

UNIVERSITÄT DER BUNDESWEHR MÜNCHEN
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik

Optimierungsstrategien für die Modellprädiktive Regelung der Fahrzeuglängsdynamik

Ulrich Vögele

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Elektrotechnik und
Informationstechnik der Universität der Bundeswehr München
zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

angenommenen Dissertation.

Gutachter/Gutachterin:

1. Prof. Dr.-Ing. Christian Endisch
2. Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Weyh

Die Dissertation wurde am 14.04.2025 bei der
Universität der Bundeswehr München eingereicht und durch die Fakultät für
Elektrotechnik und Informationstechnik am 04.07.2025 angenommen.
Die mündliche Prüfung fand am 07.07.2025 statt.

Die beste Methode die Zukunft vorherzusagen besteht darin, sie zu erfinden.

Alan Kay

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Forschungsgruppe „Elektromobilität und lernfähige Systeme“ an der Technischen Hochschule Ingolstadt.

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater, Prof. Dr.-Ing. Christian Endisch, Leiter der Forschungsgruppe sowie Institutsleiter des Instituts für Innovative Mobilität, für seine hervorragende wissenschaftliche Betreuung, seine Unterstützung während meiner Zeit am Institut und auch darüber hinaus. Ebenso danke ich Prof. Dr.-Ing. (habil.) Thomas Weyh vom Lehrstuhl für Elektrische Energieversorgung der Universität der Bundeswehr München für das in mich gesetzte Vertrauen und die wissenschaftliche Freiheit, die er mir während der Promotionsphase gewährte.

Ich hatte das große Glück, im Laufe meiner Promotion mit zahlreichen engagierten und inspirierenden Menschen zusammenarbeiten zu dürfen, die diese Zeit fachlich wie persönlich bereichert haben. Besonders dankbar bin ich meinen Weggefährten der ersten Stunde: Johannes Ziegmann, Simon Beyer, Lukas Leitner, Tino Müller und Michael Pfäffl.

Als Technologiefeld-Leiter für intelligente Batteriesysteme durfte ich darüber hinaus mit vielen talentierten Studierenden und Doktoranden/Doktorandinnen zusammenarbeiten, darunter Julia Stöttner, Michael Okon, Michael Schmid, Dominik Schneider, Bernhard Liebhart, Sebastian Mayer, Christoph Hartmann, Lydia Komsijska, Jan Kleiner und Tobias Buchberger. Nicht zuletzt danke ich Andreas Frey, der stets mit Rat, Tat und technischem Geschick zur Seite stand, wenn es darum ging, Laborversuche aufzubauen.

Ein besonderer Dank gilt auch Dr. Dipl.-Ing. Dipl.-Ing. Michael Hinterberger, der das Batterieprojekt überhaupt erst ermöglicht hat und von dem ich in dieser Zeit sehr viel lernen durfte.

Kurzfassung

Effizienzsteigerungen in konventionell angetriebenen Fahrzeugen sind heutzutage oft nur durch hohe Entwicklungs- und Kostenaufwendungen möglich, da der konventionelle Antriebsstrang einen sehr hohen Reifegrad besitzt. Eine Möglichkeit, ohne Änderungen am Antriebsstrang Effizienzsteigerungen zu erzielen, ist die Optimierung der Fahrweise bzw. des Betriebs des Fahrzeugs. Der Einsatz einer vorausschauenden Längsführung, auf Basis eines Modells des Fahrzeugs und der vorausliegenden Strecke, verspricht dabei eine kosteneffiziente Lösung zur Reduktion des Kraftstoffverbrauchs. Dies führt zu einer intelligenten Betriebsweise des Fahrzeuges.

Zur Optimierung der Längsführung können unterschiedliche Verfahren der Optimalsteuerung in einer modellprädiktiven Regelung verwendet werden. Um eine Aussage über ihre Eignung für diesen Anwendungsfall machen zu können, werden in dieser Arbeit unterschiedliche direkte Verfahren und die Dynamische Programmierung vorgestellt und verglichen.

Zur Ermittlung des Kraftstoffverbrauchs bei Fahrzeugen mit Verbrennungsmotoren und dem Energieverbrauch bei batterieelektrischen Fahrzeugen ist zusätzlich ein Verbrauchsmodell des Antriebs notwendig. Das in dieser Arbeit verwendete Willans Linien Modell bietet hier eine Approximation für viele Antriebskomponenten.

Neben dem gewählten Verfahren haben besonders die Rahmenbedingungen, innerhalb derer eine Optimierung stattfinden kann, als auch der Fahrzeugtyp selbst, einen Einfluss auf die möglichen Verbrauchersparnisse. Bei den Rahmenbedingungen haben die maximalen und minimalen Verzögerungen in den Verzögerungsphasen, sowie der Einsatz des Segelns, den größten Einfluss. Beim Fahrzeugtyp wirkt sich die vorausschauende Längsführung besonders bei schwereren Fahrzeugen positiv aus. Bei batterieelektrischen Fahrzeugen ist die Energieersparnis aufgrund des über weite Betriebsbereiche hohen Wirkungsgrads des Antriebs weniger ausgeprägt.

Wegen der geringen Anzahl an Systemzuständen und der einfachen Integration diskreter Entscheidungsvariablen empfiehlt sich eine Umsetzung der prädiktiven Längsführung mittels der Dynamischen Programmierung. Diese kann vorteilhaft durch eine offline Berechnung der Kostenfunktion ausgelegt werden, so dass eine Längsführung mit sehr geringem online Rechenzeitbedarf entworfen werden kann.

Als Erweiterung werden in dieser Arbeit neben streckenbasierten Informationen auch die Berücksichtigung von zeitlich veränderlichen Einschränkungen in der Optimierung untersucht. So können zeitliche Beschränkungen, wie eine geforderte Minstdurchschnittsgeschwindigkeit, durch eine multikriterielle Dynamische Programmierung berücksichtigt werden. Die Arbeit stellt unterschiedliche Möglichkeiten zeitlicher Nebenbedingungen vor und implementiert entsprechende Optimierungen. Die Umsetzung einer vorausschauenden Längsführung, unter Einbeziehung einer

zeitlichen Abhängigkeit, wird abschließend am Beispiel eines Benchmarkproblems zum Betrieb eines LKWs gezeigt.

Abstract

Predictive longitudinal control offers a flexible solution for reducing fuel consumption in motor vehicles, which does not require any changes to components. The reduction is therefore determined solely by the more intelligent operation, based on a model of the system and knowledge about the route ahead.

Various methods of optimal control can be used to optimize this system. In this thesis different direct methods and dynamic programming are presented. In contrast to dynamic programming, direct methods cannot deal directly with non-continuous optimization variables. These discrete optimization variables must first be converted into a continuous problem, for example by convexification. The methods of optimal control can then be used in the context of a model-based predictive control in the vehicle.

To determine the fuel consumption of vehicles with combustion engines and the energy consumption of battery electric vehicles, an additional consumption model of the drive is required. The Willans Line Model offers an approximation for many drive components.

The fuel savings of the predictive longitudinal control depend on various factors. On the one hand, this depends on the implementation of predictive longitudinal control, but also on the vehicle itself. To analyze these influences, the fuel consumption for different parameters is first determined using dynamic programming. Especially the maximum and minimum decelerations in the deceleration phases as well as the use of coasting have a great influence. A linear model of the vehicle parameters as a function of the vehicle mass is used to investigate the influence of different vehicle classes. In this way, the fuel savings can be determined for different vehicle classes. Especially for heavier vehicles, the predictive longitudinal control has a positive effect. With battery electric vehicles, the energy saving is less pronounced due to the high efficiency of the drive over wide operating ranges.

The implementation of the predictive longitudinal control can be carried out with the optimization methods presented. Due to the low number of system states and the discrete decision variables of coasting, it is advisable to implement this using dynamic programming. Especially if the costs are calculated in advance, a longitudinal control with very low computing time requirement can be developed.

Different temporal constraints can be introduced by extending the dynamic programming. Thus time restrictions, as they arise when a minimum average speed is required, can be taken into account by multi-criteria dynamic programming. Time is considered as an additional cost term in the vectorial cost function. Time constraints, e.g. traffic lights or other road users, can be mapped by considering time as a further state of the system. In both cases, this converts the previously scalar optimization problem into a multi-criteria optimization problem, which increases the computing requirements. Under the assumption of constant acceleration processes, however,

the temporal constraints can also be mapped in the velocity band. This means that scalar optimization can be applied again, but the solution space is severely restricted, resulting in higher consumption compared to the optimal solution.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	iii
Kurzfassung	v
Abstract	vii
Inhaltsverzeichnis	ix
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Ausgangspunkt	2
1.2.1 Optimierungsbasierte Verfahren	3
1.2.2 Nicht optimierungsbasierte Verfahren	3
1.2.3 Einschränkungen der genannten Verfahren	3
1.3 Beitrag und Gliederung	4
2 Grundlagen der numerischen Simulation dynamischer Systeme	7
2.1 Einschrittverfahren	7
2.2 Konsistenz, Konvergenz und Stabilität	8
2.2.1 Konsistenz	9
2.2.2 Konvergenz	9
2.2.3 Stabilität	10
2.3 Numerische Bestimmung der Diskretisierungsfehler	10
3 Fahrzeug Modellierung	13
3.1 Modellierungsansatz	13
3.2 Längsdynamik des Fahrzeugs	14
3.2.1 Allgemeine Bewegungsgleichungen	14
3.2.2 Streckenabhängige Bewegungsgleichungen	20
3.3 Numerische Approximation der Bewegungsgleichungen	21

3.3.1	Stabilität	21
3.3.2	Diskretisierungsfehler	22
3.4	Verbrauchsmodellierung	23
3.4.1	Funktionsapproximatoren	23
3.4.2	Reifen und Getriebe	24
3.4.3	Verbrennungsmotor	25
3.4.4	Elektrische Maschine	27
3.4.5	Energiespeicher	29
4	Modellbasierte prädiktive Regelung	31
4.1	Allgemein	31
4.2	Verfahren zur Optimalsteuerung dynamischer Systeme	32
4.3	Eingliederung der Verfahren zur Optimalsteuerung	33
4.4	Direkte Verfahren	34
4.4.1	Direkte Einfachschießverfahren	34
4.4.2	Direkte Mehrfachschießverfahren	35
4.4.3	Direkte Kollokationsverfahren	36
4.4.4	Gemischt-ganzzahlige Optimierung	39
4.5	Dynamische Programmierung	40
4.5.1	Die Dynamische Programmierung als Kürzeste-Wege Problem	42
4.5.2	Komplexität der Verfahren	44
4.6	Beschränkte und Pareto-Optimierung	45
4.7	Stand der Technik	47
5	Vorausschauende Längsführung	53
5.1	Problembeschreibung	53
5.1.1	Oberes Geschwindigkeitslimit	53
5.1.2	Unteres Geschwindigkeitslimit	54
5.1.3	Bestimmung des Geschwindigkeitsbands	55
5.1.4	Optimierungsproblem	55
5.1.5	Gangwahl und Segeln	56
5.2	Sensitivität der optimalen Längsführung hinsichtlich der Parameter . .	57
5.2.1	Bestimmung der optimalen Längsführung mittels Dynamischer Programmierung	57
5.2.2	Wahl der Zustands- und Streckendiskretisierung	58

5.2.3	Wahl der Geschwindigkeitslimits	59
5.2.4	Einfluss des Segelns	64
5.2.5	Einfluss des Prädiktionshorizonts	66
5.2.6	Zusammenfassung	68
5.3	Potenzial einer optimalen Längsführung für Fahrzeuge mit Verbrennungsmotor	69
5.4	Potenzial einer optimalen Längsführung für batterieelektrische Fahrzeuge	70
5.5	Dynamische Programmierung mit offline berechneten Kosten	71
5.6	Vergleich der Verfahren	73
5.6.1	Ohne Segeln	74
5.6.2	Mit Segeln	74
5.7	Zusammenfassung	75
6	Längsführung mit zeitabhängigen Nebenbedingungen	77
6.1	Berücksichtigung zeitlicher Beschränkungen	78
6.1.1	Gewichtete Kostenfunktion	78
6.1.2	Vektorielle Kostenfunktion	79
6.1.3	Anwendung der vektoriellen Kostenfunktion in der Längsführung	79
6.2	Berücksichtigung zeitlicher Einschränkungen	82
6.2.1	Monotonie der Kostenfunktion	82
6.2.2	Dominanz bei Berücksichtigung der Zeit als Zustand	82
6.2.3	Dominanz bei Berücksichtigung von Zeitintervallen	84
6.3	Abbildung zeitlicher Einschränkungen im Geschwindigkeitsband	85
6.4	Zusammenfassung	87
7	Vorausschauenden Längsführung zum Betrieb eines LKWs	89
7.1	Modellbeschreibung	89
7.1.1	Motormodell	89
7.1.2	Kupplung und Getriebe	90
7.1.3	Fahrzeugmodell	90
7.2	Optimierungsproblem	91
7.3	Reglerstruktur	92
7.3.1	Aktuatorregler	92

7.3.2	Geschwindigkeitsregler	93
7.3.3	Modellprädiktiver Regler	93
7.4	Ergebnisse	94
7.5	Zusammenfassung	97
8	Zusammenfassung und Ausblick	99
	Anhang	101
A	Lösung der Bewegungsdifferentialgleichung	101
B	Modellparameter	103
C	Streckendetails	105
	Abbildungsverzeichnis	107
	Symbolverzeichnis	111
	Literaturverzeichnis	115

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation

Es gibt hohe Anreize für die Automobilindustrie, die CO₂-Emissionen ihrer Fahrzeuge zu reduzieren. Diese Anreize kommen zum einen durch politische Vorgaben, welche Strafzahlungen bei Überschreitung eines Flottenverbrauchs fordern [1]. Zum andern stellt der Kraftstoffverbrauch einen immer höheren Stellenwert bei der Kaufentscheidung eines Fahrzeugs dar. So gehören laut einer Umfrage unter Kaufinteressenten von Neuwagen der Kraftstoffverbrauch und die CO₂-Emissionen eines Fahrzeugs mit zu den wichtigsten Kauffaktoren [2], siehe Abbildung 1.1.

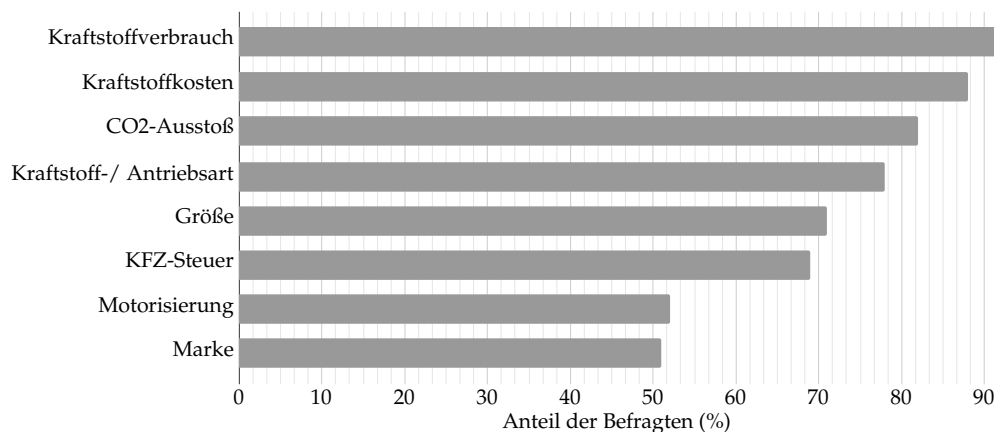


ABBILDUNG 1.1: Anteil an Befragten, für die der entsprechende Kauf-faktor *sehr wichtig* oder *eher wichtig* ist [2].

Die CO₂-Emission von Fahrzeugen mit Verbrennungsmotor werden im Betrieb von der Menge an verbrauchtem Kraftstoff bestimmt. Entstehende Emissionen können durch neue Antriebskonzepte, wie batterieelektrische Fahrzeuge, der Verwendung von Brennstoffzellen oder auch Hybridantrieben reduziert werden. Die Elektrifizierung des Antriebs ermöglicht es, die eingesetzte Energie zur Fortbewegung des Fahrzeugs bestmöglich zu nutzen und lokale CO₂-Emissionen zu vermeiden.

Da moderne konventionell angetriebene Fahrzeuge einen sehr hohen Reifegrad besitzen, ist eine Reduktion des Kraftstoffverbrauchs durch weitere Effizienzsteigerung oft nur mit hohen Aufwänden möglich. Dies ist bedingt durch den erhöhten Entwicklungsaufwand und notwendige Änderungen an Fahrzeugkomponenten. Die Kosten für weitere Kraftstoffeinsparungen steigen dabei, je effizienter der Antrieb ist, stark an [3]. So ist es interessant, auch den Betrieb des Fahrzeugs zur Effizienzsteigerung zu nutzen. Da für die Optimierung der Fahrweise keine Änderungen an

Fahrzeugkomponenten notwendig sind, kann der Verbrauch durch kostengünstige Maßnahmen weiter reduziert werden.

Die Fahrweise hat einen hohen Einfluss auf den Verbrauch des Fahrzeugs. In einer Probandenstudie wurde der Fahrereinfluss auf den Kraftstoffverbrauch im Mittel auf 6,5% geschätzt, wobei ein Unterschied zwischen niedrigstem und höchstem Verbrauch von über 30% bestand [4]. Dies bedeutet, dass durch Optimierung der Fahrweise eine deutliche Reduktion des Kraftstoffverbrauchs erreicht werden kann, welche nur schwer durch die Optimierung einzelner Fahrzeugkomponenten erreichbar wäre. Zudem können fahrerindividuelle Schwankungen im Kraftstoffverbrauch, welche durch unökonomische Fahrweise hervorgerufen werden, vermieden werden. Diese Optimierung der Fahrweise kann durch eine prädiktive Längsführung des Fahrzeugs erfolgen.

Eine prädiktive Längsführung beruht dabei auf Informationen über die vorausliegende Strecke. Sie betreibt unter Einbeziehung dieser Informationen das Fahrzeug möglichst effizient, um so unnötige Energieverbräuche zu vermeiden. Zur Umsetzung eignet sich ein modellprädiktiver Regler, welcher auf Basis von Kartenmaterial und aktuellen Sensorinformationen das Fahrzeug regelt. Da für den Einsatz der vorausschauenden Längsführung keine baulichen Änderungen am Fahrzeug notwendig sind, kann sie als kosteneffektives Mittel zur Effizienzsteigerung des Fahrzeugs eingesetzt werden.

1.2 Ausgangspunkt

In der Literatur und in der Praxis gibt es mehrere Arbeiten, die auf die prädiktive Längsführung zur Steigerung der Effizienz eines Fahrzeugs eingehen. Diese lassen sich in *optimierungsbasierte* und *nicht optimierungsbasierte* Verfahren unterteilen, wie in Abbildung 1.2 dargestellt. Die optimierungsbasierten Verfahren können weiterhin in *Echtzeitverfahren* und *Optimalverfahren* untergliedert werden.

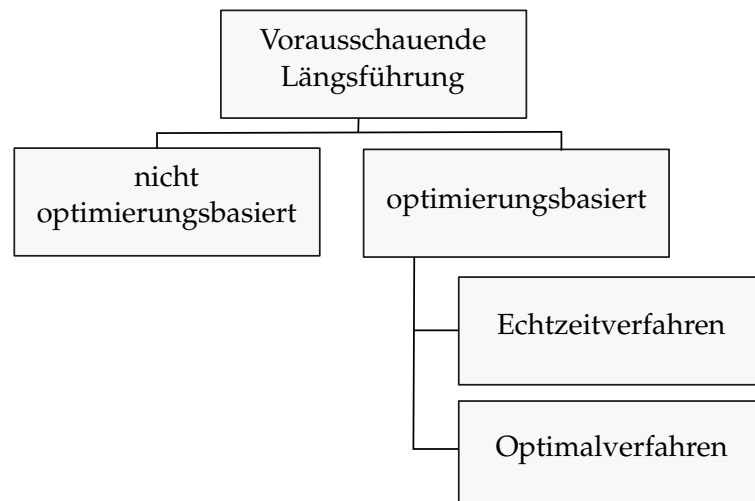


ABBILDUNG 1.2: Einordnung der Verfahren für die vorausschauende Längsführung.

1.2.1 Optimierungsbasierte Verfahren

Optimierungsbasierte Verfahren beruhen auf Optimierungsverfahren, welche eine unter Einbeziehung der Fahrsituation entsprechende Fahrweise bestimmen. Dem Optimierungsverfahren zugrunde liegt eine Kostenfunktion, welche ein Maß für die Vorteilhaftigkeit einer gewählten Steuerfolge gegenüber einer anderen beschreibt. Je niedriger die Kosten für die jeweilige Steuerfolge, desto vorteilhafter ist sie gegenüber einer anderen mit höheren Kosten. Das Optimierungsverfahren bestimmt dann eine Steuerfolge, welche die Kostenfunktion bestmöglich minimiert.

Es kann dabei zwischen zwei unterschiedlichen Optimierungsverfahren unterschieden werden. Optimierungsverfahren, welche das globale Minimum der Kostenfunktion finden, werden nachfolgend als Optimalverfahren bezeichnet. Sie besitzen eine besondere Bedeutung auch im Vergleich unterschiedlicher Verfahren zueinander, da sie garantiert die, der Kostenfunktion entsprechend, beste Steuerfolge finden. Diese Verfahren basieren meist auf der Dynamischen Programmierung, Beispiele finden sich in [5–14].

Dem entgegen stehen die Echtzeitverfahren. Diese minimieren ebenfalls eine Kostenfunktion, jedoch kann nicht garantiert werden, dass die gefundene Lösung ein globales Minimum darstellt. Dies kann zum Beispiel durch Vereinfachungen oder Approximationen der Kostenfunktion sowie durch eine geringere Vorausschau erfolgen. Durch diese Vereinfachungen benötigen die Echtzeitverfahren meist weniger Rechenzeit und sind so, wie der Name schon andeutet, einfacher in Echtzeit realisierbar. Beispiele modellprädiktiver Längsführungen finden sich in [15–19].

1.2.2 Nicht optimierungsbasierte Verfahren

Nicht optimierungsbasierte Verfahren können auf unterschiedlichen Prinzipien beruhen. *Heuristische / regelbasierte* Verfahren, wie in [20] und [21], entscheiden aufgrund von zuvor festgelegten Regeln, wie das Fahrzeug betrieben werden soll. Über diese Regeln kann viel Erfahrung und Wissen der entwickelnden Ingenieure in das Verhalten des Fahrzeugs eingebracht werden. Zudem ist die Berechnung der resultierenden Stellgrößen meist nicht rechenintensiv und lässt sich einfach im Fahrzeug umsetzen. Da diese Regeln aber nicht jede erdenkliche Fahrsituation abdecken können, ist die resultierende Fahrweise meist nicht optimal.

Dem entgegen beruhen *reglerbasierte* Verfahren auf Verfahren der Regelungstechnik, welche aktuelle Systemzustände in Betracht ziehen, um eine Stellgröße für den Betrieb des Fahrzeugs zu bestimmen. Beispiele für reglerbasierte Verfahren finden sich in [22–24].

1.2.3 Einschränkungen der genannten Verfahren

Auf Basis des Stands der Technik können zwei große Einschränkungen der genannten Verfahren identifiziert werden: Diese sind zum einen die Generalisierbarkeit der Ergebnisse und zum anderen die Berücksichtigung nur statischer Größen innerhalb des Verfahrens.

Eine prädiktive Längsregelung ist meist so ausgelegt, dass sie mehrere Zielgrößen, wie Verbrauch und Komfort, gleichzeitig optimiert. Einige dieser Zielgrößen sind nur subjektiv erfahrbare, was eine objektive Bewertung der prädiktiven Längsführung und auch den Vergleich unterschiedlicher Verfahren untereinander erschwert. Die

meisten Arbeiten konzentrieren sich zudem auf die Optimierung des Verfahrens für ein vorgegebenes Zielfahrzeug. Eine Verallgemeinerung der Ergebnisse ist somit nur bedingt möglich.

Die Bestimmung der prädiktiven Längsführung erfolgt meist streckenbasiert, da so ortsfeste Geschwindigkeitsänderungen und die Streckentopologie einfach in die Optimierung aufgenommen werden können. Einflüsse, welche sehr zeitabhängig sind und sich schnell ändern können, werden hingegen kaum berücksichtigt. Solche Einflüsse können zum Beispiel Ampeln und andere Verkehrsteilnehmer sein, welche schwer nur streckenabhängig, d. h. ohne Berücksichtigung einer zeitlichen Komponente, beschreibbar sind.

1.3 Beitrag und Gliederung

Die vorliegende Arbeit leistet folgende Beiträge zum Stand des Wissens:

1. Systematische Untersuchung der möglichen Kraftstoffeinsparpotenziale, anhand von Unterschieden in der Auslegung einer prädiktiven Fahrzeugregelung, sowie den Einfluss unterschiedlicher Fahrzeugtypen, siehe Kapitel 5.
2. Darstellung eines effizienten Verfahrens zur Umsetzung der prädiktiven Fahrzeuglängsführung, welche es ermöglicht diese in echtzeitfähigen Systemen im Fahrzeug zu realisieren, siehe Abschnitt 5.5.
3. Erweiterung des Verfahrens zur Einbeziehung weiterer zeitlicher Abhängigkeiten in die prädiktive Längsführung, wie Ampelschaltzeiten und andere Verkehrsteilnehmer, siehe Kapitel 6.

Diese Arbeit objektiviert die Eignung einer prädiktiven Längsführung hinsichtlich der Verbrauchsreduktion. Dazu wird ein skalierbares Fahrzeugmodell vorgestellt und die numerische Simulation dieses Modells näher betrachtet. Es wird dann zuerst die Sensitivität hinsichtlich unterschiedlicher Einschränkungen der prädiktiven Längsführung anhand eines ausgewählten Beispielfahrzeugs und einer Referenzstrecke untersucht. Dies ermöglicht Rückschlüsse auf die Maßnahmen zur Verbrauchsreduktionen und zeigt in welcher Größenordnung diese liegen, bezogen auf den Gesamtverbrauch. Dabei wird ebenfalls auf die Abwägung zwischen benötigter Zeit und Verbrauch eingegangen.

Eine große Herausforderung bei der Umsetzung einer modellprädiktiven Längsregelung stellt die Echtzeitfähigkeit des Verfahrens dar. Deshalb wird eine Methode zum schnellen Berechnen einer optimalen Längsführung vorgestellt und mit anderen gängigen Verfahren verglichen. Um einen Vergleich unterschiedlicher Fahrzeuge zu gewährleisten, wird das skalierbare Fahrzeugmodell genutzt, um für unterschiedliche Fahrzeugklassen mögliche Kraftstoffeinsparungen durch eine prädiktive Längsführung zu bestimmen. Dabei geht die Arbeit auch auf die Möglichkeit der Nutzung bei batterieelektrischen Fahrzeugen ein.

Um zeitlich abhängige Einflüsse bei der Längsführung zu berücksichtigen, wird dann untersucht, welche Ursachen typischerweise während der Fahrt auftreten. Dabei wird darauf eingegangen, wie diese durch unterschiedliche Methoden im Optimierungsverfahren eingebracht werden können. Abschließend wird anhand eines Benchmark Problems gezeigt, wie eine Berücksichtigung zeitlicher Einschränkungen bei der prädiktiven Längsführung eines LKWs genutzt werden kann, um den Verbrauch zu

minimieren, bei gleichzeitiger Einhaltung einer gewünschten Minstdurchschnittsgeschwindigkeit.

Diese Arbeit gliedert sich in folgende Kapitel:

Kapitel 2

Modellbasierte Optimierungsverfahren beruhen auf einer numerischen Simulation des Systemmodells. Dabei können unterschiedliche Verfahren zur Simulation des Systems zum Einsatz kommen. Entsprechend der jeweiligen Systemdynamik, dem Anwendungszweck und der erlaubten Toleranzen lassen sich entsprechende Verfahren auswählen. Dieses Kapitel beschreibt deshalb die Grundlagen der Einschrittverfahren, einer wichtigen Klasse der Verfahren zur numerischen Integration, welche zur Simulation des Systemmodells verwendet werden.

Kapitel 3

Die Längsdynamik des Fahrzeugs beschreibt das Systemmodell, welches in der modellprädiktiven Regelung Verwendung findet. Das Systemmodell wird durch die Fahrwiderstände und die Antriebskraft bestimmt. Mithilfe der Antriebskraft kann durch ein Modell des Antriebs der Verbrauch des Fahrzeugs bestimmt werden. Der Verbrauch ist schließlich die Basis für die Kostenfunktion der Optimierung der Längsdynamik.

Kapitel 4

Dieses Kapitel behandelt die Grundlagen der Verfahren zur modellprädiktiven Regelung. Es werden unterschiedliche Optimierungsverfahren vorgestellt. Da die Optimierung neben kontinuierlichen auch diskrete Optimierungsgrößen beinhalten kann, wird ebenfalls der Umgang mit diskreten Größen in einer kontinuierlichen Optimierung betrachtet.

Kapitel 5

Die prädiktive Längsführung, unter Berücksichtigung von vorausschauender Streckeninformationen, wird in Kapitel 5 untersucht. Dabei wird das Potenzial zur Reduktion des Verbrauchs betrachtet, in Abhängigkeit von Optimierungsparametern, aber auch von Fahrphasen, wie Beschleunigungs-, Konstantfahr- und Verzögerungsphasen, sowie mit und ohne Einsatz von Segeln, anhand einer beispielhaften Strecke. Die folgenden Untersuchungen analysieren die Auswirkung unterschiedlicher Fahrzeugparameter auf das Potenzial einer prädiktiven Längsführung. Die Eignung der in Kapitel 4 vorgestellten Verfahren zum Einsatz im Fahrzeug wird untersucht und ein Verfahren zur schnellen Berechnung der Längsführung - basierend auf der Dynamischen Programmierung mit vorab gespeicherten Kostentermen - vorgestellt.

Kapitel 6

Neben streckenabhängigen Informationen können auch zeitabhängige Informationen im Fahrbetrieb für eine prädiktive Längsführung von Bedeutung sein. Diese lassen sich auf unterschiedliche Weise in die Optimierung einbringen. In Kapitel 6 wird gezeigt, wie dies auf Basis der Dynamischen Programmierung erfolgen kann.

Kapitel 7

Die Umsetzung einer prädiktiven Längsführung mit zeitlichen Nebenbedingungen zeigt ein Beispiel eines LKWs in Kapitel 7.

Kapitel 8

Abschließend wird in Kapitel 8 eine Zusammenfassung und ein Ausblick der Arbeit gegeben.

Kapitel 2

Grundlagen der numerischen Simulation dynamischer Systeme

Modellbasierte Optimierungsverfahren beruhen auf der Simulation eines Systemmodells. Oft wird die Systemdynamik durch Differentialgleichungen beschrieben, wobei die Trajektorie der Systemzustände durch numerische Verfahren approximiert wird.

Das Systemmodell sei hier durch

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (2.1)$$

gegeben, wobei $\mathbf{x}$ den Zustand des Systems und $\mathbf{u}$ einen Steuereingang beschreibt. Zur besseren Übersichtlichkeit wird hier auf die Beschreibung zeitinvarianter Systeme verzichtet, bei denen zusätzlich eine Abhängigkeit vom aktuellen Zeitpunkt besteht. Soll nun die Zustandstrajektorie $\mathbf{x}(t)$ über einen Zeitraum $[t_0, t_e]$ mit dem Startzustand

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0) \quad (2.2)$$

bestimmt werden, führt dies zu einem Anfangswertproblem. Zu dessen Lösung können unterschiedliche Verfahren verwendet werden. Den Verfahren ist gleich, dass zur Lösung das Problem in $N - 1$ Teilintervalle unterteilt wird, sodass für die einzelnen Zeitschritte gilt

$$t_0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_N = t_e. \quad (2.3)$$

Die Trajektorie wird dann durch stückweises Lösen von

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \int_{t_k}^{t_{k+1}} f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (2.4)$$

bestimmt.

2.1 Einschrittverfahren

Die Einschrittverfahren stellen die wichtigsten Verfahren zur Approximation einer Trajektorie in Bezug auf die Optimalsteuerung dar, da sie sich im Vergleich zu anderen Verfahren, wie den Mehrschrittverfahren, durch ihre Einfachheit und somit auch geringem Rechenaufwand auszeichnen. Somit eignen sie sich oft am besten für Echtzeitanwendungen. Einschrittverfahren untergliedern sich in implizite und

explizite, sowie Verfahren unterschiedlicher Ordnung. Diese unterscheiden sich in der Komplexität, benötigter Rechenzeit sowie ihrer Genauigkeit und Stabilität.

Das allgemeine Einschrittverfahren sei durch

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + h \Phi := \underline{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k), \quad (2.5)$$

mit der Schrittweite h und der Aufdatierungsformel Φ , gegeben. Dabei beschreibt $\underline{f}$ die diskretisierte Systemdynamik (2.1).

Bei expliziten Verfahren hängt die Aufdatierungsformel nur von Werten des aktuellen oder vorangegangener Zeitpunkte ab. Implizite Verfahren hingegen verwenden auch zukünftige Werte in der Aufdatierungsformel. Da diese noch nicht vorhanden sind, müssen sie durch iterative Verfahren angenähert werden [25, S. 68]. Aufgrund ihrer Einfachheit bieten sich zur Echtzeitoptimierung oft explizite Verfahren an, wenn diese für die gewählte Schrittweite stabil sind und eine hinreichende Genauigkeit aufweisen. Muss jedoch zur Erfüllung dieser Kriterien die Schrittweite sehr klein gewählt werden, so können implizite Verfahren oft bessere Ergebnisse mit weniger Rechenaufwand erzielen. Es gibt also keine pauschalisierte Aussage, dass ein Verfahren einem anderen überlegen ist. Das Verfahren muss auf die jeweilige Anwendung angepasst werden.

Wichtige Einschrittverfahren sind das Euler-Verfahren, Taylor-Verfahren und deren Verallgemeinerung, die Klasse der Runge-Kutta-Verfahren. Tabelle 2.1 stellt eine Übersicht der Aufdatierungsformeln dar.

TABELLE 2.1: Einschrittverfahren

Verfahren	Aufdatierungsformel
Euler-Verfahren	$\Phi^{Euler} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u})$
Taylor-Verfahren	$\Phi^{Taylor} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \frac{h}{2} f'(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \frac{h^2}{6} f''(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \dots$ $= \sum_{n=1}^N \frac{h^{n-1}}{n!} f^{(n-1)}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$
Runge-Kutta-Verfahren	$\Phi^{RK} = \sum_{n=1}^N b_n k_n$ b_n definiert dabei das Verfahren und stellt Gewichte der Quadraturformel dar $k_n = f\left(\mathbf{x} + h \sum_{m=1}^N a_{n,m} k_m, \mathbf{u}\right)$

Zur Übersichtlichkeit werden die Runge-Kutta-Verfahren oft in Butcher-Tableaus dargestellt

$$\begin{array}{c|c} \mathbf{c} & \mathbf{A} \\ \hline & \mathbf{b}^T \end{array} \quad (2.6)$$

wobei $\mathbf{c}$ die relativen Stützstellen des Verfahrens beinhaltet.

2.2 Konsistenz, Konvergenz und Stabilität

Um theoretische Aussagen über die Qualität der Lösung einer Näherungsformel machen zu können, werden nachfolgend die Begriffe der *Konsistenz*, *Konvergenz* und

Stabilität eingeführt.

2.2.1 Konsistenz

Der lokale Diskretisierungsfehler des Einschrittverfahrens sei nach [25, S.78]

$$\epsilon_k = \mathbf{x}(t_k) - \mathbf{x}_k. \quad (2.7)$$

Dieser beschreibt den Fehler, den ein Einschrittverfahren innerhalb eines Schrittes macht. Ein Verfahren hat die Konsistenzordnung p , wenn der lokale Diskretisierungsfehler mit

$$|\epsilon_k| \leq C h^{p+1} \quad (2.8)$$

beschränkt ist [26, S. 108]. Der lokale Diskretisierungsfehler kann durch die Restglieder der Taylorreihenentwicklung berechnet werden

$$|\epsilon| = \frac{1}{(p+1)!} h^{p+1} \max_{t, \mathbf{x}, \mathbf{u}} |\mathbf{x}^{(p+1)}(\mathbf{x}, \mathbf{u})| + \mathcal{O}(h^{(p+2)}). \quad (2.9)$$

Dabei kann die zeitliche Ableitung des Zustands durch Anwendung der Kettenregel, wie zum Beispiel für die zweite Ableitung

$$\ddot{\mathbf{x}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} f}_{=0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{x}}_{=\dot{\mathbf{x}}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} f = \dot{\mathbf{x}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} f, \quad (2.10)$$

bestimmt werden [27].

2.2.2 Konvergenz

Der globale Diskretisierungsfehler sei

$$\mathbf{e}_k = \mathbf{x}(t_k) - \mathbf{x}_k, \quad (2.11)$$

welcher die Abweichung des Verfahrens an der Stelle k für eine Trajektorie angibt [26, S. 109]. Ein Verfahren hat nach [25, S.79] die Konvergenzordnung p , wenn gilt

$$\max_k |\mathbf{e}_k| \leq K h^p. \quad (2.12)$$

Eine obere Grenze für den maximalen globalen Diskretisierungsfehler kann nach [27, S. 5-6] durch

$$\max_k |\mathbf{e}_k| \leq \frac{M}{2L} h (e^{Lt} - 1) \quad (2.13)$$

mit

$$M = \max_{t, \mathbf{x}} \left| \frac{\partial f}{\partial t} + \dot{\mathbf{x}} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \right| \quad (2.14)$$

und

$$L = \max_{t, \mathbf{x}} \left| \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \right| \quad (2.15)$$

bestimmt werden.

2.2.3 Stabilität

Das Stabilitätsgebiet S eines Einschrittverfahrens ist nach [26, S. 127]

$$S = \{\mu \in \mathbb{C} \mid |R(\mu)| < 1\} \quad (2.16)$$

mit der Stabilitätsfunktion $R(\mu)$, $\mu := \lambda h$ für das System

$$\dot{\mathbf{x}} = \lambda \mathbf{x}. \quad (2.17)$$

Die Testgleichung für Runge-Kutta-Verfahren p -ter Ordnung ist dabei durch

$$R(\mu) = 1 + \mu + \frac{\mu^2}{2!} + \dots + \frac{\mu^p}{p!} \quad (2.18)$$

gegeben [26, S. 126]. Erfüllen dabei alle Eigenwerte λ von $\mathbf{A}$ des Systems

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (2.19)$$

die Bedingung (2.16) für eine gegebene Schrittweite, so ist das Verfahren stabil. Bei nichtlinearen Systemen der Form (2.1) kann die Systemmatrix $\mathbf{A}$ durch die Jacobi-Matrix

$$\mathbf{A} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) \quad (2.20)$$

lokal an der Stelle $(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)$ ausgewertet werden. [26, S. 133]

Eine wichtige Eigenschaft der Einschrittverfahren ist, dass stabile Einschrittverfahren auch immer konvergent sind. Das heißt, dass für kleiner werdende Schrittweiten, unter Vernachlässigung der Maschinengenauigkeit, der globale Diskretisierungsfehler gegen null strebt [25, S. 80], [28, S. 557].

2.3 Numerische Bestimmung der Diskretisierungsfehler

Die Konvergenz eines Verfahrens kann zur numerischen Bestimmung des lokalen und globalen Diskretisierungsfehlers verwendet werden. Zur Bestimmung des lokalen Fehlers wird die maximale absolute Differenz eines Schrittes mit gegebener Schrittweite, gegenüber der Lösung mit sehr kleiner Schrittweite über den gleichen Zeitraum, bestimmt, wie in Abbildung 2.1 dargestellt. Dabei wird die Trajektorie immer ausgehend vom selben Startwert zu Beginn eines Schrittes berechnet. Das Maximum der absoluten Differenzen zwischen den jeweiligen Endzuständen eines Schrittes entspricht dann dem lokalen Fehler.

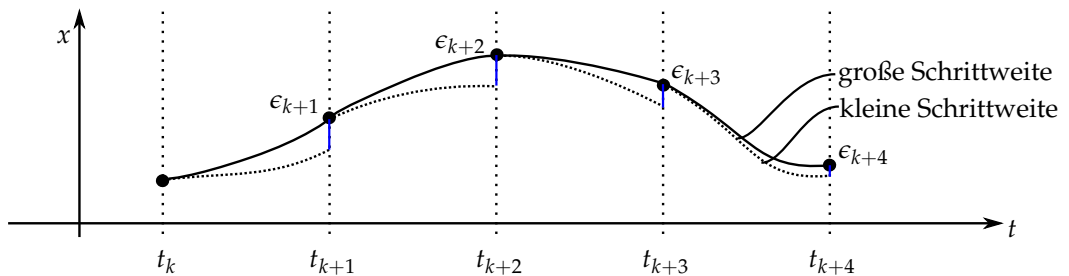


ABBILDUNG 2.1: Numerische Bestimmung des lokalen Diskretisierungsfehlers.

Bei der Bestimmung des globalen Diskretisierungsfehlers wird die Lösung der Zustandstrajektorie mit einer Trajektorie verglichen, welche mit sehr kleiner Schrittweite berechnet wurde, wie in Abbildung 2.2 dargestellt. Die maximale Differenz der beiden Trajektorien an den gemeinsamen Stützpunkten entspricht dem globalen Diskretisierungsfehler.

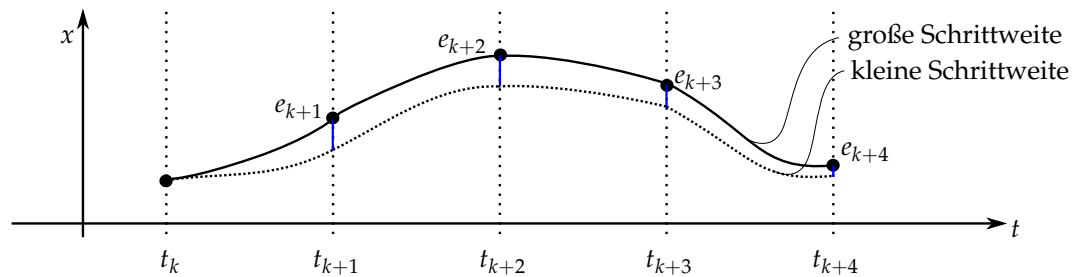


ABBILDUNG 2.2: Numerische Bestimmung des globalen Diskretisierungsfehlers.

Die numerische Simulation der Diskretisierungsfehler erlaubt es, auf einfache Weise die Qualität unterschiedlicher Verfahren zu Vergleichen, sofern die geforderte Genauigkeit weit von der Maschinengenauigkeit entfernt ist.

Kapitel 3

Fahrzeug Modellierung

Nachdem im vorhergehendem Kapitel die Verfahren zur Bestimmung der Trajektorie eines Systemmodells vorgestellt wurden, befasst sich dieses Kapitel mit der Modellbildung des Fahrzeugs. Zuerst werden unterschiedliche Modellierungsansätze und darauf basierend eine Gesamtmodellstruktur vorgestellt. Ein besonderes Augenmerk liegt auf der Längsdynamik des Fahrzeugs. Diese bestimmt maßgeblich die für den Antrieb aufzubringende Leistung, welche die Antriebskomponenten zur Fortbewegung des Fahrzeugs aufbringen müssen. Für die Antriebskomponenten werden anschließend Verbrauchsmodelle entwickelt, mit deren Hilfe sich der Gesamtverbrauch des Fahrzeugs berechnen lässt. Diese Modelle eignen sich zur Bestimmung des Verbrauchs des Fahrzeugs für einen Fahrzyklus und für die modellbasierten Optimierungsverfahren, wie in Kapitel 5 und Kapitel 6 beschrieben.

3.1 Modellierungsansatz

Die Fahrzeugdynamik und der Verbrauch lassen sich auf unterschiedliche Weise modellieren. In [29] wird dabei zwischen folgenden Ansätzen unterschieden:

Mittlerer Betriebspunkt Verfahren Bei diesem Verfahren wird ein mittlerer Betriebspunkt über die komplette Strecke bestimmt. Anhand dieses Punktes kann dann ein mittlerer Verbrauch über die komplette Strecke berechnet werden. Dieses Verfahren kann für einfache Antriebsarten gute Ergebnisse erzielen, eignet sich jedoch nicht für komplexere Antriebe wie bei Hybridfahrzeugen [29, S.34].

Dynamische Modellierung Bei der dynamischen Modellierung wird ausgehend von einer Ursache (beim Fahrzeug das durch den Antrieb aufgebrachte Moment) die Wirkung (also die so entstehende Beschleunigung und die daraus resultierende Geschwindigkeit) berechnet. Diese bestimmt dann durch eine Rückkopplung wieder den Betriebszustand des Antriebs. Durch diesen Ansatz lassen sich sehr dynamische Prozesse und Wechselwirkungen zwischen Fahrzeugkomponenten modellieren.

Quasistatische Modellierung Die quasistatische Modellierung geht von der Wirkung (also der Fahrzeuggeschwindigkeit und Beschleunigung) rückwärts und bestimmt das benötigte Moment am Antrieb und dann daraus einen Verbrauch. Entgegen der dynamischen Modellierung können dabei keine Rückwirkungen abgebildet werden. So kann zum Beispiel vom Fahrprofil eine höhere Leistung gefordert werden als der Antrieb aufbringen kann. Auch können sich Schwingungen des Antriebs nicht auf die Geschwindigkeit auswirken. Sollen diese

Aspekte berücksichtigt werden, so muss eine dynamische Modellierung erfolgen. Durch das Weglassen der Rückkopplungen sind quasistatische Modelle jedoch weniger rechenintensiv und eignen sich gut zur Echtzeitorientierung des Antriebsstrangs in Hinblick auf dessen Effizienz [29, S.37].

In dieser Arbeit kommt die quasistatische Modellierung zum Einsatz, da sie im Gegensatz zum mittlerer Betriebspunkt Verfahren dazu geeignet ist, die Längsdynamik in einzelnen Teilbereichen des Prädiktionshorizontes zu bewerten und somit auch zu optimieren. Im Vergleich zur dynamischen Modellierung wird Rechenzeit eingespart. Es wird erwartet, dass sich Rückkopplungen im Antriebsstrang nicht signifikant auf den Verbrauch über die betrachtenden Zeiträume von meist größer als 10 s auswirken.

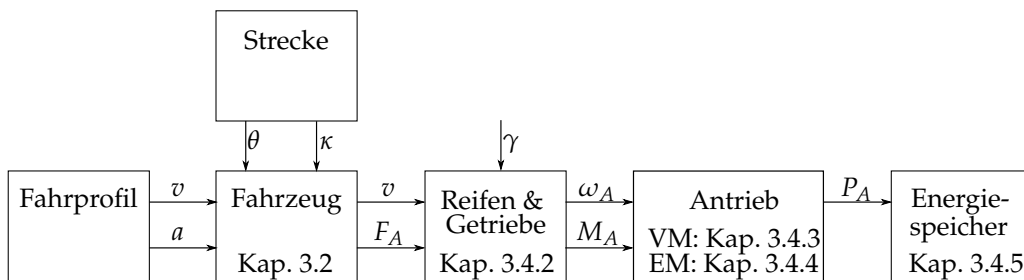


ABBILDUNG 3.1: Quasistatische Modellierung. Quelle: In Anlehnung an [29, S.45].

Die Struktur des in dieser Arbeit verwendeten Modells ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Dieses besteht aus dem Fahrprofil, welches als Geschwindigkeits- oder auch als Beschleunigungsprofil vorliegen kann. Die Fahrbahnsteigung θ und die Kurvenkrümmung κ charakterisieren die Strecke. Mithilfe des Fahrprofils und der Strecke lässt sich die benötigte Antriebskraft F_A und die Fahrzeuggeschwindigkeit v bestimmen. Diese Größen werden über das Getriebe mit Gangwahl γ vom Antrieb über das Antriebsmoment M_A und der Drehzahl ω_A gestellt, welches wiederum eine entsprechende Leistung P_A bedingt. Diese muss dann vom Energiespeicher zugeführt werden. Die Modellstruktur erlaubt es, sowohl Antriebe mit Verbrennungsmotor, als auch mit Elektromotor zu beschreiben. Dabei wird der Energiespeicher jeweils durch die Menge an zugeführter Energie, vom Kraftstoff aus dem Kraftstofftank bzw. elektrischer Energie aus der Batterie, abgebildet.

3.2 Längsdynamik des Fahrzeugs

Die Längsdynamik des Fahrzeugs und insbesondere die Fahrwiderstände bestimmen maßgeblich den Energieverbrauch des Fahrzeugs. Deshalb werden zunächst allgemein die Fahrwiderstände bestimmt und anschließend das quasistatische Modell davon abgeleitet.

3.2.1 Allgemeine Bewegungsgleichungen

Während der Fahrt wirken unterschiedliche Kräfte auf ein Fahrzeug ein, welche in Abbildung 3.2 dargestellt sind.

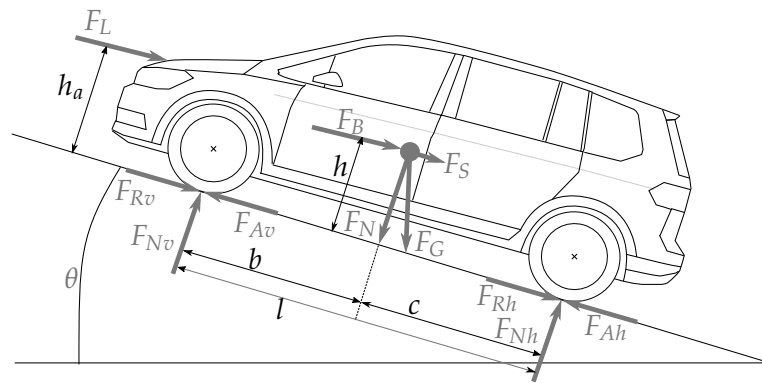


ABBILDUNG 3.2: Darstellung der während der Fahrt auftretenden Fahrwiderstände. Quelle: In Anlehnung an [30, S.11].

Luftwiderstand

Der Luftwiderstand F_L entsteht durch Verdrängung der Luft durch das Fahrzeug während der Fahrt. Die Geschwindigkeit der Luft relativ zur Fahrzeuggängsrichtung entsteht dabei durch Überlagerung der Fahrzeuggeschwindigkeit und Windgeschwindigkeit. Da die Windgeschwindigkeit im Fahrzeug schwer messbar und meist sehr klein im Vergleich zur Fahrzeuggeschwindigkeit ist, wird die Luftgeschwindigkeit im Allgemeinen durch die Fahrzeuggeschwindigkeit approximiert [31, S. 151]. Der Luftwiderstand F_L ergibt sich dann aus

$$F_L = \frac{1}{2} \rho A c_W v^2, \quad (3.1)$$

wobei A die effektive Fahrzeugstirnfläche, ρ die Luftdichte und c_W der fahrzeugspezifische Luftwiderstandsbeiwert sind [32, S. 57].

Steigungswiderstand

Bei einer Fahrt auf nicht ebener Strecke wirkt der Steigungswiderstand F_S , welcher sich durch die Gewichtskraft F_G und die Fahrbahnsteigung θ aus

$$F_S = F_G \sin(\theta) \quad (3.2)$$

ergibt [32, S. 77]. Die Steigung θ ist dabei so definiert, dass bei einer Fahrt bergauf θ positive Werte annimmt.

Beschleunigungswiderstand

Der Beschleunigungswiderstand F_B entsteht als Reaktion auf die translatorische und rotatorische Beschleunigung des Fahrzeugs und der Antriebskomponenten. Das an einem Reifen entstehende Moment M aufgrund des Trägheitsmoments J ist

$$M = J \dot{\omega}_R. \quad (3.3)$$

Mit der Winkelbeschleunigung

$$\dot{\omega}_R = \frac{a}{r_{dyn}} \quad (3.4)$$

ergibt sich dann eine der Beschleunigung entgegengesetzte Kraft

$$F = \frac{M}{r_{stat}} = a \frac{J}{r_{dyn} r_{stat}}, \quad (3.5)$$

wobei a die Beschleunigung des Fahrzeugs beschreibt. Der dynamische Reifenradius r_{dyn} berechnet sich aus dem Abrollumfang des Reifens ohne Schlupf, während der statische Reifenradius r_{stat} dem Abstand des Reifenmittelpunktes zur Fahrbahn des eingefederten Reifens entspricht, wie in Abbildung 3.3 dargestellt.

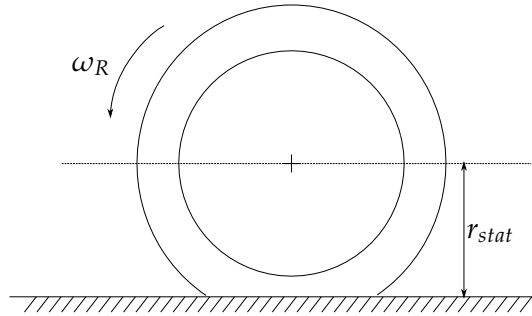


ABBILDUNG 3.3: Darstellung der Winkelgeschwindigkeit und des statischen Reifenradius eines Reifens.

Das gesamte Trägheitsmoment des Antriebsstrangs kann in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit ω_R ausgedrückt werden. Zur Bestimmung des gesamten Trägheitsmoments kann ein vereinfachtes Modell des Antriebsstrangs, wie in Abbildung 3.4 dargestellt, verwendet werden.

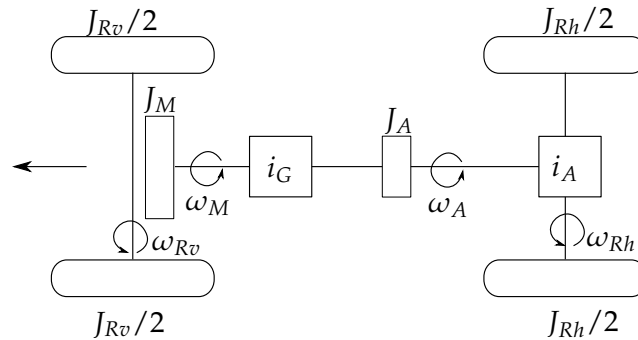


ABBILDUNG 3.4: Darstellung der zu beschleunigenden rotatorischen Massen. Quelle: In Anlehnung an [32, S.80].

Das Modell besteht aus den Trägheitsmomenten der Vorder- und Hinterräder J_{Rv} und J_{Rh} , dem Trägheitsmoment der Antriebsachse J_A , sowie des Motors J_M . Ein Achsdifferential verbindet die Räder mit der Antriebswelle im Übersetzungsverhältnis i_A , welches wiederum mit dem Motor über ein Getriebe mit der Übersetzung i_G verbunden ist. Die Winkelgeschwindigkeit der Antriebswelle wird durch ω_A beschrieben und die des Motors durch ω_M . Das Übersetzungsverhältnis i_G ist dabei bei schaltbaren Getrieben vom jeweiligen Gang γ abhängig.

Aus der im System gespeicherten Energie

$$E = \frac{1}{2} J_{ges} \omega_R^2 = \frac{1}{2} (J_{Rh} \omega_R^2 + J_{Rv} \omega_R^2 + J_A \omega_A^2 + J_M \omega_M^2) \quad (3.6)$$

kann durch das Übersetzungsverhältnis der Getriebe

$$\omega_A = i_A \omega_R \quad (3.7)$$

und

$$\omega_M = i_G(\gamma) \omega_A = i_G(\gamma) i_A \omega_R, \quad (3.8)$$

das Gesamtmoment J_{ges} bezogen auf die Winkelgeschwindigkeit des Reifens

$$J_{ges}(\gamma) = J_{Rv} + J_{Rh} + i_A^2 J_A + i_A^2 i_G^2(\gamma) J_M \quad (3.9)$$

berechnet werden. [32, S.80]. Zu beachten ist, dass die Trägheitsmomente mit dem quadratischen Übersetzungsverhältnis in das Gesamtträgheitsmoment eingehen und dadurch sehr kleine Trägheitsmomente bei entsprechender Übersetzung einen großen Widerstand erzeugen können.

Der Beschleunigungswiderstand beträgt daher

$$F_B = \left(m + \frac{J_{ges}(\gamma)}{r_{dyn} r_{stat}} \right) a = m_{red}(\gamma) a, \quad (3.10)$$

gemäß [32, S. 77]. Die Summe aus translatorischer und rotatorischer Masse wird oft als reduzierte Masse m_{red} bezeichnet. Diese kann gangabhängig das 1.01-1.5-fache der Fahrzeugmasse betragen [32, S.82].

Rollwiderstand

Der Rollwiderstand entsteht durch Rollreibung der Räder auf der Fahrbahn und ist abhängig von der auf die Räder wirkende Normalkraft sowie Materialeigenschaften der Räder und Fahrbahn. Die senkrecht zur Straße wirkende Normalkraft F_N ergibt sich aufgrund der Gewichtskraft F_G , welche im Massenmittelpunkt ansetzt, und der Fahrbahnsteigung θ aus

$$F_N = F_G \cos(\theta). \quad (3.11)$$

Diese verteilt sich auf die vordere und hintere Achslast F_{Nv} und F_{Nh} . Nach [30] kann durch Summation der Momente um den hinteren Reifenaufsetzpunkt

$$F_{Nv} l + F_L h_a + F_B h + F_S h - F_N c = 0 \quad (3.12)$$

und anschließendes Umstellen der Gleichung die vordere Achslast F_{Nv} berechnet werden

$$F_{Nv} = \frac{F_N c - F_L h_a - F_B h - F_S h}{l}. \quad (3.13)$$

Durch Summation um den vorderen Reifenaufsetzpunkt kann ebenso die hintere Achslast F_{Nh} bestimmt werden

$$F_{Nh} = \frac{F_N b + F_L h_a + F_B h - F_S h}{l}. \quad (3.14)$$

Der gesamte Rollwiderstand F_R ergibt sich aus der Summe der Normalkräfte an den n_R Rädern multipliziert mit deren Rollwiderstandsbeiwert f_R nach [32] aus

$$F_R = \sum_{j=1}^{n_R} f_{Rj} F_{Nj}. \quad (3.15)$$

Unter der Vereinfachung, dass alle Räder den gleichen Rollwiderstandsbeiwert besitzen, vereinfacht sich dies zu

$$F_R = f_R F_N. \quad (3.16)$$

Der Rollwiderstandsbeiwert f_R wird oft für gewisse Reifendrucke und Temperaturen als konstant angenommen, kann aber auch in Abhängigkeit der Fahrzeuggeschwindigkeit v aus

$$f_R(v) = f_{R0} + f_{R1} v + f_{R4} v^4 \quad (3.17)$$

berechnet werden [32, S. 14]. Die zur Fahrzeuggeschwindigkeit quadratischen Anteile werden dabei vernachlässigt, da sie im Vergleich zum mit der Fahrzeuggeschwindigkeit quadratisch steigendem Luftwiderstand F_L sehr klein sind [32, S.14].

Kurvenwiderstand

Bei Kurvenfahrten entsteht zusätzlich ein Kurvenwiderstand F_K . Dieser soll zunächst für einen Reifen des Fahrzeugs betrachtet werden. Bei einer Kurvenfahrt mit konstanter Geschwindigkeit entsteht am Reifen eine Fliehkraft F_{zr} , welche senkrecht zur Fahrtrichtung wirkt, mit

$$F_{zr} = m_r v^2 \kappa \quad (3.18)$$

und der Kurvenkrümmung κ [31, S. 145]. Dabei stellt m_r das auf dem Reifen lastende Gewicht dar. Um diese Kraft auszugleichen, muss vom Reifen eine seitliche Kraft F_S aufgebracht werden, welche einen Schräglaufwinkel α bewirkt. Die Seitenkraft F_S am Reifen kann aus der Seitenkraftsteifigkeit C_S zu

$$\alpha \approx \frac{F_S}{C_S} \quad (3.19)$$

berechnet werden [31, S. 146]. Da die Seitenkraft F_S nur senkrecht zur Radmittelebene wirkt, die Fliehkraft aber senkrecht zur Fahrtrichtung, entsteht ein zusätzlicher Kurvenwiderstand F_{Kr} am Reifen entgegen der Fahrtrichtung, wie in Abbildung 3.5 dargestellt.

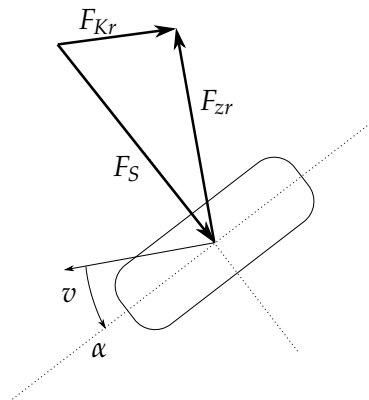


ABBILDUNG 3.5: Darstellung der Kräfte am Rad bei Kurvenfahrt.

Aus der geometrischen Beziehung gilt für den Kurvenwiderstand des Rads

$$F_{Kr} = \frac{F_S}{\cos(\alpha)} = F_{zr} \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}. \quad (3.20)$$

Mit der Kleinwinkelnäherung $\cos(\alpha) \approx 1$ und $\sin(\alpha) \approx \alpha$ folgt aus (3.20) und (3.19)

$$F_{Kr} \approx F_{zr} \alpha \approx \frac{F_{zr} F_S}{C_S} \approx \frac{F_{zr}^2}{C_S} = \frac{m_r^2 v^4 \kappa^2}{C_S}, \quad (3.21)$$

gemäß [31, S. 147]. Für den gesamten Kurvenwiderstand F_K gilt dann, unter der Vereinfachung, dass die Schräglaufwinkel und die Seitensteifigkeit der Reifen näherungsweise identisch sind und sich das Fahrzeuggewicht gleichmäßig auf die Reifen verteilt, für ein Fahrzeug mit vier Rädern

$$F_K \approx 4 \frac{(m/4)^2 v^4 \kappa^2}{C_S} = \frac{m^2 v^4 \kappa^2}{4 C_S}. \quad (3.22)$$

Vernachlässigte Fahrwiderstände

Die hier beschriebenen Fahrwiderstände beschreiben näherungsweise die größten während der Fahrt auftretenden Kräfte unter der Annahme, dass:

- die Windgeschwindigkeit im Vergleich zur Fahrzeuggeschwindigkeit für den Luftwiderstand vernachlässigbar ist,
- die Fahrbahn trocken ist, sodass kein zusätzlicher Schwallwiderstand durch Verdrängung des Wassers auf der Fahrbahn entsteht,
- keine zusätzlichen Widerstände durch erhöhte Lagerreibung entstehen und
- der Schlupf an den Rädern vernachlässigt werden kann.

Zusätzliche Widerstände, wie Vorspurwiderstand und Federungswiderstand [31], oder Restbremsmomente [32] werden nicht berücksichtigt.

Gesamtbewegungsgleichung

Die Summe der am Fahrzeug wirkenden Kräfte kann somit durch die Differenz der Antriebskraft F_A und der Fahrwiderstände durch

$$F_A - F_L - F_R - F_S - F_B - F_K = 0 \quad (3.23)$$

gegeben werden [31, S. 150].

Daraus kann die Bewegungsgleichung f des Fahrzeugs für $v > 0$ zu

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \dot{\mathbf{x}} = \frac{d}{dt}v = \frac{F_A - \frac{1}{2}\rho A c_W v^2 - f_R m g \cos(\theta) - m \sin(\theta) - \frac{m^2 v^4 \kappa^2}{4 C_S}}{m_{red}(\gamma)} \quad (3.24)$$

mit dem Zustand

$$\mathbf{x} = v \quad (3.25)$$

und dem Steuereingang

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} F_A \\ \gamma \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

bestimmt werden. Umstellen von (3.24) nach der Antriebskraft

$$F_A = a m_{red} + \frac{1}{2} \rho A c_W v^2 + f_R m g \cos(\theta) + m \sin(\theta) + \frac{m^2 v^4 \kappa^2}{4 C_S} \quad (3.27)$$

ergibt die Übertragungsfunktion des Fahrzeugs in der quasistatischen Modellierung, wie in Abbildung 3.6 dargestellt.

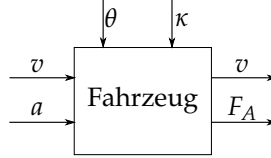


ABBILDUNG 3.6: Quasistatische Modellierung des Fahrzeugs. Quelle: In Anlehnung an [29, S.44].

3.2.2 Streckenabhängige Bewegungsgleichungen

Zur Optimierung des Fahrzeugs ist es oft vorteilhaft, die Bewegungsgleichungen in Abhängigkeit der Strecke darzustellen. Da die Beschleunigung die zeitliche Ableitung der Geschwindigkeit ist

$$a = \frac{dv}{dt}, \quad (3.28)$$

kann diese in Abhängigkeit der Streckenänderung ds durch

$$a = \frac{dv}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{dv}{ds} v \quad (3.29)$$

ausgedrückt werden. Mit anschließendem Umstellen

$$a ds = v dv \quad (3.30)$$

und Integration

$$\int_{s_k}^{s_{k+1}} a ds = \int_{v_k}^{v_{k+1}} v dv \quad (3.31)$$

$$\int_{s_k}^{s_{k+1}} a ds = \left[\frac{1}{2} v^2 \right]_{v_k}^{v_{k+1}} \quad (3.32)$$

$$\int_{s_k}^{s_{k+1}} a ds = \frac{1}{2} v_{k+1}^2 - \frac{1}{2} v_k^2 \quad (3.33)$$

erhält man die Änderung der Geschwindigkeit über eine gegebene Strecke

$$v_{k+1}^2 = v_k^2 + 2 \int_{s_k}^{s_{k+1}} a ds. \quad (3.34)$$

Die benötigte konstante Antriebskraft F_{Ak} für eine Strecke $\Delta s = s_{k+1} - s_k$ mit Start- und Endgeschwindigkeit v_k und v_{k+1} kann aus

$$\bar{a}_k = \frac{v_{k+1}^2 - v_k^2}{2\Delta s}, \quad (3.35)$$

mit der durchschnittlichen Beschleunigung $\bar{a}_k$, berechnet werden. Durch Einsetzen in (3.24) und Umstellen nach der Antriebskraft ergibt sich für die Antriebskraft

$$F_A = \bar{a}_k m_{red} + \frac{1}{2} \rho A c_W \bar{v}_k^2 + f_R m g \cos(\theta) + m \sin(\theta) + \frac{m^2 \bar{v}_k^4 \kappa^2}{4 C_s}, \quad (3.36)$$

mit der über die Strecke mittleren Geschwindigkeit

$$\bar{v}_k = \frac{v_{k+1} + v_k}{2}. \quad (3.37)$$

3.3 Numerische Approximation der Bewegungsgleichungen

3.3.1 Stabilität

Zur numerischen Approximation der Gleichung (3.34) gilt für das zu untersuchende System

$$f_s = 2 \frac{F_A - \frac{1}{2} \rho A c_W x - f_R m g \cos(\theta) - m \sin(\theta) - \frac{m^2 x^2 \kappa^2}{4 C_s}}{m_{red}(\gamma)}, \quad (3.38)$$

wobei der Zustand durch Substitution mit

$$x = v^2 \quad (3.39)$$

gegeben ist. Die partielle Ableitung nach dem Zustand ist somit

$$\frac{\partial f_s}{\partial x} = \lambda = -\frac{\rho A c_W}{m_{red}} - \frac{m^2 x \kappa^2}{C_s m_{red}}. \quad (3.40)$$

Die Kurvenkrümmung wird so bestimmt, dass sie bei maximaler Geschwindigkeit v_{max} die maximale Querbeschleunigung $a_{z,max}$ verursacht

$$\kappa = \frac{a_{z,max}}{v_{max}^2}. \quad (3.41)$$

Mit typischen Werten eines Mittelklassefahrzeugs, wie in Tabelle 3.1 angegeben, hat somit die maximale Querbeschleunigung einen Einfluss auf die numerische Stabilität des Verfahrens, der jedoch nicht stark ins Gewicht fällt. Die Stabilitätsgrenzen für Verfahren 1. und 2. Ordnung sind für Querbeschleunigungen von $1,5 \text{ m/s}^2$ in Abbildung 3.7 dargestellt. Wie zu erkennen ist das Verfahren über die betrachteten Schrittweiten stabil.

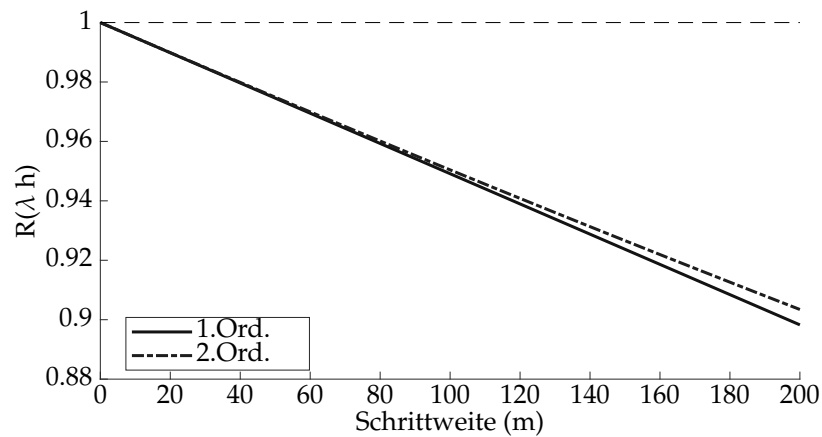


ABBILDUNG 3.7: Testgleichung und Stabilitätsgrenzen der Einschrittverfahren 1. und 2. Fehlerordnung für das Fahrzeugmodell für maximale Querbeschleunigungen von $1,5 \text{ m/s}^2$.

3.3.2 Diskretisierungsfehler

Für die nachfolgende Fehlerbetrachtung werden weiterhin die Fahrzeugparameter aus Tabelle 3.1 verwendet. Diese entsprechen einem Mittelklassefahrzeug bei starker Beschleunigung aus dem Stand in der Kurve und stellen ein Worst-Case-Szenario für die Fehlerabschätzung dar.

Die mithilfe der in Abschnitt 2.3 vorgestellten Verfahren berechneten lokalen Fehler sind in Abbildung 3.8 für Verfahren 1. und 2. Ordnung in Abhängigkeit der Schrittweite und für Querbeschleunigungen von $1,5 \text{ m/s}^2$ dargestellt.

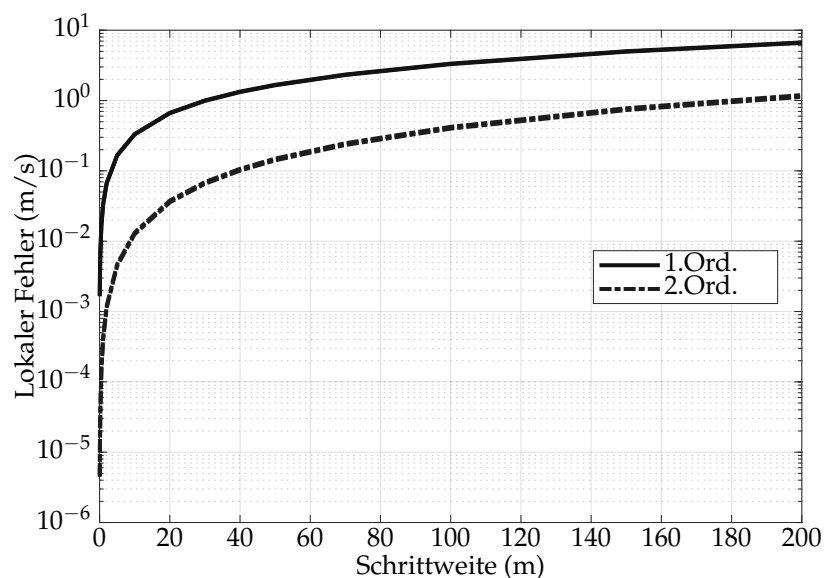


ABBILDUNG 3.8: Lokaler Fehler von Einschrittverfahren 1. und 2. Fehlerordnung für das Fahrzeugmodell bei einer Querbeschleunigung von $1,5 \text{ m/s}^2$.

Bei einer Schrittweite von 40 m können dabei für ein Verfahren 2. Ordnung lokale Diskretisierungsfehler um $0,1 \text{ m/s}$ bei dem Beschleunigungsvorgang entstehen. Bei

Verfahren 1. Ordnung können bereits lokale Diskretisierungsfehler von 1,3 m/s entstehen. Die Fehlerbetrachtung beschreibt die obere Grenze des lokalen Fehlers. Da im Normalfall nicht ständig hohe Beschleunigungen, sowohl in Längsrichtung als auch in Querrichtung, erfolgen, ist im Regelfall eher vom niedrigeren Diskretisierungsfehler auszugehen. Aufgrund des geringeren Fehlers bietet sich als Kompromiss zwischen Rechenaufwand und Genauigkeit ein Verfahren 2. Fehlerordnung an.

TABELLE 3.1: Fahrzeugparameter zur Fehlerabschätzung

Beschreibung	Zeichen	Wert
Luftdichte	ρ	$1,2 \text{ kg m}^{-3}$
effektive Stirnfläche	A	2 m^2
Luftwiderstandsbeiwert	c_W	0,3
Fahrzeugmasse	m	1463 kg
reduzierte Fahrzeugmasse	$m_{red}(\gamma)$	1508 kg
Seitensteifigkeit	C_s	$114600 \text{ N rad}^{-1}$ (vgl. [33])
Geschwindigkeitsbereich	v	$0 \dots 150 \text{ km h}^{-1}$
Antriebskraft	F_A	5kN
Kurvenkrümmung	κ	$1,5 \text{ m s}^{-2} / (41,7 \text{ m s}^{-1})^2 = 8,64 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$

3.4 Verbrauchsmodellierung

Nach der Modellierung der Bewegungsgleichungen des Fahrzeugs und der Bestimmung der für die Fahrt benötigten Antriebskraft erfolgt in diesem Kapitel die Verbrauchsmodellierung. Zuerst werden allgemein Funktionsapproximatoren vorgestellt, welche zur Abbildung des Verbrauchs verwendet werden können. Danach werden für die einzelnen Antriebskomponenten die Verbrauchsmodelle dargestellt.

3.4.1 Funktionsapproximatoren

Zur Approximation von Verlusten in Antriebskomponenten und Verbrauchskennfeldern können unterschiedliche Funktionsapproximatoren eingesetzt werden. Diese werden verwendet, um den häufig nichtlinearen Zusammenhang zwischen abgegebener und aufgenommener Leistung einer Komponente abzubilden. Die am häufigsten verwendeten Funktionsapproximatoren sind nach [34]:

Look-up Tabellen speichern zu jedem diskreten Eingangswert einen entsprechenden Ausgangswert ab. Zwischen den einzelnen Stützpunkten kann dann bei einer Abfrage interpoliert werden. Look-up Tabellen besitzen den Vorteil, dass sie sehr komplexe Funktionen abbilden können und einfach parametrierbar sind. Sie benötigen jedoch für viele Stützstellen einen hohen Speicherbedarf und skalieren schlecht mit höheren Dimensionen der Eingangsdaten.

Polynome und Splines approximieren den Zusammenhang über eine parametrisierbare Funktion. Die Auswertung ist meist schneller als bei Look-up Tabellen, da

sie eine kontinuierliche Funktion beschreiben. Jedoch müssen sehr hochdimensionale Polynome verwendet werden, wenn der zu lernende Zusammenhang Sprünge und steile Kanten besitzt.

Neuronale Netze sind universelle Funktionsapproximatoren [35], d. h. sie können jede beliebige Funktion approximieren und skalieren sehr gut mit höheren Dimensionen.

In [36] wird das Willans Linien Modell zur Approximation von Verbrauchkennfeldern von Verbrennungsmotoren und elektrischen Maschinen, sowie den Verlusten in Energiespeicher und Konverter vorgeschlagen. Dieses ist physikalisch inspiriert und beschreibt einen linearen Zusammenhang zwischen gelieferter und verbrauchter Energie, siehe Abbildung 3.9. Damit fällt es in die Klasse der Polynom-Funktionsapproximatoren.

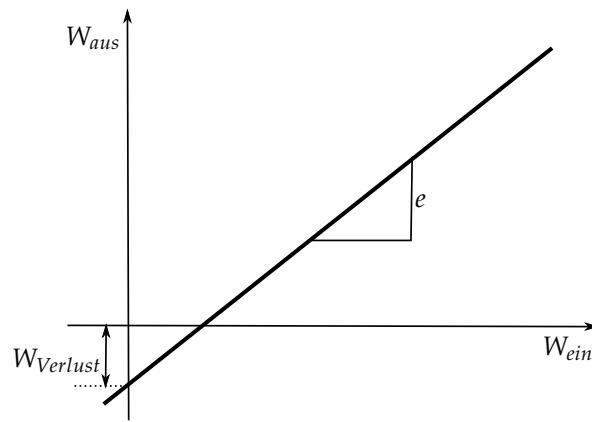


ABBILDUNG 3.9: Willans Linien Modell.

Die abgegebene Energie W_{aus} wird dabei in Abhängigkeit der zugeführten Energie W_{ein} , den Verlusten $W_{Verlust}$ und der indizierten Effizienz e bestimmt gemäß [36, S. 248] durch

$$W_{aus} = e W_{ein} - W_{Verlust}. \quad (3.42)$$

Die indizierte Effizienz e und die Verluste $W_{Verlust}$ können dabei selbst als Funktionen des Betriebspunktes dargestellt werden. Dies stellt für viele Komponenten im Fahrzeug eine gute Approximation der Verluste dar. Durch seine Einfachheit eignet es sich zudem für den Einsatz in der Echtzeioptimierung. Durch Normalisieren der Zustandsgrößen kann das Modell einfach auf unterschiedlich große Motoren skaliert werden. Dieses Modell bildet die Basis der einzelnen Komponenten des Antriebs, welche im Folgenden vorgestellt werden.

3.4.2 Reifen und Getriebe

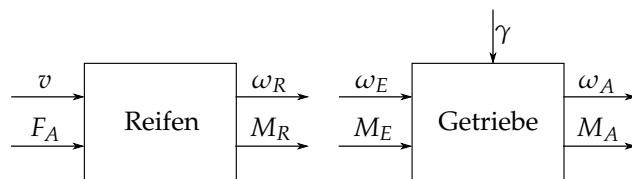


ABBILDUNG 3.10: Quasistatische Modellierung der Reifen und des Getriebes. Quelle: In Anlehnung an [29, S.44].

Die Reifendrehzahl ω_R bestimmt sich aus der Fahrzeuggeschwindigkeit v zu

$$\omega_R = \frac{v}{r_{dyn}} \quad (3.43)$$

mit dem dynamischen Reifenradius r_{dyn} und übersetzt dementsprechend die Antriebskraft F_A in das Antriebsmoment

$$M_A = r_{stat} F_A \quad (3.44)$$

mit dem statischen Reifenradius r_{stat} . Ähnlich übersetzen Getriebe die Eingangsdrehzahl ω_E in die Ausgangsdrehzahl

$$\omega_A = i(\gamma) \omega_E \quad (3.45)$$

mit der gangabhängigen Übersetzung $i(\gamma)$. Das Eingangsmoment M_E wird dabei in das Ausgangsmoment

$$M_A = \frac{1}{\eta_G i(\gamma)} M_E \quad \omega_E M_E \geq 0 \quad (3.46)$$

im Motorbetrieb übersetzt [29, S. 55]. Dabei können die im Getriebe entstehenden Verluste durch die Getriebeeffizienz η_G beschrieben werden. Bei Verzögerungen kann das Ausgangsmoment durch

$$M_A = \frac{\eta_G}{i(\gamma)} M_E \quad \omega_E M_E < 0 \quad (3.47)$$

beschrieben werden [29, S. 55].

In Abbildung 3.10 sind die Reifen und Getriebe als Funktionsblöcke in der quasistatischen Modellierung dargestellt.

3.4.3 Verbrennungsmotor

Kenngrößen

Die thermodynamische Effizienz η_{VM} eines Verbrennungsmotors ist definiert als

$$\eta_{VM} = \frac{P_{VM}}{P_{chem}} = \frac{\omega_{VM} M_{VM}}{P_{chem}} \quad (3.48)$$

wobei ω_{VM} die Winkelgeschwindigkeit des Motors und M_{VM} das dabei abgegebene Drehmoment ist, deren Produkt die effektive Leistung P_{VM} des Verbrennungsmotors darstellt [29, S. 47]. P_{chem} ist der Enthalpiefluss, der sich in Relation mit dem Treibstoffmassenfluss

$$\dot{m}_{Treibstoff} = \frac{P_{chem}}{H_{Treibstoff}}, \quad (3.49)$$

mit dem unteren Heizwert $H_{Treibstoff}$ des Treibstoffes, berechnen lässt [29, S. 48]. Als Abschätzung kann sowohl für Benzin und Dieselöl ein unterer Heizwert von 42,0 MJ/kg angegeben werden [37]. Die thermodynamische Effizienz hängt dabei hauptsächlich von der Drehzahl und dem abgegebenen Moment des Motors ab [38].

Bezogen auf die effektive Leistung P_{VM} des Verbrennungsmotors ist der Kraftstoffmassenfluss somit

$$\dot{m}_{Treibstoff} = \frac{P_{VM}}{\eta_{VM} H_{Treibstoff}}. \quad (3.50)$$

Der effektive spezifische Kraftstoffverbrauch b_{eff} ergibt sich nach [39, S.19] aus

$$b_{eff} = \frac{\dot{m}_{Treibstoff}}{P_{VM}} = \frac{1}{\eta_{VM} H_{Treibstoff}}. \quad (3.51)$$

Normalisierte Kenngrößen

Zum Vergleich verschiedener Motoren untereinander können normalisierte Kenngrößen eingeführt werden [39]. Sie geben den Betriebspunkt eines Motors im stationären Zustand an und erlauben es unterschiedliche Motoren miteinander zu vergleichen [29].

Die mittlere Kolbengeschwindigkeit c_m gibt Informationen über die Leistungsdichte und die Belastung der Gleitpartner des Motors an. Sie berechnet sich aus

$$c_m = \frac{\omega_{VM} S}{\pi} \quad (3.52)$$

mit dem Kolbenhub S und der Drehgeschwindigkeit ω_{VM} des Verbrennungsmotors [29, S. 48].

Eine weitere wichtige Kenngröße ist der mittlere effektive Kolbendruck p_{me} . Er gibt den mittleren Druck im Kolben an, welcher nötig ist, um eine gewisse Arbeit zu verrichten und ist proportional zum Drehmoment des Motors. Er wird bestimmt durch

$$p_{me} = \frac{N \pi M_{VM}}{V_d}, \quad (3.53)$$

wobei V_d der Hubraum des Motors ist, M_{VM} das Drehmoment und der Parameter N bestimmt wird über

$$N = \begin{cases} 2 & \text{für 2-Takt Maschinen} \\ 4 & \text{für 4-Takt Maschinen.} \end{cases} \quad (3.54)$$

Die mechanisch abgegebene Leistung P_{VM} kann mithilfe dieser Kenngrößen bestimmt werden aus

$$P_{VM} = z \frac{\pi}{16} B^2 p_{me} c_m. \quad (3.55)$$

Die Leistung ist dabei abhängig vom Kolbendurchmesser B und der Zylinderanzahl z . [29, S. 48]

Willans Linien Approximation

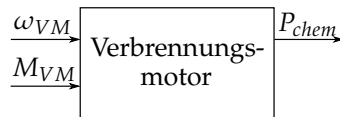


ABBILDUNG 3.11: Quasistatische Modellierung des Verbrennungsmotors. Quelle: In Anlehnung an [29, S.44].

Nach [36, S. 248, 251] kann dabei das quasistatische Modell des Verbrennungsmotors durch

$$P_{VM} = e_{VM}(\omega_{VM}) P_{chem} - P_{VM,Verlust}(\omega_{VM}) \quad (3.56)$$

mit

$$e_{VM} = e_{VM,00} + e_{VM,01} \omega_{VM} + e_{VM,02} \omega_{VM}^2 + e_{VM,10} \frac{P_{chem}}{\omega_{VM}} \quad (3.57)$$

und

$$P_{VM,Verlust} = P_{VM,Verlust0} + P_{VM,Verlust1} \omega_{VM} + P_{VM,Verlust2} \omega_{VM}^2 \quad (3.58)$$

approximiert werden. Dabei sind $e_{VM,00}$, $e_{VM,01}$, $e_{VM,02}$, $e_{VM,10}$ sowie $P_{VM,Verlust0}$, $P_{VM,Verlust1}$ und $P_{VM,Verlust2}$ motorspezifische Parameter. Der Funktionsblock des Verbrennungsmotors ist in Abbildung 3.11 dargestellt. Die Parameter können bei Vorliegen von Messdaten mittels der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt werden.

Abbildung 3.12 zeigt das Verbrauchskennfeld und das mittels (3.56) approximierte Verbrauchskennfeld für den Otto-Turbomotor aus [40]. Die Parameter der Willans Linien Approximation sind in Tabelle B.1 im Anhang angegeben.

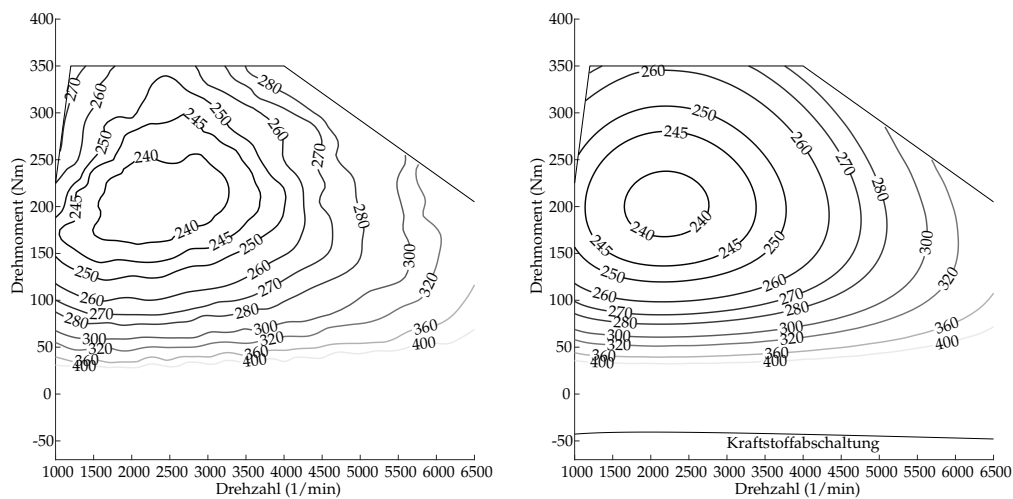


ABBILDUNG 3.12: Effektiver spezifischer Kraftstoffverbrauch in g/kWh des Verbrennungsmotors nach Daten aus [40] (links) und Willans Linien Approximation (rechts).

3.4.4 Elektrische Maschine

Neben dem Verbrennungsmotor stellen elektrische Maschinen eine alternative oder ergänzende Antriebsart, wie sie bei batterieelektrischen oder Hybridfahrzeugen zum Einsatz kommen, dar.

Allgemeine Beschreibung elektrischer Maschinen

Rotierende elektrische Maschinen sind Energiewandler, die eine Umformung zwischen elektrischer und mechanischer Energie vornehmen. Die elektrische Leistung wird über das Produkt der elektrischen Spannung U und dem elektrischen Strom I , die mechanische Leistung wird aus dem Produkt der Winkelgeschwindigkeit des Rotors ω_{EM} und dem dabei abgegebenen Drehmoment M_{EM} bestimmt [41]. Die

abgegebene mechanische Leistung P_{EM} berechnet sich aus

$$P_{EM} = M_{EM} \omega_{EM}. \quad (3.59)$$

Die elektrische Leistung P_{el} des elektrischen Antriebs ist im Allgemeinen gegeben durch

$$P_{el} = m U I g_1 \cos \phi, \quad (3.60)$$

wobei g_1 den Grundswingungsgehalt und mögliche Oberschwingungen des Stromverlaufes berücksichtigt und $\cos \phi$ die Phasenlage des Stroms und der Spannung ist. Die Strangzahl m hängt von der Art der jeweiligen Maschine ab.

Im stationären Betriebszustand kann die mechanische Leistung durch

$$P_{EM} = P_{el} \pm P_{EM,Verlust} \quad (3.61)$$

angegeben werden, mit Minuszeichen für Motorbetrieb. Die Verlustleistung besteht dabei aus Reibverlusten durch Lager-, Gas- und Bürstenreibung, sowie für Lüfter aufgewendete Leistung. Ebenso entstehen Stromwärmeverluste im Stator, Eisenverluste im Stator durch Ummagnetisierung oder Wirbelströme und Stromwärmeverluste im Rotor. [41]

In [42, S. 429] wird zwischen lastunabhängigen Anteilen P_{vl} und lastabhängigen Anteilen P_{vk} der Verlustleistung unterschieden, sodass sich diese wie folgt zusammensetzt

$$P_{EM,Verlust} = P_{vl} + P_{vk}. \quad (3.62)$$

Die lastabhängigen Verluste sind größtenteils Wicklungsverluste, die sich quadratisch mit dem Strom ändern, welcher linear zur mechanischen Leistung ist. Somit können diese mit der maschinenabhängigen Konstanten $p_{vk,2}$ durch

$$P_{vk} = p_{vk,2} P_{EM}^2 \quad (3.63)$$

approximiert werden [42, S. 429].

Willans Linien Approximation



ABBILDUNG 3.13: Quasistatische Modellierung der elektrischen Maschine. Quelle: In Anlehnung an [29, S.44].

Das Willans Linien Modell kann sowohl permanenterregte Synchronmaschinen als auch Asynchronmaschinen gut approximieren [29, S.91]. Dabei kann das Modell (3.56) unverändert übernommen werden mit

$$\omega_{EM} M_{EM} = P_{EM} = e_{EM}(\omega_{EM}) P_{el} - P_{EM,Verlust}(\omega_{EM}), \quad P_{el} \geq 0 \quad (3.64)$$

für den Motorbetrieb und

$$P_{EM} = \frac{1}{e_{EM}(\omega_{EM})} P_{el} - P_{EM,Verlust}(\omega_{EM}), \quad P_{el} < 0 \quad (3.65)$$

für den Generatorbetrieb [29, S. 89]. Somit ergibt sich für die zugeführte elektrische Leistung im Motorbetrieb

$$P_{el} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 a c}}{2 a}, \quad P_{el} \geq 0 \quad (3.66)$$

und im Generatorbetrieb

$$P_{el} = \frac{-c b}{1 - a c}, \quad P_{el} < 0 \quad (3.67)$$

mit

$$a = e_{EM,10} \frac{P_{EM}}{\omega_{EM}}, \quad (3.68)$$

$$b = e_{EM,00} + e_{EM,01} \omega_{EM} + e_{EM,02} \omega_{EM}^2 \quad (3.69)$$

und

$$c = P_{EM,Verlust0} + P_{EM,Verlust1} \omega_{EM} + P_{EM,Verlust2} \omega_{EM}^2 - P_{EM}. \quad (3.70)$$

Abbildung 3.13 skizziert den Funktionsblock der elektrischen Maschine in der quasi-statischen Modellierung. Abbildung 3.14 zeigt exemplarisch das Wirkungsgradkennfeld und die Willans Linien Approximation für die in [43] beschriebene elektrische Maschine. Dabei sind die Verluste durch die Leistungselektronik bereits im Kennfeld enthalten. Für die Maschine liegen keine Effizienzdaten im negativen Drehmomentenbereich, also im Generatorbetrieb, vor sodass das Modell nur für Daten des Motorbetriebs angepasst wurde. Es ist zu Erkennen, dass die Effizienzkennfelder im Motor- und Generatorbetrieb nicht spiegelsymmetrisch zueinander sind. Dies wird ebenfalls im Betrieb elektrischer Maschinen festgestellt. Die Parameter der Willans Linien Approximation für die elektrische Maschine sind in Tabelle B.1 aufgeführt.

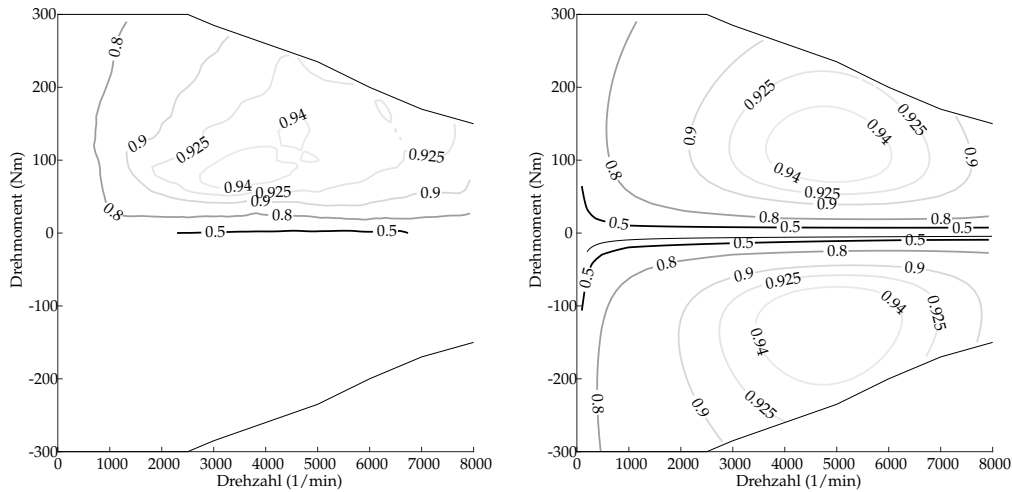


ABBILDUNG 3.14: Wirkungsgrad der elektrischen Maschine nach Daten aus [43] (links) und Willans Linien Approximation (rechts).

3.4.5 Energiespeicher

Die vom Antrieb benötigte Energie wird schließlich durch einen Energiespeicher zur Verfügung gestellt. Dieser ist im Fall von Verbrennungsmotoren der mit Kraftstoff

gefüllte Tank. Bei elektrifizierten Antrieben liefert die benötigte Energie für die elektrische Maschine der Batteriespeicher.

Der für eine gewisse Leistung P_{chem} benötigte Kraftstoffmassefluss kann aus (3.49) bestimmt werden. Der für eine Fahrt mit der Dauer T benötigte Kraftstoff ist gegeben durch

$$m_{Treibstoff} = \int_0^T \dot{m}_{Treibstoff} dt = \frac{1}{H_{Treibstoff}} \int_0^T P_{chem} dt. \quad (3.71)$$

Die aus einem elektrischen Speicher entnommen Energie E_b berechnet sich zu

$$E_b = \int_0^T P_b dt. \quad (3.72)$$

P_b entspricht der Batterie entnommenen bzw. zugeführten Leistung [29, S. 118]. Der Wirkungsgrad der Batterie wird zu einem großen Teil durch den Innenwiderstand R_i der Batterie beeinflusst. Aus einem Ersatzschaltbild, siehe [29, S.114], lässt sich schließlich der benötigte Strom I_b zum Bereitstellen der Leistung P_{el} für den Antrieb aus

$$I_b = \frac{U_0 - \sqrt{U_0^2 - 4 R_i P_{el}}}{2 R_i}, \quad (3.73)$$

mit der Ruhespannung U_0 , bestimmen. Somit gilt für die Leistung der Batterie

$$P_b = U_0 \frac{U_0 - \sqrt{U_0^2 - 4 R_i P_{el}}}{2 R_i}. \quad (3.74)$$

Der maximale Strom der Batterie wird für Lithium-Ionen-Batterien meist durch den zulässigen Spannungsbereich ($U_{b,min}$, $U_{b,max}$) definiert [29, S.117]. Der dabei maximal mögliche Entladestrom wird bestimmt durch

$$I_{b,max} = \frac{U_0 - U_{b,min}}{R_i}. \quad (3.75)$$

Analog beträgt der maximal mögliche Ladestrom

$$I_{b,min} = \frac{U_0 - U_{b,max}}{R_i}, \quad (3.76)$$

welcher ein negatives Vorzeichen hat. [29, S. 117]

Kapitel 4

Modellbasierte prädiktive Regelung

Die modellbasierte prädiktive Regelung (MPC; engl.: *model predictive control*) bestimmt unter Optimierung der Steuerfolgen über einen gewissen Prädiktionshorizont einen optimalen Steuereingang oder eine Abfolge von Steuereingängen für ein System. Das Systemverhalten wird durch Simulation des Systemmodells ermittelt. Zur Optimierung der Steuerfolgen können unterschiedliche Optimierungsverfahren verwendet werden. In diesem Kapitel wird zunächst die modellprädiktive Regelung vorgestellt, um anschließend dafür geeignete Optimierungsverfahren aufzuzeigen.

4.1 Allgemein

Die modellprädiktive Regelung bestimmt die optimale Steuerfolge $\mathbf{u}^*$ über eine gewisse Vorausschau. Bei den hier vorgestellten Verfahren mit diskreter Systemdynamik berechnet sich diese ausgehend vom aktuellen Zustand $\mathbf{x}_n$ über N Schritte, dem sogenannten Prädiktionshorizont. Der Prädiktionshorizont stellt eine Möglichkeit zur Anpassung der benötigten Rechenleistung der modellprädiktiven Regelung dar. Da sich die Optimierung weit in der Zukunft liegender Steuergrößen auch immer weniger auf den aktuellen Zeitpunkt auswirken, fallen die Ungenauigkeiten hinsichtlich der Optimalität der Lösung mit zunehmendem Prädiktionshorizont meist stark ab.

Wurde eine geeignete Steuerfolge gefunden, so wird dann in der Regel nur der erste Steuereingang auf das System gegeben. Nach Ablauf des Zeitintervalls Δt wird dann eine neue optimale Steuerfolge vom neuen gemessenen Zustand aus berechnet, wieder über N Schritte, von welcher wieder nur der erste Steuereingang verwendet wird. Zwischen den Optimierungsschritten kann der Steuereingang unterschiedlich interpoliert werden. Dieser wird zwischen den Zeitintervallen oft einfach konstant gehalten (engl.: *zero-order hold*). Alternativ kann auch zwischen den Steuereingängen mit unterschiedlichen Verfahren interpoliert werden.

Anstatt nur den ersten Steuereingang zu verwenden, können auch mehrere Steuereingänge nacheinander auf das System gegeben werden, bevor eine neue optimale Steuerfolge berechnet wird [44, S.21]. Dazu wird das Zeitintervall oft nicht äquidistant abgetastet, sodass nahe Zeitpunkte feiner abgetastet werden. Dadurch kann eine sehr fein aufgelöste Steuerfolge bestimmt werden, bei gleichzeitiger Betrachtung der zukünftigen Entwicklung des Systems.

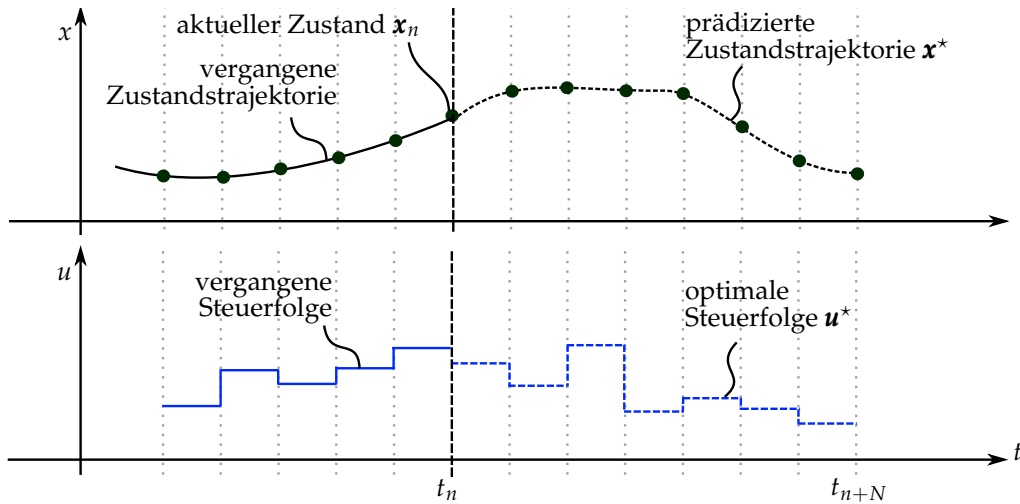


ABBILDUNG 4.1: Beispielhafte Darstellung der modellbasierten prädiktiven Regelung. Quelle: In Anlehnung an [44, S.3].

Dieses der modellprädiktiven Regelung zugrunde liegende iterative Vorgehen hat zur Folge, dass der Prädiktionshorizont immer weiter mitläuft, weshalb die modellbasierte prädiktive Regelung oft auch *Receding Horizon Control* genannt wird.

Durch das wiederholte Berechnen der optimalen Steuerfolge können Modellunsicherheiten und Störgrößen ausgeglichen werden, bzw. deren Einfluss minimiert werden. In Abbildung 4.1 ist die modellbasierte prädiktive Regelung für einen Zeitpunkt t_n mit der prädizierten Zustandstrajektorie und berechneten Steuerfolge beispielhaft dargestellt.

4.2 Verfahren zur Optimalsteuerung dynamischer Systeme

Zur Bestimmung der optimalen Steuerfolge bieten sich Verfahren der Optimalsteuerung an. Dieser Abschnitt behandelt die Grundlagen dieser Verfahren. Zuerst erfolgt eine allgemeine Beschreibung der Optimalsteuerung und eine mathematische Formulierung der Aufgabenstellung. Dann wird ein Überblick über die möglichen Verfahren der Optimalsteuerung gegeben. Danach werden die in dieser Arbeit untersuchten direkten Verfahren und die Dynamische Programmierung näher erläutert.

Ziel der Optimalsteuerung ist, bei einem gegebenen dynamischen System

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (4.1)$$

über einen Zeithorizont $0 \leq t \leq t_e$ eine optimale Steuertrajektorie $\mathbf{u}^*$ und dazugehörigen Zustandstrajektorie $\mathbf{x}^*$ zu finden. Die optimale Steuertrajektorie stellt dabei das Minimum einer Kostenfunktion

$$\min_{\mathbf{x}, \mathbf{u}} J(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \min \left(\theta(\mathbf{x}(t_e), t_e) + \int_0^{t_e} \phi(\mathbf{x}, \mathbf{u}) dt \right) \quad (4.2)$$

dar, wobei θ , der sogenannte Mayer-Term, die Kosten für den erreichten Endzustand $\mathbf{x}(t_e)$ und Zeit t_e beschreibt [45, S.411]. Der Lagrange-Term ϕ beschreibt die Kosten für einen gewissen Zustand und Steuereingang. Die Integration des Lagrange-Terms führt also zu den Kosten für eine gewisse Steuer- und Zustandstrajektorie über den

betrachteten Zeithorizont. Zu beachten ist, dass die Kostenfunktion nicht zwangsläufig tatsächliche Kosten beschreibt, sondern als Maß für die Erstrebenswertigkeit einer Trajektorie und dazugehöriger Steuerfolge anzusehen ist. Dabei sind Steuerfolgen mit niedrigeren Kosten erstrebenswerter als solche mit höheren Kosten.

Ein großer Vorteil der modellprädiktiven Regelung gegenüber klassischen Reglern ist, dass Einschränkungen, sowohl der Systemtrajektorie als auch von Stellgrößen, bei der Bestimmung einer Stellgröße berücksichtigt werden können. Diese werden bei der Minimierung der Kostenfunktion durch unterschiedliche Nebenbedingungen berücksichtigt werden. So können der Anfangszustand des Systems und dessen Dynamik durch die Nebenbedingungen

$$\mathbf{x}(0) - \mathbf{x}_0 = 0 \quad (4.3)$$

und

$$\dot{\mathbf{x}} - \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 0 \quad (4.4)$$

berücksichtigt werden [45, S. 388]. Sofern Beschränkungen der Zustände oder Steuereingänge existieren, können diese durch die Gleichungsnebenbedingung (GNB)

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 0 \quad (4.5)$$

und Ungleichungsnebenbedingung (UNB)

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq 0, \quad (4.6)$$

mit geeigneten Funktionen $\mathbf{g}$ und $\mathbf{h}$, beschrieben werden.

4.3 Eingliederung der Verfahren zur Optimalsteuerung

Zur Minimierung der Kostenfunktion (4.2) unter den Nebenbedingungen (4.3) bis (4.6) können unterschiedliche Verfahren eingesetzt werden. Dabei kann zwischen drei grundsätzlichen Ansätzen, der *Dynamischen Programmierung*, *direkten* und *indirekten Verfahren*, unterschieden werden [46, S.2].

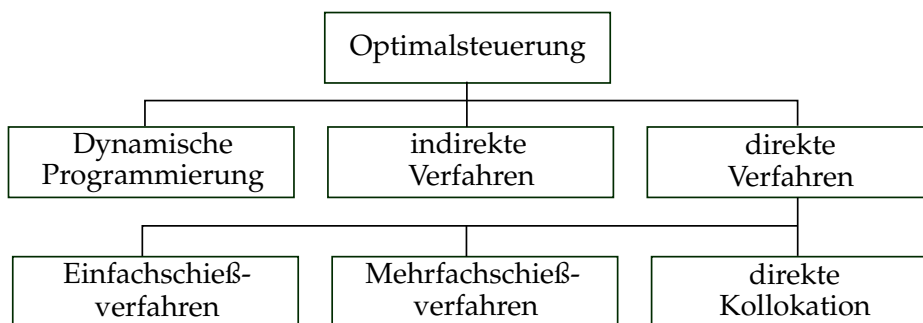


ABBILDUNG 4.2: Übersicht der Verfahren zur Optimalsteuerung. Quelle: In Anlehnung an [46].

Die Dynamische Programmierung basiert auf dem Optimalitätsprinzip von Bellman. Sie findet für einen diskretisierten Zustandsraum die optimale Steuerfolge und kann sowohl kontinuierliche wie auch diskrete Steuereingänge behandeln [47]. Durch die Diskretisierung des Zustandsraums leidet die Dynamische

Programmierung unter dem Fluch der Dimensionalität und ist somit nur für Systeme mit wenigen Zuständen geeignet [45, S. 350].

Indirekte Verfahren leiten zuerst die notwendigen Bedingungen für die Optimalität einer Lösung her. Dies überführt das Problem in ein Zwei-Punkt Randwertproblem, welches im Allgemeinen für nichtlineare Systeme numerisch gelöst werden muss [48, S.329]. Da bei indirekten Verfahren zur Optimierung nicht diskretisiert wird, können Lösungen mit sehr hoher Genauigkeit gefunden werden. Die Initialisierungen ist jedoch oft sehr schwierig und der Einzugsbereich ist sehr klein [45, S.387]. Zudem kann die Herleitung der notwendigen Bedingungen sehr aufwendig sein.

Direkte Verfahren finden, im Gegensatz zu den indirekten Verfahren, zuerst durch Diskretisierung des Zeitintervalls und anschließender Variation der Steuereingänge und Systemzustände, für die diskreten Zeitpunkte eine Lösung, welche die Kostenfunktion minimiert und die Nebenbedingungen erfüllt [45, S. 365].

Eine Übersicht der Verfahren ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Aufgrund ihrer Eigenschaften werden zur Echtzeitsteuerung meist direkte Verfahren [46], sowie zum Teil die Dynamische Programmierung [49, 50] eingesetzt, auf welche nachfolgend näher eingegangen wird.

4.4 Direkte Verfahren

Die am häufigsten verwendeten direkten Verfahren sind die *direkten Einfachschießverfahren*, *direkte Mehrfachschießverfahren* und *direkte Kollokationsverfahren* [46]. Direkte Verfahren überführen das kontinuierliche Optimalsteuerungsproblem (4.2) in eine nichtlineare Optimierungsaufgabe. Dazu wird das kontinuierliche Optimierungsproblem in ein zeitdiskretes Optimierungsproblem mit der Schrittweite Δt überführt.

Für das zeitdiskrete System

$$\mathbf{x}_{k+1} = \underline{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) \quad (4.7)$$

ist die nichtlineare Optimierungsaufgabe gegeben durch

$$\min_{\mathbf{c}} J(\mathbf{c}) = \min \left(\theta(\mathbf{c}_N) + \sum_{k=0}^N \underline{\phi}(\mathbf{c}_k) \right), \quad (4.8)$$

wobei $\mathbf{c}$ die zu optimierenden Parameter darstellen, N der Prädiktionshorizont ist und $\underline{\phi}$ dem diskretisierten Kostenterm ϕ entspricht [45, S. 366]. Die Einhaltung der Nebenbedingungen wird dann für die diskreten Zeitschritte gefordert.

4.4.1 Direkte Einfachschießverfahren

Bei den direkten Einfachschießverfahren beinhaltet der zu optimierende Parametervektor ausschließlich die Steuerfolge

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_0^T & \mathbf{u}_1^T & \dots & \mathbf{u}_{N-1}^T \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

Der Zustandsvektor wird durch numerische Integration bestimmt, wie sie in Kapitel 2 beschrieben wird. Eine beispielhafte Steuer- und Zustandstrajektorie während

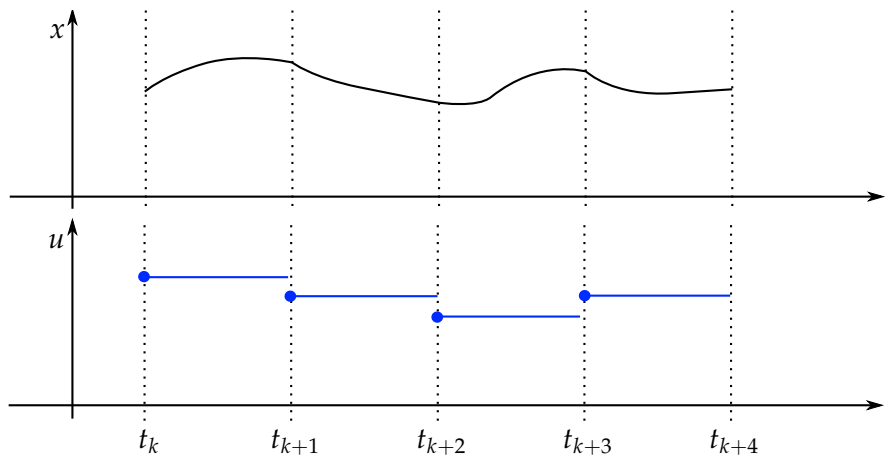


ABBILDUNG 4.3: Beispielhafter Verlauf der Zustands- und Steuertrajektorie während der Optimierung bei Einfachschießverfahren.

der Optimierung ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Durch die anschließende Bestimmung der Zustandstrajektorie mittels numerischer Integration ergibt sich bei diesem Verfahren immer eine kontinuierliche Zustandsfolge.

Vorteil des direkten Einfachschießverfahrens ist, dass der Parametervektor $\mathbf{c}$ die gleiche Größe wie der gesuchte Lösungsvektor $\mathbf{u}^*$ hat. Durch die lange Integration der Systemgleichung über den kompletten Prädiktionshorizont ist das Verfahren jedoch oft sehr instabil und sensitiv gegenüber Ungenauigkeiten der numerischen Integration [45, S. 419]. Dies beruht darauf, dass der Zusammenhang zwischen den zu optimierenden Parametern, der Kostenfunktion und den Nebenbedingungen meist nicht gut durch das lineare oder quadratische Modell des Optimierungsalgorithmus approximiert werden [51, S. 2].

4.4.2 Direkte Mehrfachschießverfahren

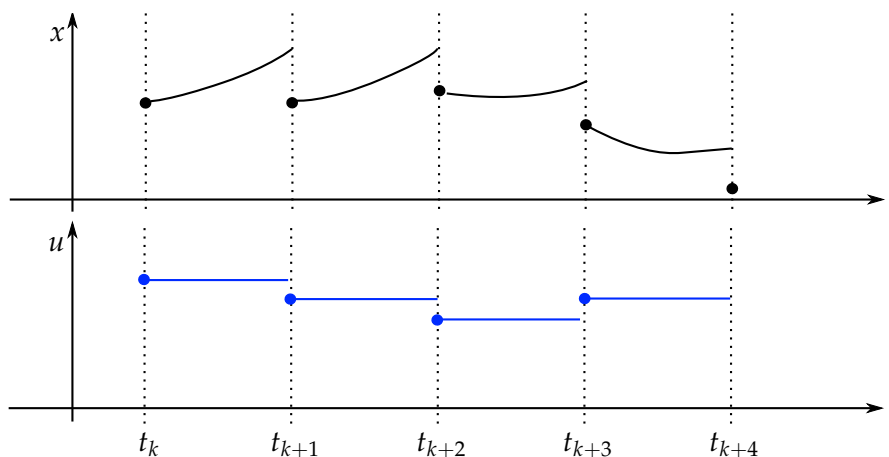


ABBILDUNG 4.4: Beispielhafter Verlauf der Zustands- und Steuertrajektorie während der Optimierung bei Mehrfachschießverfahren.

Die direkten Mehrfachschießverfahren reduzieren die Probleme der Einfachschießverfahren, indem sie simultan sowohl die Steuertrajektorie als auch die Zustandstrajektorie im Parametervektor

$$\mathbf{c} = \left[\mathbf{x}_0^T \mathbf{x}_1^T \dots \mathbf{x}_N^T \mathbf{u}_0^T \mathbf{u}_1^T \dots \mathbf{u}_{N-1}^T \right] \quad (4.10)$$

optimieren. Die Integration der Systemzustände passiert bei den Mehrfachschießverfahren nicht über die gesamte Steuerfolge, wie bei den Einfachschießverfahren, sondern immer nur bis zum nächsten Stützpunkt. Um nun eine kontinuierliche Systemtrajektorie zu erhalten, muss der integrierte Systemzustand von einem Stützpunkt aus mit den Anfangszuständen des nächsten Stützpunktes übereinstimmen. Dies wird als zusätzliche Nebenbedingung in die Optimierung eingebracht

$$\underline{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) - \mathbf{x}_{k+1} = 0. \quad (4.11)$$

Auch hier wird die Integration durch die in Kapitel 2 vorgestellten Einschrittverfahren berechnet.

Eine beispielhafte Steuer- und Zustandstrajektorie während der Optimierung ist in Abbildung 4.4 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass zu Beginn der Optimierung noch keine kontinuierliche Zustandstrajektorie vorliegen muss, da die Steuereingänge immer nur über ein Zeitintervall integriert werden. Die Zustandstrajektorie wird dann erst während der Optimierung durch Einbeziehung der Nebenbedingung (4.11) kontinuierlich.

Da sowohl die Zustände als auch die Steuereingänge im Parametervektor enthalten sind, wächst die Anzahl der zu optimierenden Parameter im Vergleich zu Einfachschießverfahren, jedoch wird der Zusammenhang zwischen den Parametern und den Nebenbedingungen linearer, da über kleinere Intervalle integriert wird [51, S. 2]. Dadurch sind Mehrfachschießverfahren im Vergleich meist robuster und konvergieren schneller gegen eine optimale Lösung [45].

4.4.3 Direkte Kollokationsverfahren

Direkte Kollokationsverfahren approximieren die Zustandstrajektorie durch ein oder mehrere Polynome. Für diese Polynome wird dann an zuvor definierten Stellen, den Kollokationspunkten, die Einhaltung der Nebenbedingungen gefordert. Die Verfahren unterscheiden sich dabei in der Art der verwendeten Polynome, deren Ordnung, in der Weise, wie die Einhaltung der Systemdynamik erfolgt und ob der Zeithorizont in einzelne Bereiche unterteilt wird oder nicht.

Für die approximierenden Polynome $\mathbf{P}$ wird gefordert, dass sie an den Kollokationspunkten $\mathbf{t}_{koll}$, mit $\mathbf{x}_{koll} = \mathbf{x}(\mathbf{t}_{koll})$, exakt den Systemzuständen entsprechen [52, S. 4]

$$\mathbf{P}_{koll} = \mathbf{x}_{koll}. \quad (4.12)$$

Diese Bedingung kann immer durch geeignete Wahl der Polynome erfüllt werden. So können N Kollokationspunkte immer durch ein Polynom der Ordnung $N - 1$ exakt dargestellt werden [53, S. 12].

Die Systemdynamik kann in Integraler Form, entsprechend (4.11), oder in differentieller Form

$$\underline{f}(\mathbf{x}_{koll}, \mathbf{u}_{koll}) - \dot{\mathbf{P}}_{koll} = 0 \quad (4.13)$$

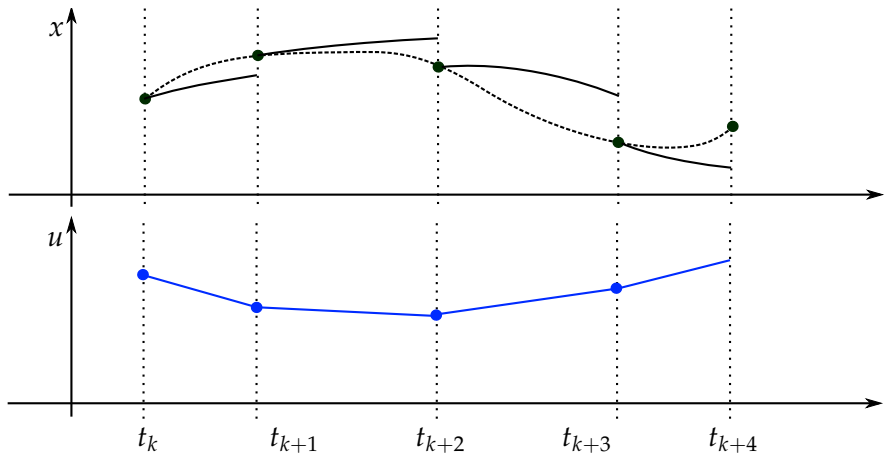


ABBILDUNG 4.5: Beispielhafter Verlauf der Zustands- und Steuertrajektorie während der Optimierung bei Kollokationsverfahren. Das approximierende Polynom ist gestrichelt dargestellt.

erfolgen. Das Mehrfachschießverfahren aus Abschnitt 4.4.2 entspricht der integralen Form.

Die pseudospektrale, oder auch orthogonale Kollokation verwendet orthogonale Polynome. Diese besitzen die Eigenschaft, dass sowohl die Differentiation als auch die Integration an den Kollokationspunkten sehr schnell berechenbar sind. So kann die Steigung an den Kollokationspunkten aus

$$\dot{\mathbf{P}}_{koll} = \mathbf{D} \mathbf{P}_{koll} \quad (4.14)$$

mit der Differentiationsmatrix $\mathbf{D}$ und die Integration aus

$$\int \mathbf{P} = \mathbf{w} \mathbf{P}_{koll} \quad (4.15)$$

mit den Integrationsgewichten $\mathbf{w}$ bestimmt werden [52, S. 6]. Diese einfache Bestimmung der Ableitung und Integration, welche für die Optimierung verwendet werden, ermöglicht es, sehr effiziente Verfahren zu realisieren.

Eine Erhöhung der Genauigkeit des Verfahrens kann zum einen durch Erhöhung der Ordnung des Polynoms und somit auch Erhöhung der Kollokationspunkte erfolgen (p-Methode). Zum anderen kann der betrachtete Zeithorizont aber auch in mehrere Intervalle unterteilt werden, für welche jeweils ein eigenes Polynom verwendet wird (h-Methode). Die Intervallgrenzen werden dann Knotenpunkte genannt. Dies ist vorteilhaft, wenn die Systemdynamik Unstetigkeiten hat, da diese durch Polynome meist nicht hinreichend abgebildet, jedoch an den Knotenpunkten berücksichtigt werden können. [54]

Es gibt eine Vielzahl unterschiedlicher Methoden, die Kollokationspunkte zu bestimmen. Beispielhaft sei hier die pseudospektrale Kollokation mit Tschebyscheff-Polynomen gezeigt. Eine weitere häufig verwendete Möglichkeit ist die Verwendung von Legendre-Polynomen. In der Praxis liefern beide Polynome meist vergleichbare Ergebnisse, sodass häufig Tschebyscheff-Polynome aufgrund ihrer einfacheren Berechnung verwendet werden [52, S.15].

Zuerst wird der Zeithorizont $0 \dots t_N$ auf den skalierten Horizont gemäß

$$\tau = 2 \frac{t}{t_N} - 1 \quad (4.16)$$

transformiert [52, S. 4].

Die Kollokationspunkte τ_k ergeben sich unter Verwendung der Tschebyscheff-Polynome aus

$$\tau_k = -\cos\left(\frac{\pi k}{N}\right) \quad k = 0, 1, \dots, N \quad (4.17)$$

und werden Tschebyscheff-Gauss-Lobatto Punkte genannt [55, S.894].

Die Einträge $d_{k,i}$ der Differentiationsmatrix $\mathbf{D}$ sind nach [52, S.10]

$$d_{k,i} = \begin{cases} \frac{a_k (-1)^{k+i}}{a_i \tau_k - \tau_i} & \text{für } k \neq i \\ -\frac{\tau_k}{2(1-\tau_k^2)} & \text{für } 1 \leq k = i \leq N-1 \\ \frac{2N^2+1}{6} & \text{für } k = i = 0 \\ -\frac{2N^2+1}{6} & \text{für } k = i = N \end{cases} \quad (4.18)$$

mit

$$a_k = \begin{cases} 2 & \text{für } k = \{0, N\} \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.19)$$

Die Gewichte zur Integration sind nach [56] gegeben durch

$$w_k = \frac{c_k}{N} \left(1 - \sum_{j=1}^{N/2} \frac{b_j}{4j^2 - 1} \cos(2j\tau_k) \right) \quad (4.20)$$

mit

$$b_j = \begin{cases} 1 & \text{für } j = N/2 \\ 2 & \text{für } j < N/2 \end{cases} \quad (4.21)$$

und

$$c_k = \begin{cases} 1 & \text{für } k = \{0, N\} \\ 2 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.22)$$

Diese Gewichtung wird Clenshaw-Curtis Integration genannt und liefert für das Polynom exakte Ergebnisse. Die einfache Integration kann auch zur Bestimmung des Integrals in der Kostenfunktion J verwendet werden

$$\int_0^{t_e} \phi(\mathbf{x}, \mathbf{u}) dt \approx \frac{t_e}{2} \mathbf{w} \phi(\mathbf{x}(\boldsymbol{\tau}), \mathbf{u}(\boldsymbol{\tau})). \quad (4.23)$$

Der Parametervektor wird identisch zum direkten Mehrfachschießverfahren zu

$$\mathbf{c} = [\mathbf{x}_0^T \mathbf{x}_1^T \dots \mathbf{x}_N^T \mathbf{u}_0^T \mathbf{u}_1^T \dots \mathbf{u}_{N-1}^T] \quad (4.24)$$

bestimmt und in differentieller Form mit der Gleichungsnebenbedingung (4.13) optimiert.

Das Polynom kann durch die Baryzentrische Interpolationsformel

$$P(t) = \frac{\sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j P_{\text{koll},j}}{t - t_{\text{koll},j}}}{\sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{t - t_{\text{koll},j}}} \quad (4.25)$$

mit den Baryzentrischen Gewichten

$$\lambda_j = \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq j}}^N \frac{1}{t_{\text{koll},j} - t_{\text{koll},i}} \quad (4.26)$$

anschließend an beliebigen Stellen ausgewertet werden [57, S. 503 ff.].

4.4.4 Gemischt-ganzzahlige Optimierung

Der Umgang mit ganzzahligen Parametern muss bei der Optimierung besonders berücksichtigt werden. Da diese Arbeit sowohl kontinuierliche wie auch diskrete Größen in der Optimierung berücksichtigt, werden im Nachfolgenden gemischt-ganzzahlige nichtlineare Optimierungsprobleme (MINLP; *engl: mixed integer nonlinear programming*) näher betrachtet. Bei diesen können sowohl reelle als auch ganzzahlige Parameter gleichzeitig optimiert werden. Dies führt zu der Nebenbedingung für einen oder mehrere Parameter w ,

$$w \in \{0, 1, \dots, N\} \quad (4.27)$$

wobei hier davon ausgegangen wird, dass die Anzahl N möglicher Werte, die w annehmen kann, beschränkt ist. Das heißt, die Dynamik des Systems ist abhängig von der schaltenden Variablen w und kann durch $f(\mathbf{x}, w)$ beschrieben werden. Ein typischer ganzzahliger Parameter ist zum Beispiel die Gangwahl bei Fahrzeugen mit schaltbarem Getriebe.

Es gibt unterschiedliche Verfahren, diese Nebenbedingung bei der Optimierung zu berücksichtigen. Die bekanntesten Verfahren zur Lösung sind Branch-and-Bound, Branch-and-Cut und die Bender Dekomposition [58, S.53ff].

In [59] wird die Anwendung der inneren und äußeren Konvexifizierung auf die schaltende Variable näher untersucht. Die innere Konvexifizierung lässt die Bedingung der Ganzzahligkeit einfach fallen und verwendet stattdessen einen relaxierten Parameter

$$0 \leq \tilde{w} \leq N, \tilde{w} \in \mathbb{R}, \quad (4.28)$$

womit das System durch $f^{IC}(\mathbf{x}, \tilde{w})$ beschrieben werden kann. Somit wird das MINLP in eine nichtlineare Optimierung (NLP; *engl: nonlinear programming*) umgewandelt und kann wieder mit den oben beschriebenen Verfahren gelöst werden. Anschließend wird das so ermittelte Ergebnis gerundet, um wieder eine valide Stellgröße zu erhalten.

Bei der inneren Konvexifizierung können jedoch durch das eigentliche System nicht erreichbare Zustände auftreten. Eine Möglichkeit, dies zu verhindern, bietet die äußere Konvexifizierung. Dabei wird für jeden ganzzahligen Wert i , den w annehmen kann, ein neuer Parameter $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_N)$ eingeführt, sodass das konvexe System

durch [59, S. 117]

$$f^{OC}(\mathbf{x}, \mathbf{a}) = \sum_{i=0}^N a_i f(\mathbf{x}, i) \quad (4.29)$$

beschrieben werden kann, mit der zusätzlichen Nebenbedingung

$$\sum_i a_i = 1. \quad (4.30)$$

Dies führt dazu, dass f^{OC} auch nur durch das eigentliche System f erreichbare Dynamiken abbilden kann. In Abbildung 4.6 ist beispielhaft für das schaltende System

$$f(\mathbf{x}, w) = -(x - w)^2 \quad (4.31)$$

die innere und äußere Konvexifizierung für $w = \{0, 2\}$ dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die äußere Konvexifizierung f^{OC} nur Wertebereiche zwischen $f(\mathbf{x}, 0)$ und $f(\mathbf{x}, 2)$ annehmen kann, während f^{IC} auch Werte außerhalb annimmt.

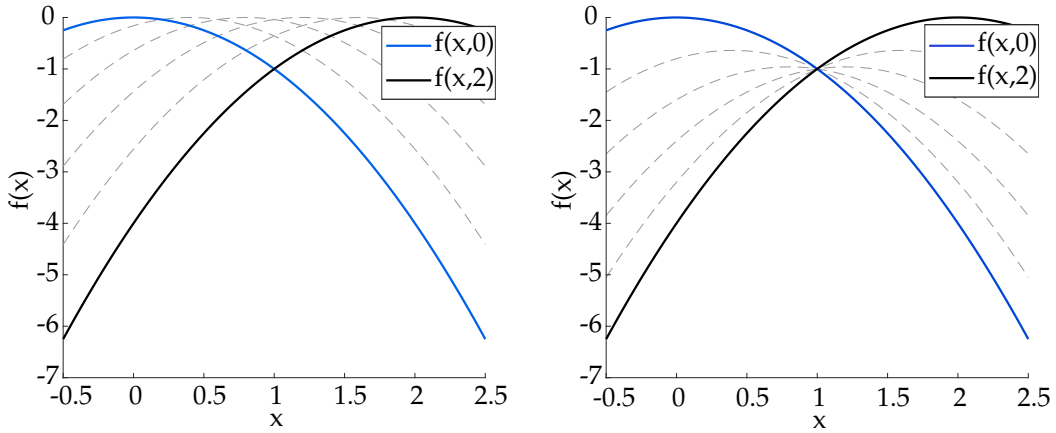


ABBILDUNG 4.6: Beispiel für eine innere (links) und äußere Konvexifizierung (rechts). Quelle: In Anlehnung an [59].

Die Konvexifizierung der Systemdynamik erlaubt es also auch, Systemdynamiken mit ganzzahligen Größen durch Approximation als kontinuierliche Systemdynamik in einem Optimierungsproblem zu berücksichtigen. Dies überführt somit das gemischt-ganzzahlige nichtlineare Optimierungsproblem in ein rein nichtlineares Optimierungsproblem, wobei zusätzliche Nebenbedingungen durch eine innere Konvexifizierung entstehen können.

4.5 Dynamische Programmierung

Die Dynamische Programmierung ist ein weiteres Verfahren zur Bestimmung der optimalen Steuertrajektorie $\mathbf{u}^*$, welches auf dem Bellmanschen Optimalitätsprinzip beruht. Dieses besagt, dass eine Resttrajektorie $\mathbf{u}^*(t), t \in [t_1, t_e], 0 \leq t_1 \leq t_e$ der optimalen Trajektorie $\mathbf{u}^*(t), t \in [0, t_e]$ ebenfalls für das betrachtete Intervall eine optimale Trajektorie darstellt.

Diese Eigenschaft kann verwendet werden, um ein rekursives Verfahren zur Lösung solcher Optimierungsprobleme herzuleiten. Die optimalen Kosten des diskreten Optimierungsproblems unter Vernachlässigung des Mayer-Terms seien gegeben

durch

$$J_k^* = \min_{\mathbf{u}} J_k(\mathbf{u}) = \min_{\mathbf{u}} \left(\sum_{k=0}^N \underline{\phi}(\mathbf{u}_k) \right). \quad (4.32)$$

Diese können nach [45, S. 341] aufgeteilt werden in die Kosten des aktuellen Schritts und den Kosten für die Resttrajektorie

$$J_k^* = \min_{\mathbf{u}} J_k(\mathbf{u}) = \min \left(\underline{\phi}(\mathbf{u}_0) + \sum_{k=1}^N \underline{\phi}(\mathbf{u}_k) \right) = \min \left(\underline{\phi}(\mathbf{u}_0) + J_{k+1}^* \right). \quad (4.33)$$

Aus dem Bellmanschen Optimalitätsprinzip müssen die Kosten der Resttrajektorie

$$J_k^* = \min_{\mathbf{u}} (\Phi(\mathbf{u}_0) + J_{k+1}) = \min_{\mathbf{u}_0} (\Phi(\mathbf{u}_0)) + J_{k+1}^* \quad (4.34)$$

ebenfalls optimal sein [47, S. 23]. Somit kann das gesamte Problem in kleinere Teilprobleme unterteilt werden, für die jeweils separat optimale Lösungen gefunden werden können.

Zur Veranschaulichung soll der Graph in Abbildung 4.7(A) betrachtet werden. Ziel ist, den kürzesten Weg, ausgehend vom Startzustand x_0 , über den mehrstufigen Entscheidungsprozess zu allen Endzuständen zu finden, wobei die Kosten für die Transition zwischen zwei Zuständen an den jeweiligen Kanten dargestellt sind. Dies kann nun schrittweise, wie in Abbildung 4.7 gelöst werden. Dazu werden zuerst ausgehend vom Startzustand die optimalen Kosten für jeden Folgezustand berechnet, siehe Abbildung 4.7 (B). Von diesen ausgehend, werden dann die optimalen Kosten für die Zustände im nächsten Schritt berechnet, bis schließlich die Endzustände erreicht sind, siehe Abbildung 4.7 (D). Ein optimaler Pfad zum Erreichen eines Endzustands kann dann rückwärts ausgehend vom Endknoten mit den geringsten Kosten gefunden werden.

Wird das Problem im Graphen vorwärts gerichtet gelöst, wie hier dargestellt, spricht man von einer Vorwärtsiteration. Auf ähnliche Weise kann der optimale Pfad vom Startzustand zu einem Endzustand rückwärts, startend bei den Endzuständen ermittelt werden.

Im Kontext der Optimalsteuerung kann so, für ein zeitdiskretes System, durch Diskretisierung des Zustandsraumes, wobei die Zustände $\mathbf{x}_k$ des Schrittes k innerhalb des zulässigen Zustandsbereichs $\mathcal{X}_k$ für diesen Zeitschritt liegen

$$\mathbf{x}_k \in \mathcal{X}_k \quad (4.35)$$

eine, für die entsprechende Diskretisierung, optimale Trajektorie bestimmt werden. Typischerweise werden die Zustände dabei äquidistant mit der Schrittweite h_x diskretisiert. Ebenso kann für die Steuereingänge der zulässige Bereich

$$\mathbf{u}_k \in \mathcal{U}_k \quad (4.36)$$

definiert werden. Idealerweise werden dabei die Steuereingänge so gewählt, dass sie den Übergang des Systems zwischen zwei diskreten Zuständen bewirken. Kann dies nicht gewährleistet werden, so können diese auf den nächstliegenden Zustand gerundet, oder die Kosten als auch die Steuereingänge linear interpoliert werden [45, S. 368].

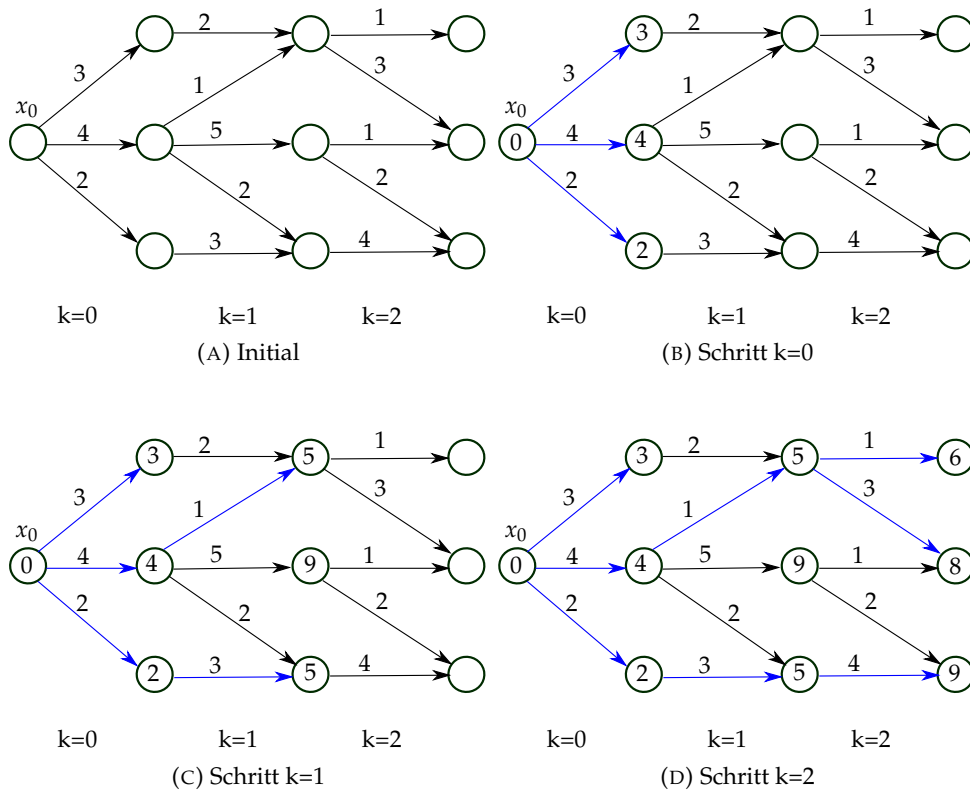


ABBILDUNG 4.7: Beispiel der schrittweisen Anwendung des Optimalitätsprinzips. Optimale Pfade sind blau dargestellt.

Die Dynamische Programmierung findet für eine gewählte Diskretisierung immer das globale Optimum und kann durch die Diskretisierung der Zustände und Steuerungen sowohl mit kontinuierlichen als auch diskreten Parametern umgehen. Jedoch leidet die Dynamische Programmierung unter dem sogenannten Fluch der Dimensionalität, da die Komplexität und somit Rechenzeit stark mit den Dimensionen des Zustandsraumes wachsen [45, S. 350].

4.5.1 Die Dynamische Programmierung als Kürzeste-Wege Problem

Wie bereits im obigen Beispiel erkennbar, ist die Dynamische Programmierung stark verwandt mit dem Kürzeste-Wege Problem, für welches es eine Vielzahl unterschiedlicher Verfahren zur Lösung gibt. Eine gute Übersicht der unterschiedlichen Kürzesten-Wege Verfahren findet sich in [60], woran auch die folgende Nomenklatur angelehnt ist.

Sei G der Graph, für den ein kürzester Weg zwischen zwei Knoten gefunden werden soll. Die Knoten seien dabei als $G.V$ (für *vertex*) bezeichnet und die Kanten als $G.E$ (für *edge*). Zur Initialisierung, wie in Algorithmus 1 angegeben, werden die Kosten d um einen Knoten $v \in G.V$ auf unendlich gesetzt, sowie der Vorgängerknoten p mit einer leeren Menge initialisiert. Die Kosten des Startknotens s werden auf Null gesetzt.

Des Weiteren soll die Funktion `relaxiere` die Kosten und den Vorgänger eines Knotens v_2 anpassen, sofern die Kosten von Knoten v_1 zuzüglich der Kosten g um Knoten v_2 von Knoten v_1 zu erreichen, kleiner sind als die aktuellen Kosten von

Algorithmus 1 : Initialisierung

Für jeden Knoten $v \in G.V$ tue

- └ $v.d \leftarrow \infty$
- └ $v.p \leftarrow \emptyset$

 $s.d \leftarrow 0$

v_2 . Diese Relaxierung, worauf die weiteren Verfahren beruhen, ist in Algorithmus 2 dargestellt.

Algorithmus 2 : Relaxierung

relaxiere(v_1, v_2, g)

- └ **wenn $v_2.d > v_1.d + g$ dann**
 - └ $v_2.d \leftarrow v_1.d + g$
 - └ $v_2.p \leftarrow v_1$

Der Bellman-Ford Algorithmus, siehe Algorithmus 3, kann nun für einen beliebigen Graphen G den kürzesten Weg zwischen zwei Knoten berechnen. Sofern ein Kreisschluss mit insgesamt negativen Kantengewichten existiert, wird dies erkannt und der Algorithmus bricht ab.

Algorithmus 3 : Bellman-Ford Verfahren

Für 1 bis $|G.V| - 1$ tue

- └ **Für jede Kante $e = (v_1, v_2) \in G.E$ tue**
 - └ relaxiere($v_1, v_2, e.g$)

Für jede Kante $e = (v_1, v_2) \in G.E$ tue

- └ **wenn $v_2.d > v_1.d + e.g$ dann**
 - └ Kreisschluss mit negativen Gewichten.

Ein Verfahren, welches mit zyklischen Graphen, jedoch ohne negative Kantengewichte funktioniert, ist das Dijkstra Verfahren in Algorithmus 4. Dieses stellt ebenfalls ein Verfahren zur Bestimmung des kürzesten Wegs zwischen zwei Knoten in einem Graphen dar und kann zur Lösung der Dynamischen Programmierung verwendet werden [61]. Das Dijkstra Verfahren verwendet zwei Stapel, S und Q , zum Speichern der besuchten und noch nicht besuchten Knoten. Aus der Menge der nicht besuchten Knoten wird dabei iterativ derjenige mit den geringsten Kosten entfernt und zum Stapel der besuchten Knoten hinzugefügt. Gleichzeitig wird für alle Knoten, welche eine Kante mit diesem besitzen, die Kosten neu berechnet. Sobald der Zielknoten v_{Ziel} der Knoten mit den geringsten Kosten in Q ist, kann der Algorithmus terminiert werden. Das Verfahren entspricht so einer Breitensuche zur Suche des kürzesten Wegs.

Für gerichtete azyklische Graphen (DAG: *directed acyclic graph*) existiert ein weiteres Verfahren zur Bestimmung des kürzesten Wegs zwischen zwei Knoten. Dabei wird davon ausgegangen, dass der Graph topologisch sortiert vorliegt. D. h. dass ein Knoten v_i nur direkte Verbindungen zu Knoten v_j hat, wobei $j < i$. Ist dies nicht der Fall, muss der Graph zuerst sortiert werden. Danach werden, wie in Algorithmus

Algorithmus 4 : Dijkstra Verfahren

```

 $S \leftarrow \emptyset$ 
 $Q \leftarrow G.V$ 
solange  $\arg \min_{v.d} (Q) \neq v_{Ziel}$  tue
     $v_{min} \leftarrow \arg \min_{v.d} (Q)$ 
     $Q \leftarrow Q \setminus v_{min}$ 
     $S \leftarrow S \cup v_{min}$ 
    Für jede Kante  $e = (v_{min}, v_2) \in G.E$  tue
         $\text{relaxiere}(v_{min}, v_2, e.g)$ 

```

5 dargestellt, nacheinander für jeden Knoten die Kosten der direkt verbundenen Knoten relaxiert. Nach einem Durchlauf ist der Algorithmus beendet.

Algorithmus 5 : DAG Verfahren

```

Für jeden Knoten  $v \in G.V$  in topologischer Reihenfolge tue
    Für jede Kante  $e = (v_1, v) \in G.E$  tue
         $\text{relaxiere}(v_1, v, e.g)$ 

```

4.5.2 Komplexität der Verfahren

Die oben genannten Verfahren unterscheiden sich in der Art der zulässigen Graphen, für welche eine valide Lösung berechnet wird. Zudem unterscheiden sie sich in der Komplexität, d. h. die Skalierung des Rechenaufwandes mit zunehmender Problemgröße. Dabei stellt der Bellman-Ford Algorithmus das allgemeinste Verfahren dar, welches für alle Graphen gültig ist. Jedoch hat es wie in Tabelle 4.1 gezeigt, die höchste Komplexität unter den vorgestellten Verfahren. Sofern der Graph keine negativen Kantengewichte besitzt, bietet das Dijkstra Verfahren eine im Vergleich geringere Komplexität. Das einfachste Verfahren mit der geringsten Komplexität ist das DAG Verfahren, welches nur für gerichtete Graphen ohne Kreisschlüsse zulässig ist.

TABELLE 4.1: Komplexität der Kürzesten-Wege Verfahren

Verfahren	Komplexität	zulässige Graphen
Bellman-Ford Verfahren	$\mathcal{O}(G.V \cdot G.E)$	Mit Kreisschlüssen, kann negative Kantengewichte haben
Dijkstra Verfahren	$\mathcal{O}(G.V \cdot \log(G.V) + G.E)$	Mit Kreisschlüssen, kann keine negativen Kantengewichte haben
DAG Verfahren	$\mathcal{O}(G.V + G.E)$	gerichtete Graphen ohne Kreisschlüsse, kann negative Kantengewichte haben

4.6 Beschränkte und Pareto-Optimierung

Bei einigen Optimierungsaufgaben kann es nun zu einer Beschränkung von mehreren Ressourcen kommen, welche zur Überwindung einer Trajektorie benötigt werden. Zur Berücksichtigung solcher Beschränkungen kann die bisher skalare Kostenfunktion J durch die vektorielle Kostenfunktion $\mathbf{J} = (J^1, J^2, \dots, J^M)$ mit

$$J^m = \sum_{k=0}^N \phi^m(\mathbf{u}_k) \quad (4.37)$$

ersetzt werden, wobei $m \in 1 \dots M$ die jeweilige Ressource darstellt. Eine Beschränkung einer Ressource sei dann durch

$$J^m = \sum_{k=0}^N \phi^m(\mathbf{u}_k) \leq b^m, \quad (4.38)$$

mit der oberen Schranke b^m , gegeben. Das Ziel ist, eine optimale Steuerfolge zu finden, welche eine oder mehrere der Kosten (4.37) minimiert und dabei die Beschränkung (4.38) einhält. Sofern nur eine Größe minimiert werden soll, spricht man von einem *beschränkten Optimierungsproblem*. Sollen jedoch mehrere Größen gleichzeitig minimiert werden, handelt es sich um eine *multikriterielle* oder *Pareto-Optimierung*. Beide Problemtypen können jedoch mit der ähnlichen Vorgehensweise gelöst werden [47, S. 93].

Anders als bei der skalaren Optimierung muss es bei der multikriteriellen Optimierung keine eindeutig optimale Lösung mehr geben. Vielmehr kann es mehrere *optimale* Lösungen geben, die jeweils in anderen Kriterien besser oder schlechter sind. Diese Lösungen zeichnen sich dadurch aus, dass sie von keiner anderen Lösung *dominiert* werden.

Ein Vektor $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_M)$ *dominiert* einen Vektor $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_M)$, falls gilt

$$x_m \leq y_m \quad m = 1 \dots M \quad (4.39)$$

und für mindestens eine Komponente eine strikte Ungleichheit besteht, sofern es sich um eine Minimierung handelt. Bei einer Maximierung muss jede Komponente mindestens größer gleich sein. Das heißt, dass $\mathbf{x}$ in allen Komponenten mindestens gleich gut und in einer besser als eine andere Lösung $\mathbf{y}$ sein muss. Dominiert $\mathbf{x} \mathbf{y}$ kann dies durch

$$\mathbf{x} \prec \mathbf{y} \quad (4.40)$$

notiert werden [62, S.9].

In Abbildung 4.8 sind beispielhaft die nicht-dominierten Lösungen bei einer zweidimensionalen Kostenfunktion dargestellt. Die Menge aller nicht-dominierten Lösungen wird auch als Pareto-Front bezeichnet.

Ähnlich der skalaren Dynamischen Programmierung kann ein Verfahren zur Bestimmung der Pareto-Front aufgestellt werden. Dabei wird das Bellmansche Optimalitätsprinzip umformuliert, sodass eine Resttrajektorie $\mathbf{u}^*(t), t \in [t_1, t_e], 0 \leq t_1 \leq t_e$ der pareto-optimalen Trajektorie $\mathbf{u}^*(t), t \in [0, t_e], 0 \leq t_1 \leq t_e$ ebenfalls pareto-optimal sein muss.

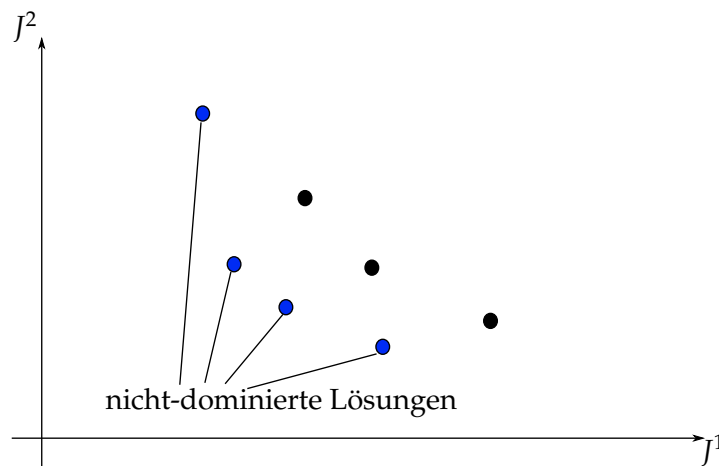


ABBILDUNG 4.8: Beispielhafte Darstellung nicht-dominierte Lösungen bei einer zweidimensionalen Kostenfunktion. Quelle: In Anlehnung an [47, S. 92].

Dazu bestimmt das Verfahren in jedem Schritt alle möglichen Lösungstrajektorien und betrachtet nur die pareto-optimalen Lösungen weiter, da nur diese zu einer pareto-optimalen Lösung über den gesamten Betrachtungshorizont beitragen können. Die Auswahl der pareto-optimalen Lösungen kann dabei durch einfachen Vergleich der Lösungen untereinander erfolgen [47, S. 93].

Anders als zuvor bei der Dynamischen Programmierung, sind die Kosten $v.D$ eines Knoten v nun ein Set an Kosten und nicht mehr nur ein Skalar. Die Funktion `vereine`, siehe Algorithmus 6, fügt nun die vektoriellen Kosten g zum Erreichen eines Knoten v_2 von Knoten v_1 zu dessen Kosten hinzu.

Algorithmus 6 : Vereinigung aller Kosten

```

vereine( $v_1, v_2, g$ )
└  $v_2.D \leftarrow v_2.D \cup v_1.D + g$ 

```

Die Funktion `pareto` in Algorithmus 7 entfernt dann alle dominierten Lösungen aus dem Set an Kosten eines Knotens.

Algorithmus 7 : Set der pareto-optimalen Lösungen

```

pareto( $v$ )
┌   Für jede Kosten  $d_i \in v.D$  tue
└   ┌   wenn  $v.D \prec v.d_i$  dann
      └   └    $v.D \leftarrow v.D \setminus v.d_i$ 

```

Das multikriterielle DAG-Verfahren kann so mithilfe dieser beiden Funktionen wie in Algorithmus 8 geschrieben werden.

In der Praxis kann dies zu einer großen Anzahl gespeicherter Kosten führen, da für jeden Zustand nun anstatt einem Kostenwert ein ganzes Set an nicht-dominierten

Algorithmus 8 : Multikriterielles DAG Verfahren

Für jeden Knoten $v \in G.V$ in topologischer Reihenfolge **do**

Für jede Kante $e = (v_1, v) \in G.E$ **do**

$\sqcup$ vereine($v_1, v, e.g$)

$\sqcup$ pareto(v)

Kosten gespeichert wird. Deshalb wird die Anzahl der gespeicherten Werte oft beschränkt. Dies führt dann zu einer approximativen Lösung des Problems, welche nicht mehr dem globalen Optimum entsprechen muss [47, S. 97].

Das Reduzieren kann durch randomisiertes Downsampling erfolgen, sobald die Anzahl der maximal zulässigen Lösungen überschritten wird, oder durch Auswahl geeigneter Punkte innerhalb eines Intervalls, wie in [63].

4.7 Stand der Technik

In der Literatur finden sich mehrere Arbeiten, die Optimierungsverfahren zur Bestimmung einer prädiktiven Längsführung nutzen. So wird in [64] eine simulative Untersuchung der prädiktiven Längsführung beschrieben. Dabei werden für 15 unterschiedliche Fahrzeuge die verbrauchsoptimale Längsführung während einer Beschleunigung aus dem Stillstand, einer Fahrt zwischen zwei Stoppschildern und dem Fahren auf einer hügeligen Strecke bestimmt. Ergebnisse der Arbeit sind, dass die Durchschnittsgeschwindigkeiten und erreichten Kraftstoffersparnisse stark vom jeweiligen Fahrzeug abhängig sind. Die berechneten Ersparnisse liegen dabei zwischen 7% und 30% gegenüber einer Konstantfahrt auf der hügeligen Strecke.

Das Assistenzsystem InnoDrive der Porsche AG wird in [11, 12] vorgestellt. Dieses basiert auf der Dynamischen Programmierung und erzielt in Realversuchen über eine repräsentative Strecke eine durchschnittliche Kraftstoffeinsparung von 10%.

In einer weiteren Arbeit wird eine vorausschauende Längsführung basierend auf 3D Kartendaten für LKWs vorgestellt [6]. Die Kostenfunktion basiert auf einer Gewichtung von Kraftstoffverbrauch, Zeit, Sollgeschwindigkeit und einem oberen und unteren Geschwindigkeitslimit. Die vorausschauende Längsführung konnte in Simulationen zwischen 2,65 % und 5,1 % Kraftstoff einsparen bei einer Erhöhung der Fahrzeit zwischen 0,3 % und 1,9 %.

Dies zeigt, dass mögliche Kraftstoffersparnisse sowohl vom jeweiligen Fahrzeug als auch von der konkreten Umsetzung der prädiktiven Längsführung abhängig sind. Im Abschnitt 5.2 werden deshalb unterschiedliche Einflüsse, wie der gewählte Prädiktionshorizont, das Verwenden von Segeln und die Abhängigkeit zwischen Verbrauchsreduktion und niedriger Durchschnittsgeschwindigkeit betrachtet. Ein Vergleich der prädiktiven Längsführung bei Verwendung in unterschiedlichen Fahrzeugklassen ist in Abschnitt 5.3 beschrieben.

Auch werden unterschiedlichste Verfahren zur Optimierung eingesetzt. So wird die Dynamische Programmierung neben [11, 12] ebenfalls in [5] verwendet, um eine schnelle Bestimmung der optimalen Längsführung zu erreichen. Dabei wird eine besonders einfache Kostenfunktion vorgeschlagen, welche eine Gewichtung zwischen geschätztem Kraftstoffverbrauch und Fahrdauer ist.

Eine auf der Dynamischen Programmierung basierten vorausschauenden Längsführung für LKWs wird in [7, 8] beschrieben. Hier konnte in einer praktischen Umsetzung gezeigt werden, dass die vorausschauende Längsführung den Kraftstoffverbrauch reduziert, ohne dabei die benötigte Zeit für die Strecke zu erhöhen. Der durchschnittliche Kraftstoffverbrauch sank um 3,5%, ohne die Fahrtzeit zu erhöhen. Die Anzahl an Gangwechsel konnte laut Studie ebenfalls um 42% reduziert werden.

In [65] wird die Dynamische Programmierung zur Optimierung des Geschwindigkeitsverlaufs eines Fahrzeugs verwendet. Dabei wird erstmals die Fahrtzeit als zusätzlicher Zustand berücksichtigt. Es wird dann ein Geschwindigkeitsverlauf ausgewählt, der den Kraftstoffverbrauch minimiert bei einer vorgegebenen maximalen Fahrtdauer.

Der Dijkstra Algorithmus wird in [66] zur Bestimmung der optimalen Längsführung verwendet. Dies entspricht der Dynamischen Programmierung als Kürzeste-Wege-Problem in einem gerichteten Graphen. Dabei werden sowohl Karteninformationen als auch Informationen von Radarsensorik und Fahrzeug-zu-Infrastruktur Kommunikation verwendet, um eine optimale Längsführung zu bestimmen. Ampelinformationen werden dabei im Geschwindigkeitsband abgebildet. Die Kostenfunktion wird durch eine Gewichtung zwischen Kraftstoffverbrauch und Zeit bestimmt. Zur Realisierung einer echtzeitfähigen Implementierung wird die Kostenfunktion vorab in einer Look-up Tabelle gespeichert.

In [15] wird ein Mehrfachschießverfahren gewählt um vorausschauend die Motorgeschwindigkeit und die Drosselklappe zu regeln, um so den Kraftstoffverbrauch zu minimieren. Durch die Optimierung konnten im Vergleich zu linearen Geschwindigkeitstrajektorien 13% Kraftstoff eingespart werden.

Eine vorausschauende Längsführung für LKWs basierend auf einer beschränkten Nichtlinearen Programmierung wird in [67] vorgestellt. Es wird gleichzeitig das Motormoment und die Gangwahl optimiert. Der Kraftstoffverbrauch konnte dadurch in Simulationen zwischen 1,1 % und 2,6 % reduziert werden bei einer Erhöhung der Fahrtdauer zwischen 0,3 % und 0,5 %. Die Rechenzeit für eine Vorausschau von 30 Schritten betrug auf dem Testsystem 12 s.

Eine weiter vorausschauende Längsführung für einen LKW wird in [16] vorgestellt. Diese besteht aus mehreren Optimierungsschritten. Zuerst wird die optimale Gangfolge mittels eines Branch-and-Bound Verfahren für die gegebene Strecke bestimmt. Das Optimierungsproblem wird dann in eine Mehrphasenoptimierung unterteilt. Jede Phase wird dann durch eine Filter Sequentielle Quadratische Programmierung gelöst. Im Vergleich zu geübten Fahrern konnte das Verfahren auf einer Teststrecke 9,4% Kraftstoff einsparen, bei einer Erhöhung der Durchschnittsgeschwindigkeit um 3,9%.

In [9] wird mittels der Stochastischen Dynamischen Programmierung ein Regelgesetz abgeleitet, welche die Sollgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der aktuellen Fahrzeuggeschwindigkeit und der Fahrbahnsteigung anpasst, sodass der zu erwartende durchschnittliche Verbrauch minimiert wird. Dabei werden während der Fahrt keine prädiktiven Streckeninformationen benötigt.

Eine Umsetzung mittels des Legendre-pseudospektralen Kollokationsverfahrens zur Umsetzung der vorausschauenden Längsführung ist in [19] beschrieben. Als Fahrzeugmodell dient ein konventionelles Fahrzeug mit kontinuierlichem Getriebe,

sodass als Optimierungsgröße die Motorleistung verwendet werden kann. Die resultierende Fahrweise ist dabei ein Wechsel zwischen Beschleunigungs- und Segelphasen in niedrigen und mittleren Geschwindigkeitsbereichen. Bei höheren Geschwindigkeiten geht die Fahrweise in eine Konstantfahrt über. Dieses Verhalten wird durch den nicht-linearen Zusammenhang zwischen geforderter Antriebsleistung und Kraftstoffverbrauch erklärt. Die Erweiterung auf Hybridfahrzeuge wird in [68] betrachtet.

Zur Reduktion der rechenintensiven Bestimmung der optimalen Längsregelung im Fahrzeug, wird in [69] diese an einen Server ausgelagert. Das Fahrzeug ist mittels einer Funkverbindung mit dem Server verbunden und kann so den aktuellen Zustand und gewünschte Route an den Server übermitteln und erhält wiederum ein optimiertes Geschwindigkeitsprofil. Als Optimierungsverfahren wird die Dynamische Programmierung verwendet.

In der Literatur finden sich also vielfältige Ansätze zur Optimierung, die sich in Bezug auf Rechenzeit und Anwendbarkeit für den spezifischen Einsatzfall unterscheiden. Um diesen Aspekten gerecht zu werden, wird in Abschnitt 5.5 zunächst ein Verfahren basierend auf der Dynamischen Programmierung vorgestellt, das durch eine vorab durchgeführte Offline-Berechnung die Rechenzeit erheblich reduziert. Anschließend erfolgt in Abschnitt 5.6 ein Vergleich dieses Verfahrens mit mehreren alternativen Ansätzen, wobei sowohl die Rechenzeiten als auch die erzielten Ergebnisse gegenübergestellt werden.

Neben der Anwendung auf Fahrzeugen mit Verbrennermotor, stellt sich die Frage in wie weit eine Optimierung der Längsführung auch auf elektrifizierte Antriebsstränge anwendbar ist. Hierzu finden sich mehrer Arbeiten. So wird in [18] ein modellprädiktiver Regler zur Optimierung der Sollgeschwindigkeiten und der Bemsmentenaufteilung auf unterschiedliche E-Maschinen vorgestellt. Als Fahrzeug wird ein batterieelektrisches Fahrzeug mit mehreren E-Maschinen verwendet. Dabei wird die durch Rekuperation zurückgewinnbare Energie maximiert. Durch Einsatz des prädiktiven Reglers konnte mehr Energie, im Vergleich zu einem nicht-prädiktiven Regler, zurückgewonnen werden.

Die vorausschauende Längsführung eines Elektrofahrzeugs wird auch in [13] vorgestellt. Als Optimierungsansatz wird hier die Dynamische Programmierung verwendet. Es konnte eine Energieeinsparung von 6% gegenüber einer manuellen Fahrt in einer Probandenstudie festgestellt werden.

Die vorausschauende Längsführung für ein Hybridfahrzeug wird in [10] untersucht. Dabei wird neben dem Kraftstoffverbrauch auch der Batterieladezustand in der Kostenfunktion berücksichtigt. Die Sollgeschwindigkeit wird dann mittels der Dynamischen Programmierung bestimmt. Die vorausschauende Längsführung wurde an einem Toyota Prius II Hybridfahrzeug getestet. Gegenüber einer nicht optimierten Fahrweise mit gleichem Ladezustand der Batterie am Ende der Fahrt konnten Kraftstoffersparnisse von 10% erzielt werden.

Eine Optimierung der Geschwindigkeit hinsichtlich des Kraftstoffverbrauchs eines hybriden LKWs wird in [70] beschrieben. Dabei hilft die prädiktive Längsführung neben einer optimalen Geschwindigkeitswahl auch ein prädiktives Lastmoment für die Betriebsstrategie des Fahrzeugs zu bestimmen. Die Optimierung unterteilt die Strecke in mehrere Segmente, welche jeweils aus einer Beschleunigungs-, Konstantfahr-, Segel- und Verzögerungsphase bestehen. Für diese Phasen kann der Kraftstoffverbrauch und die Fahrtdauer analytisch in Abhängigkeit der Sollgeschwindigkeiten

angegeben werden. Die Sollgeschwindigkeiten aller Segmente werden dann durch ein Innere-Punkte Verfahren optimiert. Im Vergleich zu einer konstanten Sollgeschwindigkeit konnte so der Kraftstoffverbrauch um 5% reduziert werden.

Eine vorausschauende Längsführung für ein paralleles Hybridfahrzeug wird in [71] vorgestellt. Dabei wird mittels der Dynamischer Programmierung das Moment beider Antriebe optimiert, sodass eine optimierte Geschwindigkeitstrajektorie entsteht. Als Optimierungskriterium wird neben dem Kraftstoffverbrauch, der Batterieladezustand, die Fahrtdauer und der Fahrtnkomfort berücksichtigt. Besonderes Augenmerk wurde dabei auf die Reduktion des Suchraumes gelegt, sodass eine echtzeitfähige Bestimmung der Antriebsmomente möglich ist.

Die Optimierung der Längsführung elektrifizierter Antriebsstränge wird also in mehreren Arbeiten behandelt und stellt einen interessanten Anwendungsfall dar. In Abschnitt 5.4 wird deshalb auf das Potenzial einer optimalen Längsführung für die Anwendung bei batterieelektrischen Fahrzeugen eingegangen.

Neben der Verwendung rein statischer Informationen, wie Straßentopologie und Geschwindigkeitslimits, diskutieren mehrere Arbeiten die Einbeziehung dynamischerer Informationen, wie mögliche Ampelschaltzeiten und andere Verkehrsteilnehmer. So wird die Verwendung von Informationen über den Fahrstil eines vorausfahrenden Fahrzeugs sowie des eigenen Fahrers in [72] beschrieben. In der Kostenfunktion werden Kraftstoffverbrauch, Abstand zum Vorderfahrzeug und die Fahrzeugbeschleunigung, zur Erhöhung des Fahrtnkomforts, berücksichtigt. Durch Einsatz eines modellprädiktiven Reglers konnte so im Vergleich zu einem nicht-prädiktiven Folgeregler der Kraftstoffverbrauch reduziert werden.

In [73] wird eine modellprädiktive Regelung vorgestellt, welche ebenfalls Informationen über vorausfahrende Fahrzeuge berücksichtigt, um den Kraftstoffverbrauch zu optimieren. Das Optimierungsverfahren basiert auf dem Continuation and Generalized Minimum Residual (C/GMRES) Verfahren.

Ähnlich wird die Verwendung von Informationen über den Verkehrsfluss in [74] diskutiert. Dabei wird die Fahrzeugbeschleunigung so optimiert, dass der Kraftstoffverbrauch minimiert und ein sicherer Abstand zum Vorderfahrzeug eingehalten wird. Gegenüber anderen Fahrzeugfolgmodellen konnte das Verfahren so zwischen 4,6% und 11,9% an Kraftstoff einsparen.

Der Dijkstra Algorithmus wird in [14] zur Bestimmung der optimalen Längsführung verwendet, bei dem neben Streckendaten auch Informationen über andere Verkehrsteilnehmer einfließen. Neben der Fahrzeugposition und aktuellen Geschwindigkeit wird die Zeit als zusätzlicher Zustand während der Optimierung berücksichtigt. Die zusätzliche Verwendung einer Look-up Tabelle zur Speicherung vorab berechneter Kostenterme wird in [75] diskutiert.

Die energieoptimale Annäherung an Ampeln wird in [76] untersucht. Es werden zwei Verfahren vorgestellt. Sofern die Schaltzeitpunkte der Ampel bekannt sind, wird mittels des pontrjaginschem Maximumprinzips eine optimale Geschwindigkeitstrajektorie bestimmt. Falls die Schaltzeitpunkte unbekannt sind, werden sie mittels einem stochastischem Prozess abgebildet. Eine ernernergieoptimale Geschwindigkeit kann dann mittels der Stochastischem Dynamischen Programmierung gefunden werden. Die Berücksichtigung mehrerer Ampeln wird in [77] diskutiert. Für ein einfaches Verbrauchs- und Fahrzeugmodell wird ein analytisches Regelgesetz entwickelt. Dieses wird mit einer modellprädiktiven Regelung verglichen, welches

komplexere Modelle verwendet. Als Optimierungsverfahren wird ein Gradienten-Projektionsverfahren verwendet.

Eine Berücksichtigung von sowohl Ampel- als auch Verkehrsteilnehmer wird in [78] diskutiert. Hier wird der Zustandsraum um die Dimension Zeit erweitert. Aufgrund des nun größeren Rechenzeitbedarfs wird das Optimierungsproblem dann in zwei Bereiche unterteilt, wo jeweils die Zeit oder Geschwindigkeit als Zustand entfernt werden und durch Integration der vorausgehenden Trajektorie bestimmt werden.

Da in der realen Verkehrssituationen sowohl andere Verkehrsteilnehmer als auch Ampeln berücksichtigt werden müssen, befasst sich das Kapitel 6 dieser Arbeit damit, wie diese Informationen in eine Optimierung einfließen können.

Kapitel 5

Vorausschauende Längsführung

Mithilfe des in Kapitel 3 vorgestellten Fahrzeugmodells und der in Kapitel 4 beschriebenen modellprädiktiven Regelung wird in diesem Kapitel die vorausschauende Längsführung untersucht. Zunächst wird eine allgemeine mathematische Beschreibung der Problemstellung dargestellt. Dann wird der Einfluss von Parametern und die Eignung einer vorausschauenden Längsführung zur Kraftstoffeinsparung betrachtet. Danach wird die Anwendung der unterschiedlichen Verfahren der Optimalsteuerung auf die vorausschauende Längsführung diskutiert und es erfolgt ein Vergleich der Verfahren.

5.1 Problembeschreibung

Moderne Navigationssysteme und eine Vielzahl an Sensoren ermöglichen das Nutzen von prädiktive Fahrdaten im Fahrzeug [12, S. 18 ff.]. Diese Informationen können genutzt werden, um das Fahrzeug effizienter zu machen, d. h. weniger Energie für die gleiche Strecke zu benötigen. Dies kann durch eine dem Streckenprofil angepasste Geschwindigkeit erfolgen, die Steigungen und Gefälle gezielt ausnutzt, um den Arbeitspunkt des Antriebs in einen effizienteren Bereich zu verschieben, oder durch Vermeidung unnötiger Energieverluste, wie zum Beispiel durch Bremsen bei sich ändernden Geschwindigkeitslimits. Vor allem für Fahrzeuge mit Verbrennungsmotoren ist das Segeln, d. h. Fahren mit ausgekuppeltem Motor, welcher sich dann im Leerlauf dreht oder unter Umständen auch abgeschaltet werden kann, eine interessante Methode, siehe [12, 79, 80].

Ziel ist es also, einen modellprädiktiven Regler zu entwerfen, welcher für eine vorausliegende Strecke, gegeben durch die Geschwindigkeitslimits v_{lim} , der Fahrbahnsteigung θ und der Fahrbahnkrümmung κ , eine optimale Steuerfolge der Antriebskraft F_A^* und Gangwahl γ^* bestimmt, wie in Abbildung 5.1 dargestellt.

5.1.1 Oberes Geschwindigkeitslimit

Bei der Optimierung müssen unterschiedliche Nebenbedingungen berücksichtigt werden. So soll die Geschwindigkeit des Fahrzeugs innerhalb eines festgesetzten Geschwindigkeitsbereichs bleiben. Die maximale Geschwindigkeit wird dabei durch verschiedene Faktoren beeinflusst. Zum einen muss die gesetzlich vorgeschriebene maximal erlaubte Geschwindigkeit v_{lim} für den Streckenabschnitt eingehalten werden. Zum anderen wird die maximale Geschwindigkeit durch die maximale Querbeschleunigung $a_{z,lim}$ in Kurven festgelegt. Die Anforderungen an eine maximale Kurvengeschwindigkeit werden sowohl durch die Fahrzeugstabilität, als auch

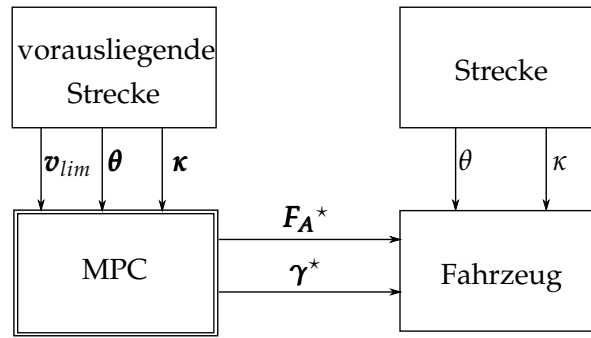


ABBILDUNG 5.1: Vorausschauende Längsführung des Fahrzeugs.

durch den Fahrkomfort bestimmt. Die maximale Geschwindigkeit $v_{a_z,lim}$ wird bei einer gegebenen Fahrbahnkrümmung κ durch Umstellen von (3.18) berechnet

$$v_{a_z,lim} = \sqrt{\frac{a_{z,max}}{|\kappa|}}. \quad (5.1)$$

Zur weiteren Eingrenzung können die Geschwindigkeiten, hier mit $v_{dec,ub}$ und $v_{acc,ub}$ angegeben, welche mit maximaler Verzögerung und maximaler Beschleunigung des Fahrzeugs erreicht werden, mit in der Grenze berücksichtigt werden. Geschwindigkeiten oberhalb dieser Grenzen sind physikalisch vom Fahrzeug nicht erreichbar. So lohnt es sich diese Grenzen zu berücksichtigen, um den Optimierungsraum einzugrenzen und so unnötige Berechnungen zu vermeiden.

Das obere Geschwindigkeitslimit ergibt sich dann als Minimum der unterschiedlichen maximalen Geschwindigkeiten.

5.1.2 Unteres Geschwindigkeitslimit

Ein zu langsames Fahren, auch wenn es effizient sein mag, soll jedoch auch vermieden werden, da die Fahrt ansonsten unakzeptabel lange dauern würde oder das Fahrzeug ein Verkehrshindernis darstellen würde. Ein unakzeptabel langsames Fahren kann durch Einführung eines unteren Geschwindigkeitslimits verhindert werden.

Eine einfache Art dies zu realisieren besteht in der Definition einer Geschwindigkeitsdifferenz v_{band} , welche die Differenz der minimal erlaubten Geschwindigkeit zur maximal möglichen Geschwindigkeit angibt. Je größer diese Geschwindigkeitsdifferenz ist, desto mehr Spielraum hat die optimale Längsführung zur Optimierung der Geschwindigkeitstrajektorie.

Es kann weiterhin sinnvoll sein, separat für die untere Grenze eine minimale Geschwindigkeit zu berücksichtigen, welche durch eine maximale Verzögerung und Beschleunigung, mit den Grenzen $v_{dec,lb}$ und $v_{acc,lb}$, entstehen. Durch die separate Betrachtung kann so als maximale Verzögerung im oberen Geschwindigkeitslimit eine Vollbremsung und beim unteren Geschwindigkeitslimit ein Ausrollen berücksichtigt werden. Somit ergibt sich für die Optimierung der größtmögliche Freiraum bei der Wahl einer geeigneten Trajektorie.

Das untere Geschwindigkeitslimit ergibt sich wiederum aus dem Minimum der unterschiedlichen minimalen Geschwindigkeiten.

5.1.3 Bestimmung des Geschwindigkeitsbands

Zur Bestimmung des Geschwindigkeitsbands wird zuerst das obere Geschwindigkeitslimit, welches durch die maximal erlaubte Geschwindigkeit und der maximalen Querbesehleunigung hervorgerufen wird, bestimmt. Davon wird die Geschwindigkeitsdifferenz v_{band} subtrahiert und bildet das vorläufige untere Geschwindigkeitslimit. Durch eine schrittweise Vorwärtsiteration über die Geschwindigkeitslimits können Einschränkungen hinsichtlich der maximal betrachteten Beschleunigung im Geschwindigkeitslimit berücksichtigt werden. Ebenso kann durch eine Rückwärtsiteration eine Einschränkung bezüglich der betrachteten Verzögerung in den Geschwindigkeitslimits eingetragen werden. Ein so berechnetes Geschwindigkeitsband ist beispielhaft in Abbildung 5.2 dargestellt. Die Eingrenzung der zulässigen Geschwindigkeit durch ein Geschwindigkeitsband wird ebenfalls in [12] und [81] beschrieben.

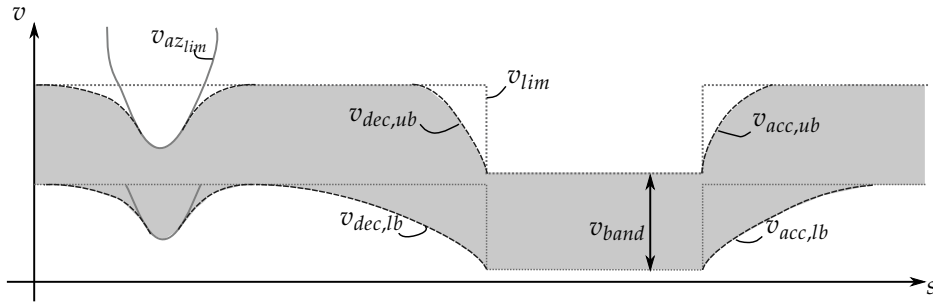


ABBILDUNG 5.2: Beispielhafter zulässiger Geschwindigkeitsbereich für die optimale Längsführung. Die Geschwindigkeitslimits sind durch gesetzliche Geschwindigkeitsbeschränkungen und maximale Kurvengeschwindigkeiten gegeben.

5.1.4 Optimierungsproblem

Im Folgenden seien allgemein die obere Geschwindigkeitsgrenze durch v_{ub} und die untere durch v_{lb} gegeben. Eine optimale Längsführung $\mathbf{u}^*$ eines konventionellen Fahrzeugs hinsichtlich der Kostenfunktion J ist dann gegeben durch

$$\mathbf{u}^* = \arg \min_{\mathbf{c}} J(\mathbf{c}) = \arg \min_{\mathbf{c}} \left(\sum_{k=0}^{N-1} \phi(\mathbf{c}_k) \right), \quad (5.2)$$

mit

$$\mathbf{c} = (\mathbf{u}_0^T, \mathbf{u}_1^T, \dots, \mathbf{u}_{N-1}^T) \quad (5.3)$$

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} F_A \\ \gamma \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

$$\phi = \frac{1}{2} (P_{chem}(t) + P_{chem}(t + \Delta t)) \Delta t \quad (5.5)$$

Der Zustand des Fahrzeugs sei hier durch dessen Geschwindigkeit gegeben

$$\mathbf{x} = v. \quad (5.6)$$

Die Dynamik des Fahrzeugs wird dabei durch die in Kapitel 3 vorgestellte Differentialgleichung (3.34) beschrieben. Für einen gegebenen Startzustand $\mathbf{x}_0$ sei die optimale Zustandstrajektorie für eine Steuertrajektorie $\mathbf{u}^*$

$$\mathbf{x}^* = f_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{u}^*). \quad (5.7)$$

Diese muss innerhalb des gegebenen Geschwindigkeitsbands liegen

$$\mathbf{v}_{lb} \leq \mathbf{x}^* \leq \mathbf{v}_{ub}, \quad (5.8)$$

wobei $\mathbf{v}_{lb}$ die untere und $\mathbf{v}_{ub}$ die obere Geschwindigkeitsgrenze sind.

5.1.5 Gangwahl und Segeln

Die Gangwahl stellt im oben formulierten Optimierungsproblem, neben der kontinuierlichen Antriebskraft, eine diskrete Größe dar. Wird das Segeln als Betriebsmodus nicht betrachtet, so kann für den Gang immer der gewählt werden, welcher für die jeweilige Geschwindigkeit und das geforderte Drehmoment den geringsten Kraftstoffverbrauch bewirkt. Da für eine geforderte Antriebskraft, bei einer gewissen Geschwindigkeit, immer nur ein Gang den geringsten Kraftstoffverbrauch erzielt, ist eine eindeutige Zuordnung möglich. Der Gang kann somit in einer separaten Optimierung oder durch eine fixe Zuordnung, wie in Abbildung 5.3 dargestellt, bestimmt werden.

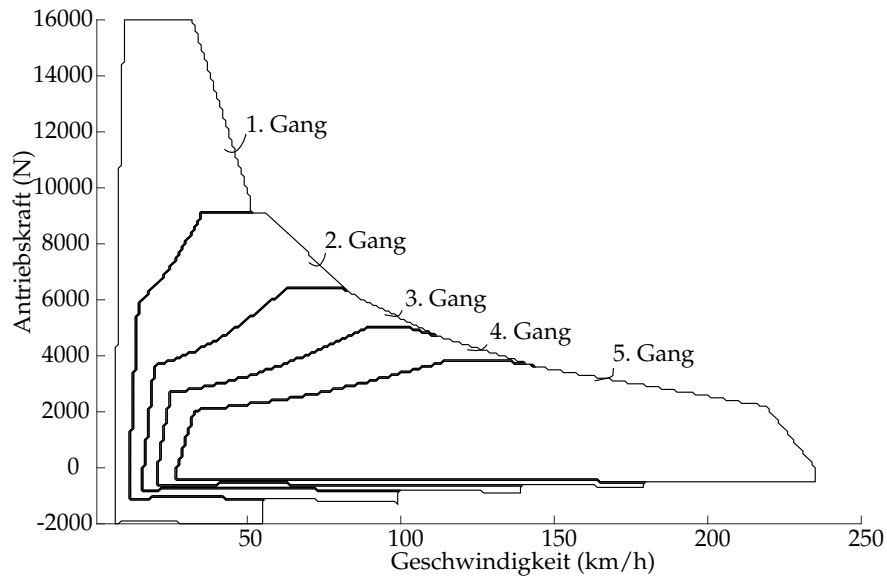


ABBILDUNG 5.3: Optimaler Gang in Abhängigkeit der Geschwindigkeit und geforderter Antriebskraft.

Sofern der Gangwechsel Kosten im Sinne der Kostenfunktion verursacht, kann der Gang als weiterer Zustand betrachtet werden und mit in die Optimierung einfließen, siehe [12]. Dadurch erhöht sich jedoch die Dimension des Zustandsraums und führt so zu einem erhöhten Rechenaufwand. Zudem sind die Schaltverluste sehr fahrzeugspezifisch und müssen für ein jeweiliges Fahrzeugmodell separat betrachtet werden. In dieser Arbeit wird deshalb davon ausgegangen, dass die Schaltverluste im Vergleich zum Kraftstoffverbrauch zur Überwindung der Fahrwiderstände sehr

klein sind, weshalb sie hier vernachlässigt werden. Ein häufiges Schalten sollte in der Praxis jedoch allein aufgrund der Kundenakzeptanz vermieden werden.

Soll das Segeln jedoch berücksichtigt werden, muss das so entstehende gemischt-ganzzahlige nichtlineare Optimierungsproblem zuerst in ein kontinuierliches Optimierungsproblem überführt werden. Dies wird in dieser Arbeit mittels der äußeren Konvexifizierung, wie in Kapitel 4.4.4 beschrieben, umgesetzt. Dazu wird die Schaltvariable $a_{\text{segeln}} = (0, 1)$ und das konvexe System

$$\underline{f}^{\text{OC}}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, a_{\text{segeln}}) = (1 - a_{\text{segeln}}) \underline{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + a_{\text{segeln}} \underline{f}^{\text{segeln}}(\mathbf{x}) \quad (5.9)$$

eingeführt, wobei $\underline{f}$ die normale Systemdynamik des Fahrzeugs darstellt und $\underline{f}^{\text{segeln}}$ die Dynamik des Fahrzeugs beim Segeln beschreibt.

Die Kostenfunktion wird ebenfalls entsprechend konvexifiziert

$$\underline{\phi}^{\text{OC}} = (1 - a_{\text{segeln}}) \underline{\phi} + a_{\text{segeln}} \underline{\phi}^{\text{segeln}}, \quad (5.10)$$

wobei $\underline{\phi}^{\text{segeln}}$ den Verbrauch bei Segeln, d. h. den Leerlaufverbrauch des Motors bei einer Leerlaufdrehzahl 800 U/min beschreibt.

5.2 Sensitivität der optimalen Längsführung hinsichtlich der Parameter

Bevor ein Vergleich unterschiedlicher Verfahren zur Lösung dieses Optimierungsproblems in Abschnitt 5.6 vorgestellt wird, wird in diesem Abschnitt der Einfluss der Parameter auf das Optimierungsproblem untersucht.

In der Anwendung haben viele Faktoren einen Einfluss auf das Optimierungsergebnis und die Effektivität einer vorausschauenden Längsführung. Neben der eigentlichen Umsetzung der vorausschauenden Längsführung haben auch die gefahrene Strecke und das Fahrzeug selbst einen großen Einfluss. Da nicht alle dieser Faktoren für alle möglichen Variationen berücksichtigt und quantifiziert werden können, wird in diesem Kapitel beispielhaft anhand einer Strecke und eines Fahrzeugmodells einzig der Einfluss der Parameter der Längsführung für diesen Anwendungsfall untersucht. Von dieser Betrachtung lassen sich dann Schlussfolgerungen hinsichtlich der Höhe des Einflusses unterschiedlicher Parameter gewinnen. Zudem lassen sich allgemeingültige Regeln zur Parametrierung ableiten.

Zur Quantifizierung der Einflüsse eignet sich ein Verfahren, welches das globale Optimum der Kostenfunktion findet, sodass der Einfluss der unterschiedlichen Parameter verglichen werden kann. Dafür bietet sich die Dynamische Programmierung an, siehe Kapitel 4.5, welche für die gesamte Strecke ein globales Optimum bestimmen kann. Anhand dieser global optimalen Lösung können dann Einflussgrößen und das Potenzial der Längsführung evaluiert werden.

5.2.1 Bestimmung der optimalen Längsführung mittels Dynamischer Programmierung

Zur Anwendung der Dynamischen Programmierung wird die Strecke in kleine Streckenabschnitte mit der Schrittweite Δs eingeteilt. Zusätzlich wird der Zustandsraum mit der Auflösung Δv wie in Abbildung 5.4 dargestellt, diskretisiert.

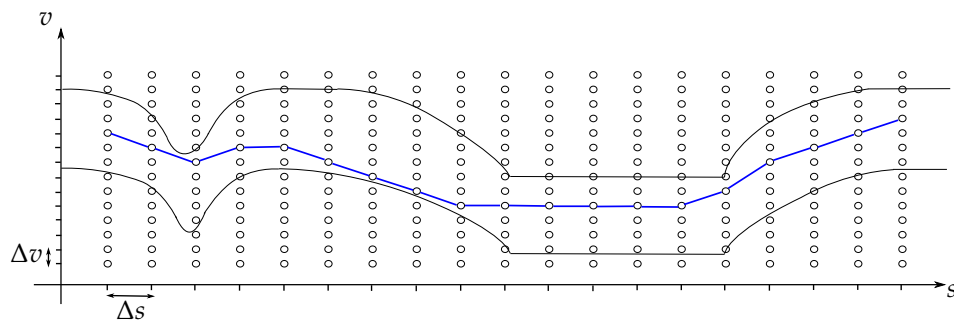


ABBILDUNG 5.4: Bestimmung der optimalen Längsführung (blau) mittels der Dynamischen Programmierung.

Zur Evaluation wird eine ca. 40 km lange Strecke in Süddeutschland verwendet. Diese besteht aus mehreren Ortsdurchfahrten und Überlandfahrten mit wechselnden Geschwindigkeitslimits. Zudem besitzt die Strecke gewisse Höhenunterschiede, so dass Möglichkeiten gegeben sind, die Geschwindigkeit hinsichtlich der Topologie zu optimieren. Details zur Strecke sind in Anhang C aufgeführt.

Um eine Vergleichbarkeit der unterschiedlichen Lösungen untereinander zu gewährleisten, werden die berechneten Lösungstrajektorien im Anschluss mit einer kleinen Schrittweite simuliert. So werden Modellungenauigkeiten, die aufgrund größerer Abtastschritte entstehen können, in der Evaluation verhindert. Dies nutzt wieder die in Kapitel 2.2 beschriebene Eigenschaft der Konvergenz des Einschnittverfahrens aus.

5.2.2 Wahl der Zustands- und Streckendiskretisierung

Zuerst soll der Einfluss der Strecken- und Zustandsdiskretisierung einer Optimalsteuerung untersucht werden. Diese bestimmen maßgeblich den Rechenaufwand der Optimalsteuerung. Dazu werden die Parameter Δv und Δs variiert und anschließend die optimale Längsführung über die gesamte Strecke berechnet. Der Kraftstoffverbrauch in Abhängigkeit der Parameter ist in Abbildung 5.5 dargestellt. Dabei ist zu erkennen, dass der Verbrauch mit feinerer Diskretisierung der Geschwindigkeit abnimmt. Der Einfluss der Geschwindigkeitsdiskretisierung nimmt dabei mit feinerer Streckendiskretisierung zu.

Eine Erklärung dafür ist, dass wenn die Streckendiskretisierung feiner wird, bei gleichbleibender Geschwindigkeitsdiskretisierung, immer extremere Beschleunigungen benötigt werden, um die entsprechenden Geschwindigkeiten im nächsten Schritt zu erreichen. Das heißt, die implizite Diskretisierung der Steuergrößen wird dadurch größer. Dies kommt besonders bei kleinen Streckendiskretisierungen zu tragen.

Entgegen der Intuition nimmt der Verbrauch bei größer werdenden Streckendiskretisierung jedoch ab, siehe besonders Abbildung 5.5 unten links. Dies hängt mit den Geschwindigkeitsbeschränkungen zusammen, welche nur an den Stützpunkten ausgewertet werden. Größerer Schrittweiten bieten somit mehr Möglichkeiten, diese zwischen den Stützpunkten zu verletzen. Sie können sowohl unter- als auch überschritten werden, um so Verbrauch zu sparen.

Eine Diskretisierung von $\Delta s = 50\text{m}$ und $\Delta v = 1\text{km h}^{-1}$, erlaubt einen guten Kompromiss zwischen der Genauigkeit der Lösung und dem Rechenaufwand. Diese Werte werden auch für die weiteren Betrachtungen die Basis bilden.

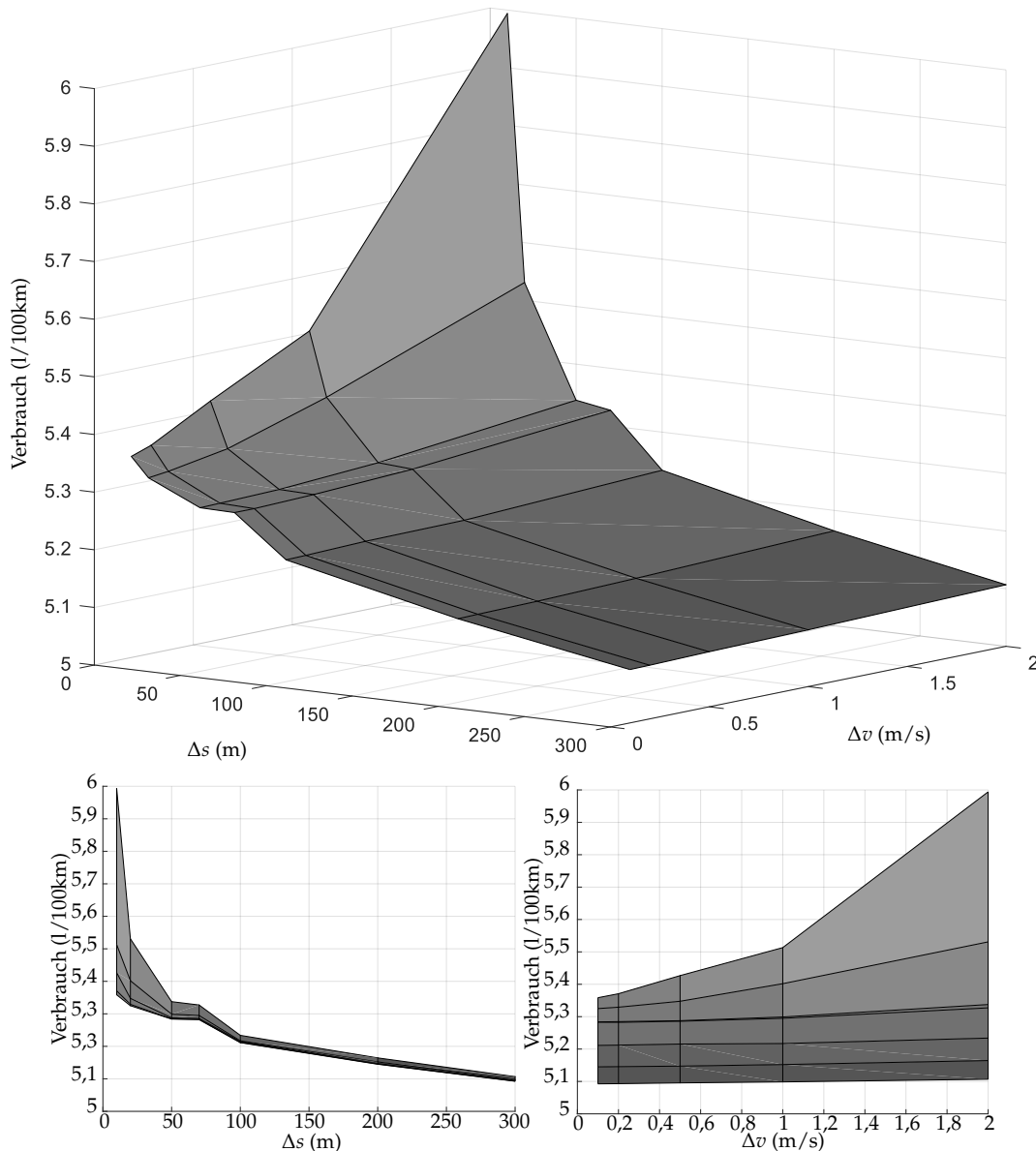


ABBILDUNG 5.5: Kraftstoffverbrauch in Abhängigkeit der Schrittweite und Zustandsdiskretisierung.

5.2.3 Wahl der Geschwindigkeitslimits

In diesem Abschnitt wird nun der Einfluss der Parameter des Geschwindigkeitsbands auf den Kraftstoffverbrauch bestimmt. Dabei wird dediziert der Einfluss der einzelnen Parameter untersucht. Sowohl die gewählte Geschwindigkeitsdifferenz zwischen oberem und unterem Geschwindigkeitslimit als auch die gewählten Verzögerungen / Beschleunigungen wirken auf das Geschwindigkeitsband. Um den Einfluss dieser Parameter voneinander zu trennen, wird zunächst bei einer Geschwindigkeitsdifferenz von 0 km h^{-1} der Parameter der Verzögerung variiert, welcher das untere Geschwindigkeitslimit beeinflusst.

Die Verzögerung für das obere Geschwindigkeitslimit wird in dieser Arbeit immer mit der für das Fahrzeug maximal möglichen Verzögerung gewählt. Dadurch wird der Optimierungsraum am wenigsten eingeschränkt. Zudem werden zum Erreichen einer möglichst effizienten Fahrweise kaum starke Verzögerungen genutzt, sodass dieser Parameter kaum Einfluss auf den Kraftstoffverbrauch besitzt.

Anschließend wird bei einer fixierten Verzögerung für das untere Geschwindigkeitslimit die Geschwindigkeitsdifferenz zwischen oberen und unterem Geschwindigkeitslimit variiert und der Einfluss des Parameters untersucht.

Durch dieses Vorgehen kann ein plausibler Wert für die Verzögerung gewählt werden und dann der Einfluss der Größe des Geschwindigkeitsbands untersucht werden. Weiterhin werden dadurch auch Einsichten über die Effektivität einer vorausschauenden Längsführung gefördert. Durch die Variation der Verzögerung bei einer Geschwindigkeitsdifferenz von 0 km h^{-1} können Rückschlüsse über mögliche Kraftstoffeinsparungen eines solchen Verfahrens in Verzögerungsphasen gezogen werden. Durch anschließende Variation der Geschwindigkeitsdifferenz kann das Potenzial für eine Nutzung bei Konstantfahrphasen evaluiert werden.

Auf eine Variation der maximalen Beschleunigungswerte wurde verzichtet, da sich diese hauptsächlich aus einer Abwägung zwischen Fahrkomfort, Fahrtdauer und erst anschließend aus Kraftstoffverbrauch ergeben. Da diese Werte sehr fahrerindividuell sind, könnten diese Werte durch eine Fahrstudie ermittelt werden.

Einfluss bei Verzögerungen

Die minimale Verzögerung $a_{dec,lb}$ hat einen starken Einfluss auf das Verhalten und den Verbrauch der Längsführung. Kleine Verzögerungen können zu sehr langsamen Verzögerungsphasen führen. Zu hohe Verzögerungen müssen gegebenenfalls durch die Bremse unterstützt werden, was zu unnötigem Energieverbrauch führt. Um den Einfluss der minimalen Verzögerung $a_{dec,lb}$ zu untersuchen, wird das Geschwindigkeitsband v_{band} zunächst so klein gewählt, dass nur innerhalb der Verzögerungs- und Beschleunigungsphasen eine Optimierung stattfinden kann. In den restlichen Abschnitten wird dann die Konstantfahrt mit der maximal erlaubten Geschwindigkeit gefordert.

Mit dem so entstehenden Geschwindigkeitsband wird eine optimale Längsführung mittels der Dynamischen Programmierung berechnet. In Abbildung 5.6 (links) ist der Verbrauch für unterschiedliche Werte der minimalen Verzögerung $a_{dec,lb}$ dargestellt. Mit geringeren Verzögerungen nimmt der Kraftstoffverbrauch ab, jedoch nimmt auch die durchschnittliche Geschwindigkeit, wie in Abbildung 5.6 (rechts) veranschaulicht, ab. Im Vergleich ist der Kraftstoffverbrauch und die Durchschnittsgeschwindigkeit in Blau dargestellt, welche entstehen, wenn die minimale Verzögerung so gewählt wird, dass sie mit maximaler Motorbremse erfolgen kann.

Der Verbrauch nimmt dabei linear mit der durchschnittlichen Geschwindigkeit zu, bis die minimale Verzögerung dem Fahren mit Motorbremse entspricht. Ab diesem Zeitpunkt steigt der Verbrauch mit größerer Steigung im Vergleich zur Durchschnittsgeschwindigkeit weiter an.

Die Reduktion des Kraftstoffverbrauchs bei niedrigeren Verzögerungen kann somit durch zwei Effekte hervorgerufen werden. Zum einen durch die niedrigere Durchschnittsgeschwindigkeit bei kleinen Verzögerungen, zum andern durch das

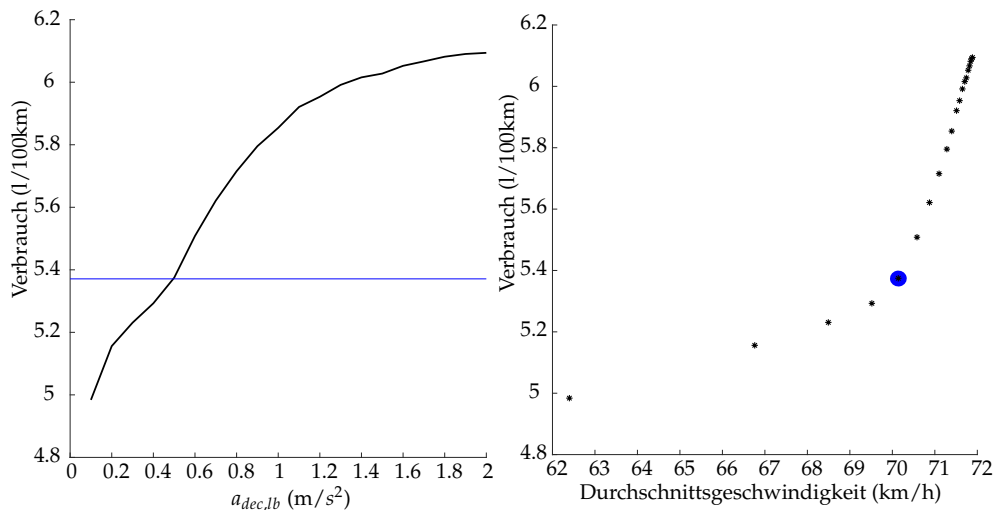


ABBILDUNG 5.6: Kraftstoffverbrauch in Abhängigkeit der minimalen Verzögerung $a_{dec,lb}$ (links) und die daraus resultierende durchschnittliche Geschwindigkeit (rechts). Werte für die minimale Verzögerung in Größe der Motorbremse sind in Blau dargestellt.

Vermeiden unnötiger Benutzung der Betriebsbremse. Wird die minimale Verzögerung so gewählt, dass Verzögerungen ausschließlich mit der Motorbremse bewirkt werden können, so kann die Reduktion des Kraftstoffverbrauchs hauptsächlich durch die geringere Durchschnittsgeschwindigkeit erklärt werden, da hier bereits komplett auf die Verwendung der Betriebsbremse verzichtet wird. Bei höheren minimalen Verzögerungen steigt der Kraftstoffverbrauch stärker an, was sowohl durch die höhere Durchschnittsgeschwindigkeit, aber auch durch das zusätzliche Bremsmoment, welches zur Erreichung der Verzögerungen aufgebracht werden muss, erklärt werden kann. Dieses zusätzliche Bremsmoment kann entweder durch Benutzen der Betriebsbremse oder auch durch Herunterschalten bei Benutzung der Motorbremse erfolgen. Dies zeigt auch ein Vergleich der Motorbetriebspunkte für unterschiedliche minimale Verzögerungen, dargestellt in Abbildung 5.7.

Bei geringen Verzögerungen befinden sich die meisten Betriebspunkte bei geringen Drehmomenten, siehe Abbildung 5.7 (A). Wenn die minimale Verzögerung erhöht wird, verschieben sich diese hin zu niedrigeren Drehmomenten bis hin zur Kraftstoffabschaltung, Abbildung 5.7 (C). Sobald die Motorbremse nicht mehr ausreicht, um diese Verzögerung zu erzeugen, kann durch Benutzen der Betriebsbremse oder durch Herunterschalten, wie in Abbildung 5.7 (B) dargestellt, ein höheres Bremsmoment erzeugt werden. Beim Herunterschalten erhöht sich so die Motordrehzahl, wodurch die Bremsleistung steigt.

Die minimale Verzögerung sollte also so gewählt werden, dass eine Verzögerung ohne Einsatz eines zusätzlichen Bremsmoments möglich ist. Bei zu niedrig gewählten minimalen Verzögerungen kann jedoch die Durchschnittsgeschwindigkeit stark abfallen. Als Kompromiss kann so eine Verzögerung gewählt werden, die noch mit Motorbremse erzeugt werden kann.

Einfluss der Größe des Geschwindigkeitsbands

Während der Konstantfahrphasen dominiert hauptsächlich der Einfluss der Größe des Geschwindigkeitsbands v_{band} . Um dessen Einfluss auf den Kraftstoffverbrauch

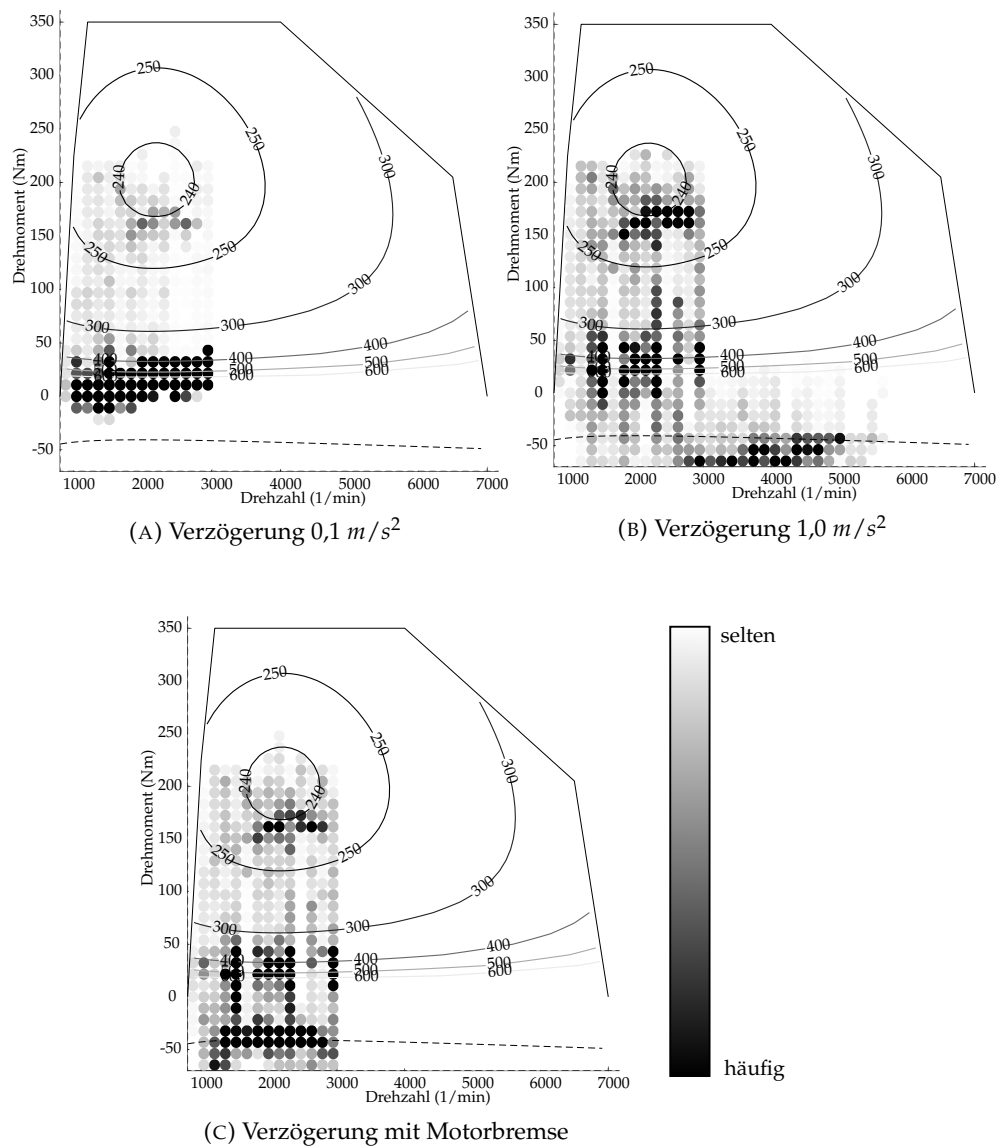


ABBILDUNG 5.7: Motorbetriebspunkte für unterschiedliche minimale Verzögerungen.

zu untersuchen, wird die minimale Verzögerung $a_{dec,lb}$, wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, so gewählt, dass sie einer Verzögerung mit Motorbremse entspricht. Anschließend wird für unterschiedliche Werte von v_{band} eine Optimierung mittels der Dynamischen Programmierung durchgeführt und so der entstehende Kraftstoffverbrauch bestimmt. Dieser ist in Abbildung 5.8 dargestellt. Dabei wird das obere Geschwindigkeitslimit festgehalten, sodass sich die untere Grenze des Geschwindigkeitsbands mit steigenden Werten von v_{band} nach unten verschiebt.

Wie in Abbildung 5.8 dargestellt, sinkt der Kraftstoffverbrauch mit größeren Werten von v_{band} . Gleichzeitig sinkt jedoch auch die Durchschnittsgeschwindigkeit aufgrund des niedrigeren unteren Geschwindigkeitslimits. Das heißt, die Kraftstoffeinsparung wird durch zwei Effekte bedingt: Zum einen durch den größeren Spielraum der Optimierung durch das größere Geschwindigkeitsband, zum anderen aber auch durch die nun entstandene Möglichkeit, insgesamt langsamer zu fahren.

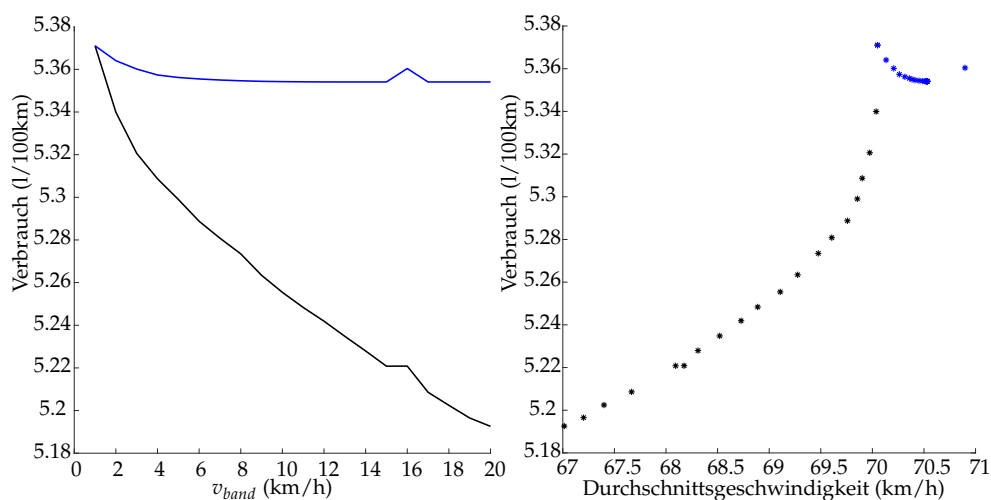


ABBILDUNG 5.8: Verbrauch in Abhängigkeit des Geschwindigkeitsbandes mit (schwarz) und ohne (blau) verändertem unteren Geschwindigkeitslimit.

Um allein den Einfluss des Geschwindigkeitsbandes zu bewerten, wird deshalb eine weitere Untersuchung durchgeführt, wobei diesmal das untere Geschwindigkeitslimit festgehalten und jeweils das obere Limit angepasst wird. Dies ermöglicht, das Geschwindigkeitsband zur Reduktion des Verbrauches zu benutzen, ohne dabei die Durchschnittsgeschwindigkeit zu reduzieren, sodass der Einfluss einer niedrigeren Geschwindigkeit auf den Verbrauch entfällt. Die Ergebnisse sind ebenfalls in Abbildung 5.8 in Blau dargestellt.

Mit größer werdenden Geschwindigkeitsband steigt nun im Vergleich die Durchschnittsgeschwindigkeit leicht an, wobei ebenfalls eine Reduktion des Kraftstoffverbrauchs erreicht wird. Ab einer Größe des Geschwindigkeitsbands von ca. 10 km/h nimmt der Kraftstoffverbrauch nicht mehr weiter ab. Die maximale Kraftstoffeinsparung fällt insgesamt mit ca. 0,3% sehr viel geringer aus als in der ersten Untersuchung.

Das heißt, ein Großteil der Kraftstoffeinsparung kann der insgesamt niedrigeren Durchschnittsgeschwindigkeit zugeschrieben werden und weniger der besseren Möglichkeit zur Optimierung der Geschwindigkeit durch das größere Geschwindigkeitsband. Im Vergleich zur gewählten Verzögerung fällt auch der Einfluss der

Größe der Geschwindigkeitsdifferenz auf den Kraftstoffverbrauch weit weniger ins Gewicht.

5.2.4 Einfluss des Segelns

Das Segeln ist eine weitere Maßnahme, den Kraftstoffverbrauch zu reduzieren. Dabei wird der Motor mittels der Kupplung vom Antriebsstrang getrennt und dreht sich ohne Belastung mit der Leerlaufdrehzahl weiter. Da die Reibverluste im Motor mit der Motordrehzahl zunehmen, können diese auf diese Weise reduziert werden.

Bei der Einbeziehung von Segelphasen in die Optimierung gilt es eine Besonderheit zu berücksichtigen: Ohne Segeln können die Eingangsgrößen derart gewählt werden, dass die Folgezustände wieder exakt auf die diskretisierten Zustandswerte fallen. Beim Segeln kann der Folgezustand jedoch auch Werte außerhalb des diskreten Rasters annehmen, sodass die Lösung auf die diskreten Zustandswerte angepasst werden muss. Dabei kann das Segeln entweder überschätzt werden, indem auf den nächst höheren Geschwindigkeitswert, oder unterschätzt werden, indem auf den nächst niedrigeren Geschwindigkeitswert gerundet wird. Beim Überschätzen entsteht das Problem, dass die Optimierung zu lange Segelphasen bestimmen kann, die in Realität so nicht möglich wären. Deshalb wird hier auf den nächst niedrigeren Geschwindigkeitswert gerundet. Dies führt zu kürzeren Segelphasen, als es in der Realität möglich wäre. Man erhält hierdurch jedoch eine untere Grenze der Kraftstoffeinsparung, welche durch das Segeln möglich ist. Mit zunehmend feiner Diskretisierung des Geschwindigkeitsbereichs nähert sich diese Lösung der tatsächlich optimalen Lösung an.

Einfluss bei Verzögerungsphasen

Analog zum Vorgehen bei der Untersuchung des Einflusses der minimalen Verzögerung und der Geschwindigkeitsdifferenz zwischen oberem und unterem Geschwindigkeitslimit wird zuerst der Einfluss des Segelns bei Verzögerungsphasen untersucht. Dazu wird das Geschwindigkeitsband v_{band} so gewählt, dass keine Optimierung in den Konstantfahrphasen stattfindet. Die minimale Verzögerung $a_{dec,lb}$ wird so gewählt, dass jede Verzögerung mittels Segeln gefahren werden kann, also die Antriebskraft $F_A = 0N$ ist. Ohne Segeln entsteht so ein Kraftstoffverbrauch von 5,12 l/100 km, während der Verbrauch mit Segeln dann auf 4,73 l/100 km sinkt. Dies entspricht einer Reduktion des Verbrauchs um 7,6%.

Einfluss bei Konstantfahrphasen

Das Geschwindigkeitsband hat auch Einfluss auf den Kraftstoffverbrauch mit Segeln. Um diesen zu bestimmen, wird zuerst das obere Geschwindigkeitslimit v_{ub} festgehalten und das untere Limit v_{lb} so gewählt, dass ein Geschwindigkeitsband mit dem Abstand v_{band} von oberer zu unterer Grenze entsteht. Für unterschiedlich große Geschwindigkeitsbänder resultiert dann der in Abbildung 5.9 gezeigte Kraftstoffverbrauch. Dabei ist zu erkennen, dass der Verbrauch mit größer werdendem Geschwindigkeitsband abnimmt. Um den Einfluss der Geschwindigkeitsreduktion auszugleichen, wird dieselbe Untersuchung mit fester untere Grenze v_{lb} durchgeführt, wobei jeweils die obere Grenze angepasst wird. Die Reduktion des Verbrauchs ist nun weit weniger ausgeprägt und liegt bei einem Geschwindigkeitsband von 6 km/h schon nahe am Optimum, wie in Abbildung 5.9 in Blau dargestellt.

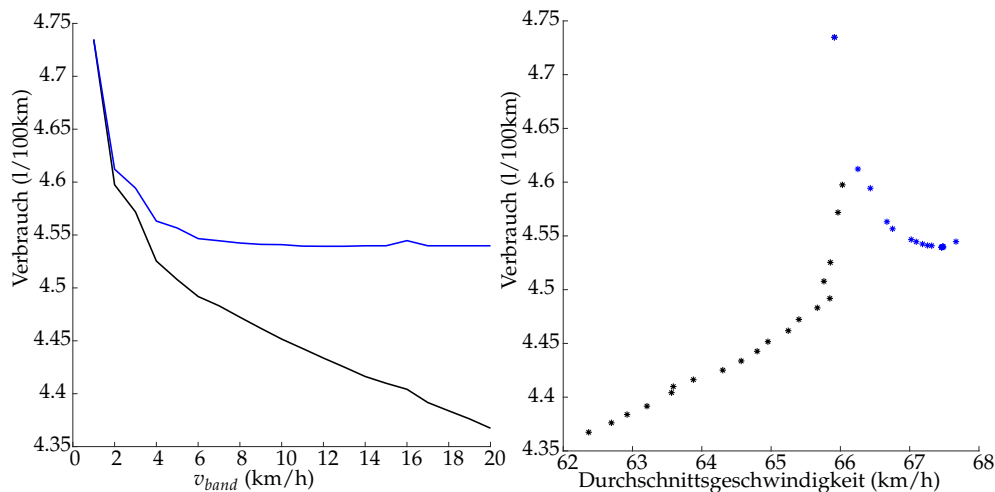


ABBILDUNG 5.9: Verbrauch mit Segeln in Abhängigkeit des Geschwindigkeitsbandes mit (schwarz) und ohne (blau) verändertem unteren Geschwindigkeitslimit.

Im Vergleich zur Optimierung ohne Segeln, bei der das Geschwindigkeitsband in den Konstantfahrphasen zu einer Kraftstoffeinsparung von maximal 0,3% beitragen konnte, kann mit Segeln eine Reduktion um ca. 3,8% erreicht werden. Diese Ersparnisse decken sich mit den Werten in [82] und [79], welche in einem Versuch für Segeln auf der Autobahn eine Kraftstoffreduktion zwischen 1,2% und 3,9% gemessen haben. Mit Motorabschaltung während der Segelphasen konnten Einsparungen zwischen 5% und 10% erzielt werden.

Bei näherer Betrachtung der Geschwindigkeitsverläufe fällt auf, dass diese Einsparung hauptsächlich durch einen Puls-Betrieb, also durch das kurze Beschleunigen und anschließende Segeln, im Teil- und Niederlastbereich erreicht werden kann. Für unterschiedlich große Geschwindigkeitsbänder ist beispielhaft der Geschwindigkeitsverlauf in Abbildung 5.10 dargestellt. Bei höheren Geschwindigkeiten, wie zum

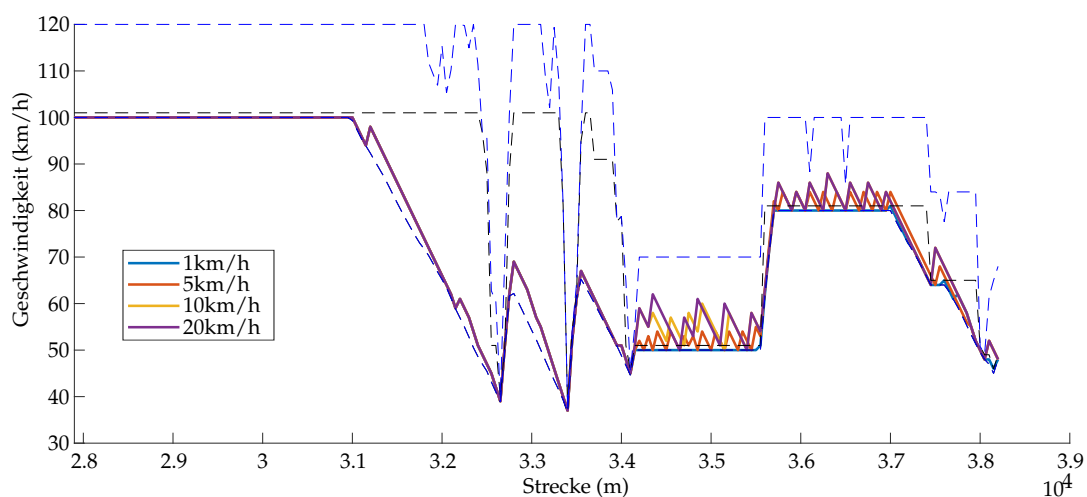


ABBILDUNG 5.10: Geschwindigkeitsverläufe bei unterschiedlich großen Geschwindigkeitsbändern.

Beispiel zwischen Kilometer 28 und 31, ist die optimale Fahrweise mit der niedrigsten zulässigen Geschwindigkeit zu fahren. Bei niedrigeren Geschwindigkeiten, wie zum

Beispiel zwischen Kilometer 34 und 35,5, sowie Kilometer 36 und 37, ist jedoch der Pulsbetrieb zu erkennen.

Der Pulsbetrieb führt zu einer Lastpunktanhebung, wie in den Betriebskennfeldern in Abbildung 5.11 deutlich wird. Ohne Geschwindigkeitsband wird der Motor häufig bei niedriger Last betrieben. Diese Punkte können durch den Pulsbetrieb hin zu höheren Drehmomentbereichen, in denen der Motor effizienter arbeitet, verschoben werden. Durch Schalten zwischen diesen Betriebspunkten und dem Segelbetrieb kann so im zeitlichen Mittel wieder eine niedrigere Leistung mit höherer Effizienz bereitgestellt werden.

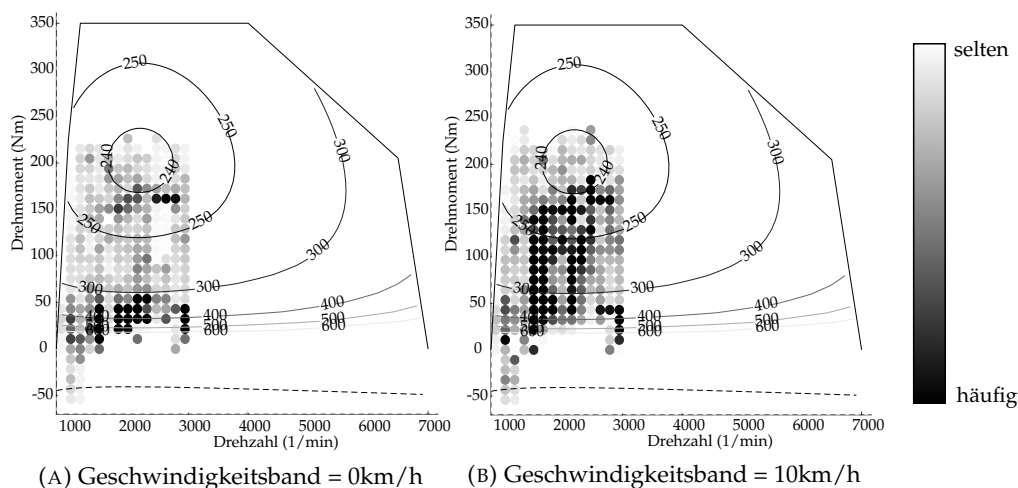


ABBILDUNG 5.11: Motorbetriebspunkte für unterschiedliche Geschwindigkeitsbänder mit Segeln.

Der Pulsbetrieb als verbrauchsoptimale Betriebsart wird in [19, 68] und [80] untersucht. Gerade bei niedrigeren Antriebsleistungen können durch den Pulsbetrieb hohe Kraftstoffersparnisse erzielt werden, da die Verbrauchskennlinie des Motors, wie in Abbildung 5.12 (links) dargestellt, nichtlinear ist. Bis zum Tangentenschnittpunkt ist so ein Pulsbetrieb effizienter als eine Konstantfahrt. Bei höheren Lasten ist wiederum eine Konstantfahrt effizienter. D. h. die Kraftstoffeinsparung ist abhängig von der geforderten Antriebsleistung. Für unterschiedliche Durchschnittsgeschwindigkeiten wurde in [68] die Kraftstoffeinsparung für ein Fahrzeug bestimmt, welche in Abbildung 5.12 (rechts) dargestellt ist. Auch hier findet ein Pulsbetrieb bis ca. 100 km/h statt, danach bietet der Pulsbetrieb keine weitere Möglichkeit zur Kraftstoffeinsparung.

Je nach Geschwindigkeit kann das Segeln also eine geeignete Maßnahme darstellen, um den Kraftstoffverbrauch zu reduzieren. Besonders in Verzögerungsphasen und im Teillastbereich bei niedrigen Geschwindigkeiten ist dabei der Einfluss stark ausgeprägt, weshalb es sich hier besonders anbietet, den Segelbetrieb zu nutzen.

5.2.5 Einfluss des Prädiktionshorizonts

Bei der modellprädiktiven Regelung wird meist nicht die für die komplette Strecke global optimale Lösung bestimmt, sondern diese nur für einen gewissen Prädiktionshorizont berechnet [83]. Von dieser Lösung wird wiederum nur die erste Steuerfolge verwendet und anschließend mit den neuen gemessenen Systemzuständen für den nächsten Schritt eine neue optimale Steuerfolge berechnet. Dies geschieht zum einen,

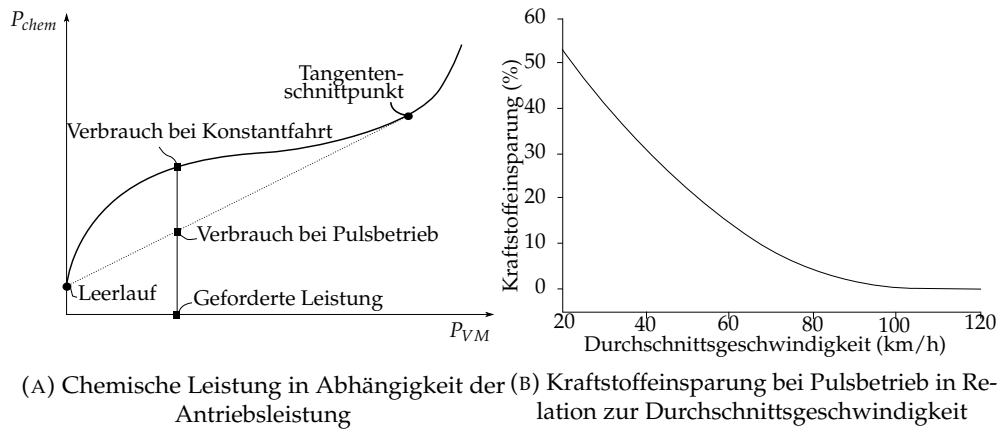


ABBILDUNG 5.12: Verbrauch und Kraftstoffeinsparung bei Pulsbetrieb.
Quelle: in Anlehnung an [80] (links) und [68] (rechts).

da für kleinere Prädiktionshorizonte schneller eine Lösung berechnet werden kann. Der Prädiktionshorizont kann also angepasst werden, um eine Echtzeitfähigkeit des Reglers zu gewährleisten. Zum andern können so Störeinflüsse oder Modellungenauigkeiten kompensiert werden.

Durch den beschränkten Prädiktionshorizont werden nur lokal optimale Lösungen bestimmt. Diese können im Vergleich zur global optimalen Lösung höhere Kraftstoffverbräuche bewirken. Wie viel sich diese Lösungen voneinander unterscheiden, hängt mit der Länge des Prädiktionshorizonts zusammen. Um diesen Unterschied zu quantifizieren werden nun die entstehenden Verbräuche wieder mithilfe der Dynamischen Programmierung für unterschiedliche Prädiktionshorizonte N bestimmt. Ohne Einsatz von Segeln ergeben sich so die in Abbildung 5.13 gezeigten Verbräuche.

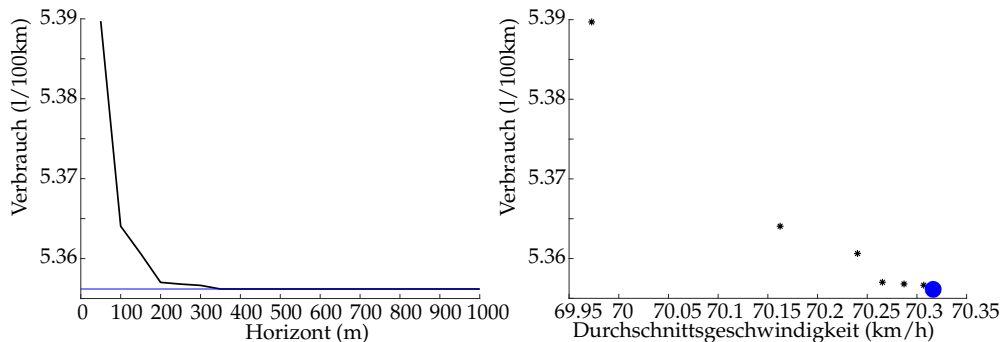


ABBILDUNG 5.13: Verbrauch und durchschnittliche Geschwindigkeit in Abhängigkeit des Prädiktionshorizonts ohne Segeln. Das globale Optimum ist in Blau dargestellt.

Mit zunehmendem Horizont nimmt der Verbrauch ab, bis ab einer Vorausschau von 350 m keine weitere Verbesserung des Verbrauchs mehr stattfindet und das globale Optimum erreicht wird. Gleichzeitig steigt die durchschnittliche Geschwindigkeit leicht an.

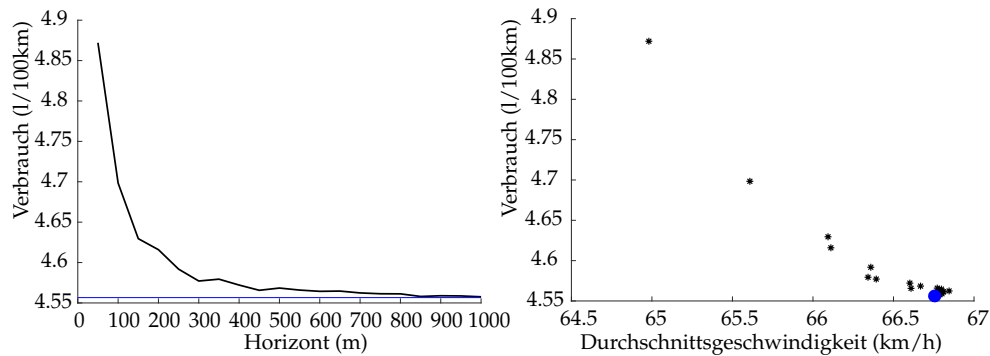


ABBILDUNG 5.14: Verbrauch und durchschnittliche Geschwindigkeit in Abhängigkeit des Prädiktionshorizonts mit Segeln. Das globale Optimum ist in Blau dargestellt.

Mit Segeln sinkt der Kraftstoffverbrauch ebenfalls mit zunehmenden Prädiktionshorizont, wie in Abbildung 5.14 dargestellt. Das globale Optimum wird jedoch erst ab einem Prädiktionshorizont von ca. 900 m erreicht. Auch hier steigt die durchschnittliche Geschwindigkeit mit zunehmendem Horizont an. Mit Segeln wird also eine größere Vorausschau benötigt, um das globale Optimum zu erreichen. Jedoch ist auch die Kraftstoffeinsparung durch Verwendung einer prädiktiven Regelung größer als bei einer Längsführung ohne Segeln.

5.2.6 Zusammenfassung

Die gewählte Streckendiskretisierung hat einen hohen Einfluss auf die Effektivität einer vorausschauenden Längsführung. Bei der Wahl muss neben erhöhter Rechenzeit bei einer sehr feinen Diskretisierung unter gleichbleibendem Prädiktionshorizont auch berücksichtigt werden, dass nur an den Stützstellen Beschränkungen der Geschwindigkeit betrachtet werden können. Die Geschwindigkeitsdiskretisierung muss in Abhängigkeit der gewählten Streckendiskretisierung erfolgen. Die Wahl der Form des Geschwindigkeitsbands, besonders in Verzögerungsphasen, bietet ein hohes Potenzial für Kraftstoffeinsparungen. Um dieses Potenzial zu nutzen, sollten Verzögerungen, welche nur mit Motorbremse erreicht werden können, möglich sein. Die Größe des Geschwindigkeitsbandes besitzt, sofern man den Einfluss durch generell langsames Fahren ausklammert, nur einen geringen Einfluss. Ähnlich zeigt sich, dass bei Berücksichtigung des Segelns, die größten Einsparungen bei Verzögerungsphasen stattfinden. Im Vergleich bietet das Segeln jedoch auch bei Konstantfahrphasen zusätzliche Kraftstoffeinsparungen durch einen Pulsbetrieb, besonders im Teillastbereich des Motors.

5.3 Potenzial einer optimalen Längsführung für Fahrzeuge mit Verbrennungsmotor

Die möglichen Kraftstoffeinsparungen hängen nicht nur von den Parametern der optimalen Längsführung, sondern auch vom jeweiligen Fahrzeug ab. Deshalb betrachtet dieser Abschnitt den Einfluss des Fahrzeugtyps auf die Längsführung. Dieser und der nachfolgende Abschnitt beziehen sich dabei auf die Ergebnisse aus [84]. Dabei werden die Einflüsse der Fahrzeugmasse, des Luftwiderstands und der Motorisierung untersucht. Zur Untersuchung wird das skalierbare Fahrzeugmodell aus Kapitel 3 verwendet. Zur Parametrierung werden die Motorleistungen und die Stirnfläche unterschiedlicher Fahrzeuge im Vergleich zur Fahrzeugmasse analysiert, welche in Abbildung 5.15 dargestellt sind. Wie sich erkennen lässt, steigen sowohl die Leistung als auch die Stirnfläche mit steigender Fahrzeugmasse an.

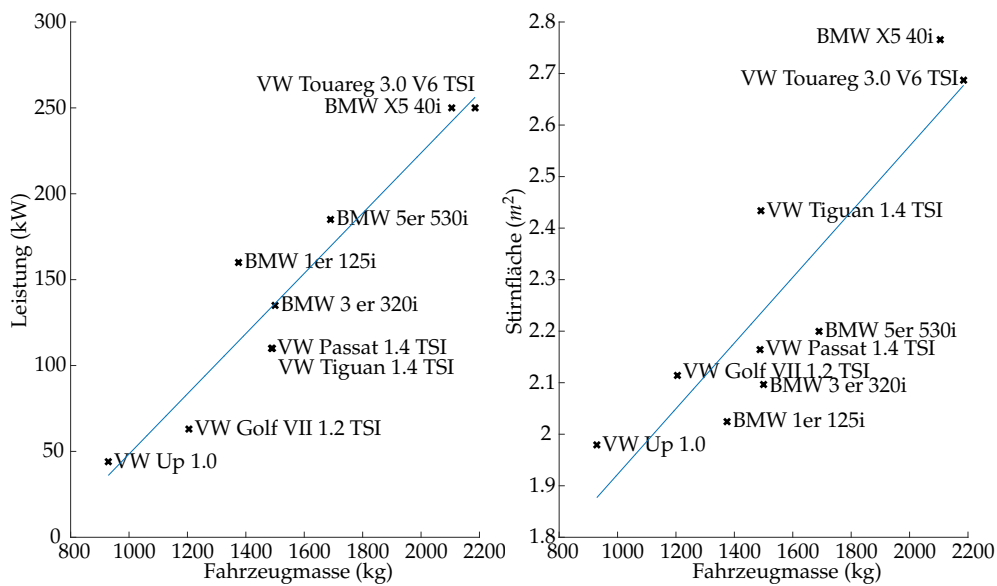


ABBILDUNG 5.15: Leistung (links) und Stirnfläche (rechts) unterschiedlicher Fahrzeuge im Vergleich zur Fahrzeugmasse. Die lineare Approximation ist jeweils in blau dargestellt.

Diese können vereinfacht über einen linearen Zusammenhang beschrieben werden, sodass die Leistung in Abhängigkeit der Masse durch

$$P_{max}(m) = 175,3 \frac{\text{W}}{\text{kg}} \cdot m - 126839 \text{ W} \quad (5.11)$$

und die Stirnfläche durch

$$A(m) = 0,00063711 \frac{\text{m}^2}{\text{kg}} \cdot m + 1,285 \text{ m}^2 \quad (5.12)$$

bestimmt werden können, wie in Abbildung 5.15 dargestellt. Über die jeweilige maximale Fahrzeugleistung kann somit das Verbrennungsmotormodell skaliert werden.

Zur Bestimmung der möglichen Kraftstoffeinsparungen wird der Verbrauch über die in Anhang C dargestellte Strecke einmal ohne Optimierung, bei Verzögerungen nur mittels Motorbremse bestimmt. Im Vergleich dazu wird der Verbrauch bei einem

Geschwindigkeitsband von 5 km/h mit Segeln berechnet. Dabei wird die maximale Geschwindigkeit in beiden Fällen gleich gehalten. Dies entspricht dem im Einsatz realistischen Szenario der optimalen Längsführung, bei dem ein vorgegebenes Geschwindigkeitslimit nicht überschritten werden darf.

Der Verbrauch für fünf unterschiedliche Fahrzeugtypen, mit einer Masse von 1000 kg entsprechend Kleinwagen, 1300 kg für Kompaktklasse, 1500 kg für Mittelklasse, 1700 kg für Oberklasse und 2000 kg für große Geländewagen, ist in Tabelle 5.1 aufgeführt.

TABELLE 5.1: Verbrauch bei unterschiedlichen Fahrzeugtypen

Masse (kg)	1000	1300	1500	1700	2000
Verbrauch ohne Optimierung (l/100km)	3,03	4,39	5,32	6,25	7,66
Verbrauch mit Optimierung (l/100km)	2,67	3,71	4,32	4,97	6,00
Kraftstoffeinsparung	11,7%	15%	18,7%	20,5%	21,7%
Fahrzeit ohne Optimierung (s)	2016	1996	1989	1986	1982
Fahrzeit mit Optimierung (s)	2220	2194	2184	2169	2164
Zeitdifferenz	10%	9,9%	9,7%	9,2%	9,2%

Während die Zeit für die Strecke mit prädiktiver Längsführung im Schnitt mit ca. 10% zunimmt, steigt die Kraftstoffeinsparung von ca. 12% bei Kleinwagen bis zu ca. 21% bei großen Geländewagen an. Das heißt, dass mit zunehmender Masse und Leistung des Fahrzeugs die Kraftstoffeinsparungen größer werden.

5.4 Potenzial einer optimalen Längsführung für batterieelektrische Fahrzeuge

In den vorhergehenden Abschnitten wurde die Eignung der prädiktiven Längsführung für konventionelle Fahrzeuge untersucht. In diesem Abschnitt soll nun untersucht werden, ob sie sich auch für die Anwendung in batterieelektrischen Fahrzeugen lohnt. Zum Ermitteln des Einflusses der Energieeinsparung während Verzögerungsphasen wird wieder, wie in Abschnitt 5.2, zuerst bei einem sehr kleinen Geschwindigkeitsband v_{band} , welches keine Optimierung während der Konstantfahrphasen zulässt, eine optimale Längsführung bestimmt. Dabei wird die minimale Verzögerung $a_{dec,lb}$ variiert, sodass sie einer Verzögerung entsprechend der Motorbremse mit Verbrennungsmotor entspricht. Zusätzlich wird in einer weiteren Untersuchung die minimale Verzögerung so gewählt, dass sie durch die elektrische Maschine, wenn keine elektrische Energie zu- oder abgeführt wird, entsteht. Als Antriebsmoment liegt also nur das Reibmoment der elektrischen Maschine an. Das Fahrzeugmodell wird wie in Anhang B parametrisiert und die Auswertung findet über die in Anhang C beschriebene Strecke statt.

Die jeweiligen Energieverbräuche sind in Tabelle 5.2 angegeben. Der Energieverbrauch für die Strecke bei Verzögerungen entsprechend ohne Antriebsmoment liegt dabei ca. 5% niedriger als der bei Verzögerungen entsprechend einer Motorbremse eines Verbrennungsmotors.

TABELLE 5.2: Energieverbrauch eines batterieelektrischen Fahrzeugs bei unterschiedlichen Parametern der optimalen Längsführung

Verzögerung entsprechend	v_{band} (km/h)	Segelbetrieb	Energieverbrauch (kWh)
Motorbremse mit Verbrennungsmotor	0	nein	13,04
Motorbremse mit elektrischer Maschine	0	nein	12,67
Segeln	0	nein	12,41
Segeln	10	nein	12,41
Segeln	0	ja	11,70

Wird nun die minimale Verzögerung $a_{dec,lb}$ so gewählt, dass Verzögerungen ohne Antriebsmoment möglich sind, so ergibt sich quasi keine weitere Energieeinsparung bei Erhöhung des Geschwindigkeitsbandes.

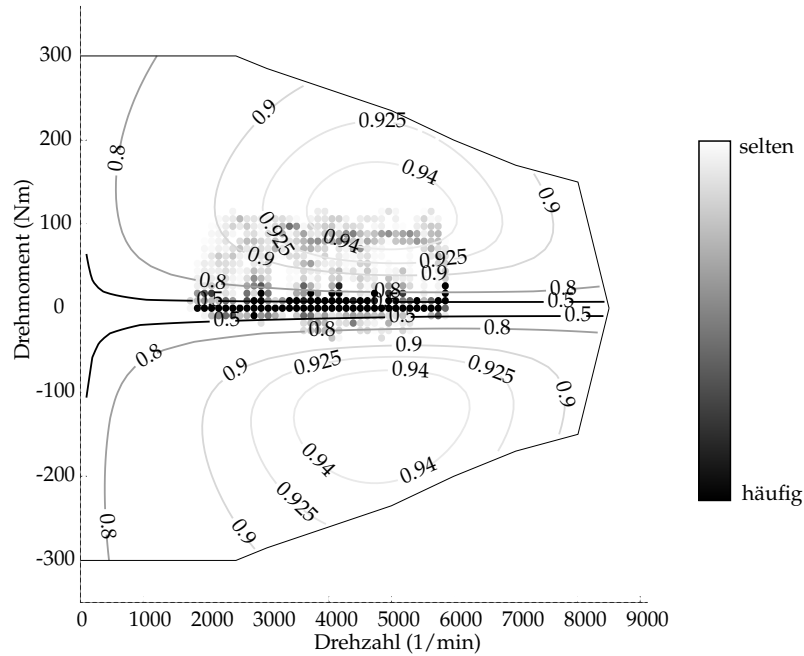
Die meisten batterieelektrischen Fahrzeuge sind heutzutage mit einem Eingangsgetriebe ausgestattet, welches fest mit der elektrischen Maschine verbunden ist. Insofern ist kein Segelbetrieb möglich, da die Maschine nicht vom Antriebsstrang getrennt werden kann. Wäre eine zusätzliche Kupplung zum Trennen vorhanden, so könnten im untersuchten Szenario weitere 5.7% Energie eingespart werden. Verluste, welche durch eine Kupplung entstehen können, sind dabei jedoch nicht berücksichtigt. Eine eindeutige Bewertung, ob sich der Mehraufwand und -kosten auszahlen, lässt sich deshalb nicht tätigen. Die festgestellte Energiereduktion lässt sich auch an den Betriebspunkten der elektrischen Maschine, wie in Abbildung 5.16 dargestellt, erkennen. Dabei werden die nicht optimalen Betriebspunkte bei 0 Nm Drehmoment, durch den Segelbetrieb vermieden.

5.5 Dynamische Programmierung mit offline berechneten Kosten

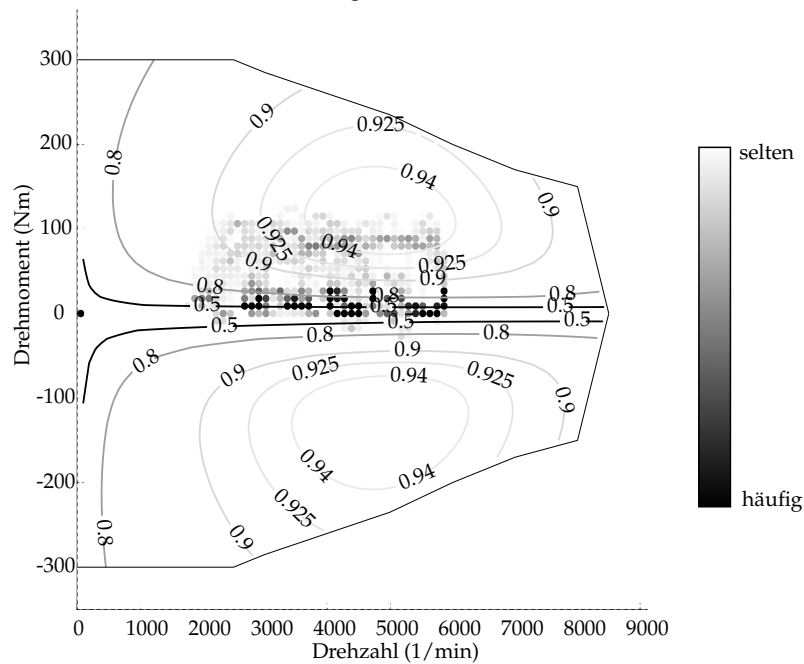
Bevor ein Vergleich der unterschiedlichen Verfahren auf ihre Eignung zur Lösung des Optimierungsproblems vorgestellt wird, zeigt dieser Abschnitt eine besondere Umsetzung der Dynamischen Programmierung auf. Diese ermöglicht es, durch Vorabberechnung der Kostenfunktion und Ausnutzung effizienter Vektor-Matrix Operationen, sehr schnell eine optimale Steuerfolge für das Optimierungsproblem zu bestimmen.

Ein Hauptkritikpunkt der Dynamischen Programmierung ist oft, dass das Verfahren sehr rechenintensiv ist. Sowohl Speicherplatz und Rechenleistung sind in der Fahrzeuganwendung im Regelfall jedoch stark begrenzt, da diese zusätzliche Kosten und einen zusätzlichen Energieverbrauch bedeuten. Ein Großteil der Rechenzeit der bisher vorgestellten Verfahren wird zur Berechnung des Fahrzeugmodells und der Kostenfunktion benötigt, da diese häufig ausgewertet werden müssen.

Das hier vorgestellte Verfahren beruht dabei auf dem DAG Verfahren, Algorithmus 5



(A) ohne Segelbetrieb



(B) mit Segelbetrieb

ABBILDUNG 5.16: Motorbetriebspunkte eines batterieelektrischen Fahrzeugs ohne (A) und mit Segelbetrieb (B).

in Kapitel 4. Die Bestimmung der Kantengewichte $e.g$ wird nun nicht mehr online berechnet, sondern vorab für eine gewisse Startgeschwindigkeit v , einer Endgeschwindigkeit v_2 und Straßensteigung θ bestimmt und gespeichert. Für eine Steigung θ seien diese Kantengewichte durch e^θ gegeben, sodass das Verfahren wie in Algorithmus 9 dargestellt werden kann. Das bedeutet, dass die rechenintensive Berechnung der Kosten und des Fahrzeugmodells online durch ein Look-up der vorab berechneten Kosten umgangen wird.

Algorithmus 9 : FastDAG Verfahren

Für jeden Knoten $v \in G.V$ in topologischer Reihenfolge **tue**

Für jede Kante $e^\theta = (v, v_2, \theta) \in G.E$ **tue**

 relaxiere($v, v_2, e^\theta.g$)

Dieses Verfahren lässt sich sehr effizient durch Matrix-Vektor Operationen implementieren. Sei $\mathbf{c} \in \mathcal{R}^{n_v \times 1}$ der Vektor, der die aktuellen Kosten aller n_v diskreten Zustände beinhaltet. Die Matrix $\mathbf{E}^\theta \in \mathcal{R}^{n_v \times n_v}$ mit den Einträgen $e_{ij}^\theta = (\mathbf{E}^\theta)_{ij}$, welche die Kosten von der i -ten diskreten Geschwindigkeit zur j -ten Geschwindigkeit bei der Steigung θ beinhalten.

Die Kosten aller möglichen Zustände im nächsten Schritt können dann durch

$$\mathbf{C} = \mathbf{E}^\theta + \mathbf{c} \cdot \mathbf{1}, \quad (5.13)$$

mit dem Einservektor $\mathbf{1} \in \mathcal{R}^{1 \times n_v} = (1, 1, \dots, 1)$, berechnet werden. Die minimalen Kosten eines Zustandes j entsprechen dem kleinsten Eintrag der j -ten Zeile von $\mathbf{C}$

$$c_j = \min_k (\mathbf{C})_{jk}. \quad (5.14)$$

Diese beiden Berechnungen werden dann für jeden Prädiktionsschritt des Verfahrens wiederholt.

Zur Rekonstruktion des optimalen Pfads muss noch für jeden Zustand j im n -ten Schritt der vorhergehende Zustand, für welchen die minimalen Kosten entstehen, gemerkt werden. Es sei $\mathbf{P} \in \mathcal{R}^{n_v \times N}$ mit dem Prädiktionshorizont N . Der Eintrag $p_{jn} = (\mathbf{P})_{jn}$ ist dann der Index des Startzustands, für welcher sich in diesem Schritt die geringsten Kosten für den Endzustand j ergeben

$$p_{jn} = \arg \min_k (\mathbf{C})_{jk}. \quad (5.15)$$

Der Pfad kann dann ausgehend vom letzten gewünschten Endzustand rückwärts rekonstruiert werden.

5.6 Vergleich der Verfahren

In diesem Abschnitt wird nun die Eignung der in Kapitel 4 vorgestellten Verfahren und des FastDAG aus Abschnitt 5.5 zur Bestimmung der Längsführung zum Einsatz im Fahrzeug untersucht. Dabei ist die minimale Verzögerung $a_{dec,lb}$ so gewählt, dass ein Segeln in den Verzögerungsphasen möglich ist. Die Schrittweite wird zu $\Delta s = 50$ m gewählt mit einem Prädiktionshorizont von $N = 20$ Schritten. Das Geschwindigkeitsband v_{band} beträgt 5 km/h. Alle Verfahren wurden mit dem Matlab

sqp Solver gelöst, mit einer Toleranz von 10^{-3} in der Kostenfunktion. Zur Berechnung kam ein Standard Laptop PC mit Intel Core i7-4800MQ und 16GB RAM zum Einsatz.

5.6.1 Ohne Segeln

Der optimierte Verbrauch und die durchschnittliche Ausführungszeit der Verfahren bei einer Optimierung ohne Segeln ist in Tabelle 5.3 aufgeführt. Die Einfachschießverfahren, Mehrfachschießverfahren, Dynamische Programmierung und das FastDAG Verfahren erreichen dabei ähnliche Verbräuche, wobei Einfach- und Mehrfachschießverfahren leicht niedrigere Verbräuche erzielen. Dies kann auf die Diskretisierung im Zustandsraum der Dynamischen Programmierung zurückgeführt werden, welche nicht für die beiden anderen Verfahren gilt. Das FastDAG Verfahren besitzt die geringste Ausführungszeit, gefolgt von der Dynamischen Programmierung, Einfach- und Mehrfachschießverfahren.

TABELLE 5.3: Vergleich der Verfahren ohne Segeln

Verfahren	Optimierter (l/100 km)	Verbrauch	Ausführungszeit je Iteration (ms)
Einfachschießverfahren	5,06		120
Mehrfachschießverfahren	5,06		134
Dynamische Programmierung	5,07		78
FastDAG Verfahren	5,07		2,8

5.6.2 Mit Segeln

Die Ergebnisse der Verfahren mit Segeln sind in Tabelle 5.4 aufgeführt. Die Verbräuche liegen dabei wieder nahe beieinander mit Werten zwischen 4,5 l/100 km und 4,52 l/100 km. Die Ausführungszeit des FastDAG ist mit 2,8 ms im Vergleich zu 95 ms bei der Dynamischen Programmierung und über 800 ms bei den direkten Verfahren wesentlich geringer. Durch die Vorberechnung der Kosten ist die Ausführungszeit des FastDAG Verfahren dabei identisch zur Ausführungszeit ohne Segeln. Besonders deutlich fällt die Erhöhung der Ausführungszeit bei den direkten Verfahren aus, deren Ausführungszeit ungefähr um den Faktor 8 höher ist als bei der Berechnung ohne Segeln.

TABELLE 5.4: Vergleich der Verfahren mit Segeln

Verfahren	Optimierter (l/100 km)	Verbrauch	Ausführungszeit je Iteration (ms)
Einfachschießverfahren	4,50		828
Mehrfachschießverfahren	4,52		1028
Dynamische Programmierung	4,51		95
FastDAG Verfahren	4,50		2,8

5.7 Zusammenfassung

Die vorausschauende Längsführung kann ein geeignetes Mittel sein, den Kraftstoffverbrauch zu reduzieren. Besonders in Verbindung mit dem Betriebsmodus Segeln ergeben sich dabei weitere Einsparpotentiale. Die Höhe des Potenzials hängt dabei auch von der Fahrzeugklasse ab. So bieten höherklassige, d. h. auch schwerere Fahrzeuge, in der Untersuchung ein größeres Potenzial als leichte.

Bei batterieelektrischen Fahrzeugen ist aufgrund des Antriebs, welcher einen hohen Wirkungsgrad über weite Teile des Kennfelds besitzt, das Einsparpotential nicht so hoch wie bei Fahrzeugen mit Verbrennungsmotor. Auch hier könnte das Segeln weitere Energieeinsparung bewirken, sofern zusätzlich eine Kupplung zum Trennen des Antriebs vorhanden ist. Wirkungsgradverluste aufgrund einer zusätzlichen Kupplung sind dabei nicht berücksichtigt.

Die Umsetzung der vorausschauenden Längsführung kann durch unterschiedliche Verfahren erfolgen. Sowohl die untersuchten direkten Verfahren, als auch die Dynamische Programmierung konnten dabei in vertretbarer Zeit eine Längsführung berechnen. Durch die Zustandsraumdiskretisierung der Dynamischen Programmierung eignet sich diese am besten zur Abbildung der diskreten Gangwahl und Entscheidungsvariablen zum Segeln. Im Vergleich besitzt diese die geringste Ausführungszeit, besonders wenn vorberechnete Kosten verwendet werden. Zudem garantiert die Dynamische Programmierung die Optimalität der Lösung unter der gewählten Schrittweite und Zustandsraumdiskretisierung.

Kapitel 6

Vorausschauende Längsführung mit zeitabhängigen Nebenbedingungen

Die in Kapitel 5 behandelte vorausschauende Längsführung berücksichtigt streckenbezogene Nebenbedingungen wie Geschwindigkeitslimits, Fahrbahnsteigung und -krümmung. Zeitabhängige Nebenbedingungen, bei denen sowohl die Position des Fahrzeugs, als auch der Zeitpunkt, an dem es sich an dieser Position befindet, entscheidend sind, werden jedoch nicht berücksichtigt. Solche Nebenbedingungen können durch andere Verkehrsteilnehmer entstehen, für welche die zukünftige Bewegung bekannt ist oder geschätzt werden kann, sowie Ampeln, welche zwar ortsfest sind, aber je nach Schaltzustand ein Hindernis darstellen. Sowohl Ampeln als auch andere Verkehrsteilnehmer stellen also ein orts- und zeitabhängiges Hindernis dar.

Insbesondere der Einfluss von vorausschauenden Ampelinformationen kann zu weiteren Kraftstoffeinsparungen, besonders innerhalb der Stadt, führen. Dabei ist nicht nur die Geschwindigkeits-, sondern auch die Gangwahl ausschlaggebend für die Höhe der möglichen Einsparung. Die vorausschauende Längsführung eignet sich gut, um für diese Fälle eine geeignete Steuergröße zu bestimmen [76, 85]. In diesem Kapitel wird deshalb die Einbeziehung von Nebenbedingungen, welche neben einer Orts- auch eine Zeitabhängigkeit aufweisen, in die vorausschauende Längsführung untersucht und stützen sich auf die in [86] veröffentlichten Ergebnisse.

Die Nebenbedingungen können durch Paare von maximal möglichen Zeiten T_{ub} und dazugehörigen minimalen Zeiten T_{lb} über dem Prädiktionshorizont ausgedrückt werden und mit in die Optimalsteuerung einfließen, wie in Abbildung 6.1 dargestellt.

Unterschiedliche zeitliche Nebenbedingungen können auf unterschiedliche Weise bei der Optimierung berücksichtigt werden. In Kapitel 5 wurde bereits ersichtlich, dass ein Zusammenhang zwischen Fahrtdauer und Verbrauch besteht. Diese Abwägung zwischen unterschiedlichen Zielen kann wie in Abschnitt 6.1 durch eine beschränkte Dynamische Programmierung berücksichtigt werden. Dabei werden die beiden Ziele in einer vektoriellen Kostenfunktion abgebildet. Es lassen sich dann einfach Beschränkungen der jeweiligen Kosten einführen.

Verkehrsteilnehmer und Ampeln können mithilfe der Dynamischen Programmierung, bei der die Zeit wie in Abschnitt 6.2 beschrieben als zusätzlicher Zustand betrachtet wird, berücksichtigt werden. Durch die Berücksichtigung der Zeit als eigenen Zustand lassen sich so auch komplexere Nebenbedingungen behandeln. Durch die zusätzliche Dimension der Zeit im Optimierungsproblem steigt jedoch auch der Rechenaufwand. Eine Möglichkeit, diese Bedingungen im Geschwindigkeitsband

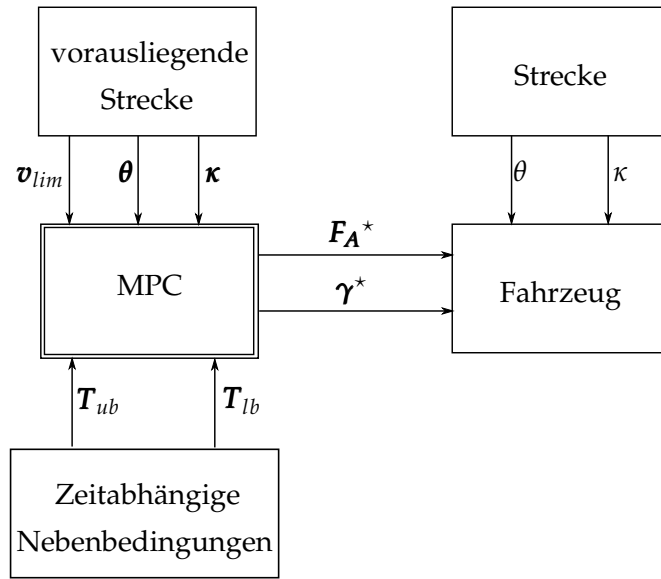


ABBILDUNG 6.1: Vorausschauende Längsführung des Fahrzeugs mit zeitabhängigen Nebenbedingungen.

zu berücksichtigen, ohne einen zusätzlichen Zustand einzuführen, wird deshalb in Abschnitt 6.3 untersucht.

6.1 Berücksichtigung zeitlicher Beschränkungen

Eine optimale Fahrweise unterliegt oft mehreren, sich möglicherweise auch widersprechenden, Kriterien. Neben der Einhaltung von Geschwindigkeitsgrenzen und Reduktion des Verbrauchs spielt auch oft der zeitliche Aspekt eine große Rolle. So kann für eine Strecke eine gewisse Minstdurchschnittsgeschwindigkeit gefordert werden, siehe auch [87]. In der Optimierung kann dies durch die Beschränkung einer Ressource dargestellt werden.

Allgemein kann diese Beschränkung der Kosten $\underline{\phi}^m$ der vektoriellen Kosten $\underline{\phi} \in \mathbb{R}^{M \times 1}$ durch

$$\sum_{k=0}^N \underline{\phi}^m(\mathbf{u}_k) \leq c^m \quad (6.1)$$

mit der oberen Schranke c^m beschrieben werden.

6.1.1 Gewichtete Kostenfunktion

Dieses Kriterium kann nun unterschiedlich berücksichtigt werden. Oft wird dafür eine gewichtete Kostenfunktion verwendet, welche nun den Kraftstoffverbrauch und den *Zeitverbrauch* gewichtet summiert, siehe zum Beispiel [12].

Die Kostenfunktion wird nun durch

$$J = \lambda \sum_{k=0}^N \underline{\phi}(\mathbf{u}_k) \quad (6.2)$$

beschrieben wobei N dem Prädiktionshorizont und $\lambda \in \mathbb{R}^{1 \times M}$ der Gewichtung der einzelnen Kriterien entsprechen.

Dies reduziert nun die vektorielle Optimierung der einzelnen Kriterien wieder auf ein skalares Problem, für welches effizient zum Beispiel die Dynamische Programmierung verwendet werden kann. Es ist jedoch oft schwierig, eine passende Gewichtung zu finden, für welche ein zufriedenstellendes Ergebnis erzielt werden kann. Dies hängt auch damit zusammen, dass die Kosten in unterschiedlichen Einheiten vorliegen können, wie hier zum Beispiel die Menge an Kraftstoff und Zeit.

Alternativ kann keine strikte Einhaltung der Grenzen wie in Gleichung (6.1) gefordert werden, sondern nur, dass ein subjektives Empfinden des Ergebnisses erfüllt wird. So soll das Fahrzeug zwar sparsam, aber auch nicht zu langsam fahren. In diesem Fall kann durch eine geeignete Gewichtung der Kriterien oft schon ein zufriedenstellendes Ergebnis erzielt werden.

Sollen diese Grenzen nun strikt eingehalten werden, kann online die Gewichtung angepasst werden, indem die Optimierung für unterschiedliche Gewichte wiederholt wird, bis die gewünschten Bedingungen (6.1) erfüllt sind. Dies führt jedoch wieder zu einem erhöhten Rechenaufwand, da die Optimierung mehrfach ausgeführt werden muss.

6.1.2 Vektorielle Kostenfunktion

Eine Möglichkeit, die strikte Einhaltung der Beschränkung zu erzielen, ist es, das Problem direkt als vektoriell beschränktes Optimierungsproblem aufzufassen. Dieses kann wie in Kapitel 4.6 beschrieben durch eine Pareto-Optimierung gelöst werden. Es werden somit für die vektorielle Kostenfunktion

$$\underline{J} = \sum_{k=0}^N \underline{\phi}(\underline{u}_k) \quad (6.3)$$

die nicht-dominierten Lösungen bestimmt und dann jene ausgewählt, welche die Beschränkungen einhalten und ein ausgewähltes Kriterium minimieren. Hier kann die Lösung so gewählt werden, dass eine gewisse Mindestdurchschnittsgeschwindigkeit eingehalten und gleichzeitig der Kraftstoffverbrauch minimiert wird.

Die Vorteile der vektoriellen Optimierung bestehen in einer intuitiven Wahl der Lösung, ohne dass künstliche Gewichte eingeführt werden müssen. Die Grenze kann einfach durch eine gewünschte Mindestdurchschnittsgeschwindigkeit bestimmt werden, welche dann garantiert eingehalten wird.

Zudem erhält man bei der vektoriellen Optimierung, im Gegensatz zur skalaren Optimierung, nicht nur eine mögliche Lösung, sondern eine Menge an nicht-dominierten Lösungen. Die Verteilung dieser Lösungen, also die Form der Paretofront, kann Aufschluss über besondere Punkte der Kostenfunktion geben.

6.1.3 Anwendung der vektoriellen Kostenfunktion in der Längsführung

Gegeben sei die vektorielle Kostenfunktion

$$\underline{\phi} = \left(\frac{1}{2} (P_{chem}(t) + P_{chem}(t + \Delta t)) \Delta t, \Delta t \right), \quad (6.4)$$

welche neben der chemischen Energie auch die für das Intervall benötigte Zeit beinhaltet.

Die Forderung nach einer maximalen Durchschnittsgeschwindigkeit kann nun in der Form einer zeitlichen Beschränkung

$$\sum_{k=n}^{N-1+n} \Delta t_k \leq t_{\max, N-1+n} - t_n \quad (6.5)$$

erfüllt werden, mit der in der aktuellen Iteration bereits benötigten Zeit t_n und der bis zum Ende des Prädiktionshorizonts maximal erlaubten Zeit $t_{\max, N-1+n}$.

Die maximal erlaubte Zeit wird dabei so gewählt, dass eine Fahrt zwischen den Geschwindigkeitslimits möglich ist. Dies kann durch eine Interpolation zwischen der oberen und unteren Geschwindigkeitsgrenze des Geschwindigkeitsbands erfolgen

$$t_{\max, N-1+n} = \Delta s(N-1+n) \sum_{i=0}^{N-1+n} \frac{2}{\alpha v_{ub,i} + (1-\alpha) v_{lb,i}}. \quad (6.6)$$

Für $\alpha = 0$ wird somit eine Fahrt mit niedrigst möglicher Geschwindigkeit möglich und für $\alpha = 1$ einer Fahrt mit maximal möglicher Geschwindigkeit gefordert.

Für dieses Optimierungsproblem kann mittels der in Kapitel 4.6 vorgestellten beschränkten Optimierung die verbrauchsoptimale Längsführung bestimmt werden, welche die Minstdurchschnittsgeschwindigkeit einhält. Das Verfahren bestimmt dabei für jeden Zustand, also diskreten Geschwindigkeitswert, die Menge aller nicht-dominierten Lösungen. In Abbildung 6.2 ist beispielhaft solch eine Paretofront, für ein beliebiges α am Ende einer Iteration dargestellt. Dabei sind die berechneten Kosten für die unterschiedlichen Endgeschwindigkeiten abgebildet. Da die zeitliche Beschränkung bereits bei der Bestimmung der Kosten berücksichtigt wurde, kann nun einfach aus dieser Menge die Lösung, welche den Verbrauch minimiert, ausgewählt werden.

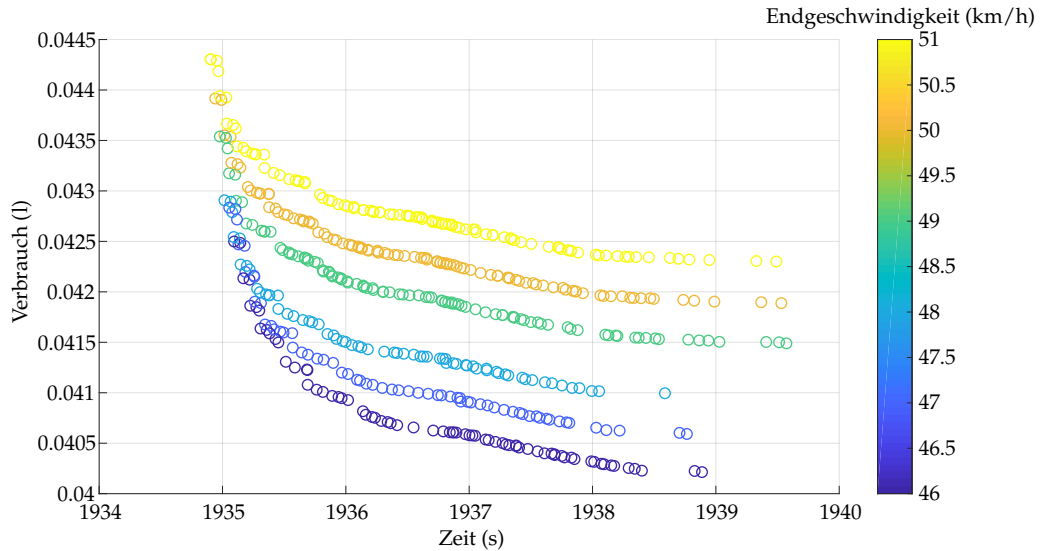


ABBILDUNG 6.2: Paretofront der vektoriellen Optimierung am Ende einer Iteration.

Die Paretofront kann auch ein nützliches Hilfsmittel zur Auswahl einer Lösung sein. So ist in Abbildung 6.2 ein starker Anstieg des Verbrauchs bei Zeiten unterhalb von 1936 s zu erkennen. Davor findet ein vergleichsweise niedriger Anstieg des Verbrauchs in Relation zur Zeiteinsparung statt. Ein Verfahren könnte nun auf

Basis dieses Wissens eine Lösung auswählen, welche im *Knickpunkt* der Paretofront liegt, um eine Fahrstrategie umzusetzen, welche gleichzeitig den Verbrauch und die Fahrzeit optimiert.

Wendet man nun die beschränkte Optimierung in der modellprädiktiven Regelung an, so ergibt sich für die Strecke in Anhang C bei unterschiedlichen Mindestdurchschnittsgeschwindigkeiten der Verbrauch und die resultierende Durchschnittsgeschwindigkeit aus Abbildung 6.3. Es ist zu erkennen, dass es für diese Strecke keinen Vorteil erbringt, langsamer als ca. 63 km/h zu fahren, da selbst bei niedrigeren Mindestdurchschnittsgeschwindigkeiten eine Reduktion der Geschwindigkeit keinen Kraftstoffvorteil erbringt. Es wird immer die geforderte Mindestdurchschnittsgeschwindigkeiten eingehalten. Wird die Anzahl der gespeicherten Teiltrajektorien pro Zeitschritt auf eine maximale Anzahl von 500 unterschiedlichen Lösungen begrenzt, liegt die durchschnittliche Ausführungszeit, auf dem Rechner aus Abschnitt 5.6, bei 101 ms über einem Prädiktionshorizont von 20 Schritten.

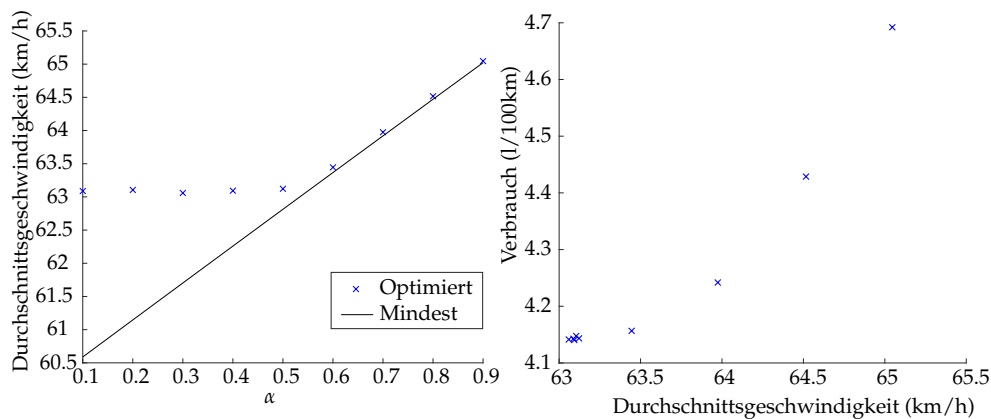


ABBILDUNG 6.3: Verbrauch und durchschnittliche Geschwindigkeit in Abhängigkeit der gewählten Mindestdurchschnittsgeschwindigkeit.

Besonders im Hinblick auf die nächsten beiden Abschnitte ist es wichtig, bei der multikriteriellen Optimierung zu unterscheiden, was bei der Optimierung als Zustand und was als Kosten betrachtet wird. So können Kosten miteinander verglichen werden und niedrigere Kosten sind immer höheren vorzuziehen. Jedoch können nur die Kosten gleicher oder vergleichbarer Zustände miteinander verglichen werden, da über die Vorteilhaftigkeit des Zustands selbst keine Aussage getroffen werden kann.

So kann besonders die Zeit, je nach gewählten Nebenbedingungen, sowohl als Kosten, sowie auch als Zustand betrachtet werden. Dies lässt sich besonders gut in der Bedingung für die Dominanz einer Lösung erkennen. In der hier beschriebenen Optimierung dominiert ein Vektor $\mathbf{a}_1 = (\text{Verbrauch}_1, \text{Zeit}_1, \text{Geschwindigkeit}_1)$ einen Vektor $\mathbf{a}_2 = (\text{Verbrauch}_2, \text{Zeit}_2, \text{Geschwindigkeit}_2)$ wenn gilt

$$\begin{aligned} &\text{Verbrauch}_1 < \text{Verbrauch}_2 \ \& \\ &\text{Zeit}_1 < \text{Zeit}_2 \ \& \\ &\text{Geschwindigkeit}_1 == \text{Geschwindigkeit}_2. \end{aligned}$$

In diesem Fall sind also der Verbrauch und die Zeit Kosten, welche miteinander verglichen werden können und die Geschwindigkeit stellt einen Zustand dar.

6.2 Berücksichtigung zeitlicher Einschränkungen

Neben einer zeitlichen Beschränkung können auch andere Arten von zeitlichen Nebenbedingungen auftreten, welche zum Beispiel durch Ampeln oder andere Verkehrsteilnehmer entstehen. In jedem Schritt n gibt es nun die Forderung, dass die Zeit t_n nicht innerhalb eines unzulässigen Bereichs liegt, welcher zum Beispiel zur Kollision mit einem Fahrzeug oder zum Überfahren einer roten Ampel führen würde. Dies kann durch

$$t_n \leq t_{lb,i} \mid t_n \geq t_{ub,i} \quad \forall i, \quad (6.7)$$

mit den unteren zeitlichen Grenzen $\mathbf{T}_{lb} = (t_{lb,1}, t_{lb,2}, \dots)$ und den oberen zeitlichen Grenzen $\mathbf{T}_{ub} = (t_{ub,1}, t_{ub,2}, \dots)$ beschrieben werden.

Um unnötige Berechnungen einzusparen, kann ausgehend von den gegebenen Einschränkungen vorab der Bereich unzulässiger Zustände (engl.: *infeasible region*) berechnet werden, welcher unweigerlich zur Verletzung der Grenzen führen würde. Dieser unzulässige Bereich lässt sich durch die gegebene Systemdynamik, von den Einschränkungen aus schrittweise zeitlich rückwärts berechnen [88, S. 79].

Beispielhaft seien für zwei Ampeln, bei 1200 m und 2400 m, mit unterschiedlichen Zeitschaltpunkten die zeitlichen Grenzen und der Bereich der unzulässigen Zustände in Abbildung 6.4 rechts unten dargestellt.

6.2.1 Monotonie der Kostenfunktion

Die Betrachtung der Zeit als Zustand ist hier wichtig, um die Optimalität der Lösung sicherzustellen. Dies wird durch die Monotonie der Kostenfunktion verdeutlicht [89]. Ist eine Kostenfunktion monoton, so können nur optimale Teilpfade zu einem optimalen Gesamtpfad führen. Dies ist eine wichtige Voraussetzung für die Dynamische Programmierung, da das Bellmansche Optimalitätsprinzip auf dieser Annahme beruht.

Im Falle von zeitlichen Einschränkungen kann es nun dazu kommen, dass eine Lösung, welche in einem Schritt n nicht-dominant ist, in einem Schritt $n + x$ Teil einer dominanten Lösung ist. Zum Beispiel kann es sinnvoller sein, zu einem späteren Zeitpunkt an einer Stelle anzukommen, um unnötiges Warten und Bremsen vor einer Ampel zu verhindern. Würde in diesem Fall die Zeit als Kosten berücksichtigt, wäre die Kostenfunktion nicht monoton. Für das oben genannte Beispiel mit zwei Ampeln kann nun eine optimale Längsführung berechnet werden, welche die Ampelschaltzeiten berücksichtigt. Diese ist in Abbildung 6.4 in Schwarz dargestellt.

6.2.2 Dominanz bei Berücksichtigung der Zeit als Zustand

Im Gegensatz zur beschränkten Optimierung muss nun die Zeit also als eigener Zustand betrachtet werden, um die Optimalität der Lösung zu gewährleisten. Die Bedingung für die Dominanz einer Lösung lautet also

$$\begin{aligned} \text{Verbrauch}_1 &< \text{Verbrauch}_2 \ \& \\ \text{Zeit}_1 &== \text{Zeit}_2 \ \& \\ \text{Geschwindigkeit}_1 &== \text{Geschwindigkeit}_2 \end{aligned}$$

für zwei Vektoren $\mathbf{a}_1 = (\text{Verbrauch}_1, \text{Zeit}_1, \text{Geschwindigkeit}_1)$ und $\mathbf{a}_2 = (\text{Verbrauch}_2, \text{Zeit}_2, \text{Geschwindigkeit}_2)$.

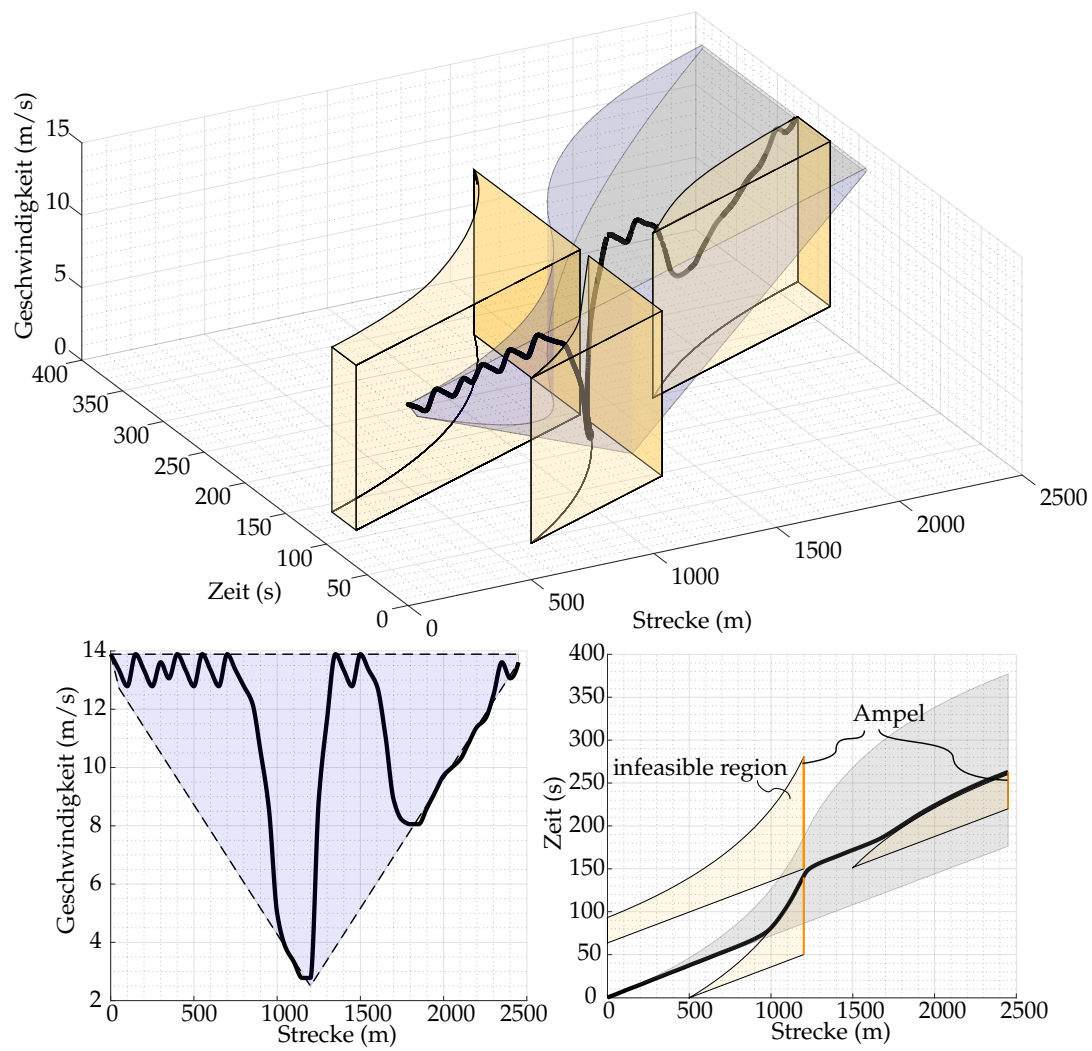


ABBILDUNG 6.4: Veranschaulichung der vorausschauenden Längsführung eines Fahrzeugs mit zeitlichen Abhängigkeiten.

6.2.3 Dominanz bei Berücksichtigung von Zeitintervallen

Wird die Schrittweite der Diskretisierung der Geschwindigkeit beibehalten, so fällt der zeitliche Zustand einer Lösung nicht auf ein festes Raster. Die Zeit zweier Lösungen wird also nur sehr selten identisch sein. Dies führt zu einer sehr hohen Anzahl an möglichen Lösungen in der Paretofront. Um dies zu verhindern, kann deshalb gefordert werden, dass die Zeiten zweier Lösungen nur innerhalb eines Intervalls liegen müssen. Es sei

$$t_{\text{Intervall}} = \left(t_{\min}, t_{\min} + \frac{t_{\max} - t_{\min}}{N_{\text{Intervall}}}, t_{\min} + 2 \frac{t_{\max} - t_{\min}}{N_{\text{Intervall}}}, \dots \right) \quad (6.8)$$

mit der Anzahl an Intervallen $N_{\text{Intervall}}$, $t_{\min} = \min_i (\text{Zeit}_i)$ und $t_{\max} = \max_i (\text{Zeit}_i)$. Die Bedingung für die Dominanz einer Lösung lautet somit

$$\begin{aligned} & \text{Verbrauch}_1 < \text{Verbrauch}_2 \& \\ & \text{Zeit}_1 \geq t_{\text{Intervall},i} \& \text{Zeit}_2 \geq t_{\text{Intervall},i} \& \\ & \text{Zeit}_1 < t_{\text{Intervall},i+1} \& \text{Zeit}_2 < t_{\text{Intervall},i+1} \& \\ & \text{Geschwindigkeit}_1 == \text{Geschwindigkeit}_2 \end{aligned}$$

für $i = 1 \dots N_{\text{Intervall}}$.

6.3 Abbildung zeitlicher Einschränkungen im Geschwindigkeitsband

Wie im vorhergehenden Abschnitt beschrieben können, durch die Berücksichtigung der Zeit als weiteren Zustand zeitliche Einschränkungen in der Optimierung berücksichtigt werden. Dies führt jedoch zu einer erhöhten Rechenzeit, da dadurch der Zustandsraum wächst. Es besteht jedoch ein Zusammenhang zwischen der gefahrenen Geschwindigkeit und dem Zeitpunkt, wann eine gewisse Position erreicht wird. Im Allgemeinen ist dieser Zusammenhang

$$s = \int_0^t v \, dt. \quad (6.9)$$

Für eine zeitliche Einschränkung t_{ub} an einer Position s_{ub} kann die durchschnittliche Mindestgeschwindigkeit, mit welcher gefahren werden muss um diese zu erreichen, berechnet werden aus

$$\bar{v}_{ub} = \frac{s_{ub}}{t_{ub}}. \quad (6.10)$$

Unter der Annahme einer konstanten Beschleunigung, ist diese durch

$$a_{ub} = \frac{2(s_{ub} - v_0 t_{ub})}{t_{ub}^2} \quad (6.11)$$

gegeben. Die ortsabhängige Geschwindigkeit, bei einer Anfangsgeschwindigkeit von v_0 , ist dann

$$v_{ub}(s) = \sqrt{v_0^2 + 2 \int_0^s a_{ub}}. \quad (6.12)$$

Analog kann die Maximalgeschwindigkeit v_{lb} zu jeder zeitlichen Einschränkung t_{lb} berechnet werden.

Das Set an oberen Geschwindigkeitsgrenzen, welche überschritten werden müssen, sei $\mathbf{V}_{ub}(s) = (v_{ub,1}(s), v_{ub,2}(s), \dots)$ und analog dazu das Set an unteren Geschwindigkeitsgrenzen $\mathbf{V}_{lb}(s) = (v_{lb,1}(s), v_{lb,2}(s), \dots)$. In der unteren Geschwindigkeitsgrenze kann zusätzlich zu den zeitlichen Einschränkungen auch das Geschwindigkeitslimit der Strecke enthalten sein.

Es können also die zeitlichen Einschränkungen, unter der Annahme konstanter Beschleunigungen, auch im Geschwindigkeitsband berücksichtigt werden. Für jede Ampelschaltzeit aus dem Beispiel im vorhergehenden Abschnitt kann also eine obere und untere Geschwindigkeit bestimmt werden, welche über- bzw. unterschritten werden muss, um die zeitliche Einschränkung einzuhalten. Diese Geschwindigkeitsgrenzen sind zeitabhängig, verändern sich also mit dem gewählten Steuereingang und müssen somit in jeder Iteration der modellprädiktiven Regelung neu berechnet werden. Für den Startzustand sind so die nicht zulässigen Geschwindigkeitsbereiche in Abbildung 6.5 über die Strecke und über die Zeit dargestellt.

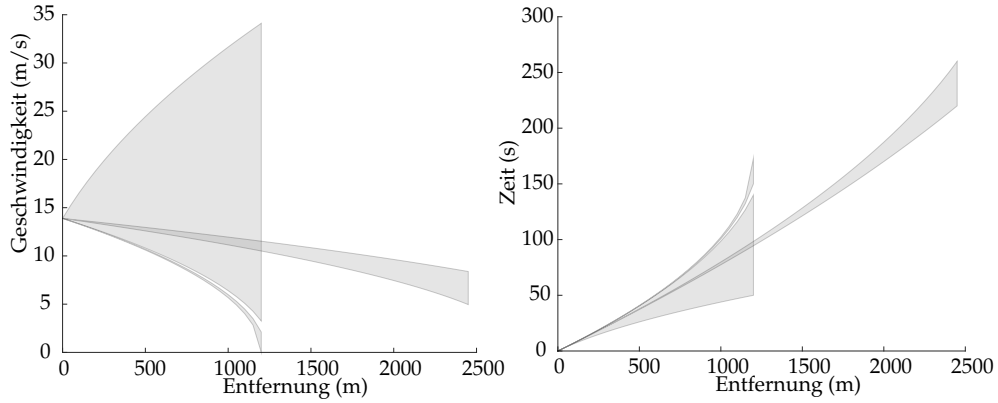


ABBILDUNG 6.5: Infeasible Set über die Strecke (links) und über die Zeit (rechts) bei konstanten Beschleunigungen.

Aus dem Set an Geschwindigkeitsgrenzen muss dann ein zulässiger Geschwindigkeitsbereich für die Optimierung ausgewählt werden. Dies kann durch das in Algorithmus 10 dargestellte Verfahren erfolgen. Der Vektor $\mathbf{g}$ besitzt dabei die gleiche Größe wie $\mathbf{V}_s$ und besitzt den Eintrag $g_n = 1$ wenn $v_{s,n}$ eine obere Geschwindigkeitsgrenze und $g_n = -1$ wenn $v_{s,n}$ eine untere Geschwindigkeitsgrenze beinhaltet. Die Funktion `sortiere(a, b)` sortiert dabei einen Vektor $\mathbf{b}$ anhand der Reihenfolge der Einträge des Vektors $\mathbf{a}$ in absteigender Reihenfolge.

Algorithmus 10 : Dynamisches Geschwindigkeitsband

```

 $\mathbf{V}_s \leftarrow \mathbf{V}_{ub} \cup \mathbf{V}_{lb}$ 
 $\mathbf{g} := (g_1, g_2, \dots)$ 
 $\mathbf{g} \leftarrow \text{sortiere}(\mathbf{V}_s, \mathbf{g})$ 
 $\mathbf{V}_s \leftarrow \text{sortiere}(\mathbf{V}_s, \mathbf{V}_s)$ 
 $h := 1$ 
Für jeden Eintrag  $g_i \in \mathbf{g}$  tue
     $h \leftarrow h + g_i$ 
    wenn  $h == 0$  dann
        return  $(v_{s,i}, v_{s,i+1})$ 

```

In Abbildung 6.6 sind die oberen und unteren Geschwindigkeitsgrenzen für einen Schritt im Voraus der aktuellen Iteration dargestellt. Es ist zu erkennen, dass durch das dynamische Geschwindigkeitsband automatisch die Geschwindigkeit reduziert wird, um die zeitlichen Einschränkungen einzuhalten. Sofern keine zeitlichen Einschränkungen mehr vorhanden sind, findet die Optimierung wieder mit der zulässigen maximalen Geschwindigkeit und der parametrisierten Geschwindigkeitsbandgröße statt. Im Vergleich zur Optimierung in Abschnitt 6.2 ergibt sich so ein kleiner Geschwindigkeitsbereich und die Optimierung hat nur die Geschwindigkeit als einzigen Zustand.

Da nun zeitliche Einschränkungen bereits im Geschwindigkeitsband enthalten sind, wird nur die Geschwindigkeit als Zustand betrachtet, was sich auch in der Bedingung

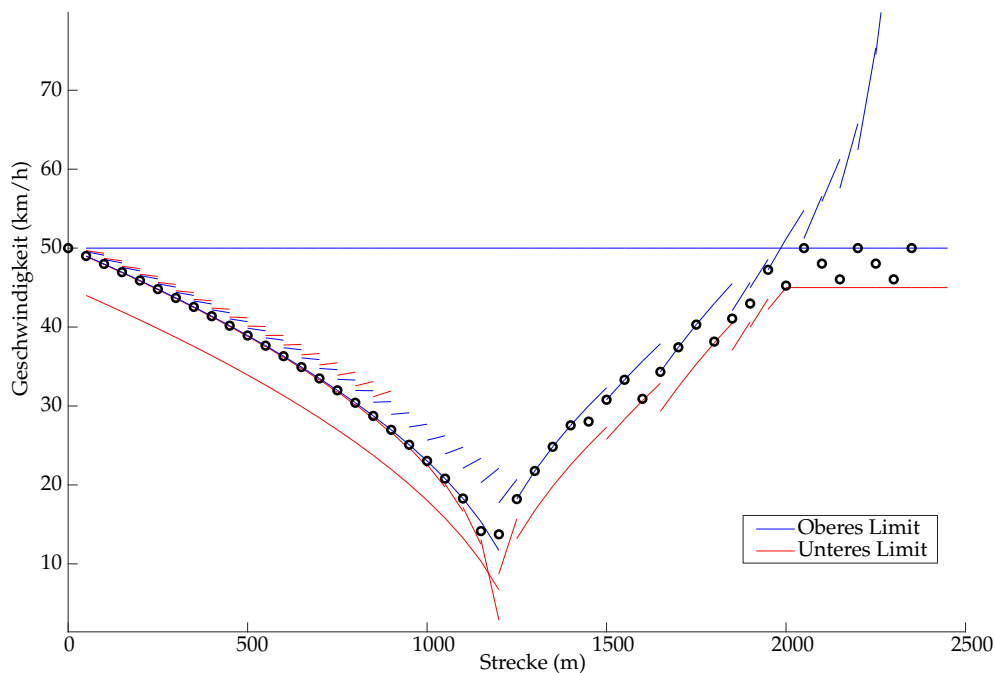


ABBILDUNG 6.6: Einschnitt Vorausschau des dynamischen Fahrbandes und gefahrte Geschwindigkeit (schwarze Kreise).

für die Dominanz einer Lösung widerspiegelt

$$\begin{aligned} &\text{Verbrauch}_1 < \text{Verbrauch}_2 \ \& \\ &\text{Geschwindigkeit}_1 == \text{Geschwindigkeit}_2. \end{aligned}$$

Mit der Geschwindigkeit als einzigen Zustand und dem Verbrauch als Kosten reduziert sich das Optimierungsproblem somit wieder auf eine skalare Optimierung. Dies führt zu sehr kurzen Berechnungszeiten von durchschnittlich 4,5 ms für eine Prädiktion von 20 Schritten im Vergleich zu 1,43 s bei Berücksichtigung der Zeit als eigenen Zustand. Der Verbrauch steigt dabei von 4,24 l/100km auf 4,56 l/100km an. Mit dem Verbrauch steigt auch die benötigte Zeit für die Strecke von 4,25 min auf 4,49 min an. Bei Berücksichtigung der Zeit als Zustand werden also sowohl Kraftstoff eingespart, als auch eine kürzere Fahrtdauer erreicht, jedoch auf Kosten einer höheren Rechenzeit.

6.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde aufgezeigt, wie zeitliche Abhängigkeiten bei der Berechnung der vorausschauenden Längsführung berücksichtigt werden können. Dabei wurde zwischen zwei Arten von zeitlichen Abhängigkeiten unterschieden. Zeitliche Beschränkungen, d. h. Beschränkungen der maximalen Zeit für einen Streckenabschnitt, können durch Berücksichtigung der Zeit in einer vektoriellen Kostenfunktion in das Optimierungsproblem eingebracht werden. Im Gegensatz zur skalaren Optimierung in Kapitel 5 ist dann auch das Optimierungsproblem ein vektorielles. Die Lösung der Optimierung ergibt dann eine Menge an dominanten Lösungen, aus denen eine ausgewählt werden kann.

Zeitliche Einschränkungen, wie zum Beispiel durch Ampeln oder andere Verkehrsteilnehmer, können durch die Berücksichtigung der Zeit als weiteren Zustand abgebildet werden. Auch hier findet dann eine vektorielle Optimierung statt. Durch den zusätzlichen Zustand steigt jedoch auch der Rechenaufwand stark an. Als Alternative können deshalb die zeitlichen Einschränkungen auch im Geschwindigkeitsband berücksichtigt werden. Durch die Abbildung der Einschränkungen bereits im Geschwindigkeitsband wird das Optimierungsproblem wieder auf eine skalare Optimierung reduziert. Die somit bestimmte vorausschauende Längsführung erzielt zwar einen leicht höheren Kraftstoffverbrauch und benötigt länger für das betrachtete Szenario, die Rechenzeit sinkt jedoch erheblich.

Kapitel 7

Anwendung der vorausschauenden Längsführung mit zeitabhängigen Nebenbedingungen am Beispiel eines LKWs

In diesem Kapitel wird die Anwendung der vorausschauenden Längsregelung mit zeitabhängigen Nebenbedingungen am Beispiel eines LKWs gezeigt. Die Anwendung besteht darin, einen LKW über eine gegebene Strecke, deren Höhen- sowie Kurvenverlauf bekannt ist, zu betreiben, sodass dieser innerhalb einer vorgegebenen Höchstzeit im Ziel eintrifft. Dabei dürfen Grenzwerte für die maximale Geschwindigkeit, das Verbrennungsluftverhältnis und die maximale Turbodrehzahl nicht überschritten werden. Der LKW soll möglichst effizient betrieben werden, d. h. für die Strecke möglichst wenig Kraftstoff verbrauchen. Die Anwendung entstammt dem Benchmarkproblem, welches in [90] beschrieben ist. Die Ergebnisse des Benchmarks, einschließlich des hier beschriebenen Verfahrens, finden sich in [91].

7.1 Modellbeschreibung

7.1.1 Motormodell

Das Fahrzeugmodell besteht aus einem Diesel-Verbrennungsmotor mit einem Variable-Turbinengeometrie-Lader, wie in [92] beschrieben.

Der Zustandsvektor des Motormodells ist durch

$$\mathbf{x} = (p_{im}, p_{em}, X_{Oim}, X_{Oem}, \omega_t, \tilde{u}_{egr1}, \tilde{u}_{egr2}, \tilde{u}_{vgt})^T, \quad (7.1)$$

mit dem Ansaugkrümmerdruck (engl: *intake manifold pressure*) p_{im} , dem Abgaskrümmerdruck (engl: *exhaust manifold pressure*) p_{em} , dem Sauerstoffmasseanteil X_{Oim} im Ansaugkrümmer, dem Sauerstoffmasseanteil X_{Oem} im Abgaskrümmer, die Turboladerdrehzahl ω_t sowie drei Zuständen, welche die Aktuatorodynamik des Abgasrückführventils $\tilde{u}_{egr1}$ und $\tilde{u}_{egr2}$ und des Variable-Turbinengeometrie-Laders $\tilde{u}_{vgt}$ beschreiben [92].

Die Dynamik des Systems ist über die Funktion

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, n_e) \quad (7.2)$$

gegeben, wobei n_e die Motordrehzahl darstellt und im System als gemessene Störgröße behandelt wird, mit den Steuergrößen

$$\mathbf{u} = (u_\delta, u_{egr}, u_{vgt})^T, \quad (7.3)$$

mit der zugeführten Kraftstoffmasse je Zyklus und Zylinder u_δ , der Abgasrückführventilsollstellung u_{egr} und der Variable-Turbinengeometrie-Lader Aktuatorposition u_{vgt} . [92] Die Dynamik des Modells sei gegeben durch

$$\frac{d}{dt} p_{im} = \frac{R_a T_{im}}{V_{im}} (\dot{m}_c + \dot{m}_{egr} - \dot{m}_{ei}) \quad (7.4)$$

$$\frac{d}{dt} p_{em} = \frac{R_e T_{em}}{V_{em}} (\dot{m}_{eo} - \dot{m}_t - \dot{m}_{egr}) \quad (7.5)$$

$$\frac{d}{dt} X_{O,im} = \frac{R_a T_{im}}{p_{im} V_{im}} ((X_{O,em} - X_{O,im}) \dot{m}_{egr} + (X_{O,c} - X_{O,im}) \dot{m}_c) \quad (7.6)$$

$$\frac{d}{dt} X_{O,em} = \frac{R_e T_{em}}{p_{em} V_{em}} (X_{O,e} - X_{O,em}) \dot{m}_{eo} \quad (7.7)$$

$$\frac{d}{dt} \omega_t = \frac{1}{J_{tc} \omega_t} (\dot{W}_t \eta_m - \dot{W}_c) \quad (7.8)$$

gemäß [93]. Die Turboladerdrehzahländerung hängt von der Trägheit der Turbine J_{tc} , der von der Turbine bereitgestellten Leistung $\dot{W}_t$ und der Leistung $\dot{W}_c$ ab, welche benötigt wird, den Kompressor zu betreiben. Die mechanische Effizienz des Turboladers wird durch η_m berücksichtigt.

7.1.2 Kupplung und Getriebe

Das Kupplungs- und Getriebemodell beschreibt ein ideales Getriebe mit Reibkupplung, mit einer benötigten Zeit für den Gangwechsel von 2 s [94]. Die Gangwahl findet mittels der Gangsollvorgabe u_g statt.

7.1.3 Fahrzeugmodell

Das Antriebsmoment M_A des Fahrzeugs entspricht

$$M_A = M_e - M_b = F_A r_{stat} \quad (7.9)$$

wobei M_e das vom Motor zur Verfügung gestellte Moment am Ausgang der Kupplung und M_b dem Bremsmoment entspricht.

Das Bremsmoment wird hier durch

$$M_b = M_{b,max} u_b \quad (7.10)$$

gegeben, mit der Bremspedalvorgabe u_b und dem maximalen Bremsmoment $M_{b,max}$.

Die Längsdynamik des Fahrzeugs ist vereinfacht durch

$$m \frac{dv}{dt} = F_A - F_R - F_L - F_S \quad (7.11)$$

beschrieben, mit dem Rollwiderstand F_R , dem Luftwiderstand F_L und dem Steigungswiderstand F_S . [94]

7.2 Optimierungsproblem

Das Optimierungsproblem besteht nun darin, die Aktuatoren $\mathbf{u} = (u_g, u_\delta, u_{vgt}, u_{egt}, u_b)$ des Fahrzeugs zu regeln. Das Fahrzeug soll dabei eine gegebene Fahrmission mit der Startgeschwindigkeit v_{start} , der geforderten Durchschnittsgeschwindigkeit v_{des} , der Steigung entlang der Strecke $\theta(s)$ und der Fahrzeugmasse m erfüllen, so dass

1. die Durchschnittsgeschwindigkeit v_{des} über die gesamte Strecke am Zeitpunkt T des Missionsendes nicht unterschritten wird,
2. das Geschwindigkeitslimits, welches mit 91 km/h über die gesamte Strecke angegeben ist, eingehalten wird,
3. der Motor nicht übermäßig rußt, d. h. einen Lambdawert von $\lambda \geq 1.3$ hat und
4. der Turbolader sich nicht schneller als 110000 U/min dreht, um eine Beschädigung zu verhindern.

Neben der Einhaltung der oben genannten Nebenbedingungen soll die verbrauchte Kraftstoffmasse m_f , welche zur Erfüllung der Mission benötigt wird, minimiert werden. Das Optimierungsproblem kann nun nach [91] wie folgt formuliert werden

$$\min \quad \int_0^T \dot{m}_f dt \quad (7.12)$$

$$\text{so dass} \quad \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (7.13)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (7.14)$$

$$\mathbf{u}_{min} \leq \mathbf{u} \leq \mathbf{u}_{max} \quad (7.15)$$

$$\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq 1.3 \quad (7.16)$$

$$n_t \leq 110000 \text{ U/min} \quad (7.17)$$

$$v \leq 91 \text{ km/h} \quad (7.18)$$

$$s(T)/T \geq v_{des}. \quad (7.19)$$

Die Nebenbedingungen (7.13) und (7.14) können durch die geeignete Wahl des Systemmodells und des Startzustandes in der Optimierung berücksichtigt werden. Die Zustandsbeschränkung (7.18) und die Beschränkung der Steuergrößen (7.15) können bei Verwendung der Dynamischen Programmierung durch Beschränkung des Zustandsraums sowie der zulässigen Steuergrößen berücksichtigt werden. Die Forderung der Einhaltung einer Mindestdurchschnittsgeschwindigkeit erfordert es jedoch, wie in Kapitel 6 beschrieben, die benötigte Zeit für eine Strecke explizit in der Optimierung zu berücksichtigen. Die Einhaltung der Mindestdurchschnittsgeschwindigkeit entspricht hierbei der Beschränkung einer Ressource. Dies kann, wie in Kapitel 6.1 beschrieben, durch Verwendung einer vektoriellen Kostenfunktion mit den Kosten Kraftstoff- und Zeitverbrauch bei der Optimierung geschehen.

Die Nebenbedingungen (7.16) und (7.17) wirken auf sehr dynamische Prozesse. Eine Berücksichtigung dieser Nebenbedingungen in der modellprädiktiven Regelung würde zu einem erhöhten Zustandsraum und einer kleinen benötigten Schrittweite führen, um die im Vergleich schnelle Dynamik dieser Zustände zu berücksichtigen. Deshalb wird die Einhaltung in dieser Arbeit durch unterlagerte Regler realisiert.

7.3 Reglerstruktur

Die Reglerstruktur besteht, wie in Abbildung 7.1 dargestellt, somit aus einem modellprädiktiven Regler, welcher ein Motorsollmoment $M_{e,ref}$ und die Gangsollvorgabe u_g bestimmt. Ein unterlagerter Geschwindigkeitsregler regelt das Bremsmoment durch u_b und limitiert das Motorsollmoment $M_{e,ref}$. Das limitierte Motormoment $M_{e,set}$ dient zum Ausgleich von Modellungenauigkeiten in der prädiktiven Regelung, sodass bei Aktuierung der Bremse kein Motormoment gefordert wird. Schließlich wird durch einen Aktuatorregler die Sollvorgaben für den Variable-Turbinengeometrie-Lader u_{vgt} , das Abgasrückführventil u_{egr} und die Kraftstoffeinspritzmenge u_δ geregelt.

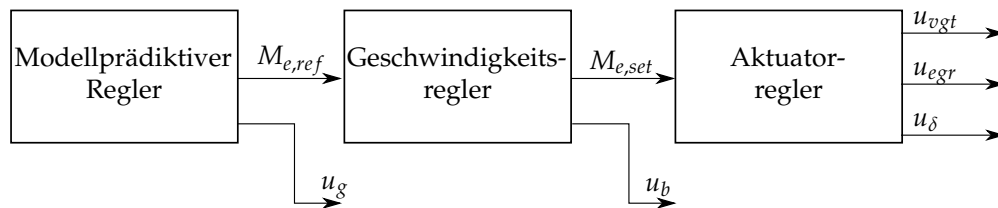


ABBILDUNG 7.1: Regelstruktur des modellprädiktiven Reglers. Quelle: In Anlehnung an [91]

7.3.1 Aktuatorregler

Der Aktuatorregler regelt die Sollvorgaben des Abgasrückführventils u_{egr} , des Variable-Turbinengeometrie-Laders u_{vgt} und die Kraftstoffeinspritzmenge u_δ . Das primäre Ziel des Aktuatorreglers ist, ein Rußen des Motors (7.16) und eine überhöhte Drehzahl des Turboladers (7.17) zu verhindern. Zusätzlich sorgt der Aktuatorregler dafür, die Momentensollvorgabe $M_{e,set}$ des Motors so effizient wie möglich umzusetzen. Die Struktur des Aktuatorreglers ist in Abbildung 7.2 dargestellt. Die Momentensollvorgabe

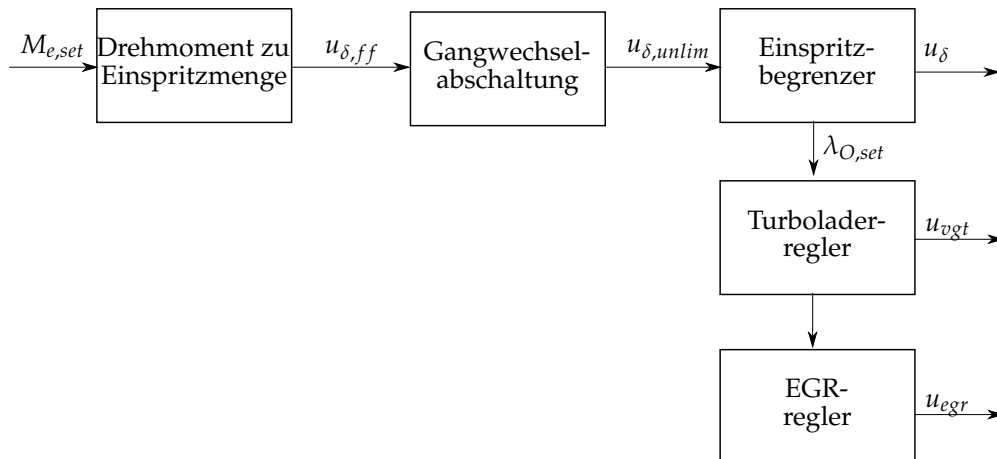


ABBILDUNG 7.2: Struktur des Aktuatorreglers. Quelle: In Anlehnung an [91]

be wird zuerst in eine Einspritzmenge $u_{\delta,ff}$ umgerechnet. Bei Gangwechsel wird eine unnötige Kraftstoffeinspritzung durch die Gangwechselabschaltung unterdrückt. Anschließend wird die Einspritzmenge $u_{\delta,unlim}$ aus der Gangwechselabschaltung limitiert, sodass ein Rußen verhindert wird. Um Pumpverluste im Turbolader zu

minimieren, wird der Lambdareferenzwert $\lambda_{O,set}$ so gewählt, dass die mögliche Einspritzmenge u_δ , ohne Nebenbedingung (7.16) zu verletzen, der kommandierten Einspritzmenge $u_{\delta,unlim}$ entspricht. Das heißt, dass die Turboladerdrehzahl so niedrig wie möglich gehalten und dabei dem Motor trotzdem genug Sauerstoff für die geforderte Leistung zugeführt wird, um ein Rußen zu verhindern.

Die Regelung des Abgasrückführventils u_{egr} und des Variable-Turbinengeometrie-Laders u_{vgt} kann, wie in [95] beschrieben, durch zwei PID-Regler erfolgen. Da Stickoxidemissionen in der Auswertung nicht berücksichtigt wurden, wird zur Vereinfachung nur ein PID-Regler zur Regelung des Variable-Turbinengeometrie-Laders verwendet

$$u_{vgt} = -\text{PID}(\lambda_{O,set} - \lambda_O). \quad (7.20)$$

7.3.2 Geschwindigkeitsregler

Der Geschwindigkeitsregler verhindert eine Überschreitung der maximal erlaubten Geschwindigkeit durch Reduktion des Motormoments. Sollte eine Reduktion des Motormoments nicht ausreichen, zum Beispiel bei starken Gefällen, so kann zusätzlich ein Bremsmoment angefordert werden. Durch den Geschwindigkeitsregler können Modellungenauigkeiten im modellprädiktiven Regler ausgeglichen und eine zeitlich höher abgetastete Regelung des Bremsmoments erzielt werden.

7.3.3 Modellprädiktiver Regler

Der modellprädiktive Regler besteht, wie in Abbildung 7.3 dargestellt, aus einer Steigungsbestimmung, welche für einen gewissen vorausliegenden Streckenabschnitt das Steigungsprofil θ bestimmt. Das Steigungsprofil und der aktuelle Systemzustand wird dann im Optimierer genutzt um eine Steuerfolge, in Form von Sollgeschwindigkeiten und Gangsollvorgaben, zu berechnen. Die Gang- und Momentenwahl bestimmen dann aus den Sollvorgaben den für diesen Zeitschritt gültigen Steuereingang.

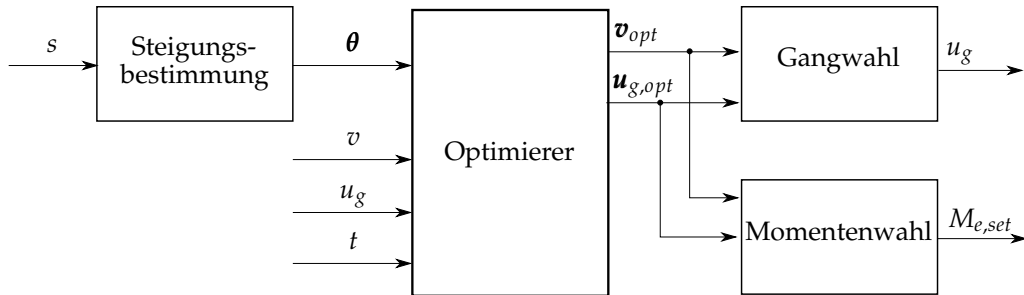


ABBILDUNG 7.3: Struktur des modellprädiktiven Reglers. Quelle: In Anlehnung an [91]

Optimierer

Der Optimierer bestimmt, wie in Kapitel 6.1.3 beschrieben, eine für den Prädiktionshorizont optimale Steuerfolge unter Berücksichtigung der zeitlichen Einschränkung, dass eine Minstdurchschnittsgeschwindigkeit erreicht werden soll. Das Minimierungsproblem kann wie folgt formuliert werden

$$\mathbf{u}^* = \arg \min_{\mathbf{c}} J(\mathbf{c}) = \arg \min_{\mathbf{c}} \left(\sum_{k=0}^{N-1} \underline{\phi}(\mathbf{c}_k) \right), \quad (7.21)$$

mit

$$\mathbf{c} = \{\mathbf{u}_0^T, \mathbf{u}_1^T, \dots, \mathbf{u}_{N-1}^T\} \quad (7.22)$$

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} v \\ u_g \end{pmatrix} \quad (7.23)$$

$$\underline{\phi} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta t}{2} (\dot{m}_f(t) + \dot{m}_f(t + \Delta t)) \\ \Delta t \end{pmatrix} \quad (7.24)$$

$$(7.25)$$

Die Einhaltung der Mindestdurchschnittsgeschwindigkeit lässt sich durch die Beschränkung eines Kostenterms umsetzen, wie in (4.38). Lösungspunkte, welche die Ungleichung

$$J_k^2 + (N - k) \cdot \frac{\Delta s}{v_{max}} \leq N \cdot \Delta s \cdot \frac{t_{remain}}{s_{remain}} \quad (7.26)$$

nicht erfüllen, werden dabei von der Pareto-Front entfernt. Die linke Seite der Ungleichung beschreibt die Zeit, welche bis zum Ende des Prädiktionshorizonts von der ausgehenden Lösung mit maximal möglicher Geschwindigkeit v_{max} benötigt würde. Die rechte Seite bestimmt die maximale Dauer, die für die Überwindung des Prädiktionshorizonts N aufgewendet werden darf, um die Durchschnittsgeschwindigkeit für die verbleibende Strecke, gegeben durch die übrigbleibende Zeit t_{remain} und Strecke s_{remain} , nicht zu überschreiten.

Steigungsbestimmung

Der Steigungsverlauf θ im Prädiktionshorizont wird durch die Steigungsbestimmung ermittelt. Liegen prädiktive Streckendaten vor, so werden diese an den jeweiligen Stützstellen interpoliert. Falls keine Steigungsinformationen vorliegen wird mithilfe eines Neuronalen Netzes, ausgehend von der aktuellen Steigung, ein Steigungsverlauf prädiziert. Dazu wurde das Neuronale Netz an zuvor aufgenommenen Streckendaten trainiert. Als Eingang für das Netz dient die aktuelle Steigung, sowie die Steigung vor einem Diskretisierungsschritt, welche in einem Zwischenspeicher gespeichert wurde. Ausgang ist ein Vektor mit prädizierten Steigungen an den jeweiligen Stützstellen über den Prädiktionshorizont. Das Netz hat eine versteckte Schicht, mit gleicher Dimension N wie der Ausgangsvektor.

7.4 Ergebnisse

Um die Eignung eines prädiktiven Reglers für diesen Anwendungsfall zu bewerten, werden unterschiedliche Regelstrategien verglichen. Ausgehend vom implementierten Referenzregler, wurde der modellprädiktive Regler mit und ohne prädiktiven Streckendaten evaluiert. Zudem wurde der modellprädiktive Regler ohne Vorausschau, d. h. mit einem Prädiktionshorizont von $N = 1$, ausgeführt, um den Effekt prädiktiver Daten auf das Ergebniss bewerten zu können. Die Ergebnisse der unterschiedlichen Regelstrategien sind in Tabelle 7.1 aufgeführt.

Der modellprädiktive Regler erzielt den niedrigsten Verbrauch und schafft es, alle Nebenbedingungen zu erfüllen. Die Referenz unterschreitet hingegen die Mindestdurchschnittsgeschwindigkeit und führt im Betrieb zum Rußen des Motors. Ohne

prädiktive Streckendaten kann mithilfe der Steigungsprädiktion durch das Neuronale Netze die Regelung alle Nebenbedingungen erfüllen, der Verbrauch steigt dabei im Vergleich zur modellprädiktiven Regelung mit prädiktiven Streckendaten um ca. 1 l/100km an. Wird keine Vorausschau verwendet, d. h. der Prädiktionshorizont $N = 1$ gesetzt, so kann die Mindestdurchschnittsgeschwindigkeit nicht mehr eingehalten werden. Ohne Vorausschau wird im Vergleich am meisten Kraftstoff benötigt.

TABELLE 7.1: Ergebnisse der Längsführung zum Betrieb eines LKWs

	Verbrauch (l/100km)	Durchschnittsgeschwindigkeit (km/h)	Kein Rufen	Turboladergeschwindigkeit	Maximalgeschwindigkeit
Referenz	34,76	79,64	nein	ja	nein
Modellprädiktiver Regler	34,36	80,05	ja	ja	ja
Mit Steigungsprädiktion	35,51	80,28	ja	ja	ja
Ohne Vorausschau (N=1)	36,38	79,84	ja	ja	ja

In Abbildung 7.4 ist der Geschwindigkeitsverkauf und die dazugehörige Gangwahl des modellprädiktiven Reglers gegenüber der Referenzimplementierung dargestellt. Im Vergleich zur Referenzimplementierung wird ein Überschreiten der Maximalgeschwindigkeit, wie um Kilometer 30 oder am Ende der Strecke, verhindert. Ebenso werden starke Geschwindigkeitsabfälle, wie bei Kilometer 16 oder 22 reduziert. Wie bei der Gangwahl erkennbar, nutzt die modellprädiktive Regelung Segeln während Gefälle aus. Ebenso wird ein Herunterschalten der Gänge, wie bei Kilometer 6 zu erkennen, reduziert.

In Abbildung 7.5 sind die dazugehörigen Stellgrößen des Variable-Turbinengeometrie-Laders, die Lambdawerte und die Motordrehmomente über die Motordrehzahl dargestellt. Im Vergleich zur Referenzimplementierung wird der Lambdawert von 1,3 nie unterschritten. In Bereichen, in denen der Lambdawert niedrig wird, wird durch Regelung des Variable-Turbinengeometrie-Laders die Luftzufuhr durch Erhöhung der Turboladergeschwindigkeit erhöht, um so ein Unterschreiten zu verhindern. Gleichzeitig wird sichergestellt, dass das geforderte Drehmoment bestmöglich umgesetzt werden kann.

Durch Nutzen des Segelbetriebs werden mehr Drehmomentpunkte im Leerlauf angefahren. Ebenso werden Bereiche mit hoher Motorbremse, im Vergleich zur Referenzimplementierung, reduziert. Diese befinden sich bei Drehzahlen größer 1000 Umdrehungen/min im negativen Drehzahlbereich. Zusätzlich reduziert der modellprädiktive Regler den Betrieb des Motors bei hohen Drehzahlen im Teillastbereich, siehe die Drehmomentpunkte bei 1000 Nm bei Drehzahlen größer 1200 Umdrehungen/min. Durch die Reduktion des Herunterschaltens wird der Drehzahlbereich

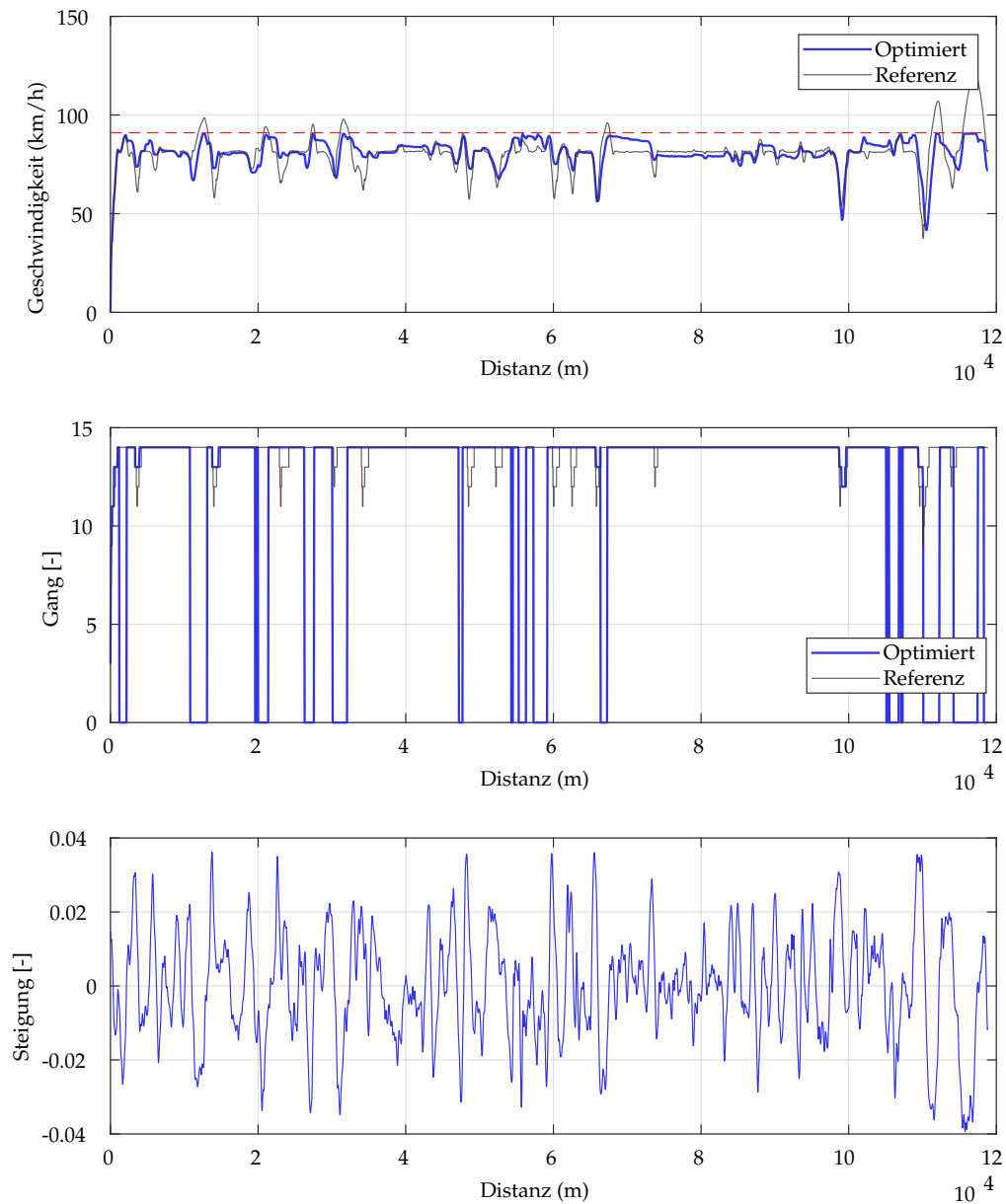


ABBILDUNG 7.4: Geschwindigkeit und Gangwahl des modellprädiktiven Reglers im Vergleich zur Referenzimplementierung.

zwischen 900 Umdrehungen/min und 1100 Umdrehungen/min aufgeweitet. Die Referenzimplementierung nutzt hier am häufigsten den Bereich um 1050 Umdrehungen/min.

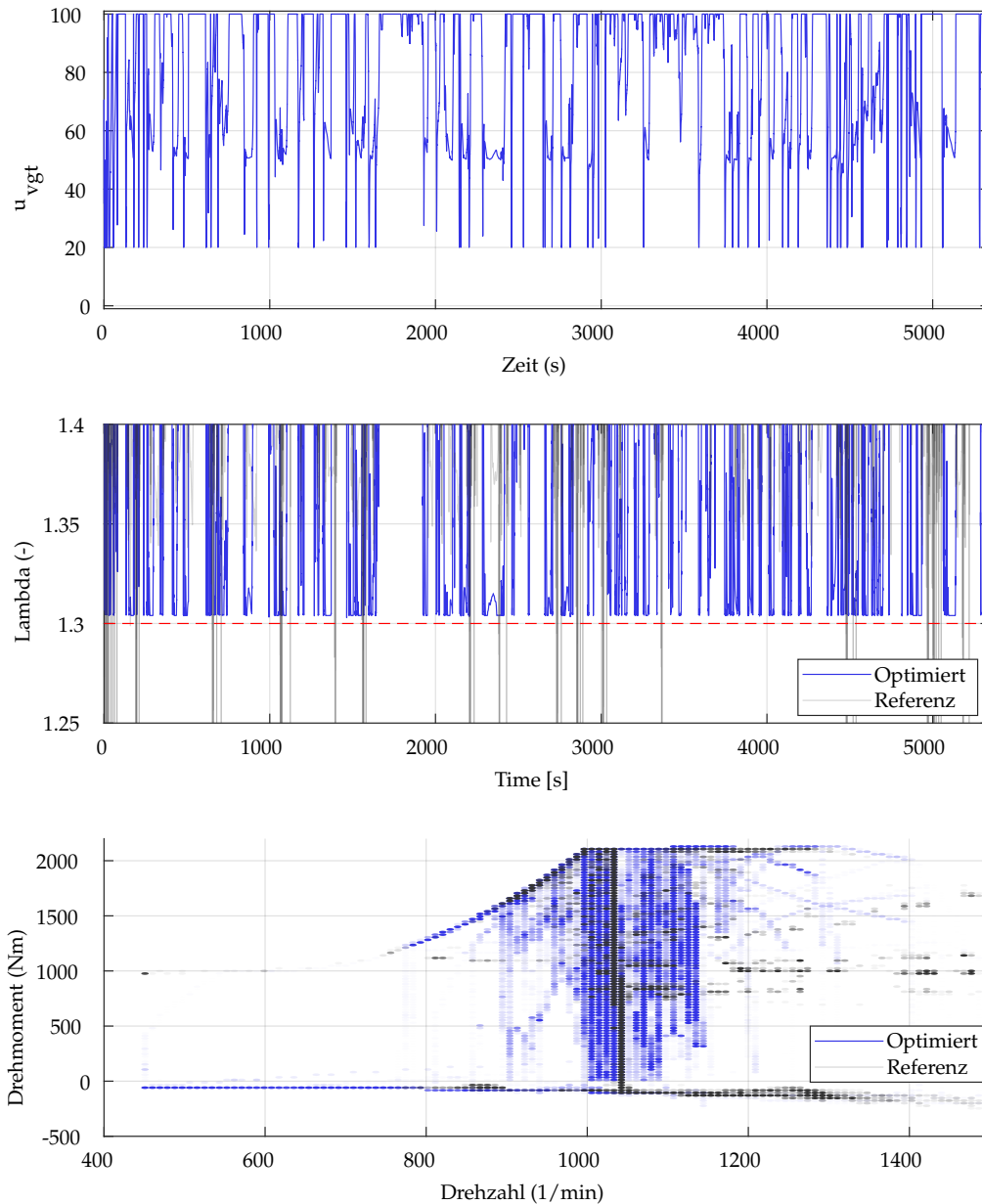


ABBILDUNG 7.5: Variable-Turbinengeometrie-Lader Stellgröße, Lambda-werte und Motordrehmomente des modellprädiktiven Reglers im Vergleich zur Referenzimplementierung.

7.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde gezeigt, wie ein modellprädiktiver Regler zur Optimierung des Kraftstoffverbrauchs eines LKWs verwendet werden kann. Die Kraftstoffeinsparungen wurden am Beispiel eines Benchmarkproblems dargestellt. Die Berücksichtigung einer Mindestdurchschnittsgeschwindigkeit wurde durch Verwendung einer beschränkten Pareto-Optimierung erzielt. Im Vergleich zur Referenzimplementierung

konnten so alle Nebenbedingungen des Optimierungsproblems eingehalten werden, bei gleichzeitiger Minimierung des Kraftstoffverbrauchs. Als Fallback-Lösung, falls keine prädiktiven Streckendaten vorliegen, wurden das Steigungsprofil durch ein zuvor trainiertes Neuronales Netz geschätzt. Im Vergleich stieg so der Kraftstoffverbrauch zwar an, lag jedoch immer noch unterhalb des Kraftstoffverbrauchs im Vergleich zu einer Regelung ohne Verwendung prädiktiver Streckendaten.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

Die vorausschauende Längsführung bietet eine flexible Lösung zur Reduktion des Kraftstoffverbrauchs bei Kraftfahrzeugen, welche keine Änderungen von Bauteilen bedingt. Die Reduktion wird also allein durch den intelligenteren Betrieb, auf Basis eines Modells des Systems und der vorausliegenden Strecke, bestimmt.

Diese Optimierung basiert auf der Kenntnis und der Möglichkeit der Simulation des Systems. Die Simulation dynamischer Systeme beruht auf Verfahren der numerischen Integration, wie den Einschrittverfahren, welche in Kapitel 2 behandelt wurden. Die Wahl des Einschrittverfahrens und dessen Schrittweite geben wichtige Aussagen über die numerische Stabilität und eine Fehlerabschätzung bei der Simulation des Systems.

Zur Simulation des Systems wurde ein Fahrzeugmodell mittels der Fahrwiderstände bestimmt. Zur Ermittlung des Kraftstoffverbrauchs bei Fahrzeugen mit Verbrennungsmotoren und dem Energieverbrauch bei batterieelektrischen Fahrzeugen ist zusätzlich ein Verbrauchsmodell des Antriebs notwendig. Das Willans Linien Modell bietet dabei eine Approximation für viele Antriebskomponenten.

Zur Optimierung dieses Systems können unterschiedliche Verfahren der Optimalsteuerung, welche in Kapitel 4 behandelt wurden, verwendet werden. In dieser Arbeit wurden unterschiedliche direkte Verfahren und die Dynamische Programmierung vorgestellt. Anders als bei der Dynamischen Programmierung, müssen diskrete Optimierungsgrößen bei den direkten Verfahren besonders berücksichtigt werden. Diese müssen erst, zum Beispiel durch Konvexifizierung, in ein kontinuierliches Problem umgewandelt werden. Die Verfahren der Optimalsteuerung können dann im Kontext einer modellbasierten prädiktiven Regelung im Fahrzeug verwendet werden.

Die Kraftstoffersparnis der vorausschauenden Längsführung ist von unterschiedlichen Faktoren abhängig. Zum einen hängt diese von der Umsetzung der vorausschauenden Längsführung ab, aber auch vom Fahrzeug selbst. Zur Analyse dieser Einflüsse wurden zuerst für unterschiedliche Parameter die Kraftstoffverbräuche mittels der Dynamischen Programmierung ermittelt. Besonders die maximalen und minimalen Verzögerungen in den Verzögerungsphasen, sowie das Verwenden von Segeln haben dabei einen großen Einfluss. Zur Untersuchung des Einflusses unterschiedlicher Fahrzeugklassen wurde ein lineares Modell der Fahrzeugparameter in Abhängigkeit der Fahrzeugmasse verwendet. So konnte für unterschiedliche Fahrzeugklassen die Verbrauchersparnis bestimmt werden. Besonders bei schwereren Fahrzeugen wirkt sich die vorausschauende Längsführung positiv aus. Bei batterieelektrischen Fahrzeugen ist die Energieersparnis aufgrund des über weite Betriebsbereiche hohen Wirkungsgrads des Antriebs weniger ausgeprägt.

Die Umsetzung der vorausschauenden Längsführung kann mit den vorgestellten Optimierungsverfahren erfolgen. Aufgrund der geringen Anzahl an Systemzuständen und der diskreten Entscheidungsvariablen des Segelns empfiehlt sich eine Umsetzung mittels der Dynamischen Programmierung. Besonders wenn die Kosten vorab berechnet werden, konnte eine Längsführung mit sehr geringem Rechenzeitbedarf entwickelt werden.

Zeitliche Beschränkungen, wie sie entstehen, wenn eine Mindestdurchschnittsgeschwindigkeit gefordert wird, können durch eine multikriterielle Dynamische Programmierung berücksichtigt werden. Die Zeit wird dafür als zusätzlicher Kostenterm in der nun vektoriellen Kostenfunktion berücksichtigt. Einschränkungen der Zeit, zum Beispiel durch Ampeln oder andere Verkehrsteilnehmer, können auch durch eine Berücksichtigung der Zeit als weiteren Zustand des Systems abgebildet werden. In beiden Fällen wandelt dies das zuvor skalare Optimierungsproblem in ein multikriterielles Optimierungsproblem um, wodurch der benötigte Rechenbedarf steigt. Unter der Annahme konstanter Beschleunigungsvorgänge können die zeitlichen Nebenbedingungen jedoch auch im Geschwindigkeitsband abgebildet werden. Dadurch kann wieder die skalare Optimierung angewendet werden, der Lösungsraum wird jedoch stark eingeschränkt, was höhere Verbräuche im Vergleich zur optimalen Lösung bewirkt.

Eine mögliche Weiterentwicklung der Arbeit besteht in der Ableitung eines Reglers zur Umsetzung der vorausschauenden Längsführung, der auf den Ergebnissen der Optimalsteuerung basiert. Insbesondere könnte ein nicht optimierungsbasierter Ansatz untersucht werden, da ein solcher Regler im Betrieb weniger Rechen- und Speicherressourcen erfordert und dadurch kostengünstig auf bestehenden Steuergeräten implementiert werden könnte. Gleichzeitig würde eine einfache Implementierung die Wartbarkeit verbessern. Dabei bietet sich die Entwicklung sowohl klassischer Regelverfahren als auch der Einsatz von Reinforcement Learning zur Regleroptimierung an.

Ein weiterer Schritt könnte die praktische Erprobung der vorausschauenden Längsführung im Fahrversuch sein. Hierdurch ließen sich wertvolle Erkenntnisse über die Kundenakzeptanz gewinnen. Diese Tests könnten spezifische Grenzen für maximale und minimale Verzögerungen, Änderungsraten der Beschleunigung sowie weitere Komfort- und Fahrerlebensparameter aufzeigen. Diese Grenzwerte könnten sowohl fahrzeugspezifisch als auch individuell an den jeweiligen Fahrer angepasst werden.

Mit der fortschreitenden Vernetzung von Fahrzeugen eröffnen sich zusätzliche Potenziale: So könnten Informationen über zukünftige Fahrzeugtrajektorien untereinander ausgetauscht und in die vorausschauende Längsführung integriert werden. Darüber hinaus wäre eine kooperative Steuerung denkbar, bei der die Längsführung mehrerer Fahrzeuge simultan optimiert wird, um eine gesamtheitlich optimale Fahrweise zu erzielen.

Anhang A

Lösung der Bewegungsdifferentialgleichung

Für eine Geradeausfahrt ($F_K = 0$) entspricht die Differentialgleichung (3.24) einer Riccati-Differentialgleichung, für welche eine analytische Lösung gegeben werden kann. Es sei

$$c_1 = \frac{\rho \cdot A \cdot c_W}{2m_{red}} \quad (\text{A.1})$$

und

$$c_2 = \frac{F_A - f_R \cdot m \cdot g \cdot \cos(\theta) - m \cdot \sin(\theta)}{m_{red}}. \quad (\text{A.2})$$

Da c_2 abhängig von der Steigung θ und der Antriebskraft F_A sowohl positive als auch negative Werte annehmen gilt für die Geschwindigkeit

$$v(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{-c_2}{c_1}} \tan \left(\tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{c_1}{-c_2}} v_0 \right) - \sqrt{-c_1 c_2} t \right) & c_2 < 0 \\ \frac{v_0}{c_1 t v_0 + 1} & c_2 = 0 \\ \sqrt{\frac{c_2}{c_1}} \tanh \left(\tanh^{-1} \left(\sqrt{\frac{c_1}{c_2}} v_0 \right) + \sqrt{c_1 c_2} t \right) & c_2 > 0 \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

als Lösung der Differentialgleichung (3.24). Für $c_2 < 0$ entspricht dies der Lösung für Ausrollkurven ($F_A = 0$) in der Ebene ($\theta = 0$), wie in [29, S.20] angegeben.

Die dabei zurückgelegte Strecke s lässt sich durch Integration von (A.3) bestimmen, welche für $s(0) = 0$ gegeben ist durch

$$s(t) = \begin{cases} \frac{d_1}{d_3} \log \left(\frac{\cos(d_2 - d_3 t)}{\cos(d_2)} \right) & c_2 < 0 \\ \frac{\log(v_0 c_1 t + 1)}{c_1} & c_2 = 0 \\ \frac{d_1}{d_3} \log \left(\frac{\cosh(d_2 + d_3 t)}{\cosh(d_2)} \right) & c_2 > 0, \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

mit

$$d_1 = \begin{cases} \sqrt{\frac{-c_2}{c_1}} & c_2 < 0 \\ \sqrt{\frac{c_2}{c_1}} & c_2 > 0, \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

$$d_2 = \begin{cases} \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{-c_1}{c_2}} v_0 \right) & c_2 < 0 \\ \tanh^{-1} \left(\sqrt{\frac{c_1}{c_2}} v_0 \right) & c_2 > 0, \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

$$d_3 = \begin{cases} \sqrt{-c_2 c_1} & c_2 < 0 \\ \sqrt{c_2 c_1} & c_2 > 0. \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

Die für eine Strecke s benötigte Zeit t kann durch Umstellen von (A.4) erfolgen

$$t(s) = \begin{cases} \frac{d_2 - \cos^{-1} \left(\exp \left(\frac{d_3 s}{d_1} \right) \cos(d_2) \right)}{d_3} & c_2 < 0 \\ \frac{\exp(c_1 s) - 1}{c_1 v_0} & c_2 = 0 \\ \frac{\cosh^{-1} \left(\exp \left(\frac{d_3 s}{d_1} \right) \cosh(d_2) \right) - d_2}{d_3} & c_2 > 0. \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

Anhang B

Modellparameter

TABELLE B.1: Modellparameter

Komponente	Beschreibung	Zeichen	Wert
Fahrzeug	effektive Stirnfläche	A	2 m ²
	Luftwiderstandsbeiwert	c_W	0,3
	Fahrzeugmasse	m	1463 kg
	reduzierte Fahrzeugmasse	$m_{red}(\gamma)$	1508 kg
	Seitensteifigkeit	C_s	114600 N rad ⁻¹ (vgl. [33])
	Rollwiderstandsbeiwert	f_r	0,015
Reifen	Statischer Reifenradius	r_{stat}	0,293 m
	Dynamischer Reifenradius	r_{dyn}	0,293 m
Getriebe	Übersetzung Differential	i_A	4,1
	Getriebeübersetzung	i_G	[3,4, 1,9, 1,35, 1,05, 0,8]
	Getriebeeffizienz	η_G	0,98
Verbrennungsmotor	Willans Linien Parameter	$e_{VM,00}$	0,4893
		$e_{VM,01}$	$2,4952 \cdot 10^{-4}$
		$e_{VM,02}$	$-5,2788 \cdot 10^{-7}$
		$e_{VM,10}$	$-1,3731 \cdot 10^{-4}$
		$P_{VM,Verlust0}$	947,9311
		$P_{VM,Verlust1}$	31,402
		$P_{VM,Verlust2}$	0,0223
elektrische Maschine	Willans Linien Parameter	$e_{EM,00}$	0,9091
		$e_{EM,01}$	$5,5710 \cdot 10^{-4}$
		$e_{EM,02}$	$-5,7957 \cdot 10^{-7}$
		$e_{EM,10}$	$-3,954 \cdot 10^{-4}$
		$P_{EM,Verlust0}$	411,1
		$P_{EM,Verlust1}$	5,646
		$P_{EM,Verlust2}$	-0,002
Batterie	Innenwiderstand	R_i	0.01 Ohm
	Ruhespannung	U_0	400 V
Kraftstoff	Heizwert	$H_{Treibstoff}$	$4086 \cdot 10^4$ Ws/kg
	Dichte	$\rho_{Treibstoff}$	0,75 kg/l

Anhang C

Streckendetails

Biberach - Memmingen

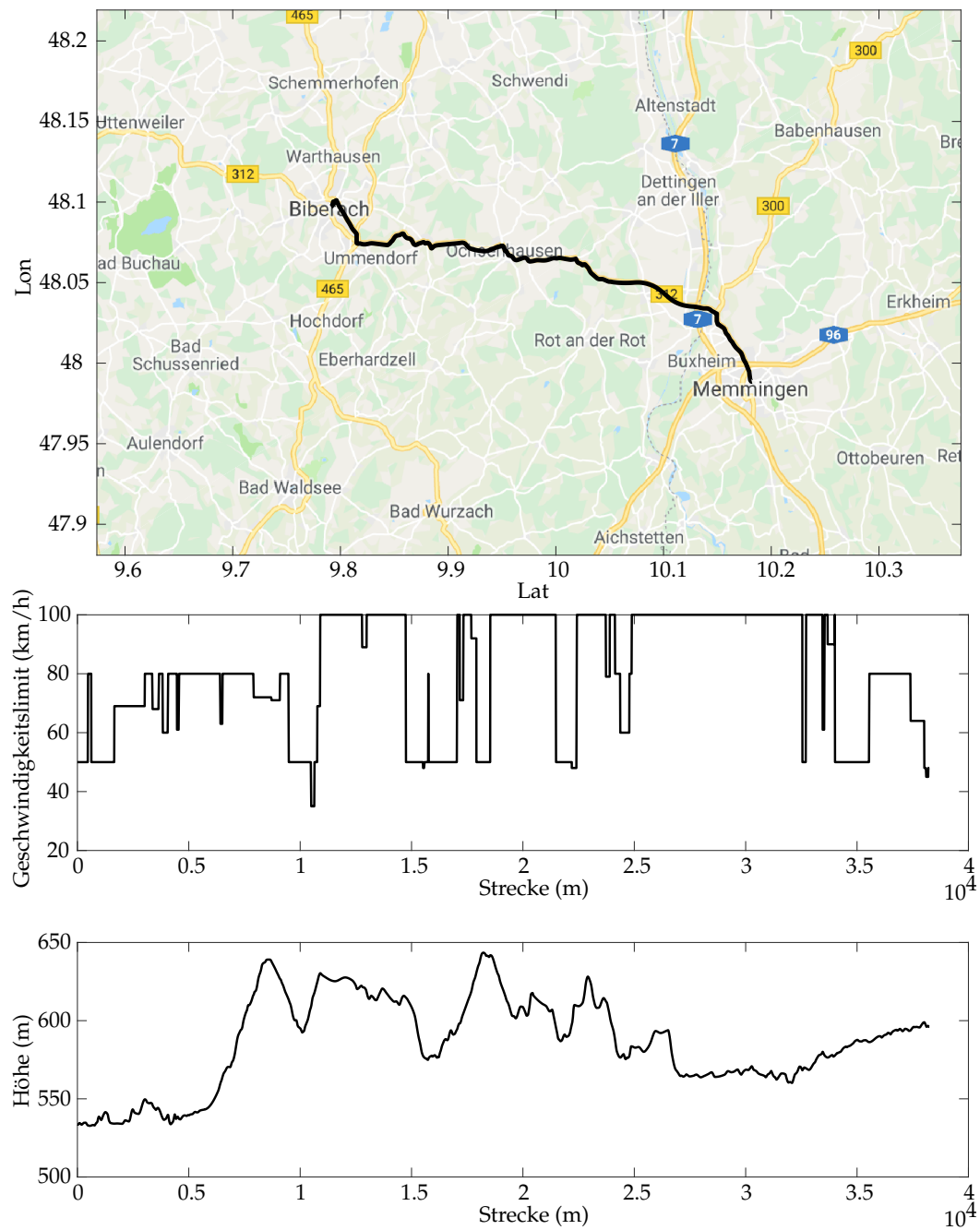


ABBILDUNG C.1: Details der Strecke Biberach nach Memmingen.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Anteil an Befragten, für die der entsprechende Kauffaktor <i>sehr wichtig</i> oder <i>eher wichtig</i> ist [2].	1
1.2	Einordnung der Verfahren für die vorausschauende Längsführung. . .	2
2.1	Numerische Bestimmung des lokalen Diskretisierungsfehlers.	10
2.2	Numerische Bestimmung des globalen Diskretisierungsfehlers.	11
3.1	Quasistatische Modellierung. Quelle: In Anlehnung an [29, S.45]. . . .	14
3.2	Darstellung der während der Fahrt auftretenden Fahrwiderstände. Quelle: In Anlehnung an [30, S.11].	15
3.3	Darstellung der Winkelgeschwindigkeit und des statischen Reifenradius eines Reifens.	16
3.4	Darstellung der zu beschleunigenden rotatorischen Massen. Quelle: In Anlehnung an [32, S.80].	16
3.5	Darstellung der Kräfte am Rad bei Kurvenfahrt.	18
3.6	Quasistatische Modellierung des Fahrzeugs. Quelle: In Anlehnung an [29, S.44].	20
3.7	Testgleichung und Stabilitätsgrenzen der Einschrittverfahren 1. und 2. Fehlerordnung für das Fahrzeugmodell für maximale Querbeschleunigungen von $1,5 \text{ m/s}^2$	22
3.8	Lokaler Fehler von Einschrittverfahren 1. und 2. Fehlerordnung für das Fahrzeugmodell bei einer Querbeschleunigung von $1,5 \text{ m/s}^2$	22
3.9	Willans Linien Modell.	24
3.10	Quasistatische Modellierung der Reifen und des Getriebes. Quelle: In Anlehnung an [29, S.44].	24
3.11	Quasistatische Modellierung des Verbrennungsmotors. Quelle: In Anlehnung an [29, S.44].	26
3.12	Effektiver spezifischer Kraftstoffverbrauch in g/kWh des Verbrennungsmotors nach Daten aus [40] (links) und Willans Linien Approximation (rechts).	27
3.13	Quasistatische Modellierung der elektrischen Maschine. Quelle: In Anlehnung an [29, S.44].	28

3.14	Wirkungsgrad der elektrischen Maschine nach Daten aus [43] (links) und Willans Linien Approximation (rechts).	29
4.1	Beispielhafte Darstellung der modellbasierten prädiktiven Regelung. Quelle: In Anlehnung an [44, S.3].	32
4.2	Übersicht der Verfahren zur Optimalsteuerung. Quelle: In Anlehnung an [46].	33
4.3	Beispielhafter Verlauf der Zustands- und Steuertrajektorie während der Optimierung bei Einfachschießverfahren.	35
4.4	Beispielhafter Verlauf der Zustands- und Steuertrajektorie während der Optimierung bei Mehrfachschießverfahren.	35
4.5	Beispielhafter Verlauf der Zustands- und Steuertrajektorie während der Optimierung bei Kollokationsverfahren. Das approximierende Polynom ist gestrichelt dargestellt.	37
4.6	Beispiel für eine innere (links) und äußere Konvexifizierung (rechts). Quelle: In Anlehnung an [59].	40
4.7	Beispiel der schrittweisen Anwendung des Optimalitätsprinzips. Optimale Pfade sind blau dargestellt.	42
4.8	Beispielhafte Darstellung nicht-dominiierter Lösungen bei einer zweidimensionalen Kostenfunktion. Quelle: In Anlehnung an [47, S. 92]. . .	46
5.1	Vorausschauende Längsführung des Fahrzeugs.	54
5.2	Beispielhafter zulässiger Geschwindigkeitsbereich für die optimale Längsführung. Die Geschwindigkeitslimits sind durch gesetzliche Geschwindigkeitsbeschränkungen und maximale Kurvengeschwindigkeiten gegeben.	55
5.3	Optimaler Gang in Abhängigkeit der Geschwindigkeit und geforderter Antriebskraft.	56
5.4	Bestimmung der optimalen Längsführung (blau) mittels der Dynamischen Programmierung.	58
5.5	Kraftstoffverbrauch in Abhängigkeit der Schrittweite und Zustandsdiskretisierung.	59
5.6	Kraftstoffverbrauch in Abhängigkeit der minimalen Verzögerung $a_{dec,lb}$ (links) und die daraus resultierende durchschnittliche Geschwindigkeit (rechts). Werte für die minimale Verzögerung in Größe der Motorbremse sind in Blau dargestellt.	61
5.7	Motorbetriebspunkte für unterschiedliche minimale Verzögerungen. .	62
5.8	Verbrauch in Abhängigkeit des Geschwindigkeitsbandes mit (schwarz) und ohne (blau) verändertem unteren Geschwindigkeitslimit.	63
5.9	Verbrauch mit Segeln in Abhängigkeit des Geschwindigkeitsbandes mit (schwarz) und ohne (blau) verändertem unteren Geschwindigkeitslimit.	65

5.10	Geschwindigkeitsverläufe bei unterschiedlich großen Geschwindigkeitsbändern.	65
5.11	Motorbetriebspunkte für unterschiedliche Geschwindigkeitsbänder mit Segeln.	66
5.12	Verbrauch und Kraftstoffeinsparung bei Pulsbetrieb. Quelle: in Anlehnung an [80] (links) und [68] (rechts).	67
5.13	Verbrauch und durchschnittliche Geschwindigkeit in Abhängigkeit des Prädiktionshorizonts ohne Segeln. Das globale Optimum ist in Blau dargestellt.	67
5.14	Verbrauch und durchschnittliche Geschwindigkeit in Abhängigkeit des Prädiktionshorizonts mit Segeln. Das globale Optimum ist in Blau dargestellt.	68
5.15	Leistung (links) und Stirnfläche (rechts) unterschiedlicher Fahrzeuge im Vergleich zur Fahrzeugmasse. Die lineare Approximation ist jeweils in blau dargestellt.	69
5.16	Motorbetriebspunkte eines batterieelektrischen Fahrzeugs ohne (A) und mit Segelbetrieb (B).	72
6.1	Vorausschauende Längsführung des Fahrzeugs mit zeitabhängigen Nebenbedingungen.	78
6.2	Paretofront der vektoriellen Optimierung am Ende einer Iteration. . .	80
6.3	Verbrauch und durchschnittliche Geschwindigkeit in Abhängigkeit der gewählten Minstdurchschnittsgeschwindigkeit.	81
6.4	Veranschaulichung der vorausschauenden Längsführung eines Fahrzeugs mit zeitlichen Abhängigkeiten.	83
6.5	Infeasible Set über die Strecke (links) und über die Zeit (rechts) bei konstanten Beschleunigungen.	86
6.6	Einschritt Vorausschau des dynamischen Fahrbandes und gefahrene Geschwindigkeit (schwarze Kreise).	87
7.1	Regelstruktur des modellprädiktiven Reglers. Quelle: In Anlehnung an [91]	92
7.2	Struktur des Aktuatorreglers. Quelle: In Anlehnung an [91]	92
7.3	Struktur des modellprädiktiven Reglers. Quelle: In Anlehnung an [91] .	93
7.4	Geschwindigkeit und Gangwahl des modellprädiktiven Reglers im Vergleich zur Referenzimplementierung.	96
7.5	Variable-Turbinengeometrie-Lader Stellgröße, Lambdawerte und Motordrehmomente des modellprädiktiven Reglers im Vergleich zur Referenzimplementierung.	97
C.1	Details der Strecke Biberach nach Memmingen.	106

Symbolverzeichnis

Symbol	Einheit	Beschreibung
Notation		
a		Skalar
$\mathbf{a}$		Vektor $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots)$
$\mathbf{A}$		Matrix $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots \\ \vdots & \ddots & \\ a_{n,1} & & a_{n,m} \end{bmatrix}$
Numerische Simulation		
$\mathbf{x}$		Systemzustand $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots)^T$
$\mathbf{u}$		Systemeingang $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots)^T$
$\dot{\mathbf{x}}$		zeitliche Änderung des Systemzustands
$f(\cdot)$		Systemfunktion $\dot{\mathbf{x}} = f(\cdot)$
t_k		k -ter Zeitpunkt
$\mathbf{x}_k$		Systemzustand an einem Zeitpunkt t_k
Φ		Aufdatierungsformel des Einschrittverfahrens
h		Schrittweite des Einschrittverfahrens
$\underline{f}(\cdot)$		diskretisierte Systemfunktion $\mathbf{x}_{k+1} = \underline{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)$
ϵ_k		lokaler Diskretisierungsfehler des Einschrittverfahrens im k -ten Schritt
e_k		globaler Diskretisierungsfehler des Einschrittverfahrens im k -ten Schritt
S		Stabilitätsgebiet des Einschrittverfahrens
$R(\mu)$		Stabilitätsfunktion des Systems

Symbol	Einheit	Beschreibung
Fahrzeugmodellierung		
<i>Fahrwiderstände und Fahrzeugkräfte</i>		
F_L	[N]	Luftwiderstand
F_S	[N]	Steigungswiderstand
F_B	[N]	Beschleunigungswiderstand
F_R	[N]	Rollwiderstand
F_K	[N]	Kurvenwiderstand
F_{zr}	[N]	Fliehkraft am Reifen bei Kurvenfahrt
F_{Kr}	[N]	Kurvenwiderstand an einem Reifen
F_G	[N]	Gewichtskraft
F_N	[N]	Normalkraft
F_A	[N]	Antriebskraft
<i>Fahrzeugeigenschaften</i>		
A	[m ²]	effektive Fahrzeugstirnfläche
r_{stat}	[m]	statischer Reifenradius
r_{dyn}	[m]	dynamischer Reifenradius
ω_R	[rad/s]	Winkelgeschwindigkeit der Reifen
ω_M	[rad/s]	Winkelgeschwindigkeit des Motors
ω_A	[rad/s]	Winkelgeschwindigkeit der Antriebswelle
J_{Rv}	[kg m ²]	Trägheitsmoment der vorderen Reifen
J_{Rh}	[kg m ²]	Trägheitsmoment der hinteren Reifen
h	[m]	Höhe des Massenschwerpunktes über Grund
m	[kg]	Masse des Fahrzeugs
m_{red}	[kg]	reduzierte Masse des Fahrzeugs
$f_{R,i}$		Rollwiderstandsbeiwert des i -ten Reifens
v	[m/s]	Geschwindigkeit des Fahrzeugs
a	[m/s ²]	Beschleunigung des Fahrzeugs
γ		Gangwahl
C_S	[N/rad]	Seitenkraftsteifigkeit
<i>Umweltkonstanten</i>		
ρ	[kg/m ³]	Luftdichte
g	[m/s ²]	Erdbeschleunigung
<i>Streckeneigenschaften</i>		
θ	[rad]	Fahrbahnsteigung
κ	[1/m]	Fahrbahnkrümmung
s	[m]	Strecke

Symbol	Einheit	Beschreibung
Verbrauchsmodell		
W_{aus}	[J]	abgegebene Energie
W_{ein}	[J]	zugeführte Energie
$W_{Verlust}$	[J]	Verluste
e		indizierte Effizienz
Getriebemodell		
η_G		Getriebeeffizienz
$i(\gamma)$		gangabhängige Getriebeübersetzung
ω_E	[rad/s]	Eingangsdrehzahl des Getriebes
ω_A	[rad/s]	Ausgangsdrehzahl des Getriebes
M_E	[Nm]	Eingangsmoment des Getriebes
M_A	[Nm]	Ausgangsmoment des Getriebes
Verbrennungsmotormodell		
η_{VM}		thermodynamische Effizienz des Verbrennungsmotors
ω_{VM}	[rad/s]	Drehzahl des Verbrennungsmotors
M_{VM}	[Nm]	Antriebsmoment des Verbrennungsmotors
P_{VM}	[W]	Antriebsleistung des Verbrennungsmotors
P_{chem}	[W]	Enthalpiefluss
$\dot{m}_{Treibstoff}$	[kg/s]	Treibstoffmassenfluss
$H_{Treibstoff}$	[J/kg]	unterer Heizwert des Treibstoffs
b_{eff}	[kg/W]	effektiver spezifischer Kraftstoffverbrauch
c_m	[m/s]	mittlere Kolbengeschwindigkeit
S	[m]	Kolbenhub
p_{me}	[bar]	effektive Kolbendruck
V_d	[m ³]	Hubraum des Motors
N		Takzahl des Motors
B	[m]	Kolbendurchmesser
z		Zylinderanzahl
Modell der elektrischen Maschine		
ω_{EM}	[rad/s]	Drehzahl der elektrischen Maschine
M_{EM}	[Nm]	Antriebsmoment der elektrischen Maschine
P_{EM}	[W]	Antriebsleistung der elektrischen Maschine
P_{el}	[W]	elektrische Leistung der elektrischen Maschine
$P_{EM,Verlust}$	[W]	Verlustleistung der elektrischen Maschine
P_{vl}	[W]	lastabhängige Verlustleistung der elektrischen Maschine
P_{vk}	[W]	lastunabhängige Verlustleistung der elektrischen Maschine
$p_{vk,2}$	[W]	maschinenabhängige Konstante

Symbol	Einheit	Beschreibung
U	[V]	Spannung
I	[A]	Strom
m		Stranganzahl
g_1		Grundschwungsgehalt
ϕ	[rad]	Phasenlage des Stroms und der Spannung
Energiespeichermodell		
P_b	[W]	aus einem elektrischen Speicher entnommene Leistung
E_b	[J]	aus einem elektrischen Speicher entnommene Energie
I_b	[A]	aus einem elektrischen Speicher entnommener Strom
U_0	[V]	Ruhespannung des elektrischen Speichers
R_i	[Ω]	Innenwiderstand des elektrischen Speichers

Modellbasierte prädiktive Regelung

Allgemein

$J(\cdot)$	Kostenfunktion
$\theta(\cdot)$	Mayer-Term
$\phi(\cdot)$	Lagrange-Term
$\mathbf{g}(\cdot)$	Gleichungsnebenbedingungen $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 0$
$\mathbf{h}(\cdot)$	Ungleichungsnebenbedingungen $\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq 0$
$\mathbf{c}$	Parametervektor zur Optimierung

Direkte Kollokationsverfahren

$\mathbf{P}$	Polynom
$\mathbf{D}$	Differentiationsmatrix
$\mathbf{w}$	Integrationsgewichte

Gemischt-ganzzahlige Optimierung

$f^{IC}(\cdot)$	Systemdynamik des durch innere Konvexifizierung von f erhaltenen Systems
$f^{OC}(\cdot)$	Systemdynamik des durch äußere Konvexifizierung von f erhaltenen Systems
$\mathcal{X}_k$	im Schritt k zulässiger Zustandsraum
$\mathcal{U}_k$	im Schritt k zulässige Steuereingänge

Dynamische Programmierung

G	Graph
V	Knoten eines Graphen (engl.: <i>vertice</i>)
E	Kanten eines Graphen (engl.: <i>edge</i>)

Pareto-Optimierung

$J^m(\cdot)$	m -te Kostenfunktion $\mathbf{J} = (J^1, J^2, \dots, J^M)$
M	Dimension der vektoriellen Kostenfunktion

Literaturverzeichnis

- [1] EUROPÄISCHES PARLAMENT UND RAT: *Verordnung (EG) Nr. 443/2009 des europäischen Parlaments und des Rates.*
- [2] DEUTSCHE ENERGIE-AGENTUR: *Einführungsplattform PKW-Label*, 2017. URL: https://alternativ-mobil.info/fileadmin/Dokumente/Pkw-Label/Befragungen/2017_Ergebnisse_Umfrage_Pkw-Label.pdf. Aufgerufen am 20.03.2025.
- [3] SMOKERS, RICHARD, FILIPE FRAGA und MAARTEN VERBEEK: *Support for the revision of Regulation (EC) No 443/2009 on CO2 emissions from cars*, 2011. URL: https://climate.ec.europa.eu/system/files/2016-11/sr1_final_report_en.pdf. Aufgerufen am 20.03.2025.
- [4] RUMBOLZ, P, A PIEGSA et al.: *Messung der Fahrzeug-internen Leistungsflüsse und der diese beeinflussenden Größen im "real-life" Fahrbetrieb*. VDI-Berichte, (2105), 2010.
- [5] MONASTYRSKY, VV und IM GOLOWNYKH: *Rapid computation of optimal control for vehicles*. Transportation Research Part B: Methodological, 27(3):219–227, 1993.
- [6] LATTEMANN, FRANK, KONSTANTIN NEISS, STEPHAN TERWEN und THOMAS CONNOLLY: *The predictive cruise control—a system to reduce fuel consumption of heavy duty trucks*. SAE transactions, Seiten 139–146, 2004.
- [7] HELLSTRÖM, ERIK: *Look-ahead control of heavy trucks utilizing road topography*. Doktorarbeit, Linköpings universitet - Institute of Technology, 2007.
- [8] IVARSSON, MARIA: *Fuel optimal powertrain control for heavy trucks utilizing look ahead*. Doktorarbeit, Linköping University Electronic Press, 2009.
- [9] KOLMANOVSKY, ILYA V und DIMITAR P FILEV: *Terrain and traffic optimized vehicle speed control*. IFAC Proceedings Volumes, 43(7):378–383, 2010.
- [10] MENSING, FELICITAS, ROCHDI TRIGUI und ERIC BIDEAUX: *Vehicle trajectory optimization for hybrid vehicles taking into account battery state-of-charge*. In: 2012 IEEE vehicle power and propulsion conference, Seiten 950–955. IEEE, 2012.
- [11] MARKSCHLÄGER, PHILIP, HANS-GEORG WAHL, FRANK WEBERBAUER und MATTHIAS LEDERER: *Assistenzsystem für mehr Kraftstoffeffizienz*. ATZ-Automobiltechnische Zeitschrift, 114(11):850–855, 2012.
- [12] RADKE, TOBIAS: *Energieoptimale Längsführung von Kraftfahrzeugen durch Einsatz vorausschauender Fahrstrategien*, Band 19. KIT Scientific Publishing, 2013.
- [13] FREUER, ANDREAS: *Ein Assistenzsystem für die energetisch optimierte Längsführung eines Elektrofahrzeugs*. Springer, 2016.
- [14] THEMANN, PHILIPP, ROBERT KRAJEWSKI und LUTZ ECKSTEIN: *Discrete dynamic optimization in automated driving systems to improve energy efficiency in cooperative*

- networks. In: 2014 IEEE Intelligent Vehicles Symposium Proceedings, Seiten 370–375. IEEE, 2014.
- [15] SAERENS, BART, JEROEN VANDERSTEEN, TIM PERSOONS, JAN SWEVERS, MORITZ DIEHL und ERIC VAN DEN BULCK: *Minimization of the fuel consumption of a gasoline engine using dynamic optimization*. Applied energy, 86(9):1582–1588, 2009.
- [16] TERWEN, STEPHAN: *Vorausschauende Längsregelung schwerer Lastkraftwagen*, Band 6. KIT Scientific Publishing, 2010.
- [17] LI, S EBEN und HUEI PENG: *Strategies to minimize the fuel consumption of passenger cars during car-following scenarios*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 226(3):419–429, 2012.
- [18] HUANG, XIAOYU und JUNMIN WANG: *Nonlinear model predictive control for improving energy recovery for electric vehicles during regenerative braking*. In: 2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, Seiten 7458–7463. IEEE, 2011.
- [19] LI, SHENGBO EBEN, SHAOBING XU, GUOFA LI und BO CHENG: *Periodicity based cruising control of passenger cars for optimized fuel consumption*. In: 2014 IEEE Intelligent Vehicles Symposium Proceedings, Seiten 1097–1102. IEEE, 2014.
- [20] DORNIEDEN, BERND, LUTZ JUNGE und PATRICK PASCHEKA: *Vorausschauende energieeffiziente Fahrzeuglängsregelung*. ATZ-Automobiltechnische Zeitschrift, 114(3):230–235, 2012.
- [21] JIMÉNEZ, FELIPE, JUAN LUÍS LÓPEZ-COVARRUBIAS, WILMAR CABRERA und FRANCISCO APARICIO: *Real-time speed profile calculation for fuel saving considering unforeseen situations and travel time*. IET Intelligent Transport Systems, 7(1):10–19, 2013.
- [22] IOANNOU, PETROS A und CHENG-CHIH CHIEN: *Autonomous intelligent cruise control*. IEEE Transactions on Vehicular technology, 42(4):657–672, 1993.
- [23] ASADI, BEHRANG und ARDALAN VAHIDI: *Predictive cruise control: Utilizing upcoming traffic signal information for improving fuel economy and reducing trip time*. IEEE transactions on control systems technology, 19(3):707–714, 2010.
- [24] HÜLSEBUSCH, DIRK: *Fahrerassistenzsysteme zur energieeffizienten Längsregelung-Analyse und Optimierung der Fahrsicherheit*, Band 59. KIT Scientific Publishing, 2018.
- [25] MUNZ, CLAUS-DIETER und THOMAS WESTERMANN: *Numerische Behandlung gewöhnlicher und partieller Differenzialgleichungen*, Band 296. Springer, 2006.
- [26] NIPP, KASPAR: *Numerische Mathematik*, 2010. URL: <https://www.research-collection.ethz.ch/bitstream/handle/20.500.11850/155274/1/eth-48190-01.pdf>. Aufgerufen am 20.03.2025.
- [27] LEDDER, GLENN: *Error in Euler’s Method*, 2004. URL: <http://www.math.unl.edu/~gledde1/Math447/EulerError.pdf>. Aufgerufen am 22.02.2019.
- [28] STRANG, GILBERT: *Wissenschaftliches Rechnen*. Springer-Verlag, 2010.
- [29] GUZZELLA, LINO und ANTONIO SCIARRETTA: *Vehicle Propulsion Systems: Introduction to Modeling and Optimization*. Springer, 2013.

- [30] GILLESPIE, THOMAS D.: *Fundamentals of vehicle dynamics*. SAE International, 1992.
- [31] HAKEN, KARL-LUDWIG: *Grundlagen der Kraftfahrzeugtechnik*. Carl Hanser Verlag GmbH Co KG, 2018.
- [32] MITSCHKE, MANFRED und HENNING WALLENTOWITZ: *Dynamik der Kraftfahrzeuge*, Band 5. Springer, 2014.
- [33] HERZOG, KLAUS: *Kraftfahrzeugtechnik*. URL: https://www.thm.de/me/images/user/herzog-91/Kfz-Technik/Kfz_Technik_1_R%C3%A4der_und_Reifen.pdf. Aufgerufen am 22.02.2019.
- [34] SCHRÖDER, DIERK und MARTIN BUSS: *Intelligente Verfahren: Identifikation und Regelung nichtlinearer Systeme*. Springer-Verlag, 2017.
- [35] HORNIK, KURT: *Approximation capabilities of multilayer feedforward networks*. *Neural networks*, 4(2):251–257, 1991.
- [36] RIZZONI, GIORGIO, LINO GUZZELLA und BERND M BAUMANN: *Unified modeling of hybrid electric vehicle drivetrains*. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, 4(3):246–257, 1999.
- [37] MERKER, GÜNTER, CHRISTIAN SCHWARZ, GUNNAR STIESCH und FRANK OTTO: *Simulation der Verbrennung und Schadstoffbildung*. Springer, 2004.
- [38] HEYWOOD, JOHN B: *Internal combustion engine fundamentals*, Band 930. Mcgraw-hill New York, 1988.
- [39] VAN BASSHUYSEN, RICHARD und FRED SCHÄFER: *Handbuch Verbrennungsmotoren*. Vieweg, Wiesbaden, 2002.
- [40] MERDES, NORBERT, REINER PÄTZOLD, NICO RAMSPERGER und HANS-GEORG LEHMANN: *Die neuen R4-Ottomotoren M270 mit Turboaufladung*. *ATZextra*, 17(4):58–63, 2012.
- [41] FISCHER, ROLF: *Elektrische Maschinen*. Carl Hanser Verlag GmbH Co KG, 2013.
- [42] MÜLLER, GERMAR, KARL VOGT und BERND PONICK: *Berechnung elektrischer Maschinen*. John Wiley & Sons, 2012.
- [43] *PowerPhase 125 for electric, hybrid electric, and fuel cell powered vehicles*. URL: https://www.neweagle.net/support/wiki/ProductDocumentation/EV_Software_and_Hardware/Traction_Inverters/UQM/PowerPhase_125_DataSheet.pdf. Aufgerufen am 18.03.2019.
- [44] GRÜNE, LARS und JÜRGEN PANNEK: *Nonlinear model predictive control*. In: *Nonlinear Model Predictive Control*, Seiten 45–69. Springer, 2017.
- [45] PAPAGEORGIOU, MARKOS, MARION LEIBOLD und MARTIN BUSS: *Optimierung: Statische, dynamische, stochastische Verfahren für die Anwendung*. Springer-Verlag, 2015.
- [46] DIEHL, MORITZ, HANS GEORG BOCK, HOLGER DIEDAM und P-B WIEBER: *Fast direct multiple shooting algorithms for optimal robot control*. In: *Fast motions in biomechanics and robotics*, Seiten 65–93. Springer, 2006.
- [47] BERTSEKAS, DIMITRI P: *Dynamic programming and optimal control*, Band 1. Athena Scientific, 2005.

- [48] KIRK, DONALD E: *Optimal control theory: an introduction*. Courier Corporation, 2012.
- [49] BACK, MICHAEL: *Prädiktive Antriebsregelung zum energieoptimalen Betrieb von Hybridfahrzeugen*. Univ. Verlag Karlsruhe, 2005.
- [50] HELLSTRÖM, ERIK, JAN ÅSLUND und LARS NIELSEN: *Design of an efficient algorithm for fuel-optimal look-ahead control*. Control Engineering Practice, 18(11):1318–1327, 2010.
- [51] KELLY, MATTHEW P: *Transcription Methods for Trajectory Optimization: a beginners tutorial*. arXiv preprint arXiv:1707.00284, 2017.
- [52] HERBER, DANIEL RONALD: *Basic implementation of multiple-interval pseudospectral methods to solve optimal control problems*. Technischer Bericht, 2015.
- [53] DUTYKH, DENYS: *A brief introduction to pseudo-spectral methods: application to diffusion problems*. arXiv preprint arXiv:1606.05432, 2016.
- [54] DARBY, CHRISTOPHER L, WILLIAM W HAGER und ANIL V RAO: *An hp-adaptive pseudospectral method for solving optimal control problems*. Optimal Control Applications and Methods, 32(4):476–502, 2011.
- [55] KELLY, MATTHEW: *An introduction to trajectory optimization: how to do your own direct collocation*. SIAM Review, 59(4):849–904, 2017.
- [56] WALDVOGEL, JÖRG: *Fast construction of the Fejér and Clenshaw–Curtis quadrature rules*. BIT Numerical Mathematics, 46(1):195–202, 2006.
- [57] BERRUT, JEAN-PAUL und LLOYD N TREFETHEN: *Barycentric lagrange interpolation*. SIAM review, 46(3):501–517, 2004.
- [58] SAGER, SEBASTIAN: *Numerical methods for mixed-integer optimal control problems*. Der andere Verlag Tönning, 2005.
- [59] KIRCHES, CHRISTIAN: *Fast numerical methods for mixed-integer nonlinear model-predictive control*. Springer, 2011.
- [60] CORMEN, THOMAS H, CHARLES E LEISERSON, RONALD L RIVEST und CLIFFORD STEIN: *Introduction to algorithms*. MIT press, 2009.
- [61] SNIEDOVICH, MOSHE: *Dijkstra’s algorithm revisited: the dynamic programming connexion*. Control and cybernetics, 35(3):599–620, 2006.
- [62] EHRGOTT, MATTHIAS: *Multicriteria optimization*, Band 491. Springer Science & Business Media, 2005.
- [63] DABIA, S, T VAN WOENSEL und AG DE KOK: *A dynamic programming approach to multi-objective time-dependent capacitated single vehicle routing problems with time windows*. BETA publicatie: working papers, 313, 2010.
- [64] HOOKER, JN: *Optimal driving for single-vehicle fuel economy*. Transportation Research Part A: General, 22(3):183–201, 1988.
- [65] MENSING, FELICITAS, ROCHDI TRIGUI und ERIC BIDEAUX: *Vehicle trajectory optimization for application in ECO-driving*. In: 2011 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, Seiten 1–6. IEEE, 2011.

- [66] THEMANN, PHILIPP, JULIAN BOCK und LUTZ ECKSTEIN: *Energy efficient adaptive cruise control utilizing V2X information*. In: *9th ITS European Congress*, 2013.
- [67] HUANG, WEI, DAVID M BEVLY, STEVE SCHNICK und XIAOPENG LI: *Using 3D road geometry to optimize heavy truck fuel efficiency*. In: *2008 11th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems*, Seiten 334–339. IEEE, 2008.
- [68] XU, SHAOBING, SHENGBO EBEN LI, HUEI PENG, BO CHENG, XIAOWU ZHANG und ZIHENG PAN: *Fuel-saving cruising strategies for parallel HEVs*. *IEEE Transactions on vehicular technology*, 65(6):4676–4686, 2015.
- [69] OZATAY, ENGIN, SIMONA ONORI, JAMES WOLLAEGER, UMIT OZGUNER, GIORGIO RIZZONI, DIMITAR FILEV, JOHN MICHELINI und STEFANO DI CAIRANO: *Cloud-based velocity profile optimization for everyday driving: A dynamic-programming-based solution*. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 15(6):2491–2505, 2014.
- [70] KEULEN, THIJS VAN, BRAM DE JAGER, DARREN FOSTER und MAARTEN STEINBUCH: *Velocity trajectory optimization in hybrid electric trucks*. In: *Proceedings of the 2010 American Control Conference*, Seiten 5074–5079. IEEE, 2010.
- [71] WAHL, HANS-GEORG, KAI-LUKAS BAUER, FRANK GAUTERIN und MARC HOLZÄPFEL: *A real-time capable enhanced dynamic programming approach for predictive optimal cruise control in hybrid electric vehicles*. In: *16th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC 2013)*, Seiten 1662–1667. IEEE, 2013.
- [72] CHEN, YUXIAO, DEZHAO ZHANG und KEQIANG LI: *Enhanced eco-driving system based on v2x communication*. In: *2012 15th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems*, Seiten 200–205. IEEE, 2012.
- [73] KAMAL, MD ABDUS SAMAD, MASAKAZU MUKAI, JUNICHI MURATA und TAKETOSHI KAWABE: *Model predictive control of vehicles on urban roads for improved fuel economy*. *IEEE Transactions on control systems technology*, 21(3):831–841, 2012.
- [74] KAMAL, MAS, M MUKAI, JUNICHI MURATA und TAKETOSHI KAWABE: *Ecological driver assistance system using model-based anticipation of vehicle–road–traffic information*. *IET intelligent transport systems*, 4(4):244–251, 2010.
- [75] THEMANN, PHILIPP, JULIAN BOCK und LUTZ ECKSTEIN: *Optimisation of energy efficiency based on average driving behaviour and driver’s preferences for automated driving*. *IET intelligent transport systems*, 9(1):50–58, 2014.
- [76] LAWITZKY, ANDREAS, DIRK WOLLHERR und MARTIN BUSS: *Energy optimal control to approach traffic lights*. In: *2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Seiten 4382–4387. IEEE, 2013.
- [77] OZATAY, ENGIN, UMIT OZGUNER, DIMITAR FILEV und JOHN MICHELINI: *Analytical and numerical solutions for energy minimization of road vehicles with the existence of multiple traffic lights*. In: *52nd IEEE Conference on Decision and Control*, Seiten 7137–7142. IEEE, 2013.
- [78] GUAN, TIANYI und CHRISTIAN WALTER FREY: *Predictive energy efficiency optimization of an electric vehicle using information about traffic light sequences and other vehicles*. In: *2016 IEEE 19th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, Seiten 919–926. IEEE, 2016.

- [79] KOCH-GROEBER, HERMANN und JUE WANG: *Criteria for coasting on highways for passenger cars*. Technischer Bericht, SAE Technical Paper, 2014.
- [80] LI, SHENGBO EBEN, XIAOSONG HU, KEQIANG LI und CHANGSUN AHN: *Mechanism of vehicular periodic operation for optimal fuel economy in free-driving scenarios*. IET Intelligent Transport Systems, 9(3):306–313, 2014.
- [81] MARKSCHLÄGER, PHILIP, HANS-GEORG WAHL, FRANK WEBERBAUER und MATTHIAS LEDERER: *Assistenzsystem für mehr Kraftstoffeffizienz*. In: *Vernetztes Automobil*, Seiten 146–153. Springer, 2014.
- [82] KOCH-GROEBER, H: *Coasting on highways-potentials and realization*. In: *13th Stuttgart Symposium*, 2013.
- [83] DITTMAR, RAINER und BERND-MARKUS PFEIFFER: *Modellbasierte prädiktive Regelung in der industriellen Praxis (industrial application of model predictive control)*. at-Automatisierungstechnik, 54(12):590–601, 2006.
- [84] VOGEL, ULRICH und CHRISTIAN ENDISCH: *Potential analysis of predictive optimal velocity control for electric and conventional vehicles*. In: *2015 IEEE International Conference on Vehicular Electronics and Safety (ICVES)*, Seiten 196–201. IEEE, 2015.
- [85] TIELERT, TESSA, MORITZ KILLAT, HANNES HARTENSTEIN, RAPHAEL LUZ, STEFAN HAUSBERGER und THOMAS BENZ: *The impact of traffic-light-to-vehicle communication on fuel consumption and emissions*. In: *2010 Internet of Things (IOT)*, Seiten 1–8. IEEE, 2010.
- [86] VÖGELE, ULRICH und CHRISTIAN ENDISCH: *Predictive vehicle velocity control using dynamic traffic information*. 2016.
- [87] ERIKSSON, LARS, ANDERS LARSSON und ANDREAS THOMASSON: *The AAC2016 benchmark-look-ahead control of heavy duty trucks on open roads*. IFAC-PapersOnLine, 49(11):121–127, 2016.
- [88] POULSEN, NIELS KJØLSTAD: *Dynamic Optimization*. IMM DTU, 2012.
- [89] CARRAWAY, ROBERT L, THOMAS L MORIN und HERBERT MOSKOWITZ: *Generalized dynamic programming for multicriteria optimization*. European Journal of Operational Research, 44(1):95–104, 1990.
- [90] ERIKSSON, LARS, ANDERS LARSSON, ANDREAS THOMASSON und SCANIA CV AB: *Heavy Duty Truck on Open Road–The AAC2016 Benchmark*. In: *IFAC Symposium on Advances in Automotive Control*, 2016.
- [91] ERIKSSON, LARS, ANDREAS THOMASSON, KRISTOFFER EKBERG, ALBERTO REIG, MARK EIFERT, FABRIZIO DONATANTONIO, ANTONIO D’AMATO, IVAN ARSIE, CESARE PIANESE, PAVEL OTTA et al.: *Look-ahead controls of heavy duty trucks on open roads—six benchmark solutions*. Control Engineering Practice, 83:45–66, 2019.
- [92] WAHLSTRÖM, JOHAN und LARS ERIKSSON: *Modelling diesel engines with a variable-geometry turbocharger and exhaust gas recirculation by optimization of model parameters for capturing non-linear system dynamics*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 225(7):960–986, 2011.
- [93] ERIKSSON, LARS und LARS NIELSEN: *Modeling and control of engines and drivelines*. John Wiley & Sons, 2014.

-
- [94] ERIKSSON, LARS: *Simulation of a vehicle in longitudinal motion with clutch lock and clutch release*. IFAC Proceedings Volumes, 34(1):65–70, 2001.
- [95] WAHLSTRÖM, JOHAN, LARS ERIKSSON und LARS NIELSEN: *EGR-VGT control and tuning for pumping work minimization and emission control*. IEEE transactions on control systems technology, 18(4):993–1003, 2009.