

Optimale Steuerungsansätze und stabilisierende Regelungsmethoden von einzelnen und zwei gekoppelten MMCs für HVDC-Leistungsübertragungen

Ulli Goldhahn

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät
für Elektrische Energiesysteme und Informationstechnik
der Universität der Bundeswehr München
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
angenommenen Dissertation.

Gutachter: 1. Prof. Dr. rer. nat. habil Claus Hillermeier
2. Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Weyh

Diese Dissertation wurde am 09.04.2025 bei der Universität der Bundeswehr München
eingereicht und durch die Fakultät für Elektrische Energiesysteme und Informationstechnik
am 23.09.2025 angenommen. Die mündliche Prüfung fand am 14.10.2025 statt.

Kurzfassung

Für die Umsetzung der laufenden weltweiten Energiewende ist es notwendig große Mengen an elektrischer Energie über weite Entfernungen zu transportieren und diese im Fehlerfall schnell anders zu verteilen. Hierfür eignet sich der modulare Multilevel-Converter (MMC) aufgrund seiner leicht skalierbaren Topologie sowie seiner hohen Ausgangsspannungsqualität und der Fähigkeit, schnelle Spannungsänderungen umzusetzen, besonders gut. Zur Realisierung dieser Anforderungen sind moderne Methoden für das präzise Steuern des MMCs durch die gleichzeitige Kontrolle der Armströme und der in den Kapazitäten jedes Arms gespeicherten Energien, was vergleichsweise große Kapazitäten in den Submodulen zum Ausgleich von Energieoszillationen während des Betriebs notwendig macht, erforderlich. Die Freiheitsgrade der MMC-Dynamik teilen sich hierbei in Variablen, welche einerseits für die äußeren DC- und AC-Ströme sowie für den Leistungsfluss durch den Umrichter zuständig sind und andererseits für die Umverteilung der Energie innerhalb des Umrichters verantwortlich sind. Letztgenannte werden als innere Freiheitsgrade der MMC-Dynamik bezeichnet. Zur Reduktion der Größe der erwähnten kostenintensiven Kapazitäten in den Submodulen wurde in dieser Dissertation eine analytische Methode zur Lösung einer Minimierungsaufgabe unter konsequenter Ausnutzung aller inneren Freiheitsgrade (Kreisströme & Common-Mode-Spannung) im eingeschwungenen Zustand entworfen. Diese führt zu einer Reduktion der Oszillationsstärke aller inneren Energiekomponenten um 75%, im Vergleich zum sonst üblichen Einfrieren der inneren Freiheitsgrade auf null. Ferner wurden in dieser Arbeit zwei Ansätze weiter entwickelt (Grund- und erweiterter Ansatz), welche, bei einer sprunghaften Änderung der DC-Spannung und bei fehlender Leistung über ein kurzes Zeitintervall von weniger als $10ms$, unter Nutzung aller internen Freiheitsgrade sowie des DC-Stromes, das Erreichen eines schnellen und glatten Übergangs, von einem beliebigen Startzustand hin zu einem eingeschwungenen Endzustand sicherstellen. Hierbei sind die äußeren AC-Ströme bei der realisierten kurzen Übergangszeit unverändert geblieben, während die Gesamtenergie zwischen dem beliebigen Startzustand und dem eingeschwungenen Endzustand, erschwerend zum DC-Spannungssprung, variiert. Im erweiterten Ansatz ist, im Vergleich zum Grundansatz, der Endzustand der 4 inneren Freiheitsgrade nur teilweise, durch die Teiloptimierung der Oszillationsstärke der inneren Energiekomponenten, bekannt. Somit wird im eingeschwungenen Endzustand, im Gegensatz zum Grundansatz, die Amplitude der Kreisstromkomponenten zunächst frei gelassen und zur Minimierung der Leistungsoszillationen der inneren Energiekomponenten während des Übergangsintervalls herangezogen. Nachdem die Minimierung der Oszillationsstärke der Armenenergien im eingeschwungenen Zustand sowie das Trajektorien-Design für den Übergang, welches auch zur Kompensation großer Fehler verwendet werden kann, erarbeitet wurden, werden abschließend drei unterschiedliche Regelungsmethoden vorgestellt. Diese basieren auf hierarchisch nacheinander mit unterschiedlich schnellen Zeitskalen ablaufenden Schritten, welche strom-, energie- oder lyapunovbasiert entworfen wurden, um sowohl interne Abweichungen durch Diskretisierungsfehler als auch externe Abweichungen in den AC- und DC-Spannungen zu kompensieren. Abschließend erfolgte die Erweiterung der gewonnenen Erkenntnisse der Minimierung der inneren Energieoszillationen sowie die der Regelung auf zwei, durch eine lange HVDC-Übertragungsleitung zu einem AC-DC-AC Übertragungssystem verschaltene, MMCs. Deren theoretische Ansätze konnten, wie bei dem einzelnen MMC, mit Simulationsergebnissen verdeutlicht werden.

Abstract

For the implementation of the ongoing global energy transition, it is necessary to transport large amounts of electrical energy over long distances and to redistribute it quickly in the event of a fault. The modular multilevel converter (MMC) is particularly suitable for this transmission due to its easily scalable topology, its high output voltage quality and its ability to realize fast voltage changes. For this purpose, modern methods are required for precise control of the MMC through the simultaneous control of the arm currents and the energies stored in the capacitors of each arm, which necessitates relatively large capacitances in the submodules to compensate for energy oscillations during operation. The degrees of freedom of the MMC dynamics are divided into variables that are responsible, on the one hand, for the external DC- and AC-currents as well as for the power flow through the converter and, on the other hand, for the redistribution of energy within the MMC. The latter are referred to as the internal degrees of freedom of the MMC dynamics. In order to reduce the size of the aforementioned cost-intensive capacitances in the submodules, an analytical method was developed in this dissertation to solve a minimization problem while consistently exploiting all internal degrees of freedom (circular currents & common-mode voltage) in the steady state. This leads to a reduction of the oscillation strength of all internal energy components by 75%, compared to the otherwise common freezing of the internal degrees of freedom to zero. Furthermore, two approaches were further developed in this work (basic- and extended-approach) which, in the case of a sudden change in the DC voltage and in the absence of power over a short time interval of less than 10 ms, using all internal degrees of freedom as well as the DC current, ensure a fast and smooth transition from any starting state to a steady-state end condition. Here, the external AC currents remain unchanged during the realized short transition time, while the total energy between the arbitrary starting state and the steady-state end state varies, making it more difficult due to the DC voltage jump. In the extended approach, in comparison to the basic approach, the final state of the 4 internal degrees of freedom is only partially known, due to the partial optimization of the oscillation strength of the internal energy components. Thus, in the end steady-state, in contrast to the basic approach, the amplitude of the circulating current components is initially left free and used to minimize the power oscillations of the internal energy components during the transition interval. After the minimization of the oscillation strength of the arm energies in the steady state and the trajectory design for the transition, which can also be used to compensate for large errors, have been worked out, three different control methods are finally presented. These are based on hierarchically successive steps with different time scales, which were designed to be current-, energy- or lyapunov-based, in order to compensate for both internal deviations due to discretization errors and external deviations in the AC- and DC-voltages. Finally, the gained insights from the minimization of the internal energy oscillations and the control were extended to two MMCs connected by a long HVDC transmission line to an AC-DC-AC transmission system. Their theoretical approaches could be illustrated with simulation results, as with the single MMC.

Danksagung

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. rer. nat. habil. C. Hillermeier für die Möglichkeit der Durchführung einer Dissertation am Institut für Elektrische Energiesysteme und Informationstechnik sowie für seine Unterstützung bei der Erarbeitung dieser Arbeit, welche parallel zu meiner beruflichen Vollzeittätigkeit entstand.

Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Weyh für sein Interesse an meiner Dissertation und die Übernahme des Zweitgutachtens.

Mit tiefster Dankbarkeit und großem Respekt möchte ich mich bei Dr. rer. nat. José-Luis Marqués, bedanken. Seine unermüdliche Unterstützung, seine ständige Erreichbarkeit und seine außergewöhnliche Hilfsbereitschaft haben weit über das hinausgereicht, was man sich an Begleitung für eine Dissertation wünschen kann. Er war nicht nur ein fachkundiger Ansprechpartner auf meinem wissenschaftlichen Weg, sondern auch ein verlässlicher Ratgeber und ein Motivator in schwierigen Zeiten. Sein Engagement, seine Geduld und sein Vertrauen in mich haben diese Dissertation erst möglich gemacht. Er ist für mich zu einem echten Freund geworden - ein Mensch, dessen Großzügigkeit und Einsatz für die Wissenschaft und Lehre mit Hingabe und Menschlichkeit seinesgleichen suchen.

Seeshaupt, März 2025

Ulli Goldhahn

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Zusammenfassung der Dissertation	2
1.3	Stand der Technik & vergleichende Betrachtung mit den Inhalten der Dissertation . . .	5
2	Struktur und Dynamik des Modularen Multilevel Umrichters (MMC)	9
2.1	Aufbau und Struktur eines einzelnen MMCs	9
2.2	Grundlegende Beschreibung der Strom- und Energiedynamiken	14
2.3	Erweiterung des Systems zu einer AC-DC-AC Anordnung mit 2 MMCs in der Funktion als Gleich- und Wechselrichter	21
2.4	Numerische Integration der Bewegungsgleichungen des MMCs im Betrieb als Gleich- und Wechselrichter	26
3	Berechnung des eingeschwungenen Zustands	31
3.1	Analytische Berechnung des eingeschwungenen Zustands im einzelnen MMC	31
3.2	Bestimmung der inneren Freiheitsgrade für optimale Oszillationsstärke der Armenergien im eingeschwungenen Zustand	38
3.3	Ergebnisse für minimale Oszillationen der Armenergien im optimalen eingeschwungenen Zustand für einen einzelnen MMC	44
3.4	Erweiterung der Optimierung auf 2 MMCs im optimalen eingeschwungenen Zustand .	45
3.5	Ergebnisse für minimale Oszillationen der Armenergien im optimalen eingeschwungenen Zustand für zwei gekoppelte MMC	48
4	Trajektorienentwurf eines schnellen Übergangs für einen einzelnen Modularen Multilevel Umrichter	53
4.1	Umformung der Energiedynamiken für einen einzelnen MMC	53
4.2	Schneller und glatter Trajektorienentwurf zwischen einem beliebigen Startzustand und einem eingeschwungenen Endzustand eines einzelnen MMCs (feedforward control) . . .	56
4.3	Lösungsansätze für die Trajektoriengestaltung der Entwurfsvariablen	61
4.3.1	Grundansatz zur Lösung der Trajektoriengestaltung für die Entwurfsvariablen [22, 23]	61
4.3.2	Erweiterter Ansatz zur Lösung der Trajektoriengestaltung für die Entwurfsvariablen	67
4.4	Erweiterung der Lösungsansätze auf ein AC-DC-AC System mit 2 gekoppelten MMCs	73
5	Simulationsergebnisse für einen schnellen und glatten Trajektorienentwurf eines einzelnen MMCs	79
5.1	Simulationsergebnisse des Grundansatzes für die Vorsteuerung	81
5.2	Simulationsergebnisse des erweiterten Ansatzes für die Vorsteuerung	84

6	Abweichungskompensation für den Modularen Multilevel Umrichter - Feedback Control	89
6.1	Dynamik der Abweichungen	89
6.2	Regelungsstrategie zur Kompensation kleiner Abweichungen der Strom- und Energiekomponenten des MMCs	91
6.2.1	Methode (0) - Regelungsstrategie aus der Kombination der drei Lösungsansätze, hauptsächlich strombasiert	92
6.2.2	Methode (I) - Regelungsstrategie aus der Kombination der drei Lösungsansätze, hauptsächlich energiebasiert	98
6.2.3	Methode (II) - Regelungsstrategie, ausschließlich energiebasiert	104
7	Simulationsergebnisse der drei Regelungsmethoden im eingeschwungenen Zustand für einen einzelnen MMC	113
8	Simulationsergebnisse der Regelungsstrategie im eingeschwungenen Zustand für zwei gekoppelte MMC	123
9	Zusammenfassung und mögliche Erweiterungen	131
Anhang		133
A	Strom- und Spannungsverteilung in den 6 Armen	133
B	Bestimmung der freien Parameter zur Lösung der Gütefunktion für minimale Armenergieoszillationen	137
C	Bestimmung des Optimums des Parameters x_{opt} zur Minimierung der Gütefunktion J	140
D	Ausführliche Herleitung des Schrittes 6 zur Minimierung der Gütefunktion $J_{min,min}$. .	141
E	Entwurf der orthogonalen Basisfunktionen zum Entwurf der Trajektorie der Entwurfsvariablen [22, 23]	143
F	Erläuterungen der Bewegungsgleichungen für den MatLab Code	146
G	Erläuterungen zur universellen Formel zur Stabilisierung mit begrenzter Kontrolle nach Lin & Sontag	147
H	MatLab Programmcode für die gezeigten Simulationsergebnisse	148
H.1	Quellcode für minimale Oszillationen der Armenergien im optimalen eingeschwungenen Zustand für einen einzelnen MMC - Kapitel 3	150
H.2	Quellcode für einen schnellen und glatten Trajektorienentwurf eines einzelnen MMCs - Kapitel 4 und 5	154
H.3	Quellcode für die Abweichungskompensation für einen einzelnen MMC - Feedback Control - gemäß Kapitel 6 und 7	179
H.4	Quellcode für die Abweichungskompensation von zwei durch eine lange HVDC-Übertragungsleitung gekoppelte MMC - gemäß Kapitel 8	197
	Symbolverzeichnis	221
	Akronyme	223
	Literaturverzeichnis	225

Abbildungsverzeichnis

1.1	AC-DC-AC Übertragungssystem	2
2.1	Schaltsbild eines Arms des MMCs mit N_{SM} in Reihe geschalteten Submodulen	10
2.2	Vollbrückenschaltung in Abhängigkeit der Schaltzustände $s_j^{(k)}$	11
2.3	Ersatzschaltsbild eines MMCs mit identischen in Reihe geschalteten Submodulen	13
2.4	Schaltsbild des MMCs als DC-zu-AC Umrichter mit idealen Spannungsquellen	16
2.5	Systemschaltsbild aus zwei MMCs mit einer langen DC-Leitung	22
3.1	zeitlicher Verlauf der Oszillation der Energiekomponente $W_{p,1}^{(ss)}$ um $W_{\Sigma,0}^{(ss)}$	40
3.2	mittlere Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}^{(ss)}$ bei optimaler Wahl der inneren Freiheitsgrade - einzelner MMC	45
3.3	mittlere Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}^{(ss)}$ bei optimaler Wahl der inneren Freiheitsgrade - zwei gekoppelte MMC	50
4.1	schnelle und glatte Trajektoriendarstellung der Energien und Ströme bei sprunghafter Änderung der DC-Spannung	56
4.2	Strategie des Trajektorienentwurfs - Schritt 0	58
4.3	Strategie des Trajektorienentwurfs - Schritt 1	59
4.4	Strategie des Trajektorienentwurfs - Schritt 2	60
4.5	Entwurf der 3 Beulenfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/3}$ für Job 2A	66
4.6	Entwurf der 3 Beulenfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/4}$ für Job 2B	71
5.1	Vorgabe der externen Spannungen für den Trajektorienentwurf	79
5.2	Simulationsergebnisse für die Vorsteuerung von $W'_{\Sigma,0}$, i_{DC} , $i_{AC,\alpha/\beta}$ & $i_{e,\alpha/\beta}$ für den Grundansatz	82
5.3	Simulationsergebnisse für die Vorsteuerung von $W'_{\Sigma,\alpha/\beta}$ & $W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}$ sowie der mittleren Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$ für den Grundansatz	83
5.4	Simulationsergebnisse für die Vorsteuerung von $W'_{\Sigma,0}$, i_{DC} , $i_{AC,\alpha/\beta}$ & $i_{e,\alpha/\beta}$ für den erweiterten Ansatz	85
5.5	Simulationsergebnisse für die Vorsteuerung von $W'_{\Sigma,\alpha/\beta}$ & $W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}$ sowie der mittleren Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$ für den erweiterten Ansatz	86
5.6	Simulationsergebnisse für die $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente	88
6.1	Übersicht der Vorsteuerungs- & Regelungsstrategie des MMCs	90
7.1	Simulationsergebnisse Methode (0) - Gesamtenergie sowie interne & externe Ströme	115
7.2	Simulationsergebnisse Methode (0) - interne Energiekomponenten und mittlere Submodulspannungen	116
7.3	Simulationsergebnisse Methode (I) - Gesamtenergie sowie interne & externe Ströme	117
7.4	Simulationsergebnisse Methode (I) - interne Energiekomponenten und mittlere Submodulspannungen	118

7.5	Simulationsergebnisse Methode (II) - Gesamtenergie sowie interne & externe Ströme .	119
7.6	Simulationsergebnisse Methode (II) - interne Energiekomponenten und mittlere Submodulspannungen	120
8.1	Simulationsergebnisse der $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponenten für 2MMC	124
8.2	Simulationsergebnisse Regelung 2 MMC - Gesamtenergie sowie externe DC-Ströme . .	127
8.3	Simulationsergebnisse Regelung 2 MMC - externe AC-Ströme sowie innere Kreisströme	128
8.4	Simulationsergebnisse Regelung 2 MMC - mittlere Submodulspannungen	129
9.1	Entwurf der 4 Beulenfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/3/4}$	144

Tabellenverzeichnis

3.1	Parameter der MMC-Topologie	44
3.2	Parameter der AC-DC-AC Topologie & Abweichungen im eingeschwungenen Zustand .	49
3.3	Ergebnisse der optimierten inneren Freiheitsgrade für 2 gekoppelte MMCs	49
4.1	Vergleich zweier Ansätze für den Trajektorienentwurf der Entwurfsvariablen	67
5.1	Parameter der MMC-Topologie für den Trajektorienentwurf	80
6.1	Methode (0) - überlagerte Regelungsstrategie (3 Schritte) zur Kompensation von Abweichungen	92
6.2	Methode (I) - überlagerte Regelungsstrategie (4 Schritte) zur Kompensation von Abweichungen	99
6.3	Methode (II) - überlagerte Regelungsstrategie (4 Schritte) zur Kompensation von Abweichungen	104
7.1	Parameter der MMC-Topologie & Abweichungen für die Regelungsstrategie	113
7.2	Vergleich der 3 Regelungsmethoden	114
8.1	Methode (I) vereinfacht - überlagerte Regelungsstrategie (3 Schritte) zur Kompensation von Abweichungen	124
8.2	Parameter der AC-DC-AC Topologie & Abweichungen für die Regelungsstrategie . . .	126
8.3	Zeitskalen und Abweichungen der AC-DC-AC Topologie	126

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation

Die Verdreifachung der globalen Kapazität erneuerbarer Energien und die Verdopplung der durchschnittlichen jährlichen globalen Rate der Energieeffizienz bis 2030 [1] sind eine der wichtigsten Ergebnisse des 28. Weltklimagipfels (COP28) in Dubai, um das “1.5-Grad-Ziel” einzuhalten. Zur Erreichung dieses ambitionierten Zieles ist es unabdingbar, den Anteil an erneuerbaren Energien wie Solar-, Wind- und Wasserkraft, an der weltweiten Energieerzeugung, welche seit 2010 jährlich um 2-3% ansteigt [2], drastisch zu vergrößern. Die erneuerbaren Energien wuchsen, angeführt von Wind- und Solarenergie, weiterhin stark und machten in 2022 13 % der gesamten weltweiten Stromerzeugung aus, wobei die erneuerbare Stromerzeugung im Jahr 2021 um fast 17 % anstieg und somit zwischen 2019-2021 zu mehr als der Hälfte des Anstiegs der globalen Stromerzeugung beitrug [3]. Diese Entwicklung spiegelt sich ebenfalls in den Investitionen in saubere Energieerzeugung wider, welche seit 2020 um 40 % gestiegen sind [4]. Hierbei ist die Senkung der Emissionen ein wichtiger, jedoch nicht der einzige Grund, da Energiesicherheit für brennstoffimportierende Länder, insbesondere mit zunehmenden geopolitischen Risiken in den letzten beiden Jahren, rapide an Bedeutung gewonnen hat [5]. Dem Ausbau der erneuerbaren Energien stehen, neben z.B. den Schwierigkeiten bei der Speicherung von elektrischer Energie, der teils mangelnden öffentlichen Akzeptanz und den regulatorischen Hürden, vor allem die intermittierende Verfügbarkeit aufgrund der Wetterabhängigkeit sowie die Netzinfrastruktur, welche häufig nicht auf die Integration großer Mengen an erneuerbaren Energien ausgelegt ist [6, 7], entgegen. Darüber hinaus erfordert der Ausbau erneuerbarer Energien, insbesondere Wind- und Solarparks, große Flächen, die zumeist mit anderen Landnutzungen konkurrieren oder ökologisch sensible Gebiete betreffen können. Aus diesem Grunde bieten Offshore-Windparks eine gute Alternative, welche zunehmend an Bedeutung bei der klimafreundlichen Energieerzeugung gewinnen. Die Strategie der Europäischen Kommission sieht vor, die Offshore-Windkapazität Europas von 15,3 GW in 2021 [8] bis 2030 auf mindestens 60 GW und bis 2050 auf 300 GW zu erhöhen [9]. Neben den genannten Vorteilen der Offshore & Onshore Energieerzeugung, deren Energieverteilung in Abbildung 1.1 dargestellt ist, bringt deren Aufbau in weit vom Verbraucher entfernten und zudem schwer zugänglichen Gebieten, wie z.B. auf dem Meer, Herausforderungen mit sich. Der Energietransport über solch lange Distanzen erfolgt typischerweise durch eine Hochspannungsgleichstromverbindung (HVDC-Verbindung), wobei die HVDC-Technologie die effizienteste Methode darstellt große Mengen an Energie über lange Strecken zu übertragen und somit dazu beiträgt grüne Energie in das AC-Verteilungsnetz einzuspeisen. Zudem stabilisieren HVDC-Systeme das 3-phasige Übertragungsnetz. Diese sind einfacher mit anderen Netzen zu synchronisieren und können aufgrund der Unabhängigkeit von der Frequenz verwendet werden, um zwei unsynchronisierte Wechselstromnetze zu verbinden.

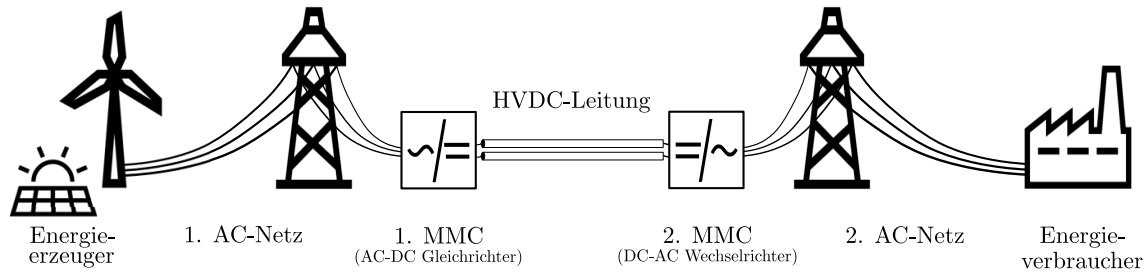


Abbildung 1.1: AC-DC-AC Übertragungssystem mit 2, durch eine lange HVDC-Leitung, gekoppelten Modulen Multilevel Converttern (MMC); Transformatoren in den AC-Netzen nicht abgebildet

Zur Realisierung einer HVDC-Übertragungstechnologie finden die von Lesnicar und Marquardt [10, 11] entwickelten sogenannten Modulare Multilevel Converter (MMC) Anwendung, welche sowohl das am Energieerzeuger als auch das am Verbraucher notwendige 3-phasige AC-Netz mit der HVDC-Leitung koppeln. Hierbei fungiert der MMC zu einem als AC-DC Gleichrichter (erzeugerseitig) als auch als DC-AC Wechselrichter (verbraucherseitig). Der MMC bietet hierbei gegenüber normalen Gleich- und Wechselrichtern zahlreiche Vorteile [12] wie z.B. die Modularität und Skalierbarkeit hinsichtlich der Leistung und Spannung, die hohe Effizienz und die Qualität des Ausgangssignals. Die hohe Anzahl an im MMC vorhandenen in Serie geschalteten Submodulen, welche durch Halb- oder Vollbrücken mit 2 bzw. 4 Hochleistungsschaltern (IGBTs) und den dazugehörigen Freilaufdioden realisiert werden (komplexere Submodul-Topologien wurden ebenfalls entwickelt), erhöhen zum einen die Zuverlässigkeit und führen zur Reduktion der Spannungsbelastung der Schalter und minimieren zum anderen die Schaltfrequenz, wodurch eine verbesserte Effizienz resultiert. Die Skalierbarkeit und der damit einhergehende modulare Aufbau des MMCs bietet ferner den Vorteil verschiedene Leistungs- und Spannungsniveaus skalieren zu können, was aufgrund des besseren Ausgangssignals zur Reduktion der Oberwellen des Stromes führt und somit den Einsatz von Filtern verringert. Diese Vorteile machen den MMC hinsichtlich der Netzintegration weit entfernter Energieerzeuger und in Bezug auf den Transport großer Energiemengen, zur modernsten und wirtschaftlichsten Topologie, um Energie zwischen Hochspannungs-Wechselstrom- und Gleichstrom-Übertragungsleitungen zu transformieren [13]. Dies zeigen die zahlreichen Anwendungen der MMC-Topologie bei Solar- [14, 15, 16, 17] und Windparks [18, 19, 20], wobei allein die SIEMENS AG weltweit 35 Projekte basierend auf der MMC-Topologie realisiert hat [21]. Neben den genannten Vorteilen erfordert der Einsatz des MMCs in einem AC-DC-AC System jedoch das präzise Steuern des MMCs durch die gleichzeitige Kontrolle der Armströme, die durch die 6 Arme im MMC fließen, sowie die Kontrolle der in den Kapazitäten jedes Arms gespeicherten Energien, um eine gut ausgeglichene Energieverteilung unter allen 6 MMC-Armen zu gewährleisten. Dies ist nicht nur im Dauerbetrieb des MMCs bei einem eingeschwungenen Zustand, sondern auch im Fehlerfall, in welchem eine schnelle Überführung in einen neuen Betriebspunkt erfordert wird, notwendig.

1.2 Zusammenfassung der Dissertation

In diesem Abschnitt werden die für diese Arbeit relevantesten Beiträge zunächst zum besseren Verständnis der Dissertation kurz zusammengefasst, bevor diese im nachfolgenden Abschnitt mit dem aktuellen Forschungsstand verglichen werden. Im Wesentlichen besteht die Dissertation aus den folgenden vier Neuerungen:

A) Optimierung des eingeschwungenen Zustands durch Minimierung der Energieoszillationen

Zur Steuerung und Kontrolle von großen Leistungen durch den MMC werden große Mengen an Energie in den Kapazitäten des MMCs zum Ausgleich der auftretenden Energieoszillationen benötigt. Es ist in dieser Arbeit gelungen, eine Reduktion der Oszillation der Energieamplituden, im Vergleich zum Zustand, in welchem die inneren Freiheitsgrade zu null eingefroren sind, um 75% zu erzielen, was zu einer deutlichen Verringerung der Kapazitätsgrößen und einer damit einhergehenden Kostensenkung verbunden ist. Dieser entwickelte neuartige Lösungsansatz, in Form eines Entwurfes einer einzigen Gütefunktion für den eingeschwungenen Zustand, realisiert optimal geringe Energieoszillationen in allen 5 inneren Energiekomponenten ($W_{\Sigma, \alpha/\beta}^{(ss)}$, $W_{\Delta, 0}^{(ss)}$, $W_{\Delta, \alpha/\beta}^{(ss)}$), welche die Umverteilung der Energie innerhalb des MMCs charakterisieren, aber nicht für den Leistungsfluss zwischen AC- und DC-Seite verantwortlich sind. Der entworfene Ansatz, dessen Lösung der Minimierungsaufgabe vollständig analytisch umgesetzt werden konnte, wurde unter Einbeziehung aller 4 noch freien Parameter des eingeschwungenen Zustands, der konstanten Amplitude der Kreisstromkomponenten $\hat{i}_e^{(ss)}$, der Common-Mode-Spannung $\hat{u}_{cm}^{(ss)}$ sowie die jeweiligen zugehörigen Phasen $\varphi_{i,e}$ und $\varphi_{u,cm}$, welche keinen Einfluss auf die DC- oder AC-Seite ausüben, entwickelt.

B) Trajektorienentwurf für einen schnellen und glatten Übergang zwischen zwei beliebigen Arbeitspunkten

Weiterhin konnte, basierend auf dem Ansatz von Stark [22], der schnelle und glatte Trajektorienentwurf, welcher entweder bewusst angesteuert oder durch einen auf der DC-Seite auftretenden Fehler hergerufen wurde, verbessert werden. Unter Nutzung aller internen Freiheitsgrade (Kreisströme & Common-Mode-Spannung) sowie des DC-Stromes wurden hierbei zwei verschiedene Ansätze, ein Grundansatz und ein erweiterter Ansatz, für die Trajektoriengestaltung der Entwurfsvariablen realisiert, da sich deren zu erreichender Endzustand $^{(ss2)}$ und folglich auch die Lösungsansätze voneinander unterscheiden. Im Gegensatz zum Grundansatz, bei welchem der Endzustand von $\hat{i}_e^{(ss2)}$, $\hat{u}_{cm}^{(ss2)}$, $\varphi_{i,e}^{(ss2)}$ & $\varphi_{u,cm}^{(ss2)}$ vollständig, durch Optimierung der Oszillationsstärke der inneren Energiekomponenten bekannt ist, ist beim erweiterten Ansatz der Endzustand von $\hat{u}_{cm}^{(ss2)}$, $\varphi_{i,e}^{(ss2)}$ & $\varphi_{u,cm}^{(ss2)}$ nur teilweise, durch die Teiloptimierung der Oszillationsstärke der inneren Energiekomponenten, bekannt. Für den eingeschwungenen Endzustand $^{(ss2)}$ wird, im Gegensatz zum Grundansatz, die Amplitude der Kreisstromkomponenten $\hat{i}_e^{(ss2)}$ zunächst frei gelassen und zur Minimierung der Leistungsoszillationen der internen Energiekomponenten während des Übergangsintervalls t_0 bis $t_0 + T_s$ herangezogen. Für die beiden betrachteten Ansätze konnten die geforderten schnellen und glatten Übergänge bei einem 60%igen DC-Spannungseinbruch und bei einem zusätzlichen, den Übergang erschwerenden, Einbruch der $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponenten um 5% bei einer Übergangsdauer von weniger als 10ms realisiert werden.

C) Regelungsstrategie zur stabilen Kompensation von inneren und externen Abweichungen

Zudem wurde eine Regelungsstrategie zur Kompensation von relativ kleinen Abweichungen, welche sowohl im inneren des MMC entstehen oder auch extern hervorgerufen werden, aus dem gewünschten Zustand vorgestellt. Zur Kompensation aller Abweichungen der Strom- und Energiekomponenten wurden drei Regelungsalgorithmen (Methode (0), Methode (I), & Methode (II)) zur Bestimmung der benötigten Korrekturen der 6 Eingangsvariablen des MMCs entworfen. Diese Regelungsmethoden bestehen aus einzelnen hierarchischen Schritten mit unterschiedlichen Zeitskalen, wobei in den 3 Regelungsmethoden 3 unterschiedliche Regelungsansätze, welche strom-, energie- oder lyapunovbasiert sind, in den einzelnen Schritten miteinander kombiniert werden. Hierbei ist es wichtig zu erwähnen, dass Methode (II) hierbei vollständig energiebasiert realisiert werden konnte. In den Simulationsergebnissen konnte die Wirksamkeit

und Robustheit aller Methoden, durch die Implementierung von starken Abweichungen in den AC- und DC-Spannungen, den internen Armspannungen sowie durch die zusätzliche Einprägung eines starken DC-Spannungseinbruchs in Höhe von bis zu 80% für eine Dauer von 0.05s, gezeigt werden.

D) Erweiterung der Ergebnisse auf zwei durch eine lange HVDC-Leitung miteinander gekoppelte MMC

Darüber hinaus wurden die Ansätze zur Minimierung der Energieoszillationen und die Methode (I) der Regelung auf ein System für zwei, durch eine lange HVDC-Leitung, als AC-DC-AC-Übertragungssystem gekoppelte MMC erweitert. Zudem sind die Ergebnisse für die einzelnen MMC und die beiden verschalteten MMC als Kombination aus der Vorsteuerung mit integrierter Regelung betrachtet worden. Auch für die zwei gekoppelten MMCs konnte hierbei anhand von Simulationsergebnissen die erfolgreiche Erweiterung der Optimierungsansätze im eingeschwungenen Zustand und die Übertragung der robusten Regelung des einzelnen MMCs auf das AC-DC-AC-Übertragungssystem nachgewiesen werden.

Ferner ist es wichtig anzumerken, dass in dieser Dissertation eine schnelle Sortierung der Submodule immer vorausgesetzt wird, jedoch nicht Gegenstand dieser Arbeit ist. Dies bringt den erheblichen Vorteil mit sich, dass die in dieser Arbeit entwickelten Regelungsmethoden auf jeden MMC übertragen werden können, ohne die Modulations- und Sortieralgorithmen der Submodule jedes Arms modifizieren zu müssen. Daraus resultierend wird sich, in den in dieser Arbeit entworfenen Ansätzen und Methoden, immer auf die langsamere Zeitskala von etwas weniger als einer Millisekunde der Strom- und Energiedynamik beschränkt, da angenommen werden kann, dass alle Submodule eine annähernd gleiche Spannung bei dieser relativ groben Zeitskala aufweisen. Weiterhin wurden Simulationsergebnisse zu der theoretischen Betrachtung der vorherigen Punkte A-D ergänzt, woraus sich nachfolgende komprimierte Struktur der Arbeit ergibt:

- Kapitel 1 zeigt die Motivation und Einleitung, die Zusammenfassung der Arbeit sowie den Stand der Technik.
- Kapitel 2 stellt die Struktur und die Beschreibung der Dynamik des Modularen Multilevel Converters, sowohl für den einzelnen DC-zu-AC-Umrichter als auch für das DC-AC-DC-Übertragungssystem, mittels Differentialgleichungen dar.
- Kapitel 3 beschreibt zunächst die Berechnung des eingeschwungenen Zustands, bevor die Bestimmung der inneren Freiheitsgrade für die optimale Oszillationsstärke der Armenenergien im eingeschwungenen Zustand und die Simulationsergebnisse hierfür für den einzelnen und für zwei gekoppelte MMCs abgebildet werden.
- Kapitel 4 behandelt die beiden Ansätze zum Trajektorienentwurf für einen schnellen und glatten Übergang zwischen einem beliebigen Startzustand und einem eingeschwungenen Endzustand für einen einzelnen MMC.
- Kapitel 5 bildet die Simulationsergebnisse aus Kapitel 4 ab.
- Kapitel 6 gibt Einblick in die 3, zur Abweichungskompensation von relativ kleinen internen und externen Abweichungen, entworfenen Regelungsmethoden, welche mit unterschiedlichen Zeitskalen in hierarchischen Schritten, strom-, energie- & lyapunovbasiert umgesetzt wurden.
- Kapitel 7 & 8 veranschaulichen jeweils die Simulationsergebnisse der entworfenen Regelung für einen einzelnen MMC und für zwei, durch eine lange HVDC-Leitung, gekoppelte MMCs.
- Kapitel 9 fasst den Inhalt der Dissertation noch einmal zusammen, gibt einen Ausblick und diskutiert Stellen dieser Arbeit, die eine weitere Untersuchung verdienen.

1.3 Stand der Technik & vergleichende Betrachtung mit den Inhalten der Dissertation

Ziel dieses Abschnitts ist es, den aktuellen Stand der Technik zu den Schwerpunkten der Arbeit in Relation zu setzen sowie die entsprechenden Neuerungen und die aktuellen Forschungsergebnisse gegenüber zu stellen. Im Wesentlichen wird diese vergleichende Betrachtung für

- (I) den Entwurf der Gütefunktion für optimal geringe Energieoszillationen in den inneren Energiekomponenten im eingeschwungenen Zustand, für
 - (II) den Trajektorienentwurf für einen möglichst schnellen und glatten Übergang zwischen einem beliebigen Startpunkt und einem gewünschten eingeschwungenen Endzustand, für
 - (III) die Regelungsstrategie zur Kompensation von inneren und externen Abweichungen sowie für
 - (IV) die Übertragung der Methoden aus (I) und (III) auf zwei gekoppelte MMCs
- dargestellt.

Zu (I) - optimal geringe Energieoszillationen im eingeschwungenen Zustand

Braeckle et. al. [24], “Energy Pulsation Reduction in Modular Multilevel Converters Using Optimized Current Trajectory“, (2021)

Die von Bräcke und Himmelmann in 2021 vorgestellte Arbeit beschreibt eine neue Methode zur Steuerung einer MMC-Topologie, um die vergleichsweise große Gesamtkapazität der Zellen im System zur Bewältigung von Energiepulsationen während des Betriebs zu verringern. Diese Optimierungsmethode bestimmt die Amplituden von unterschiedlichen Fourier-Komponenten der inneren Kreisströme im eingeschwungenen Zustand, wobei die Common-Mode-Spannung auf 0 eingefroren wird und in der Optimierung keine Verwendung findet. Die Amplituden der Kreisströme hingegen werden zur Erzeugung von minimalen Energiepulsationen über eine AC-Periode genutzt. Der gewählte Ansatz basiert auf der analytischen Beschreibung der Differentialgleichungen, welche es ermöglicht, ein dynamisches Netzregelsystem aufzubauen und den MMC stabil zu betreiben. Hierbei wurden mathematische Werkzeuge verwendet, die eine systematische Analyse der auftretenden Regel- und Ausgangsgrößen ermöglichen, um anschließend die Freiheitsgrade der internen Ströme und der Common-Mode-Spannung, die vom MMC bekannt sind, abzuleiten. Unter Nutzung der Freiheitsgrade wurden optimale Stromtrajektorien berechnet, die eine Reduktion der Energiepulsationen um bis zu 44% für den gesamten Betriebsbereich bei verschiedenen Leistungsfaktoren im Vergleich zu den Methoden des Stands der Technik [25, 26, 27] ermöglichen. In diesen Methoden werden häufig die inneren Freiheitsgrade zur Vereinfachung zu 0 gesetzt.

Der in dieser Dissertation vorgestellte Minimierungsansatz ist ähnlich, obwohl dieser ohne vorherige Kenntnis der Arbeit von Bräcke et. al. durchgeführt wurde und darauf abzielt, eine einfache analytische Lösung zu erhalten. Bei Bräcke et. al. wurde hingegen eine 4. Oberwellenkomponente in die Kreisströme im stationären Zustand einbezogen, obwohl diese Oberwelle fast keinen Einfluss auf die Energiebestandteile hat, da diese zu einem schnell oszillierenden Beitrag führt, der bei der Integration über die Zeit zur Definition der Gütefunktion herausgemittelt wird. Darüber hinaus wird im Gegensatz zum Bräcke et. al die Common-Mode-Spannung in dieser Dissertation nicht zu null gesetzt und somit der Einfluss der Gleichtaktspannung auf die Kostenfunktion vollständig berücksichtigt und ausgenutzt. Der größte Unterschied liegt jedoch darin, dass die Lösung in dieser Arbeit vollständig analytisch ist und somit zu einfachen Gleichungen führt, die direkt angewendet werden können, während in Bräcke et. al die Lösung numerisch durch ein aufwändigeres iteratives Optimierungsverfahren für jeden unterschiedlichen stationären Zustand ermittelt werden muss.

Zu (II) - Trajektorienentwurf für einen schnellen und glatten Übergang

Stark [22, 23], “Schnelle Energieregulation eines Modulare Multilevel Umrichters (MMC) für ein gekoppeltes DC-AC-Netz“, (2021)

Die Dissertation von Stark befasst sich mit der Entwicklung eines effizienten Entwurfs für schnelle Übergänge zwischen zwei beliebigen eingeschwungenen Zuständen eines Modulare Multilevel Umrichters, wobei sowohl die sechs Armströme sowie die sechs Armenenergien im MMC gesteuert werden und so innerhalb eines kurzen Zeitintervalls ($\sim 10\text{ms}$) den Zustand des Systems glatt und ohne Anregung von ungewollten Transienten in einen neuen Betriebspunkt überführen. Die drei inneren Freiheitsgrade (zwei Kreisstromkomponenten und die Gleichtaktspannung) bieten die Möglichkeit, eine annähernd getrennte Steuerung der sechs Armenenergien im MMC zu erreichen. Ferner wurde ebenfalls ein Fehlerszenario eines raschen DC-Spannungsabfalls betrachtet. Beim Entwurf der schnellen und glatten Trajektorien zu einem neuen eingeschwungenen Zustand wird die Trajektorie des DC-Stroms so entworfen, dass ein sanfter Übergang der im MMC gespeicherten Gesamtenergie von dem alten in den neuen eingeschwungenen Zustand erfolgt. Außerdem sind die Trajektorien der inneren Freiheitsgrade der MMC-Dynamik so gestaltet, dass die beiden eingeschwungenen Zustände der inneren Energieumverteilung zwischen den sechs MMC-Armen glatt verbunden werden, was durch die Entwicklung der inneren Freiheitsgrade als Superposition von geeigneten Basisfunktionen erreicht wird. Solche Basisfunktionen für die Entwicklung des Übergangs erfüllen gewisse orthogonale Eigenschaften, welche zur Eliminierung der nichtlinearen Terme in den Energiegleichungen führen.

Für diese Dissertation wird auf die von Stark gewonnenen Erkenntnisse der Trajektoriengestaltung des DC-Stromes und der entwickelten Basisfunktionen aufgebaut. Im Vergleich zu Stark, bei dem die inneren Freiheitsgrade ausschließlich beim Übergang, aber nicht beim Endzustand nach dem Übergang verwendet werden (bzw. auf null gesetzt werden), ergeben sich in dieser Dissertation die inneren Freiheitsgrade aus der Lösung der Energiekomponenten und aus der Minimierung der Leistungssoszillationen ohne jegliche Einschränkung. Die inneren Freiheitsgrade werden hierbei sowohl für den Entwurf des Übergangs als auch für den eingeschwungenen Endzustand ausgenutzt. Der Vorteil der in dieser Dissertation angewandten Erweiterung des Ansatzes liegt in der höheren Anzahl an frei zur Verfügung stehenden Freiheitsgraden zur Gestaltung eines optimalen Übergangs und in dem, sich aus der Minimierung des Übergangs ergebenden, eingeschwungenen Endzustandes. Hierbei kommen nichtlineare Terme sowohl in den inneren Freiheitsgraden im Endzustand vor, welche durch eine Erweiterung des Zugangs von Stark gelöst werden, als auch in der zu minimierenden Gütefunktion.

Wan [38, 39], “Flatness-based control for fast trajectory tracking in a high voltage AC-DC-AC power system including conventional converter and MMC“, pages: 43-62, (2022)

Wan [38] entwickelte ebenfalls einen Ansatz für einen schnellen und glatten Übergang zwischen zwei eingeschwungenen Zuständen unter Nutzung der durch Stark [22, 23] bekannten Technik. Wan erweiterte diesen Ansatz auf ein System bestehend aus zwei Subsystemen (Inselssystem mit einem konventionellen Umrichter + MMC inklusive der jeweiligen DC- und AC- Verbindungen).

Wie bereits erwähnt, wurde ebenfalls in dieser Arbeit auf Starks [22, 23] Erkenntnisse aufgebaut und darauf basierend ein erweiterter Ansatz, welcher die Amplitude der Kreisstromkomponenten zunächst frei lässt und diese zur Minimierung der Leistungssoszillationen der internen Energiekomponenten während des Übergangsintervalls heranzieht, entworfen. Weiterhin ist die zugrunde gelegte Topologie der beiden verschalteten MMCs, in dieser Dissertation anders, als die von Wan und ermöglicht eine genauere Regelung der Energieflüsse.

Zu (III) - Regelungsstrategie zur Kompensation von Abweichungen

Dinkel [28, 29, 30], “Direkte Multivariablenregelung von Modularen Multilevel Umrichtern“, (2022)

In der durch Dinkel erstellte Arbeit wird im Schwerpunkt ein neuartiges Regelungskonzept für den MMC, die Multivariable Control (MVC), vorgestellt, welches wesentliche Fortschritte zum damaligen aktuellen Stand der Technik ermöglichte. Zum einen konnten direkt und voneinander unabhängig die fünf Ströme (Kreisströme sowie AC- und DC-Ströme) und die Common-Mode-Spannung in jeglichen Betriebsszenarien (stationärer Betrieb und Fehlerfälle) mit individuellen Toleranzbändern für jede Variable geregelt werden. Weiterhin wurden durch die inkludierte Regelung der ersten Stromableitungen die Spannungsfehler kontinuierlich minimiert und eine exzellente Spannungsqualität erreicht, woraus eine Verringerung der internen und externen Induktivitäten hinsichtlich deren Auslegung erzielt werden konnte.

Der größte Unterschied zur vorliegenden Dissertation liegt in der betrachteten Ebene der Regelung und folglich in der verwendeten Zeitskala. Dinkels Ansätze basieren auf der erwähnten schnelleren unterlagerten Regelung der Submoduldynamiken, welche eine detaillierte Betrachtung der Sortierung der einzelnen Submodule unter Berücksichtigung einer kleineren Zeitskala und der dafür notwendigen Sortier- und Selektionsalgorithmen mit sich bringt. Der in dieser Dissertation verwendete Regelungsansatz setzt eine unterlagerte schnelle Sortierung der Submodule voraus und ist somit weniger komplex und einfacher implementierbar, was dazu führt, dass dieser Ansatz bei jedem beliebigen Sortieralgorithmus der Submodule angewendet werden kann. Aus dem in dieser Dissertation verwendeten Ansatz resultiert jedoch, aufgrund der verwendeten längeren Zeitskala eine langsamere Regelung, welche folglich weniger Ansätze zur Implementierung neuer Regelungsmethoden auf Submodulebene bietet. Diese Dissertation zeigt, dass es unter Verwendung der größeren Zeitskala der gemittelten Spannungen der Submodule und folglich auch für die Energien jedes Armes möglich ist, die erwähnte Energieregulungszeitskala ausreichend genau zu beschreiben und auf dieser Grundlage robuste Regelungsmethoden zu entwickeln.

Steckler et al. [31], “Differential Flatness-Based, Full-Order Nonlinear Control of a Modular Multilevel Converter (MMC)“, (2022)

In der durch Steckler et. al. veröffentlichten Publikation wurde zunächst die Existenz der Flachheit für einen einzelnen MMC nachgewiesen und ein flacher Ausgang des MMCs entworfen. Darauf aufbauend wurde ein flachheitsbasierter Regelungsansatz entwickelt, welcher jedoch auf die MMC- und AC-Netz-Subsysteme beschränkt ist sowie die DC- und AC-Leitungsinduktivitäten vernachlässigt. Weiterhin wurde eine Strategie zum Trajektorienentwurf unter Verwendung der Flachheitseigenschaft erläutert und zur Entwicklung eines linearisierenden Regelgesetzes verwendet.

Im Vergleich zu der Arbeit von Steckler et. al. hat der flachheitsbasierte Ansatz in der vorliegenden Dissertation, der auf die MMCs angewendet wird, die DC-Induktivität vollständig berücksichtigt, da das HVDC-Kabel sehr lang sein kann und eine solche DC-Induktivität daher nicht mehr vernachlässigbar ist. Weiterhin unterscheidet sich die zugrunde liegende Topologie von Steckler et. al., welche lediglich den einzelnen MMC mit einem angeschlossenen AC-Netz und nicht zwei durch eine lange HVDC-Übertragungsleitung gekoppelte MMCs analysiert, von der in dieser Dissertation.

Wan [38], “Flatness-based control for fast trajectory tracking in a high voltage AC-DC-AC power system including conventional converter and MMC“, pages: 65-87, (2022)

Im zweiten Teil von Wans Arbeit [38] wies dieser die Existenz eines flachen Ausgangsvektors für das vollständige Hochspannungs-AC-DC-AC-Stromsystem für einen konventionellen AC-DC-Umrichter und einen DC-zu-AC MMC nach. Weiterhin entwickelte Wan darauf aufbauend ein auf Flachheit

basierendes Regelungskonzept für die Kompensation von Abweichungen aus einer entworfenen Trajektorie, welches jedoch nicht vollständig erfolgreich implementiert werden konnte.

In dieser Dissertation wurden 3 unterschiedliche strom-, energie- und lyapunovbasierte Methoden zur Regelung von kleinen Abweichungen entwickelt und deren Wirksamkeit erfolgreich in Simulationen gezeigt. Im Speziellen ist es in dieser Dissertation gelungen, eine vollständig energiebasierte Regelungsmethode (II) zu entwerfen, welche ein sehr gutes und robustes Regelungsverhalten für den einzelnen MMC zeigt. Ein Übertrag auf zwei gekoppelte MMCs wurde aufgrund der besseren Ergebnisse der Regelungsmethode (I) nicht vorgenommen.

zu (IV) - Übertragung der Methoden aus (I) und (III) auf zwei gekoppelte MMCs

Höhn et. al. [32], “Back-to-Back HVDC Modular Multilevel Converter for Transient Voltage Dip Mitigation in Passive Networks“, (2019)

Bei der durch Höhn et. al. erarbeiteten Publikation wurde eine Regelung für einen DC-Spannungseinbruch für zwei gekoppelte MMCs entworfen. Zur Regelung des Systems wird hierbei die Dual Synchronous Reference Frame (DSRF) Methode [33, 34] zur Fehlerüberbrückung genutzt. Zur Minderung transienter Spannungseinbrüche wird eine konventionelle synchrone Referenzregelung mittels eines PI-Reglers herangezogen. Das Modell von Höhn et. al. arbeitet im Inselbetrieb [35, 36], was bedeutet, dass der Wechselrichter die Wechselspannung des passiven Netzes steuert, während der Gleichrichter hauptsächlich die Spannung des Gleichspannungsbusses regelt. Eine Steuerung zur Unterdrückung zirkulierender Ströme (CCSC) [37] ist ebenfalls integriert.

Die simulierten Ergebnisse liegen in ähnlichen Leistungsbereichen wie die in dieser Dissertation, jedoch weist Höhn et. al. eine längere Dauer des 50%igen DC-Spannungseinbruchs von $75ms$ auf. Es zeigt sich jedoch bei Höhn et. al. eine langsamere Anpassung zu einem neuen eingeschwungenen Zustand, in dem die Energie der beiden MMC-Anlagen deutlich geringer ist, da die fehlende Leistung durch die MMC-Anlagen überbrückt wurde. In dieser Dissertation wird die fehlende Leistung über eine kürzere Dauer ebenfalls überbrückt, wobei jedoch die Dynamik der Leistungsflüsse besser genutzt wird, sodass die beiden MMCs am Ende des Spannungseinbruchs im Wesentlichen die gleiche Energie wie zu Beginn besitzen. Die verwendeten Regelungsmethoden unterscheiden sich zudem grundlegend von denen in dieser Dissertation. Ferner werden in der Publikation von Höhn et. al. lediglich die äußeren Ströme geregelt, wohingegen über die Umverteilung der inneren Energien keine Aussage getroffen wird.

Kapitel 2

Struktur und Dynamik des Modularen Multilevel Umrichters (MMC)

Ein Modularer Multilevel Converter (englisch: Modular Multilevel Converter, kurz: MMC) verfügt, im Gegensatz zu anderen konventionellen Umrichtern, über eine hohe Anzahl an getrennt voneinander steuerbaren Submodulen, welche jeweils einen Kondensator zur Energiespeicherung aufweisen. Diese in Reihe geschalteten Submodule sind in 6 Armen des MMCs angeordnet, können getrennt voneinander angesteuert werden und gewährleisten somit den Leistungsfluss zwischen einem DC- und einem 3-phasigen AC-System. Durch diese Topologie ist es außerdem möglich einen annähernd beliebigen Stromverlauf auf der AC- und auch auf der DC-Seite, welcher nicht nur konstant oder sinusförmig sein muss, nachzubilden. Dies bedarf jedoch aufgrund der hohen Anzahl an im MMC zur Steuerung vorhandenen Freiheitsgrade einem präzisen Regelungsansatz. Hierbei tragen einige Freiheitsgrade zum Leistungsfluss zwischen den äußeren DC- und AC-Leitungen bei, wohingegen andere ausschließlich der internen Energieverschiebung zwischen den 6 Armen dienen, ohne Auswirkungen nach außen aufzuweisen. Letztere genannte Freiheitsgrade werden interne Freiheitsgrade genannt, deren Dynamik bei der Steuerung des MMCs von großer Bedeutung ist.

Zum grundlegenden Verständnis werden in diesem Kapitel, neben den allgemeinen Beschreibungen zum Aufbau und der Funktionsweise eines einzelnen Modularen Multilevel Umrichters, die Dynamiken der Strom-, Spannungs- und Energiekomponenten und die Bedeutung der freien Steuerungsparameter sowie die vollständige Beschreibung der Energiekomponenten dargestellt, da diese eine anspruchsvollere nichtlineare Dynamik aufweisen. Am Ende des Kapitels werden die vorangegangenen Diskussionen zum einzelnen MMC auf ein System, bestehend aus 2 MMCs, welche durch eine lange DC-Leitung miteinander gekoppelt sind, erweitert.

2.1 Aufbau und Struktur eines einzelnen MMCs

In diesem Abschnitt wird die zugrunde gelegte Topologie des Modularen Multilevel Umrichters (Abbildung 2.3), welcher eine lange DC-Leitung mit einem 3-phasigen AC-Netz verbindet und somit als DC- zu AC-Umrichter fungiert, betrachtet. Ergänzend wird, am Ende dieses Kapitels in Abschnitt 2.3, die analoge Funktionsweise des MMCs als AC-zu-DC Umrichter beschrieben. Die von außen fest definierten DC- und AC-Spannungen (u_{DC} und $u_{AC,1}/u_{AC,2}/u_{AC,3}$) der Leitungen werden durch extern gesteuerte Spannungsquellen idealisiert modelliert. Zwischen der Sternverbindung der 3 AC-Leitungen und dem Mittelpunkt der DC-Leitung kann im Allgemeinen eine zeitabhängige Spannung, welche als Gleichtaktspannung bzw. Common-Mode Spannung u_{cm} bezeichnet wird, vorkommen und vom Umrichter beliebig gestellt werden. Wie im weiteren Verlauf dieser Arbeit gezeigt wird, trägt diese Spannung zu keiner der sich ergebenden Stromdynamiken bei, aber sie ist essenziell für das interne Energiemanagement des MMCs. Jeder der 6 internen MMC-Arme, beschrieben durch den Index

$j = 1, \dots, 6 \equiv p1, p2, p3, n1, n2, n3$, besteht aus einer, wie in Abbildung 2.1 dargestellt, Serienschaltung von Submodulen (SM). Diese können Ausgangsspannungen $u_{SM,j}^{(k)}$, wobei $k \in 1, 2, 3, \dots, N_{SM}$ den Submodul-Index beschreibt, am Submodulausgang stellen und werden durch die jeweilige interne Kondensatorspannung $u_{C,j}^{(k)}$ und den Schaltzustand des Submoduls $s_j^{(k)}$, wie im weiteren Verlauf der Arbeit näher erläutert, bestimmt. Die Submodule können durch Halb- oder Vollbrücken mit 2 bzw. 4 Hochleistungsschaltern (IGBTs) und den dazugehörigen Freilaufdioden realisiert werden, wobei in dieser Arbeit ausschließlich die Vollbrücken-Topologie mit 4 Schaltern, wie in Abbildung 2.1 durch einen gestrichelten Rahmen dargestellt, betrachtet wird. Je nach Schaltzustand trägt das jeweilige Submodul zur Gesamtarmspannung u_j bei oder liefert für diese keinen Beitrag.

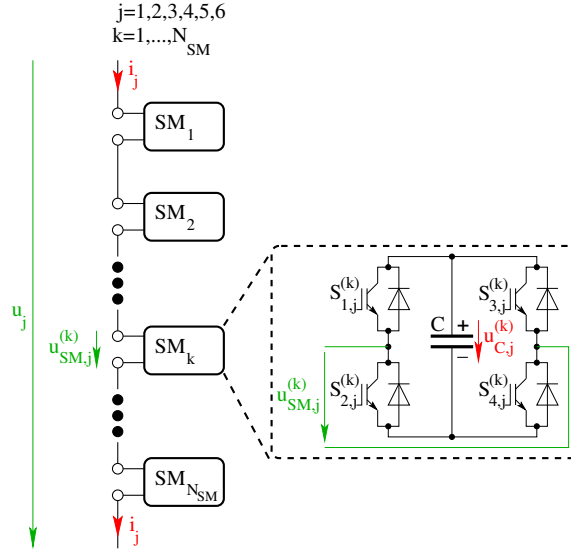


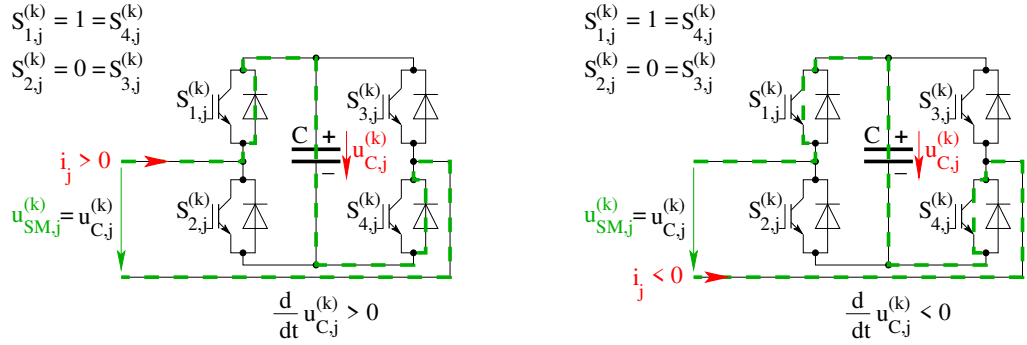
Abbildung 2.1: Schaltbild eines Arms des MMCs mit N_{SM} in Reihe geschalteten Submodulen in Vollbrückentopologie

Die resultierende Armspannung u_j im j -ten Arm ergibt sich somit aus der Summe aller eingeschalteten Submodule des Arms

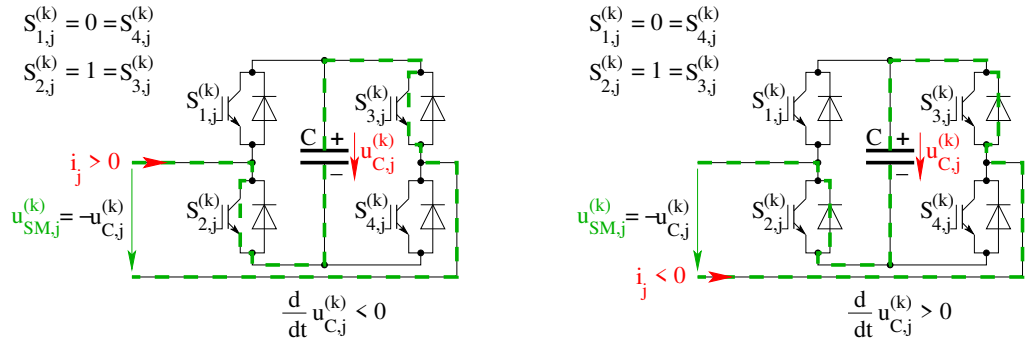
$$u_j = \sum_{k=1}^n u_{SM,j}^{(k)} = \sum_{k=1}^{N_{SM}} u_{C,j}^{(k)} s_j^{(k)}, \quad (2.1)$$

wobei $s_j^{(k)}$ den Schaltzustand des k -ten Submoduls, welcher $\{-1, 0, 1\}$ für die Vollbrückenschaltung annehmen kann, beschreibt. Dieser Schaltzustand des Submoduls $s_j^{(k)}$ ergibt sich aus den vier Schaltzuständen $S_{1/2/3/4,j}^{(k)} = \{1(\text{ein}), 0(\text{aus})\}$ der im Submodul vorhandenen IGBTs, welche durch $s_j^{(k)} = S_{1,j}^{(k)} S_{4,j}^{(k)} - S_{2,j}^{(k)} S_{3,j}^{(k)}$ berechnet werden. Hierbei stehen die jeweiligen Schalter durch $S_{2,j}^{(k)} = \overline{S_{1,j}^{(k)}}$ bzw. $S_{4,j}^{(k)} = \overline{S_{3,j}^{(k)}}$ negiert miteinander in Verbindung. Je nach Schaltzustand $S_{1/2/3/4,j}^{(k)}$ fließt der Strom entweder über den IGBT oder die Freilaufdiode, was wiederum mit einer sich ändernden Submodulspannung $u_{SM,j}^{(k)}$ welche die Zustände $\pm u_{C,j}^{(k)}$ oder 0 annehmen kann, einhergeht. Die Kondensatorspannung in jedem Submodul $u_{C,j}^{(k)}$ ist jedoch nicht konstant, sondern ändert sich, wenn das Submodul eingeschaltet ist, je nach Richtung bzw. Vorzeichen des Armstroms. Aus diesem Grund ist es ebenfalls notwendig die passenden Submodule zu wählen und zu schalten, damit alle Submodule eines Arms ähnliche Spannungswerte aufweisen, was im späteren Verlauf bei der Diskussion der verschiedenen im MMC vorkommenden Zeitskalen näher betrachtet wird. Exemplarisch werden die Schaltzustände

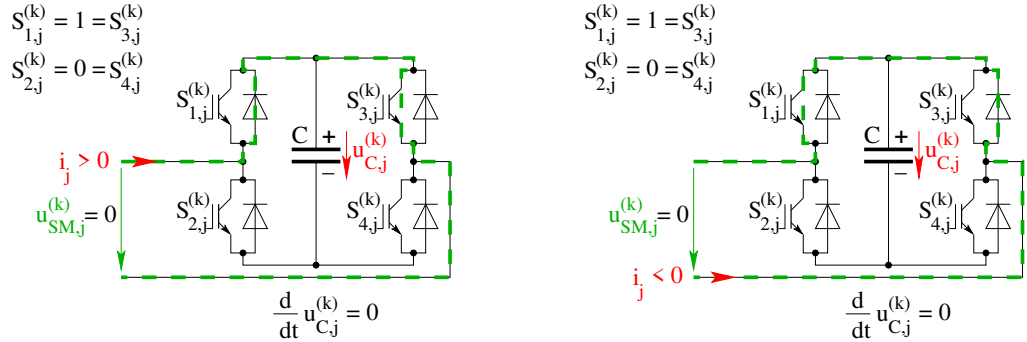
der Submodule $s_j^{(k)}$ in Abbildung 2.2 zur Veranschaulichung der relevanten Größen $\{u_{SM,j}^{(k)}, u_{C,j}^{(k)}, i_j\}$ dargestellt.



(a) Schaltzustand $s_j^{(k)} = 1$



(b) Schaltzustand $s_j^{(k)} = -1$



(c) Schaltzustand $s_j^{(k)} = 0$

Abbildung 2.2: Darstellung der Vollbrückenschaltung mit den entsprechenden Armströmen i_j und den Kondensatorsspannungen $u_{C,j}^{(k)}$ in Abhängigkeit der Schaltzustände $s_j^{(k)}$ mit dem Armindex $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ und dem Submodulindex $k = 1, \dots, N_{SM}$

Hierbei ergibt sich, wie in Abbildung 2.2a symbolisiert, eine durch den Schaltzustand $s_j^{(k)} = 1$ ($S_{1,j}^{(k)} = 1 = S_{4,j}^{(k)}$ und $S_{2,j}^{(k)} = 0 = S_{3,j}^{(k)}$) hervorgerufene positive Submodulspannung ($u_{SM,j}^{(k)} = +u_{C,j}^{(k)}$), wohingegen, wie für den in Abbildung 2.2b dargestellten Zustand, der Schaltzustandes $s_j^{(k)} = -1$ ($S_{1,j}^{(k)} = 0 = S_{4,j}^{(k)}$ und $S_{2,j}^{(k)} = 1 = S_{3,j}^{(k)}$) eine negative Submodulspannung ($u_{SM,j}^{(k)} = -u_{C,j}^{(k)}$) zur

Folge hat. In beiden symbolisierten Fällen nimmt $u_{C,j}^{(k)}$ je nach Vorzeichen des Armstroms, welcher durch das eingeschaltete Submodul fließt, mit der Zeit zu oder ab. Abbildung 2.2c beschreibt den durch den Schaltzustand $s_j^{(k)} = 0$ hervorgerufen Fall, in dem lediglich die beiden oberen Schalter ($S_{1,j}^{(k)} = 1 = S_{3,j}^{(k)}$) der Vollbrückentopologie eingeschaltet sind, was keine Submodulspannung ($u_{SM,j}^{(k)} = u_{C,j}^{(k)} = 0$) hervorruft. In allen drei beschriebenen Schaltzuständen $s_j^{(k)} = \pm 1$ oder 0 sind die beiden Möglichkeiten für einen positiven oder negativen Armstrom i_j des jeweiligen Submoduls dargestellt. Analog zu Abbildung 2.2c kann der Schaltzustand $s_j^{(k)} = 0$ ebenfalls durch die Kombination der Schalter mit $S_{1,j}^{(k)} = 0 = S_{3,j}^{(k)}$ und $S_{2,j}^{(k)} = 1 = S_{4,j}^{(k)}$ erreicht werden. Hierdurch lässt sich mit der in dieser Arbeit verwendeten Topologie der Vollbrückenschaltung (Abbildung 2.1) eine negative sowie eine positive Arm-Spannung realisieren. Die in jedem Arm vorhandene geringe Induktivität L_e trägt zum einen zur Kontrolle der Dynamik der inneren Stromkomponenten, welche dennoch schnell bleibt und in der Größenordnung von 1ms liegt, bei und ermöglicht somit zum anderen einen kontrollierten Energieaustausch zwischen den Armen des MMCs. Diese zugrunde liegende ungleiche Energieverteilung in den Armen des MMCs kann aufgrund eines eventuell nicht synchronen Schaltverhaltens der Submodulschalter entstehen. Der Widerstand R_e verdeutlicht hauptsächlich die Widerstände der IGBTs und die ohmschen Leitungsverluste innerhalb des MMCs, wohingegen die Induktivitäten L_{DC}, L_{AC} und die Widerstände R_{DC}, R_{AC} die Charakteristiken der extern an das MMC angeschlossenen DC- und AC-Leitungen hinsichtlich ihrer Länge und ohmschen Verluste nachbilden (siehe Abbildung 2.3). Es wird aufgrund der relativ groben Zeitskala von 0.1ms, bei welcher die Dynamik des MMC-Systems aufgelöst wird, angenommen, dass die kapazitiven Beiträge der AC- und DC-Leitungen vernachlässigt und somit die Leitungen lediglich durch die induktiven und ohmschen Anteile modelliert werden.

Die Regelung der MMC-Dynamik ist aufgrund der hohen Anzahl an Variablen, 6 Ströme und $6 \times N_{SM}$ Submodulspannungen, sehr komplex. Der modulare Aufbau des MMCs ermöglicht jedoch eine eindeutige Trennung der Zeitskalen für die Regelung dieser Variablen, sodass diese in zwei Gruppen separat betrachtet werden können:

- Für die Darstellung der ersten, gröberen Zeitskala, wird die gesamte Spannung in einem Arm, welche aus der Summe der aktuell geschalteten Submodulen folgt und in Gleichung (2.1) beschrieben ist, betrachtet. Diese Armspannung steuert die resultierende Stromdynamik im jeweiligen Arm des MMCs. Die für die Änderung der Stromdynamik notwendige Zeitskala kann im Hochspannungsbetrieb, in welchem jedes Submodul eine Spannung von typischerweise mehreren 100V erzeugen kann und in welchem der Armstrom in der Größenordnung von 1 kA liegt, durch deren Zusammenhang $\Delta u \sim L \frac{\Delta i}{\Delta t}$ geschätzt werden. Somit soll eine Änderung der Armspannung im Bereich von $\Delta u \sim 100$ V bei gleichzeitiger Änderung des Stromes von $\Delta i \sim 10$ A und bei einer systemüblichen Induktivität von circa 2 mH innerhalb des Zeitintervalls Δt erreicht werden. Hierbei stellt Δu die durch Ein- bzw. Ausschalten eines einzelnen Submoduls lieferbare Spannung dar, wohingegen Δi ca. 1% der Stromschwankung des Armstromes entspricht. Das resultierende Zeitintervall beträgt folglich

$$\Delta t \approx \frac{L \Delta i}{\Delta u} = 0.2 \text{ ms.} \quad (2.2)$$

Die hierbei für die Steuerung verwendete grobe Zeitskala liegt in der Größenordnung von 0.1ms.

- Die zweite, feinste Zeitskala entspricht der Dynamik der einzelnen Kondensatorspannungen der geschalteten Submodule, welche nicht konstant bleiben, sondern je nach Richtung der Armströme und der Schaltungen der Vollbrückensubmodule zu- oder abnehmen. Da hierfür die geschalteten Submodule umgepolt werden oder durch weniger beanspruchte, d.h. weniger aufgeladene bzw. entladene, Submodule ständig ersetzt werden müssen, bedingt dies einer feineren oder schnelleren Zeitskala in der Größenordnung von wenigen Mikrosekunden. Diese Zeitskala

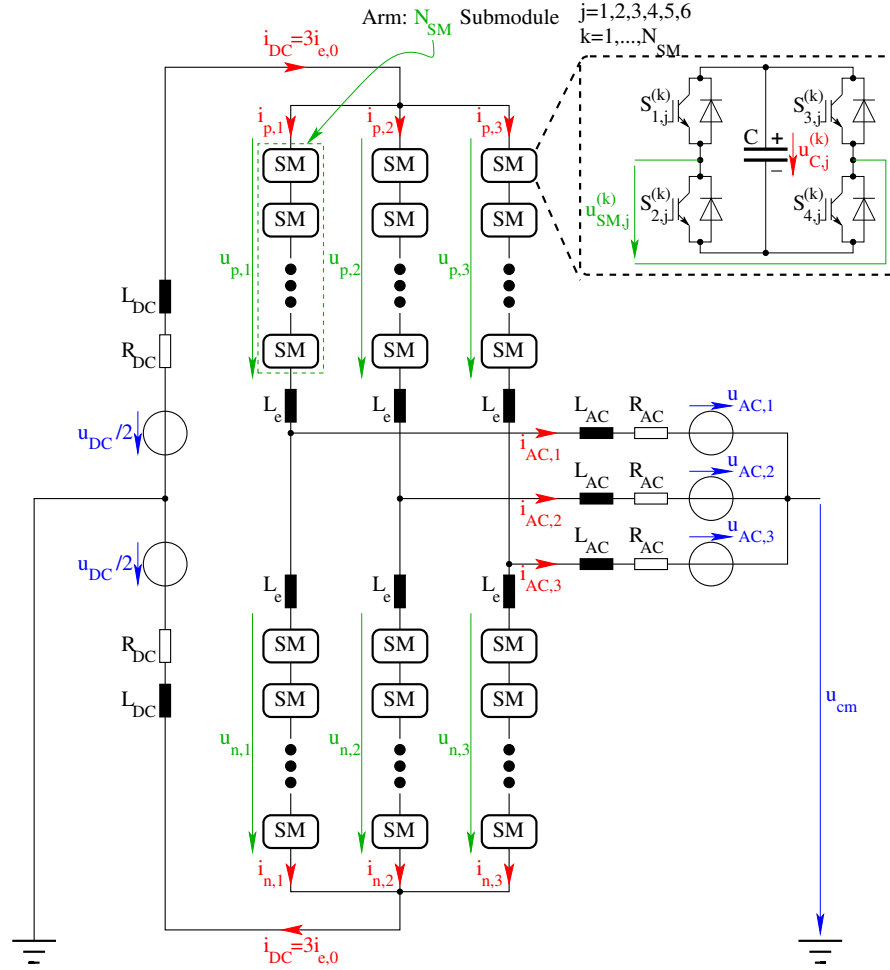


Abbildung 2.3: Ersatzschaltbild eines MMCs mit identischen in Reihe geschalteten Submodulen in Vollbrückenausführung

ist wesentlich schneller als die zeitliche Auflösung, welche für die Steuerung der Stromdynamik notwendig ist. Auf diese Weise können alle Submodule innerhalb eines Arms für die Dauer der in Gleichung (2.2) berechneten 0.2 Millisekunden auf einem ähnlichen Spannungsniveau gehalten werden, ohne dass einige Submodule zu stark aufgeladen oder entladen werden. Dieser sich ständig wiederholende Vorgang des Auf- und Entladens der einzelnen Submodulkondensatoren, welcher die symmetrische Verteilung der Kondensatorspannungen sicherstellt, somit deren Submodulenergien gleichmäßig verteilt und ebenfalls zur Einhaltung der vorgegebenen physikalischen Bauteillimitierungen beiträgt, wird als Sortierung bezeichnet.

Aus diese Erkenntnis zu den zwei getrennten Zeitskalen resultiert eine getrennte Regelung der Stromdynamik ohne die interne Submoduldynamik unter Betracht ziehen zu müssen. Lediglich die gesamte Armenergie, welche innerhalb aller Submodulkondensatoren eines Arms gespeichert wird, ist bei der langsamen Zeitskala relevant, bei welcher problemlos angenommen werden kann, dass alle Submodule eine annähernd gleiche Spannung ($u_{C,j}^{(k=1)} = u_{C,j}^{(k=2)} = \dots = u_{C,j}^{(k=N_{SM})}$) aufweisen. Daher wird für die weitere Diskussion in dieser Dissertation immer eine Beschreibung der Dynamik bei der relativ langsamen Zeitskala von etwas weniger als einer Millisekunde zugrunde gelegt, bei welcher die relevanten dynamischen Variablen im MMC die Armströme und die Armenergien sind. Die unterlagerte, viel schnellere Sortierung der Submodule wird immer vorausgesetzt, jedoch nicht in dieser Arbeit behandelt. Eine detaillierte Betrachtung der Sortierung der einzelnen Submodule unter Berücksichtigung einer kleineren Zeitskala und der dafür notwendigen Sortier- und Selektionsalgorithmen ist zum

Beispiel in [28] zu finden.

Unter Verwendung der größeren Zeitskala ist folglich die gemittelte Spannung $\bar{u}_{C,j}$ ausreichend, um die Energie jedes j -ten Armes für die erwähnte Energieregulierungszeitskala zu beschreiben. Diese gemittelte Spannung steht mit der Energie W_j , welche in den Kapazitäten der Arme gespeichert ist, durch ihre Mittelwerte wie folgt in Zusammenhang.

$$W_j = \sum_{k=1}^{N_{SM}} \frac{1}{2} C_{SM} \left(u_{C,j}^{(k)} \right)^2 \approx \frac{1}{2} N_{SM} C_{SM} \bar{u}_{C,j}^2, \text{ wobei } j = 1, \dots, 6 = p1, p2, p3, n1, n2, n3 \quad (2.3)$$

Hierbei beschreibt C_{SM} die Kapazität jedes Submodulkondensators, welche für alle Submodule identisch ist ($C_{SM} = C$), wohingegen N_{SM} die Anzahl der Submodule pro Arm symbolisiert. Aufgrund der vorangegangenen Ausführungen kann jeder Arm des MMCs als ideale Spannungsquelle (Abbildung 2.4) angesehen werden, in welchem die Armspannung u_j so geregelt werden muss, dass die resultierende Dynamik für die jeweiligen Armströme i_j und die Armenenergien W_j der gewünschten Trajektorie folgen.

2.2 Grundlegende Beschreibung der Strom- und Energiedynamiken

Zur Beschreibung der für die Steuerung und Regelung des MMCs herangezogenen Bewegungsgleichungen der Energien und Ströme wird zunächst näher auf die Herleitung der Bewegungsgleichungen der Armströme und Armenenergien eingegangen. Hierfür sind vorab einige Definitionen zur besseren Verständlichkeit notwendig:

- Die 3 oberen Arme werden durch den Index p beschrieben, wohingegen der Index n die 3 unteren Arme symbolisiert.
- Die Definition der $\alpha/\beta/0$ Komponenten eines 3-phasigen Systems

$$\begin{pmatrix} (\cdot)_\alpha \\ (\cdot)_\beta \\ (\cdot)_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\cdot)_1 \\ (\cdot)_2 \\ (\cdot)_3 \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \begin{pmatrix} (\cdot)_1 \\ (\cdot)_2 \\ (\cdot)_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\cdot)_\alpha \\ (\cdot)_\beta \\ (\cdot)_0 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

- Die Unterteilung der Armstromkomponenten $i_{p/n,j}$ mit $j = 1, 2, 3$ des MMCs aus Abbildung 2.4 in einen Anteil $i_{AC,j} = (i_{p,j} - i_{n,j})$, welcher am AC-Leitungssystem abgegeben wird und in einen Teil $i_{e,j} = \frac{i_{p,j} + i_{n,j}}{2}$, von welchem der AC-Strom unabhängig ist

$$\begin{aligned} i_{p,j} &= \frac{i_{p,j} + i_{n,j}}{2} + \frac{i_{p,j} - i_{n,j}}{2} \equiv i_{e,j} + \frac{1}{2} i_{AC,j} \\ &= +\frac{1}{2} i_{AC,j} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & +\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e,\alpha} \\ i_{e,\beta} \\ i_{e,0} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} i_{n,j} &= \frac{i_{p,j} + i_{n,j}}{2} - \frac{i_{p,j} - i_{n,j}}{2} \equiv i_{e,j} - \frac{1}{2} i_{AC,j} \\ &= -\frac{1}{2} i_{AC,j} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & +\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e,\alpha} \\ i_{e,\beta} \\ i_{e,0} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Die α/β -Komponenten der i_e -Ströme werden interne Kreisströme genannt, wohingegen die 0-Komponenten der internen Ströme dem DC-Strom, bis auf einem Faktor $\frac{1}{3}$, entspricht.

Die 6 Armströme innerhalb des MMCs sind jedoch nicht linear voneinander unabhängig, weil die Summe der p -Komponenten gleich der Summe der n -Komponenten ist. Äquivalent dargestellt, bedeutet dies, dass

$$(i_{p,1} - i_{n,1}) + (i_{p,2} - i_{n,2}) + (i_{p,3} - i_{n,3}) = i_{AC,1} + i_{AC,2} + i_{AC,3} = i_{AC,0} = 0 \quad (2.6)$$

aufgrund der Sternverschaltung der 3 AC-Leitungen ist. Somit sind nur 5 der 6 Armströme unabhängig voneinander, welche durch die 5 Stromkomponenten $i_{AC,\alpha/\beta}$, $i_{e,0}$ und $i_{e,\alpha/\beta}$ dargestellt werden können.

- Die Definition der Σ - und Δ -Komponenten mit $j = 1, 2, 3$, wobei Σ die Summe des oberen- (p) und unteren Arms (n) mit einem Faktor $1/2$ ¹ darstellt.

$$()_{\Sigma,j} = \frac{()_{p,j} + ()_{n,j}}{2} \quad (2.7)$$

Die Δ -Komponenten spiegeln die Differenz des oberen Armes (p) zum unteren Arm (n) wider.

$$()_{\Delta,j} = ()_{p,j} - ()_{n,j} \quad (2.8)$$

Somit ergibt sich die Definition der Matrizen von Σ und Δ in Korrelation mit p und n für die α -, β - und 0-Komponenten zu

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} ()_{\Sigma,\alpha} \\ ()_{\Sigma,\beta} \\ ()_{\Sigma,0} \\ ()_{\Delta,\alpha} \\ ()_{\Delta,\beta} \\ ()_{\Delta,0} \end{pmatrix} &= \overbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \\ 0 & +\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & 0 & +\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & +\frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & +\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}}^{\mathbf{M}_{\Sigma/\Delta \leftarrow p/n}} \begin{pmatrix} ()_{p,1} \\ ()_{p,2} \\ ()_{p,3} \\ ()_{n,1} \\ ()_{n,2} \\ ()_{n,3} \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} ()_{p,1} \\ ()_{p,2} \\ ()_{p,3} \\ ()_{n,1} \\ ()_{n,2} \\ ()_{n,3} \end{pmatrix} &= \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 & +\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & +\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 & -\frac{1}{4} & +\frac{\sqrt{3}}{4} & +\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & +\frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & +\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 & +\frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 & +\frac{1}{4} & +\frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{\mathbf{M}_{p/n \leftarrow \Sigma/\Delta}} \begin{pmatrix} ()_{\Sigma,\alpha} \\ ()_{\Sigma,\beta} \\ ()_{\Sigma,0} \\ ()_{\Delta,\alpha} \\ ()_{\Delta,\beta} \\ ()_{\Delta,0} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Bei detaillierter Betrachtung der Maschengleichungen (siehe Abbildung 2.4) für die oberen

$$\frac{u_{DC}}{2} + \left(R_{DC} + L_{DC} \frac{d}{dt}\right) i_{DC} + u_{p,j} + \left(R_e + L_e \frac{d}{dt}\right) i_{p,j} + u_{AC,j} + \left(R_{AC} + L_{AC} \frac{d}{dt}\right) i_{AC,j} + u_{cm} = 0 \quad (2.10)$$

bzw. unteren Armgrößen

$$-\frac{u_{DC}}{2} + \left(R_{DC} + L_{DC} \frac{d}{dt}\right) i_{DC} + u_{n,j} + \left(R_e + L_e \frac{d}{dt}\right) i_{n,j} - u_{AC,j} - \left(R_{AC} + L_{AC} \frac{d}{dt}\right) i_{AC,j} - u_{cm} = 0 \quad (2.11)$$

¹Der Faktor $1/2$ wurde zusätzlich eingeführt, um die gleiche Transformationsmatrix für die Strom- und Spannungs-komponenten zu erhalten

ist es durch die Einführung der $\alpha/\beta/0$ Komponenten, welche die Summe bzw. die Differenz der oberen bzw. unteren Armgrößen für die Armströme- und spannungen widerspiegeln, möglich, entkoppelte Dynamikgleichungen für die Armströme (interne Kreisströme und alle externen DC-Ströme) zu erhalten [40]. Die Entkopplung der jeweiligen Ströme wird durch die farbige Darstellung der Spannungskomponenten gemäß Abbildung 2.4 visualisiert. Die blau dargestellten, extern vorgegebenen und extern gesteuerten Spannungen (**AusgangsvARIABLEN**) können nicht durch eine Regelung beeinflusst werden, wohingegen die grünen **EingangsvariableN** so ausgelegt werden können, um das gewünschte Stromverhalten zu erzeugen.

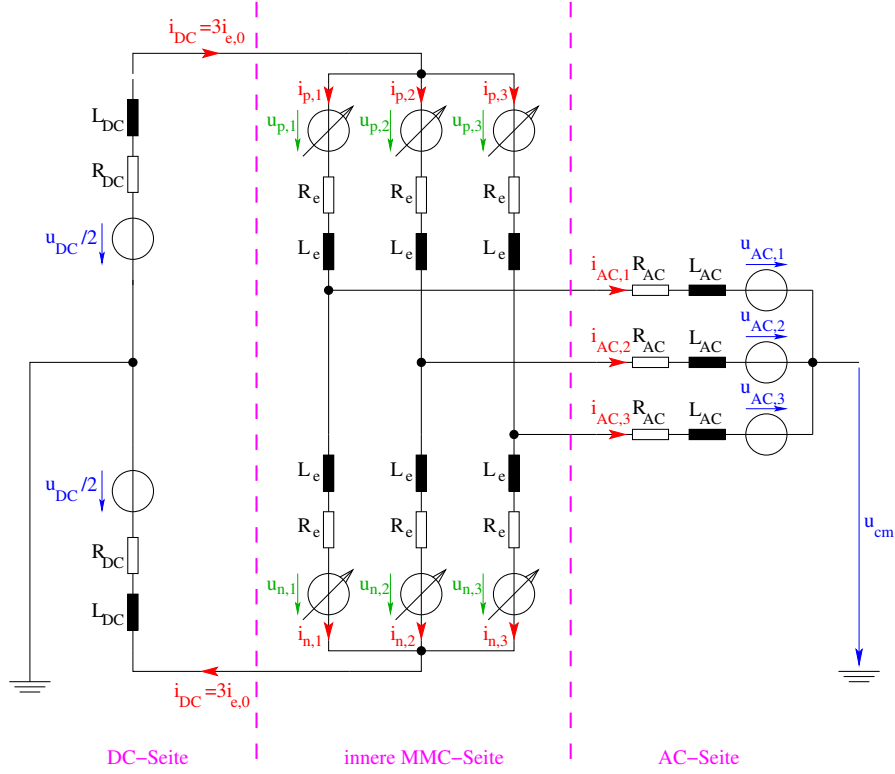


Abbildung 2.4: Schaltbild des MMCs in der Funktion als DC-zu-AC-Umrichter mit idealen Spannungsquellen in den 6 Armen

Die in Abbildung 2.4 dargestellte Schaltungsstruktur für den MMC, ist in der Funktionsweise als AC-zu-DC Umrichter analog zu der im DC-zu-AC-Betrieb. Lediglich die Richtung der Spannungen an den effektiven Armspannungsquellen, welche das Zusammenwirken aller Submodule eines Arms widerspiegeln, sowie die Richtung des Stromes an jedem der Arme, ändern sich.

Die Ströme des MMCs in der Funktionsweise als DC-zu-AC Umrichter ergeben sich folglich zu:

$$\begin{aligned}
\text{interne Kreisströme: } \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{e,\alpha/\beta} &= -\frac{R_e}{L_e} \mathbf{i}_{e,\alpha/\beta} - \frac{1}{L_e} \mathbf{u}_{\Sigma,\alpha/\beta}, \\
\text{externe DC-Ströme: } \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{e,0} &= \frac{1}{3} \frac{d}{dt} i_{DC} = -\underbrace{\frac{3R_{DC} + R_e}{3L_{DC} + L_e}}_{L'_{DC}} i_{e,0} - \frac{1}{L'_{DC}} \left(\mathbf{u}_{\Sigma,0} - \frac{u_{DC}}{2} \right), \\
\text{externe AC-Ströme: } \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{AC,\alpha/\beta} &= -\underbrace{\frac{2R_{AC} + R_e}{2L_{AC} + L_e}}_{L'_{AC}} i_{AC,\alpha/\beta} - \frac{1}{L'_{AC}} \left(\mathbf{u}_{\Delta,\alpha/\beta} + 2\mathbf{u}_{AC,\alpha/\beta} \right), \\
\text{triviale Dynamik: } \underbrace{\frac{d}{dt} \mathbf{i}_{AC,0}}_{=0} &= 0 - \frac{1}{L'_{AC}} \left(\mathbf{u}_{\Delta,0} + 2(u_{AC,0} + u_{cm}) \right).
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Wie bereits erläutert, ist aufgrund der Sternverschaltung der drei AC-seitig extern angeschlossenen Übertragungsleitungen, die Bedingung $i_{AC,0} = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 (i_{p,j} - i_{n,j})$ bzw. $i_{AC,0} = 0$ immer erfüllt, was zu einer Vereinfachung von Gleichung (2.12) zu

$$u_{\Delta,0} = -2(u_{AC,0} + u_{cm}) \tag{2.13}$$

führt. Da die AC-Spannungen normalerweise symmetrisch zueinander sind, $u_{AC,1} + u_{AC,2} + u_{AC,3} = 0$, vereinfacht sich Gleichung (2.13) zu

$$u_{\Delta,0} = -2u_{cm} \tag{2.14}$$

Die Spannung $u_{\Delta,0}$, welche mit der Gleichtaktspannung (u_{cm}) wie folgt in Verbindung steht

$$u_{cm} = \frac{(u_{n,1} + u_{n,2} + u_{n,3}) - (u_{p,1} + u_{p,2} + u_{p,3})}{6} = -\frac{1}{2} u_{\Delta,0}, \tag{2.15}$$

hat, wie in Gleichung (2.12) & (2.13) gezeigt, keinen Einfluss auf die Stromdynamiken, sondern trägt lediglich zur internen Energieverschiebung in den Armen des MMCs bei, was im weiteren Verlauf der Arbeit vertiefend betrachtet wird. Die folgende kompakte Schreibweise

$$\begin{aligned}
L'_{DC} &= 3L_{DC} + L_e & \text{und} & & R'_{DC} &= 3R_{DC} + R_e \\
L'_{AC} &= 2L_{AC} + L_e & & & R'_{AC} &= 2R_{AC} + R_e
\end{aligned} \tag{2.16}$$

wird in allen verwendeten Gleichungen immer genutzt. Gemäß Gleichung (2.12) werden die Bewegungsgleichungen der Stromkomponenten, bei extern vorgegebenen DC- und AC-Spannungen ($u_{DC}, u_{AC,\alpha/\beta}$), durch die nachfolgend aufgeführten Linearkombinationen der 6 Armspannungen bestimmt:

- $\mathbf{u}_{\Sigma,0}$ steuert die Dynamik der DC-Stromkomponente $\mathbf{i}_{e,0} = \frac{i_{DC}}{3}$, welche bis auf den Faktor $1/3$ den externen DC-Strom widerspiegelt,
- $\mathbf{u}_{\Delta,\alpha/\beta}$ steuert die Dynamik der 2 externen AC-Stromkomponenten $\mathbf{i}_{AC,\alpha/\beta}$ und
- $\mathbf{u}_{\Sigma,\alpha/\beta}$ steuert die Dynamik der beiden internen Kreisströme $\mathbf{i}_{e,\alpha/\beta}$, wohingegen
- $\mathbf{u}_{cm} = -\frac{1}{2} \mathbf{u}_{\Delta,0}$ keine Stromdynamik steuert.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass die AC-, DC- und Kreisstromdynamiken nicht durch die Common-Mode Spannung bzw. die Linearkombination der Armspannungen aus Gleichung 2.15 beeinflusst werden und somit neben den 5 Freiheitsgraden der Stromkomponenten ($i_{AC,\alpha/\beta}$, $i_{e,0}$, $i_{e,\alpha/\beta}$), die Gleichtaktspannung (u_{cm}) als 6. Freiheitsgrad zur Regelung herangezogen werden kann. Über die beschriebenen Stromdynamiken hinaus spielen die Energien der jeweiligen 6 parallel zu regelnden Arme eine entscheidende Rolle bei der Steuerung des MMCs. In jedem der 6 Arme ist die Leistung, welche sich aus dem Produkt von Armstrom- und spannung ergibt, wie folgt durch die Ableitung der Energien beschrieben:

$$\frac{d}{dt}W_{p,j} = u_{p,j}i_{p,j} \quad \text{bzw.} \quad \frac{d}{dt}W_{n,j} = u_{n,j}i_{n,j} \quad \text{mit} \quad j = 1, 2, 3 \quad (2.17)$$

Die Summen (2.7) bzw. Differenzen (2.8) der oberen und unteren Armleistungen ergeben sich ausführlich beschrieben zu:

$$\begin{aligned} \dot{W}_{p,1} + \dot{W}_{n,1} &= 2(u_{\Sigma,\alpha} + u_{\Sigma,0})(i_{e,\alpha} + i_{e,0}) + \frac{1}{2}(u_{\Delta,\alpha} + u_{\Delta,0})(i_{AC,\alpha} + i_{AC,0}), \\ \dot{W}_{p,2} + \dot{W}_{n,2} &= 2\left(-\frac{1}{2}u_{\Sigma,\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}u_{\Sigma,\beta} + u_{\Sigma,0}\right)\left(-\frac{1}{2}i_{e,\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}i_{e,\beta} + i_{e,0}\right) \\ &\quad + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}u_{\Delta,\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}u_{\Delta,\beta} + u_{\Delta,0}\right)\left(-\frac{1}{2}i_{AC,\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}i_{AC,\beta} + i_{AC,0}\right), \\ \dot{W}_{p,3} + \dot{W}_{n,3} &= 2\left(-\frac{1}{2}u_{\Sigma,\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}u_{\Sigma,\beta} + u_{\Sigma,0}\right)\left(-\frac{1}{2}i_{e,\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}i_{e,\beta} + i_{e,0}\right) \\ &\quad + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}u_{\Delta,\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}u_{\Delta,\beta} + u_{\Delta,0}\right)\left(-\frac{1}{2}i_{AC,\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}i_{AC,\beta} + i_{AC,0}\right), \\ \dot{W}_{p,1} - \dot{W}_{n,1} &= (u_{\Sigma,\alpha} + u_{\Sigma,0})(i_{AC,\alpha} + i_{AC,0}) + (u_{\Delta,\alpha} + u_{\Delta,0})(i_{e,\alpha} + i_{e,0}), \\ \dot{W}_{p,2} - \dot{W}_{n,2} &= \left(-\frac{1}{2}u_{\Sigma,\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}u_{\Sigma,\beta} + u_{\Sigma,0}\right)\left(-\frac{1}{2}i_{AC,\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}i_{AC,\beta} + i_{AC,0}\right) \\ &\quad + \left(-\frac{1}{2}u_{\Delta,\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}u_{\Delta,\beta} + u_{\Delta,0}\right)\left(-\frac{1}{2}i_{e,\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}i_{e,\beta} + i_{e,0}\right), \\ \dot{W}_{p,3} - \dot{W}_{n,3} &= \left(-\frac{1}{2}u_{\Sigma,\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}u_{\Sigma,\beta} + u_{\Sigma,0}\right)\left(-\frac{1}{2}i_{AC,\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}i_{AC,\beta} + i_{AC,0}\right) \\ &\quad + \left(-\frac{1}{2}u_{\Delta,\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}u_{\Delta,\beta} + u_{\Delta,0}\right)\left(-\frac{1}{2}i_{e,\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}i_{e,\beta} + i_{e,0}\right). \end{aligned} \quad (2.18)$$

oder äquivalent in Σ/Δ Komponenten, deren Darstellung eine bessere Trennung der Verteilung der Stromkomponenten ermöglicht

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\Sigma,0} &= \frac{1}{6} \left[(\dot{W}_{p,1} + \dot{W}_{n,1}) + (\dot{W}_{p,2} + \dot{W}_{n,2}) + (\dot{W}_{p,3} + \dot{W}_{n,3}) \right] \\ &= \frac{1}{2}(u_{\Sigma,\alpha}i_{e,\alpha} + u_{\Sigma,\beta}i_{e,\beta}) + u_{\Sigma,0}i_{e,0} + \frac{1}{8}(u_{\Delta,\alpha}i_{AC,\alpha} + u_{\Delta,\beta}i_{AC,\beta}) + \frac{1}{4}u_{\Delta,0}i_{AC,0} \\ &= -\frac{d}{dt} \left[\frac{L'_{DC}}{2}i_{e,0}^2 + \frac{L_e}{4}(i_{e,\alpha} \quad i_{e,\beta}) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e,\alpha} \\ i_{e,\beta} \end{pmatrix} + \frac{L'_{AC}}{16}(i_{AC,\alpha} \quad i_{AC,\beta}) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha} \\ i_{AC,\beta} \end{pmatrix} \right] \\ &\quad - R'_{DC}i_{e,0}^2 - \frac{R_e}{2}(i_{e,\alpha} \quad i_{e,\beta}) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e,\alpha} \\ i_{e,\beta} \end{pmatrix} - \frac{R'_{AC}}{8}(i_{AC,\alpha} \quad i_{AC,\beta}) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha} \\ i_{AC,\beta} \end{pmatrix} \\ &\quad + \frac{1}{2}u_{DC}i_{e,0} - \frac{1}{4}(u_{AC,\alpha} \quad u_{AC,\beta}) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha} \\ i_{AC,\beta} \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{W}_{\Sigma, \alpha} &= \frac{1}{6} \left[2 \left(\dot{W}_{p,1} + \dot{W}_{n,1} \right) - \left(\dot{W}_{p,2} + \dot{W}_{n,2} \right) - \left(\dot{W}_{p,3} + \dot{W}_{n,3} \right) \right] \\
&= \frac{1}{2} (u_{\Sigma, \alpha} i_{e, \alpha} - u_{\Sigma, \beta} i_{e, \beta}) + (u_{\Sigma, 0} i_{e, \alpha} + u_{\Sigma, \alpha} i_{e, 0}) + \frac{1}{8} (u_{\Delta, \alpha} i_{AC, \alpha} - u_{\Delta, \beta} i_{AC, \beta}) \\
&\quad + \frac{1}{4} (u_{\Delta, 0} i_{AC, \alpha} + u_{\Delta, \alpha} i_{AC, 0}) \\
&= -\frac{d}{dt} \left[L_e i_{e, 0} i_{e, \alpha} + \frac{L_e}{4} (i_{e, \alpha} \quad i_{e, \beta}) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e, \alpha} \\ i_{e, \beta} \end{pmatrix} + \frac{L'_{AC}}{16} (i_{AC, \alpha} \quad i_{AC, \beta}) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC, \alpha} \\ i_{AC, \beta} \end{pmatrix} \right] \\
&\quad - (R'_{DC} + R_e) i_{e, 0} i_{e, \alpha} - \frac{R_e}{2} (i_{e, \alpha} \quad i_{e, \beta}) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e, \alpha} \\ i_{e, \beta} \end{pmatrix} - \frac{R'_{AC}}{8} (i_{AC, \alpha} \quad i_{AC, \beta}) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC, \alpha} \\ i_{AC, \beta} \end{pmatrix} \\
&\quad - \underbrace{(L'_{DC} - L_e) \frac{di_{e, 0}}{dt} i_{e, \alpha} + \frac{1}{2} u_{DC} i_{e, \alpha} - \frac{1}{4} (u_{AC, \alpha} \quad u_{AC, \beta}) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC, \alpha} \\ i_{AC, \beta} \end{pmatrix} + \frac{u_{\Delta, 0}}{4} i_{AC, \alpha}}_{}, \\
\dot{W}_{\Sigma, \beta} &= \frac{1}{2\sqrt{3}} \left[\left(\dot{W}_{p,2} + \dot{W}_{n,2} \right) - \left(\dot{W}_{p,3} + \dot{W}_{n,3} \right) \right] \\
&= \left(-\frac{1}{2} u_{\Sigma, \alpha} + u_{\Sigma, 0} \right) i_{e, \beta} + u_{\Sigma, \beta} \left(-\frac{1}{2} i_{e, \alpha} + i_{e, 0} \right) \\
&\quad + \frac{1}{4} \left(\left(-\frac{1}{2} u_{\Delta, \alpha} + u_{\Delta, 0} \right) i_{AC, \beta} + u_{\Delta, \beta} \left(-\frac{1}{2} i_{AC, \alpha} + i_{AC, 0} \right) \right), \\
&= -\frac{d}{dt} \left[L_e i_{e, 0} i_{e, \beta} + \frac{L_e}{4} (i_{e, \alpha} \quad i_{e, \beta}) \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e, \alpha} \\ i_{e, \beta} \end{pmatrix} + \frac{L'_{AC}}{16} (i_{AC, \alpha} \quad i_{AC, \beta}) \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC, \alpha} \\ i_{AC, \beta} \end{pmatrix} \right] \\
&\quad - (R'_{DC} + R_e) i_{e, 0} i_{e, \beta} - \frac{R_e}{2} (i_{e, \alpha} \quad i_{e, \beta}) \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e, \alpha} \\ i_{e, \beta} \end{pmatrix} - \frac{R'_{AC}}{8} (i_{AC, \alpha} \quad i_{AC, \beta}) \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC, \alpha} \\ i_{AC, \beta} \end{pmatrix} \\
&\quad - \underbrace{(L'_{DC} - L_e) \frac{di_{e, 0}}{dt} i_{e, \beta} + \frac{1}{2} u_{DC} i_{e, \beta} - \frac{1}{4} (u_{AC, \alpha} \quad u_{AC, \beta}) \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC, \alpha} \\ i_{AC, \beta} \end{pmatrix} + \frac{u_{\Delta, 0}}{4} i_{AC, \beta}}_{}, \\
\dot{W}_{\Delta, 0} &= \frac{1}{3} \left[\left(\dot{W}_{p,1} - \dot{W}_{n,1} \right) + \left(\dot{W}_{p,2} - \dot{W}_{n,2} \right) + \left(\dot{W}_{p,3} - \dot{W}_{n,3} \right) \right] \\
&= \frac{1}{2} (u_{\Sigma, \alpha} i_{AC, \alpha} + u_{\Sigma, \beta} i_{AC, \beta}) + \frac{1}{2} (u_{\Delta, \alpha} i_{e, \alpha} + u_{\Delta, \beta} i_{e, \beta}) + (u_{\Sigma, 0} i_{AC, 0} + u_{\Delta, 0} i_{e, 0}), \\
&= -\frac{d}{dt} \left[\frac{L_e}{2} (i_{AC, \alpha} \quad i_{AC, \beta}) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e, \alpha} \\ i_{e, \beta} \end{pmatrix} \right] \\
&\quad - \frac{(R'_{AC} + R_e)}{2} (i_{AC, \alpha} \quad i_{AC, \beta}) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e, \alpha} \\ i_{e, \beta} \end{pmatrix} - \underbrace{\frac{(L'_{AC} - L_e)}{2} \left(\frac{di_{AC, \alpha}}{dt} \quad \frac{di_{AC, \beta}}{dt} \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e, \alpha} \\ i_{e, \beta} \end{pmatrix}}_{}, \\
&\quad - (u_{AC, \alpha} \quad u_{AC, \beta}) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e, \alpha} \\ i_{e, \beta} \end{pmatrix} + u_{\Delta, 0} i_{e, 0}, \\
\dot{W}_{\Delta, \alpha} &= \frac{1}{3} \left[2 \left(\dot{W}_{p,1} - \dot{W}_{n,1} \right) - \left(\dot{W}_{p,2} - \dot{W}_{n,2} \right) - \left(\dot{W}_{p,3} - \dot{W}_{n,3} \right) \right] \\
&= \frac{1}{2} (u_{\Sigma, \alpha} i_{AC, \alpha} - u_{\Sigma, \beta} i_{AC, \beta}) + \frac{1}{2} (u_{\Delta, \alpha} i_{e, \alpha} - u_{\Delta, \beta} i_{e, \beta}) \\
&\quad + (u_{\Sigma, 0} i_{AC, \alpha} + u_{\Delta, \alpha} i_{e, 0}) + (u_{\Sigma, \alpha} i_{AC, 0} + u_{\Delta, 0} i_{e, \alpha}) \\
&= -\frac{d}{dt} \left[L'_{DC} i_{e, 0} i_{AC, \alpha} + \frac{L_e}{2} (i_{AC, \alpha} \quad i_{AC, \beta}) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e, \alpha} \\ i_{e, \beta} \end{pmatrix} \right] \\
&\quad - (R'_{DC} + R'_{AC}) i_{e, 0} i_{AC, \alpha} - \frac{(R'_{AC} + R_e)}{2} (i_{AC, \alpha} \quad i_{AC, \beta}) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e, \alpha} \\ i_{e, \beta} \end{pmatrix} \\
&\quad + \underbrace{(L'_{DC} - L'_{AC}) \frac{di_{AC, \alpha}}{dt} i_{e, 0} - \frac{(L'_{AC} - L_e)}{2} \left(\frac{di_{AC, \alpha}}{dt} \quad \frac{di_{AC, \beta}}{dt} \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e, \alpha} \\ i_{e, \beta} \end{pmatrix}}_{}, \\
&\quad + \frac{1}{2} u_{DC} i_{AC, \alpha} - 2u_{AC, \alpha} i_{e, 0} - (u_{AC, \alpha} \quad u_{AC, \beta}) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e, \alpha} \\ i_{e, \beta} \end{pmatrix} + u_{\Delta, 0} i_{e, \alpha},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{W}_{\Delta, \beta} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left[\left(\dot{W}_{p,2} - \dot{W}_{n,2} \right) - \left(\dot{W}_{p,3} - \dot{W}_{n,3} \right) \right] \\
&= \left(-\frac{1}{2} u_{\Sigma, \alpha} + u_{\Sigma, 0} \right) i_{AC, \beta} + u_{\Delta, \beta} \left(-\frac{1}{2} i_{e, \alpha} + i_{e, 0} \right) \\
&\quad + \left(-\frac{1}{2} u_{\Delta, \alpha} + u_{\Delta, 0} \right) i_{e, \beta} + u_{\Sigma, \beta} \left(-\frac{1}{2} i_{AC, \alpha} + i_{AC, 0} \right) \\
&= -\frac{d}{dt} \left[L'_{DC} i_{e, 0} i_{AC, \beta} + \frac{L_e}{2} \begin{pmatrix} i_{AC, \alpha} & i_{AC, \beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e, \alpha} \\ i_{e, \beta} \end{pmatrix} \right] \\
&\quad - (R'_{DC} + R'_{AC}) i_{e, 0} i_{AC, \beta} - \frac{(R'_{AC} + R_e)}{2} \begin{pmatrix} i_{AC, \alpha} & i_{AC, \beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e, \alpha} \\ i_{e, \beta} \end{pmatrix} \\
&\quad + \underbrace{\left(L'_{DC} - L'_{AC} \right) \frac{di_{AC, \beta}}{dt} i_{e, 0} - \frac{(L'_{AC} - L_e)}{2} \begin{pmatrix} \frac{di_{AC, \alpha}}{dt} & \frac{di_{AC, \beta}}{dt} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e, \alpha} \\ i_{e, \beta} \end{pmatrix}}_{\text{Verluste}} \\
&\quad + \frac{1}{2} u_{DC} i_{AC, \beta} - 2u_{AC, \beta} i_{e, 0} - \begin{pmatrix} u_{AC, \alpha} & u_{AC, \beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e, \alpha} \\ i_{e, \beta} \end{pmatrix} + u_{\Delta, 0} i_{e, \beta}. \tag{2.19}
\end{aligned}$$

Für den Fall, dass die DC- und AC-Spannungen direkt vor und direkt nach dem MMC gemessen werden bzw. wenn eine Topologie von kurzen AC- und DC-Übertragungsleitungen zugrunde liegt, folgt: L_{DC} und $L_{AC} \approx 0$ und somit $L_e = L'_{DC} = L'_{AC}$, was analog für die Widerstände gilt und somit in der vorangegangenen Gleichung zur Vernachlässigung der mit einer welligen Linie markierten Terme führt.

Eine alternative Formulierung der Dynamik der Energiekomponenten, welche die Induktivitätsbeiträge innerhalb der neuen Energiekomponenten beinhaltet, wird im Nachfolgenden ergänzend zur vorangegangenen Gleichung eingeführt. Zunächst liegt der Fokus auf der wichtigsten Energiegleichung $\frac{d}{dt} W_{\Sigma, 0}$, welche die Änderung der im MMC gespeicherten Gesamtenergie beschreibt. Diese ergibt sich mit dem Zusammenhang $i_{DC} = 3i_{e, 0}$ und unter Vernachlässigung der zu den Widerständen proportionalen Terme, welche zunächst der Einfachheit halber nicht dargestellt werden, zu:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} W_{\Sigma, 0} &= -\frac{d}{dt} \left[\frac{L'_{DC}}{2} \frac{i_{DC}^2}{9} + \frac{L_e}{4} \begin{pmatrix} i_{e, \alpha} & i_{e, \beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e, \alpha} \\ i_{e, \beta} \end{pmatrix} + \frac{L'_{AC}}{16} \begin{pmatrix} i_{AC, \alpha} & i_{AC, \beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC, \alpha} \\ i_{AC, \beta} \end{pmatrix} \right] \\
&\quad + \frac{1}{6} u_{DC} i_{DC} - \frac{1}{4} \begin{pmatrix} u_{AC, \alpha} & u_{AC, \beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC, \alpha} \\ i_{AC, \beta} \end{pmatrix} - \underbrace{\dots}_{\text{Verluste}},
\end{aligned}$$

Unter Verwendung der folgenden kompakten Vektor-Notation für 3-phasige Systeme in α/β -Komponenten

$$\begin{aligned}
\vec{u}_{AC}^T \cdot \vec{i}_{AC} &= \begin{pmatrix} u_{AC, \alpha} & u_{AC, \beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC, \alpha} \\ i_{AC, \beta} \end{pmatrix}, \quad \vec{u}_{AC}^T N_{\alpha} \vec{i}_{AC} = \begin{pmatrix} u_{AC, \alpha} & u_{AC, \beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC, \alpha} \\ i_{AC, \beta} \end{pmatrix} \text{ bzw.} \\
\vec{u}_{AC}^T N_{\beta} \vec{i}_{AC} &= \begin{pmatrix} u_{AC, \alpha} & u_{AC, \beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC, \alpha} \\ i_{AC, \beta} \end{pmatrix} \tag{2.20}
\end{aligned}$$

ergibt sich aus der Kombination beider Ableitungen eine neue Energiekomponente $W'_{\Sigma, 0}$

$$\frac{d}{dt} \overbrace{\left[W_{\Sigma, 0} + \frac{L_e}{4} \vec{i}_e^T \cdot \vec{i}_e + \frac{L'_{DC}}{2} \frac{i_{DC}^2}{9} + \frac{L'_{AC}}{16} \vec{i}_{AC}^T \cdot \vec{i}_{AC} \right]}^{W'_{\Sigma, 0}} = \frac{1}{6} u_{DC} i_{DC} - \frac{1}{4} \vec{u}_{AC}^T \cdot \vec{i}_{AC} - \dots,$$

bzw. durch Multiplikation mit dem Faktor 6, resultiert mit den L' -Komponenten gemäß Gleichung (2.16):

$$\frac{d}{dt} \overbrace{\left[6W_{\Sigma, 0} + \frac{3}{2} L_e \vec{i}_e^T \cdot \vec{i}_e + \left(L_{DC} + \frac{L_e}{3} \right) i_{DC}^2 + \frac{3}{4} \left(L_{AC} + \frac{L_e}{2} \right) \vec{i}_{AC}^T \cdot \vec{i}_{AC} \right]}^{6W'_{\Sigma, 0}} = \underbrace{u_{DC} i_{DC} - \frac{3}{2} \vec{u}_{AC}^T \cdot \vec{i}_{AC} - 6(\dots)}_{\text{Leistungsbilanz}}.$$

Die Leistungsbilanz $u_{DC} i_{DC} - \frac{3}{2} \vec{u}_{AC}^T \cdot \vec{i}_{AC}$ stellt die in die DC-Leitung eingebrachte Leistung minus der, aus der AC-Leitung heraus kommenden Leistung, abzüglich der nicht betrachteten ohmschen Verluste, dar. Somit charakterisiert $6W'_{\Sigma, 0}$ die Gesamtenergie des MMCs und die der DC- und AC-Leitungen, wohingegen $6W_{\Sigma, 0}$ lediglich die in den Submodulkondensatoren des MMCs gespeicherte

Energie symbolisiert.

Analog zu dem für $W'_{\Sigma,0}$ beschriebenen Vorgehen, werden für die inneren Energiekomponenten $W'_{\Sigma,\alpha/\beta}$, $W'_{\Delta,0}$, $W'_{\Delta,\alpha/\beta}$ folgende Bewegungsgleichungen definiert, wobei $W'_{\Sigma,0}$ der Vollständigkeit halber noch einmal mit den zu den Widerständen proportionalen Termen dargestellt wird:

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dt} \left[\overbrace{W_{\Sigma,0} + \frac{L_e}{4} \vec{i}_e^T \vec{i}_e + \frac{L'_{DC}}{2} \frac{i_{DC}^2}{9} + \frac{L'_{AC}}{16} \vec{i}_{AC}^T \vec{i}_{AC}}^{W'_{\Sigma,0}} \right] = \left(\frac{1}{2} \mathbf{u}_{DC} - R'_{DC} \frac{i_{DC}}{3} \right) \frac{i_{DC}}{3} - \frac{1}{4} \left(\vec{u}_{AC} + \frac{R'_{AC}}{2} \vec{i}_{AC} \right)^T \cdot \vec{i}_{AC}, \\
& \frac{d}{dt} \left[\overbrace{W_{\Sigma,\alpha} + \frac{L_e}{4} \vec{i}_e^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_e + L_e \frac{i_{DC}}{3} i_{e,\alpha} + \frac{L'_{AC}}{16} \vec{i}_{AC}^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_{AC}}^{W'_{\Sigma,\alpha}} \right] \\
& \quad = \left(\frac{1}{2} \mathbf{u}_{DC} - \left[(L'_{DC} - L_e) \frac{d}{dt} + R'_{DC} \right] \frac{i_{DC}}{3} \right) i_{e,\alpha} - \frac{1}{4} \left(\vec{u}_{AC} + \frac{R'_{AC}}{2} \vec{i}_{AC} \right)^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_{AC} - \frac{i_{AC,\alpha}}{2} \mathbf{u}_{cm}, \\
& \frac{d}{dt} \left[\overbrace{W_{\Sigma,\beta} + \frac{L_e}{4} \vec{i}_e^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_e + L_e \frac{i_{DC}}{3} i_{e,\beta} + \frac{L'_{AC}}{16} \vec{i}_{AC}^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_{AC}}^{W'_{\Sigma,\beta}} \right] \\
& \quad = \left(\frac{1}{2} \mathbf{u}_{DC} - \left[(L'_{DC} - L_e) \frac{d}{dt} + R'_{DC} \right] \frac{i_{DC}}{3} \right) i_{e,\beta} - \frac{1}{4} \left(\vec{u}_{AC} + \frac{R'_{AC}}{2} \vec{i}_{AC} \right)^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_{AC} - \frac{i_{AC,\beta}}{2} \mathbf{u}_{cm}, \\
& \frac{d}{dt} \left[\overbrace{W_{\Delta,0} + \frac{L_e}{2} \vec{i}_{AC}^T \vec{i}_e}^{W'_{\Delta,0}} \right] = - \left(\vec{u}_{AC} + \frac{1}{2} \left[(L'_{AC} - L_e) \frac{d}{dt} + R'_{AC} \right] \vec{i}_{AC} \right)^T \cdot \vec{i}_e - \frac{2}{3} i_{DC} \mathbf{u}_{cm}, \\
& \frac{d}{dt} \left[\overbrace{W_{\Delta,\alpha} + \frac{L_e}{2} \vec{i}_{AC}^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_e + L_e \frac{i_{DC}}{3} i_{AC,\alpha}}^{W'_{\Delta,\alpha}} \right] \\
& \quad = \left(\frac{1}{2} \mathbf{u}_{DC} - \left[(L'_{DC} - L_e) \frac{d}{dt} + R'_{DC} \right] \frac{i_{DC}}{3} \right) i_{AC,\alpha} - \left(\vec{u}_{AC} + \frac{1}{2} \left[(L'_{AC} - L_e) \frac{d}{dt} + R'_{AC} \right] \vec{i}_{AC} \right)^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_e \\
& \quad \quad - \left(2 \mathbf{u}_{AC,\alpha} + \left[(L'_{AC} - L_e) \frac{d}{dt} + R'_{AC} \right] i_{AC,\alpha} \right) \frac{i_{DC}}{3} - 2 i_{e,\alpha} \mathbf{u}_{cm}, \\
& \frac{d}{dt} \left[\overbrace{W_{\Delta,\beta} + \frac{L_e}{2} \vec{i}_{AC}^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_e + L_e \frac{i_{DC}}{3} i_{AC,\beta}}^{W'_{\Delta,\beta}} \right] \\
& \quad = \left(\frac{1}{2} \mathbf{u}_{DC} - \left[(L'_{DC} - L_e) \frac{d}{dt} + R'_{DC} \right] \frac{i_{DC}}{3} \right) i_{AC,\beta} - \left(\vec{u}_{AC} + \frac{1}{2} \left[(L'_{AC} - L_e) \frac{d}{dt} + R'_{AC} \right] \vec{i}_{AC} \right)^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_e \\
& \quad \quad - \left(2 \mathbf{u}_{AC,\beta} + \left[(L'_{AC} - L_e) \frac{d}{dt} + R'_{AC} \right] i_{AC,\beta} \right) \frac{i_{DC}}{3} - 2 i_{e,\beta} \mathbf{u}_{cm} \tag{2.21}
\end{aligned}$$

2.3 Erweiterung des Systems zu einer AC-DC-AC Anordnung mit 2 MMCs in der Funktion als Gleich- und Wechselrichter

In diesem Abschnitt wird die Erweiterung der Diskussionen aus Abschnitt 2.1 & 2.2 auf zwei Modulare Multilevel Converter, welche zu einem System (Abbildung 2.5) bestehend aus einem MMC, welcher durch eine lange DC-Leitung mit einem weiteren MMC zusammengeschaltet ist, beschrieben. Die Wahl für diese Art der Anordnung kann wie folgt begründet werden. Statt wie bislang üblich, wird die Kopplung und Leistungsübertragung zwischen zwei unterschiedlichen AC-Systemen, welche bei verschiedenen Spannungen und Phasen betrieben werden, nicht durch HVAC-Wechselstromleitungen, sondern durch eine HVDC-Leitung realisiert. Durch diese Art der Anordnung und der damit einhergehenden DC-Übertragung von elektrischer Energie zwischen Verbrauchern bzw. Erzeugern, sind keine zusätzlichen Transformatoren, wie bei der Übertragung mit Wechselstrom, notwendig. Insbesondere bei einer langen DC-Leitung, ist eine effiziente, kostengünstigere und verlustärmere DC-Übertragung von elektrischer Energie, im Vergleich zu einer Drehstromleitung, bei der Kopplung von

AC-Netzwerken, möglich.

In der beschriebenen Systemanordnung (Abbildung 2.5) fungiert der erste MMC als AC- zu DC-Gleichrichter, wohingegen der zweite MMC als DC- zu AC-Wechselrichter betrieben wird. Die, die beiden MMCs verbindende, lange Hochspannungs-DC-Verbindung (HVDC-Verbindung) wird durch den induktiven Anteil L_{DC} und den ohmschen Leitungsverlusten R_{DC} in erster Näherung beschrieben. Eine exakte Nachbildung ist unter den gegebenen Umständen nicht möglich, da sehr schnelle Prozesse im MHz-Bereich, deren Modellierung auch die Kapazitätsbeläge der DC-Leitung erfordern würden, nicht bei der avisierten Zeitskala der Regelung bzw. Steuerung von 0.1ms aufgelöst werden können. Die Variable κ ($0 \leq \kappa \leq 1$) beschreibt den Anteil der DC-Leitung, welcher dem 1.- bzw. dem 2. MMC zugeordnet wird. Die kapazitiven Beiträge der AC- und DC-Leitungen werden, äquivalent zur einzelnen MMC-Anordnung, aufgrund der relativ groben Zeitskala für die Steuerung bzw. Auflösung der Strom- und Armenergieodynamik von 0.1ms vernachlässigt. Wie bereits bei der einzelnen MMC-Anordnung diskutiert, werden alle Submodule eines Arms, aufgrund der Zeitskala der Systemdynamik von $100 - 200 \mu s$, als gemeinsame effektive Spannungsquelle, welche gleichzeitig als effektive Eingangsvariable zur Steuerung der Dynamik der Armströme und der Armenergien fungiert, angesehen. Abbildung 2.5 symbolisiert diesen Zusammenhang durch die Darstellung der Zustandsvariablen (Rot), der effektiven Eingangsvariablen (Grün) und der extern vorgegebenen Quellen (Blau), welche die extern gesteuerten Spannungen darstellen. Diese äußeren Quellen können nicht, im Gegensatz zu den Eingangsvariablen, welche so ausgelegt werden, um das gewünschte Stromverhalten zu modellieren, durch eine Regelung beeinflusst werden. Es ist anzumerken, dass alle anderen, in den vorangegangenen Abschnitten beschriebenen Annahmen und Vereinfachungen, auch für die AC-DC-AC Anordnung ihre Gültigkeit behalten. Die im Nachfolgenden verwendete Nomenklatur $(a=1)$ beschreibt den ersten MMC (Gleichrichter), wobei $(a=2)$ den zweiten MMC (Wechselrichter) symbolisiert.

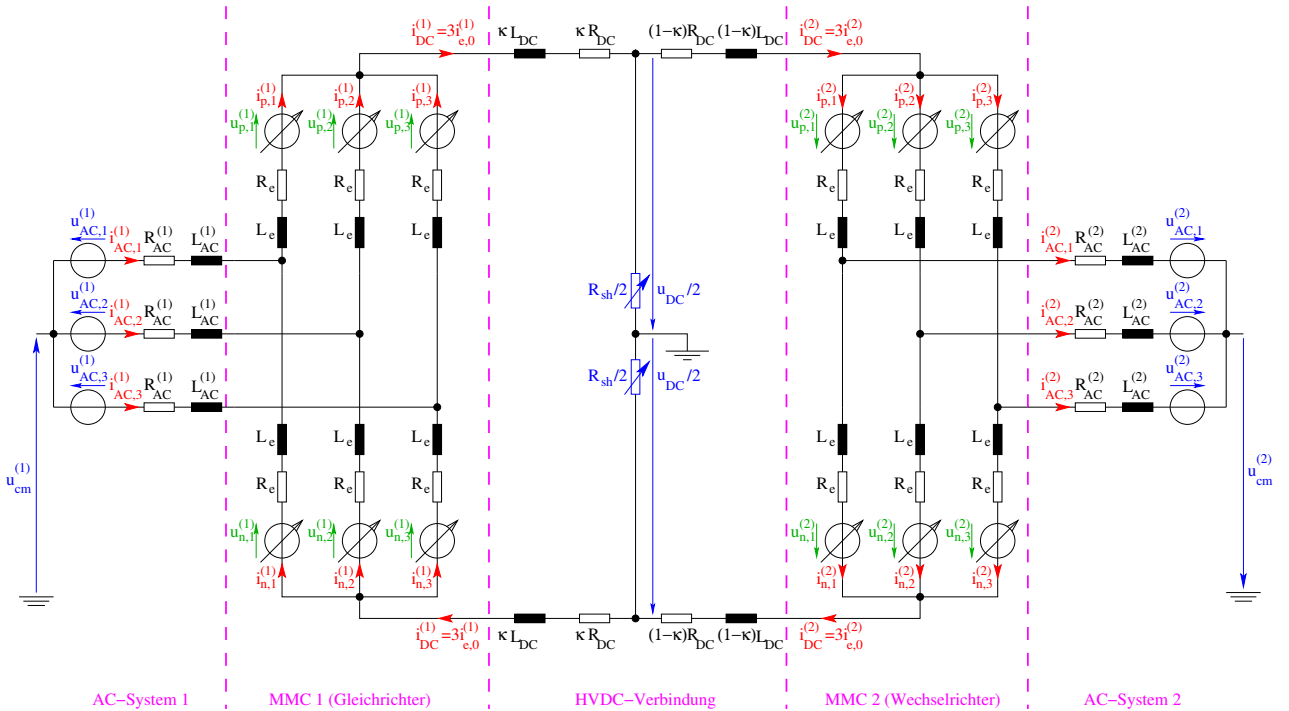


Abbildung 2.5: Systemschaltbild bestehend aus einem MMC in der Funktion als AC- zu DC-Gleichrichter, einer langen DC-Leitung und einem MMC im Betrieb als DC- zu AC-Wechselrichter mit idealen Spannungsquellen in den 6 Armen

Durch den variablen Widerstand R_{sh} in der Mitte der DC-Leitung kann eine sich sprunghaft ändernde DC-Spannung u_{DC} , welche entlang der DC-Leitung entweder durch die Armspannungskomponenten

$u_{\Sigma,0}^{(a=1)}$ & $u_{\Sigma,0}^{(a=2)}$ oder durch den variablen Widerstand R_{sh} mit $u_{DC} = R_{sh} \left(i_{DC}^{(a=1)} - i_{DC}^{(a=2)} \right)$ bestimmt ist, nachgebildet werden. Für den Fall, dass R_{sh} sehr groß ist ($R_{sh} \approx 1k\Omega$), was $i_{DC}^{(a=1)} = i_{DC}^{(a=2)}$ entspricht oder wenn R_{sh} in der Größenordnung von R_{DC} liegt, führt dies zu einer signifikanten Änderung des DC-Stromes am Eingang des zweiten MMCs, was zu einer Modellierung von Fehlerzuständen genutzt werden kann. Weiterhin können durch den variablen Widerstand R_{sh} ein zusätzlicher großer Verbraucher auf der DC-Seite sowie eine physikalische Trennung der beiden MMCs modelliert werden. Aufgrund der gewünschten Aufrechterhaltung der Kopplung und der damit verbundenen gezielten Steuerung des Netzwerkes, ist die physikalische Trennung des 2. MMCs jedoch für diese Arbeit nicht von Relevanz. Die Dynamik der Armströme und der Armenenergien ergibt sich auf Grundlage der Gleichungen (2.12) und (2.19) für beide Teilsysteme (AC- zu DC-Gleichrichter & DC- zu AC-Wechselrichter), welche durch die Gleichspannung u_{DC} am variablen Widerstand R_{sh} getrennt sind, zu:

- Armstromdynamiken für das AC- zu DC-Gleichrichter Subsystem, beschrieben durch den Umrichter-Index $(a=1)$:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} i_{e,0}^{(a=1)} &= - \underbrace{\frac{3\kappa R_{DC} + R_e}{3\kappa L_{DC} + L_e}}_{L'^{(a=1)}_{DC}} i_{e,0}^{(a=1)} - \frac{1}{L'^{(a=1)}_{DC}} \left(u_{\Sigma,0}^{(a=1)} + \frac{u_{DC}}{2} \right), \\
\frac{d}{dt} i_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1)} &= - \underbrace{\frac{2R_{AC}^{(a=1)} + R_e}{2L_{AC}^{(a=1)} + L_e}}_{L'^{(a=1)}_{AC}} i_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1)} - \frac{1}{L'^{(a=1)}_{AC}} \left(u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(a=1)} - 2u_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1)} \right), \\
\frac{d}{dt} i_{e,\alpha/\beta}^{(a=1)} &= - \frac{R_e}{L_e} i_{e,\alpha/\beta}^{(a=1)} - \frac{1}{L_e} u_{\Sigma,\alpha/\beta}^{(a=1)}.
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Mit der bekannten kompakten Vektor-Notation gemäß Gleichung (2.20) und mit $u_{\Delta,0}^{(a=1)} = -2u_{cm}^{(a=1)}$, sowie unter Vernachlässigung der zum sehr kleinen Widerstand R_e proportionalen Verlustterme, ergeben sich die 6 Bewegungsgleichungen für die 6 Energiekomponenten des ersten MMCs zu:

$$\begin{aligned}
&\overbrace{\frac{d}{dt} \left[W_{\Sigma,0}^{(a=1)} + \frac{L_e}{4} \left(\vec{i}_e^{(a=1)} \right)^T \cdot \vec{i}_e^{(a=1)} + \frac{L'_{DC}{}^{(a=1)}}{2} \left(i_{e,0}^{(a=1)} \right)^2 + \frac{L'_{AC}{}^{(a=1)}}{16} \left(\vec{i}_{AC}^{(a=1)} \right)^T \cdot \vec{i}_{AC}^{(a=1)} \right]}^{W'_{\Sigma,0}{}^{(a=1)}} \\
&= + \left(-\frac{1}{2} u_{DC} - R'_{DC}{}^{(a=1)} i_{e,0}^{(a=1)} \right) i_{e,0}^{(a=1)} - \frac{1}{4} \left(-\vec{u}_{AC}^{(a=1)} + \frac{R'_{AC}{}^{(a=1)}}{2} \vec{i}_{AC}^{(a=1)} \right)^T \cdot \vec{i}_{AC}^{(a=1)}, \\
&\overbrace{\frac{d}{dt} \left[W_{\Sigma,\alpha}^{(a=1)} + \frac{L_e}{4} \left(\vec{i}_e^{(a=1)} \right)^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_e^{(a=1)} + L_e i_{e,0}^{(a=1)} i_{e,\alpha}^{(a=1)} + \frac{L'_{AC}{}^{(a=1)}}{16} \left(\vec{i}_{AC}^{(a=1)} \right)^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_{AC}^{(a=1)} \right]}^{W'_{\Sigma,\alpha}{}^{(a=1)}} \\
&= + \left(-\frac{1}{2} u_{DC} - \left[\left(L'_{DC}{}^{(a=1)} - L_e \right) \frac{d}{dt} + R'_{DC}{}^{(a=1)} \right] i_{e,0}^{(a=1)} \right) i_{e,\alpha}^{(a=1)} \\
&\quad - \frac{1}{4} \left(-\vec{u}_{AC}^{(a=1)} + \frac{R'_{AC}{}^{(a=1)}}{2} \vec{i}_{AC}^{(a=1)} \right)^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_{AC}^{(a=1)} - \frac{i_{AC,\alpha}^{(a=1)}}{2} u_{cm}^{(a=1)},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \overbrace{W_{\Sigma, \beta}'^{(a=1)}} \\
& \frac{d}{dt} \left[W_{\Sigma, \beta}^{(a=1)} + \frac{L_e}{4} \left(\vec{i}_e^{(a=1)} \right)^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_e^{(a=1)} + L_e i_{e,0}^{(a=1)} i_{e,\beta}^{(a=1)} + \frac{L_{AC}'^{(a=1)}}{16} \left(\vec{i}_{AC}^{(a=1)} \right)^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_{AC}^{(a=1)} \right] \\
& = + \left(-\frac{1}{2} \mathbf{u}_{DC} - \left[\left(L_{DC}'^{(a=1)} - L_e \right) \frac{d}{dt} + R_{DC}'^{(a=1)} \right] i_{e,0}^{(a=1)} \right) i_{e,\beta}^{(a=1)} \\
& \quad - \frac{1}{4} \left(-\mathbf{u}_{AC}^{(a=1)} + \frac{R_{AC}'^{(a=1)}}{2} \vec{i}_{AC}^{(a=1)} \right)^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_{AC}^{(a=1)} - \frac{i_{AC,\beta}^{(a=1)}}{2} u_{cm}^{(a=1)}, \\
& \overbrace{W_{\Delta, 0}'^{(a=1)}} \\
& \frac{d}{dt} \left[W_{\Delta, 0}^{(a=1)} + \frac{L_e}{2} \left(\vec{i}_{AC}^{(a=1)} \right)^T \cdot \vec{i}_e^{(a=1)} \right] \\
& = - \left(-\mathbf{u}_{AC}^{(a=1)} + \frac{1}{2} \left[\left(L_{AC}'^{(a=1)} - L_e \right) \frac{d}{dt} + R_{AC}'^{(a=1)} \right] \vec{i}_{AC}^{(a=1)} \right)^T \cdot \vec{i}_e^{(a=1)} - 2 i_{e,0}^{(a=1)} u_{cm}^{(a=1)}, \\
& \overbrace{W_{\Delta, \alpha}'^{(a=1)}} \\
& \frac{d}{dt} \left[W_{\Delta, \alpha}^{(a=1)} + \frac{L_e}{2} \left(\vec{i}_{AC}^{(a=1)} \right)^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_e^{(a=1)} + L_e i_{e,0}^{(a=1)} i_{AC,\alpha}^{(a=1)} \right] \\
& = + \left(-\frac{1}{2} \mathbf{u}_{DC} - \left[\left(L_{DC}'^{(a=1)} - L_e \right) \frac{d}{dt} + R_{DC}'^{(a=1)} \right] i_{e,0}^{(a=1)} \right) i_{AC,\alpha}^{(a=1)} \\
& \quad - \left(-\mathbf{u}_{AC}^{(a=1)} + \frac{1}{2} \left[\left(L_{AC}'^{(a=1)} - L_e \right) \frac{d}{dt} + R_{AC}'^{(a=1)} \right] \vec{i}_{AC}^{(a=1)} \right)^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_e^{(a=1)} \\
& \quad - \left(-2 \mathbf{u}_{AC,\alpha}^{(a=1)} + \left[\left(L_{AC}'^{(a=1)} - L_e \right) \frac{d}{dt} + R_{AC}'^{(a=1)} \right] i_{AC,\alpha}^{(a=1)} \right) i_{e,0}^{(a=1)} - 2 \underbrace{i_{e,\alpha}^{(a=1)} u_{cm}^{(a=1)}}_{\text{wavy}}, \\
& \overbrace{W_{\Delta, \beta}'^{(a=1)}} \\
& \frac{d}{dt} \left[W_{\Delta, \beta}^{(a=1)} + \frac{L_e}{2} \left(\vec{i}_{AC}^{(a=1)} \right)^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_e^{(a=1)} + L_e i_{e,0}^{(a=1)} i_{AC,\beta}^{(a=1)} \right] \\
& = + \left(-\frac{1}{2} \mathbf{u}_{DC} - \left[\left(L_{DC}'^{(a=1)} - L_e \right) \frac{d}{dt} + R_{DC}'^{(a=1)} \right] i_{e,0}^{(a=1)} \right) i_{AC,\beta}^{(a=1)} \\
& \quad - \left(-\mathbf{u}_{AC}^{(a=1)} + \frac{1}{2} \left[\left(L_{AC}'^{(a=1)} - L_e \right) \frac{d}{dt} + R_{AC}'^{(a=1)} \right] \vec{i}_{AC}^{(a=1)} \right)^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_e^{(a=1)} \\
& \quad - \left(-2 \mathbf{u}_{AC,\beta}^{(a=1)} + \left[\left(L_{AC}'^{(a=1)} - L_e \right) \frac{d}{dt} + R_{AC}'^{(a=1)} \right] i_{AC,\beta}^{(a=1)} \right) i_{e,0}^{(a=1)} - 2 \underbrace{i_{e,\beta}^{(a=1)} u_{cm}^{(a=1)}}_{\text{wavy}}. \tag{2.23}
\end{aligned}$$

- Armstromdynamiken für das DC- zu AC-Wechselrichter-Subsystem, beschrieben durch den Umrichter-Index $^{(a=2)}$:

$$\begin{aligned}
& \overbrace{R_{DC}'^{(a=2)}} \\
& \frac{d}{dt} i_{e,0}^{(a=2)} = - \frac{3(1-\kappa)R_{DC} + R_e}{\underbrace{3(1-\kappa)L_{DC} + L_e}_{L_{DC}'^{(a=2)}}} i_{e,0}^{(a=2)} - \frac{1}{L_{DC}'^{(a=2)}} \left(u_{\Sigma,0}^{(a=2)} - \frac{\mathbf{u}_{DC}}{2} \right), \\
& \overbrace{R_{AC}'^{(a=2)}} \\
& \frac{d}{dt} i_{AC,\alpha/\beta}^{(a=2)} = - \frac{2R_{AC}^{(a=2)} + R_e}{\underbrace{2L_{AC}^{(a=2)} + L_e}_{L_{AC}'^{(a=2)}}} i_{AC,\alpha/\beta}^{(a=2)} - \frac{1}{L_{AC}'^{(a=2)}} \left(u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(a=2)} + 2 \mathbf{u}_{AC,\alpha/\beta}^{(a=2)} \right),
\end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} i_{e,\alpha/\beta}^{(a=2)} = -\frac{R_e}{L_e} i_{e,\alpha/\beta}^{(a=2)} - \frac{1}{L_e} u_{\Sigma,\alpha/\beta}^{(a=2)}, \quad (2.24)$$

mit $u_{\Delta,0}^{(a=2)} = -2u_{cm}^{(a=2)}$ ergeben sich die Bewegungsgleichungen der Armenenergiekomponenten zu

$$\begin{aligned} & \overbrace{W_{\Sigma,0}^{\prime(a=2)}} \\ & \frac{d}{dt} \left[W_{\Sigma,0}^{(a=2)} + \frac{L_e}{4} \left(\vec{i}_e^{(a=2)} \right)^T \cdot \vec{i}_e^{(a=2)} + \frac{L_{DC}^{\prime(a=2)}}{2} \left(i_{e,0}^{(a=2)} \right)^2 + \frac{L_{AC}^{\prime(a=2)}}{16} \left(\vec{i}_{AC}^{(a=2)} \right)^T \cdot \vec{i}_{AC}^{(a=2)} \right] \\ & = + \left(\frac{1}{2} u_{DC} - R_{DC}^{\prime(a=2)} i_{e,0}^{(a=2)} \right) i_{e,0}^{(a=2)} - \frac{1}{4} \left(+\vec{u}_{AC}^{(a=2)} + \frac{R_{AC}^{\prime(a=2)}}{2} \vec{i}_{AC}^{(a=2)} \right)^T \cdot \vec{i}_{AC}^{(a=2)}, \\ & \overbrace{W_{\Sigma,\alpha}^{\prime(a=2)}} \\ & \frac{d}{dt} \left[W_{\Sigma,\alpha}^{(a=2)} + \frac{L_e}{4} \left(\vec{i}_e^{(a=2)} \right)^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_e^{(a=2)} + L_e i_{e,0}^{(a=2)} i_{e,\alpha}^{(a=2)} + \frac{L_{AC}^{\prime(a=2)}}{16} \left(\vec{i}_{AC}^{(a=2)} \right)^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_{AC}^{(a=2)} \right] \\ & = + \left(+\frac{1}{2} u_{DC} - \left[\left(L_{DC}^{\prime(a=2)} - L_e \right) \frac{d}{dt} + R_{DC}^{\prime(a=2)} \right] i_{e,0}^{(a=2)} \right) i_{e,\alpha}^{(a=2)} \\ & \quad - \frac{1}{4} \left(+\vec{u}_{AC}^{(a=2)} + \frac{R_{AC}^{\prime(a=2)}}{2} \vec{i}_{AC}^{(a=2)} \right)^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_{AC}^{(a=2)} - \frac{i_{AC,\alpha}^{(a=2)}}{2} u_{cm}^{(a=2)}, \\ & \overbrace{W_{\Sigma,\beta}^{\prime(a=2)}} \\ & \frac{d}{dt} \left[W_{\Sigma,\beta}^{(a=2)} + \frac{L_e}{4} \left(\vec{i}_e^{(a=2)} \right)^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_e^{(a=2)} + L_e i_{e,0}^{(a=2)} i_{e,\beta}^{(a=2)} + \frac{L_{AC}^{\prime(a=2)}}{16} \left(\vec{i}_{AC}^{(a=2)} \right)^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_{AC}^{(a=2)} \right] \\ & = + \left(+\frac{1}{2} u_{DC} - \left[\left(L_{DC}^{\prime(a=2)} - L_e \right) \frac{d}{dt} + R_{DC}^{\prime(a=2)} \right] i_{e,0}^{(a=2)} \right) i_{e,\beta}^{(a=2)} \\ & \quad - \frac{1}{4} \left(+\vec{u}_{AC}^{(a=2)} + \frac{R_{AC}^{\prime(a=2)}}{2} \vec{i}_{AC}^{(a=2)} \right)^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_{AC}^{(a=2)} - \frac{i_{AC,\beta}^{(a=2)}}{2} u_{cm}^{(a=2)}, \\ & \overbrace{W_{\Delta,0}^{\prime(a=2)}} \\ & \frac{d}{dt} \left[W_{\Delta,0}^{(a=2)} + \frac{L_e}{2} \left(\vec{i}_{AC}^{(a=2)} \right)^T \vec{i}_e^{(a=2)} \right] \\ & = - \left(+\vec{u}_{AC}^{(a=2)} + \frac{1}{2} \left[\left(L_{AC}^{\prime(a=2)} - L_e \right) \frac{d}{dt} + R_{AC}^{\prime(a=2)} \right] \vec{i}_{AC}^{(a=2)} \right)^T \cdot \vec{i}_e^{(a=2)} - 2i_{e,0}^{(a=2)} u_{cm}^{(a=2)}, \\ & \overbrace{W_{\Delta,\alpha}^{\prime(a=2)}} \\ & \frac{d}{dt} \left[W_{\Delta,\alpha}^{(a=2)} + \frac{L_e}{2} \left(\vec{i}_{AC}^{(a=2)} \right)^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_e^{(a=2)} + L_e i_{e,0}^{(a=2)} i_{AC,\alpha}^{(a=2)} \right] \\ & = + \left(+\frac{1}{2} u_{DC} - \left[\left(L_{DC}^{\prime(a=2)} - L_e \right) \frac{d}{dt} + R_{DC}^{\prime(a=2)} \right] i_{e,0}^{(a=2)} \right) i_{AC,\alpha}^{(a=2)} \\ & \quad - \left(+\vec{u}_{AC}^{(a=2)} + \frac{1}{2} \left[\left(L_{AC}^{\prime(a=2)} - L_e \right) \frac{d}{dt} + R_{AC}^{\prime(a=2)} \right] \vec{i}_{AC}^{(a=2)} \right)^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_e^{(a=2)} \\ & \quad - \left(+2u_{AC,\alpha}^{(a=2)} + \left[\left(L_{AC}^{\prime(a=2)} - L_e \right) \frac{d}{dt} + R_{AC}^{\prime(a=2)} \right] i_{AC,\alpha}^{(a=2)} \right) i_{e,0}^{(a=2)} - 2 \underbrace{i_{e,\alpha}^{(a=2)} u_{cm}^{(a=2)}}_{\text{wavy line}}, \\ & \overbrace{W_{\Delta,\beta}^{\prime(a=2)}} \\ & \frac{d}{dt} \left[W_{\Delta,\beta}^{(a=2)} + \frac{L_e}{2} \left(\vec{i}_{AC}^{(a=2)} \right)^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_e^{(a=2)} + L_e i_{e,0}^{(a=2)} i_{AC,\beta}^{(a=2)} \right] \\ & = + \left(+\frac{1}{2} u_{DC} - \left[\left(L_{DC}^{\prime(a=2)} - L_e \right) \frac{d}{dt} + R_{DC}^{\prime(a=2)} \right] i_{e,0}^{(a=2)} \right) i_{AC,\beta}^{(a=2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left(+\vec{u}_{AC}^{(a=2)} + \frac{1}{2} \left[\left(L'_{AC}^{(a=2)} - L_e \right) \frac{d}{dt} + R'_{AC}^{(a=2)} \right] \vec{i}_{AC}^{(a=2)} \right)^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_e^{(a=2)} \\
& - \left(+2\vec{u}_{AC,\beta}^{(a=2)} + \left[\left(L'_{AC}^{(a=2)} - L_e \right) \frac{d}{dt} + R'_{AC}^{(a=2)} \right] \vec{i}_{AC,\beta}^{(a=2)} \right) \cdot \underbrace{\vec{i}_{e,0}^{(a=2)} - 2\vec{i}_{e,\beta}^{(a=2)} u_{cm}^{(a=2)}}_{\text{}}. \tag{2.25}
\end{aligned}$$

Die DC-Spannung u_{DC} , an den verbindenden Leitungen zwischen den beiden MMCs, ist nicht mehr von außen vorgegeben, sondern ergibt sich aus dem Wert des Shuntwiderstands R_{sh} gemäß $u_{DC} = R_{sh} \left(i_{DC}^{(a=1)} - i_{DC}^{(a=2)} \right)$. Die Dynamik von $W'_{\Sigma,0}^{(a=1)}$ und $W'_{\Sigma,0}^{(a=2)}$ kann äquivalent ebenfalls als Summe und Differenz dieser zwei Dynamiken, was wie in Abschnitt 3.4 gezeigt wird und zur Vereinfachung beiträgt, umformuliert werden.

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left[W'_{\Sigma,0}^{(a=1)} + W'_{\Sigma,0}^{(a=2)} \right] &= -R_{sh} \left[i_{e,0}^{(a=1)} - i_{e,0}^{(a=2)} \right]^2 - R'_{DC}^{(a=1)} \left[i_{e,0}^{(a=1)} \right]^2 - R'_{DC}^{(a=2)} \left[i_{e,0}^{(a=2)} \right]^2 \\
& - \frac{1}{4} \left(-\vec{u}_{AC}^{(a=1)} + \frac{R'_{AC}^{(a=1)}}{2} \vec{i}_{AC}^{(a=1)} \right)^T \cdot \vec{i}_{AC}^{(a=1)} - \frac{1}{4} \left(+\vec{u}_{AC}^{(a=2)} + \frac{R'_{AC}^{(a=2)}}{2} \vec{i}_{AC}^{(a=2)} \right)^T \cdot \vec{i}_{AC}^{(a=2)}, \tag{2.26}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left[W'_{\Sigma,0}^{(a=1)} - W'_{\Sigma,0}^{(a=2)} \right] &= -R_{sh} \left[i_{e,0}^{(a=1)} - i_{e,0}^{(a=2)} \right] \left[i_{e,0}^{(a=1)} + i_{e,0}^{(a=2)} \right] - R'_{DC}^{(a=1)} \left[i_{e,0}^{(a=1)} \right]^2 + R'_{DC}^{(a=2)} \left[i_{e,0}^{(a=2)} \right]^2 \\
& - \frac{1}{4} \left(-\vec{u}_{AC}^{(a=1)} + \frac{R'_{AC}^{(a=1)}}{2} \vec{i}_{AC}^{(a=1)} \right)^T \cdot \vec{i}_{AC}^{(a=1)} + \frac{1}{4} \left(+\vec{u}_{AC}^{(a=2)} + \frac{R'_{AC}^{(a=2)}}{2} \vec{i}_{AC}^{(a=2)} \right)^T \cdot \vec{i}_{AC}^{(a=2)}.
\end{aligned}$$

2.4 Numerische Integration der Bewegungsgleichungen des MMCs im Betrieb als Gleich- und Wechselrichter

In diesem Abschnitt wird ergänzend zu den vorangegangenen Herleitungen des Differentialgleichungssystems der Strom-, Spannungs- und Energiekomponenten, deren Diskretisierung zur numerischen Integration der Bewegungsgleichungen dargestellt, um die Implementierung in der Simulation zu ermöglichen. Die bislang beschriebenen Armströme, Armspannungen und Energiekomponenten sind Linearkombination der Stromkomponenten $\{i_{e,\alpha/\beta}, i_{DC}, i_{AC,\alpha/\beta}\}$, der Eingangsspannungen $\{u_{\Sigma,\alpha/\beta}, u_{\Sigma,0}, u_{\Delta,\alpha/\beta}, u_{\Delta,0}\}$ und der Energiekomponenten $\{W_{\Sigma,\alpha/\beta}, W_{\Sigma,0}, W_{\Delta,\alpha/\beta}, W_{\Delta,0}\}$, welche durch die konstante Transformationsmatrix $\mathbf{M}$ und den auf Seite 15 erwähnten Zusammenhängen zwischen den Σ - & Δ -Komponenten und den p - & n -Komponenten definiert sind.

$$\begin{aligned}
& \mathbf{M}_{\Sigma/\Delta \leftarrow p/n} \equiv \mathbf{M} \\
& \begin{pmatrix} \left(\begin{smallmatrix} \Sigma, \alpha \\ \Sigma, \beta \\ \Sigma, 0 \\ \Delta, \alpha \\ \Delta, \beta \\ \Delta, 0 \end{smallmatrix} \right) \end{pmatrix} = \overbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \\ 0 & +\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & 0 & +\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & +\frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & +\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}}^{\mathbf{M}_{\Sigma/\Delta \leftarrow p/n} \equiv \mathbf{M}} \begin{pmatrix} \left(\begin{smallmatrix} p, 1 \\ p, 2 \\ p, 3 \\ n, 1 \\ n, 2 \\ n, 3 \end{smallmatrix} \right) \end{pmatrix}, \tag{2.27}
\end{aligned}$$

Hieraus folgen die Armströme und die Armspannungen in p/n - und Σ/Δ -Schreibweise zu:

$$\vec{i}_{p/n}(t) = \begin{pmatrix} i_j(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{p,1}(t) \\ i_{p,2}(t) \\ i_{p,3}(t) \\ i_{n,1}(t) \\ i_{n,2}(t) \\ i_{n,3}(t) \end{pmatrix}, \quad \vec{i}_{\Sigma/\Delta}(t) = \begin{pmatrix} i_{e,\alpha}(t) \\ i_{e,\beta}(t) \\ i_{e,0}(t) = i_{DC}(t)/3 \\ i_{\Delta,\alpha}(t) \\ i_{\Delta,\beta}(t) \\ i_{\Delta,0} = 0 \end{pmatrix} = \mathbf{M} \vec{i}_{p/n}(t),$$

$$\vec{u}_{p/n}(t) = \begin{pmatrix} u_j(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{p,1}(t) \\ u_{p,2}(t) \\ u_{p,3}(t) \\ u_{n,1}(t) \\ u_{n,2}(t) \\ u_{n,3}(t) \end{pmatrix}, \quad \vec{u}_{\Sigma/\Delta}(t) = \begin{pmatrix} u_{\Sigma,\alpha}(t) \\ u_{\Sigma,\beta}(t) \\ u_{\Sigma,0}(t) \\ u_{\Delta,\alpha}(t) \\ u_{\Delta,\beta}(t) \\ u_{\Delta,0}(t) \end{pmatrix} = \mathbf{M} \vec{u}_{p/n}(t).$$

Somit ergeben sich die Dynamiken der Ströme für den MMC, welcher als DC- zu AC-Wandler (Wechselrichter) betrieben wird, zu: ²

$$\underbrace{\begin{pmatrix} L_e & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3(L_{DC} + \frac{L_e}{3}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(L_{AC} + \frac{L_e}{2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(L_{AC} + \frac{L_e}{2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{L}} \frac{d}{dt} \vec{i}_{\Sigma/\Delta} = \underbrace{\begin{pmatrix} R_e & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3(R_{DC} + \frac{R_e}{3}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(R_{AC} + \frac{R_e}{2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(R_{AC} + \frac{R_e}{2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(R_{AC} + \frac{R_e}{2}) \end{pmatrix}}_{\mathbf{R}} \vec{i}_{\Sigma/\Delta} - \vec{u}_{\Sigma/\Delta} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} u_{DC}(t) \\ -2u_{AC,\alpha}(t) \\ -2u_{AC,\beta}(t) \\ -2u_{cm}(t) \end{pmatrix}}_{\vec{u}_{ext}(t)}, \quad (2.28)$$

wobei aus der letzten Gleichung, aufgrund des Zusammenhangs $u_{\Delta,0} = -2u_{cm}$, $i_{\Delta,0} = 0$ zu jedem Zeitpunkt resultiert. Die Zeitdiskretisierung dieses Differentialgleichungssystems mit der Zeitschrittlänge Δt wird durch den Eingangsvektor $\vec{u}_{p/n}$ zum Zeitschritt t gesteuert und reagiert zu jedem Zeitschritt auf die externe Spannung $\vec{u}_{ext}$. Hieraus folgt die numerische Integration des noch unbekannten Stromzustandes $\vec{i}_{p/n}(t + \Delta t)$ zum nächsten Zeitschritt $t + \Delta t$ für einen bekannten Zustand $\vec{i}_{p/n}(t)$ zum Zeitschritt t .

$$\mathbf{LM} \frac{\vec{i}_{p/n}(t + \Delta t) - \vec{i}_{p/n}(t)}{\Delta t} = -\mathbf{RM} \frac{\vec{i}_{p/n}(t + \Delta t) + \vec{i}_{p/n}(t)}{2} - \mathbf{M} \vec{u}_{p/n}(t) + \vec{u}_{ext}(t),$$

$$\vec{i}_{p/n}(t + \Delta t) = \left[\left(\mathbf{L} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{R} \right) \mathbf{M} \right]^{-1} \left[\left(\mathbf{L} - \frac{\Delta t}{2} \mathbf{R} \right) \mathbf{M} \vec{i}_{p/n}(t) - \Delta t \mathbf{M} \vec{u}_{p/n}(t) + \Delta t \vec{u}_{ext}(t) \right], \quad (2.29)$$

wobei der Term $-\mathbf{RM} \vec{i}_{p/n}$ implementiert wurde, um den Mittelwert zwischen der Auswertung zum aktuellen und zum nächsten Zeitschritt darzustellen. Sobald der nächste aktuelle Zustand erreicht wurde, wird die numerische Integration der Energiedynamik entsprechend durchgeführt.

$$W_j(t + \Delta t) = W_j(t) + \Delta t u_j(t) \frac{i_j(t + \Delta t) + i_j(t)}{2}, \quad \text{mit } j = 1, \dots, 6 =_{p,1}, \dots, n,3. \quad (2.30)$$

Für die Anordnung von zwei gekoppelten MMCs, welche durch eine lange DC-Übertragungsleitung gemäß Abbildung 2.5 miteinander verbunden sind, symbolisiert der Index ^(a=1) den ersten MMC (AC-zu-DC-Gleichrichter) und der Index ^(a=2) den zweiten MMC (DC-zu-AC-Wechselrichter). Der variable Shuntwiderstand R_{sh} schließt hierbei die Gleichstromübertragungsleitung, je nach Größe der

²Für einen MMC, der als AC-zu-DC-Wandler (Gleichrichter) fungiert, zeigen die Armströme und Armspannungen, wie in Abbildung 2.5 ersichtlich, nach oben, anstatt wie beim DC-zu-AC-Wandler nach unten. Somit ergeben sich die gleichen Stromdynamiken wie in Gleichung (2.29), jedoch mit den entgegengesetzten Vorzeichen in den externen Spannungen.

Variable κ ($0 < \kappa < 1$), kurz. In diesem Zustand tritt keine externe DC-Spannung auf, da die DC-Übertragungsleitung ein Teil der internen Systemdynamik ist. Somit ergeben sich die Stromdynamiken zu:

$$\begin{aligned}
\mathbf{L}^{(a=1)} &= \begin{pmatrix} L_e & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3(\kappa L_{DC} + \frac{L_e}{3}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(L_{AC}^{(a=1)} + \frac{L_e}{2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(L_{AC}^{(a=1)} + \frac{L_e}{2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\mathbf{L}^{(a=2)} &= \begin{pmatrix} L_e & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3((1-\kappa)L_{DC} + \frac{L_e}{3}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(L_{AC}^{(a=2)} + \frac{L_e}{2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(L_{AC}^{(a=2)} + \frac{L_e}{2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\mathbf{R}^{(a=1)} &= \begin{pmatrix} R_e & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3(\kappa R_{DC} + \frac{R_e}{3}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(R_{AC}^{(a=1)} + \frac{R_e}{2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(R_{AC}^{(a=1)} + \frac{R_e}{2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(R_{AC}^{(a=1)} + \frac{R_e}{2}) \end{pmatrix}, \\
\mathbf{R}^{(a=2)} &= \begin{pmatrix} R_e & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3((1-\kappa)R_{DC} + \frac{R_e}{3}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(R_{AC}^{(a=2)} + \frac{R_e}{2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(R_{AC}^{(a=2)} + \frac{R_e}{2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(R_{AC}^{(a=2)} + \frac{R_e}{2}) \end{pmatrix}, \\
\mathbf{S} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{L}^{(a=1)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{L}^{(a=2)} \end{pmatrix}}_{\mathbf{L}} \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{pmatrix}}_{\mathbf{R}} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \vec{i}_{p/n}^{(a=1)} \\ \vec{i}_{p/n}^{(a=2)} \end{pmatrix} &= - \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{R}^{(a=1)} + \frac{3R_{sh}}{2}\mathbf{S} & -\frac{3R_{sh}}{2}\mathbf{S} \\ -\frac{3R_{sh}}{2}\mathbf{S} & \mathbf{R}^{(a=2)} + \frac{3R_{sh}}{2}\mathbf{S} \end{pmatrix}}_{\mathbf{R}} \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{pmatrix}}_{\mathbf{R}} \begin{pmatrix} \vec{i}_{p/n}^{(a=1)} \\ \vec{i}_{p/n}^{(a=2)} \end{pmatrix} \\
&- \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{pmatrix}}_{\mathbf{R}} \begin{pmatrix} \vec{u}_{p/n}^{(a=1)} \\ \vec{u}_{p/n}^{(a=2)} \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ +2u_{AC,\alpha}^{(a=1)}(t) \\ +2u_{AC,\beta}^{(a=1)}(t) \\ -2u_{cm}^{(a=1)}(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2u_{AC,\alpha}^{(a=2)}(t) \\ -2u_{AC,\beta}^{(a=2)}(t) \\ -2u_{cm}^{(a=2)}(t) \end{pmatrix}}_{\vec{u}_{ext}(t)}, \tag{2.31}
\end{aligned}$$

oder analog zu Gleichung (2.29) wie folgt:

$$\begin{aligned} \frac{\vec{i}_{p/n}^{(a=1)}(t + \Delta t)}{\vec{i}_{p/n}^{(a=2)}(t + \Delta t)} = & \left[\left(\mathbf{L} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{R} \right) \left(\frac{\mathbf{M}}{\mathbf{0}} \middle| \frac{\mathbf{0}}{\mathbf{M}} \right) \right]^{-1} \left[\left(\mathbf{L} - \frac{\Delta t}{2} \mathbf{R} \right) \left(\frac{\mathbf{M}}{\mathbf{0}} \middle| \frac{\mathbf{0}}{\mathbf{M}} \right) \frac{\vec{i}_{p/n}^{(a=1)}(t)}{\vec{i}_{p/n}^{(a=2)}(t)} \right. \\ & \left. - \Delta t \left(\frac{\mathbf{M}}{\mathbf{0}} \middle| \frac{\mathbf{0}}{\mathbf{M}} \right) \left(\frac{\vec{u}_{p/n}^{(a=1)}(t)}{\vec{u}_{p/n}^{(a=2)}(t)} + \Delta t \vec{u}_{ext}(t) \right) \right]. \quad (2.32) \end{aligned}$$

Es ist wichtig anzumerken, dass die numerische Integration der Energiedynamiken hierbei unverändert zu Gleichung (2.30) bleibt.

Zusammenfassend wurden in diesem Kapitel, neben der grundlegenden Beschreibung zur Struktur und der Funktionsweise eines einzelnen Modulare Multilevel Umrichters, die verwendete Vollbrückentopologie der Submodule, die beiden unterschiedlichen im MMC vorkommenden Zeitskalen sowie die Dynamiken der Strom-, Spannungs- und Energiekomponenten in der Σ -/ Δ - und 0 -/ α -/ β -Komponentendarstellung erläutert. Anschließend folgte die Verallgemeinerung der anfänglichen Struktur des einzelnen MMCs auf ein System von 2 MMC, welche mittels einer langen DC-Leitung, die als HVDC-Leistungsübertragung zwischen 2 AC-Systemen dient, miteinander verbunden sind. Abschließend wurden die numerischen Integrationen der Dynamiken der Strom- und Energiekomponenten zur Implementierung in den Simulationscode hergeleitet.

Im nachfolgenden Kapitel 3 wird die Herleitung des eingeschwungenen Zustandes für alle relevanten Komponenten (Armströme, Armspannungen & Armenergien) diskutiert. Hierbei liegt der Fokus auf der Rolle der frei wählbaren inneren Freiheitsgrade sowie auf der Wahl der Frequenzen der Common-Mode-Spannung, welche auf diesen inneren Freiheitsgraden basieren und die im weiteren Verlauf aufgezeigten Regelungsstrategien der Energiekomponenten prägen.

Kapitel 3

Berechnung des eingeschwungenen Zustands

In diesem Kapitel wird die Hauptbedingung für den eingeschwungenen Zustand in einem einzelnen MMC erläutert und die daraus resultierenden Ströme, Spannungen und Energien an den 6 Armen des MMCs in Σ -/ Δ -, 0-/ α -/ β -Komponenten hergeleitet. Der eingeschwungene Zustand ist im MMC durch die Bedingung einer konstanten MMC-Energie definiert. Diese alleinige Bedingung ist jedoch nicht ausreichend, um dadurch alle inneren Freiheitsgrade eindeutig zu bestimmen. Die Hauptaufgabe in diesem Kapitel liegt deshalb darin, eine neue Methode zu entwickeln, um den eingeschwungenen Zustand im MMC optimal, unter Verwendung aller noch freien Freiheitsgrade, welche durch $\frac{dW_{\Sigma,0}^{(ss)}}{dt} = 0$ nicht festgelegt worden sind, zu gestalten.

3.1 Analytische Berechnung des eingeschwungenen Zustands im einzelnen MMC

Bei einem einzelnen MMC und bei der zugrunde liegenden Struktur, des in dieser Arbeit betrachteten Aufbaus des MMCs gemäß Abbildung 2.4, wird eine konstante DC-Spannung u_{DC} =konstant sowie eine symmetrisch oszillierende AC-Spannung mit der Frequenz ω_{AC} und mit konstanter Amplitude

$\hat{u}_{AC}$, welche durch $u_{AC,1/2/3} = \hat{u}_{AC} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t) \\ \sin(\omega_{AC}t - 2\pi/3) \\ \sin(\omega_{AC}t + 2\pi/3) \end{pmatrix}$ oder äquivalent in α/β -Schreibweise durch

$u_{AC,\alpha/\beta} = \hat{u}_{AC} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t) \\ -\cos(\omega_{AC}t) \end{pmatrix}$ dargestellt wird, betrachtet. Für derart beschriebene externe Spannungen ist der eingeschwungene Zustand, welcher in der englischen Sprache als Steady State bezeichnet und von nun an durch die Notation $^{(ss)}$ gekennzeichnet wird, durch einen konstanten DC-Strom

$i_{DC}^{(ss)} = 3i_{e,0}^{(ss)} = \text{konstant}$ und einen ideal harmonisch oszillierenden AC-Strom

$i_{AC,\alpha/\beta}^{(ss)} = \hat{i}_{AC}^{(ss)} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\ -\cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \end{pmatrix}$, welcher die identische Frequenz der AC-Spannung bei unterschiedlicher Phase $\varphi_{i,AC}$ aufweist, charakterisiert. Auch wenn der MMC, aufgrund seiner begrenzten Anzahl an Submodulen, nicht in der Lage ist einen perfekten sinusförmigen AC-Strom mit einer Frequenz ω_{AC} ausgangsseitig zu erzeugen, sind dennoch nur Frequenzen $k\omega_{AC}$, mit $k = 1, 5, 7, 11, \dots$ (nicht durch 3 teilbare ganze ungerade Zahlen) die einzigen Harmonischen, welche im vom MMC erzeugten AC-Strom vorkommen [10]. Diese, auf der AC-Seite zugelassenen, Harmonischen sind in der Sternverschaltung der AC-Übertragungsleitungen begründet. Hierbei soll erwähnt werden, dass die Beiträge der höheren Harmonischen ($k = 5, 7, 11, \dots$) wesentlich geringer als der Hauptbeitrag

von $k = 1$ sind und daher der Verlauf, des vom MMC generierten AC-Stromes im eingeschwungenen Zustand, als hauptsächlich mit ω_{AC} oszillierend angenommen werden kann. Per Definition weisen die beiden internen Kreisstromkomponenten $i_{e,\alpha/\beta}$ weder auf die externe DC-Seite noch auf die externe AC-Seite einen Einfluss auf. Daher wird im eingeschwungenen Zustand die Frequenz zu $2\omega_{AC}$ gewählt, da diese Frequenz die kleinste ist, welche weder auf der DC-Seite mit der 0-Frequenz, noch auf der AC-Seite mit $1\omega_{AC}$ vorkommt. Somit schwingen die internen Kreisströme hauptsächlich mit der doppelten Frequenz des AC-Stromes. Die niedrigste Frequenz, welche diese Bedingung erfüllt, ist

$$i_{e,1/2/3} = \hat{i}_e^{(ss)} \begin{pmatrix} \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \\ \sin(2(\omega_{AC}t - 2\pi/3) + \varphi_{i,e}) \\ \sin(2(\omega_{AC}t + 2\pi/3) + \varphi_{i,e}) \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

oder äquivalent in α/β -Komponentendarstellung $i_{e,\alpha/\beta}^{(ss)} = \hat{i}_e^{(ss)} \begin{pmatrix} \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \\ + \cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \end{pmatrix}$, mit der frei wählbaren konstanten Amplitude $\hat{i}_e$ und der, auf die AC-Spannung bezogenen, Phasenverschiebung $\varphi_{i,e}$. Die Stromamplituden im eingeschwungenen Zustand $\{i_{e,0}^{(ss)}, \hat{i}_{AC}^{(ss)}, \hat{i}_e^{(ss)}\}$ sind, aufgrund der er-

wähnten Definition des eingeschwungenen Zustands $\frac{dW_{\Sigma,0}^{(ss)}}{dt} = 0$, dennoch nicht alle frei wählbar bzw. können die Amplituden der DC- und AC-Ströme nicht getrennt voneinander gewählt werden. Dies führt zusammen mit dem Induktivitätsbeitrag

$$\begin{aligned} & \frac{L'_{DC}}{2} i_{e,0}^2 + \frac{L_e}{4} (i_{e,\alpha} \ i_{e,\beta}) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e,\alpha} \\ i_{e,\beta} \end{pmatrix} + \frac{L'_{AC}}{16} (i_{AC,\alpha} \ i_{AC,\beta}) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha} \\ i_{AC,\beta} \end{pmatrix} \\ &= \frac{L'_{DC}}{2} \left(i_{e,0}^{(ss)}\right)^2 + \frac{L_e}{4} \left(\hat{i}_e^{(ss)}\right)^2 + \frac{L'_{AC}}{16} \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)}\right)^2, \end{aligned}$$

welcher im eingeschwungenen Zustand konstant ist und nur von den konstanten Amplituden abhängig ist, unter der Bedingung gemäß Gleichung (2.19) zu

$$0 = \frac{1}{2} \mathbf{u}_{DC} i_{e,0}^{(ss)} - \frac{1}{4} \hat{\mathbf{u}}_{AC} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC} - \frac{R_e}{2} \left(\hat{i}_e^{(ss)}\right)^2 - R'_{DC} \left(i_{e,0}^{(ss)}\right)^2 - \frac{R'_{AC}}{8} \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)}\right)^2. \quad (3.2)$$

Da der innere ohmsche Widerstand R_e und die induktiven Beiträge L_e sehr klein sind, können diese Anteile welche proportional zu $R_e \hat{i}_e^{(ss)}$ bzw. $L_e \hat{i}_e^{(ss)}$ sind, vernachlässigt werden. Hierdurch ergibt sich die angenäherte Lösung für Gleichung 3.2 im eingeschwungenen Zustand zu

$$0 \approx \frac{1}{2} \mathbf{u}_{DC} i_{e,0}^{(ss)} - \frac{1}{4} \hat{\mathbf{u}}_{AC} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC} - R'_{DC} \left(i_{e,0}^{(ss)}\right)^2 - \frac{R'_{AC}}{8} \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)}\right)^2. \quad (3.3)$$

Bei Vorgabe der äußeren DC- und AC-Spannungen liefert diese algebraische Gleichung für den eingeschwungenen Zustand entweder die Lösung für die Amplitude des DC-Stromes $i_{DC}^{(ss)} = 3i_{e,0}^{(ss)}$, welche bei bekanntem AC-Strom vorgegeben ist, oder für die Amplitude des AC-Stromes $\hat{i}_{AC}^{(ss)}$, welcher wiederum bei bekanntem DC-Strom vorliegt. Für die extern vorgegebenen Spannungen $\mathbf{u}_{DC}$ & $\mathbf{u}_{AC,\alpha/\beta}$ ergeben sich zwei mögliche Funktionsweisen des MMCs.

1. Der MMC fungiert als DC- zu AC-Umrichter, was der in dieser Arbeit zugrunde liegende Betriebsmodus ist, für eine vorgegebene und gewünschte AC-Stromamplitude $\hat{i}_{AC}^{(ss)}$ und die dazugehörige Phase $\varphi_{i,AC}$. Hierdurch ergibt sich der resultierende DC-Strom aus Gleichung (3.3) zu

$$i_{e,0}^{(ss)} = \frac{\mathbf{u}_{DC}}{4R'_{DC}} - \sqrt{\left(\frac{\mathbf{u}_{DC}}{4R'_{DC}}\right)^2 - \frac{\hat{\mathbf{u}}_{AC} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC}}{4R'_{DC}} - \frac{R'_{AC}}{8R'_{DC}} \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)}\right)^2}. \quad (3.4)$$

2. Der MMC wird als AC- zu DC-Umrichter betrieben und trägt in dieser Betriebsweise zur Beibehaltung eines gewünschten DC-Stromes $i_{DC}^{(ss)}$ bei. Hierbei ergibt sich die resultierende AC-Stromamplitude, unter Vernachlässigung der zu R_e proportionalen Beiträge, mit der Phase $\varphi_{i,AC}$ gemäß Gleichung (3.3) zu

$$\hat{i}_{AC}^{(ss)} = -\frac{\hat{u}_{AC} \cos \varphi_{i,AC}}{R'_{AC}} + \sqrt{\left(\frac{\hat{u}_{AC} \cos \varphi_{i,AC}}{R'_{AC}}\right)^2 + \frac{4u_{DC}i_{e,0}^{(ss)}}{R'_{AC}} - \frac{8R'_{DC}}{R'_{AC}}\left(i_{e,0}^{(ss)}\right)^2}. \quad (3.5)$$

Die konstante Amplitude und die Phase der Common-Mode-Spannung $u_{cm} = -\frac{1}{2}u_{\Delta 0}$ sind ebenfalls freie Parameter im eingeschwungenen Zustand. Diese zwei Größen $\hat{u}_{cm}^{(ss)}$ und $\varphi_{u,cm}$ können durch zusätzliche Bedingungen, welche an den eingeschwungenen Zustand gestellt und in Abschnitt 3.2 betrachtet werden, berechnet werden.

Die Wahl der Frequenz von u_{cm} im eingeschwungenen Zustand wird zunächst durch die nächste frei zur Verfügung stehende harmonische Welle, welche $3\omega_{AC}$ ist, bestimmt. Diese dritte Frequenz kommt aufgrund der AC-seitigen Sternverschaltung nicht in $\hat{u}_{AC}$ vor und die zweite harmonische Welle ist wie bereits erwähnt durch die Frequenz der Kreisströme belegt. Eine weitere physikalischere Begründung zur Wahl der dritten Harmonischen für die Common-Mode-Spannung u_{cm} wird nach späterer Herleitung der Energiekomponenten im eingeschwungenen Zustand ausführlich auf Seite 37 diskutiert. Somit resultiert die Common-Mode Spannung mit der konstanten und frei wählbaren Amplitude $\hat{u}_{cm}^{(ss)}$ zu $u_{cm} = \hat{u}_{cm}^{(ss)} \sin(3\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm})$.

Zusammenfassend ergeben sich die freien und/oder abgeleiteten Parameter im eingeschwungenen Zustand, im Betrieb des MMCs als DC- zu AC-Umrichter und äquivalent für den AC- zu DC-Betrieb, zu:

¹Die mathematisch exakte Lösung der quadratischen Gleichung (3.2) ergibt für $i_{e,0}^{(ss)}$ zwei Lösungen:

$$i_{e,0}^{(ss)} = \frac{u_{DC}}{4R'_{DC}} \mp \frac{u_{DC}}{4R'_{DC}} \sqrt{1 - \underbrace{\frac{4\hat{u}_{AC}\hat{i}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC} R'_{DC}}{u_{DC}^2} - \frac{8R_e R'_{DC} \hat{i}_e^{(ss)2}}{u_{DC}^2} - \frac{2R'_{AC} R'_{DC} \hat{i}_{AC}^{(ss)2}}{u_{DC}^2}}_{\text{alle Terme proportional zu kleinen Widerständen}}}. \text{ Welche der zwei möglichen}$$

Vorzeichen die physikalisch einzig sinnvolle Lösung ist, folgt aus folgender Überlegung: Unter Verwendung der Taylorreihenentwicklung $\sqrt{1+x} \stackrel{x \text{ klein}}{\approx} 1 + \frac{x}{2}$ (für sehr kleine x) kann die vorangegangene Gleichung für $i_{e,0}^{(ss)}$ wie folgt

geschrieben werden $i_{e,0}^{(ss)} \approx \frac{u_{DC}}{4R'_{DC}} \mp \frac{u_{DC}}{4R'_{DC}} \left(1 - \frac{2\hat{u}_{AC}\hat{i}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC} R'_{DC}}{u_{DC}^2} - \frac{4R_e R'_{DC} \hat{i}_e^{(ss)2}}{u_{DC}^2} - \frac{R'_{AC} R'_{DC} \hat{i}_{AC}^{(ss)2}}{u_{DC}^2}\right)$, wobei

lediglich die Verwendung des negativen Vorzeichens zu der physikalisch sinnvollen Lösung

$$i_{e,0}^{(ss)} \approx \frac{u_{DC}}{4R'_{DC}} - \frac{u_{DC}}{4R'_{DC}} + \frac{\hat{u}_{AC}\hat{i}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC}}{2u_{DC}} + \frac{R_e \hat{i}_e^{(ss)2}}{u_{DC}} + \frac{R'_{AC} \hat{i}_{AC}^{(ss)2}}{4u_{DC}} \stackrel{R_e, R'_{AC} \rightarrow 0}{\approx} \frac{\hat{u}_{AC}\hat{i}_{AC}^{(ss)} \cos \varphi_{i,AC}}{2u_{DC}} \text{ führt.}$$

relevante Parameter des MMCs im DC- zu AC-Betrieb

4 extern vorgegebene Parameter:

u_{DC} & $\hat{u}_{AC,1/2/3}$	konstante Amplitude der externen DC- und AC-Spannungen
$\varphi_{i,AC}$	Phasenverschiebung des AC-Stromes zur AC-Spannung (zur Bestimmung der effektiven Leistung auf den AC-Leitungen)
ω_{AC}	Frequenz

1 gewünschter Parameter:

$\hat{i}_{AC}^{(ss)}$	konstante Amplitude des AC-Stromes
-----------------------	------------------------------------

1, sich aus den Bedingungen für den eingeschwungenen Zustand ergebender, Parameter:

$\hat{i}_{DC}^{(ss)}$	konstante Amplitude des DC-Stromes
-----------------------	------------------------------------

4 noch frei wählbare Parameter (innere Freiheitsgrade):

$\hat{i}_e^{(ss)}$ & $\varphi_{i,e}$	konstante Amplitude und Phase der Kreisstromkomponenten
$\hat{u}_{cm}^{(ss)}$ & $\varphi_{u,cm}$	konstante Amplitude und Phase der Common-Mode-Spannung

relevante Parameter des MMCs im AC- zu DC-Betrieb

4 extern vorgegebene Parameter:

u_{DC} & $\hat{u}_{AC,1/2/3}$	konstante Amplitude der externen DC- und AC-Spannungen
$\varphi_{i,AC}$	Phasenverschiebung des AC-Stromes zur AC-Spannung (zur Bestimmung der effektiven Leistung auf den AC-Leitungen)
ω_{AC}	Frequenz

1 gewünschter Parameter:

$\hat{i}_{DC}^{(ss)}$	konstante Amplitude des DC-Stromes
-----------------------	------------------------------------

1, sich aus den Bedingungen für den eingeschwungenen Zustand ergebender, Parameter:

$\hat{i}_{AC}^{(ss)}$	konstante Amplitude des AC-Stromes
-----------------------	------------------------------------

4 noch frei wählbare Parameter (innere Freiheitsgrade):

$\hat{i}_e^{(ss)}$ & $\varphi_{i,e}$	konstante Amplitude und Phase der Kreisstromkomponenten
$\hat{u}_{cm}^{(ss)}$ & $\varphi_{u,cm}$	konstante Amplitude und Phase der Common-Mode-Spannung

Im Vergleich zum AC- zu DC-Betrieb ändern sich in der DC- zu AC-Funktionsweise des MMCs lediglich der gewünschte Parameter, welcher nun die konstante Amplitude des Stromes $\hat{i}_{DC}^{(ss)}$ ist, und der sich aus dem eingeschwungenen Zustand ergebende Parameter, welcher durch die konstante Amplitude des AC-Stromes $\hat{i}_{AC}^{(ss)}$ beschrieben ist. Die 4 inneren Freiheitsgrade sowie die 4 extern vorgegebenen Parameter bleiben identisch.

Wie im späteren Verlauf dargestellt, können die noch freien Parameter, welche ausschließlich die inneren Freiheitsgrade, nämlich den Kreisstrom und die Common-Mode-Spannung betreffen, aus zusätzlichen Bedingungen gewonnen werden. Aus den, im Anhang A ausführlich für den eingeschwungenen Zustand dargestellten, Herleitungen zu den Strömen und Spannungen der 6 Arme für die Common-Mode-Spannung mit der Frequenz $3\omega_{AC}$, ergeben sich die 6 Armenenergien im eingeschwungenen Zustand in Σ/Δ , $0/\alpha/\beta$ -Komponenten zu:

$$W_{\Sigma,0}^{(ss)} = \text{konstant} \quad (\text{extern vorgegeben})$$

$$\begin{aligned}
W_{\Sigma,\alpha}^{(ss)} = & -\frac{u_{DC}\hat{i}_e^{(ss)}}{4\omega_{AC}} \cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) + \frac{\hat{u}_{AC}\hat{i}_{AC}^{(ss)}}{8\omega_{AC}} \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\
& + \frac{\hat{u}_{cm}^{(ss)}\hat{i}_{AC}^{(ss)}}{8\omega_{AC}} \left[\frac{1}{2} \sin(4\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} + \varphi_{i,AC}) - \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} - \varphi_{i,AC}) \right] \\
& + \frac{R_e \left(\hat{i}_e^{(ss)} \right)^2}{8\omega_{AC}} \sin(4\omega_{AC}t + 2\varphi_{i,e}) + \frac{(R'_{DC} + R_e) \hat{i}_{DC}^{(ss)} \hat{i}_e^{(ss)}}{6\omega_{AC}} \cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \\
& + \frac{R'_{AC} \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)} \right)^2}{16\omega_{AC}} \sin(2\omega_{AC}t + 2\varphi_{i,AC}) \\
& + \frac{L_e \left(\hat{i}_e^{(ss)} \right)^2}{4} \cos(4\omega_{AC}t + 2\varphi_{i,e}) - \frac{1}{3} L_e \hat{i}_{DC}^{(ss)} \hat{i}_e^{(ss)} \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) + \frac{L'_{AC} \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)} \right)^2}{16} \cos(2\omega_{AC}t + 2\varphi_{i,AC}) , \\
W_{\Sigma,\beta}^{(ss)} = & +\frac{u_{DC}\hat{i}_e^{(ss)}}{4\omega_{AC}} \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) + \frac{\hat{u}_{AC}\hat{i}_{AC}^{(ss)}}{8\omega_{AC}} \cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\
& + \frac{\hat{u}_{cm}^{(ss)}\hat{i}_{AC}^{(ss)}}{8\omega_{AC}} \left[-\frac{1}{2} \cos(4\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} + \varphi_{i,AC}) - \cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} - \varphi_{i,AC}) \right] \\
& - \frac{R_e \left(\hat{i}_e^{(ss)} \right)^2}{8\omega_{AC}} \cos(4\omega_{AC}t + 2\varphi_{i,e}) - \frac{(R'_{DC} + R_e) \hat{i}_{DC}^{(ss)} \hat{i}_e^{(ss)}}{6\omega_{AC}} \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \\
& + \frac{R'_{AC} \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)} \right)^2}{16\omega_{AC}} \cos(2\omega_{AC}t + 2\varphi_{i,AC}) \\
& + \frac{L_e \left(\hat{i}_e^{(ss)} \right)^2}{4} \sin(4\omega_{AC}t + 2\varphi_{i,e}) - \frac{1}{3} L_e \hat{i}_{DC}^{(ss)} \hat{i}_e^{(ss)} \cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) - \frac{L'_{AC} \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)} \right)^2}{16} \sin(2\omega_{AC}t + 2\varphi_{i,AC}) , \\
W_{\Delta,0}^{(ss)} = & +\frac{\hat{u}_{AC}\hat{i}_e^{(ss)}}{3\omega_{AC}} \sin(3\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) + \frac{2\hat{u}_{cm}^{(ss)}\hat{i}_{DC}^{(ss)}}{9\omega_{AC}} \cos(3\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm}) \\
& + \frac{R'_{AC} + R_e \hat{i}_e^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{6\omega_{AC}} \sin(3\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + \varphi_{i,AC}) + \frac{L'_{AC} - L_e \hat{i}_e^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{6} \cos(3\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + \varphi_{i,AC}) \\
& + \frac{L_e \hat{i}_e^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2} \cos(3\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + \varphi_{i,AC}) , \\
W_{\Delta,\alpha}^{(ss)} = & -\frac{u_{DC}\hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2\omega_{AC}} \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) + \frac{2\hat{u}_{AC}\hat{i}_{DC}^{(ss)}}{3\omega_{AC}} \cos(\omega_{AC}t) - \frac{\hat{u}_{AC}\hat{i}_e^{(ss)}}{\omega_{AC}} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \\
& + \frac{\hat{u}_{cm}^{(ss)}\hat{i}_e^{(ss)}}{\omega_{AC}} \left[\frac{1}{5} \sin(5\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} + \varphi_{i,e}) - \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} - \varphi_{i,e}) \right] \\
& - \frac{R'_{AC} + R_e \hat{i}_e^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2\omega_{AC}} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC}) + \frac{(R'_{DC} + R'_{AC}) \hat{i}_{DC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{3\omega_{AC}} \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\
& + \frac{(L'_{AC} - L_e) \hat{i}_e^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2} \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC}) + \frac{(L'_{DC} - L'_{AC}) \hat{i}_{DC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{3} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\
& - \frac{L_e \hat{i}_e^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2} \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC}) - L'_{DC} \frac{\hat{i}_{DC}^{(ss)}}{3} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) , \\
W_{\Delta,\beta}^{(ss)} = & -\frac{u_{DC}\hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2\omega_{AC}} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) + \frac{2\hat{u}_{AC}\hat{i}_{DC}^{(ss)}}{3\omega_{AC}} \sin(\omega_{AC}t) + \frac{\hat{u}_{AC}\hat{i}_e^{(ss)}}{\omega_{AC}} \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \\
& + \frac{\hat{u}_{cm}^{(ss)}\hat{i}_e^{(ss)}}{\omega_{AC}} \left[\frac{1}{5} \cos(5\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} + \varphi_{i,e}) + \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} - \varphi_{i,e}) \right] \\
& + \frac{R'_{AC} + R_e \hat{i}_e^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2\omega_{AC}} \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC}) + \frac{(R'_{DC} + R'_{AC}) \hat{i}_{DC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{3\omega_{AC}} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\
& + \frac{(L'_{AC} - L_e) \hat{i}_e^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC}) - \frac{(L'_{DC} - L'_{AC}) \hat{i}_{DC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{3} \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\
& - \frac{L_e \hat{i}_e^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC}) + L'_{DC} \frac{\hat{i}_{DC}^{(ss)}}{3} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) , \tag{3.6}
\end{aligned}$$

Wie bereits im vorangegangenen Kapitel erwähnt, symbolisieren die welligen Linien die Terme, welche bei kurzen DC- und AC-Leitungen vernachlässigt werden können.

Die im vorherigen Kapitel eingeführte mittlere Submodulspannung $\bar{u}_C$ jedes Submoduls im eingeschwungenen Zustand korreliert folgendermaßen mit der mittleren Armenenergie $W_{\Sigma,0}^{(ss)}$ im eingeschwungenen Zustand

$$W_{\Sigma,0}^{(ss)} \approx \frac{1}{2} N_{SM} C_{SM} \bar{u}_C^2. \quad (3.7)$$

Damit ein Arm in der Lage ist, die bei der DC-Leitung vorherrschende Spannung u_{DC} bedienen zu können, muss die Spannung jedes Submoduls in der Größenordnung $\frac{u_{DC}}{N_{SM}}$ liegen. Für den Ausgleich von darüber hinaus auftretenden größeren Spannungsschwankungen muss ein zusätzlicher Reserveanteil, der sogenannte Reservefaktor $v_C > 1$, welcher typischerweise im Bereich von $v_C = 1.3 - 1.4$ liegt, eingeführt werden. Hieraus resultiert folgende Beziehung für $\bar{u}_C$:

$$\bar{u}_C = v_C \frac{u_{DC}}{N_{SM}} \quad (3.8)$$

Somit ergibt sich die Energie $W_{\Sigma,0}^{(ss)}$ pro Arm im eingeschwungenen Zustand aus der Anzahl der Submodule N_{SM} , deren Kapazität C_{SM} , welche für alle Submodule gleich groß ist, dem Reservefaktor v_C und der DC-Spannung u_{DC} , zu:

$$W_{\Sigma,0}^{(ss)} = \frac{1}{2} N_{SM} C_{SM} \left(v_C \frac{u_{DC}}{N_{SM}} \right)^2, \quad \text{mit } v_C > 1. \quad (3.9)$$

Eine andere, alternative Form die mittlere Armenenergie und somit auch den Wert des Reservefaktors v_C im eingeschwungenen Zustand festzulegen, ergibt sich aus Betrachtung der Dauer T_s , bei der die Leistung auf der DC-Seite von außen unterbrochen wird. Während dieser Unterbrechung, welche typischerweise in der Größenordnung von einigen Millisekunden liegt, soll die gesamte Leistung durch den MMC überbrückt werden, da in diesem Fehlerfall davon auszugehen ist, dass die äußeren Generatoren auf der DC-Seite während des Übergangsintervalls T_s dies nicht gewährleisten können. Wenn diese Überbrückung durch eine zusätzlich eingebaute Energiereserve von z.B. 10% der gesamten Energie des MMCs bereitgestellt wird, so gilt:

$$u_{DC} i_{DC}^{(ss)} T_s = \overbrace{0.1 \cdot 6 W_{\Sigma,0}^{(ss)}}^{\text{zusätzliche im MMC gespeicherte Energie}}, \quad (3.10)$$

woraus $W_{\Sigma,0}^{(ss)}$ in Abhängigkeit von T_s folgt. Zusammenfassend und auf Gleichung (3.6) beziehend ist es wichtig zu erwähnen, dass im eingeschwungenen Zustand

- $W_{\Sigma,0}^{(ss)}$ sowie $W_{\Sigma,0}'^{(ss)}$ konstant bleiben, da diese Bedingung den eingeschwungenen Zustand definiert,
- $W_{\Sigma,\alpha/\beta}^{(ss)}$ sowie $W_{\Sigma,\alpha/\beta}'^{(ss)}$ ausschließlich mit der Frequenz $2\omega_{AC}$ & $4\omega_{AC}$ oszillieren,
- $W_{\Delta,0}^{(ss)}$ sowie $W_{\Delta,0}'^{(ss)}$ nur mit der Frequenz $3\omega_{AC}$ schwingen, vorausgesetzt die Common-Mode-Spannung oszilliert mit der Frequenz $3\omega_{AC}$, und
- $W_{\Delta,\alpha/\beta}^{(ss)}$ sowie $W_{\Delta,\alpha/\beta}'^{(ss)}$ nur Frequenzen von $1\omega_{AC}$ & $5\omega_{AC}$ aufweisen.

Der MMC verfügt jedoch, wie in Gleichung (3.6) und auf Seite 34 ersichtlich, über 4 freie Parameter ($\hat{i}_e^{(ss)}$ & $\varphi_{i,e}$ bzw. $\hat{u}_{cm}^{(ss)}$ & $\varphi_{u,cm}$), welche den sogenannten inneren Freiheitsgraden, den 2 Kreisströmen und der Common-Mode-Spannung, zugeordnet sind. Mithilfe dieser Parameter kann der eingeschwungene Zustand präziser, durch die Forderungen der nachfolgenden Bedingungen, definiert werden:

- Die einfachste und bislang in der Literatur am häufigsten zur Anwendung kommende Lösung ist es, alle diese freien Parameter auf null einzufrieren, womit jedoch eine größere Gestaltungs-möglichkeit der inneren Dynamik verloren geht.
- Die nächste naheliegende Option wäre es, für den eingeschwungenen Zustand, zusätzliche Ein-schränkungen in der Dynamik von den anderen 5 Energiekomponenten $\{W_{\Sigma,\alpha/\beta}, W_{\Delta,0}, W_{\Delta,\alpha/\beta}\}$,

in Analogie zu der definierenden Bedingung $\frac{dW_{\Sigma,0}^{(ss)}}{dt} = 0$ für die MMC-Gesamtenergie $= 6W_{\Sigma,0}$, zu implementieren. Diese anderen 5 Energiekomponenten charakterisieren die interne Energie-verteilung unter den Armen des MMCs und werden daher auch innere Energiekomponenten genannt. Hierzu ist die erste mögliche Wahl $\frac{dW_{\Delta,0}^{(ss)}}{dt} = 0$ oder äquivalent, $W_{\Delta,0}^{(ss)} = \text{konstant}$, wobei diese Konstante gleich null gewählt werden kann. Dieser Lösungsansatz entspricht einer symmetrischeren Energieverteilung innerhalb des MMCs, bei welcher die Summe der 3 oberen Armenergien dauerhaft gleich zu der Summe der 3 unteren Armenergien im eingeschwungenen Zustand bleibt. Diese zusätzliche Bedingung erfordert, dass die Common-Mode-Spannung im eingeschwungenen Zustand mit der dritten Frequenz $3\omega_{AC}$ oszilliert, damit sich hierdurch die 2 wichtigsten Beiträge in $W_{\Delta,0}^{(ss)}$ gegenseitig kompensieren können.

$$W_{\Delta,0}^{(ss)} = \underbrace{\frac{\hat{u}_{AC}}{3\omega_{AC}} \hat{i}_e^{(ss)} \sin(3\omega_{AC}t + \varphi_{i,e})}_{\text{Beitrag aus AC-Spannung \& Kreisströmen}} + \underbrace{\frac{2\hat{u}_{cm}^{(ss)}}{3\omega_{cm}} \hat{i}_{DC}^{(ss)} \cos(3\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm})}_{\text{Beitrag aus Common-Mode-Spannung \& DC-Strom}} + \dots \quad (3.11)$$

Aus dieser Gleichung werden bei vorgegebener Phase $\varphi_{u,cm}$ die konstante Amplitude der Common-Mode-Spannung und die zusätzliche Bedingung $W_{\Delta,0}^{(ss)} = \text{konstant}$ bestimmt. Wäre die Frequenz der Common-Mode-Spannung eine andere als $3\omega_{AC}$, wie für den eingeschwun-genen Zustand gezeigt, so würde der zweite Beitrag aus Gleichung (3.11) gerade diese andere Frequenz aufweisen. Somit könnte keine gegenseitige Kompensation zu $W_{\Delta,0}^{(ss)} = 0$ oder zu einem anderen konstanten Wert, erreicht werden. Dieser Zusammenhang ist die auf Seite 33 angekün-digte zweite Begründung für die Wahl der Frequenz $3\omega_{AC}$ der Common-Mode-Spannung im eingeschwungenen Zustand.

- Ein erweiterter Lösungsansatz wäre es, weitere zusätzliche Bedingungen an die 4 noch übrig ge-blichenen Energiekomponenten $W_{\Sigma,\alpha/\beta}^{(ss)}$ und $W_{\Delta,\alpha/\beta}^{(ss)}$ im eingeschwungenen Zustand zu stellen, da die beiden Parameter, nämlich die konstante Amplitude des Kreisstroms und dessen Phase, immer noch frei zur Verfügung stehen. Somit können beispielsweise entweder die 2 Bedingungen $\frac{dW_{\Sigma,\alpha}^{(ss)}}{dt} = 0 = \frac{dW_{\Sigma,\beta}^{(ss)}}{dt}$ oder die 2 Bedingungen $\frac{dW_{\Delta,\alpha}^{(ss)}}{dt} = 0 = \frac{dW_{\Delta,\beta}^{(ss)}}{dt}$ implementiert werden. Eine gleichzeitige Realisierung beider Bedingungs-paare ist aufgrund der nicht ausreichenden Anzahl an frei zur Verfügung stehenden Parameter, welche lediglich 2 ($\hat{i}_e^{(ss)}$ & $\varphi_{i,e}$) sind, nicht möglich. Anstatt das eine oder das andere Energiebedingungs-paar beliebig zu wählen oder den noch viel schwächeren Lösungsansatz des Einfrierens aller Parameter der inneren Freiheitsgra-de auf null umzusetzen, wird im nächsten Kapitel eine andere einheitliche und neue Methode vorgestellt, wie alle freien Parameter des eingeschwungenen Zustands bestimmt werden können, damit daraus eine optimal geringe Energieoszillation in allen 5 inneren Energiekomponenten resultiert. Die geringen Energieoszillationen aller inneren Energiekomponenten ermöglichen es, kostengünstigere Submodul-Kapazitäten einzusetzen und haben somit eine deutliche Preissen-kung der gesamten MMC-Anlage, welche aus bis zu mehreren hundert Kondensatoren bestehen kann, zur Folge.

3.2 Bestimmung der inneren Freiheitsgrade für optimale Oszillationsstärke der Armennergien im eingeschwungenen Zustand

Ziel dieses Abschnitts ist es, einen neuartigen Lösungsansatz in Form eines Entwurfes einer einzigen Gütefunktion für den eingeschwungenen Zustand zu finden, um optimal geringe Energieoszillationen in allen 5 inneren Energiekomponenten ($W_{\Sigma, \alpha/\beta}^{(ss)}$, $W_{\Delta, 0}^{(ss)}$, $W_{\Delta, \alpha/\beta}^{(ss)}$), durch die Wahl aller 4 freien Parameter, zu erzielen. Diese 4 noch freien Parameter, welche im eingeschwungenen Zustand noch frei verfügbar sind, sind die konstante Amplitude der Kreisstromkomponenten $\hat{i}_e^{(ss)}$, mit der Frequenz $2\omega_{AC}$ und der Common-Mode-Spannung $\hat{u}_{cm}^{(ss)}$, welche eine Frequenz von $3\omega_{AC}$ aufweist, sowie die zugehörigen Phasen $\varphi_{i,e}$ und $\varphi_{u,cm}$. Hierbei werden die auf Seite 36 vereinfachten Methoden zur Definition des eingeschwungenen Zustands, welche gewisse Energiekomponenten gegenüber anderen bevorzugen, nicht angewendet. Für die Oszillationsminimierung der Armennergien werden alle 4 inneren Freiheitsgrade herangezogen. Zum besseren Verständnis, der für die Oszillationsstärke relevanten Größen, werden zunächst, die aus Gleichung (3.6) bekannten Armennergiekomponenten im eingeschwungenen Zustand, unter Vernachlässigung der zu den ohmschen- und induktiven Termen proportionalen Anteile, dargestellt.

$$\begin{aligned}
W_{\Sigma, 0}^{(ss)} &\approx \text{konstant} \quad (\text{für sehr kleine } R_e) \\
W_{\Sigma, \alpha}^{(ss)} &\approx -\frac{u_{DC} \hat{i}_e^{(ss)}}{4\omega_{AC}} \cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) + \frac{\hat{u}_{AC} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{8\omega_{AC}} \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\
&\quad + \frac{\hat{u}_{cm}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{8\omega_{AC}} \left[\frac{1}{2} \sin(4\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} + \varphi_{i,AC}) - \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} - \varphi_{i,AC}) \right] \\
W_{\Sigma, \beta}^{(ss)} &\approx +\frac{u_{DC} \hat{i}_e^{(ss)}}{4\omega_{AC}} \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) + \frac{\hat{u}_{AC} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{8\omega_{AC}} \cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\
&\quad + \frac{\hat{u}_{cm}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{8\omega_{AC}} \left[-\frac{1}{2} \cos(4\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} + \varphi_{i,AC}) - \cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} - \varphi_{i,AC}) \right] \\
W_{\Delta, 0}^{(ss)} &\approx +\frac{\hat{u}_{AC} \hat{i}_e^{(ss)}}{3\omega_{AC}} \sin(3\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) + \frac{2\hat{u}_{cm}^{(ss)} \hat{i}_{DC}^{(ss)}}{9\omega_{AC}} \cos(3\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm}) \\
W_{\Delta, \alpha}^{(ss)} &\approx -\frac{u_{DC} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2\omega_{AC}} \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) + \frac{2\hat{u}_{AC} \hat{i}_{DC}^{(ss)}}{3\omega_{AC}} \cos(\omega_{AC}t) - \frac{\hat{u}_{AC} \hat{i}_e^{(ss)}}{\omega_{AC}} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \\
&\quad + \frac{\hat{u}_{cm}^{(ss)} \hat{i}_e^{(ss)}}{\omega_{AC}} \left[\frac{1}{5} \sin(5\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} + \varphi_{i,e}) - \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} - \varphi_{i,e}) \right] \\
W_{\Delta, \beta}^{(ss)} &\approx -\frac{u_{DC} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2\omega_{AC}} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) + \frac{2\hat{u}_{AC} \hat{i}_{DC}^{(ss)}}{3\omega_{AC}} \sin(\omega_{AC}t) + \frac{\hat{u}_{AC} \hat{i}_e^{(ss)}}{\omega_{AC}} \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \\
&\quad + \frac{\hat{u}_{cm}^{(ss)} \hat{i}_e^{(ss)}}{\omega_{AC}} \left[\frac{1}{5} \cos(5\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} + \varphi_{i,e}) + \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} - \varphi_{i,e}) \right]. \tag{3.12}
\end{aligned}$$

Die Motivation zur Implementierung einer Gütefunktion liegt darin begründet, dass nur 4 freie Parameter für die Oszillationsminimierung der 5 inneren Energiekomponenten zur Verfügung stehen. Somit ist keine getrennte Minimierung der einzelnen inneren Energien möglich, weshalb eine einzige Gütefunktion als Lösungsansatz entworfen wird. Diese Gütefunktion misst die Oszillationsstärke der 5 inneren Energien im eingeschwungenen Zustand, definiert als die Differenz (quadriert) jeder Armennergie $W_{p/n, 1/2/3}^{(ss)} = W_j^{(ss)}$ minus des jeweiligen konstanten Mittelwertes bzw. Schwerpunktes $W_{\Sigma, 0}^{(ss)}$. Das Quadrieren der Differenz führt zu einem Ergebnis, welches unabhängig vom Vorzeichen der Armennergiedifferenzen ist. Dieser Zusammenhang lässt sich mathematisch durch

$$\underbrace{\left(W_{p,1}^{(ss)} - W_{\Sigma,0}^{(ss)}\right)^2 + \left(W_{p,2}^{(ss)} - W_{\Sigma,0}^{(ss)}\right)^2 + \left(W_{p,3}^{(ss)} - W_{\Sigma,0}^{(ss)}\right)^2 + \left(W_{n,1}^{(ss)} - W_{\Sigma,0}^{(ss)}\right)^2 + \left(W_{n,2}^{(ss)} - W_{\Sigma,0}^{(ss)}\right)^2 + \left(W_{n,3}^{(ss)} - W_{\Sigma,0}^{(ss)}\right)^2}_{\text{Ma\ss f\ur Oszillations- st\urke im p1-Arm zu jedem Zeitpunkt}} \quad (3.13)$$

darstellen. Durch Anwendung der Matrix $\mathbf{M}_{p/n \leftarrow \Sigma/\Delta}$ auf diese Gleichung ergibt sich

$$\begin{pmatrix} W_{p,1}^{(ss)} - W_{\Sigma,0}^{(ss)} \\ W_{p,2}^{(ss)} - W_{\Sigma,0}^{(ss)} \\ W_{p,3}^{(ss)} - W_{\Sigma,0}^{(ss)} \\ W_{n,1}^{(ss)} - W_{\Sigma,0}^{(ss)} \\ W_{n,2}^{(ss)} - W_{\Sigma,0}^{(ss)} \\ W_{n,3}^{(ss)} - W_{\Sigma,0}^{(ss)} \end{pmatrix} = \overbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & +\frac{1}{2} & 0 & +\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & +\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{4} & +\frac{\sqrt{3}}{4} & +\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & +\frac{1}{2} \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & +\frac{\sqrt{3}}{2} & +\frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & +\frac{1}{4} & +\frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}^{\mathbf{M}} \begin{pmatrix} W_{\Sigma,\alpha}^{(ss)} \\ W_{\Sigma,\beta}^{(ss)} \\ W_{\Delta,\alpha}^{(ss)} \\ W_{\Delta,\beta}^{(ss)} \\ W_{\Delta,0}^{(ss)} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^6 \left(W_j^{(ss)} - W_{\Sigma,0}^{(ss)}\right)^2 &= \begin{pmatrix} W_{\Sigma,\alpha}^{(ss)} & W_{\Sigma,\beta}^{(ss)} & W_{\Delta,\alpha}^{(ss)} & W_{\Delta,\beta}^{(ss)} & W_{\Delta,0}^{(ss)} \end{pmatrix} \mathbf{M}^T \mathbf{M} \begin{pmatrix} W_{\Sigma,\alpha}^{(ss)} \\ W_{\Sigma,\beta}^{(ss)} \\ W_{\Delta,\alpha}^{(ss)} \\ W_{\Delta,\beta}^{(ss)} \\ W_{\Delta,0}^{(ss)} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} W_{\Sigma,\alpha}^{(ss)} & W_{\Sigma,\beta}^{(ss)} & W_{\Delta,\alpha}^{(ss)} & W_{\Delta,\beta}^{(ss)} & W_{\Delta,0}^{(ss)} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}}_{\text{Koeffizienten } c_j} \begin{pmatrix} W_{\Sigma,\alpha}^{(ss)} \\ W_{\Sigma,\beta}^{(ss)} \\ W_{\Delta,\alpha}^{(ss)} \\ W_{\Delta,\beta}^{(ss)} \\ W_{\Delta,0}^{(ss)} \end{pmatrix} \\ &= 3 \left[W_{\Sigma,\alpha}^{(ss)2} + W_{\Sigma,\beta}^{(ss)2} + \frac{1}{4} W_{\Delta,\alpha}^{(ss)2} + \frac{1}{4} W_{\Delta,\beta}^{(ss)2} + \frac{1}{2} W_{\Delta,0}^{(ss)2} \right] \quad (3.15) \end{aligned}$$

Aus Gleichung (3.15) ist ersichtlich, dass lediglich 5 Energien $\left\{W_{\Sigma,\alpha/\beta}^{(ss)}, W_{\Delta,0}^{(ss)}, W_{\Delta,\alpha/\beta}^{(ss)}\right\}$ die St\urke der Oszillation beeinflussen und $W_{\Sigma,0}^{(ss)}$ keinen Einfluss auf diese aus\urbt. Es ist anzumerken, dass sich im eingeschwungenen Zustand alle Armenenergien periodisch nach einer Periode der Dauer $T_{AC} = \frac{2\pi}{\omega_{AC}}$, wobei ω_{AC} die Kreisfrequenz der AC-Seite darstellt, wiederholen und die Energie an zwei nacheinander folgenden Armen im eingeschwungenen Zustand zueinander um $\frac{2\pi}{6} \hat{=} 60^\circ$ phasenverschoben sind. Anstatt die Armenenergieoszillation an jedem Zeitpunkt zu betrachten wird, aufgrund der periodischen Wiederholung, die Mittelung von Gleichung (3.15) \urber eine Periode $T_{AC} = \frac{2\pi}{\omega_{AC}}$ betrachtet. Dieser Zusammenhang zwischen den im eingeschwungenen Zustand periodisch auftretenden Armenenergien, welche um den Schwerpunkt bzw. den Mittelwert der Armenenergie pro Arm schwingen, wird in Abbildung 3.1 beispielhaft f\ur die Armenenergie $W_{p,1}^{(ss)}$ veranschaulicht. Es ergibt sich auf Grundlage der angef\urhrten Betrachtungen die Notwendigkeit, aufgrund der nicht ausreichend zur Verf\ugung stehenden freien Parameter, ein G\utefunktion J f\ur den optimalen eingeschwungenen Zustand zu entwerfen, um eine minimal optimale Oszillation aller Energiekomponenten gew\urhleisten zu k\urnnen. Diese zu minimierende G\utefunktion ergibt sich, wie bereits erw\urhnt, aus der Integration der 6 Armenenergien $W_{p/n,1/2/3}^{(ss)}$ \urber eine AC-Periode T_{AC} auf Grundlage von Gleichung (3.13) wie folgt:

$$J_{cost} = \frac{1}{3} \frac{1}{T_{AC}} \int_{t_0}^{T_{AC}} \left[\left(W_{p,1}^{(ss)} - W_{\Sigma,0}^{(ss)}\right)^2 + \left(W_{p,2}^{(ss)} - W_{\Sigma,0}^{(ss)}\right)^2 + \dots + \left(W_{n,3}^{(ss)} - W_{\Sigma,0}^{(ss)}\right)^2 \right] dt^2 \quad (3.16)$$

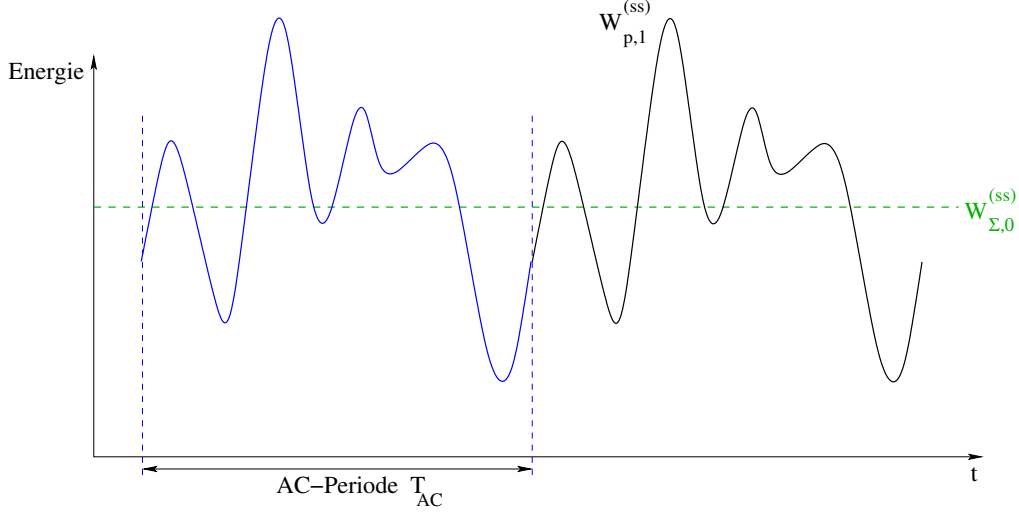


Abbildung 3.1: zeitlicher Verlauf der Oszillation der Energiekomponente $W_{p,1}^{(ss)}$ um den Schwerpunkt $W_{\Sigma,0}^{(ss)}$ über zwei AC-Perioden T_{AC}

bzw. mit den Zusammenhängen

$$\int_{t_0}^{T_{AC}} W_{\Sigma,\alpha}^{(ss)2} dt = \int_{t_0}^{T_{AC}} W_{\Sigma,\beta}^{(ss)2} dt \quad \text{und} \quad \int_{t_0}^{T_{AC}} W_{\Delta,\alpha}^{(ss)2} dt = \int_{t_0}^{T_{AC}} W_{\Delta,\beta}^{(ss)2} dt, \quad (3.17)$$

welche aufgrund der Phasenverschiebung von 90° zwischen den α - und β -Komponenten gelten, in kompakter Σ - Δ -Komponentenschreibweise aus Gleichung (3.15) als Summe ausgedrückt zu

$$J_{cost} = \frac{1}{T_{AC}} \int_{t_0}^{T_{AC}} \left[2W_{\Sigma,\alpha}^{(ss)2} + \frac{1}{2}W_{\Delta,0}^{(ss)2} + \frac{1}{2}W_{\Delta,\alpha}^{(ss)2} \right] dt. \quad (3.18)$$

Diese Gütefunktion hat die Dimension von (Energie)², weshalb auf die DC-seitige Energieskala, ausgedrückt durch den Term $\left(u_{DC}i_{DC}^{(ss)}/\omega_{AC}\right)^2$ als J normiert wird und analog auf die AC-seitige Energieskala mit dem Term $\left(\hat{u}_{AC}\hat{i}_{AC}^{(ss)}/\omega_{AC}\right)^2$ eine Normierung zu $\tilde{J}$ folgt. Die Wahl der Normierung wird durch den Betrieb der MMC-Anlage bestimmt, je nachdem, ob das Produkt $\hat{u}_{AC}\hat{i}_{AC}^{(ss)}$ oder $u_{DC}i_{DC}^{(ss)}$ konstant gehalten werden soll. Hieraus folgen die jeweiligen Gütefunktionen im eingeschwungenen Zustand zu:

$$J_{cost} \longrightarrow J_{cost} \frac{1}{\left(u_{DC}i_{DC}^{(ss)}/\omega_{AC}\right)^2} \equiv J \quad \text{bzw.} \quad J_{cost} \longrightarrow J_{cost} \frac{1}{\left(\hat{u}_{AC}\hat{i}_{AC}^{(ss)}/\omega_{AC}\right)^2} \equiv \tilde{J} \quad (3.19)$$

Zur Lösung dieser Minimierungsaufgabe, welche die minimal optimalen Armenergieoszillationen der 5 inneren Armenergien im eingeschwungenen Zustand zur Folge hat, werden folgende 5 Schritte für die DC-seitige Normierung der Gütefunktion J durchgeführt. Eine Darstellung der AC-seitigen Normierung für $\tilde{J}$ wird im Anschluss analog in verkürzter Form beschrieben.

1. Normierung der 5 inneren Armenergien über eine AC-Periode T_{AC}

Zunächst werden die 5 inneren Armenergien $\left\{W_{\Sigma,\alpha/\beta}^{(ss)}, W_{\Delta,0}^{(ss)}, W_{\Delta,\alpha/\beta}^{(ss)}\right\}$ gemäß Gleichung (3.19)

²Der Faktor $\frac{1}{3}$ wurde eingeführt, um eine Vereinfachung der Koeffizienten c_j zu erhalten.

über eine AC-Periode T_{AC} auf die DC-seitige Energieskala normiert. Hieraus ergeben sich die Gütefunktionen zur Minimierung der 5 Armenenergien im eingeschwungenen Zustand, als Funktion der 4 dimensionslosen Parameter $\left\{ x = \frac{\hat{i}_e^{(ss)}}{i_{DC}^{(ss)}}, y = \frac{\hat{u}_{cm}^{(ss)}}{\hat{u}_{AC}}, \varphi_{i,e}, \varphi_{u,cm} \right\}$, unter Vernachlässigung der Terme, welche proportional zu den ohmschen Widerständen und induktiven Anteilen sind, angenähert zu:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{(\mathbf{u}_{DC} i_{DC}^{(ss)} / \omega_{AC})^2} \frac{1}{T} \int_0^T \left(W'_{\Sigma, \alpha/\beta}{}^{(ss)} \right)^2 dt &\approx \frac{1}{288 \cos^2 \varphi_{i, AC}} + \frac{1}{32} x^2 + \frac{1}{288 \cos^2 \varphi_{i, AC}} \left(1 + \frac{1}{4} \right) y^2 \\
&\quad + \frac{\sin(\varphi_{i,e} - \varphi_{i, AC})}{48 \cos \varphi_{i, AC}} x - \frac{\cos(2\varphi_{i, AC} - \varphi_{u, cm})}{144 \cos^2 \varphi_{i, AC}} y \\
&\quad - \frac{\sin(\varphi_{i,e} + \varphi_{i, AC} - \varphi_{u, cm})}{48 \cos \varphi_{i, AC}} xy, \\
\frac{1}{(\mathbf{u}_{DC} i_{DC}^{(ss)} / \omega_{AC})^2} \frac{1}{T} \int_0^T \left(W'_{\Delta, 0}{}^{(ss)} \right)^2 dt &\approx \frac{1}{18} \left(\frac{\hat{u}_{AC}}{\mathbf{u}_{DC}} \right)^2 x^2 + \frac{2}{81} \left(\frac{\hat{u}_{AC}}{\mathbf{u}_{DC}} \right)^2 y^2 \\
&\quad + \frac{2 \sin(\varphi_{i,e} - \varphi_{u, cm})}{27} \left(\frac{\hat{u}_{AC}}{\mathbf{u}_{DC}} \right)^2 xy, \\
\frac{1}{(\mathbf{u}_{DC} i_{DC}^{(ss)} / \omega_{AC})^2} \frac{1}{T} \int_0^T \left(W'_{\Delta, \alpha/\beta}{}^{(ss)} \right)^2 dt &\approx \frac{1}{18 \cos^2 \varphi_{i, AC} (\hat{u}_{AC} / \mathbf{u}_{DC})^2} + \frac{2}{9} \left(\left(\frac{\hat{u}_{AC}}{\mathbf{u}_{DC}} \right)^2 - 1 \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\hat{u}_{AC}}{\mathbf{u}_{DC}} \right)^2 x^2 \\
&\quad + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{25} \right) \left(\frac{\hat{u}_{AC}}{\mathbf{u}_{DC}} \right)^2 x^2 y^2 + \cos(2\varphi_{i,e} - \varphi_{u, cm}) \left(\frac{\hat{u}_{AC}}{\mathbf{u}_{DC}} \right)^2 x^2 y \\
&\quad + \left(\frac{\sin(\varphi_{i,e} - \varphi_{i, AC})}{3 \cos \varphi_{i, AC}} - \frac{2 \sin \varphi_{i,e}}{3} \left(\frac{\hat{u}_{AC}}{\mathbf{u}_{DC}} \right)^2 \right) x \\
&\quad - \left(\frac{\sin(\varphi_{i,e} + \varphi_{i, AC} - \varphi_{u, cm})}{3 \cos \varphi_{i, AC}} - \frac{2 \sin(\varphi_{i,e} - \varphi_{u, cm})}{3} \left(\frac{\hat{u}_{AC}}{\mathbf{u}_{DC}} \right)^2 \right) xy.
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Eine ausführliche Herleitung der Vorfaktoren und Vereinfachungen aus Gleichung (3.20) wird in Anhang B exemplarisch für die Armenenergie $W_{\Sigma, \alpha}^{(ss)}$ dargestellt und kann analog für alle anderen Energien angewendet werden.

2. Formulierung einer dimensionslosen Gütefunktion J

Zur Oszillationsminimierung der 5 inneren Energiekomponenten dient eine einzige dimensionslose Gütefunktion der Form

$$J(x, y, \varphi_{i,e}, \varphi_{u,cm}) = a + b x + \frac{c}{2} x^2 \quad \text{mit} \quad \begin{cases} a = a(y, \varphi_{u,cm}) \\ b = b(y, \varphi_{i,e}, \varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) \\ c = c(y, 2\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) \end{cases}, \tag{3.21}$$

wobei sich die Koeffizienten a, b, c der Gütefunktion, wie in Anhang C ausführlich hergeleitet, zu

$$\begin{aligned}
a(y, \varphi_{u,cm}) &= \frac{1}{144 \cos^2 \varphi_{i, AC}} \left(1 + \frac{5}{4} y^2 \right) - \frac{\cos(2\varphi_{i, AC} - \varphi_{u, cm})}{72 \cos^2 \varphi_{i, AC}} y \\
&\quad + \frac{\Lambda}{81} y^2 + \frac{1}{36 \Lambda \cos^2 \varphi_{i, AC}} - \frac{1}{9} (1 - \Lambda), \\
b(y, \varphi_{i,e}, \varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) &= + \frac{5}{24} \left[\left(1 - \frac{8\Lambda}{5} \right) \sin \varphi_{i,e} - \tan \varphi_{i, AC} \cos \varphi_{i,e} \right] \\
&\quad - \frac{5}{24} \left[\left(1 - \frac{16\Lambda}{9} \right) \sin(\varphi_{i,e} - \varphi_{u, cm}) + \tan \varphi_{i, AC} \cos(\varphi_{i,e} - \varphi_{u, cm}) \right] y \\
c(y, \varphi_{i,e}, \varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) &= \frac{1}{8} + \Lambda \left[\frac{5}{9} + \frac{13}{25} y^2 + y \cos(\varphi_{i,e} + (\varphi_{i,e} - \varphi_{u, cm})) \right].
\end{aligned} \tag{3.22}$$

ergeben.

3. Wahl des Parameters y

Aus Gleichung (3.24) ist ersichtlich, dass in allen Koeffizienten a , b , c Terme vorkommen, welche die Phase $\varphi_{u,cm}$ beinhalten und diese ebenfalls proportional zu dem Parameter $y = \frac{\hat{u}_{cm}^{(ss)}}{\hat{u}_{AC}}$ sind. Aufgrund dieses Zusammenhangs kann die Oszillationsstärke nur mit der Phase $\varphi_{u,cm}$ reduziert werden, wenn der Wert y größtmöglich gewählt wird, um somit einen relevanten Einfluss der Terme mit $\varphi_{u,cm}$ zu erreichen. Aus dieser starken Abhängigkeit zwischen der Phase $\varphi_{u,cm}$ und dem Parameter y in den 3 verschiedenen Beiträgen innerhalb der Gütefunktion J resultiert die Wahl von y zu y_{max} , wobei y_{max} der größten zugelassenen Amplitude der Common-Mode-Spannung $\hat{u}_{cm}^{(ss)}$ entspricht und in diesem Zustand alle Submodule im MMC genutzt werden. Jedoch wird hierbei die Bedingung $y_{max} < 1$ immer erfüllt und häufig gilt $y_{max} \ll 1$.

4. Minimierung der Gütefunktion nach x für $y = y_{max}$

Nach der Wahl des Parameters y zu y_{max} wird die Gütefunktion aus Gleichung (3.21) nach x minimiert $\frac{\partial J_{min}}{\partial x} = 0$, woraus sich das Optimum für den Parameter x zu $x_{min} = -\frac{b}{c}$ ergibt. Anschließend folgt die Berechnung des resultierenden Minimums

$$J_{min} = a(\varphi_{u,cm}) - \frac{b^2(\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}, \varphi_{u,cm})}{2c(\varphi_{u,cm})}, \quad (3.23)$$

welches immer noch von $\varphi_{i,e}$ & $\varphi_{u,cm}$ abhängig ist.

5. Weitere Minimierung der Gütefunktion J_{min} nach $\varphi_{i,e}$

Für die Minimierung der Gütefunktion J_{min} werden zunächst die Koeffizienten a , b , c mit der in Schritt 4 beschriebenen Wahl des Parameters $y = y_{max}$, wobei im Nachfolgenden die Nomenklatur ⁽⁰⁾ die Terme ohne y_{max} und ⁽¹⁾ die Terme mit y_{max} bzw. ⁽²⁾ die Terme mit y_{max}^2 widerspiegeln, dargestellt.

$$\begin{aligned} a(y_{max}, \varphi_{u,cm}) &= \underbrace{\frac{1}{36\Lambda \cos^2 \varphi_{i,AC}} - \frac{1}{9} \left(1 - \Lambda\right) + \frac{1}{144 \cos^2 \varphi_{i,AC}}}_{a^{(0)}, \text{unabhängig von } \varphi_{u,cm}} \\ &\quad - \underbrace{\frac{\cos(2\varphi_{i,AC} - \varphi_{u,cm})}{72 \cos^2 \varphi_{i,AC}}}_{a^{(1)}} \underbrace{y_{max}} + \underbrace{\left(\frac{5}{576 \cos^2 \varphi_{i,AC}} + \frac{\Lambda}{81} \right)}_{\text{unabhängig von } \varphi_{u,cm}} \underbrace{y_{max}^2}_{y_{max}^2} \\ b(y_{max}, \varphi_{i,e}, \varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) &= + \underbrace{\frac{5}{24} \left[\left(1 - \frac{8\Lambda}{5}\right) \sin \varphi_{i,e} - \tan \varphi_{i,AC} \cos \varphi_{i,e} \right]}_{b^{(0)}} \\ &\quad - \underbrace{\frac{5}{24} \left[\left(1 - \frac{16\Lambda}{9}\right) \sin(\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) + \tan \varphi_{i,AC} \cos(\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) \right]}_{b^{(1)}} \underbrace{y_{max}}_{y_{max}} \\ c(y_{max}, \varphi_{i,e}, \varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) &= \underbrace{\frac{13\Lambda}{25} y_{max}^2}_{c^{(2)}} + \underbrace{\Lambda \cos(\varphi_{i,e} + (\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}))}_{c^{(1)}} \underbrace{y_{max}}_{y_{max}} + \underbrace{\frac{1}{8} + \frac{5\Lambda}{9}}_{c^{(0)}, \text{unabhängig von } \varphi_{i,e} \text{ \& } \varphi_{u,cm}} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Als nächstes folgt die Minimierung der Gütefunktion J_{min} nach $\varphi_{i,e}$, jedoch lediglich für die Terme, welche nicht von y_{max} abhängig sind.

$$J_{min} = a - \frac{b^2}{2c} = \left(a^{(0)} - \frac{b^{(0)2}}{2c^{(0)}} \right) + \mathcal{O}(y_{max}) \quad (3.25)$$

Dies ist gleichbedeutend mit einer Minimierung des Koeffizienten b nach $\varphi_{i,e}$, da alle Terme der Koeffizienten a und c , welche $\varphi_{i,e}$ und/ oder $\varphi_{u,cm}$ beinhalten, von y_{max} abhängig sind.

Diese Näherung ist aufgrund der kleinen Werte von y_{max} und der damit einhergehenden geschwächten Abhängigkeit in $\varphi_{i,e}$ und $\varphi_{u,cm}$ begründet. Hieraus ergibt sich die Minimierung der Gütefunktion zu:

$$\frac{\partial J_{min}}{\partial \varphi_{i,e}} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial b^{(0)}}{\partial \varphi_{i,e}} \quad \Leftrightarrow \quad \left(1 - \frac{8\Lambda}{5}\right) \cos \varphi_{i,e} + \tan \varphi_{i,AC} \sin \varphi_{i,e} = 0 \quad (3.26)$$

und somit folgt

$$\tan \varphi_{i,e} = -\frac{1 - \frac{8\Lambda}{5}}{\tan \varphi_{i,AC}} \quad \text{bzw.} \quad \varphi_{i,e} = -\arctan \left(\frac{1 - \frac{8\Lambda}{5}}{\tan \varphi_{i,AC}} \right) \quad (3.27)$$

Da $x_{min} = -\frac{b}{c}$ in der Näherung $y_{max} \rightarrow 0$ ebenfalls lediglich eine Abhängigkeit von $\varphi_{i,e}$ aufweist, kann x_{min} direkt wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned} x_{min} &= \frac{\hat{i}_e^{(ss)}}{\hat{i}_{DC}^{(ss)}} = -\frac{b}{c} \Big|_{min} \approx -\frac{b^{(0)}}{c^{(0)}} \Big|_{\varphi_{i,e} = -\arctan \left(\frac{1 - \frac{8\Lambda}{5}}{\tan \varphi_{i,AC}} \right)} \\ &= \frac{\frac{5}{24} \left[\left(1 - \frac{8\Lambda}{5}\right) \sin \varphi_{i,e} - \tan \varphi_{i,AC} \cos \varphi_{i,e} \right]}{\frac{1}{8} + \frac{5\Lambda}{9}} \Big|_{\varphi_{i,e} = -\arctan \left(\frac{1 - \frac{8\Lambda}{5}}{\tan \varphi_{i,AC}} \right)} \\ &= \frac{5}{3 + \frac{40\Lambda}{3}} \text{sign}(\varphi_{i,AC}) \sqrt{\tan^2 \varphi_{i,AC} + \left(1 - \frac{8\Lambda}{5}\right)^2}, \end{aligned} \quad (3.28)$$

wobei $\varphi_{i,e}$ in $b^{(0)}$ bereits durch die Beziehung aus Gleichung (3.27) ersetzt wurde.³

In der Folge ergibt sich das neue Minimum der Gütefunktion $J_{min,min}$, unter der Bedingung, dass $x = x_{min}$ ist, zu:

$$J_{min,min} = a(\varphi_{u,cm}) + b(\varphi_{u,cm})x_{min} + \frac{c(\varphi_{u,cm})}{2}x_{min}^2. \quad (3.29)$$

6. Erneute Minimierung der Gütefunktion $J_{min,min}$ nach $\varphi_{u,cm}$

Abschließend erfolgt die Minimierung der Gütefunktion $J_{min,min}$ nach der Phase $\varphi_{u,cm}$, welche wie in Gleichung (3.24) ersichtlich, nur in den Termen vorkommt, welche ebenfalls y_{max} beinhalten. Im Gegensatz zu Schritt 5 muss diesmal y_{max} explizit berücksichtigt werden, damit die Abhängigkeit in $\varphi_{u,cm}$ in Erscheinung tritt. Eine ausführliche Herleitung der Minimierungsbedingung $\frac{\partial J_{min,min}}{\partial \varphi_{u,cm}} = 0$ bzw. der Ableitungen der Koeffizienten a , b und c nach $\varphi_{u,cm}$, kann

Anhang aus D entnommen werden. Hieraus ergibt sich $\varphi_{u,cm}$ zu:

$$\varphi_{u,cm} = \arctan \frac{\sin 2\varphi_{i,AC} + 15 \cos^2 \varphi_{i,AC} x_{min} \left(-\cos \varphi_{i,e,opt} \left(1 - \frac{16\Lambda}{9}\right) + \sin \varphi_{i,e,opt} \tan \varphi_{i,AC} \right) - 36 \cos^2 \varphi_{i,AC} \Lambda x_{min}^2 \sin 2\varphi_{i,e,opt}}{\cos 2\varphi_{i,AC} + 15 \cos^2 \varphi_{i,AC} x_{min} \left(+\sin \varphi_{i,e,opt} \left(1 - \frac{16\Lambda}{9}\right) + \cos \varphi_{i,e,opt} \tan \varphi_{i,AC} \right) + 36 \cos^2 \varphi_{i,AC} \Lambda x_{min}^2 \cos 2\varphi_{i,e,opt}},$$

³Zum Erhalt der Gleichung (3.28) wurden die folgenden trigonometrischen Beziehungen angewendet

$$\begin{aligned} \cos \varphi_{i,e} &= \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi_{i,e}}} = \frac{\tan \varphi_{i,AC}}{\sqrt{\tan^2 \varphi_{i,AC} + \left(1 - \frac{8\Lambda}{5}\right)^2}} \quad \& \\ \sin \varphi_{i,e} &= \cos \varphi_{i,e} \tan \varphi_{i,e} = -\text{sign}(\varphi_{i,AC}) \frac{1 - \frac{8\Lambda}{5}}{\sqrt{\tan^2 \varphi_{i,AC} + \left(1 - \frac{8\Lambda}{5}\right)^2}} \end{aligned}$$

bzw. als Funktion von $\varphi_{i,AC}$ und Λ dargestellt, folgt:

$$\varphi_{u,cm} = \tan \varphi_{i,AC} \frac{2 - \frac{25}{1+\frac{40\Lambda}{9}} \left(\left(1 - \frac{16\Lambda}{9}\right) + \left(1 - \frac{8\Lambda}{5}\right) \right) + \frac{200\Lambda}{\left(1+\frac{40\Lambda}{9}\right)^2} \left(1 - \frac{8\Lambda}{5}\right)}{1 - \tan^2 \varphi_{i,AC} - \frac{25}{1+\frac{40\Lambda}{9}} \left[\left(1 - \frac{8\Lambda}{5}\right) \left(1 - \frac{16\Lambda}{9}\right) - \tan^2 \varphi_{i,AC} \right] - \frac{100\Lambda}{\left(1+\frac{40\Lambda}{9}\right)^2} \left(\tan^2 \varphi_{i,AC} - \left(1 - \frac{8\Lambda}{5}\right)^2 \right)} . \quad (3.30)$$

Es ist wichtig zu erwähnen, dass der Wert von y unter den üblichen Betriebsbedingungen eines MMC immer kleiner als 1 ist (normalerweise zwischen 1/6 und 1/3), um eine zu schnell oszillierende Komponente in den Submodulspannungen zu vermeiden. Dieser ergibt sich zu

$$y = \frac{\frac{\cos(2\varphi_{i,AC} - \varphi_{u,cm})}{72 \cos^2 \varphi_{i,AC}} - \frac{\Lambda x^2 \cos(2\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm})}{2} + \frac{5x}{24} \left(\sin(\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) \left(1 - \frac{16\Lambda}{9}\right) + \cos(\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) \tan \varphi_{i,AC} \right)}{\frac{5}{288 \cos^2 \varphi_{i,AC}} + \frac{2\Lambda}{81} + \frac{13\Lambda x^2}{25}} , \quad (3.31)$$

sofern $y \leq y_{max} < 1$ erfüllt ist basierend auf Gleichung (3.24). Sollte diese Bedingung nicht gewährleistet sein, so gilt $y = y_{max}$, wodurch folglich die 3 Parameter $\{x, \varphi_{i,e}, \varphi_{u,cm}\}$ nicht wie in den vorherigen Schritten beschrieben modifiziert werden.

Für die auf die AC-Seite normiert Gütefunktion gelten alle beschriebenen Schritte analog, jedoch mit der abgeänderten Formulierung der Gütefunktion

$$\tilde{J} = \frac{9}{4} \cos^2 \varphi_{i,AC} J . \quad (3.32)$$

3.3 Ergebnisse für minimale Oszillationen der Armenergien im optimalen eingeschwungenen Zustand für einen einzelnen MMC

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der entworfenen Gütefunktion $J_{min,min}$ zur Minimierung der Energieoszillationen im eingeschwungenen Zustand für alle 5 inneren Energiekomponenten ($W_{\Sigma,\alpha/\beta}^{(ss)}$, $W_{\Delta,0}^{(ss)}$, $W_{\Delta,\alpha/\beta}^{(ss)}$) dargestellt. Dies wurde durch die Wahl aller 4 noch frei zur Verfügung stehenden freien Parameter, der konstanten Amplitude der Kreisstromkomponenten $\hat{i}_e^{(ss)}$, der Common-Mode-Spannung $\hat{u}_{cm}^{(ss)}$, sowie durch die zugehörigen Phasen $\varphi_{i,e}$ und $\varphi_{u,cm}$, realisiert.

Im Folgenden werden die Simulationsergebnisse für den eingeschwungenen Zustand des einzelnen MMCs, im Betrieb als DC-zu-AC-Wechselrichter, beschrieben. Hierbei wird die Minimierung der Gütefunktion zum Erhalt der optimal geringen Energieoszillationen in allen 5 inneren Energiekomponenten im eingeschwungenen Zustand, mit der Situation verglichen, bei der die inneren Freiheitsgrade der MMC-Dynamik (Kreisströme und Common-Mode-Spannung) zu null eingefroren sind. Hierfür werden die mittleren Submodulspannungen bei eingefrorenen inneren Freiheitsgraden $x = y = 0$ und unter Anwendung der Optimierung $x = x_{min}$, $y = y_{opt}$, $\varphi_{u,cm} = \varphi_{u,cm,opt}$, $\varphi_{i,e} = \varphi_{i,e,opt}$ in Abbildung 3.2 dargestellt. Die externen und internen Parameter des MMCs wurden hierbei wie folgt vorgegeben:

Tabelle 3.1: Parameter der MMC-Topologie

Parameter des Betriebspunktes	Schaltungsparameter
$u_{DC} = 400kV$	$R_{DC} = 3\Omega$
$\hat{u}_{AC,1/2/3} = 250kV$	$L_{DC} = 0.14H$
$\hat{i}_{AC} = 2kA$	$R_{AC} = 0.8\Omega$
$\varphi_{i,AC} = 15^\circ$	$L_{AC} = 0.03H$
$N_{SM} = 160$	$R_e = 0.01\Omega$ (vernachlässigbar)
$C_{SM} = 3mF$	$L_e = 1mH$
$v_C = 1.3$	

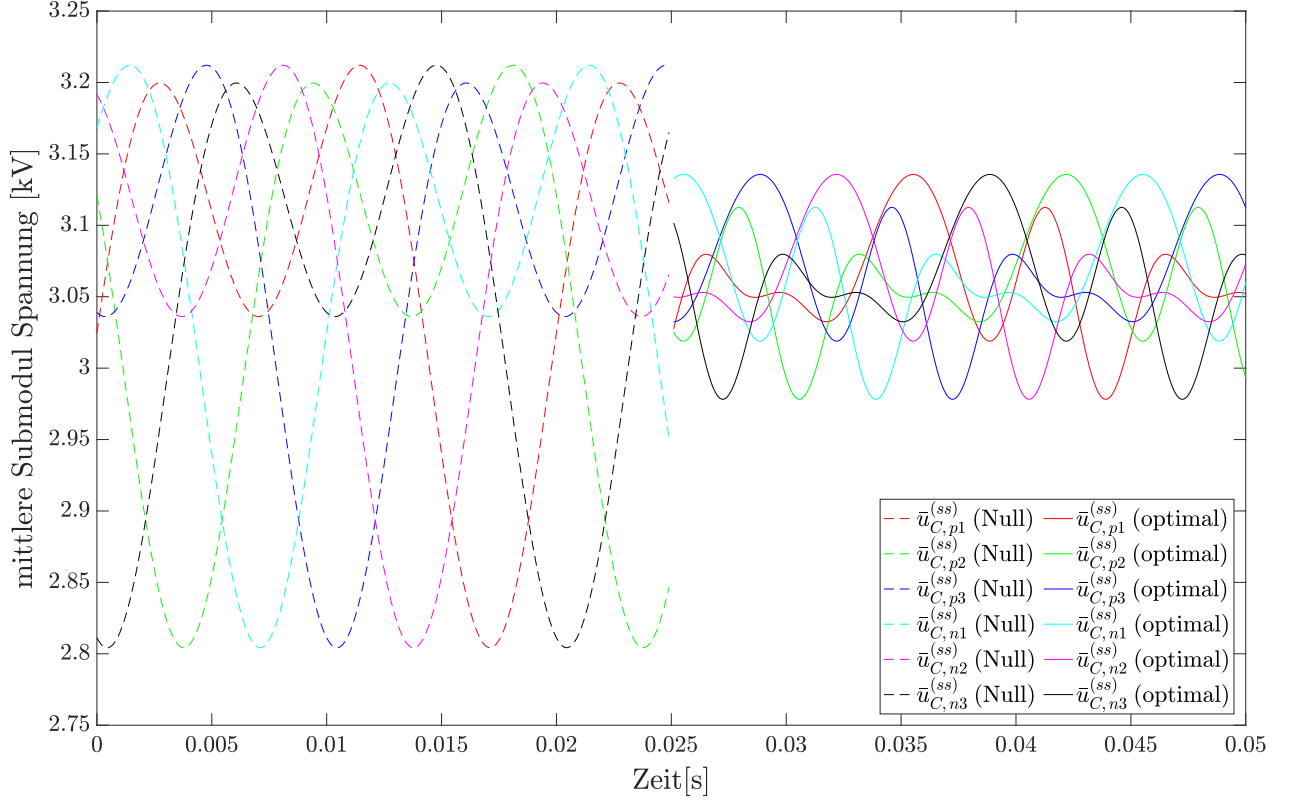


Abbildung 3.2: Darstellung der mittleren Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}^{(ss)}$ für die Wahl der eingefrorenen (---, links) und optimalen (—, rechts) inneren Freiheitsgrade; $i_{DC}^{(ss)} = 1.88kA$; $W_{\Sigma,0}^{(ss)} = 2.94MJ$; Parameter gemäß Tabelle 3.1

Daraus ergeben sich der DC-Strom $i_{DC}^{(ss)} = 3i_{e,0}^{(ss)}$ gemäß Gleichung (3.4) zu $1.9kA$ und die mittlere Spannung pro Submodul zu $3.25kV$. Aus Abbildung 3.2 ist ersichtlich, dass ohne eine Ausnutzung der inneren Freiheitsgrade im MMC die vollständige Oszillationsstärke der Spannung bei ca. $0.4kV$ liegt, was in etwa 10% der nominalen Spannung entspricht, wohingegen unter Ausnutzung aller inneren Freiheitsgrade zur Minimierung der Gütefunktion die Oszillationsstärke lediglich $0.1kV$ beträgt.

3.4 Erweiterung der Optimierung auf 2 MMCs im optimalen eingeschwungenen Zustand

Analog zur Optimierung des einzelnen MMCs kann die Optimierung für minimale Oszillationen der Armenenergien in optimalen eingeschwungenen Zustand auf 2 gekoppelte MMCs, gemäß Abbildung 2.5 auf Seite 22, erweitert werden. Dies ist möglich, da ausschließlich die inneren Freiheitsgrade für den gewählten Optimierungsansatz herangezogen werden und somit keine, die Optimierung beeinflussende, Wechselwirkung zwischen den beiden MMCs vorherrscht. Im Allgemeinen ist die Berechnung des eingeschwungenen Zustands für zwei gekoppelte MMCs für die beiden externen AC-Übertragungsleitungen und hinsichtlich der internen Freiheitsgrade analog zum einzelnen MMC, wohingegen der DC-Strom, welcher zwischen den beiden MMCs fließt, einer gesonderten Betrachtung bedarf. Basierend auf den beiden $W_{\Sigma,0}^{(a=1/2)}$ -Energiekomponenten aus den ersten Zeilen der Gleichungen (2.23) & (2.25) auf den Seiten 24 & 26 ergeben sich die beiden algebraischen Gleichungen zur Lösung der zwei unbekannten DC-Ströme $i_{DC}^{(a=1,ss)}$ & $i_{DC}^{(a=2,ss)}$, mit der Beziehung für die DC-Spannung

$u_{DC} = R_{sh} \left(i_{DC}^{(a=1, ss)} - i_{DC}^{(a=2, ss)} \right)$ und mit $i_{DC}^{(a=1/2)} = 3i_{e,0}^{(a=1/2)}$, wie folgt:

$$\begin{aligned}
0 &= - \underbrace{\frac{R_{sh}}{6} \left(1 + \frac{2R'_{DC}{}^{(a=1)}}{3R_{sh}} \right)}_{a_1} \left(i_{DC}^{(a=1, ss)} \right)^2 + \frac{R_{sh}}{6} i_{DC}^{(a=1, ss)} i_{DC}^{(a=2, ss)} \\
&\quad + \underbrace{\frac{R_{sh}}{6} \frac{3}{2R_{sh}} \left(\hat{u}_{AC}^{(a=1)} - \frac{R'_{AC}{}^{(a=1)}}{2} \vec{i}_{AC}^{(a=1, ss)} \right)^T}_{a_0} \vec{i}_{AC}^{(a=1, ss)}, \\
0 &= - \underbrace{\frac{R_{sh}}{6} \left(1 + \frac{2R'_{DC}{}^{(a=2)}}{3R_{sh}} \right)}_{a_2} \left(i_{DC}^{(a=2, ss)} \right)^2 + \frac{R_{sh}}{6} i_{DC}^{(a=1, ss)} i_{DC}^{(a=2, ss)} \\
&\quad - \underbrace{\frac{R_{sh}}{6} \frac{3}{2R_{sh}} \left(\hat{u}_{AC}^{(a=2)} + \frac{R'_{AC}{}^{(a=2)}}{2} \vec{i}_{AC}^{(a=2, ss)} \right)^T}_{b_0(\hat{i}_{AC}^{(a=2, ss)})} \vec{i}_{AC}^{(a=2, ss)}, \tag{3.33}
\end{aligned}$$

wobei der eingeschwungene Zustand jeweils durch die konstanten Energien $W'_{\Sigma,0}^{(a=1, ss)}$ & $W'_{\Sigma,0}^{(a=2, ss)}$, unter Vernachlässigung des kleinen Widerstandswertes R_e , definiert ist. Dieses quadratische Gleichungssystem zeigt reale Lösungen, wenn die Ausgangsleistung des zweiten MMC im eingeschwungenen Zustand niedrig genug ist oder anders ausgedrückt, wenn die Amplitude des AC-Stromes des zweiten MMCs als Anteil der Amplitude des AC-Stromes des ersten MMCs $\hat{i}_{AC}^{(a=2, ss)} = \xi \hat{i}_{AC}^{(a=1, ss)}$ geschrieben wird. Hierbei ergeben sich reale Lösungen des quadratischen Gleichungssystems für $\xi \leq \xi_{max}$, wobei ξ_{max} noch zu bestimmen ist. Für unbekannte DC-Ströme $i_{DC}^{(a=1/2)} = x_{1/2}$ kann das quadratische Gleichungssystem (3.33) wie folgt formuliert werden:

$$\begin{aligned}
a_0 &= \frac{3}{2R_{sh}} \left(\hat{u}_{AC}^{(a=1)} \hat{i}_{AC}^{(a=1)} \cos \varphi_{i, AC}^{(a=1)} - \frac{R'_{AC}{}^{(a=1)}}{2} \left(\hat{i}_{AC}^{(a=1)} \right)^2 \right) > 0, \\
b_0(\xi) &= \frac{3}{2R_{sh}} \left(\xi \hat{u}_{AC}^{(a=2)} \hat{i}_{AC}^{(a=1)} \cos \varphi_{i, AC}^{(a=2)} + \xi^2 \frac{R'_{AC}{}^{(a=2)}}{2} \left(\hat{i}_{AC}^{(a=1)} \right)^2 \right) > 0, \tag{3.34} \\
\begin{cases} \text{(I)} & 0 = a_1 x_1^2 - x_1 x_2 - a_0 \\ \text{(II)} & 0 = a_2 x_2^2 - x_1 x_2 + b_0(\xi) \end{cases} &\iff \begin{cases} \text{(Summe):} & 0 = a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2 - 2x_1 x_2 - a_0 + b_0(\xi) \\ \text{(Differenz):} & 0 = a_1 x_1^2 - a_2 x_2^2 - (a_0 + b_0(\xi)) \end{cases}
\end{aligned}$$

Aus (I) folgt quadriert $(x_1 x_2)^2 = (a_1 x_1^2 - a_0)^2$, woraus mit der nach x_2^2 umgestellten vorangegangenen Gleichung (Differenz) $x_2^2 = \frac{a_1}{a_2} x_1^2 - \frac{a_0 + b_0(\xi)}{a_2}$

$$x_1^2 \left(\frac{a_1}{a_2} x_1^2 - \frac{a_0 + b_0(\xi)}{a_2} \right) = a_1^2 x_1^4 - 2a_0 a_1 x_1^2 + a_0^2$$

resultiert. Hieraus folgt eine biquadratische Gleichung für x_1^2 .

$$\underbrace{(x_1^2)^2 \left(a_1^2 - \frac{a_1}{a_2} \right)}_{c_2 > 0} - \underbrace{(x_1^2) \left(2a_1 a_0 - \frac{a_0 + b_0(\xi)}{a_2} \right)}_{\substack{-c_1 > 0, \\ \text{solange } b_0 \approx a_0 \text{ und } a_1, a_2 > 1}} \underbrace{+ a_0^2}_{c_0 > 0} = 0. \tag{3.35}$$

Diese Gleichung weist reale Lösungen für

$$\frac{\left(2a_0 a_1 a_2 - (a_0 + b_0(\xi)) \right)^2}{a_2^2} \geq \frac{4a_0^2 a_1 (a_1 a_2 - 1)}{a_2} \iff 2a_0 a_1 a_2 - (a_0 + b_0(\xi)) \geq 2a_0 \sqrt{a_1 a_2 (a_1 a_2 - 1)},$$

mit $b_0(\xi)$ aus Gleichung (3.34),

$$\xi^2 \underbrace{\frac{3R'_{AC}(a=2)}{4R_{sh}} \left(\hat{i}_{AC}^{(a=1)}\right)^2}_{cp_2} + \xi \underbrace{\frac{3\hat{u}_{AC}^{(a=2)} \hat{i}_{AC}^{(a=1)} \cos \varphi_{i,AC}}{2R_{sh}}}_{cp_1} + \underbrace{a_0 \left(2\sqrt{a_1 a_2 (a_1 a_2 - 1)} - 2a_1 a_2 + 1\right)}_{cp_0} \leq 0 \quad (3.36)$$

auf. Da für $\xi = \xi_{max}$ die Gleichheit in Gleichungen (3.36), anstatt der Ungleichheit für $\xi \neq \xi_{max}$, gegeben ist, wird zunächst ξ_{max} bestimmt.

$$\xi_{1/2} = \frac{-cp_1 \pm \sqrt{cp_1^2 - 4cp_2 cp_0}}{2cp_2}. \quad (3.37)$$

Somit folgt für $\xi_1 = \xi_{max}$, da sich für ξ_2 nur negative Lösungen ergeben, die erwähnte Gleichheit in Gleichung (3.36)

$$2a_0 a_1 a_2 - (a_0 + b_0(\xi)) = 2a_0 \sqrt{a_1 a_2 (a_1 a_2 - 1)},$$

wodurch Gleichung (3.35) folgenderweise dargestellt werden kann:

$$\begin{aligned} 0 &= (x_1^2)^2 \left(a_1^2 - \frac{a_1}{a_2}\right) - (x_1^2) 2a_0 \sqrt{\frac{a_1}{a_2} (a_1 a_2 - 1)} + a_0^2 = \left(x_1^2 \sqrt{\frac{a_1}{a_2} (a_1 a_2 - 1)} + a_0^2\right)^2 \\ &\rightarrow x_1^2 = a_0 \sqrt{\frac{a_2}{a_1 (a_1 a_2 - 1)}} \quad \text{und mit} \\ x_2^2 &= \frac{a_1}{a_2} x_1^2 - \frac{a_0 + b_0(\xi)}{a_2} = \frac{a_1}{a_2} x_1^2 - \frac{2}{a_2} \left(a_0 \sqrt{a_1 a_2 (a_1 a_2 - 1)} - a_0 a_1 a_2\right), \end{aligned}$$

folgen die DC-Ströme ($i_{DC}^{(a=1/2)} = x_{1/2}$) für die beiden MMCs im eingeschwungenen Zustand zu:

$$\begin{aligned} i_{DC}^{(a=1, ss)} &= \sqrt{a_0 \sqrt{\frac{a_2}{a_1 (a_1 a_2 - 1)}}}, \\ i_{DC}^{(a=2, ss)} &= \sqrt{\frac{a_1}{a_2} \left(i_{DC}^{(a=1, ss)}\right)^2 + 2a_0 \sqrt{\frac{a_1}{a_2} (a_1 a_2 - 1)} - 2a_0 a_1}. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Für die Wahl des Shuntwiderstandes R_{sh} , welcher die DC-Spannung $u_{DC} = R_{sh} \left(i_{DC}^{(a=1, ss)} - i_{DC}^{(a=2, ss)}\right)$ bestimmt, werden nachfolgend zwei Fallunterscheidungen betrachtet.

1. Der Shuntwiderstand $R_{sh} \approx 1k\Omega$, ungestörte Leistungsübertragung zwischen beiden MMCs
Im ersten Fall, bei welchem der Shuntwiderstand R_{sh} sehr groß ist und in der Größenordnung von $1k\Omega$ liegt, wird eine ungestörte Verbindung zwischen beiden MMC beschrieben. Hierbei muss $\left(i_{DC}^{(a=1, ss)} - i_{DC}^{(a=2, ss)}\right)^2 \approx 0$ gelten oder äquivalent $i_{DC}^{(a=1, ss)} \approx i_{DC}^{(a=2, ss)} \approx i_{DC}^{(ss)}$ sein, damit $R_{sh} \left(i_{DC}^{(a=1, ss)} - i_{DC}^{(a=2, ss)}\right)^2$ keinen sehr großen Beitrag liefert. Exemplarisch, und den Simulationsergebnissen gemäß Kapitel 8 ab Seite 123 vorgehend, ergeben sich die beiden DC-Ströme, unter den in Tabelle 8.2 genannten Parameter, zu $i_{DC}^{(a=1, ss)} = 2.68kA \approx i_{DC}^{(a=2, ss)} = 2.45kA$.
2. Der Shuntwiderstand R_{sh} liegt in der Größenordnung von R_{DC} , Fehlerfall mit partieller Leistungsübertragung

In dieser, einen temporären und korrigierbaren Fehlerfall in der DC-Leitung zwischen beiden MMCs beschreibenden, Situation liegt der Shuntwiderstand R_{sh} in der Größenordnung von $R_{DC} \approx 1\Omega$, was einer Änderung der DC-Spannung zwischen dem ersten und zweiten MMC entspricht. Unter Aufrechterhaltung des eingeschwungenen Zustands in den MMCs, würde die in die DC-Leitung eingebrachte Leistung nicht mehr vollständig am zweiten MMC ankommen.

Diese eingebrochene und fehlende Leistung wird durch die zusätzlich im zweiten MMC eingebrachte Energiereserve über die Dauer von T_s , welche in der Größenordnung von wenigen Millisekunden liegt, überbrückt. Eine Änderung der Leistung kann durch das zeitbeschränkte Einschalten eines zusätzlichen Verbrauchers in der Mitte der DC-Leitung oder auch durch einen zeitbeschränkten Einbruch in der linken MMC-Übertragungsleitung begründet liegen. Der Grenzfall $R_{sh} \rightarrow 0$ entspricht der vollständigen Trennung zwischen beiden MMCs, sodass keine Leistung mehr am zweiten MMC ankommt.

Abschließend ist es wichtig anzumerken, dass bei der Topologie von 2 zusammengeschalteten MMCs, nur die Übertragung der Leistung vom ersten zum zweiten MMC im eingeschwungenen Zustand betrachtet wurde und somit ausschließlich die $W_{\Sigma,0}^{(ss)}$ -Komponenten betroffen sind. Die inneren Freiheitsgrade in jedem einzelnen MMC sind davon unbeeinflusst und können im optimal eingeschwungenen Zustand getrennt voneinander, durch die Minimierung der Gütefunktion J bei jedem MMC, welche in jedem MMC die Oszillationsstärke der Armenenergien charakterisiert, entworfen werden.

3.5 Ergebnisse für minimale Oszillationen der Armenenergien im optimalen eingeschwungenen Zustand für zwei gekoppelte MMC

Wie in Abschnitt 3.3 für den einzelnen MMC, welcher als DC-zu-AC-Wechselrichter betrieben wird, vorgestellt, werden in diesem Abschnitt die Ergebnisse für zwei durch eine lange HVDC-Übertragungsleitung gekoppelte MMC gemäß Abbildung 2.5 auf Seite 22 beschrieben. Hierbei wird die, aus dem Abschnitt 3.2 bekannte, entworfene Gütefunktion J_{opt} zur Minimierung der Energieoszillationen im eingeschwungenen Zustand für alle inneren Energiekomponenten ($W_{\Sigma,\alpha/\beta}^{(a=1/2,ss)}$, $W_{\Delta,0}^{(a=1/2,ss)}$, $W_{\Delta,\alpha/\beta}^{(a=1/2,ss)}$) einmal für den AC-DC Gleichrichter ($a=1$) und einmal für den DC-AC Wechselrichter ($a=2$) herangezogen. Es ist wichtig zu erwähnen, dass jeder Umrichter getrennt vom jeweils anderen optimiert wird. Die Minimierung wurde hierbei unter Verwendung und Wahl aller 2×4 noch frei zur Verfügung stehenden freien Parameter, den konstanten Amplituden der Kreisstromkomponenten $\hat{i}_e^{(a=1/2,ss)}$, den Common-Mode-Spannungen $\hat{u}_{cm}^{(a=1/2,ss)}$, sowie durch die zugehörigen Phasen $\varphi_{i,e}^{(a=1/2,ss)}$ und $\varphi_{u,cm}^{(a=1/2,ss)}$, realisiert. Diese Ergebnisse der Minimierung der Gütefunktion $\left\{ x_{min}^{(a=1/2)} = \frac{\hat{i}_e^{(a=1/2,ss)}}{\hat{i}_{DC}^{(a=1/2,ss)}}, y_{opt}^{(a=1/2)} = \frac{\hat{u}_{cm}^{(a=1/2,ss)}}{\hat{u}_{AC}^{(a=1/2,ss)}}, \varphi_{u,cm,opt}^{(a=1/2,ss)}, \varphi_{i,e,opt}^{(a=1/2,ss)} \right\}$ zum Erhalt der optimal geringen Energieoszillationen in allen der 2×5 inneren Energiekomponenten im eingeschwungenen Zustand werden mit dem Zustand eingefrorener innerer Freiheitsgrade $x^{(a=1/2)} = y^{(a=1/2)} = 0$ der MMC-Dynamiken (Kreisströme und Common-Mode-Spannung) verglichen. Die externen und internen Parameter des MMCs wurden für die Simulationsergebnisse hierbei wie in der nachfolgenden Tabelle visualisiert vorgegeben, wobei der AC-Strom $\hat{i}_{AC}^{(a=2,ss)}$ im eingeschwungenen Zustand aus der maximalen Leistungsübertragung an den zweiten DC-zu-AC-MMC resultiert.

Tabelle 3.2: Parameter der AC-DC-AC Topologie, wobei $(a=1) \triangleq 1$. MMC (AC-DC Gleichrichter) und $(a=2) \triangleq 2$. MMC (DC-AC Wechselrichter)

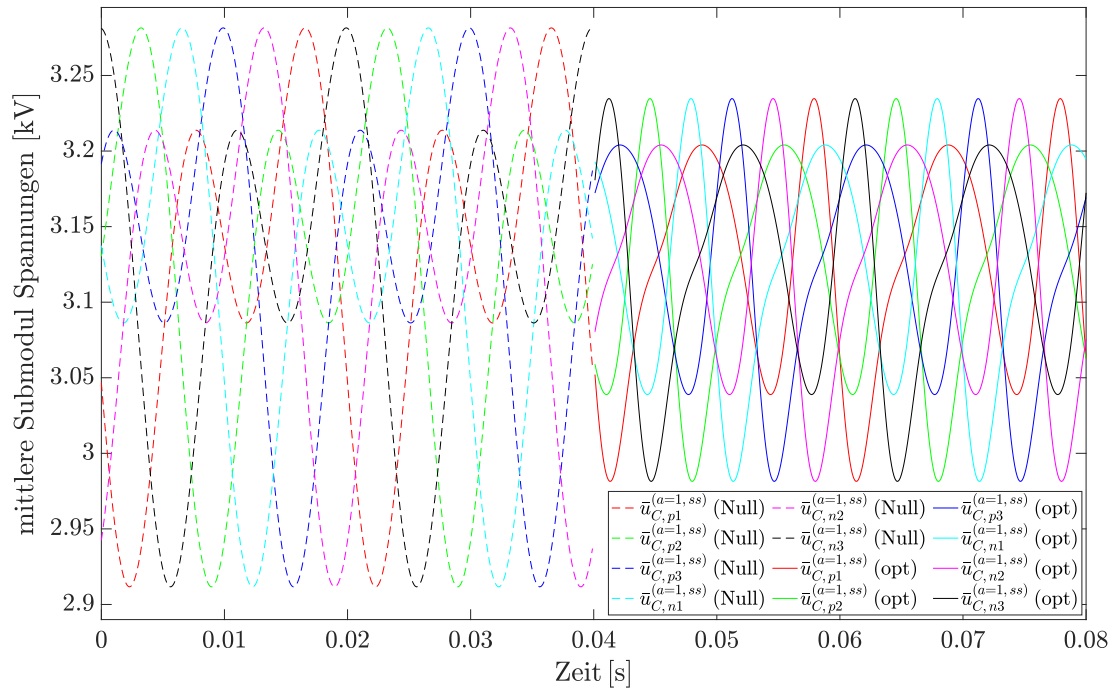
Betriebspunktparameter			
$\hat{u}_{AC, 1/2/3}^{(a=1, ss)} = 180kV$	$\hat{u}_{AC, 1/2/3}^{(a=2, ss)} = 150kV$	$N_{SM}^{(a=1/2)} = 160$	
$\hat{i}_{AC}^{(a=1, ss)} = 2.50kA$	$\hat{i}_{AC}^{(a=2, ss)} = 2.41kA$	$C_{SM}^{(a=1/2)} = 3mF$	
$\varphi_{i, AC}^{(a=1, ss)} = 15^\circ$	$\varphi_{i, AC}^{(a=2, ss)} = 10^\circ$	$v_C^{(a=1/2)} = 1.3$	
Schaltungsparameter			
$R_{sh} = 1k\Omega$	$\kappa = 0.4$	$R_{DC} = 4\Omega$	$L_{DC} = 0.14H$
$R_{DC}^{(a=1)} = \kappa R_{DC}$	$R_{DC}^{(a=2)} = (1-\kappa)R_{DC}$	$L_{DC}^{(a=1)} = \kappa L_{DC}$	$L_{DC}^{(a=2)} = (1-\kappa)L_{DC}$
$R_{AC}^{(a=1/2)} = 0.8\Omega$	$L_{AC}^{(a=1/2)} = 0.03H$	$R_e^{(a=1/2)} = 0.01\Omega$	$L_e^{(a=1/2)} = 1mH$

Neben den in der vorangegangenen Tabelle aufgeführten unterschiedlichen Betriebspunktparametern für den Gleich- und Wechselrichter wurde erschwerend die jeweilige $W_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente im eingeschwungenen Zustand des zweiten MMCs ($W_{\Sigma,0}^{(a=2, ss)} = 2.50MJ$) im Vergleich zum ersten MMC ($W_{\Sigma,0}^{(a=1, ss)} = 2.25MJ$) um ca. 10% erhöht. Hierbei resultieren die optimierten inneren Freiheitsgrade der beiden MMCs und die beiden Gütefunktionen $J_{opt}^{(a=1/2)}$ im eingeschwungenen Zustand gemäß nachfolgender Tabelle.

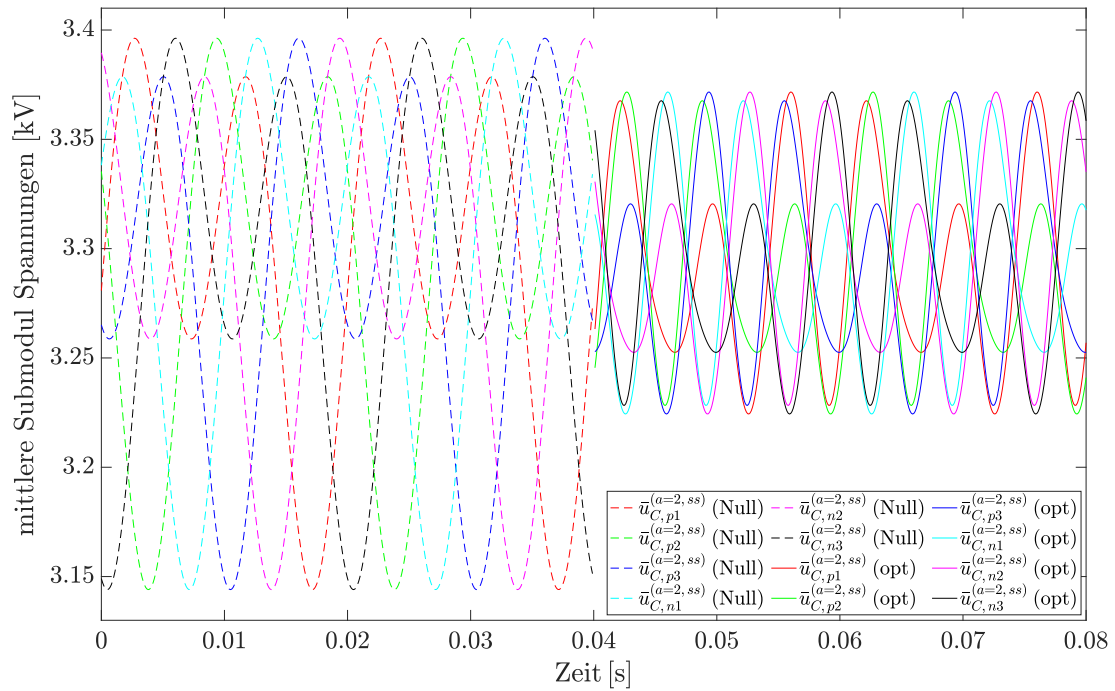
Tabelle 3.3: Simulationsergebnisse der 2×4 optimierten inneren Freiheitsgrade sowie deren Gütefunktionen für 2 gekoppelte MMCs

	AC-DC Gleichrichter $(a=1)$	DC-AC Wechselrichter $(a=2)$
innere Kreisströme	$\hat{i}_e^{(a=1, ss)} = 0.33kA$	$\hat{i}_e^{(a=2, ss)} = 0.53kA$
Common-Mode-Spannung	$\hat{u}_{cm}^{(a=1, ss)} = 60kV$	$\hat{u}_{cm}^{(a=2, ss)} = 50kV$
Phasen innere Kreisströme	$\varphi_{i, e opt}^{(a=1, ss)} = -7.14^\circ$	$\varphi_{i, e opt}^{(a=2, ss)} = -61.80^\circ$
Phasen Common-Mode-Spannung	$\varphi_{u, cm opt}^{(a=1, ss)} = 31.66^\circ$	$\varphi_{u, cm opt}^{(a=2, ss)} = 2.23^\circ$
Gütefunktion ($x = y = 0$)	$J_{x=y=0}^{(a=1)} = 0.0127$	$J_{x=y=0}^{(a=2)} = 0.0109$
Gütefunktion (optimal)	$J_{opt}^{(a=1)} = 0.0053$	$J_{opt}^{(a=2)} = 0.0004$

Unter den genannten Parametern ergeben sich die mittleren Submodulspannungen für beide MMCs für eingefrorene (gestrichelte Linie) und optimierte (volle Linie) Freiheitsgrade im eingeschwungenen Zustand gemäß der nachfolgenden Abbildung. Aus dieser ist ersichtlich, dass die Oszillationsstärke der mittleren Submodulspannungen $\bar{u}_{C, p/n, 1/2/3}^{(a=1/2, ss)}$ der beiden, durch eine lange HVDC-Übertragungsleitung gekoppelten, MMCs ohne eine Ausnutzung der inneren Freiheitsgrade im jeweiligen MMC deutlich größer ist. Für den als AC-zu DC Gleichrichter fungierenden MMC $(a=1)$ hat sich die Oszillationsstärke der mittleren Submodulspannung von $0.38kV$ um 35% auf $0.25kV$, unter konsequenter Nutzung aller inneren Freiheitsgrade zur Minimierung der Gütefunktion, reduziert. Ein äquivalentes Verhalten kann, mit einer noch stärkeren Reduktion der Oszillationsstärke, für den DC-zu-AC Wechselrichter $(a=2)$ erreicht werden. Hierbei ergibt sich eine Verringerung der Oszillationsstärke der mittleren Submodulspannungen von $0.25kV$ auf $0.14kV$, was einer Reduktion um 44% entspricht.



AC-DC Gleichrichter ($a=1$): mittlere Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}^{(a=1,ss)}$



DC-AC Wechselrichter ($a=2$): mittlere Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}^{(a=2,ss)}$

Abbildung 3.3: Darstellung der mittleren Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}^{(a=1/2,ss)}$ für die Wahl der eingefrorenen (---, links) und optimalen (—, rechts) inneren Freiheitsgrade für zwei gekoppelte MMC; AC-DC Gleichrichter ($a=1$) (oben) & DC-AC Wechselrichter ($a=2$) (unten); Parameter gemäß Tabelle 3.3

Ziel dieses Kapitels war es zunächst, alle Parameter, die sowohl für die äußere Energieübertragung als auch für die inneren Freiheitsgrade noch frei zur Verfügung stehen, im eingeschwungenen Zustand des MMCs zu bestimmen. Anschließend wurden die Ströme und Spannungen für den eingeschwungenen Zustand in einem einzelnen MMC erläutert und die daraus resultierenden Energien an den 6 Armen des MMCs in Σ/Δ -, $0/\alpha/\beta$ -Komponenten hergeleitet. Die alleinige Bedingung einer konstanten MMC-Energie lässt in der Definition des eingeschwungenen Zustands des MMCs, was alle inneren Freiheitsgrade, die Kreisströme und die Common-Mode-Spannung der MMC-Dynamik betrifft, noch Möglichkeiten offen. Dafür wurde zunächst eine positive Gütefunktion J eingeführt, welche die Oszillationsstärke der Armenenergien im eingeschwungenen Zustand charakterisiert und anschließend das Minimum dieser Gütefunktion analytisch, zur Berechnung der noch offenen Freiheitsgrade der MMC-Dynamik, bestimmt. Im Weiteren wurden die Ansätze des einzelnen MMCs auf zwei durch eine lange HVDC-Übertragungsleitung gekoppelte MMCs übertragen und sowohl für diese als auch für den einzelnen MMC die Ergebnisse zur Minimierung der Armenenergieoszillation für die optimale Wahl der freien Parameter der inneren Freiheitsgrade dargestellt. Hierbei ergab sich, unter Ausnutzung aller inneren Freiheitsgrade zur Minimierung der Gütefunktion, eine Reduktion der mittleren Submodulspannung für den einzelnen MMC um den Faktor 4 und eine Verringerung um 35% (AC-DC Gleichrichter) & um 44% (DC-AC Wechselrichter) für die durch eine lange HVDC-Übertragungsleitung gekoppelten MMCs, im Vergleich zum sonst üblichen Einfrieren solcher inneren Freiheitsgrade.

Kapitel 4

Trajektorienentwurf eines schnellen Übergangs für einen einzelnen Modulare Multilevel Umrichter

Im vorangegangenen Kapitel wird ein neuer Lösungsansatz, unter Nutzung aller noch freien Freiheitsgrade, vorgestellt, um eine im eingeschwungenen Zustand des MMCs optimal geringe Energieoszillation zu erzielen. Anstatt einen Dauerzustand wie im eingeschwungenen Zustand zu betrachten, welcher für ein relativ langes Zeitintervall beibehalten wird, wird nun eine konträre Situation untersucht. Daher liegt die Hauptaufgabe in diesem Kapitel darin, einen Trajektorienentwurf für einen möglichst schnellen und glatten Übergang, welcher entweder bewusst angesteuert oder durch einen auf der DC-Seite auftretenden Fehler hergerufen wurde, zwischen einem Startpunkt und einem gewünschten eingeschwungenen Endzustand zu entwerfen. Dieser Trajektorienentwurf wird sowohl für den einzelnen MMC, als auch für zwei, durch eine lange DC-Leitung gekoppelte MMCs beschrieben. Die im Nachfolgenden vorgestellten Lösungsstrategien entsprechen hierbei denen von Stark [22, 23] oder sind durch seine Ansätze inspiriert.

4.1 Umformung der Energiedynamiken für einen einzelnen MMC

Bevor die Einführung der Strategien zum schnellen und glatten Trajektorienentwurf erfolgt, werden zunächst die Bewegungsgleichungen der 6 Energien des MMCs gemäß Gleichung (2.25) umgeformt und in W' -Komponenten dargestellt. Die Motivation dieser Umformung für die Bewegungsgleichungen der Armenenergiekomponenten liegt in folgender Ursache begründet:

Da im Allgemeinen die Ableitung des Stromes proportional zur Armspannung ist, $\frac{d}{dt}i \sim u$, kann diese Armspannung, welche durch die Submodule jedes Arms bereitgestellt werden soll, als effektive Eingangsgröße der Stromdynamik herangezogen werden. Die alleinige Steuerung des Stroms ist jedoch für den MMC nicht ausreichend, da im MMC Energien zusätzlich gesteuert werden müssen. Die Energiedynamik, $\frac{d}{dt}W \sim iu$, ist, im Unterschied zur Stromdynamik, nichtlinear, da diese sowohl den Armstrom als auch die Armspannung enthält. Genauer gesagt spiegelt der Strom i hierbei i_{DC} , $i_{AC, \alpha/\beta}$ & $i_{e, \alpha/\beta}$ wider. Die Spannung u hingegen beschreibt die Größen $u_{\Sigma, 0}$, welche Linearkombinationen der Armspannungen zur Steuerung von i_{DC} sind, und $u_{\Sigma, \alpha/\beta}$ & $u_{\Delta, \alpha/\beta}$, welche ebenfalls lineare Kombinationen der Armspannungen zur Steuerung von $i_{e, \alpha/\beta}$ bzw. $i_{AC, \alpha/\beta}$ sind. Die Abhängigkeit der Stromdynamik von den Armspannungen als Eingangsgröße erschwert jedoch den Entwurf einer Trajektorie für die Energie, weshalb sich eine Formulierung in anderen Energiekomponenten W' mit der Dynamik $\frac{d}{dt}W' \sim iu_{ext}$ anbietet. Hierbei kommen nun, statt der zu entwerfenden Eingangsvariablen der MMC-Dynamik, welche bekanntermaßen die Armspannungen sind, die von außen

festgelegten äußeren DC- und AC-Spannungen $u_{ext} = \{u_{DC}, u_{AC, \alpha/\beta}\}$ vor, um i getrennt entwerfen zu können.

Die Ableitungen der 6 Bewegungsgleichungen der W' -Armenenergien, welche auf Gleichung (2.19) basieren, werden unter Anwendung der kompakten Vektorschreibweise gemäß Gleichung (2.20), unter Vernachlässigung der zu R_e proportionalen Terme, im Folgenden dargestellt. Zunächst wird die Ableitung von $W'_{\Sigma,0}$ betrachtet, da bei dieser Energiekomponente die Eliminierung der Armspannung auf der rechten Seite der Differenzialgleichung vollständig gelingt.

$$\begin{aligned} & \overbrace{\frac{d}{dt} \left[W_{\Sigma,0} + \frac{L_e}{4} \vec{i}_e^T \vec{i}_e + \frac{(3L_{DC} + L_e)}{2} \frac{i_{DC}^2}{9} + \frac{(2L_{AC} + L_e)}{16} \vec{i}_{AC}^T \vec{i}_{AC} \right]}^{W'_{\Sigma,0}} \\ &= \left(\frac{1}{2} u_{DC} - R_{DC} i_{DC} \right) \frac{i_{DC}}{3} - \frac{1}{4} \left(\vec{u}_{AC} + R_{AC} \vec{i}_{AC} \right)^T \cdot \vec{i}_{AC}, \end{aligned} \quad (4.1)$$

Es ist aus der vorangegangenen Gleichung ersichtlich, dass für $W'_{\Sigma,0}$ keine Ableitungen der Ströme $i_{e, \alpha/\beta}$ & $i_{AC, \alpha/\beta}$, im Gegensatz zu der ursprünglichen Darstellung von $W_{\Sigma,0}$ auf Seite 18, vorkommen. Dies wird durch die Einbeziehung der induktiven Beiträge, welche die Darstellung in W' -Komponenten ermöglichen, erreicht. Somit enthält $W'_{\Sigma,0}$ lediglich die Terme der externen Spannungen $u_{ext} = \{u_{DC}, u_{AC, \alpha/\beta}\}$ sowie die ohmschen Verluste und nicht die Eingangsgrößen. Für die 5 inneren W' -Energiekomponenten $\{W'_{\Sigma, \alpha/\beta}, W'_{\Delta,0} \& W'_{\Delta, \alpha/\beta}\}$ hingegen bleiben diese, in den nachfolgenden Gleichungen durch eine Wellenlinie dargestellten Terme, jedoch erhalten. Diese Dynamiken können allerdings, wie in den Punkten i) - iii) detailliert beschrieben, vernachlässigt werden, da die Umformung in W' -Energiekomponenten dazu führt, dass diese Beiträge so gering wie möglich sind.

$$\begin{aligned} & \overbrace{\frac{d}{dt} \left[W_{\Sigma, \alpha} + \frac{L_e}{4} \vec{i}_e^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_e + L_e \frac{i_{DC}}{3} i_{e, \alpha} + \frac{(2L_{AC} + L_e)}{16} \vec{i}_{AC}^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_{AC} \right]}^{W'_{\Sigma, \alpha}} \\ &= \left(\frac{1}{2} u_{DC} - \underbrace{\left[L_{DC} \frac{d}{dt} + R_{DC} \right] i_{DC}} \right) i_{e, \alpha} - \frac{1}{4} \left(\vec{u}_{AC} + R_{AC} \vec{i}_{AC} \right)^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_{AC} - \frac{i_{AC, \alpha}}{2} u_{cm}, \\ & \overbrace{\frac{d}{dt} \left[W_{\Sigma, \beta} + \frac{L_e}{4} \vec{i}_e^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_e + L_e \frac{i_{DC}}{3} i_{e, \beta} + \frac{(2L_{AC} + L_e)}{16} \vec{i}_{AC}^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_{AC} \right]}^{W'_{\Sigma, \beta}} \\ &= \left(\frac{1}{2} u_{DC} - \underbrace{\left[L_{DC} \frac{d}{dt} + R_{DC} \right] i_{DC}} \right) i_{e, \beta} - \frac{1}{4} \left(\vec{u}_{AC} + R_{AC} \vec{i}_{AC} \right)^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_{AC} - \frac{i_{AC, \beta}}{2} u_{cm}, \\ & \overbrace{\frac{d}{dt} \left[W_{\Delta, 0} + \frac{L_e}{2} \vec{i}_{AC}^T \vec{i}_e \right]}^{W'_{\Delta, 0}} = - \left(\vec{u}_{AC} + \underbrace{\left[L_{AC} \frac{d}{dt} + R_{AC} \right] \vec{i}_{AC}} \right)^T \cdot \vec{i}_e - \frac{2}{3} i_{DC} u_{cm}, \\ & \overbrace{\frac{d}{dt} \left[W_{\Delta, \alpha} + \frac{L_e}{2} \vec{i}_{AC}^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_e + L_e \frac{i_{DC}}{3} i_{AC, \alpha} \right]}^{W'_{\Delta, \alpha}} \\ &= \left(\frac{1}{2} u_{DC} - \underbrace{\left[L_{DC} \frac{d}{dt} + R_{DC} \right] i_{DC}} \right) i_{AC, \alpha} - \left(\vec{u}_{AC} + \underbrace{\left[L_{AC} \frac{d}{dt} + R_{AC} \right] \vec{i}_{AC}} \right)^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_e \\ & \quad - \left(\underbrace{u_{AC, \alpha} + \left[L_{AC} \frac{d}{dt} + R_{AC} \right] i_{AC, \alpha}} \right) \frac{2i_{DC}}{3} - 2 \underbrace{i_{e, \alpha}}_{\dots\dots\dots} u_{cm}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dt} \left[\overbrace{W_{\Delta, \beta} + \frac{L_e}{2} \vec{i}_{AC}^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_e + L_e \frac{i_{DC}}{3} i_{AC, \beta}}^{W'_{\Delta, \beta}} \right] \\
&= \left(\frac{1}{2} u_{DC} - \underbrace{\left[L_{DC} \frac{d}{dt} + R_{DC} \right] i_{DC}}_{\text{Wellenlinie}} \right) i_{AC, \beta} - \left(\underbrace{\vec{u}_{AC} + \left[L_{AC} \frac{d}{dt} + R_{AC} \right] \vec{i}_{AC}}_{\text{Wellenlinie}} \right)^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_e \\
&\quad - \left(\underbrace{u_{AC, \beta} + \left[L_{AC} \frac{d}{dt} + R_{AC} \right] i_{AC, \beta}}_{\text{Wellenlinie}} \right) \frac{2i_{DC}}{3} - 2 \underbrace{i_{e, \beta} u_{cm}}_{\text{Wellenlinie}}, \tag{4.2}
\end{aligned}$$

wobei $i_{DC} = 3i_{e, 0}$.

Aus den vorangegangenen Bewegungsgleichungen der inneren Energiekomponenten $\{W'_{\Sigma, \alpha/\beta}, W'_{\Delta, 0} \& W'_{\Delta, \alpha/\beta}\}$ ist erkennbar, dass in den rechten Seiten der Gleichungen

- i) für $W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$ nur die Ableitungen des DC-Stromes $\frac{d}{dt} i_{DC}$ enthalten sind, wobei diese meistens gering sind. Für einen schnellen Übergang zwischen zwei Betriebspunkten mit unterschiedlichem DC-Strom, in welchem $i_{DC} \neq \text{konstant}$ gilt, kann $L_{DC} \frac{d}{dt} i_{DC}$ im Vergleich zu dem deutlich größeren Term der DC-Spannung u_{DC} , ebenfalls vernachlässigt werden¹.
- ii) für $W'_{\Delta, 0}$ lediglich die Ableitung des AC-Stromes $L_{AC} \frac{d}{dt} i_{AC, \alpha/\beta}$ vorkommt, wobei diese im Vergleich zu dem Term der AC-Spannung u_{AC} vernachlässigt werden kann, da diese 1-2 Größenordnungen größer ist².
- iii) für $W'_{\Delta, \alpha/\beta}$ die bereits erläuterten Zusammenhänge für den DC-Strom (siehe $W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$) sowie für den AC-Strom (siehe $W'_{\Delta, 0}$) genau so gelten, sodass alle Terme in Gleichung (4.2), welche mit einer Wellenlinie gekennzeichnet wurden, vernachlässigbar sind.

Hieraus ergibt sich, dass die Ableitungen der W' -Armenergie $\frac{d}{dt} W'$, nach Vernachlässigung der Terme mit einer Wellenlinie, keine Armspannungen und somit keine Eingangsgrößen mehr aufweisen. Es ist jedoch wichtig anzumerken, dass die Δ, α - und die Δ, β -Komponenten eine nicht mehr vernachlässigbare Nichtlinearität in den 3 internen Freiheitsgraden $i_{e, \alpha/\beta}$ & u_{cm} , in Gleichung (4.2) durch die gepunkteten Linien symbolisiert, beinhalten. Um diese quadratische Abhängigkeit, $\frac{d}{dt} W' \sim i u_{ext} + \underbrace{i_{e, \alpha/\beta} u_{cm}}_{\text{Wellenlinie}}$, zu beherrschen, werden im Nachfolgenden zusätzliche Orthogonalitätsbeziehungen entworfen.

¹Beispiel für eine numerische Schätzung von $L_{DC} \frac{d}{dt} i_{DC}$ im Vergleich zur DC-Spannung ($u_{DC} = 400kV$), mit:
 $\Delta i_{DC} = 1kA, L_{DC} = 100mH, \Delta t = 5ms$ (Änderungsdauer des DC-Stromes) $\Rightarrow L_{DC} \frac{\Delta i_{DC}}{\Delta t} = 20kV \ll 400kV$.

²Beispiel für eine numerische Schätzung von $L_{AC} \frac{d}{dt} i_{AC, \alpha/\beta}$ im Vergleich zur AC-Spannung ($u_{AC} = 250kV$), mit:
 $i_{AC} = 2kA, L_{AC} = 10mH, \omega_{AC} = 2\pi 50 \frac{rad}{s}$ $\Rightarrow \omega_{AC} L_{AC} i_{AC} \approx 6kV \ll 250kV$.

4.2 Schneller und glatter Trajektorienentwurf zwischen einem beliebigen Startzustand und einem eingeschwungenen Endzustand eines einzelnen MMCs (feedforward control)

In diesem Abschnitt wird eine Methode, unter Nutzung aller internen Freiheitsgrade (Kreisströme & Common-Mode-Spannung) sowie des DC-Stromes, zum Erreichen eines schnellen und glatten Übergangs, von einem beliebigen Startzustand hin zu einem eingeschwungenen Endzustand, eines einzelnen MMCs vorgestellt. Hierbei soll der äußere AC-Strom unverändert bleiben.

Zur Beschreibung des Trajektorienentwurfs wird eine Situation betrachtet, in welcher der MMC als DC-zu-AC-Umrichter arbeitet. Hierbei erfährt die extern vorgegebene DC-Spannung zum Zeitpunkt t_0 eine sprunghafte Änderung von $u_{DC}^{(start)}$ hin zu einem neuen Wert $u_{DC}^{(ss2)}$. Während des in Abbildung 4.1 veranschaulichten kurzen Übergangsintervalls zwischen t_0 und $t_0 + T_s$ müssen der externe DC-Strom i_{DC} sowie die 3 internen Freiheitsgrade des MMCs, die Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ und die Common-Mode-Spannung u_{cm} , folgende Anforderungen erfüllen:

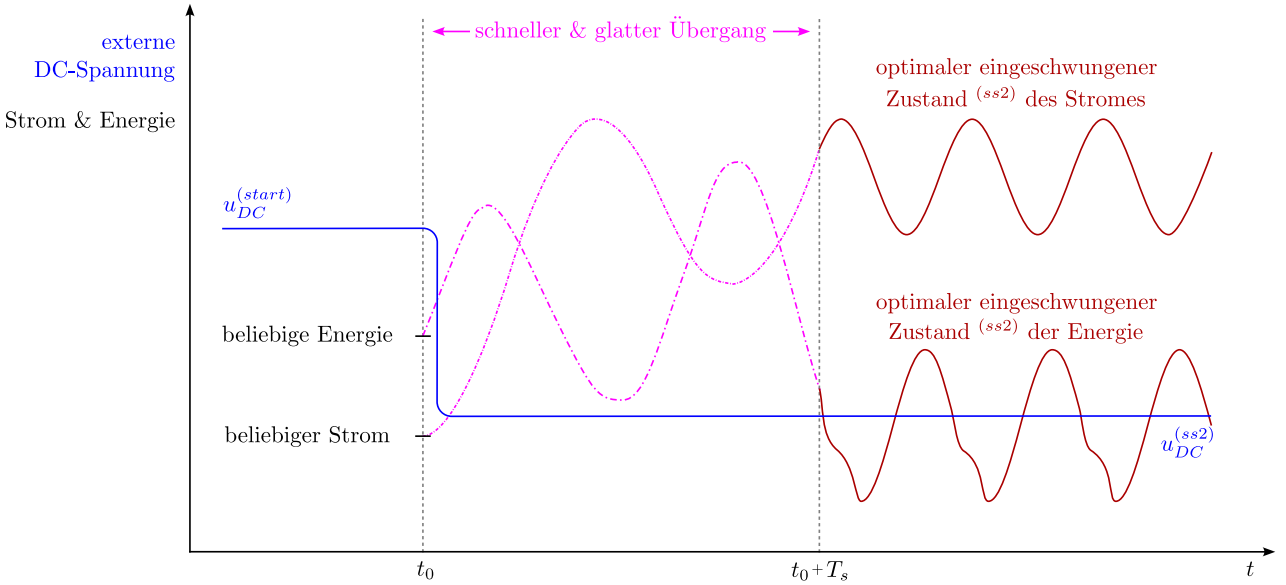


Abbildung 4.1: schnelle und glatte Trajektorien Darstellung der Energien und Ströme bei sprunghafter Änderung der DC-Spannung von einem beliebigen Arbeitspunkt hin zu einem eingeschwungenen Zustand innerhalb eines kurzen Zeitintervalls t_0 bis $t_0 + T_s$ (MMC als DC-zu-AC-Umrichter)

- Der AC-Strom i_{AC} und die effektive Leistung auf der AC-Seite sollen während des Übergangsintervalls unverändert bleiben und somit nicht durch einen Sprung der DC-Spannung auf der DC-Seite beeinflusst werden. Hierfür wird je nach Zustand die fehlende ($u_{DC}^{(ss2)} < u_{DC}^{(start)}$) oder die überschüssige ($u_{DC}^{(ss2)} > u_{DC}^{(start)}$) Leistung auf der DC-Seite durch eine Änderung des DC-Stromes i_{DC} , welcher die Bedingung aus Gleichung (3.4) erfüllen muss, allein durch den MMC kompensiert. Somit führt der MMC entweder die in den Submodulen gespeicherte Energie der AC-Seite zu oder speichert diese entsprechend der vorhandenen restlichen Submodulkapazitäten. Diese Kompensation der Energien ist hierbei maßgeblich durch die Anzahl der Submodule und deren Kapazität, durch die im MMC gespeicherte Energie sowie durch die Dauer des Übergangsintervalls T_s und die Größe des DC-Spannungssprunges physikalisch begrenzt.
- Weiterhin sollen glatte Trajektorien aller Energien und der Ströme während des Übergangs gewährleistet sein, um dadurch einen neuen eingeschwungenen Endzustand $^{(ss2)}$ glatt zu erreichen, ohne am Ende des Übergangs Transienten anzuregen. Es ist wichtig anzumerken, dass

der Anfangszustand $^{(start)}$ hierbei beliebig ist, ohne das dieser notwendigerweise einem eingeschwungenen Zustand entspricht.

- c) Die 3 inneren Freiheitsgrade $\{i_{e,\alpha/\beta}, \& u_{cm}\}$ sind hierbei für den globalen Leistungsfluss quer durch den MMCs, wie in Gleichung (4.1) für die Ableitung der Energie $\frac{d}{dt}W'_{\Sigma,0}$ nicht von Relevanz, da lediglich der AC-Strom und die AC-Spannungen sowie der DC-Strom und die DC-Spannung $W'_{\Sigma,0}$ bestimmen. Die 3 inneren Freiheitsgrade sind jedoch bei der Gestaltung der Energieverteilung unter den inneren Armen des MMCs, und somit auch für die Bewegungsgleichungen $\left\{ \frac{d}{dt}W'_{\Sigma,\alpha/\beta} \& \frac{d}{dt}W'_{\Delta,\alpha/\beta} \right\}$, von hoher Bedeutung.

Zusammenfassend ist es wichtig, die grundlegende Annahme zu dieser Aufgabe noch einmal darzustellen: Am Ende des Übergangs zum Zeitpunkt $t_0 + T_s$ wird die Leistung wieder vom äußeren DC-Generator vollständig übernommen, da der MMC lediglich während des Übergangsintervalls ausreichend Leistung zur Kompensation der Leistungsänderung nachführen kann. Somit müssen zum Zeitpunkt $t_0 + T_s$ der Strom und auch die Energie den neuen eingeschwungenen Endzustand erreicht haben, welcher ab diesem Zeitpunkt durch die von außen vorgegebene Anlage zur Verfügung gestellt werden muss. Die DC-Spannung hingegen muss bei $t_0 + T_s$ nicht zwangsläufig den Wert $u_{DC}^{(start)}$ annehmen und kann weiterhin den Wert $u_{DC}^{(ss2)}$ nach dem Übergang beibehalten.

Die Erfüllung der 3 vorherigen Anforderungen a), b) & c) wird durch den Entwurf der Trajektorien für die 4 noch freien Entwurfsvariablen, den 3 inneren Freiheitsgraden der MMC-Dynamik $\{i_{e,\alpha}, i_{e,\beta}, u_{cm}\}$ und den externen DC-Strom i_{DC} , realisiert. Dieser muss entworfen werden, da sich die gesamte Energie nicht über die internen Freiheitsgrade $\{i_{e,\alpha/\beta}, \& u_{cm}\}$ steuern lässt. Die beiden AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$, stehen ebenfalls, aufgrund des extern angestrebten unveränderten Verhaltens, nicht mehr zum Entwurf zur Verfügung. Ziel dieses Abschnitts ist es, die gewünschten Energieänderungen $\Delta W'_j = W'_j|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W'_j|_{t_0}^{(start)}$ der 6 Energiekomponenten ($j = 1, \dots, 6 \equiv \Sigma,0, \Sigma,\alpha/\beta, \Delta,0, \Delta,\alpha/\beta$)

zwischen einem beliebigen Anfangszustand $^{(start)}$ zum Zeitpunkt t_0 hin zu einem eingeschwungenen Endzustand $^{(ss2)}$ bei t_0+T_s zu erzielen, wobei T_s für diesen schnellen Übergang im Bereich von wenigen Millisekunden liegt. Es ist hierbei wichtig anzumerken, dass die Trajektorien der Energien während des Übergangsintervalls T_s nicht explizit entworfen werden, sondern sich aus den Eingangsvariablen $\{u_{\Sigma,0}, u_{\Sigma,\alpha/\beta}, u_{\Delta,0}, u_{\Delta,\alpha/\beta}\}$, mit dem Ziel des Erreichens des eingeschwungenen Endzustandes $^{(ss2)}$, ergeben, wobei lediglich die Anfangs- und Endzustände der Energien bekannt sind. Die Eingangsvariablen wiederum ergeben sich aus den Ableitungen der Entwurfsvariablen. Vereinfachend wird im Folgenden zunächst die System-Dynamik, basierend auf den Gleichungen (4.1 & 4.2), qualitativ veranschaulicht. Die extern vorgegebenen und extern gesteuerten Spannungen (**Ausgangsvariablen**) sind wie bislang auch in Blau dargestellt. Die **Eingangsvariablen**, welche aus den Entwurfsmethoden am Ende resultieren und die ganze MMC-Dynamik während des Übergangs steuern, um das gewünschte Verhalten während des Übergangs zu erzeugen, sind in Grün visualisiert und die Entwurfsvariablen sind durch einen Rahmen gekennzeichnet.

Energiedynamik:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}W'_{\Sigma,0} &\sim \boxed{i_{DC}} u_{DC} + i_{AC,\alpha/\beta} u_{AC,\alpha/\beta} \\ \frac{d}{dt}W'_{\Sigma,\alpha/\beta} &\sim \boxed{i_{e,\alpha/\beta}} u_{DC} + i_{AC,\alpha/\beta} u_{AC,\alpha/\beta} + i_{AC,\alpha/\beta} \boxed{u_{cm}} \\ \frac{d}{dt}W'_{\Delta,0} &\sim \boxed{i_{e,\alpha/\beta}} u_{AC,\alpha/\beta} + i_{DC} \boxed{u_{cm}} \\ \frac{d}{dt}W'_{\Delta,\alpha/\beta} &\sim i_{AC,\alpha/\beta} u_{DC} + \boxed{i_{DC}} u_{AC,\alpha/\beta} + \boxed{i_{e,\alpha/\beta}} u_{AC,\alpha/\beta} + \underbrace{\boxed{i_{e,\alpha/\beta}} \boxed{u_{cm}}}_{\text{nichtlinear}}\end{aligned}$$

Stromdynamik:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}i_{AC,\alpha/\beta} &\sim \frac{1}{L_{AC}} (u_{\Delta,\alpha/\beta} + u_{AC,\alpha/\beta}) \\ \frac{d}{dt}\boxed{i_{DC}} &\sim \frac{1}{L_{DC}} (u_{\Sigma,0} + u_{DC}) \\ \frac{d}{dt}\boxed{i_{e,\alpha/\beta}} &\sim \frac{1}{L_e} u_{\Sigma,\alpha/\beta}\end{aligned}$$

Die Strategie zum Trajektorien-Design der Entwurfsvariablen und die daraus resultierende Realisierung der gewünschten Energieänderungen während des Übergangsintervalls, wird zum besseren Verständnis in 3 Schritten, aus welchen die Eingangsvariablen zur Steuerung des MMCs resultieren, dargestellt.

0) Bestimmung von $u_{\Delta,\alpha/\beta}$ für einen gewünschten AC-Strom $i_{AC,\alpha/\beta}$

Aus den extern vorgegebenen AC-Spannungen $u_{AC,\alpha/\beta}$ und dem gewünschten Verlauf des externen AC-Stromes $i_{AC,\alpha/\beta}$ resultieren aus der Ableitung des AC-Stromes direkt die Eingangsvariablen $u_{\Delta,\alpha/\beta}$.

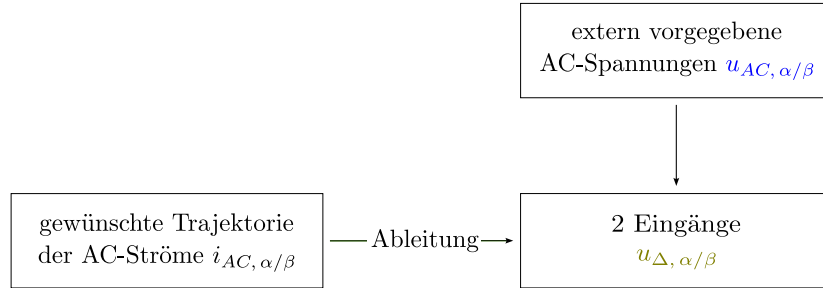


Abbildung 4.2: Strategie des Trajektorienentwurfs (Schritt 0) zur Bestimmung von $u_{\Delta,\alpha/\beta}$

1) Bestimmung von $u_{\Sigma,0}$ für die gewünschte Energieänderung $\Delta W'_{\Sigma,0}$ von t_0 bis $t_0 + T_s$

Für die Realisierung der gewünschten Energieänderung von $\Delta W'_{\Sigma,0} = W'_{\Sigma,0} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W'_{\Sigma,0} \Big|_{t_0}^{(start)}$ zwischen einem beliebigen Anfangszustand $^{(start)}$ bei t_0 hin zu einem eingeschwungenen Endzustand $^{(ss2)}$ am Ende des Übergangsintervalls $t_0 + T_s$, muss die Trajektorie des DC-Stromes i_{DC} während des Übergangs entworfen werden. Dies wird durch die Implementierung eines freien Parameters, dessen Stärke aus dem Wert $\Delta W'_{\Sigma,0}$ fixiert wird, realisiert. Zusätzlich werden die extern vorgegebenen Spannungen $u_{AC,\alpha/\beta}$ & u_{DC} sowie die bereits bekannten und gewünschten AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$ zur Bestimmung der Energieänderung $\Delta W'_{\Sigma,0}$ benötigt. Nachdem i_{DC} bestimmt wurde, wird aus dessen Ableitung die Eingangsvariable $u_{\Sigma,0}$ berechnet.

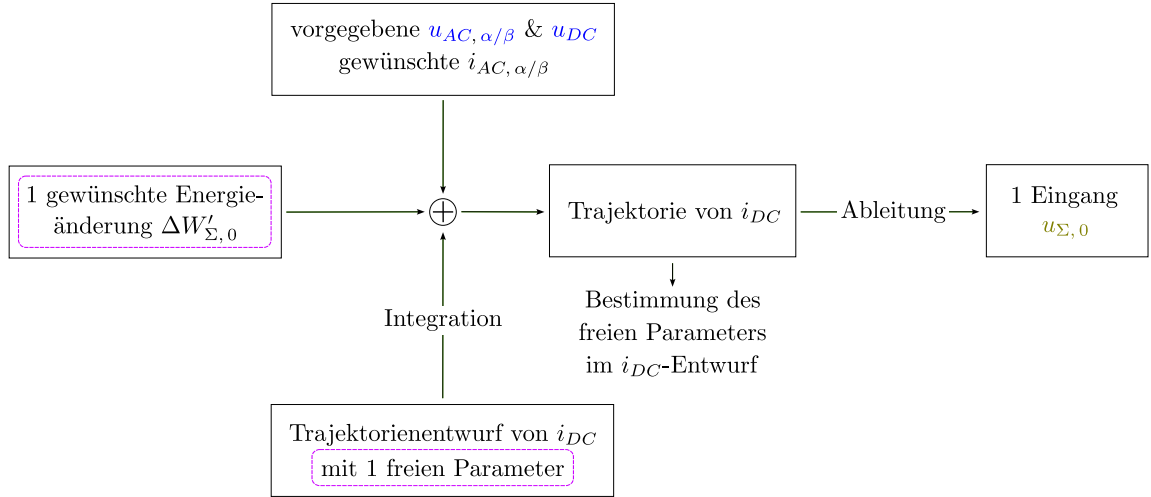


Abbildung 4.3: Strategie des Trajektorienentwurfs (Schritt 1) zur Bestimmung von $u_{\Sigma,0}$

2) Bestimmung von $u_{\Sigma, \alpha/\beta}$ & u_{cm} für die gewünschten $\Delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$, $\Delta W'_{\Delta, 0}$ & $\Delta W'_{\Delta, \alpha/\beta}$

Abschließend werden die letzten 3 zu bestimmenden Eingangsgrößen $u_{\Sigma, \alpha/\beta}$ & $u_{\Delta, 0}$ zur Umsetzung der gewünschten 5 inneren Energieänderungen von $\Delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta} = W'_{\Sigma, \alpha/\beta}|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W'_{\Sigma, \alpha/\beta}|_{t_0}^{(start)}$

und $\Delta W'_{\Delta, 0/\alpha/\beta} = W'_{\Delta, 0/\alpha/\beta}|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W'_{\Delta, 0/\alpha/\beta}|_{t_0}^{(start)}$, während des Übergangsintervalls zwischen

t_0 bis $t_0 + T_s$, bestimmt. Es ist von Relevanz noch einmal anzumerken, dass die Energieänderungen $\Delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$ & $\Delta W'_{\Delta, 0}$ lediglich lineare Abhängigkeiten in den Entwurfsvariablen $i_{e, \alpha/\beta}$ & u_{cm} aufweisen, wohingegen, wie aus der qualitativen Darstellung der Energiedynamik auf Seite 58 ersichtlich, eine nichtlineare Abhängigkeit der Entwurfsvariablen in den Energieänderungen $\Delta W'_{\Delta, \alpha/\beta} \sim \dots + i_{e, \alpha/\beta} u_{cm}$ vorherrscht.

Zur Realisierung der Energieänderungen $\Delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$, $\Delta W'_{\Delta, 0}$ & $\Delta W'_{\Delta, \alpha/\beta}$ werden, wie im vorangegangenen Schritt, die bereits bekannten und gewünschten AC-Ströme $i_{AC, \alpha/\beta}$ sowie die extern vorgegebenen Spannungen $u_{AC, \alpha/\beta}$ & u_{DC} direkt herangezogen. Weiterhin werden die Trajektorien der Kreisströme $i_{e, \alpha/\beta}$, aus deren Ableitung die Eingangsvariablen $u_{\Sigma, \alpha/\beta}$ resultieren und die Trajektorie der Common-Mode-Spannung u_{cm} , aus welcher direkt die Eingangsvariablen $u_{\Delta, 0} = -2u_{cm}$ folgt, entworfen. Dies geschieht durch die Implementierung von 5 freien Parametern, deren Werte aus $\Delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$, $\Delta W'_{\Delta, 0}$ & $\Delta W'_{\Delta, \alpha/\beta}$ gewonnen werden und deren Verteilung auf die Entwurfsvariablen im weiteren Verlauf des Kapitels noch ausführlich erläutert wird. Es ist wichtig anzumerken, dass die, in den Energieänderungen $\Delta W'_{\Delta, \alpha/\beta}$ vorkommenden, quadratischen Nichtlinearitäten in den Entwurfsvariablen $i_{e, \alpha/\beta}$ & u_{cm} prinzipiell zu nichtlinearen Abhängigkeiten in den freien Parametern der Trajektorienentwürfe führen. Solche unerwünschten Nichtlinearitäten können jedoch, wie im Verlauf dieses Abschnitts gezeigt wird, durch die Wahl von geeigneten Basisfunktionen zur Entwicklung der Trajektorien exakt eliminiert werden. Dies wird dadurch realisiert, indem die Basisfunktionen, welche aufgrund ihrer Form als Beulenfunktionen bezeichnet werden, gewisse Orthogonalitätsbedingungen beim Integral über die Dauer des Übergangs erfüllen. Durch diese Implementierung der zusätzlichen Orthogonalitätsbeziehungen in den Entwurfs-Beulenfunktionen ist es möglich, alle Eingangsvariablen vollständig für die Änderungen der 6 Energiekomponenten zu realisieren, da hierdurch ausreichend freie Parameter zur Lösung der Systemdynamik zur Verfügung stehen.

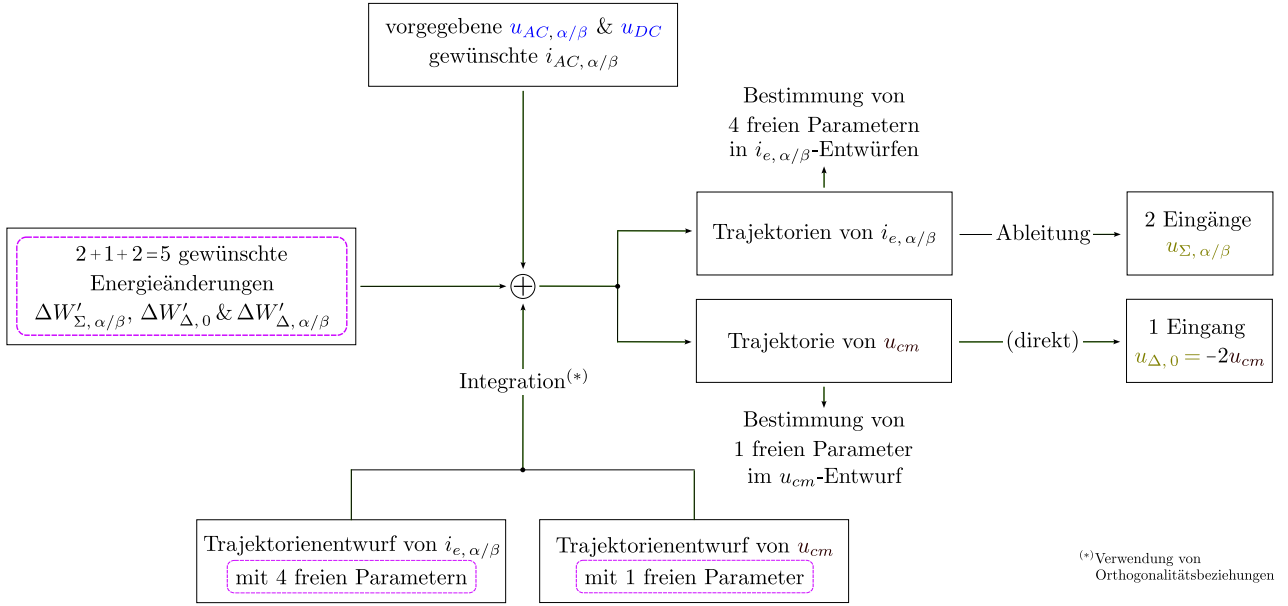


Abbildung 4.4: Strategie des Trajektorienentwurfs (Schritt 2) zur vorläufigen Bestimmung von $u_{\Sigma, \alpha/\beta}$ & $u_{\Delta, 0}$

Nach der Bestimmung aller 6 Eingangsgrößen $\{u_{\Sigma, 0}, u_{\Sigma, \alpha/\beta}, u_{\Delta, 0}, u_{\Delta, \alpha/\beta}\}$, können die 6 benötigten Armspannungen des MMCs $u_{p/n, 1/2/3}$, welche Linearkombination der Eingangsgrößen sind und das System entlang der entworfenen Trajektorie steuern, gewonnen werden. Danach können, falls gewünscht, aus den Trajektorien des DC-Stromes i_{DC} , der Kreisströme $i_{e, \alpha/\beta}$ und der Common Mode-Spannung u_{cm} sowie unter Einbeziehung der extern vorgegebenen Spannungen $u_{AC, \alpha/\beta}$ & u_{DC} und der gewünschten AC-Ströme $i_{AC, \alpha/\beta}$ die einzelnen vollständigen Energietrajektorien für $W'_{\Sigma, 0}$, $W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$, $W'_{\Delta, 0}$ & $W'_{\Delta, \alpha/\beta}$, zu jedem Zeitpunkt während des Übergangsintervalls, rekonstruiert werden. Zusätzlich ist es möglich aus den Energietrajektorien $\{W'_{\Sigma, 0/\alpha/\beta}$ & $W'_{\Delta, 0/\alpha/\beta}\}$ die Trajektorien von $W_{p/n, 1/2/3}$ (ohne Strich) zu gewinnen.

Zum besseren Verständnis, und in Vorbereitung auf den nächsten Abschnitt, werden die Energiekomponenten $\{W'_{\Sigma, \alpha/\beta}, W'^{(ss)}_{\Delta, 0}$ & $W'^{(ss)}_{\Delta, \alpha/\beta}\}$ im eingeschwungenen Zustand für den Wert der Energien am Ende des Übergangs und auf Gleichung (3.6) basierend, in Terme, welche eine Abhängigkeit von den Kreisstromkomponenten $\hat{i}_{e, \alpha/\beta}^{(ss)}$ aufweisen ($\text{lin } \hat{i}_e$) und nicht von diesen abhängig sind (kein $\hat{i}_e$), dargestellt. Die zu dem kleinen Widerstand R_e proportionalen Anteile werden hierbei, wie bereits erwähnt, vernachlässigt.

$$\begin{aligned}
 \left(W'_{\Sigma, \alpha} \right)_{\Sigma, \beta}^{(ss)} &= \overbrace{\left[\begin{aligned} &+ \frac{\hat{u}_{AC} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{8\omega_{AC}} \left(\frac{\sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{i, AC})}{\cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{i, AC})} \right) + \frac{R_{AC} (\hat{i}_{AC}^{(ss)})^2}{8\omega_{AC}} \left(\frac{\sin(2\omega_{AC}t + 2\varphi_{i, AC})}{\cos(2\omega_{AC}t + 2\varphi_{i, AC})} \right) \\ &- \frac{\hat{u}_{cm} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{8\omega_{AC}} \left(\frac{\sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{u, cm} - \varphi_{i, AC})}{\cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{u, cm} - \varphi_{i, AC})} - \frac{1}{2} \frac{\sin(4\omega_{AC}t + \varphi_{u, cm} + \varphi_{i, AC})}{\cos(4\omega_{AC}t + \varphi_{u, cm} + \varphi_{i, AC})} \right) \end{aligned} \right]}^{W'_{\Sigma, \alpha/\beta}^{(ss)} | \text{kein } \hat{i}_e} \\
 &+ \left(\frac{\hat{i}_e^{(ss)}}{\hat{i}} \right) + \overbrace{\left[\frac{\left(u_{DC} - \frac{2}{3} \hat{i}_{DC}^{(ss)} \right)}{4\omega_{AC}} \left(\frac{-\cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{i, e})}{\sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{i, e})} \right) \right]}^{W'_{\Sigma, \alpha/\beta}^{(ss)} | \text{lin } \hat{i}_e}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W'_{\Delta,0}(ss) &= + \overbrace{\left[\frac{2\hat{u}_{cm}^{(ss)} \hat{i}_{DC}^{(ss)}}{9\omega_{AC}} \cos(3\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm}) \right]}^{W'_{\Delta,0}(ss) \big|_{\text{kein } \hat{i}_e}} \\
&+ \left(\frac{\hat{i}_e^{(ss)}}{\tilde{i}} \right) \overbrace{\left[\begin{aligned} &+ \tilde{i} \frac{\hat{u}_{AC}}{3\omega_{AC}} \sin(3\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) + \tilde{i} \frac{R_{AC} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{3\omega_{AC}} \sin(3\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + \varphi_{i,AC}) \\ &+ \tilde{i} \frac{L_{AC} \omega_{AC} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{3\omega_{AC}} \cos(3\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + \varphi_{i,AC}) \end{aligned} \right]}^{W'_{\Delta,0}(ss) \big|_{\text{lin } \hat{i}_e}}, \quad (4.3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} W'_{\Delta,\alpha}(ss) \\ W'_{\Delta,\beta}(ss) \end{pmatrix} &= \overbrace{\left[\begin{aligned} &-\frac{u_{DC} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2\omega_{AC}} \begin{pmatrix} \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\ \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \end{pmatrix} + \frac{2\hat{u}_{AC} \hat{i}_{DC}^{(ss)}}{3\omega_{AC}} \begin{pmatrix} \cos(\omega_{AC}t) \\ \sin(\omega_{AC}t) \end{pmatrix} - \frac{2L_{AC} \omega_{AC} \hat{i}_{DC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{3\omega_{AC}} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\ -\cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \end{pmatrix} \\ &+ \frac{(3R_{DC} + 2R_{AC}) \hat{i}_{DC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{3\omega_{AC}} \begin{pmatrix} \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\ \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \end{pmatrix} \end{aligned} \right]}^{W'_{\Delta,\alpha/\beta}(ss) \big|_{\text{kein } \hat{i}_e}} \\
&+ \left(\frac{\hat{i}_e^{(ss)}}{\tilde{i}} \right) \overbrace{\left[\begin{aligned} &-\tilde{i} \frac{\hat{u}_{AC}}{\omega_{AC}} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \\ -\cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \end{pmatrix} - \tilde{i} \frac{\hat{u}_{cm}^{(ss)}}{\omega_{AC}} \begin{pmatrix} +\sin(\omega_{AC}t - \varphi_{i,e} + \varphi_{u,cm}) - \frac{1}{5} \sin(5\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + \varphi_{u,cm}) \\ -\cos(\omega_{AC}t - \varphi_{i,e} + \varphi_{u,cm}) - \frac{1}{5} \cos(5\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + \varphi_{u,cm}) \end{pmatrix} \\ &-\tilde{i} \frac{R_{AC} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{\omega_{AC}} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC}) \\ -\cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC}) \end{pmatrix} + \tilde{i} \frac{L_{AC} \omega_{AC} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{\omega_{AC}} \begin{pmatrix} \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC}) \\ \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC}) \end{pmatrix} \end{aligned} \right]}^{W'_{\Delta,\alpha/\beta}(ss) \big|_{\text{lin } \hat{i}_e}}.
\end{aligned}$$

Die Stromskala wird hierbei beispielhaft durch eine geeignete Normierung zu $\tilde{i} = \hat{i}_{DC}^{(ss)}$ gewählt.

4.3 Lösungsansätze für die Trajektoriengestaltung der Entwurfsvariablen

Im Nachfolgenden werden zwei verschiedene Ansätze, ein Grundansatz [22, 23] und ein erweiterter Ansatz, für die Trajektoriengestaltung der Entwurfsvariablen betrachtet, da sich deren zu erreichender Endzustand $(ss2)$ und folglich auch die Lösungsansätze, welche von nun an "Jobs" genannt werden, voneinander unterscheiden. Als Entwurfsvariablen werden die 3 inneren Freiheitsgrade der MMC-Dynamik $\{i_{e,\alpha}, i_{e,\beta}, u_{cm}\}$ sowie der externe DC-Strom i_{DC} verwendet, da die beiden AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$, durch das extern gewünschte Verhalten nicht mehr zum Entwurf zur Verfügung stehen. Der Grundansatz spiegelt die Ausführungen von Stark [22, 23] wider und wird zunächst vorgestellt, um die grundlegende Strategie beim Trajektorienentwurf zu verdeutlichen. Darüber hinaus werden die Ansätze von Stark als Referenz herangezogen, um diese mit einem im nächsten Abschnitt eingeführten erweiterten Ansatz zu vergleichen, der darauf abzielt, Leistungsoszillationen der internen Energiekomponenten während des Übergangsintervalls t_0 bis $t_0 + T_s$ zu minimieren.

4.3.1 Grundansatz zur Lösung der Trajektoriengestaltung für die Entwurfsvariablen [22, 23]

Im Grundansatz wird die Situation betrachtet, in welcher die 4 freien Parameter $\{\hat{i}_e^{(ss2)}, \hat{u}_{cm}^{(ss2)}, \varphi_{i,e}^{(ss2)} \& \varphi_{u,cm}^{(ss2)}\}$ des eingeschwungenen Endzustands $(ss2)$, welche aus der Optimierung der Oszillationsstärke der inneren Energiekomponenten gewonnen werden, bereits von vornherein vollständig bekannt sind. Die 4 Entwurfsvariablen $\{i_{DC}, i_{e,\alpha}, i_{e,\beta}, u_{cm}\}$, welche zum Trajektorienentwurf der Entwurfsvariablen notwendig sind, bzw. deren Ableitungen, müssen während des Übergangsintervalls von t_0 bis $t_0 + T_s$ folgende Randbedingungen für einen glatten Übergang erfüllen:

1) DC-Strom $i_{DC}(t)$

$$\begin{aligned} i_{DC}(t = t_0) &= i_{DC}^{(start)}, & i_{DC}(t = t_0 + T_s) &= i_{DC}^{(ss2)} \\ \left. \frac{di_{DC}}{dt} \right|_{t_0} &= 0 \quad (\text{kein sofortiger Sprung}), & \left. \frac{di_{DC}}{dt} \right|_{t_0 + T_s} &= 0 \quad (\text{konstant, da }^{(ss2)}) \end{aligned}$$

2) Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}(t)$

$$\begin{aligned} i_{e,\alpha/\beta}(t = t_0) &= i_{e,\alpha/\beta}^{(start)}(t = t_0), & i_{e,\alpha/\beta}(t = t_0 + T_s) &= i_{e,\alpha/\beta}^{(ss2)}(t = t_0 + T_s) \\ \left. \frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt} \right|_{t_0} &= \left. \frac{di_{e,\alpha/\beta}^{(start)}}{dt} \right|_{t_0} \quad (\text{glatter Beginn}), & \left. \frac{di_{e,\alpha/\beta}}{dt} \right|_{t_0 + T_s} &= \left. \frac{di_{e,\alpha/\beta}^{(ss2)}}{dt} \right|_{t_0 + T_s} \quad (\text{glattes Ende}) \end{aligned}$$

3) Common-Mode Spannung $u_{cm}(t)$

$$u_{cm}(t = t_0) = u_{cm}^{(start)}(t = t_0), \quad u_{cm}(t = t_0 + T_s) = u_{cm}^{(start)}(t = t_0 + T_s)$$

Um diese Bedingungen zu realisieren, werden die 4, für das Übergangsintervall $t_0 \leq t \leq t_0 + T_s$ zu bestimmenden, Entwurfsvariablen ($i_{DC}, i_{e,\alpha}, i_{e,\beta}, u_{cm}$) als Superposition von 2 Teilen dargestellt.

i) glatter Grundanteil

Ein glatter, im Nachfolgenden durch die Nomenklatur $^{(g)}$, gekennzeichnete Grundanteil, verbindet durch eine s-Form ähnliche Funktion $\tilde{s}(t)$ den beliebigen Anfangspunkt $^{(start)}$ zum Zeitpunkt t_0 mit dem finalen eingeschwungenen Endzustand $^{(ss2)}$ bei $t_0 + T_s$. Darüber hinaus wird eine weitere Basisfunktion $\tilde{r}_1(t)$ für den glatten Grundanteil eingeführt, um die Einhaltung der Randbedingung 2) für die Ableitungen der internen Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ zu gewährleisten. Diese Basisfunktionen für den Grundanteil werden wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \tilde{s}(t) &= \frac{1}{2} \left[1 + \cos \left(\pi \frac{t - t_0}{T_s} \right) \right], \quad \underbrace{\begin{cases} \tilde{s}(t = t_0) &= 1 \\ \tilde{s}(t = t_0 + T_s) &= 0 \\ \left. \frac{d\tilde{s}}{dt} \right|_{t_0} = \left. \frac{d\tilde{s}}{dt} \right|_{t_0 + T_s} &= 0 \end{cases}}_{\text{notwendig zur Erfüllung der Randbedingungen 1), 2) \& 3)}, \quad (4.4) \\ \tilde{r}_1(t) &= \int_0^{(t-t_0)/T_s} \frac{1}{2} \left[1 + \cos(\pi x) \right] dx - \frac{1}{2} (1 - \tilde{s}(t)) \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{t - t_0}{T_s} \right) + \frac{1}{\pi} \sin \left(\pi \frac{t - t_0}{T_s} \right) - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \left(\pi \frac{t - t_0}{T_s} \right) \right], \quad \underbrace{\begin{cases} \tilde{r}_1(t = t_0) = \tilde{r}_1(t = t_0 + T_s) = 0 \\ T_s \left. \frac{d\tilde{r}_1}{dt} \right|_{t_0} &= 1 \\ T_s \left. \frac{d\tilde{r}_1}{dt} \right|_{t_0 + T_s} &= 0 \end{cases}}_{\text{notwendig zur Erfüllung von Randbedingung 2)}} \end{aligned}$$

wobei die notwendigen Bedingungen zur Erfüllung der genannten Anforderungen an die Entwurfsvariablen entsprechend durch die geschweiften Klammern dargestellt sind.

ii) Linearkombination von Beulenfunktionen

Neben den glatten Grundanteilen werden Linearkombinationen aus sogenannten Beulenfunktionen $\tilde{\Phi}_j(t)$, welche eine variable Anzahl an Beulen während des Übergangs aufweisen, eingeführt. Diese Beulenfunktionen müssen zum einen so bestimmt werden, dass diese an beiden Zeitpunkten des Übergangsintervalls bei t_0 glatt von Null beginnen sowie bei $t_0 + T_s$ glatt bei Null enden und zum anderen müssen deren Amplituden so gewählt werden, dass die gewünschten Energieänderungen $\Delta W' = W'^{(ss2)} - W'^{(start)}$ während des Übergangsintervalls erreicht werden. Diese

Amplituden stellen die freien Parameter aus der vorangegangenen qualitativen Diskussion dar. Darüber hinaus muss zur Gewährleistung aller Bedingungen 1), 2) & 3) folgendes für alle Beulenfunktionen gelten:

$$\tilde{\Phi}_j(t = t_0) = 0 = \tilde{\Phi}_j(t = t_0 + T_s) \quad \text{bzw.} \quad \left. \frac{d\tilde{\Phi}_j}{dt} \right|_{t_0} = 0 = \left. \frac{d\tilde{\Phi}_j}{dt} \right|_{t_0 + T_s}, \quad (4.5)$$

wodurch sichergestellt wird, dass die Beulenfunktionen sowie deren Ableitungen glatt bei t_0 und $t_0 + T_s$ verschwinden und somit kein Beitrag der Beulenfunktion zu Beginn oder am Ende des Übergangsintervalls T_s erfolgt.

Die Beulenfunktionen $\tilde{\Phi}_j$ werden an dieser Stelle noch nicht beschrieben, da weitere definierende Bedingungen erst beim Formulieren der Energiegleichungen folgen werden. In der Folge ergeben sich die zeitlichen Verläufe der 4 Entwurfsvariablen, bestehend aus deren jeweiligen Grundanteil $^{(g)}$, deren zugehörigen 6 Beulenamplituden $\{\mathbf{A}_0, \mathbf{A}_{1/2}, \mathbf{B}_{1/2} \text{ \& } \mathbf{C}_{cm}\}$, welche in **Rot** und durch einen Pfeil ($\Downarrow$) hervorgehoben sind, sowie den 4 Beulenfunktionen $\{\tilde{\Phi}_0, \tilde{\Phi}_{e1/2}, \tilde{\Phi}_{cm}\}$ zu:

$$\begin{aligned} i_{DC}(t) &= \underbrace{\overbrace{i_{DC}^{(start)}(t_0)}^{(\text{bekannt})} \tilde{s}(t) + \overbrace{i_{DC}^{(ss2)}(t_0 + T_s)}^{(\text{berechnet})} (1 - \tilde{s}(t))}_{\text{Grundanteil } i_{DC}^{(g)}(t)} + \underbrace{\tilde{i} \overset{\Downarrow}{\mathbf{A}_0} \tilde{\Phi}_0(t)}_{\text{Beulenanteil}}, \\ \vec{i}_e(t) &\equiv \begin{pmatrix} i_{e,\alpha}(t) \\ i_{e,\beta}(t) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \overbrace{i_{e,\alpha}^{(start)}(t_0)}^{(\text{bekannt})} \\ \overbrace{i_{e,\beta}^{(start)}(t_0)}^{(\text{bekannt})} \end{pmatrix} \tilde{s}(t) + T_s \underbrace{\begin{pmatrix} \overbrace{\left. \frac{di_{e,\alpha}^{(start)}}{dt} \right|_{t_0}}^{(\text{bekannt})} \\ \overbrace{\left. \frac{di_{e,\alpha}^{(start)}}{dt} \right|_{t_0}}^{(\text{bekannt})} \end{pmatrix} \tilde{r}_1(t)}_{\text{Grundanteil } \vec{i}_e^{(g)}(t)} + \underbrace{\begin{pmatrix} \overbrace{i_{e,\alpha}^{(ss2)}(t)}^{(\text{während des vollständigen Übergangsintervalls berechnet})} \\ \overbrace{i_{e,\beta}^{(ss2)}(t)}^{(\text{während des vollständigen Übergangsintervalls berechnet})} \end{pmatrix} (1 - \tilde{s}(t))}_{\text{Beulenanteil}} \\ &\quad + \tilde{i} \underbrace{\begin{pmatrix} \overset{\Downarrow}{\mathbf{A}_1} \tilde{\Phi}_{e1}(t) + \overset{\Downarrow}{\mathbf{A}_2} \tilde{\Phi}_{e2}(t) \\ \overset{\Downarrow}{\mathbf{B}_1} \tilde{\Phi}_{e1}(t) + \overset{\Downarrow}{\mathbf{B}_2} \tilde{\Phi}_{e2}(t) \end{pmatrix}}_{\text{Beulenanteil}}, \\ u_{cm}(t) &= \underbrace{\overbrace{u_{cm}^{(start)}(t_0)}^{(\text{bekannt})} \tilde{s}(t) + \overbrace{u_{cm}^{(ss2)}(t_0 + T_s)}^{(\text{während des vollständigen Übergangsintervalls berechnet})} (1 - \tilde{s}(t))}_{\text{Grundanteil } u_{cm}^{(g)}(t)} + \underbrace{\tilde{u} \overset{\Downarrow}{\mathbf{C}_{cm}} \tilde{\Phi}_{cm}(t)}_{\text{Beulenanteil}}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Hierbei wird, analog zur beschriebenen Stromskala $\tilde{i} = i_{DC}^{(ss)}$, ebenfalls die entsprechende Spannungsskala zu $\tilde{u} = u_{DC}^{(ss)}$ gewählt. Die Beulenfunktionen $\tilde{\Phi}_{e1/2}$ und $\tilde{\Phi}_{cm}$ werden im weiteren Verlauf des Kapitels noch ausführlich erläutert.

Da 6 Energiekomponenten bedient werden müssen, werden ebenfalls 6 Beulenamplituden $\{\mathbf{A}_0, \mathbf{A}_{1/2}, \mathbf{B}_{1/2} \text{ \& } \mathbf{C}_{cm}\}$, welche noch unbekannt sind, in lediglich 4 Beulenfunktionen $\{\tilde{\Phi}_0, \tilde{\Phi}_{e1/2}, \tilde{\Phi}_{cm}\}$ eingebaut. Diese sind, wie in der vorangegangenen Gleichung ersichtlich, wie folgt auf die 4 zu bestimmenden Entwurfsvariablen $\{i_{DC}, i_{e,\alpha/\beta}, u_{cm}\}$ verteilt:

- 1 Beulenamplitude $\mathbf{A}_0$ für $\tilde{\Phi}_0$ im DC-Strom i_{DC} ,
- 2 Beulenamplituden $\mathbf{A}_1$ für $\tilde{\Phi}_{e1}$ & $\mathbf{A}_2$ für $\tilde{\Phi}_{e2}$ im Kreisstrom $i_{e,\alpha}$,

- 2 Beulenamplituden B_1 für $\tilde{\Phi}_{e1}$ & B_2 für $\tilde{\Phi}_{e2}$ im Kreisstrom $i_{e,\beta}$,
- 1 Beulenamplitude C_{cm} für $\tilde{\Phi}_{cm}$ in der Common-Mode-Spannung u_{cm} .

Eine andere, gleichmäßige Lastverteilung der Beulenamplituden der Entwurfsvariablen ist ebenfalls möglich, jedoch hat sich diese Art der Aufteilung als beste herausgestellt.

Nach der grundlegenden Definition der zeitlichen Verläufe der Entwurfsvariablen sowie der Verteilung der Beulenamplituden und Beulenfunktionen auf diese, folgen die Entwürfe der Trajektorien und Beulenamplituden der Entwurfsvariablen in den nachfolgenden Jobs.

Job 1: Ziel des ersten Jobs ist es, die Beulenamplitude A_0 beim Entwurf der Trajektorie des DC-Stromes i_{DC} , zur Gewährleistung der Energieänderung während des Übergangsintervalls $W'_{\Sigma,0} \Big|_{t_0}^{(start)} \rightarrow W'_{\Sigma,0} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)}$, zu bestimmen, wobei sowohl der Start- als auch der Endwert der Gesamtenergie $W'_{\Sigma,0}$ vorgegeben sind. Nachdem der DC-Strom im eingeschwungenen Endzustand $(ss2)$ vollständig durch die externen Spannungen sowie die Gesamtenergie im MMC nach dem Übergang bestimmt wurde, kann die erste Beulenamplitude A_0 exakt durch Integration der Bewegungsgleichung der Gesamtenergie $W'_{\Sigma,0}$ aus der ersten Zeile von Gleichung (4.1) gewonnen werden.

$$\frac{dW'_{\Sigma,0}}{dt} = \left(\frac{1}{2} u_{DC} - R_{DC} i_{DC} \right) \frac{i_{DC}}{3} - \frac{1}{4} \left(\vec{u}_{AC} + R_{AC} \vec{i}_{AC} \right)^T \cdot \vec{i}_{AC}, \text{ wobei} \quad (4.7)$$

$$\vec{u}_{AC} = \begin{pmatrix} u_{AC,\alpha} \\ u_{AC,\beta} \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \vec{i}_{AC} = \begin{pmatrix} i_{AC,\alpha} \\ i_{AC,\beta} \end{pmatrix}$$

und $i_{DC}(t)$ gemäß Gleichung (4.6) verwendet wird. Somit ergibt sich die für A_0 quadratische Funktion

$$\begin{aligned} W'_{\Sigma,0} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W'_{\Sigma,0} \Big|_{t_0}^{(start)} &= \frac{1}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{DC} - 2R_{DC} i_{DC}^{(g)} \right) i_{DC}^{(g)} dt + \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \underbrace{\left(\vec{u}_{AC} + R_{AC} \vec{i}_{AC} \right)^T \cdot \vec{i}_{AC}}_{\substack{(u_{AC,\alpha} + R_{AC} i_{AC,\alpha}) i_{AC,\alpha} \\ + (u_{AC,\beta} + R_{AC} i_{AC,\beta}) i_{AC,\beta}}} dt \\ &= \downarrow \left[\frac{\tilde{i}}{6} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(u_{DC} - 4R_{DC} i_{DC}^{(g)} \right) \tilde{\Phi}_0 dt \right] + \downarrow \left[-\frac{R_{DC}}{3} \tilde{i}^2 T_s \right], \end{aligned} \quad (4.8)$$

aus welcher der kleinste Wert für A_0 bzw. die kleinste Beulenamplitude als Lösung gewählt wird, um möglichst geringe Oszillationen für den resultierenden DC-Strom zu erhalten.

Job 2A: Nach dem Entwurf der Trajektorie des DC-Stromes und der Berechnung der Beulenamplitude A_0 in Job 1, werden als Nächstes die 5 Beulenamplituden $\{A_{1/2}, B_{1/2} \text{ \& } C_{cm}\}$ bei dem Entwurf der Kreisstromtrajektorien $i_{e,\alpha/\beta}$ und der Trajektorie der Common-Mode-Spannung u_{cm} , zur Gewährleistung der 5 Energieänderungen $\left\{ W'_{\Sigma,\alpha/\beta} \Big|_{t_0}^{(start)}, W'_{\Delta,0/\alpha/\beta} \Big|_{t_0}^{(start)} \right\} \rightarrow \left\{ W'_{\Sigma,\alpha/\beta} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)}, W'_{\Delta,0/\alpha/\beta} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} \right\}$ während des Übergangsintervalls, bestimmt. Hierbei sind die Energiekomponenten $\left\{ W'_{\Sigma,\alpha/\beta} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)}, W'_{\Delta,0/\alpha/\beta} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} \right\}$, analog zu Job 1, zum Zeitpunkt $t_0 + T_s$ und zum Zeitpunkt t_0 bekannt. Mit den kompakten Schreibweisen für die DC- und AC-Spannung $\vec{u}_{AC}$ & u_{DC} , welche aus den Gleichungen (4.2) und (4.6) resultieren,

$$u_{DCe} = u_{DC} - 2 \left(L_{DC} \frac{d}{dt} + R_{DC} \right) \left(i_{DC}^{(g)} + A_0 \tilde{i} \tilde{\Phi}_0 \right),$$

$$\vec{u}_{ACe} = \vec{u}_{AC} + \left(L_{AC} \frac{d}{dt} + R_{AC} \right) \vec{i}_{AC},$$

und unter Nutzung von

$$\mathbf{N}_\alpha = \begin{pmatrix} +1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{N}_\beta = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},$$

für 3-phasige Systeme gemäß Gleichung (2.20), sowie für $\mathbf{A}_{1/2} \tilde{\Phi}_{e1/2} \equiv \mathbf{A}_1 \tilde{\Phi}_{e1} + \mathbf{A}_2 \tilde{\Phi}_{e2}$, welche analog für $\mathbf{B}_{1/2} \tilde{\Phi}_{e1/2}$ gilt, können, aus dem nachfolgenden algebraischen Gleichungssystem der dargestellten Energieänderungen, die 5 Beulenamplituden $\mathbf{A}_{1/2}$, $\mathbf{B}_{1/2}$ & $\mathbf{C}_{cm}$ eindeutig bestimmt werden.

$$\begin{aligned} v_1 &= W'_{\Sigma, \alpha} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W'_{\Sigma, \alpha} \Big|_{t_0}^{(start)} - \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \mathbf{u}_{DCe} i_{e, \alpha}^{(g)}(t) dt + \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\vec{u}_{AC} + R_{AC} \vec{i}_{AC} \right)^T \mathbf{N}_\alpha \vec{i}_{AC} dt \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{cm}^{(g)} i_{AC, \alpha} dt \\ &= \mathbf{A}_{1/2} \underbrace{\left[+\frac{\tilde{i}}{2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \mathbf{u}_{DCe} \tilde{\Phi}_{e1/2} dt \right]}_{\mathbf{M}_{1, 1/2}} + \mathbf{C}_{cm} \underbrace{\left[-\frac{\tilde{u}}{2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{AC, \alpha} \tilde{\Phi}_{cm} dt \right]}_{\mathbf{M}_{1, 5}}, \\ v_2 &= W'_{\Sigma, \beta} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W'_{\Sigma, \beta} \Big|_{t_0}^{(start)} - \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \mathbf{u}_{DCe} i_{e, \beta}^{(g)}(t) dt + \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\vec{u}_{AC} + R_{AC} \vec{i}_{AC} \right)^T \mathbf{N}_\beta \vec{i}_{AC} dt \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{cm}^{(g)} i_{AC, \beta} dt \\ &= \mathbf{B}_{1/2} \underbrace{\left[+\frac{\tilde{i}}{2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \mathbf{u}_{DCe} \tilde{\Phi}_{e1/2} dt \right]}_{\mathbf{M}_{2, 3/4}} + \mathbf{C}_{cm} \underbrace{\left[-\frac{\tilde{u}}{2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{AC, \beta} \tilde{\Phi}_{cm} dt \right]}_{\mathbf{M}_{2, 5}}, \\ v_3 &= W'_{\Delta, 0} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W'_{\Delta, 0} \Big|_{t_0}^{(start)} + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \vec{u}_{ACe}^T \begin{pmatrix} i_{e, \alpha}^{(g)}(t) \\ i_{e, \beta}^{(g)}(t) \end{pmatrix} dt + \frac{2}{3} \int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{cm}^{(g)} \left(i_{DC}^{(g)} + A_0 \tilde{i} \tilde{\Phi}_0 \right) dt \\ &= \mathbf{A}_{1/2} \underbrace{\left[-\tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \mathbf{u}_{ACe, \alpha} \tilde{\Phi}_{e1/2} dt \right]}_{\mathbf{M}_{3, 1/2}} + \mathbf{B}_{1/2} \underbrace{\left[-\tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \mathbf{u}_{ACe, \beta} \tilde{\Phi}_{e1/2} dt \right]}_{\mathbf{M}_{3, 3/4}} \\ &\quad + \mathbf{C}_{cm} \underbrace{\left[-\frac{2\tilde{u}}{3} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(i_{DC}^{(g)} + A_0 \tilde{i} \tilde{\Phi}_0 \right) \tilde{\Phi}_{cm} dt \right]}_{\mathbf{M}_{3, 5}}, \\ v_4 &= W'_{\Delta, \alpha} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W'_{\Delta, \alpha} \Big|_{t_0}^{(start)} - \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \mathbf{u}_{DCe} i_{AC, \alpha} dt + \frac{2}{3} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \mathbf{u}_{ACe, \alpha} \left(i_{DC}^{(g)} + A_0 \tilde{i} \tilde{\Phi}_0 \right) dt \\ &\quad + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\vec{u}_{ACe}^T \mathbf{N}_\alpha + 2u_{cm}^{(g)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} i_{e, \alpha}^{(g)}(t) \\ i_{e, \beta}^{(g)}(t) \end{pmatrix} dt \\ &= \mathbf{A}_{1/2} \underbrace{\left[-\tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\mathbf{u}_{ACe, \alpha} + 2u_{cm}^{(g)} \right) \tilde{\Phi}_{e1/2} dt \right]}_{\mathbf{M}_{4, 1/2}} + \mathbf{B}_{1/2} \underbrace{\left[+\tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \mathbf{u}_{ACe, \beta} \tilde{\Phi}_{e1/2} dt \right]}_{\mathbf{M}_{4, 3/4}} \\ &\quad + \mathbf{C}_{cm} \underbrace{\left[-2\tilde{u} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e, \alpha}^{(g)}(t) \tilde{\Phi}_{cm} dt \right]}_{\mathbf{M}_{4, 5}} + \underbrace{\mathbf{A}_{1/2} \mathbf{C}_{cm} \left[-2\tilde{i} \tilde{u} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{\Phi}_{e1/2} \tilde{\Phi}_{cm} dt \right]}_{\text{~~~~~}}, \\ v_5 &= W'_{\Delta, \beta} \Big|_{t_0+T_s}^{(ss2)} - W'_{\Delta, \beta} \Big|_{t_0}^{(start)} - \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \mathbf{u}_{DCe} i_{AC, \beta} dt + \frac{2}{3} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \mathbf{u}_{ACe, \beta} \left(i_{DC}^{(g)} + A_0 \tilde{i} \tilde{\Phi}_0 \right) dt \\ &\quad + \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\vec{u}_{ACe}^T \mathbf{N}_\beta + 2u_{cm}^{(g)} \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} i_{e, \alpha}^{(g)}(t) \\ i_{e, \beta}^{(g)}(t) \end{pmatrix} dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \underbrace{\downarrow A_{1/2} \left[+i \int_{t_0}^{t_0+T_s} u_{ACe,\beta} \tilde{\Phi}_{e1/2} dt \right]}_{\mathbf{M}_{5,1/2}} + \underbrace{\downarrow B_{1/2} \left[-i \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(-u_{ACe,\alpha} + 2u_{cm}^{(g)} \right) \tilde{\Phi}_{e1/2} dt \right]}_{\mathbf{M}_{5,3/4}} \\
&+ \underbrace{\downarrow C_{cm} \left[-2\tilde{u} \int_{t_0}^{t_0+T_s} i_{e,\beta}^{(g)}(t) \tilde{\Phi}_{cm} dt \right]}_{\mathbf{M}_{5,5}} + \underbrace{\downarrow B_{1/2} \downarrow C_{cm} \left[-2\tilde{i}\tilde{u} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{\Phi}_{e1/2} \tilde{\Phi}_{cm} dt \right]}_{\text{gewellte Linie}}, \quad (4.9)
\end{aligned}$$

Um dieses Gleichungssystem aus 5 Gleichungen linear zu halten, müssen die quadratischen Beiträge von $A_{1/2} C_{cm}$ und $B_{1/2} C_{cm}$, welche in Gleichung 4.9 durch die gewellten Linien symbolisiert sind, eliminiert werden. Dies kann durch eine geeignete Wahl der Beulenfunktionen $\tilde{\Phi}_{e1/2}$ & $\tilde{\Phi}_{cm}$, während des kurzen Übergangsintervalls $t_0 \leq t \leq t_0 + T_s$, erreicht werden, wobei hierfür die folgenden Orthogonalitätsbedingung erfüllt sein muss:

$$\frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{\Phi}_{e1/2}(t) \tilde{\Phi}_{cm}(t) dt = 0.$$

Zur Einhaltung dieser Orthogonalitätsbedingung werden exemplarisch die, in der nachfolgenden Abbildung dargestellten, 3 symmetrischen Beulenfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/3}$ herangezogen. Hierbei wird, für die Realisierung von Job 2A, vorzugsweise die Kombination $\{\tilde{\Phi}_1 \Rightarrow \tilde{\Phi}_{e1}, \tilde{\Phi}_2 \Rightarrow \tilde{\Phi}_{e2}, \tilde{\Phi}_3 \Rightarrow \tilde{\Phi}_{cm}\}$ zur Verteilung der Beulenfunktionen, herangezogen. Weitere mögliche Kombinationen zur Verteilung auf die 3 Beulenfunktionen $\tilde{\Phi}_{e1/2}$ & $\tilde{\Phi}_{cm}$ sowie eine ausführliche Herleitung und Beschreibung der orthogonalen Beulenfunktionen zur Erfüllung der Orthogonalitätsbedingung, können aus Anhang E entnommen werden.

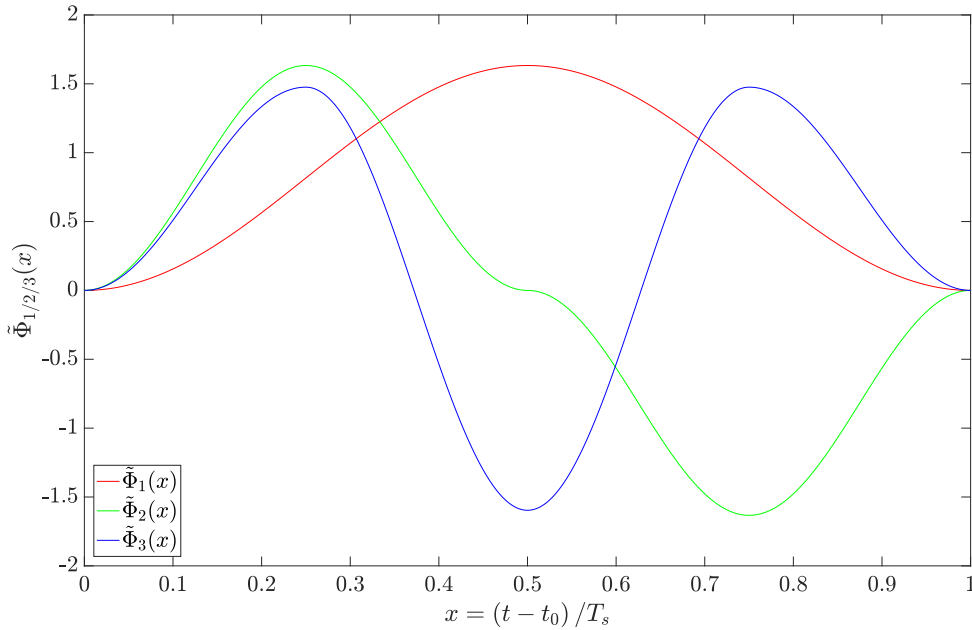


Abbildung 4.5: möglicher Entwurf der symmetrischen 3 Beulenfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/3}$ zur Erfüllung der Orthogonalitätsbedingungen während des Übergangsintervalls $t_0 - T_s$ für Job 2A

Da aufgrund der Implementierung der Beulenfunktionen ein lineares System der Energiegleichungen resultiert, kann dieses, welches sich in kompakter Notation aus Gleichungen (4.9) ergibt, direkt gelöst

werden.

$$\mathbf{M} \begin{pmatrix} A_{1/2} \\ B_{1/2} \\ C_{cm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{1/2, \cdot} \\ \mathbf{M}_{3, \cdot} \\ \mathbf{M}_{4/5, \cdot} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{1/2} \\ B_{1/2} \\ C_{cm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{1/2} \\ v_3 \\ v_{4/5} \end{pmatrix} = \vec{v} \quad (4.10)$$

Nach der Bestimmung aller 6 Beulenamplituden und dem Entwurf aller Trajektorien der Entwurfsvariablen in Job 1 und Job 2A, wird zunächst eine vergleichende Betrachtung des Grundansatzes und des erweiterten Ansatzes tabellarisch dargestellt und im Anschluss der erweiterte Ansatz detailliert erläutert.

Tabelle 4.1: Vergleich zweier Ansätze für den Trajektorienentwurf der Entwurfsvariablen

Grundansatz	Erweiterter Ansatz
Endzustand von $\hat{i}_e^{(ss2)}$, $\hat{u}_{cm}^{(ss2)}$, $\varphi_{i,e}^{(ss2)}$ & $\varphi_{u,cm}^{(ss2)}$ vollständig, durch Optimierung der Oszillationsstärke der inneren Energiekomponenten, bekannt	Endzustand von $\hat{u}_{cm}^{(ss2)}$, $\varphi_{i,e}^{(ss2)}$ & $\varphi_{u,cm}^{(ss2)}$ teilweise, durch Teiloptimierung der Oszillationsstärke der inneren Energiekomponenten, bekannt
Basisfunktionen für Grundanteil $\tilde{s}(t)$, $\tilde{r}_1(t)$	Basisfunktionen für Grundanteil $\tilde{s}(t)$, $\tilde{r}_1(t)$, $\tilde{r}_2(t)$
Beulenfunktion mit einziger Orthogonalitätsbedingung $\frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{\Phi}_{e1/2}(t) \tilde{\Phi}_{cm}(t) dt = 0$	Beulenfunktionen $\tilde{\Phi}_{e1}(t)$, $\tilde{\Phi}_{e2}(t)$ & modifizierte $\tilde{\Phi}_{cm}(t)$ mit mehreren Orthogonalitätsbedingungen
Job 1 - Bestimmung der Beulenamplitude A_0 zum Trajektoriendesign des DC-Stromes	
Job 2A - Bestimmung der 5 Beulenamplituden $A_{1/2}$, $B_{1/2}$ & C_{cm} bei dem Entwurf der Kreisstromtrajektorien $i_{e,\alpha/\beta}$ und der Trajektorie der Common-Mode-Spannung u_{cm}	Job 2B - Durchführung von Job 2A, jedoch unter zusätzlicher Variation einer Kreisstromamplitude $\hat{i}_e^{(ss2)}$ zur Minimierung der Gütefunktion G

4.3.2 Erweiterter Ansatz zur Lösung der Trajektoriengestaltung für die Entwurfsvariablen

Im Gegensatz zum Grundansatz ist beim erweiterten Ansatz der Endzustand von $\hat{u}_{cm}^{(ss2)}$, $\varphi_{i,e}^{(ss2)}$ & $\varphi_{u,cm}^{(ss2)}$ nur teilweise, durch die Teiloptimierung der Oszillationsstärke der inneren Energiekomponenten, bekannt. Für den eingeschwungenen Endzustand $^{(ss2)}$ wird, im Gegensatz zum Grundansatz, die Amplitude der Kreisstromkomponenten $\hat{i}_e^{(ss2)}$ zunächst frei gelassen und zur Minimierung der Leistungsoszillationen der internen Energiekomponenten während des Übergangsintervalls t_0 bis $t_0 + T_s$ herangezogen. Dies ist möglich, da $\varphi_{i,e}^{(ss2)}$, $\varphi_{u,cm}^{(ss2)}$ & $\hat{u}_{cm}^{(ss2)}$, im optimalen eingeschwungenen Zustand unbeeinflusst von $\hat{i}_e^{(ss2)}$ bleiben. Hierbei sind die Phasen der Kreisströme $\varphi_{i,e1/2}^{(ss2)}$ und die Common-Mode-Spannung $u_{cm}^{(ss2)}$ im eingeschwungenen Endzustand vollständig bekannt. Ergänzend zu den beiden Basisfunktionen der Grundanteile $\tilde{s}(t)$ & $\tilde{r}_1(t)$ gemäß Gleichung (4.4) wird für den erweiterten Ansatz eine weitere Basisfunktion $\tilde{r}_2(t)$ wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \tilde{r}_2(t) &= \int_0^{(t-t_0)/T_s} \frac{1}{2} \left[1 - \cos(\pi x) \right] dx - \frac{1}{2} \left(1 - \tilde{s}(t) \right) \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{t-t_0}{T_s} \right) - \frac{1}{\pi} \sin \left(\pi \frac{t-t_0}{T_s} \right) - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \left(\pi \frac{t-t_0}{T_s} \right) \right], \quad \begin{cases} \tilde{r}_2(t=t_0) = \tilde{r}_2(t=t_0+T_s) &= 0 \\ T_s \frac{d\tilde{r}_2}{dt} \Big|_{t_0} &= 0 \\ T_s \frac{d\tilde{r}_2}{dt} \Big|_{t_0+T_s} &= 1 \end{cases} \quad (4.11) \end{aligned}$$

Die zeitlichen Verläufe der Entwurfsvariablen für den DC-Strom $i_{DC}(t)$ sowie für die Common-Mode-Spannung $u_{cm}(t)$ sind für den erweiterten Ansatz identisch zu denen des Grundansatzes gemäß Gleichung (4.6). Der zeitliche Verlauf der Entwurfsvariablen für die Kreisströme $\vec{i}_e(t)$, bestehend aus dem

Grundanteil $^{(g)}$ sowie der entsprechenden Beulenamplituden $A_{1/2}$ & $B_{1/2}$ und den symmetrischen Beulenfunktionen $\tilde{\Phi}_{e1/2}(t)$ ergibt sich mit der neuen Basisfunktion $\tilde{r}_2(t)$ zu:

$$\begin{aligned} \vec{i}_e(t) &\equiv \begin{pmatrix} i_{e,\alpha}(t) \\ i_{e,\beta}(t) \end{pmatrix} = \overbrace{\begin{pmatrix} i_{e,\alpha}^{(start)}(t_0) \\ i_{e,\beta}^{(start)}(t_0) \end{pmatrix}}^{(\text{bekannt})} \tilde{s}(t) + T_s \overbrace{\begin{pmatrix} \frac{di_{e,\alpha}^{(start)}}{dt} \Big|_{t_0} \\ \frac{di_{e,\alpha}^{(start)}}{dt} \Big|_{t_0} \end{pmatrix}}^{(\text{bekannt})} \tilde{r}_1(t) \\ &\quad + \left(\frac{\hat{i}_e^{(ss2)}}{\tilde{i}} \right) \tilde{i} \begin{pmatrix} 1 - \tilde{s}(t) & 2\omega_{AC} T_s \tilde{r}_2(t) \\ -2\omega_{AC} T_s \tilde{r}_2(t) & 1 - \tilde{s}(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \kappa_{e,\alpha} \\ \kappa_{e,\beta} \end{pmatrix} + \tilde{i} \begin{pmatrix} \downarrow \tilde{A}_1 \tilde{\Phi}_{e1}(t) + \downarrow \tilde{A}_2 \tilde{\Phi}_{e2}(t) \\ \downarrow \tilde{B}_1 \tilde{\Phi}_{e1}(t) + \downarrow \tilde{B}_2 \tilde{\Phi}_{e2}(t) \end{pmatrix}, \text{ wobei} \\ \vec{\kappa}_e &= \begin{pmatrix} \kappa_{e,\alpha} \\ \kappa_{e,\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \left(2\omega_{AC}(t_0 + T_s) + \varphi_{i,e}^{(ss2)} \right) \\ + \cos \left(2\omega_{AC}(t_0 + T_s) + \varphi_{i,e}^{(ss2)} \right) \end{pmatrix} = \overrightarrow{\text{konstant}}, \end{aligned} \quad (4.12)$$

Hierbei wird der Anteil der vorangegangenen Gleichung, welcher die noch unbekannte Amplitude des Kreisstromes $\hat{i}_e^{(ss2)}$ enthält, so entworfen, um die Einhaltung des glatten Endes der Kreisströme nach dem Übergangsintervall bei $t_0 + T_s$, gemäß Bedingung 2) auf Seite 62, zu erfüllen. Ergänzend zur Bedingung 2) bei $t_0 + T_s$ und analog zum Grundansatz gelten für den erweiterten Ansatz alle 3 auf Seite 62 erläuterten Bedingungen für die Entwurfsvariablen $(i_{DC}, i_{e,\alpha}, i_{e,\beta}, u_{cm})$ sowie die in Abschnitt 4.3.1 beschriebenen Anforderungen an die Beulenfunktionen während des Übergangsintervalls, woraus deren glatte Verläufe resultieren. Wie in Tabelle 4.1 ersichtlich, wird jedoch sowohl für den Grundansatz, als auch für den erweiterten Ansatz, Job 1 zum Entwurf der Trajektorie des DC-Stromes und der Berechnung der Beulenamplituden A_0 , in identischer Weise durchgeführt. Im Weiteren erfolgt die ausführliche Betrachtung des erweiterten Ansatzes zur Lösung von Job 2B.

Job 2B: Nachdem Job 1 analog zum Grundansatz durchgeführt wurde, werden die 5 Beulenamplituden sowie die zusätzliche normierte Kreisstromamplitude $\left(\frac{\hat{i}_e^{(ss2)}}{\tilde{i}} \right)$ im finalen eingeschwungenen Endzustand $^{(ss2)}$ bestimmt. Für die 5 bekannten inneren Energiekomponenten am Ende des Übergangs sind die Beiträge $\left\{ W'_{\Sigma, \alpha/\beta}^{(ss2)} \Big|_{\text{kein } \hat{i}_e, t_0+T_s}, W'_{\Delta, 0/\alpha/\beta}^{(ss2)} \Big|_{\text{kein } \hat{i}_e, t_0+T_s} \right\}$ unabhängig von der noch unbekannten Kreisstromamplitude. Die Beiträge $\left\{ W'_{\Sigma, \alpha/\beta}^{(ss2)} \Big|_{\text{lin } \hat{i}_e, t_0+T_s}, W'_{\Delta, 0/\alpha/\beta}^{(ss2)} \Big|_{\text{lin } \hat{i}_e, t_0+T_s} \right\}$ werden jedoch mit dieser noch unbekannten Amplitude multipliziert und müssen daher in gesonderter Form in die Gleichung eingebaut werden. Wie aus den vorangegangenen Energiedarstellungen ersichtlich, werden hierfür lediglich die Beiträge der Energiekomponenten, welche nicht von $\hat{i}_e^{(ss2)}$ abhängig sind (kein $\hat{i}_e$), herangezogen. Die Bestimmung der Beulenamplituden erfolgt, zusammen mit einer im weiteren Verlauf ausführlich dargestellten zusätzlichen Minimierung der Gütefunktion G , durch die Lösung der folgenden 5 algebraischen Bewegungsgleichungen der Energiekomponenten. Hierbei werden zunächst einige weitere kompakte Schreibweisen eingeführt, wobei die bereits auf Seite 65 verwendeten Notationen weiterhin Anwendung finden.

kompakte Notationen:

$$\begin{aligned} a_{\Sigma, \alpha} &= +\frac{1}{2} \vec{u}_{DCe} \left(\vec{i}_{e,\alpha}^{(start)} \Big|_{t_0} \tilde{s} + T_s \frac{d\vec{i}_{e,\alpha}^{(start)}}{dt} \Big|_{t_0} \tilde{r}_1 \right) - \frac{1}{4} \left(\vec{u}_{AC} + R_{AC} \vec{i}_{AC} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha} \vec{i}_{AC} - \frac{1}{2} u_{cm}^{(g)} i_{AC, \alpha}, \\ a_{\Sigma, \beta} &= +\frac{1}{2} \vec{u}_{DCe} \left(\vec{i}_{e,\beta}^{(start)} \Big|_{t_0} \tilde{s} + T_s \frac{d\vec{i}_{e,\beta}^{(start)}}{dt} \Big|_{t_0} \tilde{r}_1 \right) - \frac{1}{4} \left(\vec{u}_{AC} + R_{AC} \vec{i}_{AC} \right)^T \mathbf{N}_{\beta} \vec{i}_{AC} - \frac{1}{2} u_{cm}^{(g)} i_{AC, \beta}, \\ a_{\Delta, 0} &= -\vec{u}_{ACe}^T \left(\vec{i}_e^{(start)} \Big|_{t_0} \tilde{s} + T_s \frac{d\vec{i}_e^{(start)}}{dt} \Big|_{t_0} \tilde{r}_1 \right) - \frac{2}{3} u_{cm}^{(g)} \left(i_{DC}^{(g)} + A_0 \tilde{i} \tilde{\Phi}_0 \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{\Delta, \alpha} &= +\frac{1}{2} \mathbf{u}_{DCe} i_{AC, \alpha} - \frac{2}{3} \mathbf{u}_{ACe, \alpha} \left(i_{DC}^{(g)} + A_0 \tilde{i} \tilde{\Phi}_0 \right) - \left(\tilde{\mathbf{u}}_{ACe}^T \mathbf{N}_\alpha + 2u_{cm}^{(g)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \right) \left(\tilde{i}_e^{(start)} \Big|_{t_0} \tilde{s} + T_s \frac{d\tilde{i}_e^{(start)}}{dt} \Big|_{t_0} \tilde{r}_1 \right), \\
a_{\Delta, \beta} &= +\frac{1}{2} \mathbf{u}_{DCe} i_{AC, \beta} - \frac{2}{3} \mathbf{u}_{ACe, \beta} \left(i_{DC}^{(g)} + A_0 \tilde{i} \tilde{\Phi}_0 \right) - \left(\tilde{\mathbf{u}}_{ACe}^T \mathbf{N}_\beta + 2u_{cm}^{(g)} \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \left(\tilde{i}_e^{(start)} \Big|_{t_0} \tilde{s} + T_s \frac{d\tilde{i}_e^{(start)}}{dt} \Big|_{t_0} \tilde{r}_1 \right), \\
\tilde{b}_{\Sigma, \alpha}^T &= \left(+\frac{\tilde{i}}{2} \mathbf{u}_{DCe} \tilde{\Phi}_{e1/2} \Big| \mathbf{0}_{1 \times 2} \Big| -\frac{\tilde{u}}{2} i_{AC, \alpha} \tilde{\Phi}_{cm} \Big| +\frac{\tilde{i}}{2} \mathbf{u}_{DCe} \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1-\tilde{s} & 2\omega_{AC} T_s \tilde{r}_2 \\ -2\omega_{AC} T_s \tilde{r}_2 & 1-\tilde{s} \end{pmatrix} \tilde{\kappa}_e \right), \\
\tilde{b}_{\Sigma, \beta}^T &= \left(\mathbf{0}_{1 \times 2} \Big| +\frac{\tilde{i}}{2} \mathbf{u}_{DCe} \tilde{\Phi}_{e1/2} \Big| -\frac{\tilde{u}}{2} i_{AC, \beta} \tilde{\Phi}_{cm} \Big| +\frac{\tilde{i}}{2} \mathbf{u}_{DCe} \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1-\tilde{s} & 2\omega_{AC} T_s \tilde{r}_2 \\ -2\omega_{AC} T_s \tilde{r}_2 & 1-\tilde{s} \end{pmatrix} \tilde{\kappa}_e \right), \\
\tilde{b}_{\Delta, 0}^T &= \left(-\tilde{i} \mathbf{u}_{ACe, \alpha} \tilde{\Phi}_{e1/2} \Big| -\tilde{i} \mathbf{u}_{ACe, \beta} \tilde{\Phi}_{e1/2} \Big| -\frac{2}{3} \tilde{u} \left(i_{DC}^{(g)} + A_0 \tilde{i} \tilde{\Phi}_0 \right) \tilde{\Phi}_{cm} \Big| \times \begin{pmatrix} -\tilde{i} \tilde{\mathbf{u}}_{ACe}^T \times \\ 1-\tilde{s} & 2\omega_{AC} T_s \tilde{r}_2 \\ -2\omega_{AC} T_s \tilde{r}_2 & 1-\tilde{s} \end{pmatrix} \tilde{\kappa}_e \right), \\
\tilde{b}_{\Delta, \alpha}^T &= \left(-\tilde{i} \left(+\mathbf{u}_{ACe, \alpha} + 2u_{cm}^{(g)} \right) \tilde{\Phi}_{e1/2} \Big| +\tilde{i} \mathbf{u}_{ACe, \beta} \tilde{\Phi}_{e1/2} \Big| -2\tilde{u} \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \left(\tilde{i}_e^{(start)} \Big|_{t_0} \tilde{s} + T_s \dots \right) \tilde{\Phi}_{cm} \Big| \times \begin{pmatrix} -\tilde{i} \left(\tilde{\mathbf{u}}_{ACe}^T \mathbf{N}_\alpha + 2u_{cm}^{(g)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ 1-\tilde{s} & 2\omega_{AC} T_s \tilde{r}_2 \\ -2\omega_{AC} T_s \tilde{r}_2 & 1-\tilde{s} \end{pmatrix} \tilde{\kappa}_e \right), \\
\tilde{b}_{\Delta, \beta}^T &= \left(+\tilde{i} \mathbf{u}_{ACe, \beta} \tilde{\Phi}_{e1/2} \Big| -\tilde{i} \left(-\mathbf{u}_{ACe, \alpha} + 2u_{cm}^{(g)} \right) \tilde{\Phi}_{e1/2} \Big| -2\tilde{u} \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \left(\tilde{i}_e^{(start)} \Big|_{t_0} \tilde{s} + T_s \dots \right) \tilde{\Phi}_{cm} \Big| \times \begin{pmatrix} -\tilde{i} \left(\tilde{\mathbf{u}}_{ACe}^T \mathbf{N}_\beta + 2u_{cm}^{(g)} \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ 1-\tilde{s} & 2\omega_{AC} T_s \tilde{r}_2 \\ -2\omega_{AC} T_s \tilde{r}_2 & 1-\tilde{s} \end{pmatrix} \tilde{\kappa}_e \right), \\
\Gamma_{\Delta, \alpha} &= \left(\begin{array}{c|c|c|c} \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} & \begin{pmatrix} \gamma_{1,5} \\ \gamma_{2,5} \end{pmatrix} & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \hline \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 1} & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \hline \begin{pmatrix} \gamma_{1,5} & \gamma_{2,5} \end{pmatrix} & \mathbf{0}_{1 \times 2} & 0 & \gamma_{5,6} \\ \hline \mathbf{0}_{1 \times 2} & \mathbf{0}_{1 \times 2} & \gamma_{5,6} & 0 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} \text{(symmetrische} \\ \text{Matrix)} \end{array} \quad \begin{array}{l} \gamma_{1/2,5} = -2\tilde{i}\tilde{u}\tilde{\Phi}_{e1/2} \tilde{\Phi}_{cm} \\ \gamma_{5,6} = -2\tilde{i}\tilde{u} \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1-\tilde{s} & 2\omega_{AC} T_s \tilde{r}_2 \\ -2\omega_{AC} T_s \tilde{r}_2 & 1-\tilde{s} \end{pmatrix} \tilde{\kappa}_e \tilde{\Phi}_{cm} \end{array}, \\
\Gamma_{\Delta, \beta} &= \left(\begin{array}{c|c|c|c} \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 1} & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \hline \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} & \begin{pmatrix} \gamma'_{3,5} \\ \gamma'_{4,5} \end{pmatrix} & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \hline \mathbf{0}_{1 \times 2} & \begin{pmatrix} \gamma'_{3,5} & \gamma'_{4,5} \end{pmatrix} & 0 & \gamma'_{5,6} \\ \hline \mathbf{0}_{1 \times 2} & \mathbf{0}_{1 \times 2} & \gamma'_{5,6} & 0 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} \text{(symmetrische} \\ \text{Matrix)} \end{array} \quad \begin{array}{l} \gamma'_{3/4,5} = \gamma_{1/2,5} \\ \gamma'_{5,6} = -2\tilde{i}\tilde{u} \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1-\tilde{s} & 2\omega_{AC} T_s \tilde{r}_2 \\ -2\omega_{AC} T_s \tilde{r}_2 & 1-\tilde{s} \end{pmatrix} \tilde{\kappa}_e \tilde{\Phi}_{cm} \end{array},
\end{aligned}$$

Energieänderungen:

$$\begin{aligned}
\underbrace{W'_{\Sigma, \alpha}(ss2) \Big|_{\text{kein } \hat{i}_e, t_0+T_s} - W'_{\Sigma, \alpha}(start) \Big|_{t_0} - \int_{t_0}^{t_0+T_s} a_{\Sigma, \alpha}(t) dt}_{v_1} &= \underbrace{\left(\int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{b}_{\Sigma, \alpha}^T(t) dt - W'_{\Sigma, \alpha}(ss2) \Big|_{\text{lin } \hat{i}_e, t_0+T_s} \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 2} & \mathbf{0}_{1 \times 2} & 0 & 1 \end{pmatrix} \right)}_{\mathbf{M}_{1, :}} \begin{pmatrix} A_{1/2} \\ B_{1/2} \\ C_{cm} \\ \hat{i}_e^{(ss2)} / \tilde{i} \end{pmatrix}, \\
\underbrace{W'_{\Sigma, \beta}(ss2) \Big|_{\text{kein } \hat{i}_e, t_0+T_s} - W'_{\Sigma, \beta}(start) \Big|_{t_0} - \int_{t_0}^{t_0+T_s} a_{\Sigma, \beta}(t) dt}_{v_2} &= \underbrace{\left(\int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{b}_{\Sigma, \beta}^T(t) dt - W'_{\Sigma, \beta}(ss2) \Big|_{\text{lin } \hat{i}_e, t_0+T_s} \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 2} & \mathbf{0}_{1 \times 2} & 0 & 1 \end{pmatrix} \right)}_{\mathbf{M}_{2, :}} \begin{pmatrix} A_{1/2} \\ B_{1/2} \\ C_{cm} \\ \hat{i}_e^{(ss2)} / \tilde{i} \end{pmatrix}, \\
\underbrace{W'_{\Delta, 0}(ss2) \Big|_{\text{kein } \hat{i}_e, t_0+T_s} - W'_{\Delta, 0}(start) \Big|_{t_0} - \int_{t_0}^{t_0+T_s} a_{\Delta, 0}(t) dt}_{v_3} &= \underbrace{\left(\int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{b}_{\Delta, 0}^T(t) dt - W'_{\Delta, 0}(ss2) \Big|_{\text{lin } \hat{i}_e, t_0+T_s} \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 2} & \mathbf{0}_{1 \times 2} & 0 & 1 \end{pmatrix} \right)}_{\mathbf{M}_{3, :}} \begin{pmatrix} A_{1/2} \\ B_{1/2} \\ C_{cm} \\ \hat{i}_e^{(ss2)} / \tilde{i} \end{pmatrix}, \\
\underbrace{W'_{\Delta, \alpha}(ss2) \Big|_{\text{kein } \hat{i}_e, t_0+T_s} - W'_{\Delta, \alpha}(start) \Big|_{t_0} - \int_{t_0}^{t_0+T_s} a_{\Delta, \alpha}(t) dt}_{v_4} &= \underbrace{\left(\int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{b}_{\Delta, \alpha}^T(t) dt - W'_{\Delta, \alpha}(ss2) \Big|_{\text{lin } \hat{i}_e, t_0+T_s} \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 2} & \mathbf{0}_{1 \times 2} & 0 & 1 \end{pmatrix} \right)}_{\mathbf{M}_{4, :}} \begin{pmatrix} A_{1/2} \\ B_{1/2} \\ C_{cm} \\ \hat{i}_e^{(ss2)} / \tilde{i} \end{pmatrix} \\
&+ \underbrace{A_{1/2} C_{cm} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \gamma_{1/2,5}(t) dt + \left(\frac{\hat{i}_e^{(ss2)}}{\tilde{i}} \right) C_{cm} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \gamma_{5,6}(t) dt}_{\text{~~~~~}} \\
&+ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} A_{1/2} & B_{1/2} & C_{cm} & \hat{i}_e^{(ss2)} / \tilde{i} \end{pmatrix} \left(\int_{t_0}^{t_0+T_s} \Gamma_{\Delta, \alpha}(t) dt \right) \begin{pmatrix} A_{1/2} \\ B_{1/2} \\ C_{cm} \\ \hat{i}_e^{(ss2)} / \tilde{i} \end{pmatrix},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\underbrace{W'_{\Delta, \beta} \Big|_{\text{kein } \hat{i}_e, t_0+T_s}^{(ss2)} - W'_{\Delta, \beta} \Big|_{t_0}^{(start)} - \int_{t_0}^{t_0+T_s} a_{\Delta, \beta}(t) dt}_{v_5} &= \underbrace{\left(\int_{t_0}^{t_0+T_s} b_{\Delta, \beta}^T(t) dt - W'_{\Delta, \beta} \Big|_{\text{lin } \hat{i}_e, t_0+T_s}^{(ss2)} \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 2} & \mathbf{0}_{1 \times 2} & 0 & 1 \end{pmatrix} \right)}_{\mathbf{M}_{5,:}} \begin{pmatrix} A_{1/2} \\ B_{1/2} \\ C_{cm} \\ \hat{i}_e^{(ss2)}/\tilde{i} \end{pmatrix} \\
&+ \underbrace{\left(B_{1/2} C_{cm} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \gamma_{1/2,5}(t) dt + \left(\frac{\hat{i}_e^{(ss2)}}{\tilde{i}} \right) C_{cm} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \gamma'_{5,6}(t) dt \right)}_{\text{gewellten Linie}} \\
&+ \underbrace{\frac{1}{2} \begin{pmatrix} A_{1/2} & B_{1/2} & C_{cm} & \hat{i}_e^{(ss2)}/\tilde{i} \end{pmatrix} \left(\int_{t_0}^{t_0+T_s} \mathbf{\Gamma}_{\Delta, \beta}(t) dt \right) \begin{pmatrix} A_{1/2} \\ B_{1/2} \\ C_{cm} \\ \hat{i}_e^{(ss2)}/\tilde{i} \end{pmatrix}}_{\text{gewellten Linie}}. \tag{4.13}
\end{aligned}$$

Ziel ist es, dass nichtlineare Gleichungssystem (4.13) in ein lineares der Form

$$\mathbf{M} \begin{pmatrix} A_{1/2} \\ B_{1/2} \\ C_{cm} \\ \hat{i}_e^{(ss2)}/\tilde{i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{1/2,:} \\ \mathbf{M}_{3,:} \\ \mathbf{M}_{4/5,:} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{1/2} \\ B_{1/2} \\ C_{cm} \\ \hat{i}_e^{(ss2)}/\tilde{i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{1/2} \\ v_3 \\ v_{4/5} \end{pmatrix} = \vec{v}$$

zu reduzieren. Hierfür müssen die quadratischen Beiträge von $A_{1/2} C_{cm}$ und $B_{1/2} C_{cm}$, welche mit einer gewellten Linie für $\gamma_{1/2,5}$ in der vorangegangenen Gleichung dargestellt sind, eliminiert werden. Dies wird durch den Entwurf von Beulenfunktionen, welche die folgenden Orthogonalitätsbedingungen erfüllen, gewährleistet:

$$\frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{\Phi}_{e1/2}(t) \tilde{\Phi}_{cm}(t) dt = 0.$$

Analog dazu, muss der nichtlineare Beitrag $\left(\frac{\hat{i}_e^{(ss2)}}{\tilde{i}} \right) C_{cm}$, welcher ebenfalls durch die gewellten Linien für $\gamma_{5,6}$ & $\gamma'_{5,6}$ veranschaulicht wird, durch eine erweiterte Implementierung der Beulenfunktion $\tilde{\Phi}_{cm}$ verschwinden. Um dies zu erreichen, müssen die folgenden zusätzlichen Orthogonalitätsbeziehungen, welche der Grund für die asymmetrische Gestaltung der Beulenfunktion $\tilde{\Phi}_{cm}$ sind, für den Entwurf der Beulenfunktion gelten.

$$\frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} (1 - \tilde{s}(t)) \tilde{\Phi}_{cm}(t) dt = 0 = \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{r}_2(t) \tilde{\Phi}_{cm}(t) dt$$

Beispielhaft werden die 3 nachfolgend abgebildeten Funktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/4}$ zur Erfüllung der 3 vorangegangenen Orthogonalitätsbedingungen herangezogen, wobei deren Verteilung lediglich durch 2 mögliche Kombinationen auf die 3 Beulenfunktionen $\tilde{\Phi}_{e1/2}$ & $\tilde{\Phi}_{cm}$ realisiert werden kann, da die asymmetrische Beulenfunktion $\tilde{\Phi}_{cm}$ zur Durchführung von Job 2B fest durch die Beulenfunktion $\tilde{\Phi}_4$ umgesetzt wird. Die Beulenfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2}$ sind hierbei identisch zu den in Job 2A und in Abbildung 4.5 dargestellten Funktionen. Eine detaillierte Herleitung der Beulenfunktionen kann aus Anhang E entnommen werden.

Optimierung einer Gütefunktion G für Job 2B: Wie aus dem linearen Gleichungssystem (4.13) ersichtlich, stehen lediglich die 5 Gleichungen der jeweiligen internen Energiekomponenten für die Bestimmung der 6 unbekannten konstanten Amplituden $\vec{\xi} = \begin{pmatrix} A_{1/2} & B_{1/2} & C_{cm} & \left(\frac{\hat{i}_e^{(ss2)}}{\tilde{i}} \right)^T \end{pmatrix}$ zur Verfügung. Das bedeutet, dass die Matrix $\mathbf{M}$ eine nicht invertierbare 5×6 -Matrix ist. Somit wird zur Lösung des Gleichungssystems eine weitere Gleichung benötigt, welche, durch die Diskussion in Kapitel 3 für den eingeschwungenen Zustand inspiriert, als eine zu minimierende Gütefunktion G gewählt

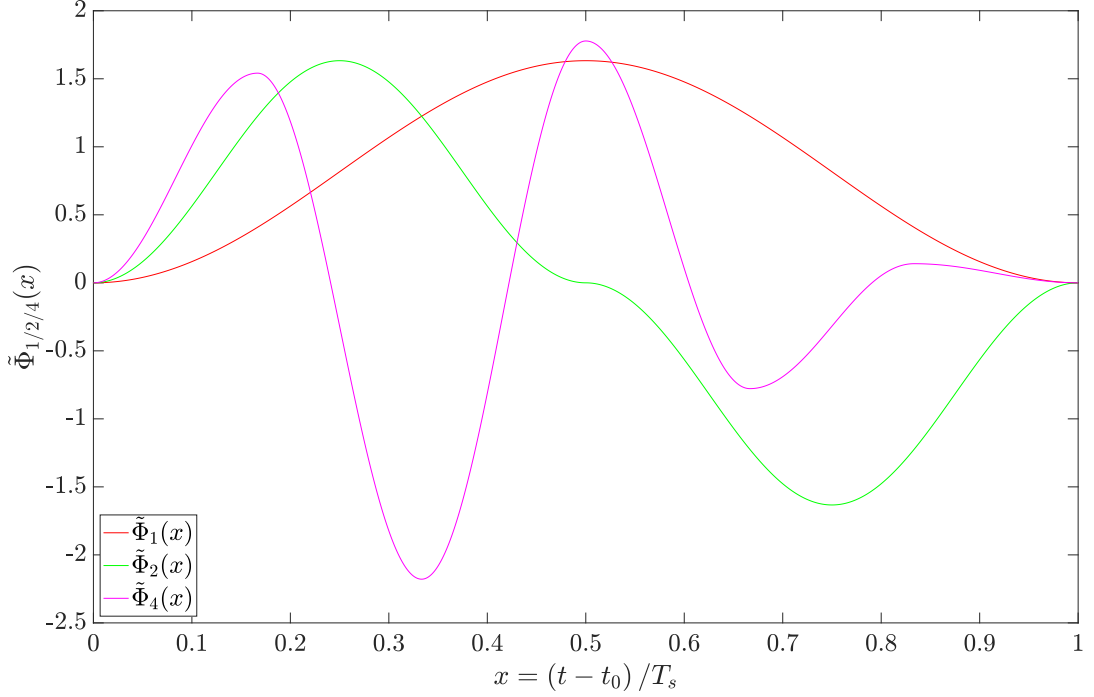


Abbildung 4.6: möglicher Entwurf der 3 Beulenfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/4}$ zur Erfüllung der Orthogonalitätsbedingungen während des Übergangsintervalls $t_0 - T_s$ für Job 2B

wird. Diese dient der Minimierung der Oszillationsstärke der inneren Komponenten der Leistung während des Übergangsintervalls T_s . Es ist wichtig anzumerken, dass im Gegensatz zu Kapitel 3 nicht die Energiekomponenten für den eingeschwungenen Endzustand, sondern die Leistungskomponenten während des kurzen und schnellen Übergangsintervalls betrachtet werden, da während eines solchen kurzen Prozesses die Energie noch nicht den eingeschwungenen Endzustand erreicht hat. Somit ergibt sich die Gütefunktion G aus den Summen aller quadrierten internen Leistungskomponenten während des Übergangsintervalls T_s zu:

$$G = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[c_{\Sigma, \alpha} \left(\dot{W}'_{\Sigma, \alpha} \right)^2 + c_{\Delta, 0} \left(\dot{W}'_{\Delta, 0} \right)^2 + c_{\Delta, \alpha} \left(\dot{W}'_{\Delta, \alpha} \right)^2 + c_{\Sigma, \beta} \left(\dot{W}'_{\Sigma, \beta} \right)^2 + c_{\Delta, \beta} \left(\dot{W}'_{\Delta, \beta} \right)^2 \right] dt, \quad (4.14)$$

wobei die Gewichtungen, analog zur in Kapitel 3 für den eingeschwungenen Endzustand eingeführten Gütefunktion, zu $c_{\Sigma, \alpha/\beta} = 1$, $c_{\Delta, 0} = \frac{1}{2}$ und $c_{\Delta, \alpha/\beta} = \frac{1}{4}$ gewählt wurden. Auf Grundlage von Gleichung (4.13) ergeben sich die internen Leistungskomponenten

$$\begin{aligned} \dot{W}'_{\Sigma, \alpha/\beta}(t') &= a_{\Sigma, \alpha/\beta}(t') + \vec{b}_{\Sigma, \alpha/\beta}^T(t') \vec{\xi}, \\ \dot{W}'_{\Delta, 0}(t') &= a_{\Delta, 0}(t') + \vec{b}_{\Delta, 0}^T(t') \vec{\xi}, \\ \dot{W}'_{\Delta, \alpha/\beta}(t') &= a_{\Delta, \alpha/\beta}(t') + \vec{b}_{\Delta, \alpha/\beta}^T(t') \vec{\xi} + \frac{1}{2} \vec{\xi}^T \mathbf{\Gamma}_{\Delta, \alpha/\beta}(t') \vec{\xi} \\ &\approx \left(a_{\Delta, \alpha/\beta}(t') - \frac{1}{2} \vec{\xi}^{(prov)T} \mathbf{\Gamma}_{\Delta, \alpha/\beta}(t') \vec{\xi}^{(prov)} \right) + \left(\vec{b}_{\Delta, \alpha/\beta}^T(t') + \vec{\xi}^{(prov)T} \mathbf{\Gamma}_{\Delta, \alpha/\beta}(t') \right) \vec{\xi}, \end{aligned} \quad (4.15)$$

wobei in der letzten vorangegangenen Gleichung eine Linearisierung um eine provisorische Schätzung (^{prov}) für den Vektor $\vec{\xi}$ durchgeführt wurde. Diese Schätzung $\xi^{(prov)}$ wurde aus Job 2A als Lösung gewonnen und diese liegt somit nahe an der bislang noch unbekannten Lösung ξ . Der quadratische

Term ξ^2 wird hierbei wie folgt angenähert:

$$\xi^2 = \left[\xi^{(prov)} + \left(\xi - \xi^{(prov)} \right) \right]^2 \stackrel{\text{klein } (\xi - \xi^{(prov)})}{\approx} \xi^{(prov)2} + 2\xi^{(prov)} \left(\xi - \xi^{(prov)} \right) = -\xi^{(prov)2} + 2\xi^{(prov)} \xi.$$

Zur Minimierung werden die 5 internen Leistungskomponenten aus Gleichung (4.15) quadriert und während des Übergangsintervalls von t_0 bis T_0 zeitlich integriert und nach ξ minimiert. Diese Leistungskomponenten ergeben sich unter Vernachlässigung der Terme, welche unabhängig von ξ sind und somit ebenfalls nicht nach ξ optimiert werden können, zu:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\dot{W}'_{\Sigma, \alpha/\beta}(t') \right)^2 dt' &\approx \underbrace{\dots\dots\dots}_{\text{unabhängig von } \xi} \\ &+ \left[\int_{t_0}^{t_0+T_s} a_{\Sigma, \alpha/\beta}(t') \bar{b}_{\Sigma, \alpha/\beta}^T(t') dt' \right] \vec{\xi} + \frac{1}{2} \vec{\xi}^T \left[\int_{t_0}^{t_0+T_s} \bar{b}_{\Sigma, \alpha/\beta}(t') \bar{b}_{\Sigma, \alpha/\beta}^T(t') dt' \right] \vec{\xi} \\ \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\dot{W}'_{\Delta, 0}(t') \right)^2 dt' &\approx \underbrace{\dots\dots\dots}_{\text{unabhängig von } \xi} \\ &+ \left[\int_{t_0}^{t_0+T_s} a_{\Delta, 0}(t') \bar{b}_{\Delta, 0}^T(t') dt' \right] \vec{\xi} + \frac{1}{2} \vec{\xi}^T \left[\int_{t_0}^{t_0+T_s} \bar{b}_{\Delta, 0}(t') \bar{b}_{\Delta, 0}^T(t') dt' \right] \vec{\xi} \\ \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\dot{W}'_{\Delta, \alpha/\beta}(t') \right)^2 dt' &\approx \underbrace{\dots\dots\dots}_{\text{unabhängig von } \xi} \\ &+ \left[\int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(a_{\Delta, \alpha/\beta}(t') - \frac{1}{2} \vec{\xi}^{(prov)T} \mathbf{\Gamma}_{\Delta, \alpha/\beta}(t') \vec{\xi}^{(prov)} \right) \left(\bar{b}_{\Delta, \alpha/\beta}^T(t') + \vec{\xi}^{(prov)T} \mathbf{\Gamma}_{\Delta, \alpha/\beta}(t') \right) dt' \right] \vec{\xi} \\ &+ \frac{1}{2} \vec{\xi}^T \left[\int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\bar{b}_{\Delta, \alpha/\beta}(t') + \mathbf{\Gamma}_{\Delta, \alpha/\beta}(t') \vec{\xi}^{(prov)} \right) \left(\bar{b}_{\Delta, \alpha/\beta}^T(t') + \vec{\xi}^{(prov)T} \mathbf{\Gamma}_{\Delta, \alpha/\beta}(t') \right) dt' \right] \vec{\xi}, \end{aligned}$$

Unter Einbeziehung der Koeffizienten $c_{\Sigma, \alpha/\beta}$, $c_{\Delta, 0}$ & $c_{\Delta, \alpha/\beta}$ aus Gleichung (4.14) werden die zu minimierenden 5 internen Leistungskomponenten getrennt, in Anteile welche $\vec{\xi}$ linear enthalten ($\vec{q}^T \vec{\xi}$) und in quadratische Beiträge $\frac{1}{2} \vec{\xi}^T \mathbf{P} \vec{\xi}$, wie folgt dargestellt:

$$\begin{aligned} \vec{q}^T &= c_{\Sigma, \alpha/\beta} \left[\int_{t_0}^{t_0+T_s} a_{\Sigma, \alpha/\beta}(t') \bar{b}_{\Sigma, \alpha/\beta}^T(t') dt' \right] + c_{\Delta, 0} \left[\int_{t_0}^{t_0+T_s} a_{\Delta, 0}(t') \bar{b}_{\Delta, 0}^T(t') dt' \right] \\ &+ c_{\Delta, \alpha/\beta} \left[\int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(a_{\Delta, \alpha/\beta}(t') - \frac{1}{2} \vec{\xi}^{(prov)T} \mathbf{\Gamma}_{\Delta, \alpha/\beta}(t') \vec{\xi}^{(prov)} \right) \left(\bar{b}_{\Delta, \alpha/\beta}^T(t') + \vec{\xi}^{(prov)T} \mathbf{\Gamma}_{\Delta, \alpha/\beta}(t') \right) dt' \right], \\ \mathbf{P} &= c_{\Sigma, \alpha/\beta} \left[\int_{t_0}^{t_0+T_s} \bar{b}_{\Sigma, \alpha/\beta}(t') \bar{b}_{\Sigma, \alpha/\beta}^T(t') dt' \right] + c_{\Delta, 0} \left[\int_{t_0}^{t_0+T_s} \bar{b}_{\Delta, 0}(t') \bar{b}_{\Delta, 0}^T(t') dt' \right] \\ &+ c_{\Delta, \alpha/\beta} \left[\int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\bar{b}_{\Delta, \alpha/\beta}(t') + \mathbf{\Gamma}_{\Delta, \alpha/\beta}(t') \vec{\xi}^{(prov)} \right) \left(\bar{b}_{\Delta, \alpha/\beta}^T(t') + \vec{\xi}^{(prov)T} \mathbf{\Gamma}_{\Delta, \alpha/\beta}(t') \right) dt' \right], \end{aligned}$$

Somit folgt die zu minimierende Gütefunktion angenähert zu:

$$G(\vec{\xi}) = \underbrace{\dots\dots\dots}_{\substack{\text{unabhängig von } \vec{\xi}, \text{ folglich} \\ \text{von nun an vernachlässigt}}} + \vec{q}^T \vec{\xi} + \frac{1}{2} \vec{\xi}^T \mathbf{P} \vec{\xi}. \quad (4.16)$$

Nichtsdestotrotz muss der Vektor $\vec{\xi}$, welcher die Gütefunktion minimiert, gleichzeitig die 5 Bewegungsgleichungen der Energiekomponenten gemäß Gleichung (4.13), bzw. in Matrixschreibweise ausgedrückt $\mathbf{M}\vec{\xi} = \vec{v}$, erfüllen. Mit der Einführung des Vektors $\vec{\lambda}$ von 5 noch unbekannten Lagrange-Multiplikatoren folgt die effektive Gütefunktion zu:

$$G_{eff}(\vec{\xi}, \vec{\lambda}) = \vec{q}^T \vec{\xi} + \frac{1}{2} \vec{\xi}^T \mathbf{P} \vec{\xi} - \vec{\lambda}^T (\mathbf{M}\vec{\xi} - \vec{v}). \quad (4.17)$$

Diese kann nun unabhängig nach $\vec{\xi}$ und nach $\vec{\lambda}$ minimiert werden und führt somit zu der optimalen Lösung für die 6 Komponenten in $\vec{\xi}$

$$\begin{aligned}\frac{\partial G_{eff}}{\partial \vec{\xi}^T} = \vec{0} &\implies \vec{q} + \mathbf{P}\vec{\xi} = \mathbf{M}^T \vec{\lambda} \implies \vec{\xi} = \mathbf{P}^{-1} (\mathbf{M}^T \vec{\lambda} - \vec{q}) , \\ \frac{\partial G_{eff}}{\partial \vec{\lambda}^T} = \vec{0} &\implies \mathbf{M}\vec{\xi} = \vec{v} \implies \mathbf{M}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}^T \vec{\lambda} - \mathbf{M}\mathbf{P}^{-1}\vec{q} = \vec{v} \\ &\implies \vec{\lambda} = (\mathbf{M}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}^T)^{-1} (\vec{v} + \mathbf{M}\mathbf{P}^{-1}\vec{q}) ,\end{aligned}$$

$$\vec{\xi} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}^T (\mathbf{M}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}^T)^{-1} \vec{v} + \left[\mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}^T (\mathbf{M}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}^T)^{-1} \mathbf{M} - \mathbf{I} \right] \mathbf{P}^{-1}\vec{q}, \quad (4.18)$$

wobei $\mathbf{I}$ die Einheitsmatrix darstellt.

Im Einzelfall einer quadratischen invertierbaren Matrix $\mathbf{M}$, bei welcher keine zusätzliche Minimierung der Gütefunktion notwendig ist, führt die Lösung aus Gleichung (4.17) zurück zur Lösung der Gleichheitsbedingung unter der Anwendung von $\vec{\xi} = \mathbf{M}^{-1}\vec{v}$ aus Job 2A, mit:

$$\begin{aligned}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}^T(\mathbf{M}^T)^{-1}\mathbf{P}\mathbf{M}^{-1}\vec{v} &= \mathbf{M}^{-1}\vec{v}, \\ \mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}^T(\mathbf{M}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}^T)^{-1}\mathbf{M} - \mathbf{I} &= \mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}^T(\mathbf{M}^T)^{-1}\mathbf{P}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{M} - \mathbf{I} = \mathbf{I} - \mathbf{I} = \mathbf{0}.\end{aligned}$$

4.4 Erweiterung der Lösungsansätze auf ein AC-DC-AC System mit 2 gekoppelten MMCs

Für die in Abschnitt 2.3 eingeführte Topologie von zwei MMCs, welche durch eine lange DC-Leitung gekoppelt sind, wird im Folgenden der Trajektorienentwurf für einen möglichst glatten und schnellen Übergang von t_0 bis $t_0 + T_s$ zwischen einem beliebigen Startzustand und einem gewünschten eingeschwungenen Endzustand entworfen. Analog zum Vorgehen für den einzelnen MMC wird zunächst Job 1, welcher die beiden Beulenamplituden A'_0 & A''_0 beim Entwurf der Trajektorie der zwei DC-Ströme $i_{DC}^{(1)}$ & $i_{DC}^{(2)}$ bestimmt und hierdurch die Energieänderung $\Delta W'_{\Sigma,0}$ während des Übergangsintervalls T_s sicherstellt, durchgeführt. Es ist wichtig anzumerken, und in Gleichung (4.21) ersichtlich, dass die Beulenamplituden A'_0 & A''_0 nicht direkt den DC-Strömen der beiden MMCs zuzuordnen sind, sondern mit deren Summe (A'_0) bzw. Differenz (A''_0) korrelieren, worin die Abweichung in der Schreibweise im Vergleich zur bisherigen Notation $^{(1/2)}$ begründet liegt. Nach der Durchführung von Job 1 werden in Job 2A oder alternativ in Job 2B die 5 Beulenamplituden $\{A'_{1/2}, B^{(1)}_{1/2} \& C^{(1)}_{cm}\}$ für den ersten MMC $^{(1)}$ und die 5 Beulenamplituden $\{A''_{1/2}, B^{(2)}_{1/2} \& C^{(2)}_{cm}\}$ für den zweiten MMC $^{(2)}$ bei dem Entwurf der Kreisstromtrajektorien $i_{e,\alpha/\beta}^{(1/2)}$ und der Trajektorie der Common-Mode-Spannung $u_{cm}^{(1/2)}$ bestimmt, wodurch die 5+5 Energieänderungen $\left\{ \Delta W'^{(1/2,ss)}_{\Sigma,\alpha/\beta}, \Delta W'^{(1/2,ss)}_{\Delta,0} \& \Delta W'^{(1/2,ss)}_{\Delta,\alpha/\beta} \right\}$ und die Minimierung der Leistungsoszillationen während des Übergangsintervalls realisiert werden. Job 2A oder alternativ Job 2B können trotz der Kopplung zwischen den beiden MMCs getrennt und analog zum einzelnen MMC gelöst werden, da zur Lösung von Job 2A oder von Job 2B lediglich die jeweiligen 5 inneren Energiekomponenten $\left\{ \Delta W'^{(1/2,ss)}_{\Sigma,\alpha/\beta}, \Delta W'^{(1/2,ss)}_{\Delta,0} \& \Delta W'^{(1/2,ss)}_{\Delta,\alpha/\beta} \right\}$ der MMCs betroffen sind und es somit nicht zu einer Wechselwirkung zwischen den beiden MMCs kommt. Bevor jedoch Job 2A oder Job 2B berechnet werden können, muss zunächst der erweiterte Job 1, aufgrund der Kopplungen zwischen den MMCs, durchgeführt werden. Da die zu entwerfende Trajektorie des DC-Stromes i_{DC} beide MMCs miteinander koppelt und somit Job 1, für die beiden verschalteten MMCs, nicht identisch wie für den einzelnen MMC gelöst werden kann, muss dieser näher betrachtet werden. Zur Durchführung von Job 1 für einen einzelnen MMC musste lediglich eine quadratische

Gleichung zur Bestimmung der Beulenamplitude A_0 für die Trajektorie des DC-Stromes gelöst werden. Für die Topologie der beiden verschalteten MMCs hingegen, müssen in Job 1 zwei gekoppelte quadratische Gleichungen für die Beulenamplituden A'_0 & A''_0 der Energiekomponenten $W'_{\Sigma,0}^{(1/2)}$ der jeweiligen MMCs, welche nicht zeitgleich analytisch gelöst werden können, berechnet werden. Eine stärkere Entkopplung der beiden quadratischen Gleichungen kann durch die Veranschaulichung der zwei nachfolgend dargestellten Linearkombinationen, im Vergleich zur einzelnen Betrachtung beider MMCs, erreicht werden. Analog zum Kapitel 3.4 und aus Gleichung (3.33) auf Seite 46 bekannt, werden die Energiekomponenten $W'_{\Sigma,0}^{(1/2)}$ unter Vernachlässigung der zum kleinen Widerstandswert R_e proportionalen Anteile, dargestellt.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[W'_{\Sigma,0}^{(1)} + W'_{\Sigma,0}^{(2)} \right] = & -\frac{R_{sh}}{9} \left[i_{DC}^{(1)} - i_{DC}^{(2)} \right]^2 - \frac{R_{DC}^{(1)}}{3} i_{DC}^{(1)2} - \frac{R_{DC}^{(2)}}{3} i_{DC}^{(2)2} \\ & - \frac{1}{4} \left(-\vec{u}_{AC}^{(1)} + R_{AC}^{(1)} \vec{i}_{AC}^{(1)} \right)^T \cdot \vec{i}_{AC}^{(1)} - \frac{1}{4} \left(+\vec{u}_{AC}^{(2)} + R_{AC}^{(2)} \vec{i}_{AC}^{(2)} \right)^T \cdot \vec{i}_{AC}^{(2)}, \quad (4.19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[W'_{\Sigma,0}^{(1)} - W'_{\Sigma,0}^{(2)} \right] = & -\frac{R_{sh}}{9} \left[i_{DC}^{(1)} - i_{DC}^{(2)} \right] \left[i_{DC}^{(1)} + i_{DC}^{(2)} \right] - \frac{R_{DC}^{(1)}}{3} i_{DC}^{(1)2} + \frac{R_{DC}^{(2)}}{3} i_{DC}^{(2)2} \\ & - \frac{1}{4} \left(-\vec{u}_{AC}^{(1)} + R_{AC}^{(1)} \vec{i}_{AC}^{(1)} \right)^T \cdot \vec{i}_{AC}^{(1)} + \frac{1}{4} \left(+\vec{u}_{AC}^{(2)} + R_{AC}^{(2)} \vec{i}_{AC}^{(2)} \right)^T \cdot \vec{i}_{AC}^{(2)}. \quad (4.20) \end{aligned}$$

Die meisten der nichtlinearen Terme sind hierbei jedoch proportional zu dem relativ kleinen Widerstand R_{DC} der Übertragungsleitung und tragen nur mit einer kleinen Korrektur zum Energiefluss, welcher iterativ behandelt werden kann, bei. Lediglich die, zu dem variablen Widerstandswert R_{sh} proportionalen Terme, benötigen, im Speziellen bei großen Werten von R_{sh} , eine besondere Betrachtung. Auch hierbei wird, wie bei dem einzelnen MMC, diese nichtlineare Abhängigkeit in den DC-Strömen durch den Entwurf von geeigneten Trajektorien eliminiert. Hierfür wird die Situation zugrunde gelegt, bei welcher beide AC-Seiten unverändert während des Übergangsintervalls T_s bleiben. Die beiden DC-Ströme $i_{DC}^{(1)}$ & $i_{DC}^{(2)}$, welche jeweils rechts und links des Widerstandes R_{sh} fließen, bestehen wie bei der Topologie des einzelnen MMCs aus einer Kombination eines glatten Grundanteils und aus Linearkombinationen von Beulenfunktionen $\tilde{\Phi}_j(t)$. Die jeweiligen Anforderungen an den glatten Grundanteil $^{(g)}$, welcher einen beliebigen Anfangspunkt zum Zeitpunkt t_0 glatt mit einem eingeschwungenen Endzustand bei $t_0 + T_s$ verbindet sowie die Anforderungen an die Beulenfunktionen, deren Amplituden so gewählt werden müssen um die beiden gewünschten Energieänderungen $\left\{ W'_{\Sigma,0}^{(1)} + W'_{\Sigma,0}^{(2)} \text{ \& } W'_{\Sigma,0}^{(1)} - W'_{\Sigma,0}^{(2)} \right\}$ gewährleisten zu können, bleiben wie bei dem einzelnen MMC gemäß Seite 62 unverändert. Jedoch müssen zur Realisierung der beiden unabhängigen Energieänderungen $\Delta W'_{\Sigma,0}^{(1)}$ & $\Delta W'_{\Sigma,0}^{(2)}$ 2 Beulenfunktionen und somit auch mindestens 2 Beulenamplituden A'_0 & A''_0 entworfen werden. Aufgrund der angesprochenen Kopplung der beiden DC-Ströme $i_{DC}^{(1)}$ & $i_{DC}^{(2)}$ werden die beiden Beulenfunktionen ebenfalls den folgenden Linearkombinationen der DC-Ströme zugeordnet:

$$\begin{aligned} \left(i_{DC}^{(1)} \pm i_{DC}^{(2)} \right)^{(g)} = & \left[i_{DC}^{(1,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{DC}^{(1,ss2)} \left(1 - \tilde{s}(t) \right) \right] \pm \left[i_{DC}^{(2,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{DC}^{(2,ss2)} \left(1 - \tilde{s}(t) \right) \right], \\ \left(i_{DC}^{(1)} + i_{DC}^{(2)} \right) = & \underbrace{\left(i_{DC}^{(1)} + i_{DC}^{(2)} \right)^{(g)}}_{\text{glatter Grundanteil}} + \underbrace{A'_0 \tilde{i} \tilde{\Phi}_1}_{\text{Beulenfunktion}}, \\ \left(i_{DC}^{(1)} - i_{DC}^{(2)} \right) = & \left(i_{DC}^{(1)} - i_{DC}^{(2)} \right)^{(g)} + A''_0 \tilde{i} \tilde{\Phi}_2. \quad (4.21) \end{aligned}$$

Hierbei werden die beiden Beulenfunktionen mit den niedrigsten Anzahlen an Beulen $\tilde{\Phi}_1$ und $\tilde{\Phi}_2$, welche dieselben im Vergleich zum einzelnen MMC gemäß Abbildung 9.1 sind, sowie die bekannte

Basisfunktion für den Grundanteil $\tilde{s}(t)$ aus Gleichung (4.4), verwendet. Dies bedeutet, dass die Beulenfunktion $\tilde{\Phi}_1$ eine Beulenamplitude aufweist und die Beulenfunktion $\tilde{\Phi}_2$ aus 2 Beulenamplituden, was beispielsweise einer vollen Oszillation entspricht, besteht. Beide Beulenfunktionen erfüllen hierbei die Orthogonalitätsbedingung $\int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{\Phi}_1 \tilde{\Phi}_2 dt = 0$. Durch die Darstellung der Linearkombination aus Gleichung (4.21) ergibt sich lediglich für die Energieänderung $W'_{\Sigma,0}^{(1)} + W'_{\Sigma,0}^{(2)}$ eine quadratische Gleichung in A_0'' , wohingegen die Energieänderung $W'_{\Sigma,0}^{(1)} - W'_{\Sigma,0}^{(2)}$ linear für die Beulenfunktionen A_0'' & A_0' ist und diese somit nacheinander berechnet werden. Die Beiträge, welche proportional zu $A_0'' A_0'$ sind, werden durch die Anwendung der Orthogonalitätsbedingung $\int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{\Phi}_1 \tilde{\Phi}_2 dt = 0$ eliminiert. Die getroffenen Ausführungen sind nur unter der Prämisse möglich, dass wie erwähnt die zum Widerstand R_{DC} proportionalen Terme, vernachlässigt werden. Diese Terme enthalten, einen der im Nachfolgenden dargestellten, quadratischen Ausdrücke für die DC-Ströme $i_{DC}^{(1)^2}$ & $i_{DC}^{(2)^2}$.

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[i_{DC}^{(1)} \right]^2 dt &= \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[i_{DC}^{(1,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{DC}^{(1,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right]^2 dt \\ &\quad - \frac{1}{4} \left[A_0'^{(prov)} \right]^2 \tilde{i}^2 T_s + \frac{1}{2} A_0'^{(prov)} A_0' \tilde{i}^2 T_s - \frac{1}{4} \left[A_0''^{(prov)} \right]^2 \tilde{i}^2 T_s + \frac{1}{2} A_0''^{(prov)} A_0'' \tilde{i}^2 T_s \\ &\quad + A_0' \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[i_{DC}^{(1,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{DC}^{(1,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right] \tilde{\Phi}_1 dt \\ &\quad + A_0'' \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[i_{DC}^{(1,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{DC}^{(1,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right] \tilde{\Phi}_2 dt + \underbrace{A_0' A_0'' \tilde{i}^2 \int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{\Phi}_1 \tilde{\Phi}_2 dt}_{=0}, \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[i_{DC}^{(2)} \right]^2 dt &= \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[i_{DC}^{(2,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{DC}^{(2,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right]^2 dt \\ &\quad - \frac{1}{4} \left[A_0'^{(prov)} \right]^2 \tilde{i}^2 T_s + \frac{1}{2} A_0'^{(prov)} A_0' \tilde{i}^2 T_s - \frac{1}{4} \left[A_0''^{(prov)} \right]^2 \tilde{i}^2 T_s + \frac{1}{2} A_0''^{(prov)} A_0'' \tilde{i}^2 T_s \\ &\quad + A_0' \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[i_{DC}^{(2,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{DC}^{(2,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right] \tilde{\Phi}_1 dt \\ &\quad - A_0'' \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[i_{DC}^{(2,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{DC}^{(2,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right] \tilde{\Phi}_2 dt - \underbrace{A_0' A_0'' \tilde{i}^2 \int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{\Phi}_1 \tilde{\Phi}_2 dt}_{=0} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Die Näherung für die quadratischen Amplituden folgt hierbei aus einer Linearisierung um eine provisorische Lösung $A_0''^{(prov)}$. Diese ergibt sich aus $[A_0]^2 \approx -[A_0^{(prov)}]^2 + 2A_0^{(prov)} A_0$ und wird eingeführt, um eine verbesserte Lösung für die Amplitude A_0'' iterativ zu erhalten. Somit kann Job 1 für die gekoppelten MMCs iterativ gelöst werden, indem zunächst von einer provisorischen Lösung der Beulenamplituden gestartet wird, um danach ein verbessertes Ergebnis durch die kleinste Lösung der folgenden einzelnen quadratischen Gleichung für A_0'' , zu erhalten.

$$0 = c_2 \left(A_0'' \right)^2 + c_1 A_0'' + c_0 \quad \implies \quad A_0'' = \frac{c_1}{2c_2} \left[-1 + \sqrt{1 - \frac{4c_0 c_2}{c_1^2}} \right], \quad (4.24)$$

wobei sich die 3 Koeffizienten c_2 , c_1 & c_0 wie folgt ergeben:

$$\begin{aligned} c_2 &= R_{sh} \tilde{i}^2 T_s, \\ c_1 &= + \frac{2}{3} R_{sh} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[\left(i_{DC}^{(1,ss1)} - i_{DC}^{(2,ss1)} \right) \tilde{s}(t) + \left(i_{DC}^{(1,ss2)} - i_{DC}^{(2,ss2)} \right) (1 - \tilde{s}(t)) \right] \tilde{\Phi}_2 dt \\ &\quad + R_{DC}^{(1)} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[i_{DC}^{(1,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{DC}^{(1,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right] \tilde{\Phi}_2 dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -R_{DC}^{(2)} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[i_{DC}^{(2,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{DC}^{(2,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right] \tilde{\Phi}_2 dt + 3 \left(R_{DC}^{(1)} + R_{DC}^{(2)} \right) \frac{A_0''(prov)}{2} \tilde{i}^2 T_s, \\
c_0 = & \left[W'_{\Sigma,0}^{(1,ss2)} + W'_{\Sigma,0}^{(2,ss2)} \right] - \left[W'_{\Sigma,0}^{(1,ss1)} + W'_{\Sigma,0}^{(2,ss1)} \right] \\
& + \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[\left(-\tilde{u}_{AC}^{(1)} + R_{AC}^{(1)} \tilde{i}_{AC}^{(1)} \right)^T \tilde{i}_{AC}^{(1)} + \left(+\tilde{u}_{AC}^{(2)} + R_{AC}^{(2)} \tilde{i}_{AC}^{(2)} \right)^T \tilde{i}_{AC}^{(2)} \right] dt \\
& + \frac{R_{sh}}{3} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[\left(i_{DC}^{(1,ss1)} - i_{DC}^{(2,ss1)} \right) \tilde{s}(t) + \left(i_{DC}^{(1,ss2)} - i_{DC}^{(2,ss2)} \right) (1 - \tilde{s}(t)) \right]^2 dt \\
& + 3R_{DC}^{(1)} \left\{ \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{1}{9} \left[i_{DC}^{(1,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{DC}^{(1,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right]^2 dt + \frac{(A_0'(prov))^2}{4} \tilde{i}^2 T_s - \frac{(A_0''(prov))^2}{4} \tilde{i}^2 T_s \right. \\
& \quad \left. + A_0'(prov) \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{1}{3} \left[i_{DC}^{(1,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{DC}^{(1,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right] \tilde{\Phi}_1 dt \right\} \\
& + 3R_{DC}^{(2)} \left\{ \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{1}{9} \left[i_{DC}^{(2,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{DC}^{(2,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right]^2 dt + \frac{(A_0'(prov))^2}{4} \tilde{i}^2 T_s - \frac{(A_0''(prov))^2}{4} \tilde{i}^2 T_s \right. \\
& \quad \left. + A_0'(prov) \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \frac{1}{3} \left[i_{DC}^{(2,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{DC}^{(2,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right] \tilde{\Phi}_1 dt \right\}. \tag{4.25}
\end{aligned}$$

Nachdem $\tilde{A}_0''$ bestimmt wurde, und deshalb von nun an nicht mehr Rot dargestellt wird, kann anschließend $\tilde{A}_0'$ durch Lösung der linearen Gleichung

$$0 = d_1 \tilde{A}_0' + d_0, \tag{4.26}$$

berechnet werden. Die Koeffizienten d_1 & d_0 ergeben sich hierbei zu:

$$\begin{aligned}
d_1 = & +R_{sh} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[\left(i_{e,0}^{(1,ss1)} - i_{e,0}^{(2,ss1)} \right) \tilde{s}(t) + \left(i_{e,0}^{(1,ss2)} - i_{e,0}^{(2,ss2)} \right) (1 - \tilde{s}(t)) \right] \tilde{\Phi}_1 dt \\
& + R_{DC}'^{(1)} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[i_{e,0}^{(1,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{e,0}^{(1,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right] \tilde{\Phi}_1 dt \\
& - R_{DC}'^{(2)} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[i_{e,0}^{(2,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{e,0}^{(2,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right] \tilde{\Phi}_1 dt + \left(R_{DC}'^{(1)} - R_{DC}'^{(2)} \right) \frac{A_0'(prov)}{2} \tilde{i}^2 T_s, \\
d_0 = & \left[W'_{\Sigma,0}^{(1,ss2)} - W'_{\Sigma,0}^{(2,ss2)} \right] - \left[W'_{\Sigma,0}^{(1,ss1)} - W'_{\Sigma,0}^{(2,ss1)} \right] \\
& + \frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[\left(-\tilde{u}_{AC}^{(1)} + \frac{R_{AC}^{(1)}}{2} \tilde{i}_{AC}^{(1)} \right)^T \tilde{i}_{AC}^{(1)} - \left(+\tilde{u}_{AC}^{(2)} + \frac{R_{AC}^{(2)}}{2} \tilde{i}_{AC}^{(2)} \right)^T \tilde{i}_{AC}^{(2)} \right] dt \\
& + R_{sh} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[\left[i_{e,0}^{(1,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{e,0}^{(1,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right]^2 - \left[i_{e,0}^{(2,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{e,0}^{(2,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right]^2 \right] dt \\
& + \tilde{A}_0'' R_{sh} \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[\left(i_{e,0}^{(1,ss1)} + i_{e,0}^{(2,ss1)} \right) \tilde{s}(t) + \left(i_{e,0}^{(1,ss2)} + i_{e,0}^{(2,ss2)} \right) (1 - \tilde{s}(t)) \right] \tilde{\Phi}_2 dt \\
& + R_{DC}'^{(1)} \left\{ \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[i_{e,0}^{(1,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{e,0}^{(1,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right]^2 dt - \frac{(A_0''(prov))^2}{4} \tilde{i}^2 T_s + \frac{(\tilde{A}_0'')^2}{4} \tilde{i}^2 T_s \right. \\
& \quad \left. + \tilde{A}_0'' \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[i_{e,0}^{(1,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{e,0}^{(1,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right] \tilde{\Phi}_2 dt \right\} \\
& - R_{DC}'^{(2)} \left\{ \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[i_{e,0}^{(2,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{e,0}^{(2,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right]^2 dt - \frac{(A_0'(prov))^2}{4} \tilde{i}^2 T_s + \frac{(\tilde{A}_0')^2}{4} \tilde{i}^2 T_s \right. \\
& \quad \left. - \tilde{A}_0'' \tilde{i} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left[i_{e,0}^{(2,ss1)} \tilde{s}(t) + i_{e,0}^{(2,ss2)} (1 - \tilde{s}(t)) \right] \tilde{\Phi}_2 dt \right\}. \tag{4.27}
\end{aligned}$$

Nachdem der Entwurf der Trajektorien für die 4 nun bekannten Entwurfsvariablen $\{i_{DC}, i_{e,\alpha/\beta}, u_{cm}\}$ mithilfe von Job 2A oder Job 2B für den gegebenen AC-Strom $i_{AC,\alpha/\beta}$ durchgeführt wurde, können die benötigten Komponenten der Spannungseingänge $\{u_{\Sigma,0}, u_{\Sigma,\alpha/\beta}, u_{\Delta,\alpha/\beta}\}$ von den Bewegungsgleichungen der Ströme gemäß Gleichung (2.12) auf Seite 17 berechnet werden. Hierbei kann die sechste Komponente der Spannungseingänge $u_{\Delta,0}$ direkt aus dem Entwurf von u_{cm} durch den bekannten Zusammenhang $u_{\Delta,0} = -2u_{cm}$ gewonnen werden.

In diesem Kapitel wurde ein Trajektorienentwurf für einen schnellen und glatten Übergang zwischen einem Start- und einem eingeschwungenen Endzustand entwickelt. Dieser Entwurf berücksichtigt sowohl bewusst angesteuerte Übergänge als auch solche, die durch DC-seitige Fehler verursacht werden. Die entwickelten Methoden wurden sowohl für einen einzelnen MMC als auch für zwei durch eine lange DC-Leitung gekoppelte MMCs beschrieben.

Im folgenden Kapitel 5 werden die Simulationsergebnisse für den in Kapitel 4 beschriebenen Grund- und erweiterten Ansatz für einen schnellen und glatten Übergang eines einzelnen MMCs im DC-zu-AC-Betrieb vorgestellt. Hierbei wird eine sprunghafte Änderung der extern vorgegebenen DC- und AC-Spannungen zum Zeitpunkt t_0 zu neuen Werten bei $t_0 + T_s$ simuliert.

Kapitel 5

Simulationsergebnisse für einen schnellen und glatten Trajektorienentwurf eines einzelnen MMCs

In diesem Kapitel werden die Simulationsergebnisse für den im vorangegangenen Kapitel 4 beschriebenen Grundansatz sowie den erweiterten Ansatz gemäß Abschnitt 4.3 für einen schnellen und glatten Übergang von einem beliebigen Startzustand hin zu einem eingeschwungenen Endzustand, eines einzelnen MMCs im DC-zu-AC-Betrieb, vorgestellt. Hierbei erfahren die extern vorgegebene DC- und AC-Spannung zum Zeitpunkt t_0 eine sprunghafte Änderung ihres Wertes im Startzustand von $u_{DC}^{(start)} = 400kV$ & $\hat{u}_{AC}^{(start)} = 150kV$ hin zu neuen Werten bei $t_0 + T_s$ von $u_{DC}^{(ss2)} = 240kV$ & $\hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 120kV$. Die Änderung der DC-Spannung ist, wie in der nachfolgenden Abbildung veranschaulicht, sprunghaft, wohingegen die AC-Spannungen sanft in die neuen Werte übergehen. Die DC-Spannung kann hierbei explizit weiterhin den Wert $u_{DC}^{(ss2)}$ nach dem Übergang beibehalten und muss nicht unbedingt den Wert $u_{DC}^{(start)}$ wieder erreichen.

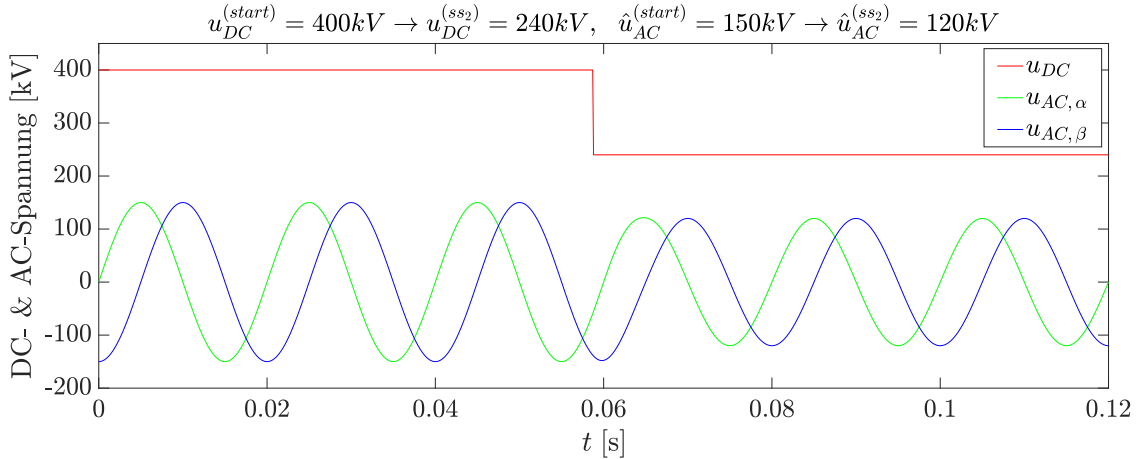


Abbildung 5.1: Vorgabe der externen Spannungen (u_{DC} & $u_{AC,\alpha/\beta}$) für den Trajektorienentwurf

Zusätzlich zur beschriebenen Vorgabe der externen Spannungen (u_{DC} & $u_{AC,\alpha/\beta}$) werden der Start- und der eingeschwungenen Endzustand für den Grundansatz durch die Vorgabe der Werte für die Amplitude des externen AC-Stromes ($\hat{i}_{AC}^{(start)} = 2.0kA \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2.4kA$) und der entsprechenden Phasen ($\varphi_{i,AC}^{(start)} = 10^\circ \rightarrow \varphi_{i,AC}^{(ss2)} = 25^\circ$) vollständig bestimmt. Beim Grundansatz werden die Werte für den DC-Strom (i_{DC}), die Amplituden der Kreisströme ($\hat{i}_e^{(ss2)}$) und die der Common-Mode-Spannung

($\hat{u}_{cm}^{(ss2)}$) sowie deren zugehörige Phasen ($\varphi_{i,e}^{(ss2)}$ & $\varphi_{u,cm}^{(ss2)}$) im Endzustand aus der Minimierung der Oszillationsstärke der Energiekomponenten gewonnen. Dies gilt fast vollständig analog für den erweiterten Ansatz, jedoch mit dem einzigen Unterschied, dass die Amplitude der Kreisströme ($\hat{i}_e^{(ss2)}$) im eingeschwungenen Endzustand zur Reduktion der Oszillation der Energiekomponenten während des Übergangs herangezogen wird und sich somit frei ergibt. Für beide Ansätze wird die $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente fest für den Start- und den eingeschwungenen Endzustand vorgegeben.

Ziel ist es, die fehlende Leistung auf der DC-Seite durch eine Änderung des DC-Stromes ausschließlich mit dem MMC, durch einen schnellen und glatten Trajektorienentwurf der Strom- und Energiekomponenten, zu kompensieren, um den AC-Strom i_{AC} und die effektive Leistung auf der AC-Seite während des Übergangsintervalls unverändert zu halten. Hierdurch wird das Erreichen eines eingeschwungenen Endzustandes $^{(ss2)}$ gewährleistet, wobei der Anfangszustand $^{(start)}$ hierbei beliebig sein kann und nicht zwangsläufig einem eingeschwungenen Zustand entsprechen muss. Da der MMC lediglich die Leistung während des kurzen Übergangsintervalls kompensieren kann, muss nach dem Übergang zum Zeitpunkt $t_0 + T_s$ die Leistung vollständig vom externen DC-Generator übernommen werden, worin sowohl ein neuer eingeschwungener Endzustand für die Energie- als auch für die Stromkomponenten resultiert.

Die Übergangszeit T_s für den schnellen und glatten Trajektorienentwurf beträgt $7.2ms$, wobei der Beginn des Übergangsintervalls t_0 in der Mitte der Simulationsdauer liegt, welche 3 Perioden ($T = 3 \cdot 20ms = 0.06s$) umfasst. Der Grund für die nicht ganzzahlige Wahl von T_s liegt in der getroffenen Definition, der für den Trajektorienentwurf notwendigen Beulenfunktionen, deren Intervall in 24 Teile aufgeteilt wurde, um alle Beulenfunktionen implementieren zu können und deren gefordertes glattes Verhalten sicherzustellen. Somit muss die Länge des Übergangsintervall T_s ein ganzzahliges Vielfaches von 24 sein, welche sich mit dem gewählten Zeitschritt der Simulation $Dt = 100\mu s$ zu $2.4ms$, $4.8ms$, $7.2ms$, ... ergibt, wobei eine kürzere Wahl des Übergangsintervalls ($< 7.2ms$) zu hohen Amplituden des DC-Stromes und der inneren Kreisströme während des Übergangs führt. Der Wert der $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponenten im eingeschwungenen Endzustand $W'_{\Sigma,0}^{(ss2)}$ wurde hierbei bewusst, trotz eines Einbruches der DC-Spannung, zusätzlich 5% höher als der Startwert $W'_{\Sigma,0}^{(start)}$ gewählt, um den geforderten schnellen und glatten Übergang der Strom- und Energiekomponenten zusätzlich zu erschweren. Die Betriebspunktparameter des MMCs für den Startzustand $^{(start)}$ und den eingeschwungenen Endzustand $^{(ss2)}$ sowie für die Schaltungsparameter wurden, für die in diesem Abschnitt gezeigten Ergebnisse, gemäß folgender Tabelle gewählt.

Tabelle 5.1: Betriebspunktparameter des MMCs für den Startzustand $^{(start)}$ & den eingeschwungenen Endzustand $^{(ss2)}$ sowie für die Schaltungsparameter & Übergangszeit

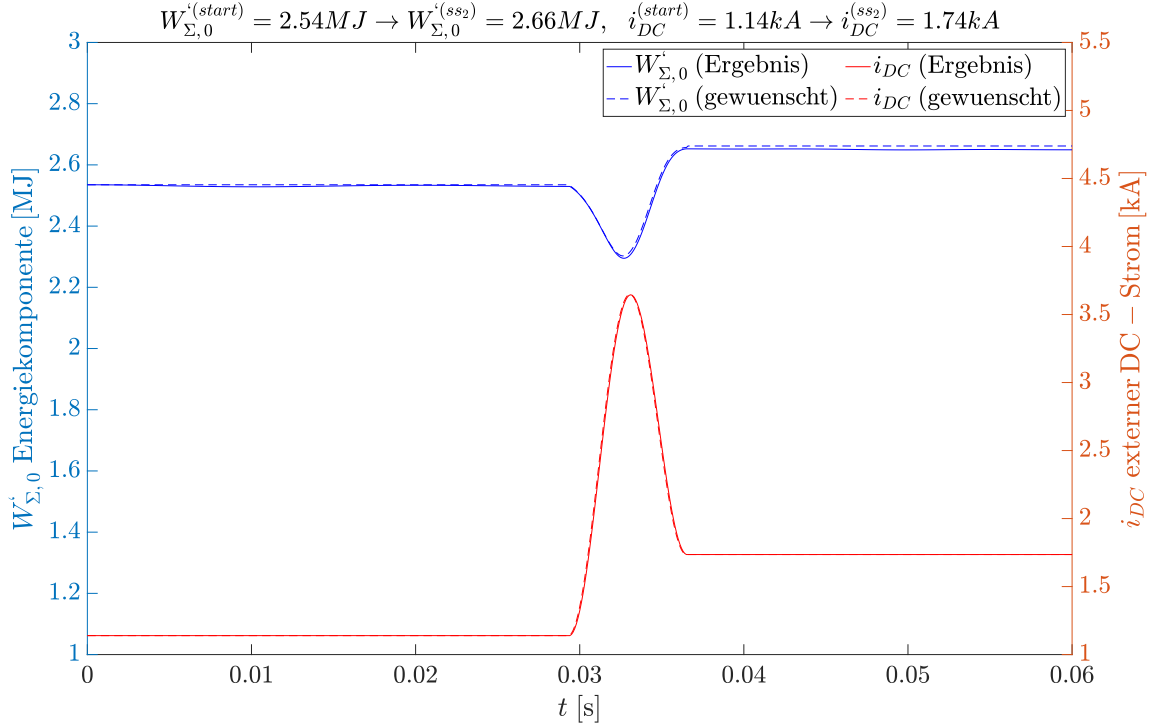
Betriebspunktparameter $^{(start)} \rightarrow ^{(ss2)}$	Parameter MMC	Schaltungsparameter
$u_{DC}^{(start)} = 400kV \rightarrow u_{DC}^{(ss2)} = 240kV$	$N_{SM} = 160$	$R_{DC} = 3\Omega$
$\hat{u}_{AC}^{(start)} = 150kV \rightarrow \hat{u}_{AC}^{(ss2)} = 120kV$	$C_{SM} = 3mF$	$L_{DC} = 0.14H$
$\hat{i}_{AC}^{(start)} = 2kA \rightarrow \hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2.4kA$	$v_C = 1.3$	$R_{AC} = 0.8\Omega$
$\varphi_{i,AC}^{(start)} = 10^\circ \rightarrow \varphi_{i,AC}^{(ss2)} = 25^\circ$		$L_{AC} = 0.03H$
$W'_{\Sigma,0}^{(start)} = 2.54 \text{ MJ} \rightarrow W'_{\Sigma,0}^{(ss2)} = 2.66 \text{ MJ}$	Übergangszeit	$R_e = 0.01\Omega$
	$T_s = 7.2ms$	$L_e = 1mH$

5.1 Simulationsergebnisse des Grundansatzes für die Vorsteuerung

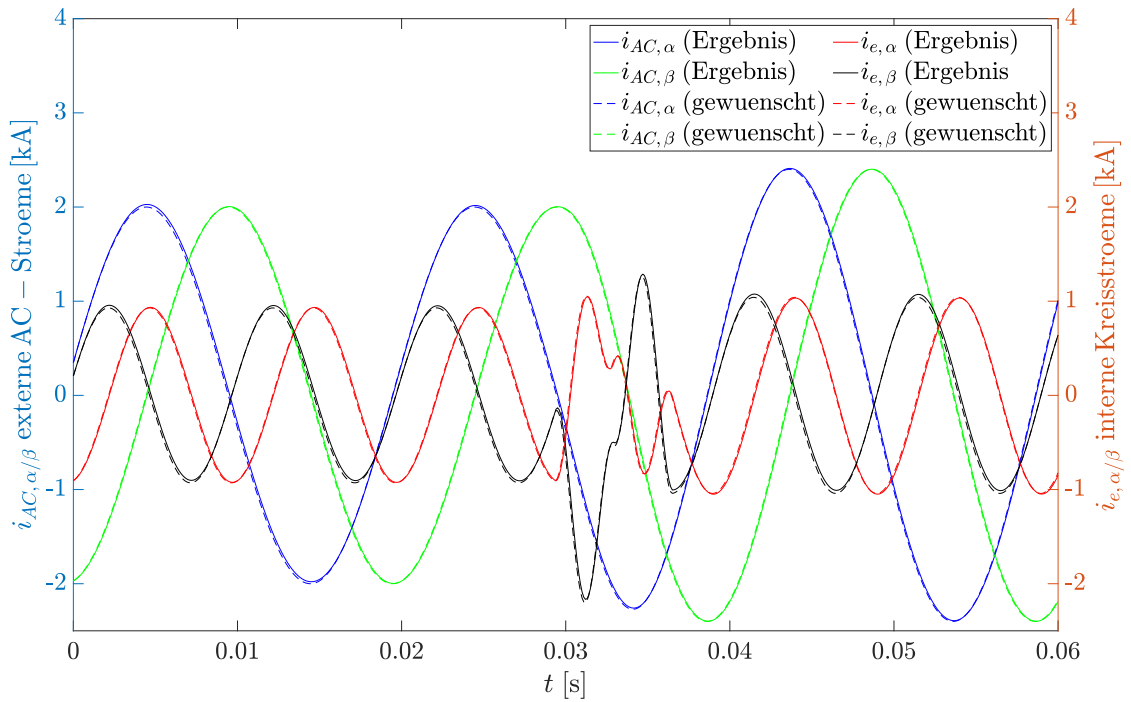
Im Nachfolgenden werden zunächst die Simulationsergebnisse des in Abschnitt 4.3.1 vorgestellten Grundansatzes dargestellt und im nächsten Abschnitt die des erweiterten Ansatzes. Es ist wichtig zu erwähnen, dass alle 5 normierten Beulenamplituden $A_{1/2}$, $B_{1/2}$ & C_{cm} hierbei während des Übergangs ≤ 1.15 für den Grundansatz sind und somit trotz der erwähnten hohen Anforderung an den Trajektorienübergang in einer akzeptablen Größenordnung liegen, wobei sich der Parameter $y_{max} = \frac{\hat{u}_{cm}^{(ss)}}{\hat{u}_{AC}}$ hierbei zu 0.25 ergibt. Es sei noch einmal darauf hingewiesen, dass bei Verwendung des Grundansatzes der Endzustand (^{ss2}) vollständig, durch die Optimierung der inneren Freiheitsgrade (Kreisströme & Common-Mode-Spannung), vorgegeben ist.

- $A_0 = +1.18$ für $\tilde{\Phi}_0$ im DC-Strom i_{DC} ,
- $A_1 = +0.29$ für $\tilde{\Phi}_{e1}$ & $A_2 = +0.91$ für $\tilde{\Phi}_{e2}$ im Kreisstrom $i_{e,\alpha}$,
- $B_1 = -0.75$ für $\tilde{\Phi}_{e1}$ & $B_2 = -1.15$ für $\tilde{\Phi}_{e2}$ im Kreisstrom $i_{e,\beta}$,
- $C_{cm} = -0.73$ für $\tilde{\Phi}_{cm}$ in der Common-Mode-Spannung u_{cm} .

Neben der $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente sowie den sich ergebenden DC-Strom i_{DC} werden in Abbildung 5.2 die externen AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$ sowie die internen Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ visualisiert. Sowohl bei dem DC-Strom als auch bei der $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponenten ist der geforderte glatte und schnelle Übergang zwischen t_0 bis $t_0 + T_s$ gewährleistet, wobei sich die minimale Amplitude von $W'_{\Sigma,0}$ zu $2.30MJ$ und die maximale Amplitude von i_{DC} während des Übergangs zu $3.64kA$ ergeben. Die $W'_{\Sigma,0}^{(ss2)}$ -Energiekomponente im eingeschwungenen Endzustand folgt zu $2.66MJ$, wobei der DC-Strom nach dem Übergang zu $1.74kA$ resultiert. Es ist weiterhin in Abbildung 5.2 ersichtlich, dass die externen AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$, welche einen vorgegebenen neuen eingeschwungenen Zustand ($\hat{i}_{AC}^{(ss2)} = 2.4kA$ & $\varphi_{i,AC}^{(ss2)} = 25^\circ$) glatt und schnell erreichen, exakt dem Referenzverhalten folgen und während des Übergangsintervalls allmählich in die neuen Werte übergehen. Die internen Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ können ebenfalls das Referenzverhalten vor, während und nach dem Übergang sicherstellen. Die minimale Amplitude der β -Komponente des Kreisstromes $\hat{i}_{e\beta}$ liegt hierbei während des Übergangs bei $-2.18kA$. Nach dem Übergang ergibt sich im Vergleich zum beliebigen Startzustand eine Erhöhung der Amplitude des Kreisstromes um $\approx 10\%$ von $0.93kA$ zu $1.04kA$ im eingeschwungenen Endzustand. Für den Verlauf der inneren Energiekomponenten $W'_{\Sigma,\alpha/\beta}$ & $W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}$, welcher neben dem der mittleren Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$ in Abbildung 5.3 dargestellt ist, kann das geforderte Verhalten während des Übergangsintervalls ebenfalls sehr gut gewährleistet werden, wobei die Amplitude von $W'_{\Delta,\beta}$, welche den maximalen Wert aller inneren Energiekomponenten während des Übergangs annimmt, hierbei auf $2.14MJ$ ansteigt. Nach dem Übergangsintervall ist eine deutliche Reduktion der Amplituden der inneren Energiekomponenten, im Vergleich zum eingeschwungenen Zustand vor dem Übergang, von mehr als 50% zu beobachten. Ein ähnliches Verhalten ist für die ebenfalls in Abbildung 5.3 dargestellten mittleren Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$, welche das geforderte Referenzverhalten während des Übergangsintervalls gut nachbilden, erkennbar. Hierbei resultiert eine minimale Amplitude der mittleren Submodulspannung $\bar{u}_{C,n,2}$ von $1.64kV$ während des Übergangs. Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass sich die Common-Mode-Spannung u_{cm} von $37.5kV$ im beliebigen Startzustand auf $30kV$ im eingeschwungenen Endzustand reduziert.

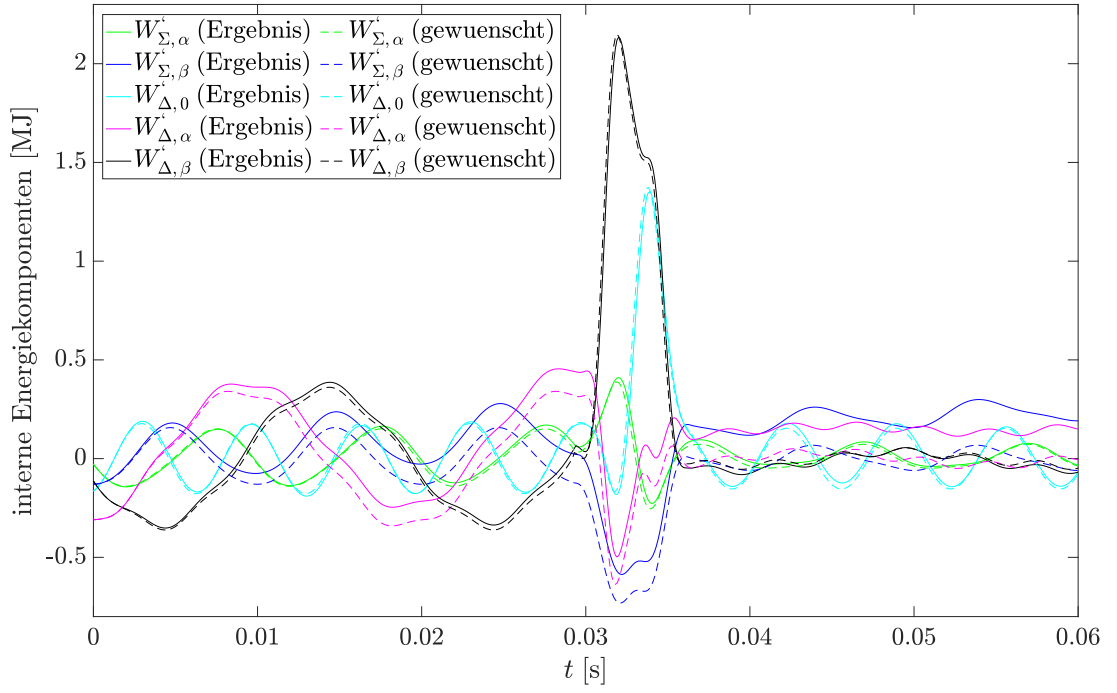


Grundansatz - $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente & externer DC-Strom i_{DC} ; Übergangsdauer $T_s = 7.2ms$

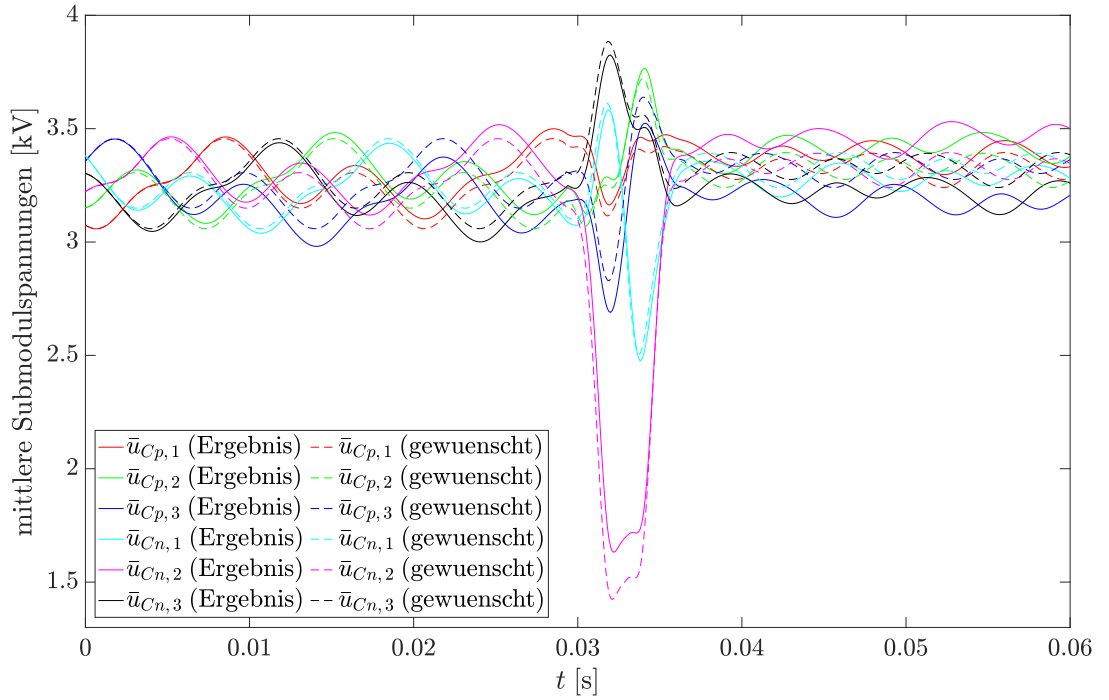


Grundansatz - externe AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$ sowie interne Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$; Übergangsdauer $T_s = 7.2ms$

Abbildung 5.2: Grundansatz - vergleichende Betrachtung der Simulationsergebnisse (—) der $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente & des externen DC-Stromes i_{DC} sowie der externen AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$ & der internen Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ im Vergleich zu den gewünschten Verhalten (---) für die resultierende, gesteuerte und durch die Eingänge getriebene Dynamik (=Vorsteuerung) des schnellen Trajektorienübergangs



Grundansatz - interne Energiekomponenten $W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$ & $W'_{\Delta, 0/\alpha/\beta}$; Übergangsdauer $T_s = 7.2ms$



Grundansatz - mittlere Submodulspannungen $\bar{u}_{C, p/n, 1/2/3}$; Übergangsdauer $T_s = 7.2ms$

Abbildung 5.3: Grundansatz - vergleichende Betrachtung der Simulationsergebnisse (—) der internen Energiekomponenten $\{W'_{\Sigma, \alpha/\beta} \text{ \& } W'_{\Delta, 0/\alpha/\beta}\}$ sowie der mittleren Submodulspannungen $\bar{u}_{C, p/n, 1/2/3}$ im Vergleich zu den gewünschten Verhalten (- -) für die resultierende, gesteuerte und durch die Eingänge getriebene Dynamik (=Vorsteuerung) des schnellen Trajektorienübergangs

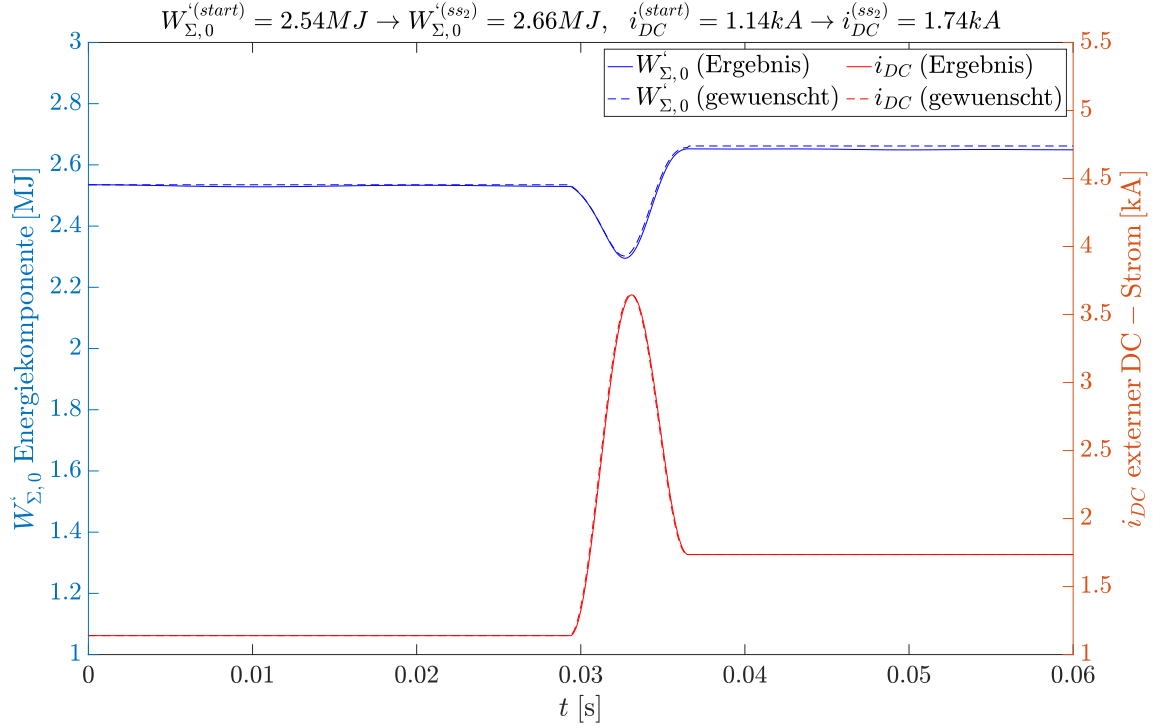
5.2 Simulationsergebnisse des erweiterten Ansatzes für die Vorsteuerung

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt die Simulationsergebnisse für den Grundansatz betrachtet wurden, folgen in diesem Abschnitt die des erweiterten Ansatzes. Für diesen Ansatz ergeben sich die 5 normierten Beulenamplituden $A_{1/2}$, $B_{1/2}$ & C_{cm} während des Übergangsintervalls wie folgt:

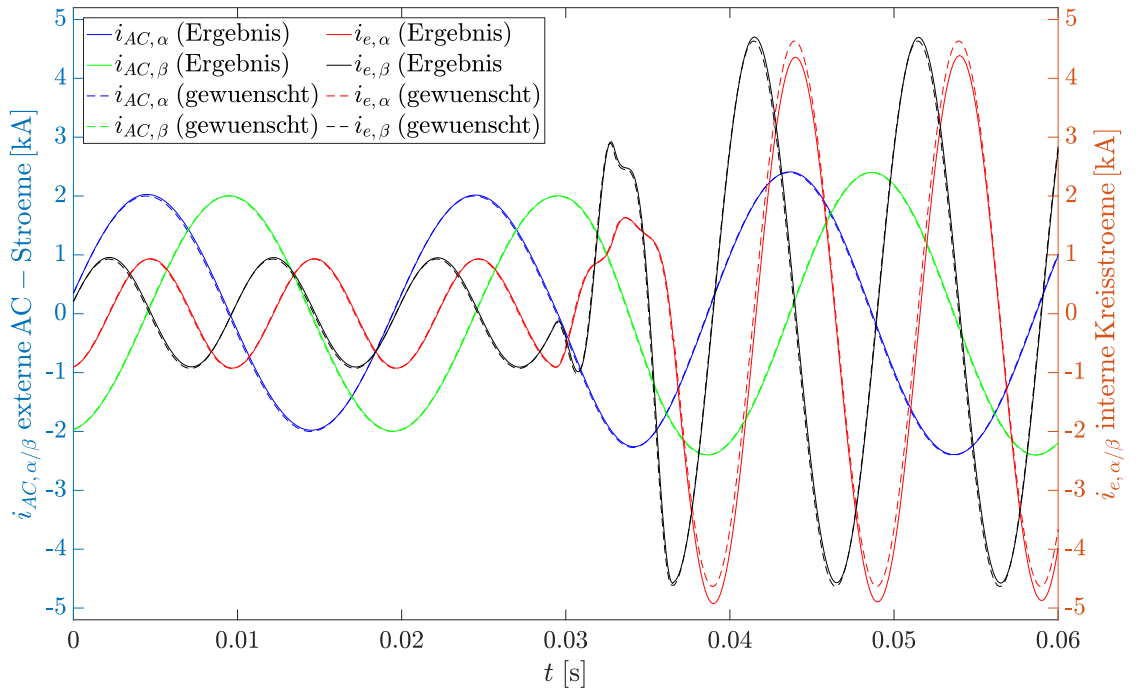
- $A_0 = +1.18$ für $\tilde{\Phi}_0$ im DC-Strom i_{DC} ,
- $A_1 = -0.63$ für $\tilde{\Phi}_{e1}$ & $A_2 = +0.48$ für $\tilde{\Phi}_{e2}$ im Kreisstrom $i_{e,\alpha}$,
- $B_1 = +2.61$ für $\tilde{\Phi}_{e1}$ & $B_2 = -1.54$ für $\tilde{\Phi}_{e2}$ im Kreisstrom $i_{e,\beta}$,
- $C_{cm} = +0.019$ für $\tilde{\Phi}_{cm}$ in der Common-Mode-Spannung u_{cm} ,

wobei festzustellen ist, dass alle Beulenamplituden trotz der hohen, an den Übergang gestellten, Anforderungen ≤ 2.61 sind, welche somit in einer vertretbaren und vom MMC umsetzbaren Größenordnung liegen. Es ist wichtig noch einmal anzumerken, dass unter Anwendung des erweiterten Ansatzes der Endzustand (^{ss2}) nur teilweise, durch die Teilloptimierung der Oszillationsstärke der inneren Energiekomponenten, vorgegeben ist und die Amplitude der Kreisstromkomponenten $\hat{i}_e^{(ss2)}$ zunächst frei gelassen wird und zur Minimierung der Leistungsoszillationen der internen Energiekomponenten während des Übergangsintervalls dient. Da sich die Common-Mode-Spannung u_{cm} analog zum Grundansatz von $37.5kV$ im beliebigen Startzustand auf $30kV$ im eingeschwungenen Endzustand reduziert, folgt $y_{max} = \frac{\hat{u}_{cm}^{(ss)}}{\hat{u}_{AC}}$ ebenfalls zu 0.25.

Abbildung 5.4 stellt neben der $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente, den sich ergebenden DC-Strom (i_{DC}) sowie die externen AC-Ströme ($i_{AC,\alpha/\beta}$) und die internen Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ dar. Hierbei sind sowohl $W'_{\Sigma,0}$ als auch der DC-Strom in ihren Verläufen identisch zu denen aus dem Grundansatz gemäß Abbildung 5.2, da diese in Job 1 analog berechnet werden, was ebenfalls in der gleichen Beulenamplituden des DC-Stromes ($A_0 = +1.18$) sichtbar wird. Bei beiden Komponenten kann der geforderte glatte und schnelle Übergang zwischen t_0 bis $t_0 + T_s$ gewährleistet werden, wobei sich die minimale Amplitude von $W'_{\Sigma,0}$ zu $2.31MJ$ und die maximale Amplitude von i_{DC} während des Übergangs zu $3.64kA$ ergeben. Hierbei folgt die $W'_{\Sigma,0}^{(ss2)}$ -Energiekomponente im eingeschwungenen Endzustand zu $2.66MJ$ und der DC-Strom resultiert nach dem Übergang zu $1.74kA$. Abbildung 5.4 verdeutlicht außerdem, dass die externen AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$ nach einem schnellen und glatten Übergang ihren neuen eingeschwungenen Zustand von $2.4kA$ für $i_{AC}^{(ss2)}$ mit $\varphi_{i,AC}^{(ss2)} = 25^\circ$ sanft erreichen. Während des gesamten Übergangsintervalls und im eingeschwungenen Zustand stimmen diese nahezu exakt mit dem Referenzverhalten überein. Selbiges gilt für den Verlauf der internen Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ vor und während des Übergangs. Im eingeschwungenen Endzustand sind nahezu 5mal so große Amplituden der Kreisströme ($\hat{i}_{e,\alpha/\beta}^{(ss2)} = 4.70kA$), im Vergleich zum Startzustand zu beobachten. Die Amplituden der internen Kreisströme $\hat{i}_{e,\alpha/\beta}$ liegen mit maximal $2.91kA$ hierbei während des Übergangs deutlich unter denen im eingeschwungenen Endzustand. Für den in Abbildung 5.5 dargestellten Verlauf der inneren Energiekomponenten $W'_{\Sigma,\alpha/\beta}$ & $W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}$ ist ein Anstieg der Amplituden von $0.50MJ$ im Startzustand auf $1.78MJ$ im eingeschwungenen Endzustand zu beobachten, wohingegen die Amplituden während des Übergangs, analog zu den internen Kreisströmen, das Maximum im eingeschwungenen Endzustand nicht überschreiten. Ebenfalls in Abbildung 5.5 dargestellt sind die Verläufe der mittleren Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$, welche glatt und das geforderte Referenzverhalten während des Übergangsintervalls nachbildend eine Oszillationsstärke im Startzustand von $3.0kV - 3.5KV$ aufweisen, wohingegen die Oszillation der mittleren Submodulspannungen im eingeschwungenen Endzustand zwischen $2.15kV - 4.1KV$ liegt.

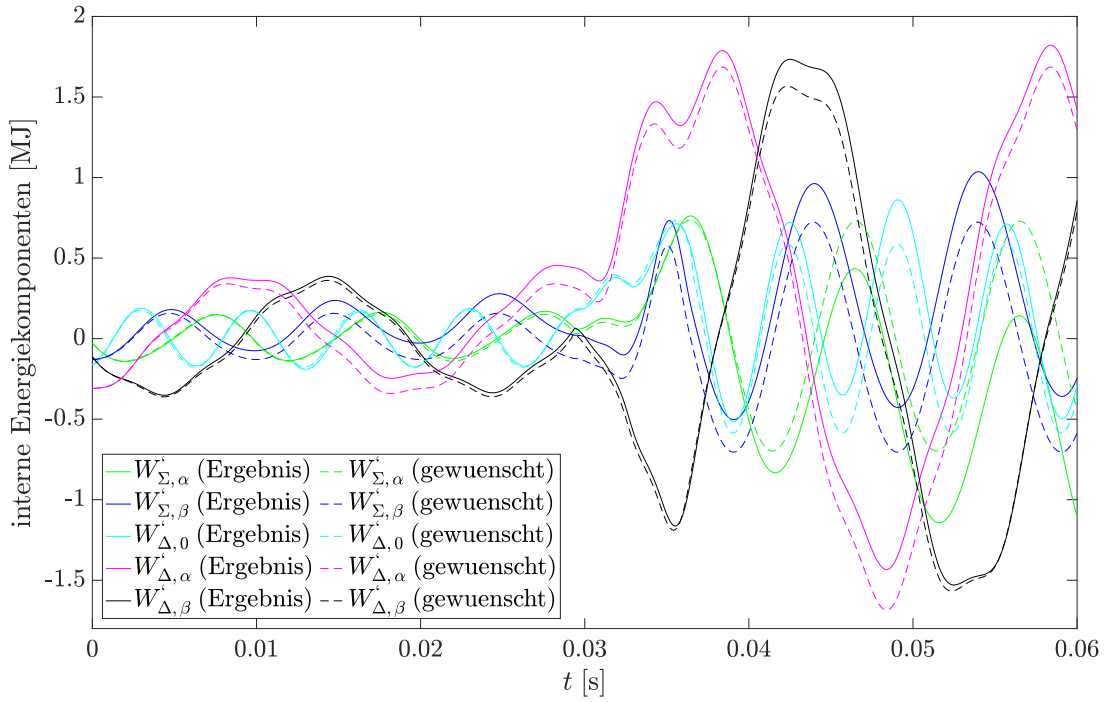


erweiterter Ansatz - $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente & externer DC-Strom i_{DC} ; Dauer Übergang $T_s = 7.2ms$

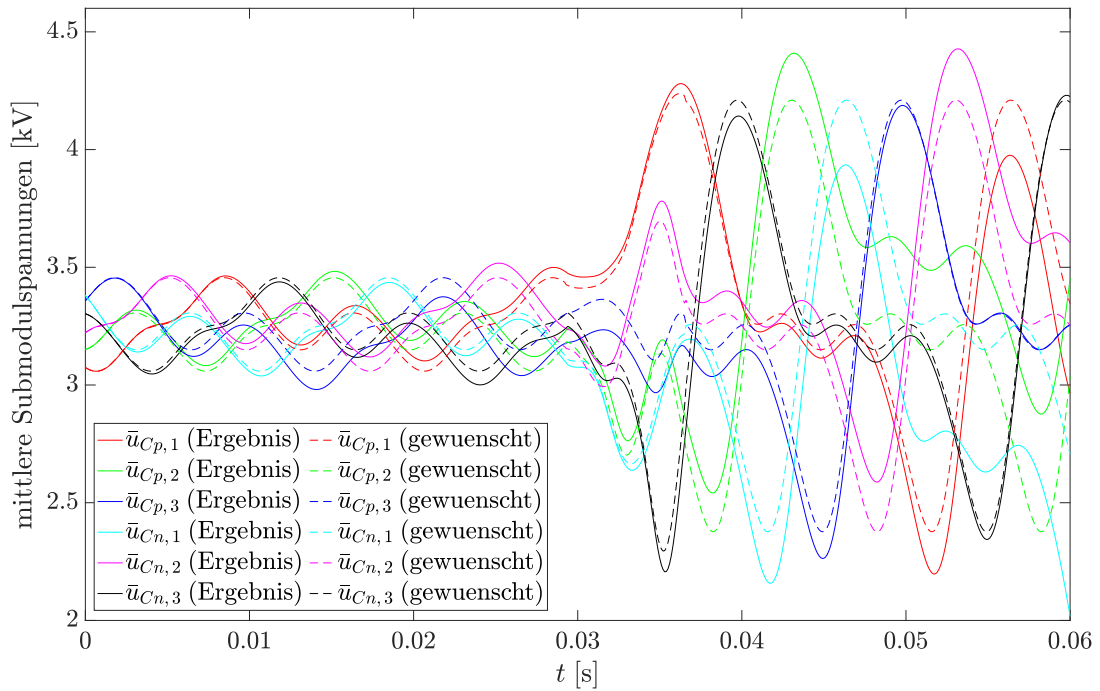


erweiterter Ansatz - externe AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$ & interne Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$; Übergangsdauer $T_s = 7.2ms$

Abbildung 5.4: Erweiterter Ansatz - vergleichende Betrachtung der Simulationsergebnisse (—) der $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente & des externen DC-Stromes i_{DC} sowie der externen AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$ & der internen Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ im Vergleich zu den gewünschten Verhalten (---) für die resultierende, gesteuerte und durch die Eingänge getriebene Dynamik (=Vorsteuerung) des schnellen Trajektorienübergangs



erweiterter Ansatz - interne Energiekomponenten $W'_{\Sigma,\alpha/\beta}$ & $W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}$; Übergangsdauer $T_s = 7.2ms$



erweiterter Ansatz - mittlere Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$; Übergangsdauer $T_s = 7.2ms$

Abbildung 5.5: Erweiterter Ansatz - vergleichende Betrachtung der Simulationsergebnisse (—) der internen Energiekomponenten $\{W'_{\Sigma,\alpha/\beta} \text{ \& } W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}\}$ sowie der mittleren Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$ im Vergleich zu den gewünschten Verhalten (---) für die resultierende, gesteuerte und durch die Eingänge getriebene Dynamik (=Vorsteuerung) des schnellen Trajektorienübergangs

Somit kann, analog zum Grundansatz, das geforderte Verhalten für die inneren Energiekomponenten $W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$ & $W'_{\Delta, 0/\alpha/\beta}$ und die mittleren Submodulspannungen $\bar{u}_{C, p/n, 1/2/3}$ vor und nach dem Übergang nicht exakt gewährleistet werden. Die Amplituden der mittleren Submodulspannungen vergrößern sich hinsichtlich ihres geforderten Referenzverhaltens im eingeschwungenen Endzustand im Vergleich zum Startzustand, wie auch bei den inneren Energiekomponenten und den internen Kreisströmen beobachtet, von geforderten $3.06kV$ auf $4.00kV$.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die $W'_{\Sigma, 0}$ -Energiekomponente und der DC-Strom i_{DC} ein sehr gutes Verhalten über die komplette Simulationsdauer zeigen und aufgrund ihrer äquivalenten Berechnung in Job1 für beide Ansätze gleiche Ergebnisse liefern. Dem hingegen weisen die Amplituden der inneren Energiekomponenten $W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$ & $W'_{\Delta, 0/\alpha/\beta}$, die der inneren Kreisströme $i_{e, \alpha/\beta}$ und die der mittleren Submodulspannung $\bar{u}_{C, p/n, 1/2/3}$ im Grundansatz im Vergleich zum erweiterten Ansatz höhere maximale Amplituden während des Übergangsintervalls t_0 bis $t_0 + T_s$ auf. Dennoch zeigen beide Vorsteuerungsansätze sehr gute Ergebnisse hinsichtlich des Verhaltens aller Strom- und Energiekomponenten während des Übergangs, wobei der Grundansatz, aufgrund der deutlich geringeren Amplituden der inneren Energiekomponenten $W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$ & $W'_{\Delta, 0/\alpha/\beta}$, der inneren Kreisströme $i_{e, \alpha/\beta}$ und der mittleren Submodulspannung $\bar{u}_{C, p/n, 1/2/3}$ im eingeschwungenen Endzustand $^{(ss2)}$, besser als Vorsteuerung bei einer weniger häufigen Variation des eingeschwungenen Endzustands geeignet ist. Bei einer häufigen Änderung des eingeschwungenen Endzustandes hingegen, kann jedoch der erweiterte Ansatz aufgrund der geringeren Amplituden der inneren Energiekomponenten, der inneren Kreisströme und der mittleren Submodulspannung während des Übergangs ebenfalls als Vorsteuerung herangezogen werden und ist sogar dem Grundansatz vorzuziehen. Dieses Verhalten spiegelt sich ebenfalls bei Betrachtung der Größe der Gütefunktion gemäß Gleichung (4.14) für den Übergang G_{trans} und in G_{ss2} für den eingeschwungenen Endzustand wider und ist auf die zusätzliche Variation einer Kreisstromamplitude $\hat{i}_e^{ss2}$ zur Minimierung der Gütefunktion G während des Übergangsintervalls in Job 2B zurückzuführen.

	<u>Grundansatz</u>	<u>erweiterter Ansatz</u>
Übergang (t_0 bis $t_0 + T_s$)	$G_{trans} = 1.847$	$G_{trans} = 0.453$
eingeschwungener Endzustand	$G_{ss2} = 0.007$	$G_{ss2} = 0.021$

Hierdurch ist der Endzustand von $\hat{u}_{cm}^{(ss2)}$, $\varphi_{i, e}^{(ss2)}$ & $\varphi_{u, cm}^{(ss2)}$ nur teilweise, durch die Teiloptimierung der Oszillationsstärke der inneren Energiekomponenten, vorgegeben und die Amplitude der Kreisstromkomponenten $\hat{i}_e^{(ss2)}$ wird im erweiterten Ansatz für die Minimierung der Energieoszillationen während des kurzen Übergangs verwendet, anstatt wie im Grundansatz für die Minimierung der Energieoszillationen während des eingeschwungenen Endzustandes. Folglich resultieren die größeren Amplituden der inneren Energiekomponenten, der inneren Kreisströme und die der mittleren Submodulspannung im eingeschwungenen Endzustand. Da in dieser Arbeit ein sich stabil einstellender eingeschwungener Endzustand von langer Dauer, ohne häufige Veränderungen dieses, im Vordergrund gegenüber kleinerer Amplituden während des Übergangs stehen, welche zudem adäquate Werte für beide Ansätze annehmen, wird von nun lediglich der Grundansatz weiter verfolgt. Somit ist es von Vorteil, wenn der eingeschwungene Endzustand $^{(ss2)}$ komplett vorgegeben und hinsichtlich der Oszillationsstärke optimiert wird, anstatt wie im erweiterten Ansatz die Leistungsoszillationen während des Übergangs zu minimieren.

Bei detaillierter Betrachtung der $W'_{\Sigma, 0}$ -Energiekomponente in der nachfolgenden Abbildung, über eine längere Simulationszeit von 2 Sekunden, ist ein leichter Drift von $\pm 1\%$ bei ansonsten unveränderten Randbedingungen zu Tabelle 5.1 zu beobachten. Dies ist ebenfalls für beide Vorsteuerungsansätze in den erwähnten ungenauen Verhalten der Simulationsergebnisse, im Vergleich zum gewünschten Verhalten, der internen Energiekomponenten ($W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$ & $W'_{\Delta, \alpha/\beta}$), der inneren Kreisströme $i_{e, \alpha/\beta}$ und der mittleren Submodulspannungen ($\bar{u}_{C, p/n, 1/2/3}$), nach und in abgeschwächter Form ebenfalls bereits

vor dem Trajektorienübergang, ersichtlich. Dieses ungenaue Verhalten liegt darin begründet, dass die theoretische Herleitung auf Differentialgleichungen mit beliebig feiner Zeitauflösung basiert, wohingegen die Implementierung in der Simulation durch Differenzen bei fester endlicher Zeitauflösung ($Dt = 0.01ms$) umgesetzt wird. Da der optimal eingeschwungene Referenzzustand nicht vollständig stabil gehalten werden kann, bedingt dies einer Regelung von kleinen Abweichungen, welche aus Diskretisierungsfehlern in der Simulation resultieren. Im nachfolgenden Kapitel werden deshalb Regelungsstrategien zur notwendigen Kompensation dieser und weiterer implementierter Abweichungen für einen optimalen eingeschwungenen Referenzzustand entworfen.

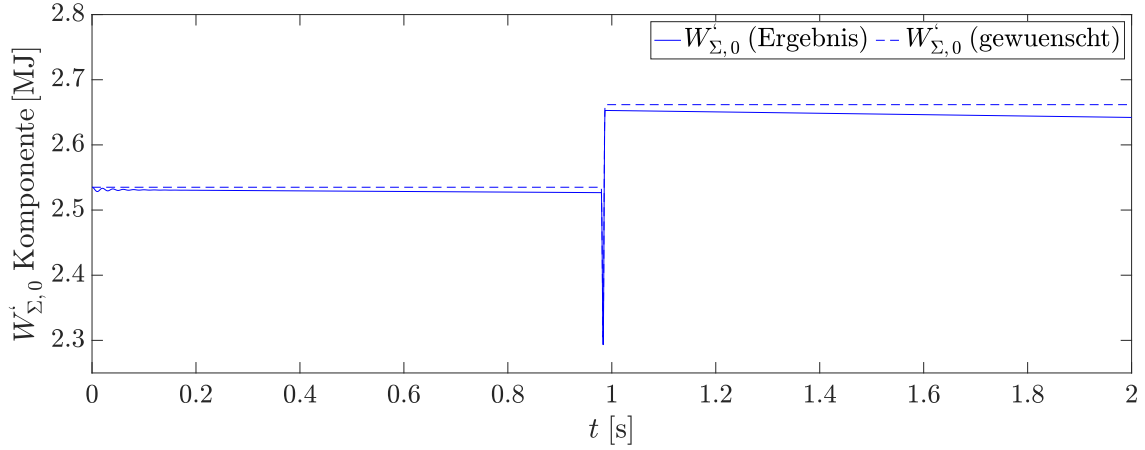


Abbildung 5.6: Drift der $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente für eine Simulationsdauer von 2s

Zusammenfassend ist festzustellen, dass trotz der kurzen Übergangszeit von $7,2ms$ und der hohen an das Trajektorien-Design gestellten Anforderungen hinsichtlich großer Änderungen der externen Spannungen ($u_{AC,\alpha/\beta}$ & u_{DC}) und der $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente, zur Gewährleistung eines schnellen und glatten Übergangs, die Ergebnisse ein sehr gutes Verhalten für den Grund- sowie für den erweiterten Ansatz widerspiegeln. Dennoch ist ebenfalls ein nicht exaktes Verhalten, im Vergleich zu den geforderten Referenzwerten vor und nach dem Übergangsintervall, insbesondere der Energiekomponenten zu beobachten, was einer im Nachfolgenden Kapitel eingeführten Regelungsstrategie bedarf. Hierbei werden zur Kompensation aller Abweichungen (δ) der Strom- $\{\delta i_{DC}, \delta i_{e,\alpha/\beta} \text{ \& } \delta i_{AC,\alpha/\beta}\}$ und Energiekomponenten $\{\delta W'_{\Sigma,0/\alpha/\beta} \text{ \& } \delta W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}\}$ im nächsten Kapitel drei Regelungsalgorithmen (Methode (0), Methode (I), & Methode (II)) zur Bestimmung der benötigten Korrekturen der 6 Eingangsvariablen $\{\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta}, \delta \Delta_{\alpha/\beta}, \delta u_{\Sigma,0}, \delta u_{cm}\}$ des MMCs, vorgestellt.

Kapitel 6

Abweichungskompensation für den Modularen Multilevel Umrichter - Feedback Control

In diesem Kapitel wird eine Regelungsstrategie zur Kompensation von relativ kleinen Abweichungen aus dem gewünschten Zustand vorgestellt, welche als Korrektur überlagert implementiert wird. Die im Nachfolgenden beschriebene theoretische Diskussion ist hierbei allgemein, wobei sich die Umsetzung der Anwendung im weiteren Verlauf auf den optimalen eingeschwungenen Referenzzustand aus Kapitel 3 als gewünschte Trajektorie fokussiert. Die Regelungsstrategie kann auch für den Übergang zwischen zwei unterschiedlichen eingeschwungenen Zuständen, wie im Kapitel 4 vorgestellt, eingesetzt werden. Abweichungen können hierbei sowohl im inneren des MMC entstehen oder auch extern hervorgerufen werden. Die im inneren des MMCs auftretenden systematischen Abweichungen entstehen maßgeblich durch Diskretisierungsfehler, welche durch eine ungenaue Realisierung der theoretisch ideal entworfenen Eingangsvariablen $u_{p/n,1/2/3}$ (oder äquivalent in den Linearkombinationen $u_{\Sigma/\Delta,\alpha/\beta/0}$) in der realen Anlage resultieren. Deren Werte können, aufgrund der in endlicher Anzahl zur Verfügung stehenden Submodule N_{SM} , nicht exakt implementiert werden. Zusätzlich können weitere Abweichungen der Ströme $\{\delta i_{DC}, \delta i_{e,\alpha/\beta} \& \delta i_{AC,\alpha/\beta}\}$ und Energiekomponenten $\{\delta W'_{\Sigma,0}, \delta W'_{\Sigma,\alpha/\beta}, \delta W'_{\Delta,\alpha/\beta} \& \delta W'_{\Delta,0}\}$, welche durch Schwankungen in den äußeren DC- und AC-Spannungen $\{\delta u_{DC} \& \delta u_{AC,\alpha/\beta}\}$ hervorgerufen werden, auftreten. Hierbei stellen die Abweichungen, dargestellt durch δ , die Differenz zwischen dem im System realisierten Verhalten und dem gewünschten entworfenen sowie ungestörten Referenzverhalten $^{(ref)}$, $\delta x = x - x^{(ref)}$, dar. Die nachfolgende Abbildung stellt zusammenfassend sowohl die in Kapitel 4 beschriebene Vorsteuerungsstrategie (feed-forward) für das Trajektorien-Design oder den eingeschwungenen Zustand dar und veranschaulicht zugleich die Regelungsstrategie (feedback) zur notwendigen Korrektur der internen und externen Abweichungen, welche in diesem Kapitel behandelt werden.

6.1 Dynamik der Abweichungen

Für die Erläuterung der Strategie zur Kompensation der erwähnten Abweichungen werden zunächst, basierend auf Gleichung (2.12) gemäß Seite 17, die normierten Dynamiken der Abweichungen in den Stromkomponenten $\{\delta i_{DC}, \delta i_{e,\alpha/\beta} \& \delta i_{AC,\alpha/\beta}\}$ dargestellt.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right) &= - \frac{R_{DC}}{\omega_{AC} (L_{DC} + L_e/3)} \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right) - \frac{\tilde{u}/\tilde{i}}{\omega_{AC} (L_{DC} + L_e/3)} \left(\left(\frac{\delta u_{\Sigma,0}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\delta u_{DC}}{\tilde{u}} \right) \right), \\ \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta i_{e,\alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) &= - \frac{R_e}{\omega_{AC} L_e} \left(\frac{\delta i_{e,\alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) - \frac{\tilde{u}/\tilde{i}}{\omega_{AC} L_e} \left(\frac{\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right), \end{aligned} \quad (6.1)$$

$$\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta i_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) = - \frac{R_{AC}}{\omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \left(\frac{\delta i_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) - \frac{1}{2} \frac{\tilde{u}/\tilde{i}}{\omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \left(\left(\frac{\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right) + 2 \left(\frac{\delta u_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right) \right).$$

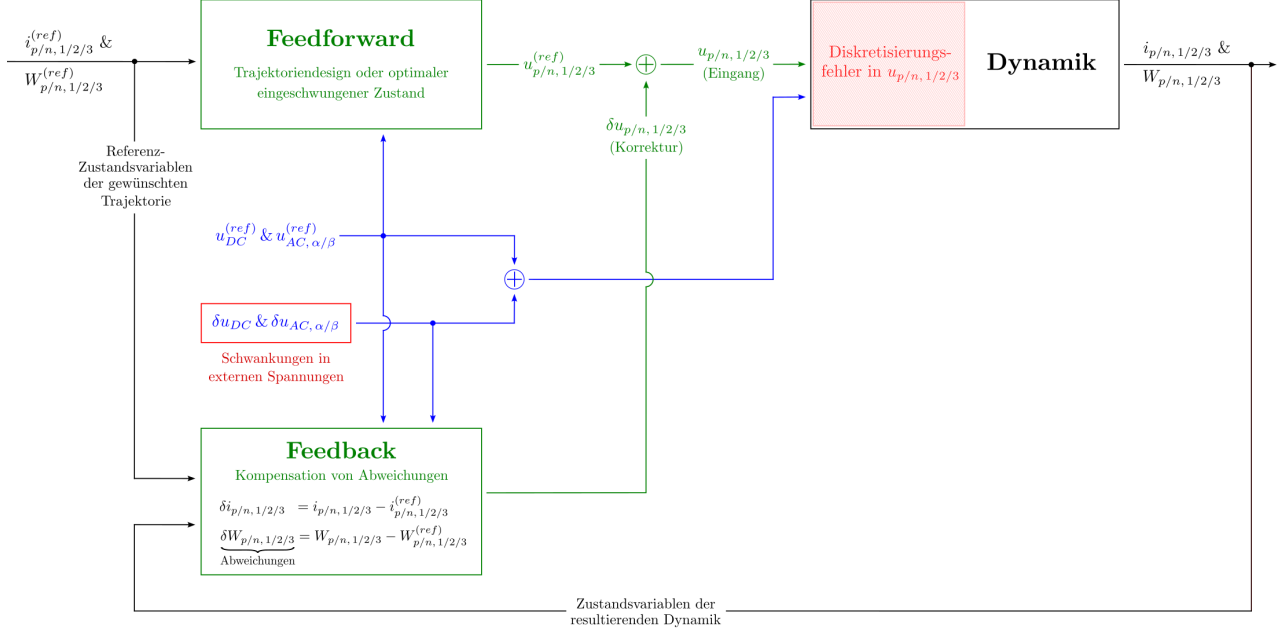


Abbildung 6.1: Übersicht der Vorsteuerungs- & Regelungsstrategie des MMCs inklusive der internen und externen Abweichungen sowie der resultierenden Korrekturen

Hierbei werden, wie bislang auch, der kleine Widerstandswert R_e vernachlässigt und die Strom- und Spannungsskalen für die Normierung der Dynamiken zu $\tilde{i} = i_{DC}^{(ss)}$ sowie zu $\tilde{u} = u_{DC}^{(ss)}$ gewählt, wobei die senkrechten Pfeile ($\Downarrow$) die Korrekturen der Eingangsvariablen $\{\delta u_{\Sigma, \alpha/\beta}, \delta u_{\Delta, \alpha/\beta}, \delta u_{\Sigma, 0}, \delta u_{\Delta, 0} = -2\delta u_{cm}\}$ zu den entsprechenden Referenzwerten $(^{ref})$ symbolisieren. Analog zu den Bewegungsgleichungen der Stromabweichungen ergeben sich die Bewegungsgleichungen der Abweichungen der 6 Energiekomponenten, auf Grundlage der Gleichungen (4.1) & (4.2) auf den Seiten 54 & 55, zu:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma, 0}}{\tilde{W}} \right) &\approx + \frac{1}{6} \left(\frac{u_{DC}^{(ref)}}{\tilde{u}} - 4R_{DC} i_{DC}^{(ref)} \right) \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{u}^{(ref)}}{\tilde{u}} + 2R_{AC} \tilde{i}_{AC}^{(ref)} \right)^T \left(\frac{\delta \vec{i}_{AC}}{\tilde{i}} \right) \\ &+ \frac{1}{6} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{DC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right) &\approx + \frac{1}{2} \left(\frac{u_{DC}^{(ref)}}{\tilde{u}} - 2L_{DC} \frac{di_{DC}^{(ref)}}{dt} - 2R_{DC} i_{DC}^{(ref)} \right) \left(\frac{\delta i_{e, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{u}^{(ref)}}{\tilde{u}} + 2R_{AC} \tilde{i}_{AC}^{(ref)} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{i}_{AC}}{\tilde{i}} \right) \\ &- \left(\frac{i_{e, \alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{L_{DC} \frac{d\delta u_{\Sigma, 0}}{dt} + R_{DC} \delta i_{DC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{i_{AC, \alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{i_{e, \alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{DC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right), \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'_{\Delta, 0}}{\tilde{W}} \right) \approx - \left(\frac{\tilde{u}^{(ref)}}{\tilde{u}} + L_{AC} \frac{d\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{dt} + R_{AC} \tilde{i}_{AC}^{(ref)} \right)^T \left(\frac{\delta \vec{i}_e}{\tilde{i}} \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right)$$

$$\begin{aligned}
& - \left(\frac{\vec{i}_e^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\frac{L_{AC} \frac{d\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}}{dt} + R_{AC} \delta \vec{i}_{AC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right) \\
& - \left(\frac{\vec{i}_e^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right), \\
\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'_{\Delta, \alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right) & \approx \frac{1}{2} \left(\frac{u_{DC}^{(ref)} - 2L_{DC} \frac{di_{DC}^{(ref)}}{dt} - 2R_{DC} i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) - \left(\frac{i_{AC, \alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{L_{DC} \frac{d\delta u_{\Sigma, 0}}{dt} + R_{DC} \delta i_{DC}}{\tilde{u}} \right) \\
& - \left(\frac{\vec{u}_{AC}^{(ref)} + L_{AC} \frac{d\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{dt} + R_{AC} \vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{i}_e}{\tilde{i}} \right) - \left(\frac{\vec{i}_e^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{L_{AC} \frac{d\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}}{dt} + R_{AC} \delta \vec{i}_{AC}}{\tilde{u}} \right) \\
& - \frac{2}{3} \left(\frac{u_{AC, \alpha/\beta}^{(ref)} + L_{AC} \frac{di_{AC, \alpha/\beta}^{(ref)}}{dt} + R_{AC} i_{AC, \alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right) \\
& - \frac{2}{3} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{L_{AC} \frac{d\delta i_{AC, \alpha/\beta}}{dt} + R_{AC} \delta i_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right) - 2 \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{e, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) - 2 \left(\frac{i_{e, \alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right) \\
& + \frac{1}{2} \left(\frac{i_{AC, \alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{DC}}{\tilde{u}} \right) - \left(\frac{\vec{i}_e^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right), \quad (6.2)
\end{aligned}$$

wobei die Energieskala $\tilde{W} = \tilde{u}\tilde{i}/\omega_{AC}$ zur Normierung der Energiekomponenten gewählt wurde, um durch die dimensionslose Darstellung eine bessere Vergleichbarkeit der Abweichungen zu erreichen. Es ist wichtig zu erwähnen, dass in den Abweichungen des DC- und AC-Stromes (δi_{DC} & $\delta \vec{i}_{AC}$) weitere Abweichungen der externen Spannungen (δu_{DC} & $\delta \vec{u}_{AC}$) auftreten, welche die Regelung zusätzlich erschweren und folglich korrigiert werden müssen. Diese Abweichungen sind der Übersichtlichkeit halber am Ende der jeweiligen Bewegungsgleichung in Blau darstellt. In der vorangegangenen Gleichung für die Dynamik der Energiekomponenten wurden ausschließlich die linearen Beiträge in den Abweichungen berücksichtigt, da bei einer erfolgreichen Regelung die auftretenden Abweichungen klein gehalten werden und somit die quadratischen Abweichungen aufgrund ihres geringen Beitrages vernachlässigt werden können.

$$\begin{aligned}
x y - x^{(ref)} y^{(ref)} &= x^{(ref)} \delta y - y^{(ref)} \delta x + \mathcal{O}(\text{Abweichungen}^2), \quad \text{wobei} \\
\text{Abweichungen} &\begin{cases} \delta x &= x - x^{(ref)} \\ \delta y &= y - y^{(ref)} \end{cases} \quad (6.3)
\end{aligned}$$

6.2 Regelungsstrategie zur Kompensation kleiner Abweichungen der Strom- und Energiekomponenten des MMCs

Zur Kompensation aller Abweichungen (δ) der Strom- $\{\delta i_{DC}, \delta i_{e, \alpha/\beta}$ & $\delta i_{AC, \alpha/\beta}\}$ und Energiekomponenten $\{\delta W'_{\Sigma, 0/\alpha/\beta}$ & $\delta W'_{\Delta, 0/\alpha/\beta}\}$ aus den Gleichungen (6.1) & (6.2), werden im Nachfolgenden drei Regelungsalgorithmen (Methode (0), Methode (I), & Methode (II)) zur Bestimmung der benötigten Korrekturen der 6 Eingangsvariablen $\{\delta u_{\Sigma, \alpha/\beta}, \delta u_{\Delta, \alpha/\beta}, \delta u_{\Sigma, 0}, \delta u_{cm}\}$ des MMCs, welcher als DC-zu AC Umrichter betrieben wird, entworfen. Hierfür wird eine, zusätzlich zum optimalen eingeschwungenen Zustand gemäß Kapitel 3, überlagerte Regelung implementiert, welche je nach Regelungsmethode aus drei oder vier einzelnen Schritten besteht. Die hierarchische Aufteilung in verschiedene Schritte ergibt sich aus den unterschiedlichen Zeitskalen, wobei zunächst die schnellen und im weiteren Verlauf die zu den langsameren Zeitskalen korrelierten Korrekturen der 6 Eingangsgrößen betrachtet werden. In den 3 nachfolgend beschriebenen Regelungsmethoden werden 3 unterschiedliche Regelungsansätze in den einzelnen Schritten miteinander kombiniert.

- Zum einen werden strombasierte Lösungsansätze implementiert, bei welchen ein exponentielles Abklingen der Abweichungen der internen und externen Ströme durch eine zu definierende Zeitkonstante realisiert wird.
- Zum anderen kommen energiebasierte Methoden, welche das asymptotische Verhalten $\delta W' \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$ der Bewegungsgleichung der Energiekomponenten und somit ein exponentielles Abklingen der Abweichungen der Energien mit einer zugehörigen Zeitskala sicherstellen, zum Einsatz.
- Weiterhin wird ein lyapunovbasierter Ansatz, welcher gewährleistet, dass die Ableitung der entworfenen Lyapunov-Funktion V entlang den Systemtrajektorien nicht größer wird $\left(\frac{dV}{dt} \leq 0\right)$, implementiert.

6.2.1 Methode (0) - Regelungsstrategie aus der Kombination der drei Lösungsansätze, hauptsächlich strombasiert

Bei der aus 3 Schritten bestehenden Methode (0) zur Kompensation von kleinen Abweichungen der Strom- und Energiekomponenten des MMCs werden zunächst die Fluktuationen der Kreis- und AC-Ströme $\{i_{e,\alpha/\beta} \& i_{AC,\alpha/\beta}\}$ durch den Entwurf von $\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta}$ & $\delta u_{\Delta,\alpha/\beta}$, kompensiert, da die Kreisströme eine hohe Dynamik aufweisen und die Abweichungen der AC-Ströme als Ausgangsgröße schnell korrigiert werden müssen. Anschließend erfolgt die Korrektur der Abweichungen des DC-Stromes δi_{DC} und die der Gesamtenergie $\delta W'_{\Sigma,0}$ durch die Bestimmung von $\delta u_{\Sigma,0}$. Abschließend werden die Abweichungen aller 5 internen Energiekomponenten $\{\delta W'_{\Sigma,\alpha/\beta}, \delta W'_{\Delta,0} \& \delta W'_{\Delta,\alpha/\beta}\}$ durch die Berechnung der verbleibenden Korrektur δu_{cm} kompensiert. Dies erfolgt durch die Implementierung einer Lyapunov-Funktion V , die als Energiemaß für das System dient und deren Ableitung entlang den Systemtrajektorien nicht zunehmen darf $\frac{dV}{dt} \leq 0$. Zusammenfassend zeigt die nachfolgende Tabelle noch einmal die 3 Schritte mit den zugehörigen Zeitskalen, welche im weiteren Verlauf detailliert beschrieben werden.

Tabelle 6.1: Methode (0) - überlagerte Regelungsstrategie in 3 Schritten zur Kompensation von Abweichungen

Methode (0)	Abweichungen	Korrekturen	Zeitskala
Schritt 1 strombasiert	interne Kreisströme ($\delta i_{e,\alpha/\beta}$)	$\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta}$	$\tau_e \sim \Delta t$ (schnell)
	externe AC-Ströme ($\delta i_{AC,\alpha/\beta}$)	$\delta u_{\Delta,\alpha/\beta}$	
Schritt 2 energiebasiert	externer DC-Strom (δi_{DC}) Gesamtenergie ($\delta W'_{\Sigma,0}$)	$\delta u_{\Sigma,0}$	$\tau_{DC} \sim 20\tau_e$ (mittel)
Schritt 3 lyapunovbasiert	interne Energiekomponenten $\{\delta W'_{\Sigma,\alpha/\beta} \& \delta W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}\}$	δu_{cm}	langsam

Methode (0) - Schritt 1a

Bestimmung der Korrekturen $\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta}$ zur Reduktion der Kreisstromabweichungen $\delta i_{e,\alpha/\beta}$

Die Kompensation der Abweichungen der inneren Kreisströme $\delta i_{e,\alpha/\beta}$ gemäß Gleichung (6.1) wird durch den Entwurf der Korrekturen der Eingangsvariablen $\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta}$ wie folgt gewährleistet.

$$\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta i_{e,\alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) = - \frac{R_e}{\omega_{AC} L_e} \left(\frac{\delta i_{e,\alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) - \frac{\tilde{u}/\tilde{i}}{\omega_{AC} L_e} \left(\frac{\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right). \quad (6.4)$$

Es ist ersichtlich, dass die Dynamik der Kreisströme, unter Vernachlässigung des kleinen Widerstandswerts R_e , lediglich durch die kleine Induktivität L_e bestimmt wird und somit geringe Fluktuationen in der Spannung $\delta u_{\Sigma, \alpha/\beta}$ zu einer schnellen und ungewollten Änderung der Kreisströme führen. Somit kann dieser Einfluss nicht über ein längeres Zeitintervall vernachlässigt werden, woraus die Anforderung $\delta i_{e, \alpha/\beta} = 0$ an die Abweichungen der Kreisströme resultiert. Unter Einhaltung dieser Bedingung entfallen viele Terme der Bewegungsgleichung des Kreisstromes und folglich auch der inneren Energiekomponenten, was die Regelung der Energiedynamiken deutlich vereinfacht. Infolgedessen ergibt sich die Korrektur der Eingangsvariablen $\delta u_{\Sigma, \alpha/\beta}$, mit der zu definierenden Zeitkonstanten τ_e , welche typischerweise in der Größenordnung des Zeitschrittes Δt liegt, zu:

$$\Downarrow \delta u_{\Sigma, \alpha/\beta} = \frac{L_e}{\tau_e} \delta i_{e, \alpha/\beta}, \quad (6.5)$$

woraus die Abweichungen der Kreisströme unter Einbeziehung der definierten Korrektur der Eingangsvariablen $\delta u_{\Sigma, \alpha/\beta}$ wie folgt resultieren:

$$\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta i_{e, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) = -\frac{1}{\omega_{AC}} \left(\frac{R_e}{L_e} + \frac{1}{\tau_e} \right) \left(\frac{\delta i_{e, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right). \quad (6.6)$$

Das exponentielle Abklingen der Abweichungen in den Kreisstromkomponenten $\delta i_{e, \alpha/\beta} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$ gewährleistet hierbei die asymptotische Stabilität der inneren Stromdynamik.

Methode (0) - Schritt 1b:

Bestimmung der Korrekturen $\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}$ zur Reduktion der AC-Stromabweichungen δi_{AC}

Analog zum Vorgehen bei der Reduktion der Abweichungen der Kreisströme, wird die Kompensation der Abweichungen der AC-Ströme $i_{AC, \alpha/\beta}$, wie in Gleichung (6.1) ersichtlich, durch den Entwurf der Korrekturen der Eingangsvariablen $\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}$ umgesetzt.

$$\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta i_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) = \frac{1}{\omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \left\{ -R_{AC} \left(\frac{\delta i_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) - \frac{\tilde{u}/\tilde{i}}{2} \left(\left(\frac{\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right) - 2 \left(\frac{\delta u_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right) \right) \right\}. \quad (6.7)$$

Da der AC-Strom als Ausgangsgröße des MMCs ein gewünschtes Verhalten zu jedem Zeitpunkt schnell am Ausgang garantieren muss, ergibt sich folgende Anforderung an die Abweichungen des AC-Stromes $\delta i_{AC, \alpha/\beta} = 0$. Zur Kompensation dieser Abweichungen wird $\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}$ wie folgt für den DC- zu AC-Betrieb des MMCs entworfen:

$$\Downarrow \delta u_{\Delta, \alpha/\beta} = \frac{2 (L_{AC} + L_e/2)}{\tau_e} \delta i_{AC, \alpha/\beta} - 2 \delta u_{AC, \alpha/\beta}^1. \quad (6.8)$$

Diese Implementierung führt zu einem exponentiellen Abklingen der Abweichungen des AC-Stromes $\delta i_{AC, \alpha/\beta}$ mit der Zeitkonstanten τ_e . Folglich ergibt sich die Abweichung des AC-Stromes, unter Anwendung der Korrektur von $\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}$ aus der vorangegangenen Gleichung, zu:

$$\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta i_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) = -\frac{1}{\omega_{AC}} \left(\frac{R_{AC}}{L_{AC} + L_e/2} + \frac{1}{\tau_e} \right) \left(\frac{\delta i_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right), \quad (6.9)$$

wobei festzustellen ist, dass diese Gleichung unabhängig von den Abweichungen der extern vorgegebenen AC-Spannung $\delta u_{AC, \alpha/\beta}$ ist und somit das geforderte Abklingen der Abweichungen mit jedem Zeitschritt, analog zu Schritt 1a durch die negativen Realteile der Nullstellen des charakteristischen Polynoms, gewährleistet wird.

¹Fungiert der MMC als AC- zu DC-Converter ergibt sich eine Änderung des Vorzeichens von $\delta u_{AC, \alpha/\beta}$, wodurch $\delta u_{\Delta, \alpha/\beta} = \frac{2 (L_{AC} + L_e/2)}{\tau_d} \delta i_{AC, \alpha/\beta} + 2 \delta u_{AC, \alpha/\beta}$ folgt.

Methode (0) - Schritt 2:

Bestimmung der Korrektur $\delta u_{\Sigma,0}$ zur Kompensation der Abweichungen des DC-Stromes δi_{DC} & der $\delta W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente

Nach Durchführung des ersten Schrittes stehen zur Kompensation der verbleibenden Abweichungen lediglich noch die beiden Eingangsgrößen $\delta u_{\Sigma,0}$ & δu_{cm} frei zur Verfügung, weshalb aufgrund der nicht ausreichenden Anzahl an freien Eingangskorrekturen die Stromkomponenten nicht einzeln, und von den Energiekomponenten entkoppelt, geregelt werden können. Es ist darüber hinaus anzumerken, dass lediglich die DC-Spannung zur Korrektur von verbleibenden Abweichungen der Gesamtenergie des MMCs zur Verfügung steht, da die Common-Mode-Spannung u_{cm} keine Stromdynamiken regelt und ausschließlich die innere Energieverteilung in den Armen des MMC prägt und die Gesamtenergie ($6W'_{\Sigma,0}$) nicht beeinflusst. Weiterhin ist die Dynamik des DC-Stromes i_{DC} im Gegensatz zu der Dynamik der AC- und Kreisströme wesentlich langsamer, da die Induktivität L_{DC} bei langen DC-Übertragungsleitungen, im Vergleich zu L_{AC} & L_e , 3-4 Größenordnungen größer sind. Somit resultiert nicht die Notwendigkeit den DC-Strom mit den AC- und Kreisströmen parallel zu regeln, sondern dieser wird erst nach dem Erreichen der gewünschten Trajektorie des AC-Stromes korrigiert. Ziel dieses Schrittes ist es deshalb, die Strom- und Energieabweichungen (δi_{DC} & $\delta W'_{\Sigma,0}$) gemeinsam durch $\delta u_{\Sigma,0}$, nach der Korrektur der Abweichungen $\delta i_{e,\alpha/\beta} = 0 = \delta i_{AC,\alpha/\beta}$ gemäß Schritt 1, zu kompensieren. Der DC-Strom sowie die Bewegungsgleichung der Gesamtenergie bleiben hierbei unverändert zu den bekannten Gleichungen (6.1) & (6.2).

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right) &= - \frac{R_{DC}}{\omega_{AC} (L_{DC} + L_e/3)} \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right) - \frac{\tilde{u}/\tilde{i}}{\omega_{AC} (L_{DC} + L_e/3)} \left(\left(\frac{\delta u_{\Sigma,0}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\delta u_{DC}}{\tilde{u}} \right) \right), \\ \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma,0}}{\tilde{W}} \right) &\approx + \frac{1}{6} \left(\frac{u_{DC}^{(ref)} - 4R_{DC}i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{DC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{i}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\frac{\delta \tilde{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right). \end{aligned} \quad (6.10)$$

Es ist aus der vorangegangenen Gleichung ersichtlich, dass sich die Dynamik der Gesamtenergieabweichung, abgesehen von den Abweichungen in den äußeren Spannungen (δu_{DC} & $\delta \tilde{u}_{AC}$), durch die Struktur der erwähnten Teildynamik der DC-Stromabweichung ergibt. Da die Eingangskorrektur $\delta u_{\Sigma,0}$ die Dynamik der DC-Stromabweichung bestimmt, resultiert die Notwendigkeit der Berechnung der zweiten Ableitung der Energiekomponenten zum Erhalt einer direkten Kopplung dieser mit dem Eingang. Folglich führt die Konvergenz der Gesamtenergieabweichung ($\delta W'_{\Sigma,0} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$) auch zu einer Konvergenz der DC-Stromabweichung ($\delta i_{DC} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$). Die zweite Ableitung der kombinierten Dynamiken von $\delta W'_{\Sigma,0}$ und δi_{DC} , welche wie erläutert im Weiteren für die Regelung der Abweichungen von $\delta W'_{\Sigma,0}$ notwendig ist, ergibt sich wie folgt:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega_{AC}^2} \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma,0}}{\tilde{W}} \right) &\approx + \frac{1}{6} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{du_{DC}^{(ref)}}{dt} - 4 \frac{R_{DC}}{\omega_{AC}} \frac{di_{DC}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{di_{DC}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{DC}}{\tilde{u}} \right) \\ &\quad - \frac{1}{4} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\frac{\delta \tilde{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{6} \frac{R_{DC}}{\omega_{AC} (L_{DC} + L_e/3)} \left(\frac{u_{DC}^{(ref)} - 4R_{DC}i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right) \\ &\quad + \frac{1}{12} \frac{\tilde{u}/\tilde{i}}{\omega_{AC} (L_{DC} + L_e/3)} \left(\frac{u_{DC}^{(ref)} - 4R_{DC}i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta u_{DC}}{\tilde{u}} \right) \\ &\quad + \frac{1}{6} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\delta u_{DC}}{dt}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\delta \tilde{u}_{AC}}{dt}}{\tilde{u}} \right) \\ &\quad - \frac{1}{6} \frac{\tilde{u}/\tilde{i}}{\omega_{AC} (L_{DC} + L_e/3)} \left(\frac{u_{DC}^{(ref)} - 4R_{DC}i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta u_{\Sigma,0}}{\tilde{u}} \right). \end{aligned} \quad (6.11)$$

$\delta W'_{\Sigma,0}$ weist für diesen Teil der Dynamik einen Relativgrad von 2 auf, da die niedrigste zeitliche Ableitung dieser Energiekomponente, welche die Eingangsgröße $\delta u_{\Sigma,0}$ enthält, die zweite Ableitung ist, welche aus dem zweiten Beitrag der Abweichungen des DC-Stromes

$\frac{d}{dt}\delta i_{DC} \sim -\frac{1}{L_{DC} + L_e/3} \left(\delta u_{\Sigma,0} - \frac{\delta u_{DC}}{2} \right)$ resultiert. Da der erste Anteil der Abweichungen des DC-Stromes $\frac{d}{dt}\delta i_{DC} \sim -\frac{R_{DC}}{L_{DC} + L_e/3} \delta i_{DC}$ bereits Energie abbaut, muss dieser Beitrag für ein Abflachen der Abweichung von $\delta W'_{\Sigma,0}$ nicht kompensiert werden. Die vorherige Gleichung ermöglicht es, den erforderlichen Eingang $\delta u_{\Sigma,0}$ herzuleiten, woraus die Bewegungsgleichung

$$\frac{1}{\omega_{AC}^2} \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma,0}}{\tilde{W}} \right) + \frac{1}{\omega_{AC} \tau_{DC}} \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma,0}}{\tilde{W}} \right) + \frac{1}{\omega_{AC}^2 \tau_{DC}^2} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma,0}}{\tilde{W}} \right) = 0, \quad (6.12)$$

resultiert. Das asymptotische Verhalten $\delta W'_{\Sigma,0} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$, und daraus resultierend das Abklingen der Abweichungen der Gesamtenergie, wird durch die Erfüllung des Hurwitz-Kriteriums sichergestellt, da alle Koeffizienten des charakteristischen Polynoms $\left(\frac{s}{\omega_{AC}} \right)^2 + \frac{1}{\omega_{AC} \tau_{DC}} \left(\frac{s}{\omega_{AC}} \right) + \frac{1}{(\omega_{AC} \tau_{DC})^2} \left(\frac{s}{\omega_{AC}} \right)^0$ gemäß der vorangegangenen Gleichung (6.12) positiv sind. Hierbei spiegelt τ_{DC} eine gewünschte positive Zeitskala wider, welche mindestens eine Größenordnung größer als die des vorherigen Schrittes (τ_e) gewählt werden muss, um sicherzustellen, dass die Regelung in Schritt 1 abgeschlossen ist und $\delta i_{e,\alpha/\beta} = 0 = \delta i_{AC,\alpha/\beta}$ gilt. Folglich ergibt sich die resultierende Eingangskorrektur $\delta u_{\Sigma,0}$, wobei die zeitlichen Ableitungen der Schwankungen in den externen Spannungen $\frac{d\delta \tilde{u}_{AC}}{dt}$ & $\frac{d\delta u_{DC}}{dt}$ entweder aus der Differenz zwischen zwei aufeinander folgenden Zeitschritten abgeschätzt (Gleichung (6.14)) oder vernachlässigt (Gleichung (6.15)) werden können, normiert zu:

$$\delta u_{\Sigma,0} = \frac{1}{2} \delta u_{DC} + 6\tilde{u} \tilde{i} \omega_{AC} (L_{DC} + L_e/3) \frac{\Xi_{\Sigma,0}}{u_{DC}^{(ref)} - 4R_{DC}i_{DC}^{(ref)}}, \quad \text{mit} \quad (6.13)$$

$$\begin{aligned} \Xi_{\Sigma,0} = & + \frac{1}{6} \left(\overbrace{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{du_{DC}^{(ref)}}{dt} - 4 \frac{R_{DC}}{\omega_{AC}} \frac{di_{DC}^{(ref)}}{dt}}^{\approx 0} \right) \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right) + \frac{1}{6} \left(\overbrace{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{di_{DC}^{(ref)}}{dt}}^{\approx 0} \right) \left(\frac{\delta u_{DC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{4} \left(\overbrace{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{dt}}^{\approx \left(\frac{\tilde{i}_{AC}}{\tilde{i}} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}} \right)^T \left(\frac{\delta \tilde{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) \\ & - \frac{1}{6} \frac{R_{DC}}{\omega_{AC} (L_{DC} + L_e/3)} \left(\frac{u_{DC}^{(ref)} - 4R_{DC}i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right) \\ & + \frac{1}{6} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\delta u_{DC}}{dt} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{i_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\delta \tilde{u}_{AC}}{dt} \right) \\ & + \frac{1}{\omega_{AC} \tau_{DC}} \left[+ \frac{1}{6} \left(\frac{u_{DC}^{(ref)} - 4R_{DC}i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{DC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{i_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\frac{\delta \tilde{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) \right] \\ & + \frac{1}{\omega_{AC}^2 \tau_{DC}^2} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma,0}}{\tilde{W}} \right). \end{aligned} \quad (6.14)$$

Aufgrund der im eingeschwungenen Zustand geltenden Bedingungen $\frac{du_{DC}^{(ref)}}{dt} = 0 = \frac{di_{DC}^{(ref)}}{dt}$ sowie $\frac{d\tilde{u}_{AC}^{(ref)}}{dt} = \omega_{AC} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \tilde{u}_{AC}^{(ref)}$ & $\frac{d\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{dt} = \omega_{AC} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tilde{i}_{AC}^{(ref)}$, folgt $\Xi_{\Sigma,0}$, unter Vernachlässigung von $\frac{d\delta \tilde{u}_{AC}}{dt}$ & $\frac{d\delta u_{DC}}{dt}$, zu:

$$\Xi_{\Sigma,0} = - \left(\frac{\tilde{u}_{AC}^{(ref)} + 2R_{AC}\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{4} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \delta \tilde{i}_{AC} - \left(\frac{\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{4} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \delta \tilde{u}_{AC} + \frac{u_{DC}^{(ref)} - 4R_{DC}i_{DC}^{(ref)}}{6\omega_{AC}\tau_{DC}} \delta i_{DC}$$

$$- \left(\frac{\vec{u}_{AC}^{(ref)} + 2R_{AC}\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{4\omega_{AC}\tau_{DC}} \right)^T \delta \vec{i}_{AC} + \frac{i_{DC}^{(ref)}}{6\omega_{AC}\tau_{DC}} \delta u_{DC} - \left(\frac{\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{4\omega_{AC}\tau_{DC}} \right)^T \delta \vec{u}_{AC} + \frac{1}{(\omega_{AC}\tau_{DC})^2} \delta W'_{\Sigma,0}. \quad (6.15)$$

Aus der Bewegungsgleichung für $\delta W'_{\Sigma,0}$ gemäß Gleichung (6.2) ist ersichtlich, dass das asymptotisch stabile Verhalten $\delta W'_{\Sigma,0} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$ ebenfalls ein Abklingen der Abweichungen des DC-Stromes $\delta i_{DC} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$ impliziert.

Methoden (0) - Schritt 3:

Bestimmung der Korrektur δu_{cm} zur Kompensation der restlichen Abweichungen der 5 inneren Energiekomponenten $\{\delta W'_{\Sigma,\alpha/\beta}, \delta W'_{\Delta,0} \& \delta W'_{\Delta,\alpha/\beta}\}$

Nach Durchführung der beiden Schritte 1 & 2 und dem Erreichen der Bedingung $\delta i_{e,\alpha/\beta} = 0 = \delta i_{AC,\alpha/\beta} = \delta i_{DC}$ steht für die Regelung der Abweichungen aller 5 inneren W' -Energiekomponenten $\{\delta W'_{\Sigma,\alpha/\beta}, \delta W'_{\Delta,0} \& \delta W'_{\Delta,\alpha/\beta}\}$, welche im Nachfolgenden normiert basierend auf Gleichung (6.2) dargestellt sind, lediglich eine einzige Eingangsvariable (δu_{cm}) frei für die Korrektur aller Abweichungen zur Verfügung.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma,\alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right) &\approx + \frac{1}{2} \left(\frac{i_{e,\alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{DC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{i_{AC,\alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right), \\ \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'_{\Delta,0}}{\tilde{W}} \right) &\approx - \left(\frac{\vec{i}_e^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right), \\ \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'_{\Delta,\alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right) &\approx + \frac{1}{2} \left(\frac{i_{AC,\alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{DC}}{\tilde{u}} \right) - \left(\frac{\vec{i}_e^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{AC,\alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right) \\ &\quad - 2 \left(\frac{i_{e,\alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right). \end{aligned} \quad (6.16)$$

Für diese Korrekturen der Abweichungen aller 5 inneren Energiekomponenten wird eine Lyapunov-Funktion V , welche die Stärke der Abweichungen der inneren Energiekomponenten misst, entworfen.

$$V = \frac{c_{\Sigma,\alpha/\beta}}{2} \left[\left(\frac{\delta W'_{\Sigma,\alpha}}{\tilde{W}} \right)^2 + \left(\frac{\delta W'_{\Sigma,\beta}}{\tilde{W}} \right)^2 \right] + \frac{c_{\Delta,0}}{2} \left(\frac{\delta W'_{\Delta,0}}{\tilde{W}} \right)^2 + \frac{c_{\Delta,\alpha/\beta}}{2} \left[\left(\frac{\delta W'_{\Delta,\alpha}}{\tilde{W}} \right)^2 + \left(\frac{\delta W'_{\Delta,\beta}}{\tilde{W}} \right)^2 \right]. \quad (6.17)$$

Die positiven konstanten Gewichtungen der W' -Energiekomponenten $\left\{ c_{\Sigma,\alpha/\beta} = 1, c_{\Delta,0} = \frac{1}{2}, c_{\Delta,\alpha/\beta} = \frac{1}{4} \right\}$ sind hierbei den jeweiligen Armenenergien, entsprechend einer gleichmäßigen Verteilung, analog zu Gleichung (3.15) zugeordnet. Das Minimum der quadratischen Lyapunov-Funktion V aus der vorangegangenen Gleichung, welche einer Gütefunktion gemäß Kapitel 3 entspricht, wird dann erreicht, wenn diese vollständig abgeklungen ist und somit keinerlei Abweichungen mehr existieren. Dieses Abklingen der zeitlichen Ableitung $\frac{dV}{dt} \leq 0$, welche in der nachfolgenden Gleichung dargestellt ist, wird durch geeignete Wahl von δu_{cm} sichergestellt.

$$\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{dV}{dt} = \alpha (\delta u_{DC}, \delta \vec{u}_{AC}, \delta W'_{\Delta,0}, \delta W'_{\Sigma/\Delta,\alpha/\beta}) + \beta (\delta W'_{\Delta,0}, \delta W'_{\Sigma/\Delta,\alpha/\beta}) \frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}}, \quad \text{mit} \quad (6.18)$$

$$\alpha = + \frac{c_{\Sigma,\alpha/\beta}}{2} \left(\frac{\delta \vec{W}'_{\Sigma}}{\tilde{W}} \right)^T \left(\frac{i_{e,\alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{DC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{c_{\Sigma,\alpha/\beta}}{4} \left(\frac{\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\mathbf{N}_{\alpha} \frac{\delta W'_{\Sigma,\alpha}}{\tilde{W}} + \mathbf{N}_{\beta} \frac{\delta W'_{\Sigma,\beta}}{\tilde{W}} \right) \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right)$$

$$\begin{aligned}
& -c_{\Delta,0} \left(\frac{\delta W'_{\Delta,0}}{\tilde{W}} \right) \left(\frac{\tilde{i}_e^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\frac{\delta \tilde{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) + \frac{c_{\Delta,\alpha/\beta}}{2} \left(\frac{\delta \tilde{W}'_{\Delta}}{\tilde{W}} \right)^T \left(\frac{\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{DC}}{\tilde{u}} \right) \\
& - c_{\Delta,\alpha/\beta} \left(\frac{\tilde{i}_e^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\mathbf{N}_{\alpha} \frac{\delta W'_{\Delta,\alpha}}{\tilde{W}} + \mathbf{N}_{\beta} \frac{\delta W'_{\Delta,\beta}}{\tilde{W}} \right) \left(\frac{\delta \tilde{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{2c_{\Delta,\alpha/\beta}}{3} \left(\frac{\tilde{i}_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta \tilde{W}'_{\Delta}}{\tilde{W}} \right)^T \left(\frac{\delta \tilde{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right), \\
\beta & = -\frac{c_{\Sigma,\alpha/\beta}}{2} \left(\frac{\delta \tilde{W}'_{\Sigma}}{\tilde{W}} \right)^T \left(\frac{\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) - \frac{2c_{\Delta,0}}{3} \left(\frac{\delta W'_{\Delta,0}}{\tilde{W}} \right) \left(\frac{\tilde{i}_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) - 2c_{\Delta,\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \tilde{W}'_{\Delta}}{\tilde{W}} \right)^T \left(\frac{\tilde{i}_e^{(ref)}}{\tilde{i}} \right),
\end{aligned}$$

Grundsätzlich gilt für eine zeitliche Ableitung eines sogenannten Lyapunov-Kandidaten $V(\vec{x})$ in der allgemeinen Form $\frac{dV}{dt} = \alpha(\vec{x}) + \beta(\vec{x})u$, dass kein allgemeiner stabilisierter Eingang gefunden werden kann, welcher die Bedingung $\frac{dV}{dt} \leq 0$ erfüllt, solange der Vektor $\vec{x}$ vom Minimum der Lyapunov-Funktion $\vec{x} = \vec{0}$ abweicht. Wenn hingegen die zusätzliche, jedoch nicht stark einschränkende, Bedingung $|\alpha| < |\beta| u_{max}$ immer erfüllt wird, kann ein stabilisierender Eingang durch folgenden Ansatz nach Lin-Sontag [41] berechnet werden:

$$\frac{u}{u_{max}} = - \left(\frac{\alpha}{\beta u_{max}} \right) \frac{1 + \text{sign}(\alpha) \sqrt{1 + \frac{\phi^2}{(\alpha/\beta u_{max})^2}}}{1 + \sqrt{1 + \phi^2}}, \quad (6.19)$$

wobei $\vec{x}$ den Zustandsvektor und u den einzigen Eingang des Systems darstellen. Dies gilt unter den Annahmen, dass $\beta \neq 0$ ist und ϕ eine beliebige Funktion darstellt, die ebenfalls ungleich null ist und welche gegen null abfällt bis ein Zustand nahe dem Minimum der Lyapunov-Funktion erreicht ist. Diese Bedingung gewährleistet automatisch, dass $|u| \leq u_{max}$ ist, wenn die universelle Formel nach Lin-Sontag

$$\frac{|u|}{u_{max}} \leq \frac{\frac{|\alpha|}{|\beta| u_{max}} + \sqrt{\left(\frac{\alpha}{\beta u_{max}} \right)^2 + \phi^2}}{1 + \sqrt{1 + \phi^2}} < 1 \quad \text{für} \quad \frac{|\alpha|}{|\beta| u_{max}} < 1 \quad (6.20)$$

erfüllt wird und stellt darüber hinaus eine abfallende Lyapunov-Funktion der Form

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\alpha \sqrt{1 + \phi^2} - |\alpha| \sqrt{1 + \frac{\phi^2}{(\alpha/\beta u_{max})^2}}}{1 + \sqrt{1 + \phi^2}} < 0 \quad (6.21)$$

sicher. Dies gilt trivialerweise für $\alpha < 0$ und auch für $\alpha > 0$, da $\left(\frac{\alpha}{\beta u_{max}} \right)^2 < 1$ gilt. Es wird weiterhin immer angenommen, dass $\beta(\vec{x})$ ebenfalls ungleich null ist, solange die Lyapunov-Funktion noch kleiner werden muss. Wenn $\beta(\vec{x})$ gleich null werden sollte, ist keine Kontrolle der Lyapunov-Funktion V mehr möglich. Es ist jedoch sehr unwahrscheinlich, dass dieser Zustand, aufgrund der hohen Anzahl an Ableitungen in den Bewegungsgleichungen, vorkommt, bevor das Minimum der Lyapunov-Funktion erreicht wurde.

Somit kann aus der Lyapunov-Funktion der Form $\frac{dV}{dt} = \alpha + \beta \frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}}$ aus Gleichung (6.18) durch die Anwendung der Lin-Sontag-Formel gemäß Gleichung (6.20) die notwendige Korrektur der Eingangsvariable δu_{cm} bestimmt werden. Es ist ersichtlich, dass in beiden α - & β -Beiträgen die Abweichungen der 5 inneren Energiekomponenten vorkommen und im α -Anteil zusätzlich die Abweichungen der externen Spannungen δu_{DC} & $\delta \tilde{u}_{AC}$, welche wie erwähnt vernachlässigt oder berechnet werden können, auftreten. Die zu bestimmende Korrektur δu_{cm} hat hingegen lediglich auf den β -Beitrag Einfluss. Der Ansatz nach Lin-Sontag zur Bestimmung von δu_{cm} stellt weiterhin sicher, dass die Stärke der

Korrekturen unterhalb einer definierten oberen Grenze liegt. Diese Eigenschaft wird genutzt, um eine Begrenzung der Abweichungen der Eingangsvariablen δu_{cm} sicherzustellen, woraus sich die stabilisierende Regelung für δu_{cm} wie folgt ergibt:

$$\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \frac{1}{u_{r,max}} = \begin{cases} -\left(\frac{\alpha}{\beta u_{r,max}}\right) \frac{1 + \text{sign}(\alpha) \sqrt{1 + \frac{\phi^2}{(\alpha/\beta u_{r,max})^2}}}{1 + \sqrt{1 + \phi^2}} & \beta \neq 0 \\ 0 & \beta = 0. \end{cases} \quad (6.22)$$

Hierbei stellt $u_{r,max}$ den dimensionslosen maximalen Wert der größtmöglichen normierten Abweichung der Eingangsvariablen $\delta u_{cm}/\tilde{u}$ dar, wobei die Einhaltung der erwähnten Grenzen $|\alpha| < |\beta| u_{r,max}$ sichergestellt ist, sofern die letzte Bedingung der Beschränkungen nicht durch eine zu enge obere Grenze verletzt wird. Die Bedingung $|\alpha| < |\beta| u_{r,max}$ wird ferner erfüllt, da im Beitrag von α immer ein quadratischer Zusammenhang der Abweichungen vorherrscht, welche im Vergleich zu den linear auftretenden Abweichungen von β , deutlich geringer sind. Die Funktion ϕ aus Gleichung (6.22) kann hierbei frei gewählt werden, solange diese zum einen bei Abweichungen der Eingangskorrekturen, die ungleich null ist, nicht abklingen und zum anderen muss diese gegen null abklingen, wenn ein idealer Zustand, indem keinerlei Abweichungen mehr vorkommen, vorherrscht. Mögliche Beispiele für die Wahl von ϕ sind $\phi \sim \alpha^m$, $\phi \sim \beta^m$ oder $\phi \sim \|\vec{\delta x}\|^m$, wobei der Exponent m strikt positiv sein muss.

6.2.2 Methode (I) - Regelungsstrategie aus der Kombination der drei Lösungsansätze, hauptsächlich energiebasiert

In der vorherigen Regelungsmethode wurde die Kompensation der Abweichungen in allen 5 internen Energiekomponenten $\{\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}, \delta W'_{\Delta, \alpha/\beta} \text{ \& } \delta W'_{\Delta, 0}\}$ nur durch eine einzige Eingangskorrektur δu_{cm} erreicht. Zum Erhalt einer gleichmäßigeren Verteilung der Regelungsaufgabe für die Strom- und Energiekomponenten des MMCs, wird ein ähnlicher Ansatz wie bei der Kompensation der externen Ströme $\{\delta i_{DC} \text{ \& } \delta i_{AC, \alpha/\beta}\}$ aus Methode (0) implementiert, um die 6 erforderlichen Eingangskorrekturen $\{\delta u_{\Sigma, \alpha/\beta}, \delta u_{\Delta, \alpha/\beta}, \delta u_{\Sigma, 0}, \delta u_{\Delta, 0} = -2\delta u_{cm}\}$ zu bestimmen. Hierfür werden in Methode (I), analog zu Methode (0), sowohl strom- als auch energie- und lyapunovbasierte Ansätze in den 4 hierarchisch durchgeführten Schritten implementiert, welche 4 unterschiedlich schnelle Zeitskalen aufweisen. Im Vergleich zu Methode (0) werden die beiden Abweichungen der inneren Σ -Energiekomponenten ($\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$) nicht mehr im letzten lyapunovbasierten Regelungsschritt kompensiert, sondern zusammen mit den AC-Stromabweichungen ($\delta i_{AC, \alpha/\beta}$) in Schritt 2 geregelt. Die Wahl der Σ -Energiekomponenten liegt darin begründet, dass deren Dynamiken im Vergleich zu den Δ -Energiekomponenten weniger Terme enthalten und somit die Komplexität reduziert wird. Die gemeinsame Regelung der Abweichungen von $\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$ mit denen der AC-Ströme $\delta i_{AC, \alpha/\beta}$ wurde bevorzugt, da diese im Vergleich zu den Kreisströmen eine langsamere Dynamik aufweisen. In der nachfolgenden Tabelle sind zusammenfassend die 4 hierarchischen Regelungsschritte von Methode (I) dargestellt.

Aufgrund der, im Vergleich zu den AC-Leitungen, deutlich größeren Induktivität L_{DC} der zugrunde liegenden langen Gleichstromübertragungsleitungen ($L_{DC} > L_{AC}$) ist die Dynamik des DC-Stroms i_{DC} im Vergleich zur Dynamik des AC-Stromes wesentlich langsamer, weshalb es nicht erforderlich ist, den DC-Strom parallel zu oder vor den AC-Strömen zu regeln. Dessen Korrektur erfolgt, wie in Methode (0) auch, erst nach Erreichen der gewünschten Trajektorie des AC-Stromes.

Im ersten Schritt werden ausschließlich die Abweichungen der Kreisströme $i_{e, \alpha/\beta}$, durch den Entwurf von und $\delta u_{\Sigma, \alpha/\beta}$, kompensiert, da diese wie aus Methode (0) bekannt eine hohe Dynamik aufweisen und somit schnell korrigiert werden müssen. In Schritt 2 folgt der energiebasierte Entwurf der Eingangsvariablen $\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}$ zur Regelung der Abweichungen des AC-Stromes ($\delta i_{AC, \alpha/\beta}$) sowie der Σ -Energiekomponenten ($\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$) mit der im Vergleich zum ersten Schritt langsameren Zeitskala τ_{AC} .

Tabelle 6.2: Methode (I) - überlagerte Regelungsstrategie in 4 Schritten zur Kompensation von Abweichungen

Methode (I)	Abweichungen	Korrekturen	Zeitskala
Schritt 1 strombasiert	interne Kreisströme ($\delta i_{e,\alpha/\beta}$)	$\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta}$	$\tau_e \sim \Delta t$ (schnell)
Schritt 2 energiebasiert	externe AC-Ströme ($\delta i_{AC,\alpha/\beta}$) internen Σ -Energiekomponenten ($\delta W'_{\Sigma,\alpha/\beta}$)	$\delta u_{\Delta,\alpha/\beta}$	$\tau_{AC} \sim 10\tau_e$ (mittel)
Schritt 3 energiebasiert	externer DC-Strom (δi_{DC}) Gesamtenergie ($\delta W'_{\Sigma,0}$)	$\delta u_{\Sigma,0}$	$\tau_{DC} \sim 5\tau_{AC}$ (mittel)
Schritt 4 lyapunovbasiert	interne Δ -Energiekomponenten ($\delta W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}$)	δu_{cm}	langsam

Anschließend werden im dritten Schritt ebenfalls energiebasiert die Abweichungen des DC-Stromes (δi_{DC}) und die der Gesamtenergie ($\delta W'_{\Sigma,0}$) durch $\delta u_{\Sigma,0}$ mit einer noch langsameren Zeitskala τ_{DC} geregelt. Abschließend erfolgt in Schritt 4 die Kompensation der Abweichungen der drei noch verbleibenden Δ -Energiekomponenten ($\delta W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}$) durch die letzte noch frei zur Korrektur zur Verfügung stehenden Eingangsvariablen δu_{cm} , welche durch eine Lyapunov-Funktion analog zu Methode (0) bestimmt wird.

Methode (I) - Schritt 1

Bestimmung der Korrekturen $\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta}$ zur Reduktion der Kreisstromabweichungen $\delta i_{e,\alpha/\beta}$

Analog zu Schritt 1a aus Methode (0) wird die Kompensation der Abweichungen der Kreisströme $\delta i_{e,\alpha/\beta}$ gemäß Gleichung (6.1) durch den Entwurf der Korrekturen der Eingangsvariablen $\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta}$ gewährleistet.

$$\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta i_{e,\alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) = -\frac{R_e}{\omega_{AC} L_e} \left(\frac{\delta i_{e,\alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) - \frac{\tilde{u}/\tilde{i}}{\omega_{AC} L_e} \left(\frac{\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right). \quad (6.23)$$

Unter Vernachlässigung des kleinen Widerstandswertes R_e wird die Dynamik der Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ hauptsächlich durch die kleine Induktivität L_e bestimmt, was dazu führt, dass selbst geringfügige Fluktuationen in der Spannung $\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta}$ schnelle und unerwünschte Änderungen der Kreisströme hervorrufen. Daher ist dieser Einfluss über längere Zeitintervalle nicht zu vernachlässigen, woraus sich die Anforderung $\delta i_{e,\alpha/\beta} = 0$ an die Abweichungen der Kreisströme ergibt. Die Erfüllung dieser Bedingung vereinfacht die Bewegungsgleichung der Kreisströme erheblich und reduziert entsprechend ebenfalls Beiträge der inneren Energiekomponenten, was die Regelung der Energiedynamiken erleichtert. Als Konsequenz ergibt sich die Korrektur der Eingangsvariablen $\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta}$ mit der Zeitkonstanten τ_e , die typischerweise in der Größenordnung des Zeitschrittes Δt liegt, zu:

$$\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta} = \frac{L_e}{\tau_e} \delta i_{e,\alpha/\beta}. \quad (6.24)$$

Hieraus resultieren die Abweichungen der Kreisströme unter Einbeziehung der definierten Korrektur der Eingangsvariablen $\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta}$ wie folgt:

$$\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta i_{e,\alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) = -\frac{1}{\omega_{AC}} \left(\frac{R_e}{L_e} + \frac{1}{\tau_d} \right) \left(\frac{\delta i_{e,\alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right), \quad (6.25)$$

woraus ein asymptotisch stabiles Verhalten, aufgrund des exponentiellen Abklingens der Abweichungen in den Kreisstromkomponenten $\delta i_{e,\alpha/\beta} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$, resultiert.

Methode (I) - Schritt 2:

Bestimmung der Korrekturen $\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}$ zur Reduktion der AC-Stromabweichungen δi_{AC} und der Abweichungen der inneren Σ -Energiekomponenten $\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$

Nach der Korrektur der Kreisstromabweichungen $\delta i_{e, \alpha/\beta} = 0$ mit der schnellen Zeitkonstanten τ_e in Schritt 1, erfolgt im zweiten Schritt durch den Entwurf von $\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}$ die Kompensation der Abweichungen der AC-Ströme $\delta i_{AC, \alpha/\beta}$ und die der beiden inneren Σ -Energiekomponenten $\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$ mit der langsameren Zeitskala $\tau_{AC} \sim 10\tau_e$. Deren Bewegungsgleichungen ergeben sich aus den bekannten Gleichungen (6.1) & (6.2) und unter der Bedingung $\delta i_{e, \alpha/\beta} = 0$, für den Betrieb des MMCs als DC- zu AC-Wechselrichter, zu:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta i_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) &= - \frac{R_{AC}}{\omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \left(\frac{\delta i_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) - \frac{\tilde{u}/\tilde{i}}{\omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right) + \left(\frac{\delta u_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right) \right) \\ \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right) &\approx - \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{u}_{AC}^{(ref)} + 2R_{AC}\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{i}_{AC}}{\tilde{i}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) \\ &\quad + \left(\frac{i_{e, \alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{\Sigma, 0}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} - \frac{1}{2} \left(\frac{i_{AC, \alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} - \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right). \end{aligned}$$

Die Dynamik der Abweichungen der beiden inneren Energiekomponenten $\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$ ergibt sich, abgesehen von den Abweichungen in den äußeren AC-Spannungen ($\delta \vec{u}_{AC}$), aus der Teildynamik der AC-Stromabweichung $\delta i_{AC, \alpha/\beta}$, welche durch die Eingangskorrektur $\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}$ geregelt werden kann. Um die zur Korrektur notwendige direkte Kopplung zwischen den beiden Abweichungen der AC-Strom- und Σ -Energiedynamiken sicherzustellen, erfolgt die Berechnung der zweiten Ableitung von $\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$. Diese direkte Kopplung ist unabdingbar, da aufgrund der im Vergleich zu allen zu regelnden Abweichungen lediglich eine geringere Anzahl an Eingangskorrekturen zur Regelung zur Verfügung steht. Entsprechend führt die Konvergenz der beiden inneren Energieabweichungen ($\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$)

auch zu einer Konvergenz der AC-Stromabweichungen ($\delta i_{AC} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$).

Für die vorangegangenen Bewegungsgleichungen kann im Vergleich zu Schritt 1 eine deutlich langsamere Zeitskala als τ_e zur Regelung herangezogen werden. Diese muss jedoch schneller als die des DC-Stromes, welcher im nachfolgenden Schritt durch die Eingangskorrektur $\delta u_{\Sigma, 0}$ kompensiert wird, und auch langsamer als die in Schritt 4 zur Kompensation der Abweichungen herangezogene Eingangskorrektur δu_{cm} , sein. Folglich können die beiden Eingangskorrekturen $\delta u_{\Sigma, 0}$ und δu_{cm} als konstant angenommen werden, da diese in größeren Zeitskalen in den nachfolgenden Schritten zur Kompensation der Abweichungen eingesetzt werden. Durch diese Annahme weisen die Bewegungsgleichungen, von $\delta W'_{\Sigma, \alpha}$ und $\delta W'_{\Sigma, \beta}$, wie in der nachfolgenden Gleichung ersichtlich, den Relativgrad 2 auf, da

↓

deren niedrigste zeitliche Ableitung, bei welcher die Eingangsgröße $\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}$ vorkommt, die zweite ist. Hieraus basiert, wie bereits erwähnt, der Name des energiebasierten Ansatzes.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega_{AC}^2} \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right) &\approx - \frac{1}{4} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\tilde{u}_{AC}^{(ref)}}{dt} + 2 \frac{R_{AC}}{\omega_{AC}} \frac{d\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{u}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{i}_{AC}}{\tilde{i}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{du_{cm}}{dt}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) \\ &\quad + \frac{1}{4} \frac{R_{AC}}{\omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \left(\frac{\tilde{u}_{AC}^{(ref)} + 2R_{AC}\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{i}_{AC}}{\tilde{i}} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{R_{AC}}{\omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \left(\frac{u_{cm}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) \\ &\quad + \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{u}_{AC}^{(ref)} + 2R_{AC}\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i} \omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{u_{cm}}{\tilde{i} \omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \right) \left(\frac{\delta u_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) \\
& + \left(\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{di_{e,\alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{\Sigma,0}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{di_{AC,\alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} \\
& + \frac{1}{8} \left(\frac{\vec{u}_{AC}^{(ref)} + 2R_{AC}\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}\omega_{AC}(L_{AC} + L_e/2)} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{u}_{\Delta}}{\tilde{u}} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{u_{cm}}{\tilde{i}\omega_{AC}(L_{AC} + L_e/2)} \right) \left(\frac{\delta u_{\Delta,\alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right),
\end{aligned} \tag{6.26}$$

Die zeitlichen Ableitungen der Abweichungen der externen Spannungen $\delta u_{AC,\alpha/\beta}$ können entweder aus der Differenz zwischen zwei aufeinander folgenden Zeitschritten geschätzt oder, wie in der endgültigen Implementierung, vernachlässigt werden. Somit können aus den vorherigen Gleichungen, die erforderlichen Eingangsgrößen $\delta u_{\Delta,\alpha/\beta}$ abgeleitet werden, um das asymptotische Verhalten $\delta W'_{\Sigma,\alpha/\beta} \rightarrow 0$ gemäß den folgenden Bewegungsgleichungen zu erreichen.

$$\frac{1}{\omega_{AC}^2} \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma,\alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right) + \frac{1}{\omega_{AC}\tau_{AC}} \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma,\alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right) + \frac{1}{\omega_{AC}^2 \tau_{AC}^2} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma,\alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right) = 0. \tag{6.27}$$

Hierbei stellt $\tau_{AC} \sim 10\tau_e$ die benötigte positive Zeitskala zum Abklingen der Abweichungen von $\delta W'_{\Sigma,\alpha/\beta}$ dar, was aufgrund der beiden positiven Koeffizienten der Ableitungen von $\frac{d}{dt} \delta W'_{\Sigma,\alpha/\beta}$ durch Erfüllung des Hurwitz-Kriteriums gegeben ist. Hieraus ergeben sich die vollständigen Eingangskorrekturen $\delta u_{\Delta,\alpha/\beta}$ zu:

$$\begin{pmatrix} \delta u_{\Delta,\alpha} \\ \delta u_{\Delta,\beta} \end{pmatrix} = -2\delta u_{AC,\alpha/\beta} - 8\tilde{i}\omega_{AC}(L_{AC} + L_e/2) \left(\frac{\left(\frac{\vec{u}_{AC}^{(ref)} + 2R_{AC}\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha}}{\left(\frac{\vec{u}_{AC}^{(ref)} + 2R_{AC}\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right)^T \mathbf{N}_{\beta}} + 2 \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) I_{2 \times 2} \right)^{-1} \begin{pmatrix} \Xi_{\Sigma,\alpha} \\ \Xi_{\Sigma,\beta} \end{pmatrix},$$

wobei

$$\begin{aligned}
& \Xi_{\Sigma,\alpha/\beta} = -\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\vec{u}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{u}} + 2 \frac{R_{AC}}{\omega_{AC}} \frac{d\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{i}_{AC}}{\tilde{i}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{du_{cm}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{AC,\alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) \\
& + \frac{1}{4} \frac{R_{AC}}{\omega_{AC}(L_{AC} + L_e/2)} \left(\frac{\vec{u}_{AC}^{(ref)} + 2R_{AC}\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{i}_{AC}}{\tilde{i}} \right) \\
& + \frac{1}{2} \frac{R_{AC}}{\omega_{AC}(L_{AC} + L_e/2)} \left(\frac{u_{cm}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{AC,\alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) \\
& \approx \left(\frac{\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \\
& - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) \\
& \approx -2 \left(\frac{\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Big/ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \approx \left(\frac{\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Big/ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
& + \left(\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{di_{e,\alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{\Sigma,0}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{di_{AC,\alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{\omega_{AC}\tau_{AC}} \left[-\frac{1}{4} \left(\frac{\vec{u}_{AC}^{(ref)} + 2R_{AC}\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta\vec{i}_{AC}}{\tilde{i}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{4} \left(\frac{\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta\vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) + \left(\frac{i_{e, \alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{\Sigma, 0}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} - \frac{1}{2} \left(\frac{i_{AC, \alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} \right] \\
& + \frac{1}{\omega_{AC}^2 \tau_{AC}^2} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right). \tag{6.28}
\end{aligned}$$

Unter Einhaltung der hierarchischen Struktur der einzelnen Schritte und den damit einhergehenden unterschiedlichen Zeitskalen, wurde die Kompensation der Abweichungen der Kreisströme aus Schritt 1 ($\delta i_{e, \alpha/\beta} = 0$) sowie die Regelung der Abweichungen der AC-Ströme ($\delta i_{AC, \alpha/\beta} = 0$) und der inneren Σ -Energiekomponenten $\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$ nach Abschluss dieses Schrittes erzielt.

Methode (I) - Schritt 3:

Bestimmung der Korrektur $\delta u_{\Sigma, 0}$ zur Kompensation der Abweichungen des DC-Stromes δi_{DC} & der $\delta W'_{\Sigma, 0}$ -Energiekomponente

Die Bestimmung der Korrektur $\delta u_{\Sigma, 0}$ zur Kompensation der Abweichungen des DC-Stromes δi_{DC} & der $\delta W'_{\Sigma, 0}$ -Energiekomponente erfolgt energiebasiert analog zu Schritt 2 von Methode (0) auf Seite 94. Da die Abweichungen des AC-Stromes bereits, aufgrund seiner schnelleren Dynamik im Vergleich zum DC-Strom, im vorangegangenen Schritt durch $\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}$ korrigiert wurden und $\delta i_{e, \alpha/\beta} = 0 = \delta i_{AC, \alpha/\beta}$ gilt, steht zur Regelung der Abweichungen von $\delta W'_{\Sigma, 0}$ nur der DC-Strom als einzige Korrekturgröße frei zur Verfügung. Hierbei wird im Vergleich zu Schritt 1 & 2 die langsamere Zeitskala τ_{DC} ($\tau_{DC} > \tau_{AC} > \tau_e$) zur Regelung der Abweichungen des AC-Stromes herangezogen. Somit ist eine Korrektur der Abweichungen des DC-Stromes δi_{DC} und der $\delta W'_{\Sigma, 0}$ -Energiekomponente nur gemeinsam und mit der Eingangsgröße $\delta u_{\Sigma, 0}$ möglich, weshalb dieser Regelungsschritt bei allen drei beschriebenen und erwähnten Regelungsmethoden identisch ist.

Wiederholend und auf den Gleichungen (6.13) & (6.14) basierend, ergeben sich die Korrekturen der Eingangsgröße $\delta u_{\Sigma, 0}$ mit den in Methode (0) in Schritt 2 beschriebenen Vernachlässigungen, zu:

$$\Downarrow \delta u_{\Sigma, 0} = \frac{1}{2} \delta u_{DC} + 6\tilde{u}\tilde{\omega}_{AC} (L_{DC} + L_e/3) \frac{\Xi_{\Sigma, 0}}{u_{DC}^{(ref)} - 4R_{DC}i_{DC}^{(ref)}}, \quad \text{mit} \tag{6.29}$$

$$\begin{aligned}
\Xi_{\Sigma, 0} = & -\frac{1}{4} \left(\frac{\vec{i}_{AC}}{\tilde{i}} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \left(\frac{\delta\vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{6} \frac{R_{DC}}{\omega_{AC} (L_{DC} + L_e/3)} \left(\frac{u_{DC}^{(ref)} - 4R_{DC}i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right) \\
& + \frac{1}{6} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\delta u_{DC}}{dt}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\delta\vec{u}_{AC}}{dt}}{\tilde{u}} \right) \\
& + \frac{1}{\omega_{AC}\tau_{DC}} \left[+ \frac{1}{6} \left(\frac{u_{DC}^{(ref)} - 4R_{DC}i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{DC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\frac{\delta\vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) \right] \\
& + \frac{1}{\omega_{AC}^2 \tau_{DC}^2} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma, 0}}{\tilde{W}} \right). \tag{6.30}
\end{aligned}$$

Methode (I) - Schritt 4:

Bestimmung der Korrektur δu_{cm} zur Kompensation der restlichen Abweichungen der 3 inneren Δ -Energiekomponenten $\{\delta W'_{\Delta,0} \& \delta W'_{\Delta,\alpha/\beta}\}$

Im letzten Schritt von Methode (I) werden die verbleibenden Abweichungen der 3 inneren Δ -Energiekomponenten $\{\delta W'_{\Delta,0} \& \delta W'_{\Delta,\alpha/\beta}\}$ durch den Entwurf der einzigen noch freien Eingangskorrektur δu_{cm} mithilfe des lyapunovbasierten Ansatzes kompensiert. Im Vergleich zu Methode (0), werden jedoch lediglich die 3 Δ -Energiekomponenten und nicht alle 5 inneren Energien geregelt, da die Abweichungen der beiden Σ -Energiekomponenten ($\delta W'_{\Sigma,\alpha/\beta}$) bereits in Schritt 2 korrigiert wurden. Nachdem die Abweichungen aller internen und externen Ströme in den Schritten 1, 2 & 3 mit einer langsameren Zeitskala als τ_{DC} kompensiert wurden ($\delta i_{e,\alpha/\beta} = 0 = \delta i_{AC,\alpha/\beta} = \delta i_{DC}$), ergeben sich die Abweichungen der 3 Δ -Energiekomponenten $\{\delta W'_{\Delta,0} \& \delta W'_{\Delta,\alpha/\beta}\}$ normiert, und auf Gleichung (6.2) basierend, zu:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'_{\Delta,0}}{\tilde{W}} \right) &\approx - \left(\frac{\vec{i}_e^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right), \\ \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'_{\Delta,\alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right) &\approx + \frac{1}{2} \left(\frac{i_{AC,\alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{DC}}{\tilde{u}} \right) - \left(\frac{\vec{i}_e^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{AC,\alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right) \\ &\quad - 2 \left(\frac{i_{e,\alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right). \end{aligned} \quad (6.31)$$

Die einzige verbleibende Eingangskorrektur, die der Common-Mode-Spannung δu_{cm} , wird wie in Methode (0) in Schritt 4 so entworfen, dass das Abklingen einer Lyapunov-Funktion V der Form

$$V = \frac{c_{\Delta,0}}{2} \left(\frac{\delta W'_{\Delta,0}}{\tilde{W}} \right)^2 + \frac{c_{\Delta,\alpha/\beta}}{2} \left[\left(\frac{\delta W'_{\Delta,\alpha}}{\tilde{W}} \right)^2 + \left(\frac{\delta W'_{\Delta,\beta}}{\tilde{W}} \right)^2 \right], \quad (6.32)$$

mit den Abweichungen $\{\delta W'_{\Delta,0} \& \delta W'_{\Delta,\alpha/\beta}\}$ sichergestellt ist. Die 3 positiven konstanten Gewichungen $c_{\Delta,0} > 0$, $c_{\Delta,\alpha/\beta} = \frac{1}{2} c_{\Delta,0}$, welche eine gleichmäßige Verteilung der 3 Δ -Armenergien gewährleisten, bleiben hierbei im Vergleich zu Methode (0) unverändert. Hieraus ergeben sich die Bewegungsgleichungen für die in der vorangegangenen Gleichung entworfenen Lyapunov-Funktion.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{dV}{dt} &= \alpha (\delta u_{DC}, \delta \vec{u}_{AC}, \delta W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}) + \beta (\delta W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}) \frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}}, \quad \text{mit} \quad (6.33) \\ \alpha &= -c_{\Delta,0} \left(\frac{\delta W'_{\Delta,0}}{\tilde{W}} \right) \left(\frac{\vec{i}_e^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) + \frac{c_{\Delta,\alpha/\beta}}{2} \left(\frac{\delta \vec{W}'_{\Delta}}{\tilde{W}} \right)^T \left(\frac{\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{DC}}{\tilde{u}} \right) \\ &\quad - c_{\Delta,\alpha/\beta} \left(\frac{\vec{i}_e^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\mathbf{N}_{\alpha} \frac{\delta W'_{\Delta,\alpha}}{\tilde{W}} + \mathbf{N}_{\beta} \frac{\delta W'_{\Delta,\beta}}{\tilde{W}} \right) \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{2c_{\Delta,\alpha/\beta}}{3} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta \vec{W}'_{\Delta}}{\tilde{W}} \right)^T \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right), \\ \beta &= -\frac{2c_{\Delta,0}}{3} \left(\frac{\delta W'_{\Delta,0}}{\tilde{W}} \right) \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) - 2c_{\Delta,\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{W}'_{\Delta}}{\tilde{W}} \right)^T \left(\frac{\vec{i}_e^{(ref)}}{\tilde{i}} \right). \end{aligned} \quad (6.34)$$

Aus dieser Gleichung kann, wie in Methode (0) in Schritt 3 auf Seite 97 ausführlich hergeleitet, durch die Anwendung der Lin-Sontag Formel gemäß Gleichung (6.22), die korrekte Eingangskorrektur δu_{cm}

bestimmt werden.

$$\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \frac{1}{u_{r,max}} = \begin{cases} - \left(\frac{\alpha}{\beta u_{r,max}} \right) \frac{1 + \text{sign}(\alpha) \sqrt{1 + \frac{\phi^2}{(\alpha/\beta u_{r,max})^2}}}{1 + \sqrt{1 + \phi^2}} & \beta \neq 0 \\ 0 & \beta = 0. \end{cases} \quad (6.35)$$

6.2.3 Methode (II) - Regelungsstrategie, ausschließlich energiebasiert

Ziel der letzten vorgestellten Methode ist es, eine Erweiterung der vorangegangenen Methoden hin zu einer vollständig energiebasierten Regelung von kleinen Abweichungen in den Strom- und Energiekomponenten sicherzustellen, wobei der Ausdruck des energiebasierten Ansatzes hierbei der aus der Literatur bekannten flachheitsbasierten Regelung gleichzusetzen ist. Es ist weiterhin wichtig zu erwähnen, dass die lange HVDC-Übertragungsleitung vollständig berücksichtigt wird, ohne den Beitrag der Induktivität in den Energiedynamiken zu vernachlässigen. Eine vollständig energiebasierte Regelung ermöglicht es, die Zeitkonstanten und somit die Abklinggeschwindigkeit aller Abweichungen direkt vorgeben zu können. Dies ist in den vorangegangenen Methoden (0) & (I), aufgrund der jeweils im letzten Regelungsschritt implementierten Lyapunov-Funktion, in welcher durch die Wahl des Exponenten m der ϕ -Funktion lediglich die Stärke des Abklingens vorgebbar ist, nicht möglich. Hierzu werden analog zu Methode (I) im ersten Schritt die Abweichungen der internen Kreisströme ($\delta i_{e,\alpha/\beta}$), in Schritt 2 die externen AC-Ströme ($\delta i_{AC,\alpha/\beta}$) und in Schritt 3 der DC-Strom (δi_{DC}) sowie die Gesamtenergie ($\delta W'_{\Sigma,0}$) mit den jeweils äquivalenten Zeitskalen und Korrekturen der Eingangsgrößen im Vergleich zu Methode (I) in den einzelnen hierarchischen Schritten kompensiert. Zusätzlich werden lediglich die Abweichungen der Σ -Energiekomponenten ($\delta W'_{\Sigma,\alpha/\beta}$) im ersten Schritt verringert, wohingegen die Abweichungen der Δ -Energiekomponenten ($\delta W'_{\Delta,\alpha/\beta}$) in Schritt 2 geregelt werden, sodass im letzten Schritt nur noch die Abweichungen der $\delta W'_{\Delta,0}$ -Energiekomponenten durch den Entwurf von δu_{cm} korrigiert werden. Die nachfolgende Tabelle fasst die 4 ausschließlich energiebasierten Regelungsschritte sowie die jeweiligen Abweichungen, Korrekturen und Zeitskalen zusammen.

Tabelle 6.3: Methode (II) - vollständig energiebasierte überlagerte Regelungsstrategie in 4 Schritten zur Kompensation von Abweichungen

Methode (II)	Abweichungen	Korrekturen	Zeitskala
Schritt 1 energiebasiert	interne Kreisströme ($\delta i_{e,\alpha/\beta}$) internen Σ -Energiekomponenten ($\delta W'_{\Sigma,\alpha/\beta}$)	$\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta}$	$\tau_e \sim \Delta t$ (schnell)
Schritt 2 energiebasiert	externe AC-Ströme ($\delta i_{AC,\alpha/\beta}$) internen Δ -Energiekomponenten ($\delta W'_{\Delta,\alpha/\beta}$)	$\delta u_{\Delta,\alpha/\beta}$	$\tau_{AC} \sim 10\tau_e$ (mittel)
Schritt 3 energiebasiert	externer DC-Strom (δi_{DC}) Gesamtenergie ($\delta W'_{\Sigma,0}$)	$\delta u_{\Sigma,0}$	$\tau_{DC} \sim 10\tau_{AC}$ (langsam)
Schritt 4 energiebasiert	interne Energiekomponente ($\delta W'_{\Delta,0}$)	δu_{cm}	$\tau_{cm} \sim \tau_{DC}$ (langsam)

Es ist wichtig anzumerken, dass andere Zuordnungen zwischen den entstehenden Abweichungen und den Korrekturen der Eingangsvariablen für weitere vollständig energiebasierte Regelungsansätze möglich sind, jedoch durch die in Tabelle 6.3 gezeigte Aufteilung die besten Ergebnisse resultieren. Zwei weitere vollständig energiebasierte Regelungsalgorithmen können zum einen durch die gemeinsame Durchführung des ersten und zweiten Schrittes von Methode (II) und zum anderen durch den Tausch der Reihenfolge des zweiten und dritten Schrittes aus Methode (II) erreicht werden. Da wie erwähnt in allen Schritten dieser Methode eine vollständig energiebasierte Regelung der Abweichungen vollzogen wird, ist im Folgenden zunächst das grundlegende Vorgehen noch einmal beschrieben, bevor, wie aus

den vorangegangenen Methoden bekannt, die einzelnen Schritte ausführlicher erläutert werden. Grundsätzlich soll durch das strikt hierarchische Vorgehen in den einzelnen Zeitschritten jeweils eine asymptotische Stabilität der Abweichungen der Energiekomponenten $\delta W' \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$ durch die jeweilige Wahl der Eingangskorrektur δu erreicht werden. Hierfür ist es wichtig anzumerken, dass die in den Zeitschritten zum Abklingen notwendigen positiven Zeitskalen mit jedem Schritt langsamer werden ($\tau_e > \tau_{AC} > \tau_{DC} \& \tau_{cm}$), sodass die in den nachfolgenden Schritten zur Kompensation genutzten Eingangskorrekturen im jeweils vorangegangenen Schritt als konstant angesehen werden können. Unter diesen Bedingungen weisen Bewegungsgleichungen der jeweiligen Schritte alle den Relativgrad 2 auf, was bedeutet, dass die niedrigste zeitliche Ableitung der Energiekomponenten $\delta W'$, welche die Eingangskorrektur δu aufweist, die zweite zeitliche Ableitung ist. Somit ergibt sich für jeden Schritt eine Bewegungsgleichung der Form:

$$\frac{1}{\omega_{AC}^2} \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\delta W'}{\tilde{W}} \right) + \frac{1}{\omega_{AC} \tau} \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'}{\tilde{W}} \right) + \frac{1}{\omega_{AC}^2 \tau^2} \left(\frac{\delta W'}{\tilde{W}} \right) = 0, \quad (6.36)$$

deren Abweichungen durch die korrekte Wahl der Eingangskorrektur δu abnimmt, wobei τ eine der in Tabelle 6.3 dargestellten positiven Zeitskalen ist.

Methoden (II) - Schritt 1

Bestimmung der Korrekturen $\delta u_{\Sigma, \alpha/\beta}$ zur Reduktion der Abweichungen des Kreisstromes $\delta i_{e, \alpha/\beta}$ und der beiden inneren Σ -Energiekomponenten $\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$

Für die Berechnung der Korrekturen $\delta u_{\Sigma, \alpha/\beta}$ zur Reduktion der Abweichungen des Kreisstromes ($\delta i_{e, \alpha/\beta}$) und der beiden inneren Σ -Energiekomponenten ($\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$), welche sich aus Gleichung (6.2) ergeben und im Nachfolgenden dargestellt sind, wird erneut wie in den ersten Schritten der vorangegangenen Methoden die schnelle Zeitskala τ_e herangezogen, welche die zeitliche Auflösung der Zustandsdynamiken ($\tau_e \sim \Delta t$) aufweist. Diese ist im Vergleich zu den Zeitskalen, welche zur Kompensation der AC- und DC-Ströme genutzt werden, deutlich schneller, weshalb die zu den externen Strömen zugehörigen Eingangskorrekturen $\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}$, $\delta u_{\Sigma, 0}$ & δu_{cm} als annähernd konstant angesehen werden können.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right) &\approx \frac{1}{2} \left(\frac{u_{DC}^{(ref)} - 2L_{DC} \frac{di_{DC}^{(ref)}}{dt} - 2R_{DC} i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{e, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) \\ &\quad - \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{u}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{i}_{AC}}{\tilde{i}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) \\ &\quad - \frac{1}{4} \left(\frac{\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) + \left(\frac{i_{e, \alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{\Sigma, 0}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} - \frac{1}{2} \left(\frac{i_{AC, \alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const}, \\ &\quad \Downarrow \\ \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta i_{e, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) &= - \frac{R_e}{\omega_{AC} L_e} \left(\frac{\delta i_{e, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) - \frac{\tilde{u}/\tilde{i}}{\omega_{AC} L_e} \left(\frac{\delta u_{\Sigma, \alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right) \overset{\text{kleiner}}{\approx} R_e - \frac{\tilde{u}/\tilde{i}}{\omega_{AC} L_e} \left(\frac{\delta u_{\Sigma, \alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right), \end{aligned} \quad (6.37)$$

Unter diesen Bedingungen weisen die beiden Abweichungen der Energiekomponenten $\delta W'_{\Sigma, \alpha}$ und $\delta W'_{\Sigma, \beta}$ den Relativgrad 2 auf, da die niedrigste zeitliche Ableitung, welche die Eingangskorrektur

$\delta u_{\Sigma, \alpha/\beta}$ beinhaltet, die zweite ist.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega_{AC}^2} \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right) &\approx \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{du_{DC}^{(ref)}}{dt} - 2 \frac{\omega_{AC} L_{DC}}{\omega_{AC}^2} \frac{d^2 i_{DC}^{(ref)}}{dt^2} - 2 \frac{R_{DC}}{\omega_{AC}} \frac{di_{DC}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{e, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) \\ &\quad - \frac{1}{4} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\tilde{u}_{AC}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{u}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{i}_{AC}}{\tilde{i}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{du_{cm}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{4} \frac{R_{AC}}{\omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \left(\frac{\vec{u}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{i}_{AC}}{\tilde{i}} \right) \\
& + \frac{1}{2} \frac{R_{AC}}{\omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) \\
& + \frac{1}{4} \left(\frac{\vec{u}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i} \omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{i} \omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \right) \left(\frac{\delta u_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right) \\
& - \frac{1}{4} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{di_{AC}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\delta \vec{u}_{AC}}{dt}}{\tilde{u}} \right) \\
& + \frac{1}{8} \left(\frac{\vec{u}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i} \omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{u}_{\Delta}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} + \frac{1}{4} \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{i} \omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \right) \left(\frac{\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} \\
& + \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{di_{e, \alpha/\beta}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{\Sigma, 0}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} - \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{di_{AC, \alpha/\beta}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} \\
& - \frac{1}{2} \left(\frac{\vec{u}_{DC}^{(ref)} - 2L_{DC} \frac{di_{DC}^{(ref)}}{dt} - 2R_{DC} i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i} \omega_{AC} L_e} \right) \left(\frac{\delta u_{\Sigma, \alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} .
\end{aligned} \tag{6.38}$$

Auch hierbei können, wie aus den vorangegangenen Methoden bekannt und in den weiteren Schritten dieser Methode analog umgesetzt, die zeitlichen Ableitungen der externen Spannungen $\frac{d\delta \vec{u}_{AC}}{dt}$ & $\frac{d\delta u_{DC}}{dt}$ entweder vernachlässigt oder aus der Differenz von zwei aufeinander folgenden Zeitschritten angenähert bestimmt werden. Somit es ist aufgrund der vorangegangenen Gleichungen möglich die benötigte Eingangskorrektur $\delta u_{\Sigma, \alpha/\beta}$ für das Erreichen des gewünschten asymptotischen Verhaltens $\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$ gemäß der folgenden Bewegungsgleichungen zu erhalten.

$$\frac{1}{\omega_{AC}^2} \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right) + \frac{1}{\omega_{AC} \tau_e} \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right) + \frac{1}{\omega_{AC}^2 \tau_e^2} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right) = 0, \tag{6.39}$$

wobei $\tau_e \sim \Delta t$ die erwähnte positive schnelle Zeitskala zum Erhalt des asymptotischen Abklingens der Abweichungen von $\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}$ widerspiegelt. Die notwendige Eingangskorrektur $\delta u_{\Sigma, \alpha/\beta}$ ergibt sich hierbei zu:

$$\begin{aligned}
& \Downarrow \\
& \delta u_{\Sigma, \alpha/\beta} = 2\tilde{u} \tilde{i} \omega_{AC} L_e \frac{\Xi_{\Sigma, \alpha/\beta}}{\vec{u}_{DC}^{(ref)} - 2L_{DC} \frac{di_{DC}^{(ref)}}{dt} - 2R_{DC} i_{DC}^{(ref)}} \quad \text{mit} \tag{6.40} \\
& \Xi_{\Sigma, \alpha/\beta} = + \frac{1}{2} \left(\frac{\overbrace{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\vec{u}_{DC}^{(ref)}}{dt} - 2 \frac{\omega_{AC} L_{DC}}{\omega_{AC}^2} \frac{d^2 i_{DC}^{(ref)}}{dt^2} - 2 \frac{R_{DC}}{\omega_{AC}} \frac{di_{DC}^{(ref)}}{dt}}_{\approx 0}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{e, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) \\
& \approx \left(\frac{\vec{u}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \\
& - \frac{1}{4} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\vec{u}_{AC}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{u}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{i}_{AC}}{\tilde{i}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{du_{cm}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) \\
& + \frac{1}{4} \frac{R_{AC}}{\omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \left(\frac{\vec{u}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \vec{i}_{AC}}{\tilde{i}} \right) + \frac{1}{2} \frac{R_{AC}}{\omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{u}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i} \omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \tilde{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{i} \omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \right) \left(\frac{\delta u_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right) \\
& \approx \left(\frac{\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \\
& - \frac{1}{4} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\tilde{u}_{AC}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \tilde{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\delta \tilde{u}_{AC}}{dt}}{\tilde{u}} \right) \\
& + \frac{1}{8} \left(\frac{\tilde{u}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i} \omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \tilde{u}_{\Delta}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} + \frac{1}{4} \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{i} \omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \right) \left(\frac{\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} \\
& \approx -2 \left(\frac{\tilde{i}_e^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \Big/ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \approx \left(\frac{\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \Big/ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
& + \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\tilde{i}_{e, \alpha/\beta}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{\Sigma, 0}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} - \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\tilde{i}_{AC, \alpha/\beta}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} \\
& + \frac{1}{\omega_{AC} \tau_e} \left[+ \frac{1}{2} \left(\frac{u_{DC}^{(ref)} - 2L_{DC} \frac{d\tilde{i}_{DC}^{(ref)}}{dt} - 2R_{DC} \tilde{i}_{DC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta \tilde{i}_{e, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) \right. \\
& \quad - \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{u}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \tilde{i}_{AC}}{\tilde{i}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta \tilde{i}_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) \\
& \quad \left. - \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \tilde{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) + \left(\frac{\tilde{i}_{e, \alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{\Sigma, 0}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} - \frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{i}_{AC, \alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} \right] \\
& + \frac{1}{\omega_{AC}^2 \tau_e^2} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right). \tag{6.41}
\end{aligned}$$

Hierbei gilt $\delta \tilde{i}_{e, \alpha/\beta} = 0$, unter der Bedingung, dass die in den nachfolgenden Schritten verwendeten Zeitskalen (τ_{AC} , τ_{DC} & τ_{cm}) deutlich langsamer als τ_e sind.

Methode (II) - Schritt 2:

Bestimmung der Korrekturen $\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}$ zur Reduktion der AC-Stromabweichungen $\delta \tilde{i}_{AC}$ und der Abweichungen der beiden inneren Δ -Energiekomponenten $\delta W'_{\Delta, \alpha/\beta}$

Im zweiten Schritt der Methode (II) werden die Reduktionen der AC-Stromabweichungen $\delta \tilde{i}_{AC}$ und die der Abweichungen der beiden inneren Δ -Energiekomponenten durch den Entwurf der Korrekturen $\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}$, mit der im Vergleich zu τ_e langsameren Zeitskala $\tau_{DC} \sim 10\tau_{AC}$, realisiert. Für den zugrunde liegenden Fall von relativ kurzen AC-Übertragungsleitungen, bei welchem die Beiträge der AC-Induktivitäten und AC-Widerstände der Energiekomponenten in erster Näherung im Vergleich zu den externen AC-Spannungen vernachlässigt werden können, vereinfachen sich die Bewegungsgleichungen (6.2) für die Abweichungen der zwei Δ -Energiekomponenten $\delta W'_{\Delta, \alpha/\beta}$ zu:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'_{\Delta, \alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right) & \approx + \frac{1}{2} \left(\frac{u_{DC}^{(ref)} - 2L_{DC} \frac{d\tilde{i}_{DC}^{(ref)}}{dt} - 2R_{DC} \tilde{i}_{DC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta \tilde{i}_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{u_{AC, \alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta \tilde{i}_{DC}}{\tilde{i}} \right) \\
& - \left(\frac{\tilde{u}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \tilde{i}_e}{\tilde{i}} \right) - 2 \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta \tilde{i}_{e, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) - 2 \left(\frac{\tilde{i}_{e, \alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right) \\
& + \left(\frac{\tilde{i}_{AC, \alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{\Sigma, 0}}{\tilde{u}} \right) - \left(\frac{\tilde{i}_e^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \tilde{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{\tilde{i}_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right), \tag{6.42}
\end{aligned}$$

Es ist wichtig anzumerken, dass diese induktiven und ohmschen Beiträge jedoch nicht in den Stromdynamiken vernachlässigt werden. Selbiges gilt für die Abweichungen von $\delta W'_{\Delta 0}$, welche im letzten Schritt der Methode (II) geregelt werden. Mit der im ersten Schritt realisierten Bedingung $\delta i_{e,\alpha/\beta} = 0$ vereinfachen sich die Bewegungsgleichungen von $\delta W'_{\Delta\alpha/\beta}$ und die der AC-Ströme $\delta i_{AC,\alpha/\beta}$ wie folgt:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'_{\Delta,\alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right) &\approx + \frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{u}_{DC}^{(ref)} - 2L_{DC} \frac{di_{DC}^{(ref)}}{dt} - 2R_{DC} i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{AC,\alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{\mathbf{u}_{AC,\alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right) \\ &+ \left(\frac{i_{AC,\alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{\Sigma,0}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} - 2 \left(\frac{i_{e,\alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} \\ &- \left(\frac{i_e^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \tilde{\mathbf{u}}_{AC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta \mathbf{u}_{AC,\alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right), \quad (6.43) \\ \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta i_{AC,\alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) &= - \frac{R_{AC}}{\omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \left(\frac{\delta i_{AC,\alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) - \frac{\tilde{u}/\tilde{i}}{\omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\delta u_{\Delta,\alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right) + \frac{\delta \mathbf{u}_{AC,\alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right). \end{aligned}$$

Hierbei gilt analog zu den vorangegangenen Ausführungen, durch die Bedingung der langsameren Zeitskalen (τ_{DC} & τ_{cm}) zur Kompensation der Abweichungen des DC-Stromes und der Abweichungen von $W'_{\Delta,0}$ in den nachfolgenden Schritten, die Annahme, dass die beiden zugehörigen Eingangskorrekturen $\delta u_{\Sigma,0}$ & δu_{cm} als konstant angesehen werden können. Unter diesen Bedingungen weisen $\delta W'_{\Delta\alpha}$ & $\delta W'_{\Delta\beta}$ den Relativgrad 2 auf, da die Eingangskorrekturen $\delta u_{\Delta,\alpha/\beta}$ erstmalig in der zweiten zeitlichen Ableitung vorkommen.

$$\frac{1}{\omega_{AC}^2} \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\delta W'_{\Delta,\alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right) + \frac{1}{\omega_{AC} \tau_{AC}} \frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'_{\Delta,\alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right) + \frac{1}{\omega_{AC}^2 \tau_{AC}^2} \left(\frac{\delta W'_{\Delta,\alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right) = 0, \quad (6.44)$$

wobei die gewünschte positive Zeitskala $\tau_{AC} \sim 10\tau_e$ das asymptotische Abklingen der Abweichungen $\delta W'_{\Delta,\alpha/\beta} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$ durch Erfüllung des Hurwitz-Kriteriums mit den positiven Koeffizienten der Terme aus der vorangegangenen Gleichung sicherstellt, woraus sich die notwendigen Eingangskorrekturen $\delta u_{\Delta,\alpha/\beta}$ wie folgt ergeben:

$$\begin{aligned} \delta u_{\Sigma,\alpha/\beta} &\approx 2\tilde{u}\tilde{i}\omega_{AC}L_e \frac{\Xi_{\Sigma,\alpha/\beta}}{\mathbf{u}_{DC}^{(ref)} - 2L_{DC} \frac{di_{DC}^{(ref)}}{dt} - 2R_{DC} i_{DC}^{(ref)}}, \quad \text{mit} \quad (6.45) \\ \Xi_{\Sigma,\alpha/\beta} &= + \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\mathbf{u}_{DC}^{(ref)}}{dt} - 2 \frac{\omega_{AC} L_{DC}}{\omega_{AC}^2} \frac{d^2 i_{DC}^{(ref)}}{dt^2} - 2 \frac{R_{DC}}{\omega_{AC}} \frac{di_{DC}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{e,\alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) \\ &\approx \left(\frac{\tilde{\mathbf{u}}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \\ &- \frac{1}{4} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\tilde{\mathbf{u}}_{AC}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{u}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \tilde{\mathbf{i}}_{AC}}{\tilde{i}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{du_{cm}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{AC,\alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) \\ &+ \frac{1}{4} \frac{R_{AC}}{\omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \left(\frac{\tilde{\mathbf{u}}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \tilde{\mathbf{i}}_{AC}}{\tilde{i}} \right) + \frac{1}{2} \frac{R_{AC}}{\omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{AC,\alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) \\ &+ \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{\mathbf{u}}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}\omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \tilde{\mathbf{u}}_{AC}}{\tilde{u}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{i}\omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \right) \left(\frac{\delta \mathbf{u}_{AC,\alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \approx \underbrace{\left(\frac{\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{\text{}} \\
& - \frac{1}{4} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \tilde{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\delta \tilde{u}_{AC}}{dt}}{\tilde{u}} \right) \\
& + \frac{1}{8} \left(\frac{\tilde{u}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i} \omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \tilde{u}_{\Delta}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} + \frac{1}{4} \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{i} \omega_{AC} (L_{AC} + L_e/2)} \right) \left(\frac{\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} \\
& \approx -2 \left(\frac{\tilde{i}_e^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \Big/ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \approx \left(\frac{\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \Big/ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
& + \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\tilde{i}_{e, \alpha/\beta}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{\Sigma, 0}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} - \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\tilde{i}_{AC, \alpha/\beta}^{(ref)}}{dt}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} \\
& + \frac{1}{\omega_{AC} \tau_e} \left[+ \frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{u}_{DC}^{(ref)} - 2L_{DC} \frac{d\tilde{i}_{DC}^{(ref)}}{dt} - 2R_{DC} \tilde{i}_{DC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta \tilde{i}_{e, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) \right. \\
& \quad - \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{u}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \tilde{i}_{AC}}{\tilde{i}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta \tilde{i}_{AC, \alpha/\beta}}{\tilde{i}} \right) \\
& \quad \left. - \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \mathbf{N}_{\alpha/\beta} \left(\frac{\delta \tilde{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) + \left(\frac{\tilde{i}_{e, \alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{\Sigma, 0}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} - \frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{i}_{AC, \alpha/\beta}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right) \Big|_{const} \right] \\
& + \frac{1}{\omega_{AC}^2 \tau_e^2} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}}{\tilde{W}} \right). \tag{6.46}
\end{aligned}$$

Somit folgt durch die langsameren Zeitskalen in den nachfolgenden Schritten 3 & 4 (τ_{DC} & τ_{cm}), neben der bekannten Kompensation der Abweichungen der Kreisströme aus Schritt 1 ($\delta i_{e, \alpha/\beta} = 0$), die Regelung der Abweichungen der AC-Ströme in diesem Schritt ($\delta i_{AC, \alpha/\beta} = 0$).

Methode (II) - Schritt 3:

Bestimmung der Korrektur $\delta u_{\Sigma, 0}$ zur Kompensation der Abweichungen des DC-Stromes δi_{DC} & der $\delta W'_{\Sigma, 0}$ -Energiekomponente

Die Bestimmung der Eingangskorrektur $\delta u_{\Sigma, 0}$ zur Kompensation der Abweichungen des DC-Stromes δi_{DC} & der $\delta W'_{\Sigma, 0}$ -Energiekomponente erfolgt komplett analog zu Schritt 2 aus Methode (0) und äquivalent zu dem dritten Schritt aus Methode (I) gemäß dem beschriebenen Vorgehen für die energiebasierten Regelungsansätze. Nachdem in den vorangegangenen beiden Schritten die Kompensation der Abweichungen der Kreis- und AC-Ströme $\delta i_{AC, \alpha/\beta} = 0 = \delta i_{e, \alpha/\beta}$ realisiert wurden, kann auf Grundlage der Bewegungsgleichungen für $\delta W'_{\Sigma, 0}$ & δi_{DC} aus Gleichung (6.10) und der zweiten Ableitung der

Energiekomponenten $\frac{d^2}{dt^2} \delta W'_{\Sigma, 0}$ gemäß Gleichung (6.11), das asymptotische Abklingen $\delta W'_{\Sigma, 0} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$ für die im MMC gespeicherte Gesamtenergie $6W'_{\Sigma, 0}$ aus Gleichung (6.12) durch die Berechnung der Eingangskorrektur $\delta u_{\Sigma, 0}$ (mit der Zeitskala $\tau_{DC} > \tau_{AC} > \tau_e$) wie folgt implementiert werden:

$$\Downarrow \delta u_{\Sigma, 0} = \frac{1}{2} \delta u_{DC} + 6\tilde{u}\tilde{i} \omega_{AC} (L_{DC} + L_e/3) \frac{\Xi_{\Sigma, 0}}{u_{DC}^{(ref)} - 4R_{DC} i_{DC}^{(ref)}}, \quad \text{mit} \tag{6.47}$$

$$\begin{aligned}
\Xi_{\Sigma,0} = & + \frac{1}{6} \overbrace{\left(\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{du_{DC}^{(ref)}}{dt} - 4 \frac{R_{DC}}{\omega_{AC}} \frac{di_{DC}^{(ref)}}{dt} \right)}^{\approx 0} \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right) + \frac{1}{6} \overbrace{\left(\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{di_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)}^{\approx 0} \left(\frac{\delta u_{DC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{4} \overbrace{\left(\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{dt} \right)}^{\approx \left(\frac{\tilde{i}_{AC}}{\tilde{i}} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}} \left(\frac{\delta \tilde{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) \\
& - \frac{1}{6} \frac{R_{DC}}{\omega_{AC} (L_{DC} + L_e/3)} \left(\frac{u_{DC}^{(ref)} - 4R_{DC}i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right) \\
& + \frac{1}{6} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\delta u_{DC}}{dt} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\delta \tilde{u}_{AC}}{dt} \right) \\
& + \frac{1}{\omega_{AC}\tau_{DC}} \left[+ \frac{1}{6} \left(\frac{u_{DC}^{(ref)} - 4R_{DC}i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{DC}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\frac{\delta \tilde{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) \right] \\
& + \frac{1}{\omega_{AC}^2 \tau_{DC}^2} \left(\frac{\delta W'_{\Sigma,0}}{\tilde{W}} \right). \tag{6.48}
\end{aligned}$$

Daraus resultierend wurden alle Abweichungen in den Schritten 1, 2 & 3 der internen und externen Ströme $\delta i_{e,\alpha/\beta} = 0 = \delta i_{AC,\alpha/\beta} = \delta i_{DC,\alpha/\beta}$ sowie alle Abweichungen der Energiekomponenten, außer $W'_{\Delta,0}$, welche im letzten Schritt durch die verbleibende Eingangskorrektur δu_{cm} geregelt wird, kompensiert.

Methode (II) - Schritt 4:

Bestimmung der Korrektur δu_{cm} zur Kompensation der verbleibenden Abweichung der Energiekomponente $\delta W'_{\Delta,0}$

Im vierten und letzten Schritt von Methode (II) wird, nach Kompensation aller internen und externen Stromabweichungen $\delta i_{e,\alpha/\beta} = 0 = \delta i_{AC,\alpha/\beta} = \delta i_{DC,\alpha/\beta}$, die letzte noch zu regelnde Energieabweichung $W'_{\Delta,0}$ durch die einzige noch verbleibende Eingangskorrektur δu_{cm} , mit der im Vergleich zu Schritt 1 & 2 verwendeten langsameren Zeitskala τ_{cm} , kompensiert. Analog zu Schritt 2 können, für den betrachteten Fall von relativ kurzen AC-Übertragungsleitungen, die Beiträge der AC-Induktivitäten und AC-Widerstände der Energiekomponenten in erster Näherung im Vergleich zu den externen AC-Spannungen vernachlässigt werden. Dies gilt jedoch explizit nicht für die induktiven und ohmschen Beiträge in den Stromdynamiken, welche weiterhin berücksichtigt werden. Somit vereinfacht sich die Bewegungsgleichung (6.2) für die Abweichung der Energiekomponente $\delta W'_{\Delta,0}$ wie folgt:

$$\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'_{\Delta,0}}{\tilde{W}} \right) \approx - \frac{2}{3} \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{cm}}{\tilde{u}} \right) - \left(\frac{\tilde{i}_e^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\frac{\delta \tilde{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right). \tag{6.49}$$

Hieraus kann analog zu den vorangegangenen energiebasierten Regelungsansätzen das asymptotisch stabile Abklingen von $\delta W'_{\Sigma,0} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$ mit der Zeitskala τ_{cm} , welche in der gleichen Größenordnung wie die in Schritt 3 verwendete Zeitskala τ_{DC} liegt, realisiert werden. Folglich ergibt sich die Bewegungsgleichung von $\delta W'_{\Delta,0}$ zu:

$$\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta W'_{\Delta,0}}{\tilde{W}} \right) + \frac{1}{\omega_{AC}\tau_{cm}} \left(\frac{\delta W'_{\Delta,0}}{\tilde{W}} \right) = 0, \tag{6.50}$$

aus welcher sich direkt die letzte Eingangskorrektur δu_{cm} berechnen lässt.

$$\delta u_{cm} = \frac{3}{2} \tilde{u} \frac{- \frac{2}{3} \left(\frac{u_{cm}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{DC}}{\tilde{i}} \right) - \left(\frac{\tilde{i}_e^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\frac{\delta \tilde{u}_{AC}}{\tilde{u}} \right) + \frac{1}{\omega_{AC}\tau_{cm}} \left(\frac{\delta W'_{\Delta,0}}{\tilde{W}} \right)}{i_{DC}^{(ref)}}. \tag{6.51}$$

Somit konnte mit Abschluss des letzten hierarchischen Schrittes in dieser Methode die Korrektur aller Strom- $\{\delta i_{DC}, \delta i_{e,\alpha/\beta} \& \delta i_{AC,\alpha/\beta}\}$ und Energiekomponenten $\{\delta W'_{\Sigma,0/\alpha/\beta} \& \delta W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}\}$ vollständig energiebasiert mit den 6 entsprechenden Eingangskorrekturen $\{\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta}, \delta u_{\Delta,\alpha/\beta}, \delta u_{\Sigma,0}, \delta u_{\Delta,0} = -2\delta u_{cm}\}$ und den zugehörigen unterschiedlich schnellen Zeitskalen ($\tau_e < \tau_{AC} < \tau_{DC} = \tau_{cm}$) erreicht werden.

Zusammenfassend wurden in diesem Kapitel drei Regelungsmethoden (Methode (0), Methode (I) und Methode (II)) zur Kompensation von internen und externen Abweichungen vom gewünschten Betriebszustand des MMC vorgestellt. Diese Methoden beruhen auf hierarchischen Schritten mit unterschiedlichen Zeitskalen und kombinieren strom-, energie- oder lyapunov-basierte Regelungsansätze. Ein besonderer Fokus lag auf der Realisierung von Methode (II), die vollständig energiebasiert implementiert wurde.

Im nachfolgenden Kapitel 7 werden die Simulationsergebnisse dieser entwickelten Regelungsmethoden anhand von Beispielen für einen einzelnen MMC präsentiert und analysiert, um die Effektivität der vorgestellten Methoden unter verschiedenen Betriebsbedingungen zu evaluieren.

Kapitel 7

Simulationsergebnisse der drei Regelungsmethoden im eingeschwungenen Zustand für einen einzelnen MMC

In diesem Kapitel werden die Simulationsergebnisse der entworfenen Regelungsstrategie gemäß Abschnitt 6.2 für die DC-, AC- und Kreisströme $\{i_{DC}, i_{AC, \alpha/\beta} \& i_{e, \alpha/\beta}\}$, die 5 inneren Energiekomponenten $\{W'_{\Sigma, \alpha/\beta}, W'_{\Delta, \alpha/\beta} \& W'_{\Delta, 0}\}$ und die $W'_{\Sigma, 0}$ -Energiekomponente für einen einzelnen MMC, welcher als DC- zu AC Wechselrichter betrieben wird, dargestellt. Hierbei wird für die beschriebenen Komponenten jeweils ein Vergleich zwischen dem berechneten Ergebnis und der gewünschten Trajektorie der jeweiligen Komponenten, für die drei beschriebenen Regelungsansätze aus dem vorangegangenen Abschnitten 6.2, abgebildet. Die weiteren Simulationsgrößen, wie die Parameter des Betriebspunktes, die Schaltungsparameter, die externen und internen Abweichungen sowie die Zeitkonstanten, sind in Tabelle 7.1 aufgeführt.

Tabelle 7.1: Parameter der MMC-Topologie, der internen und externen Stärken der gleichmäßig verteilten Zufallsabweichungen sowie der 4 Zeitkonstanten mit $\Delta t = 0.1ms$

Betriebspunktparameter	Schaltungsparameter	Abweichungen	Zeitkonstanten
$u_{DC} = 400kV$	$R_{DC} = 3\Omega$	$r_{u, pn} = 0.0625\%$	$\tau_e \sim \Delta t$
$\hat{u}_{AC, 1/2/3} = 250kV$	$L_{DC} = 0.14H$	$r_{u, DC} = 4\%$	$\tau_{AC} \sim 10\tau_e$
$\hat{i}_{AC} = 2kA$	$R_{AC} = 0.8\Omega$	$r_{u, AC} = 4\%$	$\tau_{DC} \sim \tau_{AC}$
$\varphi_{i, AC} = 15^\circ$	$L_{AC} = 0.03H$		$\tau_{cm} \sim \tau_{DC}$
$N_{SM} = 160$	$R_e = 0.01\Omega$		
$C_{SM} = 3mF$	$L_e = 1mH$		
$v_C = 1.3$			

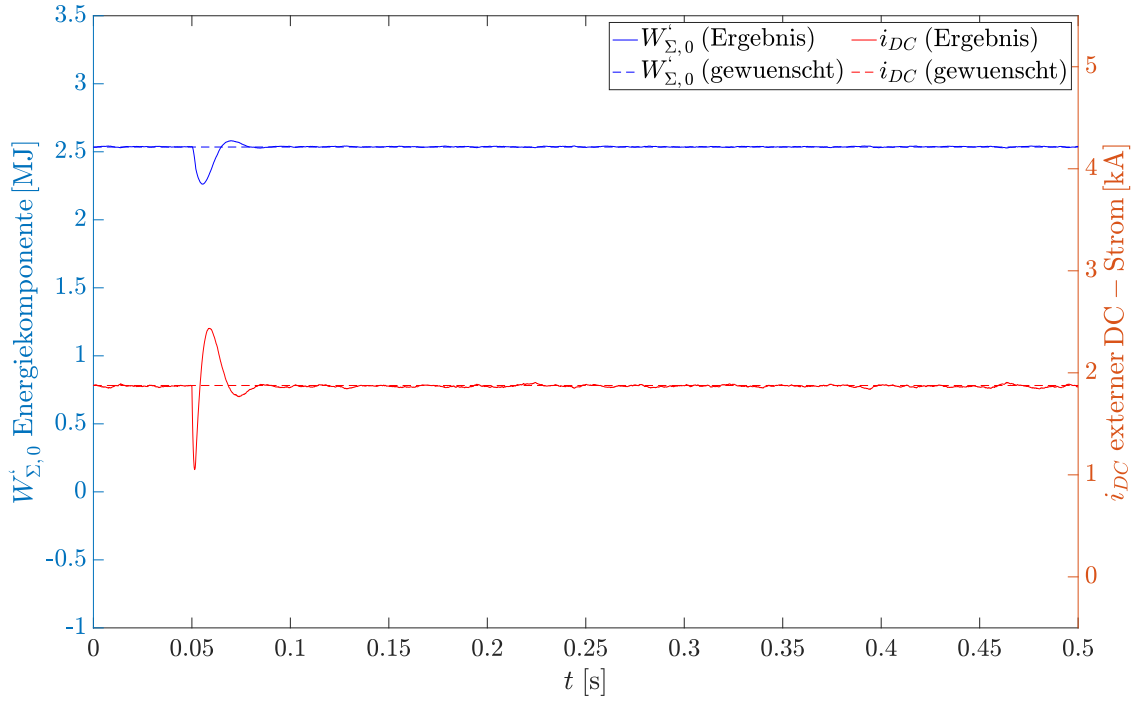
Es ist wichtig anzumerken, dass in jedem Zeitschritt Abweichungen von 4% auf die Amplituden der DC- und AC-Spannung ($r_{u, DC} \& r_{u, AC}$) eingepreßt werden und zusätzlich die Amplituden der inneren Armspannungen mit einer Fluktuation von 0.0625% ($r_{u, pn} = \frac{0.1}{N_{SM}}$), welche die Diskretisierungsfehler in den entworfenen Armspannungen $u_{p/n, 1/2/3}$ aufgrund der endlichen Anzahl an Submodulen nachstellen, multipliziert werden. Diese Diskretisierungsfehler werden durch eine zufällige Fluktuation in jedem Zeitschritt modelliert und entsprechen einer vollen Submodulspannung nach jedem 10ten Zeitschritt ($r_{u, pn} = \frac{0.1}{N_{SM}}$). Die Implementierung in der Simulation wird hierbei an jeden Zeitschritt durch 9 gleichmäßig generierte (Pseudo)-Zufallszahlen $-r \leq \eta \leq +r$ umgesetzt, wobei eine für

die DC-Spannung (u_{DC}), zwei für die AC-Spannungen ($u_{AC,\alpha/\beta}$) und sechs für die Armspannungen ($u_{p/n,1/2/3}$) herangezogen werden. Der aktuelle, fehlerfreie Spannungswert wird jeweils mit $(1 + \eta)$ multipliziert. Für den Lyapunov-Lösungsansatz in Methode (0) und (I) wird der maximale Wert zur oberen Begrenzung der Korrektur von δu_{cm} zu 15% der Common-Mode-Spannung festgelegt, wobei der Zeitschritt der Simulation wie in Abschnitt 3.3 für alle gezeigten Simulationsergebnisse zu $\Delta t = 0.1ms$ gewählt wird. Zur Lösung der Lyapunov-Funktion V für die W' -Energiekomponenten aus Methode (0) & (I) wurden zum einen wie beschrieben die notwendigen konstanten Gewichtungen $\left\{ c_{\Sigma,\alpha/\beta} = 1, c_{\Delta,0} = \frac{1}{2}, c_{\Delta,\alpha/\beta} = \frac{1}{4} \right\}$ verwendet und zum anderen die für die Lin-Sontag Formel gemäß Gleichung (6.22) notwendige ϕ -Funktion der Form $\phi = (|\beta| u_{r,max})^m$ implementiert, wobei der positive Exponent m zu 0.1 gewählt wurde. Zum besseren Verständnis, der im weiteren Verlauf dargestellten Ergebnisse, werden die drei Regelungsmethoden in der nachfolgenden Tabelle noch einmal vergleichend gegenübergestellt, wobei die Dauer der gewählten Zeitskalen die für die jeweilige Methode besten Simulationsergebnisse widerspiegelt. Es ist wichtig hervorzuheben, dass alle drei in Abschnitt 6.2 erläuterten Regelungsmethoden sehr gut zur Kompensation der beschriebenen Stärken der gleichmäßig verteilten Zufallsabweichungen ($r_{u,DC}$, $r_{u,AC}$ & $r_{u,pn}$) geeignet sind, um den eingeschwungenen Zustand exakt zum gewünschten Referenzverhalten zu regeln.

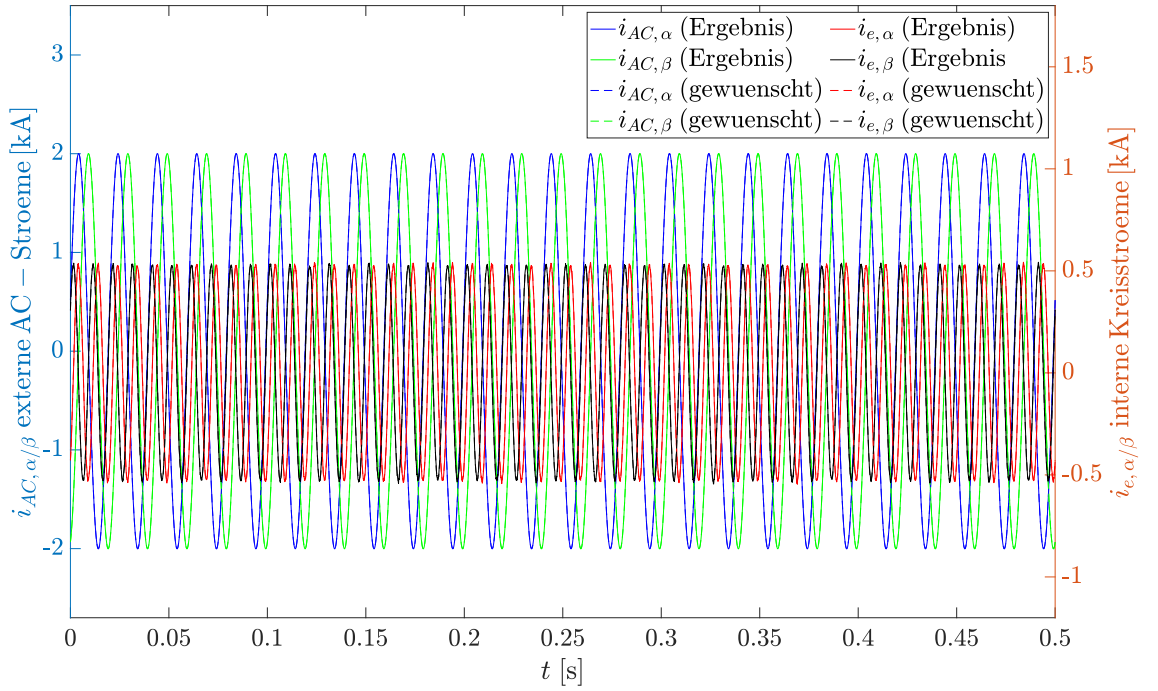
Tabelle 7.2: Vergleichende Darstellung der 3 Regelungsmethoden

Schritt	Methode (0)		Methode (I)		Methode (II)	
	Abweichung	Korrektur	Abweichung	Korrektur	Abweichung	Korrektur
1	$\delta i_{e,\alpha/\beta}$	$\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta}$ mit $\tau_e = 0.2ms$	$\delta i_{e,\alpha/\beta}$	$\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta}$ mit $\tau_e = 0.1ms$	$\delta i_{e,\alpha/\beta}$	$\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta}$ mit $\tau_e = 0.4ms$
	$\delta i_{AC,\alpha/\beta}$	$\delta u_{\Delta,\alpha/\beta}$ mit $\tau_e = 0.2ms$			$\delta W'_{\Sigma,\alpha/\beta}$	
2	δi_{DC} $\delta W'_{\Sigma,0}$	$\delta u_{\Sigma,0}$ mit $\tau_{DC} = 4ms$	$\delta i_{AC,\alpha/\beta}$ $\delta W'_{\Sigma,\alpha/\beta}$	$\delta u_{\Delta,\alpha/\beta}$ mit $\tau_{AC} = 0.7ms$	$\delta i_{AC,\alpha/\beta}$ $\delta W'_{\Delta,\alpha/\beta}$	$\delta u_{\Delta,\alpha/\beta}$ mit $\tau_{AC} = 8ms$
3	$\delta W'_{\Sigma,\alpha/\beta}$ $\delta W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}$	δu_{cm} (Lyapunov)	δi_{DC} $\delta W'_{\Sigma,0}$	$\delta u_{\Sigma,0}$ mit $\tau_{DC} = 2.1ms$	δi_{DC} $\delta W'_{\Sigma,0}$	$\delta u_{\Sigma,0}$ mit $\tau_{DC} = 16ms$
4	-	-	$\delta W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}$	δu_{cm} (Lyapunov)	$\delta W'_{\Delta,0}$	δu_{cm} mit $\tau_{cm} = 16ms$

Aus diesem Grund wird neben der überlagerten Regelung zur Kompensation von kleinen Abweichungen die Robustheit der Regelungsalgorithmen der verschiedenen Methoden durch die zusätzliche Implementierung eines auf der DC-Seite auftretenden Spannungseinbruchs gezeigt. Dieser Einbruch der DC-Spannung (u_{DC}) von 50% wird nach 0.05s für eine Dauer von 1ms ($= 10\Delta t$) implementiert und ist bewusst, wie auch die zusätzlich eingepprägten Abweichungen ($r_{u,DC}$, $r_{u,AC}$ & $r_{u,pn}$), zur Darstellung der Robustheit der Regelungsmethoden in einer unüblich hohen Größenordnung gewählt. Unter den genannten Randbedingungen und Simulationsparametern gemäß Tabelle 7.1 werden im Nachfolgenden die internen und externen Ströme $\{i_{DC}, i_{AC,\alpha/\beta} \text{ \& } i_{e,\alpha/\beta}\}$, die inneren Energiekomponenten $\{W'_{\Sigma,\alpha/\beta}, W'_{\Delta,\alpha/\beta} \text{ \& } W'_{\Delta,0}\}$ sowie die Gesamtenergie $W'_{\Sigma,0}$ für eine Dauer von 3 AC-Perioden, als überlagerte Regelung zum in Kapitel 3 entworfenen eingeschwungenen Zustand für die vorgestellten Methoden (0), (I) & (II) mit dem erwähnten DC-Spannungseinbruch, dargestellt. Zur besseren Vergleichbarkeit der Güte der einzelnen Methoden wurden die oberen und unteren Limits der Achsen jeweils gleich gewählt, wobei diese rund die minimale und maximale Amplitude einer der in den 3 Methoden dargestellten simulierten Ergebnisse widerspiegeln.

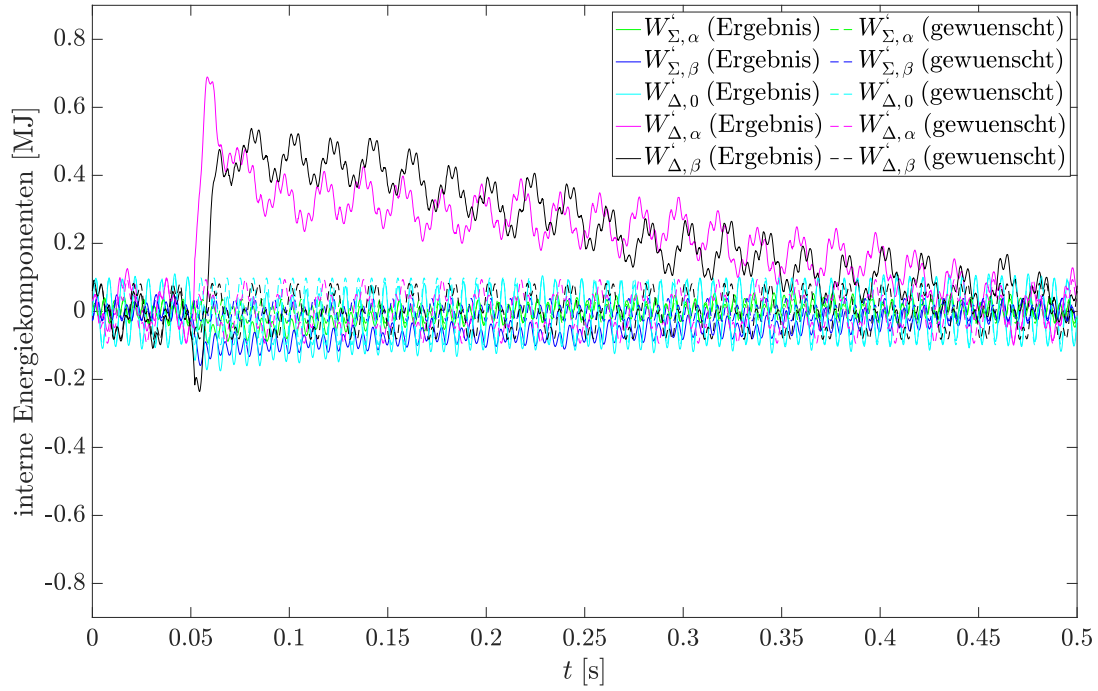


Methode (0) - $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente & externer DC-Strom i_{DC}

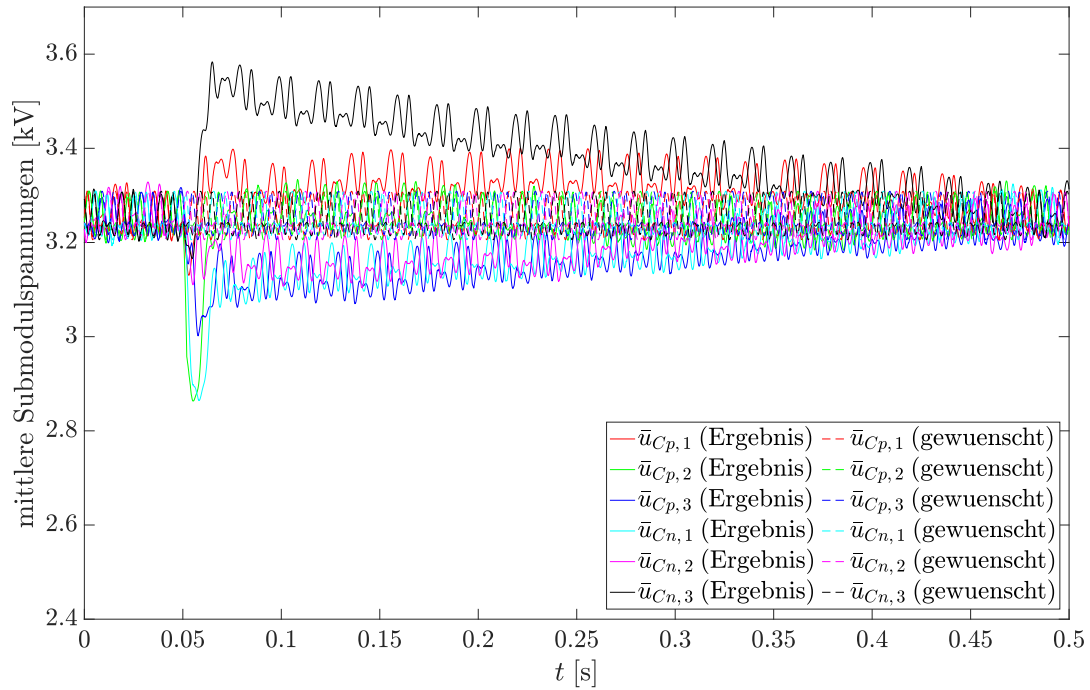


Methode (0) - externe AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$ & interne Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$

Abbildung 7.1: Methode (0) - vergleichende Betrachtung der Simulationsergebnisse (—) der $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente sowie der internen & externen Ströme $\{i_{DC}, i_{AC,\alpha/\beta} \text{ \& } i_{e,\alpha/\beta}\}$ mit dem gewünschten Verhalten (---) bei überlagerter Regelung, wobei $\tau_e = 0.2ms$ & $\tau_{DC} = 4ms$

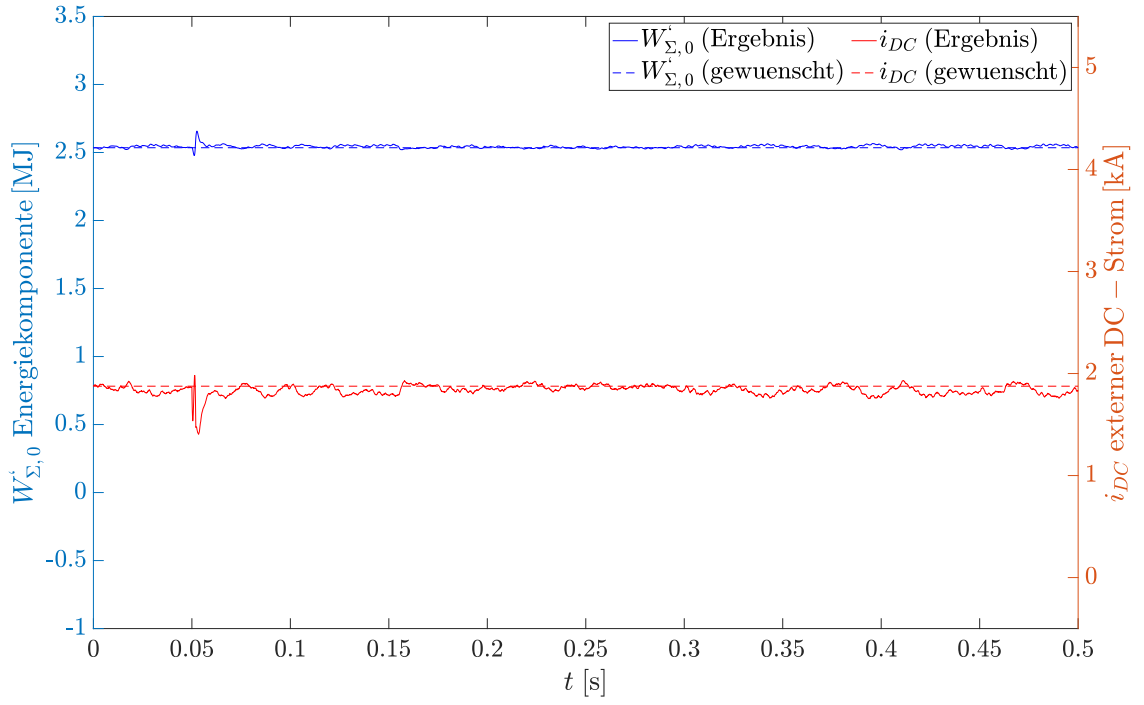


Methode (0) - interne Energiekomponenten $\{W'_{\Sigma,\alpha/\beta}, W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}\}$

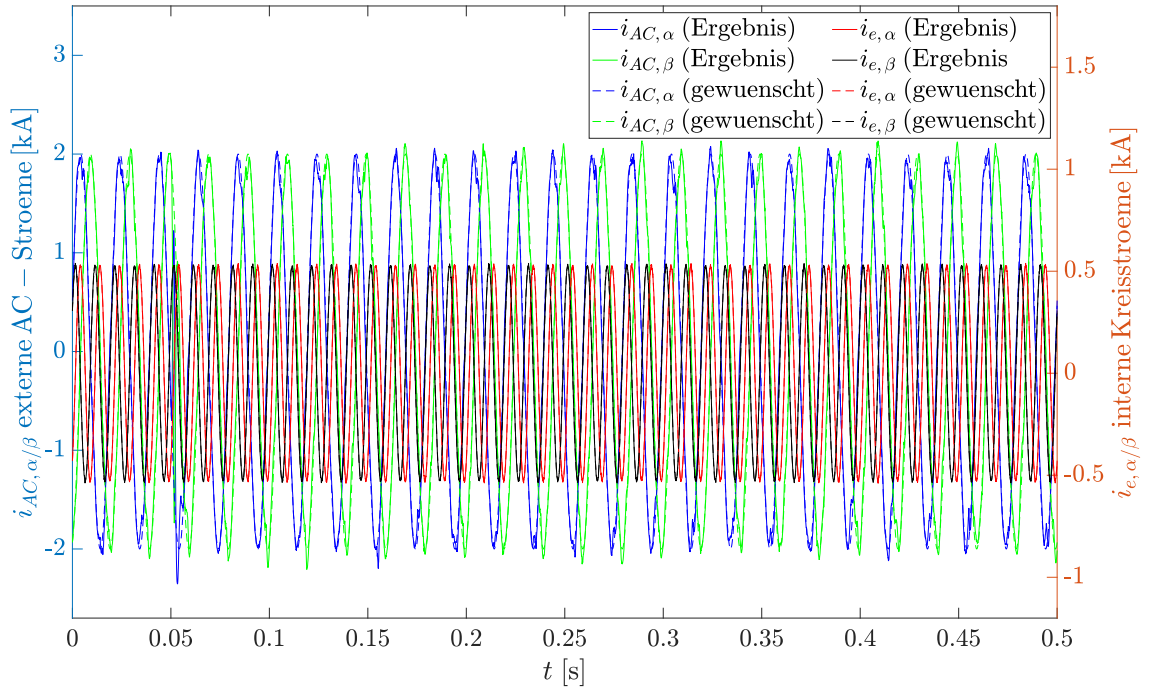


Methode (0) - mittlere Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$

Abbildung 7.2: Methode (0) - vergleichende Betrachtung der Simulationsergebnisse (—) der internen Energiekomponenten $\{W'_{\Sigma,\alpha/\beta}, W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}\}$ sowie der mittleren Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$ mit dem gewünschten Verhalten (---) bei überlagerter Regelung, wobei $\tau_e = 0.2ms$ & $\tau_{DC} = 4ms$

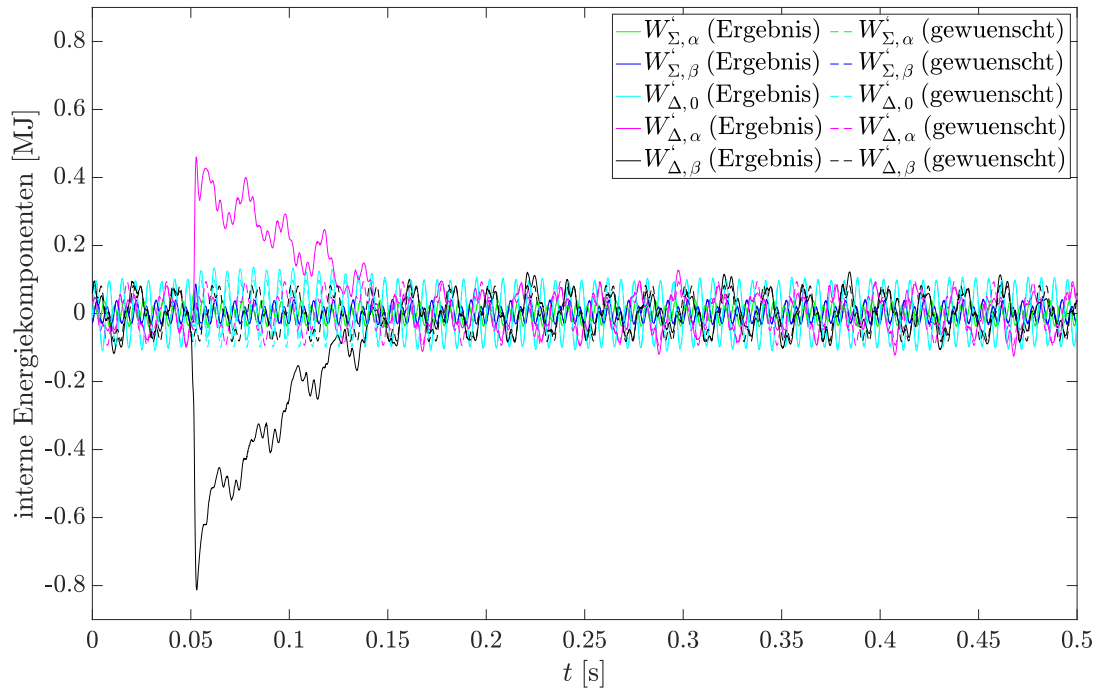


Methode (I) - $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente & externer DC-Strom i_{DC}

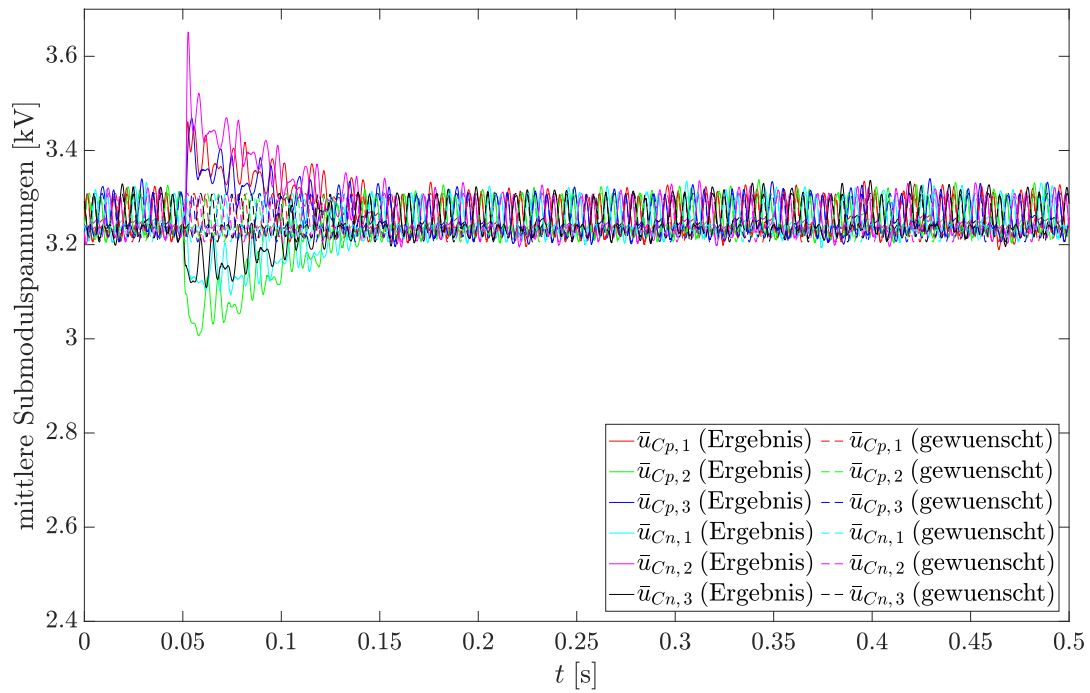


Methode (I) - externe AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$ & interne Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$

Abbildung 7.3: Methode (I) - vergleichende Betrachtung der Simulationsergebnisse (—) der $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente sowie der internen & externen Ströme $\{i_{DC}, i_{AC,\alpha/\beta} \text{ \& } i_{e,\alpha/\beta}\}$ mit dem gewünschten Verhalten (---) bei überlagerter Regelung, wobei $\tau_e = 0.1ms$, $\tau_{AC} = 0.7ms$ & $\tau_{DC} = 2.1ms$

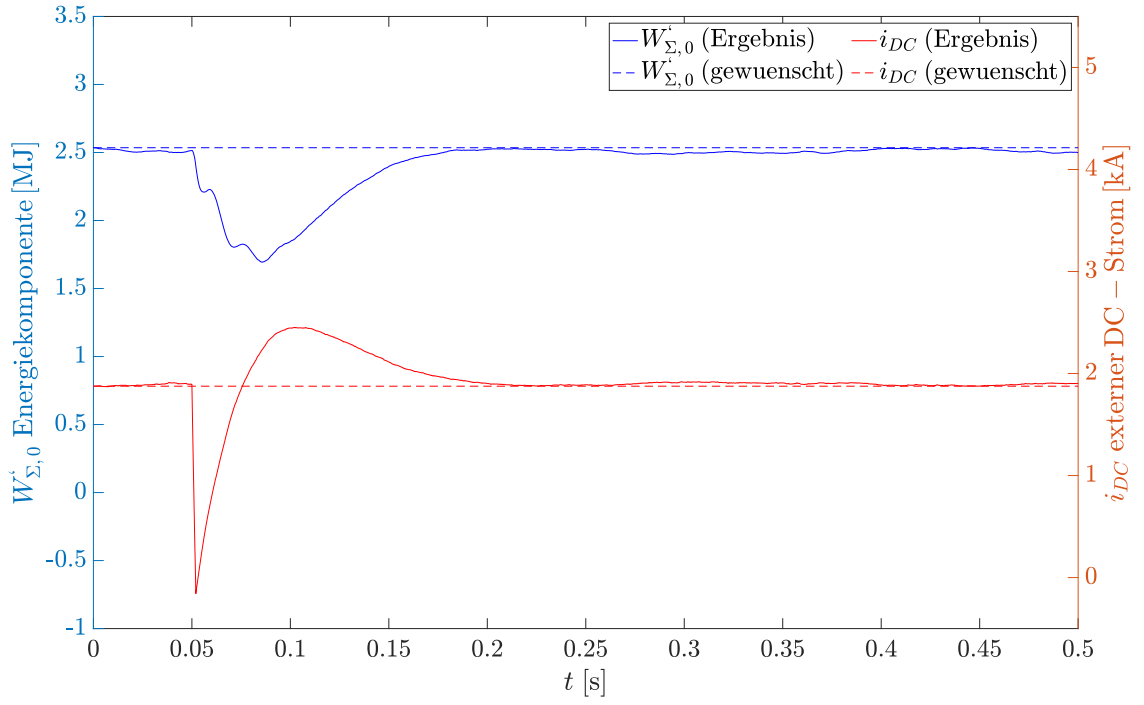


Methode (I) - interne Energiekomponenten $\{W'_{\Sigma,\alpha/\beta}, W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}\}$

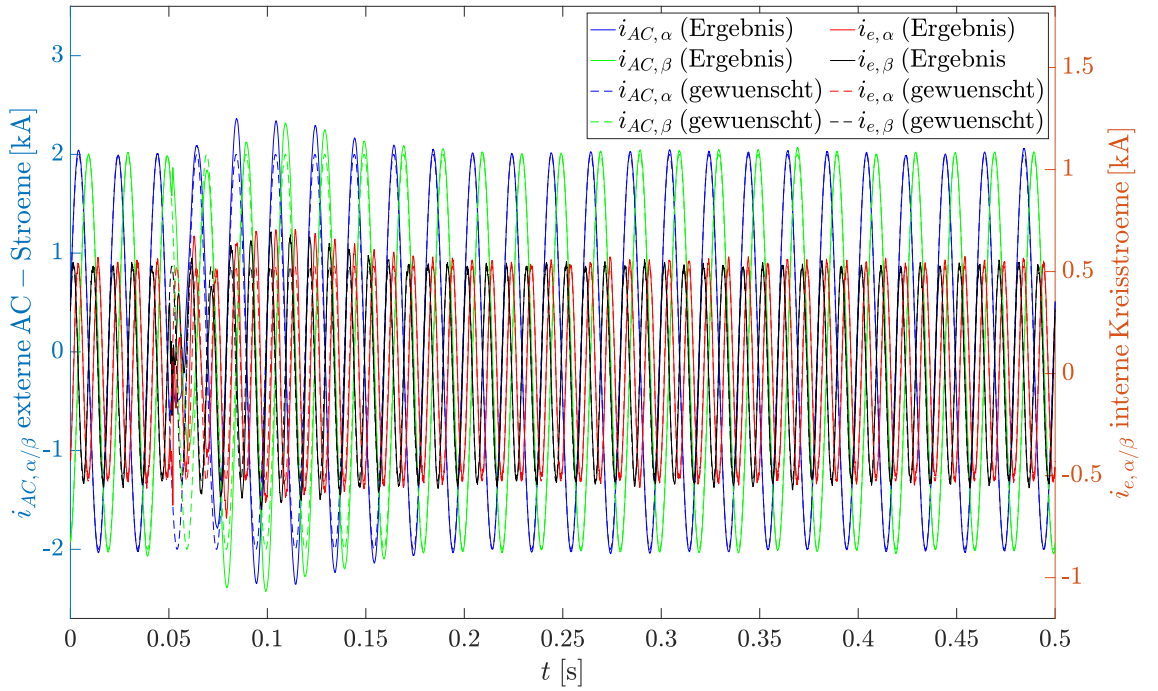


Methode (I) - mittlere Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$

Abbildung 7.4: Methode (I) - vergleichende Betrachtung der Simulationsergebnisse (—) der internen Energiekomponenten $\{W'_{\Sigma,\alpha/\beta}, W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}\}$ sowie der mittleren Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$ mit dem gewünschten Verhalten (---) bei überlagerter Regelung, wobei $\tau_e = 0.1ms$, $\tau_{AC} = 0.7ms$ & $\tau_{DC} = 2.1ms$

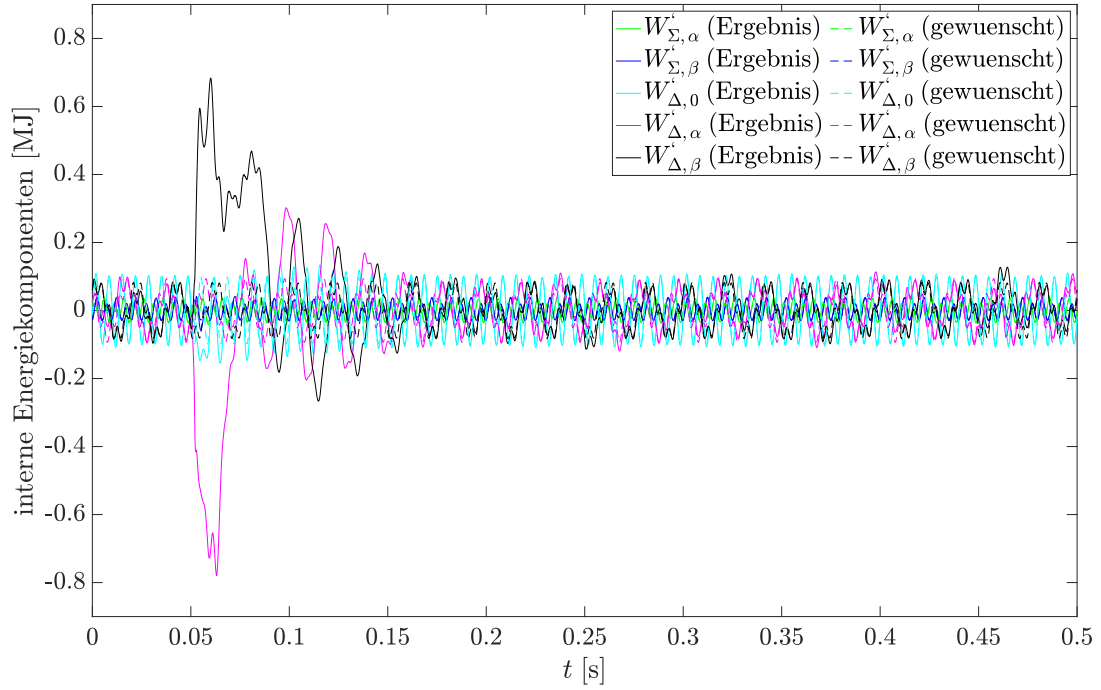


Methode (II) - $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente & externer DC-Strom i_{DC}

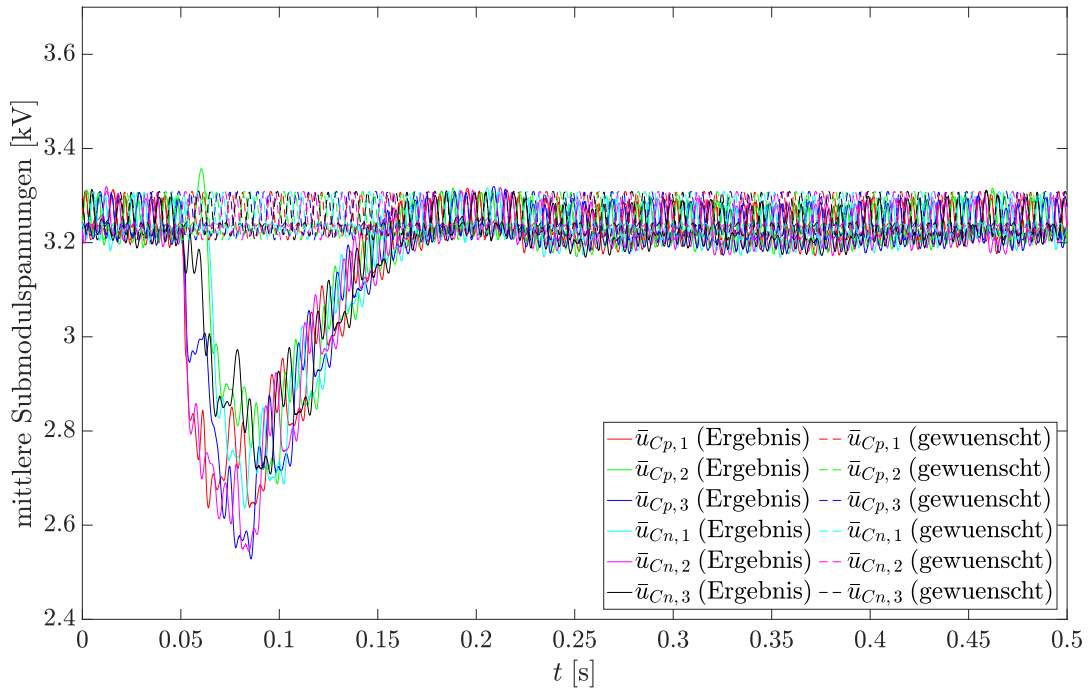


Methode (II) - externe AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$ & interne Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$

Abbildung 7.5: Methode (II) - vergleichende Betrachtung der Simulationsergebnisse (—) der $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente sowie der internen & externen Ströme $\{i_{DC}, i_{AC,\alpha/\beta} \text{ \& } i_{e,\alpha/\beta}\}$ mit dem gewünschten Verhalten (---) bei überlagerter vollständig energiebasierter Regelung, wobei $\tau_e = 0.4ms$, $\tau_{AC} = 8ms$ & $\tau_{DC} = \tau_{cm} = 16ms$



Methode (II) - interne Energiekomponenten $\{W'_{\Sigma,\alpha/\beta}, W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}\}$



Methode (II) - mittlere Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$

Abbildung 7.6: Methode (II) - vergleichende Betrachtung der Simulationsergebnisse (—) der internen Energiekomponenten $\{W'_{\Sigma,\alpha/\beta}, W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}\}$ sowie der mittleren Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$ mit dem gewünschten Verhalten (---) bei überlagerter vollständig energiebasierter Regelung, wobei $\tau_e = 0.4ms$, $\tau_{AC} = 8ms$ & $\tau_{DC} = \tau_{cm} = 16ms$

Die für **Methode (0)** dargestellten Simulationsergebnisse auf den Seiten 115 - 116 zeigen nach dem Einbruch der DC-Spannung eine Reduktion der $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente um 12% auf $2.25MJ$, welche wie die des DC-Stromes i_{DC} nach $0.03s$ wieder auf die Referenzwerte geregelt werden konnten. Die Amplitude des DC-Stromes änderte sich hierbei zum Referenzwert von $1.88kA$ im Maximum zwischen $1.05kA - 2.42kA$ und hat sich kurzzeitig somit fast halbiert. Hingegen weisen die inneren Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ und die externen AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$ keinerlei Abweichung zu deren Referenzverhalten auf und werden somit trotz des DC-Spannungseinbruchs exakt und entkoppelt geregelt, was im Vergleich zu den anderen beiden Regelungsmethoden (I) & (II) für die externen AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$ die besten Ergebnisse widerspiegelt. Dies liegt darin begründet, dass die Kreis- und AC-Ströme direkt im ersten Schritt mit der schnellen Zeitskala τ_e geregelt werden. Die Schwachstelle von Methode (0) ist, wie auf Seite 116 erkennbar, das langsame Abklingen der inneren Energiekomponenten $\{W'_{\Sigma,\alpha/\beta}, W'_{\Delta,\alpha/\beta} \& W'_{\Delta,0}\}$ und das der mittleren Submodulspannungen ($u_{p/n,1/2/3}$), welches mit $0.45s$ verhältnismäßig lange andauert. Bezug nehmend auf die Amplituden der mittleren Submodulspannungen resultiert eine akzeptable Abweichung von $\pm 12\%$, wohingegen die Amplituden der inneren Δ -Energiekomponenten maximal bis zu $0.65MJ$ anwachsen. Das langsame Regelungsverhalten liegt zum einen darin begründet, dass die Kompensation der Abweichungen aller inneren Energiekomponenten erst durch die langsame lyapunobasierte Regelung am Ende der Methode stattfindet und zum anderen, zur Kompensation aller Abweichungen der inneren Energiekomponenten lediglich eine einzige Eingangskorrektur δu_{cm} herangezogen werden kann.

Es kann in Bezug auf die Simulationsergebnisse von **Methode (I)** beobachtet werden, dass der Einbruch der DC-Spannung und die anderen erwähnten Abweichungen ($r_{u,DC}, r_{u,AC} \& r_{u,pn}$), welche in jedem Zeitschritt auf die jeweiligen Amplituden eingeprägt werden, nahezu keinen Einfluss auf die $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente ausüben und die Amplitude von $W'_{\Sigma,0}$ lediglich für $2.5ms$ um nur $\pm 4\%$ schwankt. Für den DC-Strom i_{DC} ist zu beobachten, dass dessen Amplitude ebenfalls lediglich sehr kurz für eine Dauer von $2.5ms$ um $\pm 40\%$ einbricht, bevor dieser wieder seinen Referenzwert von $1.88kA$ erreicht. Die inneren Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ bleiben, wie bei Methode (0), hingegen komplett unberührt von dem Einbruch der DC Spannungen und sind unverändert zu ihrem Sollwert, wohingegen die AC-Ströme $i_{AC,\alpha/\beta}$ minimale Schwankungen für eine Oszillation in ihrem Amplituden von $\pm 12\%$ aufweisen. Die inneren Energien $\{W'_{\Sigma,\alpha/\beta}, W'_{\Delta,\alpha/\beta} \& W'_{\Delta,0}\}$ zeigen nach dem DC-Spannungseinbruch lediglich in den beiden $\Delta_{\alpha/\beta}$ -Energiekomponenten eine maximale Abweichung von $+0.45MJ$ ($W'_{\Delta,\alpha}$) und von $-0.7MJ$ ($W'_{\Delta,\beta}$) für eine Dauer von $0.1s$, was darin begründet liegt, dass diese Komponenten erst langsam im letzten der vier Schritte durch die Eingangskorrektur δu_{cm} lyapunobasiert geregelt werden. Diese, im Gegensatz zu Methode (0) hinsichtlich der geringeren maximalen Amplituden der $\Delta_{\alpha/\beta}$ -Energiekomponenten und deren schnelleren Abklingverhalten, bessere Regelung liegt darin begründet, dass in Methode (I) im letzten Schritt nur die 3 inneren Energiekomponenten $W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}$ und nicht alle 5 inneren Energiekomponenten lyapunobasiert geregelt werden. Hierdurch wird eine gleichmäßigere Auslastung der Regelung auf die Eingangskorrektur δu_{cm} gewährleistet. Ein ebenfalls sehr gutes Verhalten, und im Vergleich zu Methode (0) wesentlich besseres Verhalten, weisen die Verläufe der mittleren Submodulspannungen ($u_{p/n,1/2/3}$) auf, deren Abweichungen in Höhe von $\pm 10\%$ auch nach weniger als $0.1s$ vollständig kompensiert werden konnten.

Es ist mit Blick auf die Ergebnisse der vollständig energiebasierten **Methode (II)** festzustellen, dass die $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente stark um ca. 30% einbricht und der externe DC-Strom i_{DC} sich sogar kurzzeitig vollständig auf $-0.15kA$ reduziert, jedoch beide Größen nach dem DC-Spannungseinbruch in ca. $0.15s$ wieder den gewünschten Sollwert erreichen. Eine Auswirkung dieses Einbruchs ist ebenfalls kurzzeitig in den Kreis- ($\pm 30\%$) und AC-Strömen ($\pm 13\%$) ersichtlich, was verbraucherseitig für eine Dauer von ca. $0.1s$, bis zur Regelung auf die jeweiligen AC-Referenzstromwerte, zu geringfügig geänderten Amplituden in den AC-Strömen führt. Im Vergleich zu den mittleren Submodulspannungen, welche eine für den MMC schädliche zu hohe Änderung zum Referenzwert in Höhe von $\pm 30\%$ erfahren, weisen die 5 inneren Energiekomponenten $\{W'_{\Sigma,\alpha/\beta}, W'_{\Delta,\alpha/\beta} \& W'_{\Delta,0}\}$ akzeptable Amplitudenänderungen in den $\Delta_{\alpha/\beta}$ -Energiekomponenten ($-0.8MJ$ für $W'_{\Delta,\alpha}$ sowie $+0.7MJ$ für $W'_{\Delta,\beta}$) und eine

schnelle Regelung ($0.1s$) auf. Dieses, im Vergleich zu den ersten beiden Methoden etwas schlechtere Regelungsverhalten liegt darin begründet, dass die internen Kreisströme $i_{e,\alpha/\beta}$ nicht getrennt und sofort korrigiert werden, sondern erst zusammen mit den Σ -Energiekomponenten ($W'_{\Sigma,\alpha/\beta}$), was eine langsamere Regelung mit der Zeitskala $\tau_e = 0.4ms$ benötigt, um die Eingangskorrektur $\delta u_{\Sigma,\alpha/\beta}$ nicht zu groß werden zu lassen.

In diesem Kapitel wurden 3 unterschiedliche Regelungsmethoden zur Kompensation aller Abweichungen der internen und externen Strom- $\{\delta i_{DC}, \delta i_{e,\alpha/\beta} \& \delta i_{AC,\alpha/\beta}\}$ sowie der 6 Energiekomponenten $\{\delta W'_{\Sigma,0/\alpha/\beta} \& \delta W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}\}$ beschrieben und deren Simulationsergebnisse für einen einzelnen MMC im DC-zu-AC-Betrieb dargestellt. Hierbei konnte die Wirksamkeit und Robustheit der Methoden, durch die Implementierung von starken Abweichungen in den AC- und DC-Spannungen ($r_{u,DC} \& r_{u,AC}$), den internen Armspannungen ($r_{u,pn}$) sowie durch die Einprägung eines starken DC-Spannungseinbruchs in Höhe von 80% für eine Dauer von $0.05s$, gezeigt werden. In Bezug auf die Simulationsergebnisse kann zusammenfassend gesagt werden, dass die vollständig energiebasierende Methode (II), im Vergleich zu Methode (0) hinsichtlich der inneren Energiekomponenten Vorteile bietet, wohingegen die externen Ströme in Methode (0), ohne Abweichungen nach dem DC-Spannungseinbruch aufzuweisen, geregelt werden können. Methode (I) hingegen ist in der Gesamtheit die wirksamste und robusteste Regelungsmethode, für die mit Absicht sehr groß gewählten Abweichungen ($r_{u,DC}, r_{u,AC} \& r_{u,pn}$) und dem starken DC-Spannungseinbruch. Es ist wichtig anzumerken, dass alle Methoden uneingeschränkt zur Regelung, der beschriebenen Abweichungen in den Amplituden der AC- und DC-Spannungen ($r_{u,DC} \& r_{u,AC}$) sowie in den Amplituden der inneren Armspannungen ($r_{u,pn}$) ohne einen DC-Spannungssprung, sehr gut geeignet sind.

Im nachfolgenden Kapitel 8 werden, aufgrund der erwähnten erfolgversprechendsten Ergebnisse für den einzelnen MMC, die Simulationsergebnisse für zwei gekoppelte MMC, unter Anwendung einer auf Methode (I) basierenden Regelung, dargestellt.

Kapitel 8

Simulationsergebnisse der Regelungsstrategie im eingeschwungenen Zustand für zwei gekoppelte MMC

Nachdem im vorangegangenen Kapitel die drei verschiedenen Regelungsmethoden zur Kompensation kleiner Abweichungen der internen und externen Strom- $\{\delta i_{DC}, \delta i_{e,\alpha/\beta} \& \delta i_{AC,\alpha/\beta}\}$ sowie der 6 Energiekomponenten $\{\delta W'_{\Sigma,0/\alpha/\beta} \& \delta W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}\}$ für einen einzigen MMC in der Funktion als Wechselrichter erläutert wurden, wird in diesem Kapitel die Regelungsstrategie für die Anordnung von zwei gekoppelten MMCs gemäß Abbildung 2.5 auf Seite 22 dargestellt. Die Regelung basiert auf der bekannten Methode (I) für den einzelnen MMC, da diese Technik die besten Simulationsergebnisse aufweist.

Bevor die Ergebnisse für die implementierte Regelungsstrategie der beiden, über eine lange HVDC-Übertragungsleitung gekoppelten, MMCs vorgestellt werden, ist es wichtig zu erwähnen, dass sowohl die in Abschnitt 3.1 (Seite 31) entworfene Vorsteuerung zum Erreichen eines eingeschwungenen Zustands sowie die in Abschnitt 3.4 auf Seite 45 vorgestellte Optimierung für minimale Oszillationen der Armenenergien im optimalen eingeschwungenen Zustand, in den Simulationsergebnissen der Regelung implementiert wurden. Zur Verdeutlichung der Notwendigkeit einer Regelungsstrategie werden im Nachfolgenden die $W'_{\Sigma,0}^{(a=1/2)}$ -Energiekomponenten für 2 gekoppelte MMC für eine relativ lange Simulationsdauer von 8s, welche wie in Kapitel 3 erläutert im exakten eingeschwungenen Zustand starten und durch die Eingänge (Vorsteuerung) der jeweiligen optimalen eingeschwungenen Zustände gesteuert werden, dargestellt. Hierbei ist noch keine Regelung zur Kompensation von Abweichungen aktiv und ebenfalls sind noch keine weiteren externen Abweichungen, wie zum Beispiel in den Amplituden der AC- und DC-Spannung, implementiert worden. Der in der nachfolgenden Abbildung erkennbare Drift der $W'_{\Sigma,0}^{(a=1/2)}$ -Energiekomponenten entsteht aufgrund der zeitdiskreten numerischen Integration der Bewegungsgleichungen, welche eine feste Zeitauflösung aufweisen. Deren zeitliche Entwicklungen werden jedoch durch Eingänge getrieben, welche aus Differentialgleichungen mit beliebig feiner Zeitauflösung gewonnen werden. Es ist wichtig zu erwähnen, dass die externen AC- und DC-Ströme ($i_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1/2,ss)} \& i_{DC}^{(a=1/2,ss)}$), die internen Kreisströme ($i_{e,\alpha/\beta}^{(a=1/2,ss)}$) sowie die internen Energiekomponenten $\{\delta W'_{\Sigma,\alpha/\beta}^{(a=1/2,ss)} \& \delta W'_{\Delta,0/\alpha/\beta}^{(a=1/2,ss)}\}$ bei aktiver Vorsteuerung für beide MMCs das gewünschte Verhalten exakt abbilden und lediglich das Verhalten der $W'_{\Sigma,0}^{(a=1/2)}$ -Energiekomponenten eine Abweichung ($< \pm 10\%$) bei einer relativ langen Simulationsdauer von 8s aufweisen.

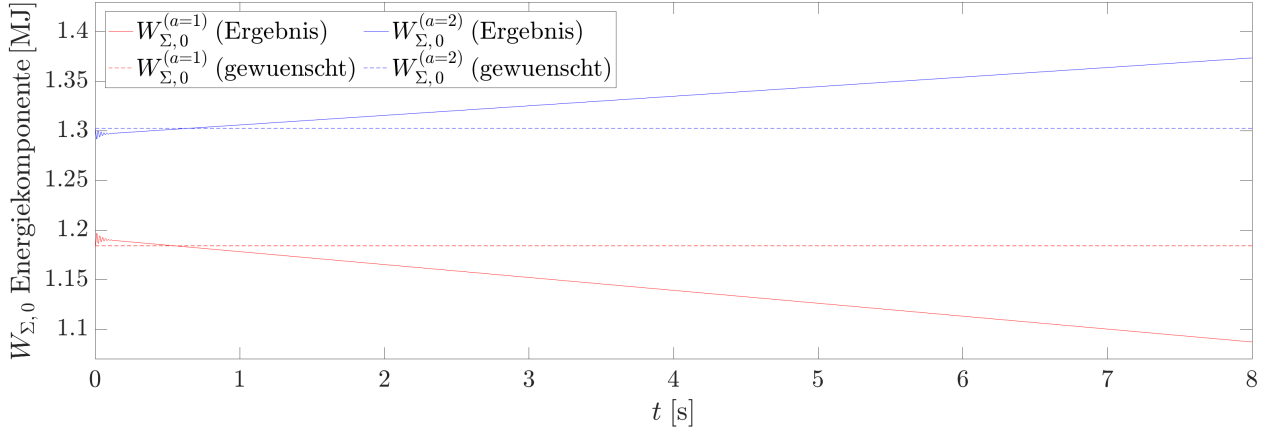


Abbildung 8.1: Drift der $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponenten für 2 gekoppelte MMC für eine Simulationsdauer von 8s, wobei $(a=1) \triangleq 1$. MMC (AC-DC Gleichrichter) und $(a=2) \triangleq 2$. MMC (DC-AC Wechselrichter) - ohne Regelung

Da der Drift in der $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponente die größte Abweichung aus dem gewünschten Verhalten darstellt, wird sich die Regelung auf die gesamte Energie fokussieren. An dieser Stelle soll erwähnt werden, dass die Regelungsstrategie für zwei gekoppelte MMC gemäß Methode (I) für den einzelnen MMC jedoch ohne die Kompensation der 5 inneren Energiekomponenten $\{\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}^{(a=1/2)} \& \delta W'_{\Delta, 0/\alpha/\beta}^{(a=1/2)}\}$ durchgeführt wurde, da unter Einbeziehung dieser kein stabiles Regelungsverhalten der Strom- und Energiekomponenten erzielt werden konnte. Somit ergibt sich eine vereinfachte, auf Methode (I) gemäß Abschnitt 6.2.2 basierende Regelungsstrategie für die AC-DC-AC Anordnung von zwei verschalteten MMCs, wobei die Nomenklaturen $(a=1)$ den 1. MMC (AC-DC Gleichrichter) und $(a=2)$ den 2. MMC (DC-AC Wechselrichter) symbolisieren. Zusammenfassend wird die vereinfachte Methode (I), bestehend aus 3 hierarchischen Schritten, welche strom- sowie energiebasiert mit unterschiedlichen schnellen Zeitskalen geregelt werden, in der nachfolgenden Tabelle dargestellt.

Tabelle 8.1: Methode (I) vereinfacht - überlagerte Regelungsstrategie in 3 Schritten zur Kompensation von Abweichungen in den internen und externen Strömen sowie in der $W'_{\Sigma,0}$ -Energiekomponenten

Methode (I) vereinfacht	Abweichungen	Korrekturen	Zeitskala
Schritt 1 strombasiert	interne Kreisströme ($\delta i_{e, \alpha/\beta}^{(a=1/2)}$)	$\delta u_{\Sigma, \alpha/\beta}^{(a=1/2)}$	$\tau_e^{(a=1/2)} \sim \Delta t$ (schnell)
Schritt 2 energiebasiert	externe AC-Ströme ($\delta i_{AC, \alpha/\beta}^{(a=1/2)}$)	$\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}^{(a=1/2)}$	$\tau_{AC}^{(a=1/2)} \sim 30\tau_e^{(a=1/2)}$ (mittel)
Schritt 3 energiebasiert	externer DC-Strom ($\delta i_{DC}^{(a=1/2)}$) Gesamtenergie ($\delta W'_{\Sigma,0}^{(a=1/2)}$)	$\delta u_{\Sigma,0}^{(a=1/2)}$	$\tau_{DC}^{(a=1/2)} \sim 2\tau_{AC}^{(a=1/2)}$ (mittel)

In der vorangegangene Tabelle ist ersichtlich, dass Schritt 4 und somit die Kompensation der Abweichungen der 3 inneren Δ -Energien $\{\delta W'_{\Delta, 0/\alpha/\beta}\}$ vollständig, im Vergleich zu Methode (I) gemäß Tabelle 6.2 auf Seite 99 zur Regelung der Abweichungen eines einzelnen MMCs, entfällt. Weiterhin werden die Abweichungen der 2 inneren Σ -Energiekomponenten $\{\delta W'_{\Sigma, \alpha/\beta}\}$ im 2. Schritt ebenfalls nicht korrigiert, wodurch die Eingangskorrektur $\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}^{(a=1/2)}$ ausschließlich für die Kompensation der Abweichungen der externen AC-Ströme ($\delta i_{AC, \alpha/\beta}^{(a=1/2)}$) herangezogen wird. Die Schritte 1 & 3 bleiben, im Vergleich zur Methode (I) für den einzelnen MMC, identisch zu denen für die gekoppelten MMCs in der vereinfachten Methode (I). Lediglich für den 1. MMC, welcher im DC- zu AC-Betrieb als

Wechselrichter fungiert, ist ein Vorzeichenwechsel der externen DC- und AC-Spannungen für die Kompensation der Abweichungen des AC-Stromes ($\delta i_{AC, \alpha/\beta}^{(a=1)}$) im zweiten Schritt sowie für den DC-Strom ($\delta i_{DC}^{(a=1)}$) & der $\delta W_{\Sigma, 0}'^{(a=1)}$ -Energiekomponente für Schritt 3 notwendig. Ansonsten sind die Gleichungen für die notwendigen Eingangskorrekturen $\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}$ und $\delta u_{\Sigma, 0}$ zur Kompensation der Abweichungen des 1. MMC (DC-AC Wechselrichter) identisch zum 2. MMC. Diese ergeben sich für den 1. MMC ($a=1$), wobei die erwähnten Vorzeichenwechsel der externen DC- und AC-Spannungen durch einen Pfeil ($\Downarrow$) visualisiert sind, wie folgt:

$$\delta u_{\Delta, \alpha/\beta}^{(a=1)} = \frac{2(L_{AC} + L_e/2)}{\tau_e} \delta i_{AC, \alpha/\beta}^{(a=1)} \Downarrow + 2 \delta u_{AC, \alpha/\beta}^{(a=1)}. \quad (8.1)$$

$$\begin{aligned} \delta u_{\Sigma, 0}^{(a=1)} &= \Downarrow \frac{1}{2} \delta u_{DC}^{(a=1)} + 6\tilde{u}\tilde{\omega}_{AC} (L_{DC} + L_e/3) \frac{\Xi_{\Sigma, 0}^{(a=1)}}{\Downarrow - u_{DC}^{(ref)} - 4R_{DC}i_{DC}^{(ref)}}, \quad \text{mit} \\ \Xi_{\Sigma, 0}^{(a=1)} &= \Downarrow \frac{1}{4} \left(\frac{\vec{i}_{AC}}{\tilde{i}} \right)^T \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}^{(a=1)}}{\tilde{u}} \right) - \frac{1}{6} \frac{R_{DC}}{\omega_{AC} (L_{DC} + L_e/3)} \left(\frac{\Downarrow - u_{DC}^{(ref)} - 4R_{DC}i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{DC}^{(a=1)}}{\tilde{i}} \right) \\ &\quad - \frac{1}{6} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\delta u_{DC}^{(a=1)}}{dt}}{\tilde{u}} \right) \Downarrow + \frac{1}{4} \left(\frac{\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\frac{\frac{1}{\omega_{AC}} \frac{d\delta \vec{u}_{AC}^{(a=1)}}{dt}}{\tilde{u}} \right) \\ &\quad + \frac{1}{\omega_{AC}\tau_{DC}} \left[+ \frac{1}{6} \left(\frac{\Downarrow - u_{DC}^{(ref)} - 4R_{DC}i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{u}} \right) \left(\frac{\delta i_{DC}^{(a=1)}}{\tilde{i}} \right) - \frac{1}{6} \left(\frac{i_{DC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right) \left(\frac{\delta u_{DC}^{(a=1)}}{\tilde{u}} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{\vec{i}_{AC}^{(ref)}}{\tilde{i}} \right)^T \left(\frac{\delta \vec{u}_{AC}^{(a=1)}}{\tilde{u}} \right) \right] \\ &\quad + \frac{1}{\omega_{AC}^2 \tau_{DC}^2} \left(\frac{\delta W_{\Sigma, 0}'^{(a=1)}}{\tilde{W}} \right). \end{aligned} \quad (8.3)$$

Weiterhin sind Adaptionen der Zeitkonstanten für die AC-DC-AC Topologie für zwei verschaltene MMCs im Vergleich zum einzelnen MMC notwendig. Die Zeitkonstante $\tau_e^{(a=1/2)} \sim \Delta t$ liegt für die Regelung der Abweichungen eines einzelnen MMCs in der gleichen Größenordnung wie für die verschalteten MMCs, wohingegen $\tau_{DC}^{(a=1/2)}$ & $\tau_{AC}^{(a=1/2)}$ 3-4mal so groß für die AC-DC-AC Anordnung der beiden gekoppelten MMCs gewählt werden. Diese langsamere Regelung ist sowohl auf die höhere Anzahl an zu kompensierenden Größen für zwei verschaltene MMC, als auch auf die Notwendigkeit der Kontrolle von 2 anstatt von nur einer Gesamtenergie zurückzuführen. Dies resultiert ebenfalls darin, dass die Kompensation der Abweichungen in den inneren Energiekomponenten $\delta W_{\Sigma, \alpha/\beta}'^{(a=1/2)}$ & $\delta W_{\Delta, 0/\alpha/\beta}'^{(a=1/2)}$ in noch langsameren Zeitskalen stattfinden, was eine wesentlich höhere Eingangskorrektur erfordert und die Linearisierung der theoretischen Herleitung ungültig macht. Andererseits wird bei einer kleinen Wahl von δu_{cm} eine unzureichende Wirkung, welche nicht in einem Abklingen der Abweichungen für $\delta W_{\Delta, 0/\alpha/\beta}'^{(a=1/2)}$ im vierten Schritt resultiert, erzielt. Aus diesem Grund wird der 4. Schritt der Regelungsmethode für zwei verschalteten MMCs im Vergleich zum einfachen MMC weggelassen. Die für die Simulation verwendeten Betriebspunkt- und Schaltungsparameter, welche aus den vorangegangenen Kapiteln bekannt sind, wurden für die beiden MMCs in der AC-DC-AC Systemanordnung wie folgt gewählt.

Tabelle 8.2: Parameter der AC-DC-AC Topologie, wobei $(a=1) \triangleq 1$. MMC (AC-DC Gleichrichter) und $(a=2) \triangleq 2$. MMC (DC-AC Wechselrichter)

Betriebspunktparameter			
$\hat{u}_{AC,1/2/3}^{(a=1,ss)} = 250kV$	$\hat{u}_{AC,1/2/3}^{(a=2,ss)} = 200kV$	$N_{SM}^{(a=1/2)} = 160$	
$\hat{i}_{AC}^{(a=1,ss)} = 2.51kA$	$\hat{i}_{AC}^{(a=2,ss)} = 2.52kA$	$C_{SM}^{(a=1/2)} = 3mF$	
$\varphi_{i,AC}^{(a=1,ss)} = 15^\circ$	$\varphi_{i,AC}^{(a=2,ss)} = 10^\circ$	$v_C^{(a=1/2)} = 1.3$	
Schaltungsparameter			
$R_{sh} = 1k\Omega$	$\kappa = 0.4$	$R_{DC} = 4\Omega$	$L_{DC} = 0.14H$
$R_{DC}^{(a=1)} = \kappa R_{DC}$	$R_{DC}^{(a=2)} = (1-\kappa)R_{DC}$	$L_{DC}^{(a=1)} = \kappa L_{DC}$	$L_{DC}^{(a=2)} = (1-\kappa)L_{DC}$
$R_{AC}^{(a=1/2)} = 0.8\Omega$	$L_{AC}^{(a=1/2)} = 0.03H$	$R_e^{(a=1/2)} = 0.01\Omega$	$L_e^{(a=1/2)} = 1mH$

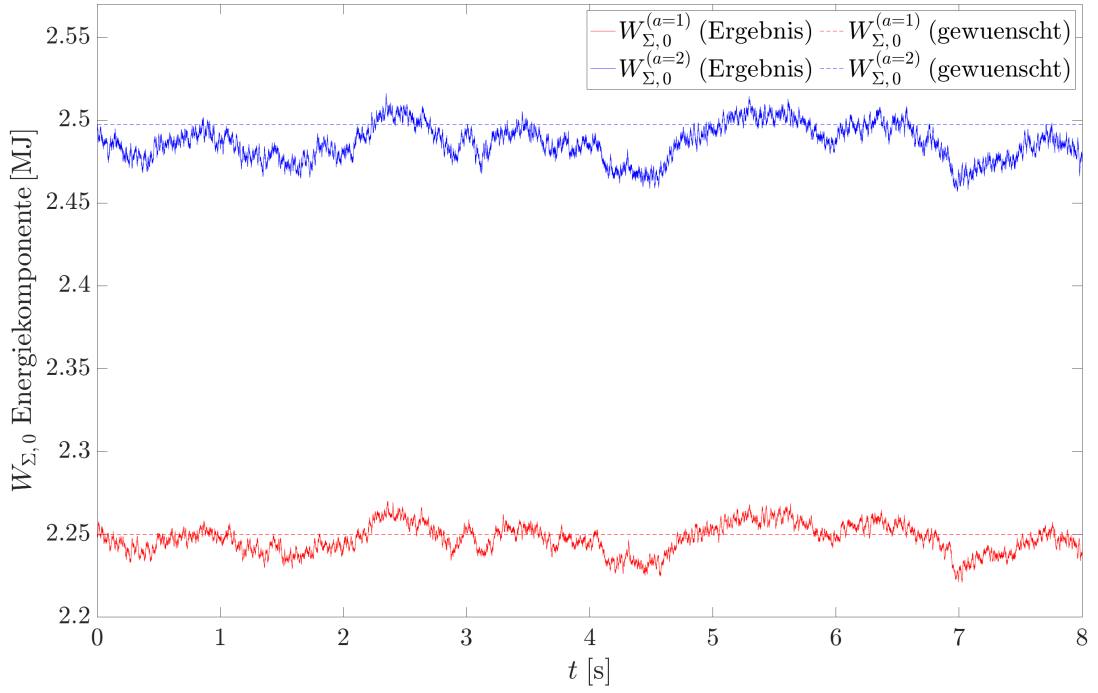
In den nachfolgenden Abbildungen werden die Simulationsergebnisse für die Kompensation von kleinen Abweichungen der $W'_{\Sigma,0}^{(a=1/2)}$ -Energiekomponenten, der externen DC- und AC-Ströme $\{i_{DC}^{(a=1/2,ss)} \& i_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1/2,ss)}\}$, der internen Kreisströme $\{i_{e,\alpha/\beta}^{(a=1/2,ss)}\}$ sowie der mittleren Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}^{(a=1/2,ss)}$ für die verschalteten beiden MMCs im eingeschwungenen Zustand im Vergleich mit dem gewünschten Referenzverhalten bei zusätzlich aktiver Vorsteuerung visualisiert. Hierbei werden auf die Amplituden der DC- und AC-Spannungen weitere zufällige Abweichungen ($r_{u,DC}^{(a=1/2)} \& r_{u,AC}^{(a=1/2)}$) in jedem Zeitschritt aufgeprägt. Um die Auswirkungen von Diskretisierungsfehlern zu modellieren, werden zusätzlich in jedem Zeitschritt zufällige Abweichungen zu den inneren Armspannungen $u_{p/n,1/2/3}^{(a=1/2,ss)}$ multipliziert. Die Abweichungen für die DC- und AC-Spannungen betragen dabei 4%, während die Abweichungen für die inneren Armspannungen zu 0,0625% $\left(r_{u,pn}^{(a=1/2)} = \frac{0.1}{N_{SM}^{(a=1/2)}}\right)$

gewählt worden und einer vollen Submodulspannung nach jedem zehnten Zeitschritt entsprechen. Diese Fluktuationen werden durch neun gleichmäßig verteilte Zufallszahlen zwischen $-r \leq \eta \leq +r$ implementiert, wobei eine Zufallszahl für die DC-Spannung (u_{DC}), zwei Zufallszahlen für die AC-Spannungen ($u_{AC,\alpha/\beta}^{(a=1/2)}$) und sechs (Pseudo)-Zufallszahlen für die Armspannungen ($u_{p/n,1/2/3}^{(a=1/2,ss)}$) verwendet werden. Der aktuelle, fehlerfreie Spannungswert wird dann mit $(1 + \eta)$ multipliziert, wobei η die Zufallszahl darstellt. Die für die vereinfachte Methode (I) verwendeten Zeitskalen der Simulation für zwei verschaltete MMCs im eingeschwungenen Zustand sind zusammen mit den zufälligen Abweichungen der DC- & AC-Spannungen sowie den inneren Armspannungen in der nachfolgenden Tabelle dargestellt. Es ist wichtig anzumerken, dass eine unterschiedliche Wahl der Zeitskalen $\tau_{DC}^{(a=1)} \neq \tau_{DC}^{(a=2)} \& \tau_{AC}^{(a=1)} \neq \tau_{AC}^{(a=2)}$ für die beiden MMCs zu besseren Ergebnissen führen, als wenn diese gleich gewählt werden.

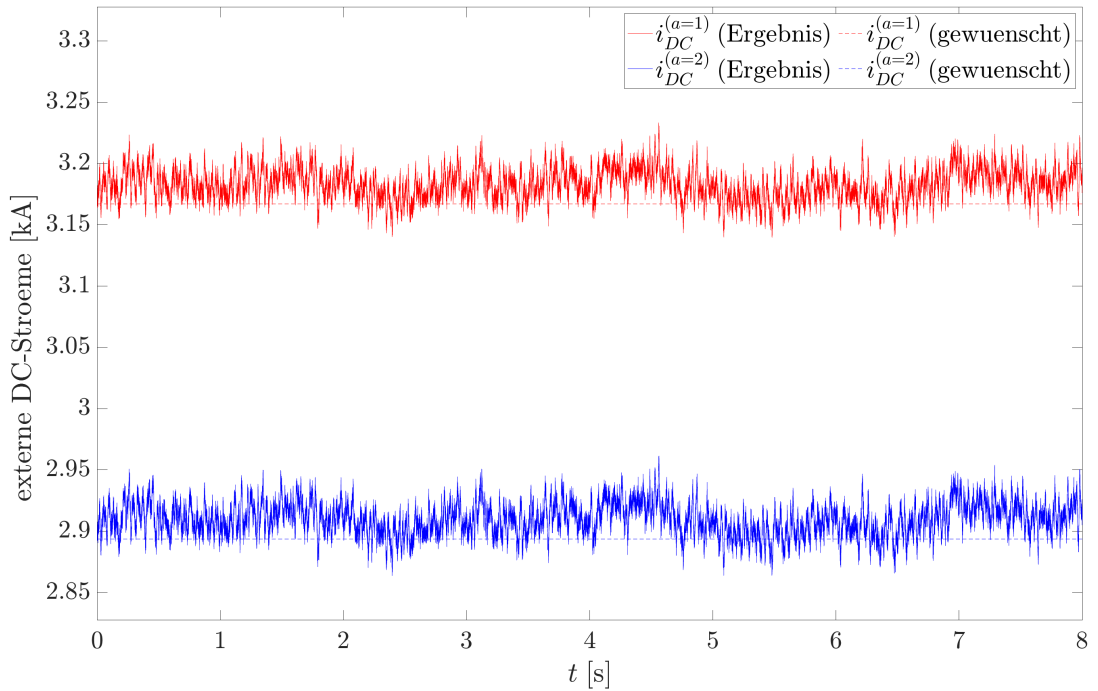
Tabelle 8.3: Zeitskalen zur Kompensation von Abweichungen für die vereinfachte Methode (I) sowie zufällige Abweichungen der DC- & AC-Spannungen & inneren Armspannungen

Zeitkonstanten		Stärke der Abweichungen
$\tau_e^{(a=1)} = 2.0ms$	$= \tau_e^{(a=2)} = 2.0ms$	$r_{u,DC}^{(a=1/2)} = 4\%$
$\tau_{AC}^{(a=1)} = 5.0ms$	$\neq \tau_{AC}^{(a=2)} = 5.5ms$	$r_{u,AC}^{(a=1/2)} = 4\%$
$\tau_{DC}^{(a=1)} = 6.0ms$	$\neq \tau_{DC}^{(a=2)} = 7.0ms$	$r_{u,pn}^{(a=1/2)} = 0.0625\%$

In Abbildung 8.2 werden die Simulationsergebnisse, bei einer bewusst lang gewählten Simulationsdauer von 8s, welche die Stabilität der Regelung über eine lange Zeitdauer verdeutlichen soll, für die $W'_{\Sigma,0}^{(a=1/2)}$ -Energiekomponenten dargestellt.

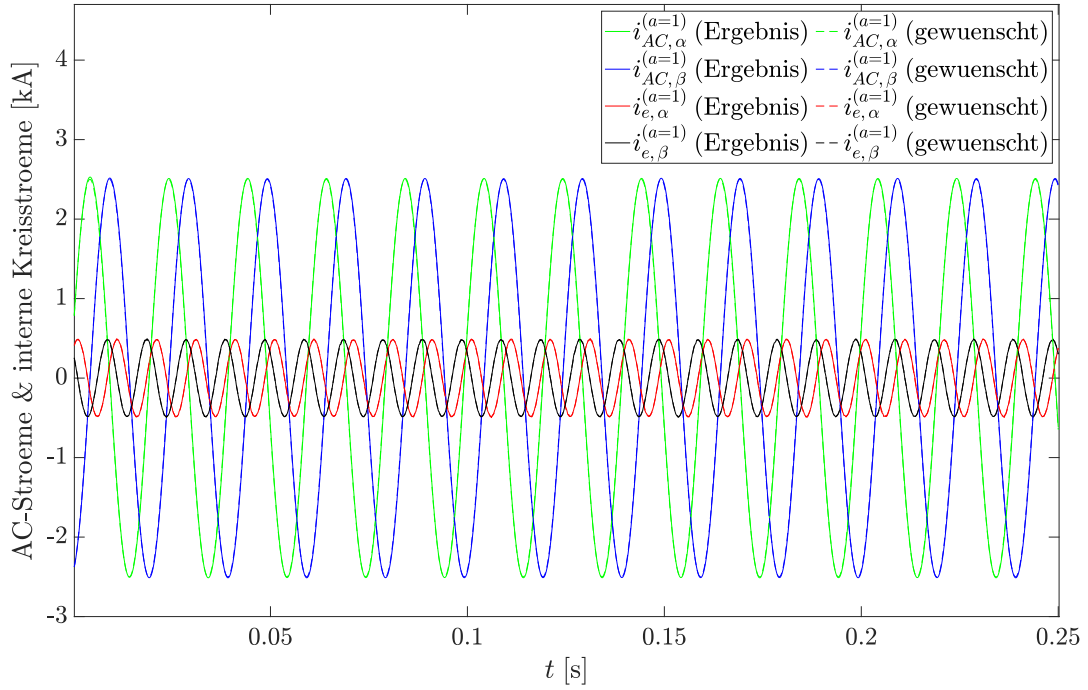


$W'_{\Sigma,0}{}^{(a=1/2)}$ -Energiekomponenten für 2 gekoppelte MMC (AC-DC-AC System)

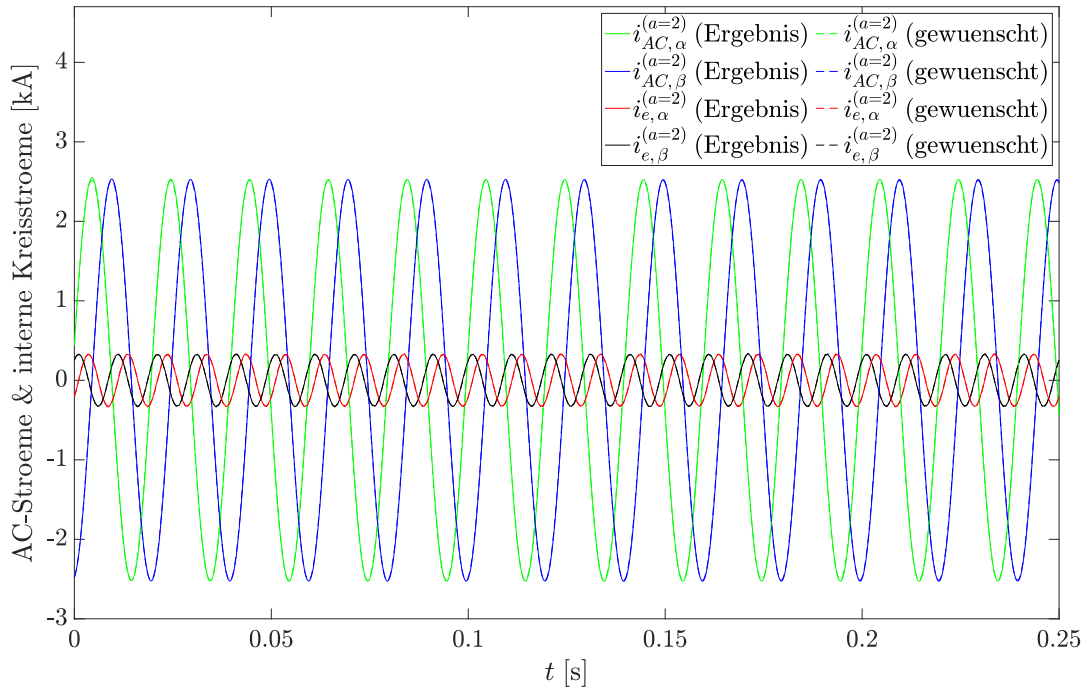


externe DC-Ströme $i_{DC}^{(a=1/2, ss)}$ für 2 gekoppelte MMC (AC-DC-AC System)

Abbildung 8.2: Vergleichende Betrachtung der Simulationsergebnisse (—) der $W'_{\Sigma,0}{}^{(a=1/2)}$ -Energiekomponenten & der DC-Ströme $i_{DC}^{(a=1/2, ss)}$ mit dem gewünschten Verhalten (---) für 2 gekoppelte MMC, wobei $^{(a=1)} \triangleq 1$. MMC (AC-DC Gleichrichter) und $^{(a=2)} \triangleq 2$. MMC (DC-AC Wechselrichter)

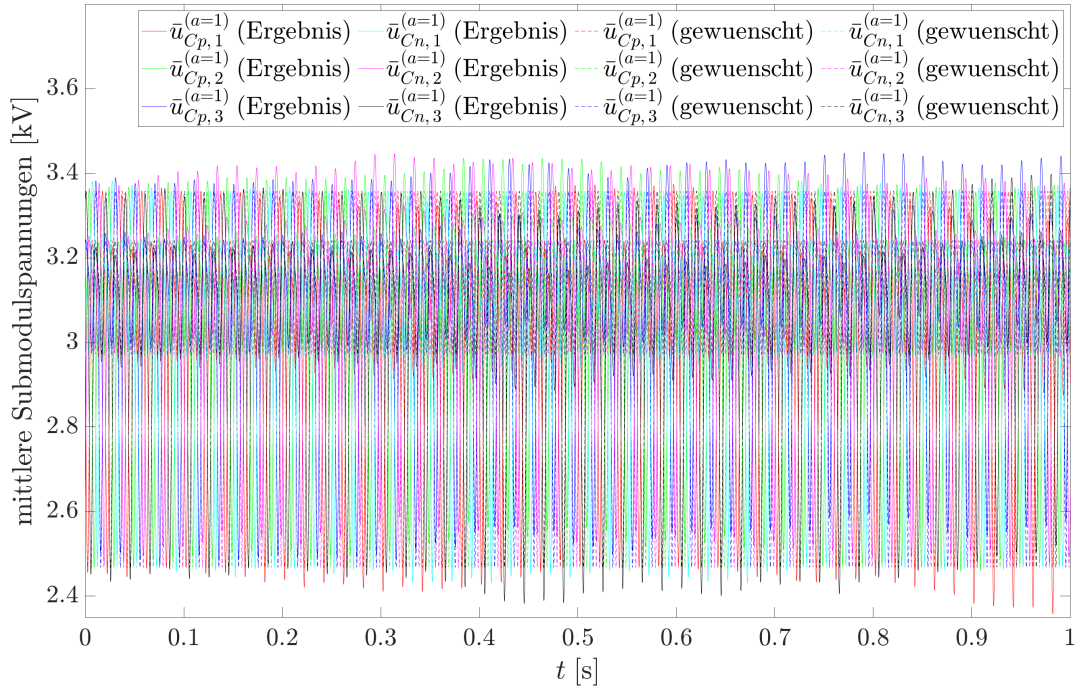


externe AC-Ströme $i_{AC}^{(a=1, ss)}$ & innere Kreisströme $i_{e, \alpha/\beta}^{(a=1, ss)}$ des AC-DC-Gleichrichters in 2 gekoppelten MMC-Systemen

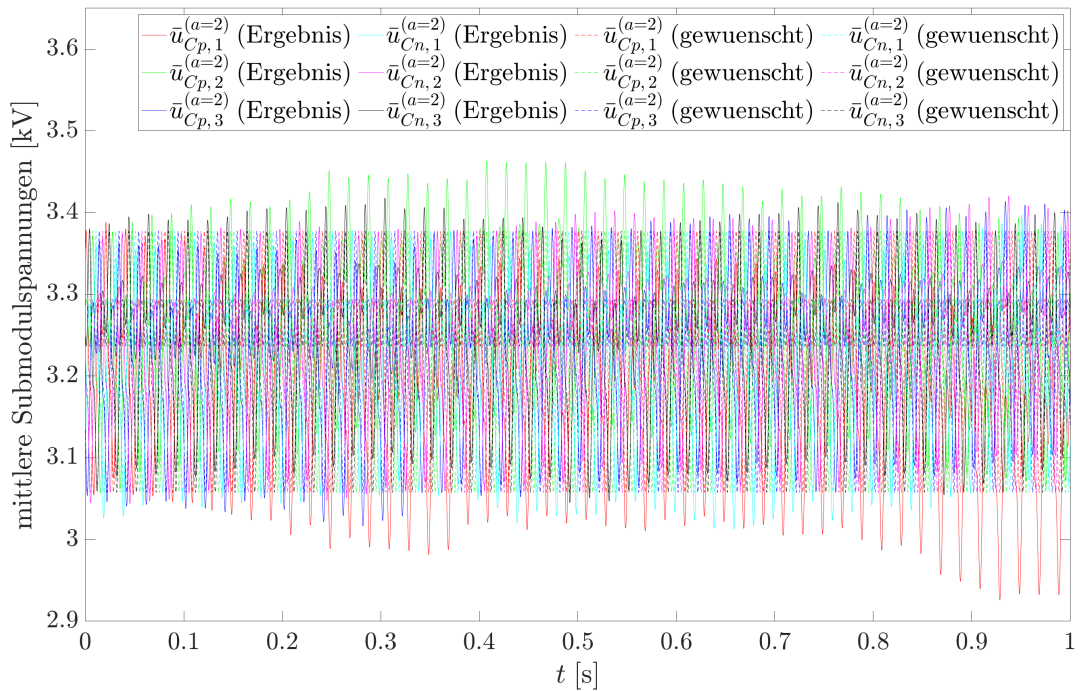


externe AC-Ströme $i_{AC}^{(a=2, ss)}$ & innere Kreisströme $i_{e, \alpha/\beta}^{(a=2, ss)}$ des DC-AC-Wechselrichters in 2 gekoppelten MMC-Systemen

Abbildung 8.3: Vergleichende Betrachtung der Simulationsergebnisse (—) der externen AC-Ströme $i_{AC}^{(a=1/2, ss)}$ & der inneren Kreisströme $i_{e, \alpha/\beta}^{(a=1/2, ss)}$ mit dem gewünschten Verhalten (---) für 2 gekoppelte MMC, wobei $(a=1) \triangleq 1$. MMC (AC-DC Gleichrichter) und $(a=2) \triangleq 2$. MMC (DC-AC Wechselrichter)



mittlere Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}^{(a=1,ss)}$ des AC-DC-Gleichrichters in 2 gekoppelten MMC-Systemen



mittlere Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}^{(a=2,ss)}$ des DC-AC-Wechselrichters in 2 gekoppelten MMC-Systemen

Abbildung 8.4: Vergleichende Betrachtung der Simulationsergebnisse (—) der mittleren Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}^{(a=1/2,ss)}$ mit dem gewünschten Verhalten (---) für 2 gekoppelte MMC, wobei $(a=1) \triangleq 1$. MMC (AC-DC Gleichrichter) und $(a=2) \triangleq 2$. MMC (DC-AC Wechselrichter)

Die Abweichungen der Amplituden von $W'_{\Sigma,0}^{(a=1/2)}$ zum Referenzverhalten sind sehr gering und liegen hierbei bei maximal -1.4% für $W'_{\Sigma,0}^{(a=1)} = 2.25MJ$ sowie bei -1.6% für $W'_{\Sigma,0}^{(a=2)} \approx 2.5MJ$, was die Wirksamkeit der Regelung trotz der starken zufälligen implementierten Abweichungen in $r_{u,DC}^{(a=1/2)}$, $r_{u,AC}^{(a=1/2)}$ & $r_{u,pn}^{(a=1/2)}$ widerspiegelt. Die Werte für die $W'_{\Sigma,0}^{(a=1/2)}$ -Energiekomponenten wurden hierbei bewusst so gewählt, dass $W'_{\Sigma,0}^{(a=2)} \approx 10\%$ größer ist als $W'_{\Sigma,0}^{(a=1)}$, was zu einem zusätzlich erschwerten Regelungsverhalten führt. Weiterhin sind in Abbildung 8.2 die beiden Verläufe der DC-Ströme dargestellt, welche sich bei geringen maximalen Schwankungen der Amplituden im Vergleich zum Referenzverhalten von $< \pm 2.5\%$ stabil verhalten und zu $i_{DC}^{(a=1,ss)} = 3.17kA$ sowie $i_{DC}^{(a=2,ss)} = 2.89kA$ resultieren. Zur Vollständigkeit sei erwähnt, dass die DC-Spannung durch die beiden DC-Ströme, welche sich aus Gleichung (3.38) auf Seite 47 ergeben, und dem Shuntwiderstand $R_{sh} = 1k\Omega$ gemäß $u_{DC} = R_{sh} \left(i_{DC}^{(a=1,ss)} - i_{DC}^{(a=2,ss)} \right)$ zu $273.39kV$ folgt.

Wie in Abschnitt 3.4 hergeleitet, ergibt sich die Amplitude des AC-Stromes des zweiten MMCs $\hat{i}_{AC}^{(a=2,ss)}$ im eingeschwungenen Zustand aus der Amplitude des AC-Stromes des ersten MMCs $\hat{i}_{AC}^{(a=1,ss)}$ gemäß $\hat{i}_{AC}^{(a=2,ss)} = \xi \hat{i}_{AC}^{(a=1,ss)}$, wobei ξ aus Gleichung (3.37) auf Seite 47 unter den gewählten Randbedingungen zu 1.0062 folgt und woraus nahezu identische Amplituden der beiden AC-Ströme ($\hat{i}_{AC}^{(a=1,ss)} \approx \hat{i}_{AC}^{(a=2,ss)} \approx 2.51kA$) resultieren. Die AC-Ströme der beiden MMCs sind neben den sich zu $0.48kA$ und $0.32kA$ ergebenden Amplituden der Kreisströme $\hat{i}_{e,\alpha/\beta}^{(a=1,ss)}$ und $\hat{i}_{e,\alpha/\beta}^{(a=2,ss)}$ in Abbildung 8.3 visualisiert. Es ist festzustellen, dass alle externen AC-Ströme und die internen Kreisströme das geforderte Referenzverhalten nahezu exakt nachbilden.

Weiterhin sind in Abbildung 8.4 die Verläufe der mittleren Submodulspannungen $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}^{(a=1/2,ss)}$ für die verschalteten beiden MMCs im eingeschwungenen Zustand für eine längere Simulationszeit von $1s$ dargestellt. Die Simulationsdauer wurde bewusst länger gewählt, um bei fehlender Regelung der inneren Energiekomponenten die ausreichend gute Wirksamkeit der aktiven Vorsteuerung im eingeschwungenen Zustand gemäß Kapitel 3 darzustellen. Das Verhalten der mittleren Submodulspannungen ist stabil und entspricht gut dem des Referenzverhaltens, wobei sich die maximalen und minimalen Amplituden für $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}^{(a=1,ss)}$ zu $3.45kV$ & $2.36kV$ ergeben, wohingegen die Amplituden von $\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}^{(a=2,ss)}$ zwischen $3.64kV$ & $2.92kV$ liegen. Somit weist der 2.MMC ($a=2$) eine deutlich geringere Oszillationsstärke der mittleren Submodulspannungen auf.

Es ist festzustellen, dass die Regelung der Abweichungen in den jeweiligen Gesamtenergien kombiniert mit der optimalen Vorsteuerung der inneren Energiekomponenten ausreicht, ohne für diese eine Regelung zu implementieren, um die mittleren Submodulspannungen innerhalb eines engen Toleranzbandes zu halten. Es ist weiterhin wichtig zu betonen, dass die lange HVDC-Übertragungsleitung zwischen den beiden MMCs mit berücksichtigt wurde, da deren Wirkung in der Dynamik der zwei Gesamtenergiekomponenten vorkommt.

In diesem Kapitel wurden die Simulationsergebnisse einer entworfenen Regelungsstrategie für zwei, durch eine lange HVDC-Übertragungsleitung gekoppelte, MMCs zur Kompensation kleiner Abweichungen der $W'_{\Sigma,0}^{(a=1/2)}$ -Energiekomponenten sowie der internen und externen Ströme $\{\delta i_{DC}, \delta i_{e,\alpha/\beta} \& \delta i_{AC,\alpha/\beta}\}$ dargestellt. Es ist festzustellen, dass es gelungen ist eine robuste Regelung zur Kompensation der genannten kleinen Abweichungen für die $W'_{\Sigma,0}^{(a=1/2)}$ -Energiekomponenten und die internen und externen Ströme zu implementieren, wenngleich eine Regelung der inneren Energiekomponenten nicht erzielt werden konnte. Diese 5 inneren Energiekomponenten werden jedoch ausreichend gut durch die in Kapitel 3 auf Seite 31 eingeführte Vorsteuerung unter Kontrolle gehalten und das Ziel einer möglichst exakten und robusten Regelung der Gesamtenergien der beiden gekoppelten MMCs, vor dem Hintergrund stark aufgeprägter Abweichungen in den Amplituden der externen AC- & DC-Spannungen sowie in den inneren Armspannungen, konnte sehr gut erreicht werden.

Kapitel 9

Zusammenfassung und mögliche Erweiterungen

In dieser Dissertation wurden vier wesentliche Neuerungen vorgestellt, die signifikante Fortschritte im Bereich der Regelung und Steuerung des Modulen Multilevel Converters (MMC) darstellen. Die theoretischen Ansätze und Methoden konnten ebenfalls erfolgreich an Simulationen getestet werden. Es ist hierbei wichtig zu erwähnen, dass eine schnelle Sortierung der Submodule für diese Dissertation als gegeben zugrunde gelegt wurde, was die einfache Implementierung und die Übertragbarkeit, der in dieser Arbeit entwickelten Methoden und Ansätze, auf jeden MMC ermöglicht, ohne Modifikationen der internen Modulations- und Sortieralgorithmen der Submodule vornehmen zu müssen. Aus diesem Grund wurde sich auf die langsamere Zeitskala der Strom- und Energiedynamik von etwas weniger als einer Millisekunde für die gesamte Regelung fokussiert.

Zunächst wurde eine Methode entwickelt, die es ermöglicht die Größe der kostenintensiven Kapazitäten in den Submodulen des MMCs zu verringern. Diese Methode nutzt alle inneren Freiheitsgrade des MMCs, nämlich die der Kreisströme und der Common-Mode-Spannung, wodurch die Oszillationsstärke der inneren Energiekomponenten um 75%, durch eine analytische Lösung einer einzigen zu minimierenden Gütefunktion, reduziert werden konnte. In bislang vergleichbaren Arbeiten wurde insbesondere der Kreisstrom zu null eingefroren und nicht aktiv zur Minimierung der Oszillationsstärke genutzt. Diese präzise Minimierung der Energieoszillationen im eingeschwungenen Zustand führt zu einer deutlichen Verringerung der Kapazitätsgrößen des MMCs und damit zu Kostensenkungen. Andere Effekte, die die Oszillationsstärke der Energiekomponenten beeinflussen, wie Verluste in Widerständen und Leistungshalbleitern, sowie Totzeiten werden in dieser Arbeit nicht berücksichtigt.

Des Weiteren wurden zwei Ansätze für den Trajektorienentwurf vorgestellt, um einen schnellen und glatten Übergang bei abrupten Änderungen der DC-Spannung zu erreichen. Beide Ansätze ermöglichen einen schnellen und glatten Übergang bei einem DC-Spannungseinbruch und bei einer zusätzlichen Veränderung der Energien im beliebigen Startzustand im Vergleich zum eingeschwungenen Endzustand mit Übergangszeiten von weniger als $10ms$. Der vorgestellte Grundansatz optimiert die Oszillationsstärke der inneren Energiekomponenten im endgültig erreichten eingeschwungenen Zustand unter Nutzung aller inneren Freiheitsgrade vollständig, während der entworfene erweiterte Ansatz die Amplitude der Kreisstromkomponenten während des Übergangs dazu verwendet, die Leistungsoszillationen während des Übergangsintervalls zu minimieren.

Zusätzlich wurde eine stabilisierende Regelungsstrategie entwickelt, die sowohl interne als auch externe Abweichungen vom gewünschten Zustand kompensiert. Hierzu wurden drei Regelungsalgorithmen entworfen, die strom-, energie- oder lyapunovbasiert arbeiten und hierarchisch abgestufte Schritte mit unterschiedlichen Zeitskalen kombinieren. Alle entworfenen Methoden zeigten in Simulationen ihre Robustheit, insbesondere bei starken Abweichungen und einem signifikanten DC-Spannungseinbruch von bis zu 50%, wobei darüber hinaus eine vollständige energiebasierte Methode (II) entwickelt werden konnte.

Zum Schluss der Arbeit wurden die Ansätze zur Minimierung der Energieoszillationen und die Regelungsmethode (I) auf ein System von zwei durch eine lange HVDC-Leitung gekoppelten MMCs erweitert. Die Ergebnisse bestätigen die erfolgreiche Übertragung der entwickelten Optimierungsansätze und Regelungsmethoden auf das AC-DC-AC-Übertragungssystem.

Abschließend werden allgemeine Verbesserungspotenziale und spezifische mögliche Erweiterungen der in dieser Dissertation beschriebenen Ansätze und Methoden dargestellt. Im Allgemeinen, und für alle im vorherigen Abschnitt angeführten Neuerungen relevant, bietet die Erweiterung der langen DC- und AC-Leitungen mit der Berücksichtigung der Kapazitäten Optimierungspotenzial. Die Implementierung von Leitungskapazitäten hat Auswirkungen auf die Systemleistung, indem sie die Spannung modifizieren, zusätzliche Verluste erzeugen, die Phasenverschiebung verändern und dadurch die Leitung und somit die Antwort des gesamten Systems, gerade bei schnellen Zeitskalen, beeinflussen.

Weiterhin ist für das schnelle und glatte Trajektorien-Design sowie für die Regelung festzustellen, dass die Detektion des eingepprägten DC-Spannungseinbruchs in der Realität nur zeitverzögert bemerkt werden kann und somit die Fehlerdetektion verzögert erfolgt, was zu schlechteren Ergebnissen im Vergleich zu den Simulationsergebnissen der vorliegenden Dissertation führt. Somit muss der MMC mit entsprechenden größeren Kapazitäten entworfen werden, um eine entsprechende Energiereserve bereitstellen zu können.

Ein Bereich, welcher zudem weitere Untersuchungen rechtfertigt, ist die Übertragung der in Kapitel 4 vorgestellten Trajektorienentwürfe auf die Anordnung von zwei mittels einer langen HVDC-Übertragungsleitung gekoppelten MMCs.

Eine andere Neuwertigkeit würde die Umsetzung der numerischen Simulation der vollständig energie-basierten Regelungsmethode (II) für zwei durch eine lange HVDC-Leitung gekoppelte MMCs bieten, welche jedoch bereits vollständig theoretisch entworfen wurde. Der Grund für die noch ausstehende simulative Umsetzung liegt darin, dass die Kombination aus strom- und energiebasierter Regelung die besten Ergebnisse für den einzelnen MMC lieferte und diese Regelungsmethode (I) deshalb für die verschalteten MMCs herangezogen wurde. Ferner ist zu sagen, dass es für das AC-DC-AC-Übertragungssystem von zwei verschalteten MMCs nicht gelungen ist alle inneren Energiekomponenten zu regeln, wobei diese dennoch sehr gut durch die entworfene Vorsteuerung unter Kontrolle gehalten werden konnten.

Anhang

A Strom- und Spannungsverteilung in den 6 Armen

Wiederholend ergeben sich die Strom- und äußeren Spannungskomponenten im eingeschwungenen Zustand, im Betrieb eines einzelnen MMCs als AC- zu DC-Umrichter, mit der entsprechenden Unterteilung der Kenngrößen in

Extern vorgegebene Parameter:

Diese sind die konstante DC-Spannung u_{DC} und die konstante Amplitude $\hat{u}_{AC}$ der sinusförmig oszillierenden AC-Spannungen $u_{AC,1/2/3}(t)$ mit der Frequenz ω_{AC} .

$$u_{AC,1/2/3}(t) = \hat{u}_{AC} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t) \\ \sin(\omega_{AC}t - 2\pi/3) \\ \sin(\omega_{AC}t + 2\pi/3) \end{pmatrix} \quad \text{mit } \hat{u}_{AC} = \text{konstant}$$

Ein weiterer vorgegebener Parameter, zur Charakterisierung der effektiven Leistung auf der AC-Seite, ist $\cos \varphi_{i,AC}$ bzw. $\varphi_{i,AC}$.

Gewünschte Parameter:

Diese sind beim AC- zu DC-Betrieb im Umrichter die konstante Amplitude $\hat{i}_{AC}^{(ss)}$ des sinusförmig oszillierenden AC-Stroms mit der vorgegebenen Frequenz ω_{AC} der AC-Spannungen, wobei im Allgemeinen der AC-Strom um die ebenfalls bereits festgelegte Phase $\varphi_{i,AC}$ verschoben ist.

$$i_{AC,1/2/3}^{(ss)}(t) = \hat{i}_{AC}^{(ss)} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\ \sin(\omega_{AC}t - 2\pi/3 + \varphi_{i,AC}) \\ \sin(\omega_{AC}t + 2\pi/3 + \varphi_{i,AC}) \end{pmatrix} \quad \text{mit } \hat{i}_{AC}^{(ss)} = \text{konstant}$$

und zur Vervollständigung die Darstellung in α/β -Komponentenschreibweise

$$i_{AC}^{(ss)}(t) = \hat{i}_{AC}^{(ss)} \begin{pmatrix} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\ -\cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \end{pmatrix}$$

Parameter, welcher aus der Bedingung für den eingeschwungenen Zustand festgelegt wird

Dieser ist, wieder für den Betrieb des MMCs als DC- zu AC-Umrichter, die konstante Amplitude des DC-Stroms

$$i_{DC}^{(ss)} = 3i_{e,0}^{(ss)} = \frac{3u_{DC}}{4R'_{DC}} - \sqrt{\left(\frac{3u_{DC}}{4R'_{DC}}\right)^2 - \frac{9\hat{u}_{AC}\hat{i}_{AC}^{(ss)}\cos\varphi_{i,AC}}{4R'_{DC}} - \frac{9R'_{AC}}{8R'_{DC}}\left(\hat{i}_{AC}^{(ss)}\right)^2}$$

Der Beitrag, welcher proportional zu dem geringen inneren Widerstand R_e ist, wird im Vergleich zu den wesentlich größeren äußeren Widerständen (R'_{DC}, R'_{AC}) vernachlässigt.

Frei wählbare Parameter:

Die 4 frei wählbaren Parameter für den inneren Kreisstrom sind die konstante Amplitude $\hat{i}_e^{(ss)}$ mit der zugehörigen Phase $\varphi_{i,e}$ für den inneren Kreisstrom, welcher im eingeschwungenen Zustand mit der doppelten Frequenz $2\omega_{AC}$ oszilliert, und die konstante Amplitude $\hat{u}_{cm}^{(ss)}$ mit der Phase $\varphi_{u,cm}$ für die Common-Mode-Spannung, welche, wie in Kapitel 3 ausführlich erläutert, im eingeschwungenen Zustand mit der dreifachen Frequenz $3\omega_{AC}$ schwingt

$$i_{e,\alpha/\beta}^{(ss)}(t) = \hat{i}_e^{(ss)} \begin{pmatrix} \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \\ \cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \end{pmatrix} \quad \text{mit Amplitude } \hat{i}_e^{(ss)} = \text{konstant}$$

$$u_{cm}^{(ss)}(t) = -\frac{1}{2}u_{\Delta,0}^{(ss)}(t) = \hat{u}_{cm}^{(ss)} \sin(3\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm}) \quad \text{mit } \hat{u}_{\Delta,0}^{(ss)} = \text{konstant} = -2\hat{u}_{cm}^{(ss)}.$$

Die Zustandsvariablen (Armströme & Armenenergien) und die effektiven Eingangsvariablen ¹ der MMC-Dynamik im eingeschwungenen Zustand ergeben sich für die Armströme, Armspannungen und die Armenenergien, unter den genannten Prämissen der aufgezählten Parameter und unter Nutzung von $j = \{p1, p2, p3, n1, n2, n3\} \equiv \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ für die jeweiligen Armindexe an jedem der 6 Arme, wie folgt:

- Armströme:

Aus den gerade erwähnten Strom-Komponenten $i_{e,\alpha/\beta}^{(ss)}$, $i_{e,0}^{(ss)}$ & $i_{AC,\alpha/\beta}^{(ss)}$ im eingeschwungenen Zustand kann mittels der folgenden linearen Transformation

$$i_j = \begin{pmatrix} i_{p,1} \\ i_{p,2} \\ i_{p,3} \\ i_{n,1} \\ i_{n,2} \\ i_{n,3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 & +\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & +\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 & -\frac{1}{4} & +\frac{\sqrt{3}}{4} & +\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & +\frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & +\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 & +\frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 & +\frac{1}{4} & +\frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{e,\alpha} \\ i_{e,\beta} \\ i_{e,0} \\ i_{AC,\alpha} \\ i_{AC,\beta} \\ 0 \end{pmatrix}$$

die Form der Armströme im eingeschwungenen Zustand berechnet werden.

¹Die eigentlichen Eingangsvariablen der gesamten MMC-Dynamik sind die Schaltzustände $s_j^{(k)}$ jedes einzelnen k -ten Submoduls, mit $k = 1, \dots, N_{SM}$, im k -ten MMC-Arm. Wie in Kapitel 2 auf Seite 12 jedoch erläutert, findet die Steuerung der Armströme bei einer Zeitskala von 0.2ms statt. Diese Zeitskala ist wesentlich größer als die für die Sortierung und Schaltung der einzelnen Submodule, welche in der Größenordnung von wenigen Millisekunden liegt. Bei der größeren Zeitskala können alle Submodule innerhalb eines Armes als ungefähr gleich geladen betrachtet werden. Somit ist der Energiegehalt im Arm des MMCs nur durch eine einzige Variable, die Armenenergie, beschrieben. Gleichzeitig kann die Armspannung als effektive Eingangsvariable für die Dynamik der Armströme und Armenenergien aufgefasst werden. Daher sind die Bezeichnungen "effektiv" bei den Armspannungen als Eingangsvariablen der Armstrom- und der Armenenergie-Dynamik zurückzuführen.

$$i_j^{(ss)} = a_0 + a_1 \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{1,j}) + a_2 \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{2,j}) , \quad (9.1)$$

mit

$$a_0 = \frac{i_{DC}^{(ss)}}{3} = i_{e,0}^{(ss)} , \quad a_1 = \frac{1}{2} \hat{i}_{AC}^{(ss)} , \quad a_2 = \hat{i}_e^{(ss)}$$

und

$$\begin{pmatrix} \varphi_{1,p1} \\ \varphi_{1,p2} \\ \varphi_{1,p3} \\ \varphi_{1,n1} \\ \varphi_{1,n2} \\ \varphi_{1,n3} \end{pmatrix} = \varphi_{i,AC} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{2\pi}{3} \\ +\frac{2\pi}{3} \\ \pi \\ \frac{\pi}{3} \\ \frac{5\pi}{3} \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \begin{pmatrix} \varphi_{2,p1} \\ \varphi_{2,p2} \\ \varphi_{2,p3} \\ \varphi_{2,n1} \\ \varphi_{2,n2} \\ \varphi_{2,n3} \end{pmatrix} = \varphi_{i,e} + \begin{pmatrix} 0 \\ +\frac{2\pi}{3} \\ -\frac{2\pi}{3} \\ 0 \\ +\frac{2\pi}{3} \\ -\frac{2\pi}{3} \end{pmatrix} .$$

- Armspannungen:

Aus den Bewegungsgleichungen für die Stromdynamik können direkt die Eingangsvariablen $u_{\Sigma,\alpha/\beta}^{(ss)}$, $u_{\Sigma,0}^{(ss)}$, $u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(ss)}$ & $u_{\Delta,0}^{(ss)}$ berechnet werden

$$\begin{aligned} u_{\Sigma,\alpha/\beta}^{(ss)} &= -R_e i_{e,\alpha/\beta}^{(ss)} - L_e \frac{d}{dt} i_{e,\alpha/\beta}^{(ss)} , \\ u_{\Sigma,0}^{(ss)} &= \frac{u_{DC}}{2} - R'_{DC} i_{e,0}^{(ss)} - L'_{DC} \frac{d}{dt} i_{e,0}^{(ss)} , \\ &= \frac{u_{DC}}{2} - R'_{DC} i_{e,0}^{(ss)} \quad \text{mit} \quad \frac{d}{dt} i_{e,0}^{(ss)} = 0 \text{ im eingeschwungenen Zustand,} \\ u_{\Delta,\alpha/\beta}^{(ss)} &= -2u_{AC,\alpha/\beta} - R'_{AC} i_{AC,\alpha/\beta}^{(ss)} - L'_{AC} \frac{d}{dt} i_{AC,\alpha/\beta}^{(ss)} , \\ u_{\Delta,0}^{(ss)} &= -2u_{cm}^{(ss)} . \end{aligned}$$

Mit der Transformation

$$u_j = \begin{pmatrix} u_{p,1} \\ u_{p,2} \\ u_{p,3} \\ u_{n,1} \\ u_{n,2} \\ u_{n,3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 & +\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & +\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 & -\frac{1}{4} & +\frac{\sqrt{3}}{4} & +\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & +\frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & +\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 & +\frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 & +\frac{1}{4} & +\frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{\Sigma,\alpha} \\ u_{\Sigma,\beta} \\ u_{\Sigma,0} \\ u_{\Delta,\alpha} \\ u_{\Delta,\beta} \\ u_{\Delta,0} \end{pmatrix} .$$

folgen die Armspannungskomponenten

$$u_j^{(ss)} = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 \sin(\omega_{AC}t + \tilde{\varphi}_{1,j}) + \tilde{a}_2 \sin(2\omega_{AC}t + \tilde{\varphi}_{2,j}) - \hat{u}_{cm}^{(ss)} \sin(3\omega_{AC}t + \tilde{\varphi}_{3,j}) , \quad (9.2)$$

mit

$$\begin{aligned} \tilde{a}_0 &= \frac{u_{DC}}{2} - R'_{DC} i_{e,0}^{(ss)} , \\ \tilde{a}_1 &= -\frac{1}{2} \left[(2\hat{u}_{AC})^2 + \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)} \right)^2 \left(R_{AC}'^2 + (\omega_{AC} L_{AC}')^2 \right) + 4\hat{u}_{AC} \hat{i}_{AC}^{(ss)} (R_{AC}' \cos \varphi_{i,AC} - \omega_{AC} L_{AC}' \sin \varphi_{i,AC}) \right]^{1/2} , \\ \tilde{a}_2 &= -\hat{i}_e^{(ss)} \sqrt{R_e^2 + (2\omega_{AC} L_e)^2} , \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{1,p1} \\ \tilde{\varphi}_{1,p2} \\ \tilde{\varphi}_{1,p3} \\ \tilde{\varphi}_{1,n1} \\ \tilde{\varphi}_{1,n2} \\ \tilde{\varphi}_{1,n3} \end{pmatrix} &= \underbrace{\varphi_{i,AC} + \arctan \left(\frac{-2\hat{u}_{AC} \sin \varphi_{i,AC} + \hat{i}_{AC}^{(ss)} \omega_{AC} L'_{AC}}{2\hat{u}_{AC} \cos \varphi_{i,AC} + \hat{i}_{AC}^{(ss)} R'_{AC}} \right)}_{\tilde{\varphi}_1} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{2\pi}{3} \\ +\frac{2\pi}{3} \\ \pi \\ \frac{\pi}{3} \\ \frac{5\pi}{3} \end{pmatrix}, \\
\begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{2,p1} \\ \tilde{\varphi}_{2,p2} \\ \tilde{\varphi}_{2,p3} \\ \tilde{\varphi}_{2,n1} \\ \tilde{\varphi}_{2,n2} \\ \tilde{\varphi}_{2,n3} \end{pmatrix} &= \underbrace{\varphi_{i,e} + \arctan \left(\frac{2\omega_{AC} L_e}{R_e} \right)}_{\tilde{\varphi}_2} + \begin{pmatrix} 0 \\ +\frac{2\pi}{3} \\ -\frac{2\pi}{3} \\ 0 \\ +\frac{2\pi}{3} \\ -\frac{2\pi}{3} \end{pmatrix}, \\
\begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{3,p1} \\ \tilde{\varphi}_{3,p2} \\ \tilde{\varphi}_{3,p3} \\ \tilde{\varphi}_{3,n1} \\ \tilde{\varphi}_{3,n2} \\ \tilde{\varphi}_{3,n3} \end{pmatrix} &= \varphi_{u,0} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \pi \\ \pi \\ \pi \end{pmatrix}.
\end{aligned} \tag{9.3}$$

- Armenergien:

Aus der Integration von $\frac{d}{dt} W_j = u_j i_j$ mit $j = 1, 2, 3$ für den eingeschwungenen Zustand kann die Energie berechnet werden, welche in den Kapazitäten aller Submodule in jedem Arm des MMCs gespeichert ist.

$$\begin{aligned}
W_j^{(ss)} &= \mathcal{C}_j + \overbrace{\left[a_0 \tilde{a}_0 + \frac{a_1 \tilde{a}_1 \cos(\tilde{\varphi}_{1,j} - \varphi_{1,j}) + a_2 \tilde{a}_2 \cos(\tilde{\varphi}_{2,j} - \varphi_{2,j})}{2} \right]}^{= 0 \text{ aufgrund von Gleichung (3.2)}} t \\
&\quad - \frac{\tilde{a}_1 a_0}{\omega_{AC}} \cos(\omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{1,j}) - \frac{a_1 \tilde{a}_0}{\omega_{AC}} \cos(\omega_{AC} t + \varphi_{1,j}) \\
&\quad + \frac{\tilde{a}_2 a_1}{2\omega_{AC}} \sin(\omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{2,j} - \varphi_{1,j}) + \frac{a_2 \tilde{a}_1}{2\omega_{AC}} \sin(\omega_{AC} t + \varphi_{2,j} - \tilde{\varphi}_{1,j}) - \frac{\hat{u}_{cm} a_2}{2\omega_{AC}} \sin(\omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{3,j} - \varphi_{2,j}) \\
&\quad - \frac{\tilde{a}_2 a_0}{2\omega_{AC}} \cos(2\omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{2,j}) - \frac{a_2 \tilde{a}_0}{2\omega_{AC}} \cos(2\omega_{AC} t + \varphi_{2,j}) \\
&\quad - \frac{\tilde{a}_1 a_1}{4\omega_{AC}} \sin(2\omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{1,j} + \varphi_{1,j}) - \frac{\hat{u}_{cm} a_1}{4\omega_{AC}} \sin(2\omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{3,j} - \varphi_{1,j}) \\
&\quad + \frac{\hat{u}_{cm} a_0}{3\omega_{AC}} \cos(3\omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{3,j}) - \frac{\tilde{a}_2 a_1}{6\omega_{AC}} \sin(3\omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{2,j} + \varphi_{1,j}) - \frac{a_2 \tilde{a}_1}{6\omega_{AC}} \sin(3\omega_{AC} t + \varphi_{2,j} + \tilde{\varphi}_{1,j}) \\
&\quad + \frac{\hat{u}_{cm} a_1}{8\omega_{AC}} \sin(4\omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{3,j} + \varphi_{1,j}) - \frac{\tilde{a}_2 a_2}{8\omega_{AC}} \sin(4\omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{2,j} + \varphi_{2,j}) \\
&\quad + \frac{\hat{u}_{cm} a_2}{10\omega_{AC}} \sin(5\omega_{AC} t + \tilde{\varphi}_{3,j} + \varphi_{2,j}), \tag{9.4}
\end{aligned}$$

wobei $\mathcal{C}_j$ die jeweilige Integrationskonstante, welche nicht mit dem Anfangswert der Armenergie $W_j^{(ss)}(t = 0)$ zu verwechseln ist, widerspiegelt. $\mathcal{C}_j$ basiert auf der Bedingung, dass sich der Mittelwert der Armenergien über eine volle AC-Periode konstant und unabhängig vom jeweiligen Arm zeigt, was gleichzusetzen ist mit der Darstellung, dass alle 6 Energiekomponenten der Arme um denselben Mittelwert oszillieren.

$$\begin{aligned}
\frac{\omega_{AC}}{2\pi} \int_{t=0}^{t=2\pi/\omega_{AC}} W_j^{(ss)}(t) dt &= \text{konstant} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{C}{2} (v_C u_{DC})^2 \quad \forall j = 1, \dots, 6, \\
\Rightarrow \mathcal{C}_j &= \frac{C}{2} (v_C u_{DC})^2 \quad \forall j = 1, \dots, 6, \tag{9.5}
\end{aligned}$$

Hierbei beschreibt der sogenannte Reservefaktor $v_C > 1$ das extern gewählte mittlere Energielevel $\mathcal{C}_j$ des MMCs.

B Bestimmung der freien Parameter zur Lösung der Gütefunktion für minimale Armenergieoszillationen

Es wird exemplarisch in diesem Anhang für die Armenergie $W_{\Sigma, \alpha}^{(ss)}$ eine ausführliche Herleitung der Vorfaktoren aus Gleichung (3.20) sowie die Vereinfachungen zum Erhalt der Gütefunktion durch Integration und Quadrieren der Armenergiegleichungen, unter Zuhilfenahme der folgenden allgemeingültigen trigonometrischen Funktionen,

$$\begin{aligned} \sin(\alpha \pm \beta) &= \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha \pm \beta) &= \cos \alpha \cos \beta \pm \sin \alpha \sin \beta \end{aligned} \implies \begin{cases} \sin \alpha \sin \beta &= \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) \\ \cos \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) \\ \sin \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} \sin(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \sin(\alpha + \beta) \\ \cos \alpha \sin \beta &= -\frac{1}{2} \sin(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \sin(\alpha + \beta) \end{cases}$$

dargestellt. Im Allgemeinen gilt für eine mit $\omega_{AC}t$ sinusförmig oszillierende Größe, den Vorfaktoren der Frequenz k_1 & $k_2 > 0$, welche immer positiv sind, und entsprechender Phasenverschiebung φ_1, φ_2 bei zeitlicher Integration über eine Periode $T_{AC} = \frac{2\pi}{\omega_{AC}}$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} \sin(k_1 \omega_{AC} t + \varphi_1) \sin(k_2 \omega_{AC} t + \varphi_2) dt &= \overbrace{\frac{1}{2T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} \cos((k_1 - k_2) \omega_{AC} t + \varphi_1 - \varphi_2) dt}^{\neq 0, \text{ falls } k_1 = k_2} \\ &\quad - \overbrace{\frac{1}{2T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} \cos((k_1 + k_2) \omega_{AC} t + \varphi_1 + \varphi_2) dt}^{=0, \text{ falls } k_1 \neq k_2} \\ &= \begin{cases} \frac{1}{2} \cos(\varphi_1 - \varphi_2) & \text{falls } k_1 = k_2 \\ 0 & \text{falls } k_1 \neq k_2 \end{cases} \\ \\ \frac{1}{T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} \cos(k_1 \omega_{AC} t + \varphi_1) \cos(k_2 \omega_{AC} t + \varphi_2) dt &= \overbrace{\frac{1}{2T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} \cos((k_1 - k_2) \omega_{AC} t + \varphi_1 - \varphi_2) dt}^{\neq 0, \text{ falls } k_1 = k_2} \\ &\quad + \overbrace{\frac{1}{2T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} \cos((k_1 + k_2) \omega_{AC} t + \varphi_1 + \varphi_2) dt}^{=0, \text{ falls } k_1 \neq k_2} \\ &= \begin{cases} \frac{1}{2} \cos(\varphi_1 - \varphi_2) & \text{falls } k_1 = k_2 \\ 0 & \text{falls } k_1 \neq k_2 \end{cases} \\ \\ \frac{1}{T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} \sin(k_1 \omega_{AC} t + \varphi_1) \cos(k_2 \omega_{AC} t + \varphi_2) dt &= \overbrace{\frac{1}{2T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} \sin((k_1 + k_2) \omega_{AC} t + \varphi_1 + \varphi_2) dt}^{=0, \text{ falls } k_1 \neq k_2} \\ &\quad + \overbrace{\frac{1}{2T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} \sin((k_1 - k_2) \omega_{AC} t + \varphi_1 - \varphi_2) dt}^{\neq 0, \text{ falls } k_1 = k_2} \\ &= \begin{cases} \frac{1}{2} \sin(\varphi_1 - \varphi_2) & \text{falls } k_1 = k_2 \\ 0 & \text{falls } k_1 \neq k_2 \end{cases} \end{aligned}$$

Angewendet auf eine exemplarische Armenergie $W_{\Sigma, \alpha}^{(ss)}$ aus Gleichung 3.12 folgt

$$W_{\Sigma, \alpha}^{(ss)} \approx \underbrace{-\frac{u_{DC} \hat{i}_e^{(ss)}}{4\omega_{AC}}}_{a_1} \cos(2\omega_{AC} t + \varphi_{i,e}) + \underbrace{\frac{\hat{u}_{AC} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{8\omega_{AC}}}_{a_2} \sin(2\omega_{AC} t + \varphi_{i,AC})$$

$$\begin{aligned}
& + \underbrace{\frac{\hat{u}_{cm}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{16\omega_{AC}}}_{a_3} \sin(4\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} + \varphi_{i,AC}) - \underbrace{\frac{\hat{u}_{cm}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{8\omega_{AC}}}_{a_4} \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} - \varphi_{i,AC}) \\
& \approx a_1 \cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) + a_2 \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) + a_3 \sin(4\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC} + \varphi_{u,cm}) \\
& + a_4 \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} - \varphi_{i,AC}).
\end{aligned}$$

Durch Integration über eine Periode T_{AC} ergibt sich die quadrierte Armenergie $W_{\Sigma,\alpha}^{(ss)^2}$ zu:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} W_{\Sigma,\alpha}^{(ss)^2} dt &= \frac{a_1^2}{T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} \cos^2(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) dt \\
&+ \frac{2a_1a_2}{T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} \cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) dt \\
&+ \underbrace{\frac{2a_1a_3}{T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} \cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \sin(4\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} + \varphi_{i,AC}) dt}_{=0, \text{ da } k_1 \neq k_2} \\
&+ \frac{2a_1a_4}{T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} \cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} - \varphi_{i,AC}) dt \\
&+ \frac{a_2^2}{T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} \sin^2(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) dt \\
&+ \underbrace{\frac{2a_2a_3}{T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \sin(4\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} + \varphi_{i,AC}) dt}_{=0, \text{ da } k_1 \neq k_2} \\
&+ \frac{2a_2a_4}{T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} - \varphi_{i,AC}) dt \\
&+ \frac{a_3^2}{T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} \sin^2(4\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} + \varphi_{i,AC}) dt \\
&+ \underbrace{\frac{2a_3a_4}{T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} \sin(4\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} + \varphi_{i,AC}) \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} - \varphi_{i,AC}) dt}_{=0, \text{ da } k_1 \neq k_2} \\
&+ \frac{a_4^2}{T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} \sin^2(2\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} - \varphi_{i,AC}) dt.
\end{aligned}$$

Unter Anwendung der eingangs in diesem Anhang dargestellten trigonometrischen Zusammenhänge vereinfacht sich die Armenergie, aufgrund des Verschwindens der drei Terme mit unterschiedlichen Vorfaktoren der Frequenzen $k_1 \neq k_2 (a_1a_3, a_2a_3, a_3a_4)$, wie folgt:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} W_{\Sigma,\alpha}^{(ss)^2} dt &= a_1^2 \frac{1}{2} \cos(0) + 2a_1a_2 \frac{1}{2} \sin(\varphi_{i,AC} - \varphi_{i,e}) + 2a_1a_4 \frac{1}{2} \sin(\varphi_{u,cm} - \varphi_{i,AC} - \varphi_{i,e}) \\
&+ a_2^2 \frac{1}{2} \cos(0) + 2a_2a_4 \frac{1}{2} \cos(2\varphi_{i,AC} - \varphi_{u,cm}) \\
&+ a_3^2 \frac{1}{2} \cos(0) + a_4^2 \frac{1}{2} \cos(0) + 0
\end{aligned}$$

bzw. ausführlich mit den Vorfaktoren dargestellt

$$\frac{1}{T_{AC}} \int_0^{T_{AC}} W_{\Sigma,\alpha}^{(ss)^2} dt = \frac{u_{DC}^2 \hat{i}_e^{(ss)^2}}{32\omega_{AC}^2} - \frac{u_{DC} \hat{u}_{AC} \hat{i}_e^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{32\omega_{AC}^2} \sin(\varphi_{i,AC} - \varphi_{i,e})$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{\mathbf{u}_{DC} \hat{\mathbf{u}}_{cm} \hat{i}_e^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{32\omega_{AC}^2} \sin(\varphi_{i,e} + \varphi_{i,AC} - \varphi_{u,cm}) + \frac{\hat{\mathbf{u}}_{AC}^2 \hat{i}_{AC}^{(ss)^2}}{128\omega_{AC}^2} \\
& + \frac{\hat{\mathbf{u}}_{AC} \hat{\mathbf{u}}_{cm} \hat{i}_{AC}^{(ss)^2}}{64\omega_{AC}^2} \cos(2\varphi_{i,AC} - \varphi_{u,cm}) + \frac{\hat{\mathbf{u}}_{cm}^2 \hat{i}_{AC}^{(ss)^2}}{128\omega_{AC}^2} \left(1 + \frac{1}{4}\right).
\end{aligned}$$

Zum Erhalt einer vereinfachten dimensionslosen Darstellung werden die Armennergien weiterhin durch den Term $\frac{1}{(\mathbf{u}_{DC} \hat{i}_{DC}^{(ss)} / \omega_{AC})^2}$ normiert, woraus mit der Bedingung $\mathbf{u}_{DC} \hat{i}_{DC}^{(ss)} = \frac{3}{2} \hat{\mathbf{u}}_{AC} \hat{i}_{AC} \cos \varphi_{i,AC}$, welche im eingeschwungenen Zustand zwischen der DC- und AC-Seite gilt, Gleichung (3.20) resultiert.

C Bestimmung des Optimums des Parameters x_{opt} zur Minimierung der Gütefunktion J

Nachdem der Wert für den Parameter y zum größtmöglichen Wert y_{max} gesetzt wurde, um einen spürbaren Einfluss durch die Phase $\varphi_{u,cm}$ zu ermöglichen, ergibt sich die Gütefunktion aus Gleichung (3.18) zu einer quadratischen Funktion in x , deren Koeffizienten, wie in Gleichung (3.21) ersichtlich, Funktionen der Phasen $\varphi_{i,e}$ & $\varphi_{u,cm}$ sind. Mit dem Zusammenhang

$$\varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC} \hat{=} (2\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) - (\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) - \varphi_{i,AC} \quad (9.6)$$

bzw.

$$-\varphi_{u,cm} = -(2\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) + 2(\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}), \quad (9.7)$$

wobei $\Lambda = \left(\frac{\hat{u}_{AC}}{u_{DC}}\right)^2$ symbolisiert, folgt die Gütefunktion

$$J = a + bx + \frac{c}{2}x^2 \quad (9.8)$$

und die Koeffizienten dieser aus Gleichung (3.20), nachdem die angeführten Beziehungen einer Summe für Sinus und Kosinus angewendet worden sind, zu:

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{144 \cos^2 \varphi_{i,AC}} \left(1 + \frac{5}{4} \underline{\underline{y_{max}^2}} \right) - \frac{\cos(2\varphi_{i,AC} - (2\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) + 2(\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}))}{72 \cos^2 \varphi_{i,AC}} \underline{\underline{y_{max}}} \\ &\quad + \frac{\Lambda}{81} \underline{\underline{y_{max}^2}} + \frac{1}{36\Lambda \cos^2 \varphi_{i,AC}} - \frac{1}{9} (1 - \Lambda), \\ b &= + \frac{\sin(\varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC})}{24 \cos \varphi_{i,AC}} + \frac{1}{6} \left(\frac{\sin(\varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC})}{\cos \varphi_{i,AC}} - 2\Lambda \sin \varphi_{i,e} \right) \\ &\quad - \frac{\sin(\varphi_{i,e} + \varphi_{i,AC} - \varphi_{u,cm})}{24 \cos \varphi_{i,AC}} \underline{\underline{y_{max}}} + \frac{\sin(\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm})}{27} \Lambda \underline{\underline{y_{max}}} \\ &\quad - \frac{1}{6} \left(\frac{\sin(\varphi_{i,e} + \varphi_{i,AC} - \varphi_{u,cm})}{\cos \varphi_{i,AC}} - 2\Lambda \sin(\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) \right) \underline{\underline{y_{max}}} \\ &= + \frac{5}{24} \left[\left(1 - \frac{8\Lambda}{5} \right) \sin((2\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) - (\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm})) - \cos((2\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) - (\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm})) \tan \varphi_{i,AC} \right] \\ &\quad - \frac{5}{24} \left[\left(1 - \frac{16\Lambda}{9} \right) \sin(\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) + \cos(\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) \tan \varphi_{i,AC} \right] \underline{\underline{y_{max}}} \\ c &= \frac{1}{8} + \Lambda \left[\frac{5}{9} + \frac{13}{25} \underline{\underline{y_{max}^2}} + \underline{\underline{y_{max}}} \cos(2\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) \right]. \end{aligned} \quad (9.9)$$

D Ausführliche Herleitung des Schrittes 6 zur Minimierung der Gütefunktion $J_{min,min}$

Die Minimierung der Gütefunktion $J_{min,min}$ nach $\varphi_{u,cm}$ wird im Nachfolgenden mit der Bedingung $y = y_{max}$ dargestellt. Hierbei werden die Terme, welche y_{max}^2 enthalten vernachlässigt, da y_{max} meistens deutlich geringer als 1 ist.

$$J_{min,min} = \left(a^{(0)} + a^{(1)} y_{max} \right) - \frac{\left(b^{(0)} + b^{(1)} y_{max} \right)^2}{2 \left(c^{(0)} + c^{(1)} y_{max} \right)} \quad (9.10)$$

Mit der Näherung

$$\frac{1}{1+x} \stackrel{x \text{ klein}}{\approx} 1-x \quad \text{bzw.} \quad (1+x)^2 \stackrel{x \text{ klein}}{\approx} 1+2x \quad (9.11)$$

folgt die Entwicklung von $J_{min,min}$ bis zu Potenzen in der Ordnung von y_{max}^1 :

$$\begin{aligned} J_{min,min} &\approx \left(a^{(0)} + a^{(1)} y_{max} \right) - \frac{b^{(0)^2}}{2c^{(0)}} \underbrace{\left(1 + \frac{2b^{(1)}}{b^{(0)}} y_{max} \right) \left(1 - \frac{c^{(1)}}{c^{(0)}} y_{max} \right)}_{1 + \left(\frac{2b^{(1)}}{b^{(0)}} - \frac{c^{(1)}}{c^{(0)}} \right) y_{max} + \dots} \\ &= \underbrace{\left(a^{(0)} - \frac{b^{(0)^2}}{2c^{(0)}} \right)}_{\text{unabhängig von } \varphi_{u,cm}} + \left[\underbrace{a^{(1)} - \frac{b^{(0)^2}}{2c^{(0)}} \left(\frac{2b^{(1)}}{b^{(0)}} - \frac{c^{(1)}}{c^{(0)}} \right)}_{\text{abhängig von } \varphi_{u,cm}} \right] y_{max} \end{aligned} \quad (9.12)$$

Für die Minimierung der Gütefunktion $\frac{\partial J_{min,min}}{\partial \varphi_{u,cm}} = 0$ nach $\varphi_{u,cm}$ tragen, wie in der vorangegangenen Gleichung ersichtlich, lediglich die Terme bei, welche proportional zu y_{max} sind, wobei die Abhängigkeit in $\varphi_{u,cm}$ immer von y_{max} begleitet wird. Somit ergibt sich die Gütefunktion zu:

$$\frac{\partial J_{min,min}}{\partial \varphi_{u,cm}} = 0 = \frac{\partial a^{(1)}}{\partial \varphi_{u,cm}} - \frac{c^{(0)}}{2} \left(-\frac{b^{(0)}}{c^{(0)}} \right)^2 \left(\frac{2}{b^{(0)}} \frac{\partial b^{(1)}}{\partial \varphi_{u,cm}} - \frac{1}{c^{(0)}} \frac{\partial c^{(1)}}{\partial \varphi_{u,cm}} \right) \quad (9.13)$$

Für die ausführliche Darstellung der Gütefunktion werden zunächst die Ableitungen der Koeffizienten a , b und c nach $\varphi_{u,cm}$ berechnet.

$$\begin{aligned} \frac{\partial a^{(1)}}{\partial \varphi_{u,cm}} &= -\frac{\sin(2\varphi_{i,AC} - \varphi_{u,cm})}{72 \cos^2 \varphi_{i,AC}} \\ \frac{\partial b^{(1)}}{\partial \varphi_{u,cm}} &= +\frac{5}{24} \left(\cos(\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) \left(1 - \frac{16\Lambda}{9} \right) - \sin(\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) \tan \varphi_{i,AC} \right) \\ \frac{\partial c^{(1)}}{\partial \varphi_{u,cm}} &= +\Lambda \sin(2\varphi_{i,e} - \varphi_{u,cm}) \end{aligned} \quad (9.14)$$

Hieraus folgt, zusammen mit $x_{min} = -\frac{b^{(0)}}{c^{(0)}}$:

$$\begin{aligned} 0 &= -\sin 2\varphi_{i,AC} \cos \varphi_{u,cm} + \cos 2\varphi_{i,AC} \sin \varphi_{u,cm} \\ &\quad + 15 \cos^2 \varphi_{i,AC} x_{min} \left(\cos \varphi_{i,e} \cos \varphi_{u,cm} \left(1 - \frac{16\Lambda}{9} \right) + \sin \varphi_{i,e} \sin \varphi_{u,cm} \left(1 - \frac{16\Lambda}{9} \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -15 \cos^2 \varphi_{i, AC} x_{min} (\sin \varphi_{i, e} \cos \varphi_{u, cm} \tan \varphi_{i, AC} - \cos \varphi_{i, e} \sin \varphi_{u, cm} \tan \varphi_{i, AC}) \\
& -36 \cos^2 \varphi_{i, AC} \Lambda x_{min}^2 (\sin 2\varphi_{i, e} \cos \varphi_{u, cm} - \cos 2\varphi_{i, e} \sin \varphi_{u, cm}) \\
& = -\cos \varphi_{u, cm} \left[\sin 2\varphi_{i, AC} + 15 \cos^2 \varphi_{i, AC} x_{min} \left(-\cos \varphi_{i, e} \left(1 - \frac{16\Lambda}{9} \right) + \sin \varphi_{i, e} \tan \varphi_{i, AC} \right) \right] \\
& -\cos \varphi_{u, cm} \left[36 \cos^2 \varphi_{i, AC} \Lambda x_{min}^2 \sin 2\varphi_{i, e} \right] \\
& + \sin \varphi_{u, cm} \left[\cos 2\varphi_{i, AC} + 15 \cos^2 \varphi_{i, AC} x_{min} \left(\sin \varphi_{i, e} \left(1 - \frac{16\Lambda}{9} \right) + \cos \varphi_{i, e} \tan \varphi_{i, AC} \right) \right] \\
& + \sin \varphi_{u, cm} \left[36 \cos^2 \varphi_{i, AC} \Lambda x_{min}^2 \cos 2\varphi_{i, e} \right], \tag{9.15}
\end{aligned}$$

woraus sich $\tan \varphi_{u, cm}$ ergibt:

$$\tan \varphi_{u, cm} = \frac{\sin 2\varphi_{i, AC} + 15 \cos^2 \varphi_{i, AC} x_{min} \left(-\cos \varphi_{i, e} \left(1 - \frac{16\Lambda}{9} \right) + \sin \varphi_{i, e} \tan \varphi_{i, AC} \right) - 36 \cos^2 \varphi_{i, AC} \Lambda x_{min}^2 \sin 2\varphi_{i, e}}{\cos 2\varphi_{i, AC} + 15 \cos^2 \varphi_{i, AC} x_{min} \left(\sin \varphi_{i, e} \left(1 - \frac{16\Lambda}{9} \right) + \cos \varphi_{i, e} \tan \varphi_{i, AC} \right) + 36 \cos^2 \varphi_{i, AC} \Lambda x_{min}^2 \cos 2\varphi_{i, e}} \tag{9.16}$$

Unter Einbeziehung der Gleichungen (3.27 & 3.28) und mit $\tan \varphi_{i, AC} > 0$ folgen

$$\tan \varphi_{i, e} = -\frac{1 - \frac{8\Lambda}{5}}{\tan \varphi_{i, AC}} \quad \text{und} \quad x_{min} = \frac{5}{3 + \frac{40\Lambda}{3}} \sqrt{\tan^2 \varphi_{i, AC} + \left(1 - \frac{8\Lambda}{5} \right)^2}$$

sowie mithilfe der 4 trigonometrischen Funktionen

$$\begin{aligned}
\cos \varphi_{i, e} &= \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi_{i, e}}} = \frac{\tan \varphi_{i, AC}}{\sqrt{\tan^2 \varphi_{i, AC} + \left(1 - \frac{8\Lambda}{5} \right)^2}} \\
\Rightarrow x_{min} \cos \varphi_{i, e} &= \frac{5}{3} \left(\frac{1}{1 + \frac{40\Lambda}{9}} \right) \tan \varphi_{i, AC} \\
\sin \varphi_{i, e} &= \cos \varphi_{i, e} \tan \varphi_{i, e} = -\frac{1 - \frac{8\Lambda}{5}}{\sqrt{\tan^2 \varphi_{i, AC} + \left(1 - \frac{8\Lambda}{5} \right)^2}} \\
\Rightarrow x_{min} \sin \varphi_{i, e} &= -\frac{5}{3} \left(\frac{1}{1 + \frac{40\Lambda}{9}} \right) \left(1 - \frac{8\Lambda}{5} \right) \\
\sin 2\varphi_{i, e} &= 2 \sin \varphi_{i, e} \cos \varphi_{i, e} = -\frac{2 \tan \varphi_{i, AC} \left(1 - \frac{8\Lambda}{5} \right)}{\tan^2 \varphi_{i, AC} + \left(1 - \frac{8\Lambda}{5} \right)^2} \\
\Rightarrow x_{min}^2 \sin 2\varphi_{i, e} &= -\frac{50}{9} \left(\frac{1}{1 + \frac{40\Lambda}{9}} \right)^2 \tan \varphi_{i, AC} \left(1 - \frac{8\Lambda}{5} \right) \\
\cos 2\varphi_{i, e} &= \cos^2 \varphi_{i, e} - \sin^2 \varphi_{i, e} = \frac{\tan^2 \varphi_{i, AC} - \left(1 - \frac{8\Lambda}{5} \right)^2}{\tan^2 \varphi_{i, AC} + \left(1 - \frac{8\Lambda}{5} \right)^2} \\
\Rightarrow x_{min}^2 \cos 2\varphi_{i, e} &= \frac{25}{9} \left(\frac{1}{1 + \frac{40\Lambda}{9}} \right)^2 \left(\tan^2 \varphi_{i, AC} - \left(1 - \frac{8\Lambda}{5} \right)^2 \right) \tag{9.17}
\end{aligned}$$

ergibt sich $\tan \varphi_{u, cm}$ als Funktion von $\varphi_{i, AC}$ & Λ zu:

$$\tan \varphi_{u, cm} = \tan \varphi_{i, AC} \frac{2 - \frac{25}{1 + \frac{40\Lambda}{9}} \left(\left(1 - \frac{16\Lambda}{9} \right) + \left(1 - \frac{8\Lambda}{5} \right) \right) + \frac{200\Lambda}{\left(1 + \frac{40\Lambda}{9} \right)^2} \left(1 - \frac{8\Lambda}{5} \right)}{1 - \tan^2 \varphi_{i, AC} - \frac{25}{1 + \frac{40\Lambda}{9}} \left[\left(1 - \frac{8\Lambda}{5} \right) \left(1 - \frac{16\Lambda}{9} \right) - \tan^2 \varphi_{i, AC} \right] - \frac{100\Lambda}{\left(1 + \frac{40\Lambda}{9} \right)^2} \left(\tan^2 \varphi_{i, AC} - \left(1 - \frac{8\Lambda}{5} \right)^2 \right)} \tag{9.18}$$

E Entwurf der orthogonalen Basisfunktionen zum Entwurf der Trajektorie der Entwurfsvariablen [22, 23]

Wie in Kapitel 4 erläutert, sind die 4 Entwurfsvariablen $\{i_{DC}, i_{e,\alpha}, i_{e,\beta}, u_{cm}\}$ nicht ausreichend, um die Bewegungsgleichungen der 6 Energiekomponenten während des Übergangs zu bestimmen, weshalb weitere Parameter benötigt werden. Da die Energiekomponenten durch Integration der Mittelwerte aus den 4 Entwurfsvariablen $(i_{DC}, i_{e,\alpha}, i_{e,\beta}, u_{cm})$ gewonnen werden, können weitere Orthogonalitätsbeziehungen implementiert werden. Dies ist möglich, da aufgrund der Betrachtung des Übergangsintervalls t_0 bis $t_0 + T_s$ die Summen bzw. Integrale der 4 entworfenen Trajektorien $(i_{DC}, i_{e,\alpha}, i_{e,\beta}, u_{cm})$ für die Implementierung der Orthogonalitätsbeziehungen herangezogen werden. Hierdurch können Terme zum Integral hinzugefügt und ebenfalls andere Terme, durch einen geeigneten Entwurf von sinus- und cosinus-Funktionen, zu 0 gesetzt werden, ohne Einfluss auf das Ergebnis der Summe auszuüben. Diese Beulenfunktionen und deren zu erfüllende Orthogonalitätsbeziehungen, welche durch Stark [22, 23] entworfenen wurden, werden in diesem Anhang dargestellt.

Wie in Kapitel 4 und in Tabelle 4.1 vergleichend für Job 2A & Job 2B gegenübergestellt, wird eine Möglichkeit zum Entwurf der 4 Beulenfunktionen erläutert, welche die folgenden Orthogonalitätsbedingungen für das Übergangsintervall T_s erfüllen muss:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{\Phi}_i(t) \tilde{\Phi}_j(t) dt &= 0 \quad \text{für } i, j = 1, 2, 3 \text{ und } i \neq j, \\ \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{\Phi}_{1/2}(t) \tilde{\Phi}_4(t) dt &= \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} (1 - \tilde{s}(t)) \tilde{\Phi}_4(t) dt = \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \tilde{r}_2(t) \tilde{\Phi}_4(t) dt = 0. \end{aligned} \quad (9.19)$$

Dies bedeutet, dass die Beulenfunktionen sowie deren Ableitungen glatt bei t_0 und $t_0 + T_s$ beginnen bzw. enden und somit keinen Beitrag der Beulenfunktion zu Beginn oder am Ende des Übergangsintervalls T_s liefern. Hieraus ergibt sich, zusammen mit der Normierung

$$\frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} \left(\tilde{\Phi}_{1/2/3/4}(t) \right)^2 dt = 1, \quad (9.20)$$

ein möglicher Entwurf der 4 Beulenfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/3/4}$, welcher in Abbildung 9.1 dargestellt ist, wie folgt:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_1(t) &= \tilde{\Phi}_1(t - t_0) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[1 - \cos \left(2\pi \frac{t - t_0}{T_s} \right) \right] \\ \tilde{\Phi}_2(t) &= \tilde{\Phi}_2(t - t_0) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{cases} + \left[1 - \cos \left(4\pi \frac{t - t_0}{T_s} \right) \right] & 0 \leq (t - t_0) \leq \frac{T_s}{2} \\ - \left[1 - \cos \left(4\pi \frac{t - t_0}{T_s} \right) \right] & \frac{T_s}{2} \leq (t - t_0) \leq T_s \end{cases} \\ \tilde{\Phi}_3(t) &= \tilde{\Phi}_3(t - t_0) = 0.737855 \begin{cases} + \left[1 - \cos \left(4\pi \frac{t - t_0}{T_s} \right) \right] & 0 \leq (t - t_0) \leq \frac{T_s}{4} \\ -0.081767 - 2.081767 \cos \left(4\pi \frac{t - t_0}{T_s} \right) & \frac{T_s}{4} \leq (t - t_0) \leq \frac{3T_s}{4} \\ + \left[1 - \cos \left(4\pi \frac{t - t_0}{T_s} \right) \right] & \frac{3T_s}{4} \leq (t - t_0) \leq T_s \end{cases} \end{aligned}$$

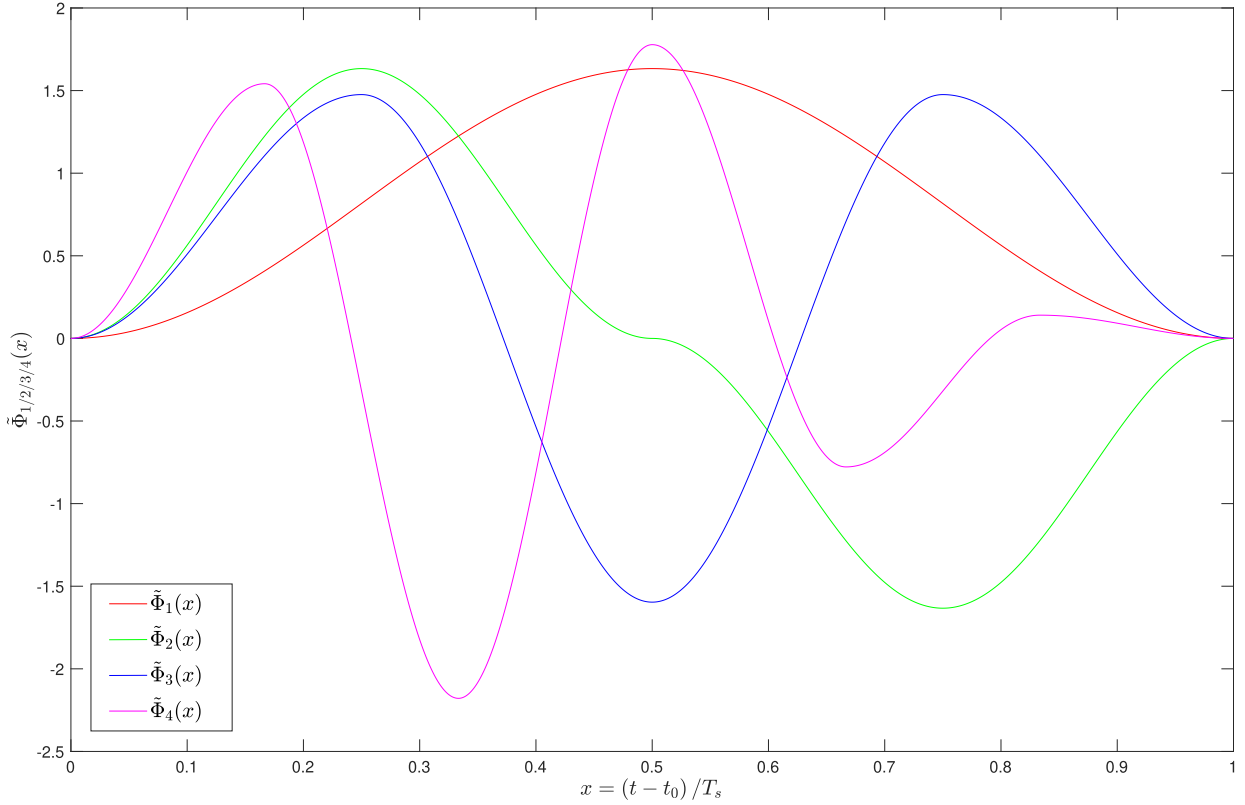


Abbildung 9.1: möglicher Entwurf der 4 Beulenfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/3/4}$ zur Erfüllung der Orthogonalitätsbedingungen während des Übergangsintervalls T_s

$$\tilde{\Phi}_4(t) = \tilde{\Phi}_4(t - t_0) = 0.770702 \begin{cases} + \left[1 - \cos \left(6\pi \frac{t - t_0}{T_s} \right) \right] & 0 \leq (t - t_0) \leq \frac{T_s}{6} \\ -0.413367 - 2.413367 \cos \left(6\pi \frac{t - t_0}{T_s} \right) & \frac{T_s}{6} \leq (t - t_0) \leq \frac{T_s}{3} \\ -0.259921 - 2.566813 \cos \left(6\pi \frac{t - t_0}{T_s} \right) & \frac{T_s}{3} \leq (t - t_0) \leq \frac{T_s}{2} \\ +0.648836 - 1.658057 \cos \left(6\pi \frac{t - t_0}{T_s} \right) & \frac{T_s}{2} \leq (t - t_0) \leq \frac{2T_s}{3} \\ -0.413367 - 0.595854 \cos \left(6\pi \frac{t - t_0}{T_s} \right) & \frac{2T_s}{3} \leq (t - t_0) \leq \frac{5T_s}{6} \\ +0.091243 \left[1 - \cos \left(6\pi \frac{t - t_0}{T_s} \right) \right] & \frac{5T_s}{6} \leq (t - t_0) \leq T_s \end{cases} \quad (9.21)$$

In Abbildung 9.1 ist ersichtlich, dass die 3 Beulenfunktionen $\tilde{\Phi}_{1/2/3}$ symmetrisch und lediglich die Beulenfunktion $\tilde{\Phi}_4$ asymmetrisch ist. Die Anzahl der Beulen in der asymmetrischen Beulenfunktion ist hierbei zum einen durch die Anzahl der zu erfüllenden Orthogonalitätsbeziehungen und zum anderen durch die zusätzliche Bedingung zur Gewährleistung der Normierung gemäß Gleichung (9.20), bestimmt. Somit benötigt eine asymmetrische Funktion mit n Beulen $n + 1$ Segmente, da die Beulenfunktion zum Zeitpunkt $t_0 + T_s$ bei 0 enden muss, was durch das letzte Segment sichergestellt wird. Mathematisch ausgedrückt bedeutet dies, dass $+ \left[1 - \cos \left((n + 1)\pi \frac{t - t_0}{T_s} \right) \right]$ und $- \left[1 + \cos \left((n + 1)\pi \frac{t - t_0}{T_s} \right) \right]$ abwechselnd mit unterschiedlichen Amplituden berechnet werden müssen, um die Orthogonalitätsbedingungen zu erfüllen.

Infolgedessen hat die Beulenfunktion $\tilde{\Phi}_4$ 5 Beulen, welche wie in Gleichung (9.21) ersichtlich durch 6 Segmente definiert wird, um die 4 Orthogonalitätsbedingungen gemäß Gleichung 9.19 zu erfüllen. Die Aufteilung der Beulenfunktionen zur Durchführung der einzelnen Jobs wird hierbei wie folgt festgelegt.

- Die Beulenfunktion $\tilde{\Phi}_0$, welche wie in Job 1 erläutert für den Entwurf der Trajektorie des DC-Stromes i_{DC} herangezogen wird, entspricht immer der Beulenfunktion $\tilde{\Phi}_1$. Dies liegt darin begründet, dass der DC-Strom, aufgrund der langen Übertragungsleitungen, eine relativ langsame Dynamik aufweist und deshalb die Beulenfunktion mit der geringsten Anzahl an Beulen zum Entwurf der Trajektorie des DC-Stromes herangezogen wird.
- Aufgrund der schnellen Dynamiken der Kreisströme $i_{e\alpha}$, & $i_{e\beta}$, welche notwendig sind um den Energieaustausch im MMC zu gewährleisten, ergeben sich hohe Steilheiten in den Kreisströmen, welche wiederum zu hohen Belastungen der, in begrenzter Anzahl zur Verfügung stehenden, Submodule führen. Um diesen Effekt nicht noch zu verstärken, werden die Beulenfunktionen mit wenigen Beulen auf die Kreisströme verteilt und folglich der Common-Mode-Spannung u_{cm} , welche im Vergleich zu den Kreisströmen eine langsamere Dynamik aufweist, Beulenfunktion mit einer höheren Anzahl an Beulen zugeordnet.
- Wie erläutert, wird die asymmetrische Beulenfunktion $\tilde{\Phi}_{cm}$ zur Durchführung von Job 2B fest durch die Beulenfunktion $\tilde{\Phi}_4$ realisiert.
- Für die Verteilung der 3 restlichen Beulenfunktionen $\tilde{\Phi}_{e1/2}$ & $\tilde{\Phi}_{cm}$, zur Durchführung von Job 2A, sind grundsätzlich 6 Kombinationen möglich, wohingegen zur Durchführung von Job 2B, aufgrund der erwähnten festen Zuordnung von $\tilde{\Phi}_4$ zu $\tilde{\Phi}_{cm}$, 2 Kombinationen möglich sind. Da jedoch die Aufteilung der Beulenfunktionen auf die beiden Kreisstromkomponenten identisch ist verbleiben 3 adäquate Kombinationen zur Durchführung von Job 2A bzw. resultiert lediglich 1 sinnvolle Kombination für Job 2B, welche im Folgenden dargestellt werden.

Job 2A: 6 Kombinationen

$\tilde{\Phi}_{e1}$	$\tilde{\Phi}_{e2}$	$\tilde{\Phi}_{cm}$
$\tilde{\Phi}_1$	$\tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_3$
$\tilde{\Phi}_1$	$\tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_2$
$\tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_3$	$\tilde{\Phi}_1$

Job 2B: 2 Kombinationen

$\tilde{\Phi}_{e1}$	$\tilde{\Phi}_{e2}$	$\tilde{\Phi}_{cm}$
$\tilde{\Phi}_1$	$\tilde{\Phi}_2$	$\tilde{\Phi}_4$

- Für die Realisierung von Job 2A wird vorzugsweise die erste Kombination der Verteilung der Beulenfunktionen $\{\tilde{\Phi}_1 \Rightarrow \tilde{\Phi}_{e1}, \tilde{\Phi}_2 \Rightarrow \tilde{\Phi}_{e2}, \tilde{\Phi}_3 \Rightarrow \tilde{\Phi}_{cm}\}$, aufgrund der besseren Ergebnisse, herangezogen.

F Erläuterungen der Bewegungsgleichungen für den MatLab Code

Für die Implementierung des MatLab-Codes werden die Bewegungsgleichungen der 6 Armenenergien im eingeschwungenen Zustand aus Gleichung (3.6) vereinfacht ohne die Terme, welche proportional zu den ohmschen Widerständen und induktiven Anteilen sind, herangezogen.

$$\begin{aligned}
W_{\Sigma,0}^{(ss)} &= \text{konstant} \quad (\text{extern vorgegeben}) \\
W_{\Sigma,\alpha}^{(ss)} &= -\frac{u_{DC}^{(ss)} \hat{i}_e^{(ss)}}{4\omega_{AC}} \cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) + \frac{\hat{u}_{AC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{8\omega_{AC}} \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\
&\quad + \frac{\hat{u}_{cm}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{8\omega_{AC}} \left[\frac{1}{2} \sin(4\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} + \varphi_{i,AC}) - \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} - \varphi_{i,AC}) \right] \\
&\quad + \frac{R'_{DC} \hat{i}_{DC}^{(ss)} \hat{i}_e^{(ss)}}{6\omega_{AC}} \cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) + \frac{R'_{AC} \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)} \right)^2}{16\omega_{AC}} \sin(2\omega_{AC}t + 2\varphi_{i,AC}) , \\
W_{\Sigma,\beta}^{(ss)} &= +\frac{u_{DC}^{(ss)} \hat{i}_e^{(ss)}}{4\omega_{AC}} \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) + \frac{\hat{u}_{AC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{8\omega_{AC}} \cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\
&\quad + \frac{\hat{u}_{cm}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{8\omega_{AC}} \left[-\frac{1}{2} \cos(4\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} + \varphi_{i,AC}) - \cos(2\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} - \varphi_{i,AC}) \right] \\
&\quad - \frac{R'_{DC} \hat{i}_{DC}^{(ss)} \hat{i}_e^{(ss)}}{6\omega_{AC}} \sin(2\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) + \frac{R'_{AC} \left(\hat{i}_{AC}^{(ss)} \right)^2}{16\omega_{AC}} \cos(2\omega_{AC}t + 2\varphi_{i,AC}) , \\
W_{\Delta,0}^{(ss)} &= +\frac{\hat{u}_{AC}^{(ss)} \hat{i}_e^{(ss)}}{3\omega_{AC}} \sin(3\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) + \frac{2\hat{u}_{cm}^{(ss)} \hat{i}_{DC}^{(ss)}}{9\omega_{AC}} \cos(3\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm}) \\
&\quad + \frac{R'_{AC} \hat{i}_e^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{6\omega_{AC}} \sin(3\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + \varphi_{i,AC}) + \frac{L'_{AC} - L_e}{6} \hat{i}_e^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \cos(3\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} + \varphi_{i,AC}) , \\
W_{\Delta,\alpha}^{(ss)} &= -\frac{u_{DC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2\omega_{AC}} \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) + \frac{2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \hat{i}_{DC}^{(ss)}}{3\omega_{AC}} \cos(\omega_{AC}t) - \frac{\hat{u}_{AC}^{(ss)} \hat{i}_e^{(ss)}}{\omega_{AC}} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \\
&\quad + \frac{\hat{u}_{cm}^{(ss)} \hat{i}_e^{(ss)}}{\omega_{AC}} \left[\frac{1}{5} \sin(5\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} + \varphi_{i,e}) - \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} - \varphi_{i,e}) \right] \\
&\quad - \frac{R'_{AC} \hat{i}_e^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2\omega_{AC}} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC}) + \frac{(R'_{DC} + R'_{AC})}{3\omega_{AC}} \hat{i}_{DC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\
&\quad + \frac{(L'_{AC} - L_e)}{2} \hat{i}_e^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC}) + (L'_{DC} - L'_{AC}) \frac{\hat{i}_{DC}^{(ss)}}{3} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) , \\
W_{\Delta,\beta}^{(ss)} &= -\frac{u_{DC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2\omega_{AC}} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) + \frac{2\hat{u}_{AC}^{(ss)} \hat{i}_{DC}^{(ss)}}{3\omega_{AC}} \sin(\omega_{AC}t) + \frac{\hat{u}_{AC}^{(ss)} \hat{i}_e^{(ss)}}{\omega_{AC}} \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e}) \\
&\quad + \frac{\hat{u}_{cm}^{(ss)} \hat{i}_e^{(ss)}}{\omega_{AC}} \left[\frac{1}{5} \cos(5\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} + \varphi_{i,e}) + \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{u,cm} - \varphi_{i,e}) \right] \\
&\quad + \frac{R'_{AC} \hat{i}_e^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)}}{2\omega_{AC}} \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC}) + \frac{(R'_{DC} + R'_{AC})}{3\omega_{AC}} \hat{i}_{DC}^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) \\
&\quad + \frac{(L'_{AC} - L_e)}{2} \hat{i}_e^{(ss)} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \sin(\omega_{AC}t + \varphi_{i,e} - \varphi_{i,AC}) - (L'_{DC} - L'_{AC}) \frac{\hat{i}_{DC}^{(ss)}}{3} \hat{i}_{AC}^{(ss)} \cos(\omega_{AC}t + \varphi_{i,AC}) . \quad (9.22)
\end{aligned}$$

G Erläuterungen zur universellen Formel zur Stabilisierung mit begrenzter Kontrolle nach Lin & Sontag

Für eine zeitliche Ableitung eines sogenannten Lyapunov-Kandidaten $V(\vec{x})$ in der allgemeinen Form $\frac{dV}{dt} = \alpha(\vec{x}) + \beta(\vec{x})u$ kann kein allgemeiner stabilisierter Eingang gefunden werden, welcher die Bedingung $\frac{dV}{dt} \leq 0$ erfüllt, solange der Vektor $\vec{x}$ vom Minimum der Lyapunov-Funktion $\vec{x} = \vec{0}$ abweicht. Wenn hingegen die zusätzliche, jedoch nicht stark einschränkende, Bedingung $|\alpha| < |\beta| u_{max}$ immer erfüllt wird, kann ein stabilisierender Eingang durch folgenden Ansatz berechnet werden:

$$\frac{u}{u_{max}} = - \left(\frac{\alpha}{\beta u_{max}} \right) \frac{1 + \text{sign}(\alpha) \sqrt{1 + \frac{\phi^2}{(\alpha/\beta u_{max})^2}}}{1 + \sqrt{1 + \phi^2}}, \quad (9.23)$$

wobei $\vec{x}$ den Zustandsvektor und u den einzigen Eingang des Systems darstellen. Dies gilt unter den Annahmen, dass $\beta \neq 0$ ist und ϕ eine beliebige Funktion darstellt, die ebenfalls ungleich null ist und welche gegen null abfällt bis ein Zustand nahe dem Minimum der Lyapunov-Funktion erreicht ist. Diese Bedingung gewährleistet automatisch, dass $|u| \leq u_{max}$, wenn

$$\frac{|u|}{u_{max}} \leq \frac{\frac{|\alpha|}{|\beta| u_{max}} + \sqrt{\left(\frac{\alpha}{\beta u_{max}} \right)^2 + \phi^2}}{1 + \sqrt{1 + \phi^2}} < 1 \quad (9.24)$$

für $\frac{|\alpha|}{|\beta| u_{max}} < 1$ ist und stellt darüber hinaus eine abfallende Lyapunov-Funktion der Form

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\alpha \sqrt{1 + \phi^2} - |\alpha| \sqrt{1 + \frac{\phi^2}{(\alpha/\beta u_{max})^2}}}{1 + \sqrt{1 + \phi^2}} < 0 \quad (9.25)$$

sicher. Dies gilt trivialerweise für $\alpha < 0$ und auch für $\alpha > 0$, da $\left(\frac{\alpha}{\beta u_{max}} \right)^2 < 1$ gilt. Es wird weiterhin immer angenommen, dass $\beta(\vec{x})$ ebenfalls ungleich null ist, solange die Lyapunov-Funktion noch kleiner werden muss. Wenn $\beta(\vec{x})$ gleich null werden sollte, ist keine Kontrolle der Lyapunov-Funktion V mehr möglich. Es ist jedoch sehr unwahrscheinlich, dass dieser Zustand, aufgrund der hohen Anzahl an Ableitungen in den Bewegungsgleichungen, vorkommt, bevor das Minimum der Lyapunov-Funktion erreicht wurde.

H MatLab Programmcode für die gezeigten Simulationsergebnisse

In diesem Anhang werden die vollständigen Simulationscodes aus dem verwendeten Programm MatLab R2023a, für die in den einzelnen Kapiteln gezeigten Simulationsergebnisse, dargestellt. Zur Verkürzung des Codes und der Übersichtlichkeit halber wurden nur wenige plot-Befehle relevanter Größen abgebildet.

Im Detail ergibt sich nachfolgende Struktur der Simulationscodes für die in

- Kapitel 3 auf Seite 45 dargestellten Ergebnisse der minimalen Oszillationen der Armenenergien im optimalen eingeschwungenen Zustand für einen einzelnen MMC, die in
- Kapitel 5 auf den Seiten 82 - 86 gezeigten Ergebnisse für einen schnellen und glatten Trajektorienentwurf eines einzelnen MMCs und die in
- Kapitel 7 auf den Seiten 115 - 120 vorgestellten Ergebnisse der drei Regelungsmethoden im eingeschwungenen Zustand für einen einzelnen MMC sowie die in
- Kapitel 8 auf den Seiten 127 - 129 abgebildeten Ergebnisse der Regelungsstrategie im eingeschwungenen Zustand für zwei gekoppelte MMC.

H.1 Quellcode für minimale Oszillationen der Armenenergien im optimalen eingeschwungenen Zustand für einen einzelnen MMC - Kapitel 3

```

#####
%% Struktur:
%% 1) Definition der Zeitschritte
%% 2) Definition der Matrizen M aus Clarke Transformation
%% 3) Verknüpfung der Amplitude der Common-Mode-Spannung zur Amplitude der AC-Spannung
%% 4) Definition der Induktivitätsparameter für die äußeren DC-Leitungen
%% 5) Definition des Betriebspunktes im optimalen eingeschwungenen Zustand
%% 6) Berechnung des DC-Stromes im eingeschwungenen Zustand
%% 7) mittlere Energie/Arm im eingeschwungenen Zustand
%% 8) Berechnung aller 6 Energiekomponenten in 'Prime'-Energiekomponenten im eingeschwungenen Zustand
%% 9) Gütefunktion für den eingeschwungenen Zustand mit Eingang z = [x, y, phi_ie, phi_uem]
%% 10) Berechnung optimal eingeschwungenen Zustand
%% 11) -Ausgangs-Energiekomponenten mit eingeordneten oder optimalen Werten der internen Variablen
#####

%% 1) Auflöser der Zeitschritte (s), AC-Frequenz (1/s), AC-Kreisfrequenz (rad/s), Array fuer 1 (oder mehr) AC Period(en)
Dt = 100e-6; % Auflösung des Zeitschritts, 0.1ms bzw. 100us
f_AC = 50; % Frequenz des AC-Netzes in Hz
w_AC = 2*pi*f_AC; % Kreisfrequenz
t = 0:Dt:5*pi/w_AC; % Zeit-Array von x AC-Periode(n)/ Dauer der Simulation x Perioden (T = 2pi/w_AC)

#####
%% 2) Definition der Matrizen M aus der Clarke Transformation
% Definition Vektor pn_123
% [p1; p2; p3; n1; n2; n3]
M_123_from_alpha0 = [1 0 1; -1/2 sqrt(3)/2 1; -1/2 -sqrt(3)/2 1]; % Transformation vom 3-phasigen System aus alpha/beta/0-Komponenten (3x3 Matrix) --> Gleichung (2.4)
M_alpha0_from_123 = [2/3 -1/3 -1/3; 0 1/sqrt(3) -1/sqrt(3); 1/3 1/3 1/3]; % Transformation von Alpha/Beta/0-Komponenten aus 3-phasigen System (3x3 Matrix) --> Gleichung (2.4)
M_SigmaDelta_from_pn = [1/3 -1/6 -1/6 1/(2*sqrt(3)) 0 1/(2*sqrt(3)) -1/(2*sqrt(3)); ... % Definition der Matrizen von Sigma & Delta in Korrelation zu p_123 & n_123 fuer alpha/beta/0-Komponenten
1/6 1/6 1/6 1/6 1/6 1/6; ... % --> Gleichung (2.9)
2/3 -1/3 -1/3 -2/3 1/3 1/3; ...
0 0 1/sqrt(3) 0 -1/sqrt(3) 0 1/sqrt(3); ...
1/3 1/3 1/3 -1/3 -1/3 -1/3]; ...
M_pn_from_SigmaDelta = [1 0 1 1/2 0 1/2; ... % Definition der Matrizen von p_123 & n_123 in Korrelation zu Sigma & Delta fuer alpha/beta/0-Komponenten
-1/2 sqrt(3)/2 1 -1/4 sqrt(3)/4 1/2; ... % --> Gleichung (2.9)
-1/2 -sqrt(3)/2 1 -1/4 -sqrt(3)/4 1/2; ...
1 0 1 -1/2 0 -1/2; ...
-1/2 sqrt(3)/2 1 1/4 -sqrt(3)/4 -1/2; ...
-1/2 -sqrt(3)/2 1 1/4 sqrt(3)/4 -1/2];

#####
%% 3) Verhältnisse der Amplitude der Common-Mode-Spannung zur Amplitude der AC-Spannung (y_max = amp_l_u_cm/amp_l_u_AC) und Lambda = (amp_l_u_AC/amp_l_u_DC)^2
y_max = 1/4;

#####
%% 4) Schaltungsparameter: Induktivitäten(H), Widerstände (Ohm), Anzahl der Submodule jedes Armes, Kapazitäten jedes Submoduls (F), Reservefaktor
L_DC = 0.14; % Induktivität [H] der äußeren DC-Leitung(en) --> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
R_DC = 3; % Ohmscher Widerstand [Ohm] der äußeren DC-Leitung(en) --> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
L_AC = 0.03; % Induktivität [H] der äußeren DC-Leitung(en) --> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
R_AC = 0.8; % Ohmscher Widerstand [Ohm] der äußeren AC-Leitung(en) --> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
L_e = 0.001; % Induktivität [H] der inneren Leitungen des MMCs --> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
R_e = 0.01; % Ohmscher Widerstand [Ohm] der inneren Leitungen des MMCs --> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11), aktuell vernachlässigt
N_SW = 160; % Anzahl der Submodule in jedem Arm --> Gleichung (2.3)
C_SW = 3e-3; % Kapazität jedes Submodulkondensators (F) --> Gleichung (2.3)
v_C = 1.3; % Reservefaktor der Submodule, 1.3 = 30% --> Gleichung (3.9)
Rp_DC = 3*v_DC*R_e; % kompakte Schreibweise ~Widerstand für R_DC --> Gleichung (2.16)
Lp_DC = 3*v_L_DC*L_e; % kompakte Schreibweise ~Induktivität für L_DC --> Gleichung (2.16)
Rp_AC = 2*v_R_AC*R_e; % kompakte Schreibweise ~Widerstand für R_AC --> Gleichung (2.16)
Lp_AC = 2*v_L_AC*L_e; % kompakte Schreibweise ~Induktivität für L_AC --> Gleichung (2.16)

#####
%% 5) Parameter des Betriebspunktes im optimalen eingeschwungenen Zustand:
% Parameter DC-Seite: extern vorgegebene DC-Spannung [V]
% Parameter AC-Seite: extern vorgegebene Amplitude der AC-Spannung [V], gewünschte & Konstante Amplitude des AC-Stromes [A], Phase des AC-Stromes in Bezug auf die AC-Spannung
% Parameter MMC: N_SW, C_SW, C --> Beispiel genauso Tabelle 3.1
amp_l_u_DC = 400e3; % Amplitude der DC-Spannung im eingeschwungenen Zustand
amp_l_u_AC = 250e3; % Amplitude der AC-Spannung im eingeschwungenen Zustand
amp_i_AC = 2e3; % Amplitude des AC-Stromes im eingeschwungenen Zustand
phi_i_AC = 15*pi/180; % Phase des AC-Stromes in Bezug auf die AC-Spannung im eingeschwungenen Zustand

% Definition Abkürzung (La) Lambda = (amp_l_u_AC/amp_l_u_DC)^2
La = (amp_l_u_AC/amp_l_u_DC)^2;

```

```

%% 6) Berechnung des DC-Stromes im eingeschungenen Zustand
c0 = (1/4)*amp1_u_AC*cos(phi_i_AC)/Rp_DC + (1/8)*(Rp_AC/Rp_DC)*amp1_i_AC';
amp1_i_e0 = 0.25*amp1_u_DC/Rp_DC - sqrt( (0.25*amp1_u_DC/Rp_DC)^2-c0 ); % --> Gleichung (3.4)
amp1_i_DC = 3*amp1_i_e0;

% Normierung der Spannungen und Strome, jeweils zur DC-Seite im eingeschungenen Zustand
u_scale = amp1_u_DC;
i_scale = amp1_i_DC;

%% 7) mittlere Energie/Lam (oder W_Sigma,0) im eingeschungenen Zustand --> Gleichung (3.9)
W_ave = 0.5*C_SM*N_SH*(V_C*amp1_u_DC/N_SH)^2; % Berechnung W_ave
W_ave = 2.25e6;

%% 8) Berechnung aller 6 Energiekomponenten in '(prime)-Energiekomponenten im eingeschungenen Zustand
% 6 Energiekomponenten im eingeschungenen Zustand, unterteilt in Anteile ohne (no), mit einfacher (lin) oder quadratischer (quad) Abhaengigkeit ob x, y --> deshalb bei lin ein Vektor uebergaben, da x und y und
bei quad ist es y*x
% Normierung der Stromamplituden: x = amp1_i_e/i_scale & Spannungsamplituden y = amp1_u_cm/u_scale (R_e wird vernachlaessigt)
% --> i_scale bzw. u_scale weil bei x ist y normiert mit u_AC und beim Rest z.B. Uebergang ist es u_scale = u_DC (Hinweis: hier keine L_prime_AC weil die bei flachen auf anderen Gleichungsseite sind)

%% W'_Sigma_alpha im eingeschungenen Zustand: Wp_Sigma_alpha = Wp_Sa_no + [x, y]*Wp_Sa_lin --> Gleichung (3.6)
% mit x = amp1_i_e/i_scale & y = amp1_u_cm/y_scale (R_e vernachlaessigt)
fwp_Sa_no = @(t) ( +(1/8)*amp1_u_AC*cos(2*w_AC*sin(2*w_AC*t+phi_i_AC) + (1/16)*Rp_AC*(amp1_i_AC)^2/w_AC*sin(2*w_AC*t+2*phi_i_AC) );
fwp_Sa_lin = @(t,phi_i_e,phi_u_cm) ( [ -(1/4)*i_scale*amp1_u_DC/w_AC*cos(2*w_AC*t+phi_i_e) + (1/6)*Rp_DC*i_scale*amp1_i_DC/w_AC*cos(2*w_AC*t+phi_i_e); ...
    -(1/8)*u_scale*amp1_i_AC/w_AC*(sin(2*w_AC*t+phi_u_cm-phi_i_AC)-(1/2)*sin(4*w_AC*t+phi_u_cm+phi_i_AC)) ] );

%% W'_Sigma_beta im eingeschungenen Zustand: Wp_Sigma_beta = Wp_Sb_no + [x, y]*Wp_Sb_lin --> Gleichung (3.6)
% mit x = amp1_i_e/i_scale & y = amp1_u_cm/y_scale (R_e vernachlaessigt)
fwp_Sb_no = @(t) ( +(1/8)*amp1_u_AC*cos(2*w_AC*t+phi_i_AC) + (1/16)*Rp_AC*(amp1_i_AC)^2/w_AC*cos(2*w_AC*t+2*phi_i_AC) );
fwp_Sb_lin = @(t,phi_i_e,phi_u_cm) ( [ +(1/4)*i_scale*amp1_u_DC/w_AC*sin(2*w_AC*t+phi_i_e) - (1/6)*Rp_DC*i_scale*amp1_i_DC/w_AC*sin(2*w_AC*t+phi_i_e); ...
    -(1/8)*u_scale*amp1_i_AC/w_AC*(cos(2*w_AC*t+phi_u_cm-phi_i_AC)+(1/2)*cos(4*w_AC*t+phi_u_cm+phi_i_AC)) ] );

%% W'_Delta_0 im eingeschungenen Zustand: Wp_Delta_0 = 0 + [x, y]*Wp_D0_lin --> Gleichung (3.6)
% mit x = amp1_i_e/i_scale & y = amp1_u_cm/y_scale (R_e contribution neglected)
fwp_D0_no = @(t) ( 0*t );
fwp_D0_lin = @(t,phi_i_e,phi_u_cm) ( [ +(1/3)*i_scale*amp1_u_AC/w_AC*sin(3*w_AC*t+phi_i_e) + (1/6)*Rp_AC*i_scale*amp1_i_AC/w_AC*sin(3*w_AC*t+phi_i_e) + (1/6)*(1p_AC-
L_e)*i_scale*amp1_i_AC*cos(3*w_AC*t+phi_i_e+phi_i_AC); ...
    +(2/9)*u_scale*amp1_i_DC/w_AC*cos(3*w_AC*t+phi_u_cm) ] );

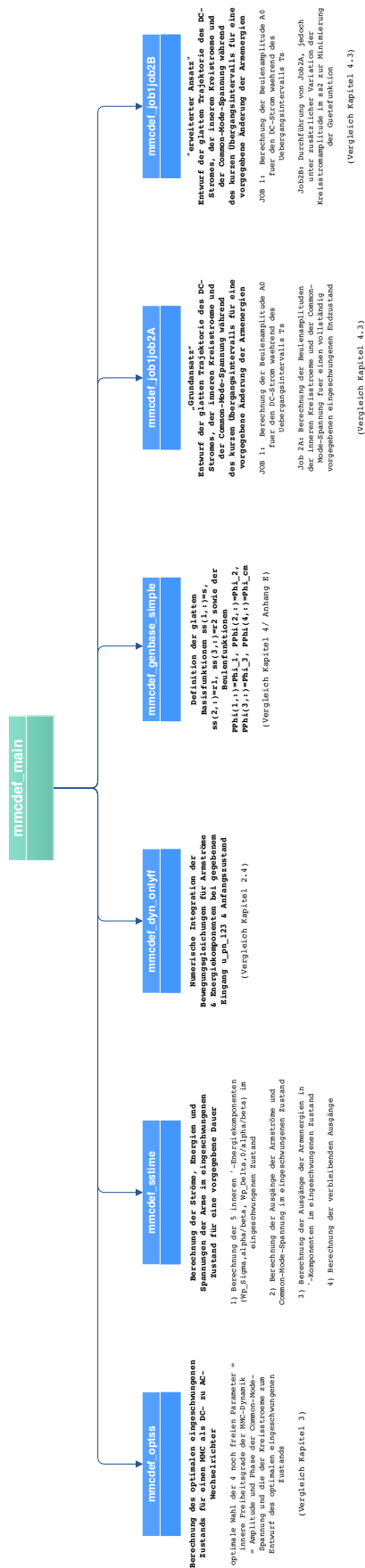
%% W'_Delta_alpha im eingeschungenen Zustand: Wp_Delta_alpha = Wp_Da_no + [x, y]*Wp_Da_lin + x*y*Wp_Da_quad --> Gleichung (3.6)
% mit x = amp1_i_e/i_scale & y = amp1_u_cm/y_scale (R_e contribution neglected)
fwp_Da_no = @(t) ( -(1/2)*amp1_u_DC*cos(w_AC*cos(w_AC*t+phi_i_AC) + (2/3)*amp1_u_AC*cos(w_AC*t) ...
    +(1/3)*(Rp_DC+Rp_AC)*amp1_i_DC*cos(w_AC*cos(w_AC*t+phi_i_AC) - (1/3)*(1p_AC-L_e)*amp1_i_DC*amp1_i_AC*sin(w_AC*t+phi_i_AC) );
fwp_Da_lin = @(t,phi_i_e,phi_u_cm) ( [ -i_scale*amp1_u_AC/w_AC*sin(w_AC*t+phi_i_e) - (1/2)*Rp_AC*i_scale*amp1_i_AC/w_AC*sin(w_AC*t+phi_i_e+phi_i_AC) + (1/2)*(1p_AC-L_e)*i_scale*amp1_i_AC*cos(w_AC*t+phi_i_e+phi_i_AC); ...
    (0*t) ] );
fwp_Da_quad = @(t,phi_i_e,phi_u_cm) ( -i_scale*u_scale/w_AC*( sin(w_AC*t-phi_i_e+phi_u_cm) - (1/5)*sin(5*w_AC*t+phi_i_e+phi_u_cm) ) );

%% W'_Delta_beta im eingeschungenen Zustand: Wp_Delta_beta = Wp_Db_no + [x, y]*Wp_Db_lin + x*y*Wp_Db_quad --> Gleichung (3.6)
% mit x = amp1_i_e/i_scale & y = amp1_u_cm/y_scale (R_e contribution neglected)
fwp_Db_no = @(t) ( -(1/2)*amp1_u_DC*cos(w_AC*cos(w_AC*t+phi_i_AC) + (2/3)*amp1_u_AC*cos(w_AC*t) ...
    +(1/3)*(Rp_DC+Rp_AC)*amp1_i_DC*cos(w_AC*cos(w_AC*t+phi_i_AC) + (1/3)*(1p_AC-L_e)*amp1_i_DC*amp1_i_AC*cos(w_AC*t+phi_i_AC) );
fwp_Db_lin = @(t,phi_i_e,phi_u_cm) ( [ +i_scale*amp1_u_AC/w_AC*cos(w_AC*cos(w_AC*t+phi_i_e) + (1/2)*Rp_AC*i_scale*amp1_i_AC/w_AC*cos(w_AC*t+phi_i_e+phi_i_AC) + (1/2)*(1p_AC-L_e)*i_scale*amp1_i_AC*sin(w_AC*t+phi_i_e+phi_i_AC); ...
    (0*t) ] );
fwp_Db_quad = @(t,phi_i_e,phi_u_cm) ( +i_scale*u_scale/w_AC*( cos(w_AC*t-phi_i_e+phi_u_cm) + (1/5)*cos(5*w_AC*t+phi_i_e+phi_u_cm) ) );

%% 9) Definition Quotefunktion für den eingeschungenen Zustand mit variablen Eingang z = [x, y, phi_e, phi_u_cm]
cosphi = cos(phi_i_AC);
tanphi = tan(phi_i_AC);
fa = @(z) ( 1/144*cosphi^2*(1+5/4*z(1,2).^2 + 1a/81*z(1,2).^2 + 1/36/1a*cosphi^2 - 1/9*(1-1a) - cos(2*phi_i_AC-z(1,4))/72/cosphi^2.*z(1,2) ); % --> Gleichung (3.22)
fb = @(z) ( 5/24*( sin(z(1,3))*(1-8*1a/5) - cos(z(1,3))*tanphi ) - 5/24*( sin(z(1,3))-z(1,4))*(1-16*1a/9) + cos(z(1,3))-z(1,4))*tanphi ).*z(1,2) ); % --> Gleichung (3.22)
fc = @(z) ( 1/8 + 1a*( 5/9 +13/25*z(1,2).^2 + cos(2*z(1,3))-z(1,4) ).*z(1,2) ); % --> Gleichung (3.22)
fd = @(z) ( fa(z) + fb(z) + fc(z) + 0.5*fc(z).*z(1,2) ); % --> Gleichung (3.21)

```


H.2 Quellcode für einen schnellen und glatten Trajektorienentwurf eines einzelnen MMCs - Kapitel 4 und 5




```

%% 8) Berechnung aller 6 Energiekomponenten in `(prime)-Energiekomponenten im eingeschwungenen Zustand
%% 6 Energiekomponenten im eingeschwungenen Zustand, unterteilt in Anteile ohne (no), mit einfacher (_lin) oder quadratischer (_quad)
%% Abhängigkeit ob x, y --> deshalb wird bei lin ein vektor übergeben, da x und y und bei quad ist es y*x
%% Normierung der Stromamplituden: x = amp1_i_e/i_scale & Spannungsamplituden y = amp1_u_e/u_scale (R_e wird vernachlässigt)
%% --> i_scale bzw. u_scale weil bei ss ist y normiert mit u_AC und beim Rest z.B. Übergang ist es u_scale = u_DC (dimensionslos); hier keine L_prime_AC da diese bei Flachheit auf anderen Gleichungsebene sind

%% Wp_Sigma_0 im eingeschwungenen Zustand: Wp_S0_no + x^2*Wp_S0_quad --> Gleichung (2.21)
Wp_S0_no = @(t,W_ave,amp1_i_DC,amp1_i_AC)
    ( (0*t) + (1/6)*(t_DC*t_e/3)*amp1_i_DC^2 + (1/8)*(t_AC*t_e/2)*amp1_i_AC^2 );
Wp_S0_quad = @(t,i_scale)

%% W_Sigma_alpha im eingeschwungenen Zustand: Wp_Sigma_alpha = Wp_Sa_no + [x, y]*Wp_Sa_lin --> Gleichung (3.6)
Wp_Sa_no = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,amp1_i_DC,amp1_i_AC,phi_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale)
    ( (+1/8)*amp1_u_AC*amp1_i_AC/w_AC*cos(2*w_AC*t+phi_i_AC) + (1/8)*R_AC*(amp1_i_AC)^2/
      (w_AC*sin(2*w_AC*t+2*phi_i_AC)) );
Wp_Sa_lin = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,amp1_i_DC,amp1_i_AC,phi_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale,phi_i_e,phi_u_cm)
    ( (-1/8)*u_scale*amp1_i_AC/w_AC*cos(2*w_AC*t+phi_i_e) + (1/2)*v_R_DC*i_scale*amp1_i_DC/
      w_AC*cos(2*phi_i_e) +
      (-1/8)*u_scale*amp1_i_AC/w_AC*(sin(2*w_AC*t+phi_i_cm-phi_i_e)-sin(4*w_AC*t+phi_i_cm-phi_i_e)) );

%% W_Sigma_beta im eingeschwungenen Zustand: Wp_Sigma_beta = Wp_Sb_no + [x, y]*Wp_Sb_lin --> Gleichung (3.6)
Wp_Sb_no = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,amp1_i_DC,amp1_i_AC,phi_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale)
    ( (+1/8)*amp1_u_AC*amp1_i_AC/w_AC*cos(2*w_AC*t+phi_i_AC) + (1/8)*R_AC*(amp1_i_AC)^2/
      (w_AC*cos(2*w_AC*t+2*phi_i_AC)) );
Wp_Sb_lin = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,amp1_i_DC,amp1_i_AC,phi_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale,phi_i_e,phi_u_cm)
    ( (+1/4)*i_scale*amp1_u_DC/w_AC*sin(2*w_AC*t+phi_i_e) - (1/2)*v_R_DC*i_scale*amp1_i_DC/
      w_AC*sin(2*w_AC*t+phi_i_e) +
      (-1/8)*u_scale*amp1_i_AC/w_AC*cos(2*w_AC*t+phi_i_cm-phi_i_e) + (1/2)*cos(4*w_AC*t+phi_i_cm-phi_i_e) );

%% W_Delta_0 im eingeschwungenen Zustand: Wp_Delta_0 = 0 + [x, y]*Wp_D0_lin --> Gleichung (3.6)
Wp_D0_no = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,amp1_i_DC,amp1_i_AC,phi_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale)
    ( (+1/3)*i_scale*amp1_u_AC/w_AC*sin(3*w_AC*t+phi_i_e) + (1/3)*v_R_AC*i_scale*amp1_i_AC/
      w_AC*sin(3*w_AC*t+phi_i_e) );
Wp_D0_lin = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,amp1_i_DC,amp1_i_AC,phi_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale,phi_i_e,phi_u_cm)
    ( (-1/3)*i_scale*amp1_u_AC/w_AC*cos(3*w_AC*t+phi_i_e) +
      (-1/3)*i_scale*amp1_i_AC*cos(3*w_AC*t+phi_i_e) );

%% W_delta_alpha im eingeschwungenen Zustand: Wp_Delta_alpha = Wp_Da_no + [x, y]*Wp_Da_lin --> Gleichung (3.6)
Wp_Da_no = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,amp1_i_DC,amp1_i_AC,phi_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale)
    ( (-1/2)*amp1_u_DC*amp1_i_AC/w_AC*cos(w_AC*t+phi_i_AC) + (2/3)*amp1_u_AC*amp1_i_DC/w_AC*cos(w_AC*t) +
      (2/3)*v_R_DC^2*R_AC*amp1_i_DC*amp1_i_AC/w_AC*cos(w_AC*t+phi_i_AC) );
Wp_Da_lin = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,amp1_i_DC,amp1_i_AC,phi_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale,phi_i_e,phi_u_cm)
    ( (-1/2)*amp1_u_DC*amp1_i_AC/w_AC*cos(w_AC*t+phi_i_e) - R_AC*i_scale*amp1_i_AC/w_AC*cos(w_AC*t+phi_i_e) +
      (-1/2)*amp1_u_DC*amp1_i_AC*cos(w_AC*t+phi_i_e) );

%% W_delta_beta im eingeschwungenen Zustand: Wp_Delta_beta = Wp_Db_no + [x, y]*Wp_Db_lin --> Gleichung (3.6)
Wp_Db_no = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,amp1_i_DC,amp1_i_AC,phi_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale)
    ( (-1/2)*amp1_u_DC*amp1_i_AC/w_AC*cos(w_AC*t+phi_i_AC) + (2/3)*amp1_u_AC*amp1_i_DC/w_AC*cos(w_AC*t) +
      (1/3)*v_R_DC^2*R_AC*amp1_i_DC*amp1_i_AC/w_AC*cos(w_AC*t+phi_i_AC) );
Wp_Db_lin = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,amp1_i_DC,amp1_i_AC,phi_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale,phi_i_e,phi_u_cm)
    ( (-1/2)*amp1_u_DC*amp1_i_AC/w_AC*cos(w_AC*t+phi_i_e) + R_AC*i_scale*amp1_i_AC/w_AC*cos(w_AC*t+phi_i_e) +
      (-1/2)*amp1_u_DC*amp1_i_AC*cos(w_AC*t+phi_i_e) );

%% Wp_Db_quad = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,amp1_i_DC,amp1_i_AC,phi_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale,phi_i_e,phi_u_cm)
    ( (-1/5)*u_scale*amp1_u_AC/w_AC*cos(5*w_AC*t+phi_i_cm) + (1/5)*cos(5*w_AC*t+phi_i_e+phi_i_cm) );

%% 1a) Parameter des Betriebspunktes im optimalen eingeschwungenen Zustand (ss1):
% Parameter DC-Seite: extern vorgegebene DC-Spannung [V]
% Parameter AC-Seite: extern vorgegebene Amplitude der AC-Spannung [V], gewünschte & konstante Amplitude des AC-Stromes [A], Phase des AC-Stromes in Bezug auf die AC-Spannung
% Parameter WMC: N_SW, c_SW, c gemäß "GRUNDLAGEN BLOCK - 4) Schaltungsparameter" --> Beispiel gemäß Tabelle 3.1
amp1_u_DC_ss1 = 400e3; % Amplitude der DC-Spannung im eingeschwungenen Zustand
amp1_u_AC_ss1 = 150e3; % Amplitude der AC-Spannung im eingeschwungenen Zustand
amp1_i_AC_ss1 = 2e3; % Amplitude des AC-Stromes im eingeschwungenen Zustand
phi_i_AC_ss1 = 10*pi/180; % Phase des AC-Stromes in Bezug auf die AC-Spannung im eingeschwungenen Zustand

```

[illegible]

[illegible]


```

%% Funktion: "mmodef_optss"
%% --> Berechnung des optimalen eingeschungenen Zustands für einen MMC als DC- zu AC-Wechselrichter --> Kapitel 3
%% * Optimaler Wahl der 4 noch freien Parameter = inneren Freiheitsgrade der MMC-Dynamik
%% * Amplitude und Phase der Common-Mode-Spannung und die der Kreisströme für Design optimalen eingeschungenen Zustand
%% Ansatz: * analytische Lösung der Gütefunktion (nur abhängig von 5 inneren Energiekomponenten) für 4 freie Parameter
%% Eingänge: * Amplituden der externen DC- und AC-Spannungen (amp_l_u_DC & amp_l_u_AC)
%% * gewünschte Amplitude des AC-Stromes sowie zugehörige Phase (amp_l_i_AC, phi_l_AC)
%% * maximaler Wert des Verhältnisses der Amplitude der Common-Mode- und der AC-Spannung (y=amp_l_u_cm/amp_l_u_AC)
%% * Schaltungsparameter des MMCs (param_MMC) und der Übertragungsleitungen (param_MMC, param_DCAC)
%% * Amplitude des DC-Stromes (amp_l_DC), der Kreisströme (amp_l_e_opt & phi_l_e_opt) sowie der Common-Mode-Spannung (amp_l_u_cm_opt)
%% inklusive der zugehörigen Phasen (phi_l_e_opt & phi_l_u_cm_opt)
%%
function [amp_l_i_DC, amp_l_i_e_opt, amp_l_u_cm_opt, phi_l_e_opt, phi_l_u_cm_opt] = mmodef_optss(amp_l_u_DC, amp_l_u_AC, phi_l_i_AC, phi_l_i_AC, y_max, param_MMC, param_DCAC)

%% Struktur "mmodef_optss"
%% 1) Definition Vektor param_MMC und param_DCAC aus Schaltungsparameter MMC und Übertragungsleitungen
%% 2) Berechnung des DC-Stromes im eingeschungenen Zustand
%% 3) Definition Gütefunktion für den eingeschungenen Zustand mit variablen Eingang z = [x, y, phi_ie, phi_uci]
%% 4) Berechnung des optimal eingeschungenen Zustands - analytische Lösung!
%%
%% 1) Definition Vektor param_MMC und param_DCAC - Schaltungsparameter MMC und Übertragungsleitungen aus "mmodef_main" Grundlagenblock 4 & 5)
R_e = param_MMC(01);
L_e = param_MMC(02);
R_SN = param_MMC(03);
C_SN = param_MMC(04);
v_LC = param_MMC(05);
w_AC = param_DCAC(01);
R_DC = param_DCAC(02);
L_DC = param_DCAC(03);
R_AC = param_DCAC(04);
L_AC = param_DCAC(05);

% Definition Abkürzung (La) lambda = (amp_l_u_AC/amp_l_u_DC)^2
La = (amp_l_u_AC/amp_l_u_DC)^2;

%% 2) Berechnung des DC-Stromes im eingeschungenen Zustand
c0 = (3/4)*(1/R_DC)*( amp_l_u_AC*amp_l_i_AC*cos(phi_l_i_AC) + R_AC*amp_l_i_AC^2 );
amp_l_i_DC = 0.25*amp_l_u_DC/R_DC - sqrt( ( 0.25*amp_l_u_DC/R_DC )^2 - c0 );

%% 3) Definition Gütefunktion für den eingeschungenen Zustand mit variablen Eingang z = [x, y, phi_ie, phi_uci]
cosphi = cos(phi_l_i_AC);
tanphi = tan(phi_l_i_AC);
fa = theta( ( 1/144*cosphi^2*(1+5/4*z(1,2)^2) + La/81*z(1,2)^2 + 1/36/La*cosphi^2 - 1/9*(1-La) - cos(2*phi_l_i_AC-z(1,4))/72*cosphi^2.*z(1,2) );
fb = theta( ( 5/24.* sin(z(1,3))*(1-8*La/5) - cos(z(1,3))*tanphi ) - 5/24*( sin(z(1,3)-z(1,4))*(1-16*La/9) + cos(z(1,3)-z(1,4))*tanphi ).*z(1,2) );
fc = theta( ( 1/8 + La*( 5/9 + 13/25*z(1,2)^2 + cos(2*z(1,3)-z(1,4)).*z(1,2) ) );
fd = theta( ( fa(2) + fb(2) + z(1) + 0.5*fc(2)).*z(1,-2) );

% alternativ zur analytischen Lösung vergleichend die numerische Lösung für den optimalen eingeschungenen Zustand durch Nutzung fmincon
% z0 = [0, 0, 0, 0];
% [z_opt] = fmincon(f0,z0,[1,1,1,1],[0,0,-pi,-pi],[1,1,y_max,pi],*pi);

%% 4) Berechnung des optimal eingeschungenen Zustands - analytische Lösung!
x_opt = 5/(3+40*La/5)*sqrt( tanphi^2 + (1-8*La/5)^2 );
y_opt = y_max;
tanphi_ie = -(1-8*La/5)/tanphi;
phi_l_i_e_opt = atan(tanphi_ie);
tanphi_u_cm = tanphi*( 2 - 25/(1+40*La/9)*((1-8*La/5)+(1-16*La/9)) + 200/(1+40*La/9)^2*La*(1-8*La/5) )/...
( 1 - tanphi^2 - 25/(1+40*La/9)*((1-8*La/5)+(1-16*La/9)*tanphi^2) - 100/(1+40*La/9)^2*La*(tanphi^2-(1-8*La/5)^2) );
phi_u_cm_opt = atan(tanphi_u_cm);
y_min = ( 1/72*cos(2*phi_l_i_AC-phi_u_cm_opt)/(cos(phi_l_i_AC)^2) - 1/2*La*x_opt^2*cos(2*phi_l_i_e_opt-phi_u_cm_opt) + 5/24*x_opt*( sin(phi_l_i_e_opt-phi_u_cm_opt) ) ...
* (1-16*La/9)*cos(phi_l_i_e_opt-phi_u_cm_opt)*tanphi )/( ( 5/288/(cos(phi_l_i_AC)^2) + 2/81*La + 13/25*La*x_opt^2 );

if (y_min<0)
phi_u_cm_opt = phi_u_cm_opt + pi;
y_min = -y_min;
end

```

```

y_opt      = min(y_min,y_max)
ampl_i_e_opt  = x_opt*ampl_i_DC;
ampl_u_cm_opt = y_opt*ampl_u_AC;

% hilfreiche Ausgabe

fprintf('\n phi_i.AC=%gdeg, Lambda=%g, fJ(0)=%g', phi_i_AC*180/pi, Ia, fJ(0,0,0,0,1))
fprintf('\n % analytical solution: ampl_i_DC=%gA, y_min=%g, y_max=%g, ampl_i_e=%gA, ampl_u_cm=%gkV, phi_i_e=%gdeg, phi_u_cm=%gdeg, fJ_min=%g', ...
        ampl_i_DC/1e3, y_min, y_max, ampl_i_e_opt/1e3, ampl_u_cm_opt/1e3, phi_i_e_opt*180/pi, phi_u_cm_opt*180/pi, fJ((x_opt,y_opt,phi_i_e_opt,phi_u_cm_opt)));
fprintf('\n ');

```

```
close all; clear all; clc;
```

```
#####
%% GRUNDLAGEN BLOCK "mmoder_main":
%% 1) Definition der Zeitschritte
%% 2) Definition des Übergangsintervalls (Start, Dauer, Ende)
%% 3) Verhältnis der Amplitude der Common-Mode-Spannung zur Amplitude der AC-Spannung
%% 4) Definition der Schaltungsparameter
%% 5) Parameter-Vektoren für MMC & DC- & AC-Übertragungsleitungen
%% 6) Transformation der Matrix Komponenten M
%% 7) Transformation der 6 Energiekomponenten
%% 8) Berechnung aller 6 Energiekomponenten im eingeschwingenen Zustand
#####

%% 1) Auflösung der Zeitschritte (s), AC-Frequenz (1/s), AC-Kreisfrequenz (rad/s), Array für 1 (oder mehr) AC Perioden(n)
Dt = 100e-6; % Auflösung des Zeitschritts, 0.1ms bzw. 100us
f_AC = 50; % Frequenz des Netzes in Hz
w_AC = 2*pi*f_AC; % Kreisfrequenz
t = 0:Dt:6*2*pi/w_AC; % Zeit-Array von x AC-Perioden(n)/ Dauer der Simulation 6 Perioden (T = 2pi/w_AC), von 0 beginnend bis 0.06s (3*2*pi/w_AC) alle 0.1 ms (Dt)
Nt = length(t); % Anzahl der Zeitschritte

%% 2) Zeitpunkte für Definition des Übergangsintervalls (Start, Dauer, Ende)
t0 = 0.49*t(end); % Beginn des Übergangs, 0.59 original
Tis = 7.2e-3; % Dauer des Übergangs = rund 1/3 der Periode
Ns = round(t0/Dt); % Rundung t0 zu Dt
Ns = 24*ceil(Ns/24); % Anpassung von Ns auf ein Vielfaches von 24 Zeitschritten --> das durch 3, 4, 6, 8 teilbar ist --> im späteren Verlauf für Beulenfunktionen bestimmt Anzahl siehe Funktion --> gen base simple)
Ts = Ns-Dt; % gerundet 7.2ms

%% 3) Berechnung des Verhältnisses der Amplitude der Common-Mode-Spannung zur Amplitude der AC-Spannung (Y_max = ampl_u_cm/ampl_u_AC)
% WICHTIG: Fall 1) bei der Berechnung des eingeschwingenen Zustands ist Y = ampl_u_cm/ampl_u_AC
% WICHTIG: Fall 2) bei der Berechnung der Trajektorien der -Energiekomponenten (Zeile 63 - 71) wird die Common-Mode-Spannung normiert --> y = ampl_u_cm/u_scale
Y_max = 1/4;

%% 4) Schaltungsparameter: Induktivitäten (H), Widerstände (Ohm), Anzahl der Submodule jedes Arms, Kapazitäten jedes Submoduls (F), Reservefaktor
L_DC = 0.14; % Induktivität [H] der äußeren DC-Leitung (en) --> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
R_DC = 0.03; % Widerstand [Ohm] der äußeren DC-Leitung (en) --> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
R_AC = 0.8; % Induktivität [H] der äußeren DC-Leitung (en) --> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
% ohmscher Widerstand [Ohm] der äußeren AC-Leitung (en) --> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
L_e = 0.001; % Induktivität [H] der inneren Leitungen des MMCs --> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
R_e = 0.01; % ohmscher Widerstand [Ohm] der inneren Leitungen des MMCs --> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11), aktuell vernachlässigt
N_SN = 160; % Anzahl der Submodule in jedem Arm --> Gleichung (2.3)
C_SN = 3e-3; % Kapazität jedes Submodulkondensators [F] --> Gleichung (2.3)
V_C = 1.3; % Reservefaktor der Submodule, 1.3 = 30% --> Gleichung (3.9)

%% 5) Parameter-Vektoren für MMC & DC- & AC-Übertragungsleitungen
param_MMC = [R_e, L_e, N_SN, C_SN, V_C]; % Definition der 5 Parameter des MMC als Zeilenvektor
param_DCAC = [w_AC, R_DC, L_DC, R_AC, L_AC]; % Definition der 5 Parameter der DC- & AC-Übertragungsleitungen als Zeilenvektor

%% 6) Definition der Matrizen M aus der Clarke Transformation
% Definition Vektor Sigma/Delta_alpha/beta/0 = [p1; p2; p3; n1; n2; n3]
M_123_from_alphabeta0 = [1 0 1; -1/2 sqrt(3)/2 1; -1/2 -sqrt(3)/2 1];
M_alphabeta0_from_123 = [2/3 -1/3 -1/3; 0 1/sqrt(3) -1/sqrt(3); 1/3 1/3 1/3];
M_Sigmabeta0_from_pn = [1/3 -1/6 1/3 -1/6 1/3 -1/6; 0 1/(2*sqrt(3)) 0 1/(2*sqrt(3)) -1/(2*sqrt(3)) -1/(2*sqrt(3)); 1/6 1/6 1/6 1/6 1/6 1/6];
M_pn_from_Sigmabeta0 = [1 0 1/3 0 1/3 0; -1/2 +sqrt(3)/2 1 -1/4 +sqrt(3)/4 1/2; -1/2 -sqrt(3)/2 1 -1/4 -sqrt(3)/4 1/2; 1 0 -1/2 0 -1/2 0; -1/2 +sqrt(3)/2 1 1/4 -sqrt(3)/4 -1/2; -1/2 -sqrt(3)/2 1 1/4 +sqrt(3)/4 -1/2];

%% 7) Transformation der 6 Energiekomponenten (W_Sigma, alpha/beta/0, W_Delta, alpha/beta/0) in "" (prime)-Energiekomponenten (Wp_Sigma, 0/alpha/beta, Wp_Delta, 0/alpha/beta)
% Wp = W + fW2Wp --> Gleichung (2.21) und prime-Komponenten (R_DC & L'_DC = 3*8/L_DC*R/L_e bzw R'_AC & L'_AC = 2*8/L_DC*R/L_e --> Gleichung (2.16)), wobei f = Funktion
% Aufteilung nach DC-, AC- und Kreisströmen (i_e_ab), wobei a= alpha, b = beta, S = Sigma, D = Delta & p = prime (') symbolisieren; i_e_ab(1,:) = i_e_alpha & i_e_ab(2,:) = i_e_beta (analog für AC-Ströme)
% @ definiert die unabhängigen Variablen in (), in den nächsten Klammern wird das Ergebnis definiert
fW2Wp_SD_ab0 = 8*(i_DC, i_AC_ab, i_e_ab) ( (+ (1/4)*L_e*(2*i_e_ab(1,:)-2*i_e_ab(2,:)) + (1/3)*L_e*(i_DC-i_e_ab(2,:)) + (1/8)*(L_AC+L_e/2)*(i_AC-ab(2,:)).^2) + ... %W_Sigma_alpha, mit N_alpha [1 0; 0 -1]
+ (1/4)*L_e*(2*i_e_ab(1,:)-2*i_e_ab(2,:)) + (1/6)*(L_DC+L_e/3)*(i_DC-2) + (1/8)*(L_AC+L_e/2)*(i_AC-ab(2,:)).^2) + ... %W_Sigma_beta, mit N_beta [0 -1; -1 0]
+ (1/2)*L_e*(i_e_ab(1,:)-i_e_ab(2,:)) + (1/3)*L_e*(i_DC-i_e_ab(2,:)) + (1/3)*L_e*(i_DC-i_e_ab(2,:)).^2) + ... %W_Delta_alpha, mit N_alpha [1 0; 0 -1]
+ (1/2)*L_e*(i_e_ab(1,:)-i_e_ab(2,:)) + (1/3)*L_e*(i_DC-i_e_ab(2,:)) + (1/3)*L_e*(i_DC-i_e_ab(2,:)).^2) );
```

```

%% 8) Berechnung aller 6 Energiekomponenten in (prime)-Energiekomponenten im eingeschwungenen Zustand
% 6 Energiekomponenten im eingeschwungenen Zustand, unterteilt in Anteile ohne (no), mit einfacher (lin) oder quadratischer (quad)
% Abhängigkeit ob x, y --> deshalb wird bei lin ein vektor übergeben, da x und y und bei quad ist es y*x
% Normierung der Stromamplituden x = amp_l_e/u_scale & Spannungsamplituden y = amp_l_e/u_scale (R_e wird vernachlässigt)
% --> _u_scale bzw. _u_scale bzw. ss_ist y normiert mit u_AC und beim Rest z.B. Übertrag ist es u_scale = u_DC (dimensionslos); hier keine l_prime_AC da diese bei Flachheit auf anderen Gleichungsseite sind

%% Wp_Sigma,0 im eingeschwungenen Zustand: Wp_S0_no + x^2*Wp_S0_quad --> Gleichung (2.21)
Wp_S0_no = @(t,W_ave,amp_l_i_AC) ( (0*t) + W_ave + (1/6)*(L_DC+e/3)*amp_l_i_DC^2 + (1/8)*(L_AC+L_e/2)*amp_l_i_AC^2 );
Wp_S0_quad = @(t,_u_scale) ( (0*t) + (1/4)*L_e*_u_scale^2 );

%% W_Sigma_alpha im eingeschwungenen Zustand: Wp_Sigma_alpha = Wp_Sa_no + [x, y]*Wp_Sa_lin --> Gleichung (3.6)
Wp_Sa_no = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale)
Wp_Sa_lin = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,phi_i_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale,phi_i_e,phi_u_cm)

%% W_Sigma_beta im eingeschwungenen Zustand: Wp_Sigma_beta = Wp_Sb_no + [x, y]*Wp_Sb_lin --> Gleichung (3.6)
Wp_Sb_no = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,phi_i_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale)
Wp_Sb_lin = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,phi_i_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale,phi_i_e,phi_u_cm)

%% W_Delta,0 im eingeschwungenen Zustand: Wp_Delta,0 = 0 + [x, y]*Wp_D0_lin --> Gleichung (3.6)
Wp_D0_no = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale)
Wp_D0_lin = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,phi_i_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale,phi_i_e,phi_u_cm)

%% W_Delta_alpha im eingeschwungenen Zustand: Wp_Delta_alpha = Wp_Da_no + [x, y]*Wp_Da_lin + x*y*Wp_Da_quad --> Gleichung (3.6)
Wp_Da_no = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,phi_i_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale)
Wp_Da_lin = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,phi_i_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale,phi_i_e,phi_u_cm)
Wp_Da_quad = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,phi_i_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale,phi_i_e,phi_u_cm)

%% W_Delta_beta im eingeschwungenen Zustand: Wp_Delta_beta = Wp_Db_no + [x, y]*Wp_Db_lin + x*y*Wp_Db_quad --> Gleichung (3.6)
Wp_Db_no = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,phi_i_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale)
Wp_Db_lin = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,phi_i_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale,phi_i_e,phi_u_cm)
Wp_Db_quad = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,phi_i_i_AC,w_AC,u_scale,i_scale,phi_i_e,phi_u_cm)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% BLOCK 1: Berechnung eines beliebigen Startzustandes (ss1) und eines eingeschwungenen Endzustandes (ss2)
%% A (ss1) 1a) Definition der Parameter des Betriebspunktes im optimalen eingeschwungenen Zustandes (ss1)
%% 2a) Berechnung der mittleren Energie/Arm im eingeschwungenen Zustand (ss1) von eingeschwungenen Zuständen - Aufruf der Funktion "mmodef_optes"
%% 4a) Berechnung der Ströme, Energien und Spannungen der Ärm für eine vorgegebene Dauer - Aufruf der Funktion "mmodef_estime"
% --> Alternativer Weg zur Berechnung des eingeschwungenen Zustands durch Einfrieren/ zu 0 setzen der 4 Parameter
%% 5a) Kontrolle numerische Integration der Bewegungsgleichungen für (ss1)
%% 6a) Aufruf "mmodef_dyn_onlyff" (nur Vorsteuerung ohne Regelung!) fuer (ss1)
%% B (ss2) 1b) Definition der Parameter des Betriebspunktes im optimalen eingeschwungenen Zustandes (ss2)
%% 2b) Berechnung der mittleren Energie/Arm im eingeschwungenen Zustand (ss2)
%% 3b)+4b) für optimalen eingeschwungenen Zustand (ss2)
%% 5b) Kontrolle numerische Integration der Bewegungsgleichungen für (ss2)
%% 6b) Aufruf "mmodef_dyn_onlyff" (nur Vorsteuerung ohne Regelung!) fuer (ss2)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Block I - A (ss1) %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% 1a) Parameter des Betriebspunktes im optimalen eingeschwungenen Zustand (ss1):
% Parameter DC-Seite: extern vorgegebene DC-Spannung [V]
% Parameter AC-Seite: extern vorgegebene Amplitude der AC-Spannung [V], gewünschte & konstante Amplitude des AC-Stromes [A], Phase des AC-Stromes in Bezug auf die AC-Spannung
% Parameter MMC: N_SH, C_SH, c gemäß "GRUNDLAGEN BLOCK - 4" Schaltungsparameter --> Beispiel gemäß Tabelle 3.1
amp_l_u_DC_ss1 = 400e3; % Amplitude der AC-Spannung im eingeschwungenen Zustand
amp_l_i_DC_ss1 = 100e3; % Amplitude des AC-Stromes im eingeschwungenen Zustand
phi_i_i_AC_ss1 = 2e3; % Amplitude des AC-Stromes in Bezug auf die AC-Spannung im eingeschwungenen Zustand
phi_i_i_AC_ss1 = 10*pi/180; % Phase des AC-Stromes in Bezug auf die AC-Spannung im eingeschwungenen Zustand

```

```

%% 2a) mittlere Energie/Erm (oder W_Sigma_0) im eingeschwingenen Zustand --> Gleichung (3.9)
W_ave_s81 = 0.5*C_SW*N_SN*(V_C*amp1_u_DC_s81/N_SN)^2;

%% 3a) Berechnung des optimalen eingeschwingenen Startzustandes (ss1) durch Aufruf "mmdef_optss"
% Bestimmung des gewünschten Parameters (DC-Strom = amp1_u_DC_ss1) sowie Bestimmung der u noch frei wählbaren Parameter (innere Freiheitsgrade);
% Amplitude (amp1_i_e_ss1) und Phase (phi_i_e_ss1) der Freisstromkomponenten sowie Amplitude (amp1_u_cm_ss1) und Phase der Common-Mode-Spannung (phi_u_cm_ss1)
[ amp1_u_DC_ss1, amp1_i_e_ss1, phi_i_e_ss1, phi_u_cm_ss1 ] = mmdef_optss(amp1_u_DC_ss1, amp1_u_AC_ss1, y_max, param_MMC, param_DQAC );
% Normierung der Spannungen und Ströme, jeweils zur DC-Seite im eingeschwingenen Startzustand (ss1)
u_scale = amp1_u_DC_ss1 % alternativ fest wählen: u_scale = 40e6;
i_scale = amp1_i_DC_ss1; % alternativ fest wählen: i_scale = 1e3;

%% 4a) Vergleich der Energiekomponenten (Ausgänge) im eingeschwingener Zustand ss1: optimale interne Variablen vs. interne Variablen eingefroren (zero)
[i_pn_123_ss1zero, W_pn_123_ss1zero, W_pn_123_ss1zerorot, d1l_pn_123_ss1zerorot, u_DC_ss1zero, u_AC_123_ss1zerorot ] = mmcdef_ss1time(amp1_u_DC_ss1, amp1_u_AC_ss1, amp1_i_DC_ss1, amp1_i_AC_ss1, phi_i_AC_ss1, W_ave_ss1, 0*amp1_i_e_ss1, 0*amp1_u_cm_ss1, phi_i_e_ss1, ...
    phi_u_cm_ss1, t, param_MMC, param_DQAC, u_scale, i_scale);

[i_pn_123_ss1, W_pn_123_ss1, W_pn_123_ss1rot, d1l_pn_123_ss1, u_DC_ss1, u_AC_123_ss1 ] = mmcdef_ss1time(amp1_u_DC_ss1, amp1_u_AC_ss1, amp1_i_DC_ss1, amp1_i_AC_ss1, phi_i_AC_ss1, W_ave_ss1, 1*amp1_i_e_ss1, 1*amp1_u_cm_ss1, phi_i_e_ss1, ...
    phi_u_cm_ss1, t, param_MMC, param_DQAC, u_scale, i_scale);

%% 5a) Kontrolle numerische Integration der Bewegungsgleichungen (Energien, Ströme und Spannungen) von Resultat vs. gewünscht im eingeschwingenen Zustand (ss1)
plot_flag = 1; % Auswahl Plot: 0 = kein plot, 1 = plot
nflog = 10; % Beginn des ersten Plots bei figure 10

title_fig = sprintf('%\displaystyle \sqrt{m} initial;', ss123ds);\u_{DC}=qg(\sqrt{m} kv)\,\,\backslash\hat{(u)}_{AC}=qg(\sqrt{m} kv)\,\,\backslash\hat{(i)}_{AC}\cdot((ss))=qg(\sqrt{m} kv)\,\,\backslash\hat{(e)}}^{(ss)}=qg(\sqrt{m} kv)\,\,\backslash\hat{(cm)}}^{(ss)}=qg(\sqrt{m} deg),\\N_{SN}=tgs^{\circ}], amp1_u_DC_ss1/i_03, phi_i_e_ss1/i_03, phi_u_cm_ss1/i_03, phi_i_e_ss1/i_03, phi_u_cm_ss1/i_03, pi, N_SN);
amp1_i_e_ss1/i_03, amp1_u_cm_ss1/i_03, phi_i_e_ss1/i_03, phi_u_cm_ss1/i_03, pi, N_SN);

% Zuweisung der relevanten Größen (u, i, W) aus (ss1), start = Startzustand, ff = feedforward/ Vorsteuerung, ext = externe Größe, des = desired/ gewünschtes Verhalten
[u_pn_123_start = i_pn_123_ss1ff(:,r)];
[W_pn_123_start = W_pn_123_ss1ff(:,r)];
[u_pn_123_ff = u_pn_123_ss1];
[u_DC_ext = u_DC_ss1];
[u_AC_123_ext = u_AC_123_ss1];
[i_pn_123_des = i_pn_123_ss1];
[W_pn_123_des = W_pn_123_ss1];

%% 6a) Aufruf "mmcdef_dyn_onlyff": nur Vorsteuerung (ohne Regelung!)
[i_pn_123_ssresult, W_pn_123_ssresult] = mmcdef_dyn_onlyff(u_pn_123_ff, u_DC_ext, u_AC_123_ext, i_pn_123_start, W_pn_123_start, t, i_pn_123_des, W_pn_123_des, param_MMC, param_DQAC);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Block I - B (ss2) %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% 1b) Parameter des Betriebspunktes im optimalen eingeschwingenen Zustand (ss2):
% Parameter DC-Seite: extern vorgegebene Amplitude der AC-Spannung [V], gewünschte & konstante Amplitude des AC-Stromes [A], Phase des AC-Stromes in Bezug auf die AC-Spannung
% Parameter MMC: N_SM, C_SM, V_C gemäß "GRUNDLAGEN BLOCK - 4") Schaltungsparameter" --> Beispiel gemäß Tabelle 3.1
% Leistung bleibt auf AC-Seite gleich ("und i können anders sein im (ss2)")
amp1_u_DC_ss2 = 0.6*amp1_u_DC_ss1; % 60% der u_DC-Amplitude im (ss1)
amp1_u_AC_ss2 = 0.8*amp1_u_AC_ss1; % 80% der i_AC-Amplitude im (ss1)
amp1_i_AC_ss2 = 1.2*amp1_i_AC_ss1; % 120% der i_AC-Amplitude im (ss1)
phi_i_AC_ss2 = 2.5*pi-i_AC_ss1; % 250° der phi_i_AC-Amplitude im (ss1)
% unverändert/ kein Sprung wenn amp1_u_AC_ss2=amp1_u_AC_ss1, amp1_i_DC_ss2=amp1_i_DC_ss1 & phi_i_AC_ss2=phi_i_AC_ss1
%% 7b) Mittlere Energie/Erm (oder W_Sigma_0) im eingeschwingenen Zustand ss2 --> Gleichung (3.9) \S
W_ave_ss2 = 1.05*W_ave_ss1; %ss1 ungleich ss2, 5% (1.05) Abfall erschweren mit u_DC Abfall Steuerung zusätzlich

%% 3b)+4b) Berechnung des optimalen eingeschwingenen Zustandes (ss2) analog zu (ss1) durch Aufruf der Funktionen "mmcdef_optssa" & "mmcdef_ss1time"
[ amp1_i_DC_ss2, amp1_i_e_ss2, amp1_u_cm_ss2, phi_i_e_ss2, phi_u_cm_ss2 ] = mmcdef_optssa(amp1_u_DC_ss2, amp1_u_AC_ss2, amp1_i_DC_ss2, amp1_i_AC_ss2, phi_i_AC_ss2, param_MMC, param_DQAC);

[i_pn_123_ss2, W_pn_123_ss2, W_pn_123_ss2rot, d1l_pn_123_ss2, u_DC_ss2, u_AC_123_ss2 ] = mmcdef_ss1time(amp1_u_DC_ss2, amp1_u_AC_ss2, amp1_i_DC_ss2, amp1_i_AC_ss2, phi_i_AC_ss2, W_ave_ss2, 1*amp1_i_e_ss2, 1*amp1_u_cm_ss2, phi_u_cm_ss2, t, param_MMC, param_DQAC, u_scale, i_scale);

%% 5b) Kontrolle numerische Integration der Bewegungsgleichungen (Energien, Ströme und Spannungen) von Resultat vs. gewünscht im eingeschwingenen Zustand (ss2)
plot_flag = 0; % Auswahl Plot: 0 = kein plot, 1 = plot, plots werden in jeweiligen Funktionen definiert/aufenrufen (hier: "mmcdef_dyn_only")
nflog = 20; % Beginn des ersten Plots bei figure 20

title_fig = sprintf('%\displaystyle \sqrt{m} final;', ss2);\u_{DC}=qg(\sqrt{m} kv)\,\,\backslash\hat{(u)}_{AC}=qg(\sqrt{m} kv)\,\,\backslash\hat{(i)}_{AC}\cdot((ss))=qg(\sqrt{m} kv)\,\,\backslash\hat{(e)}}^{(ss)}=qg(\sqrt{m} kv)\,\,\backslash\hat{(cm)}}^{(ss)}=qg(\sqrt{m} deg),\\N_{SM}=tgs^{\circ}], amp1_u_DC_ss2/i_03, phi_i_e_ss2/i_03, phi_u_cm_ss2/i_03, phi_i_e_ss2/i_03, phi_u_cm_ss2/i_03, pi, N_SS);

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Funktion: "mmodef_dyn_onlyff"
%% --> numerische Integration der Bewegungsgleichungen für Armströme & Energiefunktionen bei gegebenem Eingang u_pn_123 & Anfangszustand --> Kapitel 2.4
%%
%% * Stromdynamiken:
%%
%% Lu*M_SigmaDelta_from_pn*dt_pn_123/dt = -RR*M_SigmaDelta_from_pn*i_pn_123 + u_ext - M_SigmaDelta_from_pn*u_pn_123 --> Gleichung (2.29)
%% wobei u_ext = [ 0; 0; (1/2)*u_DC; -2*u_AC_alpha; -2*u_cm ], u_cm = -(1/2)*u_Delta0 (common-mode Spannung) --> Gleichung (2.28)
%%
%% * Energiedynamiken:
%%
%% dW_pn_123/dt = u_pn_123
%% --> Gleichung (2.30)
%%
%% Eingänge:
%%
%% * Amplituden der Arm-Spannungen als Eingang (u_pn_123)
%%
%% * ungestörte externe AC- und DC-Spannungen (u_DC_undist, u_AC_123_undist) sowie ungestörte AC-Ströme (i_AC_123_undist)
%%
%% * Schaltungsparameter des MMCs (param_MMC) und der Übertragungsleitungen (param_MMC, param_DCAC)
%%
%% * Startzustand der Ströme und der Energien (i_pn_123_start, W_pn_123_start)
%%
%% * Zeitaray t
%%
%% * Ideales Verhalten der Armströme (i_pn_123_des) sowie der Armennergien (W_pn_123_des), des = desired = gewünscht
%%
%% * Schaltungsparameter des MMCs (param_MMC) und der Übertragungsleitungen (param_MMC, param_DCAC)
%%
%% * Ergebnisse der Armströme (i_pn_123_result) sowie der Armennergien (W_pn_123_result)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [i_pn_123_result, W_pn_123_result] = mmodef_dyn_onlyff(u_pn_123, u_DC_undist, u_AC_123_undist, i_pn_123_start, W_pn_123_start, t, i_pn_123_des, W_pn_123_des, param_MMC, param_DCAC)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Definition der Matrizen M --> gemäß "mmodef_main" 6)
M_123_from_alphabeta0 = [ 1 0 1; -1/2 sqrt(3)/2 1; -1/2 -sqrt(3)/2 1]; % --> Gleichung (2.4)
M_pn_from_SigmaDelta = [ 1 0 1/2 0 1/2; ... % --> Gleichung (2.9)
-1/2 +sqrt(3)/2 1 -1/4 +sqrt(3)/4 1/2; ...
-1/2 -sqrt(3)/2 1 -1/4 -sqrt(3)/4 1/2; ...
1 0 1/2 0 -1/2; ...
-1/2 +sqrt(3)/2 1 1/4 -sqrt(3)/4 -1/2; ...
-1/2 -sqrt(3)/2 1 1/4 +sqrt(3)/4 -1/2];

% Parameter des MMCs (param_MMC) & der Übertragungsleitung (param_DCAC) --> gemäß "mmodef_main" 4) & 5)
R_e = param_MMC(01);
L_e = param_MMC(02);
N_SM = param_MMC(03);
C_SM = param_MMC(04);
V_C = param_MMC(05);
W_AC = param_DCAC(01);
R_DC = param_DCAC(02);
L_DC = param_DCAC(03);
R_AC = param_DCAC(04);
L_AC = param_DCAC(05);

% Zeitschritte zur Integration
Dt = abs(t(2))-t(1);
Nt = length(t);

% Induktivitäts- und Widerstandensor --> Gleichung 2.28
LL = diag([L_e, L_e, 3*(L_DC+L_e/3), 2*(L_AC+L_e/2), 2*(L_AC+L_e/2), 0*L_AC]);
RR = diag([R_e, R_e, 3*(R_DC+R_e/3), 2*(R_AC+R_e/2), 2*(R_AC+R_e/2), 0*(R_AC+R_e/2)]);

% Common-Mode Spannung
u_cm = -(1/2)*M_SigmaDelta_from_pn(6,:)*u_pn_123;

% Initialisierung der arrays für Armstrom und Armennergien
i_pn_123_result = zeros(6,Nt);
W_pn_123_result = zeros(6,Nt);
i_pn_123_result(:,1) = i_pn_123_start(:,1);
W_pn_123_result(:,1) = W_pn_123_start(:,1);

% aktuelle externe DC- und AC-Spannungen aus ungestörten Verhalten
u_DC = u_DC_undist;
u_AC_123 = u_AC_123_undist;

```

```

%% zeitliche Integration der Bewegungsgleichungen
for it=1:Nt-1

    % externe Spannung
    u_ext = [0; 0; 0.5*u_DC(it); -2*M_alpha_beta0_from_123*u_AC_123(:,it)-2*[0; 0; 1]*u_cm(it)];

    % 1 Zeitschritt nach vorn in i_pn_123=[i_p1; i_p2; i_p3; i_n1; i_n2; i_n3] unter Nutzung der Mittelpunktdiskretisierung --> Gleichung (2.29)
    i_pn_123_result(:,it+1) = ( (1L*0.5*Dt*RR)*M_SigmaDelta_from_pn \ ( (1L*0.5*Dt*RR)*M_SigmaDelta_from_pn*i_pn_123_result(:,it) + Dt*u_ext - Dt*M_SigmaDelta_from_pn*u_pn_123(:,it)));

    % 1 Zeitschritt nach vorn in W_pn_123=[W_p1; W_p2; W_p3; W_n1; W_n2; W_n3] unter Nutzung der Mittelpunktdiskretisierung --> Gleichung (2.29)
    W_pn_123_result(:,it+1) = W_pn_123_result(:,it) + 0.5*Dt*u_pn_123(:,it).*(i_pn_123_result(:,it)+i_pn_123_result(:,it+1));

end

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Funktion: "mmdef_genbase_simple"
%%
%% --> Definition der glatten Basisfunktionen (Grundanteil = "ground": ss(1,:)=ss, ss(2,:)=r1, ss(3,:)=r2 sowie
%% der Beulenfunktionen pPhi(1,:)=Phi_1, pPhi(2,:)=Phi_2, pPhi(3,:)=Phi_3, pPhi(4,:)=Phi_cm --> Kapitel 4/ Anhang E
%% Eingänge: Dauer des Übergangs (Ts) & Zeitschritt (Dt)
%% Ausgabe: Simulationschritte Übergang xs = (t-t_0)/Ts sowie
%% Basisfunktionen für den Grundanteil und Beulenfunktion inkl. Ableitungen (ss,pPhi,diss,dipPhi)
%% Struktur:
%% 1) Zeitpunkte für Definition des Übergangsintervalls (Start, Dauer, Ende)
%% 2) Definition der glatten Basisfunktionen (s, r_1, r_2)
%% 3) Definition der 3 symmetrischen Beulenfunktionen Phi_1, Phi_2, Phi_3
%% 4) Definition der zusätzlichen asymmetrischen Funktion Phi_cm = Phi_4
%% 5) Zeitdiskrete Ableitungen der Beulen- und Basisfunktionen
%% 6) Definition der Ausgänge (ss,pPhi,diss,dipPhi)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [xs,ss,pPhi,diss,dipPhi] = mmdef_genbase_simple(Ts,Dt)

%% 1) Zeitpunkte für Definition des Übergangsintervalls (Start, Dauer, Ende)
Ns = round(Ts/Dt); % Rundung Ts zu Dt, wobei aus "main" Ts = 10e-3 & Dt = 1e-6 folgen
xs = 0:1/Ns:1; % xs = (t-t_0)/Ts

% Anpassung von Ns_xx auf ein Vielfaches von 24 Zeitschritten --> das durch 3, 4, 6, 8 teilbar ist
Ns_12 = round(Ns/2);
Ns_13 = round(Ns/3);
Ns_23 = round(2*Ns/3);
Ns_14 = round(Ns/4);
Ns_24 = Ns_12;
Ns_34 = round(3*Ns/4);
Ns_16 = round(Ns/6);
Ns_26 = Ns_13;
Ns_36 = Ns_12;
Ns_46 = Ns_23;
Ns_56 = round(5*Ns/6);
Ns_18 = round(Ns/8);
Ns_28 = Ns_14;
Ns_38 = round(3*Ns/8);
Ns_48 = Ns_12;
Ns_58 = round(5*Ns/8);
Ns_68 = Ns_34;
Ns_78 = round(7*Ns/8);

%% 2) Definition der glatten Basisfunktionen (s, r_1, r_2)
s = 0.5*(1+cos(pi*xs)); % --> Gleichung (4.4)
onems = 0.5*(1-cos(pi*xs));
r_1 = 0.5*( xs+(1/pi)*sin(pi*xs)-0.5+0.5*cos(pi*xs) ); % --> Gleichung (4.4)
r_2 = 0.5*( xs-(1/pi)*sin(pi*xs)-0.5+0.5*cos(pi*xs) ); % --> Gleichung (4.11)

%% 3) Definition der 3 symmetrischen Beulenfunktionen Phi_1, Phi_2, Phi_3, welche orthogonal zueinander sind 1/Ts*int_{t_0}^{t_0+Ts} Phi_i*Phi_j dt = delta_{ij} wobei i,j=1,2,3
% --> Anhang E
Phi_1 = (1-cos(2*pi*xs));
n_1 = sqrt(Ns/(Phi_1*Phi_1));
Phi_1_1 = n_1*Phi_1;
Phi_1_2 = [ +(1-cos(4*pi*xs(1:Ns_12))), -(1-cos(4*pi*xs(Ns_12+1:Ns+1))) ];
n_2 = sqrt(Ns/(Phi_1_2*Phi_1_2));
Phi_1_2 = n_2*Phi_1_2;
A_3 = [ -(1+cos(4*pi*xs(Ns_14+1:Ns_34)))*Phi_1_1(Ns_14+1:Ns_34)', +(1-cos(4*pi*xs(Ns_24+1:Ns+1)))*Phi_1_1(Ns_24+1:Ns+1)'; ...
        -(1+cos(4*pi*xs(Ns_14+1:Ns_34)))*Phi_1_2(Ns_14+1:Ns_34)', +(1-cos(4*pi*xs(Ns_24+1:Ns+1)))*Phi_1_2(Ns_24+1:Ns+1)' ];
b_3 = [ -(1-cos(4*pi*xs(1:Ns_24)))*Phi_1_1(1:Ns_24)'; ...
        -(1-cos(4*pi*xs(1:Ns_24)))*Phi_1_2(1:Ns_24)' ];
c_3 = A_3\b_3;
Phi_1_3 = [ (1-cos(4*pi*xs(1:Ns_14))), ...
            (1-cos(4*pi*xs(Ns_14+1:Ns_24)))-c_3(1)*(1+cos(4*pi*xs(Ns_14+1:Ns_24))), ...
            c_3(2)*(1-cos(4*pi*xs(Ns_24+1:Ns_34)))-c_3(1)*(1+cos(4*pi*xs(Ns_24+1:Ns_34))), ...
            c_3(2)*(1-cos(4*pi*xs(Ns_34+1:Ns+1))) ];
n_3 = sqrt(Ns/(Phi_1_3*Phi_1_3));
Phi_1_3 = n_3*Phi_1_3;

```

```

%% 4) zusätzliche asymmetrische Funktion Phi_cm = Phi_4, orthogonal zu (1-s), r_2, Phi_1, Phi_2 -> 1 (Normierung) + 4 (orthogonale Beziehungen) + 1 (zurück zu 0) = 6 Segmente + 5 Beulen
% --> Auhang 2

A_cm = [ -(1-cos(6*pi*xs(Ns_16+1:Ns_36))) * onems(Ns_16+1:Ns_36)', +(1-cos(6*pi*xs(Ns_26+1:Ns_46))) * onems(Ns_26+1:Ns_46)', -(1-cos(6*pi*xs(Ns_36+1:Ns_56))) * onems(Ns_36+1:Ns_56)',
-(1-cos(6*pi*xs(Ns_46+1:Ns+1))) * onems(Ns_46+1:Ns+1)'; ...
r_2(Ns_46+1:Ns+1)' - (1-cos(6*pi*xs(Ns_16+1:Ns_36))) * Phi_1(Ns_16+1:Ns_36)', +(1-cos(6*pi*xs(Ns_26+1:Ns_46))) * Phi_1(Ns_26+1:Ns_46)', -(1-cos(6*pi*xs(Ns_36+1:Ns_56))) * Phi_1(Ns_36+1:Ns_56)', +(1-
cos(6*pi*xs(Ns_46+1:Ns+1))) * Phi_1(Ns_46+1:Ns+1)' - (1-cos(6*pi*xs(Ns_16+1:Ns_36))) * Phi_2(Ns_16+1:Ns_36)', +(1-cos(6*pi*xs(Ns_26+1:Ns_46))) * Phi_2(Ns_26+1:Ns_46)',
-(1-cos(6*pi*xs(Ns_36+1:Ns_56))) * Phi_2(Ns_36+1:Ns_56)', +(1-cos(6*pi*xs(Ns_46+1:Ns+1))) * Phi_2(Ns_46+1:Ns+1)'; ];

b_cm = [ -(1-cos(6*pi*xs(1:Ns_26))) * onems(1:Ns_26)'; ...
-(1-cos(6*pi*xs(1:Ns_26))) * r_2(1:Ns_26)'; ...
-(1-cos(6*pi*xs(1:Ns_26))) * Phi_1(1:Ns_26)'; ...
-(1-cos(6*pi*xs(1:Ns_26))) * Phi_2(1:Ns_26)'; ];

c_cm = A_cm \ b_cm;
Phi_cm = [ (1-cos(6*pi*xs(1:Ns_16))), (1-cos(6*pi*xs(Ns_16+1:Ns_26))) - c_cm(1) * (1-cos(6*pi*xs(Ns_26+1:Ns_36))) - c_cm(1) * (1-cos(6*pi*xs(Ns_26+1:Ns_36))), ...
c_cm(2) * (1-cos(6*pi*xs(Ns_36+1:Ns_46))) - c_cm(3) * (1-cos(6*pi*xs(Ns_36+1:Ns_46))), c_cm(4) * (1-cos(6*pi*xs(Ns_46+1:Ns_56))), c_cm(4) * (1-cos(6*pi*xs(Ns_46+1:Ns_56))) ];

n_cm = sqrt(Ns / (Phi_cm * Phi_cm'));
Phi_cm = n_cm * Phi_cm;

%% 5) zeitdiskrete Ableitungen der Beulen- und Basisfunktionen
dis = zeros(1,Ns+1);
dir_1 = zeros(1,Ns+1);
dir_2 = zeros(1,Ns+1);
dPhi_1 = zeros(1,Ns+1);
dPhi_2 = zeros(1,Ns+1);
dPhi_3 = zeros(1,Ns+1);
dPhi_cm = zeros(1,Ns+1);
dir_1(1) = 1/7s;
dir_2(1) = 1/7s;
dis(2:Ns) = 0.5 * (s(3:Ns+1) - s(1:Ns-1)) / Dt;
dir_1(2:Ns) = 0.5 * (r_1(3:Ns+1) - r_1(1:Ns-1)) / Dt;
dir_2(2:Ns) = 0.5 * (r_2(3:Ns+1) - r_2(1:Ns-1)) / Dt;
dPhi_1(2:Ns) = 0.5 * (Phi_1(3:Ns+1) - Phi_1(1:Ns-1)) / Dt;
dPhi_2(2:Ns) = 0.5 * (Phi_2(3:Ns+1) - Phi_2(1:Ns-1)) / Dt;
dPhi_3(2:Ns) = 0.5 * (Phi_3(3:Ns+1) - Phi_3(1:Ns-1)) / Dt;
dPhi_cm(2:Ns) = 0.5 * (Phi_cm(3:Ns+1) - Phi_cm(1:Ns-1)) / Dt;

%% 6) Definition der Ausgänge
ss = [ s; r_1; r_2];
diss = [dis; dir_1; dir_2];
pphi = [ Phi_1; Phi_2; Phi_3; Phi_cm];
dipphi = [ dPhi_1; dPhi_2; dPhi_3; dPhi_cm];

```



```

%% 2) Transformation der 6 Energiekomponenten (W_Sigma,alpha/beta/0, W_Delta,alpha/beta/0, W_Delta,0/alpha/beta, Wp_Sigma,0/alpha/beta) in '-Komponenten (Wp_Sigma,0/alpha/beta) --> gemäß "mmcddef_main" 7), Wp = W + fW2Wp
fW2Wp_SD_ab0 = @(i_DC,i_AC_ab,i_e_ab) ( [ +(1/4)*tL_e*(+i_e_ab(1,:)-2*i_e_ab(2,:))+ (1/3)*tL_e*(i_DC.*i_e_ab(1,:)) + (1/8)*(tL_AC+tL_e/2)*(+i_AC_ab(1,:)-2*i_AC_ab(2,:),:2); ...
+(1/4)*tL_e*(-2*i_e_ab(1,:)+i_e_ab(2,:)) + (1/3)*tL_e*(i_DC.*i_e_ab(2,:)) + (1/8)*(tL_AC+tL_e/2)*(-2*i_AC_ab(1,:)+i_AC_ab(2,:)); ...
+(1/4)*tL_e*(+i_e_ab(1,:)-2*i_e_ab(2,:))^2 + (1/6)*(tL_DC+tL_e/3)*i_DC.^2 + (1/8)*(tL_AC+tL_e/2)*(+i_AC_ab(1,:)-2*i_AC_ab(2,:),:2); ...
+(1/2)*tL_e*(+i_e_ab(1,:)+i_e_ab(2,:)).*i_e_ab(1,:)-i_AC_ab(2,:)+i_e_ab(2,:)) + (1/3)*tL_e*(i_DC.*i_e_ab(1,:)) + ...
+(1/2)*tL_e*(-i_AC_ab(1,:)+i_e_ab(2,:)-i_AC_ab(2,:)).*i_e_ab(1,:)) + (1/3)*tL_e*(i_DC.*i_e_ab(1,:)); ...
+(1/2)*tL_e*(+i_e_ab(1,:)+i_e_ab(2,:)-i_e_ab(1,:)+i_e_ab(2,:)).*i_e_ab(2,:)) + (1/3)*tL_e*(i_DC.*i_e_ab(2,:)) ] );

%% 3) JOB 1: Berechnung der Beulenamplitude A0 fuer den DC-Strom waehrend des Uebergangsintervalls Ts
--> Gleichung (4.8)
tu_Acaux_ab = tu_AC_ab + R_AC.*ti_AC_ab;
Phi0 = PPhi(1,:);
dPhi0 = dPPhi(1,:);
aa_S0 = +(1/6)*(tu_DC-2*R_DC.*ti_DC_g).*ti_DC_g - (1/4)*(+tu_Acaux_ab(1,:)+tu_Acaux_ab(2,:)).*ti_AC_ab(2,:);
bb_S0 = (1/6)*i_scale*(tu_DC-4*R_DC.*ti_DC_g).*Phi0;
c2 = -(1/3)*R_DC.*i_scale.^2*Ts;
c1 = Dt*sum(bb_S0);
c0 = -(Wp_SD_ab0_end_no(3)-Wp_SD_ab0_start(3)) * Dt*sum(aa_S0);
A0 = -(0.5*c1/c2)-sqrt((0.5*c1/c2).^2-(c0/c2));
ti_DC = ti_DC_g + A0.*i_scale.* Phi0;
tdii_DC = tdii_DC_g + A0.*i_scale.*dPhi0;

%% 4) JOB 2A: Berechnung der Beulenamplituden der inneren Kreisstroeme und der Common-Mode-Spannung fuer einen vollständig vorgegebenen eingeschwungenen Endzustand
--> Gleichung (4.9)

% Zuweisung Beulenfunktionen (moegliche Kombination) und deren Ableitungen
Phi_e1 = PPhi(ind_Phi(1),:);
Phi_e2 = PPhi(ind_Phi(2),:);
Phi_cm = PPhi(ind_Phi(3),:);
dPhi_e1 = dPPhi(ind_Phi(1),:);
dPhi_e2 = dPPhi(ind_Phi(2),:);

% Berechnung DC- & AC-Spannungen sowie Kreisstroeme und Common-Mode-Spannung, kompakte Schreibweise siehe Gleichungen (2.20)/ Seite 64
tu_Dce = tu_DC - 2*tL_DC.*tdii_DC - 2*R_DC.*ti_DC;
tu_Ace_ab = tu_AC_ab + L_AC.*tdii_AC_ab + R_AC.*ti_AC_ab;
tu_Acaux_ab = tu_AC_ab + R_AC.*ti_AC_ab;
ti_e_ab_g = ti_e_ab_g0 + x.* ti_e_ab_g1;
tdii_e_ab_g = tdii_e_ab_g0 + x.*tdii_e_ab_g1;
tu_cm_g = tu_cm_g0 + Y_cm.*tu_cm_g1;

% Darstellung der Energieaenderungen - linke Seite Gleichungsseite (4.9)
aa_Sa = transpose( +(1/2)*tu_Dce.*ti_e_ab_g(1,:) - (1/4)*(+tu_Acaux_ab(1,:)+tu_Acaux_ab(2,:)).*ti_AC_ab(2,:)) - (1/2)*tu_cm_g.*ti_AC_ab(1,:);
aa_Sb = transpose( -(1/2)*tu_Dce.*ti_e_ab_g(2,:) - (1/4)*(+tu_Acaux_ab(1,:)+tu_Acaux_ab(2,:)-tu_Acaux_ab(2,:)).*ti_AC_ab(1,:)) - (1/2)*tu_cm_g.*ti_AC_ab(2,:);
aa_D0 = transpose( -(+tu_Ace_ab(1,:)).*ti_e_ab_g(1,:)+tu_Ace_ab(2,:)).*ti_e_ab_g(2,:)) - (2/3)*tu_cm_g.*ti_DC;
aa_Da = transpose( +(1/2)*tu_Dce.*ti_AC_ab(1,:)) - (2/3)*tu_Ace_ab(1,:)+ti_DC - (+tu_Ace_ab(1,:)).*ti_e_ab_g(1,:)-tu_Ace_ab(2,:)).*ti_e_ab_g(2,:)) - 2*tu_cm_g.*ti_e_ab_g(1,:);
aa_Db = transpose( +(1/2)*tu_Dce.*ti_AC_ab(2,:)) - (2/3)*tu_Ace_ab(2,:)+ti_DC - (-tu_Ace_ab(1,:)).*ti_e_ab_g(2,:)-tu_Ace_ab(2,:)).*ti_e_ab_g(2,:));

% Darstellung der Energieaenderungen - rechte Gleichungsseite (4.9) Definition Matrix M
bb_Sa = [ transpose( +(1/2)*i_scale.*tu_Dce.*Phi_e1 ), ... % M1_1
transpose( +(1/2)*i_scale.*tu_Dce.*Phi_e2 ), ... % M1_2
zeros(length(Phi_e1),2), ...
transpose( -(1/2)*u_scale.*ti_AC_ab(1,:)).*Phi_cm ), ... % M1_5
transpose( +(1/2)*i_scale.*tu_Dce.*Phi_e1 ), ... % M2_3
transpose( +(1/2)*i_scale.*tu_Dce.*Phi_e2 ), ... % M2_5
transpose( -(1/2)*u_scale.*ti_AC_ab(2,:)).*Phi_cm ), ... % M3_1
transpose( -i_scale.*tu_Ace_ab(1,:)).*Phi_e1 ), ... % M3_2
transpose( -i_scale.*tu_Ace_ab(2,:)).*Phi_e1 ), ... % M3_3
transpose( -i_scale.*tu_Ace_ab(2,:)).*Phi_e2 ), ... % M3_4
transpose( -(2/3)*u_scale.*ti_DC.*Phi_cm ), ... % M3_5
transpose( -i_scale*(+tu_Ace_ab(1,:)+2*tu_cm_g)).*Phi_e1 ), ... % M4_1
transpose( -i_scale*(+tu_Ace_ab(1,:)+2*tu_cm_g)).*Phi_e2 ), ... % M4_2
transpose( +i_scale.*tu_Ace_ab(2,:)).*Phi_e1 ), ... % M4_3
transpose( +i_scale.*tu_Ace_ab(2,:)).*Phi_e2 ), ... % M4_4
transpose( -2*tu_scale.*ti_e_ab_g(1,:)).*Phi_cm ), ... % M4_5
transpose( +i_scale.*tu_Ace_ab(2,:)).*Phi_e1 ), ... % M5_1
transpose( +i_scale.*tu_Ace_ab(2,:)).*Phi_e2 ), ... % M5_2
transpose( -i_scale*(+tu_Ace_ab(1,:)+2*tu_cm_g)).*Phi_e1 ), ... % M5_3
transpose( -i_scale*(+tu_Ace_ab(1,:)+2*tu_cm_g)).*Phi_e2 ), ... % M5_4
transpose( -2*tu_scale.*ti_e_ab_g(2,:)).*Phi_cm ), ... % M5_5 ];

% D1 = transpose(-2*i_scale.*u_scale.*Phi_e1.*Phi_cm);
% D2 = transpose(-2*i_scale.*u_scale.*Phi_e2.*Phi_cm);

```

```

% Definition Matrix M gemäß vorheriger Elemente
MMS = [ Dt*sum(bb_Sa,1); ...
        Dt*sum(bb_Sb,1); ...
        Dt*sum(bb_D0,1); ...
        Dt*sum(bb_Da,1); ...
        Dt*sum(bb_Db,1) ];

% --> Gleichung (4.10), kompakte Notation des linearen Gleichungssystems der Energiekomponenten sowie Lösung/ Berechnung der Ausgänge
vV5 = [ (Wp_SD_ab0_end_no(1)*x_e*Wp_SD_ab0_end_lin(1)) -Wp_SD_ab0_start(1) - Dt*sum(aa_Sa); ...
        (Wp_SD_ab0_end_no(2)*x_e*Wp_SD_ab0_end_lin(2)) -Wp_SD_ab0_start(2) - Dt*sum(aa_Sb); ...
        (Wp_SD_ab0_end_no(6)*x_e*Wp_SD_ab0_end_lin(6)) -Wp_SD_ab0_start(6) - Dt*sum(aa_D0); ...
        (Wp_SD_ab0_end_no(4)*x_e*Wp_SD_ab0_end_lin(4)) -Wp_SD_ab0_start(4) - Dt*sum(aa_Da); ...
        (Wp_SD_ab0_end_no(5)*x_e*Wp_SD_ab0_end_lin(5)) -Wp_SD_ab0_start(5) - Dt*sum(aa_Db) ];

x15 = MMS\vv5;

%% 5) Berechnung der Ausgänge/ Entwurf der vollstaendigen Trajektorien aus den vorher berechneten Beulenamplituden
% Entwurf Trajektorie inneren Kreisströme (vollstaendig)
ti_e_ab = ti_e_ab_g + i_scale*( x15(1)* Phi_e1 + x15(2)* Phi_e2; x15(3)* Phi_e1 + x15(4)* Phi_e2 );
tdii_e_ab = tdii_e_ab_g + i_scale*( x15(1)*d1Phi_e1 + x15(2)*d1Phi_e2; x15(3)*d1Phi_e1 + x15(4)*d1Phi_e2 );

% Entwurf Trajektorie Common-Mode-Spannung (vollstaendig)
tu_cm = tu_cm_g + u_scale*x15(5)*Phi_cm;

% Berechnung der 6 Armströme (ti_pn_123) und deren Ableitungen (dii_pn_123)
ti_pn_123 = M_pn_from_SigmaDelta*( ti_e_ab; (1/3)* ti_DC; ti_AC_ab; 0*ti_DC );
tdii_pn_123 = M_pn_from_SigmaDelta*( tdii_e_ab; (1/3)*tdii_DC; tdii_AC_ab; 0*ti_DC );

% Berechnung der 6 Armenenergien, "normal" und "flach" (prime) tWp_pn_123 Komponenten
tWp_SD_ab0 = Wp_SD_ab0_start + Dt*( transpose( cumsum(aa_Sa)+cumsum(bb_Sa*x15) ); ...
        transpose( cumsum(aa_Sb)+cumsum(bb_Sb*x15) );
        cumsum(aa_S0)+A0*cumsum(bb_S0)+A0^2*(-(1/3)*R_DC*i_scale^2*cumsum(Phi0..2)); ...
        transpose( cumsum(aa_Da)+cumsum(bb_Da*x15)+cumsum(gg_D1)*x15(1)*x15(5)+cumsum(gg_D2)*x15(2)*x15(5) ); ...
        transpose( cumsum(aa_Db)+cumsum(bb_Db*x15)+cumsum(gg_D1)*x15(3)*x15(5)+cumsum(gg_D2)*x15(4)*x15(5) ); ...
        transpose( cumsum(aa_D0)+cumsum(bb_D0*x15) ) );
tWp_pn_123 = M_pn_from_SigmaDelta*tWp_SD_ab0;
tW_pn_123 = tWp_pn_123 - M_pn_from_SigmaDelta*fW2Wp_SD_ab0(ti_DC,ti_AC_ab,ti_e_ab);

% Berechnung 6 Arm-Eingangsspannungen (tu_pn_123)
tu_pn_123 = M_pn_from_SigmaDelta*( -L_e*tdii_e_ab-R_e*ti_e_ab; ...
        (1/2)*tu_DC-(L_DC+L_e/3)*tdii_DC-(R_DC+R_e/3)*ti_DC; ...
        -2*tu_AC_ab-2*(L_AC+L_e/2)*tdii_AC_ab-2*(R_AC+R_e/2)*ti_AC_ab; ...
        -2*tu_cm );

%% 6) Berechnung der bekannten Quetefunktion Jcost zur Evaluierung der Stärke der Leistungsschaltungen waehrend des Uebergangs
c_S_ab = 1;
c_D_0 = 0.5;
c_D_ab = 0.25;
Jcost = 0.5*c_S_ab*Dt*( (aa_Sa+bb_Sa*x15)*(aa_Sa+bb_Sa*x15) + (aa_Sb+bb_Sb*x15)*(aa_Sb+bb_Sb*x15) ) ...
        + 0.5*c_D_0 *Dt*( (aa_D0+bb_D0*x15)*(aa_D0+bb_D0*x15) ) ...
        + 0.5*c_D_ab *Dt*( (aa_Da+bb_Da*x15+x15(1)*x15(5)*gg_D1+x15(2)*x15(5)*gg_D2)*(aa_Da+bb_Da*x15+x15(1)*x15(5)*gg_D1+x15(2)*x15(5)*gg_D2) ...
        + (aa_Db+bb_Db*x15+x15(3)*x15(5)*gg_D1+x15(4)*x15(5)*gg_D2)*(aa_Db+bb_Db*x15+x15(3)*x15(5)*gg_D1+x15(4)*x15(5)*gg_D2) );
Jcost = Jcost/(u_scale^2/(u_AC));

```

```

#####
%% Funktion: "mmdef_Job2Bz_iterative" - "erweiterter Ansatz"
#####
% --> Entwurf der glatten Trajektorie des DC-Stromes, der inneren Kreisstroeme und der Common-Mode-Spannung während
% des kurzen Übergangsintervalls für einen vorgegebene Änderung der Armenenergien
% --> Job2B: Durchführung von Job2A, jedoch unter zusätzlicher Variation der Kreisstromamplitude im ss2 zur Minimierung der Quetefunktion
#####
%% Eingänge:
%
% * externe AC- und DC-Spannungen (tu_DC, tu_AC_ab) sowie vollständiger AC-Strom (tli_AC_ab)
% * glatter Grundanteil des DC-Stromes (tli_DC_g) sowie der inneren Kreisstroeme (ti_e_ab_g0, ti_e_ab_g1) & der Common-Mode-Spannung (tu_cm_g0, tu_cm_g1,) - jeweils getrennt in g0 & g1/g2
% * initialer Schätzwert der Lösung x16=[x15; x_e]
% * zeitliche Ableitungen der DC- und AC-Stroeme (tdli_DC_g, tdi_AC_ab) & inneren Kreisstroeme (tdli_e_ab_g0, tdi_e_ab_g1)
% * normierte finale Amplituden des Kreisstromes x_e & der Common-Mode-Spannung y_cm
% * anfangs- (Wp_SD_ab0_start) und finale (Wp_SD_ab0_end_no/Wp_SD_ab0_end_lin) "-Energiekomponenten
% * Zeitschritt Dt
% * Beulenfunktionen und deren zeitliche Ableitungen (PPhi, dipPhi) sowie Selektion des Index für die Beulenfunktionen Phi_sl/2 & Phi_cm (ind_Phi)
% * Parameter des MMCs & der Übertragungsleitung (param_MMC, param_DCAC)
% * Spannungs- und Stromskala (u_scale & i_scale)
% * maximale Anzahl an Interaktionen ii_max
#####
%% Ausgänge:
%
% * 6 Arm-Eingangsspannungen (tu_pn_123)
% * 6 Armströme (tli_pn_123) und deren Ableitungen (dli_pn_123)
% * 6 Armenenergien normal (tw_pn_123) & deren "flache" (prime) twp_pn_123 Komponenten
% * Beulenamplituden A0 zum Trajektorienesign des DC-Stromes (Job1)
% * 5 Beulenamplituden x15 (A1, A2, B1, B2, Cm) der inneren Freiheitsgrade zur Lösung von Job 2B, mit x_e=ampl_i_e_ss2/i_scale fuer einen optimalen Job2B
% * Guetefunktion waehrend des Uebergangsintervalls Jcost für die optimale Lösung des Job2B
#####
function [tu_pn_123, tli_pn_123, tw_pn_123, dli_pn_123, A0, x15, x_e, Jcost] = mmdef_Job1Job2B_iterative(tu_DC, tu_AC_ab, tli_DC_g, tli_e_ab_g0, tli_e_ab_g1, tdi_AC_ab, ...
tdli_e_ab_g0, tdi_e_ab_g1, tu_cm_g0, tu_cm_g1, x16_init, y_cm, Wp_SD_ab0_start, Wp_SD_ab0_end_no, ...
Wp_SD_ab0_end_lin, Dt, PPhi, dipPhi, ind_Phi, param_MMC, param_DCAC, u_scale, i_scale, ii_max)
#####
%% Struktur "mmdef_Job1Job2B" - "erweiterter Ansatz"
#####
%% 1) Definition Übergangsintervall Ts, Transformationsmatrizen M, Vektor param_MMC/ param_DCAC aus Schaltungsparameter MMC und Übertragungsleitungen
#####
%% 2) Transformation der 6 Energiekomponenten
#####
%% 3) JOB 1: Berechnung der Beulenamplituden der inneren Kreisstroeme und der Common-Mode-Spannung fuer einen vollständig vorgegebenen eingeschwungenen Endzustand
#####
%% 4) JOB 2B: Berechnung der Beulenamplituden A0 fuer den DC-Strom waehrend des Uebergangsintervalls Ts - analog zu "Grundansatz"
#####
% --> Amplitude der Kreisstroeme hinsichtlich der geringsten Energie-Oszillationsstärke während des Übergangsintervalls optimiert
#####
% --> Amplitude der Beulenamplituden und der Amplitude der Kreisstroeme, x16 = [A1/2; B1/2; Cm; ampl_i_e_ss2/i_scale]
#####
%% 5) iterative Lösung der Beulenamplituden und der Amplitude der Kreisstroeme, x16 = [A1/2; B1/2; Cm; ampl_i_e_ss2/i_scale]
#####
%% 6) Berechnung der Ausgänge/ Entwurf der vollständigen Trajektorien aus den vorher berechneten Beulenamplituden
#####
%% 7) Berechnung der bekannten Guetefunktion Jcost zur Evaluierung der Stärke der Leistungsozillationen während des Uebergangs
#####
#####
%% 1) Vorbetrachtungen
%
% Definition Übergangsintervall Ts
Ts = (length(tu_DC)-1)*Dt;
#####
%
% Definition der Matrizen M --> gemäß "mmdef_main" 6)
%
SD_alpha_beta=[(Sigma_alpha; Sigma_beta; Delta_0; Delta_beta; Delta_0) mit pn_123=[p1; p2; p3; n1; n2; n3]
M_123_from_alphabeta0 = [ 1 0 1; -1/2 sqrt(3)/2 1;
M_alpha_beta0_from_123 = [2/3 -1/3 -1/3; 0 1/sqrt(3) -1/sqrt(3); 1/3 1/3 1/3];
M_SigmaDelta_from_pn = [ 1/3 -1/6 -1/6 1/3 -1/6 -1/6; ...
1/6 1/6 1/6 1/6 1/6 1/6; ...
2/3 -1/3 -1/3 -2/3 1/3 1/3; ...
0 1/sqrt(3) -1/sqrt(3) 0 -1/sqrt(3) 1/sqrt(3); ...
1/3 1/3 1/3 -1/3 -1/3 -1/3];
M_pn_from_SigmaDelta = [ 1 0 1 1/2 0 1/2; ...
-1/2 *sqrt(3)/2 1 -1/4 +sqrt(3)/4 1/2; ...
-1/2 -sqrt(3)/2 1 -1/4 -sqrt(3)/4 1/2; ...
1 0 1 -1/2 0 -1/2; ...
-1/2 *sqrt(3)/2 1 1/4 -sqrt(3)/4 -1/2; ...
-1/2 -sqrt(3)/2 1 1/4 +sqrt(3)/4 -1/2];
#####
%
% Parameter des MMCs (param_MMC) & der Übertragungsleitung (param_DCAC) --> gemäß "mmdef_main" 4) & 5)
R_e = param_MMC(01);
L_e = param_MMC(02);
N_SM = param_MMC(03);
C_SM = param_MMC(04);
v_c = param_MMC(05);
w_AC = param_DCAC(01);
R_DC = param_DCAC(02);

```



```

bb_Da = [ transpose( -i_scale*(tu_Ace_ab(1,:)+2*tu_cm_g)*Phi_e1 ), ...
transpose( -i_scale*(tu_Ace_ab(1,:)+2*tu_cm_g)*Phi_e2 ), ...
transpose( +i_scale*tu_Ace_ab(2,:)*Phi_e1 ), ...
transpose( +i_scale*tu_Ace_ab(2,:)*Phi_e2 ), ...
transpose( -2*tu_scale*ti_e_ab_g(1,:)*Phi_cm ), ...
transpose( +i_scale*ti_e_ab_g(1,:)*Phi_cm ), ...
transpose( -(tu_Ace_ab(1,:)*ti_e_ab_g2(1,:)-tu_Ace_ab(2,:)*ti_e_ab_g2(2,:)+2*tu_cm_g*ti_e_ab_g2(1,:)) ) ];

bb_Db = [ transpose( +i_scale*tu_Ace_ab(2,:)*Phi_e1 ), ...
transpose( +i_scale*tu_Ace_ab(2,:)*Phi_e2 ), ...
transpose( -i_scale*(tu_Ace_ab(1,:)+2*tu_cm_g)*Phi_e1 ), ...
transpose( -i_scale*(tu_Ace_ab(1,:)+2*tu_cm_g)*Phi_e2 ), ...
transpose( -2*tu_scale*ti_e_ab_g(2,:)*Phi_cm ), ...
transpose( -(tu_Ace_ab(1,:)*ti_e_ab_g2(2,:)-tu_Ace_ab(2,:)*ti_e_ab_g2(1,:)+2*tu_cm_g*ti_e_ab_g2(2,:)) ) ];

% Kompakte Notation/ Gleichung (4.13) - Gamma
gg_D1 = transpose(-2*i_scale*u_scale*Phi_e1*Phi_cm);
gg_D2 = transpose(-2*i_scale*u_scale*Phi_e2*Phi_cm);
gg_D3 = transpose(-2*u_scale*ti_e_ab_g2(1,:)*Phi_cm);
gg_D4 = transpose(-2*u_scale*ti_e_ab_g2(2,:)*Phi_cm);

%% 5) Definition Matrix M und Vektor v fuer Gleichungssystem
MM56 = [ Dt*sum(bb_Sa,1)-[0,0,0,0,1]*Wp_SD_ab0_end_lin(1); ...
Dt*sum(bb_Sb,1)-[0,0,0,0,1]*Wp_SD_ab0_end_lin(2); ...
Dt*sum(bb_Db,1)-[0,0,0,0,1]*Wp_SD_ab0_end_lin(6); ...
Dt*sum(bb_Da,1)-[0,0,0,0,1]*Wp_SD_ab0_end_lin(4); ...
Dt*sum(bb_Db,1)-[0,0,0,0,1]*Wp_SD_ab0_end_lin(5); ...
(Wp_SD_ab0_end_lin(1)-Wp_SD_ab0_start(1)) - Dt*sum(aa_Sa); ...
(Wp_SD_ab0_end_lin(2)-Wp_SD_ab0_start(2)) - Dt*sum(aa_Sb); ...
(Wp_SD_ab0_end_lin(6)-Wp_SD_ab0_start(6)) - Dt*sum(aa_D0); ...
(Wp_SD_ab0_end_lin(4)-Wp_SD_ab0_start(4)) - Dt*sum(aa_Da); ...
(Wp_SD_ab0_end_lin(5)-Wp_SD_ab0_start(5)) - Dt*sum(aa_Db) ];

%% 5) Iterative Loesung der Beulenamplituden und der Amplitude der Kreisstroeme, x16 = [A1/2; B1/2; Cm; ampl_i_e_ss2/i_scale]
x16 = x16_init;
for ii=1:ii_max
    x16_prov = x16;
    bb_Da_aux = [x16_prov(5)*gg_D1, x16_prov(5)*gg_D2, 0*gg_D1, 0*gg_D2, x16_prov(1)*gg_D1+x16_prov(2)*gg_D2+x16_prov(6)*gg_D3, x16_prov(5)*gg_D3];
    aa_Dae = [0*gg_D1, 0*gg_D2, x16_prov(5)*gg_D1, x16_prov(5)*gg_D2, x16_prov(3)*gg_D1+x16_prov(4)*gg_D2+x16_prov(6)*gg_D4, x16_prov(5)*gg_D4];
    aa_Dbe = aa_Da - 0.5*bb_Dbe_aux*x16_prov;
    bb_Dae = bb_Da + bb_Da_aux;
    cc0 = 0.5*( c_S_ab*Dt*( aa_Sa*aa_Sa + aa_Sb*aa_Sb ) + c_D_0*Dt*( aa_D0*aa_D0 ) ...
+ c_D_ab*Dt*( aa_Da*aa_Da + aa_Db*aa_Db ) )/(u_scale^2*i_scale^2/w_AC);
    qqt = ( c_S_ab*Dt*( aa_Sa*bb_Sa + aa_Sb*bb_Sb ) + c_D_0*Dt*( aa_D0*bb_D0 ) ...
+ c_D_ab*Dt*( aa_Dae*bb_Dae + aa_Dbe*bb_Dbe ) )/(u_scale^2*i_scale^2/w_AC);
    pp = ( c_S_ab*Dt*( bb_Sa*bb_Sa + bb_Sb*bb_Sb ) + c_D_0*Dt*( bb_D0*bb_D0 ) ...
+ c_D_ab*Dt*( bb_Dae*bb_Dae + bb_Dbe*bb_Dbe ) )/(u_scale^2*i_scale^2/w_AC);
    MM_aux1 = PP\eye(6);
    MM_aux2 = (MM56-MM_aux1*MM56)\eye(5);
    MM_aux3 = MM_aux1*MM56*MM_aux2;
    x16 = 0.1*x16_prov + 0.9*( MM_aux3*v56 + (MM_aux3*MM56-eye(6))*MM_aux1*MM_aux1*qqt' );
    Jcost = cc0*qqt*x16+0.5*x16'*pp*x16;
    Jcost_opt = 0.5*c_S_ab*Dt*( aa_Sa*bb_Sa + aa_Sb*bb_Sb ) + c_D_0*Dt*( aa_D0*bb_D0*x16 ) ...
+ 0.5*c_D_0*Dt*( aa_D0*bb_D0*x16 ) + (aa_Sa+bb_Sa*x16) + (aa_Sb+bb_Sb*x16) ...
+ 0.5*c_D_ab*Dt*( aa_Dae*bb_Dae + aa_Dbe*bb_Dbe ) + (aa_Da+bb_Da*x16(1)*x16(5)+gg_D1+x16(2)*x16(6)*gg_D3)'*(aa_Da+bb_Da*x16(1)*x16(5)+gg_D1+x16(2)*x16(6)*gg_D3) ...
+ (aa_Db+bb_Db*x16(3)*x16(5)+gg_D1+x16(4)*x16(5)+gg_D2+x16(5)*x16(6)*gg_D4)'*(aa_Db+bb_Db*x16(3)*x16(5)+gg_D2+x16(5)*x16(6)*gg_D4) );
    Jcost_opt = Jcost_opt/(u_scale^2*i_scale^2/w_AC);

    fprintf( '\nIt iter=%g, |x16|= %g, Jcost=%g\n',ii,qqt(x16(1:5))*x16(6),Jcost,Jcost_opt );
end

%% 5) Berechnung der Ausgänge/ Entwurf der vollstaendigen Trajektorien aus den vorher berechneten Beulenamplituden und der Kreisstromamplituden
% Entwurf Trajektorie inneren Kreisstroeme (Vollstaendig)
x15 = x16(1:5);
x_e = x16(6);
ti_e_ab = ti_e_ab_g0 + x16(6)*tdli_e_ab_g2 + i_scale*( x16(1)*Phi_e1 + x16(2)*Phi_e2; x16(3)*Phi_e1 + x16(4)*Phi_e2 ];
tdli_e_ab = tdli_e_ab_g0 + x16(6)*tdli_e_ab_g2 + i_scale*( x16(1)*dPhi_e1 + x16(2)*dPhi_e2; x16(3)*dPhi_e1 + x16(4)*dPhi_e2 ];

```

```

% Entwurf Trajektorie Common-Mode-Spannung
tu_cm = tu_cm_g + u_scale*xif(5)*Phi_cm;

% Berechnung der 6 Armströme (ti_pn_123) und deren Ableitungen (tdii_pn_123)
ti_pn_123 = M_pn_from_SigmaDelta*[ ti_e_ab; (1/3)* ti_DC; ti_AC_ab; 0*ti_DC ];
tdii_pn_123 = M_pn_from_SigmaDelta*[ tdii_e_ab; (1/3)*tdii_DC; tdii_AC_ab; 0*ti_DC ];

% Berechnung der 6 Armenergien, "normal" und "flach" (prime) twp_pn_123 Komponenten
twp_SD_ab0 = Wp_SD_ab0_start + Dt*[ transpose( cumsum(aa_Sb)+cumsum(bb_Sb*xif6) ); ...
    cumsum(aa_S0)+A0*cumsum(bb_S0)+A0^2*(-1/3)*R_DC*ti_scale^2*cumsum(Phi0.^2)); ...
    transpose( cumsum(aa_Sb)+cumsum(bb_Sb*xif6) );
    transpose( cumsum(aa_Da)+cumsum(bb_Da*xif6)+cumsum(qg_D1)*xif6(1)*xif6(5)+cumsum(qg_D2)*xif6(2)*xif6(5)+cumsum(qg_D3)*xif6(5)*xif6(6) ); ...
    transpose( cumsum(aa_Db)+cumsum(bb_Db*xif6)+cumsum(qg_D1)*xif6(3)*xif6(5)+cumsum(qg_D2)*xif6(4)*xif6(5)+cumsum(qg_D4)*xif6(5)*xif6(6) ); ...
    transpose( cumsum(aa_D0)+cumsum(bb_D0*xif6) ) ];

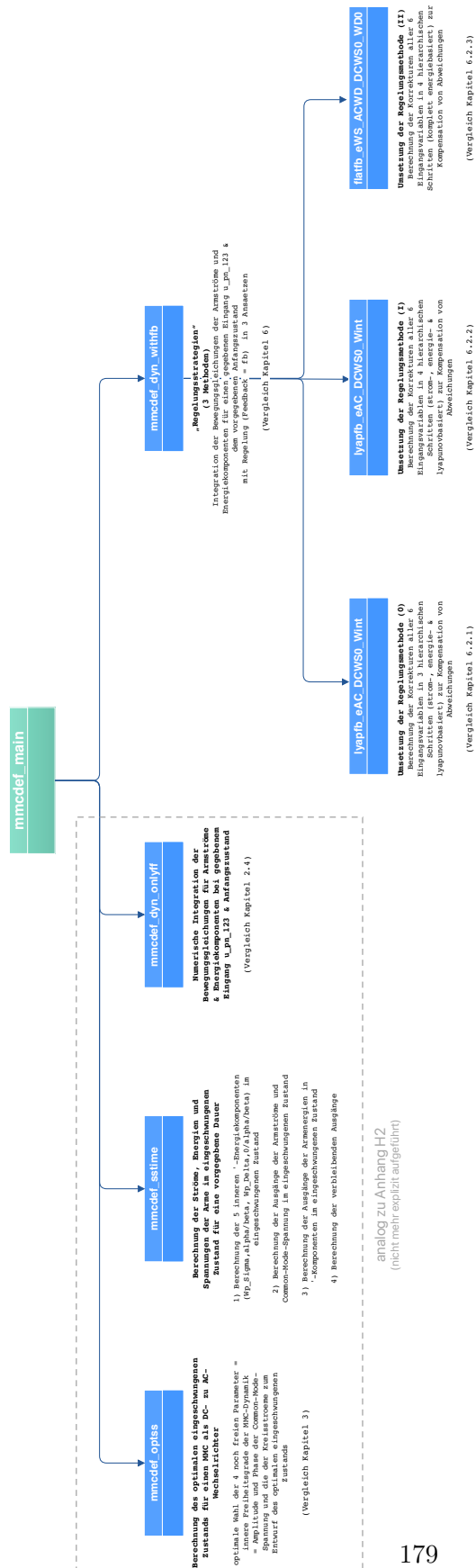
twp_pn_123 = M_pn_from_SigmaDelta*twp_SD_ab0;
tw_pn_123 = twp_pn_123 - M_pn_from_SigmaDelta*fN2Wp_SD_ab0(ti_DC,ti_AC_ab,ti_e_ab);

% Berechnung 6 Arm-Eingangsspannungen (tu_pn_123)
tu_pn_123 = M_pn_from_SigmaDelta*[ -L_e*tdii_e_ab-R_e*ti_e_ab; ...
    (1/2)*tu_DC-(L_DC+L_e/3)*tdii_DC-(R_DC+R_e/3)*ti_DC; ...
    -2*tu_AC_ab-2*(L_AC+L_e/2)*tdii_AC_ab-2*(R_AC+R_e/2)*ti_AC_ab; ...
    -2*tu_cm ];

%% 7) Berechnung der bekannten Quetefunktion Jcost zur Evaluierung der Stärke der Leistungsozillationen während des Uebergangs
Jcost = Jcost_opt;

```


H.3 Quellcode für die Abweichungskompensation für einen einzelnen MMC - Feedback Control - gemäß Kapitel 6 und 7



```

close all; clear all; clc;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% GRUNDLAGEN BLOCK "mmeder_main":
%% 1) Definition der Zeitpunkte
%% 2) Definition der Übergangszeitpunkte (Start, Dauer, Ende)
%% 3) Verhältnis der Amplitude der Common-Mode-Spannung zur Amplitude der AC-Spannung
%% 4) Definition der Schaltungsparameter
%% 5) Parameter-Vektoren für MMC & DC- & AC-Übertragungsleitungen
%% 6) Transformation der Matrix Komponenten M
%% 7) Transformation der 6 Energiekomponenten
%% 8) Berechnung aller 6 Energiekomponenten im eingeschwungenen Zustand
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% 1) Auflösung der Zeitschritte (s), AC-Frequenz (1/s), AC-Kreisfrequenz (rad/s), Array für 1 (oder mehr) AC Period(en)
Dt = 100e-6; % Auflösung des Zeitschritts, 0.1ms bzw. 100us
f_AC = 50; % Frequenz des Netzes in Hz
w_AC = 2*pi*f_AC;
t = 0:Dt:16*2*pi/w_AC; % Zeit-Array von x AC_Period(n) / Dauer der Simulation 6 Perioden (T = 2*pi/w_AC), von 0 beginnend bis 0.06s (3*2*pi/w_AC) alle 0.1 ms (Dt)
Nt = length(t); % Anzahl der Zeitschritte

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% 2) Zeitpunkte für Definition des Übergangsintervalls (Start, Dauer, Ende)
t0 = 0.49*t(end); % Beginn des Übergangs, 0.59 original
Ts = 7.2e-3; % Dauer des Übergangs = rund 1/3 der Periode
N0 = round(t0/Dt); % Rundung t0 zu Dt
Ns = round(Ts/Dt); % Rundung Ts zu Dt
Ns = 24*ceil(Ns/24); % Anpassung von Ns auf ein Vielfaches von 24 Zeitschritten --> das durch 3, 4, 6, 8 teilbar ist --> im späteren Verlauf für Beulenfunktionen bestimmt Anzahl siehe Funktion --> gen base simple)
Ts = Ns*Dt; % gerundet 7.2ms

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% 3) Berechnung des Verhältnisses der Amplitude der Common-Mode-Spannung zur Amplitude der AC-Spannung (Y_max = ampl_u_cm/ampl_u_AC)
% WICHTIG: Fall 1) bei der Berechnung des eingeschwungenen Zustands ist y = ampl_u_cm/ampl_u_AC
% WICHTIG: Fall 2) bei der Berechnung der Trajektorien der -Energiekomponenten (Zeile 63 - 71) wird die Common-Mode-Spannung normiert --> y = ampl_u_cm/u_scale
Y_max = 1/4;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% 4) Schaltungsparameter: Induktivitäten (H), Widerstände (Ohm), Anzahl der Submodule jedes Amtes, Kapazitäten jedes Submoduls (F), Reservefaktor
L_DC = 0.14; % Induktivität [H] der äußeren DC-Leitungen --> Abbildung 2.10 & 2.11
R_DC = 0.03; % Widerstand [Ohm] der äußeren DC-Leitungen --> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
L_AC = 0.8; % Induktivität [H] der äußeren AC-Leitungen --> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
R_AC = 0.8; % ohmscher Widerstand [Ohm] der äußeren AC-Leitungen --> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
L_e = 0.001; % Induktivität [H] der inneren Leitungen des MMCs --> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
R_e = 0.01; % ohmscher Widerstand [Ohm] der inneren Leitungen des MMCs --> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11), aktuell vernachlässigt
N_SM = 160; % Anzahl der Submodule in jedem Arm --> Gleichung (2.3)
C_SM = 3e-3; % Kapazität jedes Submodulkondensators [F] --> Gleichung (2.3)
V_C = 1.3; % Reservefaktor der Submodule, 1.3 = 30% --> Gleichung (3.9)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% 5) Parameter-Vektoren für MMC & DC- & AC-Übertragungsleitungen
param_MMC = [R_e, L_e, N_SM, C_SM, V_C]; % Definition der 5 Parameter des MMC als Zeilenvektor
param_DCAC = [w_AC, R_DC, L_DC, R_AC, L_AC]; % Definition der 5 Parameter der DC- & AC-Übertragungsleitungen als Zeilenvektor

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% 6) Definition der Matrizen M aus der Clarke Transformation
% Definition Vektor Sigma/Delta_alpha/beta/0 = [Sigma_alpha; Sigma_beta; Sigma_0; Delta_alpha; Delta_beta; Delta_0]
M_123_from_alpha_beta0 = [1 0 1; -1/2 sqrt(3)/2 1; -1/2 -sqrt(3)/2 1]; % Transformation vom 3-phasigen System aus alpha/beta/0-Komponenten (3x3 Matrix) --> Gleichung (2.4)
M_alpha_beta0_from_123 = [2/3 -1/3 -1/3; 0 1/sqrt(3) -1/sqrt(3); 1/3 1/3 1/3]; % Transformation von Alpha/Beta/0-Komponenten aus 3-phasigen System (3x3 Matrix) --> Gleichung (2.4)
M_SigmaDelta_from_pn = [1 1/3 -1/6 -1/6 1/3 -1/6 1/3 -1/6 1/3; 0 1/(2*sqrt(3)) 0 1/(2*sqrt(3)) -1/(2*sqrt(3)) -1/(2*sqrt(3)); ... % Definition der Matrizen von Sigma & Delta in Korrelation zu p_123 & n_123 für alpha/beta/0-Komponenten
1/6 1/6 1/6 -1/6 -1/6 -1/6 1/6 1/6 1/6; ... % --> Gleichung (2.9)
2/3 -1/3 -1/3 -2/3 1/3 1/3 -2/3 1/3 1/3; ...
0 1/sqrt(3) -1/sqrt(3) 0 -1/sqrt(3) 1/sqrt(3); ...
1/3 1/3 1/3 1/3 -1/3 -1/3 1/2 0 1/2; ... % Definition der Matrizen von p_123 & n_123 in Korrelation zu Sigma & Delta für alpha/beta/0-Komponenten
-1/2 +sqrt(3)/2 1 -1/4 +sqrt(3)/4 1/2; ... % --> Gleichung (2.9)
-1/2 -sqrt(3)/2 1 -1/4 -sqrt(3)/4 1/2; ...
1 0 -1/2 0 -1/2 0 -1/2 0 -1/2; ...
-1/2 +sqrt(3)/2 1 1/4 -sqrt(3)/4 -1/2; ...
-1/2 -sqrt(3)/2 1 1/4 +sqrt(3)/4 -1/2];

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% 7) Transformation der 6 Energiekomponenten (W_Sigma, alpha/beta/0, W_Delta, alpha/beta/0, W_prime-Komponenten (R_DC & L_DC = 3*R/L_DC+R/L_e bzw R_AC & L_AC = 2*R/L_DC+R/L_e --> Gleichung (2.16)), wobei f = Funktion
% Wp = W + fW2Mp --> Gleichung (2.21) und prime-Komponenten (R_DC & L_DC = 3*R/L_DC+R/L_e bzw R_AC & L_AC = 2*R/L_DC+R/L_e --> Gleichung (2.16)), wobei f = Funktion
% e definiert die unabhängigen Variablen in (), in den nächsten Klammern wird das Ergebnis definiert
fW2Mp_SD_ab0 = @(L_DC, L_AC_ab, i_e_ab) ( ... % symbolisieren: i_e_ab(1,:) = i_e_alpha & i_e_ab(2,:) = i_e_beta (analog für AC-Ströme)
+ (1/4)*L_e*exp(+i_e_ab(1,:)-2*i_e_ab(2,:)) + (1/3)*L_e*exp(i_DC.*i_e_ab(1,:)-2*i_AC_ab(2,:)-2); ... %W' Sigma_alpha, mit N_alpha [1 0; 0 -1]
+ (1/4)*L_e*exp(-2*i_e_ab(1,:)-2*i_e_ab(2,:)) + (1/3)*L_e*exp(i_DC.*i_e_ab(2,:)-2*i_AC_ab(1,:)-2); ... %W' Sigma_beta, mit N_beta [0 -1; -1 0]
+ (1/2)*L_e*exp(+i_e_ab(1,:)-i_e_ab(2,:))-i_e_ab(1,:)-i_e_ab(2,:)) + (1/3)*L_e*exp(i_DC.*i_e_ab(1,:)-2*i_AC_ab(2,:)-2); ... %W' Delta_alpha, mit N_alpha [1 0; 0 -1]
+ (1/2)*L_e*exp(-i_e_ab(1,:)-i_e_ab(2,:))-i_e_ab(1,:)-i_e_ab(2,:)) + (1/3)*L_e*exp(i_DC.*i_e_ab(1,:)-2*i_AC_ab(2,:)-2); ... %W' Delta_beta, mit N_beta [0 -1; -1 0]
);

```

```

%% 8) Berechnung aller 6 Energiekomponenten in `(prime)-Energiekomponenten im eingeschungenen Zustand
% 6 Energiekomponenten im eingeschungenen Zustand, unterteilt in Anteile ohne `(no)` mit einfacher `(lin)` oder quadratischer `(quad)`
% Abhängigkeit ob x, y --> deshalb wird bei lin ein vektor übergeben, da x und y und bei quad ist es y*x
% Normierung der Stromamplituden: x = amp_l_i_e/i_scale & Spannungsamplituden y = amp_l_u_cm/u_scale (R_e wird vernachlässigt)
% --> i_scale bzw. u_scale weil bei ss ist y normiert mit u_AC und beim Rest z.B. Übergang ist es u_scale = u_DC (dimensionslos); hier keine L_prime_AC da diese bei Flachheit auf anderen Gleichungsseite sind

%% Wp_Sigma_0 im eingeschungenen Zustand: Wp_S0_no + x^2*Wp_S0_quad --> Gleichung (2.21)
Wp_S0_no = @(t,W_ave,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC) ( (0*t) + W_ave + (1/6)*(L_DC*L_e/3)*amp_l_i_DC^2 + (1/8)*(L_AC*L_e/2)*amp_l_i_AC^2 );
Wp_S0_quad = @(t,i_scale) ( (0*t) + (1/4)*L_e*i_scale^2 );

%% W_Sigma_alpha im eingeschungenen Zustand: Wp_Sigma_alpha = Wp_Sa_no + [x, y]*Wp_Sa_lin --> Gleichung (3.6)
Wp_Sa_no = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,W_AC,u_scale,i_scale)
Wp_Sa_lin = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,phi_i_AC,W_AC,u_scale,i_scale,phi_i_e,phi_u_cm)

%% W_Sigma_beta im eingeschungenen Zustand: Wp_Sigma_beta = Wp_Sb_no + [x, y]*Wp_Sb_lin --> Gleichung (3.6)
Wp_Sb_no = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,W_AC,u_scale,i_scale)
Wp_Sb_lin = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,phi_i_AC,W_AC,u_scale,i_scale,phi_i_e,phi_u_cm)

%% W_Delta_0 im eingeschungenen Zustand: Wp_Delta_0 = 0 + [x, y]*Wp_D0_lin --> Gleichung (3.6)
Wp_D0_no = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,phi_i_AC,W_AC,u_scale,i_scale)
Wp_D0_lin = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,phi_i_AC,W_AC,u_scale,i_scale,phi_i_e,phi_u_cm)

%% W_delta_alpha im eingeschungenen Zustand: Wp_Delta_alpha = Wp_Da_no + [x, y]*Wp_Da_lin + x*y*Wp_Da_quad --> Gleichung (3.6)
Wp_Da_no = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,phi_i_AC,W_AC,u_scale,i_scale)
Wp_Da_lin = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,phi_i_AC,W_AC,u_scale,i_scale,phi_i_e,phi_u_cm)
Wp_Da_quad = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,phi_i_AC,W_AC,u_scale,i_scale,phi_i_e,phi_u_cm)

%% W_delta_beta im eingeschungenen Zustand: Wp_Delta_beta = Wp_Db_no + [x, y]*Wp_Db_lin + x*y*Wp_Db_quad --> Gleichung (3.6)
Wp_Db_no = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,phi_i_AC,W_AC,u_scale,i_scale)
Wp_Db_lin = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,phi_i_AC,W_AC,u_scale,i_scale,phi_i_e,phi_u_cm)
Wp_Db_quad = @(t,amp_l_u_DC,amp_l_u_AC,amp_l_i_DC,amp_l_i_AC,phi_i_AC,phi_i_AC,W_AC,u_scale,i_scale,phi_i_e,phi_u_cm)

%% Block I - A (ss1) %%
%% 1a) Parameter des Betriebspunktes im optimalen eingeschungenen Zustands (ss1):
% Parameter DC-Seite: extern vorgegebene DC-Spannung [V]
% Parameter AC-Seite: extern vorgegebene Amplitude der AC-Spannung [V], gewünschte & konstante Amplitude des AC-Stromes [A], Phase des AC-Stromes in Bezug auf die AC-Spannung
% Parameter MMC: N_SM, c gemasetz "GRUNDLAGEN BLOCK - 4) Schaltungsparameter" --> Beispiel gemasetz Tabelle 3.1
amp_l_u_DC_ss1 = 400e3; % Amplitude der DC-Spannung im eingeschungenen Zustand
amp_l_u_AC_ss1 = 250e3; % Amplitude der AC-Spannung im eingeschungenen Zustand
amp_l_i_AC_ss1 = 2e3; % Amplitude des AC-Stromes im eingeschungenen Zustand
phi_i_AC_ss1 = 15*pi/180; % Phase des AC-Stromes in Bezug auf die AC-Spannung im eingeschungenen Zustand

%% 2a) mittlere Energie/Arm (oder W_Sigma_0) im eingeschungenen Zustand --> Gleichung (3.9)
W_ave_ss1 = 0.5*c*_SM*N_SM*(v_c*_amp_l_u_DC_ss1/N_SM)^2;

```



```

#####
%% Funktion "mmdef_dyn_withfb" --> Regelungsstrategien gemäß Kapitel 6
%% Integration der Bewegungsgleichungen der Armströme und Energiekomponenten für einen gegebenen Eingang u_pn_123 & dem vorgegebenen Anfangszustand
%% ---> mit Regelung (feedback = fb) der 3 Regelungsmethoden
% * Stromdynamiken:
%   Li*M_Sigmabeta_dot_from_pn*di_pn_123/dt = -R*R'*M_Sigmabeta_from_pn*i_pn_123 + u_ext - M_Sigmabeta_dot_from_pn*u_pn_123 --> Gleichung (2.29)
%   wobei u_ext = [ 0; 0; (1/2)*u_DC; -2*u_AC*alpha_beta; -2*u_cm ]; u_cm = -(1/2)*u_Delta0 (common-mode Spannung) --> Gleichung (2.28)
% * Energiedynamiken:
%   dH_pn_123/dt = u_pn_123 * i_pn_123
%
% Struktur
%
% 0) Vorbetrachtungen: Definition der Matrizen M & der Parameter, Normierung ampl_i_e & ampl_u_cm, Transformation 'Energiekomponenten
% 1) zufällige Fluktuationen & zufällige Fluktuationen der externen DC- & AC-Spannungen sowie der Armspannungen
% 2) Regelungsmethoden (0), (I) & (II) gemäß Kapitel 6
% 3) Implementierung der Korrekturen in die Eingangsgrößen
%
% Eingänge: * Armspannungen (u_pn_123)
%            * Referenzspannungen (ungestoert) der externen DC- und AC-Spannungen (u_DC_ref, u_AC_123_ref)
%            * array der zufälligen Fluktuationen fuer die Spannungen (randu_fact)
%            * initialer Zustand der Armströme & Armennergien (i_pn_123_start, W_pn_123_start)
%            * Zeitarray (t)
%            * gewünschte (desired) Trajektorien der Armströme & Armennergien (i_pn_123_des, W_pn_123_des)
%            * gewünschte zeitliche Ableitungen der Ströme (dii_pn_123_des)
%            * Parameter des MMCs & der Übertragungsleitung (param_MMC,param_DCAC)
%            * Strom- und Spannungskalen (i_scale, u_scale)
%            * fb_flag: 3 = Methode (0), 5 = Methode (I) & 6 = Methode (II)
%
% Ausgänge: * Ergebnisse mit Korrektur der 6 Armströme (i_pn_123_result)
%            * Ergebnisse mit Korrektur der 6 Armennergien normal (W_pn_123_result)
#####
function [i_pn_123_result, W_pn_123_result] = mmdef_dyn_withfb(u_pn_123, u_DC_ref, u_AC_123_ref, randu_fact, i_pn_123_start, W_pn_123_start, t, i_pn_123_des, W_pn_123_des, param_MMC, param_DCAC, ...
    u_scale, i_scale, title_fig, nfig, plot_flag, fb_flag, separate_flag)

%% 0) Vorbetrachtungen
% Definition der Matrizen M --> gemäß "mmdef_main" 6)
M_123_from_alphabeta0 = [1 0 1; -1/2 sqrt(3)/2 1; -1/2 -sqrt(3)/2 1];
M_alphabeta0_from_123 = [2/3 -1/3 -1/3; 0 1/sqrt(3) -1/sqrt(3); 1/3 1/3 1/3];
M_Sigmabeta_dot_from_pn = [1 1/3 -1/6 -1/6 1/3 -1/6 -1/6; ...
    0 1/(2*sqrt(3)) -1/(2*sqrt(3)) 0 1/(2*sqrt(3)) -1/(2*sqrt(3)); ...
    1/6 1/6 1/6 1/6 1/6 1/6 1/6; ...
    2/3 -1/3 -1/3 -2/3 1/3 1/3; ...
    0 1/sqrt(3) -1/sqrt(3) 0 -1/sqrt(3) 1/sqrt(3); ...
    1/3 1/3 1/3 -1/3 -1/3 -1/3];
M_pn_from_Sigmabeta_dot = [1 1 0 1 -1/2 +sqrt(3)/2 1 -1/2 -sqrt(3)/2 1;
    -1/2 +sqrt(3)/2 1 -1/2 -sqrt(3)/2 1 1/2; ...
    -1/2 -sqrt(3)/2 1 -1/4 -sqrt(3)/4 1/2; ...
    1 0 1 -1/4 -sqrt(3)/4 1/2; ...
    1 0 1 -1/2 0 -1/2; ...
    -1/2 +sqrt(3)/2 1 1/4 -sqrt(3)/4 -1/2; ...
    -1/2 -sqrt(3)/2 1 1/4 +sqrt(3)/4 -1/2];

N_a = [+1, 0; 0, -1];
N_b = [0, -1; -1, 0];

% Definition einer gerampten Signum-Funktion
ssign = @(x) ((abs(x)<1)*x+(abs(x)>=1)*sign(x));

% Zeitschritte zur Integration
Dt = abs(t(2)-t(1));
Nt = length(t);

% Definition Vektor param_MMC und param_DCAC - Schaltungsparameter MMC und Übertragungsleitungen aus "mmdef_main" Grundlagenblock 4) & 5)
R_e = param_MMC(01);
L_e = param_MMC(02);
N_eSM = param_MMC(03);
C_eSM = param_MMC(04);
V_c = param_MMC(05);
W_AC = param_DCAC(01);
R_DC = param_DCAC(02);
L_DC = param_DCAC(03);
R_AC = param_DCAC(04);
L_AC = param_DCAC(05);

```

```

%% Induktivitäts- und Widerstandstensor --> Gleichung 2.28
IL = diag(IL_e, L_e, 3*(L_DC+L_e/3), 2*(L_AC+L_e/2), 2*(L_AC+L_e/2), 0*L_AC));
RR = diag(RR_e, R_e, 3*(R_DC+R_e/3), 2*(R_AC+R_e/2), 2*(R_AC+R_e/2), 2*(R_AC+R_e/2));

%% Energieskala
W_scale = u_scale*i_scale/w_AC;

%% Initialisierung der arrays für die pn_123 der Strome, Spannungen & Energien
u_pn_123_drive = u_pn_123;
i_pn_123_result = zeros(6,Nt);
W_pn_123_result = zeros(6,Nt);
i_pn_123_result(:,1) = i_pn_123_start(:,1);
W_pn_123_result(:,1) = W_pn_123_start(:,1);

%% Transformation der 6 Energiekomponenten (W_Sigma,alpha/beta/0, W_Delta,alpha/beta/0) in -Komponenten (Wp_Sigma,0/alpha/beta, Wp_Delta,0/alpha/beta) --> gemäß "mmoddef_main" 7); Wp = W + EW2Wp
fWpWp_SD_ab0 = @(i_DC,i_AC_ab,i_e_ab) ( [ +(1/4)*L_e*(+i_e_ab(1,:).^2-i_e_ab(2,:).^2) + (1/3)*L_e*(i_DC.*i_e_ab(1,:).^2-i_AC_ab(2,:).^2); ...
+(1/4)*L_e*(+i_e_ab(1,:).^2-i_e_ab(2,:).^2) + (1/3)*L_e*(i_DC.*i_e_ab(2,:).^2-i_AC_ab(2,:).^2); ...
+(1/4)*L_e*(+i_e_ab(1,:).^2-i_e_ab(2,:).^2) + (1/6)*(L_DC+L_e/3)*(i_DC.^2) + (1/8)*(L_AC+L_e/2)*(+i_AC_ab(1,:).^2-i_AC_ab(2,:).^2); ...
+(1/2)*L_e*(+i_AC_ab(1,:).^2-i_e_ab(2,:).^2) + (1/3)*L_e*(i_DC.*i_e_ab(1,:).^2-i_AC_ab(2,:).^2); ...
+(1/2)*L_e*(+i_AC_ab(1,:).^2-i_e_ab(2,:).^2) + (1/3)*L_e*(i_DC.*i_e_ab(2,:).^2); ...
+(1/2)*L_e*(+i_AC_ab(1,:).^2-i_e_ab(2,:).^2) + (1/3)*L_e*(i_DC.*i_e_ab(2,:).^2) ] );

%% 1) zufällige Fluktuationen & zufällige Fluktuationen der externen DC- & AC-Spannungen sowie der Armpennungen
randu_DC = randu_fact.randu_DC;
randu_AC = randu_fact.randu_AC;
randu_pn = randu_fact.randu_pn;

%% Abklingkonstante für Lyapunov-Funktion tau_v die Abweichungen inWp_Sigma_0, den internen Energiekomponenten & dem DC-Strom enthält (einfaches Lyapunovbasiertes Feedback)
tau_v = 2000*2*pi/w_AC;

%% zeitliche Ableitungen der Common-Mode-Spannung u_cm für die Referenztrajektorie
u_cm_ref = -0.5*W_SigmaDelta_from_pn(6,:)*u_pn_123;
dlu_cm_ref = circshift(u_cm_ref,-round(0.25*2*pi/(3*W_AC)/Dt));

%% Initialisierung der Eingangskorrekturen
Du_S_ab = [0; 0];
Du_S_0 = 0;
Du_D_ab = [0; 0];
Du_CM = 0;

%% zeitliche Integration der Dynamiken
V = zeros(1,Nt);
u_DC = u_DC_ref;
u_AC_123 = u_AC_123_ref;

for it=1:Nt-1
    % einwirkende externe Spannungen
    u_DC(it) = u_DC_ref(it).*(1+randu_DC(it));
    u_AC_123(:,it) = W_123_from_alpha_beta(:,it)*( (W_alpha_beta0_from_123(1:2,:)*u_AC_123_ref(:,it)).*(1+randu_AC(:,it)) );

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    %% 2) Regelungsmethoden (0), (I) & (II) gemäß Kapitel 6 %
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

    %% Methode (0)
    % direkte Kompensation in i_e,alpha/beta, energiebasierte Regelung fuer Abweichung in W'_Sigma,0 (als flacher Ausgangskomponente fuer DC-Strom & W'_Sigma,0 plus Lin-Sonntag & Lyapunovbasierte Regelung fuer Abweichungen in allen internen Energiekomponenten (bei jedem Zeitschritt)
    if (fb_flag(it)==3)
        %% Abklingkonstante tau_e für Di_e,alpha/beta
        tau_e = 2*Dt;

        %% Abklingkonstante tau_DC für die flache Ausgangskomponente DWp_Sigma,0
        tau_DC = 20*tau_e;

        %% neue Regelung - Methode (0):
        % 1) Kreis- & AC-Strome sofort korrigiert/ geregelt mit tau_e,
        % 2) flacheits-/energiebasierte Kompensation der Abweichungen der Gesamtenergie & des DC-Stromes mit tau_DC,
        % 3) Lyapunov-basierte Regelung/ Kompensation der Abweichungen aller internen Energiekomponenten

```

```

%% --> Aufruf function "lyapfb_eAC_DCWS0_Wint"

[Du_S_ab, Du_S_0, Du_D_ab, Du_cm, V(it)] = lyapfb_eAC_DCWS0_Wint(u_pn_123(:,it), i_pn_123_result(:,it), u_DC_ref(:,it), u_AC_123_ref(:,it), i_pn_123_des(:,it),
W_pn_123_des(:,it), dli_pn_123_des(:,it), Du_S_ab, Du_S_0, Du_D_ab, Du_cm, tau_e, tau_DC, param_MMC, param_DCAC, u_scale, it, Dt, separate_flag);

%% Methode (I)
% direkte Kompensation in i_e,alpha/beta, energiebasierte Kompensation in i_DC & W_Sigma,0, energiebasierte Kompensation in i_AC,alpha/beta & W_Sigma,alpha/beta, Lyapunov-basierte Regelung mit Lin-Sontag fuer
den Rest (fb_flag = 4)

elseif (fb_flag(it)==5)

    %% Abklingkonstante tau_e fuer Di_e,alpha/beta
    tau_e = 1*Dt;

    %% Abklingkonstante tau_AC für die flache Ausgangskomponente Dmp_Sigma,alpha/beta (zusammen mit Di_AC,alpha/beta)
    tau_AC = 7*tau_e;

    %% Abklingkonstante tau_DC für die flache Ausgangskomponente Dmp_Sigma,0 (zusammen mit Di_DC)
    tau_DC = 3*tau_AC;

    %% neue Regelung - Methode (I):
    % 1) Kreis- & AC-Strome sofort korrigiert/ geregelt,
    % 2) flacheits-/energiebasierte Kompensation der Abweichungen in Wp_Sigma,alpha/beta & der AC-Strome mit tau_AC,
    % 3) flacheits-/energiebasierte Kompensation der Abweichungen der Gesamtenergie & des DC-Stromes mit tau_DC,
    % 4) Lyapunov-basierte Regelung/ Kompensation der Abweichungen in Wp_Delta,0/alpha/beta

    %% --> Aufruf function "lyapfb_e_ACWS_DCWS0_Wp"

    [Du_S_ab, Du_S_0, Du_D_ab, Du_cm, V(it)] = lyapfb_e_ACWS_DCWS0_Wp(u_pn_123(:,it), i_pn_123_result(:,it), W_pn_123_result(:,it), u_DC_ref(:,it), u_AC_123_ref(:,it), i_pn_123_des(:,it),
W_pn_123_des(:,it), dli_pn_123_des(:,it), Du_S_ab, Du_S_0, Du_D_ab, Du_cm, tau_e, tau_AC, param_MMC, param_DCAC, u_scale,
i_scale, it, Dt, separate_flag);

%% Methode (II)
% energiebasierte Regelung fuer Abweichungen in Wp_Sigma,alpha/beta mit der Zeitskala tau_e, energiebasierte Regelung fuer Abweichungen in Wp_Delta,0/alpha/beta mit der Zeitskala tau_AC>tau_e
Abweichungen in Wp_Sigma,0 mit der Zeitskala tau_DC>tau_AC

elseif (fb_flag(it)==6)

    %% Abklingkonstante tau_e fuer flache Ausgangskomponente Dmp_Sigma,alpha/beta (zusammen mit Di_e,alpha/beta)
    tau_e = 4*Dt;

    %% Abklingkonstante tau_AC für flache Ausgangskomponente Dmp_Delta,alpha/beta (zusammen mit Di_AC,alpha/beta)
    tau_AC = 20*tau_e;

    %% Abklingkonstante tau_DC für flache Ausgangskomponente Dmp_Sigma,0 (zusammen mit Di_DC)
    tau_DC = 2*tau_AC;

    %% neue Regelung - Methode (II):
    % 1) flacheits-/energiebasierte Kompensation der Abweichungen der Kreisströme & Wp_Sigma,alpha/beta mit tau_e,
    % 2) flacheits-/energiebasierte Kompensation der Abweichungen der AC-Strome und Wp_Delta,0/alpha/beta mit tau_AC,
    % 3) flacheits-/energiebasierte Kompensation der Abweichungen der Gesamtenergie & des DC-Stromes mit tau_DC,
    % 4) flacheits-/energiebasierte Kompensation der Abweichungen der Wp_Delta,0-Energiekomponenten mit tau_cm

    %% --> Aufruf function "flatfb_ews_ACWD_DCWS0_WD0"

    [Du_S_ab, Du_S_0, Du_D_ab, Du_cm] = flatfb_ews_ACWD_DCWS0_WD0(u_pn_123(:,it), i_pn_123_result(:,it), W_pn_123_result(:,it), u_DC_ref(:,it), u_AC_123_ref(:,it), i_pn_123_des(:,it),
W_pn_123_des(:,it), dli_pn_123_des(:,it), Du_S_ab, Du_S_0, Du_D_ab, Du_cm, tau_e, tau_AC, param_MMC, param_DCAC, u_scale,
i_scale, it, Dt, separate_flag);

else %% keine Regelung
    Du_S_ab = [0; 0];
    Du_S_0 = 0;
    Du_D_ab = [0; 0];
    Du_cm = 0;
    V(it) = 0;
end

```

```

%% 3) Implementierung der Korrekturen in die Eingangsgrößen
u_pn_123_drive(:,it) = u_pn_123(:,it) + M_pn_from_SigmaDelta*[Du_S_ab; Du_S_0; Du_D_ab; -2*Du_om];

% aktuelle Eingänge der steuernden Spannungen & externen Spannungen
u_pn_123_drive(:,it) = u_pn_123_drive(:,it).*(1+randu_pn(:,it));
u_ext = [ 0; 0; 0.5*u_DC(it); -2*M_alpha_beta0_from_123*u_AC_123(:,it)+0; 0; 1]*M_SigmaDelta_from_pn(6,:)*u_pn_123_drive(:,it) ];

% einen Zeitschritt nach vorne in i_pn_123=[i_p1; i_p2; i_p3; i_n1; i_n2; i_n3] (Nutzung der Mittelpunktdikretisierung)
i_pn_123_result(:,it+1) = ( (LL+0.5*Dt*RR)*M_SigmaDelta_from_pn ) \ ( (LL+0.5*Dt*RR)*M_SigmaDelta_from_pn*i_pn_123_result(:,it) + Dt*u_ext - Dt*M_SigmaDelta_from_pn*u_pn_123_drive(:,it));

% einen Zeitschritt nach vorne in W_pn_123=[W_p1; W_p2; W_p3; W_n1; W_n2; W_n3] (Nutzung der Mittelpunktdikretisierung)
W_pn_123_result(:,it+1) = W_pn_123_result(:,it) + 0.5*Dt*u_pn_123_drive(:,it).*(i_pn_123_result(:,it)+i_pn_123_result(:,it+1));

end

```



```

- 1/4*c_s_ab*( (Dwp_SD_ab0(1:2)/W_scale)*1 (M_SigmaDelta_from_pn(4:5,:)*i_pn_123_des/i_scale)'*N_a*(Du_AC_ab/u_scale); (M_SigmaDelta_from_pn(4:5,:)*i_pn_123_des/i_scale)'*N_b*(Du_AC_ab/u_scale) ] ) ...
- c_D_0 *(Dwp_SD_ab0(6)/W_scale)*( (M_SigmaDelta_from_pn(1:2,:)*i_pn_123_des/i_scale)'*N_a*(Du_AC_ab/u_scale) ) ...
- c_D_ab *( (Dwp_SD_ab0(4:5)/W_scale)*1 (M_SigmaDelta_from_pn(1:2,:)*i_pn_123_des/i_scale)'*N_a*(Du_AC_ab/u_scale); (M_SigmaDelta_from_pn(1:2,:)*i_pn_123_des/i_scale)'*N_b*(Du_AC_ab/u_scale) ] ) ...
- 2/3*c_D_ab*(3*M_SigmaDelta_from_pn(3,:)*i_pn_123_des/i_scale)*( (Dwp_SD_ab0(4:5)/W_scale)'*N_a*(Du_AC_ab/u_scale) ) ...
- 1/2*c_D_ab*( (Dwp_SD_ab0(4:5)/W_scale)'*M_SigmaDelta_from_pn(4:5,:)*i_pn_123_des/i_scale)'*(Du_DC/u_scale);
b_cm = - 1/2*c_s_ab*( (Dwp_SD_ab0(1:2)/W_scale)'*M_SigmaDelta_from_pn(4:5,:)*i_pn_123_des/i_scale) ) ...
- 2/3*c_D_0 *(3*M_SigmaDelta_from_pn(3,:)*i_pn_123_des/i_scale)*(Dwp_SD_ab0(6)/W_scale) ...
- 2*c_D_ab *( (Dwp_SD_ab0(4:5)/W_scale)'*M_SigmaDelta_from_pn(1:2,:)*i_pn_123_des/i_scale) );

% Lin-Sontag Beziehung fuer die Regelung der Korrektur in u_cm
Du_cm = 0;
ur_max_cm_eff = ur_max_cm;
beta_max = c_s_ab*1/2*0.1*0.1 + c_D_0*2/3*0.1*0.1 + c_D_ab*2*0.1*0.1;
if (a_cm>0 && a_cm>abs(b_cm)*ur_max_cm)
% fprintf(1,'\n\t\t WARNING: Sontag Formel fuer u_cm nicht erfuehlt bei it=%d, alpha/(abs(beta)*ur_max)=%g, it,a_cm/(abs(b_cm)*ur_max_cm_eff));
ur_max_cm_eff = 1.1*a_cm/(abs(b_cm)*ur_max_cm_eff)*ur_max_cm_eff;
end

phiv_cm = (abs(b_cm*ur_max_cm_eff))^0.1;
if (abs(b_cm)>1e-10)
if (a_cm>0)
% Sontag-Formel in adimensional Form
Du_cm = -ur_max_cm_eff*sign(b_cm)*( a_cm/(abs(b_cm)*ur_max_cm_eff) + sqrt( (a_cm/(b_cm*ur_max_cm_eff))^2 + phiv_cm^2 ) )/(1 + sqrt(1+phiv_cm^2));
else
Du_cm = -ur_max_cm_eff*sign(b_cm/beta_max);
end

Du_cm = -( a_cm + sqrt(a_cm^2+(b_cm*ur_max_cm_eff)^2+phiv_cm^2 ) )/(b_cm*( 1 + sqrt(1+phiv_cm^2) )); % --> Gleichung (6.22)

end

Du_cm = Du_cm*u_scale;
Du_cm = sign(Du_cm)*min(abs(Du_cm),u_cm_max);
% Rueckrechnung in Spannungseinheiten in Du_cm = -1/2*Du_Delta,0
% Begrenzung von u_cm

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Funktion "lyapfb_e_AONS_DCN50_MD"
%% --> Umsetzung der Regelungsmethode (1) gemäß Kapitel 6.2.2, Berechnung der Korrekturen aller 6 Eingangsvariablen in 4 Schritten
%% 0) Vorbetrachtungen: Initiale Werte der Korrekturen, Definition der Matrizen M & der Parameter, Transformation "-Energiekomponenten
%% 1) Referenzspannungen und Abweichungen
%% 2) Regelungskorrekturen fuer Methode (0)
%% Eingänge:
%% * Armspannungen u_pn_123
%% * Ergebnisse der 6 Armströme (i_pn_123_result) & 6 Armenergien (W_pn_123_result)
%% * externe DC-Spannung (u_DC) & externe AC-Spannungen (u_AC_123) sowie jeweilige Referenzgrößen (u_DC_ref, u_AC_123_ref)
%% * gewünschte (desired) Trajektorien der Armstroeme & Armenergien (i_pn_123_des, W_pn_123_des)
%% * gewünschte zeitliche Ableitungen der Armstroeme (di_i_pn_123_des)
%% * zeitliche Ableitung Referenzspannung (diu_cm_ref)
%% * initiale Werte der Korrekturen aller 6 Eingangsvariablen (Du_S_0_current, Du_S_0_current, Du_cm_current)
%% * zeitlich Abklingkonstanten (tau_e, tau_AC & tau_DC)
%% * Parameter des MMCs & der Übertragungsleitung (param_MMC, param_DCAC)
%% * Strom- und Spannungsskalen (i_scale, u_scale)
%% * Zeitschritt (Dt)
%% Ausgänge:
%% * Korrektur der Eingangsvariablen (Du_S_ab, Du_S_0, Du_D_ab, Du_cm, V)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [Du_S_ab, Du_S_0, Du_D_ab, Du_cm, V] = lyapfb_e_AONS_DCN50_MD(u_pn_123, i_pn_123_result, W_pn_123_result, u_DC, u_AC_123, u_DC_ref, u_AC_123_ref,
    diu_cm_ref, Du_S_0_current, Du_S_0_current, Du_D_ab_current, tau_e, tau_AC, tau_DC, param_MMC, param_DCAC, u_scale, i_scale, it, Dt, separate_flag)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% 0) Vorbetrachtungen
%% Initiale Werte der Korrekturen aller 6 Eingangsvariablen
Du_S_ab = Du_S_0_current;
Du_S_0 = Du_S_0_current;
Du_D_ab = Du_D_ab_current;
Du_cm = Du_cm_current;

%% Definition der Matrizen M --> gemäß "mmedef_main" 6)
M_123_from_alpha0 = [1 0 1; -1/2 sqrt(3)/2 1; -1/2 -sqrt(3)/2 1];
M_alpha0_from_123 = [2/3 -1/3 -1/3; 0 1/sqrt(3) -1/sqrt(3); 1/3 1/3 1/3];
M_SigmaDelta_from_pn = [1/3 -1/6 -1/6 1/3 -1/6 -1/6; ...
    0 1/(2*sqrt(3)) -1/(2*sqrt(3)) 0 1/(2*sqrt(3)) -1/(2*sqrt(3)); ...
    1/6 1/6 1/6 1/6 1/6 1/6; ...
    2/3 -1/3 -1/3 -2/3 1/3 1/3; ...
    0 1/sqrt(3) -1/sqrt(3) 0 -1/sqrt(3) 1/sqrt(3); ...
    1/3 1/3 1/3 -1/3 -1/3 -1/3];
M_pn_from_SigmaDelta = [1 0 1 1/2 0 1/2; ...
    -1/2 +sqrt(3)/2 1 -1/4 +sqrt(3)/4 1/2; ...
    -1/2 -sqrt(3)/2 1 -1/4 -sqrt(3)/4 1/2; ...
    1 0 1 -1/2 0 -1/2; ...
    -1/2 +sqrt(3)/2 1 1/4 -sqrt(3)/4 -1/2; ...
    -1/2 -sqrt(3)/2 1 1/4 +sqrt(3)/4 -1/2];

N_a = [+1, 0, 0, -1];
N_b = [0, -1, -1, 0];

%% Definition einer getarnten Signum-Funktion
ssign = @(x) ((abs(x)<1)*x+(abs(x)>=1)*sign(x));

%% Definition Vektor param_MMC und param_DCAC - Schätzungsparameter MMC und Übertragungsleitungen aus "mmedef_main" Grundlagenblock 4) & 5)
R_e = param_MMC(01);
L_e = param_MMC(02);
N_SM = param_MMC(03);
C_SM = param_MMC(04);
v_C = param_MMC(05);
w_AC = param_DCAC(01);
R_DC = param_DCAC(02);
L_DC = param_DCAC(03);
R_AC = param_DCAC(04);
L_AC = param_DCAC(05);

%% Induktivitäts- und Widerstandstensor --> Gleichung 2.28
LL = diag([L_e, L_e, 3*(L_DC+L_e/3), 2*(L_AC+L_e/2), 2*(L_AC+L_e/2), 0*L_AC]);
RR = diag([R_e, R_e, 3*(R_DC+R_e/3), 2*(R_AC+R_e/2), 2*(R_AC+R_e/2), 0]);

%% Energieskala
w_scale = u_scale*i_scale/w_AC;

```

```

% Transformation der 6 Energiekomponenten (W_Sigma,alpha/beta/0, W_Delta,alpha/beta/0) in -Komponenten (Wp_Sigma,0/alpha/beta, Wp_Delta,0/alpha/beta) --> genl0 "mmodel_main" 7); Wp = W + fW2Wp
fW2Wp_SD_ab0 = @(i_DC,i_AC,ab,i_e_ab) ( [ +(1/4)*u_L_e*(+i_e_ab(1,:)-2*i_e_ab(2,:)-2)+ (1/3)*u_L_e*(i_DC.*i_e_ab(1,:)) + (1/8)*(u_AC+u_e/2)*(+i_AC_ab(1,:)-2*i_AC_ab(2,:)-2); ...
+(1/4)*u_L_e*(-2*i_e_ab(1,:)+i_e_ab(2,:)-2) + (1/3)*u_L_e*(i_DC.*i_e_ab(2,:)) + (1/8)*(u_AC+u_e/2)*(-2*i_AC_ab(1,:)+i_AC_ab(2,:)); ...
+(1/4)*u_L_e*(+i_e_ab(1,:)-2*i_e_ab(2,:)-2) + (1/6)*(u_DC+u_e/3)*(i_DC.*2) + (1/8)*(u_AC+u_e/2)*(+i_AC_ab(1,:)-2*i_AC_ab(2,:)-2); ...
+(1/2)*u_L_e*(+i_e_ab(1,:)+i_e_ab(2,:)+i_e_ab(1,:)+i_e_ab(2,:)) + (1/3)*u_L_e*(i_DC.*i_e_ab(1,:)) ...
+(1/2)*u_L_e*(-i_AC_ab(1,:)+i_e_ab(2,:)-i_e_ab(1,:)+i_e_ab(2,:)) + (1/3)*u_L_e*(i_DC.*i_e_ab(1,:))
+(1/2)*u_L_e*(+i_AC_ab(1,:)+i_e_ab(1,:)+i_e_ab(2,:)+i_e_ab(2,:)) ];

%% 1) Referenzwerte und Abweichungen
% AC-Referenzspannung & AC-Referenz-Strom in alpha/beta Komponenten
u_AC_ab_ref = M_alpha_beta0_from_123(1:2,:)*u_AC_123_ref;
i_AC_ab_ref = M_SigmaDelta_from_pn(4:5,:)*i_pn_123_des;

% Referenz DC-Strom
i_DC_ref = 3*M_SigmaDelta_from_pn(3,:)*i_pn_123_des;

% Referenz Common-Mode-Spannung (u_cm)
u_cm_ref = -0.5*M_SigmaDelta_from_pn(6,:)*u_pn_123;

% Referenz Kreisströme
i_e_ab_ref = M_SigmaDelta_from_pn(1:2,:)*i_pn_123_des;

% Abweichungen (D = deviations) in den externen Spannungen, Strom- und Energiekomponenten von der gewünschten Trajektorie
Du_DC = u_DC-u_DC_ref;
Du_AC_ab = M_alpha_beta0_from_123(1:2,:)*(u_AC_123-u_AC_123_ref);
Di_DC = 3*M_SigmaDelta_from_pn(3,:)*i_pn_123_result-i_pn_123_des;
Di_AC_ab = M_SigmaDelta_from_pn(4:5,:)*i_pn_123_result-i_pn_123_des;
Di_e_ab = M_SigmaDelta_from_pn(1:2,:)*i_pn_123_result-i_pn_123_des;
DWP_SD_ab0 = M_SigmaDelta_from_pn*( W_pn_123_result - W_pn_123_des ) ...
+ fW2Wp_SD_ab0(3*M_SigmaDelta_from_pn(3,:)*i_pn_123_result,M_SigmaDelta_from_pn(4:5,:)*i_pn_123_des,M_SigmaDelta_from_pn(1:2,:)*i_pn_123_des);

% Definition des Maximums u_cm für die Iih-Sontag-Gleichung
u_cm_max = 0.15*abs(u_cm_ref);
ur_max_cm = u_cm_max/u_scale;

%% 2) Regelungskorrekturen fuer Methode (1) %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Methode (1) - Schritt 1
if ( (separate_flag==1 && mod(it,tau_e/Dt)==0) || (separate_flag==0) )
% in jedem Zeitschritt tau_e/Dt wenn separate_flag=1, andererseits immer aktiv

% Korrektur in u_Sigma,alpha/beta zur Kompensation der Abweichungen in den inneren Kreisströmen
% --> Gleichung (6.24)
Du_S_ab = u_e/tau_e*Di_e_ab;

end

%% Methode (1) - Schritt 2
if ( (separate_flag==1 && mod(it,tau_AC/Dt)==0) || (separate_flag==0) )
% in jedem Zeitschritt tau_AC/Dt time steps wenn separate_flag=1, andererseits immer aktiv

% energiebasierte Korrektur von u_Delta,alpha/beta fuer das asymptotische Abklingen von DWP_Sigma,alpha/beta
% es wird angenommen, dass a) d/dt Du_DC = 0 = d/dt Du_AC_ab (Abweichungen in den externen Spannungen ändern sich nicht in jedem Zeitschritt Dt)
% b) d/dt u_DC_ref = 0 = d/dt i_DC_ref & d/dt u_AC_ref = W_AC(0, -1; 1, -0)*u_AC_ab_ref (eingeschwungener Zustand)
% --> Gleichung (6.28)

TT = [ ((u_AC_ab_ref+2*R_AC+i_AC_ab_ref)/u_scale)^*N_a; ((u_AC_ab_ref+2*R_AC+i_AC_ab_ref)/u_scale)^*N_b ] + 2*(u_cm_ref/u_scale)*eye(2);
Xi_S_ab = -1/4*( (u_AC_ab_ref+2*R_AC+i_AC_ab_ref)/u_scale)^*[0, +1; -1, 0]*N_a; ((u_AC_ab_ref+2*R_AC+i_AC_ab_ref)/u_scale)^*[0, +1; -1, 0]*N_b ]*(Di_AC_ab/i_scale) ...
-1/2*( (Du_u_cm_ref/(u_AC+u_scale))*Di_AC_ab/i_scale) ... % vernachlässigbar
+1/4*(R_AC/(W_AC*(u_AC+u_e/2)))*((u_AC_ab_ref+2*R_AC+i_AC_ab_ref)/u_scale) ... % vernachlässigbar
+1/2*(R_AC/(W_AC*(u_AC+u_e/2)))*(u_cm_ref/u_scale)*(Di_AC_ab/i_scale) ...
-1/4*( (i_AC_ab_ref/i_scale)^*[0, +1; -1, 0]*N_a; (i_AC_ab_ref/i_scale)^*[0, +1; -1, 0]*N_b ]*(Du_AC_ab/u_scale) ...
-2*( (i_e_ab_ref/i_scale)^*[0; -1]; (i_e_ab_ref/i_scale)^*[1; 0] )*(Du_S_0_current/u_scale) ...
-1/2*( (i_e_ab_ref/i_scale)^*[0; -1]; (i_AC_ab_ref/i_scale)^*[1; 0] )*(Du_cm_current/u_scale) ...
-(1/(W_AC+tau_AC))*1/4*( ((u_AC_ab_ref+2*R_AC+i_AC_ab_ref)/u_scale)^*N_a; ((u_AC_ab_ref+2*R_AC+i_AC_ab_ref)/u_scale)^*N_b ]*(Di_AC_ab/i_scale) ...
-(1/(W_AC+tau_AC))*1/2*( (u_cm_ref/u_scale)*(Di_AC_ab/i_scale) ...
-(1/(W_AC+tau_AC))*1/4*( (i_AC_ab_ref/i_scale)^*N_a; (i_AC_ab_ref/i_scale)^*N_b ]*(Du_AC_ab/u_scale) ...
+(1/(W_AC+tau_AC))*1*( (i_e_ab_ref/i_scale)*(Du_S_0_current/u_scale) ...
-(1/(W_AC+tau_AC))*1/2*(i_AC_ab_ref/i_scale)*(Du_cm_current/u_scale) ...
+(1/(W_AC+tau_AC))*2*(DWP_SD_ab0(1)/W_scale; DWP_SD_ab0(2)/W_scale);
Du_D_ab = -2*Du_AC_ab - 8*i_scale*W_AC*(u_AC+u_e/2)*(TT*Xi_S_ab);

end

```

```

%% Methode (1) - Schritt 3
if ( (separate_flag==1 && mod(it,tau_DC/Dt)==0) || (separate_flag==0) ) % in jedem Zeitschritt tau_DC/Dt time steps wenn separate_flag=1, andererseits immer aktiv

    % energiebasierte Korrektur von u_sigma,0 fuer das asymptotische Abklingen von Wp.Sigma,0
    % es wird angenommen, dass a) d/dt Du_DC = 0 = d/dt Du_AC,ab (Abweichungen in den externen Spannungen aendern sich nicht in jedem Zeitschritt Dt)
    % b) d/dt u_DC_ref = 0 = d/dt u_AC,ab_ref = u_AC*[0, -1, 1, -0]*u_AC,ab_ref
    % c) zeitliche Ableitung der Abweichungen auf der AC-Seite sind vernachlässigbar (Abweichungen auf der AC-Seite sind auf der Zeitskala zur Berechnung von Du_Sigma,0 nicht so relevant
    % wie Abweichungen auf der DC-Seite).
    % --> Gleichung (6.29)

    Xi_S_0 = -1/4 *(i_AC,ab_ref/i_scale)*[0, +1; -1, 0]*(Du_AC,ab/u_scale) ...
    -1/6 *(R_DC/(w_AC*(L_DC+L_e/3)))*((u_DC_ref-4*R_DC*i_DC_ref)/u_scale)*(Di_DC/i_scale) ... % vernachlässigbar
    +(1/(w_AC*tau_DC))*1/6*(u_DC_ref-4*R_DC*i_DC_ref)/u_scale*(Di_DC/i_scale) ...
    +(1/(w_AC*tau_DC))*1/6*(i_DC_ref/i_scale)*(Du_DC/u_scale) ...
    -(1/(w_AC*tau_DC))*1/4*(i_AC,ab_ref/i_scale)*(Du_AC,ab/u_scale) ...
    +(1/(w_AC*tau_DC))^2*(DWP_SD,ab0(3)/W_scale);
    Du_S_0 = 0.5*Du_DC + 6*u_scale*i_scale*w_AC*(L_DC+L_e/3)*Xi_S_0/(u_DC_ref-4*R_DC*i_DC_ref);
end

%% Methode (1) - Schritt 4
% feste Gewichtungen der Energiekomponenten in der Lyapunov-Funktion gemaez Gleichung (6.32)
c_S_ab = 0*1; % deaktiviert in Lyapunov-Funktion
c_D_0 = 0.5;
c_D_ab = 0.25;

% Lyapunov-Funktion V zur Korrektur der Abweichungen in den inneren Energiekomponenten gemaez Gleichung (6.32)
V = 0.5*c_S_ab*(DWP_SD,ab0(12)/W_scale)*(DWP_SD,ab0(12)/W_scale) ...
+ 0.5*c_D_0*(DWP_SD,ab0(6)/W_scale)^2 + 0.5*c_D_ab*(DWP_SD,ab0(45)/W_scale)*(DWP_SD,ab0(45)/W_scale);

% Lyapunovbasierte Regelungskorrektur in u_cm = -0.5*u_Delta,0 --> Gleichung (6.33)
a_cm = +1/2*c_S_ab*( (DWP_SD,ab0(12)/W_scale)*(M_Sigmadelta_from_pn(12,:)*i_pn_123_des/i_scale) *(Du_DC/u_scale) ...
- 1/4*c_S_ab*( (DWP_SD,ab0(12)/W_scale)*( (M_Sigmadelta_from_pn(45,:)*i_pn_123_des/i_scale)*%a*(Du_AC,ab/u_scale) ) ...
- c_D_0 *(DWP_SD,ab0(6)/W_scale)*( (M_Sigmadelta_from_pn(12,:)*i_pn_123_des/i_scale)*(Du_AC,ab/u_scale) ) ...
- c_D_ab *( (DWP_SD,ab0(45)/W_scale)*( (M_Sigmadelta_from_pn(12,:)*i_pn_123_des/i_scale)*%a*(Du_AC,ab/u_scale) ) ...
- 2/3*c_D_ab*(3*M_Sigmadelta_from_pn(3,:)*i_pn_123_des/i_scale)*(DWP_SD,ab0(45)/W_scale)*(Du_AC,ab/u_scale) ) ...
+ 1/2*c_D_ab*( (DWP_SD,ab0(45)/W_scale)*(M_Sigmadelta_from_pn(45,:)*i_pn_123_des/i_scale) *(Du_DC/u_scale);
b_cm = +1/2*c_S_ab*( (DWP_SD,ab0(12)/W_scale)*(M_Sigmadelta_from_pn(45,:)*i_pn_123_des/i_scale) ) ...
- 2/3*c_D_0 *(3*M_Sigmadelta_from_pn(3,:)*i_pn_123_des/i_scale)*(DWP_SD,ab0(6)/W_scale) ...
- 2*c_D_ab *( (DWP_SD,ab0(45)/W_scale)*(M_Sigmadelta_from_pn(12,:)*i_pn_123_des/i_scale) );

% Lin-Sontag Beziehung fuer die Regelung der Korrektur in u_cm
Du_cm = 0;
ur_max_cm_eff = ur_max_cm;
beta_max = c_S_ab*1/2*0.1*0.1 + c_D_0*2/3*0.1*0.1 + c_D_ab*2*0.1*0.1;

if (a_cm==0 && a_cm>abs(b_cm)*ur_max_cm)
    % fprintf(1,'\n\t\t WARNING: Sontag f. for u_cm not satisfied at ittd, alpha/(abs(beta)*ur_max)=%g ,it,a_cm/(abs(b_cm)*ur_max_cm_eff));
    ur_max_cm_eff = 1.1*a_cm/(abs(b_cm)*ur_max_cm_eff)*ur_max_cm_eff;
end

    phiv_cm = (abs(b_cm*ur_max_cm_eff))^0.1;

if (abs(b_cm)>1e-10)
    % Sontag-Formel in adimensional Form
    Du_cm = -ur_max_cm_eff*sign(b_cm)*( -a_cm/(abs(b_cm)*ur_max_cm_eff) + sqrt( (a_cm/(b_cm*ur_max_cm_eff))^2 + phiv_cm^2 ) )/(1 + sqrt(1+phiv_cm^2));
else
    Du_cm = -ur_max_cm*sign(b_cm/beta_max);
end
Du_cm = -( -a_cm + sqrt(a_cm^2+(b_cm*ur_max_cm_eff)^2+phiv_cm^2 ) )/(b_cm*( 1 + sqrt(1+phiv_cm^2) ) ); % --> Gleichung (6.35)

Du_cm = Du_cm*u_scale;
Du_cm = sign(Du_cm)*min(abs(Du_cm),u_cm_max); % Rueckrechnung in Spannungseinheiten in Du_cm = -1/2*Du_Delta,0
% Begrenzung von u_cm

```



```

% Transformation der 6 Energiekomponenten (W_Sigma,alpha/beta/0, W_Delta,alpha/beta/0) in '-Komponenten (Wp_Sigma,0/alpha/beta, Wp_Delta,0/alpha/beta) --> gemäß "mcodef_main" 7); Wp = W + fW2Wp
fW2Wp_SD_ab0 = @(i_DC,i_AC,ab,i_e_ab) ( [ +(1/4)*u_L_e*(+i_e_ab(1,:).^2-i_e_ab(2,:).^2) + (1/3)*u_L_e*(i_DC.*i_e_ab(1,:)) + (1/8)*(u_L_AC+u_e/2)*(+i_AC_ab(1,:).^2-i_AC_ab(2,:).^2); ...
+(1/4)*u_L_e*(-2*i_e_ab(1,:).^2+i_e_ab(2,:).^2) + (1/3)*u_L_e*(i_DC.*i_e_ab(2,:)) + (1/8)*(u_L_AC+u_e/2)*(-2*i_AC_ab(1,:).^2+i_AC_ab(2,:).^2); ...
+(1/4)*u_L_e*(+i_e_ab(1,:).^2+i_e_ab(2,:).^2) + (1/6)*(u_DC+u_e/3)*(i_DC.^2) + (1/8)*(u_L_AC+u_e/2)*(+i_AC_ab(1,:).^2+i_AC_ab(2,:).^2); ...
+(1/2)*u_L_e*(+i_AC_ab(1,:).^2-i_AC_ab(2,:).^2) + (1/3)*u_L_e*(i_DC.*i_e_ab(1,:)); ...
+(1/2)*u_L_e*(-i_AC_ab(1,:).^2-i_AC_ab(2,:).^2) + (1/3)*u_L_e*(i_DC.*i_e_ab(2,:)); ...
+(1/2)*u_L_e*(+i_AC_ab(1,:).^2-i_e_ab(2,:).^2) + (1/3)*u_L_e*(i_DC.*i_e_ab(2,:)) ] );

%% 1) Referenzwerte und Abweichungen
% AC-Referenzspannung & AC-Referenz-Strom in alpha/beta Komponenten
u_AC_ab_ref = M.alphabeta0_from_123(1:2,:)*u_AC_123_ref;
i_AC_ab_ref = M.Sigmadelta_from_pn(4:5,:)*i_pn_123_des;

% Referenz DC-Strom und dessen zeitliche Ableitung
i_DC_ref = 3*Wp_Sigmadelta_from_pn(3,:)* i_pn_123_des;
dii_DC_ref = 3*Wp_Sigmadelta_from_pn(3,:)*dii_pn_123_des;

% Referenz Common-Mode-Spannung (u_cm)
u_cm_ref = -0.5*Wp_Sigmadelta_from_pn(6,:)*u_pn_123;

% Referenz Kreistreome
i_e_ab_ref = Wp_Sigmadelta_from_pn(1:2,:)*i_pn_123_des;

% Abweichungen (D = deviations) in den externen Spannungen, Strom- und Energiekomponenten von der gewünschten Trajektorie
Du_DC = u_DC-u_DC_ref;
Du_AC_ab = M.alphabeta0_from_123(1:2,:)*(u_AC_123-u_AC_123_ref);
Di_DC = 3*Wp_Sigmadelta_from_pn(3,:)*(i_pn_123_result-i_pn_123_des);
Di_AC_ab = M.Sigmadelta_from_pn(4:5,:)*(i_pn_123_result-i_pn_123_des);
Di_e_ab = Wp_Sigmadelta_from_pn(1:2,:)*(i_pn_123_result-i_pn_123_des);
DWP_SD_ab0 = Wp_Sigmadelta_from_pn*( Wp_pn_123_result - Wp_pn_123_des ) ...
- fW2Wp_SD_ab0(3*Wp_Sigmadelta_from_pn(3,:)*i_pn_123_result,W_Sigmadelta_from_pn(4:5,:)*i_pn_123_des,M_Sigmadelta_from_pn(1:2,:)*i_pn_123_des);

%% 2) Regelungskorrektur fuer Methode (IT) - vollstaendig ernerdbasiert %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% Methode (IT) - Schritt 1
if ( (separate_flag==1 && mod(it,tau_e/Dt)==0) || (separate_flag==0) ) % in jedem Zeitschritt tau_e/Dt wenn separate_flag=1, andererseits immer aktiv

% energiebasierte Korrektur von u_Sigma,alpha/beta fuer das asymptotische Abklingen von DWP_Sigma,alpha/beta (mit inneren Kreisstromen gekoppelt)
% es wird angenommen, dass a) d/dt Du_DC = 0 = d/dt Du_AC_ab (Abweichungen in den externen Spannungen aendern sich nicht in jedem Zeitschritt Dt)
% b) d/dt u_DC_ref = 0 = d/dt i_DC_ref & d/dt u_AC_ab_ref = v_AC*[0, -1; 1, -0]*u_AC_ab_ref (eingeschwungener Zustand)
% c) Beiträge von R_AC & L_AC sind im Vergleich zu Energiedynamiken vernachlaessigbar
% --> Gleichung (6.40)

Xi_S_ab = -1/4*( u_AC_ab_ref/u_scale)*[0, +1; -1, 0]*N_a; (u_AC_ab_ref/u_scale)*[0, +1; -1, 0]*N_b ]*(Di_AC_ab/i_scale) ...
-1/2*(diu_cm_ref/(w_AC*u_scale))*(Di_AC_ab/i_scale) ...
+1/4*(R_AC/(w_AC*(L_AC+L_e/2)))*( u_AC_ab_ref/u_scale)*N_a; (u_AC_ab_ref/u_scale)*N_b ]*(Di_AC_ab/i_scale) ... % vernachlaessigbar
+1/2*(R_AC/(w_AC*(L_AC+L_e/2)))*(u_cm_ref/u_scale)*(Di_AC_ab/i_scale) ... % vernachlaessigbar
+1/4*( u_AC_ab_ref/(i_scale*w_AC*(L_AC+L_e/2))) *N_a; (u_AC_ab_ref/(i_scale*w_AC*(L_AC+L_e/2))) *N_b ]*(Du_AC_ab/u_scale) ...
+1/2*(u_cm_ref/(i_scale*w_AC*(L_AC+L_e/2)))*(Du_AC_ab/u_scale) ...
-1/4*( i_AC_ab_ref/i_scale)*[0, +1; -1, 0]*N_a; (i_AC_ab_ref/i_scale)*(Du_D_ab_ref/i_scale)*[0, +1; -1, 0]*N_b ]*(Du_AC_ab/u_scale) ...
+1/4*(u_cm_ref/(i_scale*w_AC*(L_AC+L_e/2)))*(Du_D_ab_ref/i_scale)*(Du_D_ab_ref/i_scale) ...
-2*( i_e_ab_ref/i_scale)*[0, -1; (i_e_ab_ref/i_scale)*[1; 0] ]*(Du_cm_current/u_scale) ...
-1/2*( i_AC_ab_ref/i_scale)*[0, -1; (i_AC_ab_ref/i_scale)*[1; 0] ]*(Du_cm_current/u_scale) ...
+1/1*(w_AC*tau_e)*1/2*(u_DC_ref-2*u_DC-dii_DC_ref-2*R_DC*i_DC_ref)*(Di_e_ab/i_scale) ...
-1/1*(w_AC*tau_e)*1/4*( u_AC_ab_ref/u_scale)*N_a; (u_AC_ab_ref/u_scale)*N_b ]*(Di_AC_ab/i_scale) ...
-1/1*(w_AC*tau_e)*1/2*(u_cm_ref/u_scale)*(Di_AC_ab/i_scale) ...
-1/1*(w_AC*tau_e)*1/4*( i_AC_ab_ref/i_scale)*N_a; (i_AC_ab_ref/i_scale)*N_b ]*(Du_AC_ab_ref/i_scale) ...
+1/1*(w_AC*tau_e)*1*( i_e_ab_ref/i_scale)*(Du_S_0_current/u_scale) ...
-1/1*(w_AC*tau_e)*1/2*(i_AC_ab_ref/i_scale)*(Du_cm_current/u_scale) ...
+1/1*(w_AC*tau_e)*2*(DWP_SD_ab0(1)/W_scale; DWP_SD_ab0(2)/W_scale);

Du_S_ab = 2*u_scale*i_scale*w_AC*u_e*Xi_S_ab/(u_DC_ref-2*u_DC-dii_DC_ref-2*R_DC*i_DC_ref);

```

end

```

%% Methode (II) - Schritt 2
if ( (separate_flag==1 && mod(it,tau_AC/Dt)==0) || (separate_flag==0) ) % in jedem Zeitschritt tau_AC/Dt time steps wenn separate_flag=1, anderserseits immer aktiv

% energiebasierte Korrektur von u_Delta,alpha/beta fuer das asymptotische Abklingen von DWP_Delta,alpha/beta (mit AC-Stroemen gekoppelt)
% es wird angenommen, dass a) d/dt Du_DC = 0 = d/dt Du_AC,ab (Abweichungen in den externen Spannungen aendern sich nicht in jedem Zeitschritt Dt)
% b) d/dt u_DC_ref = 0 = d/dt i_DC_ref & d/dt u_AC,ab_ref = w_AC*(0, -1; 1, -0)*u_AC,ab_ref (eingeschwungener Zustand)
% c) Beitrage von R_AC & L_AC sind im Vergleich zu Energiedynamiken vernachlaessigbar
% --> Gleichung (6.45)

Xi_D_ab = -1/2*(R_AC*(w_AC*(L_AC*L_e/2))*((u_DC_ref-2*u_DC+di_DC_ref-2*R_DC*i_DC_ref)/u_scale)*(Di_AC_ab/i_scale) ... % vernachlaessigbar
+2/3*( (u_AC,ab_ref/u_scale)*(0, -1; 1, 0)*u_AC,ab_ref/u_scale)*(1; 0) *(Di_DC/i_scale) ...
+2/3*(R_DC*(w_AC*(L_DC*L_e/3))*((u_AC,ab_ref/u_scale)*(Di_DC/i_scale) ... % vernachlaessigbar
+2/3*(u_AC,ab_ref/(i_scale*w_AC*(L_DC*L_e/3)))*(Du_S_0_current/u_scale) ...
-1/3*(u_AC,ab_ref/(i_scale*w_AC*(L_DC*L_e/3)))*(Du_DC/u_scale) ...
+1 *(i_AC,ab_ref/i_scale)*(0, -1; 1, 0)*u_AC,ab_ref/i_scale)*(1; 0) *(Du_S_0_current/u_scale) ...
+4 *(i_e,ab_ref/i_scale)*(0, -1; 1, 0)*u_AC,ab_ref/i_scale)*(1; 0) *(Du_cm_current/u_scale) ...
+2 *(i_e,ab_ref/i_scale)*(0, +1; -1, 0)*N_a; (i_e,ab_ref/i_scale)*(0, +1; -1, 0)*N_b ]*(Du_AC,ab/u_scale) ...
-1/(w_AC*tau_AC))*1/2*((u_DC_ref-2*u_DC+di_DC_ref-2*R_DC*i_DC_ref)/u_scale)*(Di_DC/i_scale) ...
+1/(w_AC*tau_AC))*1 *(i_AC,ab_ref/i_scale)*(Du_S_0_current/u_scale) ...
-1/(w_AC*tau_AC))*2 *(i_e,ab_ref/i_scale)*(Du_cm_current/u_scale) ...
-1/(w_AC*tau_AC))*1 *(i_e,ab_ref/i_scale)*N_a; (i_e,ab_ref/i_scale)*N_b ]*(Du_AC,ab/u_scale) ...
-1/(w_AC*tau_AC))*2/3*(i_DC_ref/i_scale)*(Du_AC,ab/u_scale) ...
+1/(w_AC*tau_AC))*2*(DWP_SD_ab0(4)/N_scale; DWP_SD_ab0(5)/N_scale);
Du_D_ab = -2*Du_AC,ab + 4*u_scale*i_scale*w_AC*(L_AC*L_e/2)*Xi_D_ab/(u_DC_ref-2*i_DC+di_DC_ref);
end

%% Methode (II) - Schritt 3
if ( (separate_flag==1 && mod(it,tau_DC/Dt)==0) || (separate_flag==0) ) % in jedem Zeitschritt tau_DC/Dt time steps wenn separate_flag=1, anderserseits immer aktiv

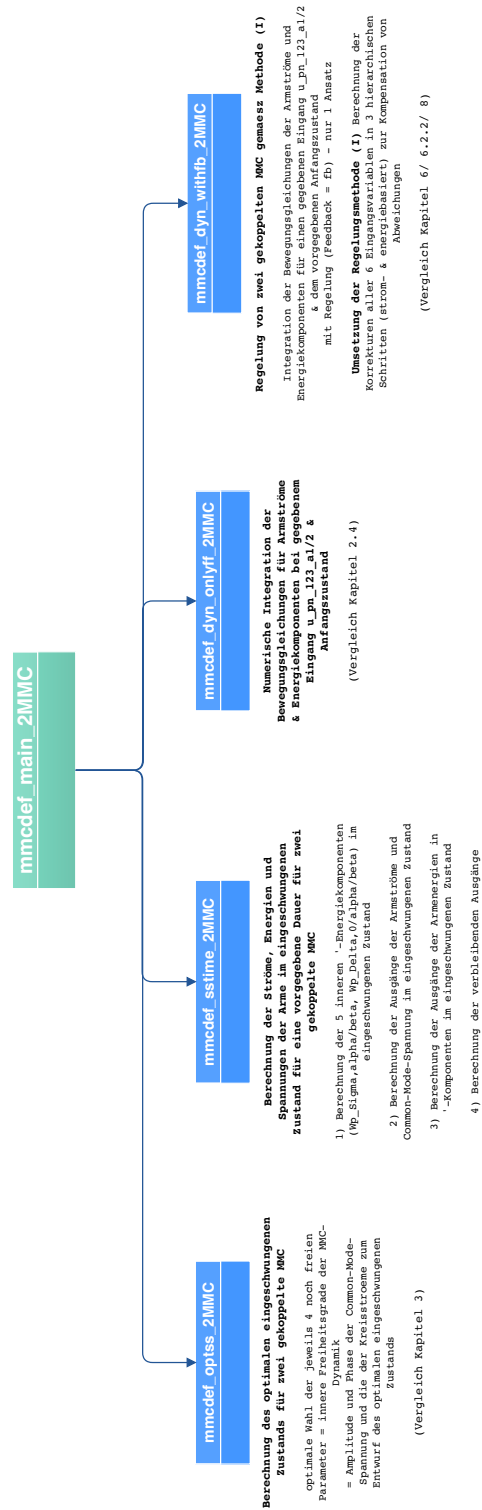
% energiebasierte Korrektur von u_Sigma,0 fuer das asymptotische Abklingen von DWP_Sigma,0 (mit DC-Strom gekoppelt)
% es wird angenommen, dass a) d/dt Du_DC = 0 = d/dt Du_AC,ab (Abweichungen in den externen Spannungen aendern sich nicht in jedem Zeitschritt Dt)
% b) d/dt u_DC_ref = 0 = d/dt i_DC_ref & d/dt u_AC,ab_ref = w_AC*(0, -1; 1, -0)*u_AC,ab_ref (eingeschwungener Zustand)
% c) Beitrage von R_AC & L_AC sind im Vergleich zu Energiedynamiken vernachlaessigbar
% --> Gleichung (6.47)

Xi_S_0 = -1/4 *(i_AC,ab_ref/i_scale)*(0, +1; -1, 0)*(Du_AC,ab/u_scale) ...
-1/6 *(R_DC*(w_AC*(L_DC*L_e/3))*((u_DC_ref-4*R_DC*i_DC_ref)/u_scale)*(Di_DC/i_scale) ... % vernachlaessigbar
+1/(w_AC*tau_DC))*1/6*((u_DC_ref-4*R_DC*i_DC_ref)/u_scale)*(Di_DC/i_scale) ...
+1/(w_AC*tau_DC))*1/6*(i_DC_ref/i_scale)*(Du_DC/u_scale) ...
-1/(w_AC*tau_DC))*1/4*(i_AC,ab_ref/i_scale)*(Du_AC,ab/u_scale) ...
+1/(w_AC*tau_DC))*2*(DWP_SD_ab0(3)/N_scale);
Du_S_0 = 0.5*Du_DC + 6*u_scale*i_scale*w_AC*(L_DC*L_e/3)*Xi_S_0/(u_DC_ref-4*R_DC+i_DC_ref);

%% Methode (II) - Schritt 4
% energiebasierte Korrektur von u_cm fuer das asymptotische Abklingen von Wp_Delta,0
% es wird angenommen, dass a) Beitrage von R_AC & L_AC sind im Vergleich zu Energiedynamiken vernachlaessigbar
tau_cm = tau_DC;
Xi_cm = -2/3*(u_cm_ref/u_scale)*(Di_DC/i_scale) ...
-(i_e,ab_ref/i_scale)*(Du_AC,ab/u_scale) ...
+1/(w_AC*tau_cm)*(DWP_SD_ab0(6)/N_scale);
Du_cm = u_scale*i_scale*3/2*Xi_cm/i_DC_ref;
end

```

H.4 Quellcode für die Abweichungskompensation von zwei durch eine lange HVDC-Übertragungsleitung gekoppelte MMC - gemäß Kapitel 8



```

close all; clear all; clc;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% GRUNDLAGEN BLOCK für 2 mit HVPC-Leitung gekoppelte MMCs - Funktion "mmdef_mai_2MMC"
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%% 1) Definition der Zeitschritte
%%
%% 2) Definition Übergangsintervall (Start, Dauer, Ende)
%%
%% 3) Verhaeltnis der Amplitude der Common-Mode-Spannung zur Amplitude der AC-Spannung
%%
%% 4) Definition der Schaltungsparameter
%%
%% 5) Parameter-Vektoren fuer MMC & DC- & AC-Übertragungsleitungen
%%
%% 6) Transformation der Matrix Komponenten M
%%
%% 7) Transformation der 6 Energiekomponenten
%%
%% 8) Berechnung aller 6 Energiekomponenten im eingeschwungenen Zustand
%%
%% 9) Transformation aller 6 Energiekomponenten in "(prime)-Energiekomponenten
%%
%% 10) Berechnung aller 6 Energiekomponenten in "(prime)-Energiekomponenten im eingeschwungenen Zustand
%%
%% 11) BLOCK 1: Berechnung der Startzustände des (s1) und des eingeschwungenen Endzustandes (ss2)
%%
%% 12) Berechnung der Zeitpunkte des (s1) und des eingeschwungenen Endzustandes (ss2)
%%
%% 13) Aufruf einer neuen Funktion "mmdef_astime_2MMC"
%%
%% 14) Aufruf einer neuen Funktion "mmdef_dyn_withfb_2MMC"
%%
%%
%% Notation: a=1, AC-DC Gleichrichter
%%
%% a=2, DC-AC Wechselrichter
%%
%%
%% --> Vorsteuerung und Regelung wie beim einzelnen MMC jedoch Regelung nur mit Methode (1)
%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%% 1) Auflöserung der Zeitschritte (s), AC-Frequenz (1/s), AC-Kreisfrequenz (rad/s), Array fuer 1 (oder mehr) AC Period(en)
%%
Dt = 100e-6; % Auflösung des Zeitschrittes, 0.1ms bzw. 100us
f_AC = 50; % Frequenz des Netzes in Hz
w_AC = 2*pi*f_AC; % Kreisfrequenz 1. MMC --> auch für Dauer Simulation
t_w_AC = 2*pi/w_AC; % Zeit-Array von x AC-Perioden(n)/ Dauer der Simulation 3 Perioden (T = 2pi/w_AC), von 0 beginnend bis 0.06s (3*2pi/w_AC) alle 0.1 ms (Dt)
Nt = length(t); % Anzahl der Zeitschritte

%%
%% 2) Widerstand HVPC-Leitung zwischen gekoppelten MMC
%%
R_sh = 1e3; % R_sh=1000 Ohm entspricht keinem Kurzschluss, R_sh=1 Ohm entspricht einem Kurzschluss
R_sh_time = R_sh * ones(1,Nt); % für Vorgabe eines Sprunges/ Fehlers R_sh ändern wenn ich unterschiedliche Werte vorgebe in Array

%%
%% 3) Zeitpunkte fuer Definition des Übergangsintervalls (Start, Dauer, Ende)
%%
t0 = 0.59*pi(end); % Beginn des Übergangs
Ts = 6e-3; % Dauer des Übergangs
N0 = round(t0/Dt); % Rundung t0 zu Dt
Ns = round(Ts/Dt); % Rundung Ts zu Dt
Ns = 24*ceil(Ns/24); % Anpassung von Ns auf ein Vielfaches von 24 Zeitschritten --> das durch 3, 4, 6, 8 teilbar ist --> im späteren Verlauf fuer Beulenfunktionen bestimmt Anzahl siehe Funktion --> gen base simple)
Ts = Ns/Dt; % gerundet 7.2ms

%%
%% 4) Berechnung des Verhaeltnis der Amplitude der Common-Mode-Spannung zur Amplitude der AC-Spannung (y_max = amp_lu_cm/amp_lu_AC)
%%
%% WICHTIG: Fall 1) bei der Berechnung des eingeschwungenen Zustands ist y = amp_lu_cm/amp_lu_AC
%%
%% Fall 2) bei der Berechnung der Trajektorien der "-Energiekomponenten (Zeile 63 - 71) wird die Common-Mode-Spannung normiert --> y = amp_lu_cm/u_scale
%%
y_max_a1 = 1/3;
y_max_a2 = 1/3;
y_max_a1 = 0;
y_max_a2 = 0;

%%
%% 5) Schaltungsparameter: Induktivitaeten(H), Widerstaende (Ohm), Anzahl der Submodule jedes Armes, Kapazitaeten jedes Submoduls (F), Reservefaktor für beide MMC
%%
L_DC = 4e-1; % ohmscher Widerstand (Ohm) der DC-Leitung zwischen MMC-Anlagen
L_DC = 1e-1; % ohmscher Widerstand (Ohm) der DC-Leitung zwischen MMC-Anlagen
kappa = 0.4; % <1, Unterteilung der DC-Leitung; Bruchteil kappa fuer die DC-Leitung am 1. MMC und Bruchteil (1-kappa) fuer die DC-Leitung am 2. MMC

%%
%% 1. MMC (a=1)
%%
L_DC_a1 = kappa*L_DC; % Induktivitaet (H) der DC-Leitung aus 1. MMC
R_DC_a1 = kappa*R_DC; % ohmscher Widerstand (Ohm) der DC-Leitung aus 1. MMC
L_AC_a1 = 0.03; % Induktivitaet (H) der auesseren AC-Leitung(en)
R_AC_a1 = 0.8; % ohmscher Widerstand (Ohm) der auesseren AC-Leitung(en)
L_ea1 = 0.001; % Induktivitaet (H) der inneren Leitungen des MMCs
R_ea1 = 0.01; % ohmscher Widerstand (Ohm) der inneren Leitungen des MMCs
N_SN_a1 = 160; % Anzahl der Submodule in jedem Arm
C_SN_a1 = 3e-3; % Kapazitaet jedes Submodulkondensators (F)
v_Ca1 = 1.3; % Reservefaktor der Submodule, 1.3 = 30%

--> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
--> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
--> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
--> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
--> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
--> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
--> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11), aktuell vernachlaessigt
--> Gleichung (2.3)
--> Gleichung (2.3)

%%
%% 2. MMC (a=2)
%%
L_DC_a2 = (1-kappa)*L_DC; % Induktivitaet (H) der auesseren DC-Leitung in 2. MMC
R_DC_a2 = (1-kappa)*R_DC; % ohmscher Widerstand (Ohm) der DC-Leitung in 2. MMC
L_AC_a2 = 0.03; % Induktivitaet (H) der auesseren AC-Leitung(en)
R_AC_a2 = 0.8; % ohmscher Widerstand (Ohm) der auesseren AC-Leitung(en)
L_ea2 = 0.001; % Induktivitaet (H) der inneren Leitungen des MMCs
R_ea2 = 0.01; % ohmscher Widerstand (Ohm) der inneren Leitungen des MMCs
N_SN_a2 = 160; % Anzahl der Submodule in jedem Arm
C_SN_a2 = 3e-3; % Kapazitaet jedes Submodulkondensators (F)
v_Ca2 = 1.3; % Reservefaktor der Submodule, 1.3 = 30%

--> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
--> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
--> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
--> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
--> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11)
--> Abbildung 2.4/ Gleichung (2.10 & 2.11), aktuell vernachlaessigt
--> Gleichung (2.3)
--> Gleichung (2.3)

```



```

fWp_Da_quad_a2 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC_a2,amp1_i_DC_a2,amp1_i_AC_a2,phi_i_e_a2,phi_u_cm_a2) (
    -i_scale*u_scale/w_AC_a2*( sin(w_AC_a2*t+phi_i_e_a2+phi_u_cm_a2)
    - (1/5)*sin(5*w_AC_a2*t+phi_i_e_a2+phi_u_cm_a2) ) );

%% W_delta_beta_a2 im eingeschwungenen Zustand: Wp_Delta_beta = Wp_Db_no + [x, y]*Wp_Db_lin + x*y*Wp_Db_quad --> Gleichung (2.25)
fWp_Db_no_a2 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC_a2,amp1_i_DC_a2,amp1_i_AC_a2,phi_i_e_a2,phi_u_cm_a2,u_scale,i_scale,phi_i_e_a2,u_scale,i_scale)
    (
        -(1/2)*amp1_u_DC*amp1_i_AC_a2/w_AC_a2*w_AC_a2*asin(w_AC_a2*t+phi_i_e_a2+phi_u_cm_a2)
        + (2/3)*amp1_u_DC*amp1_i_DC_a2/w_AC_a2*w_AC_a2*asin(w_AC_a2*t)
        + (1/3)*(w_AC_a2-i_e_a2)*amp1_i_DC_a2*amp1_i_AC_a2*cos(w_AC_a2*t+phi_i_e_a2+phi_u_cm_a2)
        + (1/3)*(w_AC_a2-i_e_a2)*amp1_i_DC_a2*amp1_i_AC_a2*cos(w_AC_a2*t+phi_i_e_a2+phi_u_cm_a2) );

fWp_Db_lin_a2 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC_a2,amp1_i_DC_a2,amp1_i_AC_a2,phi_i_e_a2,phi_u_cm_a2) (
    (-i_scale*amp1_u_AC_a2/w_AC_a2*w_AC_a2*cos(w_AC_a2*t+phi_i_e_a2+phi_u_cm_a2)
    + i_scale*amp1_i_DC_a2/w_AC_a2*w_AC_a2*cos(w_AC_a2*t+phi_i_e_a2+phi_u_cm_a2)
    + (1/2)*(w_AC_a2-i_e_a2)*i_scale*amp1_i_AC_a2*asin(w_AC_a2*t+phi_i_e_a2+phi_u_cm_a2)
    - (0*t) ) );

fWp_Db_quad_a2 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC_a2,amp1_i_DC_a2,amp1_i_AC_a2,phi_i_e_a2,phi_u_cm_a2) (
    + i_scale*u_scale/w_AC_a2*(
        + (1/5)*cos(5*w_AC_a2*t+phi_i_e_a2+phi_u_cm_a2) );

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% 1) BLOCK I: Berechnung eines beliebigen Startzustandes (ss1) und eines eingeschwungenen Endzustandes (ss2)
%% A (ss1) Berechnung des mittleren Energie/Arm im eingeschwungenen Zustand (ss1)
%% 2a) Berechnung der mittleren Energie/Arm im eingeschwungenen Zustand (ss1)
%% 3a) Berechnung der 4 Parameter der inneren Freiheitsgrade bei jedem optimalen eingeschwungenen Zustandes - Aufruf der Funktion mmdef_optss_2MMC
%% 4a) Berechnung der Strome, Energien und Spannungen der Arme fuer eine vorgegebene Dauer - Aufruf der Funktion _mmdef_sstime_2MMC
%% --> Alternativer Weg zur Berechnung des eingeschwungenen Zustands fuer ss1
%% 5a) Kontrolle numerische Integration der Bewegungsgleichungen fuer ss1
%% B (ss2) 1a) Definition der Parameter des Betriebspunktes im optimalen eingeschwungenen Zustand (ss2)
%% 2b) Berechnung der mittleren Energie/Arm im eingeschwungenen Zustand (ss2)
%% 3b)+4b) fuer optimalen eingeschwungenen Zustand (ss2)
%% 5b) Kontrolle numerische Integration der Bewegungsgleichungen fuer ss2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% Block I - A (ss1) %%
%% 1a) Parameter des Betriebspunktes im optimalen eingeschwungenen Zustands (ss1):
% Parameter DC-Seite: extern vorgegebene DC-Spannung [V]
% Parameter MMC: W_SM, C_SM, c gemass "GRUNDLAGEN BLOCK - 4) Schaltungsparameter" --> Beispiel gemass Tabelle 3.1

%1. MMC (Gleichrichter, AC zu DC)
amp1_u_AC_ss1_a1 = 180e3; % Amplitude der AC-Spannung im eingeschwungenen Zustand, Eingangsseite MMC1
amp1_i_AC_ss1_a1 = 2.5e3; % Amplitude des AC-Stromes im eingeschwungenen Zustand, Eingangsseite MMC1
phi_i_AC_ss1_a1 = 15*pi/180; % Phase des AC-Stromes in Bezug auf die AC-Spannung im eingeschwungenen Zustand, Eingangsseite MMC1

%2. MMC (Wechselrichter, DC zu AC)
amp1_u_AC_ss1_a2 = 150e3; % Amplitude der AC-Spannung im eingeschwungenen Zustand, Ausgangsseite MMC2
phi_i_AC_ss1_a2 = 10*pi/180; % Phase des AC-Stromes in Bezug auf die AC-Spannung im eingeschwungenen Zustand, Ausgangsseite MMC2
% keine Vorgabe der Amplitude des AC-Stromes im eingeschwungenen Zustand, Ausgangsseite MMC2 diese entsteht durch die Bedingung der maximalen Uebertragung von effektiver Leistung auf MMC2

%% 2a) Berechnung des optimalen eingeschwungenen Startzustandes (ss1) durch Aufruf einer neuen Funktion _mmdef_optss_2MMC"
% Bestimmung des gewünschten Parameters (DC-Strom = amp1_i_DC_ss1)
% Bestimmung der 4 noch frei wählbaren Parameter (innere Freiheitsgrade):
% Bestimmung des optimalen eingeschwungenen Zustandes (ss1)
[amp1_i_DC_ss1_a1, amp1_i_DC_ss1_a2, amp1_i_e_ss1_a1, amp1_i_e_ss1_a2, amp1_u_cm_ss1_a1, phi_i_e_ss1_a1, phi_u_cm_ss1_a1, phi_u_cm_ss1_a2, amp1_i_AC_ss1_a2, amp1_u_DC_ss1_a1, x_opt_a2, y_opt_a1, y_opt_a2] = mmdef_optss_2MMC(amp1_u_AC_ss1_a1, amp1_u_AC_ss1_a2, ...
    phi_i_AC_ss1_a1, phi_i_AC_ss1_a2, R_sh, Y_max_a1, Y_max_a2, param MMC, param ADCDAC);
u_DC = amp1_u_DC_ss1_ones(1,Nt);

% Normalierung der Spannungen und Strome, jeweils zur DC-Seite im eingeschwungenen Startzustand (ss1)
u_scale = amp1_u_DC_ss1;
i_scale = 250e3;
i_scale = amp1_i_DC_ss1_a1;
% i_scale = 2e3;

%% 3a) mittlere Energie/Arm (oder W Sigma,0) im eingeschwungenen Zustand --> Gleichung (3.9)
% Änderung der Gesamtenergie im 2. Zustand möglich, wird fest vorgegeben da sonst zu gering mit sonst üblicher Berechnung
% W_ave_ss1_a1 = 0.5*C_SM_a1*N_SM_a1*(V_C_a1*u_scale/N_SM_a1)^2;
% W_ave_ss1_a2 = 1.1*0.5*C_SM_a2*N_SM_a2*(V_C_a2*u_scale/N_SM_a2)^2;
W_ave_ss1_a1 = 2.25e6;
W_ave_ss1_a2 = 1.11*2.25e6;

% Wichtig: auch in mmdef_sstime bei plots ändern!!!

%% 4a) Vergleich der Energiekomponenten (Ausgange) im eingeschwungenen Zustand ss1: optimale interne Variablen vs. interne Variablen eingefroren
[i_pn_123_ss1zero_a1, i_pn_123_ss1zero_a2, W_pn_123_ss1zero_a1, W_pn_123_ss1zero_a2, i_pn_123_ss1zero_a1, u_pn_123_ss1zero_a2, dli_pn_123_ss1zero_a2,
    u_DC_ss1, u_AC_123_ss1_a1, u_AC_123_ss1_a2, i_pn_123_ss1_a1, i_pn_123_ss1_a2, W_pn_123_ss1_a1, W_pn_123_ss1_a2, i_pn_123_ss1_a1, u_DC_ss1, u_AC_123_ss1_a1,
    mmdef_sstime_2MMC(amp1_u_DC_ss1, amp1_u_AC_ss1_a1, amp1_u_AC_ss1_a2, amp1_i_DC_ss1_a1, amp1_i_DC_ss1_a2, amp1_i_e_ss1_a1, amp1_i_e_ss1_a2, W_ave_ss1_a1, W_ave_ss1_a2, 0*amp1_i_e_ss1_a1,
    0*amp1_i_e_ss1_a2, 0*amp1_u_cm_ss1_a1, 0*amp1_u_cm_ss1_a2, phi_i_e_ss1_a1, phi_i_e_ss1_a2, phi_u_cm_ss1_a1, phi_u_cm_ss1_a2, R_sh, t, param MMC, param ADCDAC, u_scale, i_scale, x_opt_a2, y_opt_a1, y_opt_a2);
    i_pn_123_ss1_a1, i_pn_123_ss1_a2, W_pn_123_ss1_a1, W_pn_123_ss1_a2, i_pn_123_ss1_a1, u_DC_ss1, u_AC_123_ss1_a1,
    mmdef_sstime_2MMC(amp1_u_DC_ss1, amp1_u_AC_ss1_a1, amp1_u_AC_ss1_a2, amp1_i_DC_ss1_a1, amp1_i_DC_ss1_a2, amp1_i_e_ss1_a1, amp1_i_e_ss1_a2, W_ave_ss1_a1, W_ave_ss1_a2, 1*amp1_i_e_ss1_a1,
    1*amp1_i_e_ss1_a2, 1*amp1_u_cm_ss1_a1, 1*amp1_u_cm_ss1_a2, phi_i_e_ss1_a1, phi_i_e_ss1_a2, phi_u_cm_ss1_a1, phi_u_cm_ss1_a2, R_sh, t, param MMC, param ADCDAC, u_scale, i_scale, x_opt_a2, y_opt_a1, y_opt_a2);

```



```

#####
%% Funktion: "mmcdef_optas_2MWC"
%% --> Berechnung des optimalen eingeschwungenen Zustands für 2 MWC (DC- zu AC-Wechselrichter und AC- zu DC-Gleichrichter) --> Kapitel 3
%% * optimale Wahl der 4 noch freien Parameter = inneren Freiheitsgrade der MWC-Dynamik
%% = Amplitude und Phase der Common-Mode-Spannung und die der Kreisströme für Design optimalen eingeschwungenen Zustand
%% Ansatz: * analytische Lösung der Gütefunktion (nur abhängig von 5 inneren Energiekomponenten) für 4 freie Parameter
%% Eingang: Amplituden der extern vorgegebenen AC- und DC-Spannungen (amp1_u_AC_a1, amp1_u_AC_a2),
%% geduschter Parameter = Amplitude des AC-Stromes & AC-Phase (amp1_i_AC_a1, phi1_i_AC_a1),
%% Parameter: maximaler Wert von y=amp1_u_cm/amp1_u_AC (R_sh, y_max_a1, y_max_a2)
%% Schaltungsparameter (MWC & Übertragungsleitungen) (param_MWC, param_ACDAC)
%% Ausgang: Amplituden des DC-Stromes (amp1_DC_a1, amp1_i_DC_a2),
%% Amplitude des AC-Stromes & AC-Phase (amp1_i_AC_a2, phi1_i_AC_a2)
%% Amplitude & Phase Kreisströme (amp1_i_e_opt_a1, amp1_i_e_opt_a2, phi1_i_e_opt_a1, phi1_i_e_opt_a2)
%% Amplitude & Phase Common-Mode-Spannung (amp1_u_cm_opt_a1, amp1_u_cm_opt_a2, phi1_u_cm_opt_a1, phi1_u_cm_opt_a2)
%% Widerstand der Übertragungsleitung (R_sh) sowie y_max_a1, y_max_a2
#####

#####
%% Struktur "mmcdef_optas_2MWC" --> a1 & a2 (DC- zu AC-Wechselrichter und AC- zu DC-Gleichrichter)
%% 1) Definition Vektor param_MWC und param_ACDAC aus Schaltungsparameter MWC und Übertragungsleitungen
%% 2) Berechnung des DC-Stromes im eingeschwungenen Zustand
%% 3) Definition Gütefunktion für den eingeschwungenen Zustand mit variablen Eingang z = [x_a1/2, y_a1/2, phi_ie_a1/2, phi_ucm_a1/2]
%% 4) Berechnung des optimal eingeschwungenen Zustands - analytische Lösung
#####

function [amp1_i_DC_a1, amp1_i_DC_a2, amp1_i_e_opt_a1, amp1_i_e_opt_a2, amp1_u_cm_opt_a1, phi1_i_e_opt_a1, phi1_i_e_opt_a2, amp1_i_AC_a2,
amp1_u_DC_x_opt_a1, x_opt_a2, y_opt_a1, y_opt_a2] = mmcdef_optas_2MWC(amp1_u_AC_a1, amp1_u_AC_a2, phi1_i_AC_a1, phi1_i_AC_a2, param_MWC, param_ACDAC)

% amp1_i_AC_a2 in Eingang statt Ausgang, bestimmt durch Bedingung der maximalen Leistungsübertragung auf MWC2

%% Parameter des MWCs (param_MWC) & der Übertragungsleitung (param_ACDAC) --> gemäß "mmcdef_main_2MWC" 5) & 6)
R_e_a1 = param_MWC(01);
L_e_a1 = param_MWC(02);
n_SN_a1 = param_MWC(03);
C_SN_a1 = param_MWC(04);
V_C_a1 = param_MWC(05);

R_e_a2 = param_MWC(06);
L_e_a2 = param_MWC(07);
n_SN_a2 = param_MWC(08);
C_SN_a2 = param_MWC(09);
V_C_a2 = param_MWC(10);

V_AC_a1 = param_ACDAC(01);
R_DC_a1 = param_ACDAC(02);
L_DC_a1 = param_ACDAC(03);
R_AC_a1 = param_ACDAC(04);
L_AC_a1 = param_ACDAC(05);

V_AC_a2 = param_ACDAC(06);
R_DC_a2 = param_ACDAC(07);
L_DC_a2 = param_ACDAC(08);
R_AC_a2 = param_ACDAC(09);
L_AC_a2 = param_ACDAC(10);

#####
%% Optimale Wahl der Parameter der 4 inneren Freiheitsgrade der MWC-Dynamik
%% (Amplitude & Phase der Kreisstromkomponenten & Common-Mode-Spannung)
#####

%% Berechnung des DC-Stromes im eingeschwungenen Zustand --> Gleichung 3.4, aber nicht in -Komponenten
Rp_DC_a1 = 3*R_DC_a1+R_e_a1;
Rp_DC_a2 = 3*R_DC_a2+R_e_a2;
Rp_AC_a1 = 2*R_AC_a1+R_e_a1;
Rp_AC_a2 = 2*R_AC_a2+R_e_a2;

% Definition der Koeffizienten für Berechnung i_DC_a1 & i_DC_a2 im eingeschwungenen Zustand
a0 = (3/(2*R_sh))*(- amp1_u_AC_a1*cos(phi1_i_AC_a1) - 1/2*Rp_DC_a1*amp1_i_AC_a1^2);
a1 = 1+2/3*Rp_DC_a1/R_sh;
a2 = 1+2/3*Rp_DC_a2/R_sh;

```

```

% Berechnung xi = xi_max für ampl_i_AC_a2 aus ampl_i_AC_a1; kleinsten positiver Wert von xi wird herangezogen
% c0 = a0^2;
% c1 = 2*a1*a0-((a0+b0)/a2);
% c2 = a1^2-(a1/a2);

cp0 = a0*(2*sqrt(a1*a2*(a1*a2-1))-2*a1*a2+1);
cp1 = 3/2*(ampl_u_AC_a2*ampl_i_AC_a1*cos(phi_i_AC_a2/R_sh);
cp2 = 3/4*(Rp_AC_a2/R_sh)*ampl_i_AC_a1^2;

% Mitternachtsformel
xi1 = (-cp1+sqrt(cp1^2-4*cp0*cp2))/(2*cp2);
xi2 = (-cp1-sqrt(cp1^2-4*cp0*cp2))/(2*cp2);

% Überprüfung der Lösungen und Bestimmung der kleinsten positiven Lösung
if xi1 > 0 && xi2 > 0
    xi = min(xi1, xi2);
elseif xi1 > 0
    xi = xi1;
elseif xi2 > 0
    xi = xi2;
end

% Ausgabe der kleineren positiven Lösung
disp(['Die kleinere positive Lösung von xi = ', num2str(xi)]);
fprintf('Berechnung xi: xi1=%g, xi2=%g, xi=%g', xi1, xi2, xi);
ampl_i_AC_a2 = xi*ampl_i_AC_a1;

% Berechnung Amplitude der beiden DC-Strome im eingeschwungenen Zustand
ampl_i_DC_a1 = sqrt(a0*sqrt(a2/(a1*(a1*a2-1))));
ampl_i_DC_a2 = sqrt(a1/a2*(ampl_i_DC_a1^2) + 2*a0*sqrt(a1/a2*(a1*a2-1)) - 2*a0*a1);

% Berechnung u_DC
% ampl_u_DC = R_sh*(ampl_i_DC_a1-ampl_i_DC_a2);

%% Definition Lambda = (ampl_u_AC/ampl_u_DC)^2, zur Vereinfachung der Formeln
ampl_u_DC = R_sh*(ampl_i_DC_a1-ampl_i_DC_a2);
La_a1 = (ampl_u_AC_a1/ampl_u_DC)^2; % Achtung sollte nicht zu groß werden <0.6
La_a2 = (ampl_u_AC_a2/ampl_u_DC)^2; % Achtung sollte nicht zu groß werden <0.6

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Berechnung der Gütefunktionen zur Minimierung der 5 Armenenergien im eingeschwungenen Zustand, als Funktion der
%% 4 dimensionslosen Parameter (variabler Eingang) z = [x=ampl_i_e/i_scale, y=ampl_u_cm/u_scale, phi_i_e, phi_u_cm] --> Gleichung 3.2
%% --> jeweils fuer a1 & a2
%
% Ablauf: a) Definition der 3 Koeffizienten a, b & c
% b) Definition der Gütefunktion J: a + bz + c/z x^2
% c) Wahl von y zu y_max zur Reduktion der Oszillationsstärke und Bestimmung von x_opt_a1/2
% d) Minimierung der Gütefunktion J nach phi_i_e z(:,3) & phi_u_cm z(:,4)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

cosphi_a1 = cos(phi_i_AC_a1); % --> Wahl der Phasen zu AC-Phasen
cosphi_a2 = cos(phi_i_AC_a2); % --> Wahl der Phasen zu AC-Phasen
tanphi_a1 = tan(phi_i_AC_a1); % --> Wahl der Phasen zu AC-Phasen
tanphi_a2 = tan(phi_i_AC_a2); % --> Wahl der Phasen zu AC-Phasen

% a) Koeffizienten a, b & c --> Gleichung 3.22
fa_a1 = @(z_a1) ( 1/144/cosphi_a1^2*(1+5/4*x_a1(:,2)^2 + La_a1/81*x_a1(:,2)^2 + 1/36/La_a1/cosphi_a1^2 - 1/9*(1-La_a1) - cos(2*phi_i_AC_a1-z_a1(:,4))/72/cosphi_a1^2.*x_a1(:,2) );
fa_a2 = @(z_a2) ( 1/144/cosphi_a2^2*(1+5/4*x_a2(:,2)^2 + La_a2/81*x_a2(:,2)^2 + 1/36/La_a2/cosphi_a2^2 - 1/9*(1-La_a2) - cos(2*phi_i_AC_a2-z_a2(:,4))/72/cosphi_a2^2.*x_a2(:,2) );
fb_a1 = @(z_a1) ( 5/24*( sin(z_a1(:,3))*(1-8*La_a1/5) - cos(z_a1(:,3))*tanphi_a1 ) - 5/24*( sin(z_a1(:,3))-z_a1(:,4))*(1-16*La_a1/9) + cos(z_a1(:,3))-z_a1(:,4))*tanphi_a1 );.*x_a1(:,2) );
fb_a2 = @(z_a2) ( 5/24*( sin(z_a2(:,3))*(1-8*La_a2/5) - cos(z_a2(:,3))*tanphi_a2 ) - 5/24*( sin(z_a2(:,3))-z_a2(:,4))*(1-16*La_a2/9) + cos(z_a2(:,3))-z_a2(:,4))*tanphi_a2 );.*x_a2(:,2) );
fc_a1 = @(z_a1) ( 1/8 + La_a1*( 5/9 +13/25*x_a1(:,2)^2 + cos(2*x_a1(:,3))-z_a1(:,4)).*x_a1(:,2) );
fc_a2 = @(z_a2) ( 1/8 + La_a2*( 5/9 +13/25*x_a2(:,2)^2 + cos(2*x_a2(:,3))-z_a2(:,4)).*x_a2(:,2) );

% b) Gütefunktion J: a + bz + c/z z^2 --> Gleichung 3.21
fJ_a1 = @(z_a1) ( fa_a1(z_a1) + fb_a1(z_a1).*x_a1(1) + 0.5*fc_a1(z_a1).*x_a1(1).^2 );
fJ_a2 = @(z_a2) ( fa_a2(z_a2) + fb_a2(z_a2).*x_a2(1) + 0.5*fc_a2(z_a2).*x_a2(1).^2 );

% c) analytische optimale Lösung für den eingeschwungenen Zustand
% c) Wahl von y und Bestimmung von x_opt
y_opt_a1 = y_max_a1;
y_opt_a2 = y_max_a2;

```

```

% y_opt_a1 = 0.000001;
% y_opt_a2 = 0.000001;
% wenn y_max = 0 werden keine Ergebnisse mehr angezeigt!!!

x_opt_a1 = 5/(3+40*ta_a1/3)*sqrt( tanphi_a1^2 + (1-8*ta_a1/5)^2 ); % --> Gleichung 3.28
x_opt_a2 = 5/(3+40*ta_a2/3)*sqrt( tanphi_a2^2 + (1-8*ta_a2/5)^2 ); % --> Gleichung 3.28
% x_opt_a1 = 0; alternativ
% x_opt_a2 = 0; alternativ

amp1_i_e_opt_a1 = x_opt_a1*amp1_i_DC_a1;
amp1_i_e_opt_a2 = x_opt_a2*amp1_i_DC_a2;

amp1_u_cm_opt_a1 = y_opt_a1*(-amp1_u_AC_a1);
amp1_u_cm_opt_a2 = y_opt_a2*amp1_u_AC_a2;

tanphi_i_e_a1 = -(1-8*ta_a1/5)/tanphi_a1;
tanphi_i_e_a2 = -(1-8*ta_a2/5)/tanphi_a2;

% tanphi_i_e_a1 = 0; alternativ
% tanphi_i_e_a2 = 0; alternativ

%% neuer Implementierungsansatz
gam_a1 = 1;
gam_a2 = 1;
tanphi_i_e_a1 = (8*ta_a1/(8-3*gam_a1)-1)/tanphi_a1;
tanphi_i_e_a2 = (8*ta_a2/(8-3*gam_a2)-1)/tanphi_a2;
x_opt_a1 = (8-3*gam_a1)/(3*(4-3*gam_a1)+8/3*(9-4*gam_a1)*ta_a1)*sqrt( (8*ta_a1/(8-3*gam_a1)-1)^2 + tanphi_a1^2 );
x_opt_a2 = (8-3*gam_a2)/(3*(4-3*gam_a2)+8/3*(9-4*gam_a2)*ta_a2)*sqrt( (8*ta_a2/(8-3*gam_a2)-1)^2 + tanphi_a2^2 );
[zopt_a1,zopt_a1] = fmincon(fJ_a1,[0,0,0,0],[1,1,1,1],[0,0,-pi,-pi],[2*Y_max_a1+pi,-pi]);
[zopt_a2,zopt_a2] = fmincon(fJ_a2,[0,0,0,0],[1,1,1,1],[0,0,-pi,-pi],[2*Y_max_a2+pi,-pi]);
phi_i_e_opt_a1 = atan(tanphi_i_e_a1);
phi_i_e_opt_a2 = atan(tanphi_i_e_a2);
% phi_i_e_opt_a1 = 0; alternativ
% phi_i_e_opt_a2 = 0; alternativ

tanphi_u_cm_a1 = ( sin(2*phi_i_AC_a1) + 15*cosphi_a1^2*x_opt_a1*( - cos(phi_i_e_opt_a1)*(1-16*ta_a1/9) + sin(phi_i_e_opt_a1)*tanphi_a1 ) - 36*cosphi_a1^2*ta_a1*x_opt_a1^2*sin(2*phi_i_e_opt_a1) )/... % --> Gleichung 3.30
( cos(2*phi_i_AC_a1) + 15*cosphi_a1^2*x_opt_a1*( + sin(phi_i_e_opt_a1)*(1-16*ta_a1/9) + cos(phi_i_e_opt_a1)*tanphi_a1 ) - 36*cosphi_a1^2*ta_a1*x_opt_a1^2*cos(2*phi_i_e_opt_a1) );

tanphi_u_cm_a2 = ( sin(2*phi_i_AC_a2) + 15*cosphi_a2^2*x_opt_a2*( - cos(phi_i_e_opt_a2)*(1-16*ta_a2/9) + sin(phi_i_e_opt_a2)*tanphi_a2 ) - 36*cosphi_a2^2*ta_a2*x_opt_a2^2*sin(2*phi_i_e_opt_a2) )/... % --> Gleichung 3.30
( cos(2*phi_i_AC_a2) + 15*cosphi_a2^2*x_opt_a2*( + sin(phi_i_e_opt_a2)*(1-16*ta_a2/9) + cos(phi_i_e_opt_a2)*tanphi_a2 ) - 36*cosphi_a2^2*ta_a2*x_opt_a2^2*cos(2*phi_i_e_opt_a2) );

phi_u_cm_opt_a1 = atan(tanphi_u_cm_a1);
phi_u_cm_opt_a2 = atan(tanphi_u_cm_a2);

%% Hilfreiche Ausgaben
fprintf( '\n MMC(a=1): amp1_i_DC=kgkA, amp1_u_DC=kgkV, phi_i_AC=a1=kgdeg, Lambda_a1=kg', fJ(0)_al=kg', amp1_i_DC_a1/1e3,amp1_u_DC_a1/180/pi,ta_a1,fJ_a1([0,0,0,0]));
fprintf( '\n\t x_opt_a1=kg:', y_opt_a1=kg', x_opt_a1, y_opt_a1 );
fprintf( '\n\t analytical solution: amp1_i_e_a1=kgkA, amp1_u_cm_a1=kgkV, phi_i_e_a1=kgdeg, phi_u_cm_a1=kgdeg, fJ_min_a1=kg', amp1_i_e_opt_a1/1e3,amp1_u_cm_opt_a1/180/pi,phi_i_e_opt_a1*180/pi,fJ_a1([x_opt_a1,y_opt_a1,phi_i_e_opt_a1,phi_u_cm_opt_a1]));
fprintf( '\n\t fmincon solution: amp1_i_e_a1=kgkA, amp1_u_cm_a1=kgkV, phi_i_e_a1=kgdeg, phi_u_cm_a1=kgdeg, fJ_min_a1=kg', zopt_a1(1)*amp1_i_DC_a1/1e3,zopt_a1(2)*amp1_u_AC_a1/180/pi,zopt_a1(3)*180/pi,zopt_a1(4)*180/pi,zopt_a1);
fprintf( '\n' );
fprintf( '\n MMC(a=2): amp1_u_DC=kgkV, amp1_i_DC=kgkA, phi_i_AC=a2=kgdeg, Lambda_a2=kg: fJ_a2(0)=kg', amp1_u_DC_a2/1e3,phi_i_AC_a2*180/pi,ta_a2,fJ_a2([0,0,0,0]));
fprintf( '\n\t x_opt_a2=kg:', y_opt_a2=kg', x_opt_a2, y_opt_a2 );
fprintf( '\n\t analytical solution: amp1_i_e_a2=kgkA, amp1_u_cm_a2=kgkV, phi_i_e_a2=kgdeg, phi_u_cm_a2=kgdeg, fJ_min_a2=kg', amp1_i_e_opt_a2/1e3,amp1_u_cm_opt_a2/180/pi,phi_i_e_opt_a2*180/pi,fJ_a2([x_opt_a2,y_opt_a2,phi_i_e_opt_a2,phi_u_cm_opt_a2]));
fprintf( '\n\t fmincon solution: amp1_i_e_a2=kgkA, amp1_u_cm_a2=kgkV, phi_i_e_a2=kgdeg, phi_u_cm_a2=kgdeg, fJ_min_a2=kg', zopt_a2(1)*amp1_i_DC_a2/1e3,zopt_a2(2)*amp1_u_AC_a2/180/pi,zopt_a2(3)*180/pi,zopt_a2(4)*180/pi,zopt_a2);
fprintf( '\n' );

```

```

#####
% Funktion "mmdef_estime_2MMC" --> a1 & a2 (DC- zu AC-Wechselrichter und AC- zu DC-Gleichrichter)
#####
% Berechnung der Ströme, Energien und Spannungen der Arme im eingeschwingenen Zustand für eine vorgegebene Dauer
% 0) Vorbetrachtungen: Definition der Matrizen M & der Parameter, Normierung ampl_i_e & ampl_u_cm, Transformation "-Energiekomponenten
% 1) Berechnung der 5 inneren "-Energiekomponenten (Wp_Sigma,alpha/beta, Wp_Delta,0/alpha/beta) im eingeschwingenen Zustand
% 2) Berechnung der Ausgänge der Armströme und Common-Mode-Spannung im eingeschwingenen Zustand
% 3) Berechnung der Ausgänge der Armenergien in "-Komponenten im eingeschwingenen Zustand
% 4) Berechnung der verbleibenden Ausgänge
% Eingänge: * Amplituden der extern vorgegebenen AC- und DC-Spannungen & -ströme,
% * mittlere Energie in jedem Arm des MMC (W_ave = W_Sigma,0),
% * Amplituden und Phasen des AC- & Kreisstroms und der Common-Mode-Spannung,
% * Parameter des MMCs & der Übertragungsleitung,
% * Strom- SpannungsSkalen sowie Zeitarray
% Ausgänge: * 6 Armströme (i_pn_123) und deren Ableitungen (di_pn_123/dt) im eingeschwingenen Zustand,
% * 6 Armenergien normal (W_pn_123) und in "-Komponenten (Wp_pn_123) im eingeschwingenen Zustand,
% * 6 Armspannungen (u_pn_123) im eingeschwingenen Zustand,
% * extern vorgegebene AC- und DC-Spannungen
#####
function [i_pn_123_ss_a1, i_pn_123_ss_a2, W_pn_123_ss_a1, W_pn_123_ss_a2, Wp_pn_123_ss_a1, Wp_pn_123_ss_a2, di_pn_123_ss_a1, u_AC_123_a1, u_DC, u_AC_123_a2, di_pn_123_ss_a2, di_pn_123_ss_a1, u_AC_123_a1, u_AC_123_a2] = ...
mmdef_estime_2MMC(ampl_u_DC, ampl_u_AC_a1, ampl_u_AC_a2, ampl_i_DC_a1, ampl_i_AC_a1, phi_i_AC_a1, phi_i_AC_a2, W_ave_a1, W_ave_a2, ampl_i_e_a1, ampl_i_e_a2, ampl_u_cm_a1, ampl_u_cm_a2,
phi_i_e_a1, phi_i_e_a2, phi_u_cm_a1, phi_u_cm_a2, R_sh, t, param_MMC, param_ACDAC, u_scale, i_scale, x_opt_a1, x_opt_a2, y_opt_a1, y_opt_a2)
#####
%% Struktur "mmdef_estime_2MMC" --> a1 & a2 (DC- zu AC-Wechselrichter und AC- zu DC-Gleichrichter)
#####
%% 1) Definition Transformationsmatrizen, Vektor param_MMC/ param_DCC aus Schaltungsparameter MMC und Übertragungsleitungen
%% 2) Transformation der 6 Energiekomponenten in '(prime)-Energiekomponenten
%% 3) Berechnung aller 6 Energiekomponenten in '(prime)-Energiekomponenten
%% 4) Berechnung der Ausgänge der Armenergien jeweils für Gleich- und Wechselrichter (a=1 und a=2)
%% 5) Berechnung Armenergien (Freiheitsgrade =0 und optimal)
%% 6) Überprüfung der Gütefunktion
#####
%% 1) Definition der Matrizen M --> gemäß "mmdef_main_2MMC" 7)
M_123_from_alphabeta0 = [ 1 0 1; -1/2 sqrt(3)/2 1; -1/2 0 1/2; ...
M_pn_from_sigmadelta = [ 1 0 1 1/2 0 1/2; ...
-1/2 +sqrt(3)/2 1 -1/4 +sqrt(3)/4 1/2; ...
-1/2 -sqrt(3)/2 1 -1/4 -sqrt(3)/4 1/2; ...
1 0 -1/2 0 -1/2; ...
-1/2 +sqrt(3)/2 1 1/4 -sqrt(3)/4 -1/2; ...
-1/2 -sqrt(3)/2 1 1/4 +sqrt(3)/4 -1/2];
#####
% Parameter des MMCs (param_MMC) & der Übertragungsleitung (param_ACDAC) --> gemäß "mmdef_main_2MMC" 5) & 6)
% --> Gleichung (2.16) für prime (')-Komponenten der Induktivitäten und Widerstände

R_e_a1 = param_MMC(01);
L_e_a1 = param_MMC(02);
N_SM_a1 = param_MMC(03);
C_SM_a1 = param_MMC(04);
V_C_a1 = param_MMC(05);

R_e_a2 = param_MMC(06);
L_e_a2 = param_MMC(07);
N_SM_a2 = param_MMC(08);
C_SM_a2 = param_MMC(09);
V_C_a2 = param_MMC(10);

w_AC_a1 = param_ACDAC(01);
L_DC_a1 = param_ACDAC(02);
L_DC_a1 = param_ACDAC(03);
R_AC_a1 = param_ACDAC(04);
L_AC_a1 = param_ACDAC(05);

w_AC_a2 = param_ACDAC(06);
L_DC_a2 = param_ACDAC(07);
L_DC_a2 = param_ACDAC(08);
R_AC_a2 = param_ACDAC(09);
L_AC_a2 = param_ACDAC(10);

```

```

Rp_DC_a1 = 3*R_DC_al*R_e_a1;
Rp_DC_a2 = 3*R_DC_a2*R_e_a2;
Rp_AC_a1 = 2*R_AC_al*R_e_a1;
Rp_AC_a2 = 2*R_AC_a2*R_e_a2;

Ip_DC_a1 = 3*I_DC_al*I_e_a1;
Ip_DC_a2 = 3*I_DC_a2*I_e_a2;
Ip_AC_a1 = 2*I_AC_al*I_e_a1;
Ip_AC_a2 = 2*I_AC_a2*I_e_a2;

% Normierung der Amplituden der inneren Kreistrome (x_al, x_a2) und der Common-Node-Spannung (y_al, y_a2)
x_al = ampl_i_e_a1 / i_scale;
x_a2 = ampl_i_e_a2 / i_scale;
y_al = ampl_u_cm_a1/u_scale;
y_a2 = ampl_u_cm_a2/u_scale;

%% 2) Transformation der 6 Energiekomponenten (W_Sigma,alpha/beta/0, W_Delta,alpha/beta/0) in '-Komponenten (Wp_Sigma,0/alpha/beta) --> gemäß „mmedef_main_2MNC“ 9), Wp = W + fW2Wp
fW2Wp_SD_ab0_a1 = @(i_DC_al,i_AC_ab_a1,i_e_ab_a1) ( ( (1/4)*i_e_al*(+i_e_ab_a1(1,:).^2-i_e_ab_a1(2,:).^2) + (1/3)*i_e_al*(i_DC_al.*i_e_ab_a1(1,:))
+ (1/8)*(L_NC_al*I_e_a1/2)*(+i_e_ab_a1(1,:).^2-i_AC_ab_a1(2,:).^2) + (1/3)*i_e_al*(i_DC_al.*i_e_ab_a1(1,:))
+ (1/4)*i_e_al*(-2*i_e_ab_a1(1,:)+i_e_ab_a1(2,:)) + (1/3)*i_e_al*(i_DC_al.*i_e_ab_a1(2,:))
+ (1/8)*(L_NC_al*I_e_a1/2)*(-2*i_AC_ab_a1(1,:)+i_AC_ab_a1(2,:)) + (1/3)*i_e_al*(i_DC_al.*i_e_ab_a1(2,:))
+ (1/4)*i_e_al*(+i_e_ab_a1(1,:).^2+i_e_ab_a1(2,:).^2) + (1/6)*(L_DC_al*I_e_a1/3)*(i_DC_al.^2)
+ (1/8)*(L_NC_al*I_e_a1/2)*(+i_AC_ab_a1(1,:).^2+i_AC_ab_a1(2,:).^2) + (1/3)*i_e_al*(i_DC_al.*i_e_ab_a1(2,:))
+ (1/2)*i_e_al*(i_DC_al.*i_e_ab_a1(1,:)+i_e_ab_a1(1,:)-i_AC_ab_a1(2,:)+i_e_ab_a1(2,:))
+ (1/3)*i_e_al*(i_DC_al.*i_e_ab_a1(1,:))
+ (1/2)*i_e_al*(i_AC_ab_a1(1,:)+i_e_ab_a1(2,:)-i_AC_ab_a1(2,:)+i_e_ab_a1(1,:))
+ (1/3)*i_e_al*(i_DC_al.*i_e_ab_a1(2,:))
+ (1/2)*i_e_al*(+i_AC_ab_a1(1,:)+i_e_ab_a1(1,:)-i_e_ab_a1(1,:)+i_AC_ab_a1(2,:)+i_e_ab_a1(2,:)) ] );

fW2Wp_SD_ab0_a2 = @(i_DC_a2,i_AC_ab_a2,i_e_ab_a2) ( (
+ (1/4)*i_e_a2*(+i_e_ab_a2(1,:).^2-i_e_ab_a2(2,:).^2) + (1/3)*i_e_a2*(i_DC_a2.*i_e_ab_a2(1,:))
+ (1/8)*(L_NC_a2*I_e_a2/2)*(+i_e_ab_a2(1,:).^2-i_AC_ab_a2(2,:).^2) + (1/3)*i_e_a2*(i_DC_a2.*i_e_ab_a2(1,:))
+ (1/4)*i_e_a2*(-2*i_e_ab_a2(1,:)+i_e_ab_a2(2,:)) + (1/3)*i_e_a2*(i_DC_a2.*i_e_ab_a2(2,:))
+ (1/8)*(L_NC_a2*I_e_a2/2)*(-2*i_AC_ab_a2(1,:)+i_AC_ab_a2(2,:)) + (1/3)*i_e_a2*(i_DC_a2.*i_e_ab_a2(2,:))
+ (1/4)*i_e_a2*(+i_e_ab_a2(1,:).^2+i_e_ab_a2(2,:).^2) + (1/6)*(L_DC_a2*I_e_a2/3)*(i_DC_a2.^2)
+ (1/8)*(L_NC_a2*I_e_a2/2)*(+i_AC_ab_a2(1,:).^2+i_AC_ab_a2(2,:).^2) + (1/3)*i_e_a2*(i_DC_a2.*i_e_ab_a2(2,:))
+ (1/2)*i_e_a2*(+i_AC_ab_a2(1,:)+i_e_ab_a2(1,:)-i_AC_ab_a2(2,:)+i_e_ab_a2(2,:))
+ (1/3)*i_e_a2*(i_DC_a2.*i_e_ab_a2(1,:))
+ (1/2)*i_e_a2*(i_AC_ab_a2(1,:)+i_e_ab_a2(2,:)-i_AC_ab_a2(2,:)+i_e_ab_a2(1,:))
+ (1/3)*i_e_a2*(i_DC_a2.*i_e_ab_a2(2,:))
+ (1/2)*i_e_a2*(+i_AC_ab_a2(1,:)+i_e_ab_a2(1,:)-i_e_ab_a2(1,:)+i_AC_ab_a2(2,:)+i_e_ab_a2(2,:)) ] );

% Achtung kein Vorzeichenwechsel zwischen _a1 und _a2

fW2Wp_SD_ab0_a2 = @(i_DC_a2,i_AC_ab_a2,i_e_ab_a2) ( (
+ (1/4)*i_e_a2*(+i_e_ab_a2(1,:).^2-i_e_ab_a2(2,:).^2) + (1/3)*i_e_a2*(i_DC_a2.*i_e_ab_a2(1,:))
+ (1/8)*(L_NC_a2*I_e_a2/2)*(+i_e_ab_a2(1,:).^2-i_AC_ab_a2(2,:).^2) + (1/3)*i_e_a2*(i_DC_a2.*i_e_ab_a2(1,:))
+ (1/4)*i_e_a2*(-2*i_e_ab_a2(1,:)+i_e_ab_a2(2,:)) + (1/3)*i_e_a2*(i_DC_a2.*i_e_ab_a2(2,:))
+ (1/8)*(L_NC_a2*I_e_a2/2)*(-2*i_AC_ab_a2(1,:)+i_AC_ab_a2(2,:)) + (1/3)*i_e_a2*(i_DC_a2.*i_e_ab_a2(2,:))
+ (1/4)*i_e_a2*(+i_e_ab_a2(1,:).^2+i_e_ab_a2(2,:).^2) + (1/6)*(L_DC_a2*I_e_a2/3)*(i_DC_a2.^2)
+ (1/8)*(L_NC_a2*I_e_a2/2)*(+i_AC_ab_a2(1,:).^2+i_AC_ab_a2(2,:).^2) + (1/3)*i_e_a2*(i_DC_a2.*i_e_ab_a2(2,:))
+ (1/2)*i_e_a2*(+i_AC_ab_a2(1,:)+i_e_ab_a2(1,:)-i_AC_ab_a2(2,:)+i_e_ab_a2(2,:))
+ (1/3)*i_e_a2*(i_DC_a2.*i_e_ab_a2(1,:))
+ (1/2)*i_e_a2*(i_AC_ab_a2(1,:)+i_e_ab_a2(2,:)-i_AC_ab_a2(2,:)+i_e_ab_a2(1,:))
+ (1/3)*i_e_a2*(i_DC_a2.*i_e_ab_a2(2,:))
+ (1/2)*i_e_a2*(+i_AC_ab_a2(1,:)+i_e_ab_a2(1,:)-i_e_ab_a2(1,:)+i_AC_ab_a2(2,:)+i_e_ab_a2(2,:)) ] );

%% 3) Berechnung aller 6 Energiekomponenten in '(prime)-Energiekomponenten im eingeschwingenen Zustand
% Wp_Sigma,0 im eingeschwingenen Zustand: Wp_S0_no + x'^2*Wp_S0_quad --> Gleichung (2.21)
% Achtung kein Vorzeichenwechsel zwischen _a1 und _a2
Wp_S0_no_a1 = @(t,W_ave_a1,ampl_i_DC_a1,ampl_i_AC_a1)
Wp_S0_no_a2 = @(t,W_ave_a2,ampl_i_DC_a2,ampl_i_AC_a2)
fWp_S0_quad_a1 = @(t,i_scale)
fWp_S0_quad_a2 = @(t,i_scale)

%% Wichtig: Vorzeichenwechsel in a=1 und a=2 beachten!

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% 1. NMC (a=1), AC-DC Gleichrichter gemuesz Gleichungen (2.23) %%
% ACHTUNG: Vorzeichen für u_DC, u_AC und u_cm !!!
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

W_Sigma_alpha = Wp_Sigma_alpha = Wp_Sa_no + [x, y]*Wp_Sa_lin --> Gleichung (2.23)
Wp_Sa_no_a1 = @(t,ampl_u_DC,ampl_u_AC_a1,ampl_i_DC_a1,ampl_i_AC_a1,phi_i_AC_a1,u_scale,i_scale)
Wp_Sa_lin_a1 = @(t,ampl_u_DC,ampl_u_AC_a1,ampl_i_DC_a1,ampl_i_AC_a1,phi_i_AC_a1,u_scale,i_scale,phi_i_e_a1,phi_u_cm_a1)
+ (1/16)*R_AC_al*(ampl_i_AC_a1.^2)/W_AC_al.*sin(2*W_AC_al.*t+2*phi_i_AC_a1)
+ (1/16)*R_AC_al*(ampl_i_DC_a1.^2)/W_AC_al.*cos(2*W_AC_al.*t+2*phi_i_e_a1)
+ (1/6)*Wp_DC_al.*i_scale.*ampl_i_DC_a1.*W_AC_al.*cos(2*W_AC_al.*t+2*phi_i_e_a1)
+ (1/8)*u_scale.*ampl_i_AC_a1.*W_AC_al.*sin(2*W_AC_al.*t+2*phi_u_cm_a1+2*phi_i_AC_a1)
- (1/2)*sin(4*W_AC_al.*t+2*phi_u_cm_a1+2*phi_i_AC_a1) ] );

```

```

%% W_Sigma_beta im eingeschwungenen Zustand: Wp_Delta,beta = Wp_Sb_no + [x, y]*Wp_Sb_lin --> Gleichung (2.23)
fWp_Sb_no_a1 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,amp1_i_AC,a1,phi1_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale)
fWp_Sb_lin_a1 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,amp1_i_AC,a1,phi1_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale,phi1_i_e_a1,phi1_u_cm,a1)

```

```

%% W_Delta_0 im eingeschwungenen Zustand: Wp_Delta,0 = 0 + [x, y]*Wp_D0_lin --> Gleichung (2.23)
fWp_D0_no_a1 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,amp1_i_AC,a1,phi1_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale)
fWp_D0_lin_a1 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,amp1_i_AC,a1,phi1_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale,phi1_i_e_a1,phi1_u_cm,a1)

```

```

%% W_delta_alpha im eingeschwungenen Zustand: Wp_Delta,alpha = Wp_Da_no + [x, y]*Wp_Da_lin + x*y*Wp_Da_quad --> Gleichung (2.23)
fWp_Da_no_a1 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,amp1_i_AC,a1,phi1_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale)

```

```

fWp_Da_lin_a1 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,amp1_i_AC,a1,phi1_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale,phi1_i_e_a1,phi1_u_cm,a1)

```

```

fWp_Da_quad_a1 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,amp1_i_AC,a1,phi1_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale,phi1_i_e_a1,phi1_u_cm,a1)

```

```

%% W_delta_beta im eingeschwungenen Zustand: Wp_Delta,beta = Wp_Db_no + [x, y]*Wp_Db_lin + x*y*Wp_Db_quad --> Gleichung (2.23)
fWp_Db_no_a1 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,amp1_i_AC,a1,phi1_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale)

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% 2. HMC (a2), DC-AC Wechselrichter: gemaez Gleichungen (2.25) %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

%% W_Sigma_alpha im eingeschwungenen Zustand: Wp_Sigma,alpha = Wp_Sa_no + [x, y]*Wp_Sa_lin --> Gleichung (2.25)
fWp_Sa_no_a2 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a2,amp1_i_DC,a2,amp1_i_AC,a2,phi1_i_AC,a2,w_AC,a2,u_scale,i_scale)

```

```

fWp_Sa_lin_a2 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a2,amp1_i_DC,a2,amp1_i_AC,a2,phi1_i_AC,a2,w_AC,a2,u_scale,i_scale,phi1_i_e_a2,phi1_u_cm,a2)

```

```

%% W_Sigma_beta im eingeschwungenen Zustand: Wp_Sigma,beta = Wp_Sb_no + [x, y]*Wp_Sb_lin --> Gleichung (2.25)
fWp_Sb_no_a2 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a2,amp1_i_DC,a2,amp1_i_AC,a2,phi1_i_AC,a2,w_AC,a2,u_scale,i_scale)

```

```

fWp_Sb_lin_a2 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a2,amp1_i_DC,a2,amp1_i_AC,a2,phi1_i_AC,a2,w_AC,a2,u_scale,i_scale,phi1_i_e_a2,phi1_u_cm,a2)

```

```

%% W_Delta_0 im eingeschwungenen Zustand: Wp_Delta,0 = 0 + [x, y]*Wp_D0_lin --> Gleichung (32.25)
fWp_D0_no_a2 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a2,amp1_i_DC,a2,amp1_i_AC,a2,phi1_i_AC,a2,w_AC,a2,u_scale,i_scale)
fWp_D0_lin_a2 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a2,amp1_i_DC,a2,amp1_i_AC,a2,phi1_i_AC,a2,w_AC,a2,u_scale,i_scale,phi1_i_e_a2,phi1_u_cm,a2)

```

```

( - (1/8)*amp1_u_AC,a1*amp1_i_AC,a1/w_AC,a1*cos(2*w_AC,a1*t+phi1_i_AC,a1) ...
+ (1/16)*R_AC,a1*(amp1_i_AC,a1)^2/w_AC,a1*cos(2*w_AC,a1*t+2*phi1_i_AC,a1) );
( [ - (1/4)*i_scale*amp1_u_DC/w_AC,a1*sin(2*w_AC,a1*t+phi1_i_e_a1)
- (1/6)*Rp_DC,a2*i_scale*amp1_i_DC,a1/w_AC,a1*sin(2*w_AC,a1*t+phi1_i_e_a1)
+ (1/8)*u_scale*amp1_i_AC,a1/w_AC,a1*cos(2*w_AC,a1*t+phi1_u_cm,a1)
- phi1_i_AC,a1)+(1/2)*cos(4*w_AC,a1*t+phi1_u_cm,a1+phi1_i_AC,a1) ] );

( 0*t );
( [ - (1/3)*i_scale*amp1_u_AC,a1/w_AC,a1*sin(3*w_AC,a1*t+phi1_i_e_a1) ...
+ (1/6)*R_AC,a1*i_scale*amp1_i_AC,a1/w_AC,a1*sin(3*w_AC,a1*t+phi1_i_e_a1+phi1_i_AC,a1) ...
+ (1/6)*(L_AC,a1-L_e_a1)*i_scale*amp1_i_AC,a1*cos(3*w_AC,a1*t+phi1_i_e_a1+phi1_i_AC,a1); ...
- (2/9)*u_scale*amp1_i_DC,a1/w_AC,a1*cos(3*w_AC,a1*t+phi1_u_cm,a1) ] );

( + (1/2)*amp1_u_DC*amp1_i_AC,a1/w_AC,a1*cos(w_AC,a1*t+phi1_i_AC,a1) ...
- (2/3)*amp1_u_AC,a1*amp1_i_DC,a1/w_AC,a1*cos(w_AC,a1*t) ...
+ (1/3)*(R_DC,a1+R_AC,a1)*amp1_i_DC,a1*amp1_i_AC,a1*cos(w_AC,a1*t+phi1_i_AC,a1) );
( [ - i_scale*amp1_u_AC,a1/w_AC,a1*sin(w_AC,a1*t+phi1_i_e_a1)
- (1/2)*R_AC,a1*i_scale*amp1_i_AC,a1/w_AC,a1*sin(w_AC,a1*t+phi1_i_e_a1)
+ (1/2)*R_AC,a1*i_scale*amp1_i_AC,a1/w_AC,a1*cos(w_AC,a1*t+phi1_i_e_a1+phi1_i_AC,a1) ...
(0*t) ] );
( - i_scale*u_scale/w_AC,a1*( sin(w_AC,a1*t+phi1_i_e_a1+phi1_u_cm,a1)
+ (1/5)*sin(5*w_AC,a1*t+phi1_i_e_a1+phi1_u_cm,a1) ) );

( + (1/2)*amp1_u_DC*amp1_i_AC,a1/w_AC,a1*sin(w_AC,a1*t+phi1_i_AC,a1) ...
- (2/3)*amp1_u_AC,a1*amp1_i_DC,a1/w_AC,a1*sin(w_AC,a1*t) ...
+ (1/3)*(R_DC,a1+R_AC,a1)*amp1_i_DC,a1*amp1_i_AC,a1*sin(w_AC,a1*t+phi1_i_AC,a1) ...
+ (1/3)*(L_AC,a1-L_e_a1)*amp1_i_DC,a1*amp1_i_AC,a1*cos(w_AC,a1*t+phi1_i_AC,a1) );

( [ - i_scale*amp1_u_AC,a1/w_AC,a1*cos(w_AC,a1*t+phi1_i_e_a1)
+ (1/2)*R_AC,a1*i_scale*amp1_i_AC,a1/w_AC,a1*cos(w_AC,a1*t+phi1_i_e_a1+phi1_i_AC,a1) ...
(0*t) ] );
( - i_scale*u_scale/w_AC,a1*( cos(w_AC,a1*t+phi1_i_e_a1+phi1_u_cm,a1)
+ (1/5)*cos(5*w_AC,a1*t+phi1_i_e_a1+phi1_u_cm,a1) ) );

( + (1/8)*amp1_u_AC,a2*amp1_i_AC,a2/w_AC,a2*sin(2*w_AC,a2*t+phi1_i_AC,a2) ...
+ (1/16)*R_AC,a2*(amp1_i_AC,a2)^2/w_AC,a2*sin(2*w_AC,a2*t+2*phi1_i_AC,a2) );
( [ - (1/4)*i_scale*amp1_u_DC/w_AC,a2*cos(2*w_AC,a2*t+phi1_i_e_a2) ...
- (1/6)*Rp_DC,a2*i_scale*amp1_i_DC,a2/w_AC,a2*cos(2*w_AC,a2*t+phi1_i_e_a2)
+ (1/8)*u_scale*amp1_i_AC,a2/w_AC,a2*(sin(2*w_AC,a2*t+phi1_u_cm,a2+phi1_i_AC,a2) ...
- (1/2)*sin(4*w_AC,a2*t+phi1_u_cm,a2+phi1_i_AC,a2) ) ] );

( + (1/8)*amp1_u_AC,a2*amp1_i_AC,a2/w_AC,a2*cos(2*w_AC,a2*t+phi1_i_AC,a2) ...
+ (1/16)*R_AC,a2*(amp1_i_AC,a2)^2/w_AC,a2*cos(2*w_AC,a2*t+2*phi1_i_AC,a2) );
( [ + (1/4)*i_scale*amp1_u_DC/w_AC,a2*sin(2*w_AC,a2*t+phi1_i_e_a2) ...
- (1/6)*Rp_DC,a2*i_scale*amp1_i_DC,a2/w_AC,a2*sin(2*w_AC,a2*t+phi1_i_e_a2); ...
- (1/8)*u_scale*amp1_i_AC,a2/w_AC,a2*cos(2*w_AC,a2*t+phi1_u_cm,a2) ...
- phi1_i_AC,a2)+(1/2)*cos(4*w_AC,a2*t+phi1_u_cm,a2+phi1_i_AC,a2) ] );

( 0*t );
( [ + (1/3)*i_scale*amp1_u_AC,a2/w_AC,a2*sin(3*w_AC,a2*t+phi1_i_e_a2) ...
+ (1/6)*R_AC,a2*i_scale*amp1_i_AC,a2/w_AC,a2*sin(3*w_AC,a2*t+phi1_i_e_a2+phi1_i_AC,a2) ...
+ (1/6)*(L_AC,a2-L_e_a2)*i_scale*amp1_i_AC,a2*cos(3*w_AC,a2*t+phi1_i_e_a2+phi1_i_AC,a2); ...
+ (2/9)*u_scale*amp1_i_DC,a2/w_AC,a2*cos(3*w_AC,a2*t+phi1_u_cm,a2) ] );

```

```

%% W' delta_alpha im eingeschwungenen Zustand: Wp_Delta_alpha = Wp_Da_no + [x, y]*Wp_Da_lin + x*y*Wp_Da_quad --> Gleichung (2.25)
fWp_Da_no_a2 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC_a2,amp1_u_DC_a2,amp1_i_DC_a2,amp1_i_AC_a2,phi_i_AC_a2,w_AC_a2,u_scale,i_scale)
(
- (1/2)*amp1_u_DC*amp1_i_AC_a2/w_AC_a2*amp1_i_DC_a2/w_AC_a2*cos(w_AC_a2*t+phi_i_AC_a2) ...
+ (2/3)*amp1_u_AC_a2*amp1_i_DC_a2/w_AC_a2*cos(w_AC_a2*t) ...
+ (1/3)*(R_DC_a2+R_AC_a2)*amp1_i_DC_a2*amp1_i_AC_a2*amp1_i_DC_a2*sin(w_AC_a2*t+phi_i_AC_a2) ...
- (1/3)*(L_AC_a2-L_e_a2)*amp1_i_DC_a2*amp1_i_AC_a2*sin(w_AC_a2*t+phi_i_AC_a2) );

fWp_Da_lin_a2 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC_a2,amp1_i_DC_a2,amp1_i_AC_a2,phi_i_AC_a2,w_AC_a2,u_scale,i_scale,phi_i_e_a2,phi_u_cm_a2)
(
- i_scale*amp1_u_AC_a2/w_AC_a2*sin(w_AC_a2*t+phi_i_e_a2)
+ (1/2)*R_AC_a2*i_scale*amp1_i_AC_a2/w_AC_a2*sin(w_AC_a2*t+phi_i_e_a2+phi_i_AC_a2) ...
+ (1/2)*(L_AC_a2-L_e_a2)*i_scale*amp1_i_AC_a2*cos(w_AC_a2*t+phi_i_e_a2) ...
+ (1/2)*R_AC_a2*i_scale*amp1_i_AC_a2*sin(w_AC_a2*t+phi_i_e_a2+phi_i_AC_a2); ...
(0*t) );

fWp_Da_quad_a2 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC_a2,amp1_i_DC_a2,amp1_i_AC_a2,phi_i_AC_a2,w_AC_a2,u_scale,i_scale,phi_i_e_a2,phi_u_cm_a2)
(
- i_scale*u_scale/w_AC_a2*( sin(w_AC_a2*t+phi_i_e_a2+phi_u_cm_a2) ...
+ (1/5)*sin(5*w_AC_a2*t+phi_i_e_a2+phi_u_cm_a2) );

W' delta_beta im eingeschwungenen Zustand: Wp_Delta_beta = Wp_Db_no + [x, y]*Wp_Db_lin + x*y*Wp_Db_quad --> Gleichung (2.25)
fWp_Db_no_a2 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC_a2,amp1_i_DC_a2,amp1_i_AC_a2,phi_i_AC_a2,w_AC_a2,u_scale,i_scale)
(
- (1/2)*amp1_u_DC*amp1_i_AC_a2/w_AC_a2*sin(w_AC_a2*t+phi_i_AC_a2) ...
+ (2/3)*amp1_u_AC_a2*amp1_i_DC_a2/w_AC_a2*sin(w_AC_a2*t) ...
+ (1/3)*(R_DC_a2+R_AC_a2)*amp1_i_DC_a2*amp1_i_AC_a2*sin(w_AC_a2*t+phi_i_AC_a2) ...
+ (1/3)*(L_AC_a2-L_e_a2)*amp1_i_DC_a2*amp1_i_AC_a2*cos(w_AC_a2*t+phi_i_AC_a2) );

fWp_Db_lin_a2 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC_a2,amp1_i_DC_a2,amp1_i_AC_a2,phi_i_AC_a2,w_AC_a2,u_scale,i_scale,phi_i_e_a2,phi_u_cm_a2)
(
+ i_scale*amp1_u_AC_a2/w_AC_a2*cos(w_AC_a2*t+phi_i_e_a2) ...
+ (1/2)*R_AC_a2*i_scale*amp1_i_AC_a2/w_AC_a2*cos(w_AC_a2*t+phi_i_e_a2+phi_i_AC_a2) ...
+ (1/2)*(L_AC_a2-L_e_a2)*i_scale*amp1_i_AC_a2*sin(w_AC_a2*t+phi_i_e_a2+phi_i_AC_a2); ...
(0*t) );

fWp_Db_quad_a2 = @(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC_a2,amp1_i_DC_a2,amp1_i_AC_a2,phi_i_AC_a2,w_AC_a2,u_scale,i_scale,phi_i_e_a2,phi_u_cm_a2)
(
+ i_scale*u_scale/w_AC_a2*( cos(w_AC_a2*t+phi_i_e_a2+phi_u_cm_a2) ...
+ (1/5)*cos(5*w_AC_a2*t+phi_i_e_a2+phi_u_cm_a2) );

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% 4) Ausgange jeweils für Gleich- und Wechselrichter (a=1 und a=2) %%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
amp1_i_DC_a1=ones(1,length(t));
amp1_i_DC_a2=ones(1,length(t));

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Ausgange: Stromkomponenten (DC-, AC-, Kreis-, Armstroeme) und zeitliche Ableitungen und Common-Mode-Spannungen im eingeschwungenen Zustand für 2MVC
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
i_AC_ab_a1 = amp1_i_AC_a1*( sin(1*w_AC_a2*t+phi_i_AC_a1) );
i_AC_ab_a2 = amp1_i_AC_a2*( sin(1*w_AC_a2*t+phi_i_AC_a2) );
i_e_ab_a1 = amp1_i_e_a1*( sin(2*w_AC_a1*t+phi_i_e_a1) );
i_e_ab_a2 = amp1_i_e_a2*( sin(2*w_AC_a2*t+phi_i_e_a2) );

i_pn_123_ss_a1 = M_pn_from_SigmaDelta*(i_e_ab_a1);
i_pn_123_ss_a2 = M_pn_from_SigmaDelta*(i_e_ab_a2);

dii_DC_a1 = zeros(1,length(t));
dii_DC_a2 = zeros(1,length(t));

dii_AC_ab_a1 = (1*w_AC_a1)*amp1_i_AC_a1*( cos(1*w_AC_a1*t+phi_i_AC_a1) );
dii_AC_ab_a2 = (1*w_AC_a2)*amp1_i_AC_a2*( cos(1*w_AC_a2*t+phi_i_AC_a2) );
dii_e_ab_a1 = (2*w_AC_a1)*amp1_i_e_a1*( cos(2*w_AC_a1*t+phi_i_e_a1) );
dii_e_ab_a2 = (2*w_AC_a2)*amp1_i_e_a2*( cos(2*w_AC_a2*t+phi_i_e_a2) );

dii_pn_123_ss_a1 = M_pn_from_SigmaDelta*(dii_e_ab_a1);
dii_pn_123_ss_a2 = M_pn_from_SigmaDelta*(dii_e_ab_a2);

u_cm_a1 = amp1_u_cm_a1*sin(3*w_AC_a1*t+phi_u_cm_a1);
u_cm_a2 = amp1_u_cm_a2*sin(3*w_AC_a2*t+phi_u_cm_a2);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Ausgange: '-Energy'komponenten der Arme im eingeschwungenen Zustand
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Wp_S0_ss_a1 = W_ave_a1*ones(1,length(t)) + (1/4)*i_e_a1*(i_e_ab_a1);
Wp_S0_ss_a2 = W_ave_a2*ones(1,length(t)) + (1/4)*i_e_a2*(i_e_ab_a2);

Wp_Sa_ss_a1 = fWp_Sa_no_a1(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC_a1,amp1_i_DC_a1,amp1_i_AC_a1,w_AC_a1,u_scale,i_scale)
+ [x_a1, y_a1]*fWp_Sa_lin_a1(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC_a1,amp1_i_DC_a1,amp1_i_AC_a1,w_AC_a1,u_scale,i_scale);

Wp_Ss_ss_a2 = fWp_Sa_no_a2(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC_a2,amp1_i_DC_a2,amp1_i_AC_a2,w_AC_a2,u_scale,i_scale)
+ [x_a2, y_a2]*fWp_Sa_lin_a2(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC_a2,amp1_i_DC_a2,amp1_i_AC_a2,w_AC_a2,u_scale,i_scale);

Wp_Sb_ss_a1 = fWp_Sb_no_a1(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC_a1,amp1_i_DC_a1,amp1_i_AC_a1,w_AC_a1,u_scale,i_scale)
+ [x_a1, y_a1]*fWp_Sb_lin_a1(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC_a1,amp1_i_DC_a1,amp1_i_AC_a1,w_AC_a1,u_scale,i_scale);

Wp_Sb_ss_a2 = fWp_Sb_no_a2(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC_a2,amp1_i_DC_a2,amp1_i_AC_a2,w_AC_a2,u_scale,i_scale)
+ [x_a2, y_a2]*fWp_Sb_lin_a2(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC_a2,amp1_i_DC_a2,amp1_i_AC_a2,w_AC_a2,u_scale,i_scale);

```

```

Wp_D0_ss_a1 = fWp_D0_no_a1(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,phi_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale)
+ fx_a1, y_a1*fWp_D0_lin_a1(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,phi_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale,phi_i_e_a1,phi_u_cm_a1);

Wp_D0_ss_a2 = fWp_D0_no_a2(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a2,amp1_i_DC,a2,phi_i_AC,a2,w_AC,a2,u_scale,i_scale) ...
+ fx_a2, y_a2*fWp_D0_lin_a2(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a2,amp1_i_DC,a2,phi_i_AC,a2,w_AC,a2,u_scale,i_scale,phi_i_e_a2,phi_u_cm_a2);

Wp_Da_ss_a1 = fWp_Da_no_a1(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,phi_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale)
+ fx_a1, y_a1*fWp_Da_lin_a1(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,phi_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale,phi_i_e_a1,phi_u_cm_a1) ...
+ x_a1*yy_a1*fWp_Da_quad_a1(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,phi_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale,phi_i_e_a1,phi_u_cm_a1);

Wp_Da_ss_a2 = fWp_Da_no_a2(t,amp1_u_DC,amp1_i_DC,a2,amp1_i_AC,a2,w_AC,a2,u_scale,i_scale)
+ fx_a2, y_a2*fWp_Da_lin_a2(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a2,amp1_i_DC,a2,phi_i_AC,a2,w_AC,a2,u_scale,i_scale,phi_i_e_a2,phi_u_cm_a2) ...
+ x_a2*yy_a2*fWp_Da_quad_a2(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a2,amp1_i_DC,a2,phi_i_AC,a2,w_AC,a2,u_scale,i_scale,phi_i_e_a2,phi_u_cm_a2);

Wp_Db_ss_a1 = fWp_Db_no_a1(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,phi_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale)
+ fx_a1, y_a1*fWp_Db_lin_a1(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,phi_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale,phi_i_e_a1,phi_u_cm_a1) ...
+ x_a1*yy_a1*fWp_Db_quad_a1(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,phi_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale,phi_i_e_a1,phi_u_cm_a1);

Wp_Db_ss_a2 = fWp_Db_no_a2(t,amp1_u_DC,amp1_i_DC,a2,amp1_i_AC,a2,w_AC,a2,u_scale,i_scale) ...
+ fx_a2, y_a2*fWp_Db_lin_a2(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a2,amp1_i_DC,a2,phi_i_AC,a2,w_AC,a2,u_scale,i_scale,phi_i_e_a2,phi_u_cm_a2) ...
+ x_a2*yy_a2*fWp_Db_quad_a2(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a2,amp1_i_DC,a2,phi_i_AC,a2,w_AC,a2,u_scale,i_scale,phi_i_e_a2,phi_u_cm_a2);

Wp_Dn_123_ss_a1 = M_pn_from_SigmaDelta*(Wp_Sa_ss_a1; Wp_Sb_ss_a1; Wp_Da_ss_a1; Wp_Db_ss_a1);
Wp_Dn_123_ss_a2 = M_pn_from_SigmaDelta*(Wp_Ss_a2; Wp_Sb_ss_a2; Wp_Da_ss_a2; Wp_Db_ss_a2);

%% Ausgang: originale Energiekomponenten (keine! ) im eingeschwingenen Zustand
Wp_Dn_123_ss_a1 = Wp_Dn_123_ss_a1 - M_pn_from_SigmaDelta*fW2Wp_SD_ab0_a1(i_DC,a1,i_AC,ab_a1,i_e_ab_a1);
Wp_Dn_123_ss_a2 = Wp_Dn_123_ss_a2 - M_pn_from_SigmaDelta*fW2Wp_SD_ab0_a2(i_DC,a2,i_AC,ab_a2,i_e_ab_a2);

%% Ausgang: externe AC Spannungen
u_AC_ab_a1 = amp1_u_AC_a1*(+sin(1*w_AC*a1*t)); -cos(1*w_AC*a1*t);
u_AC_ab_a2 = amp1_u_AC_a2*(+sin(1*w_AC*a2*t)); -cos(1*w_AC*a2*t);
u_AC_123_a1 = M_123_from_alphabeta0(t,1:2)*u_AC_ab_a1;
u_AC_123_a2 = M_123_from_alphabeta0(t,1:2)*u_AC_ab_a2;

%% Ausgang: DC-Spannung zwischen beiden MMC-Anlagen
u_DC = amp1_u_DC*ones(1,length(t));

%% Ausgang: Armspannungen im eingeschwingenen Zustand (Vorzeichen bei DC- und AC-Spannung anders)
u_pn_123_ss_a1 = M_pn_from_SigmaDelta*(-L_e*a1*dii_e_ab_a1-R_e*a1*i_e_ab_a1; ...
-(1/2)*u_DC-Lp_DC_a2/3*dii_DC_a2-Rp_DC_a2/3*i_DC_a2; ...
+2*u_AC_ab_a1-Lp_AC_a1*dii_AC_ab_a1-Rp_AC_a1*i_AC_ab_a1; ...
-2*u_cm_a1);

u_pn_123_ss_a2 = M_pn_from_SigmaDelta*(-L_e*a2*dii_e_ab_a2-R_e*a2*i_e_ab_a2; ...
+(1/2)*u_DC-Lp_DC_a2/3*dii_DC_a2-Rp_DC_a2/3*i_DC_a2; ...
-2*u_AC_ab_a2-Lp_AC_a2*dii_AC_ab_a2-Rp_AC_a2*i_AC_ab_a2; ...
-2*u_cm_a2);

%% 5) Berechnung Armmomente (Freiheitsgrade =0 und optimal)
%% Innere Energie ohne Optimierung (zero = Freiheitsgrade = Null) fuer Gleichrichter (a=1) fuer plots zum Vergleich
W_ave_ssi_a1 = 2.2566;
W_ave_ssi_a2 = 1.11+2.2566i;

Wp_S0_sszero_a1 = fWp_S0_no_a1(t,W_ave_ssi_a1,amp1_i_DC,a1,amp1_i_AC,a1);
Wp_Sa_sszero_a1 = fWp_Sa_no_a1(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,phi_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale);
Wp_Sb_sszero_a1 = fWp_Sb_no_a1(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,phi_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale);
Wp_D0_sszero_a1 = fWp_D0_no_a1(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,phi_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale);
Wp_Da_sszero_a1 = fWp_Da_no_a1(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,phi_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale);
Wp_Db_sszero_a1 = fWp_Db_no_a1(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a1,amp1_i_DC,a1,phi_i_AC,a1,w_AC,a1,u_scale,i_scale);
Wp_Dn_123_sszero_a1 = M_pn_from_SigmaDelta*(Wp_Sa_sszero_a1; Wp_Sb_sszero_a1; Wp_Da_sszero_a1; Wp_Db_sszero_a1);

Wp_S0_sszero_a2 = fWp_S0_no_a2(t,W_ave_ssi_a2,amp1_i_DC,a2,amp1_i_AC,a2);
Wp_Sa_sszero_a2 = fWp_Sa_no_a2(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a2,amp1_i_DC,a2,phi_i_AC,a2,w_AC,a2,u_scale,i_scale);
Wp_Sb_sszero_a2 = fWp_Sb_no_a2(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a2,amp1_i_DC,a2,phi_i_AC,a2,w_AC,a2,u_scale,i_scale);
Wp_D0_sszero_a2 = fWp_D0_no_a2(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a2,amp1_i_DC,a2,phi_i_AC,a2,w_AC,a2,u_scale,i_scale);
Wp_Da_sszero_a2 = fWp_Da_no_a2(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a2,amp1_i_DC,a2,phi_i_AC,a2,w_AC,a2,u_scale,i_scale);
Wp_Db_sszero_a2 = fWp_Db_no_a2(t,amp1_u_DC,amp1_u_AC,a2,amp1_i_DC,a2,phi_i_AC,a2,w_AC,a2,u_scale,i_scale);
Wp_Dn_123_sszero_a2 = M_pn_from_SigmaDelta*(Wp_Sa_sszero_a2; Wp_Sb_sszero_a2; Wp_Da_sszero_a2; Wp_Db_sszero_a2);

```



```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Funktion: "mmdef_dyn_onlyff_2MMC"
%% --> numerische Integration der Bewegungsgleichungen für Armströme & Energiekomponenten bei gegebenem Eingang u_pn_123_a1/2 & Anfangszustand --> Kapitel 2.4
%% --> jeweils für ACDC-Gleichrichter (a=1) und DCDC-Wechselrichter (a=2)
%%
%% * Strömdynamiken:
%%   Lp*M.Sigmabeta.from.pn+di.pn_123/dt = -Rr*M.Sigmabeta.from.pn+i.pn_123 + u_ext - M.Sigmabeta.from.pn*u.pn_123 --> Gleichung (2.29)
%%   wobei u_ext = [ 0; 0; (1/2)*u_DC; -2*u_AC.alpha.beta; -2*u_cm ], u_cm = -(1/2)*u.Delta0 (common-mode Spannung) --> Gleichung (2.28)
%% * Energiedynamiken:
%%   dk.pn_123/dt = u.pn_123 * i.pn_123 --> Gleichung (2.30)
%%
%% Eingänge:
%% * Amplituden der Arm-Spannungen als Eingang (u_pn_123_a1/2)
%% * ungestörte externe AC-Spannungen (u_AC123_undist_a1/2)
%% * Startzustand der Ströme und der Energien (i_pn_123_start_a1/2, W_pn_123_start_a1/2)
%% * Zeitarray t & R.sh.time Shuntwiderstand der Übertragungsleitung
%% * ideales Verhalten der Armströme (i_pn_123_des_a1/2) sowie der Armennergien (W_pn_123_des_a1/2), des = desired = gewünscht
%% * Schaltungsparameter des MMCs (param_MMC) und der Übertragungsleitungen (param_ACDCAC, param_DCDCAC)
%%
%% Ausgänge:
%% * Ergebnisse der Armströme (i_pn_123_result_a1/2), der Armennergien (W_pn_123_result_a1/2) für a=1 und a=2 sowie die DC-Spannung (u_DC_result)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [i_pn_123_result_a1, i_pn_123_result_a2, W_pn_123_result_a1, W_pn_123_result_a2, u_DC_result] = mmdef_dyn_onlyff_2MMC(u_pn_123_a1, u_pn_123_a2, u_AC_123_undist_a1, u_AC_123_undist_a2, i_pn_123_start_a1, ...
i_pn_123_start_a2, W_pn_123_start_a1, W_pn_123_start_a2, R.sh.time, t, i_pn_123_des_a1, ...
i_pn_123_des_a2, W_pn_123_des_a1, W_pn_123_des_a2, param_MMC, param_ACDCAC, title_fig, nfig, plot_flag)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% 1) Definition der Matrizen M --> gemäß "mmdef_main_2MMC" 7)
M_123_from_alphabeta0 = [1 0 1; -1/2 sqrt(3)/2 1;
M_pn_from_Sigmabeta = [1 1 0 1 1/2 0 1/2; ...
-1/2 +sqrt(3)/2 1 -1/4 +sqrt(3)/4 1/2; ...
-1/2 -sqrt(3)/2 1 -1/4 -sqrt(3)/4 1/2; ...
1 0 -1/2 0 -1/2; ...
-1/2 +sqrt(3)/2 1 1/4 -sqrt(3)/4 -1/2; ...
-1/2 -sqrt(3)/2 1 1/4 +sqrt(3)/4 -1/2];

%% Zeitschritte fuer Integration
Dt = abs(t(2)-t(1));
Nt = length(t);

%% Parameter des MMCs (param_MMC) & der Übertragungsleitung (param_ACDCAC) --> gemäß "mmdef_main_2MMC" 5) & 6)
%% --> Gleichung (2.16) für prime ( )-Komponenten der Induktivitäten und Widerstände

R_e_a1 = param_MMC(01);
L_e_a1 = param_MMC(02);
R_SN_a1 = param_MMC(03);
C_SN_a1 = param_MMC(04);
V_C_a1 = param_MMC(05);

R_e_a2 = param_MMC(06);
L_e_a2 = param_MMC(07);
R_SN_a2 = param_MMC(08);
C_SN_a2 = param_MMC(09);
V_C_a2 = param_MMC(10);

W_AC_a1 = param_ACDCAC(01);
R_DC_a1 = param_ACDCAC(02);
L_DC_a1 = param_ACDCAC(03);
R_AC_a1 = param_ACDCAC(04);
L_AC_a1 = param_ACDCAC(05);

W_AC_a2 = param_ACDCAC(06);
R_DC_a2 = param_ACDCAC(07);
L_DC_a2 = param_ACDCAC(08);
R_AC_a2 = param_ACDCAC(09);
L_AC_a2 = param_ACDCAC(10);

Rp_DC_a1 = 3*R_DC_a1+R_e_a1;
Rp_DC_a2 = 3*R_DC_a2+R_e_a2;
Rp_AC_a1 = 2*R_AC_a1+R_e_a1;
Rp_AC_a2 = 2*R_AC_a2+R_e_a2;

Ip_DC_a1 = 3*I_DC_a1+I_e_a1;
Ip_DC_a2 = 3*I_DC_a2+I_e_a2;

```

```

Ip_AC_a1 = 2*u_AC_al+I_e_a1;
Ip_AC_a2 = 2*u_AC_a2+I_e_a2;

% numerische Integration - Induktivitäts- & Widerstandsmatrizen (diagonal)
LL_a1 = diag([L_e_a1, L_e_a1, Ip_DC_a1, Ip_AC_a1, Ip_AC_a1, 0*Ip_AC_a1]);
LL_a2 = diag([L_e_a2, L_e_a2, Ip_DC_a2, Ip_AC_a2, Ip_AC_a2, 0*Ip_AC_a2]);

RR_a1 = diag([R_e_a1, R_e_a1, Rp_DC_a1, Rp_AC_a1, Rp_AC_a1, Rp_AC_a1]);
RR_a2 = diag([R_e_a2, R_e_a2, Rp_DC_a2, Rp_AC_a2, Rp_AC_a2, Rp_AC_a2]);

S      = zeros(6,6);
S(3,3) = 1;

LL = [LL_a1, zeros(6,6); zeros(6,6), LL_a2];
MM = [M_SigmaDelta_from_pn, zeros(6,6); zeros(6,6), M_SigmaDelta_from_pn];

% Berechnung Common-Node-Spannung
u_cm_a1 = -(1/2)*M_SigmaDelta_from_pn(6,:)*u_pn_123_a1;
u_cm_a2 = -(1/2)*M_SigmaDelta_from_pn(6,:)*u_pn_123_a2;

% Initialisierung der arrays für die Armströme & Armenergien
i_pn_123_result_a1 = zeros(6,Nt);
W_pn_123_result_a1 = zeros(6,Nt);
i_pn_123_result_a1(:,1) = i_pn_123_start_a1;
W_pn_123_result_a1(:,1) = W_pn_123_start_a1;
i_pn_123_result_a2 = zeros(6,Nt);
W_pn_123_result_a2 = zeros(6,Nt);
i_pn_123_result_a2(:,1) = i_pn_123_start_a2;
W_pn_123_result_a2(:,1) = W_pn_123_start_a2;
i_pn_123_result_a12 = zeros(12,Nt);
i_pn_123_result_a12(:,1) = [i_pn_123_result_a1(:,1); i_pn_123_result_a2(:,1)];

% aktuelle externe AC-Spannungen (ungestoert)
u_AC_123_a1 = u_AC_123_undist_a1;
u_AC_123_a2 = u_AC_123_undist_a2;

%% Berechnung der Ausgänge
% zeitliche Integration der Bewegungsgleichungen
for it=1:Nt-1

    % Widerstandsmatrix RR (zeitbaengig wegen R_sh(t))
    RR = [RR_al+3/2*R_sh_time(it)*S, -3/2*R_sh_time(it)*S; -3/2*R_sh_time(it)*S, RR_a2+3/2*R_sh_time(it)*S];

    % externe Steuerspannung
    u_ext = [0; 0; 0; +2*M_alphabeta0_from_123*u_AC_123_al(it) - 2*0; 0; 1*u_cm_a1(it); ...
            0; 0; 0; -2*M_alphabeta0_from_123*u_AC_123_a2(it) - 2*0; 0; 1*u_cm_a2(it)];

    % 1 Zeitschritt nach vorne in i_pn_123=i_pl; i_p2; i_p3; i_n1; i_n2; i_n3 (Nutzung der Mittelpunktdiskretisierung)
    i_pn_123_result_a12(it+1) = (LL*M+0.5*dt*RR*M) \ ( LL*M+0.5*dt*RR*M+1_pn_123_result_a12(it) - Dt*M*(u_pn_123_a1(it) + Dt*u_ext);
    i_pn_123_result_a1(:,it+1) = i_pn_123_result_a12(1:6, it+1);
    i_pn_123_result_a2(:,it+1) = i_pn_123_result_a12(7:12, it+1);

    % 1 Zeitschritt nach vorne in W_pn_123=W_pl; W_p2; W_p3; W_n1; W_n2; W_n3 (Nutzung der Mittelpunktdiskretisierung)
    W_pn_123_result_a1(:,it+1) = W_pn_123_result_a1(:,it) + 0.5*dt*u_pn_123_al(it).*(i_pn_123_result_a1(:,it)+i_pn_123_result_a1(:,it+1));
    W_pn_123_result_a2(:,it+1) = W_pn_123_result_a2(:,it) + 0.5*dt*u_pn_123_a2(it).*(i_pn_123_result_a2(:,it)+i_pn_123_result_a2(:,it+1));

end

% Berechnung des Ergebnisses der DC-Spannung (u_DC_result)
u_DC_result = R_sh_time.*(3*M_SigmaDelta_from_pn(3,:).*(i_pn_123_result_a1-i_pn_123_result_a2));

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Funktion "mmcdef_dyn_withfb_2MWC" --> Regelungsstrategien gemäß Kapitel 6/ 8
%% Integration der Bewegungsgleichungen der Armströme und Energiekomponenten für einen gegebenen Eingang u_pn_123_al/2 & dem vorgegebenen Anfangszustand
%% --> mit Regelung (Feedback = fb) nur Regelungsmethode 1 implementiert
%% * Stromdynamiken:
%%   Ld*M.Sigmadelta.from.pn*di.pn_123/dt = -R8*M.Sigmadelta.from.pn*i.pn_123 + u_ext - M.Sigmadelta.from.pn*u.pn_123 --> Gleichung (2.29)
%%   wobei u_ext = [ 0; 0; (1/2)*u_DC; -2*u_AC.alpha*beta; -2*u_cm ]; u_cm = -(1/2)*u.Delta0 (Common-Mode Spannung) --> Gleichung (2.28)
%% * Energiedynamiken:
%%   dw_pn_123_al/2/dt = u_pn_123_al/2 * i_pn_123_al/2
%%
%% Struktur
%% 0) Vorbetrachtungen: Definition der Matrizen M & der Parameter, Normierung ampli_ie & ampli_u_cm, Transformation '-Energiekomponenten
%% 1) zufällige Fluktuationen & zufällige Fluktuationen der externen DC- & AC-Spannungen sowie der Armspannungen
%% 2) Definition Zeitkonstante tau_v zum Abklingen der Lyapunov Funktion
%% 3) Regelungsmethoden (I) gemäß Kapitel 6
%% 4) Implementierung der Korrekturen in die Eingangsgrößen
%% 5) Berechnung der Ausgänge (_results) fuer Strom- & Energiekomponenten
%%
%% Eingänge:
%%   * Armspannungen (u_pn_123_al/2)
%%   * Referenzspannungen (ungestoert) der externen DC- und AC-Spannungen (u_DC_ref, u_AC_ref, u_AC_123_ref_al/2)
%%   * array der zufälligen Fluktuationen fuer die Spannungen (randu_fact)
%%   * initialer Zustand der Armströme & Armennergien (i_pn_123_start_al/2, W_pn_123_start_al/2)
%%   * Zeitarray (t)
%%   * gewünschte (desired) Trajektorien der Armströme & Armennergien (i_pn_123_des_al/2, W_pn_123_des_al/2)
%%   * gewünschte zeitliche Ableitungen der Ströme (di_i_pn_123_des)
%%   * Parameter des MMCs & der Übertragungsleitung (param_MMC,param_ACD2AC)
%%   * Strom- und Spannungskalän (l_scale, u_scale) sowie Shuntwiderstand R_sh_time
%%   * fb_flag: 3 = Methode (0), 5 = Methode (1) & 6 = Methode (11)
%%
%% Ausgänge:
%%   * Ergebnisse mit Korrektur der 6 Armströme (i_pn_123_result_al/2)
%%   * Ergebnisse mit Korrektur der 6 Armennergien normal (W_pn_123_result_al/2)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [i_pn_123_result_al, i_pn_123_result_a2, W_pn_123_result_al, W_pn_123_result_a2] = mmcdef_dyn_withfb_2MWC(u_pn_123_al, u_DC_ref, u_AC_123_ref_al, u_AC_123_ref_a2, randu_fact, i_pn_123_start_al, ...
i_pn_123_start_a2, W_pn_123_start_al, W_pn_123_start_a2, t, i_pn_123_des_al, i_pn_123_des_a2, W_pn_123_des_al, W_pn_123_des_a2, ...
di_i_pn_123_des_al, di_i_pn_123_des_a2, param_MMC, param_ACD2AC, u_scale, i_scale, R_sh_time)

%% 0) Vorbetrachtungen
%%   Definition der Matrizen M --> gemäß "mmcdef_main_2MWC" 7)
M_L23_from.alphabeta0 = [1 0 1; -1/2 -sqrt(3)/2 1;
M_pn_from.Sigmadelta = [1 0 1; -1/2 -sqrt(3)/2 1;
                        -1/2 +sqrt(3)/2 1; -1/4 +sqrt(3)/4 1/2; ...
                        -1/2 -sqrt(3)/2 1; -1/4 -sqrt(3)/4 1/2; ...
                        1 0 1; -1/2 0 -1/2; ...
                        -1/2 +sqrt(3)/2 1; 1/4 -sqrt(3)/4 -1/2; ...
                        -1/2 -sqrt(3)/2 1; 1/4 +sqrt(3)/4 -1/2];

N_a = [+1; 0; 0, -1];
N_b = [0, -1; -1, 0];

%% gerappte Vorzeichenfunktion
ssign = @(x) ((abs(x)<1)*x+(abs(x)>1)*sign(x));

%% Zeitschritte zur Integration/ Simulation
Dt = abs(t(2)-t(1));
Nc = length(t);

%% Parameter des MMCs (param_MMC) & der Übertragungsleitung (param_ACD2AC) --> gemäß "mmcdef_main_2MWC" 5) & 6)
%% --> Gleichung (2.16) für prime ('-)Komponenten der Induktivitäten und Widerstände

R_e_al = param_MMC(01);
L_e_al = param_MMC(02);
N_SN_al = param_MMC(03);
C_SN_al = param_MMC(04);
V_C_al = param_MMC(05);

R_e_a2 = param_MMC(06);
L_e_a2 = param_MMC(07);
N_SN_a2 = param_MMC(08);
C_SN_a2 = param_MMC(09);
V_C_a2 = param_MMC(10);

```

```

v_AC_a1 = param_ACDCAC(01);
R_DC_a1 = param_ACDCAC(02);
L_DC_a1 = param_ACDCAC(03);
R_AC_a1 = param_ACDCAC(04);
L_AC_a1 = param_ACDCAC(05);

v_AC_a2 = param_ACDCAC(06);
R_DC_a2 = param_ACDCAC(07);
L_DC_a2 = param_ACDCAC(08);
R_AC_a2 = param_ACDCAC(09);
L_AC_a2 = param_ACDCAC(10);

Rp_DC_a1 = 3*R_DC_a1/R_e_a1;
Rp_DC_a2 = 3*R_DC_a2/R_e_a2;
Rp_AC_a1 = 2*R_AC_a1/R_e_a1;
Rp_AC_a2 = 2*R_AC_a2/R_e_a2;

Ip_DC_a1 = 3*L_DC_a1/L_e_a1;
Ip_DC_a2 = 3*L_DC_a2/L_e_a2;
Ip_AC_a1 = 2*L_AC_a1/L_e_a1;
Ip_AC_a2 = 2*L_AC_a2/L_e_a2;

% Definition Energieskala (gleich für beide MMCs)
W_scale = u_scale*i_scale/W_AC_a1;

% Initialisierung der Arrays für Strom, Spannung und Energien ( 2 MMCs)
u_pn_123_a1 = u_pn_123_a1;
u_pn_123_drive_a2 = u_pn_123_a2;
i_pn_123_result_a1 = zeros(6,Nt);
i_pn_123_result_a2 = zeros(6,Nt);
W_pn_123_result_a1 = zeros(6,Nt);
W_pn_123_result_a2 = zeros(6,Nt);
i_pn_123_result_a1(:,1) = i_pn_123_start_a1(:,1);
i_pn_123_result_a2(:,1) = i_pn_123_start_a2(:,1);
W_pn_123_result_a1(:,1) = W_pn_123_start_a1(:,1);
W_pn_123_result_a2(:,1) = W_pn_123_start_a2(:,1);
i_pn_123_result_a12 = zeros(12,Nt);
i_pn_123_result_a12(:,1) = [i_pn_123_result_a1(:,1); i_pn_123_result_a2(:,1)];

% Transformation der Energiekomponenten (W_Sigma,alpha/beta/0_a1/2, W_Delta,alpha/beta/0_a1/2 in -Energie-Komponenten (Wp_Sigma,0/alpha/beta_a1/2, Wp_Delta,0/alpha/beta_a1/2) = flach, p = prime , Wp = W + fW2Wp
fW2Wp_SD_ab0_a1 = @(i_DC_a1,i_AC_ab_a1,i_e_ab_a1) ( [ (1/4)*L_e_a1*(+i_e_ab_a1(1,:).^2-i_e_ab_a1(2,:).^2) + (1/3)*L_e_a1*(i_DC_a1.*i_e_ab_a1(1,:)) ...
+ (1/8)*L_AC_a1*(+i_e_ab_a1(1,:).^2-i_e_ab_a1(2,:).^2) + (1/3)*L_e_a1*(i_DC_a1.*i_e_ab_a1(1,:)) ...
+ (1/4)*L_e_a1*(-2*i_e_ab_a1(1,:).*i_e_ab_a1(2,:)) + (1/3)*L_e_a1*(i_DC_a1.*i_e_ab_a1(2,:)) ...
+ (1/8)*L_AC_a1*(+L_e_a1/2)*(-2*i_AC_ab_a1(1,:).*i_AC_ab_a1(2,:)) + (1/6)*L_DC_a1*(+L_e_a1/3)*(i_DC_a1.^2)
+ (1/4)*L_e_a1*(+i_e_ab_a1(1,:).^2-i_e_ab_a1(2,:).^2) + (1/6)*L_DC_a1*(+L_e_a1/3)*(i_DC_a1.^2)
+ (1/8)*L_AC_a1*(+L_e_a1/2)*(+i_AC_ab_a1(1,:).^2-i_AC_ab_a1(2,:).^2); ...
+ (1/2)*L_e_a1*(+i_e_ab_a1(1,:).*i_e_ab_a1(1,:)-i_AC_ab_a1(2,:).*i_e_ab_a1(2,:))
+ (1/3)*L_e_a1*(i_DC_a1.*i_AC_ab_a1(1,:)) ...
+ (1/2)*L_e_a1*(-i_AC_ab_a1(1,:).*i_e_ab_a1(2,:)-i_AC_ab_a1(2,:).*i_e_ab_a1(1,:))
+ (1/3)*L_e_a1*(i_DC_a1.*i_AC_ab_a1(2,:))
+ (1/2)*L_e_a1*(+i_AC_ab_a1(1,:).*i_e_ab_a1(1,:)+i_AC_ab_a1(2,:).*i_e_ab_a1(2,:)) ] );

% Achtung kein Vorzeichenwechsel zwischen _a1 und _a2 (a1 = a2)

fW2Wp_SD_ab0_a2 = @(i_DC_a2,i_AC_ab_a2,i_e_ab_a2) ( [ (1/4)*L_e_a2*(+i_e_ab_a2(1,:).^2-i_e_ab_a2(2,:).^2) + (1/3)*L_e_a2*(i_DC_a2.*i_e_ab_a2(1,:)) ...
+ (1/8)*L_AC_a2*(+L_e_a2/2)*(+i_AC_ab_a2(1,:).^2-i_AC_ab_a2(2,:).^2) + (1/3)*L_e_a2*(i_DC_a2.*i_e_ab_a2(2,:)) ...
+ (1/4)*L_e_a2*(-2*i_e_ab_a2(1,:).*i_e_ab_a2(2,:)) + (1/3)*L_e_a2*(i_DC_a2.*i_e_ab_a2(2,:)) ...
+ (1/8)*L_AC_a2*(+L_e_a2/2)*(-2*i_AC_ab_a2(1,:).*i_AC_ab_a2(2,:)) + (1/6)*L_DC_a2*(+L_e_a2/3)*(i_DC_a2.^2)
+ (1/4)*L_e_a2*(+i_e_ab_a2(1,:).^2-i_e_ab_a2(2,:).^2) + (1/6)*L_DC_a2*(+L_e_a2/3)*(i_DC_a2.^2)
+ (1/8)*L_AC_a2*(+L_e_a2/2)*(+i_AC_ab_a2(1,:).^2-i_AC_ab_a2(2,:).^2); ...
+ (1/2)*L_e_a2*(+i_e_ab_a2(1,:).*i_e_ab_a2(1,:)-i_AC_ab_a2(2,:).*i_e_ab_a2(2,:))
+ (1/3)*L_e_a2*(i_DC_a2.*i_AC_ab_a2(1,:)) ...
+ (1/2)*L_e_a2*(-i_AC_ab_a2(1,:).*i_e_ab_a2(2,:)-i_AC_ab_a2(2,:).*i_e_ab_a2(1,:))
+ (1/3)*L_e_a2*(i_DC_a2.*i_AC_ab_a2(2,:))
+ (1/2)*L_e_a2*(+i_AC_ab_a2(1,:).*i_e_ab_a2(1,:)+i_AC_ab_a2(2,:).*i_e_ab_a2(2,:)) ] );

```

```

%% 1) zufällige Fluktuationen & zufällige Fluktuationen der externen DC- & AC-Spannungen sowie der Armspannungen
% zufällige Fluktuationen für die externen DC- und AC-Spannungen sowie für die Armspannungen in jedem Zeitschritt (gleich für beide MMCs)
randu_DC = randu_fact.*randu_DC; % Fluktuationen DC-Spannung
randu_AC_a1 = randu_fact.*randu_AC_a1; % Fluktuationen AC-Spannung
randu_AC_a2 = randu_fact.*randu_AC_a2; % Fluktuationen AC-Spannung
randu_pn_a1 = randu_fact.*randu_pn_a1; % Fluktuationen Arm-Spannungen
randu_pn_a2 = randu_fact.*randu_pn_a2; % Fluktuationen Arm-Spannungen

%% 2) Definition Zeitkonstante tau_v zum Abklingen der Lyapunov Funktion für Abweichungen in Wp_Sigma,0 (interne Energiekomponente) & DC Strom --> einfache Lyapunov-basierte Regelung
% initial 2000 bei beiden --> kein Einfluss, da Abweichungen in W_D,0,A,B nicht geregelt werden
tau_v_a1 = 2000*2*pi/w_AC_a1;
tau_v_a2 = 2000*2*pi/w_AC_a1;

%% Referenzverhalten von u_cm und zeitliche Ableitung für Referenztrajektorie (2 MMCs)
u_cm_ref_a1 = -0.5*M_SigmaDelta_from_pn(6,:)*u_pn_123_a1;
u_cm_ref_a2 = -0.5*M_SigmaDelta_from_pn(6,:)*u_pn_123_a2;
du_cm_ref_a1 = circshift(u_cm_ref_a1,-round(0.25*2*pi/(3*w_AC_a1/Dt)));
du_cm_ref_a2 = circshift(u_cm_ref_a2,-round(0.25*2*pi/(3*w_AC_a2/Dt)));

%% zeitliche Integration der Dynamiken (Lyapunov, DC- und AC-Spannungen)
V_a1 = zeros(1,Nt); % 1. MMC --> Änderung der Zustände der Lyapunov Funktion im Laufe der Zeit
V_a2 = zeros(1,Nt); % 2. MMC --> Änderung der Zustände der Lyapunov Funktion im Laufe der Zeit
c_S_ab = 0*1; % soll deaktiviert werden, falls Sigma,alpha/beta-Energiekomponenten zusammen mit AC-Stroemen stabilisiert werden
c_D_0 = 0.5;
c_D_ab = 0.25;

%% 3) Methode I: Energiebasierte Regelung mit Zeitskala tau_AC*tau_e für Abweichungen in Wp_Sigma,alpha/beta_a1/2, sowie fuer tau_DC*tau_AC in Wp_Sigma,0_a1/2 & Lyapunov-basierte Regelung fuer Abweichungen
% in den internen Energiekomponenten zunächst gleich für beide MMCs (Zeitkonstanten tau für beide MMC identisch gewählt)
%% Zeitkonstante tau_e_a1/2 zum Abklingen für Kreisstroeme Di_e,alpha/beta
tau_e_a1 = 2e-4;
tau_e_a2 = 2e-4;

%% Zeitkonstante tau_AC_a1/2 zum Abklingen für energiebasierte Ausgangskomponenten (flach) Dwp_Sigma,alpha/beta_a1/2 --> zusammen mit AC-Stroemen Di_AC,alpha/beta_a1/2
tau_AC_a1 = 50e-4;
tau_AC_a2 = 55e-4;

%% Zeitkonstante tau_DC_a1/2 zum Abklingen für energiebasierte Ausgangskomponenten (flach) Dwp_Sigma,0_a1/2 --> zusammen mit DC-Strom Di_DC
tau_DC_a1 = 60e-4;
tau_DC_a2 = 70e-4;

%% Exponent bei Lyapunov-basierter Regelung (Lin-Sontag-Formel)
mexp = 0.1;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% numerische Integration
% Induktivitäts- & Widerstandsmatrizen (diagonal)
LL_a1 = diag([L_e_a1, L_e_a1, Lp_DC_a1, Lp_AC_a1, 0*tp_AC_a1]);
LL_a2 = diag([L_e_a2, L_e_a2, Lp_DC_a2, Lp_AC_a2, 0*tp_AC_a2]);
RR_a1 = diag([R_e_a1, R_e_a1, Rp_DC_a1, Rp_AC_a1, Rp_AC_a1]);
RR_a2 = diag([R_e_a2, R_e_a2, Rp_DC_a2, Rp_AC_a2, Rp_AC_a2]);

S = zeros(6,6);
S(3,3) = 1;

LL = [LL_a1, zeros(6,6); zeros(6,6), LL_a2];
MM = [M_SigmaDelta_from_pn, zeros(6,6); zeros(6,6), M_SigmaDelta_from_pn];

for it=1:N-1

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% neue Regelung nur gemäß Methode 1: %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% Default-Initialisierung der Eingangskorrekturen (2 MKCs)
Du_S_ab_a1 = [0; 0];
Du_S_0_a1 = 0;
Du_D_ab_a1 = [0; 0];
Du_cm_a1 = 0;
Du_S_ab_a2 = [0; 0];
Du_S_0_a2 = 0;
Du_D_ab_a2 = [0; 0];
Du_cm_a2 = 0;

%% externe DC- und AC-Spannungen
u_DC(it) = u_DC_ref(it).*(1+randu_DC(it));
u_AC_123_al(:,it) = M_123_from_alphabeta0(i,1:2).*( (M_alphabeta0_from_123(i:2,:)+u_AC_123_ref_al(:,it)).*(1+randu_AC_al(:,it)) );
u_AC_123_a2(:,it) = M_123_from_alphabeta0(i,1:2).*( (M_alphabeta0_from_123(i:2,:)+u_AC_123_ref_a2(:,it)).*(1+randu_AC_a2(:,it)) );

%% zeitabhängige Widerstandsmatrix --> durch R_sh_time(t)
RR = [RR_a1+3/2*R_sh_time(it)*S, -3/2*R_sh_time(it)*S; -3/2*R_sh_time(it)*S, RR_a2+3/2*R_sh_time(it)*S];

%% externe Spannungen
u_ext = [0; 0; 0; 42*M_alphabeta0_from_123*u_AC_123_al(:,it) - 2*0; 0; 1]*u_cm_ref_al(it); ...
0; 0; 0; -2*M_alphabeta0_from_123*u_AC_123_a2(:,it) - 2*0; 0; 1]*u_cm_ref_a2(it));

%% Korrektur der Abweichungen durch Implementierung Feedback gemaez Methode (1)
%% Hilfsdefinitionen fuer wenige Indizes in darauf folgenden Beziehungen
u_DC_ref = u_DC_ref(it);
u_AC_ab_ref_al = M_alphabeta0_from_123(i:2,:)+u_AC_123_ref_al(:,it);
u_AC_ab_ref_a2 = M_alphabeta0_from_123(i:2,:)+u_AC_123_ref_a2(:,it);
u_cm_ref_al = u_cm_ref_al(it);
u_cm_ref_a2 = u_cm_ref_a2(it);
diu_cm_ref_al = diu_cm_ref_al(it);
diu_cm_ref_a2 = diu_cm_ref_a2(it);
i_DC_ref_al = 3*M_Sigmabeta_from_pn(3,:)+i_pn_123_des_al(:,it);
i_DC_ref_a2 = 3*M_Sigmabeta_from_pn(3,:)+i_pn_123_des_a2(:,it);
i_AC_ab_ref_al = M_Sigmabeta_from_pn(4:5,:)+i_pn_123_des_al(:,it);
i_AC_ab_ref_a2 = M_Sigmabeta_from_pn(4:5,:)+i_pn_123_des_a2(:,it);
i_e_ab_ref_al = M_Sigmabeta_from_pn(1:2,:)+i_pn_123_des_al(:,it);
i_e_ab_ref_a2 = M_Sigmabeta_from_pn(1:2,:)+i_pn_123_des_a2(:,it);

%% aktuelle Abweichungen in ...
% a) ausseren DC- & AC-Spannungen
Du_DC = u_DC(it) - u_DC_ref(it);
Du_AC_ab_a1 = M_alphabeta0_from_123(i:2,:)*(u_AC_123_al(:,it) - u_AC_123_ref_al(:,it));
Du_AC_ab_a2 = M_alphabeta0_from_123(i:2,:)*(u_AC_123_a2(:,it) - u_AC_123_ref_a2(:,it));

% b) 3 Stromkomponenten (DC- AC-Strome sowie innere Kreisstroeme)
Di_DC_a1 = 3*M_Sigmabeta_from_pn(3,:)*(i_pn_123_result_al(:,it) - i_pn_123_des_al(:,it));
Di_DC_a2 = 3*M_Sigmabeta_from_pn(3,:)*(i_pn_123_result_a2(:,it) - i_pn_123_des_a2(:,it));
Di_AC_ab_a1 = M_Sigmabeta_from_pn(4:5,:)*(i_pn_123_result_al(:,it) - i_pn_123_des_al(:,it));
Di_AC_ab_a2 = M_Sigmabeta_from_pn(4:5,:)*(i_pn_123_result_a2(:,it) - i_pn_123_des_a2(:,it));
Di_e_ab_a1 = M_Sigmabeta_from_pn(1:2,:)*(i_pn_123_result_al(:,it) - i_pn_123_des_al(:,it));
Di_e_ab_a2 = M_Sigmabeta_from_pn(1:2,:)*(i_pn_123_result_a2(:,it) - i_pn_123_des_a2(:,it));

% c) (flachen) Energiekomponenten
Dwp_SD_ab0_a1 = M_Sigmabeta_from_pn*( W_pn_123_result_al(:,it) - W_pn_123_des_al(:,it) ) ...
+ fW2Wp_SD_ab0_a1(3*M_Sigmabeta_from_pn(3,:)+i_pn_123_result_al(:,it),M_Sigmabeta_from_pn(4:5,:)+i_pn_123_result_a2(:,it)) ...
- fW2Wp_SD_ab0_a1(3*M_Sigmabeta_from_pn(3,:)+i_pn_123_des_al(:,it),M_Sigmabeta_from_pn(4:5,:)+i_pn_123_des_a2(:,it));
Dwp_SD_ab0_a2 = M_Sigmabeta_from_pn(3,:)*( W_pn_123_result_a2(:,it) - W_pn_123_des_a2(:,it) ) ...
+ fW2Wp_SD_ab0_a2(3*M_Sigmabeta_from_pn(3,:)+i_pn_123_result_al(:,it), M_Sigmabeta_from_pn(4:5,:)+i_pn_123_result_a2(:,it)) ...
- fW2Wp_SD_ab0_a2(3*M_Sigmabeta_from_pn(3,:)+i_pn_123_des_al(:,it), M_Sigmabeta_from_pn(4:5,:)+i_pn_123_des_a2(:,it));

%% Eingangskorrektur in Dynamik der internen Kreisstroeme -> Du_Sigma,alpha/beta_al/2 aus asymptotischer Stabilitaet in Kreistroemen
% --> Gleichung (8.1)
Du_S_ab_a1 = I_e_a1/tau_e_a1*i_e_ab_a1;
Du_S_ab_a2 = I_e_a2/tau_e_a2*i_e_ab_a2;

```

```

%% Eingangskorrektur in Dynamik der Sigma_alpha/beta-Energiekomponenten & AC-Strome -> Du_Delta_alpha/beta aus energiebasierter Regelung
% zuerst vereinfacht: nur Stabilisierung der AC-Strome
Du_D_ab_a1 = +2*Du_AC_ab_a1 + L_AC_a1/tau_AC_ab_a1;
Du_D_ab_a2 = -2*Du_AC_ab_a2 + L_AC_a2/tau_AC_ab_a2;

% nun zusammen mit der Sigma_alpha/beta-Energiekomponente
TT_a1 = [ (-u_AC_ab_ref_ait+2*R_AC_al+i_AC_ab_ref_al/u_scale)*N_a; ((-u_AC_ab_ref_ait+2*R_AC_al+i_AC_ab_ref_al/u_scale)*N_b ] + 2*(u_cm_ref_ait/u_scale)*eye(2);
Xi_S_ab_a1 = -1/4*( (-u_AC_ab_ref_ait+2*R_AC_al+i_AC_ab_ref_al/u_scale)*[0, +1; -1, 0]*N_a; ((-u_AC_ab_ref_ait+2*R_AC_al+i_AC_ab_ref_al/u_scale)*[0, +1; -1, 0]*N_b ]*(Di_AC_ab_a1/i_scale) ...
-1/2*(diu_cm_ref_ait/(w_AC_al+u_e_a2/2))*( (-u_AC_ab_ref_ait+2*R_AC_al+i_AC_ab_ref_al/u_scale) ...
+1/4*(R_AC_al/(w_AC_al*(L_AC_a2+L_e_a2/2)))*(( (-u_AC_ab_ref_ait+2*R_AC_al+i_AC_ab_ref_al/u_scale)*N_a; ((-u_AC_ab_ref_ait+2*R_AC_al+i_AC_ab_ref_al/u_scale)*N_b ] ...
*(Di_AC_ab_a1/i_scale) ... % vernachlaessigbar
-1/4*( (-u_AC_ab_ref_ait+2*R_AC_al+i_AC_ab_ref_al/u_scale)*[0, +1; -1, 0]*N_a; ((-u_AC_ab_ref_ait+2*R_AC_al+i_AC_ab_ref_al/u_scale) ...
-2*( (-u_AC_ab_ref_ait+2*R_AC_al+i_AC_ab_ref_al/i_scale)*[0; -1]; ((-u_AC_ab_ref_ait+2*R_AC_al+i_AC_ab_ref_al/i_scale)*[1; 0 ]*(Du_S_0_a2/u_scale) ...
-1/2*( (-u_AC_ab_ref_ait+2*R_AC_al+i_AC_ab_ref_al/i_scale)*[0; -1]; ((-u_AC_ab_ref_ait+2*R_AC_al+i_AC_ab_ref_al/i_scale)*[1; 0 ]*(Du_cm_a1/u_scale) ...
-1/(w_AC_al*tau_AC_al))*1/4*( (-u_AC_ab_ref_ait+2*R_AC_al+i_AC_ab_ref_al/u_scale)*N_a; ((-u_AC_ab_ref_ait+2*R_AC_al+i_AC_ab_ref_al/u_scale) ...
-1/(w_AC_al*tau_AC_al))*1/2*(u_cm_ref_ait/u_scale)*(Di_AC_ab_a1/i_scale) ...
-1/(w_AC_al*tau_AC_al))*1/4*( (-u_AC_ab_ref_al/i_scale)*N_a; ((-u_AC_ab_ref_al/i_scale)*N_b ]*(Du_AC_ab_a1/u_scale) ...
+1/(w_AC_al*tau_AC_al))*1/2*( (-u_AC_ab_ref_al/i_scale)*N_a; ((-u_AC_ab_ref_al/i_scale)*N_b ]*(Du_S_0_a1/u_scale) ...
-1/(w_AC_al*tau_AC_al))*1/2*( (-u_AC_ab_ref_al/i_scale)*N_a; ((-u_AC_ab_ref_al/i_scale)*N_b ]*(Du_cm_a1/u_scale) ...
+1/(w_AC_ab_ref_a2+2*R_AC_a2+i_AC_ab_ref_a2/u_scale)*N_a; ((u_AC_ab_ref_a2+2*R_AC_a2+i_AC_ab_ref_a2/u_scale)*eye(2);
Xi_S_ab_a2 = -1/4*( ((u_AC_ab_ref_a2+2*R_AC_a2+i_AC_ab_ref_a2/u_scale)*N_a; ((u_AC_ab_ref_a2+2*R_AC_a2+i_AC_ab_ref_a2/u_scale)*N_b ] + 2*(u_cm_ref_a2/u_scale)*eye(2);
-1/2*(diu_cm_ref_a2/(w_AC_a2+u_e_a2/2))*(Di_AC_ab_a2/i_scale) ...
+1/4*(R_AC_a2/(w_AC_a2*(L_AC_a2+L_e_a2/2)))*(( (-u_AC_ab_ref_a2+2*R_AC_a2+i_AC_ab_ref_a2/u_scale)*N_a; ((-u_AC_ab_ref_a2+2*R_AC_a2+i_AC_ab_ref_a2/u_scale)*N_b ] ...
*(Di_AC_ab_a2/i_scale) ... % vernachlaessigbar
+1/2*(R_AC_a2/(w_AC_a2*(L_AC_a2+L_e_a2/2)))*(u_cm_ref_a2/u_scale)*(Di_AC_ab_a2/i_scale) ... % vernachlaessigbar
-1/4*( (-u_AC_ab_ref_a2/i_scale)*[0, +1; -1, 0]*N_a; ((-u_AC_ab_ref_a2/i_scale)*[0, +1; -1, 0]*N_b ]*(Du_AC_ab_a2/u_scale) ...
-2*( (-u_AC_ab_ref_a2/i_scale)*[0; -1]; ((-u_AC_ab_ref_a2/i_scale)*[1; 0 ]*(Du_S_0_a2/u_scale) ...
-1/2*( (-u_AC_ab_ref_a2/i_scale)*[0; -1]; ((-u_AC_ab_ref_a2+2*R_AC_a2+i_AC_ab_ref_a2/u_scale)*[1; 0 ]*(Du_cm_a2/u_scale) ...
-1/(w_AC_a2*tau_AC_a2))*1/4*( ((u_AC_ab_ref_a2+2*R_AC_a2+i_AC_ab_ref_a2/u_scale)*N_a; ((-u_AC_ab_ref_a2+2*R_AC_a2+i_AC_ab_ref_a2/u_scale)*N_b ]*(Di_AC_ab_a2/i_scale) ...
-1/(w_AC_a2*tau_AC_a2))*1/2*(u_cm_ref_a2/u_scale)*(Di_AC_ab_a2/i_scale) ...
+1/(w_AC_a2*tau_AC_a2))*1*( (-u_AC_ab_ref_a2/i_scale)*N_a; ((-u_AC_ab_ref_a2/i_scale)*N_b ]*(Du_AC_ab_a2/u_scale) ...
-1/(w_AC_a2*tau_AC_a2))*1/2*( (-u_AC_ab_ref_a2/i_scale)*N_a; ((-u_AC_ab_ref_a2/i_scale)*N_b ]*(Du_S_0_a2/u_scale) ...
+1/(w_AC_a2*tau_AC_a2))*2*(Dmp_SD_abo_a2(1)/W_scale; Dmp_SD_abo_a2(2)/W_scale);
% Du_D_ab_a1 = +2*Du_AC_ab_a1 - 8*(u_scale*w_AC_a1*(L_AC_a1+L_e_a1/2))*(TT_a1Xi_S_ab_a1);
% Du_D_ab_a2 = -2*Du_AC_ab_a2 - 8*(u_scale*w_AC_a2*(L_AC_a2+L_e_a2/2))*(TT_a2Xi_S_ab_a2);

%% Eingangskorrektur in Dynamik der Gesamtenergie & DC-Strome: Du_Sigma_0 aus energiebasierter Regelung
% -> Gleichung (8.2)
Xi_S_0_a1 = -1/4*( (-u_AC_ab_ref_al/i_scale)*[0, +1; -1, 0]*(Du_AC_ab_al/u_scale) ...
-1/6*(R_DC_al/(w_AC_al*(L_DC_al+L_e_al/3)))*((-u_DC_ref+4*R_DC_al+i_DC_ref_al/u_scale)*(Di_DC_al/i_scale) ... % vernachlaessigbar
+1/(w_AC_al*tau_DC_al))*1/6*( (-u_DC_ref+4*R_DC_al+i_DC_ref_al/u_scale)*(Du_DC_ab_al/u_scale) ...
-1/(w_AC_al*tau_DC_al))*1/4*( (-u_AC_ab_ref_al/i_scale)*(Du_AC_ab_al/u_scale) ...
+1/(w_AC_al*tau_DC_al))*2*(Dmp_SD_abo_a1(3)/W_scale);
Xi_S_0_a2 = -1/4*( (-u_AC_ab_ref_a2/i_scale)*[0, +1; -1, 0]*(Du_AC_ab_a2/u_scale) ...
-1/6*(R_DC_a2/(w_AC_a2*(L_DC_a2+L_e_a2/3)))*((-u_DC_ref+4*R_DC_a2+i_DC_ref_a2/u_scale)*(Di_DC_a2/i_scale) ... % vernachlaessigbar
+1/(w_AC_a2*tau_DC_a2))*1/6*( ((u_DC_ref+4*R_DC_a2+i_DC_ref_a2/u_scale)*(Du_DC_ab_a2/u_scale) ...
+1/(w_AC_a2*tau_DC_a2))*1/6*( (-u_DC_ref+4*R_DC_a2+i_DC_ref_a2/u_scale)*(Du_DC_ab_a2/u_scale) ...
-1/(w_AC_a2*tau_DC_a2))*1/4*( (-u_AC_ab_ref_a2/i_scale)*(Du_AC_ab_a2/u_scale) ...
+1/(w_AC_a2*tau_DC_a2))*2*(Dmp_SD_abo_a2(3)/W_scale);
Du_S_0_a1 = -0.5*Du_DC + 6*(u_scale+1_scale*w_AC_a1*(L_DC_al+L_e_al/3))*Xi_S_0_a1/((-u_DC_ref+4*R_DC_al+i_DC_ref_al);
Du_S_0_a2 = +0.5*Du_DC + 6*(u_scale+1_scale*w_AC_a2*(L_DC_a2+L_e_a2/3))*Xi_S_0_a2/((-u_DC_ref+4*R_DC_a2+i_DC_ref_a2);

%% in Delta-Energiekomponenten: Du_cm aus Lyapunov-basierter Regelung
a_cm_a1 = + 1/2*c_S_ab*( (Dmp_SD_abo_a1(1:2)/W_scale)*( (-u_DC_ref_al/i_scale) )*( (-Du_DC/u_scale) ...
- 1/4*c_S_ab*( (Dmp_SD_abo_a1(1:2)/W_scale)*( (-u_DC_ref_al/i_scale)*N_a*(Du_AC_ab_al/u_scale); ((-u_DC_ref_al/i_scale) ) ) ...
- c_D_0_ab*( (Dmp_SD_abo_a1(6)/W_scale)*( (-u_DC_ref_al/i_scale)*(Du_AC_ab_al/u_scale) ...
- c_D_0_ab*( (Dmp_SD_abo_a1(4:5)/W_scale)*( (-u_DC_ref_al/i_scale)*N_a*(Du_AC_ab_al/u_scale) ...
- 2/3*c_D_0_ab*( (Dmp_SD_abo_a1(4:5)/W_scale)*( (-u_DC_ref_al/i_scale)*(Du_DC/u_scale) ...
+ 1/2*c_S_ab*( (Dmp_SD_abo_a1(4:5)/W_scale)*( (-u_DC_ref_al/i_scale)*(Du_AC_ab_ref_al/i_scale) ...
- 2/3*c_D_0*( (-u_DC_ref_al/i_scale)*(Dmp_SD_abo_a1(6)/W_scale) ...
+ 1/2*c_D_ab*( (Dmp_SD_abo_a1(4:5)/W_scale)*( (-u_DC_ref_al/i_scale) )*( (-u_DC_ref_al/i_scale) ) ...
- 1/4*c_S_ab*( (Dmp_SD_abo_a2(1:2)/W_scale)*( (-u_DC_ref_a2/i_scale)*(Du_AC_ab_a2/u_scale); ((-u_DC_ref_a2/i_scale) ) ) ...
- c_D_0_ab*( (Dmp_SD_abo_a2(6)/W_scale)*( (-u_DC_ref_a2/i_scale)*N_a*(Du_AC_ab_a2/u_scale) ...
- 2/3*c_D_0_ab*( (Dmp_SD_abo_a2(4:5)/W_scale)*( (-u_DC_ref_a2/i_scale)*(Du_DC/u_scale) ...
+ 1/2*c_S_ab*( (Dmp_SD_abo_a2(4:5)/W_scale)*( (-u_DC_ref_a2/i_scale)*(Du_AC_ab_ref_a2/i_scale) ...
- 2/3*c_D_0*( (-u_DC_ref_a2/i_scale)*(Dmp_SD_abo_a2(6)/W_scale) ...
+ 1/2*c_D_ab*( (Dmp_SD_abo_a2(4:5)/W_scale)*( (-u_DC_ref_a2/i_scale) )*( (-u_DC_ref_a2/i_scale) ) ...

```

```

beta_max = c_S*ab+1/2+0.1+ c_D_0+2/3+0.1+0.1+ c_D_ab+2+0.1+0.1;
u_cm_max_a1 = 0.15*abs(u_cm_ref_a1t);
ur_max_cm_a1 = u_cm_max_a1/u_scale;
Du_cm_a1 = 0;
ur_max_cm_eff_a1 = ur_max_cm_a1;
if (a_cm_a1>0 && a_cm_a1>abs(b_cm_a1)*ur_max_cm_a1)
    ur_max_cm_eff_a1 = 1.1*a_cm_a1/(abs(b_cm_a1)*ur_max_cm_eff_a1)*ur_max_cm_eff_a1;
end

phiv_cm_a1 = (abs(b_cm_a1*ur_max_cm_eff_a1))^maxp;
if (abs(b_cm_a1)>1e-10)
    % Sontag Formel in adimensionaler Form
    Du_cm_a1 = -ur_max_cm_eff_a1*sign(b_cm_a1)*( a_cm_a1/(abs(b_cm_a1)*ur_max_cm_eff_a1) + sqrt( (a_cm_a1/(b_cm_a1*ur_max_cm_eff_a1))^2 + phiv_cm_a1^2 ) )/(1 + sqrt(1+phiv_cm_a1^2));
else
    Du_cm_a1 = -ur_max_cm_a1*sign(b_cm_a1/beta_max);
end
Du_cm_a1 = -( a_cm_a1 + sqrt((a_cm_a1^2+(b_cm_a1*ur_max_cm_eff_a1)^2*phiv_cm_a1^2 ) )/(b_cm_a1*( 1 + sqrt(1+phiv_cm_a1^2) ) );
end

u_cm_max_a2 = 0.15*abs(u_cm_ref_a2t);
ur_max_cm_a2 = u_cm_max_a2/u_scale;
Du_cm_a2 = 0;
ur_max_cm_eff_a2 = ur_max_cm_a2;
if (a_cm_a2>0 && a_cm_a2>abs(b_cm_a2)*ur_max_cm_a2)
    ur_max_cm_eff_a2 = 1.1*a_cm_a2/(abs(b_cm_a2)*ur_max_cm_eff_a2)*ur_max_cm_eff_a2;
end

phiv_cm_a2 = (abs(b_cm_a2*ur_max_cm_eff_a2))^maxp;
if (abs(b_cm_a2)>1e-10)
    % Sontag Formel in adimensionaler Form
    Du_cm_a2 = -ur_max_cm_eff_a2*sign(b_cm_a2)*( a_cm_a2/(abs(b_cm_a2)*ur_max_cm_eff_a2) + sqrt( (a_cm_a2/(b_cm_a2*ur_max_cm_eff_a2))^2 + phiv_cm_a2^2 ) )/(1 + sqrt(1+phiv_cm_a2^2));
else
    Du_cm_a2 = -ur_max_cm_a2*sign(b_cm_a2/beta_max);
end
Du_cm_a2 = -( a_cm_a2 + sqrt((a_cm_a2^2+(b_cm_a2*ur_max_cm_eff_a2)^2*phiv_cm_a2^2 ) )/(b_cm_a2*( 1 + sqrt(1+phiv_cm_a2^2) ) );
end

Du_cm_a1 = Du_cm_a1*u_scale;
Du_cm_a1 = sign(Du_cm_a1)*min(abs(Du_cm_a1),u_cm_max_a1);
Du_cm_a2 = Du_cm_a2*u_scale;
Du_cm_a2 = sign(Du_cm_a2)*min(abs(Du_cm_a2),u_cm_max_a2);

%% 4) Implementierung der Korrekturen in die Eingangsgrößen
% Addition der Korrekturen zu den Eingängen
% Achtung: Korrektur Du_cm_a1 & Du_cm_a2 sind aus --> innere Energien (hier durch Du_cm = W_S_0_A,B) werden nicht korrigiert!
u_pn_123_drive_a1(:,it) = u_pn_123_a1(:,it) + W_pn_from_SigmaDelta*(1; 1; 1; 1; 1; 1; 0; 1)*[Du_S_ab_a1; Du_S_0_a1; Du_D_ab_a1; -2*Du_cm_a1];
u_pn_123_drive_a2(:,it) = u_pn_123_a2(:,it) + W_pn_from_SigmaDelta*(1; 1; 1; 1; 1; 1; 0; 1)*[Du_S_ab_a2; Du_S_0_a2; Du_D_ab_a2; -2*Du_cm_a2];

% Eingangsspannungen zum aktuellen Zeitpunkt t mit "zufälligen" Fluktuationen (Nachbildung Diskretisierungsfehler aufgrund endlicher Anzahl an Submodulen)
u_pn_123_drive_a1(:,it) = u_pn_123_drive_a1(:,it).*(1+randu_pn_a1(:,it)); %
u_pn_123_drive_a2(:,it) = u_pn_123_drive_a2(:,it).*(1+randu_pn_a2(:,it)); %

%% 5) Berechnung der Ausgänge ( _results) fuer Strom- & Energiekomponenten
% Jeweils +1 Zeitschritt in i_pn_123=[_p1; _p2; i_n1; i_a2; i_p3; i_n3] unter Nutzung Mittelpunktdiskretisierung
i_pn_123_result_a12(:,it+1) = (LU*WM+0.5*DT*RR*WM) \ ( (LU*WM-0.5*DT*RR*WM)*i_pn_123_result_a12(:,it) - DT*WM*(u_pn_123_drive_a1(:,it) + u_pn_123_drive_a2(:,it)) + DT*u_ext);
i_pn_123_result_a1(:,it+1) = i_pn_123_result_a12(:,it+1);
i_pn_123_result_a2(:,it+1) = i_pn_123_result_a12(:,it+1);

% Jeweils +1 Zeitschritt in W_pn_123=[W_p1; W_p2; W_p3; W_n1; W_n2; W_n3] unter Nutzung Mittelpunktdiskretisierung
W_pn_123_result_a1(:,it+1) = W_pn_123_result_a12(:,it) + 0.5*DT*u_pn_123_drive_a1(:,it) + 0.5*DT*u_pn_123_drive_a2(:,it).*(i_pn_123_result_a1(:,it+1)+i_pn_123_result_a2(:,it+1));
W_pn_123_result_a2(:,it+1) = W_pn_123_result_a12(:,it+1);

```

Symbolverzeichnis

Notation	Beschreibung	Einheit
$\hat{}$	Amplitudendarstellung	
$(a=1)$	Notation erster MMC - AC-zu-DC-Gleichrichter	
$(a=2)$	Notation zweiter MMC - DC-zu-AC-Wechselrichter	
$\alpha/\beta/0$	$\alpha/\beta/0$ -Komponenten eines Dreiphasensystems	
C_{SM}	Kapazität der Submodule	F
δ	kleine Abweichungen sowie Kompensation aus dem gewünschten Zustand	
Δi	Änderung des Armstromes	A
Δt	für die Steuerung verwendete grobe Zeitskala	s
Δt	Dauer eines Simulationsschrittes	s
Δu	Änderung der Armspannung	V
Δ	Komponenten der Summe des unteren Arms (n) - mit Faktor 1/2	
d/q	d/q-Komponenten eines 3-Phasen-Systems	
e	Index der Kreisstromvariablen	
$\tilde{i}$	Stromskalierung	A
$i_{AC,1/2/3}$	AC-Ströme	A
i_{DC}	DC-Strom	A
$i_{e,\alpha/\beta}$	Kreisströme	A
$i_{n,1/2/3}$	Dreiphasenströme des unteren Arms des MMCs	A
$i_{p,1/2/3}$	Dreiphasenströme des oberen Arms des MMCs	A
J	Gütefunktion für optimal geringe Energieoszillationen	
κ	Anteil der DC-Leitung, welcher dem 1.- bzw. dem 2. MMC zugeordnet ist	
L_{AC}	Induktivität des AC-Netzes	H
L_{DC}	Induktivität der HVDC-Verbindung	H
L_e	Induktivität des MMC-Arms	H
$M_{p/n \leftarrow \Sigma/\Delta}$	Transformationsmatrix von Σ/Δ zu p/n	
$M_{\Sigma/\Delta \leftarrow p/n}$	Transformationsmatrix von p/n zu Σ/Δ	
$n_{1/2/3}$	Indizes der unteren Arme im MMC	
N_{SM}	Anzahl der Submodule	
$\tilde{\Phi}$	Beulenfunktionen	
$\phi_{i,AC}$	Phasenverschiebung des AC-Netzstroms	rad
$\phi_{i,e}$	Phasenverschiebung des Kreisstroms	rad
$\phi_{u,cm}$	Phasenverschiebung der Common-Mode-Spannung	rad
$p_{1/2/3}$	Indizes der oberen Arme im MMC	
r	extern und intern eingeprägte Abweichungen	
(ref)	Referenzverhalten	
R_{AC}	ohmscher Widerstand des AC-Netzes	Ω
R_{DC}	ohmscher Widerstand der HVDC-Verbindung	Ω

Notation	Beschreibung	Einheit
R_e	ohmscher Widerstand des MMC-Arms	Ω
R_{sh}	variabler ohmscher Widerstand in der Mitte der DC-Leitung	Ω
$\tilde{s}$	glatte Basisfunktion	
(ss)	eingeschwungener Zustand, englisch: steady-state	
$S_{1/2/3/4,j}^{(k)}$	Schaltzustände der im Submodul vorhandenen IGBTs	
$s_j^{(k)}$	Schaltzustand des k -ten Submodules	
Σ	Komponenten der Summe des oberen Arms (p) - mit Faktor 1/2	
t_0	Beginn des Übergangs	s
T_{AC}	AC-Periodendauer	s
T_s	Ende des Übergangsintervalls	s
τ	Zeitkonstante zur Regelung	s
$\tilde{u}$	Spannungsskalierung	V
$u_{AC,1/2/3}$	AC-Spannung	V
$u_{C,j}^{(k)}$	Kondensatorspannung in jedem Submodul	V
$\bar{u}_{C,p/n,1/2/3}$	mittlere Submodulspannungen	V
u_{DC}	DC-Spannung	V
$u_{SM,j}^{(k)}$	Submodulspannung im j -ten Arm	V
u_{arm}	Index einer (beliebigen) armbezogenen Variablen	
u_{cm}	Gleichtaktspannung, englisch: common-mode-voltage	V
$u_{n,1/2/3}$	Spannungen des unteren Arms des MMCs	V
$u_{p,1/2/3}$	Spannungen des oberen Arms des MMCs	V
$u_{p/n,1/2/3}$	Zweigspannungen	V
V	Lyapunov-Funktion	
v_c	Reservefaktor	

Akronyme

Notation	Beschreibung
AC	wechselstrombezogene Variablen (englisch: alternating current)
DC	gleichstrombezogene Variablen (englisch: direct current)
ESB	Ersatzschaltbild
IGBT	Insulated-Gate Bipolar Transistor
MMC	Modularer Multilevel Converter
SM	Submodul
(ss)	eingeschwungener Zustand (englisch: steady-state)

Literaturverzeichnis

- [1] United Nations, “Conference of the parties serving as the meeting of the parties to the Paris Agreement”, United Arab Emirates, Dec. 2023.
- [2] “World Bank Group, DataBank World Development Indicators”, 2024, <https://databank.worldbank.org/source/world-development-indicators>
- [3] “bp Statistical Review of World Energy, 2022 | 71st edition” <https://www.bp.com/content/dam/bp/business-sites/en/global/corporate/pdfs/energy-economics/statistical-review/bp-stats-review-2022-full-report.pdf>
- [4] “IEA (2023), World Energy Outlook 2023”, IEA, Paris <https://www.iea.org/reports/world-energy-outlook-2023>, Licence: CC BY 4.0 (report); CC BY NC SA 4.0 (Annex A)
- [5] Frank Umbach, “Bundeszentrale für Politische Bildung, Energie und Sicherheitspolitik, November 2022”, Lizenz: CC BY-NC-ND 3.0 DE, <https://www.bpb.de/shop/zeitschriften/apuz/energiepolitik-2022/515189/energie-und-sicherheitspolitik/>
- [6] Paul Denholm, “The challenges of achieving a 100% renewable electricity system in the United States”, Joule, Volume 5, Issue 6, 2021, pp. 1331-1352, ISSN 2542-4351, <https://doi.org/10.1016/j.joule.2021.03.028>.
- [7] TYNDP 2022 SCENARIO REPORT - Version April 2022”, <https://2022.entsos-tyndp-scenarios.eu>
- [8] GWEC - Global Wind Energy Council, “Global Offshore Wind Report 2024”https://gwec.net/wp-content/uploads/2024/06/GOWR-2024_digital_final_v2.pdf
- [9] European Commission, “Boosting Offshore Renewable Energy for a Climate Neutral Europe”, November 2020
- [10] A. Lesnicar, “Neuartiger, Modularer Mehrpunktumrichter M2C für Netzkupplungsanwendungen. Forschungsberichte Leistungselektronik und Steuerungen“, Band 1, Shaker Verlag, Dissertation, November 2008.
- [11] A. Lesnicar, R. Marquardt, “An Innovative Modular Multilevel Converter Topology Suitable for a Wide Power Range”, in 2003 IEEE Bologna Tech Conference, Bologna, Italy, 2003
- [12] Barros, Luis A. M., António P. Martins, and José Gabriel Pinto. 2022. “A Comprehensive Review on Modular Multilevel Converters, Submodule Topologies, and Modulation Techniques” *Energies* 15, no. 3: 1078. <https://doi.org/10.3390/en15031078>
- [13] Y. Pipelzadeh, B. Chaudhuri, T. Green, Y. Wu, H. Pang, and J. Cao, “Modelling and dynamic operation of the zhoushan dc grid: Worlds first five-terminal VSC-HVDC project,” in Proc. Int. High Voltage Direct Curr., 2015, pp. 1–10.

- [14] Ferreira, A.A. de A. Modular multilevel converters for power system applications. Ph.D. Thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain, 2017.
- [15] Zhou, L.; Fu, Q.; Li, X.; Liu, C. A novel photovoltaic grid-connected power conditioner employing hybrid multilevel inverter. In Proceedings of the 2009 International Conference on Sustainable Power Generation and Supply, Nanjing, China, 6–7 April 2009; pp. 1–7.
- [16] Latran, M.B.; Teke, A. Investigation of multilevel multifunctional grid connected inverter topologies and control strategies used in photovoltaic systems. *Renew. Sustain. Energy Rev.* 2015, 42, pp. 361–376.
- [17] Lashab, A.; Sera, D.; Hahn, F.; Camurca, L.; Terriche, Y.; Liserre, M.; Guerrero, J.M. Cascaded multilevel PV inverter with improved harmonic performance during power imbalance between power cells. *IEEE Trans. Ind. Appl.* 2020, 56, pp. 2788–2798.
- [18] Debnath, S.; Saeedifard, M. A new hybrid modular multilevel converter for grid connection of large wind turbines. *IEEE Trans. Sustain. Energy* 2013, 4, 1051–1064.
- [19] Li, R.; Yu, L.; Xu, L.; Adam, G.P. Coordinated control of parallel DR-HVDC and MMC-HVDC systems for offshore wind energy transmission. *IEEE J. Emerg. Sel. Top. Power Electron.* 2019, 8, pp. 2572–2582.
- [20] Karaagac, U.; Mahseredjian, J.; Cai, L.; Saad, H. Offshore wind farm modeling accuracy and efficiency in MMC-based multiterminal HVDC connection. *IEEE Trans. Power Deliv.* 2016, 32, pp. 617–627.
- [21] Siemens Energy, "High-Voltage Direct Current (HVDC) Transmission Solutions, 2024", https://p3.aprimocdn.net/siemensenergy/32d78fcb-56c1-4265-956a-b18e007f0293/2024_06_13_HVDC_Referenceflyer-pdf_Original%20file.pdf
- [22] C. Stark, "Schnelle Energieregulierung eines Modulare Multilevel Umrichters (MMC) für ein gekoppeltes DC-AC-Netz", Dissertation, 2021
- [23] C. Stark; Danowski, D.; Marqués, J.-L.; Hillermeier, C.: "Fast compensation of DC bus voltage drops using modular multilevel converters." In: The 9th International Conference on Power Electronics, Machines and Drives (PEMD) (2018) & Journal of Engineering, Issue 17, 3906 (2019)
- [24] D. Braeckle, P. Himmelmann, L. Gröll, *et al*, "Energy Pulsation Reduction in Modular Multilevel Converters Using Optimized Current Trajectories," *IEEE Open Journal of Power Electronics*, vol. 2, pp. 171–186, March 2021.
- [25] J. Kolb, "Optimal operation of the modular multilevel inverter as a drive inverter for three-phase machines," (in German), Karlsruhe Inst. Technol., 2014,
- [26] D. Braeckle, P. Himmelmann, M. Hiller, and S. Nielebock, "Comparison of modular multilevel topologies for AC to AC applications," in *Proc. 9th IEEE Int. Symp. Power Electron. Distrib. Gener. Syst.*, 2018, pp. 1–7.
- [27] Q. Gui, J. L. Gnärig, H. Fehr, and A. Gensior, "Energy-balancing of a modular multilevel converter using an online trajectory planning algorithm," in *Proc. 22nd Eur. Conf. Power Electron. Appl.*, 2020, pp. P.1–P.10
- [28] D. Dinkel, "Direkte Multivariablenregelung von Modularen Multilevel Umrichtern", Dissertation, Universität der Bundeswehr München, 2022, pp. 29–47

- [29] D. Dinkel, C. Hillermeier, and R. Marquardt, "Direct multivariable control of modular multilevel converters," in 2018 20th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'18 ECCE Europe), pp. P.1–P.10, 2018.
- [30] D. Dinkel, C. Hillermeier, and R. Marquardt, "Direct multivariable control for modular multilevel converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 37, no. 7, pp. 7819–7833, 2022.
- [31] P. B. Steckler, J. Y. Gauthier, X. Lin-Shi and F. Wallart, "Differential Flatness-Based, Full-Order Nonlinear Control of a Modular Multilevel Converter (MMC)", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 30, no. 2, pp. 547-557, 2022
- [32] T. Hoehn, T. Slettbak, F. Blaquez, "Back-to-Back HVDC Modular Multilevel Converter for Transient Voltage Dip Mitigation in Passive Networks", 2019, EPE'19 ECCE Europe ISBN: 978-9-0758-1531-3 - IEEE catalog number: CFP19850-ART
- [33] M. Guan and Z. Xu, "Modeling and control of a modular multilevel converter-based HVDC system under unbalanced grid conditions," *IEEE Trans. Power Electron.*, 2012.
- [34] J. Jia, G. Yang, and A. Nielsen, "Fault Analysis Method Considering Dual-Sequence Current Control of VSCs under Unbalanced Faults", *Energies*, vol. 11, no. 7, 2018.
- [35] L. Zhang, L. Harnefors, and H. P. Nee, "Modeling and control of VSC-HVDC links connected to island systems", *IEEE Trans. Power Syst.*, 2011.
- [36] R. Z. Chai, B. H. Zhang, Z. G. Hao, T. Zheng, S. Y. Ma, and D. Z. Chen, "Control strategies of MMC- HVDC connected to passive networks", in 2013 IEEE International Conference of IEEE Region 10 (TENCON 2013), 2013, pp. 1–4.
- [37] N. Geddada, A. Ukil, and Y. M. Yeap, "Circulating Current Controller in dq Reference Frame for MMC Based HVDC System," in *IECON 2016 - 42nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, 2016, pp. 3288–3293.
- [38] Wan Mohd Fazrul Adlan Bin Wan Mohammad, "Flatness-based control for fast trajectory tracking in a high voltage AC-DC-AC power system including conventional converter and MMC", *Dissertation*, 2022
- [39] W. M. F. A. Wan Mohammad, J. L. Marqués and C. Hillermeier, "Fast trajectory tracking based on flatness control for a high voltage AC-DC-AC power system," *AEIT International Annual Conference*, Bari, Italy, 2018, pp. 1-6, doi: 10.23919/AEIT.2018.8577444.
- [40] J. Kolb, F. Kammerer, M. Gommeringer, M. Braun, "Cascaded Control System of the Modular Multilevel Converter for Feeding Variable-Speed Drives", *IEEE Trans. Power Electronics*, No. 1 (2015), 349
- [41] Y. Lin, D. Sontag, "A universal formula for stabilization with bounded controls", *System & Control Letter* 16 (1991), pp. 393-397.