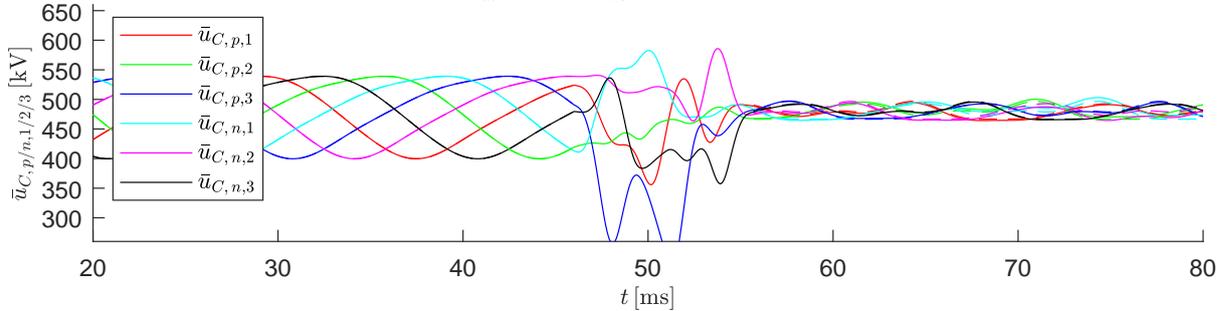
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 46\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

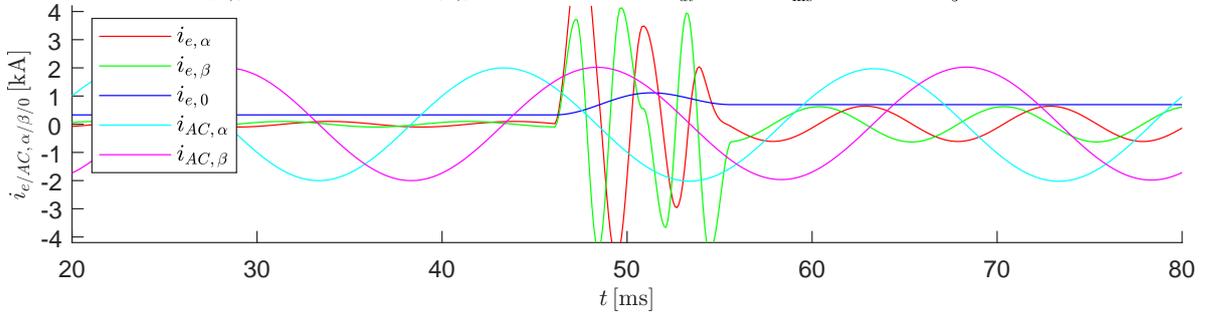
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 7.63\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 13.2\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 217/586\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 369\text{kV}$$

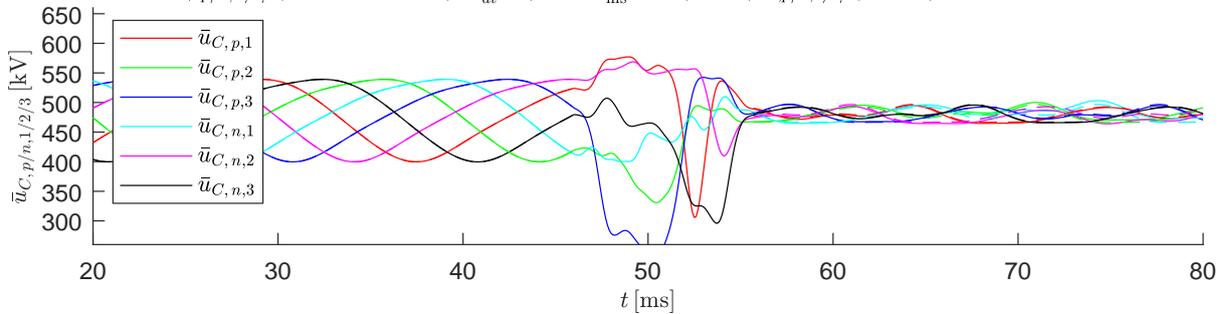


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 6.42\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -4.73\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 11.1\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 1.11\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 4]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 7.94\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 12.2\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 231/577\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 347\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 5.98\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.85\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 12.3\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 1.11\text{kA}$$

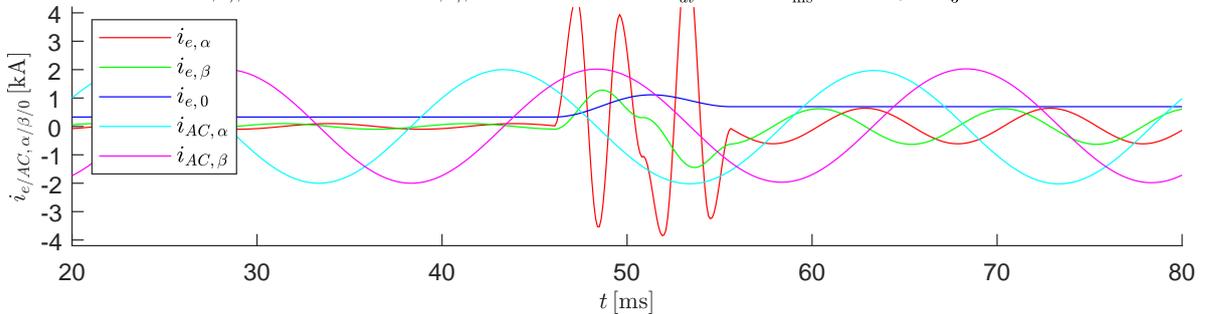


Abbildung B.51: Szenario 4: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$ und den Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2 \text{ A} \hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 625.9 \text{ A} \hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 46 \text{ ms}$

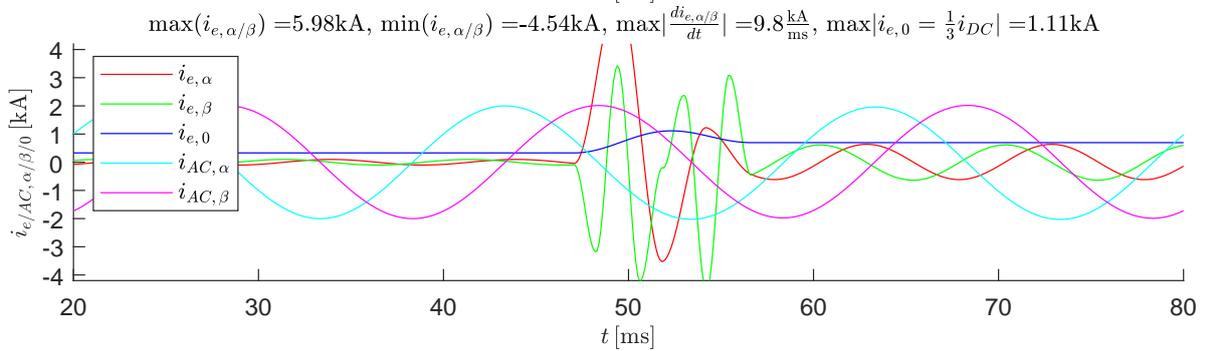
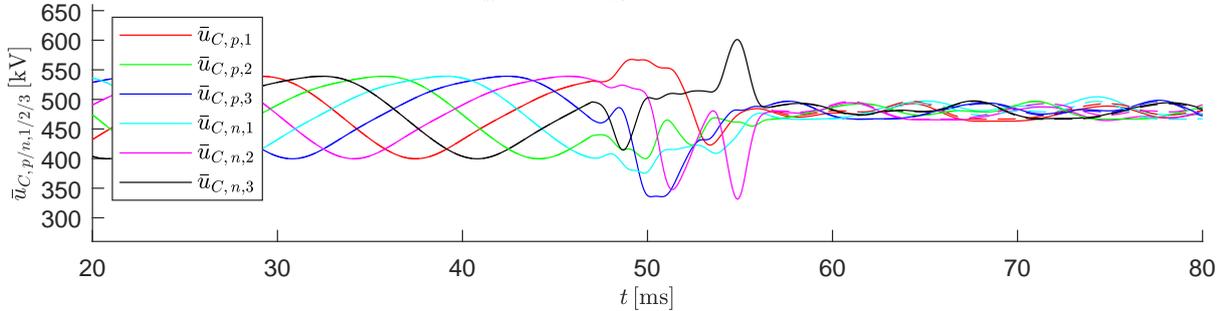
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 47\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 3]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [4]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 7.02\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 11.2\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 331/601\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 270\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 3]$, $i_{e,\beta} : [5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 4]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 10.5\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 13.7\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 212/600\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 389\text{kV}$$

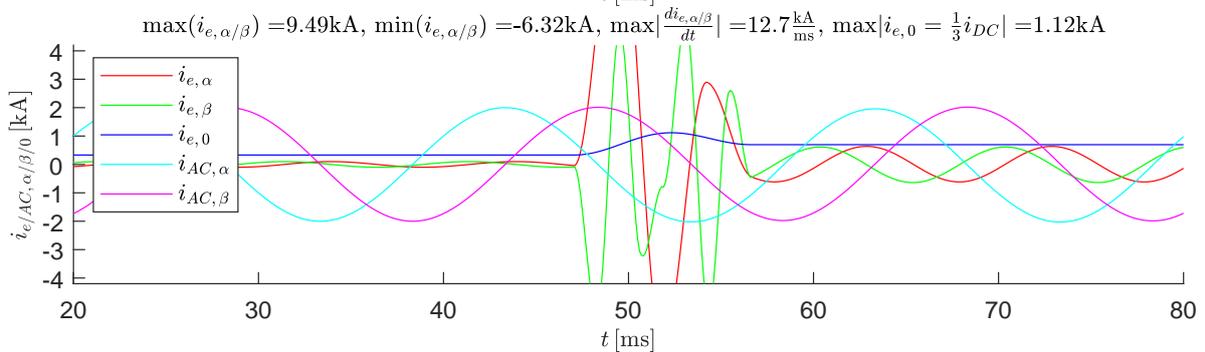
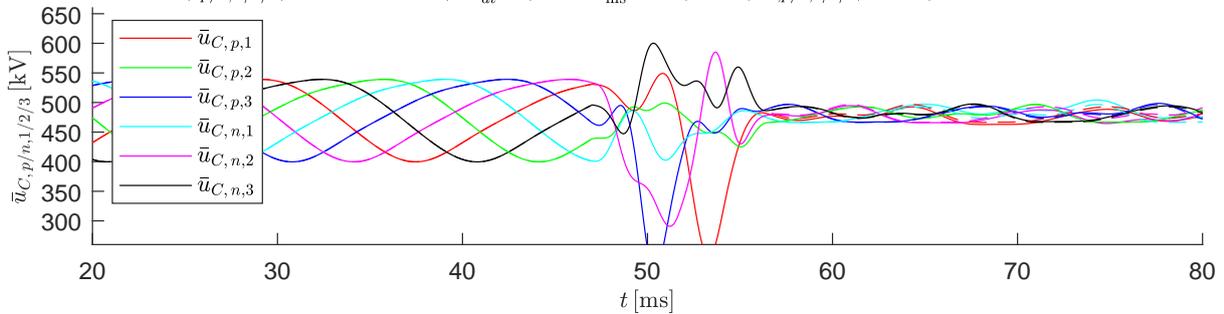


Abbildung B.52: Szenario 4: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms und den Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_c^{(ss1)} = 99.2 \text{ A} \hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_c^{(ss2)} = 625.9 \text{ A} \hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 47$ ms

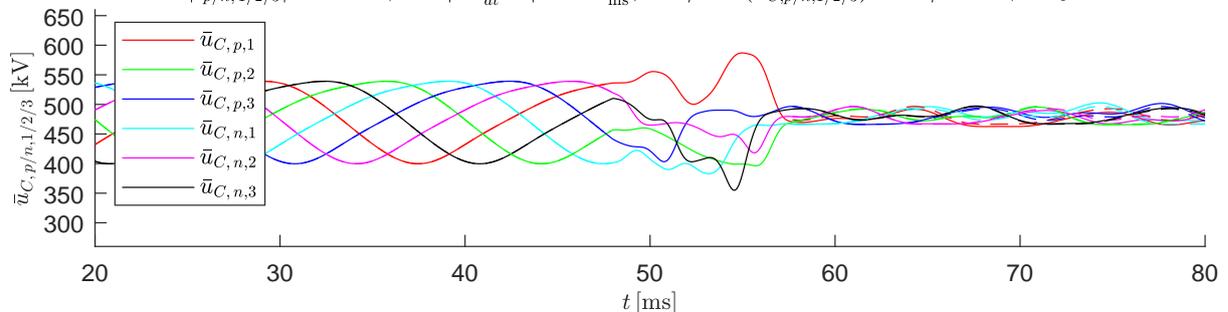
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 48\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

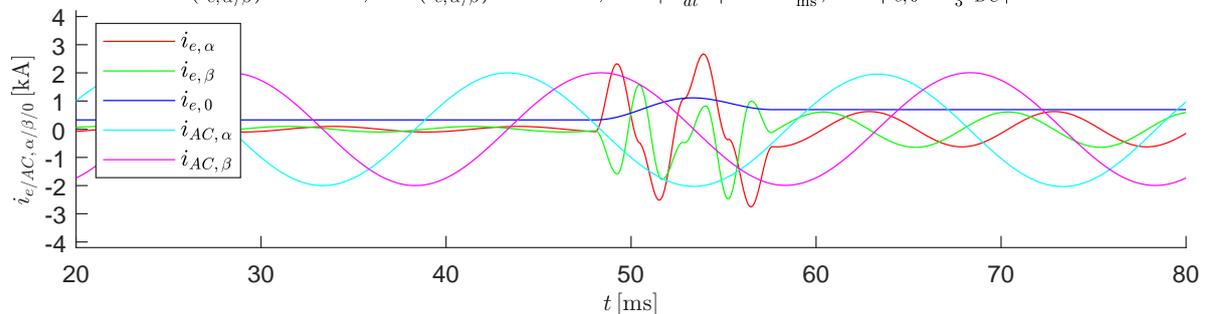
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.75\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 5.68\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 355/587\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 232\text{kV}$$

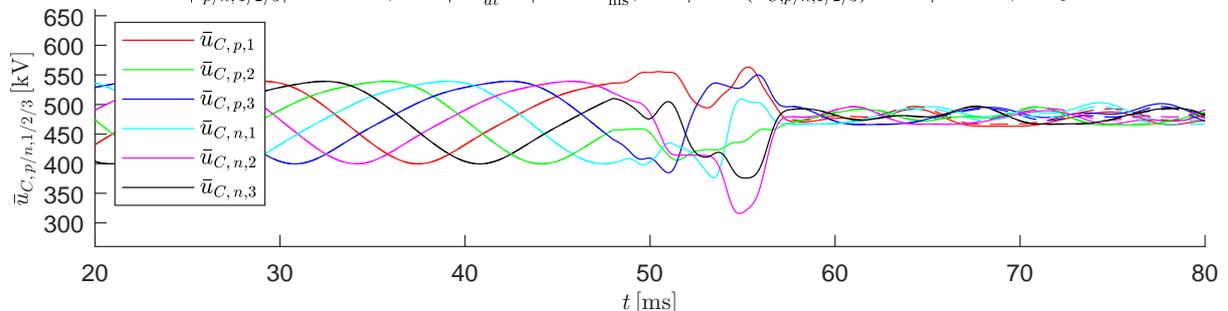


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 2.67\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.76\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 4.43\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 1.11\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 2]$, $u_{\Delta,0} : [3 \ 6]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.34\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 4.56\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 315/563\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 248\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.28\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.41\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 4.47\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 1.11\text{kA}$$

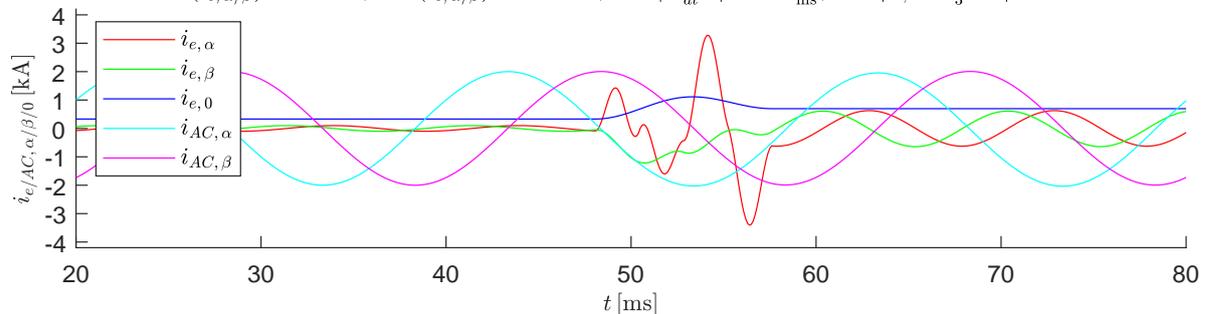


Abbildung B.53: Szenario 4: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$ und den Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2 \text{ A} \hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 625.9 \text{ A} \hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 48 \text{ ms}$

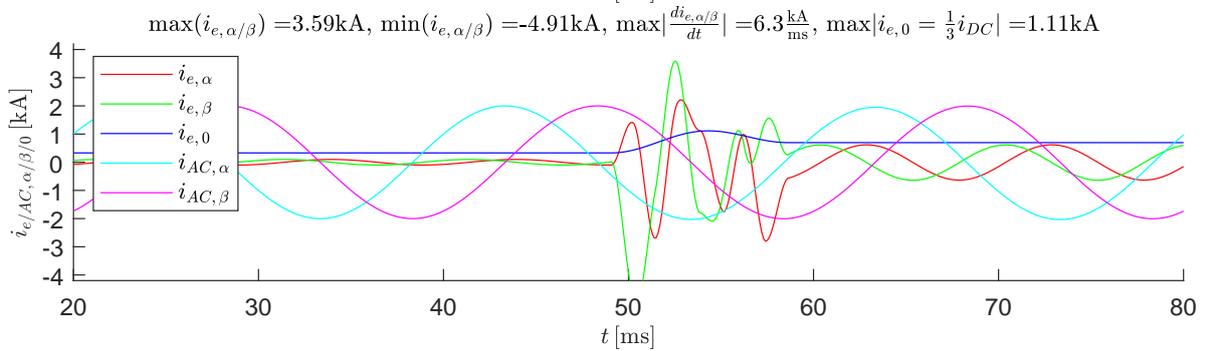
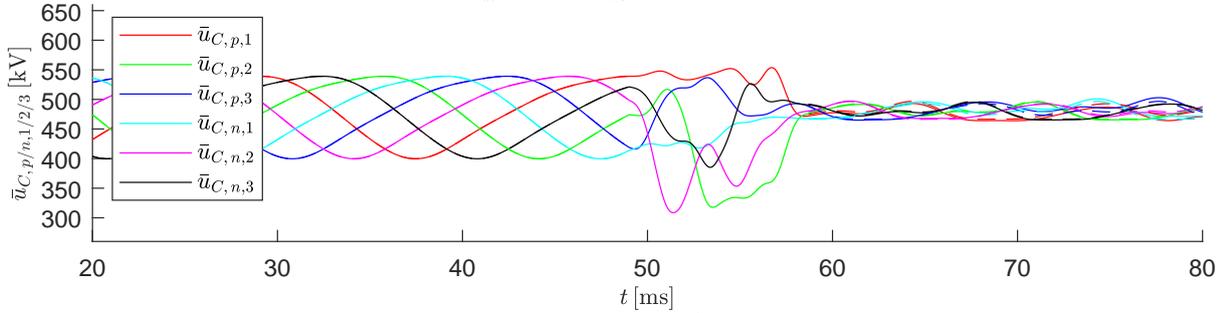
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 49\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.44\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 7.92\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 309/554\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 245\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 4]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 3.61\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 2.65\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 225/586\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 361\text{kV}$$

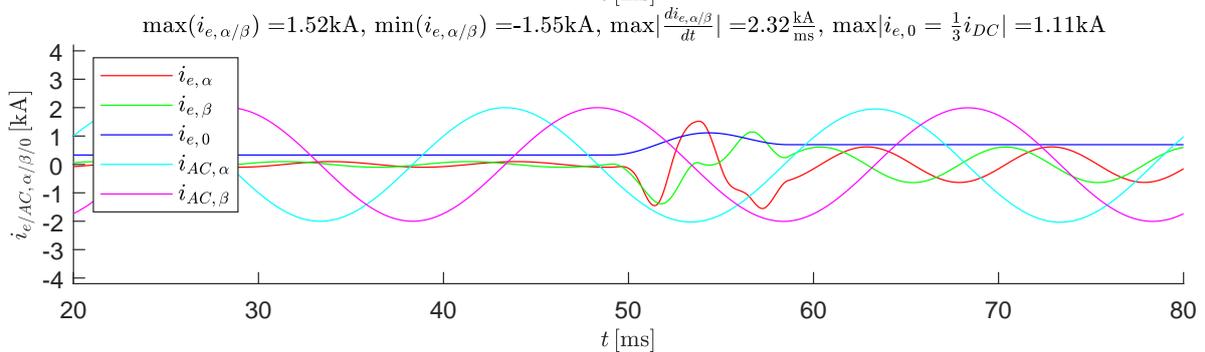
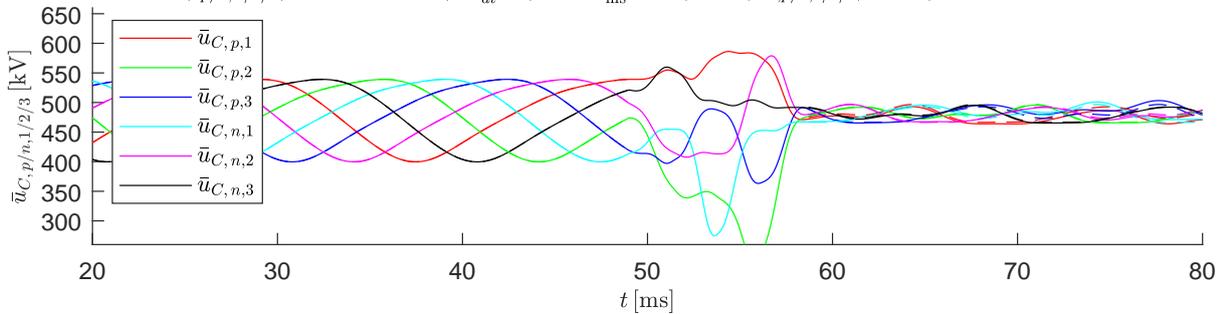


Abbildung B.54: Szenario 4: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms und den Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_c^{(ss1)} = 99.2 \text{ A} \hat{=} 0.1 i_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_c^{(ss2)} = 625.9 \text{ A} \hat{=} 0.3 i_{DC}^{(ss2)}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 49$ ms

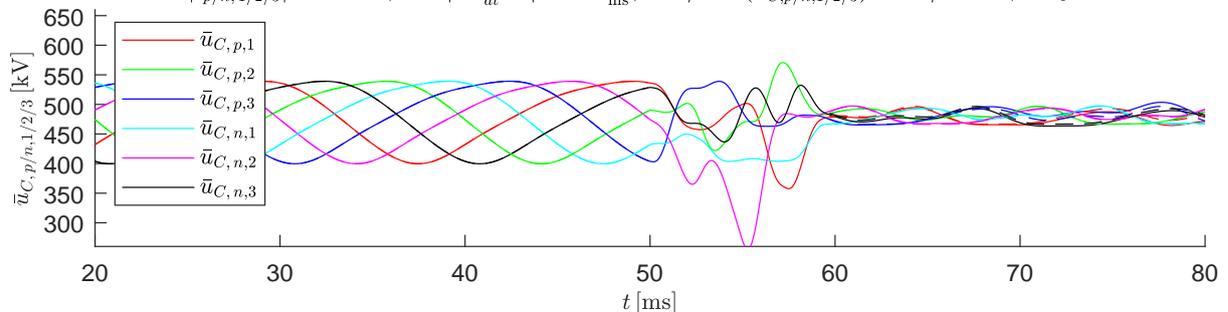
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 50\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

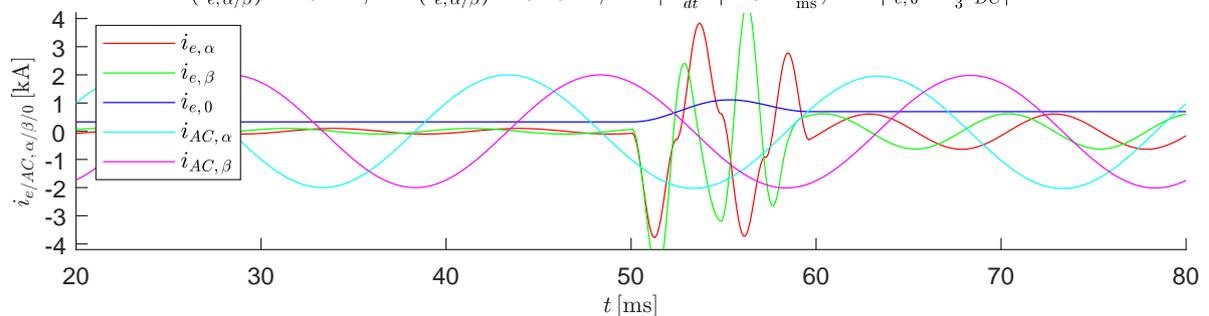
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 7.19\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 10.2\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 255/571\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 316\text{kV}$$

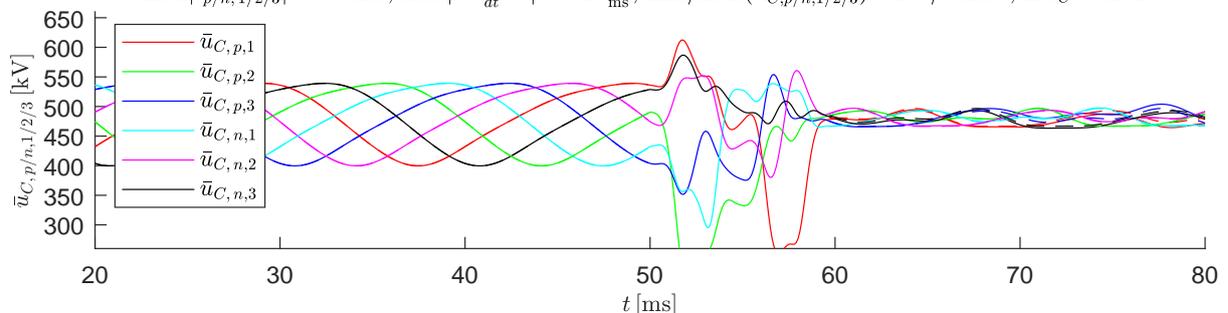


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 4.54\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -5.15\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 8.41\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 1.11\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 6]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.08\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 5.14\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 199/612\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 413\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.11\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.28\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 4.92\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 1.11\text{kA}$$

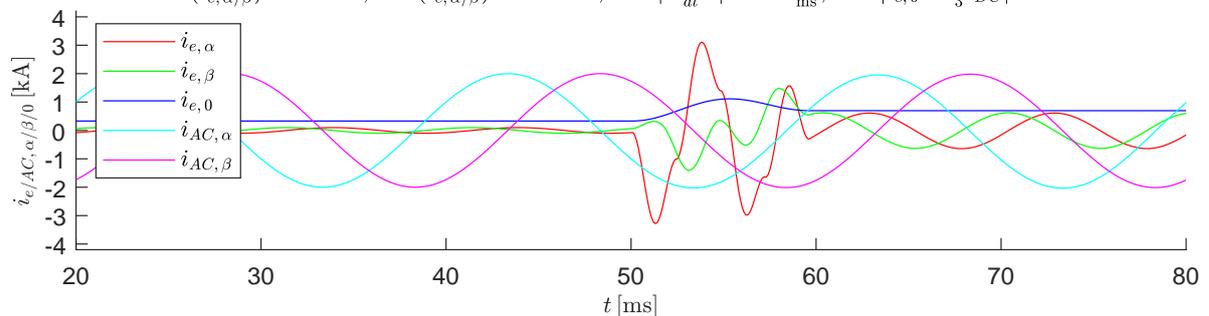


Abbildung B.55: Szenario 4: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$ und den Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2 \text{ A} \hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 625.9 \text{ A} \hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 50 \text{ ms}$

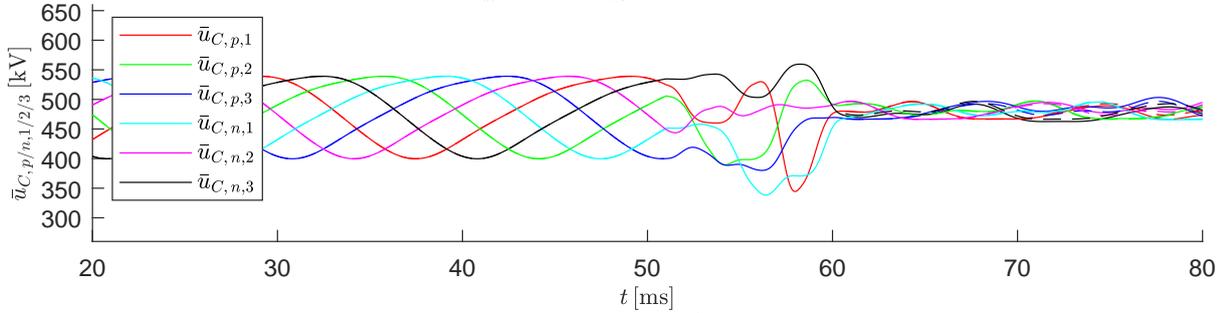
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 51\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

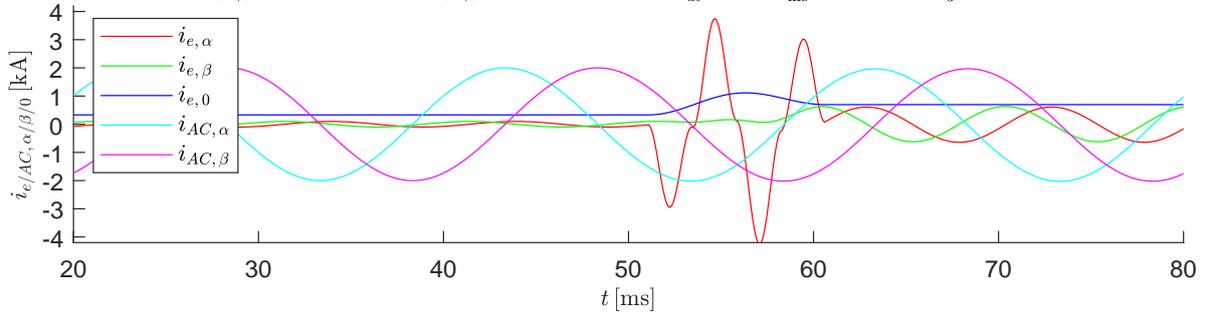
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 3]$, $u_{\Delta,0} : [2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.62\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 5.78\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 338/560\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 221\text{kV}$$

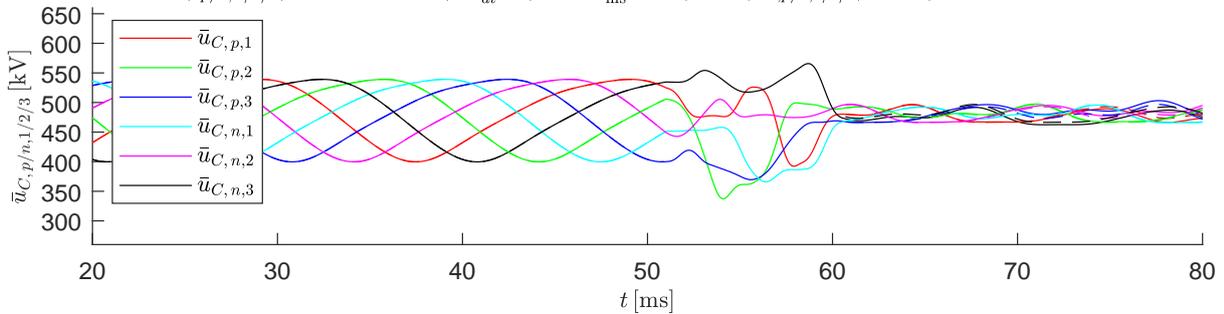


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.74\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -4.26\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 5.5\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 1.11\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [2 \ 3]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.44\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 5.05\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 337/566\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 229\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.59\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.42\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 5.01\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 1.11\text{kA}$$

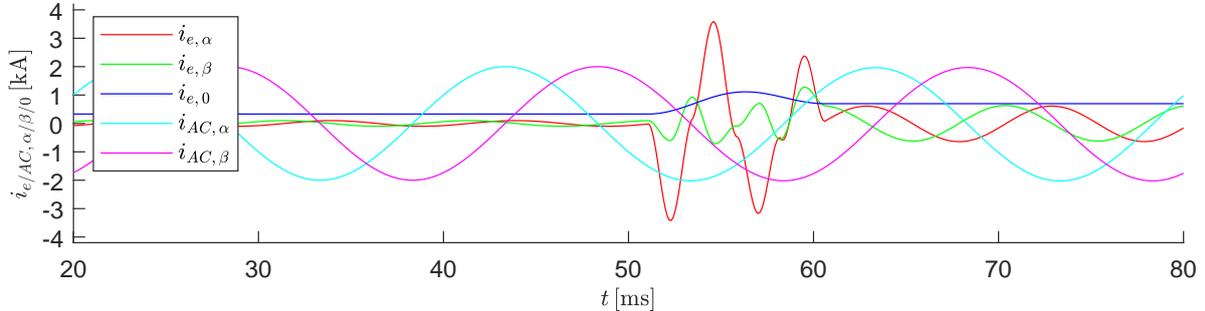


Abbildung B.56: Szenario 4: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6$ ms und den Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_c^{(ss1)} = 99.2 \text{ A} \hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_c^{(ss2)} = 625.9 \text{ A} \hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ zum Startzeitpunkt $t_0 = 51$ ms

B.7 Ergebnisse des Szenarios 5:

Szenario 3 mit angepasster AC-Leistung

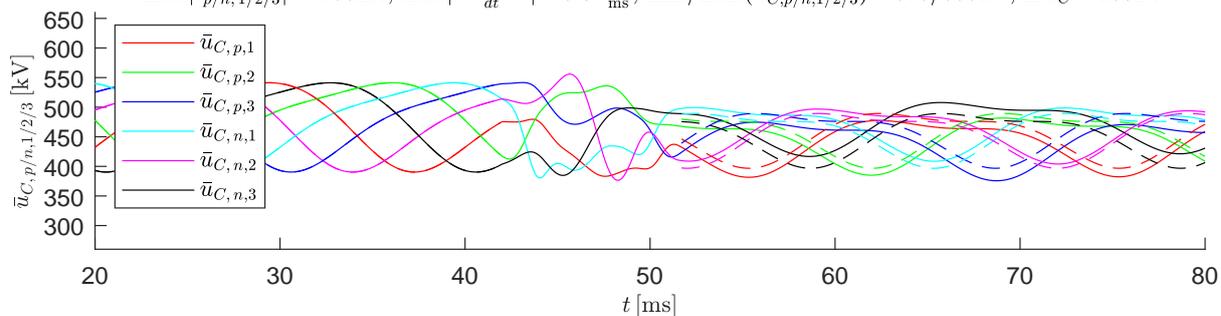
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 42\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

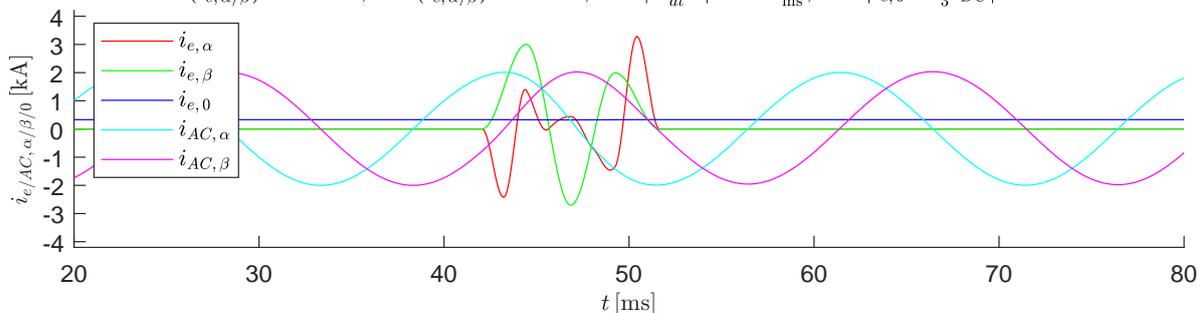
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.6\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 3]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.56\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 6.07\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 376/556\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 180\text{kV}$$

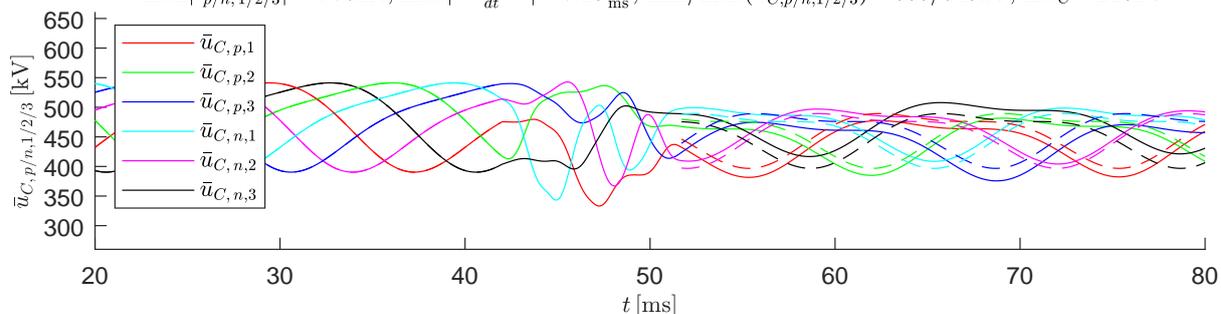


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.29\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.7\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 5.87\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.332\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.76\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 7.23\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 333/543\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 210\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.66\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.39\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 5.65\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.332\text{kA}$$

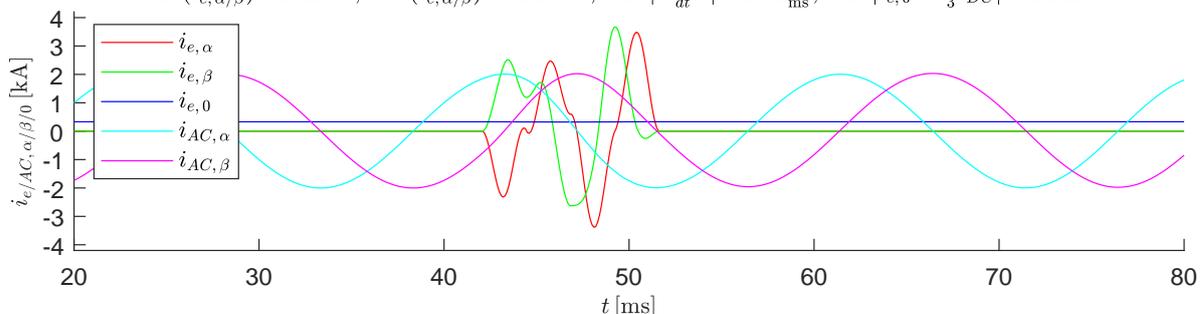


Abbildung B.57: Szenario 5: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6\text{ms}$, verschieben des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i_{AC}}$ von 30° auf 64.3° und Reduzieren der im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent zum Startzeitpunkt $t_0 = 42\text{ms}$

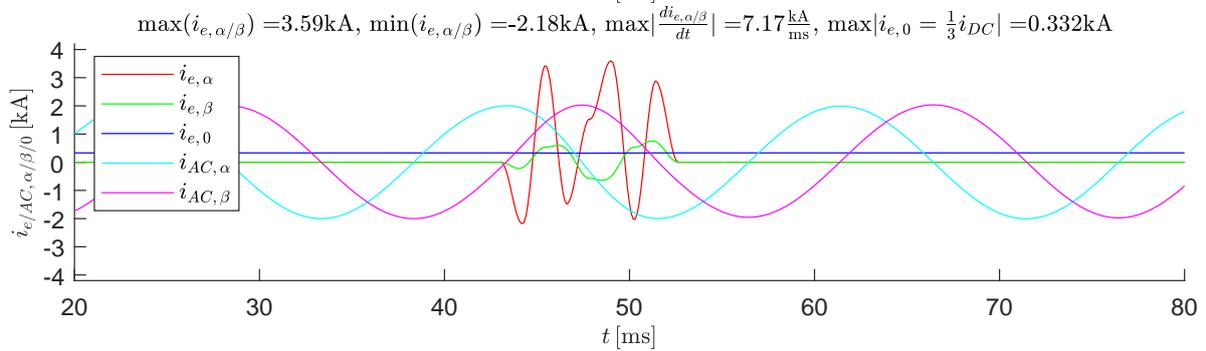
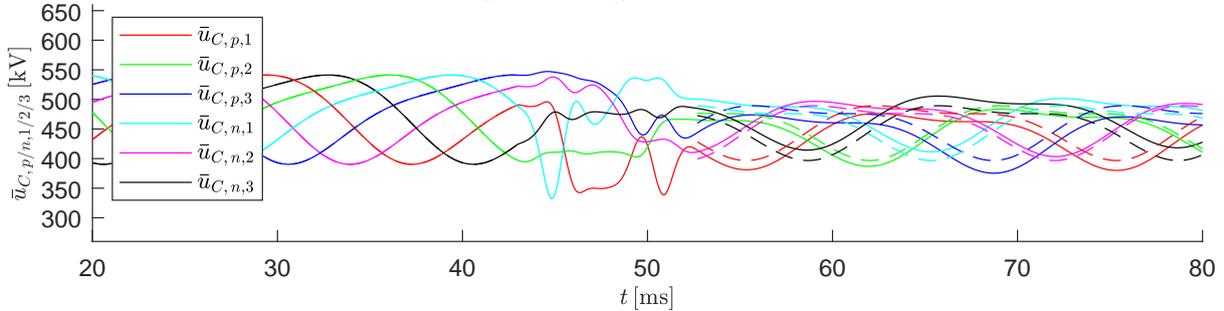
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 43\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.6\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.51\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 7.41 \frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 332/547\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 215\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 3]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 6]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.06\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 4.4 \frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 364/604\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 240\text{kV}$$

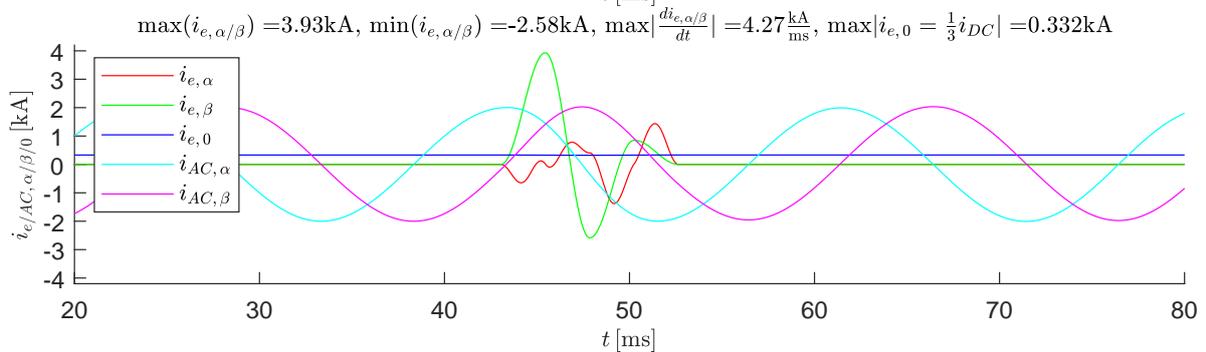
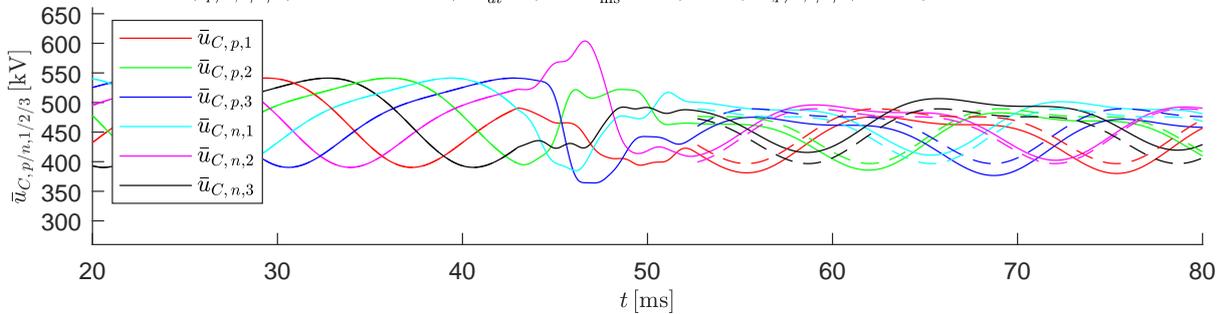


Abbildung B.58: Szenario 5: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$, verschieben des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i,AC}$ von 30° auf 64.3° und Reduzieren der im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent zum Startzeitpunkt $t_0 = 43 \text{ ms}$

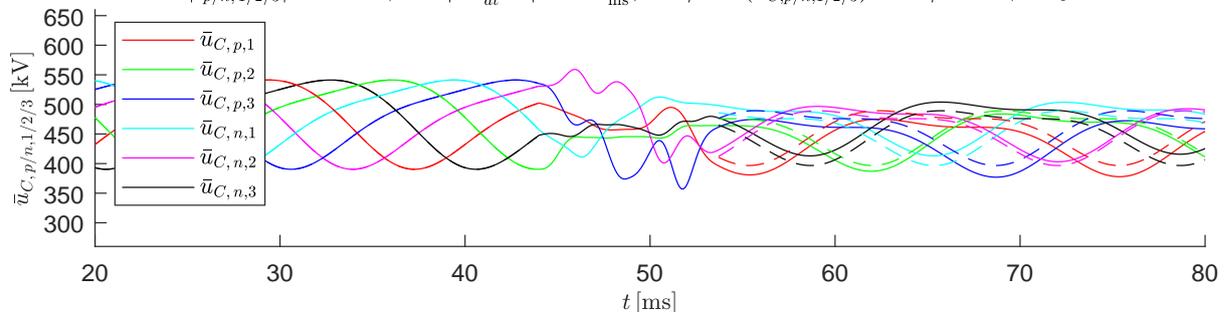
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 44\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

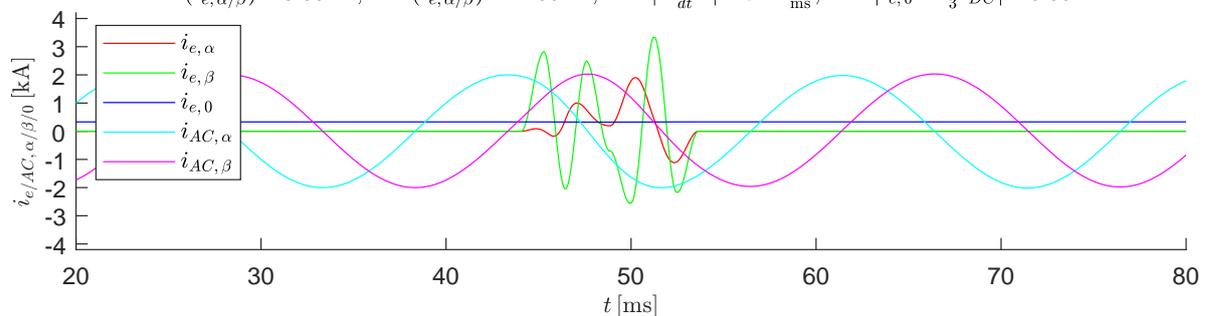
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.6\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 3.68\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 7.45\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 357/559\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 202\text{kV}$$

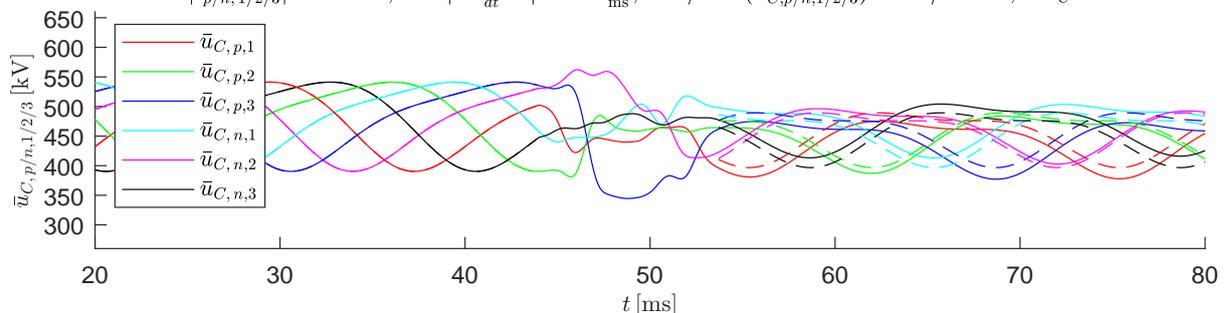


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.33\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.55\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 7.42\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.332\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 3]$, $u_{\Delta,0} : [5 \ 6]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 2.42\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 1.75\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 345/562\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 217\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 1.85\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -0.733\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 1.61\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.332\text{kA}$$

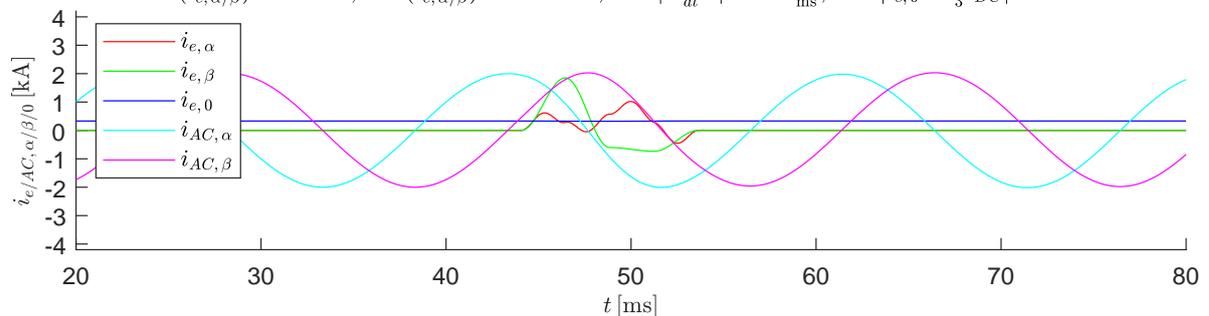


Abbildung B.59: Szenario 5: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$, verschieben des AC-Phasenwinkels φ_{iAC} von 30° auf 64.3° und Reduzieren der im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent zum Startzeitpunkt $t_0 = 44 \text{ ms}$

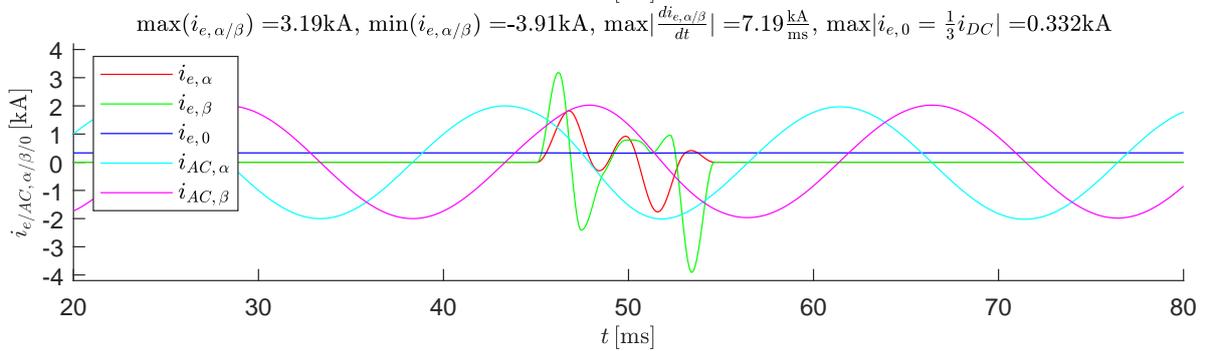
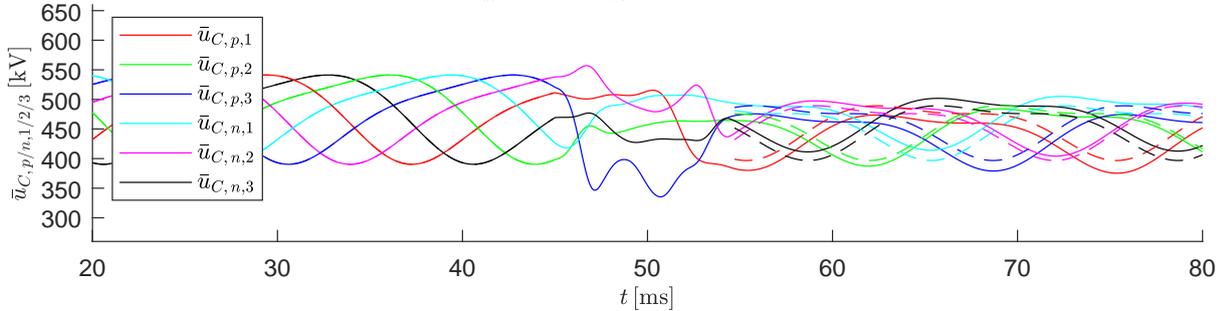
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 45\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.6\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 4 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.41\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 6.61\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 335/557\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 222\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.72\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 8.64\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 327/555\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 228\text{kV}$$

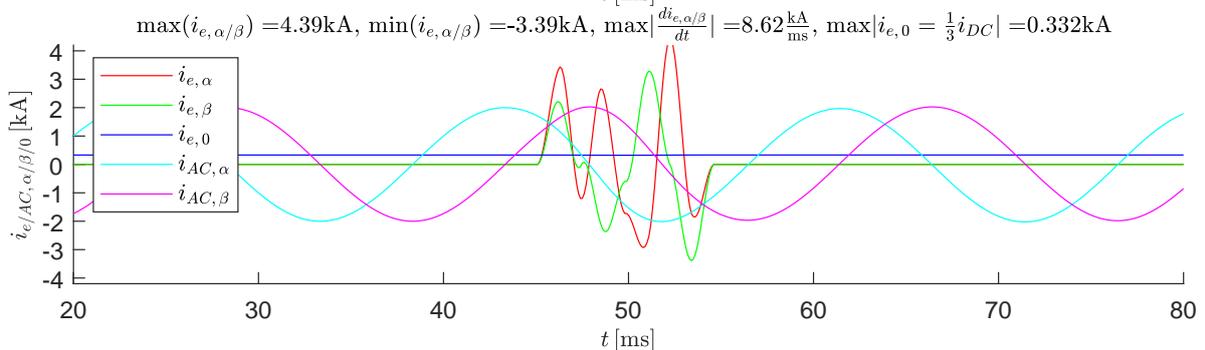
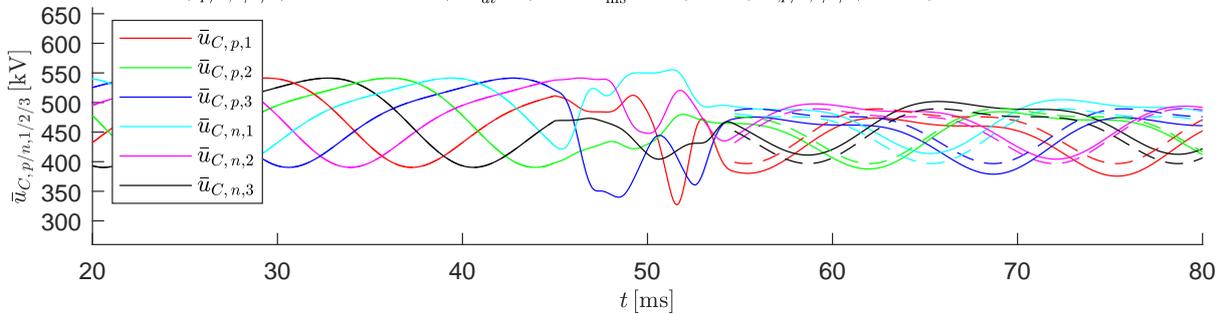


Abbildung B.60: Szenario 5: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6\text{ms}$, verschieben des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i,AC}$ von 30° auf 64.3° und Reduzieren der im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent zum Startzeitpunkt $t_0 = 45\text{ms}$

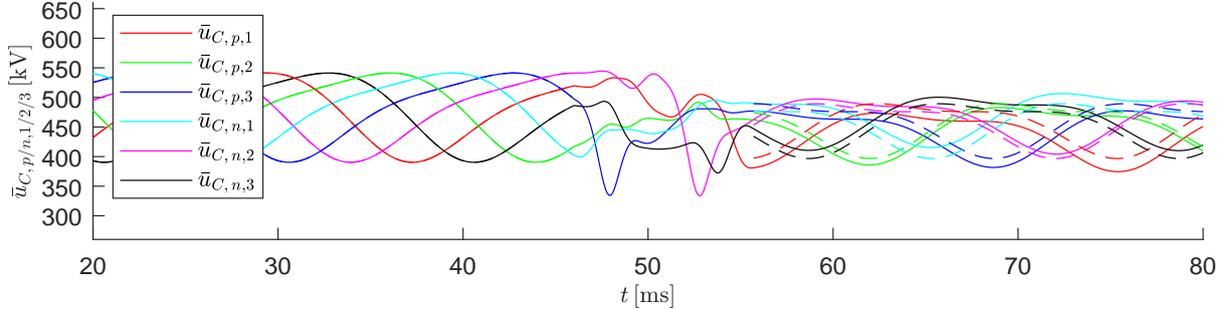
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 46\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

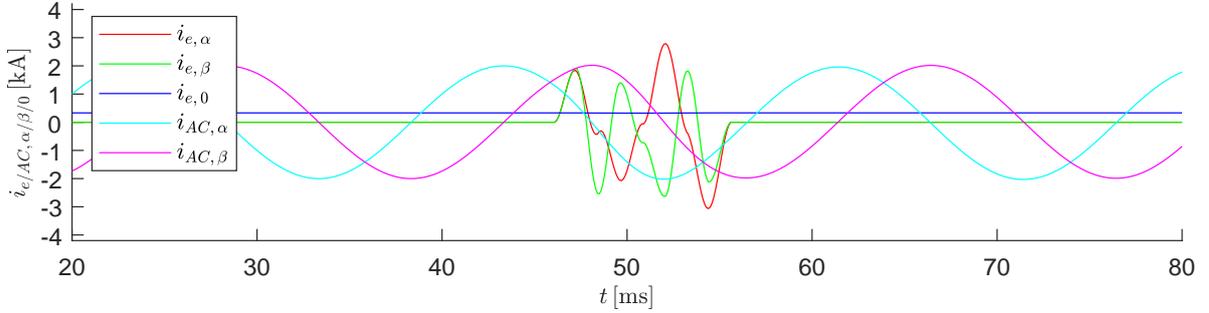
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.6\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.69\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 7.28\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 333/545\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 211\text{kV}$$

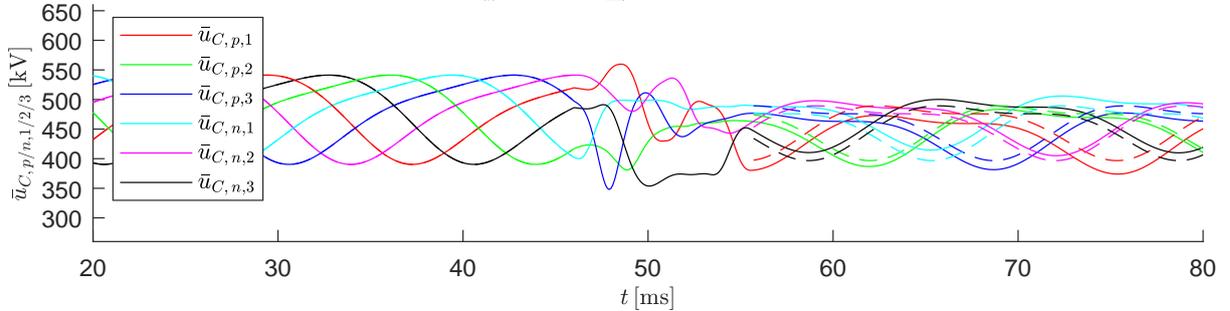


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 2.79\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.06\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 5.72\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.332\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.66\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 7.26\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 348/560\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 212\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.91\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.8\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 5.61\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.332\text{kA}$$

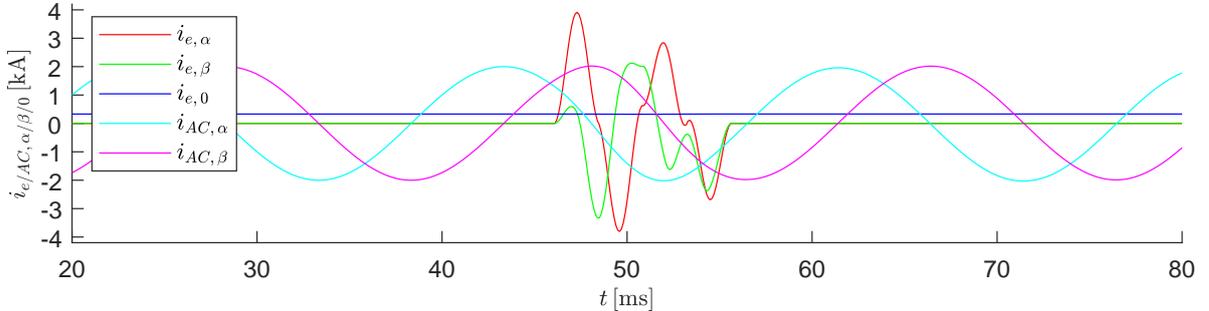


Abbildung B.61: Szenario 5: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$, verschieben des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i_{AC}}$ von 30° auf 64.3° und Reduzieren der im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent zum Startzeitpunkt $t_0 = 46 \text{ ms}$

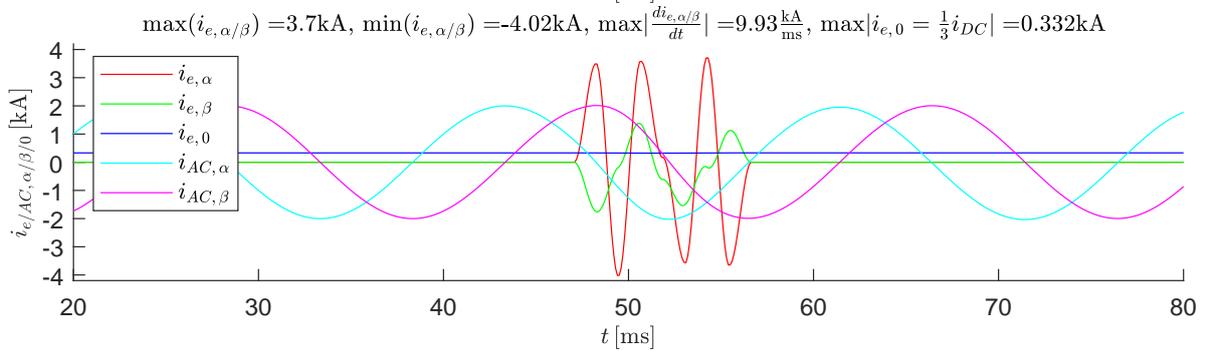
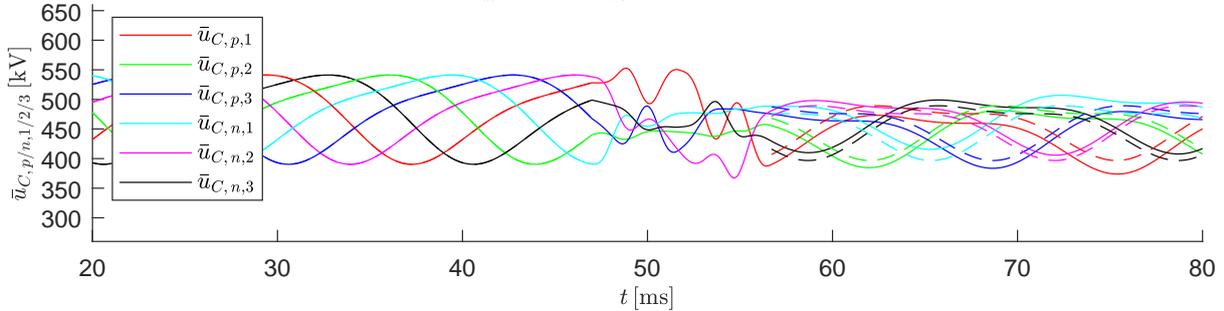
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 47\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.6\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.75\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 10.2\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 367/553\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 186\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.48\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 11\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 374/564\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 190\text{kV}$$

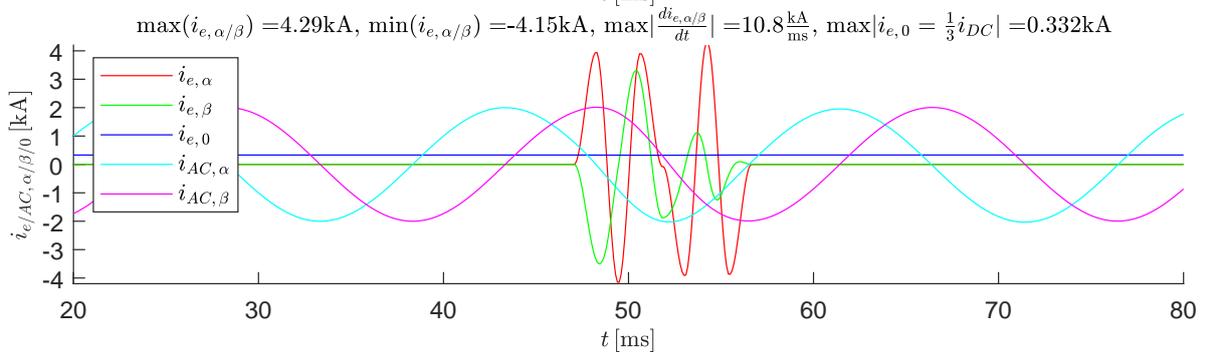
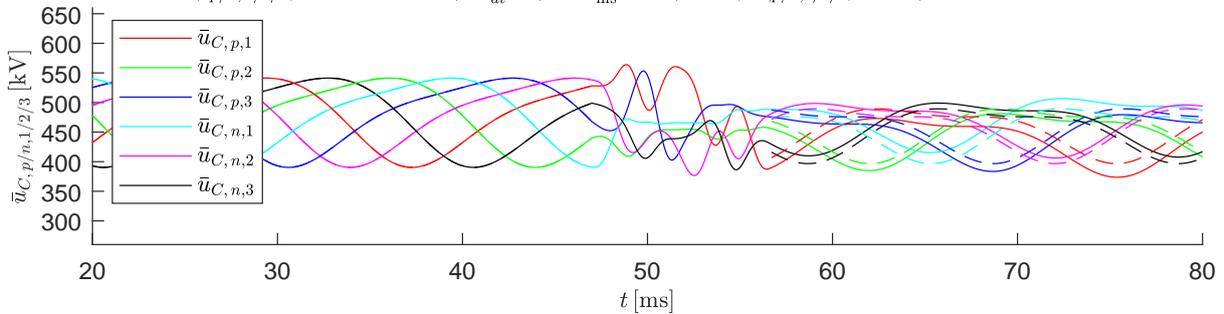


Abbildung B.62: Szenario 5: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$, verschieben des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i,AC}$ von 30° auf 64.3° und Reduzieren der im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent zum Startzeitpunkt $t_0 = 47 \text{ ms}$

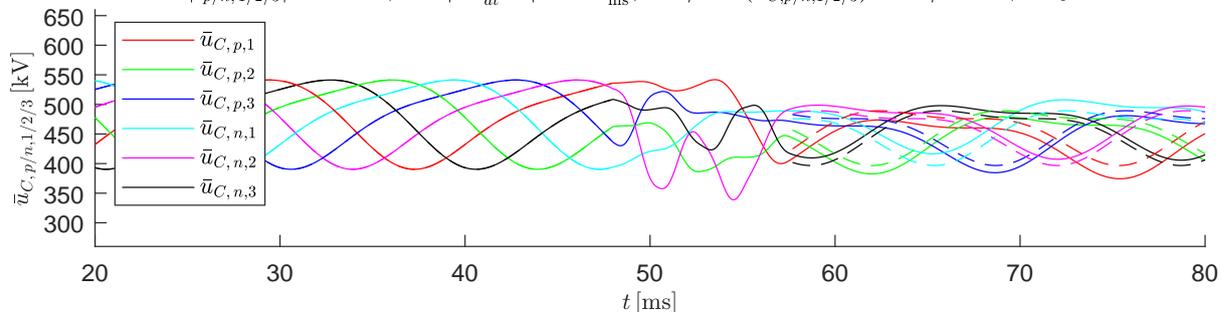
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 48\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

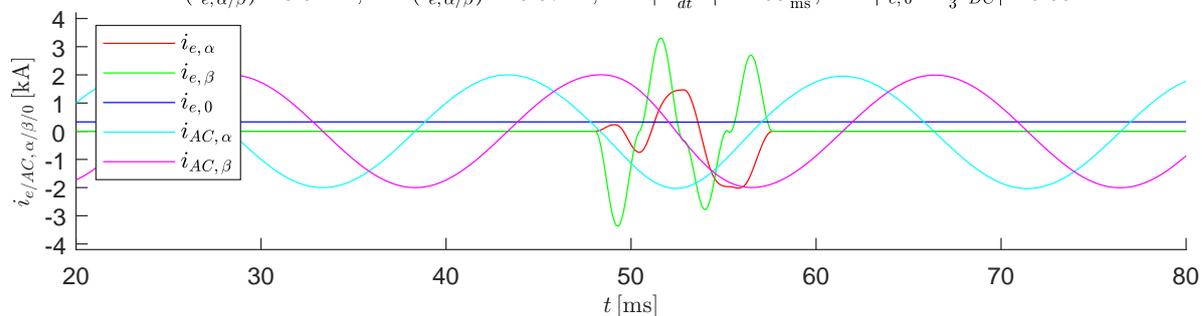
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.6\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.31\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 5.04\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 339/542\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 203\text{kV}$$

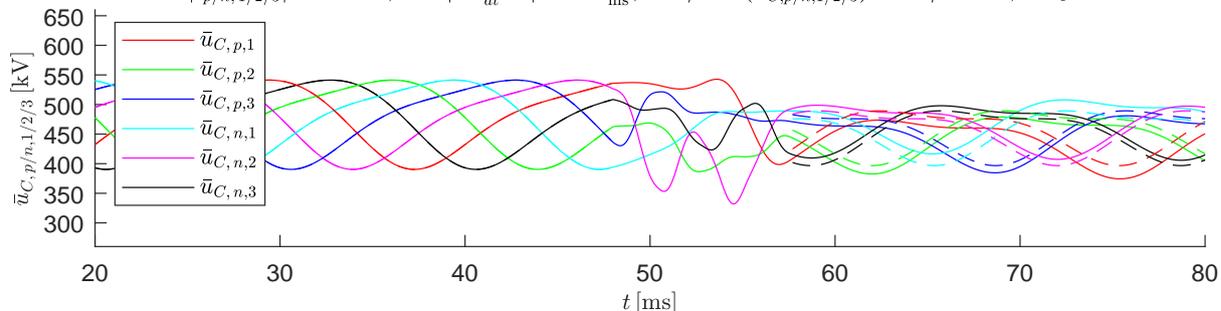


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.31\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.37\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 4.63\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.332\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 3]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 6]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.17\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 4.72\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 332/543\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 211\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.31\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.37\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 4.62\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.332\text{kA}$$

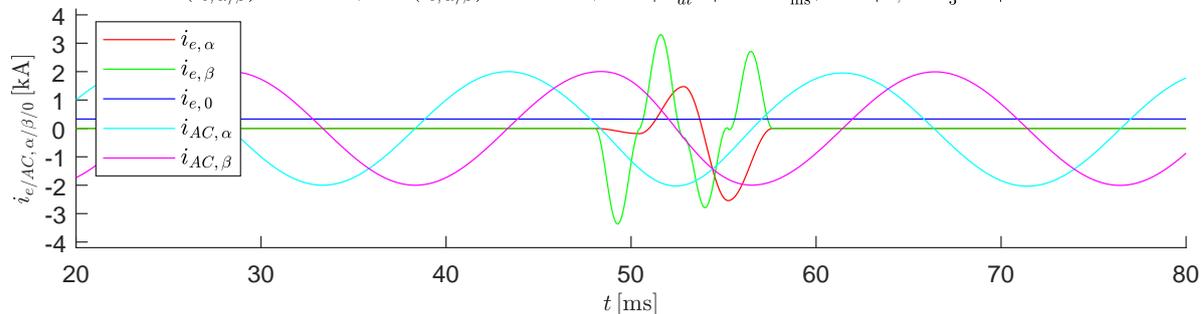


Abbildung B.63: Szenario 5: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$, verschieben des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i_{AC}}$ von 30° auf 64.3° und Reduzieren der im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent zum Startzeitpunkt $t_0 = 48 \text{ ms}$

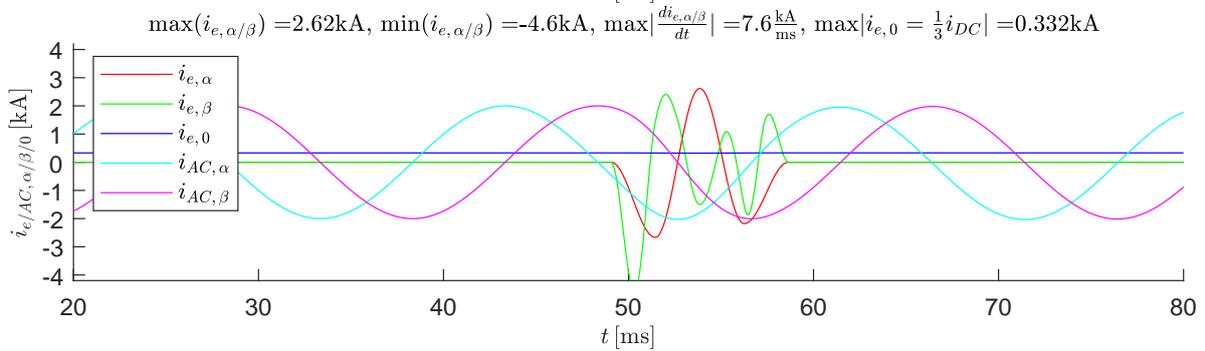
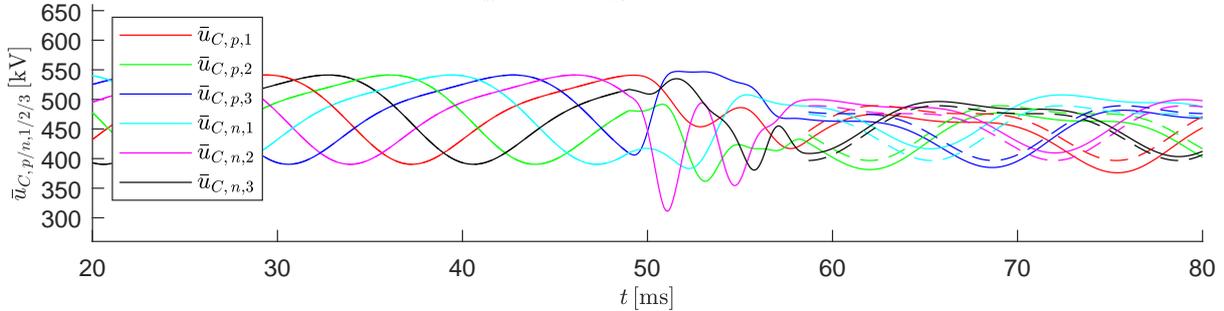
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 49\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.6\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 3]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.44\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 7.25\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 311/547\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 236\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.47\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 8.84\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 337/575\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 238\text{kV}$$

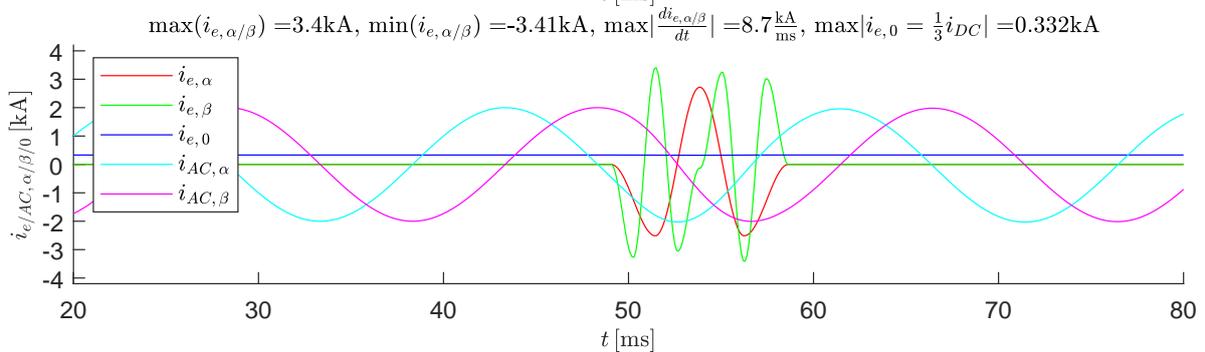
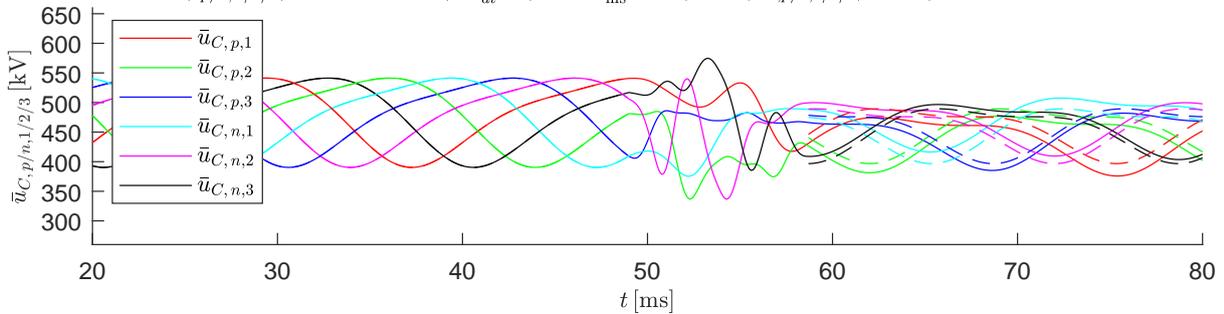


Abbildung B.64: Szenario 5: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6\text{ms}$, verschieben des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i,AC}$ von 30° auf 64.3° und Reduzieren der im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent zum Startzeitpunkt $t_0 = 49\text{ms}$

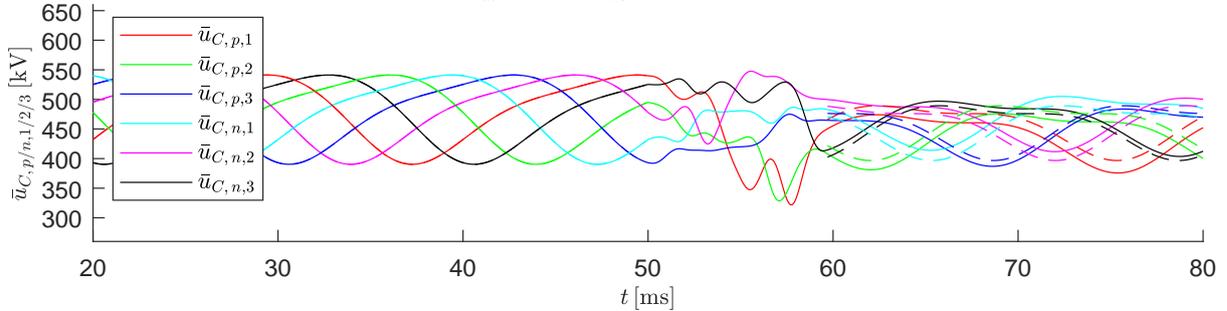
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 50\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

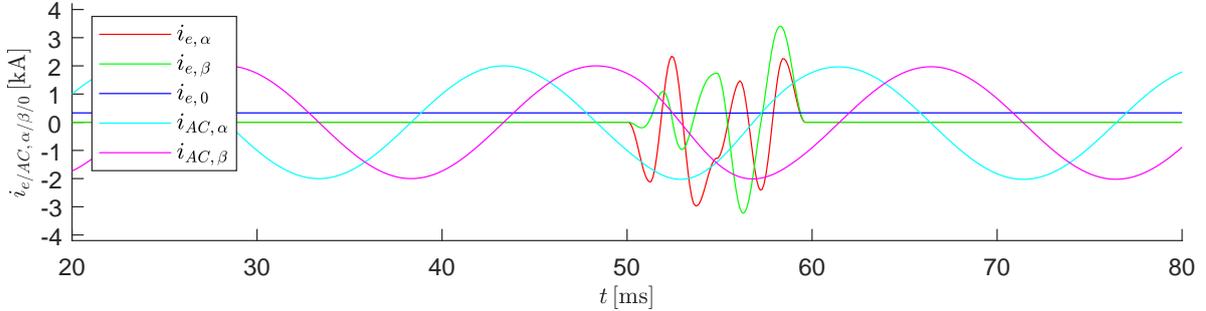
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.6\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.17\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 6.82\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 322/548\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 226\text{kV}$$

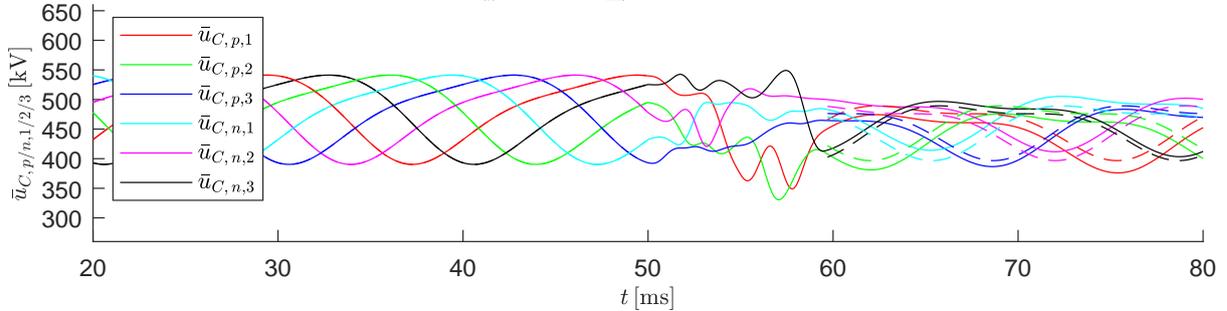


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.41\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.23\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 6.61\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.332\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [2 \ 3]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.23\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 7.05\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 331/549\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 218\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.58\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.39\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 6.18\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.332\text{kA}$$

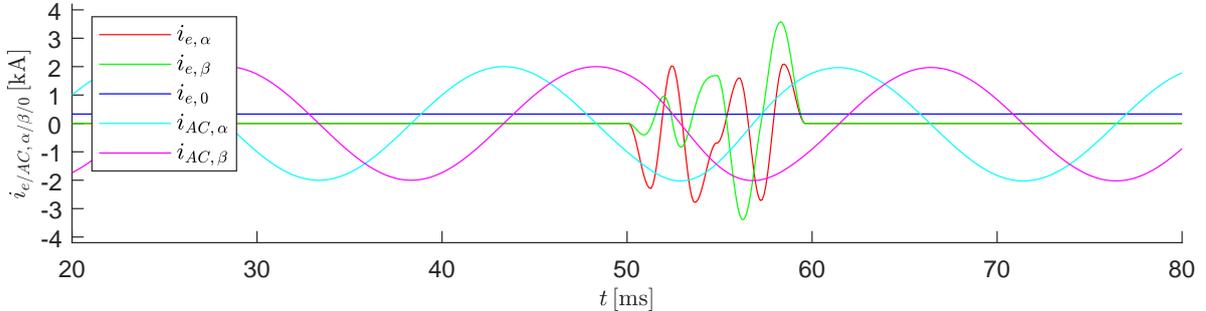


Abbildung B.65: Szenario 5: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$, verschieben des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i_{AC}}$ von 30° auf 64.3° und Reduzieren der im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent zum Startzeitpunkt $t_0 = 50 \text{ ms}$

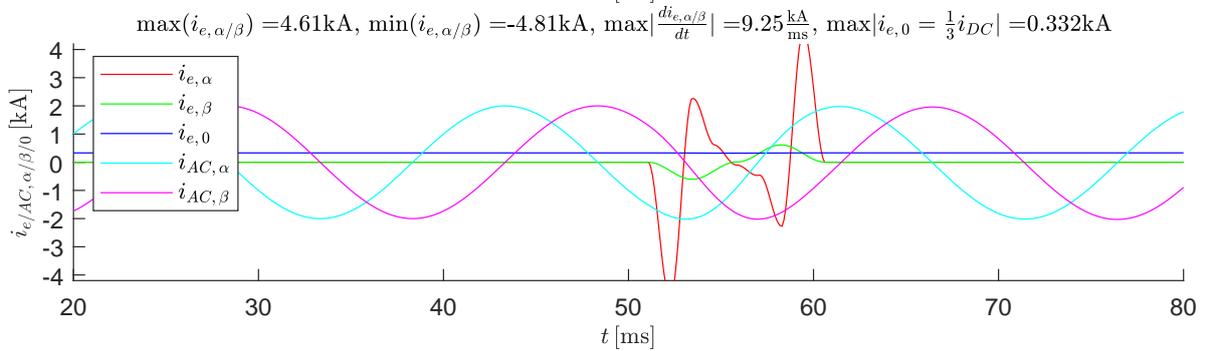
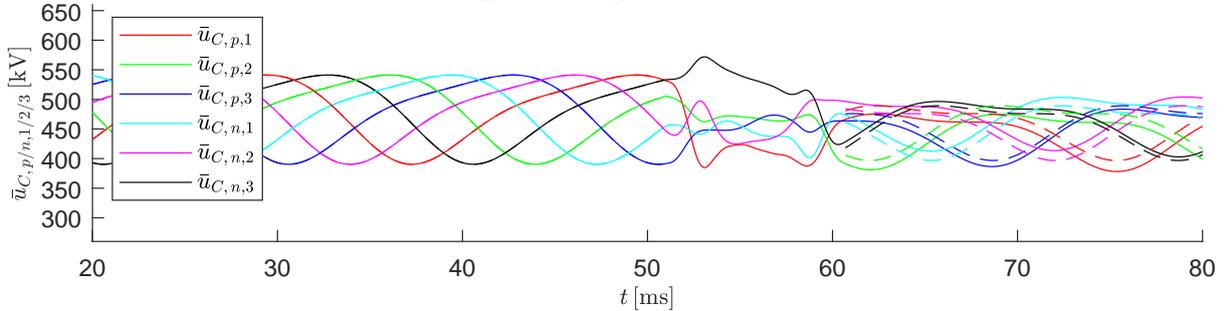
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 51\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.6\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 2]$, $u_{\Delta,0} : [3]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.76\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 9.36\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 378/572\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 194\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [1 \ 2]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [3 \ 5]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 2.78\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 2.94\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 326/556\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 229\text{kV}$$

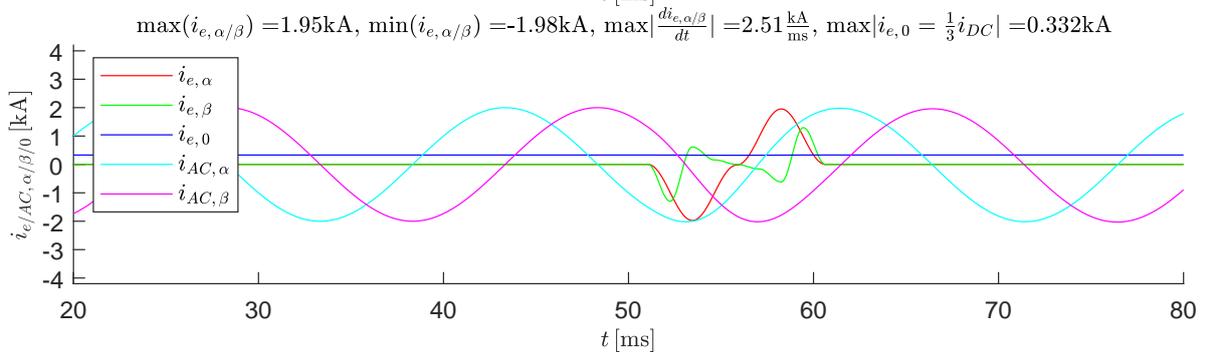
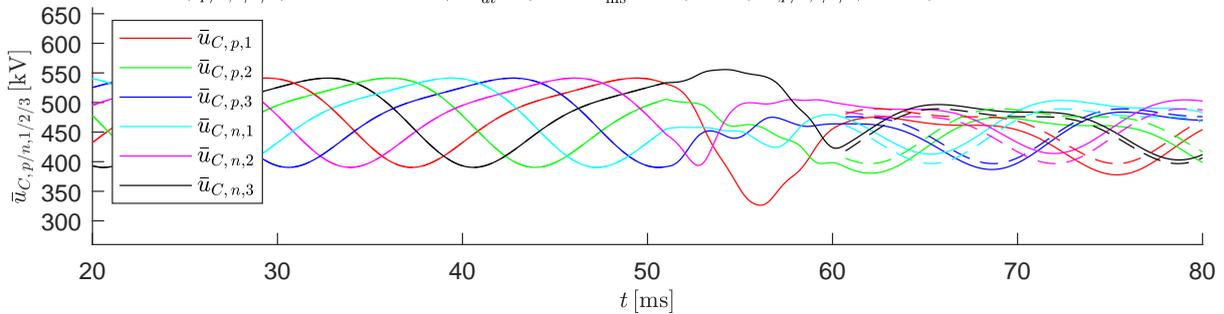


Abbildung B.66: Szenario 5: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6\text{ms}$, verschieben des AC-Phasenwinkels $\varphi_{i,AC}$ von 30° auf 64.3° und Reduzieren der im MMC gespeicherte Energie $W_{\Sigma,0}$ um zehn Prozent zum Startzeitpunkt $t_0 = 51\text{ms}$

B.8 Ergebnisse des Szenarios 6:

Szenario 3 mit Kreisströmen im (ss) und angepasster AC-Leistung

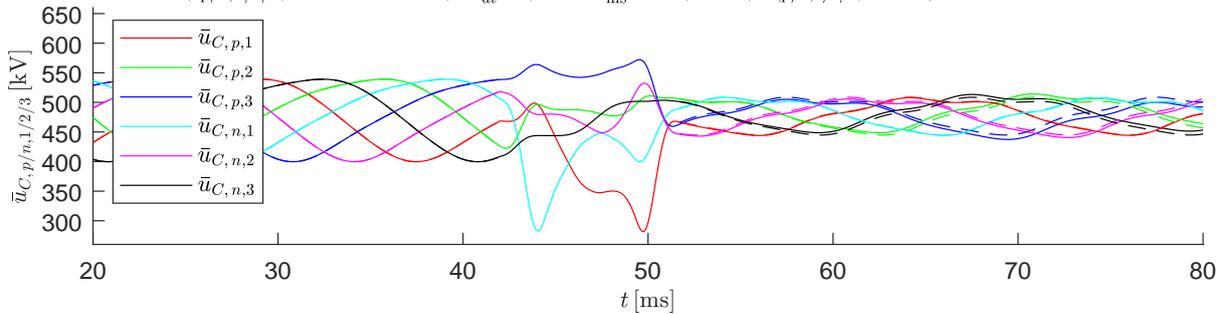
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 42\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

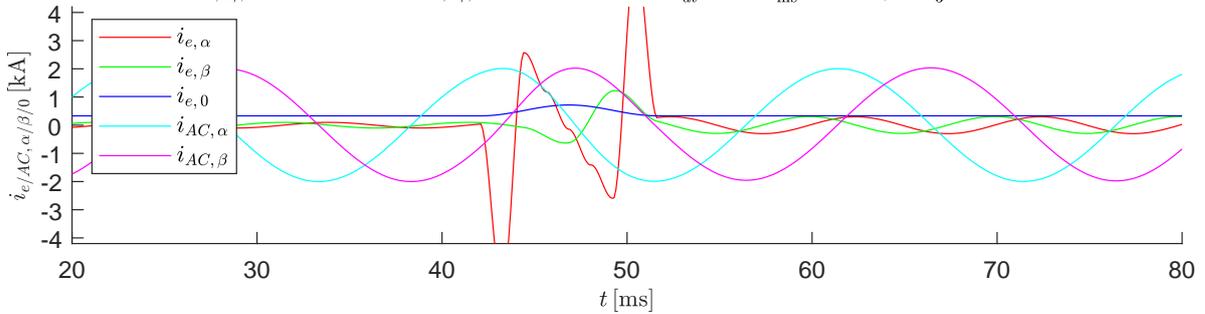
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 3]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 7.23\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 11.1\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 282/572\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 291\text{kV}$$

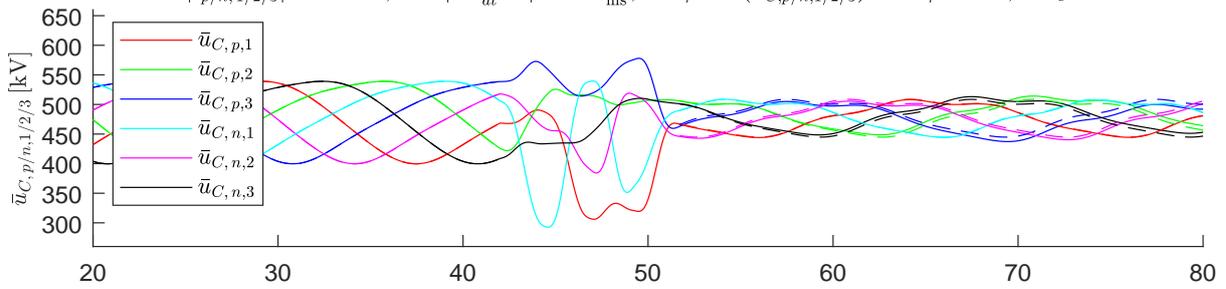


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 5.88\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -5.66\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 11\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.717\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 6.61\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 7.67\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 293/578\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 286\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 5.35\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -5.29\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 7.34\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.717\text{kA}$$

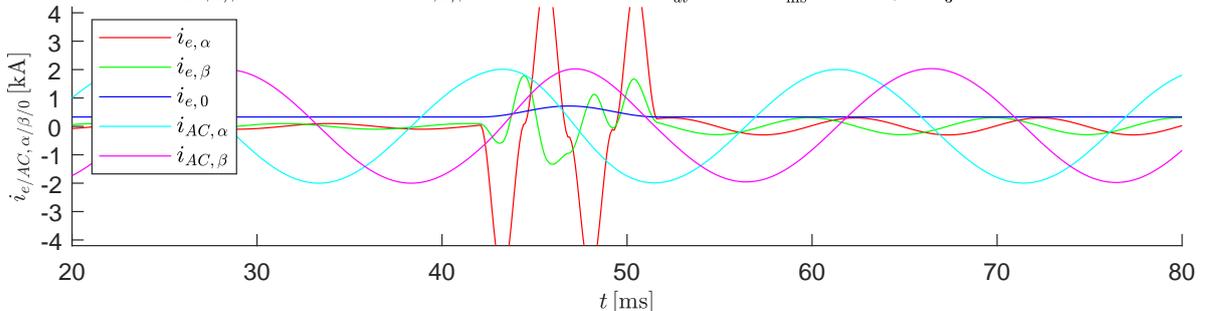


Abbildung B.67: Szenario 6: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6\text{ms}$, Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2\text{A} \cong 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2\text{A} \cong 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ und verschieben des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° zum Startzeitpunkt $t_0 = 42\text{ms}$

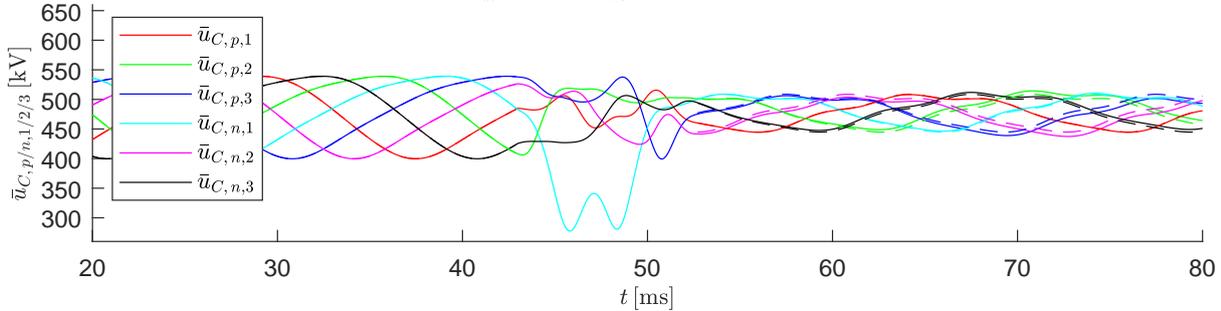
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 43\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

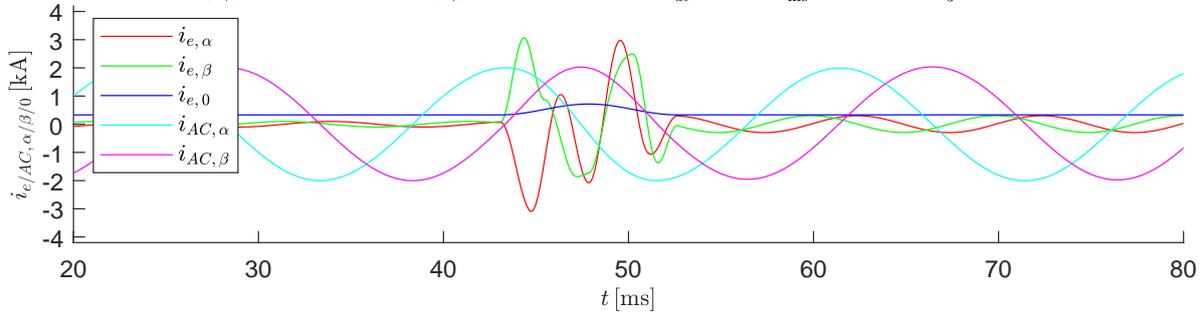
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 4 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.58\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 5.58\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 277/539\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 262\text{kV}$$

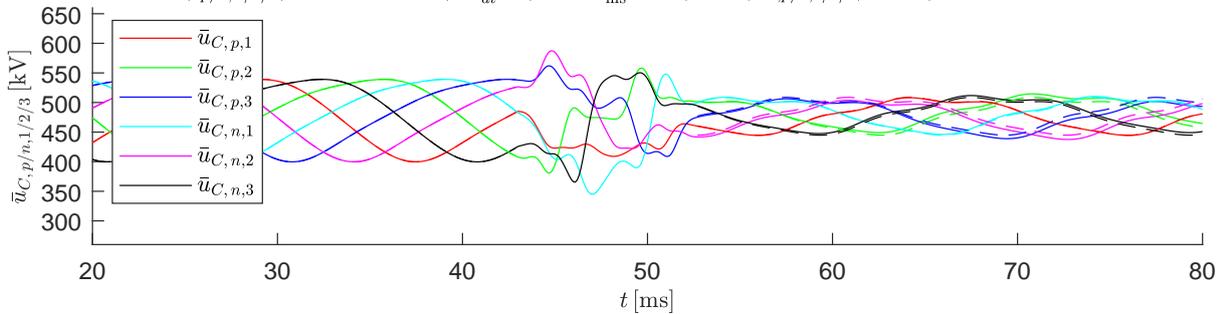


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.06\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.09\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 4.67\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.717\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 6]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 3.72\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 3.56\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 345/587\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 243\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 2.27\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.03\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 3.59\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0}| = \frac{1}{3}i_{DC} = 0.716\text{kA}$$

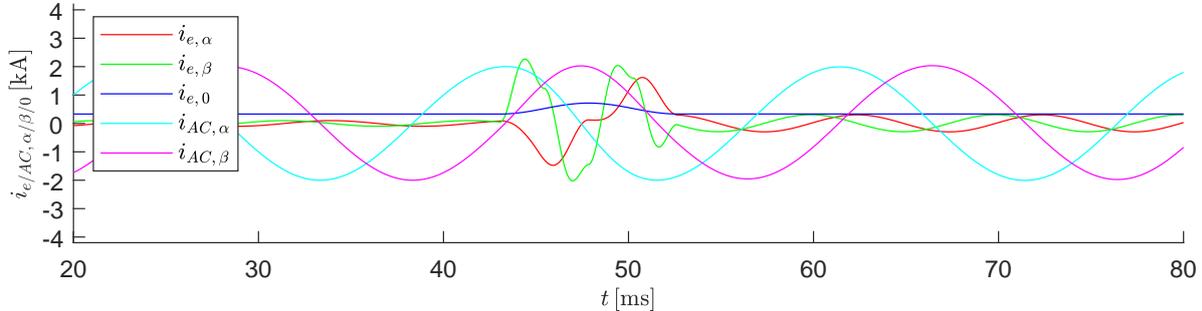


Abbildung B.68: Szenario 6: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$, Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2 \text{ A} \hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2 \text{ A} \hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ und verschieben des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° zum Startzeitpunkt $t_0 = 43 \text{ ms}$

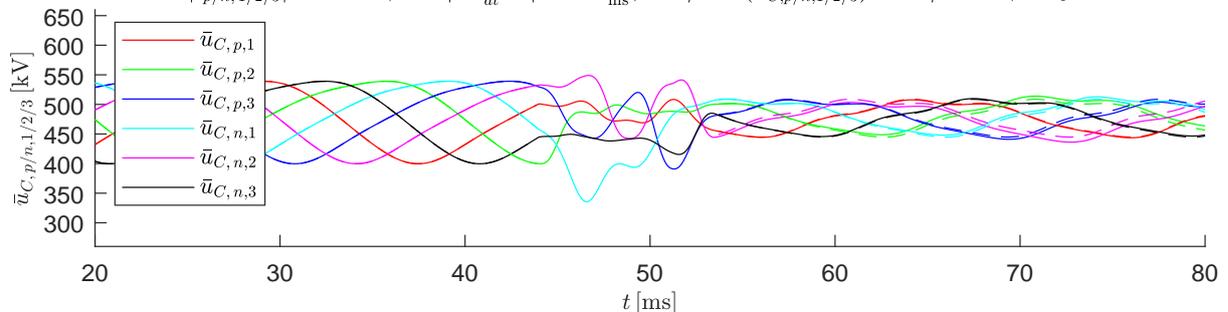
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 44\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

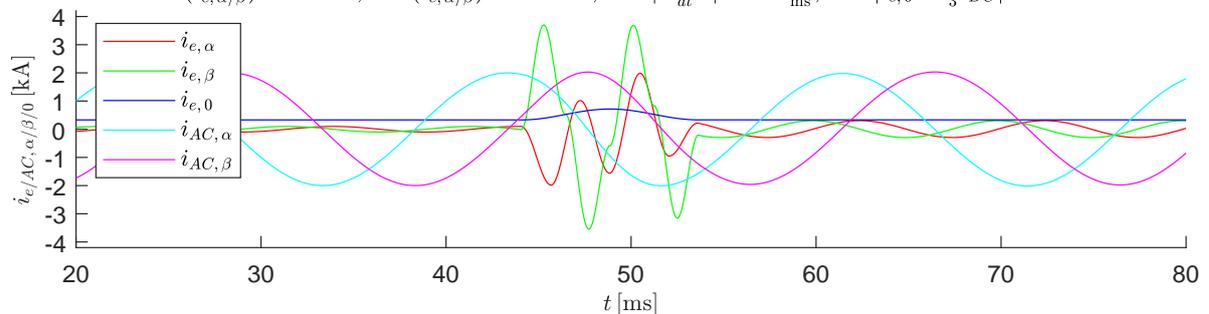
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.61\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 6.57\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 336/549\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 213\text{kV}$$

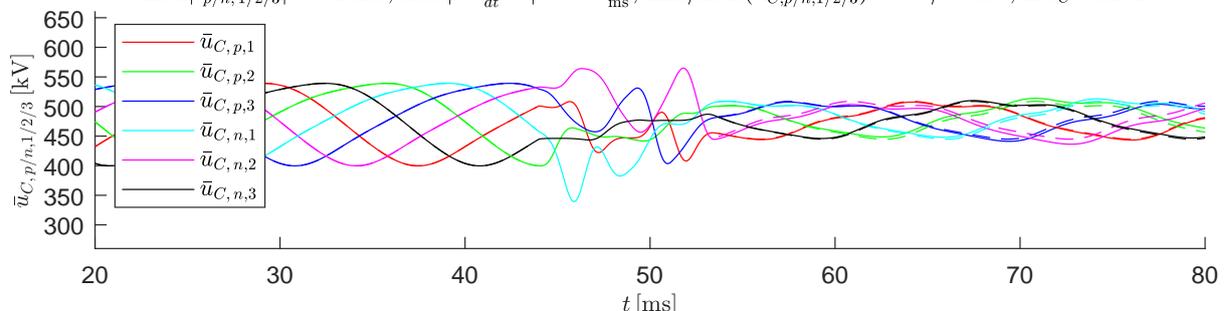


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.71\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.55\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 5.26\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.717\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.48\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 7.73\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 339/565\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 226\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.65\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.29\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 6.15\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.717\text{kA}$$

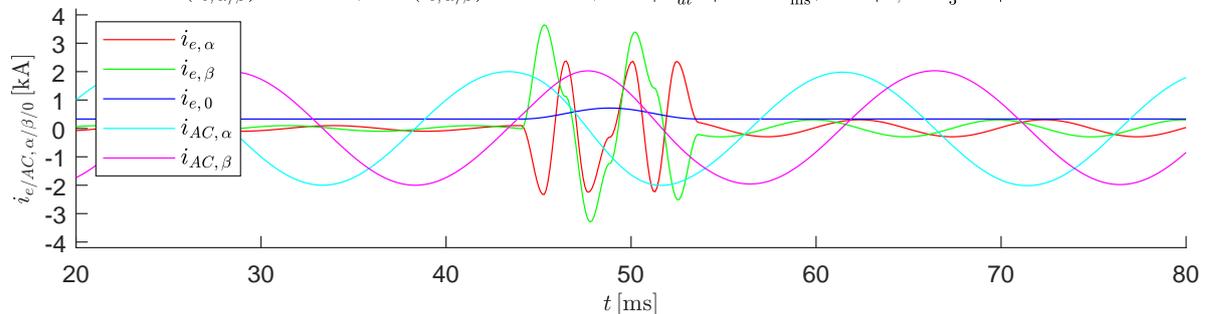


Abbildung B.69: Szenario 6: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$, Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2 \text{ A} \hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2 \text{ A} \hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ und verschieben des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° zum Startzeitpunkt $t_0 = 44 \text{ ms}$

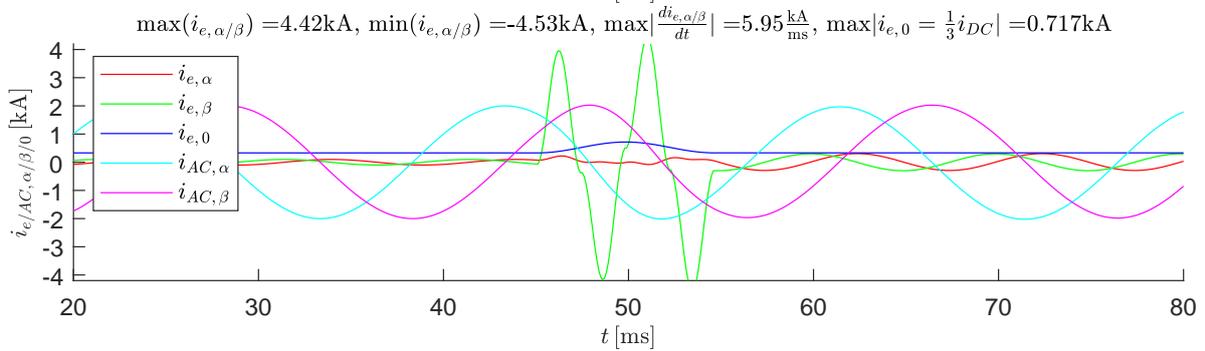
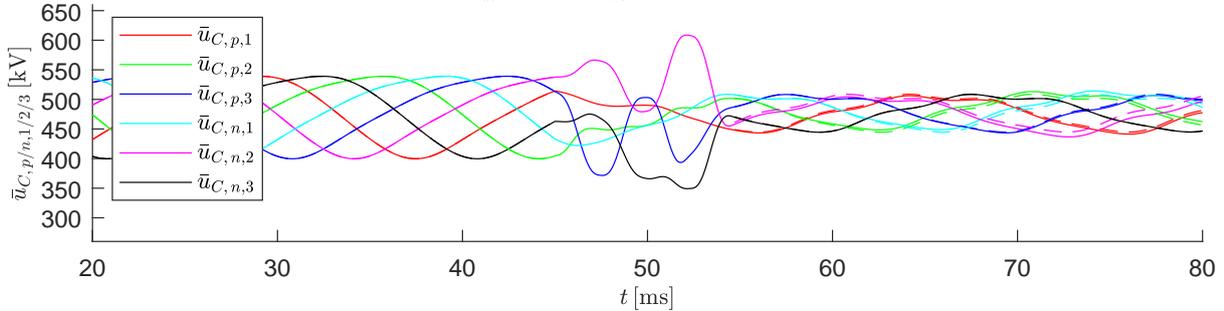
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 45\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.27\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 5.73\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 349/609\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 260\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.55\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 6.4\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 362/605\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 243\text{kV}$$

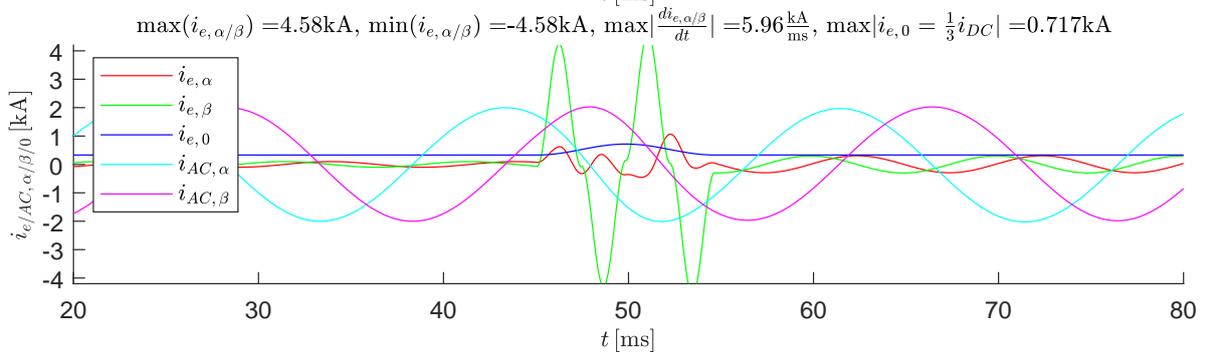
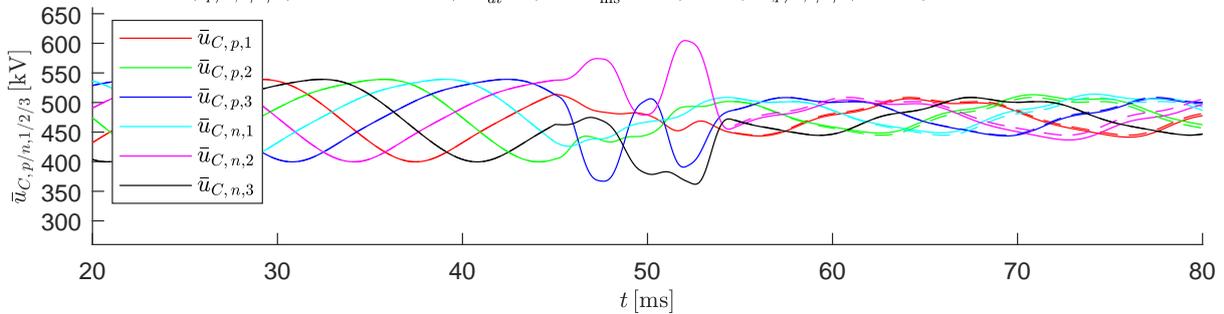


Abbildung B.70: Szenario 6: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$, Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2 \text{ A} \hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2 \text{ A} \hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ und verschieben des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° zum Startzeitpunkt $t_0 = 45 \text{ ms}$

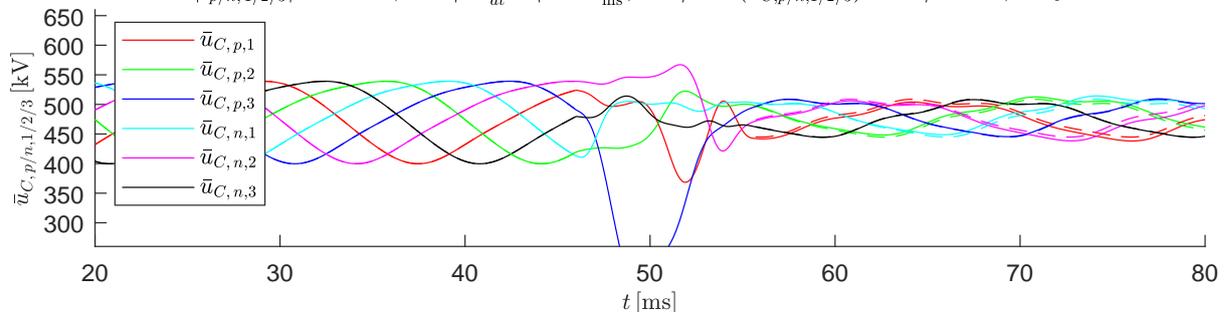
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 46\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

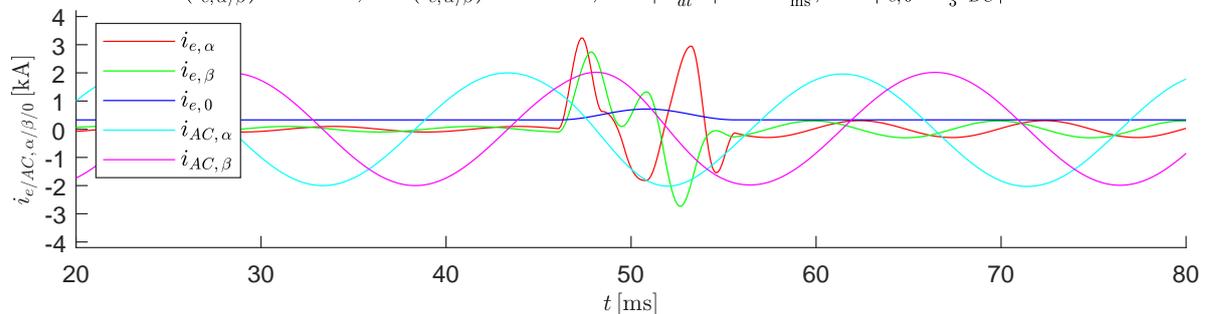
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.37\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 5.7\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 175/567\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 392\text{kV}$$

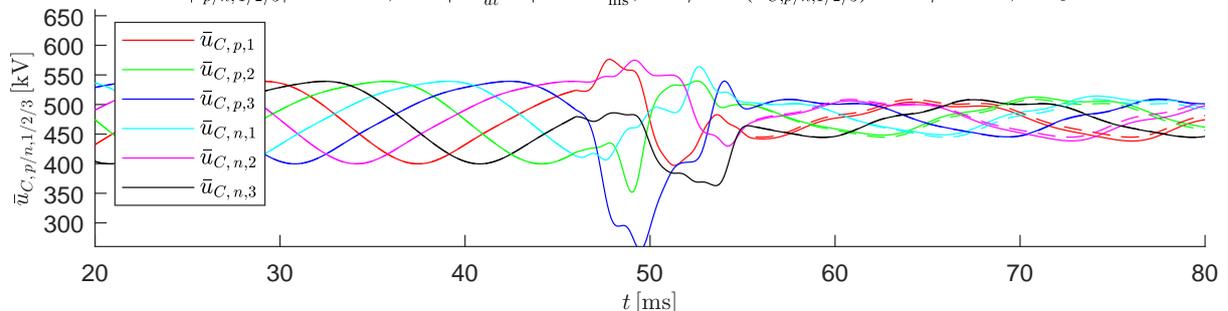


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.24\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.73\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 5.35\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.717\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 6]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.29\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 4.05\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 255/576\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 322\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 2.7\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -2.54\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 3.95\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.717\text{kA}$$

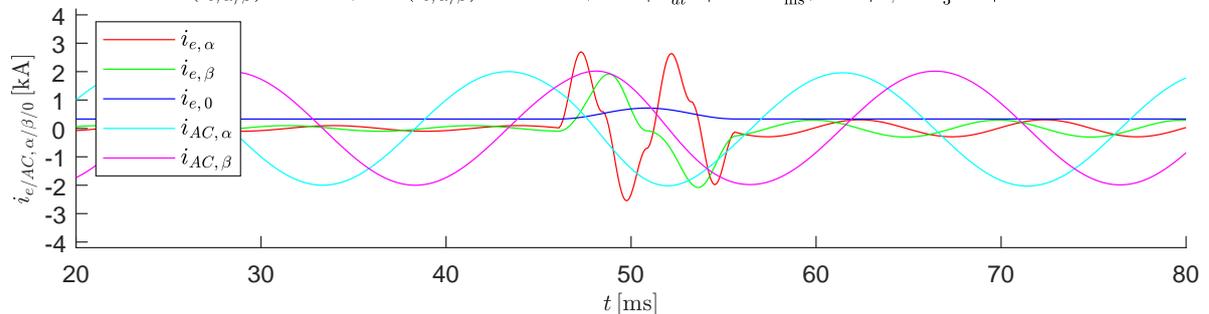


Abbildung B.71: Szenario 6: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$, Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2 \text{ A} \hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2 \text{ A} \hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ und verschieben des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° zum Startzeitpunkt $t_0 = 46 \text{ ms}$

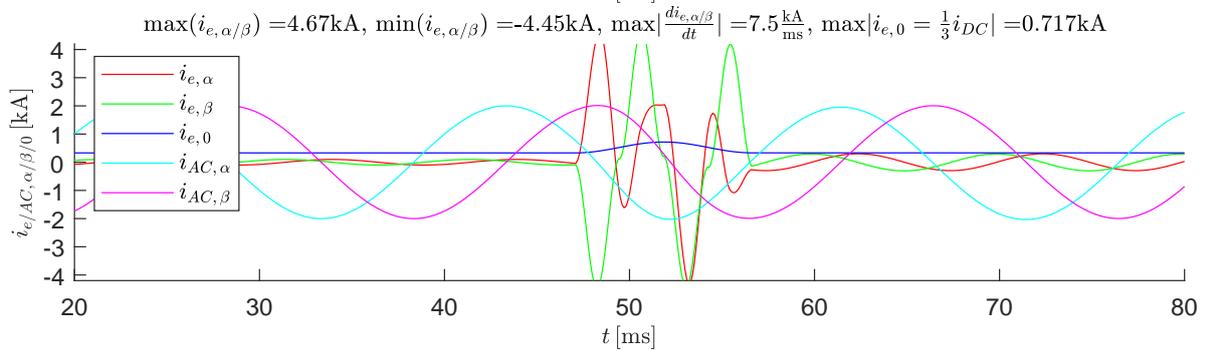
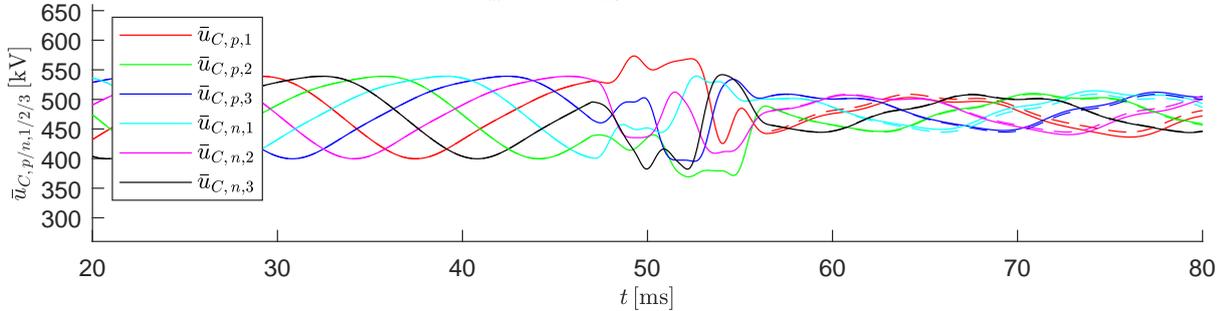
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 47\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [2 \ 5 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 4]$, $u_{\Delta,0} : [3]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 7.36\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 8.9\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 369/573\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 204\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 8.08\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 14.1\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 311/598\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 287\text{kV}$$

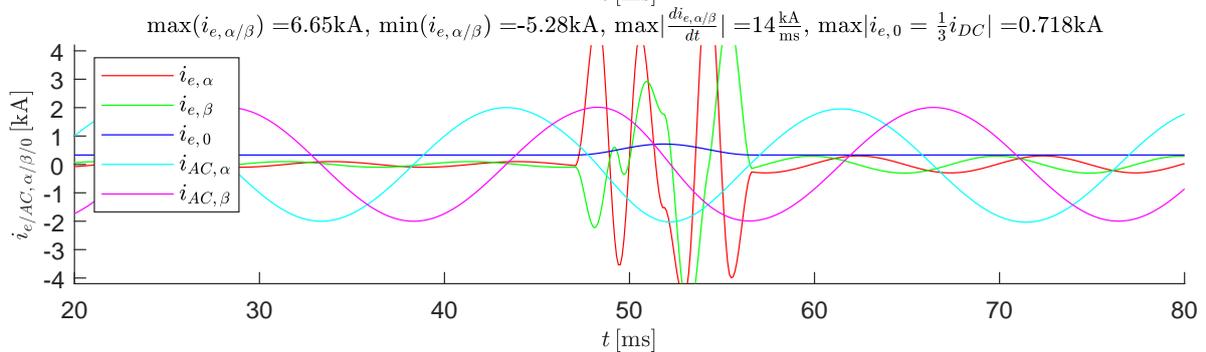
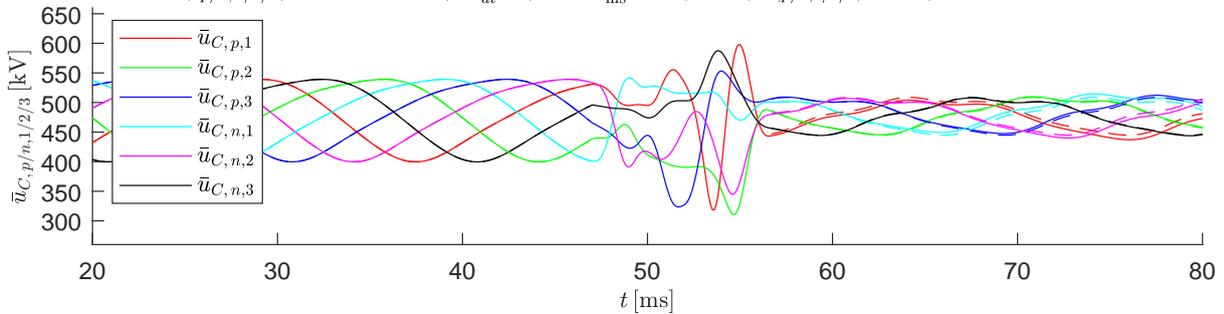


Abbildung B.72: Szenario 6: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$, Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2 \text{ A} \hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2 \text{ A} \hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ und verschieben des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° zum Startzeitpunkt $t_0 = 47 \text{ ms}$

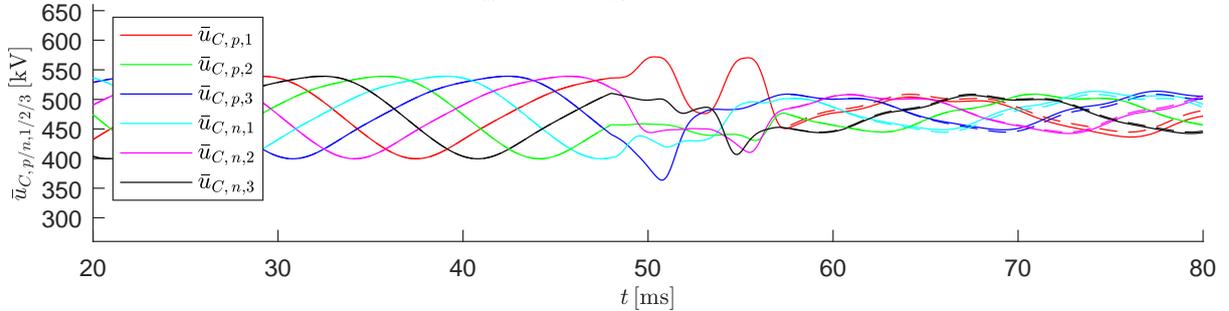
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 48\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

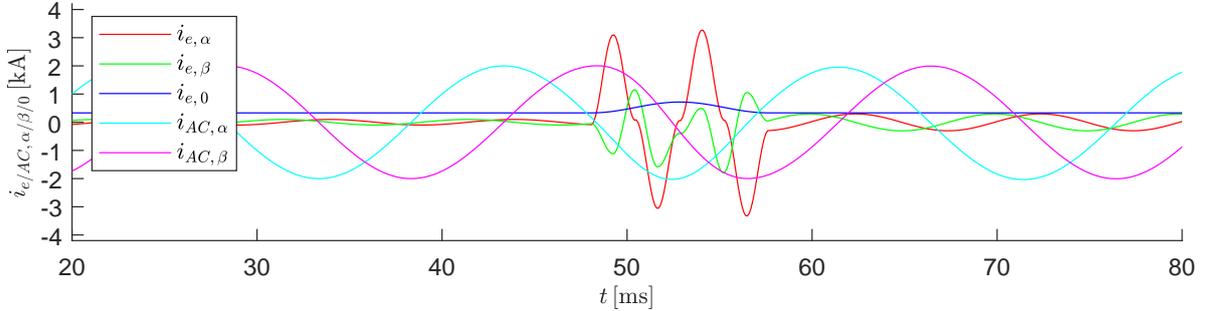
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [1 \ 5 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.74\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 5.59\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 364/572\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 208\text{kV}$$

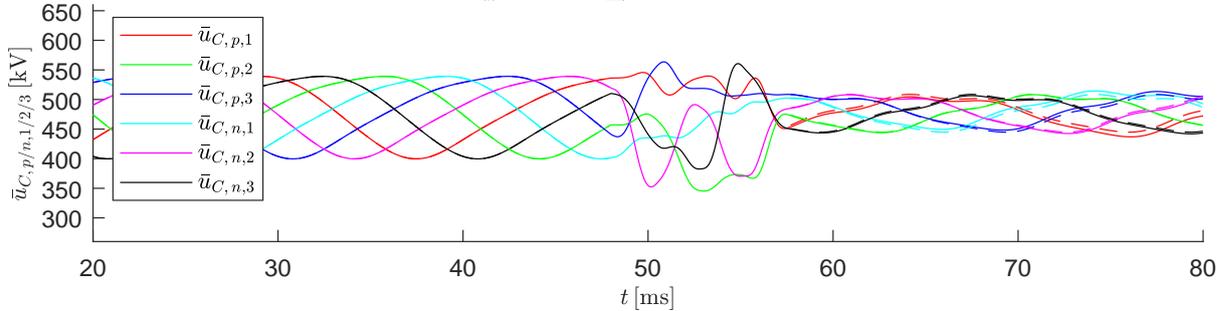


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.27\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.33\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 4.35\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.717\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [4 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 6.15\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 8.87\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 345/564\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 218\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 4.84\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -4.78\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 6.72\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.717\text{kA}$$

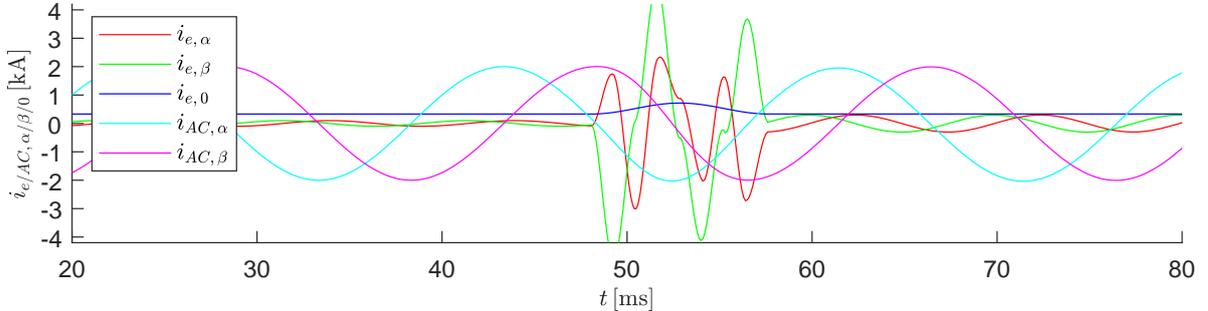


Abbildung B.73: Szenario 6: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$, Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2 \text{ A} \hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2 \text{ A} \hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ und verschieben des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° zum Startzeitpunkt $t_0 = 48 \text{ ms}$

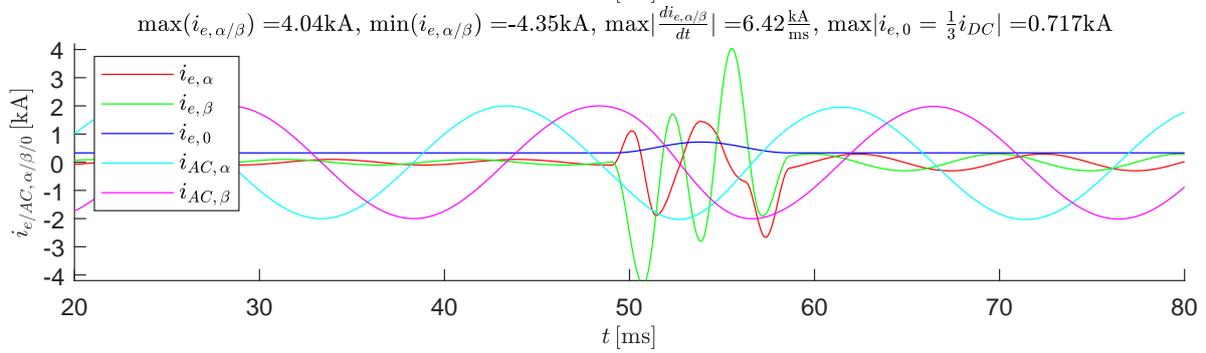
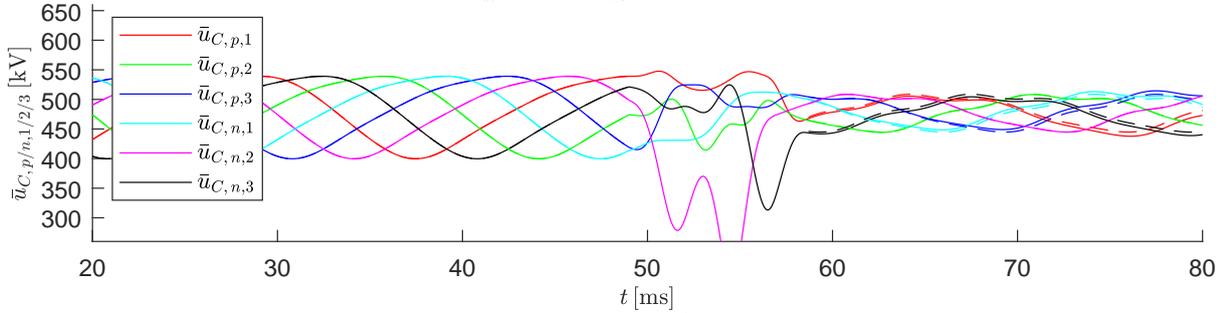
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 49\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.83\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 6.48\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 186/548\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 362\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 4]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 3.51\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 4.63\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 317/594\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 277\text{kV}$$

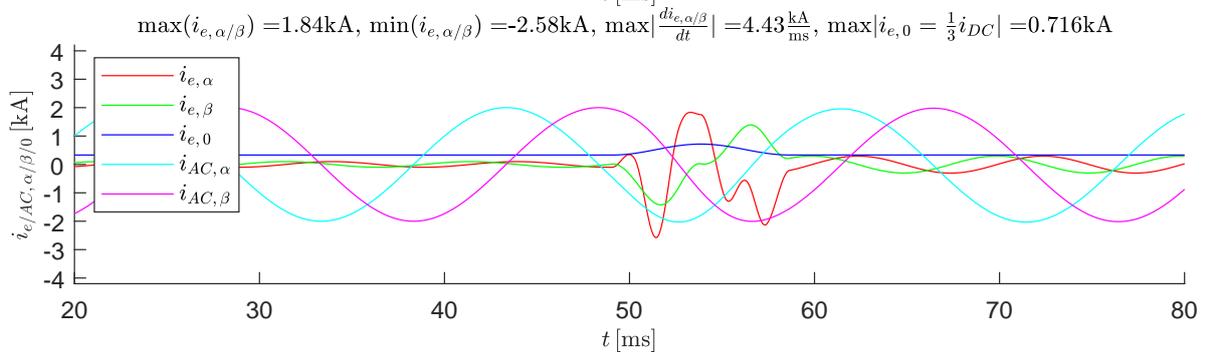
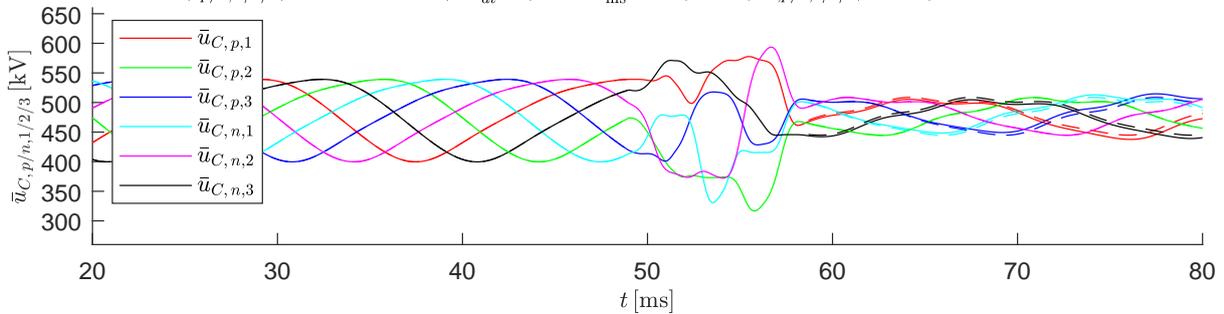


Abbildung B.74: Szenario 6: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$, Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2 \text{ A} \hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2 \text{ A} \hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ und verschieben des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° zum Startzeitpunkt $t_0 = 49 \text{ ms}$

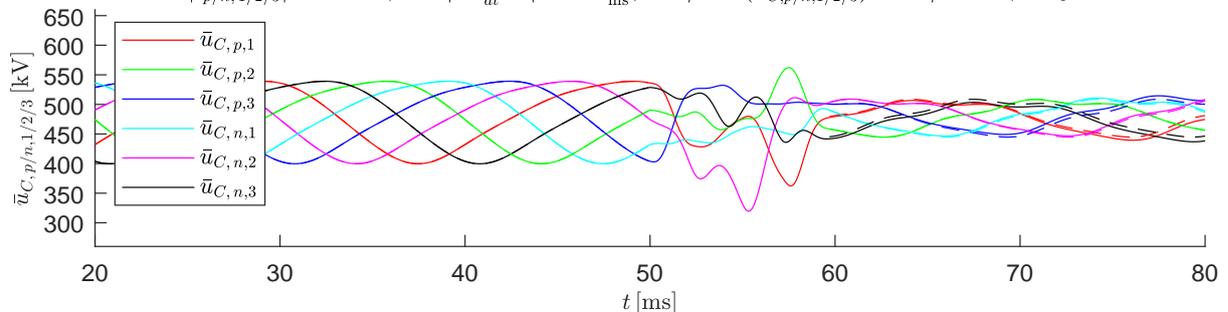
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 50\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

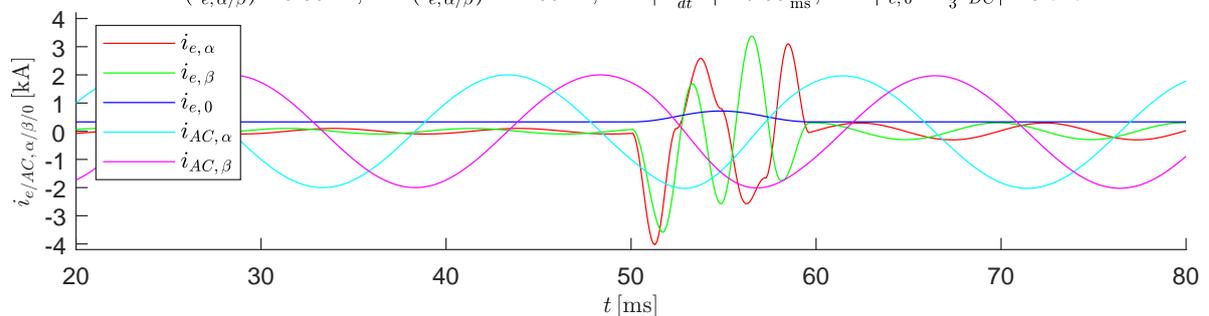
$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.55\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 6.95\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 320/562\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 243\text{kV}$$

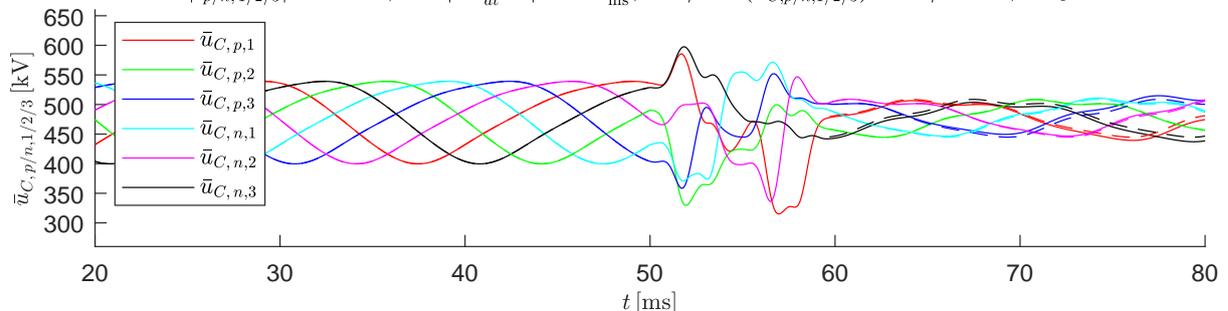


$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 3.38\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -4.03\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 6.08\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.717\text{kA}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 6]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 4.24\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 5.04\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 315/598\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 282\text{kV}$$



$$\max(i_{e,\alpha/\beta}) = 2.65\text{kA}, \quad \min(i_{e,\alpha/\beta}) = -3.01\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt}\right| = 4.64\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \max|i_{e,0} = \frac{1}{3}i_{DC}| = 0.717\text{kA}$$

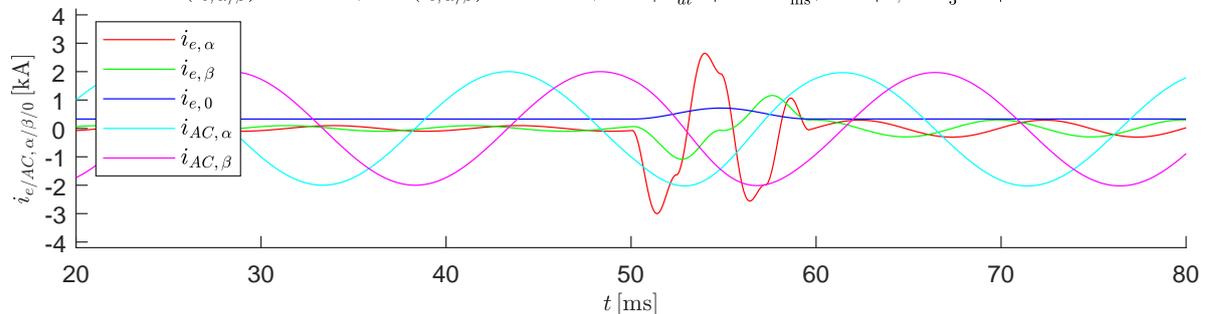


Abbildung B.75: Szenario 6: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$, Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2 \text{ A} \hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2 \text{ A} \hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ und verschieben des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° zum Startzeitpunkt $t_0 = 50 \text{ ms}$

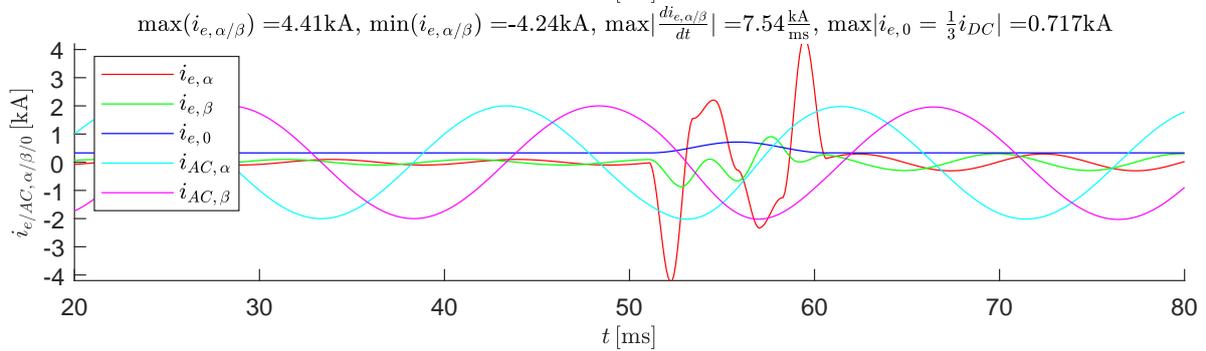
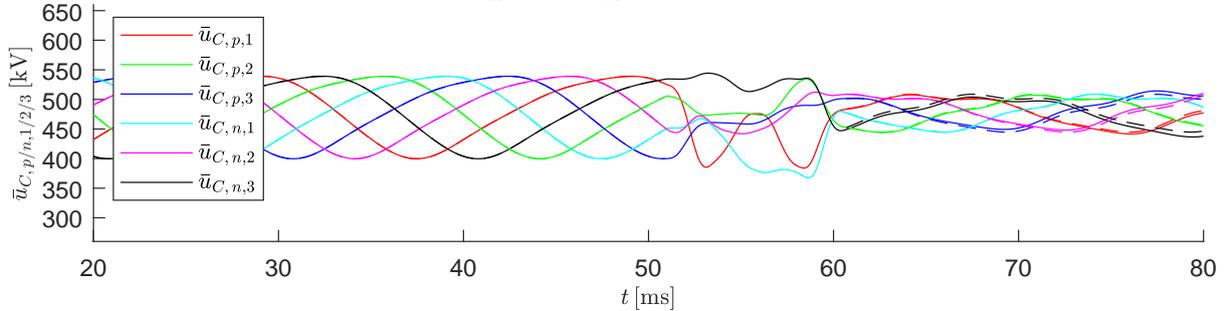
Transition von (ss1) \rightarrow (ss2) mit der Dauer: $T_s = 9.6\text{ms}$ und der Startzeit: $t_0 = 51\text{ms}$,

$$u_{DC}^{(ss1)} = 400\text{kV} \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 200\text{kV}, \quad \hat{u}_{AC}^{(ss1)} = 150\text{kV} \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 150\text{kV},$$

$$W_{\Sigma,0}^{(ss1)} = 1.7\text{MJ} \rightarrow W_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 1.7\text{MJ}, \quad \hat{i}_{AC}^{(ss1)} = 2\text{kA} \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2\text{kA}$$

Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [3 \ 4 \ 6]$, $i_{e,\beta} : [2 \ 5]$, $u_{\Delta,0} : [1]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.61\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 7.7\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 367/544\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 177\text{kV}$$



Verwendete Zuordnung der Basisfunktionen Φ_i : $i_{e,\alpha} : [4 \ 5]$, $i_{e,\beta} : [3 \ 6]$, $u_{\Delta,0} : [1 \ 2]$,

$$\max|i_{p/n,1/2/3}| = 5.3\text{kA}, \quad \max\left|\frac{di_{p/n,1/2/3}}{dt}\right| = 5.87\frac{\text{kA}}{\text{ms}}, \quad \min/\max(\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}) = 367/552\text{kV}, \quad \Delta\bar{u}_C = 184\text{kV}$$

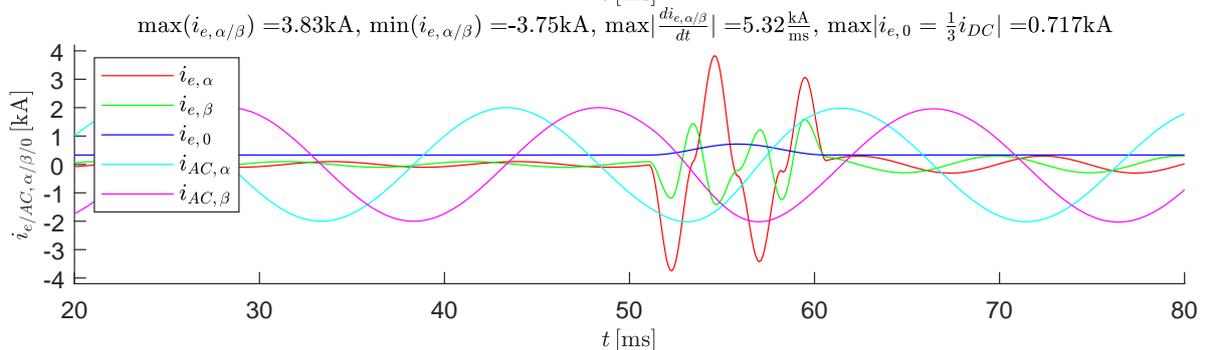
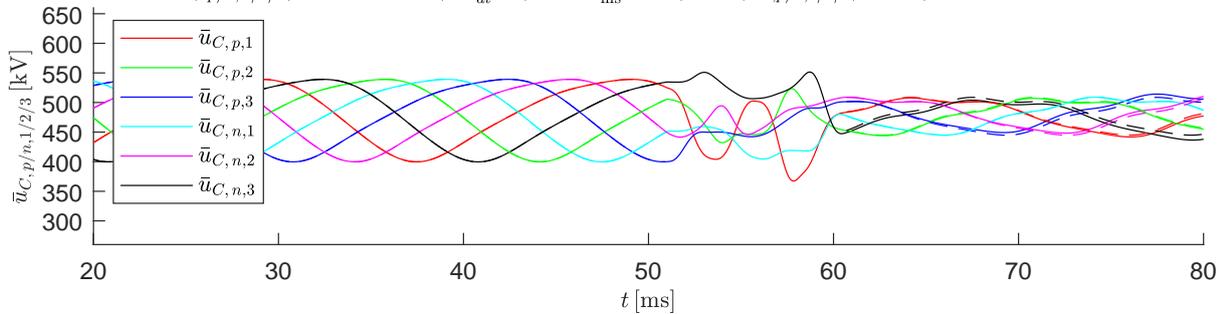


Abbildung B.76: Szenario 6: Spannungseinbruch $\Delta u_{DC} = 0.5 u_{DC}^{(ss1)}$, Übergangszeit $T_s = 9.6 \text{ ms}$, Kreisstromamplituden im (ss) $\hat{i}_e^{(ss1)} = 99.2 \text{ A} \hat{=} 0.1 \hat{i}_{DC}^{(ss1)}$ und $\hat{i}_e^{(ss2)} = 299.2 \text{ A} \hat{=} 0.3 \hat{i}_{DC}^{(ss2)}$ und verschieben des AC-Phasenwinkels von 30° auf 64.3° zum Startzeitpunkt $t_0 = 51 \text{ ms}$