

Universität der Bundeswehr München  
Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik  
Institut für Thermodynamik

## **Aerodynamik und Flugstabilität rotierender Geschosse bei großen Anstellwinkeln**

Bernd Dutschke, M.Sc.

Vollständiger Abdruck der von der  
Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik  
der Universität der Bundeswehr München  
zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

angenommenen Dissertation

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Lars Zigan  
1. Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Christian Mundt  
2. Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Florian Holzapfel

Die Dissertation wurde am 09.04.2025 bei der Universität der Bundeswehr München eingereicht und durch die Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik am 07.08.2025 angenommen.

Tag der Prüfung: 30.09.2025



# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner fünfjährigen Tätigkeit am Deutsch-Französischen Forschungsinstitut Saint-Louis (ISL). Das Thema der Arbeit wurde angeregt von Dr.-Ing. Friedrich Leopold als Leiter der Forschungsgruppe Aerodynamik (AMS). Ihm danke ich für die spannende Fragestellung, die Freiheit bei der Umsetzung und seine fortwährende Unterstützung bei Fragen oder Problemen.

Die universitäre Betreuung wurde von Prof. Dr.-Ing. Christian Mundt übernommen. Mit wertvollen Ratschlägen, konstruktiver Kritik und seiner Unterstützung bei der Orientierung im wissenschaftlichen Umfeld hat er nicht nur zum erfolgreichen Abschluss der Arbeit beigetragen, sondern auch meine fachliche und persönliche Weiterentwicklung als Wissenschaftler gefördert. Dafür möchte ich ihm aufrichtig danken. Ein weiterer Dank gilt Prof. Dr.-Ing. Florian Holzapfel für die Übernahme des Zweitgutachtens.

Allen voran möchte ich mich bei den Kollegen des ISL, insbesondere bei den Mitarbeitern der Gruppe AMS, ganz herzlich bedanken. Zum einen für die Unterstützung bei den umfangreichen experimentellen Untersuchungen im Windkanal, zum anderen auch für die angenehme und motivierende Arbeitsatmosphäre. Zu nennen sind insbesondere Mathias Schacherer und die Kollegen der Zentralwerkstatt, die für die Konstruktion und Fertigung der Windkanalhalterung verantwortlich waren. Essentiell für den Versuchsaufbau waren auch die Arbeiten von Denis Bidino und Joseph Juncker. Als äußerst anspruchsvoll erwies sich die technische Realisierung der Geschossrotation mit Drehfrequenzen von bis zu 450 Hz. Probleme mit unwuchtbedingten Vibrationen und Schäden an den Kugellagern führten dazu, dass die Versuche für längere Zeit unterbrochen werden mussten. Einen entscheidenden Beitrag zur Lösung dieser Probleme leistete Antoine Runser, wofür ich ihm sehr dankbar bin. Bei Christian Rey möchte ich mich für die erfolgreiche Zusammenarbeit im Rahmen der PIV-Messungen bedanken. Die hohe Qualität der Messergebnisse ist zu einem großen Teil das Ergebnis seiner Expertise und gewissenhaften Arbeitsweise. Nicht zuletzt bedanke ich mich bei Dr.-Ing. Stephan Weidner, sowohl für die Begleitung der Arbeit während der Anfangsphase als auch für seine sorgfältige Durchsicht des Manuskripts.

Bernd Dutschke  
November 2025



# Kurzfassung

Diese Arbeit untersucht die flugmechanischen und aerodynamischen Phänomene, die bei Steilschüssen mit drallstabilisierten Geschossen auftreten. Bisher wurde davon ausgegangen, dass Geschosse, die mit Elevationswinkeln über  $70^\circ$  abgefeuert werden, entweder mit der Spitze oder mit dem Heck voran zum Boden zurückfallen. Anhand von Flugbahnrechnungen mit einem Starrkörpermodell wird gezeigt, dass unter bestimmten Bedingungen auch stabile Fluglagen bei großen Anstellwinkeln möglich sind. Zur Untersuchung der Flugstabilität werden algebraische Kriterien hergeleitet, die im Gegensatz zu den klassischen Methoden auch bei großen Anstellwinkeln anwendbar sind. Die Ergebnisse zeigen, dass die Stabilität in diesem Fall primär vom Magnusmoment bestimmt wird. Der zweite Teil der Arbeit befasst sich mit der aerodynamischen Charakterisierung eines rotierenden Geschosses bei großen Anstellwinkeln in einer Unterschallströmung. Der Schwerpunkt dieser Arbeiten liegt auf Windkanalexperimenten, die bei einer Reynoldszahl von  $8 \cdot 10^4$  und Anstellwinkeln zwischen  $0^\circ$  und  $90^\circ$  durchgeführt wurden. Neben Kraftwaagenmessungen zur Bestimmung der resultierenden aerodynamischen Kräfte und Momente erfolgte zusätzlich eine Vermessung des Strömungsfelds mittels Particle Image Velocimetry (PIV). Weitere Erkenntnisse, insbesondere zur dreidimensionalen Struktur der Strömungsfelder, wurden durch numerische Large-Eddy-Simulationen (LES) gewonnen. Basierend auf den Ergebnissen aus Experiment und Simulation konnten drei charakteristische Strömungstypen identifiziert werden: eine anliegende Strömung bei kleinen Anstellwinkeln ( $<20^\circ$ ), eine von schraubenförmigen Wirbeln dominierte Strömung bei mittleren Anstellwinkeln ( $20^\circ$ – $65^\circ$ ) sowie eine turbulente Nachlaufströmung bei großen Anstellwinkeln ( $>65^\circ$ ). Besonders im mittleren und oberen Anstellwinkelbereich wird die Strömung bei hohen Drehzahlen zunehmend asymmetrisch, wodurch es zu ausgeprägten Magnuskräften kommt. Neben neuen Erkenntnissen zur Ballistik und Aerodynamik drallstabiler Geschosse liefert die Arbeit umfangreiche Messdaten, die zur Validierung von Simulationsmodellen genutzt werden können. Mit den vorgestellten Stabilitätskriterien steht zudem eine Methode zur Verfügung, mit der die Existenz stabiler Fluglagen bei großen Anstellwinkeln rechnerisch überprüft werden kann.



# Abstract

This study investigates the flight dynamics and aerodynamics of spin-stabilized projectiles launched at high elevation angles. Trajectory calculations based on a rigid-body model demonstrate that projectiles fired at elevation angles exceeding  $70^\circ$  do not necessarily descend in a nose-forward or base-forward orientation, as commonly assumed. Instead, they can exhibit stable flight modes at high angles of attack under specific conditions. To analyze the stability of such flight modes, a theoretical framework is developed that extends beyond the small-angle-of-attack limitations inherent in the classical theory of projectile stability. Results indicate that flight stability at high angles of attack is dominated by the Magnus moment. The second part of this study covers the aerodynamic characterization of a spinning projectile at high angles of attack in subsonic flow. The focus of this work is on wind tunnel experiments conducted at a Reynolds number of  $8 \cdot 10^4$  and angles of attack ranging from  $0^\circ$  to  $90^\circ$ . Aerodynamic forces and moments were measured using a force balance, while Particle Image Velocimetry (PIV) provided quantitative data on the flow field. Additional insights into the three-dimensional flow structure were gained through numerical Large-Eddy Simulations (LES). Based on the experimental and numerical results, three characteristic flow regimes were identified: attached flow at small angles of attack ( $<20^\circ$ ), vortex-dominated flow at moderate angles of attack ( $20^\circ$ – $65^\circ$ ), and turbulent wake flow at high angles of attack ( $>65^\circ$ ). Especially in the mid- and high-angle-of-attack ranges, the flow becomes increasingly asymmetric at high spin rates, resulting in pronounced Magnus forces. In addition to new insights into the ballistics and aerodynamics of spin-stabilized projectiles, this study provides an extensive experimental data set that can be used for the validation of flow simulation models. Furthermore, the stability criteria presented herein offer a method for assessing the possibility of stable flight modes at high angles of attack.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>iii</b>
<b>Kurzfassung</b>	<b>v</b>
<b>Abstract</b>	<b>vii</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>xi</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Hintergrund und Problemstellung . . . . .	1
1.2 Stand der Forschung . . . . .	2
1.2.1 Flugverhalten von Drallgeschossen beim Steilschuss . . . . .	2
1.2.2 Geschossaerodynamik bei großen Anstellwinkeln . . . . .	7
1.3 Inhalt und Struktur der Arbeit . . . . .	12
<b>I Flugmechanik</b>	<b>15</b>
<b>2 Berechnung von Steilschussflugbahnen für ein Artilleriegeschoss</b>	<b>17</b>
2.1 Verwendetes Flugbahnmodell . . . . .	17
2.2 Geschosdaten und Abschussbedingungen . . . . .	18
2.3 Berechnete Flugbahnen . . . . .	21
<b>3 Flugstabilität von Geschossen bei großen Anstellwinkeln</b>	<b>27</b>
3.1 Stabilitätstheorie für Grenzyklen . . . . .	28
3.1.1 Formulierung der Drehimpulsgleichung in Kugelkoordinaten . . . . .	28
3.1.2 Gleichgewichtsbedingungen . . . . .	29
3.1.3 Linearisierung und Eigenwerte . . . . .	31
3.2 Stabilitätsanalyse am Beispiel des 105-mm-M1-Artilleriegeschosses . . . . .	32
3.3 Vereinfachte Theorie für Präzessionsgrenzyklen . . . . .	36

---

<b>II</b>	<b>Aerodynamik</b>	<b>41</b>
<b>4</b>	<b>Experimentelle Untersuchung der Geschossumströmung</b>	<b>43</b>
4.1	Experimenteller Aufbau . . . . .	44
4.1.1	Windkanal und Strömungsbedingungen . . . . .	44
4.1.2	Geschossmodell . . . . .	47
4.1.3	Kraftwaage . . . . .	49
4.1.4	Particle Image Velocimetry (PIV) . . . . .	51
4.1.5	Koordinatensysteme . . . . .	54
4.2	Kraftwaagenmessungen . . . . .	55
4.3	Strömungsfeldmessung mittels PIV . . . . .	58
4.3.1	Gemessene Geschwindigkeitsfelder . . . . .	60
4.3.2	Bestimmung der Ablösepunkte . . . . .	67
4.3.3	Transition und Turbulenz . . . . .	74
4.4	Rekonstruktion des Drucks aus PIV-Daten . . . . .	80
4.4.1	Rekonstruierte Druckfelder . . . . .	82
4.4.2	Rekonstruierte Kraftverteilung . . . . .	90
<b>5</b>	<b>Numerische Simulation der Geschossumströmung</b>	<b>97</b>
5.1	Simulationsmodell . . . . .	97
5.2	Einfluss numerischer Parameter . . . . .	101
5.3	Vergleich mit Kraftwaagenmessungen . . . . .	104
5.4	Dreidimensionale Struktur der Strömungsfelder . . . . .	105
5.5	Validierung des Druckrekonstruktionsverfahrens . . . . .	109
5.6	Simulationsergebnisse für Anstellwinkel bis $180^\circ$ . . . . .	112
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>117</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>121</b>
<b>A</b>	<b>Mittlere Geschwindigkeitsfelder aus PIV-Messungen</b>	<b>131</b>
<b>B</b>	<b>Ablösepunkte aus PIV-Messungen</b>	<b>143</b>



# Symbolverzeichnis

## Lateinische Buchstaben

$C_l$	Rollmomentenbeiwert	[–]
$C_{lp}$	Rollmomentenbeiwert (drehzahlnormiert), $C_{lp} = C_l/\bar{p}$	[–]
$C_m$	Nickmomentenbeiwert	[–]
$C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$	Nickdämpfungsmomentenbeiwert	[–]
$C_{m\alpha}$	Nickmomentenderivativ, $C_{m\alpha} = C_m/\sin \alpha$	[–]
$C_n$	Magnusmomentenbeiwert	[–]
$C_{np}$	Magnusmomentenbeiwert (drehzahlnormiert), $C_{np} = C_n/\bar{p}$	[–]
$C_{np\alpha}$	Magnusmomentenderivativ (drehzahlnormiert), $C_{np\alpha} = C_{np}/\sin \alpha$	[–]
$C_x$	Axialkraftbeiwert	[–]
$C_y$	Magnuskraftbeiwert	[–]
$C_{yp}$	Magnuskraftbeiwert (drehzahlnormiert), $C_{yp} = C_y/\bar{p}$	[–]
$C_{yp\alpha}$	Magnuskraftderivativ (drehzahlnormiert), $C_{yp\alpha} = C_{yp}/\sin \alpha$	[–]
$C_z$	Normalkraftbeiwert	[–]
$C_{z\alpha}$	Normalkraftderivativ, $C_{z\alpha} = C_z/\sin \alpha$	[–]
$D$	Geschossdurchmesser (Nenndurchmesser)	[m]
$\mathbf{e}_\alpha$	Tangenteneinheitsvektor zu $\alpha$	[–]
$\mathbf{e}_\psi$	Tangenteneinheitsvektor zu $\psi$	[–]
$\mathbf{e}_1$	Einheitsvektor, $\mathbf{e}_1 = \mathbf{v}/\ \mathbf{v}\ $	[–]
$\mathbf{e}_2$	Einheitsvektor, $\mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_1$	[–]
$\mathbf{e}_3$	Einheitsvektor, $\mathbf{e}_3 = (\mathbf{g} \times \mathbf{e}_1)/\ \mathbf{g} \times \mathbf{e}_1\ $	[–]
$\mathbf{F}$	Kraftvektor	[N]
$F_x, F_y, F_z$	Komponenten des Kraftvektors im geschossfesten, nicht-rotierenden $xyz$ -Koordinatensystem	[N]
$f$	Drehfrequenz des Geschosses, $f = p/(2\pi)$	[Hz]
$\mathbf{g}$	Vektor der Erdbeschleunigung	[m s <sup>-2</sup> ]
$g$	Erdbeschleunigung, $g = \ \mathbf{g}\ $	[m s <sup>-2</sup> ]
$I_x$	Axiales Massenträgheitsmoment des Geschosses	[kg m <sup>2</sup> ]
$I_y, I_z$	Transversale Massenträgheitsmomente des Geschosses	[kg m <sup>2</sup> ]
$i$	Imaginäre Einheit	[–]
$L$	Geschosslänge	[m]
$\mathbf{M}$	Momentenvektor	[N m]

$Ma$	Machzahl der Anströmung, auf die Schallgeschwindigkeit normierte Anströmgeschwindigkeit	$[-]$
$M_x, M_y, M_z$	Komponenten des Momentenvektors im geschossfesten, nicht-rotierenden $xyz$ -Koordinatensystem	$[N\ m]$
$m$	Geschossmasse	$[kg]$
$P$	Statischer Druck	$[Pa]$
$p$	Axiale Drehrate des Geschosses	$[rad\ s^{-1}]$
$\bar{p}$	Dimensionslose Geschossdrehzahl, $\bar{p} = pD/(2\ \mathbf{v}\ ) = pD/(2U_\infty)$	$[-]$
$Q_\infty$	Dynamischer Druck der Anströmung, $Q_\infty = 1/2 \rho_\infty U_\infty^2$	$[Pa]$
$R$	Radialkoordinate, $R = \sqrt{y^2 + z^2}$	$[m]$
$Re$	Reynoldszahl der Anströmung, $Re = \rho D U_\infty / \mu_\infty$	$[-]$
$r$	Geschossradius an der Axialposition $x$	$[m]$
$S$	Referenzfläche, $S = \pi D^2 / 4$	$[m^2]$
$T$	Temperatur	$[K]$
$t$	Zeit	$[s]$
$\bar{t}$	Dimensionslose Zeit, $\bar{t} = U_\infty t / D$	$[-]$
$U, V, W$	Komponenten der Strömungsgeschwindigkeit im windkanalfesten $XYZ$ -Koordinatensystem	$[m\ s^{-1}]$
$U_\infty$	Anströmgeschwindigkeit	$[m\ s^{-1}]$
$u, v, w$	Komponenten der Strömungsgeschwindigkeit im geschossfesten, nicht-rotierenden $xyz$ -Koordinatensystem	$[m\ s^{-1}]$
$u_s$	Geschwindigkeit der Geschossoberfläche, $u_s = pr$	$[m\ s^{-1}]$
$\mathbf{v}$	Geschwindigkeitsvektor des Geschosses (im Schwerpunkt)	$[m\ s^{-1}]$
$X, Y, Z$	Kartesische Ortskoordinaten im windkanalfesten Koordinatensystem	$[m]$
$x, y, z$	Kartesische Ortskoordinaten im geschossfesten, nicht-rotierenden Koordinatensystem	$[m]$
$\bar{x}$	Dimensionslose Axialkoordinate, $\bar{x} = x/L$	$[-]$

### Griechische Buchstaben

$\alpha$	Anstellwinkel, Zenitwinkel des Kugelkoordinatensystems	$[^\circ]$
$\beta$	Winkel zwischen $\mathbf{e}_1$ und $\mathbf{g}$	$[^\circ]$
$\Delta\Phi_s$	Breite des Nachlaufs, $\Delta\Phi_s = 360^\circ - \Phi_s^- - \Phi_s^+$	$[^\circ]$
$\theta$	Bahnwinkel, Winkel zwischen der Flugbahntangente und der Erdoberfläche	$[^\circ]$
$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	Eigenwerte der Jacobi-Matrix	$[rad\ s^{-1}]$
$\mu$	Dynamische Viskosität	$[Pa\ s]$
$\rho$	Massendichte	$[kg\ m^{-3}]$
$\Phi$	Winkelkoordinate in Umfangsrichtung, gemessen von der positiven $z$ -Achse in positiver Richtung um die $x$ -Achse	$[^\circ]$
$\Phi_s^+$	Umfangswinkel des Ablösepunkts auf der mitrotierenden Seite, gemessen von der positiven $z$ -Achse in Drehrichtung	$[^\circ]$

---

$\Phi_s^-$	Umfangswinkel des Ablösepunkts auf der gegenrotierenden Seite, gemessen von der positiven $z$ -Achse entgegen der Drehrichtung	$[\circ]$
$\psi$	Präzessionswinkel, Azimutwinkel des Kugelkoordinatensystems	$[\circ]$

### Tiefgestellte Indizes

$\square_0$	Gleichgewichtszustand
$\square_\infty$	Zustand in der freien Anströmung

### Operatoren

$\dot{\square}$	Erste Zeitableitung
$\ddot{\square}$	Zweite Zeitableitung
$\nabla\square$	Gradient
$\square \cdot \square$	Skalarprodukt zweier Vektoren
$\square \times \square$	Kreuzprodukt zweier Vektoren
$\ \square\ $	Euklidische Norm eines Vektors oder Frobenius-Norm eines Tensors
$\square^T$	Transposition
$\Delta\square$	Differenz
$\langle \square \rangle$	Ensemble-Mittelwert
$\sigma_\square$	Root Mean Square Error (RMSE)
$\Im(\square)$	Imaginärteil einer komplexen Zahl
$\Re(\square)$	Realteil einer komplexen Zahl

### Abkürzungen

2D2C	Two-Dimensional, Two-Component
6-DoF	Six Degrees of Freedom
CFD	Computational Fluid Dynamics
DES	Detached-Eddy-Simulation
DNS	Direkte Numerische Simulation
ISL	Deutsch-Französisches Forschungsinstitut Saint-Louis
LES	Large-Eddy-Simulation
Nd:YAG	Neodym-dotierter Yttrium-Aluminium-Granat-Kristall
PIV	Particle Image Velocimetry
SGS	Subgrid Scale
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
RMS	Root Mean Square
RMSE	Root Mean Square Error
TOC	Tangent-Ogive Cylinder



# Kapitel 1

## Einleitung

### 1.1 Hintergrund und Problemstellung

Für weitreichende Rohrmaschinen wie Artilleriegeschütze und Flugabwehrkanonen kommen heute ausschließlich Langgeschosse zum Einsatz. Damit diese ihr volles Leistungspotential hinsichtlich Präzision und Reichweite entfalten können, muss die Geschossachse der Bahntangente folgen, sodass der Anstellwinkel zu jedem Zeitpunkt klein bleibt. Da der Angriffspunkt der einwirkenden Luftkräfte im Allgemeinen vor dem Geschossschwerpunkt liegt, sind zusätzliche Maßnahmen zur Stabilisierung der Fluglage erforderlich. Bei Vollkalibergeschossen nutzt man dazu das Prinzip der Kreiselstabilisierung, weshalb diese Geschosse mit einer Rotation um die Längsachse (*Drall*) verschossen werden. Ein bekannter Nachteil der Drallstabilisierung ist, dass die zur Stabilisierung notwendige Drehrate von der Geometrie des Geschosses, seiner Massenverteilung und dem aktuellen Flugzustand abhängt. Letzteres hat zur Folge, dass Drallgeschosse bei Steilschüssen zur *Überstabilisierung* neigen. In diesem Fall ist das destabilisierende Nickmoment aufgrund der verringerten Fluggeschwindigkeit im Flugbahngipfel (*Apogäum*) zu schwach, um eine ausreichende gyroskopische Reaktion hervorzurufen, sodass die Geschossachse nicht schnell genug der sich stark krümmenden Flugbahn folgt. Dadurch ergibt sich ein vergrößerter Anstellwinkel, der bei einer Rohrerhöhung (*Elevation*) über  $70^\circ$  bereits mehr als  $20^\circ$  betragen kann [1]. Bei Elevationen über  $80^\circ$  ist damit zu rechnen, dass der Anstellwinkel nach dem Durchgang des Apogäums auf über  $90^\circ$  anwächst [2]. Typischerweise stabilisiert sich das Geschoss auf dem abfallenden Ast der Flugbahn dann in rückwärtiger Lage und trifft mit dem Heck voran am Boden auf [2]. In der englischsprachigen Literatur hat sich dafür die Bezeichnung *failure to trail* eingebürgert [1, 3], während deutschsprachige Autoren von unzureichender *Folgsamkeit* sprechen [4, 5].

Ein derartiges Flugverhalten ist im militärischen Einsatz nicht erwünscht, weshalb Elevationswinkel über  $70^\circ$  in der Regel vermieden werden. Es erscheint daher wenig überraschend, dass die Ballistik von Steilschüssen bislang nur eingeschränkt untersucht wurde. Hinzu kommt, dass eine quantitative Vermessung der Trajektorien mittels instrumentierter Geschosse mit erheblichem Aufwand verbunden ist und bei kleinkalibrigen Geschossen durch den begrenzten Bauraum weiter erschwert

wird. Eine numerische Untersuchung, bei der das Geschoss als Starrkörper mit sechs Freiheitsgraden (engl.: *Six-Degrees-of-Freedom*, 6-DoF) modelliert wird, ist ebenfalls nicht ohne Weiteres möglich. Bei diesen Modellen wird die Luftströmung typischerweise nicht explizit nachgebildet, sondern indirekt durch Angabe der resultierenden aerodynamischen Kräfte und Momente berücksichtigt. Letztere sind spezifisch für die jeweilige Geschossgeometrie und hängen von den vorherrschenden Strömungsbedingungen ab. Während für reguläre Flugbedingungen mit kleinen Anstellwinkeln und Fluggeschwindigkeiten im Überschall- und Transschallbereich eine umfangreiche Datenbasis existiert, sind für Anstellwinkel über  $20^\circ$  und subsonische Geschwindigkeiten, wie sie bei Steilschüssen im Apogäum auftreten, nur wenige Daten vorhanden.

Wenngleich das militärische Interesse an Steilschüssen begrenzt ist, so gibt es doch Szenarien, in denen die Vorhersage von Steilfeuerflugbahnen und die Kenntnis der dabei auftretenden flugmechanischen Phänomene von Interesse ist. Ein solcher Anwendungsfall ist das Schießen mit Flugabwehr-Geschützen, besonders wenn dabei inerte Übungsmunition verwendet wird, die beim Verfehlen des Ziels noch weite Flugstrecken zurücklegen kann. Ein weiteres Beispiel sind Steilfeuerschüsse mit Artilleriegeschossen, wie sie im Rahmen von Zünderuntersuchungen an der *Wehrtechnischen Dienststelle für Waffen und Munition der Bundeswehr* (WTD 91) durchgeführt werden. Bei diesen Versuchen werden Geschosse gezielt mit ausreichend steilen Elevationswinkeln verschossen, um eine Umkehrung der Fluglage herbeizuführen, sodass die Geschosse mit dem Heck voran am Boden auftreffen. Auf diese Weise soll eine Beschädigung des an der Geschosspitze befindlichen Zünders beim Aufprall verhindert und die Eindringtiefe ins Erdreich verringert werden, was die anschließende Bergung der Geschosse erleichtert. Dabei wurde festgestellt, dass die beobachteten Flugbahnen stark von den Vorhersagen des eingesetzten Feuerleitrechners abwichen. Für eine zuverlässige Beurteilung der zu erwartenden Gefahrenzone ist eine präzise Vorhersage der Geschossflugbahn jedoch von zentraler Bedeutung. Dies gilt insbesondere im dicht besiedelten Mitteleuropa, wo Schießplätze in der Regel räumlich stark begrenzt sind. Eine wesentliche Voraussetzung für genaue Vorhersagen sind verlässliche Daten über die aerodynamischen Kräfte und Momente bei großen Anstellwinkeln, idealerweise ergänzt durch ein fundiertes Verständnis der dabei auftretenden strömungsmechanischen Phänomene.

## 1.2 Stand der Forschung

### 1.2.1 Flugverhalten von Drallgeschossen beim Steilschuss

#### Empirische Erkenntnisse aus Steilschussversuchen

Über das bereits angesprochene Phänomen der Überstabilisierung wurde laut Cranz [6] erstmals im Jahr 1860 berichtet. Bei Steilschüssen mit einem auf  $60^\circ$  Elevation gerichteten 24-cm-Mörser wurde beobachtet, dass das Geschoss mit dem Heck voran am Boden auftraf. Gleichzeitig wurde festgestellt, dass der Aufschlagpunkt links von der Schusslinie lag, obwohl das Geschoss aus einem Rohr mit Rechtsdrall verschossen

worden war. Dies war insofern überraschend, als zu diesem Zeitpunkt bereits bekannt war, dass Geschosse mit Rechtsdrall normalerweise nach rechts von der Schusslinie abweichen.

Cranz [7] weist auch darauf hin, dass die Phänomene Linksdrift und Heckaufschlag zwar oft gemeinsam auftreten, die Linksabweichung aber keine direkte Folge der rückwärtigen Fluglage ist. So berichtet er von Steilschussversuchen mit Holzgeschossen, bei denen der Aufschlagpunkt links von der Schussachse lag, obwohl von mehreren seitlich positionierten Beobachtern bestätigt wurde, dass der Anstellwinkel zu jedem Zeitpunkt kleiner als  $90^\circ$  war.

Die letzten bekannten Steilschussversuche wurden 1971 von Collings und Lieske [2, 8] durchgeführt. Dabei wurden 105-mm-M1-Artillerieschosse mit Elevationswinkeln bis  $82^\circ$  verschossen, wobei drei der Geschosse mit Solarsonden bestückt waren, die den Winkel der Geschossachse relativ zur Sonne erfassen. Auf diese Weise war es möglich, die Orientierung der Geschosse auf dem abfallenden Ast der Flugbahn zu identifizieren. In Abbildung 1.1 dargestellt sind die ermittelten Werte für die Seitenabweichung des Auftreffpunkts relativ zur Schussachse. Während eine Vergrößerung des Elevationswinkels bis etwa  $70^\circ$  eine zunehmende Rechtsabweichung zur Folge hat, ist ab etwa  $75^\circ$  eine signifikante Abweichung nach links zu beobachten. Der Übergang zur Linksabweichung geht einher mit einer deutlichen Zunahme der Seitenstreuung.

Aus den Messdaten der Solarsonden war erkennbar, dass ein mit  $73,1^\circ$  Elevation abgefeuertes Geschoss mit der Spitze voran einschlug, wobei der Auftreffpunkt rechts von der Schussachse lag. Die mit  $78,8^\circ$  und  $80,2^\circ$  abgefeuerten Geschosse stabilisierten sich auf dem abfallenden Ast der Flugbahn mit dem Heck voran und trafen beide links von der Schussachse am Boden auf. Die Autoren schlussfolgern, dass Geschosse

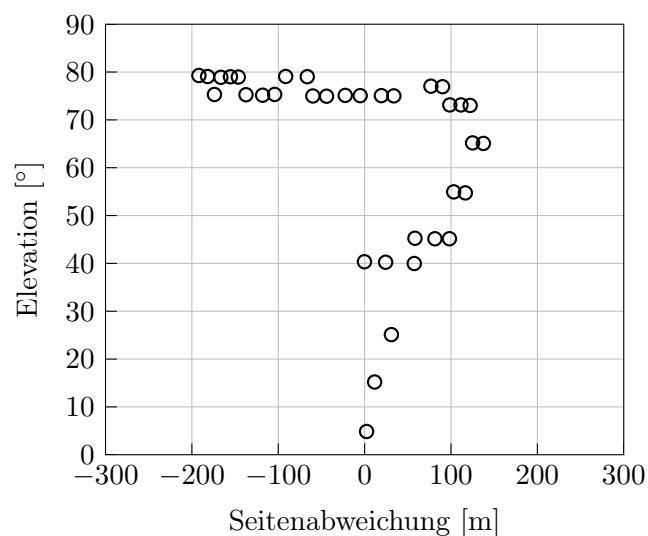


Abbildung 1.1: Gemessene Seitenabweichung des Treffpunkts für ein mit 205 m/s (nominell) abgefeuertes 105-mm-M1-Geschoss [2]. Positive Werte entsprechen einer Abweichung nach rechts.

im Fall einer Linksabweichung immer mit dem Heck voran auftreffen. Wie bereits von Cranz [7] gezeigt wurde, ist dies jedoch nicht zwangsläufig der Fall.

### Qualitative Erklärungen zum beobachteten Flugverhalten

Analog zum Kreisel weicht ein ausreichend schnell drehendes Geschoss immer senkrecht zum angreifenden Moment aus. Fliegt das Geschoss mit Anstellwinkel, verursacht das resultierende Nickmoment eine Gierbewegung senkrecht zur von der Flugbahntangente und der Geschossachse aufgespannten Ebene. Im Gegensatz zu einem nichtdrehenden Geschoss, bei dem der Anstellwinkel kontinuierlich zunehmen würde, reagiert ein drallstabilisiertes Geschoss daher mit einer Konusbewegung um die Bahntangente.

Ohne die Einwirkung aerodynamischer Momente würde die Geschossachse ihre Lage im Raum beibehalten. Aufgrund der durch die Erdschwere verursachte Bahnkrümmung würde der Anstellwinkel entlang der Trajektorie kontinuierlich anwachsen. Beim Flug durch die Atmosphäre hingegen verursacht das resultierende Nickmoment einen Gierwinkel, der bei einem Geschoss mit Rechtsdrall nach rechts gerichtet ist. Im Gleichgewichtszustand ist dieser Gierwinkel genau so groß, dass das resultierende Giermoment eine langsame Nickbewegung nach unten bewirkt, wodurch die Geschossspitze der gekrümmten Flugbahn folgen kann. Dieser quasistatische Gierwinkel, in der englischsprachigen Literatur auch als *yaw of repose* bezeichnet [1–3], hat eine rechtsgerichtete Auftriebskraft und damit eine Seitenabweichung nach rechts zur Folge. Von manchen Autoren wird das Phänomen auch als *Kreisleffekt* bezeichnet [7, 9]. Auf diese Weise lässt sich die bei Elevationswinkeln bis etwa  $75^\circ$  beobachtete Rechtsabweichung erklären. Wird das Geschoss mit Linksdrall abgefeuert, kehren sich die Verhältnisse um und die Abweichung erfolgt nach links.

Der erste, der dieses Verhalten systematisch untersuchte und im Wesentlichen korrekt beschrieb, war der deutsche Physiker Gustav Magnus [10]. Entgegen der verbreiteten Annahme handelt es sich dabei jedoch nicht um den nach ihm benannten *Magnuseffekt*. Letzterer beschreibt ein rein aerodynamisches Phänomen, das in Abschnitt 1.2.2 ausführlich behandelt wird. Erste Versuche zur mathematischen Vorhersage der Rechtsabweichung sind in der Dissertation von Carl Cranz [11] enthalten.

In seinem 1910 erschienenen *Lehrbuch der Ballistik* argumentiert Cranz [6] auch, warum es bei Steilschüssen zu der in Abschnitt 1.1 beschriebenen Verschlechterung der Folgsamkeit im Apogäum kommt. Außerdem stellt er die Vermutung auf, dass die bei Steilschüssen beobachtete Linksabweichung durch eine aerodynamische Seitenkraft verursacht wird, die das Geschoss beim Flug mit großen Anstellwinkeln aufgrund der rotationsbedingt asymmetrischen Druckverteilung erfährt. Mit diesem als *Magnuseffekt* bezeichneten Phänomen hatte Magnus [10] zuvor die Flugbahnabweichungen rotierender Kugelgeschosse erklärt.

### Theoretische Konzepte: Folgsamkeit und Stabilität

Ein einfaches Kriterium zur Beurteilung, ob ein Geschoss seiner Bahntangente folgen kann, ist durch das Verhältnis zwischen der Präzessionsrate und der Änderungsrate

des Bahnwinkels gegeben [4, 5, 7]. Die Präzessionsrate  $\dot{\psi}$  beschreibt die Rotationsrate der konischen Pendelbewegung eines angestellten Geschosses infolge des angreifenden Nickmoments. Sie lässt sich näherungsweise durch

$$\dot{\psi} \approx \frac{\rho \|\mathbf{v}\|^2 S D C_{m\alpha}}{2 I_x p} \quad (1.1)$$

in Abhängigkeit von der Luftdichte  $\rho$ , der Fluggeschwindigkeit  $\|\mathbf{v}\|$ , der Querschnittsfläche  $S$  und dem Durchmesser  $D$  des Geschosses sowie dem Nickmomentenderivativ  $C_{m\alpha}$ , dem axialen Trägheitsmoment  $I_x$  und der axialen Drehrate  $p$  ausdrücken. Als Bahnwinkel  $\theta$  bezeichnet man den Winkel zwischen der Bahntangente und der Erdoberfläche. Seine Änderungsrate lässt sich mithilfe des Massenpunktmodells durch

$$\dot{\theta} \approx -\frac{g}{\|\mathbf{v}\|} \cos \theta \quad (1.2)$$

annähern, wobei  $g$  die Erdbeschleunigung bezeichnet. Damit ein Geschoss seiner Bahntangente folgen kann, muss  $|\dot{\psi}| > |\dot{\theta}|$ . Mit der Einführung des *Folgsamkeitsfaktors*  $f := |\dot{\psi}|/|\dot{\theta}|$  gilt somit

$$f > 1, \quad \text{wobei} \quad f \approx \frac{\rho \|\mathbf{v}\|^3 S D C_{m\alpha}}{2 I_x p g \cos \theta}. \quad (1.3)$$

Anschaulich betrachtet beschreibt der Folgsamkeitsfaktor, wie „agil“ das Geschoss auf eine Veränderung der Flugrichtung reagiert. In der Praxis ist dies jedoch nur bei Steilbahnen im Bereich des Apogäums relevant, wo Fluggeschwindigkeit und Bahnwinkel klein sind [5]. Bemerkenswert ist die Tatsache, dass der Kehrwert von  $f$  mit dem quasistatischen Gierwinkel (*yaw of repose*) übereinstimmt, worauf beispielsweise in [4] hingewiesen wird.

Damit die Geschossachse der Bahntangente folgt, muss neben der Folgsamkeit im Apogäum auch sichergestellt sein, dass äußere Störungen nicht zu einem unkontrollierten Anwachsen des Anstellwinkels führen. Dazu lassen sich Stabilitätskriterien herleiten, anhand derer beurteilt werden kann, ob der Anstellwinkel nach einer Störung der Anfangsbedingungen auf null abklingt oder unbeschränkt anwächst. Die Theorie zur Flugstabilität von Geschossen geht unter anderem auf die Arbeiten von Fowler et al. [12], Nielsen und Synge [13], Molitz und Strobel [4] und Murphy [14] zurück. Ausführliche Herleitungen der heute gebräuchlichen Stabilitätskriterien finden sich in [1, 3, 4, 14]. Zentraler Bestandteil ist dabei die Überführung der nichtlinearen, gekoppelten Bewegungsgleichungen in eine lineare Differentialgleichung für die rotatorische Geschosslage. Wichtige Voraussetzungen für die Gültigkeit der dabei getroffenen Vereinfachungen sind kleine Anstellwinkel, eine lineare Abhängigkeit der aerodynamischen Beiwerte vom Anstellwinkel sowie ein rotationssymmetrisches Geschoss. Wie die Herleitung von Molitz und Strobel [4] zeigt, ist die oftmals eingeführte Beschränkung auf kleine Elevationswinkel (Flachschuss) nicht zwingend erforderlich. Auf diese Weise erhält man ein lineares Differentialgleichungssystem vierter Ordnung, dessen homogener Anteil das Stabilitätsverhalten bestimmt. Eine Beschreibung der

Geschosslage ist beispielsweise mit dem totalen Anstellwinkel  $\alpha$  und dem Präzessionswinkel  $\psi$  möglich. Diese Darstellung wird in Kapitel 3 im Detail beschrieben und ist dort in Abbildung 3.1 veranschaulicht. Mit der Einführung des komplexen Anstellwinkels

$$\xi := \alpha (\cos \psi + i \sin \psi) = \alpha e^{i\psi} \quad (1.4)$$

und der Parametrisierung nach der kaliberbezogenen Bahnlänge

$$s := \frac{1}{D} \int_0^t \|\mathbf{v}\| dt \quad (1.5)$$

lässt sich das Gleichungssystem auf eine einfache komplexe Differentialgleichung zweiter Ordnung reduzieren, deren zugehörige homogene Gleichung eine Lösung der Form

$$\xi = C_1 e^{\nu_1 s} + C_2 e^{\nu_2 s} \quad (1.6)$$

besitzt. Die komplexen Konstanten  $\nu_1$  und  $\nu_2$  werden durch die Parameter der Differentialgleichung bestimmt. Diese hängen insbesondere von den aerodynamischen Beiwerten, den Trägheitseigenschaften sowie bewegungsabhängigen Größen wie der Axialdrehrate und der Anströmgeschwindigkeit ab. Die ebenfalls komplexen Koeffizienten  $C_1$  und  $C_2$  ergeben sich aus den Anfangsbedingungen. Details dazu findet man beispielsweise in [1, 4]. Da es sich bei Gleichung (1.6) um eine Linearkombination zweier zyklischer Bewegungen handelt, spricht man von einer *epizyklischen* Bewegung. Bei einem Drallgeschoss treten zwei Drehfrequenzen auf, von denen die langsamere als *Präzession*, die schnellere als *Nutation* bezeichnet wird. Das Abklingverhalten der jeweiligen Amplitude wird durch die Realteile von  $\nu_1$  und  $\nu_2$  bestimmt. Ist einer der beiden Realteile positiv, wächst die entsprechende Amplitude unbeschränkt an und die Lösung ist instabil.

Die lineare Theorie ist dann nützlich, wenn man an der Stabilität der idealen Geschosslage bei  $\alpha = 0$  interessiert ist. In der Praxis werden jedoch häufig sogenannte *Grenzzyklen* beobachtet, bei denen die Geschossachse in einer stabilen Konusbewegung um die Bahntangente rotiert. Solche Grenzzyklen treten meist bei kleinen Anstellwinkeln bis  $5^\circ$  auf [15, 16], wurden jedoch auch schon bei Anstellwinkeln um  $12^\circ$  beobachtet [17]. Sie sind typischerweise auf ein nichtlineares Magnusmoment zurückzuführen [1, 17]. Eine Untersuchung der Stabilität von Grenzzyklen mithilfe der linearen Theorie ist aufgrund der genannten Einschränkungen nicht möglich. Eine geeignete Methode zur Erfassung aerodynamischer Nichtlinearitäten, insbesondere im Zusammenhang mit Grenzzyklen, ist die von Murphy [14] vorgeschlagene *quasilineare* Erweiterung der klassischen Theorie. Grundidee des Verfahrens ist die Verwendung einer Ansatzfunktion in der Form von Gleichung (1.6). Diese wird in die nun durch aerodynamische Nichtlinearitäten gekennzeichnete Differentialgleichung eingesetzt. Nach einigen Vereinfachungen, die unter anderem die Eliminierung periodischer Residuentерme umfassen, ergibt sich ein Gleichungssystem für die komplexen Exponenten  $\nu_1$  und  $\nu_2$ . Während diese im linearen Fall nur von den konstanten Koeffizienten der Bewegungsgleichung abhängen, tritt jetzt eine zusätzliche Abhängigkeit von den Amplituden der beiden epizyklischen Bewegungsarme auf. Da auch beim

quasilinearen Ansatz die üblichen Kleinwinkelnäherungen verwendet werden, eignet sich die Methode nicht für große Anstellwinkel. Stattdessen wird sie typischerweise zur Untersuchung schwacher aerodynamischer Nichtlinearitäten, etwa in Form von Polynomfunktionen, eingesetzt [1, 14, 17, 18].

### 1.2.2 Geschossaerodynamik bei großen Anstellwinkeln

Die Strömung um ein angestelltes Geschoss, das um seine Längsachse rotiert, wird maßgeblich vom bereits angesprochenen *Magnuseffekt* beeinflusst. Im weitesten Sinne versteht man darunter alle Phänomene, die auf die Asymmetrie der Außenströmung aufgrund der rotierenden Geschossoberfläche zurückzuführen sind. Durch die asymmetrische Druckverteilung ergibt sich eine resultierende Kraft zur Seite, senkrecht zur von der Geschossachse und der Flugbahntangente aufgespannten Ebene. Diese wird als *Magnuskraft* bezeichnet. Liegt ihr Angriffspunkt außerhalb des Schwerpunkts, tritt außerdem ein Giermoment auf, das sogenannte *Magnusmoment*.

Bei kleinen Anstellwinkeln ist der Einfluss der Magnuskraft generell vernachlässigbar und die Seitenabweichung wird überwiegend von dem in Abschnitt 1.2.1 beschriebenen Kreiseffekt bestimmt [1]. Mit zunehmendem Anstellwinkel nimmt die Magnuskraft jedoch stark zu, weshalb man bei Steilschüssen oberhalb eines kritischen Elevationswinkels typischerweise eine Seitenabweichung nach links beobachtet [1, 4, 5]. Im Gegensatz zur Magnuskraft kann das Magnusmoment auch bei kleinen Anstellwinkeln nicht vernachlässigt werden, da es von zentraler Bedeutung für die Flugstabilität ist [1, 14, 18–20].

#### Rotierender Zylinder in Querströmung

Viele Untersuchungen zum Magnuseffekt beziehen sich auf den einfachen Fall des querangeströmten, rotierenden Zylinders. Eine Zusammenstellung der Forschungsergebnisse dazu findet sich in [21, 22] und besonders detailliert in [23]. Während die Strömung um einen ruhenden Zylinder symmetrisch auf beiden Seiten von der Oberfläche ablöst, führt die Rotation zu einer asymmetrischen Ablösung. Auf der in Strömungsrichtung rotierenden Seite, im Folgenden als *mitrotierende* Seite bezeichnet, verschiebt sich der Ablösepunkt typischerweise deutlich stromabwärts. Dadurch entsteht ein asymmetrisches Strömungsfeld, bei dem die Strömungsgeschwindigkeit auf der mitrotierenden Seite höher und der Druck niedriger ist. Das Ergebnis ist eine Seitenkraft in Richtung der mitrotierenden Seite. Dieses Phänomen wird häufig als *klassischer* Magnuseffekt bezeichnet.

Im Gegensatz dazu wurden auch Fälle beobachtet, in denen die resultierende Kraft in Richtung der *gegenrotierenden* Seite wirkt, auf der Strömung und Rotation entgegengesetzte Richtungen aufweisen. Solche *inversen* Magnuskräfte treten bei niedrigen Drehraten im Reynoldszahlbereich von  $10^5$  bis  $5 \cdot 10^5$  [21] auf und lassen sich durch eine laminar-turbulente Transition der Grenzschicht auf der gegenrotierenden Seite erklären. Diese wird durch die der Hauptströmung entgegengerichtete Oberflächengeschwindigkeit verursacht, die zu einer lokalen Erhöhung der

effektiven Reynoldszahl führt. Da die turbulente Grenzschicht aufgrund des erhöhten Impulsaustauschs mit der Außenströmung länger an der Oberfläche anliegt, erfolgt die Ablösung auf dieser Seite weiter stromabwärts als auf der mitrotierenden Seite, auf der die Grenzschicht weiterhin laminar ablöst. Die Struktur der Außenströmung weist somit eine im Vergleich zum klassischen Magnuseffekt umgekehrte Asymmetrie auf, wodurch sich die Druckverhältnisse und damit auch die Richtung der resultierenden Seitenkraft umkehren.

### Nicht-rotierende Flugkörper

Abseits vom akademischen Grenzfall des querangeströmten Zylinders befassen sich die meisten Forschungsarbeiten zu axialsymmetrischen Körpern bei großen Anstellwinkeln mit nicht-rotierenden Geometrien wie Lenkflugkörpern und Flugzeugnasen [24–39]. Wenngleich der Einfluss der Rotation dabei nicht berücksichtigt ist und sich die Ergebnisse durch das oft sehr große  $L/D$ -Verhältnis nur bedingt auf typische Geschossgeometrien übertragen lassen, können aus diesen Arbeiten wertvolle Erkenntnisse zum Strömungsverhalten bei unterschiedlichen Anstellwinkeln abgeleitet werden:

1. Für ausreichend kleine Anstellwinkel findet keine Strömungsablösung in Querrichtung statt und der Körper ist über die gesamte Länge von einer anliegenden Grenzschicht umgeben [28, 29, 31].
2. Sobald ein kritischer Anstellwinkel überschritten wird, löst sich die Strömung symmetrisch auf beiden Seiten des Körpers ab. Der kritische Anstellwinkel liegt typischerweise im Bereich zwischen  $5^\circ$  und  $10^\circ$  [25, 27, 28]. Auf der Leeseite bildet sich ein stationäres, symmetrisches Wirbelpaar mit jeweils nach innen gerichtetem Drehsinn. Die Wirbel besitzen eine ausgeprägte Geschwindigkeitskomponente in Längsrichtung und stellen daher schraubenförmige Strukturen dar, die sich, ausgehend von der Körperspitze, leeseitig in unmittelbarer Nähe zur Oberfläche nach hinten ausbreiten.
3. Mit zunehmendem Anstellwinkel wird die Strömung instabil und das Wirbelpaar geht in eine asymmetrische, jedoch weiterhin stationäre Anordnung über. Aufgrund der Asymmetrie kommt es zu schwer vorhersagbaren Seitenkräften. Dieses Phänomen wird in der Literatur auch als *phantom yaw effect* bezeichnet [36]. Der kritische Anstellwinkel für den Übergang zum asymmetrischen Wirbelsystem hängt stark von den spezifischen Bedingungen und dem axialen Abstand von der Körperspitze ab. In [23] wird ein Anstellwinkelbereich von  $10^\circ$  bis  $50^\circ$  angegeben. Ist der Körper ausreichend lang, wird einer der beiden Wirbel mit zunehmendem Abstand zur Spitze von der Körperoberfläche abgedrängt. Unter dem abgelösten Wirbel bildet sich ein neuer Wirbel, der zunächst dicht an der Oberfläche verbleibt, während nun der gegenüberliegende Wirbel abgedrängt wird. Dieses Verhalten wiederholt sich, sodass sich schließlich ein stationäres Muster aus wechselseitig angeordneten Wirbelfilamenten auf der Leeseite des Körpers ausbildet [23–25, 28, 29].

4. Ab Anstellwinkeln von mehr als  $60^\circ$  bis  $75^\circ$  werden die stationären Schraubewirbel durch eine mehr oder weniger zweidimensionale Nachlaufströmung abgelöst, die typischerweise durch eine instationäre, alternierende Wirbelbildung und -ablösung gekennzeichnet ist (Kármánsche Wirbelstraße) [23, 25, 31]. Der Übergang zur 2D-Strömung beginnt am Heck und wandert mit zunehmendem Anstellwinkel zur Körperspitze [25].

### Rotierende Geschosse

Die Aerodynamik rotierender Geschossen wurde bislang vor allem für kleine Anstellwinkel bis etwa  $5^\circ$  [40–46], sowie moderate Anstellwinkel bis etwa  $20^\circ$  [47–57] eingehend untersucht. Es gibt nur wenige Studien, die sich explizit mit großen Anstellwinkeln über  $20^\circ$  befassen:

Fletcher [58] veröffentlichte 1969 seine Ergebnisse aus Kraftwaagenmessungen an rotierenden Zylindern mit Tangentialogive (TOC), die er bei Anstellwinkeln bis  $30^\circ$  in einem subsonischen Windkanal bei einer Machzahl von 0,2 und einer Reynoldszahl von  $5 \cdot 10^4$  gesammelt hatte. Für Anstellwinkel über  $15^\circ$  und kleine Drehraten zeigten die gemessenen Magnuskräfte entgegen der beim klassischen Magnuseffekt erwarteten Richtung. Solche inversen Magnuskräfte waren bisher nur bei querangeströmten Zylindern im kritischen Reynoldszahlbereich beobachtet und von Swanson [21] mit einer einseitigen Transition der Grenzschicht auf der gegenrotierenden Seite erklärt worden. In der Annahme, dass dieser Mechanismus auch im vorliegenden Fall für die inverse Magnuskraft verantwortlich sei, übernahm Fletcher diese Erklärung in modifizierter Form, wobei er den Einfluss der Axialströmung durch eine effektive Reynoldszahl berücksichtigte. Interessanterweise umfasste die Versuchskampagne auch Drucksondenmessungen zur Lokalisierung von Nachlaufwirbeln. Obwohl dabei festgestellt wurde, dass die Position und Stärke der Wirbel erheblich von der Drehrate abhingen, erkannte Fletcher nicht, dass die Wirbel tatsächlich auch der Grund für die inverse Magnuskraft waren.

Daraufhin führte Fletcher [22] eine umfassende Neubewertung der bis dahin verfügbaren Messdaten zum Magnuseffekt durch, wobei sowohl Ergebnisse für querangeströmte Zylinder als auch für Rotationskörper mit Anstellwinkeln von  $15^\circ$  und  $30^\circ$  einbezogen wurden. Er gelangte zu dem Schluss, dass inverse Magnuskräfte bei angestellten Rotationskörpern auf eine durch die Rotation des Körpers verursachte asymmetrische Wirbelpaarbildung im Nachlauf zurückzuführen sind. Mithilfe experimentell ermittelter Positionen der Wirbel und Ablösepunkte konnte er die Magnuskraft unter Verwendung eines einfachen potentialtheoretischen Strömungsmodells qualitativ korrekt vorhersagen.

Der bislang umfangreichste Datensatz an aerodynamischen Kräften und Momenten eines rotierenden Geschosses bei großen Anstellwinkeln stammt aus den Windkanalversuchen von McCoy [59]. Nachdem bei Steilschussversuchen von Collings und Lieske [2, 8] die Notwendigkeit aerodynamischer Daten bei Anstellwinkeln bis  $180^\circ$  zur Berechnung der Flugbahnen erkannt worden war, führte McCoy entsprechende Kraftwaagenmessungen an einem maßstabsgetreuen 105-mm-M1-Geschoss durch. Die

Strömungsgeschwindigkeiten lagen bei 72 m/s bis 108 m/s, was einer Machzahl von 0,21 bis 0,32 und Reynoldszahlen zwischen  $5,1 \cdot 10^5$  und  $7,5 \cdot 10^5$  entspricht. Gemessen wurden die aerodynamischen Beiwerte für Normalkraft, Magnuskraft, Nickmoment und Magnusmoment. Der untersuchte Parameterbereich umfasst Anstellwinkel zwischen  $0^\circ$  und  $180^\circ$  bei Drehzahlen bis zu einem dimensionslosen Wert von  $\bar{p} = 0,9$ . Aus den Messergebnissen geht hervor, dass insbesondere die Magnusbeiwerte ein stark nichtlineares Verhalten in Abhängigkeit von Anstellwinkel und Drehzahl aufweisen, wobei im Anstellwinkelbereich zwischen  $80^\circ$  und  $110^\circ$  bei niedrigen Drehzahlen auch inverse Magnuskräfte beobachtet wurden. Allerdings weisen die Messdaten besonders bei Anstellwinkeln zwischen  $30^\circ$  und  $150^\circ$  eine erhebliche Streuung auf. Aufgrund von Vibrationen, die bei höheren Drehzahlen und Anstellwinkeln auftraten, konnten nicht alle geplanten Konditionen untersucht werden, weshalb der Datensatz nicht vollständig ist. Schließlich ist anzumerken, dass bei den Versuchen keine Techniken zur Visualisierung oder Vermessung der Strömung eingesetzt wurden, die Rückschlüsse auf die zugrundeliegenden aerodynamischen Phänomene ermöglicht hätten.

Mit einer Kombination aus Windkanalmessungen, Schießversuchen in der Funkenstrecke und instrumentierten Freiflugversuchen untersuchten MacAllister et al. [17] den Einfluss eines unterkalibrigen, zylindrischen Hecks auf die aerodynamischen Eigenschaften einer drallstabilisierten 107-mm-Mörsergranate. Der maximale Anstellwinkel betrug dabei  $40^\circ$ . Auch hier weisen die gemessenen Beiwerte eine starke Nichtlinearität bezüglich des Anstellwinkels auf, wovon besonders das Magnusmoment betroffen ist. Außerdem wurde ein starker Einfluss der Reynoldszahl festgestellt. Für Anstellwinkel über  $25^\circ$  liegen nur wenige Daten vor, die zudem erkennbar von der jeweiligen Messmethode abhängen. Eine Charakterisierung des Strömungsverhaltens bei großen Anstellwinkeln wurde nicht durchgeführt.

Seginer und Ringel [60] berichten von subsonischen Windkanalexperimenten an einem drehenden Rotationskörper in Form eines 7,15 Durchmesser langen TOC. Die Versuchskampagne umfasste Kraftwaagenmessungen bei einer Reynoldszahl von  $8 \cdot 10^4$ , Anstellwinkeln zwischen  $10^\circ$  und  $90^\circ$  und Drehzahlen bis  $\bar{p} = 2,2$ . Bei einem Anstellwinkel von  $30^\circ$  wurden mithilfe von Helium-Bläschen zusätzlich Strömungsvisualisierungen vorgenommen und der Einfluss der Reynoldszahl auf die aerodynamischen Beiwerte untersucht, wobei die Reynoldszahl zwischen  $2 \cdot 10^4$  und  $3 \cdot 10^5$  variiert wurde. Inverse Magnuskräfte wurden bei Anstellwinkeln zwischen  $20^\circ$  und  $60^\circ$  beobachtet, allerdings nur für hinreichend kleine Drehraten und Reynoldszahlen unter  $1,2 \cdot 10^5$ . Anhand der Strömungsvisualisierungen war zu erkennen, dass im Fall einer inversen Magnuskraft gleichzeitig ein asymmetrisches Wirbelpaar auf der Lee-seite der Körpers auftrat. Beim Übergang zu höheren Drehzahlen verschwand der Wirbel auf der mitrotierenden Seite und die Strömung nahm das für den klassischen Magnuseffekt typische Bild an, wobei sich auch die Richtung der Magnuskraft entsprechend umkehrte.

Klatt [61] untersuchte die Überschallströmung um einen rotierenden, 6,37 Kaliber langen TOC bei Anstellwinkeln von  $0^\circ$  bis  $90^\circ$  und Drehzahlen bis  $\bar{p} = 0,21$ . Die nominelle Machzahl lag bei 3, während die Reynoldszahl  $1,7 \cdot 10^6$  betrug. Schwerpunkt der Arbeit waren numerische Strömungssimulationen auf Basis der

Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (engl.: *Reynolds-averaged Navier-Stokes*, RANS). Zur Validierung der Simulationsergebnisse wurden bei Anstellwinkeln zwischen  $0^\circ$  und  $15^\circ$  zusätzlich Kraftwaagenmessungen im Windkanal durchgeführt und die Wirbelstruktur mit einem Lichtschnittverfahren visualisiert. Bei Anstellwinkeln zwischen  $3^\circ$  und  $35^\circ$  waren in den berechneten Strömungsfeldern asymmetrische Wirbel auf der Leeseite erkennbar. Der Einfluss dieser Asymmetrie auf die Seitenkraft war jedoch zu gering, um den klassischen, durch die Position der Ablösepunkte verursachten Magnuseffekt aufzuheben, sodass keine inversen Magnuskräfte beobachtet wurden. Allerdings lassen sich die bei supersonischen Geschwindigkeiten gewonnenen Erkenntnisse nicht unmittelbar auf Unterschallströmungen übertragen, da die im Überschall auftretenden Stoßwellen einen entscheidenden Einfluss auf die Strömungsablösung und damit auf den Magnuseffekt haben.

Aus Schussversuchen in der Funkenstrecke rekonstruierten Fresconi und Celmins [62] die aerodynamischen Beiwerte einer 155-mm-Granate bei einer Machzahl von 0,77, einer Reynoldszahl von  $2,8 \cdot 10^6$  und Anstellwinkeln bis  $40^\circ$ . Mit dem verwendeten Waffenrohr ergab sich eine dimensionslose Drehzahl von  $\bar{p} = 0,17$ . Wie in den bisherigen Studien [17, 58–61] wurden auch in diesem Fall stark nichtlineare Magnuseffekte beobachtet. Für Anstellwinkel über  $25^\circ$  war die vorhandene Datenbasis jedoch zu gering, um verlässliche Werte für die aerodynamischen Beiwerte abzuleiten.

Parallel zu den experimentellen Untersuchungen von Fresconi und Celmins analysierte DeSpirito [63] das aerodynamische Verhalten jenes 155-mm-Geschosses mithilfe numerischer Methoden. Dabei wurden sowohl stationäre RANS-Simulationen als auch skalenauflösende *Detached-Eddy-Simulationen* (DES) eingesetzt. Auch in diesem Fall wurden Anstellwinkel bis  $40^\circ$  bei einer Machzahl von 0,77 untersucht. Bei moderaten Anstellwinkeln bis etwa  $25^\circ$  lieferten beide Simulationsverfahren überwiegend konsistente Ergebnisse, die sich auch mit den experimentellen Ergebnissen von Fresconi und Celmins decken. Eine Ausnahme stellt das Magnusmoment bei Anstellwinkeln unter  $5^\circ$  dar. In diesem Fall wurde sowohl zwischen den beiden Simulationsmethoden als auch im Vergleich zum Experiment eine schlechte Übereinstimmung festgestellt. Für Anstellwinkel über  $25^\circ$  war eine zunehmende Divergenz zwischen den Simulationsverfahren zu verzeichnen. Da jedoch für diesen Anstellwinkelbereich keine verlässlichen Versuchsdaten vorlagen, konnte keine abschließende Aussage über die Genauigkeit der beiden Rechenmodelle getroffen werden. Zur Diskussion des Strömungsverhaltens bei großen Anstellwinkeln wurden schließlich die Ergebnisse der DES-Rechnungen herangezogen, da diesen tendenziell eine höhere Genauigkeit zugeschrieben wird. Bei einer Erhöhung des Anstellwinkels von  $28^\circ$  auf  $29^\circ$  änderte sich die Anordnung der beiden Nachlaufwirbel, was gleichzeitig zu einem Vorzeichenwechsel der resultierenden Seitenkraft führte. Angesichts der hohen Reynoldszahl erscheint es unwahrscheinlich, dass die bei Anstellwinkeln über  $28^\circ$  beobachteten inversen Magnuskräfte durch Transitionseffekte verursacht wurden, zumal in den Simulationen kein Transitionsmodell verwendet wurde. Wenngleich die Aussagekraft solcher rein numerischen Vorhersagen begrenzt ist, so zeigt sich doch, dass der Einfluss der Nachlaufwirbel essentiell für die Entstehung von Magnuseffekten bei großen Anstellwinkeln ist.

### 1.3 Inhalt und Struktur der Arbeit

Gegenstand dieser Arbeit ist die Untersuchung der flugmechanischen und aerodynamischen Phänomene, die bei Steilschüssen mit drallstabilisierten Geschossen im Apogäum und auf dem abfallenden Ast der Flugbahn auftreten können. Im ersten Teil der Arbeit wird das Flugverhalten bei Steilschüssen anhand von Flugbahnrechnungen analysiert. Ferner wird eine stabilitätstheoretische Methode vorgestellt, um das Auftreten stabiler Fluglagen mit großem Anstellwinkel zu untersuchen. Der zweite Teil befasst sich mit der experimentellen und numerischen Charakterisierung der Unterschallströmung um ein rotierendes Geschosses bei Anstellwinkeln bis  $90^\circ$ . Neben Kraftwaagenmessungen im Windkanal wurde dazu eine Vermessung des Strömungsfeldes mittels *Particle Image Velocimetry* (PIV) vorgenommen. Weitere Erkenntnisse konnten mithilfe numerischer *Large-Eddy-Simulationen* (LES) gewonnen werden.

Der in Abschnitt 1.2.1 vorgestellten Literaturübersicht lässt sich entnehmen, dass die bisher beobachteten flugmechanischen Phänomene beim Steilschuss grundsätzlich verstanden zu sein scheinen, wenngleich nur wenige Daten aus Schießversuchen zur Verfügung stehen. Da die bisherigen Erkenntnisse überwiegend qualitativer Natur sind, wurden am Beispiel des 105-mm-M1-Artilleriegeschosses zunächst Flugbahnrechnungen mit einem 6-DoF-Rechenmodell durchgeführt, um so den Einfluss einzelner Parameter auf das Flugverhalten zu quantifizieren. Diese Berechnungen werden in Kapitel 2 vorgestellt. Ausschlaggebend für die Auswahl des 105-mm-M1-Geschosses war die Tatsache, dass mit den Windkanaldaten von McCoy [59] aerodynamische Beiwerte für Anstellwinkel bis  $180^\circ$  vorliegen, während aus den Schießversuchen von Collings und Lieske [2, 8] gleichzeitig experimentelle Daten zur Validierung der berechneten Flugbahnen zur Verfügung stehen. Während die Flugbahnrechnungen im Wesentlichen die bekannten Phänomene bestätigen, zeigt sich unter bestimmten Abschussbedingungen ein Flugverhalten, das in dieser Form bisher nicht in der Literatur beschrieben wurde. Geschosse, die mit einem Elevationswinkel nahe  $80^\circ$  abgefeuert werden, kehren nach dem Apogäum weder in die ursprüngliche Fluglage mit der Spitze voran zurück, noch dreht sich das Heck vollständig in den Wind. Stattdessen stellt sich ein quasistabiler Flugzustand in Querlage ein, bei dem das Geschoss in einer langsamen Rotation um die Bahntangente zum Boden gleitet. Während solche Grenzyklen häufig bei kleinen Anstellwinkeln beobachtet wurden, ist bislang kein Fall mit Anstellwinkeln über  $12^\circ$  bekannt.

Zur Untersuchung der Stabilität von Grenzyklen sind im Fall großer Anstellwinkel neue Ansätze erforderlich, da die klassischen Methoden von der Annahme kleiner Anstellwinkel ausgehen. Eine mögliche Vorgehensweise besteht darin, die Bewegungsgleichungen numerisch zu lösen und aus der Interpretation der Ergebnisse Rückschlüsse auf die Stabilität der betrachteten Konfiguration zu ziehen [64]. Umfangreiche parametrische Studien können auf diese Weise jedoch sehr rechenintensiv werden, weshalb algebraische Stabilitätskriterien zu bevorzugen sind. Letztere ermöglichen zudem eine tiefere Einsicht in die Stabilitätsmerkmale des Systems, sodass der Einfluss einzelner Parameter direkt sichtbar wird. In Kapitel 3 werden Kriterien für die Existenz und Stabilität von Grenzyklen vorgestellt, für deren Gültigkeit

keine Einschränkungen hinsichtlich des Anstellwinkels erforderlich sind. Ausgehend von einer vereinfachten Formulierung der Drehimpulsgleichung in Kugelkoordinaten wird zunächst eine algebraische Gleichgewichtsbedingung hergeleitet, mit der alle möglichen Grenzzykluslösungen bestimmt werden können. Entsprechend der *ersten* oder *indirekten Methode von Ljapunow* [65, 66] wird anschließend eine Linearisierung der Bewegungsgleichungen vorgenommen, um anhand der Eigenwerte der resultierenden Jacobi-Matrix die Stabilität der Lösung zu beurteilen. Dieses Verfahren wird auf die Daten des 105-mm-M1-Geschosses angewendet, wobei die Bestimmung der Gleichgewichtslagen und Eigenwerte aufgrund der Komplexität des Problems numerisch erfolgt. Mit dem Ziel einer expliziten Beschreibung werden anschließend approximative Gleichgewichts- und Stabilitätsbedingungen für den relevanteren Sonderfall von langsam-rotierenden Präzessionsgrenzzyklen hergeleitet.

Dass das Steilschussverhalten von Drallgeschossen in der Literatur bisher nur wenig Beachtung erfahren hat, liegt wohl nicht zuletzt daran, dass die für rechnerische Untersuchungen erforderlichen aerodynamischen Beiwerte bislang nur sehr eingeschränkt zur Verfügung standen. Von den in Abschnitt 1.2.2 zusammengetragenen Studien zu rotierenden Geschossen beinhalten lediglich die Messungen von McCoy [59] und Seginer und Ringel [60] Beiwerte für Anstellwinkel über  $30^\circ$  im Unterschall, wobei nur der Datensatz von McCoy an einer anwendungsnahen Geometrie gemessen wurde. In diesem Fall ist jedoch die Qualität der Daten stark eingeschränkt. Eine quantitative Vermessung der Strömungsfelder im Unterschall ist bislang nur für Anstellwinkel von  $15^\circ$  und  $30^\circ$  in Form der Drucksondenmessungen von Fletcher [22, 58] dokumentiert. Abgesehen von der qualitativen Bläschenvisualisierung von Seginer und Ringel [60], die bei einem Anstellwinkel von  $30^\circ$  durchgeführt wurde, sind keine weiteren experimentellen Untersuchungen bekannt. Numerische Studien wie die von DeSpirito [63] sind angesichts des Mangels an experimentellen Daten zur Validierung nur begrenzt aussagekräftig. Somit liegen derzeit keine gesicherten Erkenntnisse über das subsonische Strömungsverhalten rotierender Geschosse bei Anstellwinkeln über  $30^\circ$  vor. Der zweite Teil der Arbeit befasst sich daher mit der aerodynamischen Untersuchung eines rotierenden Geschosses bei großen Anstellwinkeln. Als Referenzgeometrie dient die vereinfachte Kontur des 105-mm-M1-Geschosses, wobei auf die Nachbildung geometrischer Details wie des Führungsbandes verzichtet wurde. Im Gegensatz zu den in akademischen Untersuchungen häufig verwendeten TOC wird so eine realitätsnahe Geschossform gewährleistet, ohne das Strömungsverhalten zu sehr von komplexen Sekundäreffekten abhängig zu machen. Aus technischen Gründen war die Anströmgeschwindigkeit in den Experimenten begrenzt, sodass alle Versuche bei einer Reynoldszahl von  $8 \cdot 10^4$  durchgeführt wurden. Ein direkter Vergleich mit den von McCoy [59] bei Reynoldszahlen über  $5 \cdot 10^5$  ermittelten Daten ist damit nicht möglich. Aus Untersuchungen am querangeströmten Zylinder ist bekannt, dass sich mit der Erhöhung der Reynoldszahl von  $10^5$  auf  $2 \cdot 10^5$  die Position der laminar-turbulenten Transition von der abgelösten Scherschicht in die Grenzschicht verlagert, was fundamentale Auswirkungen auf die Strömungsablösung und die resultierenden Kräfte und Momente hat [67]. Anhand von Flugbahnberechnungen lässt sich nachvollziehen, dass die Reynoldszahl bei den erwähnten Steilschussversuchen

von Collings und Lieske [2, 8] in allen Fällen deutlich über  $10^5$  gelegen haben muss. Dies führt zu einem qualitativ anderen Strömungsverhalten als bei den in dieser Arbeit untersuchten unterkritischen Reynoldszahlen. Die hier gewonnenen Daten sind daher nicht geeignet, das aerodynamische Verhalten des 105-mm-M1-Geschosses unter Steilschussbedingungen präzise wiederzugeben. Allerdings stimmen die untersuchten Reynoldszahlen sehr gut mit denjenigen Werten überein, die bei Steilschüssen mit Flugabwehrmunition der Mittelkaliberklasse und Elevationswinkeln zwischen  $70^\circ$  und  $80^\circ$  im Bereich des Apogäums auftreten. Die ermittelten Daten sind daher nicht nur von akademischem Interesse, sondern können durchaus auch für praktische Anwendungen relevant sein.

Die experimentellen Arbeiten im Windkanal werden in Kapitel 4 vorgestellt. Nach der Darstellung des Versuchsaufbaus in Abschnitt 4.1 werden in Abschnitt 4.2 zunächst die Ergebnisse der Kraftwaagenversuche diskutiert. Diese umfassen Messwerte für die aerodynamischen Beiwerte von Normalkraft, Magnuskraft, Nickmoment und Magnusmoment im Anstellwinkelbereich zwischen  $0^\circ$  und  $90^\circ$  bei elf verschiedenen Drehzahlen bis  $\bar{p} = 2,1$ . Bei ausgewählten Konditionen im oberen Anstellwinkelbereich zwischen  $50^\circ$  und  $90^\circ$  wurden mittels PIV außerdem die planaren Geschwindigkeitsfelder senkrecht zur Geschossachse in fünf über die Geschosslänge verteilten Ebenen vermessen. Diese Messungen werden in Abschnitt 4.3 vorgestellt. Neben den zeitgemittelten Geschwindigkeitsfeldern werden dabei auch Daten zur Position der Strömungsablösung präsentiert, die aus den gemessenen Strömungsfeldern bestimmt wurden. Anhand der aufgezeichneten Partikelbilder ließ sich außerdem der Turbulenzzustand der Grenzschicht identifizieren. Diese Daten wurden ausgewertet und mit einer effektiven Reynoldszahl korreliert, die neben der Anströmung auch den Effekt der rotierenden Oberfläche berücksichtigt. Abschnitt 4.4 behandelt die Rekonstruktion der Druckfelder aus den gemessenen Geschwindigkeiten, wozu eine kommerzielle Software auf Basis einer Reynolds-gemittelten Poisson-Gleichung verwendet wurde. Aus dem Druck an der Geschossoberfläche wurde schließlich die Verteilung der aerodynamischen Kräfte entlang der Geschossachse bestimmt. Damit war es möglich, den Einfluss einzelner Strömungsphänomene auf die resultierenden Kräfte und Momente detailliert zu untersuchen.

Zuletzt werden in Kapitel 5 numerische Strömungssimulationen (engl.: *Computational Fluid Dynamics*, CFD) auf der Basis eines LES-Modells präsentiert. Während die PIV-Versuche ausschließlich planare Strömungsdaten liefern, ermöglichen die Simulationen zusätzliche Einblicke in die 3D-Struktur der Strömung. Darüber hinaus kann anhand der Simulationsergebnisse die Genauigkeit des in den PIV-Experimenten verwendeten Druckrekonstruktionsverfahrens beurteilt werden. Dazu wurde das Verfahren auf die berechneten Geschwindigkeitsfelder angewendet, um die resultierenden Druckfelder mit dem tatsächlichen Druck aus der Simulation zu vergleichen. Schließlich wurden Simulationen für Anstellwinkel bis  $180^\circ$  durchgeführt, um den auf  $90^\circ$  begrenzten experimentellen Datensatz zu vervollständigen.

Durch die Kombination von Windkanalexperimenten und CFD-Simulationen wird ein umfassendes Verständnis der Strömung um rotierende Geschosse bei großen Anstellwinkeln erlangt, das in dieser Detailtiefe bisher nicht verfügbar war.

Teil I  
Flugmechanik



# Kapitel 2

## Berechnung von Steilschussflugbahnen für ein Artilleriegeschoss

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse von Flugbahnberechnungen für ein Artilleriegeschoss vom Typ 105 mm M1 vorgestellt. Ziel der Berechnungen ist es, das Flugverhalten drallstabilisierter Geschosse bei Steilschüssen näher zu untersuchen, da hierzu bislang nur rudimentäre Erkenntnisse vorliegen. Es sei ausdrücklich betont, dass diese Berechnungen weder den Anspruch noch den Zweck haben, exakte Flugbahnprognosen für ein spezifisches Geschoss zu liefern. Vielmehr sollen grundlegende Erkenntnisse über mögliche flugmechanische Phänomene bei Steilschüssen gewonnen werden. Dass die verwendeten aerodynamischen Daten nur eine begrenzte Genauigkeit aufweisen und teilweise weitreichende Modellannahmen getroffen werden, ist in diesem Zusammenhang unerheblich und wird bewusst in Kauf genommen.

### 2.1 Verwendetes Flugbahnmodell

Sämtliche Berechnungen wurden mit dem am ISL entwickelten Außenballistik-Code *BALCO* [68] durchgeführt. Es handelt sich um einen sogenannten *Six-Degrees-of-Freedom*-Code (6-DoF) gemäß NATO-Standard *STANREC 4618* [69], bei dem das Geschoss als Starrkörper mit sechs Freiheitsgraden aufgefasst wird. Der Einfluss der Luftatmosphäre wird in Form eines axialsymmetrischen aeroballistischen Modells berücksichtigt, das beispielsweise im Lehrbuch von McCoy [1] ausführlich beschrieben wird. Dabei werden die Summen der aerodynamischen Kräfte  $\sum \mathbf{F}$  und Momente  $\sum \mathbf{M}$  als Funktionen des Flugzustands und eines geschossspezifischen Satzes aerodynamischer Beiwerte ausgedrückt:

$$\sum \mathbf{F} = \frac{\rho \|\mathbf{v}\|^2 S}{2} \left[ C_x \mathbf{e}_x + C_{yp\alpha} \frac{pD}{2\|\mathbf{v}\|} (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_x) + C_{z\alpha} (\mathbf{e}_x \times (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_x)) \right], \quad (2.1)$$

$$\sum \mathbf{M} = \frac{\rho \|\mathbf{v}\|^2 S D}{2} \left[ C_{lp} \frac{pD}{2\|\mathbf{v}\|} \mathbf{e}_x + C_{m\alpha} (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_x) + C_{np\alpha} \frac{pD}{2\|\mathbf{v}\|} (\mathbf{e}_x \times (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_x)) + (C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) \frac{D}{2\|\mathbf{v}\|} (\mathbf{e}_x \times \dot{\mathbf{e}}_x) \right]. \quad (2.2)$$

Dieser Ansatz erfordert die Kenntnis der aerodynamischen Kraftbeiwerte  $C_x$  (Axialkraft),  $C_{yp\alpha}$  (Magnuskraft) und  $C_{z\alpha}$  (Normalkraft) sowie der Momentenbeiwerte  $C_{lp}$  (Rolldämpfung),  $C_{m\alpha}$  (Nickmoment),  $C_{np\alpha}$  (Magnusmoment) und  $C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$  (Nickdämpfungsmoment). Die Beiwerte sind charakteristisch für die jeweilige Geschossgeometrie, hängen jedoch zusätzlich vom aktuellen Flugzustand und den Eigenschaften der Atmosphäre ab. Sie werden im Allgemeinen als Funktionen des Anstellwinkels  $\alpha$  sowie dimensionsloser Kenngrößen wie der Machzahl  $Ma$ , der Reynoldszahl  $Re$  und der dimensionslosen Drehzahl  $\bar{p} := pD/(2\|\mathbf{v}\|)$  ausgedrückt. Im verwendeten Flugbahn-Code wird nur die Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $Ma$  explizit berücksichtigt. Da  $C_{yp\alpha}$ ,  $C_{np\alpha}$  und  $C_{lp}$  somit als konstant bezüglich  $\bar{p}$  angenommen werden, impliziert das Modell eine lineare Abhängigkeit der Magnuskraft, des Magnusmoments und des Rollmoments von der Drehrate.

Der Flugzustand wird durch den Geschwindigkeitsvektor  $\mathbf{v}$  des Geschossschwerpunkts relativ zur Atmosphäre und die Lage des normierten Geschossachsenvektors  $\mathbf{e}_x$  relativ zur Flugbahntangente  $\mathbf{e}_1 := \mathbf{v}/\|\mathbf{v}\|$  beschrieben. Weiterhin gehen die Luftdichte  $\rho$ , der Nenndurchmesser  $D$  und die Referenz-Querschnittsfläche  $S := \pi D^2/4$  des Geschosses sowie die axiale Drehrate  $p$  in das Modell ein.

Wie allgemein üblich, wird die Nickdämpfungskraft vernachlässigt [1]. Außerdem wird der Beitrag der Änderungsrate  $\dot{\mathbf{e}}_x - \dot{\mathbf{e}}_1$  des vektoriiellen Anstellwinkels zum Nickdämpfungsmoment durch einen Term proportional zur transversalen Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\mathbf{e}}_x$  approximiert.

Es sei darauf hingewiesen, dass für die aerodynamischen Beiwerte in den Gleichungen (2.1) und (2.2) die Nomenklatur nach NACA [70] verwendet wurde, während McCoy [1] die ballistische Schreibweise des *Ballistic Research Laboratory* (BRL), eines ehemaligen Forschungslabors der US-Streitkräfte, nutzt. Die beiden Darstellungen unterscheiden sich durch einen Faktor von zwei bei der Definition der Beiwerte  $C_{yp\alpha}$ ,  $C_{lp}$ ,  $C_{np\alpha}$  und  $C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$ , sowie ein umgekehrtes Vorzeichen beim Normalkraftderivativ  $C_{z\alpha}$ .

## 2.2 Geschossdaten und Abschussbedingungen

Alle nachfolgend dargestellten Flugbahnberechnungen beziehen sich auf ein Artilleriegeschoss vom Typ 105 mm M1. Wie bei den Steilschussversuchen von Collings und Lieske [2, 8] wird auch hier eine Mündungsgeschwindigkeit von 205 m/s angenommen, was laut [71] der kleinsten Ladungsstufe für ein aus der *M102*-Haubitze abgefeuertes 105-mm-M1-Geschoss entspricht. Die maximale Machzahl während des Fluges beträgt somit 0,6. Wie im Abschnitt 2.3 gezeigt wird, treten große Anstellwinkel nur

bei Machzahlen bis 0,3 auf. Da der Einfluss der Machzahl im subsonischen Bereich im Gegensatz zum trans- und supersonischen Geschwindigkeitsbereich gering ist, können daher die im Machzahlbereich zwischen 0,2 und 0,3 gemessenen Daten von McCoy [59] verwendet werden.

Die Drehrate des Geschosses an der Mündung ergibt sich aus der Mündungsgeschwindigkeit und dem Rohrprofil, wobei für Letzteres ein Drall von 1:18 angenommen wurde [1]. Das Geschoss erhält damit eine Umdrehung auf 18 Kalibern Wegstrecke, woraus sich eine anfängliche Drehrate von 683 rad/s ableiten lässt.

Für die höhenabhängige Modellierung der Lufteigenschaften wurde die *Normatmosphäre* nach DIN ISO 2533 [72] verwendet. Die Erdoberfläche wurde als sphärisch angenommen.

Der Datensatz von McCoy [59] umfasst die über den gesamten Anstellwinkelbereich von  $0^\circ$  bis  $180^\circ$  bei unterschiedlichen Drehraten gemessenen Verläufe der transversalen Kraft- und Momentenbeiwerte  $C_z$ ,  $C_m$ ,  $C_{yp}$  und  $C_{np}$ . Vollständige Daten konnten jedoch nur bis zu einer dimensionslosen Drehzahl von maximal  $\bar{p} = 0,6$  erfasst werden. Bei den im nachfolgenden Abschnitt gezeigten Flugbahnberechnungen wird sich zeigen, dass in den interessierenden Flugbahnabschnitten mit großen Anstellwinkeln durchaus Drehzahlen in dieser Größenordnung oder darüber hinaus auftreten können, weshalb die Verwendung der bei  $\bar{p} = 0,6$  ermittelten Messdaten sinnvoll erscheint. Der entsprechende Datensatz ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Zu beachten ist, dass es sich in Abbildung 2.1 nicht um die auf  $\sin \alpha$  normierten Derivative  $C_{z\alpha}$ ,  $C_{yp\alpha}$ ,  $C_{m\alpha}$  und  $C_{np\alpha}$  handelt, sondern um die nicht-normierten Beiwerte

$$\begin{aligned} C_z &= C_{z\alpha} \sin \alpha = C_{z\alpha} \|\mathbf{e}_x \times (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_x)\|, \\ C_{yp} &= C_{yp\alpha} \sin \alpha = C_{yp\alpha} \|\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_x\|, \\ C_m &= C_{m\alpha} \sin \alpha = C_{m\alpha} \|\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_x\|, \\ C_{np} &= C_{np\alpha} \sin \alpha = C_{np\alpha} \|\mathbf{e}_x \times (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_x)\|. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Der Datensatz umfasst Messungen bei zwei unterschiedlichen Anströmgeschwindigkeiten  $U_\infty$ . Die Drehrate  $p$  wurde jeweils so angepasst, dass sich in beiden Fällen ein dimensionsloser Wert von  $pD/(2U_\infty) = 0,6$  ergibt. Bei  $U_\infty = 106$  m/s liegen nur wenige Datenpunkte vor. Diese stimmen jedoch in den meisten Fällen gut mit den Messwerten bei  $U_\infty = 76$  m/s überein.

Es fällt auf, dass insbesondere der Magnusmomentenbeiwert  $C_{np}$  teilweise große Streuungen aufweist. Im Anstellwinkelbereich zwischen  $90^\circ$  und  $150^\circ$  liegen zudem nur wenige Datenpunkte vor, so dass der tatsächliche Verlauf der Beiwerte in diesem Bereich nur schwer abgeschätzt werden kann. Da für die Flugbahnberechnungen kontinuierliche Anstellwinkelverläufe benötigt werden, wurde aus den Rohdaten mittels einer Least-Squares-Regression eine stückweise kubische Ausgleichskurve bestimmt.

Neben den transversalen Kraft- und Momentenbeiwerten werden für die Flugbahnberechnungen zusätzlich Daten für den Axialkraftbeiwert  $C_x$ , den Rollmomentenbeiwert  $C_{lp}$  und den Nickdämpfungsmomentenbeiwert  $C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$  benötigt. Da keine experimentellen Daten zur Verfügung standen, wurden  $C_x$  und  $C_{lp}$  mithilfe der in Kapitel 5 beschriebenen Strömungssimulationen bestimmt. Im Speziellen wurden die für  $\bar{p} = 0,94$  ermittelten Beiwerte aus Abschnitt 5.6 verwendet.

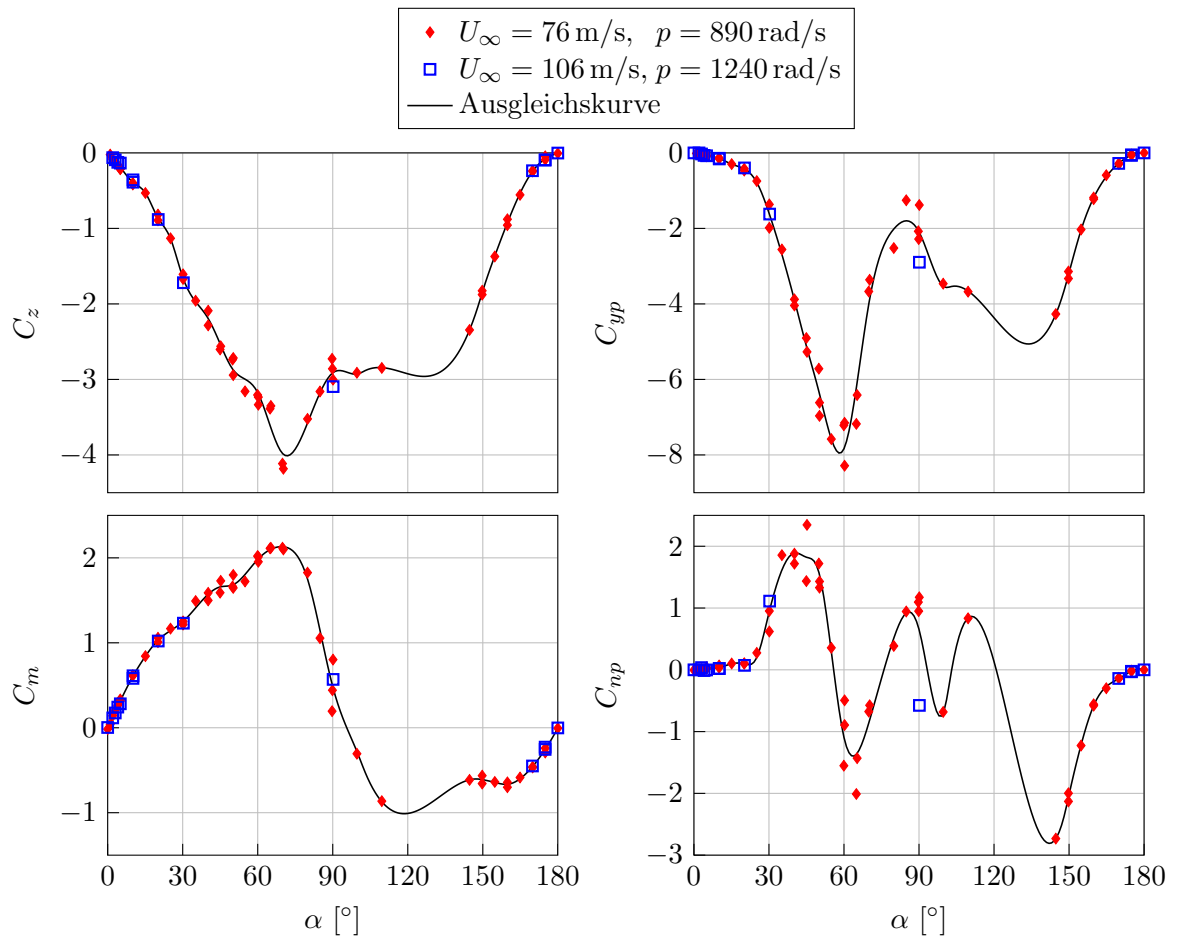


Abbildung 2.1: Aerodynamische Beiwerte für das 105-mm-M1-Geschoss (aus Windkanalversuchen von McCoy [59]).

Der Nickdämpfungsmomentenbeiwert  $C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$  wurde mit dem semi-empirischen Computerprogramm *PRODAS 3.4.1* [73] bestimmt. In diesem Fall wurde ein konstanter Wert unabhängig vom Anstellwinkel angenommen. Dieser ist, zusammen mit den aus [1] entnommenen Werten für die Masse und die Trägheitsmomente, in Tabelle 2.1 aufgeführt.

Tabelle 2.1: Masse, Trägheitsmomente und Nickdämpfungsmomentenbeiwert für das 105-mm-M1-Geschoss.

Masse	Trägheitsmomente		Nickdämpfungsmomentenbeiwert
$m$ [kg]	$I_x$ [kg m <sup>2</sup> ]	$I_y, I_z$ [kg m <sup>2</sup> ]	$C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$ [-]
15,0	0,0233	0,231	-7.3

## 2.3 Berechnete Flugbahnen

Abbildung 2.2 zeigt die Seitenabweichung des berechneten Auftreffpunkts relativ zur Schussrichtung für schrittweise erhöhte Elevationswinkel bis  $90^\circ$ . Ebenfalls dargestellt sind die Berechnungsergebnisse ohne Magnuskraft ( $C_y = 0$ ) sowie die experimentellen Daten aus [2]. Obwohl die Wind- und Atmosphärenbedingungen während der Schussversuche nicht genau bekannt sind, ist die Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation grundsätzlich gut. Eine Ausnahme bildet der Bereich der maximalen Rechtsabweichung zwischen  $50^\circ$  und  $70^\circ$ . Hier werden in der Simulation deutlich größere Seitenabweichungen beobachtet als in den Schussversuchen. Dies ist vermutlich auf einen zu groß angenommenen Normalkraftbeiwert bei kleinen Anstellwinkeln zurückzuführen. Tatsächlich liegt die  $C_z$ -Kurve in Abbildung 2.1 bei  $\alpha = 5^\circ$  etwa 40% über dem entsprechenden Wert aus *PRODAS*. Dennoch werden die bei den Schussversuchen beobachteten Phänomene durch die 6-DoF-Berechnungen im Allgemeinen gut wiedergegeben. Diese sind insbesondere:

1. Geschosse, die mit Elevationswinkeln unter  $70^\circ$  abgefeuert werden, weisen eine Seitenabweichung nach rechts auf. Dies ist der bekannte *Kreiseffekt* (*yaw of repose*): Die durch die Erdanziehung verursachte Krümmung der Flugbahn führt in Verbindung mit den Kreiselgesetzen dazu, dass das Geschoss einen leichten Gierwinkel nach rechts erhält, wodurch eine Auftriebskraft nach rechts entsteht. Wie in Abbildung 2.2 ersichtlich ist, ist diese Rechtsabweichung unabhängig von der Magnuskraft.
2. Eine Erhöhung des Elevationswinkels auf  $80^\circ$  oder mehr führt zu einer Seitenabweichung nach links. In den meisten Fällen wird dabei gleichzeitig beobach-

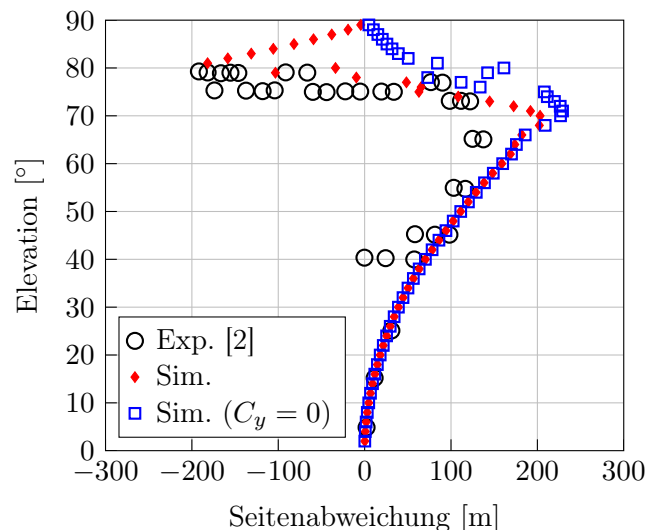


Abbildung 2.2: Berechnete und gemessene Seitenabweichung des Treffpunkts für ein mit 205 m/s abgefeuertes 105-mm-M1-Geschoss. Positive Werte entsprechen einer Abweichung nach rechts.

tet, dass das Geschoss mit dem Heck voran am Boden aufschlägt. Die Linksabweichung ist jedoch nicht das Ergebnis eines umgekehrten Kreiseffekts, wie es teilweise behauptet wird. Stattdessen wirkt aufgrund der großen Anstellwinkel im Bereich des Apogäums eine starke Magnuskraft, die bei Rechtsdrall nach links gerichtet ist. Wie aus Abbildung 2.2 hervorgeht, treten keine Linksabweichungen auf, wenn die Magnuskraft in den 6-DoF-Berechnungen eliminiert wird. Sowohl der Kreiseffekt als auch die durch die Magnuskraft induzierte Linksabweichung werden schwächer, wenn der Elevationswinkel auf Werte über  $80^\circ$  erhöht wird. Dies liegt daran, dass sich mit zunehmendem Elevationswinkel der gekrümmte Teil der Flugbahn auf ein immer kürzeres Segment im Bereich des Apogäums reduziert.

3. Charakteristisch für den Übergangsbereich zwischen  $70^\circ$  und  $80^\circ$  ist ein unregelmäßiges Flugverhalten mit großen Streuungen. Dies ist auf den instabilen Flugzustand beim Übergang von der regulären zur rückwärtigen Fluglage zurückzuführen, wodurch das Geschoss besonders empfindlich auf kleine Veränderungen der Anfangsbedingungen oder externe Störungen in Form von Wind reagiert.

Einen detaillierten Einblick in das Flugverhalten bei kritischen Elevationswinkeln geben die in Abbildung 2.3 dargestellten Trajektorien. Die zeitlichen Verläufe des Anstellwinkels zeigen, dass der Anstellwinkel eines bei  $75^\circ$  Elevation abgefeuerten Geschosses kurz nach dem Apogäum einen Maximalwert von  $45^\circ$  erreicht und danach wieder auf kleine einstellige Werte abfällt. Im Gegensatz dazu führt eine Erhöhung des Elevationswinkels auf  $81^\circ$  dazu, dass der Anstellwinkel nach dem Apogäum bis auf nahezu  $180^\circ$  ansteigt, sodass das Geschoss mit dem Heck voran am Boden auftrifft. Die Simulationen bestätigen damit das bekannte Phänomen der Überstabilisierung, sobald ein kritischer Elevationswinkel überschritten wird.

Interessanterweise geht der Anstellwinkel bei Elevationen von  $77^\circ$  und  $79^\circ$  weder auf null zurück, noch steigt er bis auf  $180^\circ$  an. Stattdessen verharrt er nach dem Apogäum bei einem konstanten Wert, der im ersten Fall rund  $75^\circ$ , im zweiten Fall etwa  $105^\circ$  beträgt. Gleichzeitig wird eine signifikante Zunahme der Flugzeit beobachtet, was auf den erhöhten Widerstand beim Flug in Querlage zurückzuführen ist. Eine vergleichbare Zunahme der Flugzeit wurde auch bei einzelnen Schüssen in den Steilschussversuchen von Collings und Lieske [8] gemessen. Da in diesen Fällen jedoch keine mit Solarsonden bestückten Geschosse verwendet wurden, ist eine abschließende Aussage über die tatsächliche Fluglage nicht möglich. Bemerkenswert ist auch der in Abbildung 2.3 dargestellte Verlauf der Seitenabweichung. Dieser deutet auf eine zyklische Bewegung hin, ähnlich dem Trudeln eines Flugzeugs.

Auch für alle anderen Elevationswinkel zwischen  $0^\circ$  und  $90^\circ$  stellt sich am Ende der Flugbahn immer einer der vier genannten Anstellwinkel ein, wie in Abbildung 2.4 deutlich wird. Offensichtlich ist ein stabiler Geschossflug nur bei Anstellwinkeln von  $0^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $105^\circ$  oder  $180^\circ$  möglich.

Aufschluss über die Art der Winkelbewegung geben die Verläufe von Nickwinkel ( $\alpha \cos \psi$ ) und Gierwinkel ( $\alpha \sin \psi$ ) in Abbildung 2.5. Für eine genaue Definition der Winkelkoordinaten  $\alpha$  (Anstellwinkel) und  $\psi$  (Präzessionswinkel) sei auf Kapitel 3

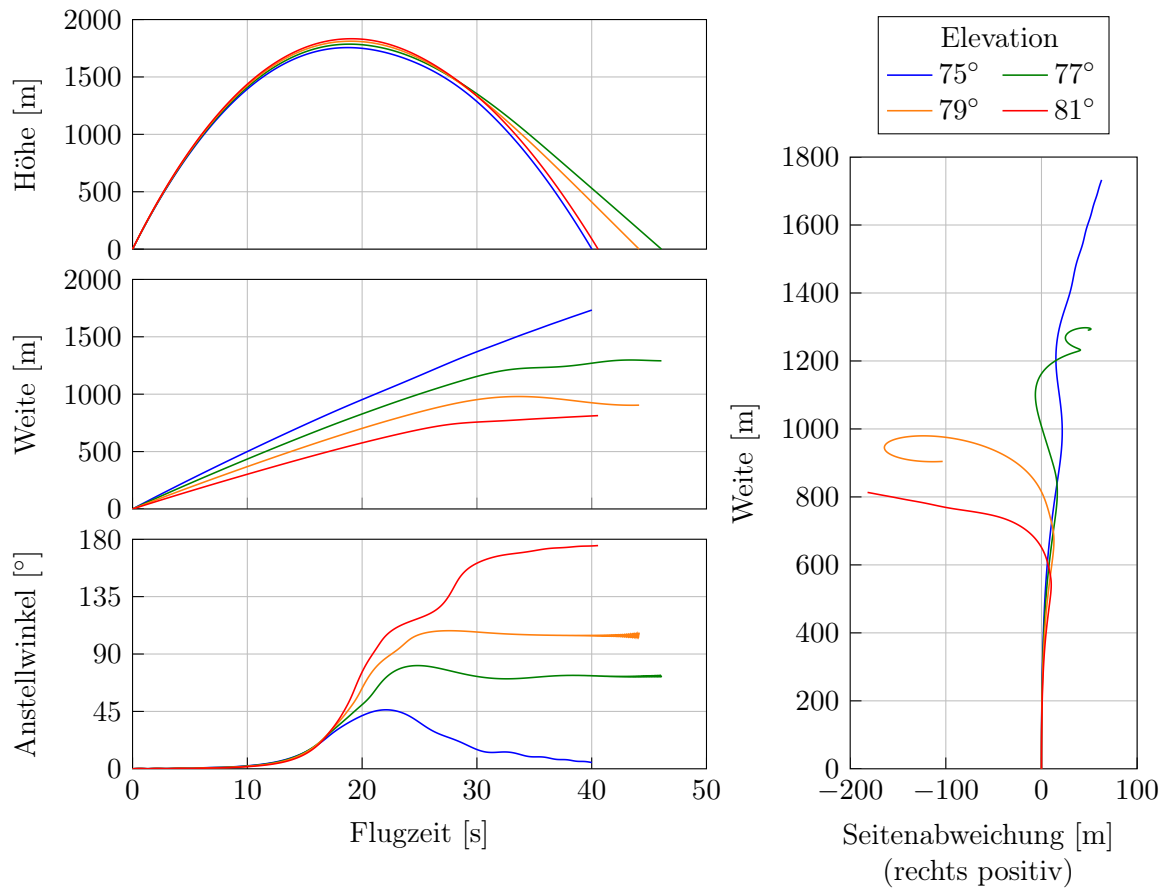


Abbildung 2.3: Berechnete Trajektorien für ein mit 205 m/s bei verschiedenen Elevationswinkeln abgefeuertes 105-mm-M1-Geschoss.

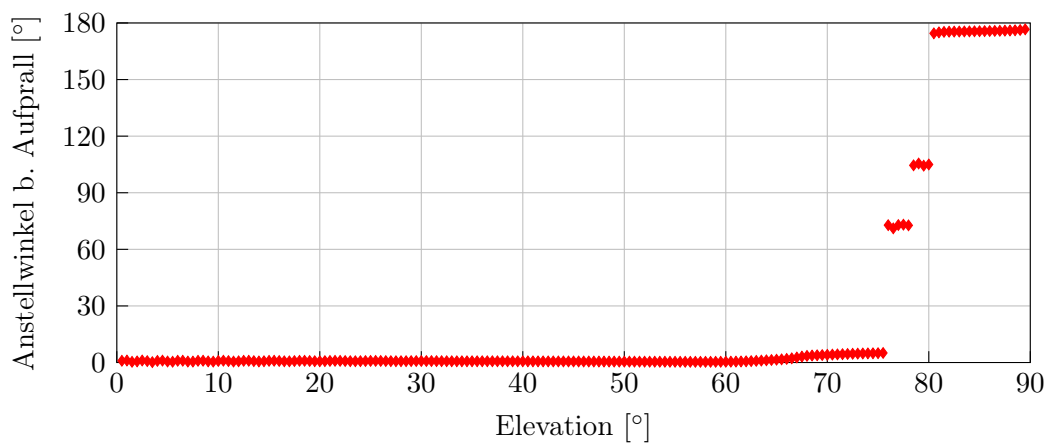


Abbildung 2.4: Berechneter Anstellwinkel beim Aufprall für ein mit 205 m/s abgefeuertes 105-mm-M1-Geschoss.

verwiesen. Bei einem unterkritischen Elevationswinkel von  $75^\circ$  kommt es im Bereich des Apogäums zu einem kurzzeitigen Ausschlag der Geschossspitze nach rechts oben, woraufhin sich diese auf einer rechtsgerichteten Spiralbahn wieder der Nulllage nähert. Dies entspricht dem bekannten Verhalten, wie es beispielsweise in [74] beschrieben wird. Bei Schüssen mit Elevationswinkeln von  $77^\circ$  und  $79^\circ$  wird ebenfalls ein nach rechts oben gerichteter Ausschlag der Geschossspitze beobachtet. In diesen Fällen bleibt der Anstellwinkel jedoch erhalten, wobei die Geschossspitze eine zirkuläre Bewegung um die Flugbahntangente beschreibt. Stabile zyklische Bewegungen dieser Art werden als *Grenzzyklen* bezeichnet und treten häufig bei kleineren Anstellwinkeln auf [15–17]. Abgesehen von den im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Veröffentlichungen [75–77] ist in der Literatur bislang kein Nachweis für Anstellwinkel über  $12^\circ$  bekannt.

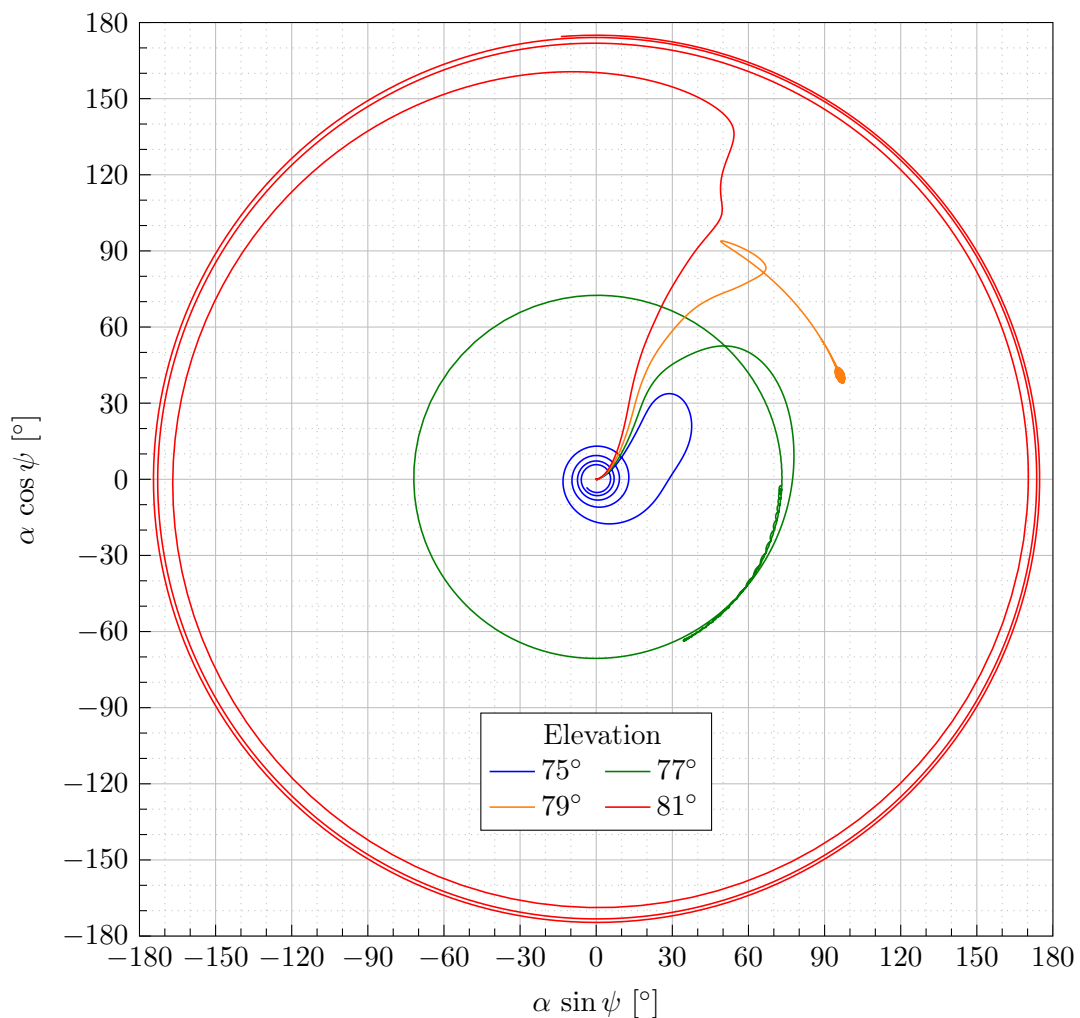


Abbildung 2.5: Lage der Geschossachse relativ zur Bahntangente, berechnet für ein mit 205 m/s bei verschiedenen Elevationswinkeln abgefeuertes 105-mm-M1-Geschoss.

Bei genauerer Betrachtung fällt auf, dass der Grenzyklus bei  $\alpha \approx 75^\circ$  ( $77^\circ$  Elevation) zunächst eine Drehung nach rechts ausführt, bevor es nach etwas mehr als einer Umdrehung zu einer Richtungsumkehr nach links kommt. Im Gegensatz dazu beginnt der Grenzyklus bei  $\alpha \approx 105^\circ$  ( $79^\circ$  Elevation) mit einer Bewegung nach links, die jedoch bald in eine Drehung nach rechts übergeht, wobei insgesamt weniger als eine Achtelumdrehung ausgeführt wird. Die beobachtete Richtungsumkehr lässt sich in beiden Fällen auf eine Rotation der Vektorbasis  $\mathbf{e}_{1,2,3}$  zurückführen, worauf am Ende von Abschnitt 3.2 näher eingegangen wird.

Bei beiden Grenzyklen sind am Ende der Flugbahn hochfrequente Oszillationen mit kleiner Amplitude zu beobachten, was als Hinweis auf eine beginnende Instabilität gedeutet werden kann.

Beim Abschuss mit  $81^\circ$  Elevation steigt der Anstellwinkel zunächst auf etwa  $160^\circ$  an, bevor er sich in einer spiralförmigen Bewegung allmählich an  $180^\circ$  annähert. Bei der Interpretation dieser Kurve ist jedoch Vorsicht geboten, da es sich in diesem Fall trotz der großen Amplitude in der Nick-/Gierwinkelebene um eine zyklische Bewegung mit kleinem Anstellwinkel handelt, allerdings in rückwärtiger Fluglage.

### Strömungsbedingungen beim Steilschuss

Neben der Analyse der Flugphänomene wurden die Flugbahnberechnungen dazu genutzt, die Anströmbedingungen des Geschosses abzuschätzen, was insbesondere für die Planung der aerodynamischen Untersuchungen im zweiten Teil der Arbeit von Bedeutung ist. Dazu wurden für die vier bereits diskutierten Flugbahnen die wesentlichen Flugparameter bestimmt. Abbildung 2.6 zeigt die jeweiligen Verläufe der Luftdichte  $\rho$ , der Fluggeschwindigkeit  $\|\mathbf{v}\|$ , der Reynolds- und der Machzahl  $Re$  und  $Ma$ , der axialen Rotationsrate  $p$  sowie des entsprechenden dimensionslosen Parameters  $\bar{p} = pD/(2\|\mathbf{v}\|)$ , jeweils aufgetragen in Abhängigkeit vom Anstellwinkel.

Aufgrund der geringen Mündungsgeschwindigkeit bleibt die Flughöhe in allen Fällen unter 2 km, sodass sich die Luftdichte nur mäßig ändert.

Die Geschwindigkeit fällt im Apogäum auf Werte unter 50 m/s ab, erhöht sich auf dem abfallenden Ast der Flugbahn jedoch wieder auf Werte von teilweise über 150 m/s. Bei den beiden Grenzyklen bleibt die maximale Fallgeschwindigkeit auf 100 m/s begrenzt, was auf den erhöhten Luftwiderstand beim Flug in Querlage zurückzuführen ist.

Die Verläufe der Reynolds- und Machzahl entsprechen im Wesentlichen dem der Fluggeschwindigkeit. Die Minima werden in beiden Fällen im Bereich des Apogäums erreicht, wobei die Reynoldszahl für die dargestellten Flugbahnen einen Wert von  $1,5 \cdot 10^5$  nicht unterschreitet. Für Anstellwinkel zwischen  $30^\circ$  und  $150^\circ$  treten Machzahlen von 0,1 bis 0,3 auf, sodass die Strömung in diesem Bereich als inkompressibel angesehen werden kann [78].

Die Abnahme der Drehrate ist, wie bei Drallgeschossen allgemein üblich, vergleichsweise gering. Im Gegensatz dazu erfährt die dimensionslose Drehzahl  $\bar{p}$  durch ihre reziproke Abhängigkeit von der Fluggeschwindigkeit einen deutlichen Anstieg im Bereich des Apogäums. Für Anstellwinkel zwischen  $30^\circ$  und  $150^\circ$  werden bei

den gezeigten Flugbahnen dimensionslose Drehzahlen von 0,3 bis 1,3 erwartet. Größere Werte können sowohl durch eine Erhöhung der Elevation als auch durch höhere Mündungsgeschwindigkeiten erreicht werden. Im ersten Fall würde die Fluggeschwindigkeit im Apogäum weiter abnehmen, im zweiten Fall wäre die mit der Mündungsgeschwindigkeit verknüpfte Erhöhung der Drehrate entscheidend.

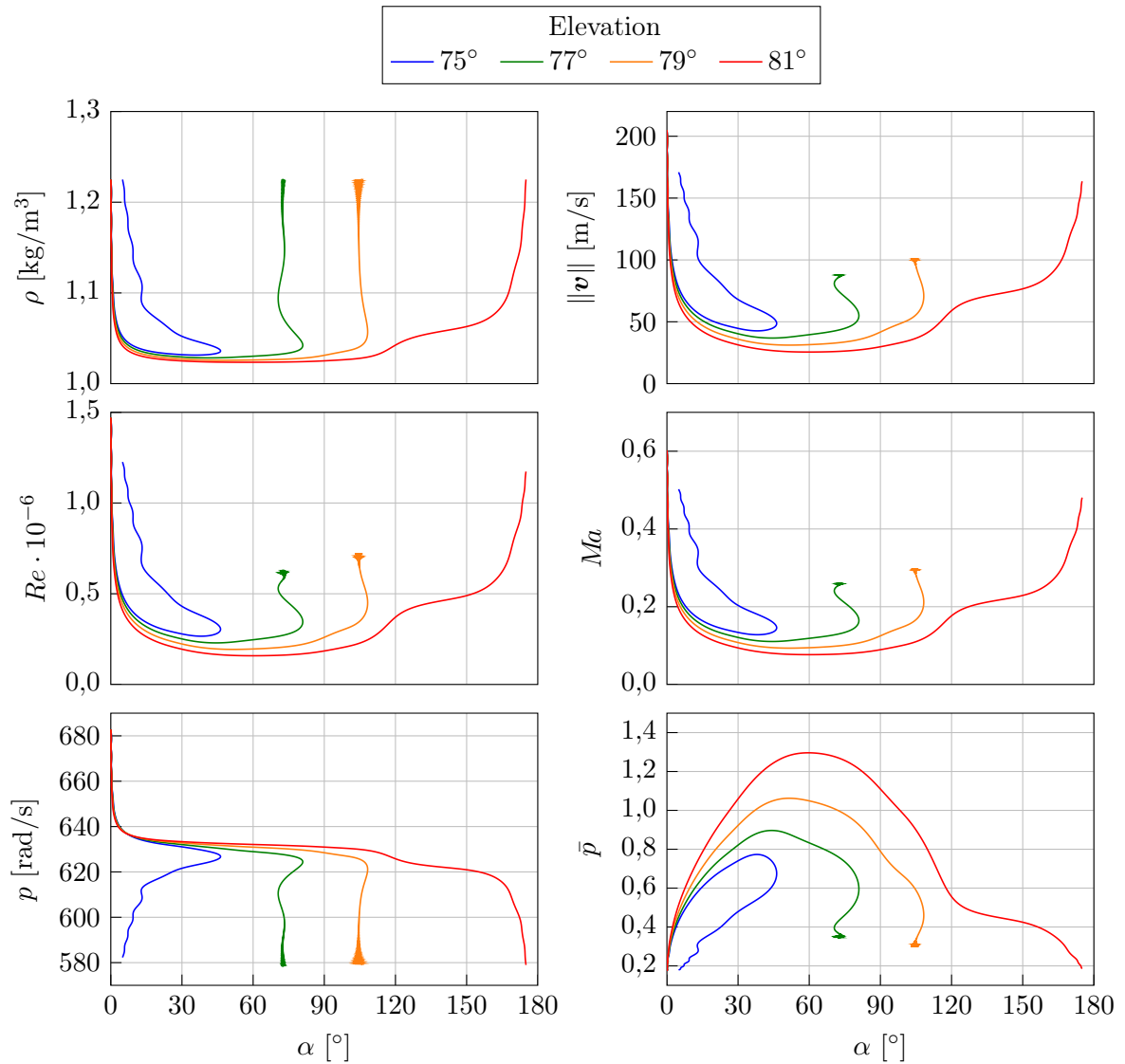


Abbildung 2.6: Strömungsbedingungen entlang der Trajektorie für ein mit 205 m/s bei verschiedenen Elevationswinkeln abgefeuertes 105-mm-M1-Geschoss.

## Kapitel 3

# Flugstabilität von Geschossen bei großen Anstellwinkeln

Die im vorangegangenen Kapitel beschriebenen Flugbahnrechnungen haben gezeigt, dass ein stabiler Geschossflug nicht nur bei kleinen Anstellwinkeln möglich ist, sondern in Form eines Grenzyklus auch bei sehr großen Anstellwinkeln auftreten kann. Anhand stabilitätstheoretischer Betrachtungen werden im Folgenden Bedingungen hergeleitet, unter denen das Auftreten solcher Grenzyklen möglich ist.

Ausgehend von einer vereinfachten Formulierung der Drehimpulsgleichung in Kugelkoordinaten wird in Abschnitt 3.1 zunächst eine algebraische Gleichgewichtsbedingung hergeleitet, mit der alle Grenzykluslösungen bestimmt werden können. Zur Beurteilung der Stabilität dieser Lösungen werden die Bewegungsgleichungen linearisiert und die Eigenwerte der resultierenden Jacobi-Matrix berechnet.

In Abschnitt 3.2 wird das Verfahren auf die Daten des 105-mm-M1-Geschosses angewendet und mit den Ergebnissen der Flugbahnrechnungen verglichen. Aufgrund der Komplexität des Problems erfolgt die Bestimmung der Gleichgewichtslagen sowie der zugehörigen Eigenwerte numerisch.

Mithilfe einiger Vereinfachungen werden in Abschnitt 3.3 schließlich explizite Näherungslösungen für die Gleichgewichtslagen und die zugehörigen Eigenwerte im Sonderfall langsam-rotierender Präzessionsgrenzyklen hergeleitet. Diese werden ebenfalls für das 105-mm-M1-Geschoss ausgewertet und mit den exakten Lösungen aus Abschnitt 3.2 verglichen.

Die Grundidee des Verfahrens wurde bereits in zwei Konferenzbeiträgen vorgestellt [75, 76]. Dort wurde jedoch lediglich die vereinfachte Bedingung für die monotone Stabilität von Präzessionsgrenzyklen hergeleitet. Eine umfassende Beschreibung der im Folgenden präsentierten Theorie erschien im *Journal of Spacecraft and Rockets* [77].

## 3.1 Stabilitätstheorie für Grenzyklen

### 3.1.1 Formulierung der Drehimpulsgleichung in Kugelkoordinaten

Ausgangspunkt für die stabilitätstheoretischen Untersuchungen ist die Drehimpulsgleichung für ein rotationssymmetrisches Geschoss. Mit dem aerodynamischen Modell aus Gleichung (2.2) lässt sich diese in koordinatenfreier Schreibweise durch

$$\begin{aligned}
 I_x \dot{p} \mathbf{e}_x + I_x p \dot{\mathbf{e}}_x + I_y (\mathbf{e}_x \times \ddot{\mathbf{e}}_x) = \\
 \frac{\rho \|\mathbf{v}\|^2 S D}{2} \left[ C_{lp} \frac{p D}{2 \|\mathbf{v}\|} \mathbf{e}_x + C_{m\alpha} (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_x) + C_{np\alpha} \frac{p D}{2 \|\mathbf{v}\|} (\mathbf{e}_x \times (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_x)) \right. \\
 \left. + (C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) \frac{D}{2 \|\mathbf{v}\|} (\mathbf{e}_x \times \dot{\mathbf{e}}_x) \right] \quad (3.1)
 \end{aligned}$$

angeben [1]. Dabei bezeichnet  $\mathbf{e}_x$  den Einheitsvektor entlang der Geschossachse, während  $\mathbf{e}_1 := \mathbf{v}/\|\mathbf{v}\|$  die Flugbahntangente kennzeichnet.

Wie in [1] beschrieben, kann die Drehimpulsgleichung in eine skalare Differentialgleichung für die axiale Drehrate  $p$  und eine vektorielle Gleichung für  $\mathbf{e}_x$  zur Beschreibung der transversalen Drehlage separiert werden. Durch Skalarmultiplikation von Gleichung (3.1) mit  $\mathbf{e}_x$  erhält man die Entwicklungsgleichung für  $p$ :

$$\dot{p} = \frac{\rho \|\mathbf{v}\| S D^2}{4 I_x} C_{lp} p. \quad (3.2)$$

Substitution von Gleichung (3.2) in Gleichung (3.1) liefert schließlich die isolierte Bewegungsgleichung für den Geschossachsenvektor  $\mathbf{e}_x$ :

$$\begin{aligned}
 I_x p \dot{\mathbf{e}}_x + I_y (\mathbf{e}_x \times \ddot{\mathbf{e}}_x) = \\
 \frac{\rho \|\mathbf{v}\|^2 S D}{2} \left[ C_{m\alpha} (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_x) + C_{np\alpha} \frac{p D}{2 \|\mathbf{v}\|} (\mathbf{e}_x \times (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_x)) \right. \\
 \left. + (C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) \frac{D}{2 \|\mathbf{v}\|} (\mathbf{e}_x \times \dot{\mathbf{e}}_x) \right]. \quad (3.3)
 \end{aligned}$$

Hierbei ist zu beachten, dass es sich bei  $\dot{\mathbf{e}}_x$  und  $\ddot{\mathbf{e}}_x$  um die Zeitableitungen relativ zum Inertialsystem handelt, wobei Letzteres als erdfest angenommen wird.

Da die Flugbahn nicht geradlinig verläuft, ist  $\mathbf{e}_1$  im Allgemeinen eine Funktion der Zeit, sodass Gleichung (3.3) nicht unabhängig von der translatorischen Impulsgleichung gelöst werden kann. Auch für  $\rho$ ,  $\|\mathbf{v}\|$  und die aerodynamischen Beiwerte ist die Kenntnis der translatorischen Bewegung erforderlich, da diese von der Flughöhe und/oder der Geschossgeschwindigkeit abhängen. Da in der Gleichung auch die axiale Drehrate  $p$  vorkommt, muss zusätzlich auch Gleichung (3.2) gelöst werden. Im Folgenden wird angenommen, dass sich die genannten Parameter im Vergleich zu  $\mathbf{e}_x$  nur langsam ändern und daher in erster Näherung als konstant angenommen werden können. Diese Annahme gilt sicherlich nicht unter den stark veränderlichen

Bedingungen im Apogäum. Da sich die Grenzzyklen jedoch erst auf dem abfallenden Ast der Flugbahn einstellen, ist sie in diesem Fall zulässig.

Wie in Abbildung 3.1 dargestellt, lässt sich die Lage des Geschossachsenvektors  $\mathbf{e}_x$  durch die beiden Winkel  $\alpha$  und  $\psi$  beschreiben. Der Anstellwinkel  $\alpha$  ist der Winkel zwischen  $\mathbf{e}_x$  und  $\mathbf{e}_1$ . Für  $\psi$  ist die Bezeichnung *Präzessionswinkel* üblich. Hierbei handelt es sich um den Winkel zwischen der von  $\mathbf{e}_x$  und  $\mathbf{e}_1$  aufgespannten Anstellwinkalebene und der Ebene, die durch  $\mathbf{e}_1$  und  $\mathbf{e}_2$  verläuft. Letztere ist per Definition eine Vertikalebene, sodass der Gravitationsvektor  $\mathbf{g}$  als Linearkombination der Vektoren  $\mathbf{e}_1$  und  $\mathbf{e}_2$  ausgedrückt werden kann. Vervollständigt wird das orthonormale Basissystem durch  $\mathbf{e}_3 = \mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2$ . Auch für  $\mathbf{e}_{2,3}$  wird vorausgesetzt, dass diese zeitlich konstant sind. Anstell- und Präzessionswinkel können als Winkelkoordinaten eines Kugelkoordinatensystems auf der Einheitskugel aufgefasst werden, wobei  $\alpha$  den Zenitwinkel und  $\psi$  den Azimutwinkel darstellt. Mit  $\mathbf{e}_\alpha$  und  $\mathbf{e}_\psi$  werden die zu  $\alpha$  und  $\psi$  gehörenden Tangenteneinheitsvektoren bezeichnet. Zusammen mit  $\mathbf{e}_x$  stellen sie ein weiteres orthonormales Basissystem dar. Eine anschauliche Interpretation der Winkel  $\alpha$  und  $\psi$  ergibt sich, wenn man die Lage der Geschossachse als Ergebnis zweier nachgeschalteter Elementardrehungen im Sinne der Euler-Winkel auffasst. Ausgehend von der Anfangslage  $\mathbf{e}_x = \mathbf{e}_1$  erhält man die momentane Drehlage, indem man das Geschoss zuerst um  $\alpha$  um die Achse  $\mathbf{e}_3$  dreht, gefolgt von einer Drehung um  $\psi$  um die Achse  $\mathbf{e}_1$ .

Ersetzt man die Vektoren  $\mathbf{e}_1$ ,  $\dot{\mathbf{e}}_x$  und  $\ddot{\mathbf{e}}_x$  in Gleichung (3.3) jeweils durch eine Linearkombination aus  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_\alpha$  und  $\mathbf{e}_\psi$ , erhält man nach einigen Umformungen zwei gekoppelte Differentialgleichungen für  $\alpha$  und  $\psi$ :

$$\begin{aligned} \ddot{\psi} &= \dot{\alpha} \left( \frac{I_x p}{I_y \sin \alpha} - \frac{2\dot{\psi}}{\tan \alpha} \right) + \frac{\rho \|\mathbf{v}\|^2 SD}{2I_y} \left[ C_{np\alpha} \frac{pD}{2\|\mathbf{v}\|} + (C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) \frac{D}{2\|\mathbf{v}\|} \dot{\psi} \right] \quad (3.4) \\ &=: f_1(\dot{\psi}, \dot{\alpha}, \alpha), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} &= \dot{\psi}^2 \sin \alpha \cos \alpha - \frac{I_x p \dot{\psi} \sin \alpha}{I_y} + \frac{\rho \|\mathbf{v}\|^2 SD}{2I_y} \left[ C_m + (C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) \frac{D}{2\|\mathbf{v}\|} \dot{\alpha} \right] \quad (3.5) \\ &=: f_2(\dot{\psi}, \dot{\alpha}, \alpha). \end{aligned}$$

Es ist zu beachten, dass in Gleichung (3.5) die kürzere Schreibweise  $C_m = C_{m\alpha} \sin \alpha$  genutzt wurde.

### 3.1.2 Gleichgewichtsbedingungen

Der wesentliche Vorteil in der Beschreibung der Rotationsdynamik mittels Kugelkoordinaten besteht darin, dass sich Bewegungen in Form von Grenzzyklen nun als Gleichgewichtslagen

$$\alpha = \alpha_0 = \text{konst.}, \quad \dot{\psi} = \dot{\psi}_0 = \text{konst.} \quad (3.6)$$

darstellen lassen. Für einen Grenzzyklus mit dem Anstellwinkel  $\alpha_0$  und der entsprechenden Rotationsgeschwindigkeit  $\dot{\psi}_0$  reduzieren sich die Bewegungsgleichungen (3.4)

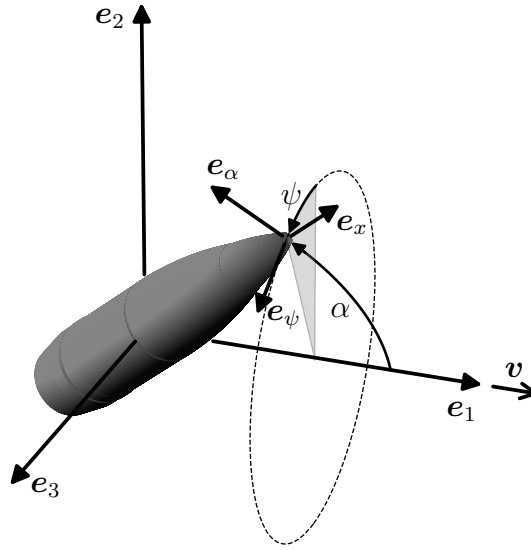


Abbildung 3.1: Definition der Koordinaten und Einheitsvektoren für die Stabilitätsuntersuchungen.

und (3.5) somit auf die beiden algebraischen Bedingungen

$$\frac{\dot{\psi}_0}{p} = \frac{-C_{np\alpha}}{(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})}, \quad (3.7)$$

$$\frac{\dot{\psi}_0}{p} \left( \frac{\dot{\psi}_0}{p} \cos \alpha_0 - \frac{I_x}{I_y} \right) + \frac{\rho \|\mathbf{v}\|^2 SDC_{m\alpha}}{2I_y p^2} = 0. \quad (3.8)$$

Hierbei ist zu beachten, dass die aerodynamischen Beiwerte im Allgemeinen Funktionen von  $\alpha_0$  und  $\dot{\psi}_0$  sind. Eine exakte Lösung lässt sich daher nicht ohne Weiteres angeben, weshalb das Gleichungssystem numerisch gelöst werden muss.

Da es sich bei Gleichung (3.8) um eine quadratische Gleichung bezüglich  $\dot{\psi}_0$  handelt, gilt äquivalent

$$\left( \frac{\dot{\psi}_0}{p} \right)_{1,2} = \frac{I_x}{2I_y \cos \alpha_0} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{2I_y \rho \|\mathbf{v}\|^2 SDC_{m\alpha} \cos \alpha_0}{I_x^2 p^2}} \right) \quad \forall \alpha_0 \neq \pi/2, \quad (3.9)$$

$$\frac{\dot{\psi}_0}{p} = \frac{\rho \|\mathbf{v}\|^2 SDC_{m\alpha}}{2I_x p^2} \quad \forall \alpha_0 = \pi/2. \quad (3.10)$$

Aus Gleichung (3.9) wird ersichtlich, dass grundsätzlich zwei Arten von Grenzyklen möglich sind: langsam-rotierende *Präzessionsgrenzyklen* und schnell-rotierende *Nutationsgrenzyklen*. Im Sonderfall  $\alpha_0 = 90^\circ$  können ausschließlich Präzessionsgrenzyklen auftreten.

Nutationsgrenzzyklen wurden in den Flugbahnberechnungen nicht beobachtet. Im Kontext von Steilschüssen sind diese irrelevant, da während des Anstiegs des Anstellwinkels beim Durchgang des Apogäums nur geringe Rotationsgeschwindigkeiten  $\dot{\psi}$  auftreten. Diese wären jedoch erforderlich, um geeignete Anfangsbedingungen zur Initiierung der hochfrequenten Nutationsbewegung bereitzustellen.

### 3.1.3 Linearisierung und Eigenwerte

Zur Untersuchung der Stabilität der Gleichgewichtslage  $\alpha_0, \psi_0$  wird die erste Methode von Ljapunow [65, 66] herangezogen. Dazu werden die Bewegungsgleichungen (3.4) und (3.5) um die Gleichgewichtslage linearisiert und die Eigenwerte der resultierenden Jacobi-Matrix berechnet.

Es fällt auf, dass die Bewegungsgleichungen nicht vom Präzessionswinkel  $\psi$  abhängen. Man spricht in diesem Fall von einer *zyklischen* Koordinate [65], die sich durch eine einfache Integration aus  $\dot{\psi}$  bestimmen lässt. Das Gleichungssystem kann daher als System dritter Ordnung mit dem Zustandsvektor  $[\dot{\psi} \ \dot{\alpha} \ \alpha]^T$  aufgefasst werden. Mit den in (3.4) und (3.5) definierten Funktionen  $f_1(\dot{\psi}, \dot{\alpha}, \alpha)$  und  $f_2(\dot{\psi}, \dot{\alpha}, \alpha)$  lautet die Zustandsraumdarstellung dieses Systems

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}) \\ f_2(\mathbf{x}) \\ x_2 \end{bmatrix} =: \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad \text{mit} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\alpha} \\ \alpha \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Eine Linearisierung um den Gleichgewichtszustand  $\mathbf{x}_0 = [\dot{\psi}_0 \ 0 \ \alpha_0]^T$  liefert

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_0} \Delta \mathbf{x} + \mathcal{O}(\Delta \mathbf{x}^2) \quad \text{mit} \quad \Delta \mathbf{x} := \mathbf{x} - \mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} \dot{\psi} - \dot{\psi}_0 \\ \dot{\alpha} \\ \alpha - \alpha_0 \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

wobei die Jacobi-Matrix die Form

$$\left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_0} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

annimmt. Die Eigenwerte dieser Matrix sind die Wurzeln des charakteristischen Polynoms

$$\lambda^3 - 2a_{11}\lambda^2 + (a_{11}^2 - a_{12}a_{21} - a_{23})\lambda + (a_{11}a_{23} - a_{13}a_{21}) = 0. \quad (3.14)$$

Von den drei Eigenwerten ist einer immer reell. Dieser wird im Folgenden mit  $\lambda_1$  identifiziert. Der reelle Eigenwert  $\lambda_1$  entscheidet über die *monotone* Stabilität des Grenzzyklus: Wenn  $\lambda_1 > 0$ , bewegen sich  $\alpha$  und  $\dot{\psi}$  kontinuierlich von der Gleichgewichtslage  $\alpha_0, \dot{\psi}_0$  weg (monoton instabil), wohingegen im Fall  $\lambda_1 < 0$  anfängliche Störungen abklingen und sich  $\alpha, \dot{\psi}$  allmählich an  $\alpha_0, \dot{\psi}_0$  annähern (monoton stabil). Die zwei übrigen Eigenwerte  $\lambda_{2,3}$  bilden ein komplex konjugiertes Eigenwertpaar, das eine dem Grenzzyklus überlagerte zyklische Bewegung beschreibt. Diese ist entweder

instabil, wenn der Realteil  $\Re(\lambda_{2,3}) > 0$ , oder stabil, wenn  $\Re(\lambda_{2,3}) < 0$ . Man spricht in diesem Fall von *oszillatorischer* (In-)Stabilität. Der Betrag der Imaginärteile  $\Im(\lambda_{2,3})$  entspricht der Kreisfrequenz dieser Oszillation.

Für die 6-DoF-Rechnungen in Kapitel 2 wurde angenommen, dass  $C_m$  und  $C_{np\alpha}$  nur von  $\alpha$  abhängen, während  $C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$  konstant ist. Unter Berücksichtigung dieser Annahmen lauten die Koeffizienten der Jacobi-Matrix

$$\begin{aligned}
a_{11} &= \frac{\rho \|\mathbf{v}\| SD^2}{4I_y} (C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}), \\
a_{12} &= \frac{I_x p}{I_y \sin \alpha_0} - \frac{2\dot{\psi}_0}{\tan \alpha_0}, \\
a_{13} &= \frac{\rho \|\mathbf{v}\| SD^2 p}{4I_y} \left. \frac{\partial C_{np\alpha}}{\partial \alpha} \right|_{\alpha_0}, \\
a_{21} &= \sin \alpha_0 \left( 2\dot{\psi}_0 \cos \alpha_0 - \frac{I_x p}{I_y} \right), \\
a_{22} &= a_{11}, \\
a_{23} &= \dot{\psi}_0^2 \cos(2\alpha_0) - \frac{I_x p \dot{\psi}_0 \cos \alpha_0}{I_y} + \frac{\rho \|\mathbf{v}\|^2 SD}{2I_y} \left. \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} \right|_{\alpha_0} \\
&= -\dot{\psi}_0^2 \sin^2 \alpha_0 - \frac{I_x p \dot{\psi}_0 \cos \alpha_0}{I_y} \left( 1 - \frac{I_y \dot{\psi}_0}{I_x p} \cos \alpha_0 \right) + \frac{\rho \|\mathbf{v}\|^2 SD}{2I_y} \left. \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} \right|_{\alpha_0}.
\end{aligned} \tag{3.15}$$

## 3.2 Stabilitätsanalyse am Beispiel des 105-mm-M1-Artilleriegeschosses

Im Folgenden wird das Verfahren auf die in Abschnitt 2.2 angegebenen Daten des 105-mm-M1-Geschosses angewendet, um die möglichen Gleichgewichtslagen  $\alpha_0$ ,  $\dot{\psi}_0$  und die zugehörigen Eigenwerte  $\lambda_{1,2,3}$  zu bestimmen.

Da sowohl die Gleichgewichtsbedingungen (Gleichungen (3.7) und (3.8)) als auch die Koeffizienten der Jacobi-Matrix (Gleichung (3.15)) von den variablen Parametern  $p$ ,  $\rho$  und  $\|\mathbf{v}\|$  abhängen, müssen sie an jedem Punkt der Trajektorie neu ausgewertet werden. Zu Demonstrationszwecken genügt es jedoch, die Analyse für einen repräsentativen Parametersatz durchzuführen. Basierend auf den mithilfe der Flugbahnberechnungen aus Kapitel 2 ermittelten und in Abbildung 2.6 dargestellten Parameterverläufen werden die folgenden Werte angenommen:

$$p = 600 \text{ rad/s}, \quad \rho = 1,15 \text{ kg/m}^3, \quad \|\mathbf{v}\| = 90 \text{ m/s}. \tag{3.16}$$

Durch eine numerische Lösung der Gleichgewichtsbedingungen (3.7) und (3.8) wurden zunächst die Anstellwinkel  $\alpha_0$  und Rotationsgeschwindigkeiten  $\dot{\psi}_0$  bestimmt, bei denen Grenzyklen auftreten können. Anschließend wurden für jedes Paar  $\alpha_0$ ,  $\dot{\psi}_0$  die Wurzeln  $\lambda_1 = \Re(\lambda_1)$  sowie  $\lambda_{2,3} = \Re(\lambda_{2,3}) \pm i |\Im(\lambda_{2,3})|$  des charakteristischen Polynoms aus Gleichung (3.14) berechnet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3.1 dargestellt.

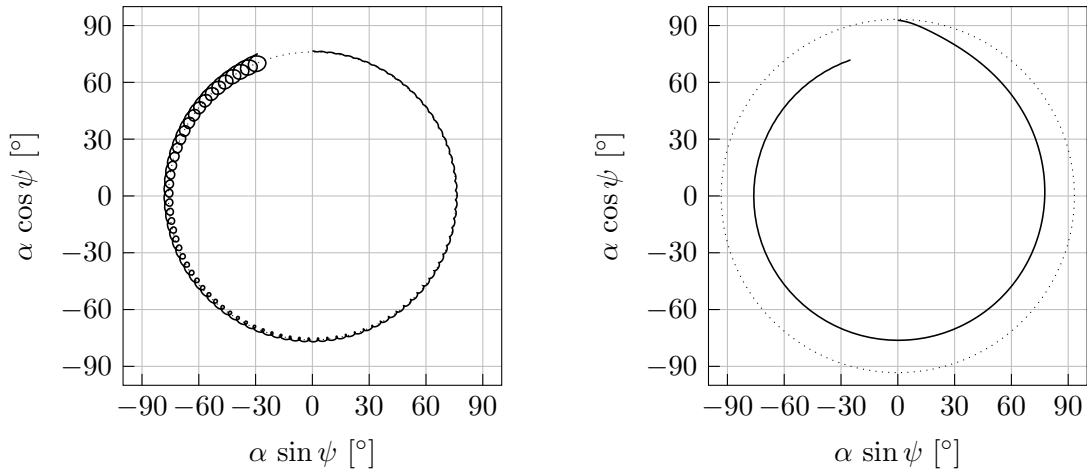
Tabelle 3.1: Mögliche Grenzzyklen für das 105-mm-M1-Geschoss und deren Eigenwerte.

Nr.	$\alpha_0$ [°]	$\dot{\psi}_0$ [rad/s]	$\lambda_1$ [rad/s]	$\Re(\lambda_{2,3})$ [rad/s]	$ \Im(\lambda_{2,3}) $ [rad/s]	Interpretation
1	0,0	9,7	-0,02	-0,07	46,0	mon. und osz. stabil
2	26,5	66,7	0,58	-0,37	66,2	mon. instabil, osz. stabil
3	52,7	99,1	-0,70	0,27	98,8	mon. stabil, osz. instabil
4	55,8	0,7	1,94	-1,05	59,5	mon. instabil, osz. stabil
5	76,0	0,6	-0,84	0,34	60,5	mon. stabil, osz. instabil
6	93,3	0,1	1,28	-0,72	61,1	mon. instabil, osz. stabil
7	103,1	-0,2	-1,36	0,60	60,9	mon. stabil, osz. instabil
8	120,9	-0,4	0,94	-0,55	60,0	mon. instabil, osz. stabil
9	126,7	-100,7	-0,46	0,15	100,5	mon. stabil, osz. instabil
10	171,1	-60,3	0,08	-0,12	59,6	mon. instabil, osz. stabil
11	176,1	-0,9	-0,09	-0,03	58,6	mon. und osz. stabil
12	180,0	54,1	0,02	-0,09	148,9	mon. instabil, osz. stabil

Bei der Betrachtung der Rotationsgeschwindigkeit  $\dot{\psi}_0$  fallen insbesondere die signifikanten Unterschiede in der Größenordnung auf. Einerseits treten Präzessionsgrenzzyklen mit Rotationsgeschwindigkeiten unter 1 rad/s auf, während andererseits auch Nutationsgrenzzyklen mit  $|\dot{\psi}_0| > 60$  rad/s beobachtet werden. Die Rotationsgeschwindigkeiten bei Anstellwinkeln von  $0^\circ$  und  $180^\circ$  sind aufgrund der Singularität von  $\psi$  nicht physikalisch interpretierbar und werden daher nicht weiter berücksichtigt. Wie bereits erwähnt, sind im Fall von Steilschüssen nur Präzessionsgrenzzyklen zu erwarten.

Interessanterweise sind lediglich die Grenzzyklen mit den Nummern 1 und 11 absolut stabil, da nur in diesen Fällen alle Eigenwerte einen negativen Realteil aufweisen. Bei den Präzessionsgrenzzyklen erfüllen die Grenzzyklen bei  $\alpha_0 = 76,0^\circ$  und  $\alpha_0 = 103,1^\circ$  (Nr. 5 und Nr. 7) zwar die Bedingung für monotone Stabilität ( $\lambda_1 < 0$ ), sind jedoch gleichzeitig oszillatorisch instabil ( $\Re(\lambda_{2,3}) > 0$ ). Der Imaginärteil von  $\lambda_{2,3}$  beträgt in beiden Fällen etwa 60 rad/s, was zeigt, dass es sich bei den instabilen Oszillationen um eine hochfrequente Nutationsbewegung handelt. Weitere Präzessionsgrenzzyklen sind die Nummern 4, 6 und 8. Diese sind zwar oszillatorisch stabil, aber monoton instabil.

Der Unterschied zwischen monotoner und oszillatorischer Instabilität lässt sich anhand der Phasendiagramme in Abbildung 3.2 veranschaulichen. Diese zeigen die durch numerische Integration der Bewegungsgleichungen (3.4) und (3.5) berechnete Winkelbewegung der Grenzzyklen 5 und 6, dargestellt in der Nick-/Gierwinkelebene.



(a) Grenzyklus Nr. 5: monoton stabil,  
oszillatorisch instabil.

(b) Grenzyklus Nr. 6: monoton instabil,  
oszillatorisch stabil.

Abbildung 3.2: Rotatorische Bewegung des 105-mm-M1-Geschosses, berechnet durch numerische Integration der Gleichungen (3.4) und (3.5).

Die Integration erfolgte mit den Anfangsbedingungen

$$\begin{aligned}
 \alpha|_{t=0} &= \alpha_0 + \varepsilon_\alpha, \\
 \dot{\alpha}|_{t=0} &= 0, \\
 \psi|_{t=0} &= 0, \\
 \dot{\psi}|_{t=0} &= \dot{\psi}_0 + \varepsilon_\psi,
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

wobei für  $\alpha_0$  und  $\dot{\psi}_0$  die stationären Werte aus Tabelle 3.1 verwendet wurden und  $\varepsilon_\alpha$  sowie  $\varepsilon_\psi$  kleine Störungen zur Anregung der Instabilität darstellen.

Im Fall des monoton stabilen, aber oszillatorisch instabilen Grenzyklus Nr. 5 in Abbildung 3.2a bleibt der anfängliche Anstellwinkel von  $76,0^\circ$  im Mittel erhalten, während sich gleichzeitig eine überlagerte, zyklische Oszillation mit hoher Frequenz ausbildet. Beim monoton instabilen Grenzyklus Nr. 6 in Abbildung 3.2b hingegen fällt der initiale Anstellwinkel von  $93,3^\circ$  unmittelbar nach Beginn der Integration zunächst rasch ab, bevor er bei  $76,0^\circ$  in den monoton stabilen Grenzyklus Nr. 5 übergeht.

## Vergleich mit den Flugbahnrechnungen aus Kapitel 2

Aus der durchgeführten Stabilitätsanalyse für das 105-mm-M1-Artilleriegeschoss geht hervor, dass monoton stabile Präzessionsgrenzyklen bei Anstellwinkeln von  $0^\circ$ ,  $76^\circ$ ,  $103^\circ$  und  $176^\circ$  zu erwarten sind. Da jedoch nur bei den Anstellwinkeln  $0^\circ$  und  $176^\circ$  zusätzlich die Bedingung der oszillatorischen Stabilität erfüllt ist, ist bei  $76^\circ$  und  $103^\circ$  mit überlagerten Nutationsinstabilitäten zu rechnen.

Diese Ergebnisse stimmen sehr gut mit den Flugbahnrechnungen aus Kapitel 2 überein, wo Grenzyklen bei Anstellwinkeln um  $75^\circ$  und  $105^\circ$  beobachtet wurden. Tat-

sächlich sind auch in diesen Fällen hochfrequente Oszillationen am Ende der Flugbahn sichtbar, wie die Anstellwinkelkurven in Abbildung 2.3 und das Phasendiagramm in Abbildung 2.5 zeigen. Das Wachstum dieser Nutationsinstabilitäten erfolgt jedoch so langsam, dass das Geschoss bereits am Boden angekommen ist, bevor die Oszillationen signifikante Amplituden erreicht haben. Daher scheint die Bedingung der monotonen Stabilität ausreichend zu sein, damit Präzessionsgrenzzyklen in der Praxis auftreten können.

In den Flugbahnberechnungen wurde für beide Grenzzyklen eine Umkehr der Drehrichtung festgestellt (siehe Abbildung 2.5). Dies widerspricht jedoch den theoretischen Ergebnissen aus Tabelle 3.1, die für den Grenzzyklus bei  $\alpha_0 = 76^\circ$  eine positive Rotationsgeschwindigkeit (Rechtsdrehung) und für  $\alpha_0 = 103^\circ$  eine Linksdrehung vorhersagen. Tatsächlich lässt sich dieser Effekt auf eine Rotation der flugwindfesten Vektorbasis  $\mathbf{e}_{1,2,3}$  infolge einer Singularität zurückführen. Während  $\mathbf{e}_1$  durch die Richtung der Flugbahn definiert ist, wird die Rolllage der Vektorbasis durch die Bedingung festgelegt, dass  $\mathbf{e}_3$  senkrecht zum Gravitationsvektor  $\mathbf{g}$  steht. Es lässt sich zeigen, dass die zeitliche Änderung des Basisvektors  $\mathbf{e}_3$  dann durch

$$\dot{\mathbf{e}}_3 = \frac{\dot{\mathbf{e}}_1 \cdot \mathbf{e}_3}{\|\mathbf{g}\| \sin \beta} \mathbf{g} \times \mathbf{e}_3 \quad (3.18)$$

gegeben ist, wobei  $\beta$  den Winkel zwischen  $\mathbf{e}_1$  und  $\mathbf{g}$  bezeichnet. Für kleine Winkel  $\beta$  führen bereits geringe Änderungen der Flugrichtung zu großen Änderungen von  $\mathbf{e}_3$  (und damit auch  $\mathbf{e}_2$ ). Diese Situation tritt bei den Flugbahnberechnungen mit Elevationswinkeln von  $77^\circ$  und  $79^\circ$  tatsächlich auf, sodass die Präzessionsrate  $\dot{\psi}$  in diesem Moment von einer Drehung des Basissystems bestimmt wird. Dies muss bei der Interpretation der berechneten Winkelbewegung in Abbildung 2.5 bedacht werden. Im Gegensatz dazu wird bei der Stabilitätsanalyse von einer zeitlich konstanten Flugrichtung ausgegangen, weshalb der Effekt dort nicht auftritt.

Der Grenzzyklus bei  $176^\circ$  ist in den berechneten Trajektorien in Abbildung 2.3 und Abbildung 2.5 nicht eindeutig zu erkennen, da das Ende der Flugbahn erreicht wird, bevor der Anstellwinkel einen vollständig stationären Wert annimmt. In diesem Fall ist  $\dot{\psi}$  deutlich größer als die Rotationsgeschwindigkeit des Basissystems, sodass die in Abbildung 2.5 sichtbare Linksdrehung die tatsächliche Bewegung der Geschossachse beschreibt. Die beobachtete Drehrichtung ist konsistent mit dem negativen Vorzeichen von  $\dot{\psi}_0$  aus Tabelle 3.1.

Ein zusätzlicher Hinweis auf die Existenz eines Grenzzyklus bei Anstellwinkeln um  $176^\circ$  ergibt sich aus Abbildung 2.4, die den Anstellwinkel beim Aufprall in Abhängigkeit des Elevationswinkels beim Abschuss zeigt. Auch eine Erhöhung des Elevationswinkels über  $81^\circ$  führt nicht dazu, dass das Geschoss mit Anstellwinkeln über  $176,6^\circ$  am Boden auftrifft, was sich ohne den Grenzzyklus nur schwer erklären lässt.

Es lässt sich festhalten, dass die in den 6-DoF-Berechnungen beobachteten Fluglagen mit dem vorgestellten Verfahren sehr gut vorhergesagt werden können. In diesem Zusammenhang sei daran erinnert, dass die Analyse lediglich für einen repräsentativen Satz an Werten für die Parameter  $p$ ,  $\rho$  und  $\|\mathbf{v}\|$  durchgeführt wurde, ohne die Variabilität dieser Größen entlang der Flugbahn zu berücksichtigen.

### 3.3 Vereinfachte Theorie für Präzessionsgrenzyklen

Bei der im vorangegangenen Abschnitt gezeigten Stabilitätsanalyse wurden sowohl die Gleichgewichtsbedingungen als auch das Eigenwertproblem numerisch gelöst. Dies ist jedoch nur möglich, wenn die Parameter der Konfiguration vollständig bekannt sind.

Deshalb werden im Folgenden explizite Näherungslösungen hergeleitet, aus denen der Einfluss der Systemparameter auf die Existenz und Stabilität der Grenzyklen direkt ersichtlich ist. Die Herleitung basiert auf mehreren Linearisierungen sowie der Vernachlässigung nicht-dominanter Terme in Summenausdrücken. Sie beschränkt sich zudem auf die bei Steilschüssen relevanten, langsam-rotierenden Präzessionsgrenzyklen.

#### Gleichgewichtsbedingungen

Eine Linearisierung der Quadratwurzel in Gleichung (3.9) liefert einen vereinfachten Ausdruck für die Rotationsgeschwindigkeit  $\dot{\psi}_0$ . Für die langsamere der beiden Lösungen ergibt sich

$$\dot{\psi}_0 \approx \frac{\rho \|\mathbf{v}\|^2 SDC_{m\alpha}}{2I_x p}. \quad (3.19)$$

Dies entspricht dem in der Definition des Folgsamkeitsfaktors  $f$  auf Seite 5 verwendeten Ausdruck für die Präzessionsrate aus Gleichung (1.1).

Durch Einsetzen von Gleichung (3.19) in Gleichung (3.7) erhält man eine implizite Näherungsbedingung zur Bestimmung von  $\alpha_0$ :

$$C_{np\alpha} = -\frac{\rho \|\mathbf{v}\|^2 SDC_{m\alpha} (C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})}{2I_x p^2}. \quad (3.20)$$

Der in Abbildung 3.3 dargestellte Vergleich der linken mit der rechten Seite von Gleichung (3.20) für die in Abschnitt 3.2 verwendeten Parameterwerte zeigt, dass die rechte Seite in guter Näherung vernachlässigt werden kann. Die Bestimmung von  $\alpha_0$  kann daher anhand der Bedingung

$$C_{np\alpha} = 0 \quad (3.21)$$

erfolgen, was im offenen Intervall  $\alpha \in (0, \pi)$  äquivalent ist zu

$$C_{np} = 0 \quad \text{bzw.} \quad C_n = 0. \quad (3.22)$$

Die Anstellwinkel  $\alpha_0$ , bei denen Präzessionsgrenzyklen auftreten können, entsprechen somit im Wesentlichen den Nullstellen des Magnusmomentenbeiwerts. Die zugehörigen Rotationsgeschwindigkeiten  $\dot{\psi}_0$  erhält man anschließend durch Auswertung von Gleichung (3.19) bei  $\alpha_0$ .

Für das Beispiel des mit  $p = 600 \text{ rad/s}$ ,  $\rho = 1,15 \text{ kg/m}^3$  und  $\|\mathbf{v}\| = 90 \text{ m/s}$  fallenden 105-mm-M1-Geschosses ergeben sich somit sechs Präzessionsgrenzyklen mit den in Tabelle 3.2 dargestellten Werten für  $\alpha_0$  und  $\dot{\psi}_0$ . Wie sich zeigt, stimmen die Näherungslösungen sehr gut mit den exakten Werten aus Tabelle 3.1 überein.

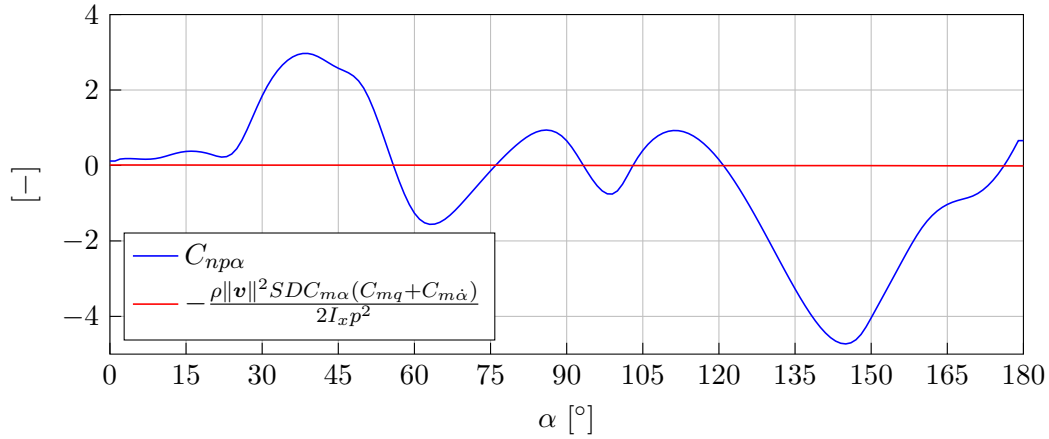


Abbildung 3.3: Vergleich zwischen der linken und der rechten Seite von Gleichung (3.20) für die Parameterwerte aus Abschnitt 3.2.

Tabelle 3.2: Mögliche Präzessionsgrenzzyklen für das 105-mm-M1-Geschoss und deren Eigenwerte, berechnet mit den vereinfachten Bedingungen aus den Gleichungen (3.21), (3.19) und (3.33).

Nr.	$\alpha_0$ [°]	$\dot{\psi}_0$ [rad/s]	$\lambda_1$ [rad/s]	$\Re(\lambda_{2,3})$ [rad/s]	$ \Im(\lambda_{2,3}) $ [rad/s]	Interpretation
4	55,9	0,7	1,91	-1,03	60,4	mon. instabil, osz. stabil
5	76,0	0,6	-0,85	0,35	60,4	mon. stabil, osz. instabil
6	93,3	0,1	1,32	-0,74	60,4	mon. instabil, osz. stabil
7	103,1	-0,2	-1,38	0,61	60,4	mon. stabil, osz. instabil
8	120,9	-0,4	0,93	-0,54	60,4	mon. instabil, osz. stabil
11	176,2	-0,9	-0,08	-0,04	60,4	mon. und osz. stabil

### Eigenwerte und Stabilität

Aufgrund der Beschränkung auf Präzessionsgrenzzyklen gilt  $\dot{\psi}_0 \ll p$ . Unter dieser Voraussetzung lassen sich einige der Jacobi-Koeffizienten aus Gleichung (3.15) durch die folgenden Näherungsausdrücke vereinfachen:

$$\begin{aligned}
 a_{12} &\approx \frac{I_x p}{I_y \sin \alpha_0}, \\
 a_{21} &\approx -\frac{I_x p \sin \alpha_0}{I_y}, \\
 a_{23} &\approx -\dot{\psi}_0^2 \sin^2 \alpha_0 - \frac{I_x p \dot{\psi}_0 \cos \alpha_0}{I_y} + \frac{\rho \|\mathbf{v}\|^2 SD}{2I_y} \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0}.
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

Für  $a_{23}$  folgt mit Gleichung (3.19) außerdem

$$a_{23} \approx -\left(\frac{\rho \|\mathbf{v}\|^2 SD C_m|_{\alpha_0}}{2I_x p}\right)^2 - \frac{\rho \|\mathbf{v}\|^2 SD C_m|_{\alpha_0}}{2I_y \tan \alpha_0} + \frac{\rho \|\mathbf{v}\|^2 SD}{2I_y} \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0}. \tag{3.24}$$

Durch einen Größenordnungsvergleich der Summenterme in den Koeffizienten des charakteristischen Polynoms in Gleichung (3.14) lässt sich zeigen, dass dieses näherungsweise durch

$$\lambda^3 - 2a_{11}\lambda^2 - a_{12}a_{21}\lambda - a_{13}a_{21} = 0 \quad (3.25)$$

ausgedrückt werden kann.

Die Wurzeln dieser kubischen Gleichung lassen sich mit den *cardanischen Formeln* bestimmen. Mit den Definitionen

$$\begin{aligned} p_c &:= -a_{12}a_{21} - \frac{4}{3}a_{11}^2, \\ q_c &:= -\frac{2}{3}a_{11}a_{12}a_{21} - a_{13}a_{21} - \frac{16}{27}a_{11}^3, \\ \Delta_c &:= -\left(\frac{q_c}{2}\right)^2 - \left(\frac{p_c}{3}\right)^3 \end{aligned} \quad (3.26)$$

und unter Berücksichtigung, dass  $\Delta_c < 0$ , sind die Lösungen durch

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{2}{3}a_{11} + u_c + v_c, \\ \lambda_{2,3} &= \frac{2}{3}a_{11} - \frac{u_c + v_c}{2} \pm i\sqrt{3}\frac{u_c - v_c}{2} \end{aligned} \quad (3.27)$$

gegeben, wobei  $u_c$  und  $v_c$  durch

$$\begin{aligned} u_c &:= \sqrt[3]{\sqrt{-\Delta_c} - \frac{q_c}{2}}, \\ v_c &:= -\sqrt[3]{\sqrt{-\Delta_c} + \frac{q_c}{2}} \end{aligned} \quad (3.28)$$

definiert sind. Die Kubikwurzeln in Gleichung (3.28) können durch eine Linearisierung bezüglich  $q_c$  approximiert werden:

$$\begin{aligned} u_c &\approx \sqrt[6]{-\Delta_c} - \frac{q_c}{6\sqrt[3]{-\Delta_c}}, \\ v_c &\approx -\sqrt[6]{-\Delta_c} - \frac{q_c}{6\sqrt[3]{-\Delta_c}}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Daraus folgt

$$\begin{aligned} \lambda_1 &\approx \frac{2}{3}a_{11} - \frac{q_c}{3\sqrt[3]{-\Delta_c}}, \\ \lambda_{2,3} &\approx \frac{2}{3}a_{11} + \frac{q_c}{6\sqrt[3]{-\Delta_c}} \pm i\sqrt{3}\sqrt[6]{-\Delta_c}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Die Ausdrücke für  $p_c$ ,  $q_c$  und  $\Delta_c$  lassen sich vereinfachen, indem nicht-dominante Terme vernachlässigt werden:

$$\begin{aligned} p_c &\approx -a_{12}a_{21}, \\ q_c &\approx -\frac{2}{3}a_{11}a_{12}a_{21} - a_{13}a_{21}, \\ \Delta_c &\approx \left(\frac{a_{12}a_{21}}{3}\right)^3. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Für die Eigenwerte gilt somit

$$\begin{aligned}\lambda_1 &\approx -\frac{a_{13}}{a_{12}}, \\ \lambda_{2,3} &\approx a_{11} + \frac{a_{13}}{2a_{12}} \pm i\sqrt{-a_{12}a_{21}}.\end{aligned}\quad (3.32)$$

Für  $a_{12}$  und  $a_{21}$  werden die vereinfachten Ausdrücke aus Gleichung (3.23) eingesetzt, während  $a_{13}$  und  $a_{11}$  durch Gleichung (3.15) gegeben sind. Daraus ergeben sich schließlich die folgenden Näherungsausdrücke für die Eigenwerte der Jacobi-Matrix:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &\approx -\frac{\rho\|\mathbf{v}\|SD^2 \sin \alpha_0}{4I_x} \left. \frac{\partial C_{np\alpha}}{\partial \alpha} \right|_{\alpha_0}, \\ \lambda_{2,3} &\approx \frac{\rho\|\mathbf{v}\|SD^2}{4I_x} \left( \frac{I_x}{I_y} (C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) + \frac{\sin \alpha_0}{2} \left. \frac{\partial C_{np\alpha}}{\partial \alpha} \right|_{\alpha_0} \right) \pm i \frac{I_x p}{I_y}.\end{aligned}\quad (3.33)$$

Aus der Interpretation von Gleichung (3.33) lassen sich die folgenden Schlussfolgerungen über die Stabilität der Präzessionsgrenzzyklen ziehen:

1. Für monotone Stabilität muss  $\lambda_1 < 0$  sein. Dies ist genau dann der Fall, wenn

$$\left. \frac{\partial C_{np\alpha}}{\partial \alpha} \right|_{\alpha_0} > 0. \quad (3.34)$$

Da gleichzeitig  $C_{np\alpha} = 0$  gilt, ist Gleichung (3.34) für  $\alpha_0 \in (0, \pi)$  äquivalent zu

$$\left. \frac{\partial C_{np}}{\partial \alpha} \right|_{\alpha_0} > 0 \quad \text{bzw.} \quad \left. \frac{\partial C_n}{\partial \alpha} \right|_{\alpha_0} > 0. \quad (3.35)$$

Demnach sind monoton stabile Präzessionsgrenzzyklen nur bei Anstellwinkeln möglich, bei denen der Magnusmomentenbeiwert ( $C_n$ ,  $C_{np}$ ,  $C_{np\alpha}$ ) einen Nulldurchgang mit positiver Steigung besitzt. Damit ein Grenzzyklus in der Praxis auftreten kann, ist die Bedingung für monotone Stabilität im Allgemeinen ausreichend.

2. Die oszillatorische Stabilität wird durch den Realteil der komplexen Eigenwerte  $\lambda_{2,3}$  bestimmt. Ein Grenzzyklus ist genau dann oszillatorisch stabil, wenn

$$\frac{I_x}{I_y} (C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) < -\frac{\sin \alpha_0}{2} \left. \frac{\partial C_{np\alpha}}{\partial \alpha} \right|_{\alpha_0}. \quad (3.36)$$

Da der Nickdämpfungskoeffizient grundsätzlich negativ ist, ist diese Bedingung im monoton instabilen Fall ( $\partial C_{np\alpha}/\partial \alpha < 0$ ) automatisch erfüllt. Damit ein monoton stabiler Grenzzyklus zusätzlich oszillatorisch stabil ist, muss der Nickdämpfungskoeffizient hinreichend negativ sein, um die positive Steigung von  $C_{np\alpha}$  auszugleichen. Für Anstellwinkel nahe  $0^\circ$  und  $180^\circ$  wird dies zunehmend wahrscheinlicher, da der Einfluss von  $C_{np\alpha}$  durch den Vorfaktor  $\sin \alpha_0$  reduziert wird.

3. Für einen oszillatorisch instabilen Grenzyklus beträgt die Kreisfrequenz der Instabilität  $pI_x/I_y$ . Da das Verhältnis der Trägheitsmomente für die meisten Geschosse bei etwa 1:10 liegt, entspricht die Oszillationsfrequenz ungefähr einem Zehntel der axialen Drehfrequenz.

Neben den Anstellwinkeln  $\alpha_0$  und Rotationsgeschwindigkeiten  $\dot{\psi}_0$  der Grenzyklen enthält Tabelle 3.2 auch die zugehörigen Eigenwerte, die in diesem Fall mit den Näherungen aus Gleichung (3.33) berechnet wurden. Auch für die Eigenwerte stimmen die Näherungslösungen sehr gut mit den exakten Werten der Präzessionsgrenzyklen aus Tabelle 3.1 überein. Die vereinfachte Theorie bietet damit eine valide Möglichkeit, die Existenz von Präzessionsgrenzyklen mit geringem Rechenaufwand zu überprüfen.

Teil II  
Aerodynamik



# Kapitel 4

## Experimentelle Untersuchung der Geschossströmung

Für die flugmechanischen Untersuchungen im ersten Teil dieser Arbeit wurden die aerodynamischen Daten aus den Windkanalmessungen von McCoy [59] verwendet. Wie bereits erwähnt, ist der Datensatz teilweise unvollständig und aufgrund hoher Messunsicherheiten nur begrenzt aussagekräftig. Für die im flugmechanischen Teil getroffenen qualitativen Aussagen ist dies jedoch unerheblich.

Im Rahmen dieser Untersuchungen wurde deutlich, dass bei Steilschüssen mit drallstabilisierten Geschossen im Apogäum und auf dem abfallenden Ast der Flugbahn große Anstellwinkel in Verbindung mit niedrigen Geschwindigkeiten auftreten. Zur Untersuchung der in diesem Fall vorherrschenden aerodynamischen Phänomene ist eine quantitative Vermessung der Strömungsfelder um das rotierende Geschoss erforderlich. Derartige Messungen sind in der Literatur bislang nur für Anstellwinkel bis  $30^\circ$  dokumentiert.

Um diese Lücke zu schließen, werden im Folgenden die Ergebnisse einer umfangreichen Versuchskampagne präsentiert, bei der die Strömung um ein rotierendes Geschoss in einem subsonischen Windkanal bei Anstellwinkeln bis  $90^\circ$  untersucht wurde. Neben Kraftwaagenmessungen zur Bestimmung der aerodynamischen Kräfte und Momente wurden die Geschwindigkeitsfelder in mehreren Ebenen senkrecht zur Geschossachse mittels *Two-Dimensional, Two-Component* (2D2C) Particle Image Velocimetry vermessen. Diese Daten wurden unter anderem zur Bestimmung der Positionen der Strömungsablösung genutzt. Diese sind charakteristisch für die Asymmetrie der Strömung, die wiederum für den Magnuseffekt verantwortlich ist. Anhand der aufgezeichneten Partikelbilder konnte außerdem der Turbulenzzustand der Grenzschicht identifiziert werden, wodurch sich die beobachteten Veränderungen der Ablösepositionen erklären lassen. Schließlich wurden aus den gemessenen Geschwindigkeitsfeldern die vorherrschenden Druckfelder rekonstruiert, wozu eine kommerzielle Software auf Basis einer Reynolds-gemittelten Poisson-Gleichung eingesetzt wurde. Aus dem Druck an der Geschossoberfläche konnte auch die Verteilung der aerodynamischen Kräfte entlang der Geschossachse bestimmt werden. Anhand dieser Daten lässt sich ein Zusammenhang zwischen den gemessenen Kräften und

Momenten einerseits und den beobachteten Strömungsphänomenen andererseits herstellen.

Einige der in diesem Kapitel vorgestellten Inhalte wurden in fragmentarischer Form bereits auf Konferenzen oder in Fachzeitschriften veröffentlicht. Ergebnisse aus vorläufigen Windkanalversuchen erschienen in [76, 79], wobei die zugrunde liegenden aerodynamischen Mechanismen zu diesem Zeitpunkt noch nicht abschließend geklärt waren. Ein Teil der im Folgenden präsentierten Daten findet sich in [80, 81]. In [80] wird zudem das Verfahren zur Bestimmung der Ablösepunkte beschrieben. Der beim *Journal of Spacecraft and Rockets* eingereichte Artikel [81] enthält eine knappe Zusammenfassung der im vorliegenden Kapitel präsentierten experimentellen Ergebnisse. Die Bestimmung der Ablösepunkte wird dort jedoch nicht thematisiert, während die laminar-turbulente Transition nur kurz behandelt wird.

## 4.1 Experimenteller Aufbau

### 4.1.1 Windkanal und Strömungsbedingungen

Die experimentellen Untersuchungen wurden im Unterschallwindkanal des *Deutsch-Französischen Forschungsinstituts Saint-Louis* (ISL) durchgeführt [82]. Dabei handelt es sich um einen kontinuierlich arbeitenden Windkanal mit Luftrückführung und offener Messstrecke (Göttinger Bauart). Die Abmessungen der Messstrecke betragen  $70 \times 90 \times 80 \text{ cm}^3$  (Breite  $\times$  Höhe  $\times$  Länge). Alle Versuche wurden bei der nominellen Strömungsgeschwindigkeit  $U_\infty = 30 \text{ m/s}$  durchgeführt. Die Temperatur in der Messstrecke betrug im Mittel  $T_\infty = 300 \text{ K}$ , während der statische Druck bei durchschnittlich  $P_\infty = 988 \text{ hPa}$  lag. Betrachtet man die Luft als ideales Gas, lassen sich daraus die Werte für die Dichte  $\rho_\infty$  und die Machzahl  $Ma$  bestimmen. Die dynamische Viskosität  $\mu_\infty$  folgt aus dem Sutherland-Modell. Mit den Konstanten der *Normatmosphäre* nach DIN ISO 2533 [72] ergeben sich damit die in Tabelle 4.1 zusammengetragenen Werte. Als Bezugslänge für die Reynoldszahl  $Re$  wird der nominelle Durchmesser  $D$  des Geschossmodells verwendet ( $D = 45 \text{ mm}$ ).

Es ist zu beachten, dass es sich bei den in Tabelle 4.1 angegebenen Werten um die Durchschnittswerte aller Versuche handelt. Die tatsächlichen Werte von  $U_\infty$  variierten zwischen den einzelnen Versuchen im Bereich  $28,7 \text{ m/s}$  bis  $32,4 \text{ m/s}$ , während für  $T_\infty$  Werte zwischen  $293 \text{ K}$  und  $306 \text{ K}$  gemessen wurden. Für  $P_\infty$  lagen die Messwerte zwischen  $969 \text{ hPa}$  und  $999 \text{ hPa}$ . Um eine exakte Angabe der aerodynamischen Beiwerte und der dimensionslosen Drehzahl  $\bar{p} := pD/(2U_\infty)$  zu gewährleisten, werden daher die versuchsspezifischen Werte für den dynamischen Druck  $Q_\infty$  und die

Tabelle 4.1: Nominelle Eigenschaften der Strömung in der Messstrecke.

$U_\infty$	$T_\infty$	$P_\infty$	$\rho_\infty$	$\mu_\infty$	$Ma$	$Re$
[m/s]	[K]	[hPa]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[μPa s]	[–]	[–]
30	300	988	1,146	18,5	0,086	$8,3 \cdot 10^4$

Anströmgeschwindigkeit  $U_\infty$  benötigt. Zu diesem Zweck wurden bei jedem Versuch die transienten Verläufe von  $Q_\infty$  und  $T_\infty$  in der Messstrecke aufgezeichnet. In Verbindung mit dem statischen Druck  $P_\infty$  lässt sich daraus die entsprechende Anströmgeschwindigkeit  $U_\infty$  bestimmen. Da der statische Druck in der offenen Messstrecke dem Atmosphärendruck entspricht, konnte  $P_\infty$  außerhalb des Windkanals gemessen werden. Zur Normierung der Beiwerte wurde der zeitliche Mittelwert von  $Q_\infty$  verwendet. Analog wurde auch  $\bar{p}$  mit dem Mittelwert von  $U_\infty$  berechnet. Die Messung von  $Q_\infty$  erfolgte mittels einer Staudrucksonde in Kombination mit einem differentiellen Druckgeber vom Typ *UNIK 5000*, während die Strömungstemperatur mit einem *Pt100*-Temperaturfühler erfasst wurde. Beide Signale wurden mit einem *PicoScope*-Oszilloskop *2405A* aufgezeichnet. Der Atmosphärendruck  $P_\infty$  wurde außerhalb der Messstrecke mit einem Präzisions-Druckkalibrator vom Typ *DRUCK DPI 605* gemessen.

Zur Bestimmung der Turbulenzeigenschaften der Windkanalströmung wurden planare PIV-Versuche in der vertikalen Mittelebene der Messstrecke durchgeführt. Im Vergleich zu traditionellen Punktmessverfahren wie der Hitzdraht- oder der Laser-Doppler-Anemometrie (LDA/LDV) kann mittels PIV auch die räumliche Struktur der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen untersucht werden. Wie von Scharnowski, Bross und Kähler [83] beschrieben, hängt die Genauigkeit der Turbulenzcharakterisierung entscheidend von einer geeigneten Wahl der Einstellparameter des PIV-Systems ab. Besonders wichtig sind das Zeitintervall zwischen den beiden Laserpulsen, die optische Vergrößerung sowie die Größe des Interrogationsfensters. Eine unpassende Wahl dieser Parameter kann dazu führen, dass turbulente Fluktuationen von Messunsicherheiten überdeckt werden, kleine turbulente Strukturen nicht ausreichend aufgelöst oder große Strukturen nicht vollständig im Kamerasichtfeld erfasst werden. Im Rahmen einer umfassenden Parameterstudie wurden zunächst die optimalen Parameterwerte ermittelt. Anschließend wurden an verschiedenen Positionen innerhalb der vertikalen Mittelebene Messungen durchgeführt, wobei jeweils 200 instantane Felder der longitudinalen Geschwindigkeitskomponente  $U$  und der vertikalen Komponente  $V$  aufgezeichnet wurden. Abbildung 4.1 zeigt den gemessenen Turbulenzgrad  $T_U$  der Längsgeschwindigkeit, sowie den entsprechenden Wert  $T_V$  der Vertikalgeschwindigkeit, aufgetragen über die Vertikalkoordinate  $Y$ . Es gilt

$$T_U := \sqrt{\langle U'^2 \rangle} / \langle U \rangle, \quad T_V := \sqrt{\langle V'^2 \rangle} / \langle U \rangle, \quad (4.1)$$

wobei  $\langle U'^2 \rangle$  und  $\langle V'^2 \rangle$  die Varianzen der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen  $U'$  und  $V'$  darstellen, während  $\langle U \rangle$  die mittlere Geschwindigkeit in Längsrichtung symbolisiert. Im Zentrum der Messstrecke gilt für den Turbulenzgrad in Strömungsrichtung  $T_U < 0,05\%$ . Für die Vertikalkomponente wurden deutlich höhere, aber immer noch sehr geringe Wert von  $T_V < 0,2\%$  gemessen. Ab einem Abstand von 200 mm zur Mittelachse wird der Einfluss der Scherschicht zunehmend spürbar, was sich in einer deutlichen Zunahme des Turbulenzgrads äußert. Der nicht-monotone Verlauf von  $T_U$  am Übergang zur Scherschicht ist ein Artefakt aus der Auswertung, auf das am Ende dieses Abschnitts noch näher eingegangen wird.

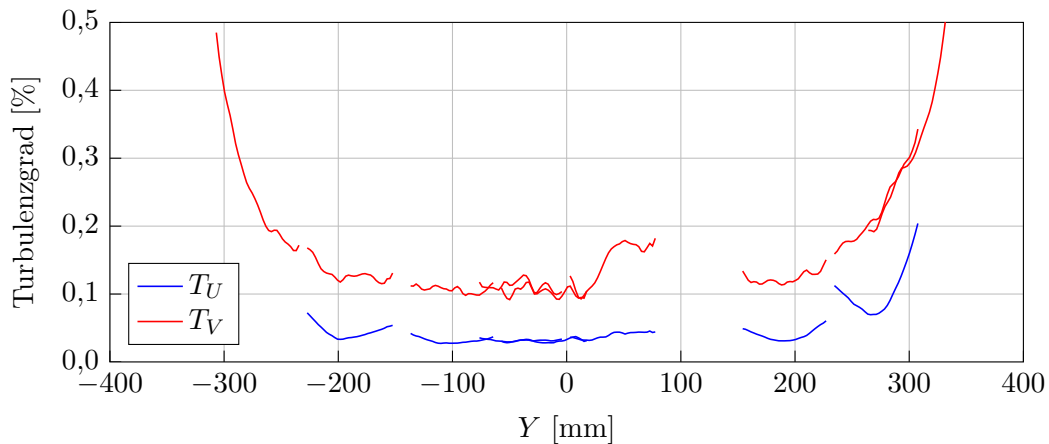


Abbildung 4.1: Turbulenzgrad in der Messstrecke entlang der vertikalen Achse.

Um die Größenordnung der größten energiereichen turbulenten Strukturen abzuschätzen, wurde das Konzept der *integralen Längenskalen* verwendet [84]. Diese ergeben sich durch Integration der Zweipunkt-Korrelationsfunktion der Geschwindigkeitsfluktuationen  $U'$  und  $V'$  und liefern ein Maß für die Distanz, über die die Strömung noch korreliert ist. In Querrichtung ( $Y$ ) wurde für beide Geschwindigkeitskomponenten  $U$  und  $V$  ein Wert von 7 mm ermittelt. In  $X$ -Richtung war die Längenskala für  $U$  mit 17 mm deutlich größer, während für  $V$  sogar 45 mm gemessen wurden. Die turbulenten Strukturen weisen somit eine ausgeprägte Streckung in Richtung der Hauptströmung auf. Diese Anisotropie ist auch in der in Abbildung 4.2 dargestellten Momentaufnahme von  $V'$  deutlich zu erkennen.

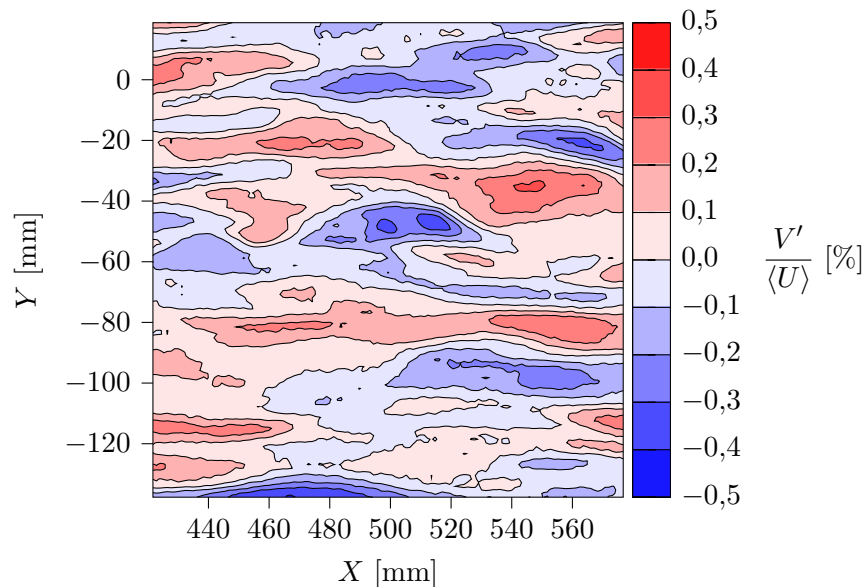


Abbildung 4.2: Momentaufnahme der vertikalen Fluktuationsgeschwindigkeit im Zentrum der Messstrecke.

Es wurde festgestellt, dass der räumliche Mittelwert der Längsgeschwindigkeit  $U$  zeitlichen Schwankungen unterliegt, wobei die Standardabweichung dieser Schwankungen etwa 0,5 % der mittleren Hauptströmungsgeschwindigkeit beträgt. Diese Fluktuationen waren in den Geschwindigkeitsfeldern nicht als räumliche Inhomogenitäten erkennbar. Da die Längenskalen dieser Fluktuationen somit größer als die Abmessungen des Kamerasichtfeldes ( $190 \times 160 \text{ mm}^2$ ) sein müssen, handelt es sich hierbei nicht um turbulente Schwankungen, sondern um eine zeitliche Instationarität der mittleren Strömung. Diese Instationarität hat zur Folge, dass die turbulenten Schwankungen nicht durch eine einfache Subtraktion der zeitlichen Mittelwerte von  $U$  und  $V$  bestimmt werden können. Um die turbulenten Fluktuationen von der Instationarität der Hauptströmung zu separieren, wurden  $U'$  und  $V'$  durch einen räumlichen Hochpassfilter der Form

$$U' := U - \langle U \rangle_{\mathcal{L}}, \quad V' := V - \langle V \rangle_{\mathcal{L}} \quad (4.2)$$

bestimmt. Für  $\langle U \rangle_{\mathcal{L}}$  wurde der lineare Ansatz  $\langle U \rangle_{\mathcal{L}} = U_0 + U_1 X$  verwendet, da die Zeitabhängigkeit der Hauptströmung mit einem Gradienten in Strömungsrichtung einhergeht. Die Koeffizienten  $U_0$  und  $U_1$  wurden jeweils aus dem instantanen Geschwindigkeitsfeld  $U$  mithilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate (Least-Squares-Verfahren) ermittelt. Um die Divergenzfreiheit (Kontinuität) der Hauptströmung zu gewährleisten, wurde  $\langle V \rangle_{\mathcal{L}}$  analog durch einen linearen Verlauf in Querrichtung beschrieben:  $\langle V \rangle_{\mathcal{L}} = V_0 + V_1 Y$ . Während der lineare Ansatz im homogenen Bereich der Messstrecke eine ausreichend genaue Näherung darstellt, wird der Übergang zur Scherschicht nur unzureichend abgebildet. Dies erklärt, weshalb in Abbildung 4.1 die Verläufe von  $T_U$  für  $|Y| > 200 \text{ mm}$  eine ausgeprägte Nichtmonotonie aufweisen.

### 4.1.2 Geschossmodell

Die untersuchte Geschossgeometrie ist in Abbildung 4.3b dargestellt. Sie besteht aus einem zylindrischen Hauptkörper mit Tangentialogive, konischem Heck (*Boattail*) und abgeflachter Spitze (*Meplat*), wie sie für moderne Drallgeschosse typisch sind. Die Form orientiert sich an der 105-mm-M1-Artilleriegranate, wobei auf geometrische Details wie das Führungsband und den abgesetzten Zünder verzichtet wurde. Der Nenndurchmesser des Modells, gemessen am zylindrischen Abschnitt, beträgt  $D = 45 \text{ mm}$ . Durch die Skalierung soll sichergestellt werden, dass sich die körpernahe Strömung auch bei großen Anstellwinkeln vollständig im homogenen, niederturbulenten Bereich der Messstrecke befindet. Ein wichtiges Detail ist die in Abbildung 4.3d dargestellte Rundung an der Geschosspitze. Vorversuche haben gezeigt, dass das aerodynamische Verhalten bei großen Anstellwinkeln sehr empfindlich auf Änderungen der Form der Geschosspitze reagiert.

Wie in Abschnitt 4.1.4 beschrieben, war die Modelloberfläche mit einem reflexionsmindernden Lack beschichtet. Zur Bestimmung der Rauheitswerte wurden an mehreren Stellen Messungen mit einem Tastschnittgerät vom Typ *Mitutoyo SJ-210* durchgeführt. Für den ermittelten Mittenrauwert gilt  $R_a \leq 2 \mu\text{m}$ . Nach Bradshaw [85]

ist eine Oberfläche hydraulisch glatt, wenn die Höhe  $k_r$  der Rauheitselemente die Bedingung

$$\frac{k_r \sqrt{\tau_w \rho}}{\mu} \leq 5 \quad (4.3)$$

erfüllt, wobei  $\mu$  die dynamische Viskosität,  $\rho$  die Dichte und  $\tau_w$  die Wandschubspannung der Strömung bezeichnen. Mit  $k_r = 2 \mu\text{m}$  und  $\mu, \rho$  aus Tabelle 4.1 folgt für die Wandschubspannung

$$\tau_w \leq \frac{25\mu^2}{k_r^2\rho} = 1867 \text{ Pa}. \quad (4.4)$$

Zur Abschätzung von  $\tau_w$  wurden die in Kapitel 5 vorgestellten Strömungssimulationen herangezogen. Da die berechneten Wandschubspannungen in allen Fällen deutlich unter 100 Pa lagen, ist die Oberfläche als hydraulisch glatt anzusehen.

Das Geschossmodell wurde mittels vier gleichmäßig über den Umfang verteilten Madenschrauben auf der in Abbildung 4.3a dunkelrot gekennzeichneten zylindrischen Hülse befestigt. Diese ist drehbar gelagert und wird von einem Elektromotor auf Rotationsfrequenzen von bis zu 450 Hz angetrieben. Die radialen Bohrungen für die Madenschrauben wurden an der Modelloberfläche durch einen umlaufenden, 4 mm breiten Streifen eines 55  $\mu\text{m}$  dicken Polyimid-Klebebands abgedeckt, um eine mögliche Turbulenzanregung durch die offenen Bohrlöcher zu verhindern. Der Aufbau sitzt auf einer Kraftwaage, die von dem sogenannten *Sting*, einem 135 mm langen Stab mit

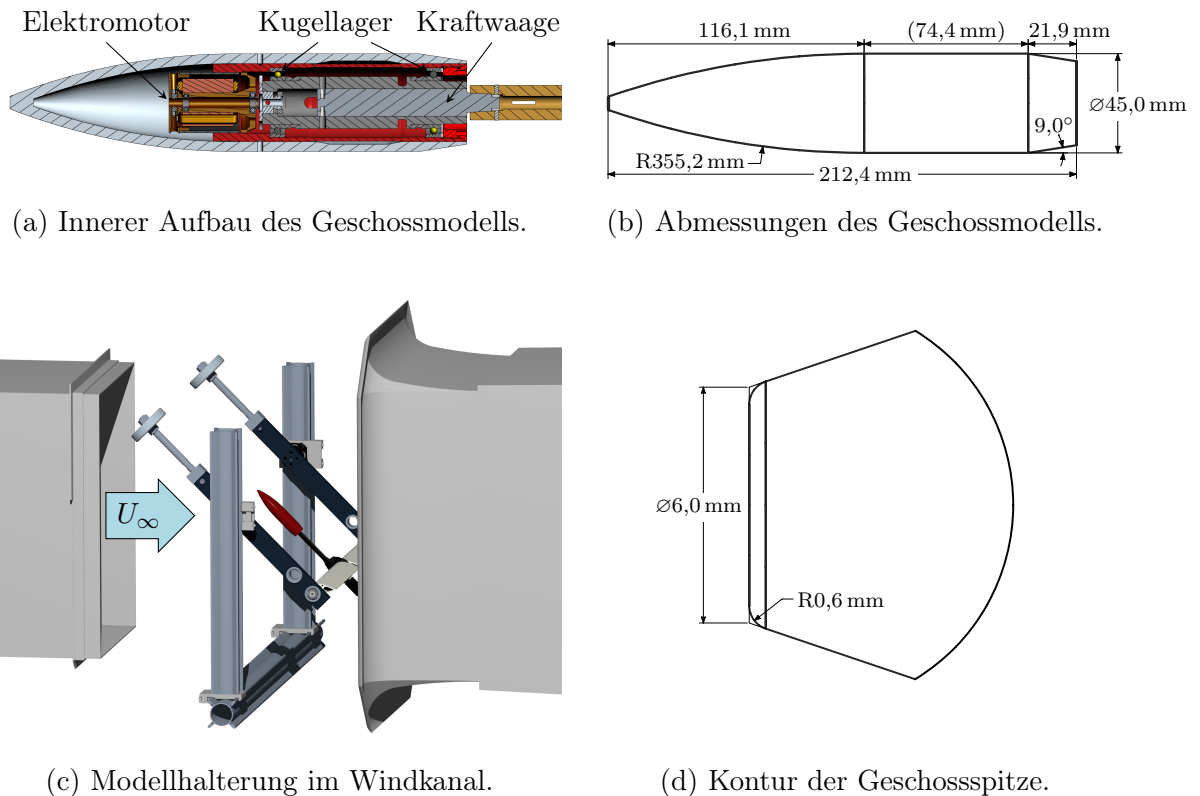


Abbildung 4.3: Versuchsaufbau.

16 mm Durchmesser, in Position gehalten wird. Der Sting ist an einer 30 mm starken Querstange befestigt, die mithilfe der in Abbildung 4.3c dargestellten Halterung in der Messstrecke montiert ist. Um den Einfluss der Querstange auf die Strömung zu minimieren, wurde diese mit einer stromlinienförmigen Ummantelung versehen. Mit dem dargestellten Aufbau konnte das Geschossmodell mit beliebigem Anstellwinkel in der Strömung ausgerichtet werden, ohne seine translatorische Position in der Messstrecke zu verändern.

Während der Versuche traten Vibrationen am Modell auf, die einerseits durch die Rotation, andererseits durch die Interaktion mit der Strömung verursacht wurden. Zur Charakterisierung dieser Vibrationen wurde ein optisches Tracking-Verfahren auf Basis von Hochgeschwindigkeits-Schattenbildern verwendet. Für die durch die Rotation verursachte radiale Verschiebung des Modells wurde eine maximale Standardabweichung von 20  $\mu\text{m}$  gemessen. Dabei zeigte die spektrale Leistungsdichte ein ausgeprägtes Maximum bei der jeweiligen Rotationsfrequenz. Bei den windinduzierten Vibrationen betrug die Standardabweichung etwa 60  $\mu\text{m}$ , wobei die Leistungsdichte überwiegend im Frequenzbereich zwischen 10 Hz und 70 Hz konzentriert war.

### 4.1.3 Kraftwaage

Zur Messung der aerodynamischen Kräfte und Momente wurde eine Windkanalwaage des Typs *MK XIII* der Firma *Aerophysics Research Instruments* verwendet. Die Waage enthält sechs als Dehnungsmessstreifen ausgeführte Kraftaufnehmer, womit alle sechs auf das Modell wirkenden Kraft- und Momentenkomponenten erfasst werden können. Von den sechs gemessenen Kräften und Momenten wurden die Axialkraft und das Rollmoment nicht weiter ausgewertet. Während die Axialkraft wegen der durch den Sting verursachten Störung der Druckverteilung am Geschosshock nicht genau gemessen werden kann, waren die vorhandenen Rollmomente zu klein, um mit der Messgenauigkeit des entsprechenden Momentensensors erfasst zu werden. Zur Kalibrierung der Sensoren für die Normal- und Seitenkräfte wurde eine multilineare Least-Squares-Regression verwendet, wodurch auch Kopplungseffekte bei kombinierten Belastungen berücksichtigt werden.

Jeder Versuch wurde unter stationären Bedingungen hinsichtlich der Strömung, des Anstellwinkels und der Drehzahl durchgeführt. Die transienten Signale der Kraftsensoren wurden jeweils mit einer Abtastrate von 2 kHz über eine Messzeit von 10 s aufgezeichnet. Anschließend wurden die Zeitverläufe gemittelt und daraus die entsprechenden Werte der Normalkraft  $F_z$ , der Magnuskraft  $F_y$ , des Nickmoments  $M_y$  und des Magnusmoments  $M_z$  berechnet. Sämtliche Momentenangaben beziehen sich auf den nominellen Schwerpunkt, der in Übereinstimmung mit dem 105-mm-M1-Geschoss 2,96  $D$  hinter der Geschossspitze liegt [59]. Wie allgemein üblich, werden die aerodynamischen Kräfte und Momente in Form der dimensionslosen Beiwerte

$$C_z := \frac{F_z}{Q_\infty S}, \quad C_y := \frac{F_y}{Q_\infty S}, \quad C_m := \frac{M_y}{Q_\infty S D}, \quad C_n := \frac{M_z}{Q_\infty S D} \quad (4.5)$$

ausgedrückt. Dabei bezieht sich  $Q_\infty$  auf den dynamischen Druck der Anströmung, während  $S = \pi D^2/4$  die Querschnittsfläche des Geschossmodells und  $D$  dessen Nenn-durchmesser bezeichnet.

Die zeitgemittelten Werte der gemessenen Normal- und Seitenkräfte betragen maximal 14 N, wodurch lediglich 3 % des Messbereichs der Kraftwaage ausgenutzt wurden. Dieser ungewöhnlich große Sicherheitsbereich war erforderlich, da in bestimmten Drehzahlbereichen starke mechanische Vibrationen auftraten, deren Amplituden den Messbereich der Waage teilweise überschritten. Durch eine Reduzierung der Fertigungstoleranzen konnten diese auf etwa 10 % des Messbereichs begrenzt werden. Zudem wurden die Versuche so geplant, dass Messungen innerhalb der Resonanzfrequenzen vermieden wurden. Ein Durchlaufen der Resonanzbereiche beim Hochfahren auf höhere Drehfrequenzen ließ sich jedoch nicht verhindern, weshalb der Einsatz einer ausreichend robusten Kraftwaage notwendig war.

Um die Messunsicherheit der Waagenmessungen zu quantifizieren, wurden statische Versuche mit vordefinierten Lasten durchgeführt. Bei der Auswahl der Belastungen wurde darauf geachtet, das Belastungsspektrum der Windkanalversuche realistisch abzubilden, wobei auch mehrachsige Lastzustände berücksichtigt wurden. Aus einer Gesamtheit von 383 Tests ergab sich ein *Root Mean Square Error* (RMSE) von  $\sigma_{F_y} = \sigma_{F_z} = 0,12$  N für die Normal- und Seitenkraft, während  $\sigma_{M_y} = 0,009$  N m für das Nickmoment und  $\sigma_{M_z} = 0,011$  N m für das Magnusmoment gemessen wurden.

Die Messunsicherheit der aerodynamischen Beiwerte hängt außerdem von der Messgenauigkeit von  $Q_\infty$  ab. Diese wird primär durch die auf 8 Bit begrenzte Auflösung des zur Aufzeichnung verwendeten Oszilloskops bestimmt, was zu einer Quantisierung des Drucksignals in Schritten von  $\Delta Q_\infty = 26,7$  Pa führt. Bei Annahme einer Gleichverteilung der Druckwerte innerhalb der Abtastintervalle ergibt sich durch die Quantisierung ein RMSE von  $\sigma_{Q_\infty} = \Delta Q_\infty / \sqrt{12} = 7,7$  Pa.

Die kombinierte Messunsicherheit aus Kraft- und Druckmessung wird mithilfe der Theorie der linearen Fehlerfortpflanzung [86] berechnet. Für die Kraftkoeffizienten  $C_{y,z}$  ergibt sich damit eine kombinierte Messunsicherheit von

$$\sigma_{C_y, C_z} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{F_y, F_z}}{Q_\infty S}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{Q_\infty}}{Q_\infty}\right)^2} C_{y,z}^2. \quad (4.6)$$

Für die Momentenkoeffizienten  $C_{m,n}$  gilt analog

$$\sigma_{C_m, C_n} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{M_y, M_z}}{Q_\infty S D}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{Q_\infty}}{Q_\infty}\right)^2} C_{m,n}^2. \quad (4.7)$$

Mit den bekannten Zahlenwerten folgt

$$\begin{aligned} \sigma_{C_y} &= \sqrt{0,15^2 + 0,015^2 C_y^2}, & \sigma_{C_z} &= \sqrt{0,15^2 + 0,015^2 C_z^2}, \\ \sigma_{C_m} &= \sqrt{0,24^2 + 0,015^2 C_m^2}, & \sigma_{C_n} &= \sqrt{0,30^2 + 0,015^2 C_n^2}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Die durch die Waagenmessung verursachte Unsicherheit in den aerodynamischen Beiwerten liegt zwischen 0,15 und 0,30, während die Druckmessung einen relativen Fehler von 1,5 % induziert.

Es ist zu beachten, dass sich die in Gleichung (4.8) angegebenen Werte auf die Unsicherheit einer Einzelmessung beziehen. Werden  $N$  unabhängige Messungen durchgeführt, reduziert sich die Unsicherheit des resultierenden Mittelwerts um den Faktor  $1/\sqrt{N}$  [86]. Da für jede Parameterkonfiguration mindestens zwei Messungen durchgeführt wurden, betragen die effektiven Messunsicherheiten höchstens das  $\sqrt{2}/2$ -fache der in Gleichung (4.8) angegebenen Werte.

#### 4.1.4 Particle Image Velocimetry (PIV)

Die Strömung um das rotierende Geschoss wurde mittels 2D2C-PIV in fünf über die Geschosslänge verteilten Ebenen senkrecht zur Geschossachse vermessen (siehe Abbildung 4.4b). Bei diesem Messverfahren werden der Strömung Streupartikel beigemischt, die mit einem dünnen Laserlichtschnitt zweimal hintereinander kurzzeitig beleuchtet werden. Das von den Partikeln gestreute Licht wird für jeden der zwei aufeinanderfolgenden Laserpulse in Form eines Partikelbildes aufgezeichnet, wofür typischerweise eine hochauflösende Doppelbildkamera zum Einsatz kommt. Mithilfe eines Bildkorrelationsverfahrens wird anschließend die Verschiebung charakteristischer Partikelmuster zwischen den beiden Bildern bestimmt, um daraus das zweidimensionale Feld der zwei Geschwindigkeitskomponenten in der Laserebene (2D2C) abzuleiten. Eine detaillierte Beschreibung des Verfahrens findet sich in [87].

Der Versuchsaufbau für die PIV-Messungen ist in Abbildung 4.4a dargestellt. Mithilfe zweier synchronisierter, doppelgepulster Nd:YAG-Laser wurde ein Lichtschnitt senkrecht zur Geschossachse erzeugt, wobei die Wellenlänge beider Laser 532 nm beträgt. Als primäre Lichtquelle diente ein *Quantel CFR 400*-Laser, der über eine Pulsdauer von 7 ns jeweils eine optische Energie von 180 mJ abgibt. Zur Ausleuchtung der durch das Modell erzeugten Schattenzone wurde auf der gegenüberliegenden Seite ein zweiter Laser vom Typ *Continuum Minilite II* mit einer Energie von 25 mJ und einer Pulsdauer von 10 ns positioniert. Durch die präzise Ausrichtung der beiden Laser konnte ein Lichtschnitt mit einer Dicke von 1 mm im Bereich des Geschossmodells erzeugt werden. Als Streupartikel wurde Theaternebel auf Glykolbasis eingesetzt, der mit einer *SAFEX Fog 2010* Nebelmaschine erzeugt wurde. Mit dem verwendeten Nebelfluid [88] wurde eine homogene Verteilung der Streupartikel erreicht, deren mittlerer Durchmesser nach Herstellerangaben etwa 1  $\mu\text{m}$  [89] beträgt.

Zur Aufzeichnung der Partikelbilder wurden zwei nebeneinander angeordnete sCMOS-Doppelbildkameras mit einer räumlichen Auflösung von  $2560 \times 2160$  Pixel und einem Dynamikbereich von 16 Bit verwendet [90]. Wie in Abbildung 4.4a dargestellt, sind die Kameras parallel zur Geschossachse ausgerichtet und blicken leicht versetzt von vorne oben auf die Geschossspitze. Jede Kamera erfasst eine Hälfte des Sichtfeldes, jeweils links und rechts des Modells, wobei sich die beiden Felder in der Mitte überlappen. Durch den seitlichen Versatz zur Geschossachse wird sichergestellt, dass auf beiden Seiten des Geschosses ein ungehinderter Blick bis zur Oberfläche möglich ist, was insbesondere für die Untersuchung der Strömungsablösung relevant ist. Bei einer koaxial zur Geschossachse ausgerichteten Kamera würde der vordere zylindrische Teil des Geschosskörpers den oberflächennahen Bereich der hin-

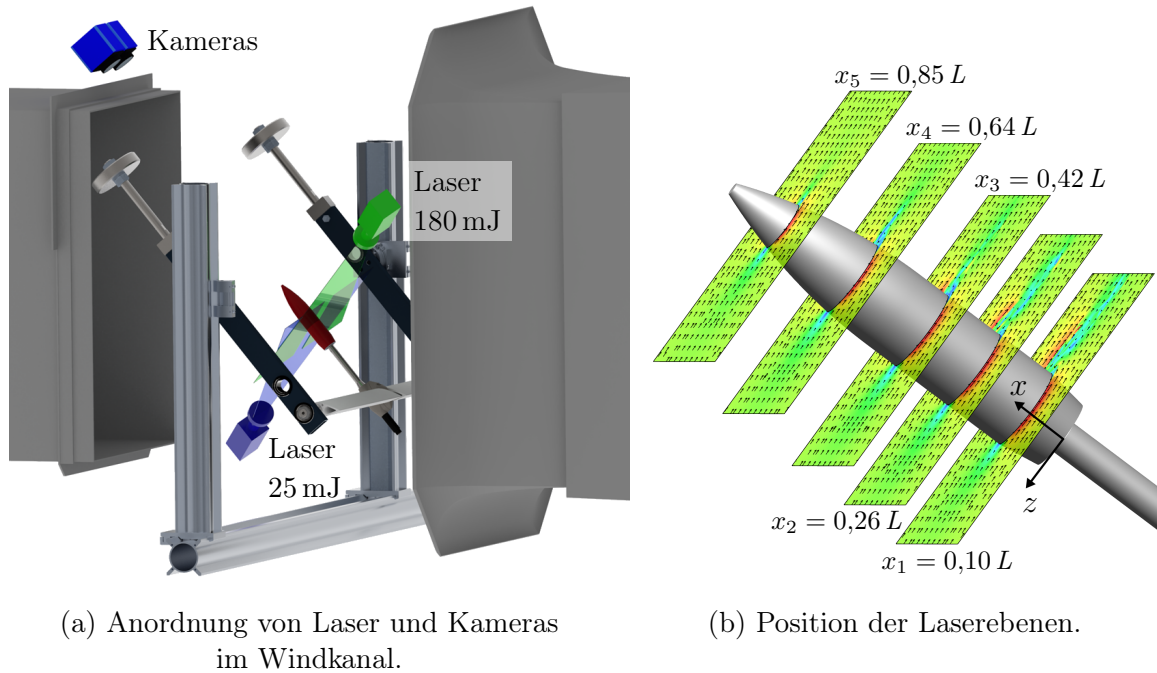


Abbildung 4.4: Experimenteller Aufbau für PIV-Versuche.

teren Schnittebenen ( $x_1$  und  $x_2$  in Abbildung 4.4b) perspektivisch verdecken. Beide Kameras waren mit *Zeiss*-Objektiven [91] mit einer Brennweite von 100 mm ausgestattet, wobei die Blendenöffnung bei allen Versuchen auf  $f/5,6$  eingestellt war. Der optische Vergrößerungsfaktor beträgt  $55 \mu\text{m}/\text{Pixel}$ . Um Reflexionen an der Oberfläche zu reduzieren, wurde das Modell mit einer roten, fluoreszierenden Farbe beschichtet, während die Kameras mit einem auf die Laserwellenlänge abgestimmten Bandpassinterferenzfilter ausgestattet waren.

Für die Aufzeichnung und Auswertung der Daten wurde die kommerzielle PIV-Software *Davis 10* von *LaVision* [92] verwendet. Pro Versuch wurden 200 Doppelbilder mit einer Bildrate von 9 Hz aufgenommen. Das Zeitintervall  $\Delta t$  zwischen den Laserpulsen wurde so gewählt, dass sich durch die auf die Schnittebene projizierte Anströmgeschwindigkeit  $U_\infty \sin \alpha$  in der Bildebene eine Partikelverschiebung von etwa 5 Pixel ergibt. Treten Geschwindigkeiten senkrecht zur Schnittebene auf, kommt es zu einem Teilchenverlust, da einige der Streupartikel, die während des ersten Pulses vom Laser beleuchtet wurden, den Lichtschnitt zum Zeitpunkt des zweiten Pulses bereits wieder verlassen haben. Für ein Teilchen, das sich horizontal mit  $U_\infty$  bewegt, ist die horizontale Dicke des Lichtschnitts im ungünstigsten Fall  $\alpha = 50^\circ$  immer noch rund viermal größer als die Partikelverschiebung  $U_\infty \Delta t$ . Dadurch ergibt sich ein Teilchenverlust von etwa 25 %.

Nach jeder Änderung des Versuchsaufbaus wurde eine optische Kalibrierung durchgeführt, um perspektivische Verzerrungen zu beseitigen und die relative Position der beiden Kamerasichtfelder zu bestimmen. Um den vom Geschossmodell eingenommenen Bildbereich von der Verarbeitung auszuschließen, wurde eine adaptive Maske

verwendet, womit auch etwaige Bewegungen des Modells aufgrund von Vibrationen berücksichtigt werden. Bei der Auswertung wurde ein Multipass-Korrelationsverfahren [92] angewendet. Dabei werden die Partikelbilder in mehreren Durchgängen mit sukzessiver Verkleinerung des Interrogationsfensters verarbeitet. Im finalen Durchgang wurde ein Interrogationsfenster von  $16 \times 16$  Pixel mit 50% Überlappung zwischen benachbarten Fenstern verwendet, woraus sich eine Gitterweite von 0,44 mm ergibt. Fehlerhafte Geschwindigkeitsvektoren wurden mithilfe der *Universal-Outlier-Detection*-Methode [92] identifiziert und durch den Mittelwert der benachbarten Vektoren ersetzt. Bei der Auswertung wurden zunächst die Partikelbilder der beiden Kameras getrennt voneinander verarbeitet. Die beiden Geschwindigkeitsfelder wurden anschließend zu einem Gesamtfeld kombiniert, wobei im Überlappungsbereich der Mittelwert der beiden Halbfelder verwendet wurde.

Zur Quantifizierung der Messunsicherheit der gemessenen Geschwindigkeitsfelder wurde die in *Davis 10* [92] implementierte Methode von Wieneke [93] verwendet. Das Verfahren schätzt die Messunsicherheit für jeden berechneten Geschwindigkeitsvektor basierend auf einer Analyse der zugehörigen Korrelationsfunktion, bei der der Beitrag jedes einzelnen Pixels innerhalb des Interrogationsfensters statistisch untersucht wird. Da die Methode ausschließlich auf den Bilddaten basiert, werden keine Referenzmessungen benötigt.

Ausgehend von den lokalen Messunsicherheiten  $\sigma_v(y,z,t_i)$  und  $\sigma_w(y,z,t_i)$  der zu  $N$  diskreten Zeitpunkten  $t_i$  gemessenen instantanen Geschwindigkeiten  $v(y,z,t_i)$  und  $w(y,z,t_i)$  lassen sich die Messunsicherheiten der zeitgemittelten Geschwindigkeitsfelder  $\langle v \rangle(y,z)$  und  $\langle w \rangle(y,z)$  wie folgt bestimmen:

$$\sigma_{\langle v \rangle} = \frac{\sqrt{\langle \sigma_v^2 \rangle}}{\sqrt{N}}, \quad \sigma_{\langle w \rangle} = \frac{\sqrt{\langle \sigma_w^2 \rangle}}{\sqrt{N}}. \quad (4.9)$$

Gleichung (4.9) ergibt sich aus der Theorie der linearen Fehlerfortpflanzung [86], wenn man von unkorrelierten Instantanefeldern ausgeht. Diese Annahme ist gerechtfertigt, da das Zeitintervall zwischen den Einzelmessungen mit 111 ms ein Vielfaches der natürlichen Zeiteinheit  $D/U_\infty = 1,5$  ms beträgt. Für alle durchgeführten Versuche gilt:

$$\sigma_{\langle v \rangle}/U_\infty \leq 1,5\%, \quad \sigma_{\langle w \rangle}/U_\infty \leq 1,8\%. \quad (4.10)$$

Abbildung 4.5 zeigt die aus den Messunsicherheiten von  $\langle v \rangle$  und  $\langle w \rangle$  berechnete euklidische Norm

$$\sqrt{\sigma_{\langle v \rangle}^2 + \sigma_{\langle w \rangle}^2} \quad (4.11)$$

für die Messung mit der höchsten maximalen Unsicherheit. Dieses Maximum tritt auf der gegenrotierenden Seite im Rezirkulationsgebiet nahe der Oberfläche auf. Ebenfalls erkennbar sind zwei dünne, leicht geneigte Streifen mit erhöhter Messunsicherheit in der linken Bildhälfte. Hierbei handelt es sich um die Übergänge zwischen dem von beiden Lasern beleuchteten Bereich und dem nur von links angestrahlten Halbschattengebiet. Wie auf den Partikelbildern in Abschnitt 4.3.3 zu sehen ist, liegt hier ein starker Gradient der Lichtintensität vor. Außerhalb der genannten Bereiche ist die Messunsicherheit deutlich geringer und erreicht lediglich Werte bis maximal 0,7% der Anströmgeschwindigkeit.

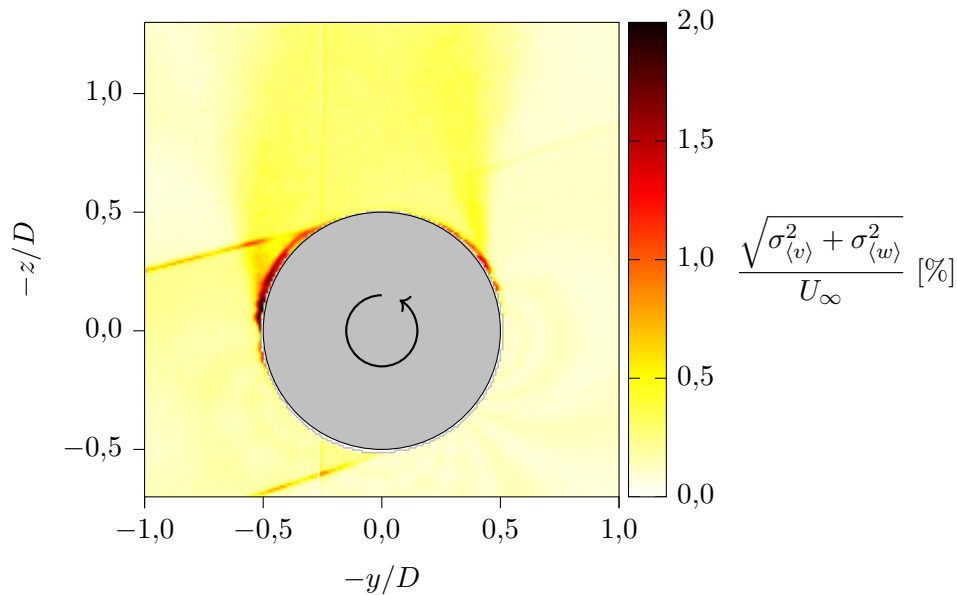


Abbildung 4.5: Messunsicherheit der mittleren Geschwindigkeit für die Messung bei  $x/L = 0,42$ ,  $\alpha = 65^\circ$  und  $\bar{p} = 0,81$ .

#### 4.1.5 Koordinatensysteme

Bei den im Folgenden vorgestellten aerodynamischen Untersuchungen wird das in Abbildung 4.6 dargestellte  $xyz$ -Koordinatensystem verwendet. Es handelt sich um ein kartesisches Koordinatensystem, dessen  $x$ -Achse mit der Symmetrieachse des Geschossmodells zusammenfällt, wobei sich der Ursprung in der Mitte des Geschossbodens befindet. Die  $y$ -Achse steht senkrecht zur Ebene des Anstellwinkels  $\alpha$  und zeigt bei stromaufwärts gerichtetem Blick nach rechts. Die  $z$ -Achse ist so gewählt, dass sich ein Rechtssystem ergibt. Die Drehrate  $p$  beschreibt eine mathematisch positive Rotation um die  $x$ -Achse. Als Bezugspunkt für die Momente wird ein nomineller Schwerpunkt definiert. In Anlehnung an das 105-mm-M1-Geschoss liegt dieser auf der  $x$ -Achse bei  $x = 79,2 \text{ mm} = 1,76 D$ .

Abbildung 4.6 beinhaltet auch das in Abschnitt 4.1.1 zur Beschreibung der Turbulenz im Windkanal verwendete  $XYZ$ -Koordinatensystem. Hierbei zeigt die  $X$ -Achse in Richtung der Anströmgeschwindigkeit  $U_\infty$ , während  $Y$  entgegengesetzt zum Vektor der Erdschwere ausgerichtet ist und die  $Z$ -Achse das Rechtssystem vervollständigt. Der Ursprung des  $XYZ$ -Koordinatensystems liegt auf der Mittelachse der Messstrecke am Ende der Auslassdüse.

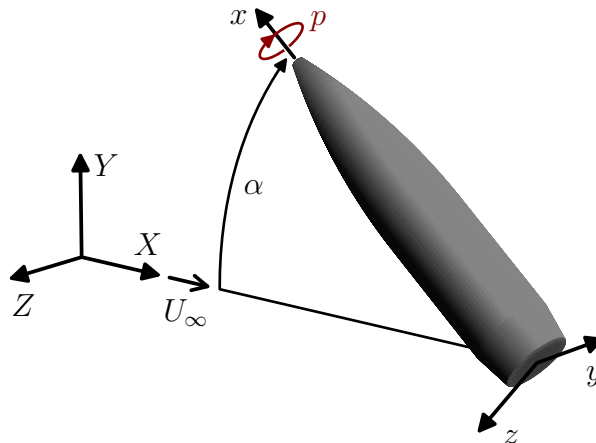


Abbildung 4.6: Koordinatensysteme für die experimentellen Untersuchungen.

## 4.2 Kraftwaagenmessungen

Bei den Kraftwaagenmessungen wurde der Anstellwinkelbereich von  $0^\circ$  bis  $90^\circ$  in  $5^\circ$ -Inkrementen abgetastet. Im Bereich  $55^\circ \leq \alpha \leq 75^\circ$  wurde die Schrittweite aufgrund des stark nicht-monotonen Verlaufs der Beiwerte auf  $2,5^\circ$  reduziert. Für jeden Anstellwinkel wurden elf verschiedene Drehzahlen bis  $\bar{p} = 2,13$  untersucht. Dabei wurden für jede  $\alpha$ - $\bar{p}$ -Kombination mindestens zwei Messungen durchgeführt, wobei mindestens ein Versuch mit positiver und einer mit negativer Drehrichtung stattfand.

Abbildung 4.7 zeigt den Verlauf der gemessenen Beiwerte in Abhängigkeit der dimensionslosen Drehzahl  $\bar{p}$  für drei ausgewählte Anstellwinkel. Um den Einfluss der Drehrichtung auf das Vorzeichen der Magnusbeiwerte zu eliminieren, werden diese durch  $C_y^* := C_y \bar{p}/|\bar{p}|$  und  $C_n^* := C_n \bar{p}/|\bar{p}|$  ausgedrückt. Trotz konstanter Motorfrequenz  $f$  variierte die dimensionslose Drehzahl  $\bar{p} = \pi f D/U_\infty$  zwischen den Versuchen geringfügig, da die Anströmgeschwindigkeit  $U_\infty$  Schwankungen mit einer Standardabweichung von  $0,4 \text{ m/s}$  unterworfen war. Zur Bestimmung der in Abbildung 4.7 gezeigten Ausgleichskurve wurde eine stückweise lineare Least-Squares-Regression durchgeführt, wobei als Stützstellen die nominellen  $\bar{p}$ -Werte gewählt wurden. Die Regressionskurven wurden zunächst separat für positive und negative Drehrichtungen ermittelt. Anschließend wurde der Mittelwert aus beiden Kurven gebildet, um systematische Abweichungen aufgrund der Drehrichtung zu eliminieren. Wie in Abbildung 4.7 ersichtlich, traten solche Abweichungen insbesondere bei großen Anstellwinkeln und hohen Drehraten auf. Im quadratischen Mittel (RMS) betragen die Differenzen zwischen den mit positiver und den mit negativer Drehrichtung gemessenen Beiwerten

$$\Delta C_y^* = 0,25, \quad \Delta C_z = 0,08, \quad \Delta C_m = 0,10, \quad \Delta C_n^* = 0,26. \quad (4.12)$$

Während die genaue Ursache der Abweichungen nicht eindeutig geklärt werden konnte, schienen sie mit der Intensität der mechanischen Vibrationen zu korrelieren.

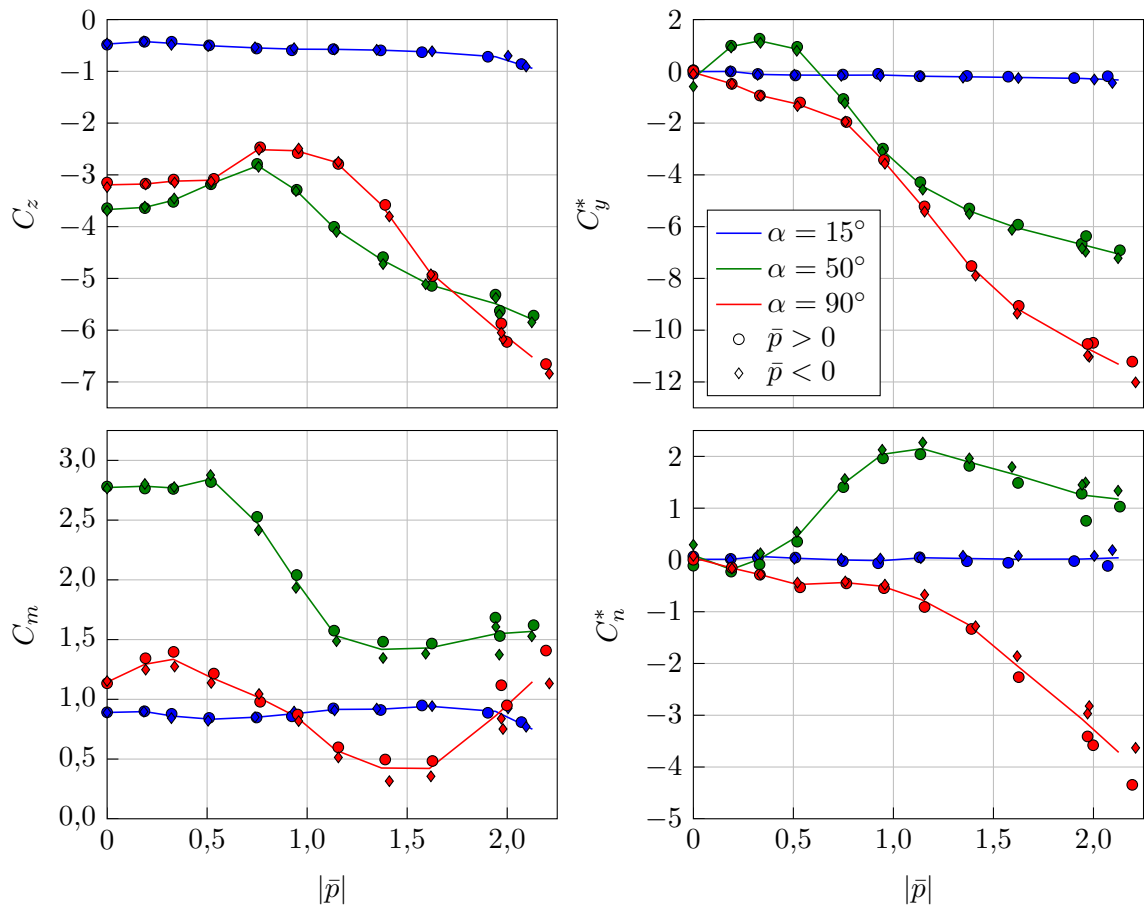


Abbildung 4.7: Gemessene Beiwerte für ausgewählte Anstellwinkel. Es gelten die Definitionen  $C_y^* := C_y \bar{p}/|\bar{p}|$  und  $C_n^* := C_n \bar{p}/|\bar{p}|$ .

Die in Abbildung 4.7 dargestellten Kraft- und Momentenverläufe weisen auf ein grundsätzlich unterschiedliches Strömungsverhalten bei verschiedenen Anstellwinkeln hin. Für  $\alpha = 15^\circ$  sind die auftretenden Magnuseffekte kaum messbar, während die statischen Beiwerte  $C_z$  und  $C_m$  nur geringfügig von  $\bar{p}$  abhängen. Dagegen zeigen die Beiwerte für Anstellwinkel von  $50^\circ$  und  $90^\circ$  eine stark nichtlineare Abhängigkeit von  $\bar{p}$ . Besonders auffällig sind die Kurven für  $\alpha = 50^\circ$ , da hier bei niedrigen Drehzahlen inverse Magnuskräfte ( $C_y > 0$ ) auftreten. Auch in Bezug auf  $C_m$  und  $C_n$  gibt es signifikante Unterschiede zwischen  $\alpha = 50^\circ$  und  $\alpha = 90^\circ$ .

Für eine detaillierte Diskussion der Messergebnisse werden im Folgenden die in den Abbildungen 4.8 und 4.9 dargestellten Anstellwinkelverläufe herangezogen. Die gezeigten Kurven repräsentieren den vollständigen Datensatz der ermittelten Regressionswerte für die Normalkraft  $C_z$ , das Nickmoment  $C_m$ , die Magnuskraft  $C_y$  und das Magnusmoment  $C_n$ . Wie bei der Drehrate ist auch bezüglich des Anstellwinkels ein stark nichtlinearer Verlauf zu erkennen. Dies betrifft sowohl die in Abbildung 4.8 dargestellten statischen Beiwerte  $C_z$  und  $C_m$  als auch die Magnusbeiwerte  $C_y$  und  $C_n$  in Abbildung 4.9. Anhand der Verläufe lassen sich drei verschiedene Anstell-

winkelbereiche identifizieren. Diese sind in den Abbildungen durch die römischen Ziffern I–III gekennzeichnet.

*Bereich I* erstreckt sich von  $0^\circ$  bis etwa  $20^\circ$ . Hier weisen die statischen Beiwerte einen weitgehend linearen Verlauf in Bezug auf  $\alpha$  auf. Messbare Magnuskräfte sind nur bei sehr hohen Drehzahlen sichtbar und bleiben minimal, während die Magnusmomente unterhalb der Messgenauigkeit liegen.

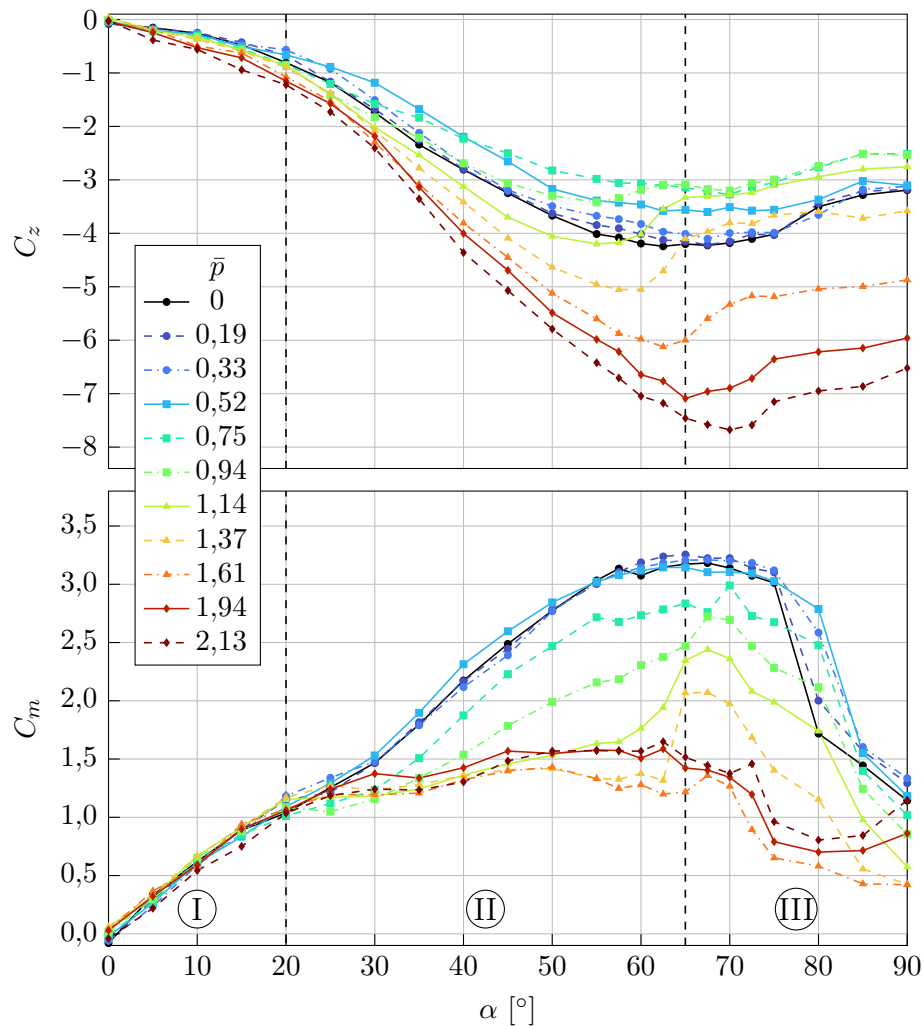
*Bereich II* zeichnet sich durch einen stark nichtlinearen Verlauf aller Kräfte und Momente aus. Hinsichtlich der Normalkraft  $C_z$  lassen sich anhand von Abbildung 4.8 zwei unterschiedliche Effekte erkennen: Bei niedrigen Drehraten  $\bar{p} < 0,94$  führt die Rotation zu einer Verringerung<sup>1</sup> der Normalkraft. Bei höheren Drehzahlen zeigt sich hingegen ein deutlicher Anstieg, wobei sich der Betrag der Normalkraft bei den höchsten Drehzahlen nahezu verdoppelt. Das Nickmoment  $C_m$  bleibt bei Drehzahlen bis  $\bar{p} = 0,52$  relativ konstant, fällt dann aber mit zunehmender Drehzahl rasch ab, bevor es sich für  $\bar{p} \geq 1,37$  bei  $C_m \approx 1,5$  stabilisiert. Aus Abbildung 4.9 ist ersichtlich, dass bei niedrigen Drehzahlen von  $\bar{p} < 0,75$  inverse Magnuskräfte ( $C_y > 0$ ) entgegen der klassischen Wirkrichtung auftreten. Bei hohen Drehzahlen hingegen fällt  $C_y$  mit zunehmendem Anstellwinkel auf stark negative Werte ab, die  $C_z$  betragsmäßig sogar übersteigen. Das Magnusmoment  $C_n$  ist bei den niedrigsten Drehraten leicht negativ, steigt jedoch mit zunehmender Drehzahl auf deutlich höhere positive Werte an. Nach dem Erreichen eines Maximums bei  $\bar{p} = 1,14$  führt eine weitere Erhöhung der Drehrate schließlich dazu, dass  $C_n$  wieder abnimmt.

Der Übergang zum *Bereich III* ist in den meisten Kurven durch ein Extremum gekennzeichnet und erfolgt typischerweise kontinuierlich im Anstellwinkelbereich zwischen  $50^\circ$  und  $75^\circ$ . Lediglich das Magnusmoment  $C_n$  zeigt bei mittleren Drehzahlen einen sprunghaften Abfall von positiven zu negativen Werten, die mit zunehmendem Anstellwinkel jedoch wieder schwächer werden. Im Bereich III variieren die Beiwerte mit Ausnahme von  $C_m$  nur geringfügig mit dem Anstellwinkel. Inverse Magnuskräfte treten nicht auf und sowohl  $C_y$  als auch  $C_n$  zeigen eine monotone Abhängigkeit von der Drehzahl. In Bezug auf den Normalkraftbeiwert  $C_z$  ist, ähnlich wie im Bereich II, ein nicht-monotoner Einfluss der Drehzahl sichtbar: Während für  $\bar{p} < 1,37$  ein Rückgang der Normalkraft beobachtet wird, führen höhere Drehzahlen zu einem deutlichen Anstieg. Das Nickmoment  $C_m$  nimmt mit zunehmendem Anstellwinkel ab, steigt jedoch bei den höchsten Drehzahlen ab  $80^\circ$  wieder etwas an.

### Identifikation möglicher Grenzyklen

Wie im ersten Teil der Arbeit (Gleichung (3.35)) gezeigt wurde, können monoton stabile Präzessionsgrenzyklen bei Anstellwinkeln auftreten, bei denen der Magnusmomentenbeiwert  $C_n$  einen Nulldurchgang mit positiver Steigung aufweist. Den Messdaten in Abbildung 4.9 zufolge tritt dies bei niedrigen Drehzahlen bis  $\bar{p} = 0,33$  und Anstellwinkeln von etwa  $50^\circ$  bis  $55^\circ$  auf.

<sup>1</sup>Das Vorzeichen des Normalkraftbeiwerts  $C_z$  ist im vorliegenden Fall stets negativ. Wenn von einer „Verringerung“ oder „Zunahme“ der Normalkraft die Rede ist, bezieht sich dies immer auf den Betrag  $|C_z|$ .

Abbildung 4.8: Gemessene statische Beiwerte  $C_z$  und  $C_m$ .

### 4.3 Strömungsfeldmessung mittels PIV

Zur Untersuchung der Geschossströmung in den Anstellwinkelbereichen II und III wurden die planaren Geschwindigkeitsfelder in fünf entlang der Geschosslänge verteilten Transversalebene vermessen. Die Abstände der Messebenen zum Geschosboden betragen  $x/L = 0,10; 0,26; 0,42; 0,64$  und  $0,85$  (siehe Abbildung 4.4b).

Die untersuchten Kombinationen aus Anstellwinkel  $\alpha$  und dimensionsloser Drehzahl  $\bar{p} = \pi f D / U_\infty$  sind in Tabelle 4.2 aufgeführt. Die angegebenen Werte für  $\bar{p}$  stellen den Mittelwert aus den fünf in verschiedenen Ebenen durchgeführten Versuchen dar, während der Toleranzbereich die maximale Abweichung vom Mittelwert bezeichnet.

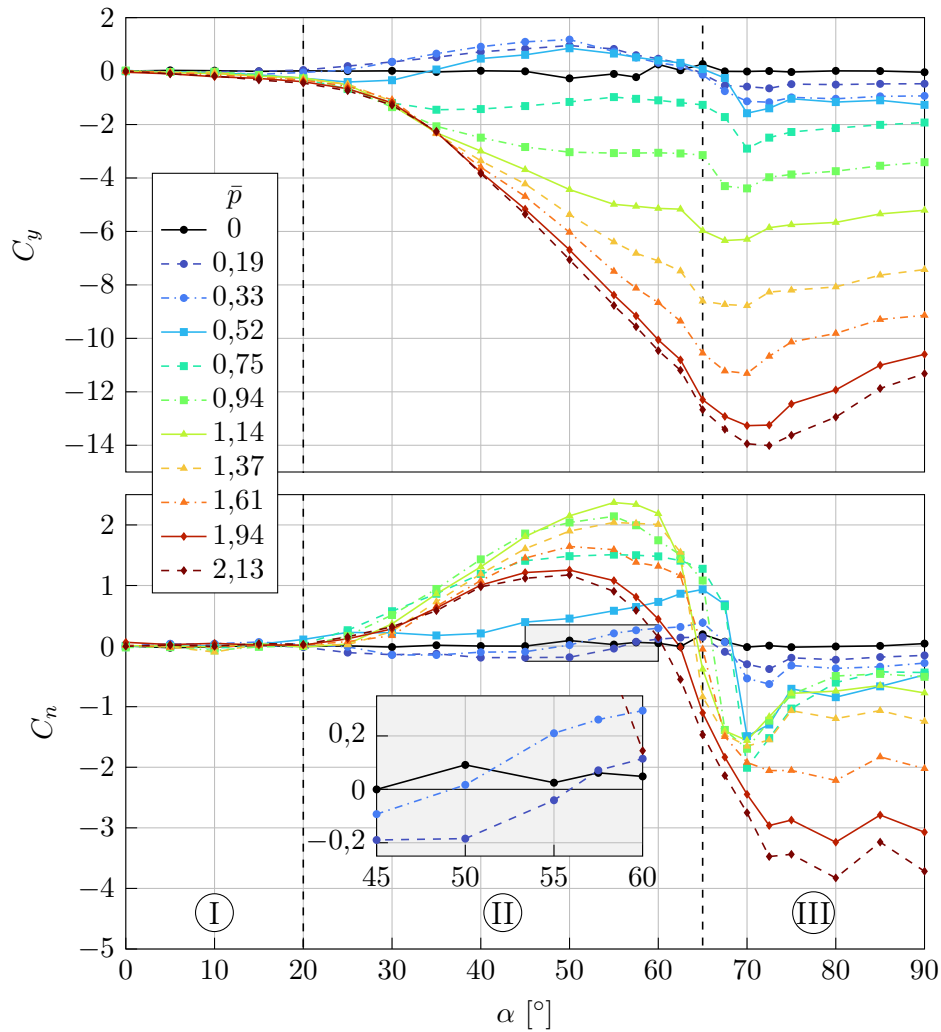


Abbildung 4.9: Gemessene Magnusbeiwerte  $C_y$  und  $C_n$ .

Tabelle 4.2: Versuchsprogramm für PIV-Messungen.

$\alpha$	$\bar{p}$						
50°	0	0,19±0,00	-	0,52±0,01	-	0,95±0,01	-
60°	0	-	0,33±0,00	-	0,80±0,01	-	1,64±0,02
65°	0	-	0,34±0,01	-	0,81±0,01	-	1,65±0,01
70°	0	-	0,34±0,00	-	0,82±0,01	-	1,65±0,01
90°	0	-	0,34±0,01	-	0,81±0,01	-	1,65±0,02

### 4.3.1 Gemessene Geschwindigkeitsfelder

Im Folgenden wird eine Auswahl der gemessenen Geschwindigkeitsfelder präsentiert, um das Strömungsverhalten in den Anstellwinkelbereichen II und III unter dem Einfluss verschiedener Drehraten zu diskutieren. Dabei handelt es sich um die aus  $N = 200$  Momentaufnahmen berechneten Ensemble-Mittelwerte

$$\langle v \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v(t_i), \quad \langle w \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w(t_i) \quad (4.13)$$

der zu diskreten Zeitpunkten  $t_i$  gemessenen planaren Geschwindigkeitskomponenten  $v$  und  $w$ . Weitere Versuchsdaten sind im Anhang A aufgeführt.

#### Anstellwinkelbereich II ( $\alpha \approx 20^\circ$ bis $65^\circ$ )

Ein charakteristisches Phänomen im Anstellwinkelbereich II ist das Auftreten eines stationären Wirbelpaares auf der Leeseite. Dies wird in Abbildung 4.10 anhand der mittleren Geschwindigkeitsfelder bei  $\alpha = 50^\circ$  und  $x/L = 0,42$  verdeutlicht. Bei einem nicht-rotierenden Geschoss ist die Anordnung der Wirbel typischerweise symmetrisch (Abbildung 4.10a). Eine Rotation mit geringer Drehrate führt zu einer asymmetrischen Anordnung der Wirbel, wie in Abbildung 4.10b,c zu sehen ist. Der Wirbel auf der mitrotierenden Seite entfernt sich von der Oberfläche, während seine Stärke mit zunehmendem Abstand abnimmt. Auf der gegenrotierenden Seite bleiben Position und Stärke des Wirbels weitgehend unverändert. Gleichzeitig kommt es infolge der bewegten Oberfläche zu einer leichten Verschiebung der Ablösepunkte in Rotationsrichtung. Die asymmetrische Wirbelanordnung führt auf der gegenrotierenden Seite zu einer stärkeren Krümmung der Außenströmung. Dies geht einher mit einer höheren Strömungsgeschwindigkeit als auf der mitrotierenden Seite, wo die Stromlinien der Querströmung weniger gekrümmt verlaufen. Der Drehsinn der Wirbel ist stets nach innen gerichtet. Daher kann der Wirbel auf der mitrotierenden Seite als *mitrotierender Wirbel*, der Wirbel auf der gegenrotierenden Seite als *gegenrotierender Wirbel* bezeichnet werden.

Bei ausreichend hohen Drehraten wird die Bildung des mitrotierenden Wirbels unterdrückt. Dies ist in Abbildung 4.10d der Fall. Die Folge ist eine starke Verzögerung der Strömungsablösung auf dieser Seite. Die Krümmung der Stromlinien in der Außenströmung ist nun auf der mitrotierenden Seite deutlich stärker als auf der gegenrotierenden Seite, während gleichzeitig eine signifikante Geschwindigkeitszunahme auf der mitrotierenden Seite beobachtet wird. Dagegen ändert sich der Ablösepunkt auf der gegenrotierenden Seite beim Übergang von Abbildung 4.10c zu Abbildung 4.10d kaum, wodurch es zu einer deutlichen Verengung des Nachlaufgebiets kommt.

Eine weitere Erhöhung der Drehrate führt schließlich dazu, dass auch der gegenrotierende Wirbel unterdrückt wird. Dies wird in Abbildung 4.11 anhand des Geschwindigkeitsfelds bei  $x/L = 0,42$  um ein mit  $60^\circ$  angestelltes Geschoss bei  $\bar{p} = 1,64$  veranschaulicht. Während Reste des gegenrotierenden Wirbels am oberen Bildrand gerade noch sichtbar sind, deutet der Verlauf der Stromlinien in Wandnähe auf eine wirbelfreie, anliegende Querströmung hin. Dabei wird eine starke

Geschwindigkeitsüberhöhung auf der mitrotierenden Seite beobachtet, die sich bis weit auf die Leeseite erstreckt. Gleichzeitig erfährt der Stagnationspunkt eine Verschiebung zur gegenrotierenden Seite.

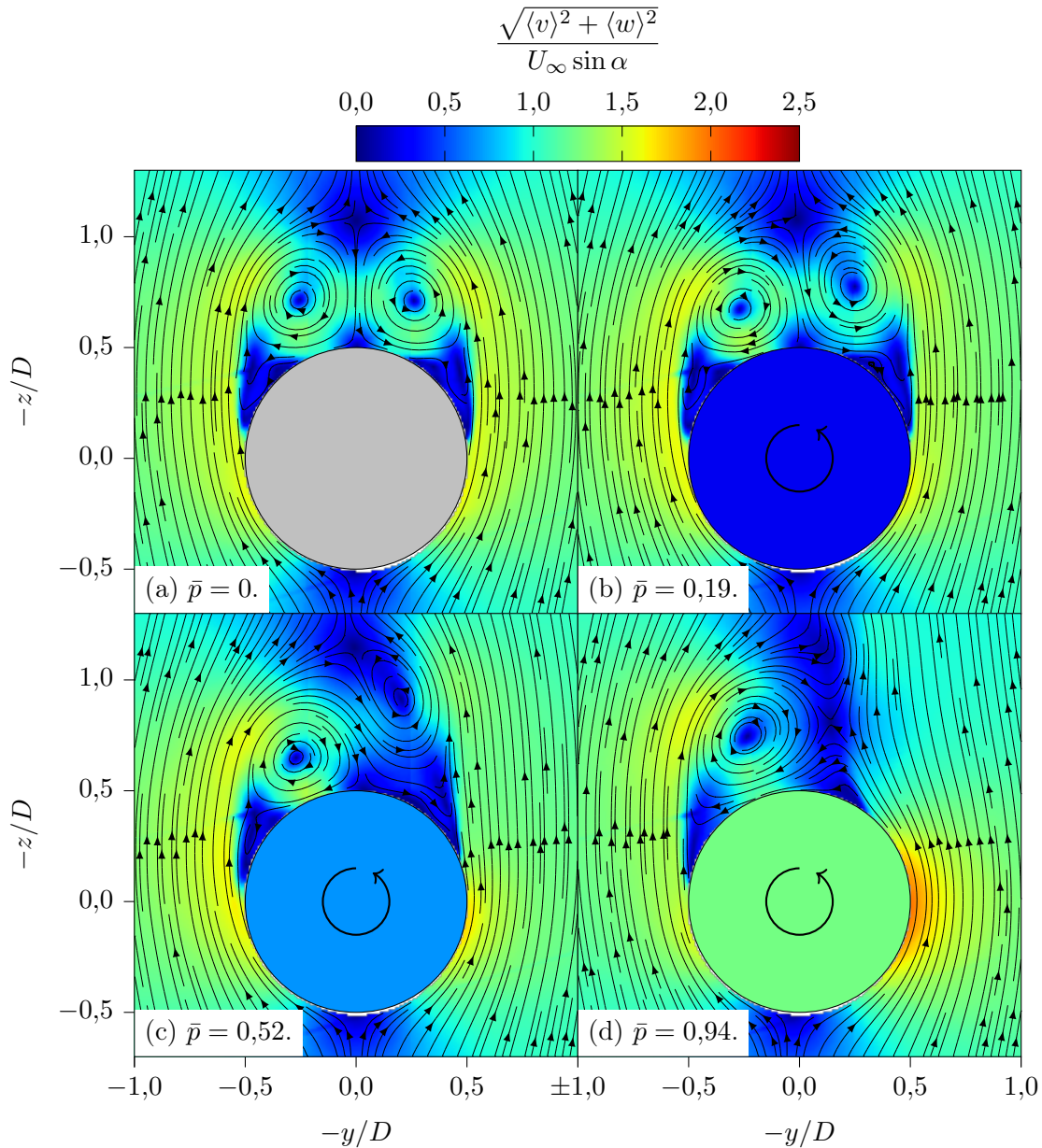


Abbildung 4.10: In der Transversalebene  $x/L = 0,42$  bei  $\alpha = 50^\circ$  gemessene mittlere Geschwindigkeitsfelder. Das Geschoss ist als Kreis dargestellt, dessen Füllfarbe die normierte Oberflächengeschwindigkeit  $u_s/(U_\infty \sin \alpha)$  anzeigt.

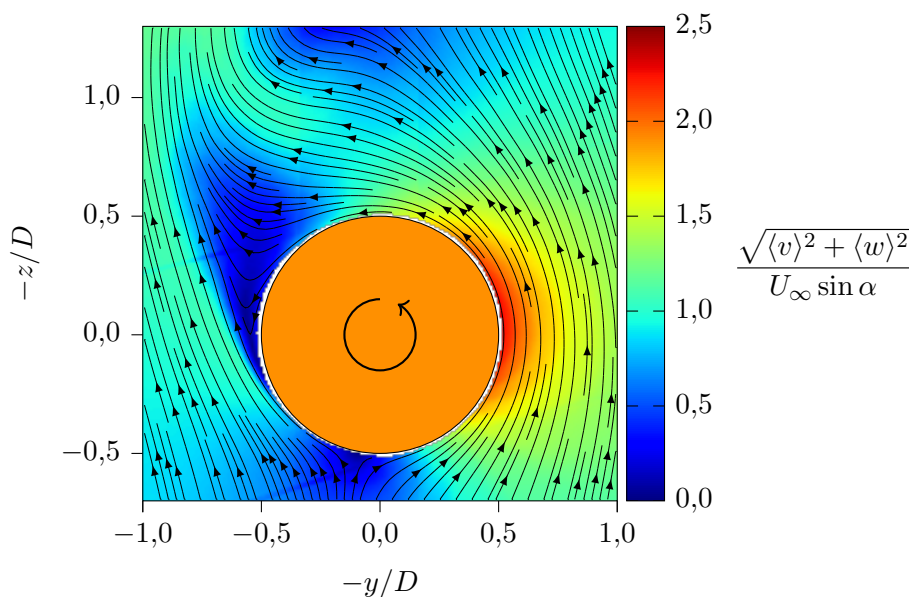


Abbildung 4.11: In der Transversalebene  $x/L = 0,42$  bei  $\alpha = 60^\circ$  und  $\bar{p} = 1,64$  gemessenes mittleres Geschwindigkeitsfeld. Das Geschoss ist als Kreis dargestellt, dessen Füllfarbe die normierte Oberflächengeschwindigkeit  $u_s/(U_\infty \sin \alpha)$  anzeigt.

### Anstellwinkelbereich III ( $\alpha \approx 65^\circ$ bis $90^\circ$ )

Kennzeichnend für den Anstellwinkelbereich III ist eine wirbelfreie Nachlaufströmung. Zur Veranschaulichung des Strömungsverhaltens in diesem Bereich werden im Folgenden die in Abbildung 4.12 dargestellten Geschwindigkeitsfelder in der Transversalebene bei  $x/L = 0,42$  eines mit  $90^\circ$  angestellten Geschosses herangezogen.

Ohne Rotation löst die Strömung symmetrisch bei einem Umfangswinkel von deutlich weniger als  $90^\circ$  vom Staupunkt ab und es bildet sich ein Nachlaufgebiet, dessen Breite den Geschossdurchmesser deutlich übersteigt (siehe Abbildung 4.12a). Bei geringen Drehraten wie in Abbildung 4.12b werden beide Ablösepunkte in Drehrichtung verschoben, wobei es auf der mitrotierenden Seite zu einer leichten Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit in der Außenströmung kommt. Die Breite des Nachlaufgebiets bleibt dabei nahezu unverändert.

Eine Erhöhung der Drehzahl auf  $\bar{p} = 0,81$  führt dazu, dass der Ablösepunkt auf der mitrotierenden Seite zunehmend stromabwärts wandert, während die Geschwindigkeit der Außenströmung auf dieser Seite weiter zunimmt. Entgegen der Erwartung zeigt sich auf der gegenrotierenden Seite beim Übergang von Abbildung 4.12b zu Abbildung 4.12c eine Verschiebung des Ablösepunktes *entgegen* der Drehrichtung, was eine Verengung des Nachlaufgebiets zur Folge hat. In Abschnitt 4.3.3 wird gezeigt, dass dieser Effekt auf eine durch die Rotation verursachte Transition der Grenzschicht zurückzuführen ist.

Wird die Drehzahl weiter bis auf  $\bar{p} = 1,66$  erhöht, verschieben sich beide Ablösepunkte wieder in Rotationsrichtung. Abbildung 4.12d zeigt deutlich, dass diese Verschiebung auf der mitrotierenden Seite wesentlich ausgeprägter ist als auf der gegen-

rotierenden Seite, wodurch es bereits in geringem Abstand zur Oberfläche zur Konfluenz der Querstromlinien kommt. Die verzögerte Ablösung auf der mitrotierenden Seite wird begleitet von einer signifikanten Geschwindigkeitserhöhung. Ähnlich wie im Anstellwinkelbereich II erstreckt sich der Bereich erhöhter Strömungsgeschwindigkeit bis weit auf die Leeseite, während der Stagnationspunkt eine Verschiebung zur gegenrotierenden Seite erfährt.

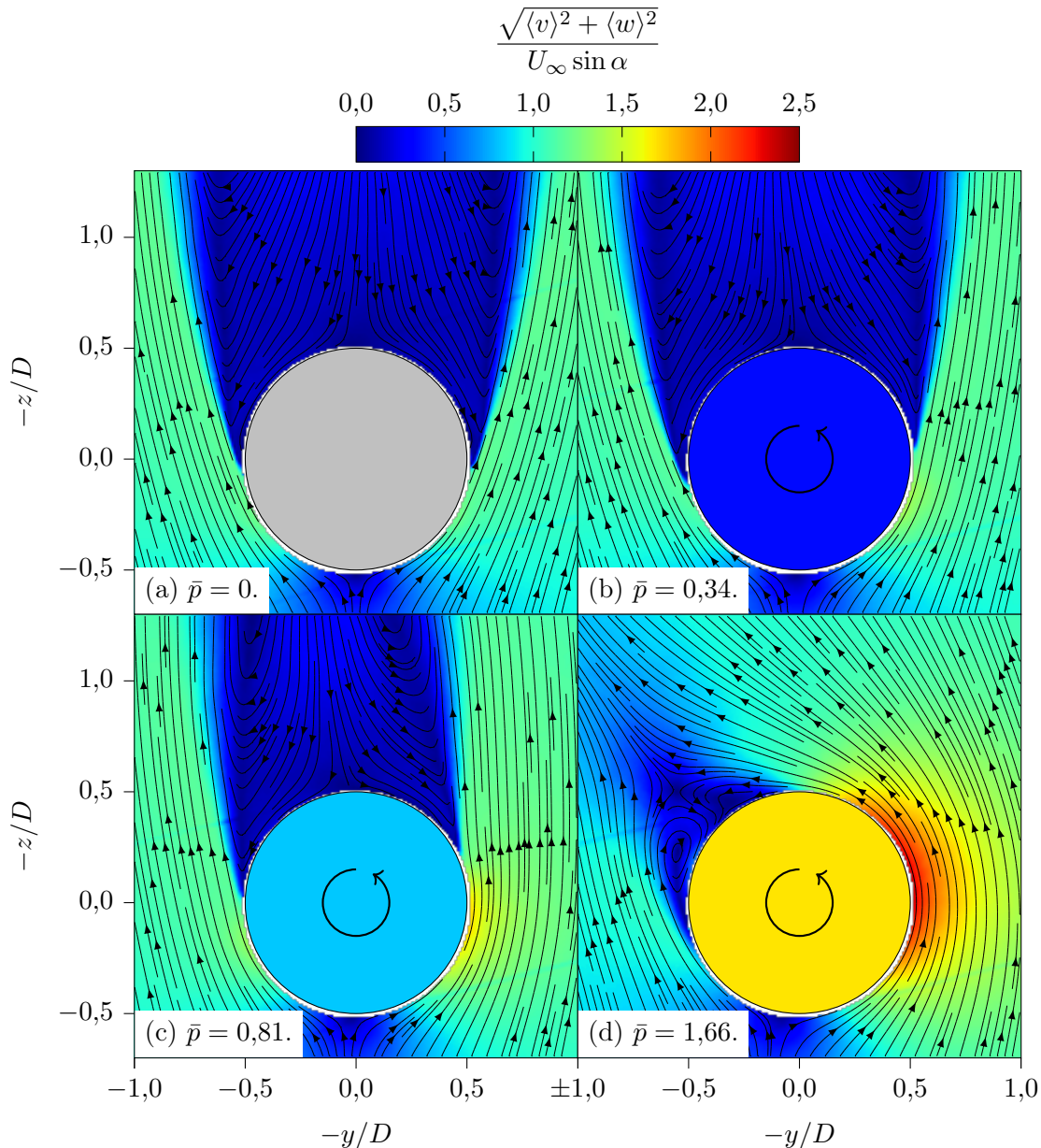


Abbildung 4.12: In der Transversalebene  $x/L = 0,42$  bei  $\alpha = 90^\circ$  gemessene mittlere Geschwindigkeitsfelder. Das Geschoss ist als Kreis dargestellt, dessen Füllfarbe die normierte Oberflächengeschwindigkeit  $u_s/(U_\infty \sin \alpha)$  anzeigt.

Eine Anomalie der Strömungsstruktur tritt in der hintersten Messebene auf, dargestellt in Abbildung 4.13. In diesem Fall findet die Ablösung der Querstromlinien auf der mitrotierenden Seite deutlich weiter stromaufwärts statt. Zudem ist kurz nach der Ablösung eine rasche Abnahme der planaren Geschwindigkeit zu beobachten. Aus den numerischen Strömungssimulationen in Kapitel 5 geht hervor, dass es sich hierbei um Randeffekte in Form einer axialen Sekundärströmung handelt, die bei  $\alpha = 90^\circ$  im Heckbereich des Geschosses verstärkt auftreten. Diese Phänomene sind auch bei querangeströmten Zylindern bekannt und werden beispielsweise in [23] behandelt.

Die wirbelfreien Nachlaufströmungen in Abbildung 4.12 stehen im Widerspruch zur instationären, periodischen Wirbelbildung, wie sie bei querangeströmten Zylindern typischerweise auftritt [67]. Bei Reynoldszahlen wie in den vorliegenden Versuchen kommt es im Zylindernachlauf zur Bildung zweier nach innen gerichteter Wirbel nahe der Oberfläche. Die Entstehung dieser Wirbel erfolgt nicht simultan, sondern alternierend. Sobald ein Wirbel seine maximale Größe erreicht hat, löst er sich von der Oberfläche ab, woraufhin sich ein gegenläufiger Wirbel auf der gegenüberliegenden Seite ausbildet [67]. Auch bei angestellten, schlanken Rotationskörpern kommt es zur periodischen Wirbelablösung, sobald ein Anstellwinkel von  $60^\circ$ – $75^\circ$  überschritten wird [23, 25].

Wenngleich es in den in Abbildung 4.12 gezeigten mittleren Geschwindigkeitsfeldern keine Anzeichen für ausgeprägte Wirbelstrukturen gibt, lässt sich die Existenz instationärer Wirbel aufgrund der zeitlichen Mittelung nicht vollständig ausschließen. Deshalb sind in Abbildung 4.14 exemplarisch einige Instantanfelder für das nicht-drehende Geschoss bei  $\alpha = 90^\circ$  dargestellt. Die Bilder zeigen eine tur-

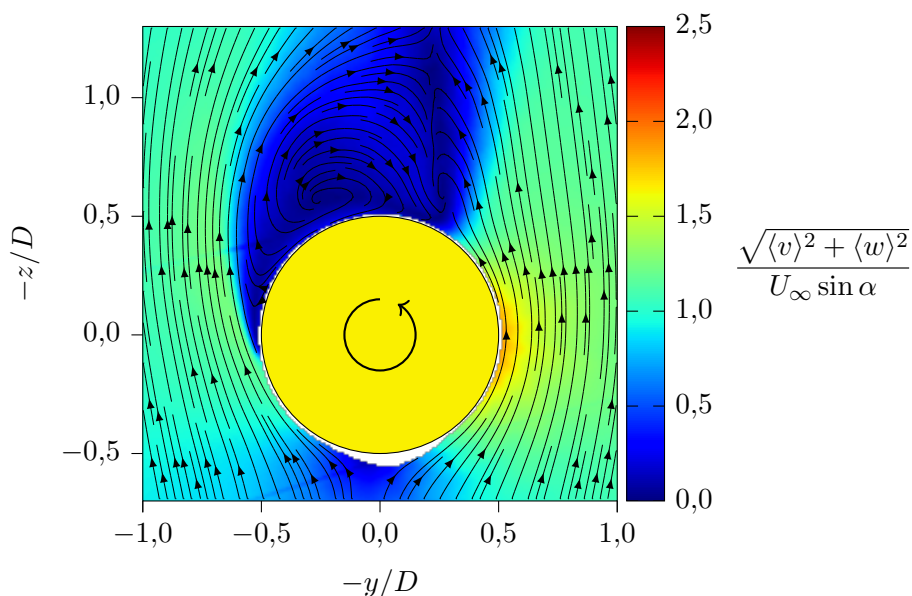


Abbildung 4.13: In der Transversalebene  $x/L = 0,10$  bei  $\alpha = 90^\circ$  und  $\bar{p} = 1,64$  gemessenes mittleres Geschwindigkeitsfeld. Das Geschoss ist als Kreis dargestellt, dessen Füllfarbe die normierte Oberflächengeschwindigkeit  $u_s/(U_\infty \sin \alpha)$  anzeigt.

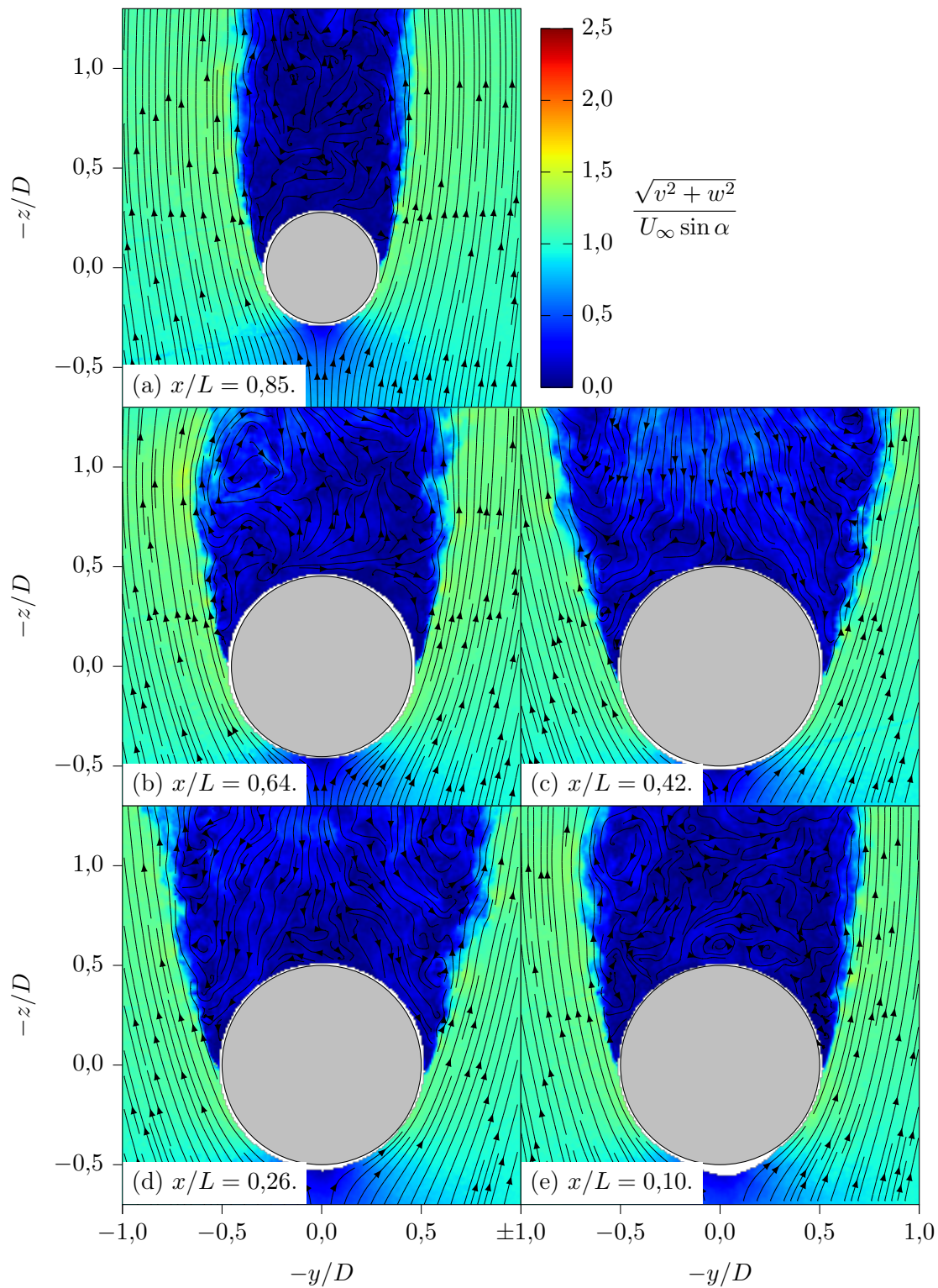


Abbildung 4.14: In verschiedenen Transversalebene bei  $\alpha = 90^\circ$  und  $\bar{p} = 0$  gemessene instantane Geschwindigkeitsfelder.

bulente Nachlaufströmung mit geringen Strömungsgeschwindigkeiten. Ausgeprägte großskalige Wirbel in der Nähe der Oberfläche, wie sie für den Nachlauf von querangeströmten Zylindern typisch sind, werden nicht beobachtet.

Dass in den vorliegenden Versuchen keine periodische Wirbelablösung auftritt, ist auf den geringen Schlankheitsgrad des Geschosses zurückzuführen. Tatsächlich wird die Strömung um einen querangeströmten Zylinder bis zu einem Abstand von 2–3 Durchmessern vom Zylinderende durch 3D-Effekte beeinflusst, wodurch die Entstehung zweidimensionaler Wirbel gestört wird [23]. Bei Zylindern mit einem ausreichend kleinen  $L/D$ -Verhältnis werden die periodischen Nachlaufwirbel vollständig unterdrückt. Laut Zdravkovich [23] ist dies bis  $L/D < 5$  der Fall, weshalb für das untersuchte Geschoss mit  $L/D = 4,72$  keine Wirbel zu erwarten sind.

### Übergang zwischen den Bereichen II und III

Der Verlauf der aerodynamischen Kräfte und Momente deutet darauf hin, dass sich der Übergang von der wirbeldominierten Strömung im Bereich II zur wirbelfreien Nachlaufströmung (Bereich III) über einen relativ breiten Anstellwinkelbereich zwischen  $50^\circ$  und  $75^\circ$  erstreckt. In diesem Übergangsbereich ist das Strömungsverhalten nicht eindeutig zuzuordnen. Dies wird durch die in Abbildung 4.15 dargestellten mittleren Strömungsfelder bei  $\alpha = 65^\circ$  und  $x/L = 0,42$  verdeutlicht. Die Existenz von Wirbeln wird durch den Verlauf der Stromlinien zwar angedeutet, die geringen Strömungsgeschwindigkeiten weisen jedoch darauf hin, dass diese nur sehr schwach ausgeprägt sind. Die Strömungsfelder stimmen weder mit der wirbeldominierten Strömung in Abbildung 4.10 noch mit der wirbelfreien Nachlaufströmung in Abbildung 4.12 gut überein.

Eine qualitative Zusammenfassung des beobachteten Strömungsverhaltens für alle untersuchten Konditionen findet sich in Abbildung 4.16. Es wird deutlich, dass der Übergang von der wirbeldominierten zur wirbelfreien Strömung im Heckbereich bereits bei  $\alpha = 60^\circ$  beginnt und sich mit zunehmendem Anstellwinkel nach vorne verlagert. Ähnliche Beobachtungen wurden von Fiechter [25] im Zusammenhang mit langgestreckten, nicht-drehenden Rotationskörpern gemacht.

In diesem Übergangsbereich treten zwei Phänomene auf, die bisher nicht diskutiert wurden. Aus der Zusammenfassung in Abbildung 4.16 geht hervor, dass sich bei Anstellwinkeln von  $60^\circ$  und  $65^\circ$  auch am nicht-rotierenden Geschoss stellenweise ein asymmetrisches Wirbelpaar ausbildet. Dies ist am Beispiel von Abbildung 4.15a deutlich zu erkennen. Verursacht wird dieser sogenannte *phantom yaw effect* durch eine Instabilität der symmetrischen Wirbelkonfiguration, die, ausgelöst durch geometrische Imperfektionen der Oberfläche, in eine asymmetrische Anordnung übergeht [27, 36, 38].

Bemerkenswert ist darüber hinaus die invertierte Anordnung der Wirbel im Bereich der Geschosspitze, wie sie vor allem bei  $\alpha = 70^\circ$  und mittleren bis hohen Drehraten beobachtet wurde. Während bei einer asymmetrischen Wirbelanordnung normalerweise der gegenrotierende Wirbel näher an der Oberfläche verbleibt, weisen die in Abbildung 4.17 gezeigten Strömungsfelder einen anliegenden Wirbel auf der

mitrotierenden Seite auf. Dies hat erhebliche Konsequenzen für die Außenströmung, die jetzt auf der mitrotierenden Seite eine deutlich erhöhte Geschwindigkeit besitzt.

### 4.3.2 Bestimmung der Ablösepunkte

Im vorigen Abschnitt wurde gezeigt, dass die Rotation einen wesentlichen Einfluss auf die Verschiebung der Ablösepunkte hat. Um diesen Effekt quantitativ zu erfassen

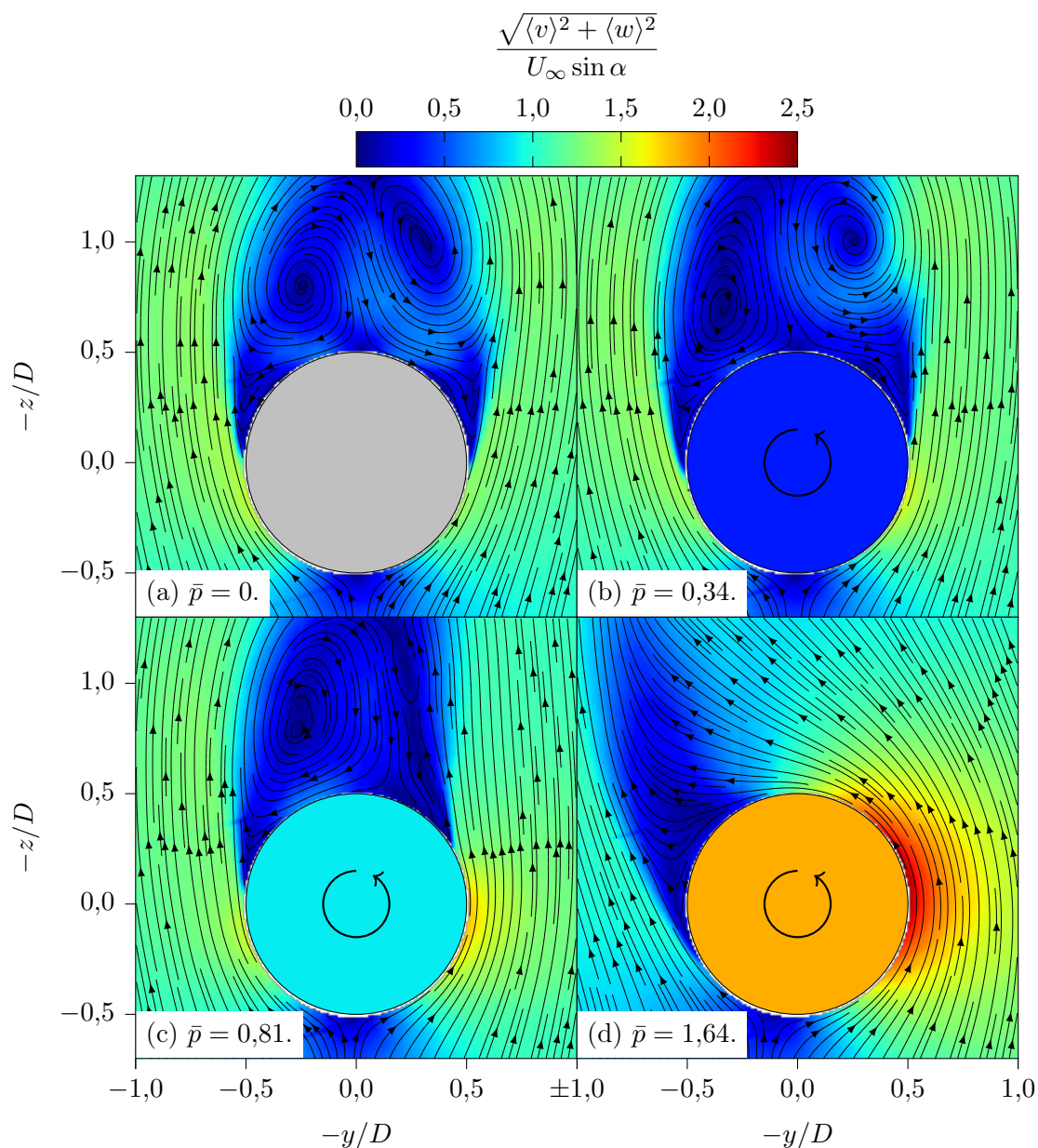
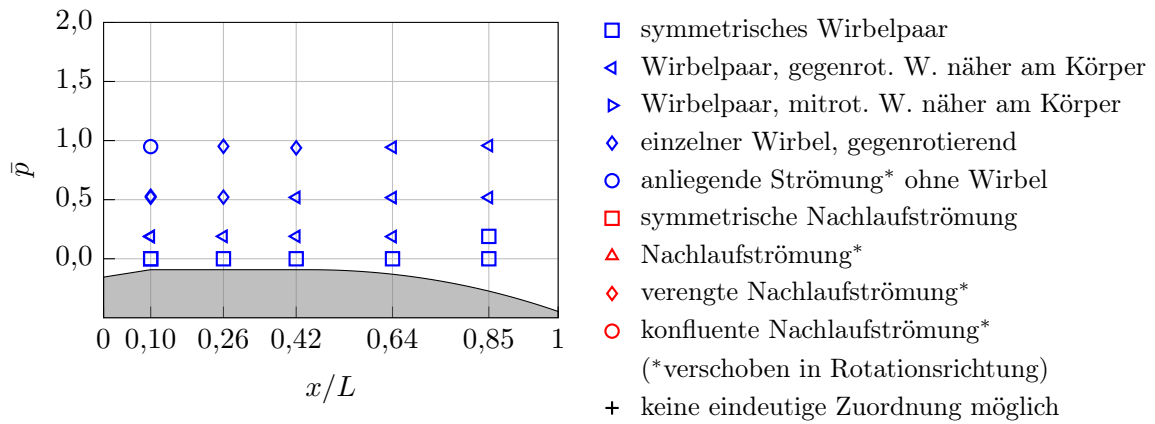
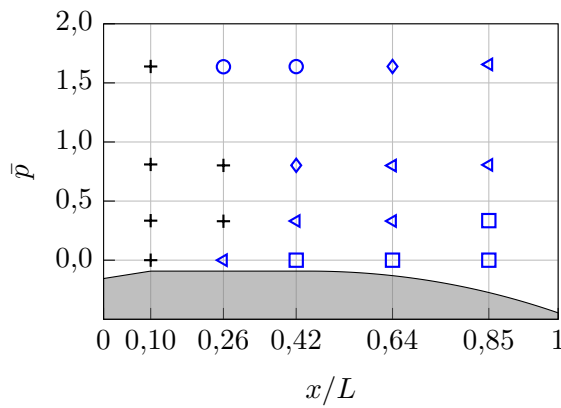


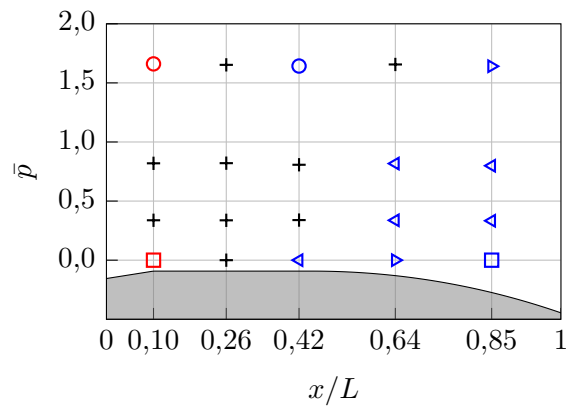
Abbildung 4.15: In der Transversalebene  $x/L = 0,42$  bei  $\alpha = 65^\circ$  gemessene mittlere Geschwindigkeitsfelder. Das Geschoss ist als Kreis dargestellt, dessen Füllfarbe die normierte Oberflächengeschwindigkeit  $u_s/(U_\infty \sin \alpha)$  anzeigt.



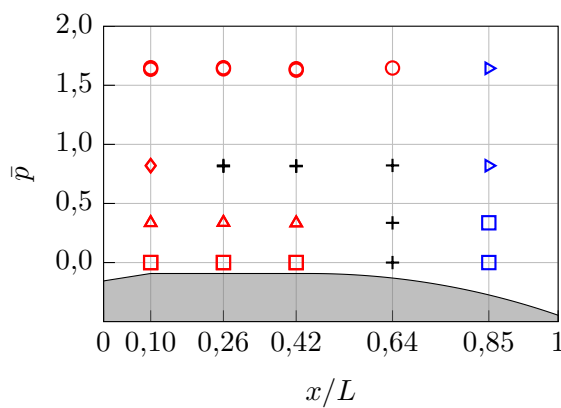
(a)  $\alpha = 50^\circ$ .



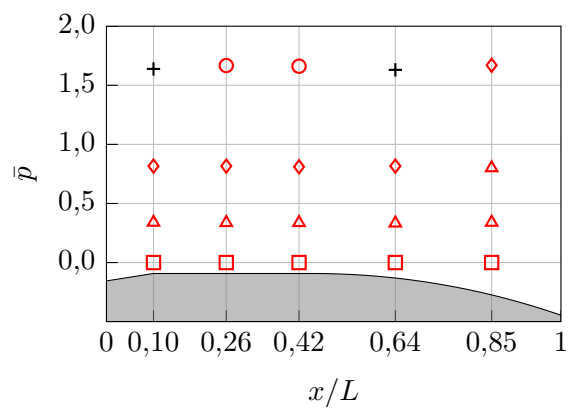
(b)  $\alpha = 60^\circ$ .



(c)  $\alpha = 65^\circ$ .



(d)  $\alpha = 70^\circ$ .



(e)  $\alpha = 90^\circ$ .

Abbildung 4.16: Qualitative Struktur der mittleren Geschwindigkeitsfelder.

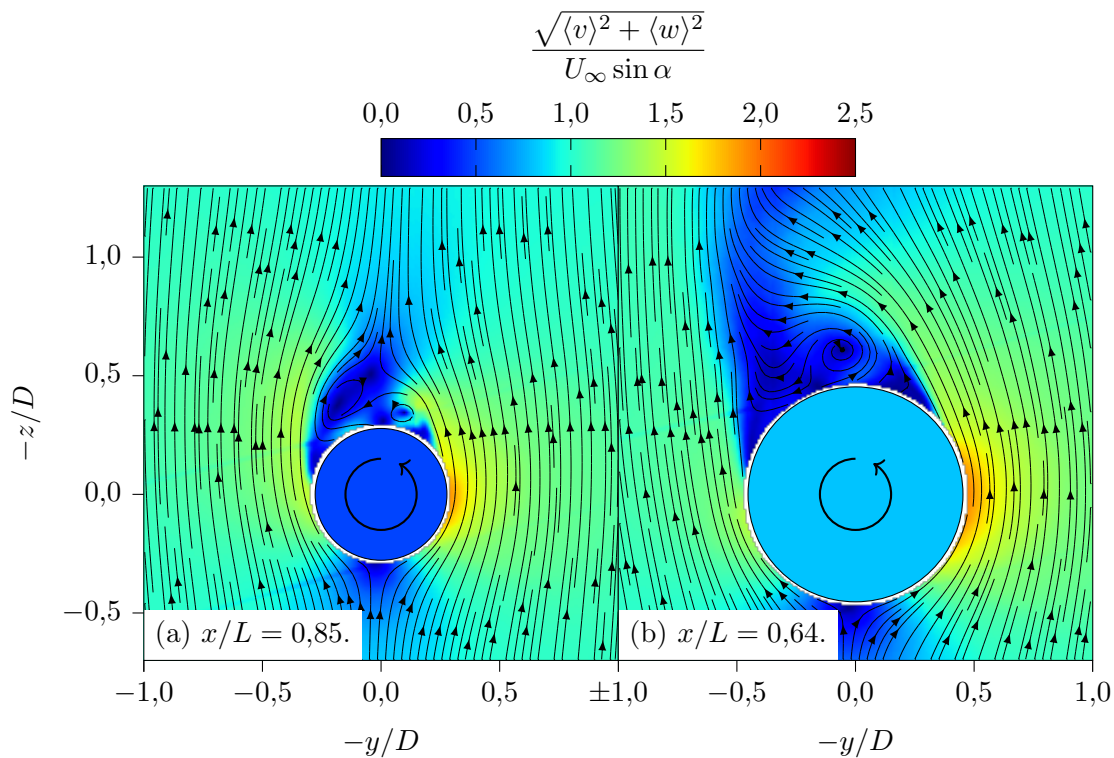


Abbildung 4.17: In den beiden vorderen Transversalebene bei  $\alpha = 70^\circ$  und  $\bar{p} = 0,82$  gemessene mittlere Geschwindigkeitsfelder. Das Geschoss ist als Kreis dargestellt, dessen Füllfarbe die normierte Oberflächengeschwindigkeit  $u_s/(U_\infty \sin \alpha)$  anzeigt.

sen, wird im Folgenden ein Verfahren vorgestellt, mit dem sich die Ablösepunkte approximativ aus den 2D-Geschwindigkeitsfeldern bestimmen lassen.

Ein zentrales Problem stellen hierbei die Laserreflexionen an der Geschoss-oberfläche dar, die dazu führen, dass in den überblendeten Bildbereichen nahe der Oberfläche keine Geschwindigkeitsdaten vorliegen. Um dieses Problem zu umgehen, wird ein zweistufiges Verfahren angewendet: Zunächst wird die Position der abgelösten Scherschicht in ausreichendem Abstand zur Oberfläche ermittelt. Anschließend erfolgt eine Rückverfolgung der entsprechenden Stromlinie bis zur Oberfläche, wobei die von Lichtreflexionen überblendeten Bereiche in Oberflächennähe durch eine Extrapolation überbrückt werden.

### Lokalisierung der Scherschicht

Wie in Abbildung 4.18 dargestellt, wird zunächst ein konzentrischer Kreisring um den Geschossquerschnitt definiert, dessen Radius geringfügig größer als der Geschossradius gewählt wird. Dadurch soll sichergestellt werden, dass der Ring nicht durch die oberflächennahen Bereiche ohne gültige Geschwindigkeitsdaten verläuft. Als Startwert wurde das 1,1-fache des Geschossradius gewählt. Solange nicht für alle der vom Kreisring geschnittenen Pixel ein gültiger Geschwindigkeitsvektor vorliegt, wird die-

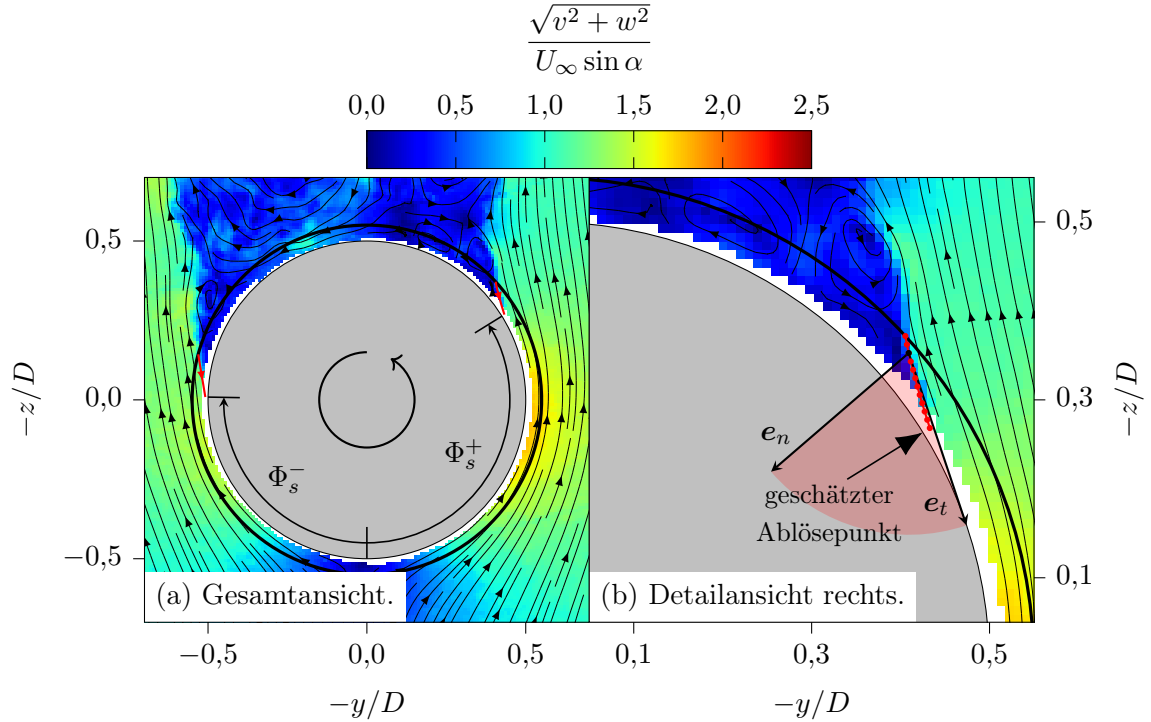


Abbildung 4.18: Bestimmung der Ablösepunkte in den instantanen Geschwindigkeitsfeldern durch Lokalisierung der Scherschicht auf einem konzentrischen Kreisring (schwarz) und inkrementelle Verfolgung der Stromlinie bis zur Oberfläche (rot). Der Integrationspfad muss jeweils innerhalb des von  $\mathbf{e}_n$  und  $\mathbf{e}_t$  aufgespannten Bereichs liegen (für den schwarz markierten Integrationspunkt rot eingefärbt).

ser Radius iterativ erhöht. Anschließend werden die beiden Umfangswinkel ermittelt, an denen der Kreisring die abgelösten Scherschichten schneidet. Ein zuverlässiger Indikator zur Bestimmung der Scherschicht ist die Größe

$$s := \frac{1}{\sqrt{v^2 + w^2}} \left[ vw \left( \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} (w^2 - v^2) \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right]. \quad (4.14)$$

Eine anschauliche Interpretation von  $s$  ergibt sich für eine zweidimensionalen Strömung aus der Äquivalenz

$$s = \mathbf{u} \cdot (\mathbf{S}\mathbf{n}). \quad (4.15)$$

Hierbei ist  $\mathbf{u} = [v \ w]^T$  der Vektor der Strömungsgeschwindigkeit,

$$\mathbf{n} := \frac{1}{\sqrt{v^2 + w^2}} \begin{bmatrix} w \\ -v \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

der Einheitsvektor senkrecht zur Stromlinie und

$$\mathbf{S} := \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \quad (4.17)$$

der symmetrische Anteil des Geschwindigkeitsgradienten

$$\nabla \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}. \quad (4.18)$$

Für den Schubspannungstensor  $\boldsymbol{\tau}$  eines inkompressiblen, newtonschen Fluids mit der dynamischen Viskosität  $\mu$  gilt die Relation  $\boldsymbol{\tau} = 2\mu\mathbf{S}$ . Durch Multiplikation von  $\mathbf{S}$  mit  $\mathbf{n}$  erhält man somit einen Vektor  $\mathbf{S}\mathbf{n}$  proportional zum Schubspannungsvektor in einer Schnittebene tangential zur Stromlinie. Durch die Skalarmultiplikation mit  $\mathbf{u}$  wird der Anteil des Spannungsvektors in Richtung der Stromlinie isoliert. Die Proportionalität zum Geschwindigkeitsbetrag  $\|\mathbf{u}\|$  stellt zudem sicher, dass  $s$  im Bereich des Nachlaufs klein bleibt.

Durch Normierung mit  $(U_\infty \sin \alpha)^2 / D$  erhält man den dimensionslosen Koeffizienten

$$c_s := \frac{s D}{(U_\infty \sin \alpha)^2}, \quad (4.19)$$

der im Folgenden als *Scherkoeffizient* bezeichnet wird. Um Rauscheffekte durch die Gradientenberechnung zu reduzieren, wurden die Geschwindigkeitsfelder vor der Verarbeitung mit einem Medianfilter geglättet. Abbildung 4.19 zeigt den Verlauf des Scherkoeffizienten auf dem Umfang des in Abbildung 4.18a dargestellten Kreisrings, parametrisiert nach dem entgegen dem Uhrzeigersinn gerichteten Umfangswinkel  $\Phi$ . Deutlich zu erkennen sind ein Minimum bei  $\Phi = -105^\circ$  und ein Maximum bei  $\Phi = 132^\circ$ . Dies sind die Stellen, an denen der Kreisring jeweils die Scherschicht schneidet. Auch wenn die Interpretation aus Gleichung (4.15) nur für zweidimensionale Strömungen gilt, konnten die Scherschichten in den vorliegenden Geschwindigkeitsfeldern anhand der Extremwerte von  $c_s$  zuverlässig lokalisiert werden.

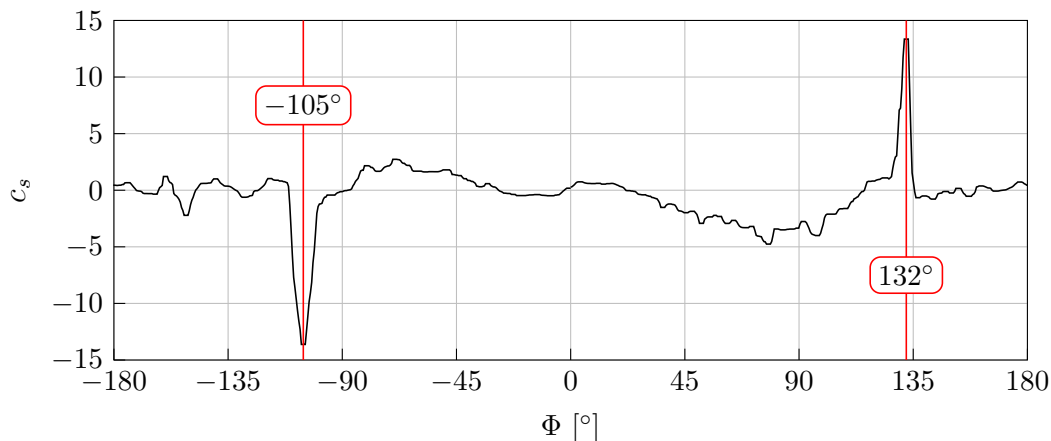


Abbildung 4.19: Beispielhafter Verlauf des Scherkoeffizienten für das Geschwindigkeitsfeld aus Abbildung 4.18.

### Verfolgung der Stromlinie

Ausgehend von der Position der Scherschicht auf dem Kreisring wird der Ablösepunkt an der Geschossoberfläche durch eine Verfolgung der Stromlinie stromaufwärts bis zur Oberfläche ermittelt. Die Berechnung der Stromlinie erfolgt durch eine numerische Integration des negativen, normierten Geschwindigkeitsvektors  $-\mathbf{u}/\|\mathbf{u}\|$  nach dem expliziten Euler-Verfahren, wobei als Schrittweite die Kantenlänge der Pixel verwendet wurde. Für die Strömung aus Abbildung 4.18a ist der Integrationspfad auf der mitrotierenden Seite in Abbildung 4.18b dargestellt.

Um die Robustheit des Verfahrens zu gewährleisten, wird die Integrationsrichtung auf einen zulässigen Bereich begrenzt. Dieser wird in jedem Integrationsschritt neu definiert und schränkt die Integrationsrichtung auf den von der Oberflächennormale  $\mathbf{e}_n$  und der stromaufwärts gerichteten Oberflächentangente  $\mathbf{e}_t$  aufgespannten Bereich ein.

Sind im aktuellen Integrationspunkt keine Geschwindigkeitsdaten vorhanden, wird die Integrationsrichtung des vorherigen Schrittes verwendet. Die Integration wird abgebrochen, sobald der Abstand zur Oberfläche kleiner als die Integrations-schrittweite ist. Dieser Endpunkt stellt die geschätzte Position der Strömungsablösung dar.

### Ermittelte Ablösepunkte

Das vorgestellte Verfahren wurde auf jedes instantane Geschwindigkeitsfeld angewendet, um den Ablösewinkel auf beiden Seiten des Geschosses zu bestimmen. Statistische Ausreißer wurden mithilfe der Z-Score-Methode ( $Z = 3$ ) detektiert und von der Auswertung ausgeschlossen. Der vollständige Datensatz der ermittelten Ablösewinkel ist im Anhang B dokumentiert.

Im Folgenden wird der Einfluss der Drehrate und des Anstellwinkels auf das Ablöseverhalten am Beispiel der Messungen bei  $x/L = 0,42$  diskutiert. In Tabelle 4.3 dargestellt sind der Ablösewinkel  $\Phi_s^-$  auf der gegenrotierenden Seite, der Ablösewinkel  $\Phi_s^+$  auf der mitrotierenden Seite sowie die Größe  $\Delta\Phi_s := 360^\circ - \Phi_s^- - \Phi_s^+$ , die die Breite des Nachlaufgebiets beschreibt. Zur Definition von  $\Phi_s^-$  und  $\Phi_s^+$  siehe auch Abbildung 4.18a. Die ausgewählten Anstellwinkel von  $60^\circ$  und  $90^\circ$  stehen repräsentativ für die Anstellwinkelbereiche II und III. Bei den aufgeführten Werten handelt es sich um zeitliche Mittelwerte, während der Toleranzbereich die Standardabweichung angibt.

Zunächst ist festzustellen, dass  $\Delta\Phi_s$  bei  $\alpha = 60^\circ$  grundsätzlich kleiner ist als bei  $\alpha = 90^\circ$ , was auf den Einfluss der Nachlaufwirbel auf die Außenströmung zurückgeführt werden kann. Für das nicht-rotierende Geschoss ist bei  $\alpha = 60^\circ$  zudem eine Differenz von  $3^\circ$  zwischen dem linksseitigen und dem rechtsseitigen Ablösewinkel zu beobachten. Dies ist als Indiz für eine leicht asymmetrische Strömung infolge des *phantom yaw effect* zu werten. Bei  $\alpha = 90^\circ$  zeigt sich hingegen eine sehr symmetrische Strömung. In diesem Fall beträgt die Differenz der beiden Ablösewinkel lediglich  $1^\circ$ .

Unabhängig vom Anstellwinkel bewirkt die Rotation im Allgemeinen eine Verschiebung beider Ablösepunkte in Rotationsrichtung. Ein Sonderfall tritt auf, wenn  $\bar{p}$  von 0,3 auf 0,8 erhöht wird. Sowohl bei  $\alpha = 60^\circ$  als auch bei  $\alpha = 90^\circ$  führt dies auf der

Tabelle 4.3: Ermittelte Ablösewinkel (Mittelwert  $\pm$  Standardabweichung) in der Transversalebene  $x/L = 0,42$ . Es gilt die Definition  $\Delta\Phi_s := 360^\circ - \Phi_s^- - \Phi_s^+$ .

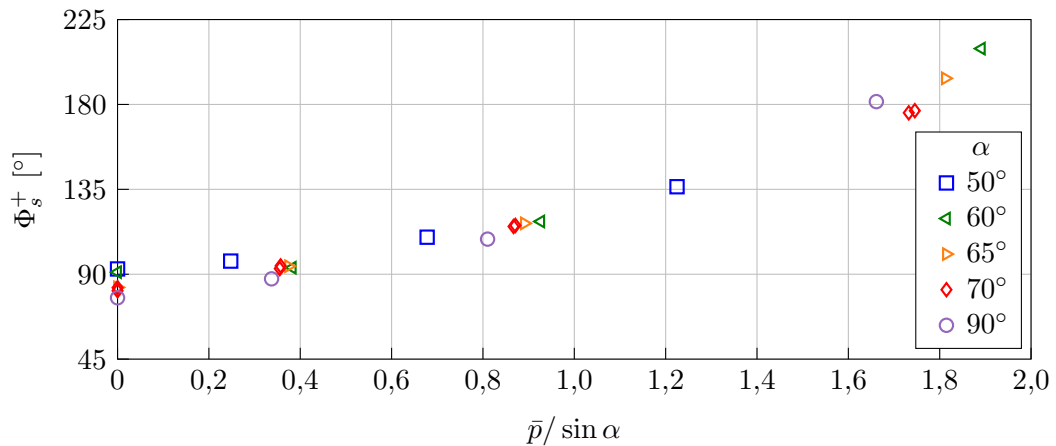
$\alpha = 60^\circ$				$\alpha = 90^\circ$			
$\bar{p}$	$\Phi_s^-$	$\Phi_s^+$	$\Delta\Phi_s$	$\bar{p}$	$\Phi_s^-$	$\Phi_s^+$	$\Delta\Phi_s$
0	$88^\circ \pm 4^\circ$	$91^\circ \pm 4^\circ$	$181^\circ \pm 4^\circ$	0	$77^\circ \pm 1^\circ$	$78^\circ \pm 1^\circ$	$205^\circ \pm 2^\circ$
0,33	$82^\circ \pm 3^\circ$	$93^\circ \pm 2^\circ$	$184^\circ \pm 3^\circ$	0,34	$71^\circ \pm 1^\circ$	$88^\circ \pm 2^\circ$	$202^\circ \pm 2^\circ$
0,80	$94^\circ \pm 3^\circ$	$118^\circ \pm 2^\circ$	$148^\circ \pm 4^\circ$	0,81	$85^\circ \pm 2^\circ$	$109^\circ \pm 2^\circ$	$166^\circ \pm 3^\circ$
1,64	$59^\circ \pm 4^\circ$	$210^\circ \pm 13^\circ$	$92^\circ \pm 14^\circ$	1,66	$63^\circ \pm 7^\circ$	$181^\circ \pm 8^\circ$	$115^\circ \pm 10^\circ$

gegenrotierenden Seite zu einer Verschiebung des Ablösepunkts in Strömungsrichtung und damit *entgegen* der Rotation, was eine Verengung des Nachlaufgebiets zur Folge hat. Eine weitere Erhöhung der dimensionslosen Drehzahl auf 1,6 bewirkt schließlich, dass der Ablösepunkt wieder stromaufwärts wandert. Gleichzeitig verschiebt sich die Ablösung auf der mitrotierenden Seite weiter in Rotationsrichtung. Dabei fällt die Verschiebung auf der gegenrotierenden Seite geringer aus als auf der mitrotierenden Seite, wo die Ablösung nun hinter der Mittelachse ( $\Phi_s^+ > 180^\circ$ ) stattfindet. Dabei fällt auf, dass  $\Phi_s^+$  bei der höchsten Drehrate für  $\alpha = 60^\circ$  deutlich größer ist als bei  $\alpha = 90^\circ$ . Dies ist auf das Verhältnis der Oberflächengeschwindigkeit  $u_s$  zum Queranteil der Anströmgeschwindigkeit  $U_\infty \sin \alpha$  zurückzuführen, das bei gleicher Drehrate umso größer ist, je kleiner der Anstellwinkel ist.

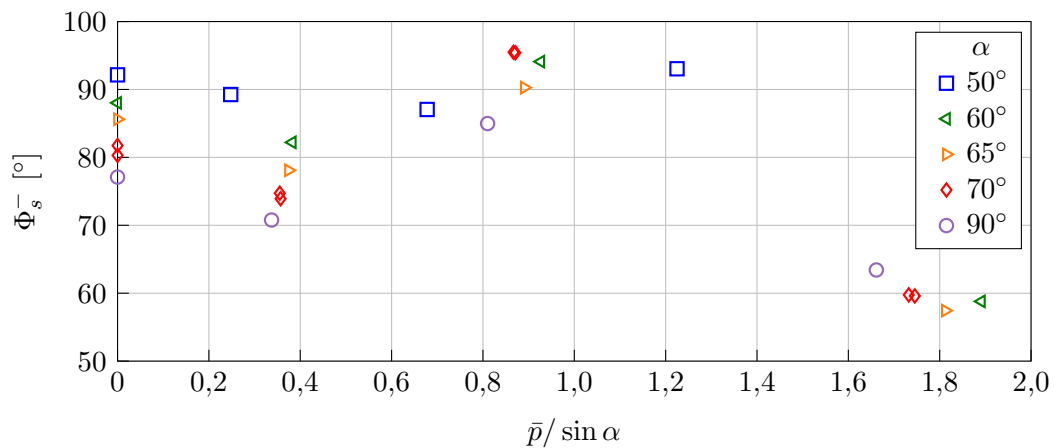
Tatsächlich verringert sich die explizite Abhängigkeit vom Anstellwinkel erheblich, wenn dieser Effekt berücksichtigt wird. Dies wird in Abbildung 4.20a deutlich, wo die bei unterschiedlichen Drehraten und Anstellwinkeln in der Ebene  $x/L = 0,42$  gemessenen Ablösewinkel in Abhängigkeit von  $\bar{p}/\sin \alpha$  aufgetragen sind. Hier zeigt sich eine klare Korrelation zwischen  $\Phi_s^+$  und  $\bar{p}/\sin \alpha$ , die nahezu unabhängig vom Anstellwinkel ist.

Auf der gegenrotierenden Seite, dargestellt in Abbildung 4.20b, erscheint diese Korrelation weniger stark ausgeprägt. Dies ist auf die unterschiedliche Skalierung der Achsen zurückzuführen, wodurch Schwankungen im Diagramm stärker hervortreten. Dennoch lässt sich der nicht-monotone Einfluss der Drehrate auf den Ablösewinkel klar erkennen: Bei niedrigen Drehzahlen nimmt der Ablösewinkel zunächst ab, bevor er beim Erreichen einer kritischen Drehzahl unerwartet ansteigt. Eine weitere Erhöhung der Drehrate führt schließlich dazu, dass der Ablösewinkel wieder deutlich zurückgeht.

Es ist zu betonen, dass die ermittelten Ablösewinkel lediglich grobe Schätzwerte darstellen. Dies ist jedoch ausreichend, da das Hauptaugenmerk darauf liegt, den relativen Einfluss der Drehrate zu erfassen. Ein Vergleich der für  $\alpha = 90^\circ$  und  $\bar{p} = 0$  gemessenen Ablösewinkel von  $\Phi_s^- = 77^\circ$  und  $\Phi_s^+ = 78^\circ$  mit dem in [67] für einen querangeströmten Zylinder bei  $Re = 1,05 \cdot 10^5$  angegebenen Ablösewinkel von  $78^\circ \pm 1^\circ$  zeigt, dass die ermittelten Werte auch in quantitativer Hinsicht plausibel sind.



(a) Mitrotierende Seite.



(b) Gegenrotierende Seite.

Abbildung 4.20: Einfluss von Drehrate und Anstellwinkel auf den mittleren Ablösewinkel in der Transversalebene  $x/L = 0,42$ .

### 4.3.3 Transition und Turbulenz

#### Auswertung der Partikelbilder

Anhand der Partikelbilder war es möglich, Aussagen zum Turbulenzzustand der Grenzschicht bei der Ablösung zu treffen. Eine exemplarische Auswahl dieser Bilder ist in den Abbildungen 4.21, 4.22 und 4.23 dargestellt. In allen Fällen erscheint der von beiden Lasern beleuchtete obere Bildbereich etwas heller, während der Schatten des Geschossmodells dazu führt, dass der untere Bildbereich nur von einem Laser beleuchtet wird und daher dunkler erscheint. Dieser Effekt war in den Rohbildern stark ausgeprägt, konnte jedoch im Rahmen einer nachträglichen Bildbearbeitung durch einen lokalen Histogrammausgleich reduziert werden.

Abbildung 4.21 veranschaulicht den Einfluss der Drehzahl auf den Turbulenzzustand der Grenzschicht auf der gegenrotierenden Seite. Die Bilder wurden bei einem

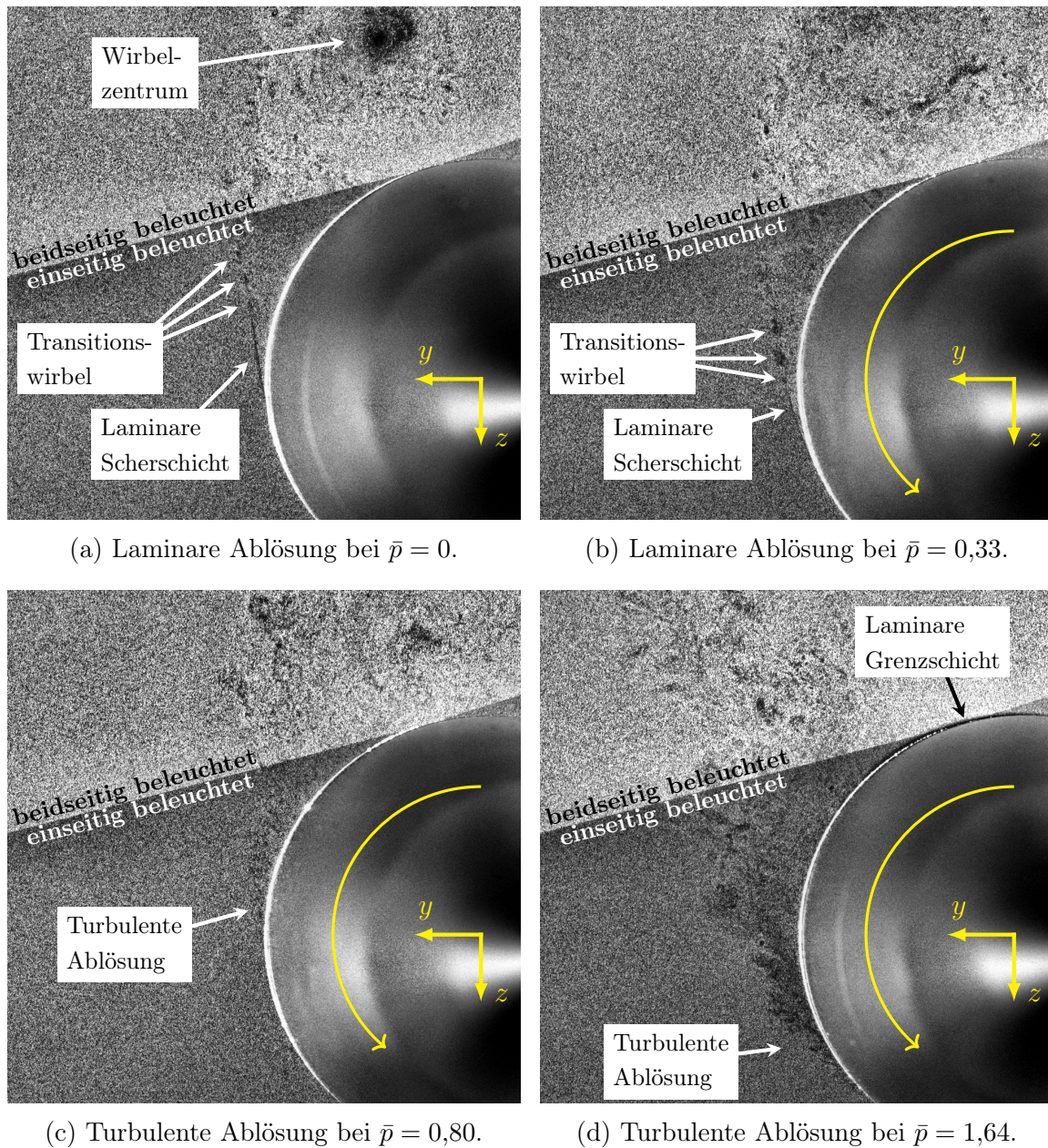


Abbildung 4.21: Partikelbilder zur Charakterisierung der Ablösung auf der gegenrotierenden Seite in der Transversalebene  $x/L = 0,42$  bei  $\alpha = 60^\circ$ .

Anstellwinkel von  $60^\circ$  in der Messebene  $x/L = 0,42$  aufgenommen, sind jedoch weitgehend repräsentativ für das gesamte Spektrum der untersuchten Konditionen. Deutlich erkennbar sind Inhomogenitäten der Lichtintensität, wobei dunklere Bereiche auf eine geringere Konzentration von Streupartikeln hinweisen.

So ist im Nachlaufbereich hinter dem nicht-rotierenden Modell in Abbildung 4.21a ein kreisförmiger Bereich mit nach innen hin abnehmender Lichtintensität zu erkennen. Ein Vergleich mit dem entsprechenden Geschwindigkeitsfeld in Abbildung A.3e

macht deutlich, dass es sich hierbei um das Zentrum eines der beiden stationären Nachlaufwirbel handelt. Dass die Partikeldichte zum Wirbelzentrum hin abnimmt ist auf die vorherrschenden Zentrifugalkräfte zurückzuführen, wodurch Streupartikel radial nach außen hin abgedrängt werden [94, 95]. Auffällig ist auch ein schmaler, geradliniger Streifen mit verminderter Lichtintensität, der bei einem Umfangswinkel von knapp unter  $90^\circ$  an der Oberfläche entspringt und diese tangential berührt. Offensichtlich handelt es sich hierbei um eine abgelöste, laminare Grenzschicht. Eine plausible Erklärung für die geringe Partikeldichte innerhalb dieser Scherschicht ergibt sich aus der Tatsache, dass das darin enthaltene Fluid aus der laminaren Grenzschicht gespeist wird. Diese ist grundsätzlich arm an Streupartikeln, da aufgrund der Laminarität kein konvektiver Austausch mit der partikelreichen Außenströmung stattfindet. Der Übergang zur turbulenten Scherschicht lässt sich am Auftreten kleinskaliger Transitionswirbel erkennen. Diese sorgen für einen Austausch mit der partikelreichen Außenströmung, wodurch der für die laminare Scherschicht charakteristische dunkle Streifen allmählich verschwindet.

Bei einer langsamen Rotation mit  $\bar{p} = 0,33$ , wie in Abbildung 4.21b dargestellt, verschiebt sich der Ablösepunkt auf der gegenrotierenden Seite stromaufwärts in Rotationsrichtung. Die Ablösung erfolgt auch hier in Form einer laminaren Scherschicht, die im Vergleich zum nicht-rotierenden Modell jedoch deutlich kürzer erscheint. Diese Verkürzung resultiert aus der stromaufwärts gerichteten Oberflächen-geschwindigkeit, wodurch die Strömungsgeschwindigkeit relativ zur Oberfläche erhöht wird, was die lokale Reynoldszahl faktisch vergrößert.

Eine Erhöhung der Drehzahl auf  $\bar{p} = 0,80$  führt dazu, dass sich der Transitions-punkt von der Scherschicht in die Grenzschicht verlagert. Die Ablösung erfolgt nun im turbulenten Zustand, wie in Abbildung 4.21c deutlich zu sehen ist. Durch den verstärkten Impulsaustausch in der turbulenten Grenzschicht kann diese dem positiven Druckgradienten länger widerstehen, wodurch der Ablösepunkt stromabwärts wandert. Auf der mitrotierenden Seite, dargestellt in Abbildung 4.22, findet die Ablösung weiterhin im laminaren Zustand statt. Hier trägt die Rotation zu einer Verringerung der Relativgeschwindigkeit zwischen Strömung und Oberfläche bei, sodass die Reynoldszahl effektiv abnimmt.

Abbildung 4.21d zeigt ein Partikelbild bei der maximalen untersuchten Drehzahl von  $\bar{p} = 1,64$ . Klar zu erkennen ist die turbulente Grenzschicht auf der gegenrotierenden Seite, wobei die Strömungsalösung im Vergleich zu Abbildung 4.21c aufgrund der hohen Drehrate deutlich weiter stromaufwärts stattfindet. Den Daten aus Tabelle 4.3 zufolge löst die Strömung auf der mitrotierenden Seite bei einem Umfangswinkel von  $210^\circ$  ab. Obwohl der Ablösepunkt damit im sichtbaren Bildbereich liegen muss, lässt sich die Ablösung im Partikelbild nicht eindeutig identifizieren. Allerdings ist an der Geschossoberfläche oben ein streifenförmiger Bereich mit geringer Partikeldichte erkennbar. Das zugehörige Geschwindigkeitsfeld aus Abbildung 4.11 macht deutlich, dass die Strömung in diesem Bereich an der Oberfläche anliegt. Dabei ist die Oberflächengeschwindigkeit größer als die Geschwindigkeit der Außenströmung, sodass das Fluid für einen mit der Oberfläche mitbewegten Beobachter *entgegen* der Rotationsrichtung strömt. Da im Partikelbild keinerlei Anzeichen für turbulente

Wirbelstrukturen erkennbar sind, ist davon auszugehen, dass die Grenzschicht in diesem Bereich laminar ist. Eine plausible Erklärung für die geringe Partikeldichte ergibt sich aus der durch den gekrümmten Verlauf der Strömung hervorgerufenen Zentrifugalkraft, wodurch vor allem größere Partikel radial von der Oberfläche abgedrängt werden [94, 95].

Aus der Diskussion der Partikelbilder in Abbildung 4.21 wurde bereits deutlich, dass die in Abschnitt 4.3.2 beschriebene Verzögerung der Ablösung auf der gegenrotierenden Seite beim Überschreiten einer kritischen Drehzahl auf eine laminar-turbulente Transition der Grenzschicht zurückzuführen ist. Um den Einfluss der Versuchsparameter auf die Transition quantitativ zu erfassen, wurde für jede Messung der Turbulenzzustand der Grenzschicht anhand der Partikelbilder bewertet und in die Klassen *laminar*, *turbulent* und *transitionell* eingeteilt. Die Bezeichnung *transitionell* wird dann verwendet, wenn ein intermittierendes, zwischen laminar und turbulent alternierendes Verhalten festgestellt wurde. Ebenfalls als *transitionell* wird eine Messung eingestuft, wenn in einzelnen Partikelbildern eine laminare Ablöseblase erkennbar ist, wie beispielsweise in Abbildung 4.23 der Fall. Das Ergebnis dieser Klassifizierung ist in Abbildung 4.24 dargestellt. Dabei wurden nur diejenigen Messungen berücksichtigt, bei denen der Turbulenzzustand eindeutig zugeordnet werden konnte. Um die Datenbasis zu erhöhen, wurden auch zusätzliche Messungen bei Anstellwinkeln von  $72,5^\circ$  und  $73,0^\circ$  in die Analyse einbezogen.

Abbildung 4.24a zeigt den Turbulenzzustand der Grenzschicht auf der gegenrotierenden Seite in Abhängigkeit von der dimensionslosen Drehzahl und dem Anstellwinkel. Für Drehzahlen bis etwa  $\bar{p} = 0,3$  weisen alle Messungen ein laminares Ablöseverhalten auf, während ab  $\bar{p} = 0,8$  in den meisten Fällen eine turbulente Ablösung beobachtet wird. Eine Sonderstellung nimmt die Messung bei  $\alpha = 60^\circ$  und  $\bar{p} = 0,81$

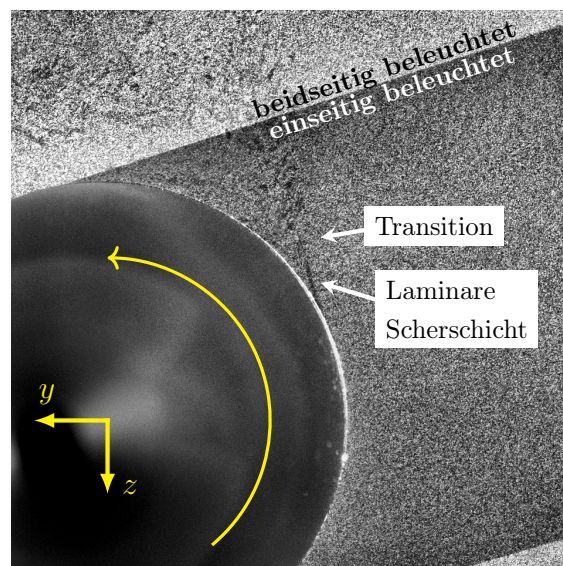


Abbildung 4.22: Laminare Ablösung auf der mitrotierenden Seite in der Transversalebene  $x/L = 0,42$  bei  $\alpha = 60^\circ$  und  $\bar{p} = 0,80$ .

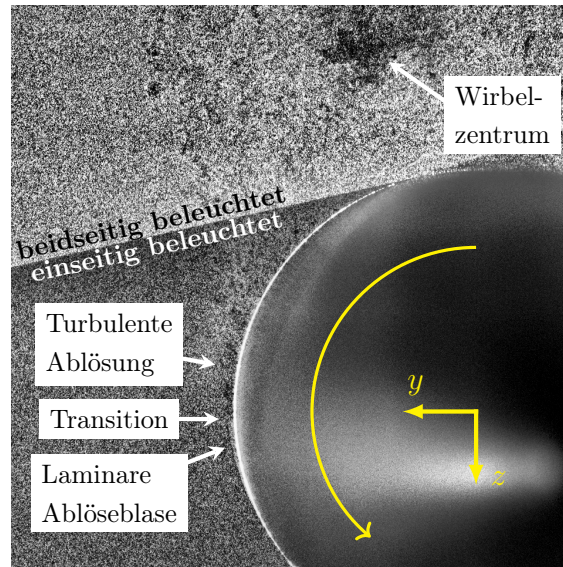


Abbildung 4.23: Transitionelle Ablösung auf der gegenrotierenden Seite in der Transversalebene  $x/L = 0,10$  bei  $\alpha = 50^\circ$  und  $\bar{p} = 0,52$ .

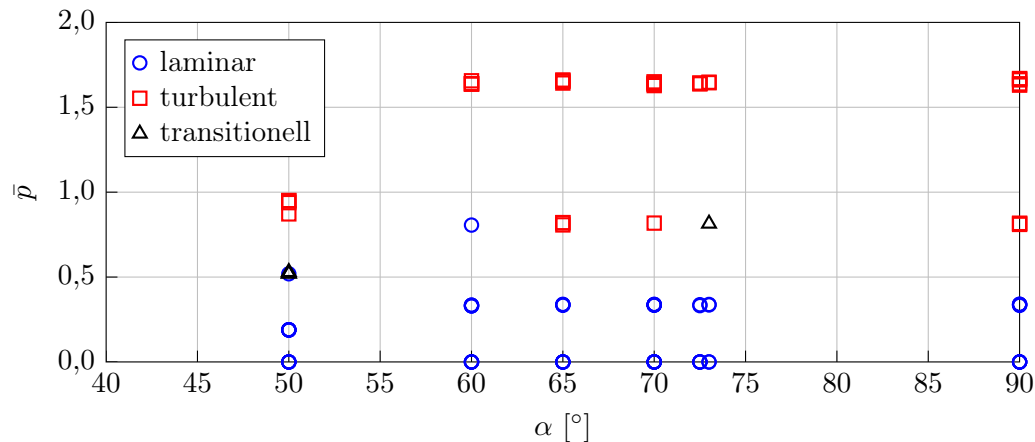
ein, da sie im Gegensatz zu anderen Datenpunkten mit vergleichbarer Drehrate eine laminare Ablösung aufweist. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Abbildung Messungen in verschiedenen Transversalebene enthält. Der genannte Datenpunkt bezieht sich auf eine Messung in der vordersten Transversalebene  $x/L = 0,85$ , in der der radiale Abstand  $r = r(x)$  zwischen Oberfläche und Geschossachse deutlich kleiner ist als im zylindrischen Bereich des Geschosses. Dies hat zur Folge, dass auch die lokale Oberflächengeschwindigkeit

$$u_s = \frac{2r(x)}{D} U_\infty \bar{p} \quad (4.20)$$

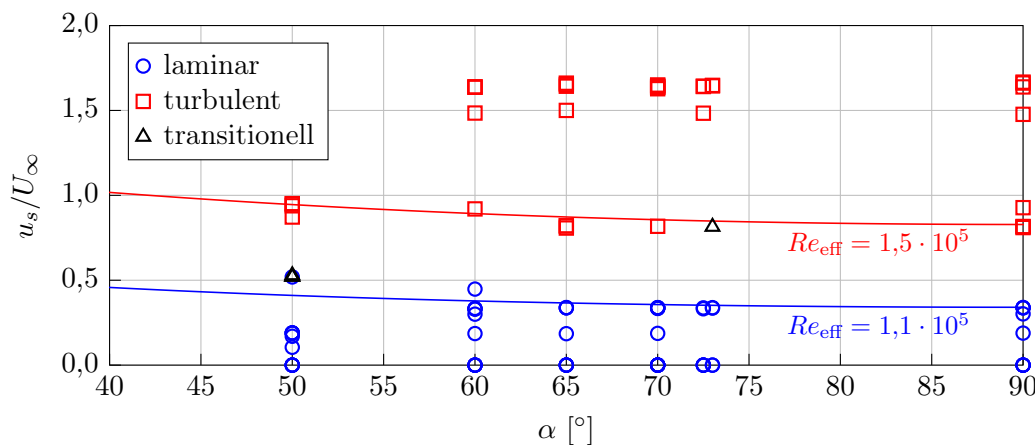
entsprechend geringer ausfällt. Eine schärfere Abgrenzung zwischen dem laminaren und dem turbulenten Parametergebiet lässt sich erzielen, wenn die Daten nach  $u_s$  parametrisiert werden. Diese Darstellung wurde in Abbildung 4.24b verwendet. Basierend auf dem im folgenden Abschnitt vorgestellten Konzept der *effektiven Reynoldszahl*  $Re_{\text{eff}}$  sind in der Abbildung zusätzlich zwei Isolinien von  $Re_{\text{eff}}$  eingezeichnet, die die Grenzen des Transitionsgebiets markieren.

### Effektive Reynoldszahl

Auf der Grundlage der vorliegenden Daten wird im Folgenden ein verallgemeinertes Kriterium vorgestellt, das es ermöglicht, den Turbulenzzustand in der Grenzschicht in Abhängigkeit der Reynoldszahl, der Oberflächengeschwindigkeit und des Anstellwinkels abzuschätzen. Das Kriterium basiert auf dem Konzept der *effektiven* oder *relativen* Reynoldszahl, wie es ursprünglich von Krahn [96] vorgeschlagen und später von Swanson [21] aufgegriffen wurde, um inverse Magnuskräfte an rotierenden, querangeströmten Zylindern zu erklären. Nach dieser Theorie kommt es dann zu einer



(a) Parametrisierung nach der Drehzahl.



(b) Parametrisierung nach der Oberflächengeschwindigkeit.

Abbildung 4.24: Zustand der Grenzschicht bei Ablösung auf der gegenrotierenden Seite.

turbulenten Ablösung, sobald die effektive Reynoldszahl  $Re(1 \pm u_s/U_\infty)$  einen kritischen Wert überschreitet, wobei sich das positive Vorzeichen auf die gegenrotierende Seite, das negative auf die mitrotierende Seite bezieht. Ausgangspunkt ist die Überlegung, dass sich die Anströmgeschwindigkeit für einen mit der Oberfläche mitbewegten Beobachter bei  $90^\circ$  Umfangswinkel auf der gegenrotierenden Seite auf  $U_\infty + u_s$  erhöht, während sie sich auf der mitrotierenden Seite auf  $U_\infty - u_s$  verringert.

Dieses Konzept wird im Folgenden auf angestellte Rotationskörper erweitert, indem die Geschwindigkeitskomponenten  $U_\infty$  und  $u_s$  vektoriell überlagert werden. Dies ist in Abbildung 4.25 veranschaulicht, wobei sich die eingezeichneten Vektoren auf die Geschwindigkeit der Strömung relativ zur Oberfläche beziehen. Mit der effektiven Geschwindigkeit

$$u_{\text{eff}} := \sqrt{(U_\infty \pm u_s \sin \alpha)^2 + u_s^2 \cos^2 \alpha} \quad (4.21)$$

ergibt sich daraus die effektive Reynoldszahl

$$Re_{\text{eff}} := \frac{\rho_{\infty} u_{\text{eff}} D}{\mu_{\infty}} = Re \sqrt{1 \pm 2 \frac{u_s}{U_{\infty}} \sin \alpha + \left( \frac{u_s}{U_{\infty}} \right)^2}. \quad (4.22)$$

Aus den vorliegenden Daten aus Abbildung 4.24b lässt sich ableiten, dass der Übergang von laminarer zu turbulenter Ablösung bei effektiven Reynoldszahlen im Bereich  $1,1 \cdot 10^5$  bis  $1,5 \cdot 10^5$  stattfindet. Dies ist konsistent mit den Angaben von Krahn [96], der von einer kritischen Reynoldszahl von  $1,4 \cdot 10^5$  ausgeht.

Durch Auflösen von Gleichung (4.22) nach  $u_s$  und Berücksichtigung von Gleichung (4.20) kann gezeigt werden, dass unter den vorliegenden Konditionen eine turbulente Ablösung nur für Drehzahlen  $\bar{p} > 0,34$  möglich ist. In den Kraftwaagemessungen aus Abschnitt 4.2 wurden jedoch bereits bei der niedrigsten Drehzahl von  $\bar{p} = 0,19$  inverse Magnuskräfte beobachtet. Im Gegensatz zum querangeströmten Zylinder, bei dem die Invertierung der Magnuskraft typischerweise mit einer einseitig turbulenten Ablösung erklärt wird [21–23, 96], können die inversen Magnuskräfte im vorliegenden Fall nicht auf einen Transitionseffekt zurückgeführt werden. Auf diesen Umstand weisen auch die in [79] vorgestellten RANS-Simulationen hin. Der endgültige Nachweis konnte jedoch erst durch die gezeigten Partikelbilder erbracht werden, die zum Teil bereits in [80] und [81] publiziert wurden.

## 4.4 Rekonstruktion des Drucks aus PIV-Daten

Aus den in Abschnitt 4.3 dargestellten PIV-Messungen ergibt sich ein umfassendes Bild der kinematischen Struktur der Strömung. Diese kinematischen Informationen ermöglichen allerdings keine direkten Rückschlüsse auf die dynamischen Eigenschaften der Strömung, wie etwa den Druck und die daraus resultierenden Kräfte und Momente. Für ein umfassendes Verständnis der gemessenen Kraft- und Momentenbeiwerte ist daher die Kenntnis des Drucks, insbesondere an der Oberfläche des Geschossmodells, von zentraler Bedeutung.

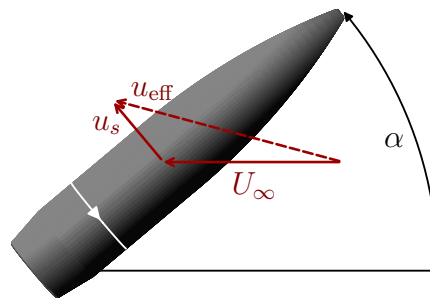


Abbildung 4.25: Definition der effektiven Geschwindigkeit  $u_{\text{eff}}$ .

Eine Vermessung der Druckfelder mithilfe klassischer, intrusiver Verfahren wie etwa Pitot-Sonden ist in der Regel sehr aufwändig, während die Erfassung des Oberflächendrucks durch eine in das Modell integrierte Instrumentierung im vorliegenden Fall eines schnell rotierenden Körpers gar unmöglich erscheint. Eine berührungslose Messung des Drucks an der Geschossoberfläche mittels *Pressure Sensitive Paint* (PSP) [87] wurde in Erwägung gezogen und im Rahmen von Vorversuchen getestet. Aufgrund der geringen Druckunterschiede in Verbindung mit den hohen Rotationsgeschwindigkeiten konnten dabei jedoch keine zufriedenstellenden Ergebnisse erzielt werden, sodass das Verfahren wieder verworfen wurde.

Alternativ zu den direkten Druckmessverfahren lassen sich die Druckfelder mithilfe der Navier-Stokes-Gleichung aus den mittels PIV gemessenen Geschwindigkeitsfeldern bestimmen. Dazu erfolgt entweder eine direkte räumliche Integration der nach dem Druckgradienten aufgelösten, vektoriellen Navier-Stokes-Gleichung, oder es wird die aus der Divergenz des Druckgradienten gebildete Poisson-Gleichung gelöst [97]. Im Rahmen dieser Arbeit wurde das *Pressure-from-PIV*-Modul [98] der kommerziellen PIV-Software *Davis 10* [92] verwendet, das auf der Lösung einer inkompressiblen Poisson-Gleichung beruht. Für eine ausführliche Beschreibung des Verfahrens wird auf [97] und [99] verwiesen. Da im vorliegenden Fall keine zeitaufgelösten PIV-Daten zur Verfügung stehen, können keine instantanen Druckfelder ermittelt werden. Dazu wäre die Kenntnis der zeitlichen Ableitung des Geschwindigkeitsfeldes erforderlich, die mit der verwendeten Bildrate von 9 Hz nicht bestimmt werden kann. Im Fall von unkorrelierten Geschwindigkeitsfeldern, wie sie hier vorliegen, lässt sich dennoch das zugehörige mittlere Druckfeld  $\langle P \rangle(y, z)$  bestimmen. Das zugrundeliegende Verfahren basiert im Wesentlichen auf einer von den Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen abgeleiteten, quasi-zweidimensionalen Poisson-Gleichung. Diese hat die Form

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \langle P \rangle}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \langle P \rangle}{\partial z^2} = & -\rho \left[ \left( \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial y} \right)^2 + 2 \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial z} \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial y} + \left( \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial z} \right)^2 \right] \\ & - \rho \left[ \frac{\partial \langle \text{div}_{yz} \rangle}{\partial y} \langle v \rangle + \frac{\partial \langle \text{div}_{yz} \rangle}{\partial z} \langle w \rangle \right] + \mu \left[ \frac{\partial^2 \langle \text{div}_{yz} \rangle}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \langle \text{div}_{yz} \rangle}{\partial z^2} \right] \\ & - \rho \left[ \frac{\partial^2 R_{yy}}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 R_{yz}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 R_{zz}}{\partial z^2} \right] \\ & + \mu \frac{\partial^2 \langle \text{div}_{yz} \rangle}{\partial x^2} - \rho \left[ \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial x} \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} + \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial x} \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial z} + \frac{\partial \langle \text{div}_{yz} \rangle}{\partial x} \langle u \rangle + \frac{\partial^2 R_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 R_{xz}}{\partial x \partial z} \right]. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Für eine stationäre, zweidimensionale Strömung in der  $yz$ -Ebene reduziert sich die Gleichung auf die erste Zeile. Im dreidimensionalen Fall treten zusätzliche Terme auf, da die Gradienten und Geschwindigkeiten in  $x$ -Richtung im Allgemeinen nicht verschwinden. Mit  $\partial \langle u \rangle / \partial x \neq 0$  folgt aus der Kontinuitätsbedingung, dass auch die *planare Divergenz*

$$\langle \text{div}_{yz} \rangle := \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial y} + \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial z} \quad (4.24)$$

ungleich null ist. Bei instationären Strömungen müssen zusätzlich die Reynoldsspannungen

$$\begin{aligned}
 R_{yy} &:= \langle v'^2 \rangle, \\
 R_{yz} &:= \langle v'w' \rangle, \\
 R_{zz} &:= \langle w'^2 \rangle, \\
 R_{xy} &:= \langle u'v' \rangle, \\
 R_{xz} &:= \langle u'w' \rangle
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

berücksichtigt werden, die durch Mittelung aus den Produkten der Fluktuationsgeschwindigkeiten

$$\begin{aligned}
 u' &:= u - \langle u \rangle, \\
 v' &:= v - \langle v \rangle, \\
 w' &:= w - \langle w \rangle
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

bestimmt werden.

Während die zweite und dritte Zeile von Gleichung (4.23) auch ohne Kenntnis der Gradienten und Geschwindigkeiten in Normalenrichtung ausgewertet werden können, sind für die Terme der letzten Zeile dreidimensionale Messverfahren wie etwa *tomografische PIV* erforderlich. Bei der Verwendung von 2D2C-PIV müssen diese Terme zwangsläufig vernachlässigt werden, was bei ausgeprägter Dreidimensionalität der Strömung zu einem Fehler führt. Eine weitere Fehlerquelle stellt die begrenzte räumliche Auflösung der gemessenen Geschwindigkeitsfelder dar. Diese hat zur Folge, dass der Beitrag der nicht aufgelösten turbulenten Skalen in den Reynoldsspannungen unberücksichtigt bleibt.

Um die Genauigkeit der Druckrekonstruktion unter den vorliegenden Strömungsbedingungen zu quantifizieren, wurde das Verfahren auf die mittels CFD-Simulation berechneten Geschwindigkeitsfelder angewendet. Da für diese auch die zugehörigen Druckfelder bekannt sind, kann aus einem Vergleich der aus den berechneten Geschwindigkeitsfeldern rekonstruierten Druckfelder mit dem tatsächlichen Druck aus der CFD-Lösung auf die Genauigkeit des Rekonstruktionsverfahrens geschlossen werden. Die Ergebnisse dieses Vergleichs werden in Abschnitt 5.5 diskutiert. Für die meisten der untersuchten Konditionen erwies sich das Verfahren als sehr zuverlässig. Sofern nicht ausdrücklich etwas anderes angegeben wird, kann im Folgenden davon ausgegangen werden, dass die rekonstruierten Drücke das tatsächliche Druckfeld in guter Näherung abbilden.

#### 4.4.1 Rekonstruierte Druckfelder

Im Folgenden wird eine Auswahl an Druckfeldern präsentiert, um den Einfluss des Anstellwinkels und der Drehrate auf die gemessenen Kraftbeiwerte  $C_y$  und  $C_z$  mit den beobachteten Strömungsphänomenen in Verbindung zu bringen. Hierbei ist zu beachten, dass die Druckrekonstruktion nur Relativdrücke bezüglich eines beliebig wählbaren Referenzdrucks liefert [98]. Zur Festlegung der Integrationskonstante wurde

der maximale Oberflächendruck in der jeweiligen Messebene mit dem Totaldruck der Querströmung,  $P_\infty + \frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2 \sin^2 \alpha$ , identifiziert. Für die resultierenden Kräfte und Momente ist die Wahl des Referenzdrucks jedoch ohne Bedeutung, da diese nur von den Druckdifferenzen an der Oberfläche abhängen.

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die dargestellten Oberflächendrucke auf extrapolierten Werten basieren, da in unmittelbarer Nähe der Oberfläche aufgrund von Laserreflexionen und perspektivischer Abschattung keine PIV-Daten verfügbar sind. Zu diesem Zweck wurden die Druckfelder zunächst auf ein äquidistantes polares Gitter  $(R_i, \Phi_j)$  interpoliert. Anschließend wurde für jeden Umfangswinkel  $\Phi_j$  eine lineare Extrapolation der Radialkoordinate  $R$  bis zur Oberfläche durchgeführt. Für ein exemplarisches Druckfeld sind die radialen Verläufe von  $\langle P \rangle$  in Abbildung 4.26 dargestellt.

### Anstellwinkelbereich II ( $\alpha \approx 20^\circ$ bis $65^\circ$ )

Abbildung 4.27 veranschaulicht den Einfluss der Drehrate auf den mittleren Druck  $\langle P \rangle$  in der Transversalebene  $x/L = 0,42$  bei einem Anstellwinkel von  $50^\circ$ . Die entsprechenden Geschwindigkeitsfelder sind in Abbildung 4.10 dargestellt. Die gezeigten Strömungsfelder sind repräsentativ für den Anstellwinkelbereich II, der durch die Ausbildung stationärer Wirbel auf der Leeseite gekennzeichnet ist. Diese Nachlaufwirbel beeinflussen die resultierende Druckverteilung in zweifacher Hinsicht, wie im Folgenden erläutert wird.

Zum einen herrscht in den Wirbelzentren ein Unterdruck, der offensichtlich auf die Wirkung der vorherrschenden Zentrifugalkräfte zurückzuführen ist. Befindet sich ein Wirbel nahe genug an der Oberfläche, kann er somit direkt zu einer Verringerung des Oberflächendrucks an der entsprechenden Stelle beitragen. Dieser Effekt ist in den in Abbildung 4.27 dargestellten Druckfeldern zu sehen. Insbesondere der körpernahe Wirbel auf der linken Seite übt einen erkennbaren Sog auf die Oberfläche aus, was sich in den Verläufen des Oberflächendrucks in Abbildung 4.28 durch ein Druckminimum

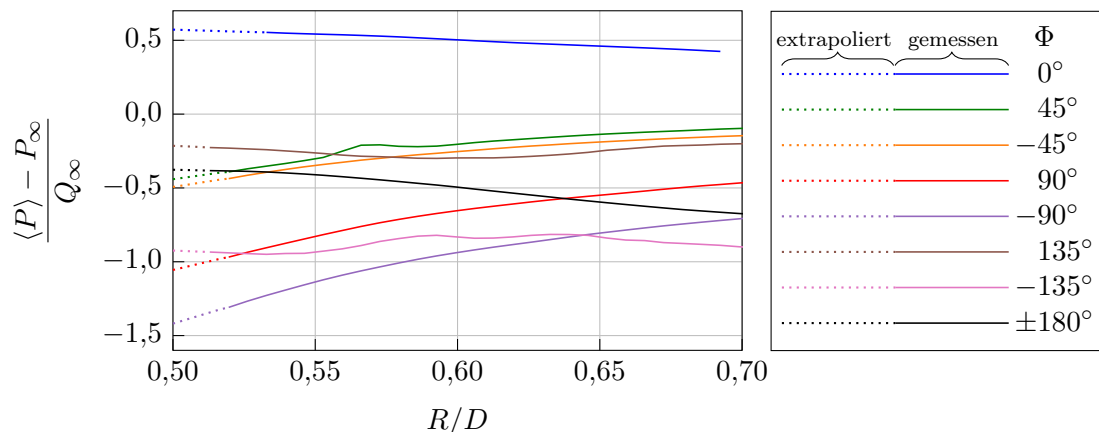


Abbildung 4.26: Radiale Druckverläufe bei  $\alpha = 50^\circ$  und  $\bar{p} = 0,52$  in der Transversalebene  $x/L = 0,42$ .

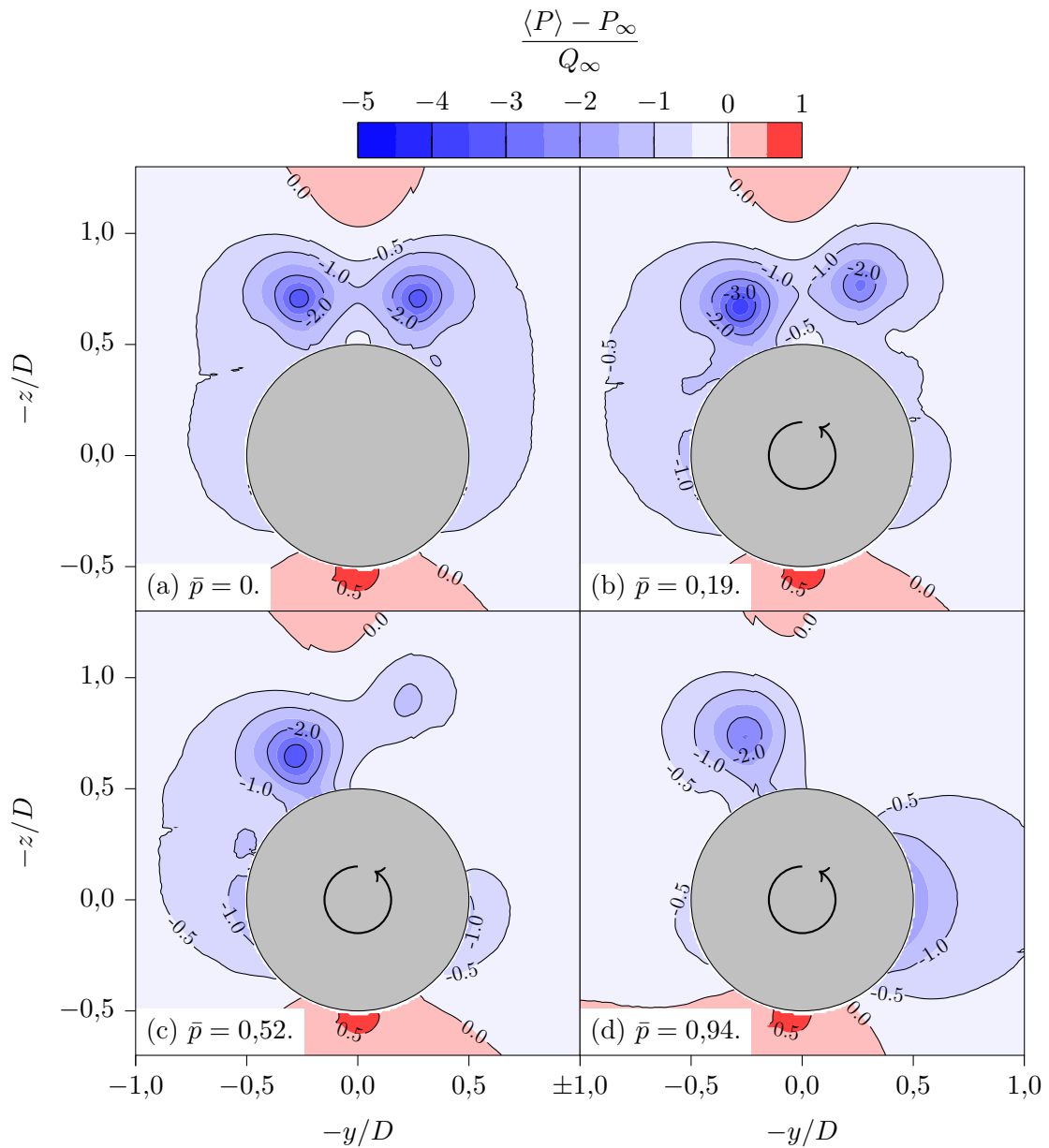


Abbildung 4.27: Aus PIV-Daten rekonstruierte mittlere Druckfelder in der Transversalebene  $x/L = 0,42$  bei  $\alpha = 50^\circ$ .

bei  $\Phi = -160^\circ$  widerspiegelt. Unter dem Einfluss der Rotation kommt es zu einer Asymmetrie der Nachlaufwirbel, wobei sich der mitrotierende Wirbel zunehmend von der Oberfläche entfernt, während er gleichzeitig an Intensität verliert. Dadurch verringert sich der Oberflächensog, was bereits bei niedrigen Drehzahlen zu einer Verringerung der Normalkraft führt (siehe Abbildung 4.7). Dieses Phänomen zeigt sich in der Darstellung des vertikalen Druckanteils  $P \cos \Phi$  in Abbildung 4.29 durch eine deutliche Abnahme im Umfangswinkelbereich zwischen  $135^\circ$  und  $180^\circ$ , wenn die Drehzahl von  $\bar{p} = 0$  über  $0,19$  auf  $0,52$  erhöht wird.

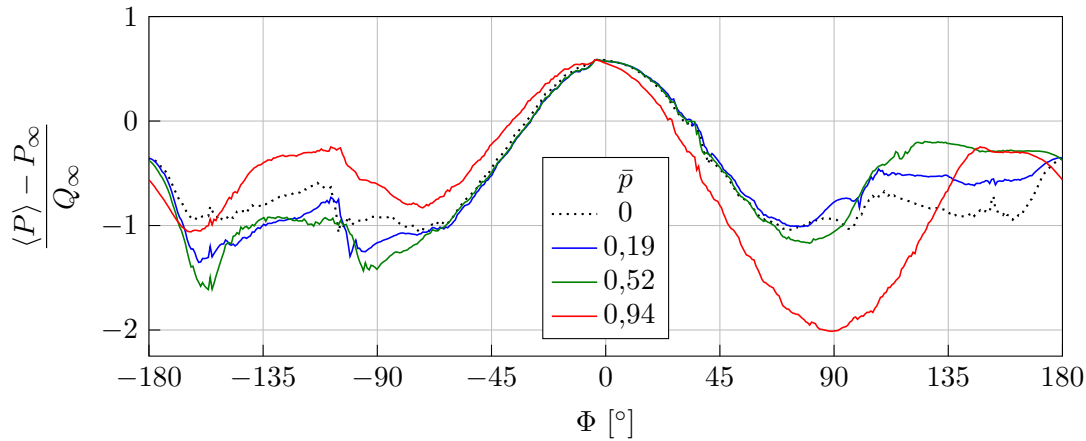


Abbildung 4.28: Aus PIV-Daten rekonstruierter mittlerer Oberflächendruck bei  $x/L = 0,42$  und  $\alpha = 50^\circ$ .

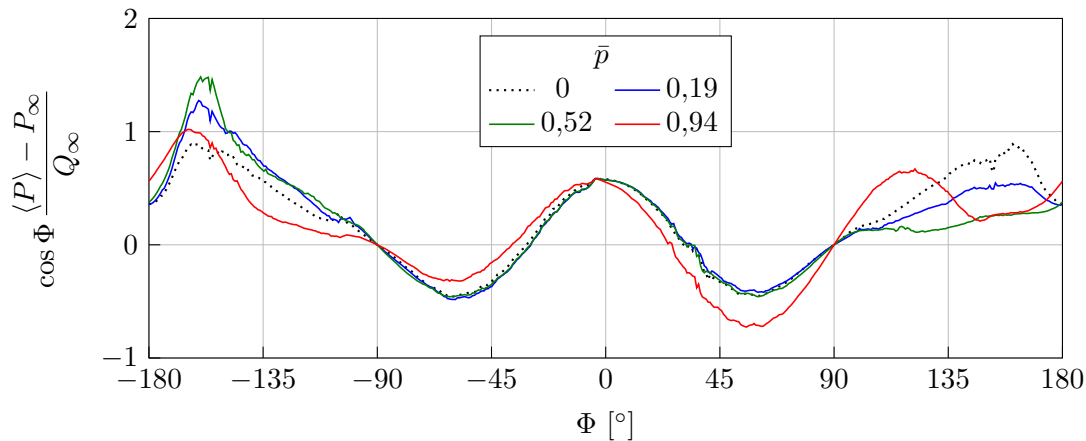


Abbildung 4.29: Vertikaler Anteil des aus PIV-Daten rekonstruierten mittleren Oberflächendrucks bei  $x/L = 0,42$  und  $\alpha = 50^\circ$ .

Für die resultierende Magnuskraft ist der direkte Einfluss der von den Wirbeln ausgehenden Unterdruckgebiete von untergeordneter Bedeutung. Dies wird deutlich, wenn man den horizontalen Anteil des Oberflächendrucks durch Multiplikation mit  $\sin |\Phi|$  isoliert, wie in Abbildung 4.30 für die Drehzahlen  $\bar{p} = 0,52$  und  $0,94$  dargestellt ist. Im Fall der unterkritischen Drehzahl  $\bar{p} = 0,52$  in Abbildung 4.30a ist der horizontale Anteil des Oberflächendrucks auf der gegenrotierenden Seite ( $\Phi < 0$ ) über fast den gesamten Umfangswinkelbereich ab  $70^\circ$  kleiner als beim nicht-rotierenden Geschoss. Der Einfluss des Wirbels bei  $\Phi = -160^\circ$  ist zwar sichtbar, aber nicht dominant. Auf der mitrotierenden Seite ( $\Phi > 0$ ) beobachtet man zwischen  $70^\circ$  und  $90^\circ$  zunächst eine Verringerung, ab  $90^\circ$  jedoch eine deutliche Erhöhung des horizontalen Oberflächendrucks. Sowohl die Druckabnahme auf der gegenrotierenden Seite als auch der Druckanstieg auf der mitrotierenden Seite tragen dazu bei, dass die resul-

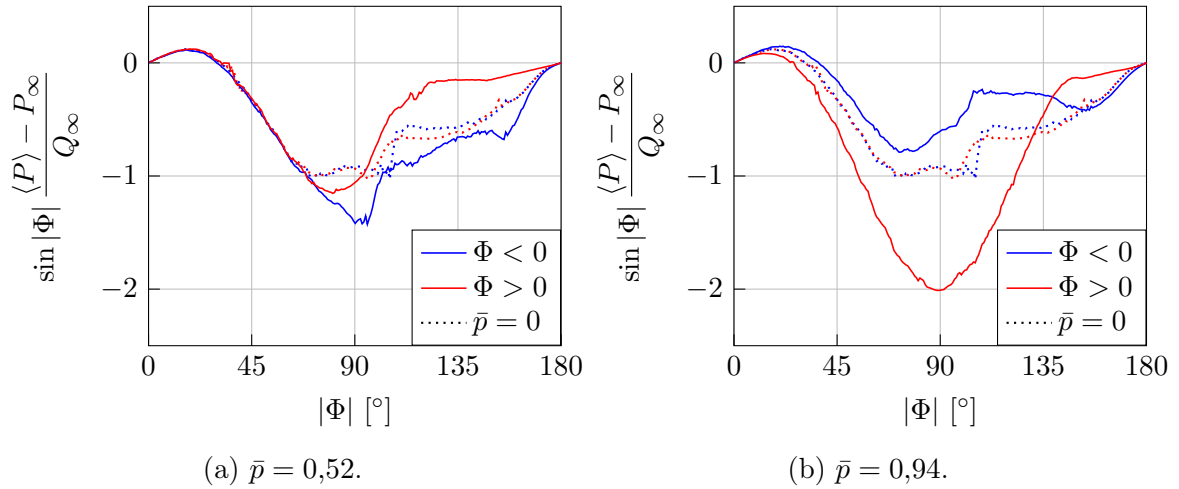


Abbildung 4.30: Horizontaler Anteil des aus PIV-Daten rekonstruierten mittleren Oberflächendrucks bei  $x/L = 0,42$  und  $\alpha = 50^\circ$ .

tierende Seitenkraft in Richtung der gegenrotierenden Seite zeigt, woraus sich eine positive, also *inverse* Magnuskraft ergibt.

Verursacht werden die Druckunterschiede in erster Linie durch die Asymmetrie der Außenströmung, die sich indirekt aus der asymmetrischen Anordnung der Nachlaufwirbel ergibt (siehe Abbildung 4.10c). So hat die stromabwärts gerichtete Verschiebung des mitrotierenden Wirbels zur Folge, dass die Stromlinien der Außenströmung auf dieser Seite relativ geradlinig verlaufen, wohingegen die Umströmung des körpernahen Wirbels auf der gegenrotierenden Seite eine stärkere Umlenkung der Außenströmung erfordert. Zur Bereitstellung der erforderlichen Zentripetalkräfte ist ein Druckgradient in Normalenrichtung notwendig, weshalb in Bereichen mit stärker gekrümmter Außenströmung geringere Oberflächendrücke auftreten. In diesen Bereichen wird gleichzeitig eine Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit beobachtet, da der Druck  $P$  und die Geschwindigkeit  $c$  entlang einer Stromlinie in einer stationären, reibungsfreien und inkompressiblen Strömung über die Bernoulli-Gleichung

$$P + \frac{1}{2}\rho c^2 = \text{konst.} \quad (4.27)$$

verknüpft sind.

Eine Erhöhung der Drehzahl auf  $\bar{p} = 0,94$  führt dazu, dass die Bildung des Wirbels auf der mitrotierenden Seite unterdrückt wird. Dadurch verschiebt sich der Ablösepunkt stromabwärts, was eine starke Krümmung der Querstromlinien nach sich zieht. Wie in Abbildung 4.27d ersichtlich, entsteht dabei ein ausgeprägtes Unterdruckgebiet auf der mitrotierenden Seite. Der Einfluss dieses Unterdruckgebiets ist im Horizontalanteil des Oberflächendrucks in Abbildung 4.30b deutlich erkennbar und maßgeblich dafür verantwortlich, dass die resultierende Seitenkraft in Richtung der mitrotierenden Seite wirkt. Dieses Verhalten entspricht im Wesentlichen dem klassischen Magnuseffekt, wie er in der Literatur [21–23] im Zusammenhang mit rotierenden Zylindern beschrieben wird.

Mit steigender Drehzahl nimmt der Einfluss des Unterdruckgebiets weiter zu. Dies wird anhand des in Abbildung 4.31 dargestellten Druckfelds für ein mit  $60^\circ$  angestelltes Geschoss bei  $\bar{p} = 1,64$  veranschaulicht. Während sich der Staupunkt leicht zur gegenrotierenden Seite verschiebt, erstreckt sich das Unterdruckgebiet auf der mitrotierenden Seite nun bis weit auf die Leeseite. Letzteres spiegelt sich auch in der Vertikalkomponente des Oberflächendrucks in Abbildung 4.32 wider, die bei Umfangswinkeln zwischen  $90^\circ$  und  $180^\circ$  nun deutlich höhere Werte erreicht als im Fall des nicht-rotierenden Geschosses. Dies erklärt den in den Kraftwaagenmessungen beobachteten Anstieg der Normalkraft bei hohen Drehzahlen.

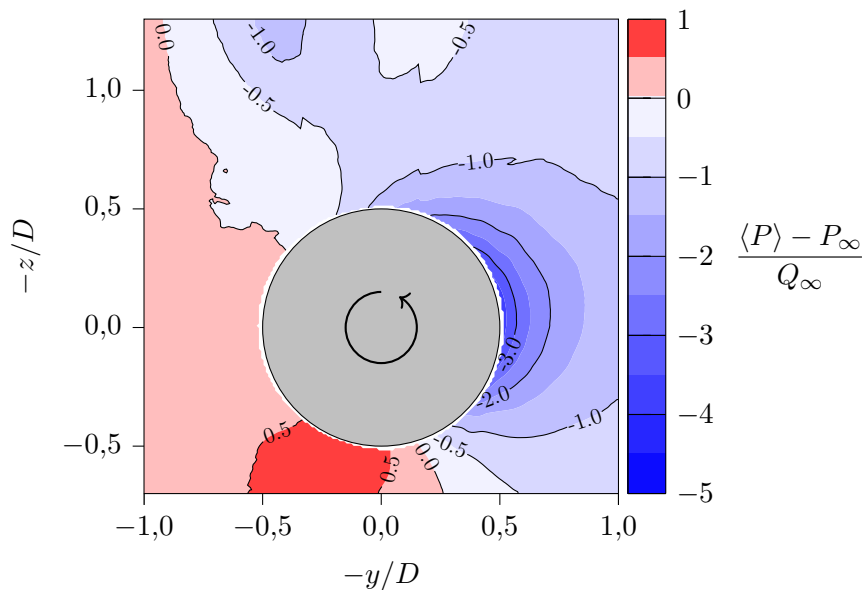


Abbildung 4.31: Aus PIV-Daten rekonstruiertes mittleres Druckfeld in der Transversalebene  $x/L = 0,42$  bei  $\alpha = 60^\circ$  und  $\bar{p} = 1,64$ .

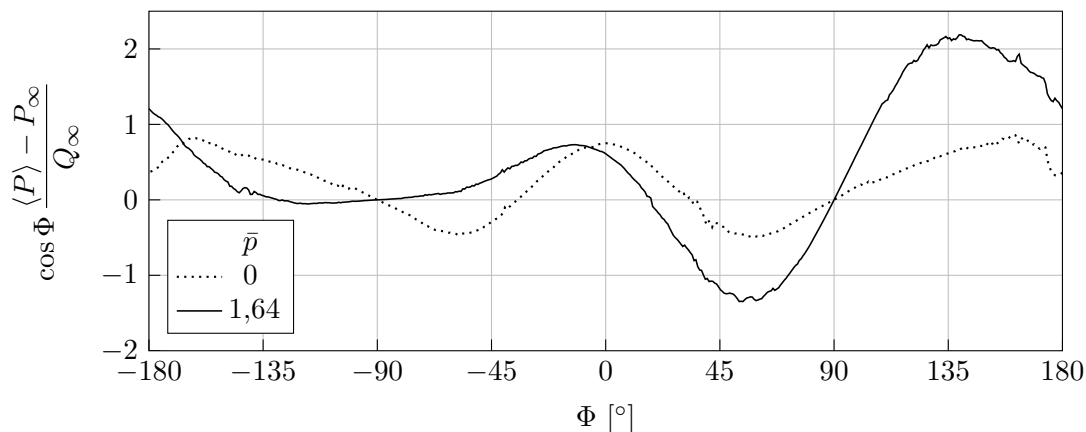


Abbildung 4.32: Vertikaler Anteil des aus PIV-Daten rekonstruierten mittleren Oberflächendrucks bei  $x/L = 0,42$  und  $\alpha = 60^\circ$ .

### Anstellwinkelbereich III ( $\alpha \approx 65^\circ$ bis $90^\circ$ )

Im Anstellwinkelbereich III sind die Verhältnisse grundsätzlich einfacher, da hier unabhängig von der Drehrate eine wirbelfreie Nachlaufströmung vorliegt. Wie anhand der Geschwindigkeitsfelder (Abbildung 4.12) bereits diskutiert wurde, verschiebt sich der Ablösepunkt auf der mitrotierenden Seite mit zunehmender Drehrate stromabwärts. Damit einher geht eine Umlenkung der Außenströmung, was aufgrund der damit verbundenen Zentrifugalkräfte einen radialen Druckgradienten erzeugt, sodass sich auf der mitrotierenden Seite ein ausgeprägtes Unterdruckgebiet ausbildet. Dieses ist in den in Abbildung 4.33 dargestellten Druckfeldern bei  $\alpha = 90^\circ$  und  $x/L = 0,42$  deutlich zu erkennen. In der Folge entsteht eine resultierende Seitenkraft in Richtung der mitrotierenden Seite (klassischer Magnuseffekt). Dieser Mechanismus tritt bereits bei der niedrigsten untersuchten Drehzahl  $\bar{p} = 0,34$  auf, wie die Darstellung des horizontalen Oberflächendrucks in Abbildung 4.34a zeigt. Inverse Magnuskräfte, wie sie im Anstellwinkelbereich II infolge einer asymmetrischen Anordnung der Nachlaufwirbel auftreten, sind auf diese Weise nicht möglich.

Während eine Erhöhung der Drehzahl den Druck auf der mitrotierenden Seite zunehmend reduziert, werden auf der gegenrotierenden Seite lediglich geringe Druckänderungen beobachtet. Dies zeigt die Darstellung des Oberflächendrucks in Abbildung 4.35. Bei näherer Betrachtung fällt auf, dass es bei mittleren Drehzahlen  $\bar{p} = 0,81$  im Umfangswinkelbereich zwischen  $-50^\circ$  und  $-80^\circ$  zu einer Verringerung des Oberflächendrucks kommt, während bei  $\bar{p} = 0,34$  und  $1,66$  in diesem Bereich eine Druckerhöhung zu sehen ist. Die Druckabnahme bei  $\bar{p} = 0,81$  ist auf die in Abschnitt 4.3 diskutierte Verzögerung der Ablösung infolge der durch die Rotation verursachten laminar-turbulenten Transition der Grenzschicht zurückzuführen. Für die resultierende Magnuskraft ist dieser Effekt jedoch von untergeordneter Bedeutung. Wie aus der Darstellung des horizontalen Druckanteils in Abbildung 4.34b hervorgeht, wird diese hauptsächlich durch den Unterdruck auf der mitrotierenden Seite ( $\Phi > 0$ ) bestimmt. Ähnlich verhält es sich mit der Normalkraft. Die Darstellung des vertikalen Druckanteils  $\langle P \rangle \cos \Phi$  in Abbildung 4.36 zeigt, dass dieser bei  $\bar{p} = 0,81$  im Umfangswinkelbereich von  $\Phi = -50^\circ$  bis  $-80^\circ$  nur geringfügig niedrigere Werte aufweist als im Fall des nicht-rotierenden Geschosses, während auf der mitrotierenden Seite ein deutlich stärkerer Rückgang beobachtet wird. Daraus folgt, dass die in den Kraftwaagenmessungen beobachtete Verringerung der Normalkraft im Drehzahlbereich  $\bar{p} < 1,37$  *nicht* durch einen Transitionseffekt verursacht wird.

Primär verantwortlich für die Drehzahlabhängigkeit der Normalkraft ist stattdessen die Lage des Unterdruckgebiets auf der mitrotierenden Seite. Bei den niedrigeren Drehzahlen  $\bar{p} = 0,34$  und  $0,81$  befindet sich das Zentrum dieses Unterdruckgebiets auf der Anströmseite ( $\Phi < 90^\circ$ ), wie in Abbildung 4.35 deutlich zu sehen ist. Ein Unterdruck in diesem Bereich mindert den Auftrieb, was zu einer (betragsmäßigen) Abnahme der Normalkraft führt. Dies zeigt sich in der Darstellung des vertikalen Druckanteils  $\langle P \rangle \cos \Phi$  in Abbildung 4.36. Bei einer sehr hohen Drehzahl von  $\bar{p} = 1,66$  erstreckt sich das Unterdruckgebiet hingegen bis weit auf die Leeseite ( $\Phi > 90^\circ$ ). Dadurch entsteht eine nach oben gerichtete vertikale Kraft, was den bei hohen Dreh-

zahlen ( $\bar{p} > 1,37$ ) beobachteten Normalkraftanstieg erklärt. Dieses Phänomen tritt grundsätzlich auch im Anstellwinkelbereich II auf. Bei den niedrigeren Drehzahlen überwiegt dort jedoch im Allgemeinen der Sogeffekt durch die Nachlaufwirbel.

Abschließend sei auf ein messtechnisches Artefakt hingewiesen, das in den Druckfeldern teilweise auftritt. Besonders deutlich ist es in Abbildung 4.33a zu sehen, wo unten rechts ein schmaler Streifen tangential zur Oberfläche erscheint, in dem ein vermeintlich erhöhter Druck vorliegt. Wie in Abschnitt 4.1.4 beschrieben, handelt es sich um eine Diskontinuität der Lichtintensität durch die partielle Abschattung des Geschossmodells, die zu einer leichten Abweichung in den Messergebnissen führt.

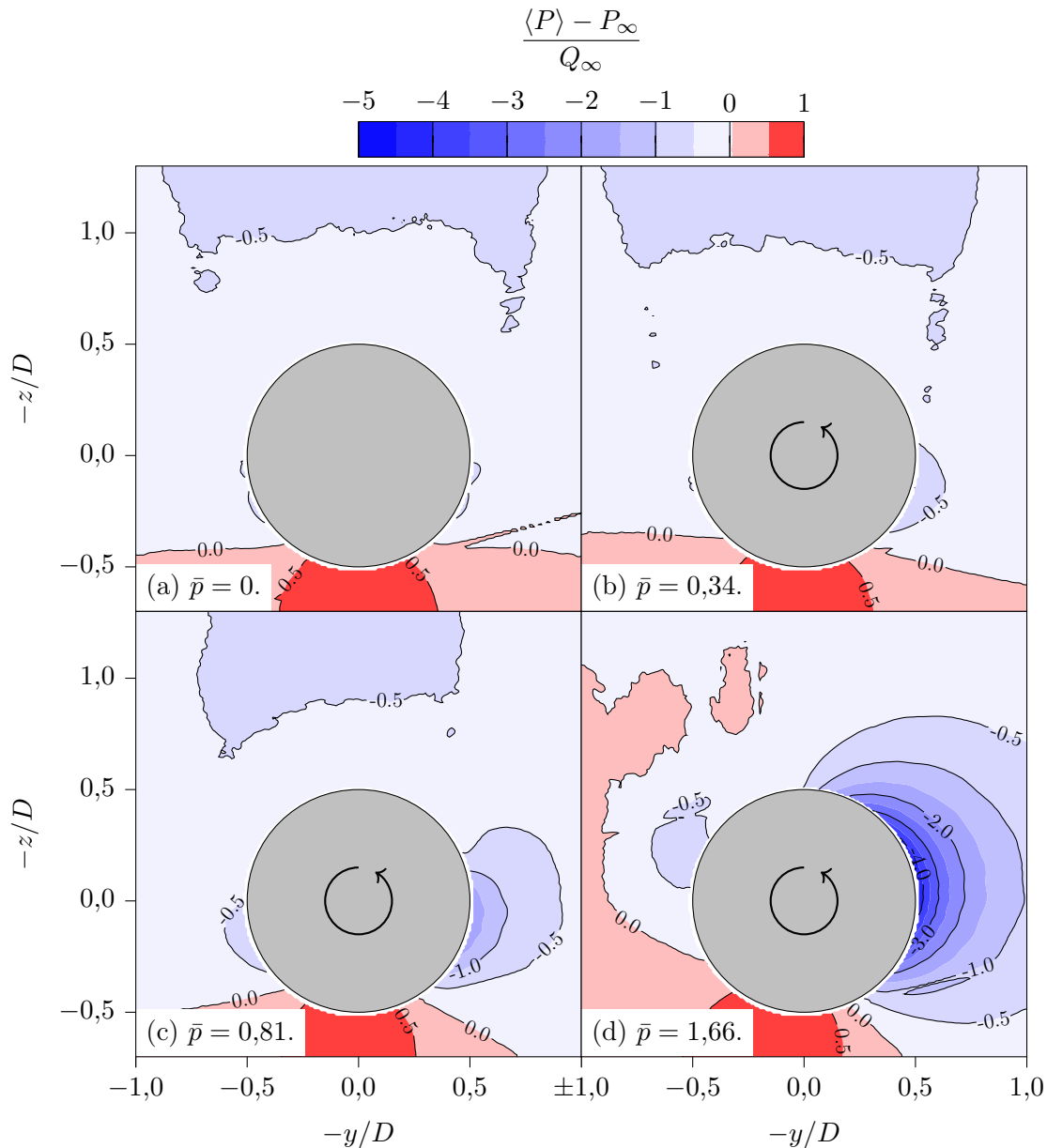


Abbildung 4.33: Aus PIV-Daten rekonstruierte mittlere Druckfelder in der Transversalebene  $x/L = 0,42$  bei  $\alpha = 90^\circ$ .

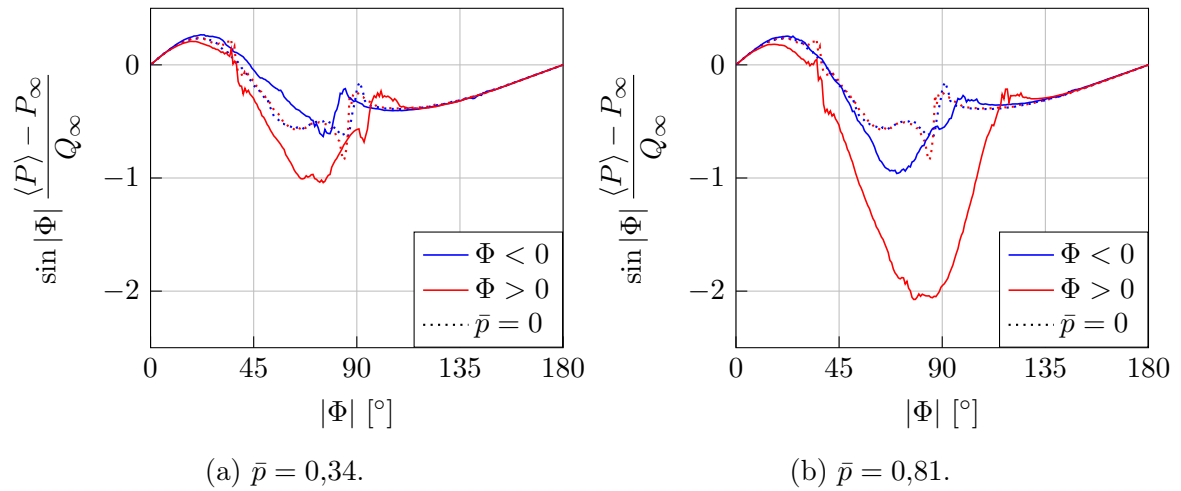


Abbildung 4.34: Horizontaler Anteil des aus PIV-Daten rekonstruierten mittleren Oberflächendrucks bei  $x/L = 0,42$  und  $\alpha = 90^\circ$ .

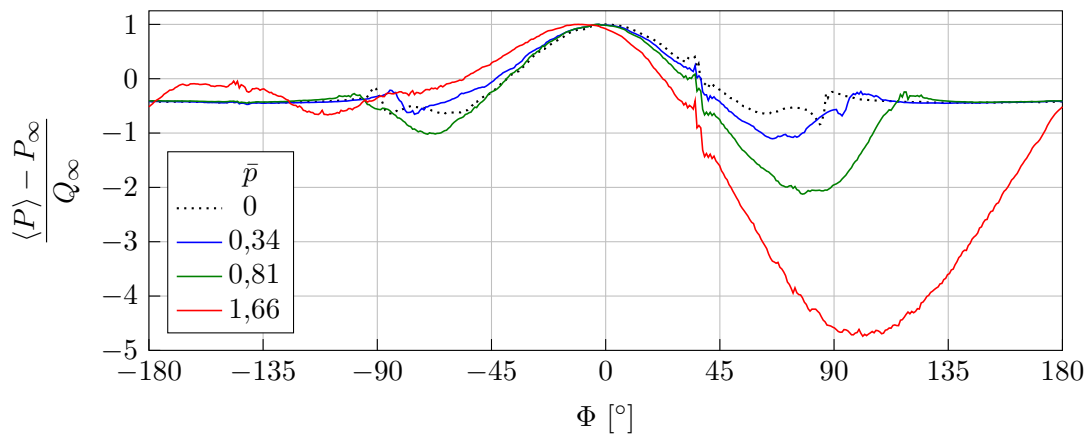


Abbildung 4.35: Aus PIV-Daten rekonstruierter mittlerer Oberflächendruck bei  $x/L = 0,42$  und  $\alpha = 90^\circ$ .

#### 4.4.2 Rekonstruierte Kraftverteilung

Mithilfe der Druckfelder und Oberflächendrücke konnte ein umfassendes Verständnis der aerodynamischen Mechanismen gewonnen werden, die zur Entstehung der gemessenen Kraftbeiwerte  $C_y$  und  $C_z$  beitragen. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die Druckverteilung in den einzelnen Transversalebene streng genommen nur Auskunft über die dort auftretenden *lokalen* Kräfte gibt. Während die lokalen Kräfte in der Geschossmitte ausreichend repräsentativ sind, um die resultierenden Kraftbeiwerte  $C_y$  und  $C_z$  zu erklären, sind für das Verständnis der aerodynamischen Momente zusätzliche Informationen über deren Verteilung entlang der Axialkoordinate erforderlich. Ausgehend vom Oberflächendruck in den verschiedenen Transversalebene wird daher im Folgenden die Kraftverteilung entlang der Axialkoordinate bestimmt.

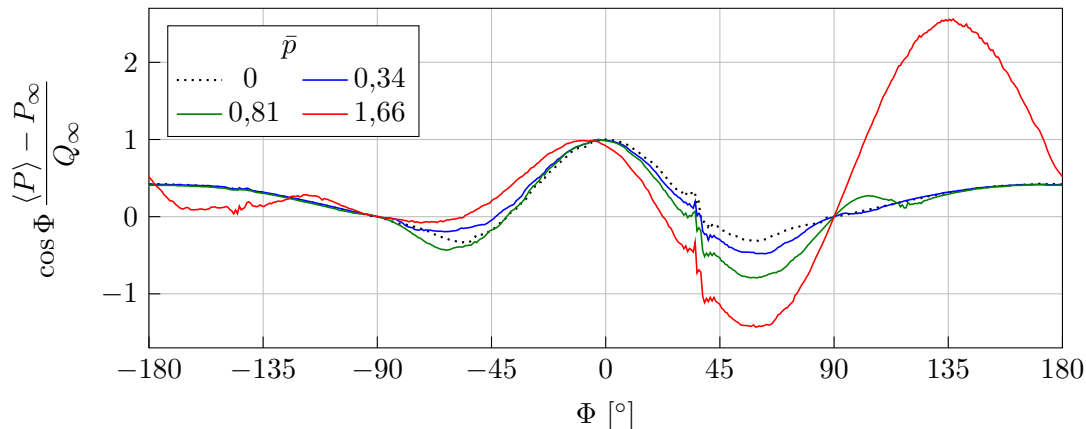


Abbildung 4.36: Vertikaler Anteil des aus PIV-Daten rekonstruierten mittleren Oberflächendrucks bei  $x/L = 0,42$  und  $\alpha = 90^\circ$ .

Auf diese Weise können lokale Auffälligkeiten identifiziert und mit den zugrundeliegenden Strömungsphänomenen in Verbindung gebracht werden.

Die auf einen umströmten Körper wirkenden Oberflächenspannungen setzen sich aus zwei Komponenten zusammen: einem Druckanteil senkrecht zur Oberfläche und einem Schubspannungsanteil in tangentialer Richtung. Bei anliegenden Strömungen um schlanke Körper überwiegt in der Regel der Schubspannungsanteil, während bei stark abgelösten Strömungen typischerweise der Druckanteil dominiert [78]. Bei querangeströmten Zylindern ist der Einfluß des Schubspannungsanteils bei Reynoldszahlen größer als  $10^4$  vernachlässigbar [67]. Es ist davon auszugehen, dass dies auch für die hier betrachtete Geschossströmung bei großen Anstellwinkeln und  $Re = 8 \cdot 10^4$  gilt. Die resultierende Kraft  $\mathbf{F}$  und das auf den Schwerpunkt  $\mathbf{x}_{SP}$  bezogene Moment  $\mathbf{M}$  ergeben sich somit aus den Flächenintegralen des Drucks  $P$  über die Körperoberfläche  $A$ :

$$\mathbf{F} = - \iint_A P \mathbf{n} \, dA, \quad (4.28)$$

$$\mathbf{M} = - \iint_A P (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{SP}) \times \mathbf{n} \, dA. \quad (4.29)$$

Dabei ist  $\mathbf{n}$  der nach außen gerichtete Einheitsvektor der Flächennormalen. Mithilfe des Gaußschen Integralsatzes kann gezeigt werden, dass im Sonderfall eines konstanten Drucks beide Flächenintegrale zu Null werden. Die Integrale hängen also ausschließlich von den Druckdifferenzen an der Oberfläche ab, sodass die Wahl des Referenzdrucks bei der Druckrekonstruktion für die resultierenden Kräfte und Momente irrelevant ist.

Unter Berücksichtigung der Rotationssymmetrie kann die Oberfläche durch die Axialkoordinate  $x$  und den Umfangswinkel  $\Phi$  parametrisiert werden. Für die aero-

dynamischen Kraftbeiwerte  $C_y$  und  $C_z$  ergeben sich dann die Ausdrücke

$$C_y = \frac{1}{Q_\infty S} \int_0^L r \left( \int_{-\pi}^{\pi} P \sin \Phi \, d\Phi \right) dx, \quad (4.30)$$

$$C_z = -\frac{1}{Q_\infty S} \int_0^L r \left( \int_{-\pi}^{\pi} P \cos \Phi \, d\Phi \right) dx, \quad (4.31)$$

wobei  $Q_\infty$  der dynamische Druck der Anströmung,  $S = \pi D^2/4$  die Referenzfläche und  $r = r(x)$  der Querschnittsradius des Geschosses an der Axialposition  $x$  ist. Die differentiellen Kraftanteile an der Axialposition  $x$  erhält man durch Ableitung nach  $x$  oder in dimensionsloser Form nach  $\bar{x} := x/L$ :

$$\frac{dC_y}{d\bar{x}} = \frac{rL}{Q_\infty S} \int_{-\pi}^{\pi} P \sin \Phi \, d\Phi, \quad (4.32)$$

$$\frac{dC_z}{d\bar{x}} = -\frac{rL}{Q_\infty S} \int_{-\pi}^{\pi} P \cos \Phi \, d\Phi. \quad (4.33)$$

Diese bestimmen nicht nur die integralen Kraftbeiwerte  $C_y$  und  $C_z$ , sondern gehen auch in die Berechnung der Momentenbeiwerte  $C_m$  und  $C_n$  ein:

$$C_y = \int_0^1 \frac{dC_y}{d\bar{x}} d\bar{x}, \quad (4.34)$$

$$C_z = \int_0^1 \frac{dC_z}{d\bar{x}} d\bar{x}, \quad (4.35)$$

$$C_m = -\frac{L}{D} \int_0^1 \left( \bar{x} - \bar{x}_{SP} + \frac{r}{L} \frac{dr}{dx} \right) \frac{dC_z}{d\bar{x}} d\bar{x} + C_{m0} + C_{mL}, \quad (4.36)$$

$$C_n = \frac{L}{D} \int_0^1 \left( \bar{x} - \bar{x}_{SP} + \frac{r}{L} \frac{dr}{dx} \right) \frac{dC_y}{d\bar{x}} d\bar{x} + C_{n0} + C_{nL}. \quad (4.37)$$

Dabei bezeichnet  $\bar{x}_{SP} := x_{SP}/L$  die dimensionslose Axialposition des Schwerpunkts. In den Formeln für die Momentenbeiwerte (Gleichungen (4.36) und (4.37)) treten jeweils zwei Zusatzterme auf, die die Wirkung des Drucks auf die ebenen Flächen am Geschossboden und an der Stirnfläche (Meplat) des Geschosses beinhalten. Die axiale Druckwirkung am Geschossboden wird durch die Integrale

$$C_{m0} = \frac{1}{Q_\infty S D} \int_0^{r_0} \int_{-\pi}^{\pi} P r^2 \cos \Phi \, d\Phi \, dr, \quad (4.38)$$

$$C_{n0} = \frac{1}{Q_\infty S D} \int_0^{r_0} \int_{-\pi}^{\pi} P r^2 \sin \Phi \, d\Phi \, dr \quad (4.39)$$

wiedergegeben, wobei  $r_0$  der Querschnittsradius der Bodenfläche ist. Für das Meplat mit dem Radius  $r_L$  gilt analog

$$C_{mL} = -\frac{1}{Q_\infty S D} \int_0^{r_L} \int_{-\pi}^{\pi} P r^2 \cos \Phi \, d\Phi \, dr, \quad (4.40)$$

$$C_{nL} = -\frac{1}{Q_\infty S D} \int_0^{r_L} \int_{-\pi}^{\pi} P r^2 \sin \Phi \, d\Phi \, dr. \quad (4.41)$$

Zusätzlich zu dem in Axialrichtung wirkenden Druck an Geschossboden und Meplat besitzt auch der Oberflächendruck im nicht-zylindrischen Bereich von Heckkonus und Ogive einen axialen Anteil, der sich in den Gleichungen (4.36) und (4.37) durch einen Term proportional zu  $dr/dx$  widerspiegelt. Für langgestreckte Geschosse mit großen Anstellwinkeln können die axialen Druckanteile in den Nick- und Giermomenten in guter Näherung vernachlässigt werden, sodass sich diese durch die Integrale

$$C_m \approx -\frac{L}{D} \int_0^1 (\bar{x} - \bar{x}_{SP}) \frac{dC_z}{d\bar{x}} d\bar{x}, \quad (4.42)$$

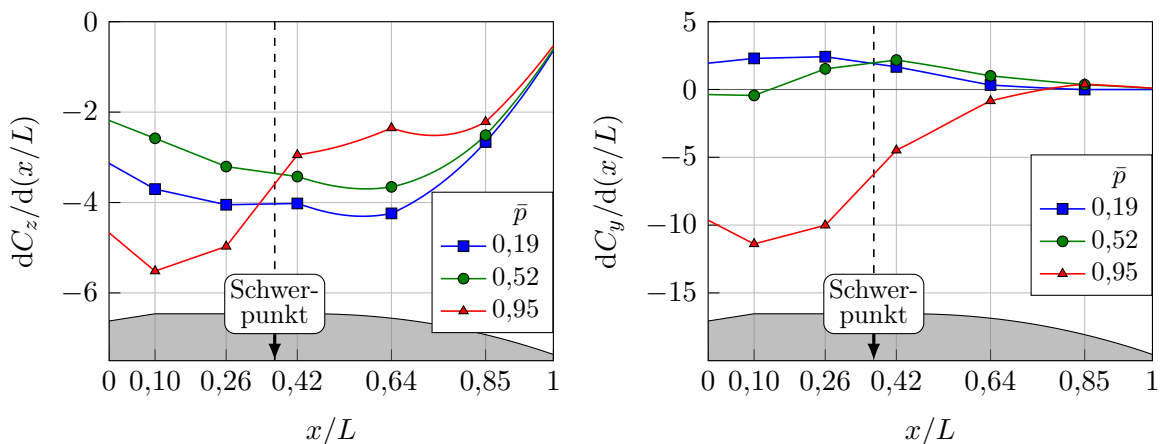
$$C_n \approx \frac{L}{D} \int_0^1 (\bar{x} - \bar{x}_{SP}) \frac{dC_y}{d\bar{x}} d\bar{x} \quad (4.43)$$

angeben lassen. Entscheidend für die Momentenbeiwerte  $C_m$  und  $C_n$  sind somit die mit dem Schwerpunktabstand  $\bar{x} - \bar{x}_{SP}$  gewichteten differentiellen Kraftbeiwerte  $dC_z/d\bar{x}$  und  $dC_y/d\bar{x}$ .

### Anstellwinkelbereich II ( $\alpha \approx 20^\circ$ bis $65^\circ$ )

Abbildung 4.37 zeigt die differentiellen Kraftbeiwerte bei einem Anstellwinkel von  $50^\circ$ , wie sie unter Verwendung der Gleichungen (4.32) und (4.33) aus dem rekonstruierten mittleren Oberflächendruck in den verschiedenen Messebenen ermittelt wurden. Die Verbindungslinien zwischen den Datenpunkten beruhen auf der Annahme einer linearen Druckverteilung zwischen den einzelnen Messpositionen, während an den Rändern  $x/L < 0,10$  und  $x/L > 0,85$  eine konstante Extrapolation angenommen wird. Da die Linien ausschließlich der Visualisierung dienen, haben diese Annahmen keine weiteren Auswirkungen.

Im Vorgriff auf die Validierung des Druckrekonstruktionsverfahrens in Abschnitt 5.5 sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass die Genauigkeit der



(a) Normalkraftbeiwert.

(b) Magnuskraftbeiwert.

Abbildung 4.37: Aus PIV-Daten rekonstruierte mittlere Kraftverteilung entlang der Längsachse bei  $\alpha = 50^\circ$ .

rekonstruierten Kraftverteilung in den meisten Fällen sehr gut ist. Bei den kleineren Anstellwinkeln ( $\alpha = 50^\circ$ ) wurden jedoch insbesondere in der hintersten Messebene und bei hohen Drehzahlen deutliche Abweichungen zwischen den rekonstruierten und den exakten Werten von  $dC_z/d\bar{x}$  festgestellt. Die Daten aus Abbildung 4.37a sind daher in quantitativer Hinsicht nicht belastbar, können jedoch in begrenztem Umfang für qualitative Analysen herangezogen werden.

Wie in Abbildung 4.37a erkennbar, ist die differentielle Normalkraft bei den niedrigeren Drehraten bis  $\bar{p} = 0,52$  vor dem Schwerpunkt grundsätzlich etwas höher als im hinteren Bereich, was ein stark positives Nickmoment zur Folge hat. Dies kann auf die Sogwirkung der Nachlaufwirbel zurückgeführt werden, die im vorderen Bereich grundsätzlich stärker ausgeprägt sind und sich mit zunehmendem Abstand von der Geschosspitze immer weiter von der Oberfläche entfernen (siehe Abbildungen A.1 und A.2). Ebenfalls sichtbar ist ein gleichmäßiger Rückgang der Normalkraftdichte, wenn die Drehzahl von  $\bar{p} = 0,19$  auf  $\bar{p} = 0,52$  erhöht wird. Wie im vorigen Abschnitt gezeigt, wird dies durch die Ablösung des mitrotierenden Wirbels verursacht, wodurch ein Teil des Wirbelsogs verloren geht. Bei  $\bar{p} = 0,95$  verstärkt sich dieser Effekt im vorderen Geschossbereich weiter, wohingegen in den hinteren beiden Messebenen eine Erhöhung der Normalkräfte beobachtet wird. Dieser Anstieg wird durch das Unterdruckgebiet auf der mitrotierenden Seite verursacht, das mit zunehmendem Abstand von der Geschosspitze immer weiter auf die Leeseite ( $\Phi > 90^\circ$ ) wandert. Durch den Rückgang der Normalkräfte im vorderen Bereich bei gleichzeitiger Erhöhung im hinteren Bereich verlagert sich der Angriffspunkt der Normalkraft nach hinten, was die in den Kraftwaagenversuchen beobachtete Verringerung des Nickmoments bei höheren Drehzahlen erklärt.

Wie die Verteilung der Magnuskräfte in Abbildung 4.37b zeigt, wirken die positiven (inversen) Magnuskräfte bei  $\bar{p} = 0,19$  vorwiegend im hinteren Geschossbereich, wodurch ein negatives Magnusmoment entsteht. Die Strömungsbilder in Abbildung A.1 deuten darauf hin, dass dies von der mit zunehmendem Abstand zur Geschosspitze größer werdenden Asymmetrie des Wirbelpaares herrührt. Eine Erhöhung der Drehzahl führt dazu, dass die differentielle Magnuskraft  $dC_y/d\bar{x}$  zunehmend negative Werte annimmt, was auf die Bildung eines Unterdruckgebiets auf der mitrotierenden Seite zurückgeht. Der Effekt beginnt bei  $\bar{p} = 0,52$  im Heckbereich, sodass sich der Angriffspunkt der resultierenden Magnuskraft vor den Schwerpunkt verlagert. Dadurch entsteht ein positives Magnusmoment, wobei die resultierende Magnuskraft nach wie vor ebenfalls positiv ist. Bei  $\bar{p} = 0,94$  wird lediglich in der vordersten Messebene noch eine schwach positive Magnuskraft beobachtet, die jedoch mit zunehmendem Abstand von der Geschosspitze auf stark negative Werte abfällt. Da der Angriffspunkt der resultierenden (negativen) Magnuskraft nun hinter dem Schwerpunkt liegt, bleibt das resultierende Magnusmoment positiv.

### Anstellwinkelbereich III ( $\alpha \approx 65^\circ$ bis $90^\circ$ )

Bei einem Anstellwinkel von  $90^\circ$  führt eine Erhöhung der Drehzahl von  $\bar{p} = 0,34$  auf  $\bar{p} = 0,81$  ebenfalls zum Rückgang der Normalkräfte, wie in Abbildung 4.38a zu sehen

ist. Während bei  $\alpha = 50^\circ$  jedoch hauptsächlich die Abschwächung des Wirbelsogs für dieses Verhalten verantwortlich ist, wird die Verringerung des Auftriebs in diesem Fall durch die anströmseitige Lage des Unterdruckgebiets verursacht.

Die in Abbildung 4.38b dargestellte differentielle Magnuskraft ist durchweg negativ. Unabhängig von der Drehzahl liegt im Anstellwinkelbereich III eine wirbelfreie Nachlaufströmung vor, bei der die Magnuseffekte primär durch das Unterdruckgebiet auf der mitrotierenden Seite hervorgerufen werden. Bei sehr hohen Drehzahlen ( $\bar{p} = 1,65$ ) nimmt dieser Effekt vor allem in der Mitte des Geschosses stark zu. Wie aus Abbildung 4.38a hervorgeht, kommt es in diesem Bereich gleichzeitig zu einer deutlichen Zunahme der Normalkräfte, was auf die Verschiebung des Unterdruckgebiets zur Leeseite zurückzuführen ist. Bemerkenswert ist, dass die Zunahme der Normal- und Magnuskräfte in der hintersten Messebene und im vorderen Bereich der Ogive deutlich geringer ausfällt als im mittleren Geschossbereich. Ein Vergleich zwischen den Druckfeldern bei  $x/L = 0,10$  (Abbildung 4.39) und  $x/L = 0,42$  (Abbildung 4.33d) zeigt, dass das Unterdruckgebiet im ersten Fall merklich schwächer ausgeprägt ist. Diese Abschwächung geht vermutlich auf eine Störung der zweidimensionalen Querströmung durch axiale Sekundärströmungseffekte zurück.

Eine weitere Besonderheit zeigt sich bei Anstellwinkeln von  $\alpha = 70^\circ$  und mittleren Drehzahlen von  $\bar{p} = 0,82$ . Während im hinteren Bereich des Geschosses Magnuskräfte in ähnlicher Größenordnung wie bei  $\alpha = 90^\circ$  vorliegen, werden im Bereich der Ogive deutlich höhere Magnuskräfte gemessen. Verursacht wird dies durch eine invertierte Anordnung der Nachlaufwirbel im vorderen Geschossbereich, was einen verstärkenden Effekt auf das Unterdruckgebiet auf der mitrotierenden Seite hat. Dies ist in den Druckfeldern in Abbildung 4.40 deutlich zu sehen. Eine derartige Erhöhung der Kräfte in der Nähe der Geschosspitze hat aufgrund des langen Hebelarms einen erheblichen Einfluss auf das resultierende Moment, was den sprunghaften Abfall von  $C_n$  beim Übergang vom Anstellwinkelbereich II zum Bereich III erklärt.

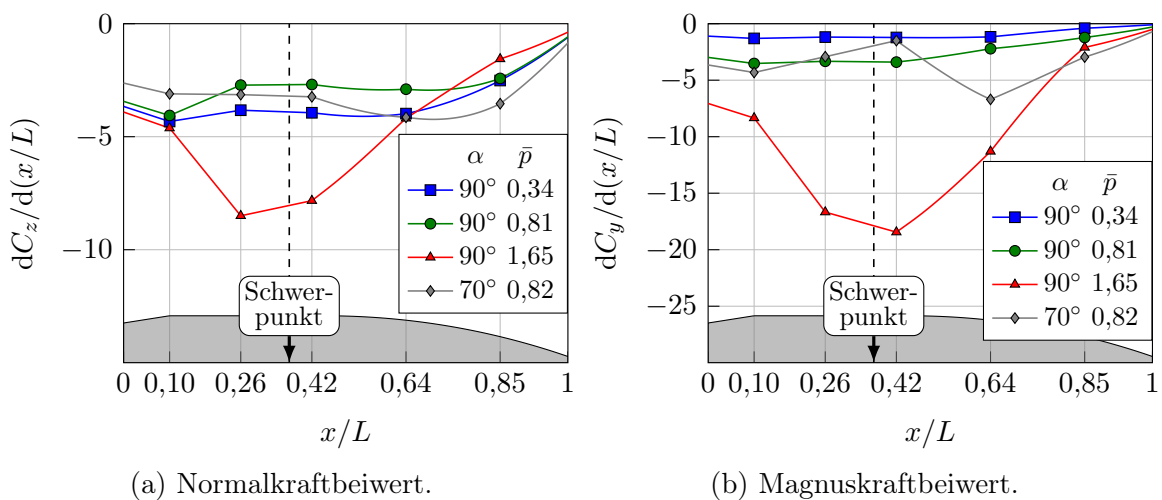


Abbildung 4.38: Aus PIV-Daten rekonstruierte mittlere Kraftverteilung entlang der Längsachse bei  $\alpha = 90^\circ$  (bzw.  $70^\circ$ ).

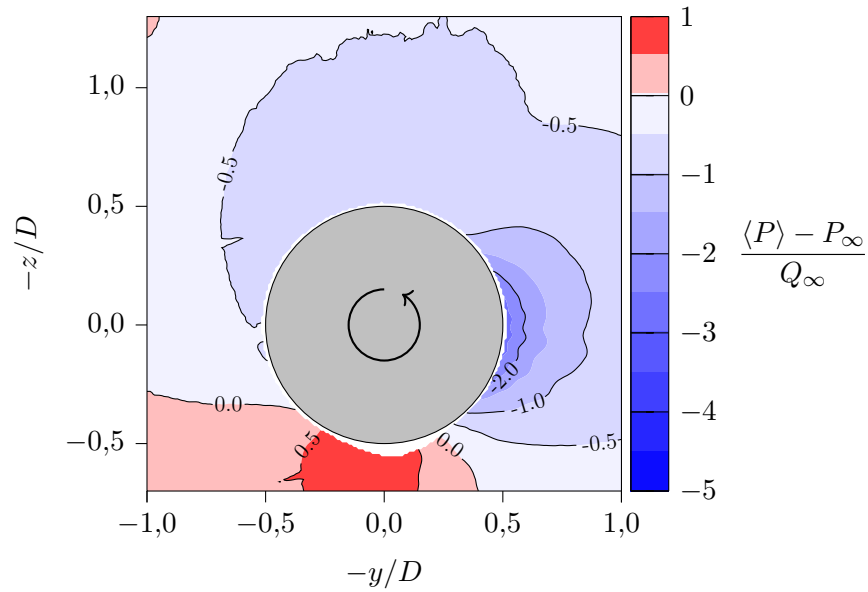


Abbildung 4.39: Aus PIV-Daten rekonstruiertes mittleres Druckfeld in der Transversalebene  $x/L = 0,10$  bei  $\alpha = 90^\circ$  und  $\bar{p} = 1,64$ .

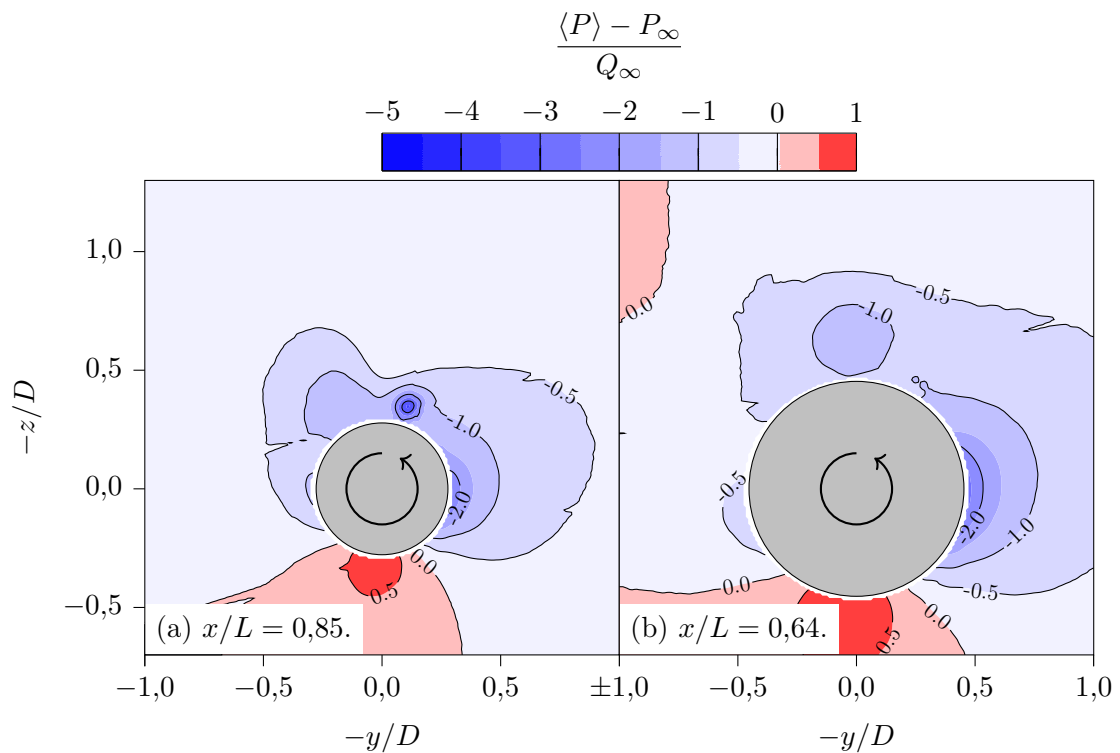


Abbildung 4.40: Aus PIV-Daten rekonstruierte mittlere Druckfelder in den beiden vorderen Transversalebene bei  $\alpha = 70^\circ$  und  $\bar{p} = 0,82$ .

# Kapitel 5

## Numerische Simulation der Geschossumströmung

Durch die im vorigen Kapitel dargestellten experimentellen Untersuchungen konnte bereits ein tiefgehendes Verständnis der Geschossumströmung bei großen Anstellwinkeln gewonnen werden. Die im Folgenden vorgestellten numerischen Strömungssimulationen dienen dazu, letzte Unklarheiten zu beseitigen und das Bild der Strömung zu vervollständigen.

Zum einen ist bislang nicht abschließend geklärt, wie die mittels 2D2C-PIV erfassten zweidimensionalen Strukturen in das dreidimensionale Strömungsfeld eingebettet sind, da mit dieser Methode ausschließlich die planaren Geschwindigkeitskomponenten erfasst werden. Mithilfe der numerischen Simulationen soll daher ein Einblick in die 3D-Struktur der Strömung gewonnen werden.

Zum anderen gibt es berechtigte Zweifel an der Genauigkeit der aus den PIV-Daten rekonstruierten Druckfelder (siehe Abschnitt 4.4), da der Einfluss von Gradienten senkrecht zur Messebene nicht berücksichtigt werden kann. Um das Verfahren unter den vorliegenden Strömungskonditionen zu validieren, wurde die Druckrekonstruktion auf die durch CFD-Simulationen berechneten Geschwindigkeitsfelder angewendet und mit der exakten Drucklösung aus der Simulation verglichen.

Zuletzt sollen die bisher auf Anstellwinkel bis  $90^\circ$  begrenzten aerodynamischen Daten durch numerische Ergebnisse bis  $180^\circ$  ergänzt werden. Dadurch wird ein vollständiger Datensatz bereitgestellt, der für Flugbahnberechnungen mit 6-DoF-Modellen genutzt werden kann.

### 5.1 Simulationsmodell

Für die numerische Simulation stellt die Umströmung eines rotierenden Geschosses bei großen Anstellwinkeln und subkritischen Reynoldszahlen im Unterschallbereich in mehrfacher Hinsicht eine Herausforderung dar. Zum einen besitzt die kreisförmige Querschnittsgeometrie keine scharfen Kanten, die die Lage der Strömungsablösung in Querrichtung eindeutig festlegen könnten. Auch der fixierende Einfluss von Stoßwellen, die bei Überschallströmungen die Position der Strömungsablösung stabilisie-

ren [61], fällt im Unterschallbereich weg. Für eine korrekte Vorhersage der Strömungsablösung ist daher die präzise Modellierung der lokalen Strömungseigenschaften wie Geschwindigkeit, Druck und Turbulenz von zentraler Bedeutung. Darüber hinaus ist die abgelöste Strömung im Nachlauf des Geschosses bei großen Anstellwinkeln stark instationär. Solche Strömungen sind mit klassischen RANS-Methoden, die von einer stationären Lösung ausgehen, nur schwer zu erfassen, sodass auf rechenintensivere transiente Simulationsansätze zurückgegriffen werden muss [100].

Eine weitere Schwierigkeit stellt die Modellierung der laminar-turbulenten Transition dar. Die PIV-Experimente (Abschnitt 4.3.3) haben gezeigt, dass die Transition bei niedrigen Drehzahlen in der abgelösten Scherschicht stattfindet. Korrelationsbasierte Transitionsmodelle wie das  $\gamma$ -Modell [101] können daher nicht verwendet werden, da sie nur für Fälle geeignet sind, in denen die Transition innerhalb einer anliegenden Grenzschicht stattfindet [102]. Anstatt den Einfluss der Turbulenz indirekt mithilfe von Turbulenzmodellen abzubilden, wäre es auch denkbar, die turbulenten Strukturen explizit aufzulösen. Diese Herangehensweise liegt der *direkten numerischen Simulation* (DNS) zugrunde, bei der das gesamte Spektrum turbulenter Skalen erfasst wird [103]. Eine andere Möglichkeit bietet die *Large-Eddy-Simulation* (LES), bei der nur die energiereichen großen Skalen explizit aufgelöst werden, während kleinere Skalen durch ein *Subgrid Scale* (SGS) Turbulenzmodell abgebildet werden [103]. Um die Transition in der abgelösten Scherschicht mittels LES adäquat zu erfassen, müssten die für die Transition relevanten Bereiche mit mindestens 15 bis 20 Zellen über die Scherschichtdicke aufgelöst werden [100]. Die Dicke der Scherschicht lässt sich mithilfe der Blasius-Lösung für ebene Platten [104] auf etwa 0,7 mm abschätzen. Für eine adäquate Auflösung der Transition wären somit Zellen mit einer Kantenlänge von weniger als 0,05 mm erforderlich. Dies würde einen erheblichen Rechenaufwand verursachen, der die zur Verfügung stehenden Ressourcen bei weitem übersteigt.

Es hat sich jedoch gezeigt, dass im vorliegenden Fall auch mit einer *under-resolved LES* brauchbare Ergebnisse erzielt werden können, die gut mit den experimentellen Daten der Windkanalversuche übereinstimmen [76, 81]. Als *under-resolved* bezeichnet man die Verwendung eines LES-Modells in Verbindung mit einem Gitter, dessen Auflösung nicht überall ausreichend ist, um die großen, energiereichen Wirbel zu erfassen, sodass diese zum Teil nur indirekt durch das SGS-Modell abgebildet werden können. In dieser Arbeit wurde dazu das *Smagorinsky-Lilly*-Modell der kommerziellen Finite-Volumen-Software *ANSYS Fluent 2023 R2* [105] verwendet.

Für weiterführende Informationen zu den Methoden der numerischen Strömungssimulation wird auf die einschlägige Fachliteratur, wie beispielsweise [103], verwiesen. Details zur Implementierung in *ANSYS Fluent* finden sich in [102, 105].

## Rechengitter

Das für die Simulation verwendete Rechengitter besteht aus einem kugelförmigen Rechengebiet mit einem Radius von 100 Geschossdurchmessern. Es setzt sich zusammen aus einem strukturierten Nahfeldgitter aus Hexaederzellen, das über ein *non-conformal Interface* [105] in ein unstrukturiertes Fernfeldgitter aus Polyederzellen

eingebettet ist. Abbildung 5.1 zeigt das Gitter im Längsschnitt in der Umgebung des Geschosskörpers.

Das Fernfeldgitter wurde mit *ANSYS Fluent* erzeugt, während für die Erstellung des Nahfeldgitters der CFD-Gittergenerator *Fidelity Pointwise 2022.2* [106] verwendet wurde. Zunächst wurde eine eindimensionale Repräsentation der Geschossoberfläche in einer Längsebene erstellt, die durch Segmente mit einer maximalen Länge von 0,74 mm diskretisiert wurde. Die Übergänge zwischen Meplat und Ogive sowie zwischen Heckkonus und Geschossboden wurden als Rundungen mit einem Radius von 0,62 mm ausgeführt, wobei die Segmentlänge in diesen Bereichen gleichmäßig auf 0,19 mm reduziert wurde.

Die entstandene Liniengeometrie wurde anschließend senkrecht zur Oberfläche zu einem zweidimensionalen Gitter extrudiert. Ausgehend von einer Zellkantenlänge von  $3,0\ \mu\text{m}$  für die erste Zellschicht wurden so zunächst 59 Schichten mit einem Wachstumsfaktor von 1,05 generiert, um die Grenzschicht adäquat aufzulösen. Für den dimensionslosen Wandabstand der Zellmittelpunkte in der wandnächsten Schicht gilt  $y^+ < 1$ , wobei der Großteil der Zellen Werte unter 0,5 erreicht. Anschließend wurden weitere 24 Schichten mit einem Wachstumsfaktor von 1,1 extrudiert, um einen gleichmäßigen Übergang zum darauffolgenden isotropen Gitterbereich zu gewährleisten. Der isotrope Bereich enthält 55 Schichten, die mit einem Wachstumsfaktor von 1,016 extrudiert wurden, um möglichst gleichmäßige Hexaederzellen mit einem Seitenverhältnis nahe 1 zu gewährleisten. Die mittlere Kantenlänge der Zellen im isotropen Bereich beträgt 1,07 mm.

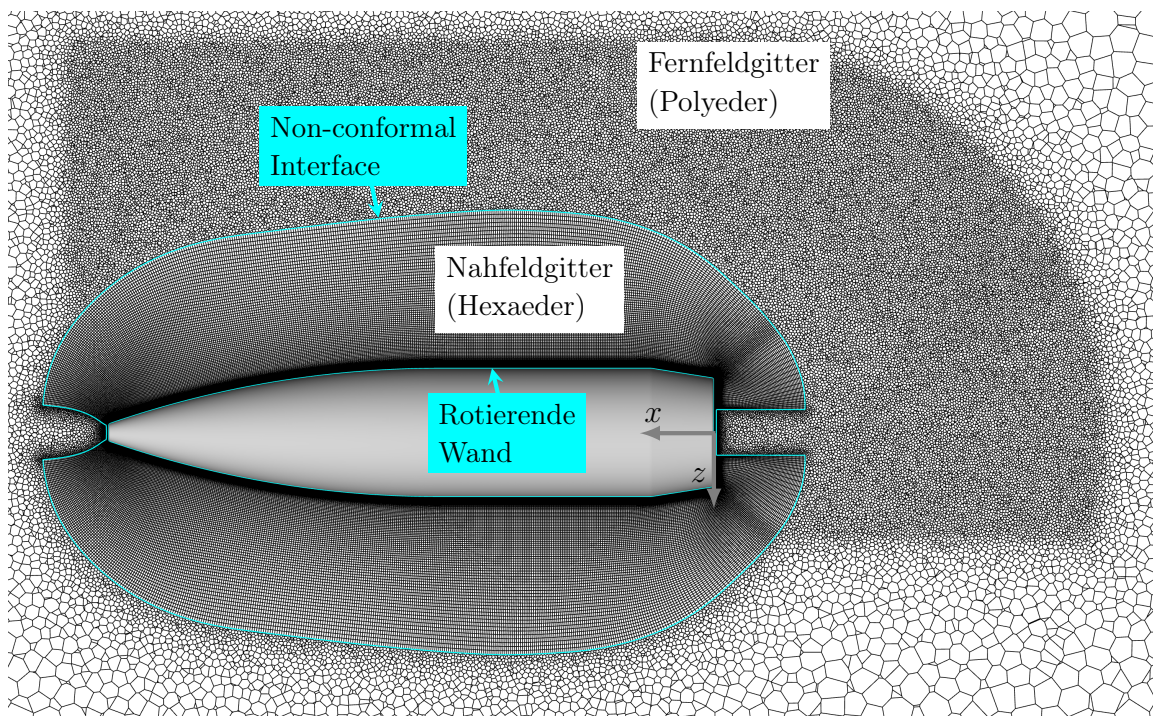


Abbildung 5.1: Längsschnitt durch das Rechengitter in Geschossnähe.

Durch eine rotatorische Extrusion um die Längsachse, unterteilt in 400 Inkremente, wurde das 2D-Gitter in ein dreidimensionales Netz überführt. Ein Nachteil dieser Methode ist die Entstehung von Keilzellen und Hexaedern mit ungünstigem Seitenverhältnis in der Nähe der Rotationsachse. Da Zellen mit großem Seitenverhältnis die Genauigkeit skalenauflösender Simulationsmethoden wie der Large-Eddy-Simulation beeinträchtigen können [100, 107], wurden die betroffenen Bereiche entfernt und neu vernetzt. Im körpernahen Grenzschichtbereich wurde dazu ein hexaedrisches Gitter mit O-H-Topologie verwendet, während der äußere Bereich mit Polyederzellen des Fernfeldgitters aufgefüllt wurde.

Im Fernfeldgitter wurde der windabgewandte Bereich bis zu einer Entfernung von 115 mm von der Oberfläche mit einer Zellengröße von 1,07 mm vernetzt, um auch außerhalb des Nahfeldgitters eine präzise Auflösung der Nachlaufwirbel zu gewährleisten. Das gesamte Rechengitter umfasst 30,1 Millionen Zellen, von denen 22,8 Millionen auf das Nahfeldgitter entfallen.

### **Materialeigenschaften und Randbedingungen**

Luft wurde als perfektes Gas mit einer spezifischen Gaskonstanten von  $287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$  und einem Isentropenexponenten von 1,4 modelliert. Für die dynamische Viskosität wurde ein konstanter Wert von  $18,5 \mu\text{Pa s}$  angenommen. Zur Modellierung der Ein- und Ausströmung wurde auf der gesamten Randfläche des sphärischen Rechengebiets die auf der Methode der Riemann-Invarianten basierende, nicht-reflektierende *Pressure-Farfield*-Randbedingung [105] verwendet. Die Randwerte für Machzahl, Temperatur und Druck wurden auf  $Ma_\infty = 0,0864$ ,  $T_\infty = 300 \text{ K}$  und  $P_\infty = 990,15 \text{ hPa}$  festgesetzt, was einer Anströmung mit  $U_\infty = 30 \text{ m/s}$  und  $\rho_\infty = 1,15 \text{ kg/m}^3$  entspricht. Der Anstellwinkel wurde durch die Vorgabe der Strömungsrichtung festgelegt. Die Rotation des Geschosses wird durch eine tangential Geschwindigkeitsrandbedingung an der Geschossoberfläche abgebildet.

### **Numerische Verfahren**

Die Simulationen wurden mit dem druckbasierten, gekoppelten Löser der kommerziellen Finite-Volumen-Software *ANSYS Fluent 2023 R2* [105] mit impliziter Zeitintegration zweiter Ordnung (*Bounded Second Order Implicit*) durchgeführt. Die Zeitschrittweite wurde auf  $\Delta t = 3,75 \cdot 10^{-6} \text{ s}$  festgesetzt, was einem dimensionslosen Wert von  $\Delta \bar{t} = \Delta t U_\infty / D = 2,5 \cdot 10^{-3}$  entspricht. In den meisten Zellen werden damit CFL-Zahlen bis maximal 1 erreicht. Lediglich um die Geschosspitze und am Geschossboden treten aufgrund der kleineren Zellenabmessungen naturgemäß höhere Werte auf. Für jeden Zeitschritt wurden sechs Lösungsiterationen durchgeführt. Auf eine Unterrelaxation wurde verzichtet, um ein schnelles Konvergenzverhalten zu gewährleisten. Die räumliche Diskretisierung erfolgte mit dem *Bounded-Central-Differencing*-Verfahren für den Impuls, dem Zentralfindifferenzenverfahren zweiter Ordnung für den Druck sowie dem *Upwind*-Verfahren zweiter Ordnung für Energie und Dichte. Zur Berechnung der Gradienten wurde die zellenbasierte Methode der kleinsten Quadrate (*Least Squares Cell Based*) verwendet.

### Mittelwertbildung

Bei den im Folgenden präsentierten Simulationsergebnissen in Form von Kräften und Druckverteilungen handelt es sich um zeitliche Durchschnittswerte über ein ausreichend breites Mittelungsintervall. Vor der Mittelung wurde eine gewisse Einlaufzeit abgewartet, bis sich ein stationär-periodischer Verlauf der berechneten Kräfte und Momente eingestellt hatte. Für die Mittelung selbst war ein Intervall von  $\bar{t} = 60$  dimensionslosen Zeiteinheiten in den meisten Fällen ausreichend, um konvergente Mittelwerte für die resultierenden Kräfte und Momente zu gewährleisten. In Einzelfällen waren jedoch Mittelungsintervalle bis zu  $\bar{t} = 140$  erforderlich. Ein derart instationäres Verhalten wurde bei Anstellwinkeln zwischen  $60^\circ$  und  $70^\circ$  teilweise beobachtet.

## 5.2 Einfluss numerischer Parameter

Die Wahl der numerischen Parameter basiert auf den Ergebnissen der nachfolgend dargestellten Konvergenzstudie. Untersucht wurde der Einfluss der Gitterauflösung, der Zeitschrittweite und der Anzahl der Lösungsiterationen auf die aerodynamischen Kräfte und Momente. Die Simulationen wurden für drei repräsentative Strömungskonditionen durchgeführt:

1. Bei  $\alpha = 50^\circ$ ,  $\bar{p} = 0,33$  handelt es sich um eine Strömungskondition mit niedriger Drehzahl im Anstellwinkelbereich II. In den Kraftwaagenversuchen wurde unter diesen Bedingungen eine stark inverse Magnuskraft gemessen.
2. Der mittlere Drehzahlbereich wird durch  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\bar{p} = 0,94$  repräsentiert, kurz vor dem Übergang in den Anstellwinkelbereich III. Unter diesen Bedingungen zeigte sich ein stark positives Magnusmoment.
3. Die Bedingung  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\bar{p} = 1,60$  wurde als Beispiel für eine hohe Drehzahl im Anstellwinkelbereich III gewählt.

Die Ergebnisse zur Netzabhängigkeit sind in Abbildung 5.2 dargestellt. Zusätzlich zu den zeitlichen Mittelwerten ist die jeweilige Standardabweichung angegeben, um den Grad der Instationarität zu quantifizieren. Die Berechnungen wurden auf vier Rechengittern mit unterschiedlicher Auflösung durchgeführt. Die wichtigsten Parameter dieser Gitter sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst. Um eine ausreichend feine Wandauflösung ( $y^+ < 1$ ) sicherzustellen, wurde die Höhe der wand nächsten Zellen auf maximal  $4\ \mu\text{m}$  begrenzt. Die Ergebnisse zeigen, dass vor allem der Magnuskraftbeiwert  $C_y$  bei  $\alpha = 50^\circ$ ,  $\bar{p} = 0,33$  und der Magnusmomentenbeiwert  $C_n$  bei  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\bar{p} = 0,94$  stark von der Gitterauflösung abhängen. Für die beiden feinsten Gitter mit den Zellkantenlängen  $0,85\ \text{mm}$  und  $1,07\ \text{mm}$  (entspricht 500 und 400 Umfangszellen) sind die berechneten Beiwerte jedoch nahezu identisch. Ausgehend von diesen beiden Datenpunkten wurde in Anlehnung an Roache [108] eine Richardson-Extrapolation

durchgeführt, wobei konsistent mit den verwendeten numerischen Diskretisierungsschemata eine Konvergenzordnung von zwei angenommen wurde. Für Zellkantenlängen von 0,85 mm und 1,07 mm stimmen die berechneten Beiwerte in allen Fällen gut mit dem theoretischen Schätzwert für ein unendlich feines Gitter überein, weshalb aus Effizienzgründen das gröbere dieser beiden Gitter ausgewählt wurde.

Abbildung 5.3 zeigt den Einfluss des dimensionslosen Zeitschritts  $\Delta \bar{t} = \Delta t U_\infty / D$  auf die berechneten Beiwerte. Während die Ergebnisse für die Strömungskonditionen bei  $\alpha = 50^\circ$  und  $\alpha = 90^\circ$  über alle untersuchten Zeitschrittweiten nahezu kon-

Tabelle 5.1: Charakteristische Parameter der verwendeten Rechengitter.

Zellenzahl in Umfangsrichtung (Nahfeld)	200	300	400	500
Anzahl wandnormaler Zellen (Nahfeld)	108	120	138	161
Höhe der wandnächsten Zellen	4 $\mu\text{m}$	4 $\mu\text{m}$	3 $\mu\text{m}$	2 $\mu\text{m}$
Zellkantenlänge im isotropen Bereich	2,15 mm	1,42 mm	1,07 mm	0,85 mm
Anzahl der Zellen insgesamt	$5,8 \cdot 10^6$	$14,7 \cdot 10^6$	$30,1 \cdot 10^6$	$55,2 \cdot 10^6$
davon im Nahfeldgitter	$4,6 \cdot 10^6$	$11,3 \cdot 10^6$	$22,8 \cdot 10^6$	$41,2 \cdot 10^6$

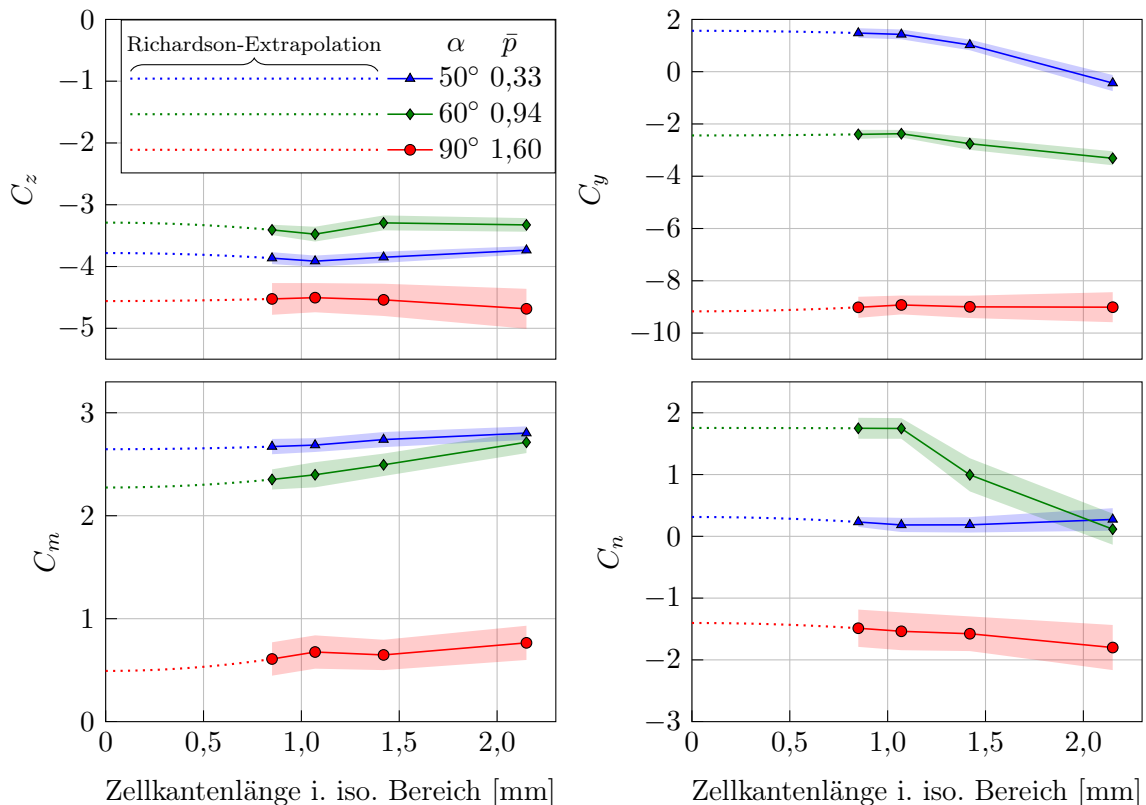


Abbildung 5.2: Einfluss der Gitterauflösung auf die berechneten Beiwerte (Mittelwert  $\pm$  Standardabweichung). Die Simulationen wurden mit sechs Lösungsiterationen und einer dimensionslosen Zeitschrittweite von  $\Delta \bar{t} = 2,5 \cdot 10^{-3}$  berechnet.

stant bleiben, zeigt sich bei  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\bar{p} = 0,94$  insbesondere im Hinblick auf das Magnusmoment eine deutliche Abhängigkeit vom Zeitschritt. Dies gilt jedoch nur für  $\Delta\bar{t} > 2,5 \cdot 10^{-3}$ . Eine Verringerung der Zeitschrittweite von  $\Delta\bar{t} = 2,5 \cdot 10^{-3}$  auf  $\Delta\bar{t} = 1,5 \cdot 10^{-3}$  erbrachte keine erkennbare Änderung der Beiwerte. Ausgehend von den Ergebnissen der beiden kleinsten Zeitschrittweiten wurde auch in diesem Fall eine Richardson-Extrapolation mit der formalen Konvergenzordnung des Zeitintegrationsverfahrens (zweite Ordnung) durchgeführt. Für  $\Delta\bar{t} \leq 2,5 \cdot 10^{-3}$  zeigen die Simulationsergebnisse nahezu keine Abweichung vom theoretischen Schätzwert bei  $\Delta\bar{t} \rightarrow 0$ . In den nachfolgenden Simulationen wurde daher eine dimensionslose Zeitschrittweite von  $\Delta\bar{t} = 2,5 \cdot 10^{-3}$  verwendet.

Der Einfluss der Anzahl der Lösungsiterationen, dargestellt in Abbildung 5.4, ist im Vergleich zur Netz- und Zeitschrittabhängigkeit relativ gering. Lediglich das Magnusmoment bei  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\bar{p} = 0,94$  zeigt eine erkennbare Sensitivität gegenüber der Anzahl der Iterationen. Diese wird mit steigender Iterationszahl jedoch zunehmend geringer, sodass mehr als fünf Iterationen nur noch minimale Änderungen herbeiführen.

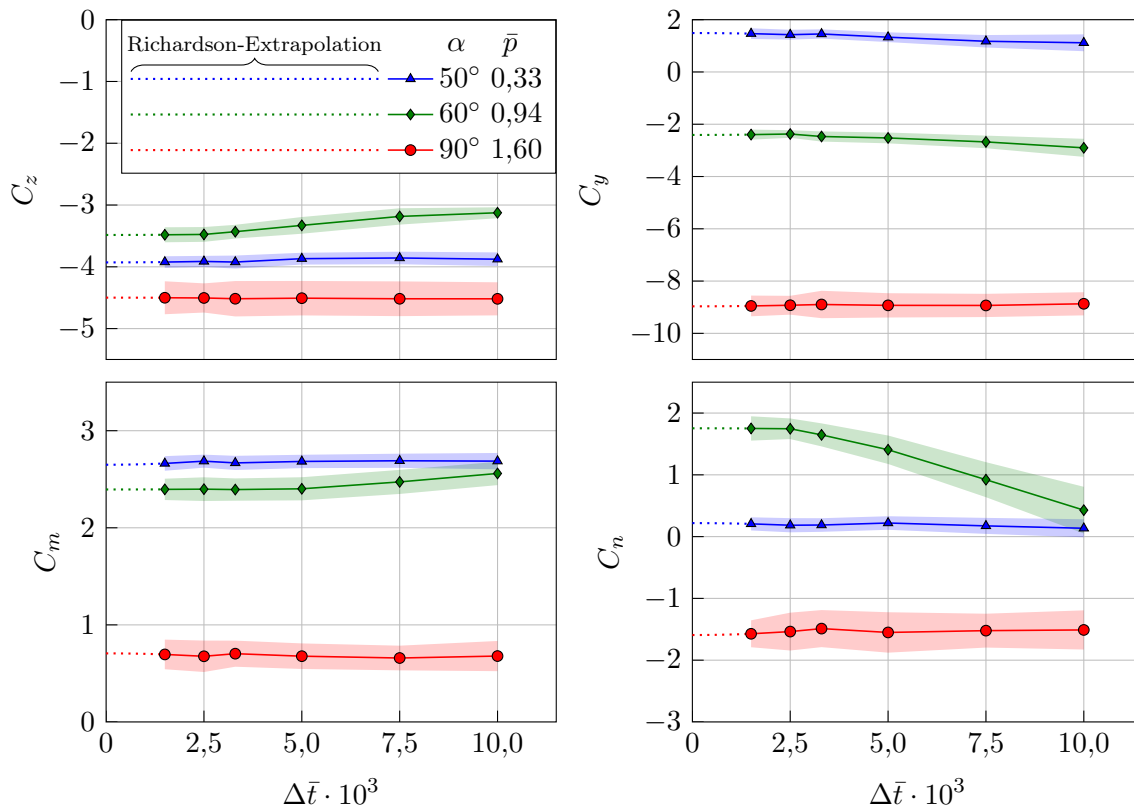


Abbildung 5.3: Einfluss der dimensionslosen Zeitschrittweite auf die berechneten Beiwerte (Mittelwert  $\pm$  Standardabweichung). Die Simulationen wurden mit sechs Lösungsiterationen auf dem Rechengitter mit 400 Zellen in Umfangsrichtung berechnet.

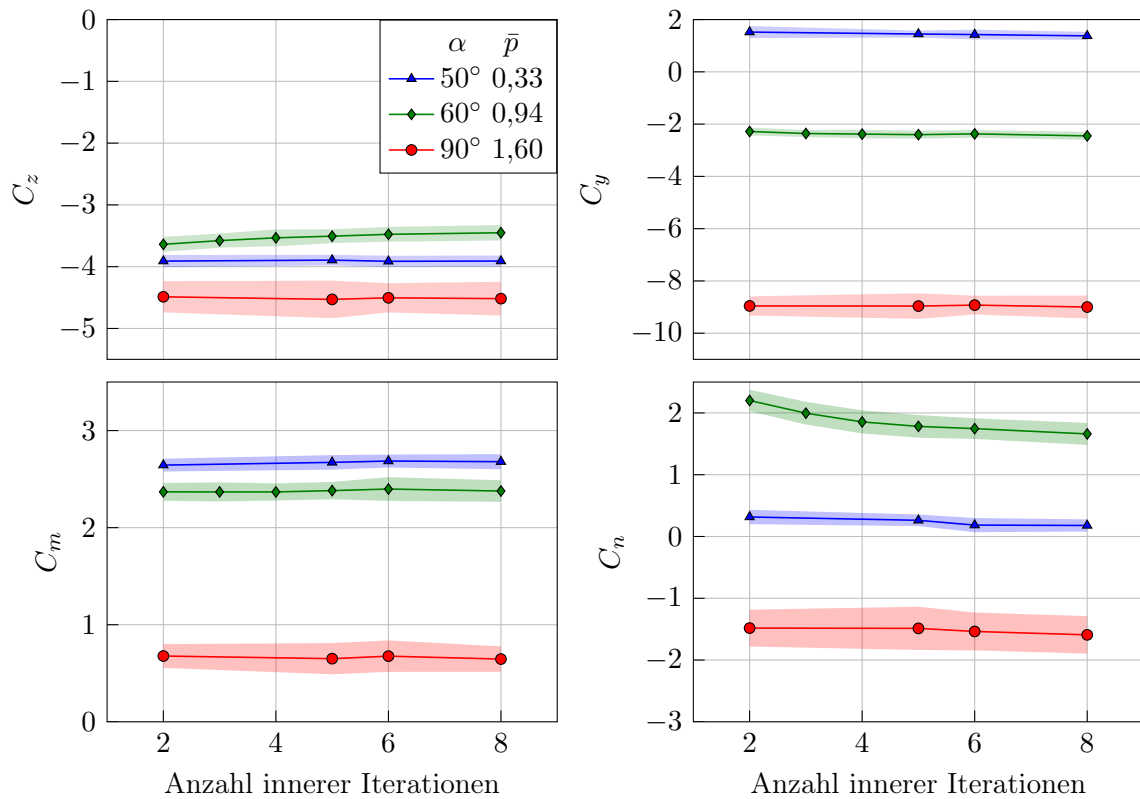


Abbildung 5.4: Einfluss der Anzahl der Lösungsiterationen auf die berechneten Beiwerte (Mittelwert  $\pm$  Standardabweichung). Die Simulationen wurden mit einer dimensionslosen Zeitschrittweite von  $\Delta \bar{t} = 2,5 \cdot 10^{-3}$  auf dem Rechengitter mit 400 Zellen in Umfangsrichtung berechnet.

### 5.3 Vergleich mit Kraftwaagenmessungen

Um die Aussagekraft des Simulationsmodells zu überprüfen, wurden die für drei unterschiedliche Drehzahlen berechneten mittleren Beiwerte mit den experimentellen Werten aus den Kraftwaagenmessungen verglichen. Das Ergebnis dieses Vergleichs ist in Abbildung 5.5 dargestellt. Da die dimensionslosen Drehzahlen in der Simulation nicht exakt mit denen im Experiment übereinstimmen, wurden die beiden nächstgelegenen experimentellen Datenpunkte linear auf die entsprechenden  $\bar{p}$ -Werte der Simulationen interpoliert.

Insgesamt konnten die gemessenen Beiwerte in der Simulation gut reproduziert werden, wenngleich eine exakte Übereinstimmung nicht bei allen Konditionen erzielt wurde. Alle im Experiment beobachteten Phänomene wie die inversen Magnuskräfte, der nicht-monotone Einfluss der Drehzahl auf die Normalkraft, die Abnahme des Nickmoments bei hohen Drehzahlen und der Vorzeichenwechsel des Magnusmoments beim Übergang zum Anstellwinkelbereich III wurden jedoch in den Simulationen korrekt wiedergegeben. Dies ist insofern bemerkenswert, als mit der verwendeten

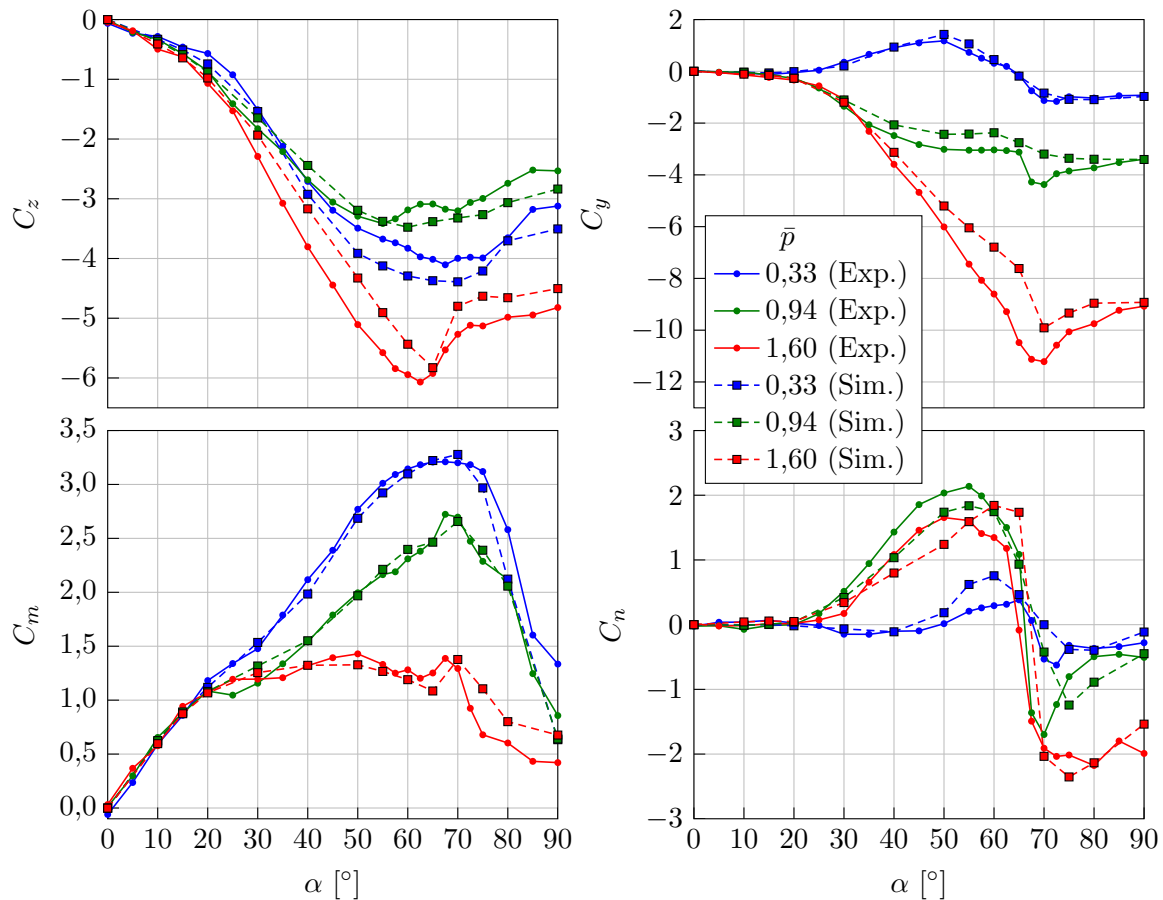


Abbildung 5.5: Vergleich der mittleren Beiwerte aus Experiment und Simulation.

*under-resolved* LES-Methode kleinskalige turbulente Strukturen in der Grenzschicht und der abgelösten Scherschicht nur sehr eingeschränkt abgebildet werden können.

Mit der Einschränkung, dass quantitative Vorhersagen mit einer gewissen Unsicherheit behaftet sind, stellt das Simulationsmodell somit ein brauchbares Werkzeug dar, um die dreidimensionale Struktur der Strömung zu analysieren und die Zuverlässigkeit des Druckrekonstruktionsverfahrens zu überprüfen.

## 5.4 Dreidimensionale Struktur der Strömungsfelder

Einen Einblick in die dreidimensionale Struktur der Strömungsfelder geben die in Abbildung 5.6 dargestellten Stromlinienbilder. Außerdem ist in Abbildung 5.7 eine Isofläche der Variablen  $q = 1/2 (\|\mathbf{\Omega}\|^2 - \|\mathbf{S}\|^2)$  dargestellt. Dabei bezeichnet  $\mathbf{\Omega}$  den schief-symmetrischen Anteil des Geschwindigkeitsgradienten (Vortizitätstensor), während  $\mathbf{S}$  den entsprechenden symmetrischen Anteil (Dehnratentensor) darstellt. Die Variable  $q$  wird häufig zur Visualisierung von Wirbelstrukturen verwendet und trägt die Bezeichnung *Q-Kriterium* [109]. In der Abbildung wurde zusätzlich eine farbliche

Kennzeichnung der  $x$ -Vortizität  $\partial w/\partial y - \partial v/\partial z$  vorgenommen, um den Drehsinn der Wirbel zu veranschaulichen.

Aus den Abbildungen 5.6a–c geht hervor, dass die Stromlinien bei  $\alpha = 10^\circ$  erst an der Heckkante von der Oberfläche ablösen. Das zentrale Merkmal im Anstellwinkelbereich I ist somit eine über die gesamte Geschosslänge anliegende Strömung. Die Bilder des Q-Kriteriums in den Abbildungen 5.6a,b deuten außerdem darauf hin, dass es sich bei den niedrigeren Drehzahlen bis  $\bar{p} = 0,94$  um eine überwiegend laminare Strömung handelt. Demgegenüber sind bei der höchsten Drehzahl in Abbildung 5.6c ausgeprägte turbulente Wirbelstrukturen in der hinteren Geschosshälfte erkennbar.

Die in den Abbildungen 5.6d–f dargestellten Stromlinienbilder bei  $\alpha = 50^\circ$  zeigen, dass die in den PIV-Experimenten bei mittleren Anstellwinkeln im Bereich II beobachteten stationären Nachlaufwirbel in Wirklichkeit schraubenförmige Strukturen sind, die von der Geschossspitze ausgehen und sich auf der Leeseite nahe der Oberfläche nach hinten ausbreiten. Dies ist auch in den entsprechenden Wirbelvisualisierungen in den Abbildungen 5.7d–f zu sehen. Hier wird auch deutlich, dass eine Erhöhung der Drehzahl vor allem den Wirbel auf der mitrotierenden Seite zunehmend schwächt, wobei dieser gleichzeitig von der Oberfläche abgedrängt wird. Dahinter bildet sich eine wirbelfreie, anliegende Strömung aus, die erst auf der gegenrotierenden Seite von der Oberfläche ablöst. Bei hohen Drehzahlen wie in Abbildung 5.6f kommt es auf der gegenrotierenden Seite im Heckbereich zu einer Bündelung der Stromlinien, wobei die Strömung nahezu parallel zur Geschossachse nach hinten verläuft.

Der Anstellwinkel  $75^\circ$  wird vorerst übersprungen und es wird zunächst der Fall des querangeströmten Geschosses betrachtet, hier dargestellt in den Abbildungen 5.6j–l und 5.7j–l. Sowohl die Stromlinienbilder als auch die entsprechenden Wirbelvisualisierungen zeigen, dass sich in diesem Fall zwar eine Vielzahl kleinskaliger Turbulenzwirbel ausbildet, aber kein geordnetes Wirbelpaar mehr vorhanden ist. Eine weitgehend zweidimensionale Strömung liegt jedoch nur im mittleren Geschossbereich vor, während sowohl im Heckbereich als auch an der Geschossspitze Randeffekte in Form von axialen Sekundärströmungen auftreten.

Im Übergangsbereich zwischen den Anstellwinkelbereichen II und III, hier repräsentiert durch  $\alpha = 75^\circ$ , ähneln die Stromlinienbilder (Abbildungen 5.6g–i) zumindest im mittleren und hinteren Geschossbereich stark dem Fall des querangeströmten Geschosses. In der Nähe der Geschossspitze hingegen treten auch hier schraubenförmige Wirbelstrukturen auf, die jedoch mit zunehmendem Abstand von der Spitze rasch in eine turbulente Nachlaufströmung übergehen. Dieser Effekt ist auch in den entsprechenden Wirbelvisualisierungen (Abbildungen 5.7g–i) zu sehen.

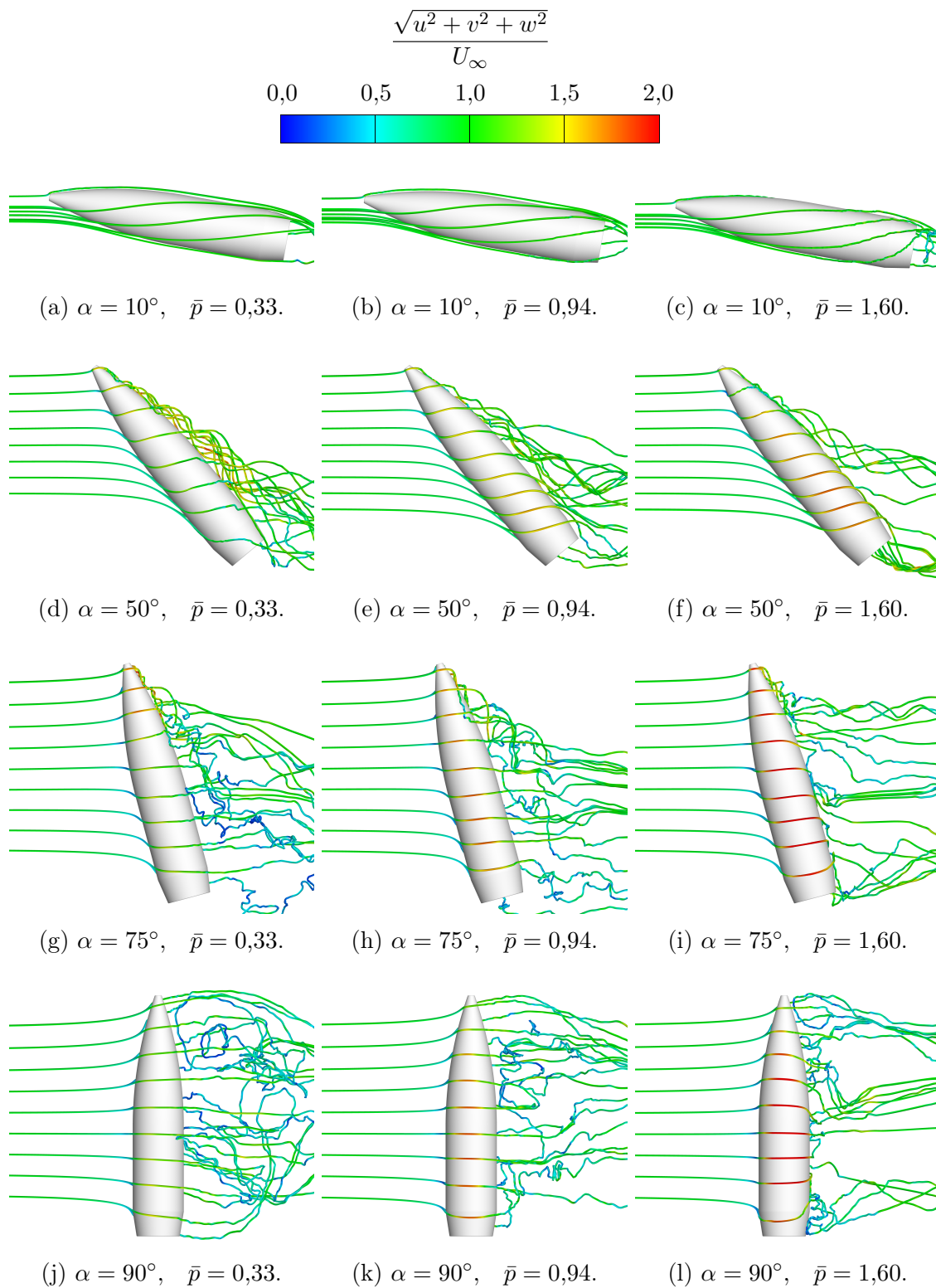


Abbildung 5.6: Instantane Stromlinien aus CFD-Simulationen mit farblicher Kennzeichnung der Strömungsgeschwindigkeit.

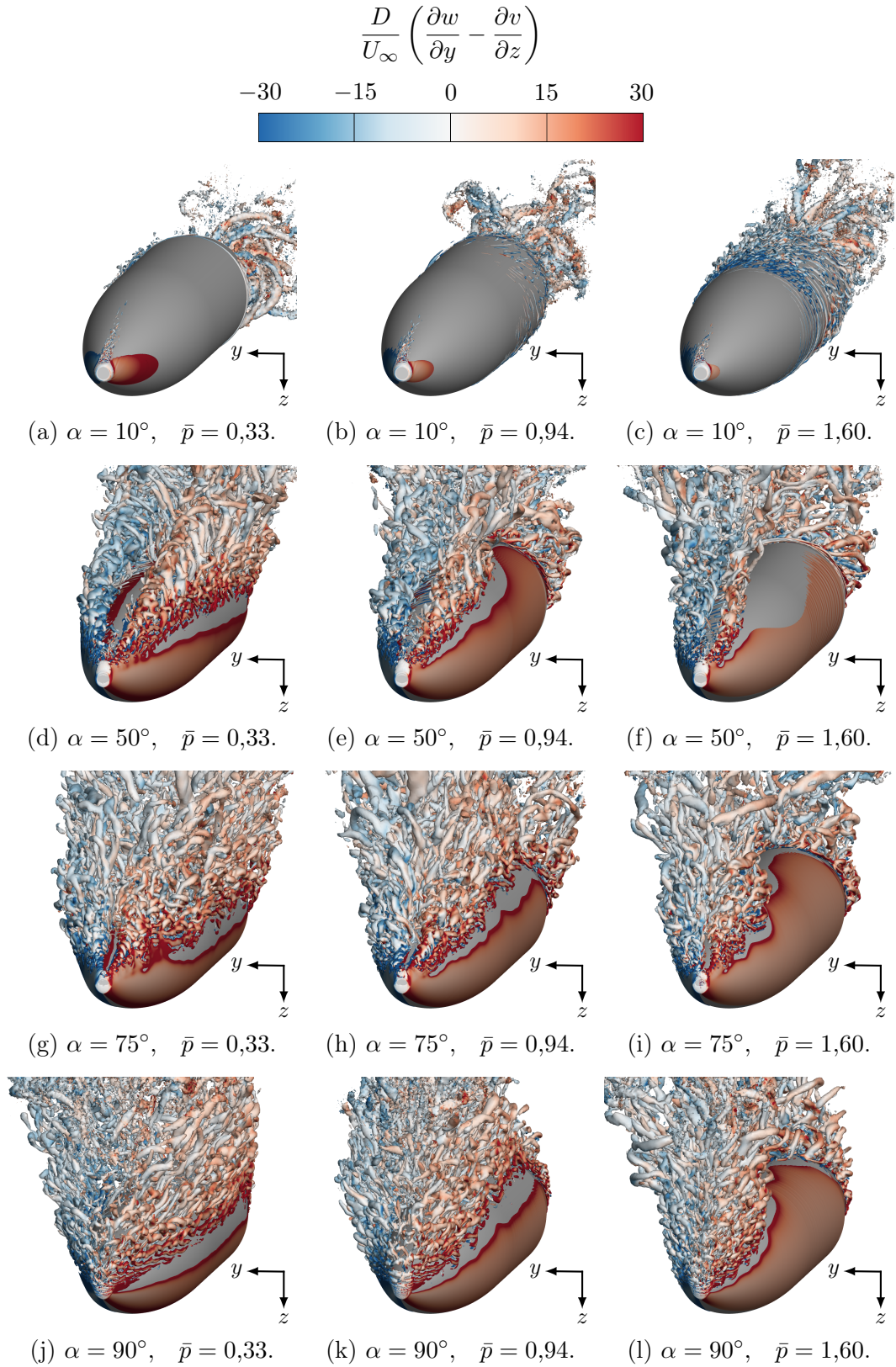


Abbildung 5.7: Instantane Isofläche des Q-Kriteriums ( $q = 2 \cdot 10^7 \text{ s}^{-2}$ ) aus CFD-Simulationen. Die Farbe kennzeichnet die  $x$ -Komponente des Vortizitätsvektors.

## 5.5 Validierung des Druckrekonstruktionsverfahrens

Zur Überprüfung der Genauigkeit des in Abschnitt 4.4 verwendeten Verfahrens zur Druckrekonstruktion wurde die Methode auf die mittels CFD-Simulation berechneten Geschwindigkeitsfelder angewendet. Anschließend wurden die rekonstruierten Druckfelder mit dem tatsächlichen Druck aus der CFD-Lösung verglichen. Als Vergleichsmaß dienen die aus dem Oberflächendruck berechneten lokalen Anteile des Normal- und Magnuskraftbeiwerts.

Die Druckrekonstruktion basiert, je nach Instationarität der jeweiligen Kondition, auf jeweils 36 bis 69 instantanen Geschwindigkeitsfeldern, die in Abständen von 1,1 bis 2,0 natürlichen Zeiteinheiten  $D/U_\infty$  aufgezeichnet wurden. Vor der Druckrekonstruktion wurden die berechneten Geschwindigkeitsfelder auf ein kartesisches Gitter mit einer Gitterweite von 0,44 mm interpoliert, was der Auflösung der PIV-Felder entspricht. Auch der in den experimentellen Daten vorhandene „blinde“ Bereich nahe der Geschossoberfläche, in dem aufgrund von Laserreflexionen und perspektivischer Abschattung keine Geschwindigkeitsvektoren bestimmt werden konnten, wurde in den numerischen Daten durch Maskierung berücksichtigt. Auf diese Weise wird nicht nur der Algorithmus zur Druckrekonstruktion bewertet, sondern das gesamte Verfahren zur Bestimmung der lokalen Transversalkräfte, einschließlich der radialen Extrapolation zur Ermittlung des Oberflächendrucks.

Die Ergebnisse dieses Vergleichs sind in Abbildung 5.8 dargestellt. Die diskreten Datenpunkte repräsentieren die rekonstruierten Kraftanteile in den einzelnen Transversalebene, während die Linien die tatsächliche Kraftverteilung infolge des mittleren Oberflächendrucks zeigen. Die größten Abweichungen zwischen den rekonstruierten und den tatsächlichen Kräften weist der Normalkraftbeiwert bei  $\alpha = 50^\circ$  auf, dargestellt in Abbildung 5.8a. Während die rekonstruierten Normalkräfte im vorderen Geschossbereich grundsätzlich zu niedrig sind, werden sie im Heckbereich deutlich überschätzt. Am stärksten betroffen ist dabei die hinterste Transversalebene bei hohen Drehzahlen von  $\bar{p} = 1,60$ . Die entsprechenden Druckfelder in Abbildung 5.9 zeigen, dass durch die Rekonstruktion einerseits ein zu hoher Druck auf der Anströmseite prognostiziert wird, während der Einflussbereich des Unterdruckgebiets auf der mitrotierenden Seite deutlich zu weit auf die Leeseite reicht. Angesichts der ausgeprägten axialen Strömungsanteile in diesen Bereichen ist es nicht verwunderlich, dass die Druckrekonstruktion ohne Berücksichtigung der axialen Gradienten zu den beobachteten Abweichungen führt. Bemerkenswert ist jedoch die Übereinstimmung an der Position  $x/L = 0,42$ , wo der Einfluss der axialen Gradienten offenbar deutlich geringer ist. An den anderen Positionen halten sich die Abweichungen zumindest bei den niedrigeren Drehzahlen bis  $\bar{p} = 0,94$  so weit in Grenzen, dass aus den rekonstruierten Kräften mit Einschränkungen durchaus qualitative Erkenntnisse gewonnen werden können, wenngleich zahlenmäßig exakte Aussagen nicht möglich sind.

Bei größeren Anstellwinkeln wird die Übereinstimmung zwischen den rekonstruierten und den tatsächlichen Normalkräften zunehmend besser, wie die entsprechenden Vergleiche in den Abbildungen 5.8c und 5.8e zeigen. So treten bei  $\alpha = 75^\circ$  lediglich im Heckbereich noch signifikante Abweichungen auf, während in den weiter vorne

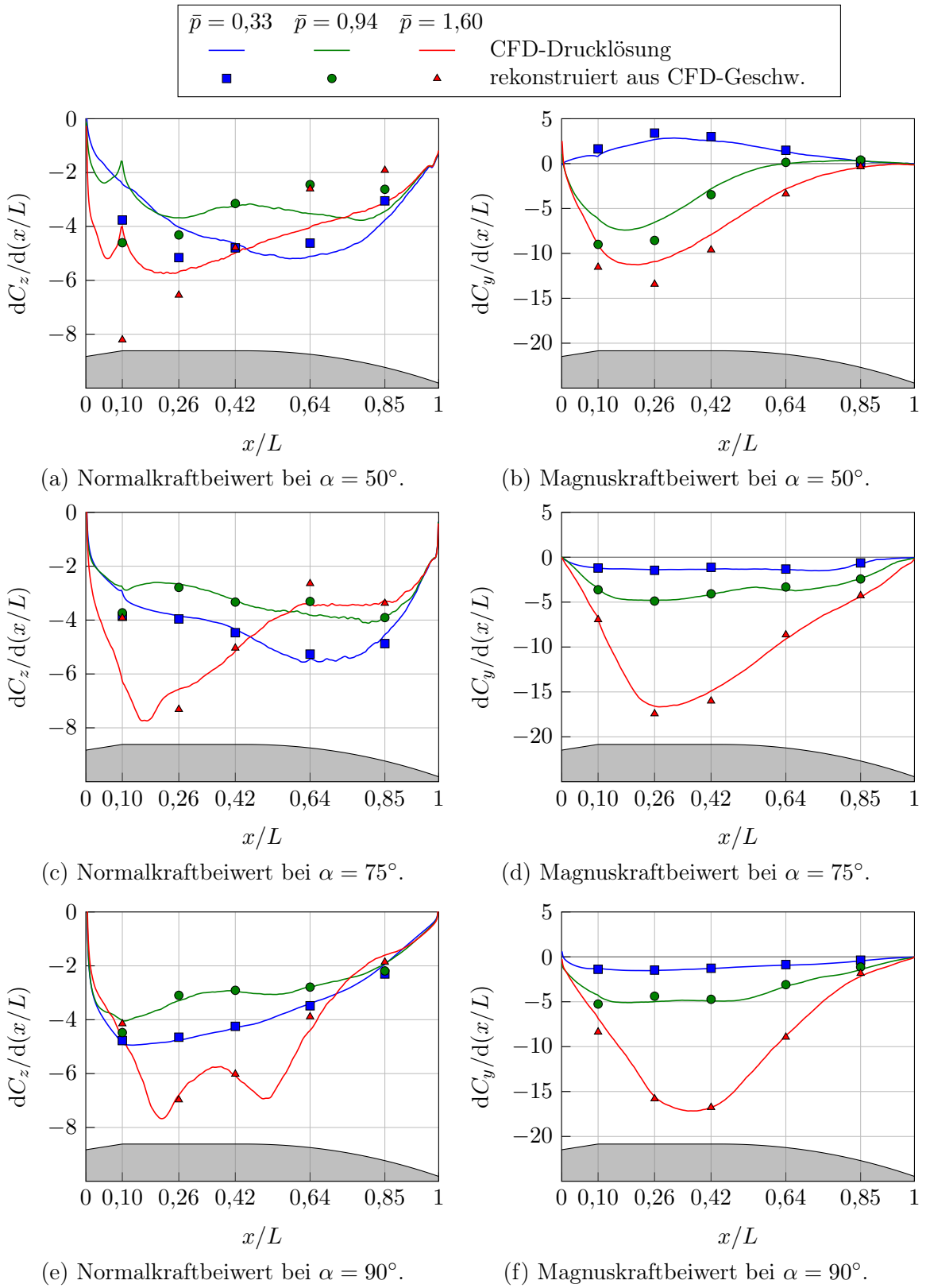


Abbildung 5.8: Mittels CFD-Simulation berechnete mittlere Kraftverteilung entlang der Längsachse.

liegenden Ebenen eine sehr gute Übereinstimmung beobachtet wird. Bei  $\alpha = 90^\circ$  liefert das Rekonstruktionsverfahren für alle Axialpositionen und Drehzahlen eine sehr genaue Abschätzung der vorherrschenden Normalkräfte.

Im Hinblick auf die differentiellen Magnuskräfte ist die Genauigkeit des Verfahrens grundsätzlich besser. Wie in Abbildung 5.8b erkennbar, liegt selbst bei  $\alpha = 50^\circ$  für alle untersuchten Axialpositionen und Drehzahlen eine brauchbare Übereinstimmung mit den tatsächlichen Werten vor. Dies ist auch plausibel, da axiale Gradienten seitlich des Geschosses im Allgemeinen schwächer ausgeprägt sind als in den Bereichen um den Staupunkt und auf der Leeseite, sodass die Druckrekonstruktion dort verlässlichere Ergebnisse liefert. Noch besser ist die Übereinstimmung bei den höheren Anstellwinkeln von  $75^\circ$  und  $90^\circ$ . Wie die Abbildungen 5.8d und 5.8f zeigen, gibt es hier nahezu keine erkennbaren Abweichungen zwischen den rekonstruierten und den tatsächlichen Magnuskräften.

Abschließend ist hervorzuheben, dass sowohl die rekonstruierten Normalkräfte als auch die entsprechenden Magnuskräfte in der mittleren Transversalebene ( $x/L = 0,42$ ) für alle untersuchten Konditionen sehr gut mit den tatsächlichen Werten übereinstimmen. Es ist daher davon auszugehen, dass der Druck in dieser Ebene zuverlässig rekonstruiert werden kann. Dies ist insofern von Bedeutung, als alle in Abschnitt 4.4.1 diskutierten Druckfelder in dieser Ebene liegen.

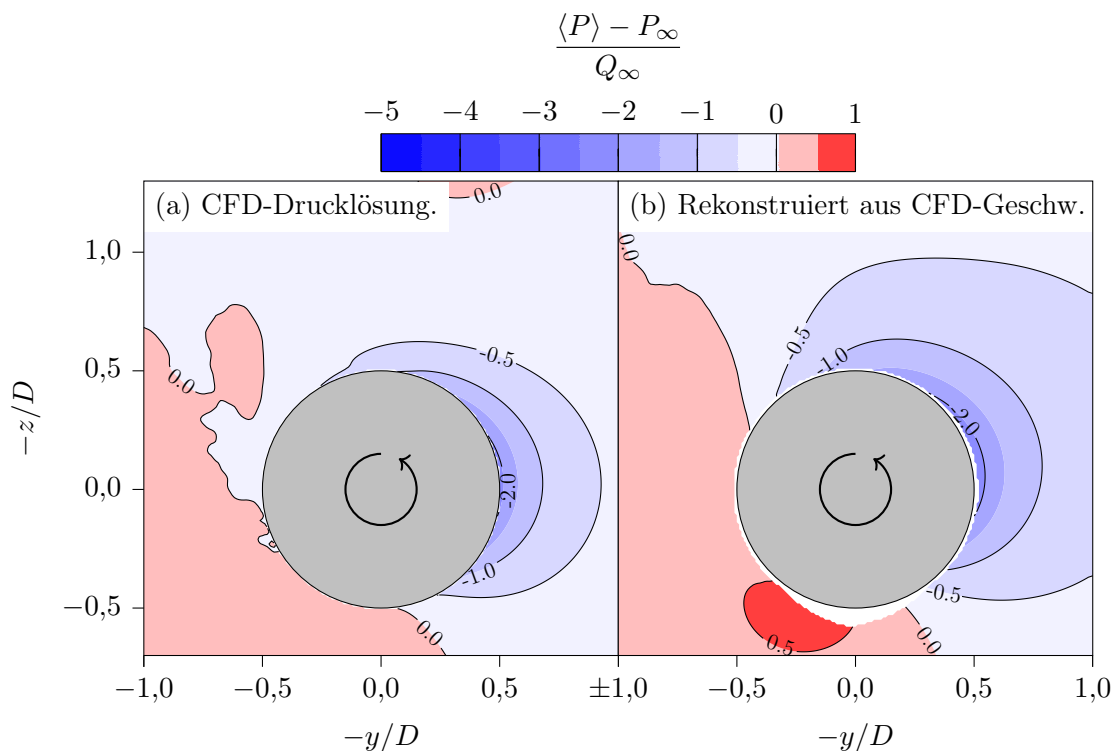


Abbildung 5.9: Mittels CFD-Simulation berechnetes mittleres Druckfeld in der Transversalebene  $x/L = 0,10$  bei  $\alpha = 50^\circ$  und  $\bar{p} = 1,60$ .

## 5.6 Simulationsergebnisse für Anstellwinkel bis $180^\circ$

Im Rahmen der Flugbahnrechnungen in Kapitel 2 wurde deutlich, dass bei Steilschüssen Anstellwinkel von bis zu  $180^\circ$  auftreten können. Bei den in Kapitel 4 beschriebenen experimentellen Untersuchungen wurden Windkanalversuche bis zu einem maximalen Anstellwinkel von  $90^\circ$  durchgeführt. Eine Erhöhung des Anstellwinkels darüber hinaus würde dazu führen, dass die Modellhalterung immer weiter in die Anströmung hineinragt, was eine zunehmende Störung der Strömung zur Folge hätte. Um den Datensatz zu vervollständigen und die zur Berechnung von Steilschussflugbahnen erforderlichen aerodynamischen Beiwerte bereitzustellen, wurden CFD-Simulationen für Anstellwinkel bis  $180^\circ$  durchgeführt. Die berechneten Beiwerte sind in Abbildung 5.10 dargestellt. Neben den zeitlichen Mittelwerten sind auch die Standardabweichungen angegeben, die Aufschluss über die Instationarität der Strömung geben. Zusätzlich zu den bisher behandelten transversalen Kraft- und Momentenbeiwerten umfassen die gezeigten Daten auch die Axialkraft  $F_x$  sowie das Rollmoment  $M_x$ . Diese lassen sich ebenfalls als dimensionslose Beiwerte

$$C_x := \frac{F_x}{Q_\infty S}, \quad C_l := \frac{M_x}{Q_\infty S D} \quad (5.1)$$

ausdrücken. Im Gegensatz zu den bisherigen Darstellungen wird in Abbildung 5.10 für die dynamischen Beiwerte  $C_l$ ,  $C_y$  und  $C_n$  die auf die dimensionslose Drehzahl  $\bar{p}$  normierte Form  $C_{ip} := C_i/\bar{p}$  ( $i = l, y, n$ ) verwendet, da diese Darstellung in 6-DoF-Codes üblich ist. Es soll auch nicht unerwähnt bleiben, dass für Flugbahnrechnungen mit 6-DoF-Modellen außerdem Daten zum Nickdämpfungsmoment benötigt werden. Deren Bestimmung ist jedoch sowohl experimentell als auch numerisch mit erheblichem Aufwand verbunden [110–115] und nicht Gegenstand dieser Arbeit.

Ebenfalls nicht im Fokus dieser Arbeit stehen die aerodynamischen Effekte im Anstellwinkelbereich zwischen  $90^\circ$  und  $180^\circ$ , weshalb die Simulationsergebnisse für Anstellwinkel über  $90^\circ$  nur am Rande diskutiert werden. Zwei Aspekte verdienen jedoch besondere Aufmerksamkeit und werden im Folgenden näher betrachtet: Zum einen betrifft dies den Axialkraftbeiwert  $C_x$ , der einen auf den ersten Blick kaum nachvollziehbaren Verlauf mit mehreren Vorzeichenwechseln aufweist. Zum anderen werden die Verläufe des Magnusmomentenbeiwerts  $C_{np}$  im Hinblick auf die in Kapitel 3 hergeleiteten Stabilitätskriterien untersucht, um Aussagen über das mögliche Auftreten von Grenzyklen bei Steilschüssen zu treffen.

### Verlauf des Axialkraftbeiwerts

Im Diagramm des Axialkraftbeiwerts  $C_x$  in Abbildung 5.10 zeigen insbesondere die Kurven bei niedrigen und mittleren Drehzahlen bis  $\bar{p} = 0,94$  einen sehr unregelmäßigen Verlauf. Für  $\alpha = 0^\circ$  ist das Vorzeichen negativ, da der Basisvektor  $e_x$  definitionsgemäß zur Geschosspitze zeigt. Nach einer anfänglichen Abnahme steigt  $C_x$  mit zunehmendem Anstellwinkel bis zu einem Maximum um  $\alpha = 70^\circ$  auf stark positive Werte an, bevor es bei  $\alpha = 90^\circ$  zu einem abrupten Abfall auf negative Werte kommt. Anschließend nimmt die Axialkraft wieder zu und erreicht ein weiteres Maximum bei

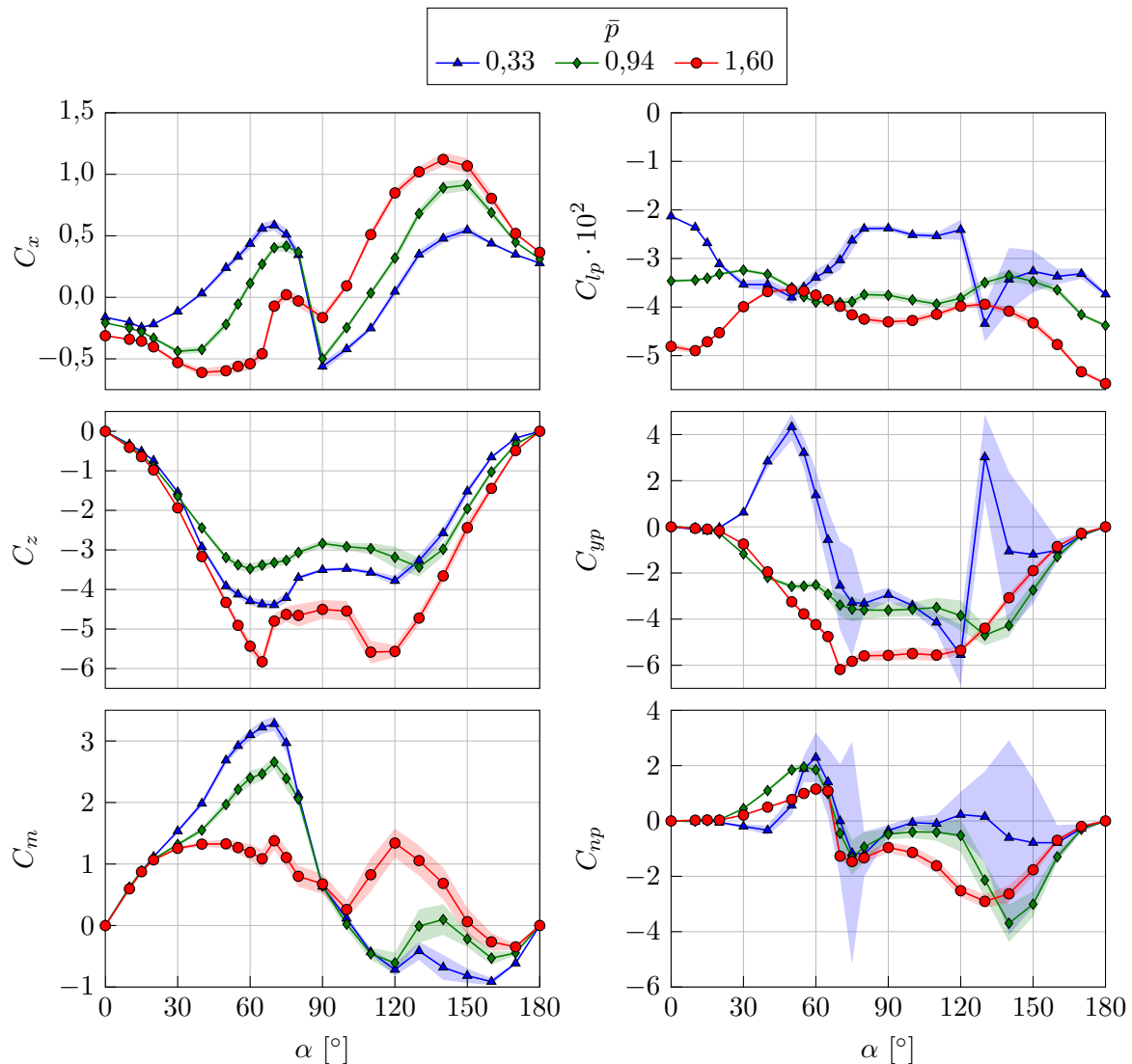


Abbildung 5.10: Aerodynamische Beiwerte (Mittelwert  $\pm$  Standardabweichung) aus CFD-Simulationen.

Anstellwinkeln um  $\alpha = 150^\circ$ . Eine weitere Erhöhung des Anstellwinkels auf  $\alpha = 180^\circ$  führt erneut zu einer Abnahme von  $C_x$ , wobei das Vorzeichen jedoch positiv bleibt.

Um die zugrundeliegenden Mechanismen genauer zu untersuchen, wurde am Beispiel der Kurve bei  $\bar{p} = 0,94$  für ausgewählte Anstellwinkel eine Zerlegung der Axialkraft in einzelne Kraftkomponenten vorgenommen. Die Ergebnisse dieser Analyse sind in Tabelle 5.2 aufgeführt.

Zunächst fällt auf, dass die Schubspannung bei kleinen Anstellwinkeln einen nicht unerheblichen Anteil an der Axialkraft ausmacht, während bei Anstellwinkeln von  $75^\circ$  und  $90^\circ$  der Druckanteil bei weitem überwiegt.

Bemerkenswert ist auch, dass der Bereich der Ogive unabhängig vom Anstellwinkel einen positiven Druckanteil verursacht. Offensichtlich liegt dort selbst bei

Tabelle 5.2: Anteile des Axialkraftbeiwerts aus CFD-Simulationen bei  $\bar{p} = 0,94$ .

$C_x$	$\alpha$					
	$0^\circ$	$30^\circ$	$75^\circ$	$90^\circ$	$140^\circ$	$180^\circ$
Gesamt	-0,21	-0,44	0,42	-0,50	0,89	0,31
Schubspannungsanteil	-0,08	-0,08	-0,01	0,00	0,05	0,06
Druckanteil (gesamt)	-0,13	-0,36	0,42	-0,50	0,84	0,25
(Geschossboden)	-0,09	-0,49	-0,30	-0,71	0,24	0,41
(Heckkonus)	-0,05	-0,11	-0,11	-0,19	-0,11	-0,22
(Ogive)	0,02	0,26	0,80	0,39	0,70	0,05
(Meplat)	-0,01	0,00	0,03	0,01	0,01	0,01

$\alpha = 0^\circ$  im Mittel ein Unterdruck vor, was auf die Beschleunigung der Strömung im hinteren Bereich der Ogive zurückzuführen ist.

Den größten Beitrag zur negativen Axialkraft bei  $\alpha = 0^\circ$  liefert der Unterdruck am Geschossboden. Dieser Bodensog verstärkt sich erheblich, wenn der Anstellwinkel auf  $30^\circ$  erhöht wird. Die Ursache dafür liegt in einer stark rotationsbehafteten Strömung hinter dem Geschossboden, was aufgrund der damit verbundenen Zentrifugalkräfte ein ausgeprägtes Soggebiet erzeugt.

Der rasche Anstieg des Axialkraftbeiwerts auf stark positive Werte bei  $\alpha = 75^\circ$  geht auf einen erhöhten Unterdruck im Bereich der Ogive zurück. Dies ist unter anderem auf den Einfluss der Wirbel zurückzuführen, die, wie im experimentellen Teil in Abschnitt 4.4 ausführlich erörtert, eine Verringerung der Drücke seitlich des Geschosses sowie auf der Leeseite verursachen.

Mit dem Verschwinden der Wirbel bei  $\alpha = 90^\circ$  verringert sich auch der Unterdruck im Ogivenbereich. Gleichzeitig kommt es am Heck zu einer gekrümmten Überströmung der Bodenfläche, was eine Druckabnahme bei gleichzeitiger Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit zur Folge hat. Beide Effekte, die Verstärkung des Bodensogs und die Verringerung des Unterdrucks im Ogivenbereich, führen insgesamt zu einer negativen Axialkraft.

Mit zunehmendem Anstellwinkel wird der Axialkraftbeiwert  $C_x$  wieder positiv. Das Geschoss wird nun von hinten angeströmt, wodurch am Geschossboden ein Überdruck entsteht. Bei  $\alpha = 140^\circ$  kommt es zusätzlich zu einer starken Geschwindigkeits-erhöhung bei der Umströmung der Ogive, was mit einer Druckabnahme einhergeht und die Axialkraft weiter erhöht.

### Identifikation möglicher Grenzyklen

Damit ein monoton stabiler Präzessionsgrenzyklus auftreten kann, muss der Verlauf des Magnusmomentenbeiwerts  $C_{np}$  über den Anstellwinkel einen Nulldurchgang mit positiver Steigung aufweisen (siehe Gleichung (3.35)). Den Simulationsergebnissen in Abbildung 5.10 zufolge ist dies bei der niedrigsten untersuchten Drehzahl von  $\bar{p} = 0,33$  an zwei Stellen der Fall: zum einen bei einem Anstellwinkel zwischen  $40^\circ$

und  $50^\circ$ , zum anderen zwischen  $100^\circ$  und  $120^\circ$ . Unter der Voraussetzung, dass derart niedrige Drehzahlen im relevanten Abschnitt der Trajektorie tatsächlich auftreten, sind stabile Grenzzyklen bei den genannten Anstellwinkeln daher durchaus möglich.

Es ist jedoch anzumerken, dass die Absolutwerte der Magnusmomente bei  $\bar{p} = 0,33$  im Allgemeinen sehr gering sind. Gleichzeitig liegt ein hohes Maß an Instationarität vor, was die Aussagekraft der Mittelwerte weiter einschränkt. Es muss davon ausgegangen werden, dass bereits geringfügige parametrische Änderungen das Strömungsverhalten und damit die Flugstabilität erheblich beeinflussen können.



# Kapitel 6

## Zusammenfassung

Übergeordnetes Ziel dieser Arbeit war die Untersuchung des Flugverhaltens drallstabilisierter Geschosse bei Steilschüssen. Zu diesem Zweck wurden zunächst Flugbahnrechnungen am Beispiel des 105-mm-M1-Artillerieschosses durchgeführt. Die Ergebnisse bestätigen im Wesentlichen bekannte Phänomene wie das Auftreten großer Anstellwinkel im Apogäum, die Seitenabweichung nach links und den im Fall extremer Steilschüsse beobachteten Verlust der Folgsamkeit mit anschließender Stabilisierung in rückwärtiger Fluglage. Entgegen der vorherrschenden Auffassung konnte gezeigt werden, dass auf dem absteigenden Ast der Flugbahn auch stabile Fluglagen bei großen Anstellwinkeln auftreten können, bei denen die Geschossachse eine langsame Konusbewegung um die Flugbahntangente beschreibt. Solche Bewegungen, die häufig als Grenzyklen bezeichnet werden, treten bei kleinen Anstellwinkeln regelmäßig auf. Bei großen Anstellwinkeln war jedoch bislang kein Nachweis bekannt.

Mit dem Ziel, eine einfache und effiziente Methode zur Untersuchung der Flugstabilität von Geschossen bei großen Anstellwinkeln bereitzustellen, wurden algebraische Bedingungen auf Basis der Ljapunowschen Stabilitätstheorie hergeleitet. Im Gegensatz zu den klassischen Methoden der Geschossstabilität wird hierbei keine Limitierung des Anstellwinkels vorausgesetzt. Die Theorie zeigt, dass die Flugstabilität bei großen Anstellwinkeln im Wesentlichen durch das Magnusmoment bestimmt wird. Das Verfahren wurde auf die vorliegenden Daten des 105-mm-M1-Geschosses angewendet und war in der Lage, die in den Flugbahnrechnungen beobachteten Grenzyklen korrekt vorherzusagen.

Eine präzise rechnerische Vorhersage von Steilschussflugbahnen wird dadurch erschwert, dass Daten zu den aerodynamischen Kräften und Momenten von Geschossen bei großen Anstellwinkeln und niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten, wie sie bei Steilschüssen im Apogäum und danach auftreten, in der Literatur nur sehr eingeschränkt verfügbar sind. Der zweite Teil der Arbeit befasste sich daher mit der experimentellen und numerischen Charakterisierung der Strömung um ein rotierendes Geschoss bei großen Anstellwinkeln im Unterschall. Schwerpunkt dieser Untersuchungen waren Experimente in einem subsonischen Windkanal bei einer Reynoldszahl von  $8 \cdot 10^4$ . Mithilfe einer Kraftwaage wurden die aerodynamischen Kräfte und Momente auf das Geschoss bei Anstellwinkeln zwischen  $0^\circ$  und  $90^\circ$  gemessen. Um die

zugrunde liegenden Strömungsphänomene analysieren zu können, wurde bei Anstellwinkeln zwischen  $50^\circ$  und  $90^\circ$  zusätzlich eine Vermessung der Geschwindigkeitsfelder um das rotierende Geschoss mittels Particle Image Velocimetry (PIV) durchgeführt. Mit einem Verfahren auf Basis einer Reynolds-gemittelten Poisson-Gleichung war es zudem möglich, aus den Geschwindigkeitsfeldern die entsprechenden Druckfelder zu bestimmen, aus denen schließlich die Verteilung der aerodynamischen Kräfte entlang der Geschossachse abgeleitet werden konnte. Weitere Erkenntnisse, insbesondere zur dreidimensionalen Struktur der Strömung, wurden mithilfe numerischer Large-Eddy-Simulationen (LES) gewonnen. Diese dienten auch dazu, die experimentellen Daten, die auf Anstellwinkel bis  $90^\circ$  begrenzt sind, auf den vollständigen Anstellwinkelbereich bis  $180^\circ$  zu erweitern.

Basierend auf dem umfangreichen Datensatz aus Experiment und Simulation wurde eine detaillierte Analyse der vorherrschenden Strömungsphänomene durchgeführt. Dabei konnten drei charakteristische Anstellwinkelbereiche mit jeweils unterschiedlichem Strömungsverhalten identifiziert werden:

1. Bei Anstellwinkeln bis etwa  $20^\circ$  liegt eine anliegende Strömung vor, wobei die aerodynamischen Kräfte und Momente eine überwiegend lineare Abhängigkeit vom Anstellwinkel zeigen. In diesem Bereich werden nur geringe Magnuseffekte beobachtet.
2. Im Anstellwinkelbereich zwischen  $20^\circ$  und  $65^\circ$  wird die Strömung von zwei schraubenförmigen Wirbeln dominiert, die von der Geschossspitze ausgehen und sich leeseitig nahe der Geschossoberfläche nach hinten ausbreiten. Die Ausprägung des Wirbelsystems hängt stark von der Geschossdrehzahl ab. Dieser Effekt ist unter anderem für die bei niedrigen Drehzahlen beobachteten inversen Magnuskräfte verantwortlich.
3. Bei Anstellwinkeln über  $65^\circ$  verschwinden die Wirbel und es bildet sich stattdessen eine turbulente Nachlaufströmung aus. Der Einfluss der Drehzahl beschränkt sich nun im Wesentlichen auf die Verschiebung der Ablösepunkte in Rotationsrichtung, was eine seitliche Kraft im Sinne des klassischen Magnus-effekts zur Folge hat. Der Übergang zur wirbelfreien Strömung beginnt im hinteren Geschossbereich und breitet sich mit zunehmendem Anstellwinkel nach vorne aus. Dadurch kommt es zu einer ungleichmäßigen Kraftverteilung entlang der Geschossachse, was erheblichen Einfluss auf die resultierenden Momente hat.

Die im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse stellen in mehrfacher Hinsicht eine Erweiterung des *Status quo* dar. Dies betrifft sowohl die Ballistik von Geschossen als auch die Aerodynamik rotierender Körper:

Für die Planung von Steilschüssen ist das Wissen über die Existenz stabiler Fluglagen insofern von Bedeutung, als diese zu fundamentalen Änderungen der Flugbahn führen, was insbesondere für die Auslegung der Gefahrenbereiche relevant ist. Mit den erarbeiteten Stabilitätskriterien wird ein Werkzeug bereitgestellt, mit dem die Existenz solcher Fluglagen im Vorfeld rechnerisch überprüft werden kann.

Die im zweiten Teil der Arbeit ermittelten aerodynamischen Daten sind, zusätzlich zu den gewonnenen qualitativen Erkenntnissen, in zweifacher Hinsicht von Nutzen. Zum einen können die Kraft- und Momentenverläufe direkt für die Berechnung von Steilschussflugbahnen mittels 6-DoF-Codes verwendet werden. Zum anderen steht mit den Ergebnissen aus den Kraftwaagenmessungen und PIV-Versuchen eine umfangreiche experimentelle Datenbasis zur Validierung von Simulationsmodellen zur Verfügung. Insbesondere die PIV-Daten sind hierbei bislang einzigartig.

Es ist anzumerken, dass die aerodynamischen Untersuchungen nur für eine spezifische Geometrie bei festgelegter Reynoldszahl durchgeführt wurden. Im Rahmen zukünftiger Arbeiten sollte daher unbedingt der Einfluss geometrischer Parameter und der Reynoldszahl näher analysiert werden. Vorläufige Tests haben gezeigt, dass insbesondere die Form der Geschosspitze erheblichen Einfluss auf die Ausbildung der Nachlaufwirbel haben kann. In Bezug auf das Flugverhalten von Geschossen wurde im Rahmen dieser Arbeit theoretisch gezeigt, dass ein stabiler Geschossflug bei großen Anstellwinkeln prinzipiell möglich ist. Ein experimenteller Nachweis, beispielsweise mittels instrumentierter Steilschussversuche, steht jedoch noch aus.



# Literaturverzeichnis

- [1] McCoy, R. L. *Modern Exterior Ballistics: The Launch and Flight Dynamics of Symmetric Projectiles*. Rev. 2<sup>nd</sup> Edition. Atglen, PA, USA: Schiffer Publishing Ltd., 2012.
- [2] Collings, W. Z. und Lieske, R. F. „Artillery Shell Drift at High Angles of Fire“. In: *Journal of Spacecraft and Rockets* 12.3 (1975), S. 169–173. DOI: 10.2514/3.56961.
- [3] Carlucci, D. E. *Ballistics: Theory and Design of Guns and Ammunition*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2007. DOI: 10.1201/9781420066197.
- [4] Molitz, H. und Strobel, R. *Äußere Ballistik*. Hrsg. von Schardin, H. Ballistik in Einzeldarstellungen. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer, 1963. DOI: 10.1007/978-3-662-26666-3.
- [5] Kneubühl, B. P. *Ballistik: Theorie und Praxis*. Berlin: Springer, 2018. DOI: 10.1007/978-3-662-58300-5.
- [6] Cranz, C. *Äussere Ballistik: Oder Theorie der Bewegung des Geschosses von der Mündung der Waffe ab bis zum Eindringen in das Ziel*. Bd. 1. Lehrbuch der Ballistik. Leipzig und Berlin: B.G. Teubner, 1910.
- [7] Cranz, C. *Äussere Ballistik: Oder Theorie der Bewegung des Geschosses von der Mündung der Waffe ab bis zum Eindringen in das Ziel*. 5. Aufl. Bd. 1. Berlin: Springer, 1925. DOI: 10.1007/978-3-662-40321-1.
- [8] Collings, W. Z. und Lieske, R. F. *A Study of Artillery Shell Drift at High Angle of Fire Using Solar Aspect Sensors*. Memorandum Report 2244. Aberdeen Proving Ground, MD, USA: USA Ballistic Research Laboratories, 1972.
- [9] Kutterer, R. E. *Ballistik*. 3. Aufl. Braunschweig: Friedrich Vieweg & Sohn, 1959. DOI: 10.1007/978-3-663-02335-7.
- [10] Magnus, G. „Ueber die Abweichung der Geschosse, und: Ueber eine auffallende Erscheinung bei rotirenden Körpern“. In: *Annalen der Physik und Chemie* 88.1 (1853). Hrsg. von Poggendorff, J. C., S. 1–29. DOI: 10.1002/andp.18531640102.
- [11] Cranz, C. „Theoretische Untersuchungen über die regelmässigen Abweichungen der Geschosse und die vortheilhafteste Gestalt der Züge“. Dissertation. Universität Tübingen, 1883.

- [12] Fowler, R. H., Gallop, E. G., Lock, C. N. H. und Richmond, H. W. „The Aerodynamics of a Spinning Shell“. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character* 221.582–593 (1921), S. 295–387. DOI: 10.1098/rsta.1921.0010.
- [13] Nielsen, K. L. und Synge, J. L. „On the Motion of a Spinning Shell“. In: *Quarterly of Applied Mathematics* 4.3 (1946), S. 201–226. DOI: 10.1090/qam/17019.
- [14] Murphy, C. H. *Free Flight Motion of Symmetric Missiles*. Report 1216. Aberdeen Proving Ground, MD, USA: USA Ballistic Research Laboratories, 1963. DOI: 10.21236/ad0442757.
- [15] Oskay, V. und Garner, J. M. *Initial Yawsonde Tests of 155mm M864 Base-Burn Projectile*. Memorandum Report 3707. Aberdeen Proving Ground, MD, USA: USA Ballistic Research Laboratories, 1988.
- [16] Piddington, M. J. *Comparison of the Exterior Ballistics of the M-193 Projectile when Launched from 1:12 In. and 1:14 In. Twist M16A1 Rifles*. Memorandum Report 1943. Aberdeen Proving Ground, MD, USA: USA Ballistic Research Laboratories, 1968. DOI: 10.21236/ad0844934.
- [17] MacAllister, L. C., Oskay, V., Reiter, B. J., Klein, R. und Gazdayka, W. *The Effect of a Sub-Caliber Cylindrical After-Body on the Behavior of Spin-Stabilized Projectiles*. Memorandum Report 2536. Aberdeen Proving Ground, MD, USA: USA Ballistic Research Laboratories, 1975.
- [18] Murphy, C. H. „Symmetric Missile Dynamic Instabilities“. In: *Journal of Guidance and Control* 4.5 (1981), S. 464–471. DOI: 10.2514/3.56099.
- [19] Platou, A. S. *The Influence of the Magnus Moment on the Dynamic Stability of a Projectile*. Memorandum Report 2155. Aberdeen Proving Ground, MD, USA: USA Ballistic Research Laboratories, 1972.
- [20] Platus, D. H. „Missile and Spacecraft Coning Instabilities“. In: *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 17.5 (1994), S. 1011–1018. DOI: 10.2514/3.21303.
- [21] Swanson, W. M. „The Magnus Effect: A Summary of Investigations to Date“. In: *Journal of Basic Engineering* 83.3 (1961), S. 461–470. DOI: 10.1115/1.3659004.
- [22] Fletcher, C. A. J. „Negative Magnus Forces in the Critical Reynolds Number Regime“. In: *Journal of Aircraft* 9.12 (1972), S. 826–834. DOI: 10.2514/3.44343.
- [23] Zdravkovich, M. M. *Flow Around Circular Cylinders – Vol 2: Applications*. New York, NY, USA: Oxford University Press, 2003. DOI: 10.1093/oso/9780198565611.001.0001.
- [24] Gowen, F. E. und Perkins, E. W. *A Study of the Effects of Body Shape on the Vortex Wakes of Inclined Bodies at a Mach Number of 2*. NACA RM A53117. Moffett Field, CA, USA: Ames Aeronautical Laboratory, 1953.

- [25] Fiechter, M. *Über Wirbelsysteme an schlanken Rotationskörpern und ihren Einfluss auf die aerodynamischen Beiwerte*. Techn. Ber. 10/66. Saint-Louis, Frankreich: Deutsch-Französisches Forschungsinstitut Saint-Louis, 1966.
- [26] Keener, E. R. und Taleghani, J. *Wind Tunnel Investigation of the Aerodynamic Characteristics of Five Forebody Models at High Angles of Attack at Mach Numbers from 0.25 to 2*. NASA Technical Memorandum X-73,076. Moffett Field, CA, USA: Ames Research Center, 1975.
- [27] Deffenbaugh, F. D. und Koerne, W. G. „Asymmetric Vortex Wake Development on Missiles at High Angles of Attack“. In: *Journal of Spacecraft and Rockets* 14.3 (1977), S. 155–162. DOI: 10.2514/3.57174.
- [28] Przirembel, C. E. G. und Shereda, D. E. „Aerodynamics of Slender Bodies at High Angles of Attack“. In: *Journal of Spacecraft and Rockets* 16.1 (1979), S. 10–14. DOI: 10.2514/3.57608.
- [29] Dahlem, V., Flaherty, J. I., Shereda, D. E. und Przirembel, C. E. G. *High Angle of Attack Missile Aerodynamic at Mach Numbers 0.30 to 1.5*. Techn. Ber. 80-3070. Wright-Patterson Air Force Base, OH, USA: Air Force Wright Aeronautical Laboratories, 1980.
- [30] Dexter, P. und Hunt, B. „The Effect of Roll Angle on the Flow over a Slender Body of Revolution at High Angles of Attack“. In: *19th Aerospace Sciences Meeting*. St. Louis, MO, USA: AIAA, 1981. DOI: 10.2514/6.1981-358.
- [31] Ericsson, L. E. und Reding, J. P. „Steady and Unsteady Vortex-Induced Asymmetric Loads on Slender Vehicles“. In: *Journal of Spacecraft and Rockets* 18.2 (1981), S. 97–109. DOI: 10.2514/3.57792.
- [32] Yanta, W. J. und Wardlaw, A. B. „Flowfield about and Forces on Slender Bodies at High Angles of Attack“. In: *AIAA Journal* 19.3 (1981), S. 296–302. DOI: 10.2514/3.50949.
- [33] Wardlaw, A. B. und Yanta, W. J. „Asymmetric Flowfield Development on a Slender Body at High Incidence“. In: *AIAA Journal* 22.2 (1984), S. 242–249. DOI: 10.2514/3.8374.
- [34] Zilliac, G. G., Degani, D. und Tobak, M. „Asymmetric Vortices on a Slender Body of Revolution“. In: *AIAA Journal* 29.5 (1991), S. 667–675. DOI: 10.2514/3.59934.
- [35] Champigny, P., Deck, S., Denis, P. und Magniant, S. „Numerical Simulation of Forebody Vortices at High Angle of Attack and their Control Using Innovative Systems“. In: *Innovative Missile Systems Meeting*. RTO-MP-AVT-135-24. Neuilly-sur-Seine, Frankreich: NATO, 2006, S. 24/1–24/16. DOI: 10.14339/RTO-MP-AVT-135-24-pdf.
- [36] Wysocki, O. und Schüle, E. „Experimental Investigations on the Phantom Yaw Effect on a Maneuvering Slender Body“. In: *Journal of Spacecraft and Rockets* 52.1 (2015), S. 264–274. DOI: 10.2514/1.a32885.

- [37] Kumar, P. und Prasad, J. K. „Mechanism of Side Force Generation and Its Alleviation over a Slender Body“. In: *Journal of Spacecraft and Rockets* 53.1 (2016), S. 195–208. DOI: 10.2514/1.a33290.
- [38] Mahadevan, S., Rodriguez, J. und Kumar, R. „Effect of Controlled Imperfections on the Vortex Asymmetry of a Conical Body“. In: *AIAA Journal* 56.9 (2018), S. 3460–3477. DOI: 10.2514/1.j057074.
- [39] Liaño, G. und Jiménez-Varona, J. „Side Force on Bodies of Revolution: Role of Attached Flow“. In: *AIAA Journal* 59.11 (2021), S. 4475–4485. DOI: 10.2514/1.j060389.
- [40] Platou, A. S. *The Magnus Force on a Short Body at Supersonic Speeds*. Report 1062. Aberdeen Proving Ground, MD, USA: USA Ballistic Research Laboratories, 1959. DOI: 10.21236/ad0212064.
- [41] Vaughn, H. R. und George Jr., O. L. *The Characteristics of a Laminar Boundary Layer on a Spinning Tangent Ogive Cylinder at Angle of Attack*. Research Report SC-RR-71 0851. Albuquerque, NM, USA: Sandia Laboratories, 1972.
- [42] Sturek, W. B. und Danberg, J. E. *Experimental Measurements of the Turbulent Boundary Layer on a Yawed, Spinning Slender Body*. Report 1954. Aberdeen Proving Ground, MD, USA: USA Ballistic Research Laboratories, 1977.
- [43] Nietubicz, C. J., Sturek, W. B. und Heavey, K. R. „Computations of Projectile Magnus Effect at Transonic Velocities“. In: *AIAA Journal* 23.7 (1985), S. 998–1004. DOI: 10.2514/3.9030.
- [44] Silton, S. I. „Navier-Stokes Computations for a Spinning Projectile from Subsonic to Supersonic Speeds“. In: *Journal of Spacecraft and Rockets* 42.2 (2005), S. 223–231. DOI: 10.2514/1.4175.
- [45] Doraiswamy, S. und Candler, G. V. „Detached Eddy Simulations and Reynolds-Averaged Navier-Stokes Calculations of a Spinning Projectile“. In: *Journal of Spacecraft and Rockets* 45.5 (2008), S. 935–945. DOI: 10.2514/1.31935.
- [46] DeSpirito, J., Silton, S. I. und Weinacht, P. „Navier-Stokes Predictions of Dynamic Stability Derivatives: Evaluation of Steady-State Methods“. In: *Journal of Spacecraft and Rockets* 46.6 (2009), S. 1142–1154. DOI: 10.2514/1.38666.
- [47] Luchuk, W. und Sparks, W. *Wind-Tunnel Magnus Characteristics of the 7-Caliber Army-Navy Spinner Rocket*. NAVORD Report 3813. White Oak, MD, USA: US Naval Ordnance Laboratory, 1977.
- [48] Ingram, C., Lusardi, R. und Nicolaidis, J. „Effects of Rifling and N-Vanes on the Magnus Characteristics of Bodies of Revolution“. In: *2nd Atmospheric Flight Mechanics Conference*. Palo Alto, CA, USA: AIAA, 1972. DOI: 10.2514/6.1972-970.

- [49] Martin, J. M. und Ingram, C. W. „Experimental Correlation Between the Flow and Magnus Characteristics of a Spinning Ogive-Nose Cylinder“. In: *AIAA Journal* 11.7 (1973), S. 901–902. DOI: 10.2514/3.50537.
- [50] Vaughn, H. R. und Reis, G. E. „A Magnus Theory“. In: *AIAA Journal* 11.10 (1973), S. 1396–1403. DOI: 10.2514/3.50599.
- [51] Platou, A. S. „Improved Projectile Boattail“. In: *Journal of Spacecraft and Rockets* 12.12 (1975), S. 727–732. DOI: 10.2514/3.57040.
- [52] Sturek, W. B. *Boundary Layer Studies on a Spinning Tangent-Ogive-Cylinder Model*. Report 1801. Aberdeen Proving Ground, MD, USA: USA Ballistic Research Laboratories, 1975.
- [53] Nietubicz, C. J. und Opalka, K. O. *Supersonic Wind Tunnel Measurements of Static and Magnus Aerodynamic Coefficients for Projectile Shapes with Tangent and Secant Ogive Noses*. Memorandum Report 2991. Aberdeen Proving Ground, MD, USA: USA Ballistic Research Laboratories, 1980.
- [54] Miller, M. „Wind Tunnel Measurements of the Magnus Induced Surface Pressures on a Spinning Projectile in the Transonic Speed Regime“. In: *Applied Aerodynamics Conference*. Danvers, MA, USA: AIAA, 1983. DOI: 10.2514/6.1983-1838.
- [55] Cayzac, R., Carette, E., Champigny, P., Thépot, R. und Donneaud, O. „Analysis of Static and Dynamic Stability of Spinning Projectiles“. In: *21st International Symposium on Ballistics*. Bd. 1. Adelaide, Australien, 2004.
- [56] Simon, F., Deck, S., Guillen, P., Merlen, A. und Cayzac, R. „Numerical Simulation of Magnus Force Control for Projectiles Configurations“. In: *Computers & Fluids* 38.4 (2009), S. 965–968. DOI: 10.1016/j.compfluid.2008.09.006.
- [57] Klatt, D., Hruschka, R. und Leopold, F. „Investigation of the Magnus Effect of a Generic Projectile at Mach 3 Up to 16 Degrees Angle of Attack“. In: *Journal of Applied Mechanics* 80.3 (2013). DOI: 10.1115/1.4023434.
- [58] Fletcher, C. A. J. *Investigation of the Magnus Characteristics of a Spinning Inclined Ogive-Cylinder Body at  $M = 0.2$* . Technical Note HSA 159. Adelaide, Australien: Weapons Research Establishment, 1969.
- [59] McCoy, R. L. *The Subsonic Aerodynamic Characteristics of the 105mm HE Shell,  $M_1$  at Angles of Attack from Zero to 180 Degrees*. Memorandum Report 2353. Aberdeen Proving Ground, MD, USA: USA Ballistic Research Laboratories, 1974.
- [60] Seginer, A. und Ringel, M. „Magnus Effects at High Angles of Attack and Critical Reynolds Numbers“. In: *Journal of Spacecraft and Rockets* 23.3 (1986), S. 237–244. DOI: 10.2514/3.25105.
- [61] Klatt, D. „Experimentelle und numerische Untersuchung des Magnuseffekts in Überschallströmungen“. Dissertation. Universität Stuttgart, 2014.

- [62] Fresconi, F. und Celmins, I. *Experimental Flight Characterization of Spin-Stabilized Projectiles at High Angle of Attack*. Technical Report 8082. Aberdeen Proving Ground, MD, USA: US Army Research Laboratory, 2017.
- [63] DeSpirito, J. „CFD Aerodynamic Characterization of 155-mm Projectile at High Angles-of-Attack“. In: *35th AIAA Applied Aerodynamics Conference*. Denver, CO, USA: AIAA, 2017. DOI: 10.2514/6.2017-3397.
- [64] Gross, M., Rogers, J. D., Costello, M. und Fresconi, F. „Nonlinear Stability Analysis Methods for Guided Artillery Projectiles“. In: *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*. CP849. Atlanta, GA, USA: AIAA, 2014, S. 2541. DOI: 10.2514/6.2014-2541.
- [65] Merkin, D. R. *Introduction to the Theory of Stability*. Bd. 24. Texts in Applied Mathematics. New York, NY, USA: Springer, 1997. DOI: 10.1007/978-1-4612-4046-4.
- [66] Chen, G. „Stability of Nonlinear Systems“. In: *Encyclopedia of RF and Microwave Engineering*. Hrsg. von Chang, K. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, 2005, S. 4881–4896. DOI: 10.1002/0471654507.eme413.
- [67] Zdravkovich, M. M. *Flow Around Circular Cylinders – Vol 1: Fundamentals*. New York, NY, USA: Oxford University Press, 1997. DOI: 10.1093/oso/9780198563969.001.0001.
- [68] Wey, P., Corriveau, D., Saitz, T. A., De Ruijter, W. und Strömbäck, P. „BALCO 6/7-DoF Trajectory Model“. In: *29th International Symposium on Ballistics*. Bd. 1. Edinburgh, Schottland, Großbritannien, 2016, S. 151–162.
- [69] *The Six/Seven Degrees of Freedom Guided Projectile Trajectory Model*. NATO Standard AEP-96, Edition A, Version 1. NATO Standardization Office, 2016.
- [70] *Letter Symbols for Aeronautical Sciences*. American Standard ASA Y10.7-1954. American Society of Mechanical Engineers, 1954.
- [71] Hudgins Jr., H. E. *Aerodynamics, Dimensions, Inertial Properties, and Performance of Artillery Projectiles*. Technical Report 4911. Dover, NJ, USA: Picatinny Arsenal, 1977.
- [72] *Normatmosphäre*. Deutsche Norm DIN ISO 2533. Berlin: Deutsches Institut für Normung (DIN), 1979.
- [73] *PRODAS V3*. Technical Manual. Arrow Tech Associates. South Burlington, VT, USA, 2002.
- [74] Murphy, C. H. „Gravity-Induced Angular Motion of a Spinning Missile“. In: *Journal of Spacecraft and Rockets* 8.8 (1971), S. 824–828. DOI: 10.2514/3.59731.
- [75] Dutschke, B., Weidner, S. und Mundt, C. „Stability Conditions for High-Angle-of-Attack Limit-Cycles of Spin-Stabilized Projectiles“. In: *20. STAB-Workshop*. Göttingen, 2021, S. 61–62.

- [76] Dutschke, B., Weidner, S., Rey, C. und Mundt, C. „Aerodynamic Characterization, Flight Analysis and Limit-Cycle Stability for Artillery Shells Fired with High Elevation“. In: *33rd International Symposium on Ballistics*. Bd. 1. Brügge, Belgien, 2023, S. 32–48.
- [77] Dutschke, B. und Mundt, C. „Flight Stability of Spinning Projectiles at High Angles of Attack“. In: *Journal of Spacecraft and Rockets* 62.3 (2025), S. 827–836. DOI: 10.2514/1.a36128.
- [78] Anderson, J. D. *Fundamentals of Aerodynamics*. 3. Aufl. Aeronautical and Aerospace Engineering. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 2001.
- [79] Dutschke, B., Rey, C., Weidner, S. und Mundt, C. „Magnuseffekte rotierender Flugkörper bei großen Anstellwinkeln im kritischen Reynoldszahlbereich“. In: *29. Fachtagung Experimentelle Strömungsmechanik*. Ilmenau, 2022, S. 25.1–25.10.
- [80] Dutschke, B., Rey, C. und Mundt, C. „Transition and Separation on a Spinning Projectile in Subsonic Flow at High Angles of Attack“. In: *24. DGLR-Fachsymposium der STAB*. Angenommen zur Veröffentlichung in der Buchreihe *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design (NNFM)*, Springer. Regensburg, 2024.
- [81] Dutschke, B., Rey, C. und Mundt, C. „Subsonic Aerodynamic Characteristics of a Spinning Projectile at High Angles of Attack“. Angenommen zur Veröffentlichung im *Journal of Spacecraft and Rockets*. 2025.
- [82] Jaeggy, B. C. *Description et caractéristiques de la soufflerie subsonique de 70 × 90 cm<sup>2</sup> de l’ISL*. Notice N 608/82. Saint-Louis, Frankreich: Deutsch-Französisches Forschungsinstitut Saint-Louis, 1982.
- [83] Scharnowski, S., Bross, M. und Kähler, C. J. „Accurate Turbulence Level Estimations Using PIV/PTV“. In: *Experiments in Fluids* 60.1 (2018). DOI: 10.1007/s00348-018-2646-5.
- [84] Pope, S. B. *Turbulent Flows*. Cambridge, Großbritannien: Cambridge University Press, 2000. DOI: 10.1017/cbo9780511840531.
- [85] Bradshaw, P., Hrsg. *Turbulence*. Bd. 12. Topics in Applied Physics. Berlin und Heidelberg: Springer, 1976. DOI: 10.1007/978-3-662-22568-4.
- [86] *Evaluation of Measurement Data – Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*. International Guide JCGM 100:2008. Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM), 2008. DOI: 10.59161/jcgm100-2008e.
- [87] Tropea, C., Yarin, A. L. und Foss, J. F., Hrsg. *Springer Handbook of Experimental Fluid Mechanics*. Berlin und Heidelberg: Springer, 2007. DOI: 10.1007/978-3-540-30299-5.
- [88] *SAFEX Inside Nebelfluid Normal/Power-Mix*. Kurzinfo. Günther Schaidt SAFEX-Chemie GmbH. Tangstedt, 2015.

- [89] *SAFEX Fog Generator FOG2010*. Instruction Manual. Günther Schaidt SAFEX-Chemie GmbH. Tangstedt, 2017.
- [90] *Imager sCMOS*. Product Manual for DaVis 10.0. LaVision GmbH. Göttingen, 2018.
- [91] *Makro-Planar T\* 2/100*. Carl Zeiss AG. Oberkochen, 2011. URL: <https://www.zeiss.com/content/dam/consumer-products/downloads/historical-products/photography/classic-lenses/en/datasheet-zeiss-classic-makro-planar-2100.pdf> (besucht am 13.02.2025).
- [92] *FlowMaster*. Product Manual for DaVis 10.2. LaVision GmbH. Göttingen, 2021.
- [93] Wieneke, B. „PIV Uncertainty Quantification from Correlation Statistics“. In: *Measurement Science and Technology* 26.7 (2015). DOI: 10.1088/0957-0233/26/7/074002.
- [94] Lecuona, A., Ruiz-Rivas, U. und Nogueira, J. „Simulation of Particle Trajectories in a Vortex-Induced Flow: Application to Seed-Dependent Flow Measurement Techniques“. In: *Measurement Science and Technology* 13.7 (2002), S. 1020–1028. DOI: 10.1088/0957-0233/13/7/308.
- [95] Domogalla, V. „Quantification of the Influence of Particle Voids on PIV Measurements via Synthetic-PIV“. In: *New Results in Numerical and Experimental Fluid Mechanics XIII: Contributions to the 22nd STAB/DGLR Symposium*. Berlin: Springer, 2021, S. 325–334. DOI: 10.1007/978-3-030-79561-0\_31.
- [96] Krahn, E. „Negative Magnus Force“. In: *Journal of Aeronautical Sciences* 23 (1956), S. 377–378.
- [97] Van Oudheusden, B. W. „PIV-based Pressure Measurement“. In: *Measurement Science and Technology* 24.3 (2013). DOI: 10.1088/0957-0233/24/3/032001.
- [98] *Pressure from PIV*. Product Manual for DaVis 10.2. LaVision GmbH. Göttingen, 2021.
- [99] Gurka, R., Liberzon, A., Hefetz, D., Rubinstein, D. und Shavit, U. „Computation of Pressure Distribution Using PIV Velocity Data“. In: *3rd International Workshop on Particle Image Velocimetry*. Santa Barbara, CA, USA, 1999, S. 671–676.
- [100] Menter, F. R. *Best Practice: Scale-Resolving Simulations in Ansys CFD*. Technical Paper, Version 2.00. ANSYS Germany GmbH. 2015.
- [101] Menter, F. R., Smirnov, P. E., Liu, T. und Avancha, R. „A One-Equation Local Correlation-Based Transition Model“. In: *Flow, Turbulence and Combustion* 95.4 (2015), S. 583–619. DOI: 10.1007/s10494-015-9622-4.
- [102] *ANSYS Fluent Theory Guide*. Release 2023 R2. ANSYS, Inc. Canonsburg, PA, USA, 2023.
- [103] Ferziger, J. H. und Perić, M. *Numerische Strömungsmechanik*. Berlin und Heidelberg: Springer, 2008. DOI: 10.1007/978-3-540-68228-8.

- [104] Schlichting, H. und Gersten, K. *Grenzschicht-Theorie*. Berlin und Heidelberg: Springer, 2006. DOI: 10.1007/3-540-32985-4.
- [105] *ANSYS Fluent User's Guide*. Release 2023 R2. ANSYS, Inc. Canonsburg, PA, USA, 2023.
- [106] *Fidelity Pointwise User Manual*. Cadence Design Systems, Inc. San Jose, CA, USA, 2023. URL: <https://www.cadence.com/doc/user-manual/> (besucht am 14.12.2023).
- [107] Spallart, P. *Young-Person's Guide to Detached-Eddy Simulation Grids*. Contractor Report NASA/CR-2001-211032. Hampton, VA, USA: NASA, Langley Research Center, 2001.
- [108] Roache, P. J. „Perspective: A Method for Uniform Reporting of Grid Refinement Studies“. In: *Journal of Fluids Engineering* 116.3 (1994), S. 405–413. DOI: 10.1115/1.2910291.
- [109] Chakraborty, P., Balachandar, S. und Adrian, R. J. „Kinematics of Local Vortex Identification Criteria“. In: *Journal of Visualization* 10.2 (2007), S. 137–140. DOI: 10.1007/bf03181819.
- [110] Schiff, L. B. und Tobak, M. „Results from a New Wind-Tunnel Apparatus for Studying Coning and Spinning Motions of Bodies of Revolution“. In: *AIAA Journal* 8.11 (1970), S. 1953–1957. DOI: 10.2514/3.6031.
- [111] Uselton, B. L. und Jenke, L. M. „Experimental Missile Pitch- and Roll-Damping Characteristics at Large Angles of Attack“. In: *Journal of Spacecraft and Rockets* 14.4 (1977), S. 241–247. DOI: 10.2514/3.57188.
- [112] Weinacht, P. *Navier-Stokes Predictions of the Individual Components of the Pitch-Damping Coefficient Sum*. Technical Report 3169. Aberdeen Proving Ground, MD, USA: US Army Research Laboratory, 2004.
- [113] Bhagwandin, V. A. und Sahu, J. „Numerical Prediction of Pitch Damping Stability Derivatives for Finned Projectiles“. In: *Journal of Spacecraft and Rockets* 51.5 (2014), S. 1603–1618. DOI: 10.2514/1.a32734.
- [114] McGowan, G. Z., Kurzen, M. J., Nance, R. P., Carpenter, J. G. und Moore, F. G. „High Fidelity Approaches for Pitch Damping Prediction at High Angles of Attack“. In: *Journal of Spacecraft and Rockets* 51.5 (2014), S. 1474–1484. DOI: 10.2514/1.a32625.
- [115] Franzmann, C. „Experimentelle Bestimmung von Nickdämpfungskoeffizienten im Windkanal“. Dissertation. Universität der Bundeswehr München, 2023.



# Anhang A

## Mittlere Geschwindigkeitsfelder aus PIV-Messungen

Im Folgenden wird eine grafische Darstellung der mittels Particle Image Velocimetry (PIV) gemessenen Geschwindigkeitsfelder präsentiert. Die Messdaten können auf Anfrage auch in elektronischer Form zur Verfügung gestellt werden. Anfragen sind zu richten an:

Deutsch-Französisches Forschungsinstitut Saint-Louis  
5 rue du Général Cassagnou, 68300 Saint-Louis, Frankreich  
E-Mail: isl@isl.eu

Bei den dargestellten Geschwindigkeitsfeldern handelt es sich um die Mittelwerte aus jeweils 200 Instantanefeldern. Der Versuchsaufbau und das verwendete PIV-Verfahren werden in Abschnitt 4.1.4 beschrieben. Gemessen wurden die planaren Geschwindigkeitskomponenten  $v$  und  $w$  in mehreren, entlang der Längsachse des Geschosses verteilten Transversalebene für verschiedene Anstellwinkel  $\alpha$  und dimensionslose Drehzahlen  $\bar{p} = pD/(2U_\infty)$ . Dabei ist  $p$  die axiale Drehrate,  $D$  der Geschossdurchmesser und  $U_\infty$  die Geschwindigkeit der Anströmung. Der Abstand  $x$  der jeweiligen Transversalebene zum Geschossboden ist bezogen auf die Geschosslänge  $L$  als  $x/L$  angegeben.

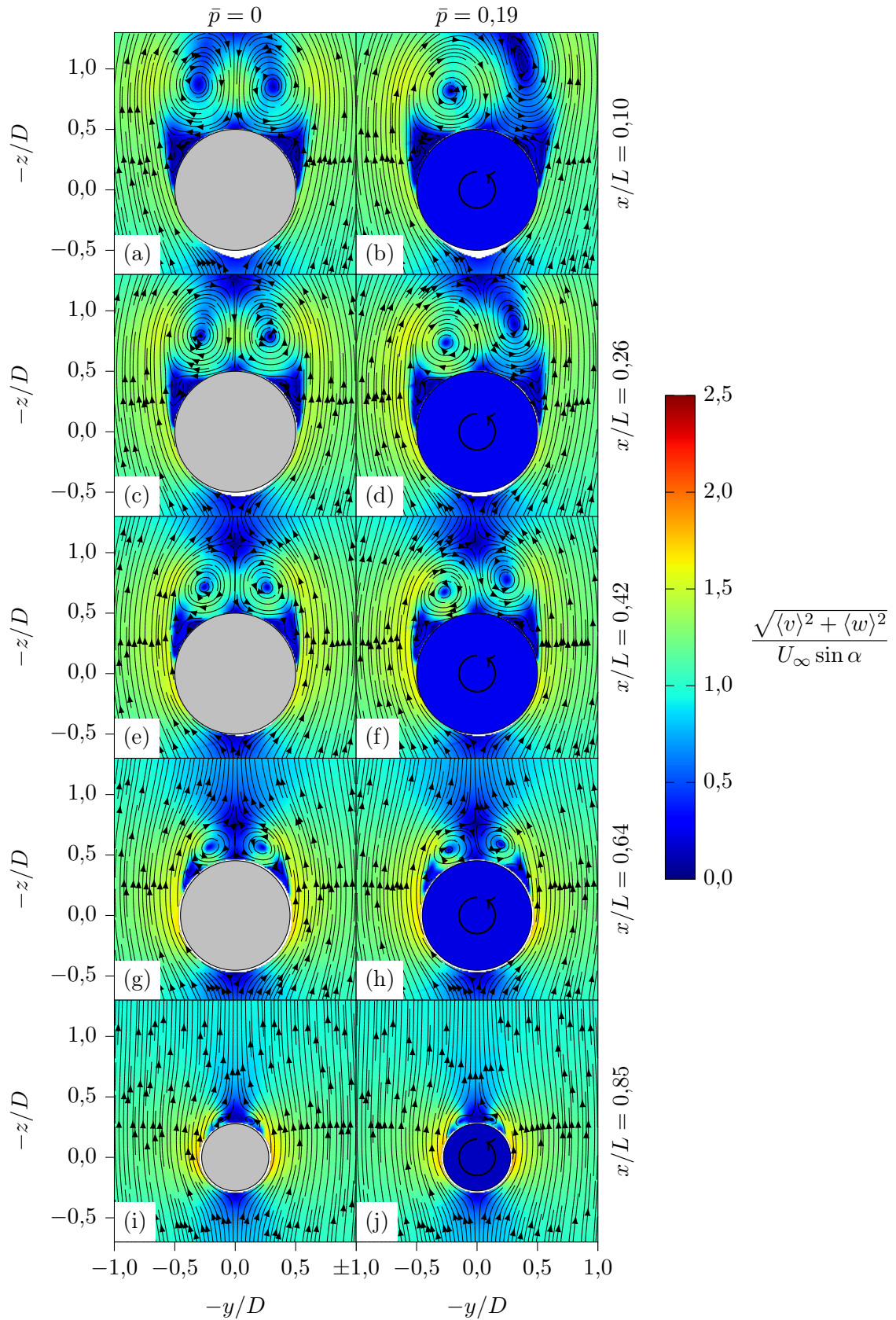


Abbildung A.1: In verschiedenen Transversalebene bei  $\alpha = 50^\circ$  und  $\bar{p} = 0$  (linke Spalte) bzw.  $\bar{p} = 0,19$  (rechte Spalte) gemessene mittlere Geschwindigkeitsfelder. Das Geschoss ist als Kreis dargestellt, dessen Füllfarbe die normierte Oberflächen-  
geschwindigkeit  $u_s / (U_\infty \sin \alpha)$  anzeigt.

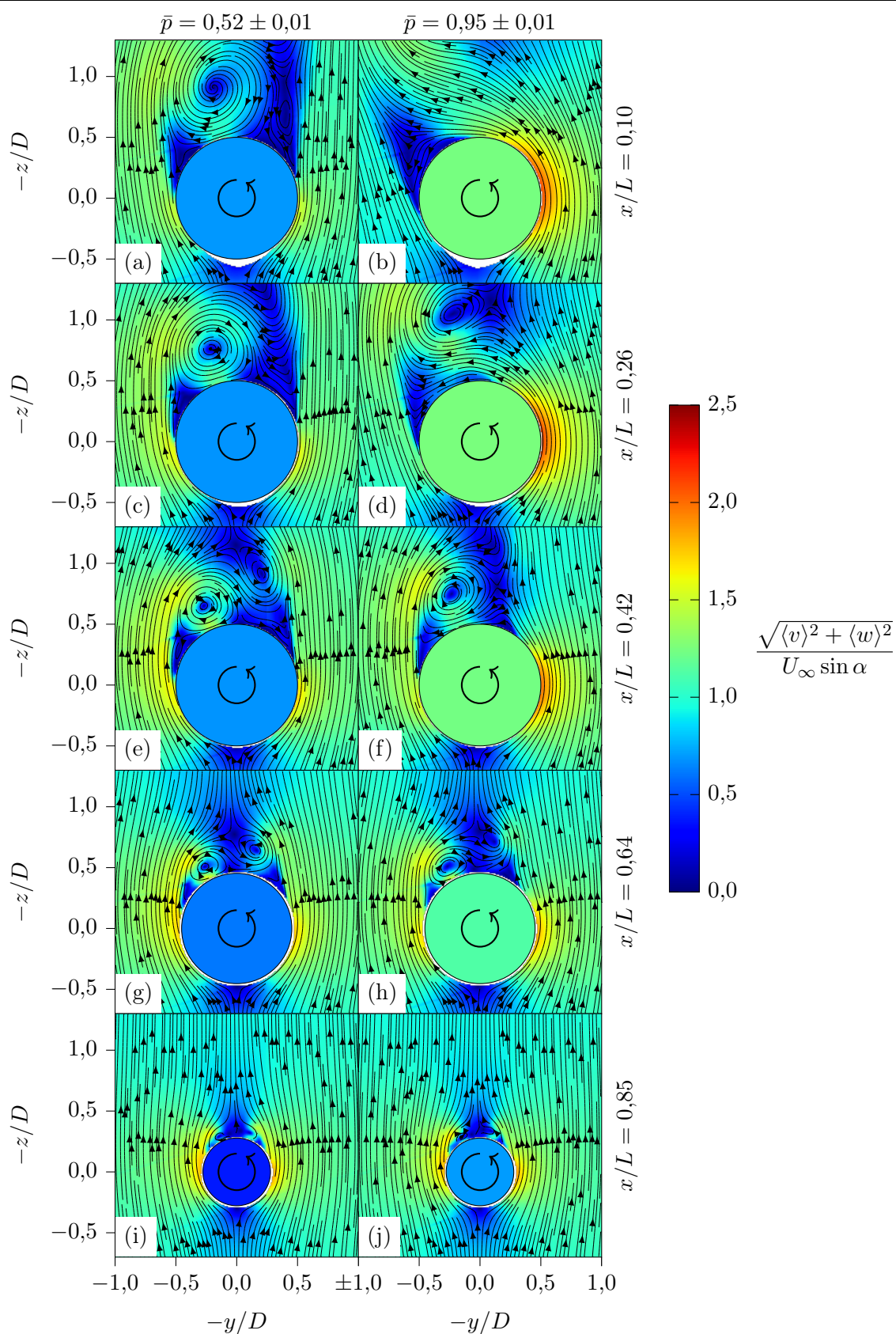


Abbildung A.2: In verschiedenen Transversalebene bei  $\alpha = 50^\circ$  und  $\bar{p} = 0,52$  (linke Spalte) bzw.  $\bar{p} = 0,95$  (rechte Spalte) gemessene mittlere Geschwindigkeitsfelder. Das Geschoss ist als Kreis dargestellt, dessen Füllfarbe die normierte Oberflächengeschwindigkeit  $u_s / (U_\infty \sin \alpha)$  anzeigt.

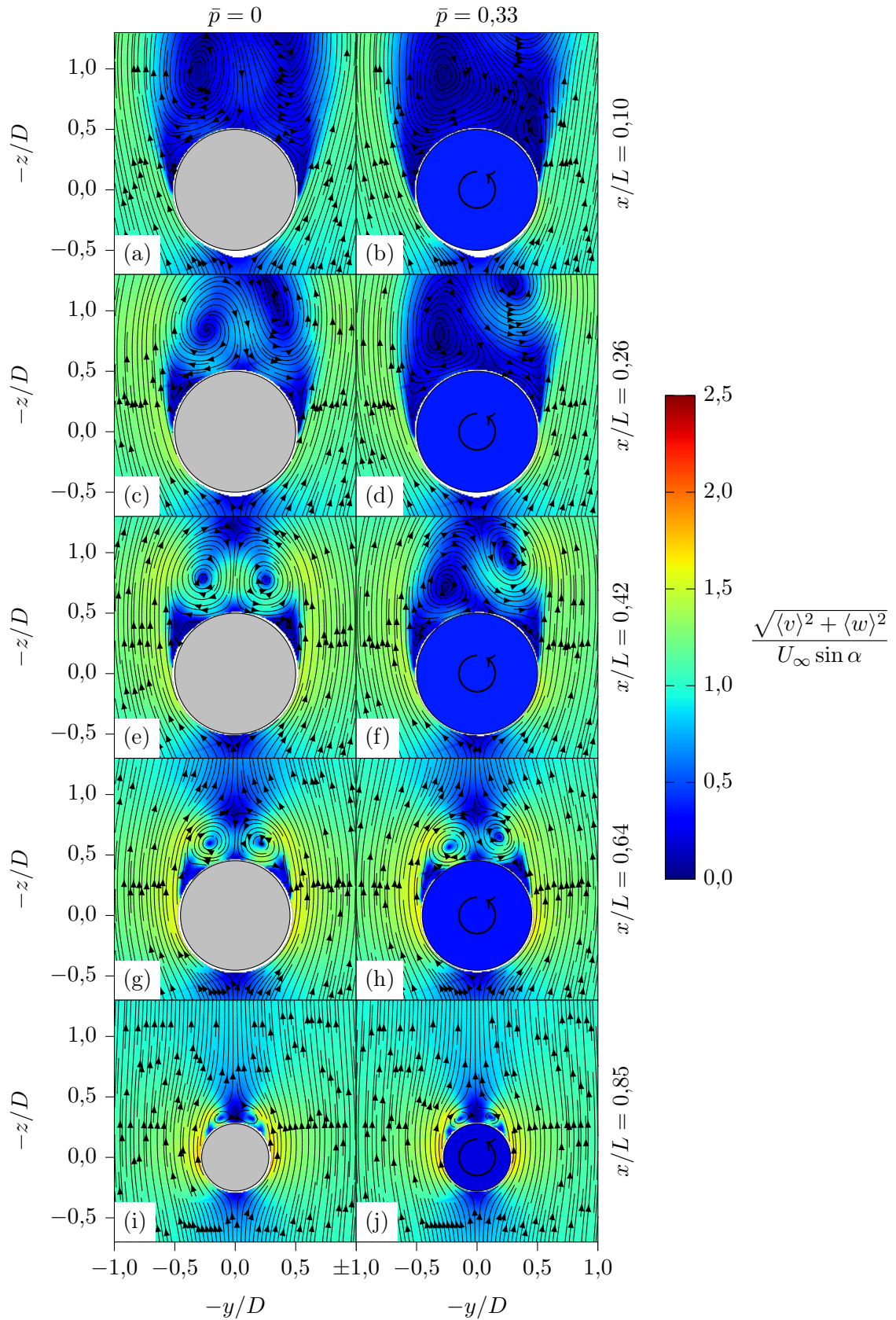


Abbildung A.3: In verschiedenen Transversalebene bei  $\alpha = 60^\circ$  und  $\bar{p} = 0$  (linke Spalte) bzw.  $\bar{p} = 0,33$  (rechte Spalte) gemessene mittlere Geschwindigkeitsfelder. Das Geschoss ist als Kreis dargestellt, dessen Füllfarbe die normierte Oberflächen- und Geschwindigkeit  $u_s / (U_\infty \sin \alpha)$  anzeigt.

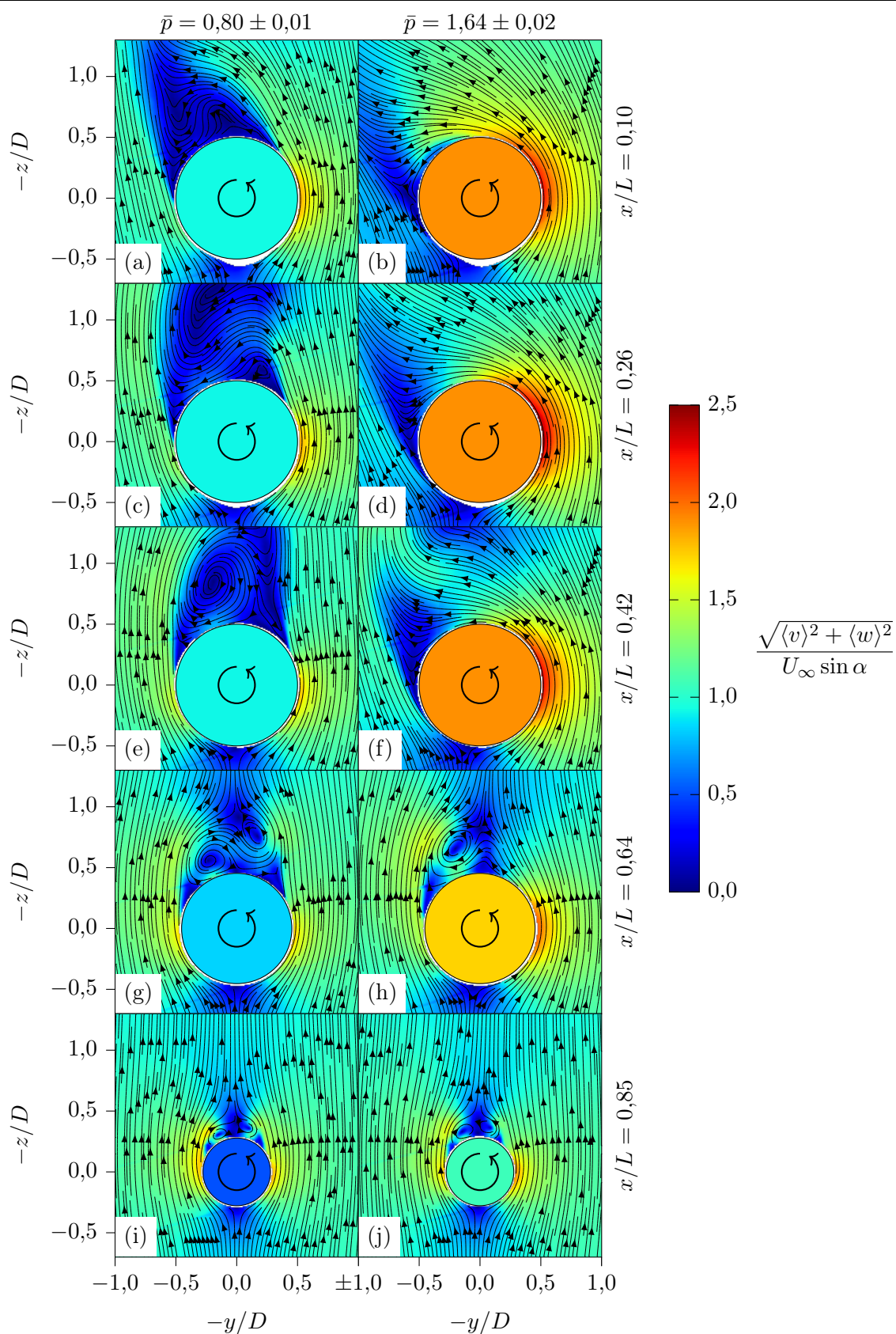


Abbildung A.4: In verschiedenen Transversalebene bei  $\alpha = 60^\circ$  und  $\bar{p} = 0,80$  (linke Spalte) bzw.  $\bar{p} = 1,64$  (rechte Spalte) gemessene mittlere Geschwindigkeitsfelder. Das Geschoss ist als Kreis dargestellt, dessen Füllfarbe die normierte Oberflächengeschwindigkeit  $u_s/(U_\infty \sin \alpha)$  anzeigt.

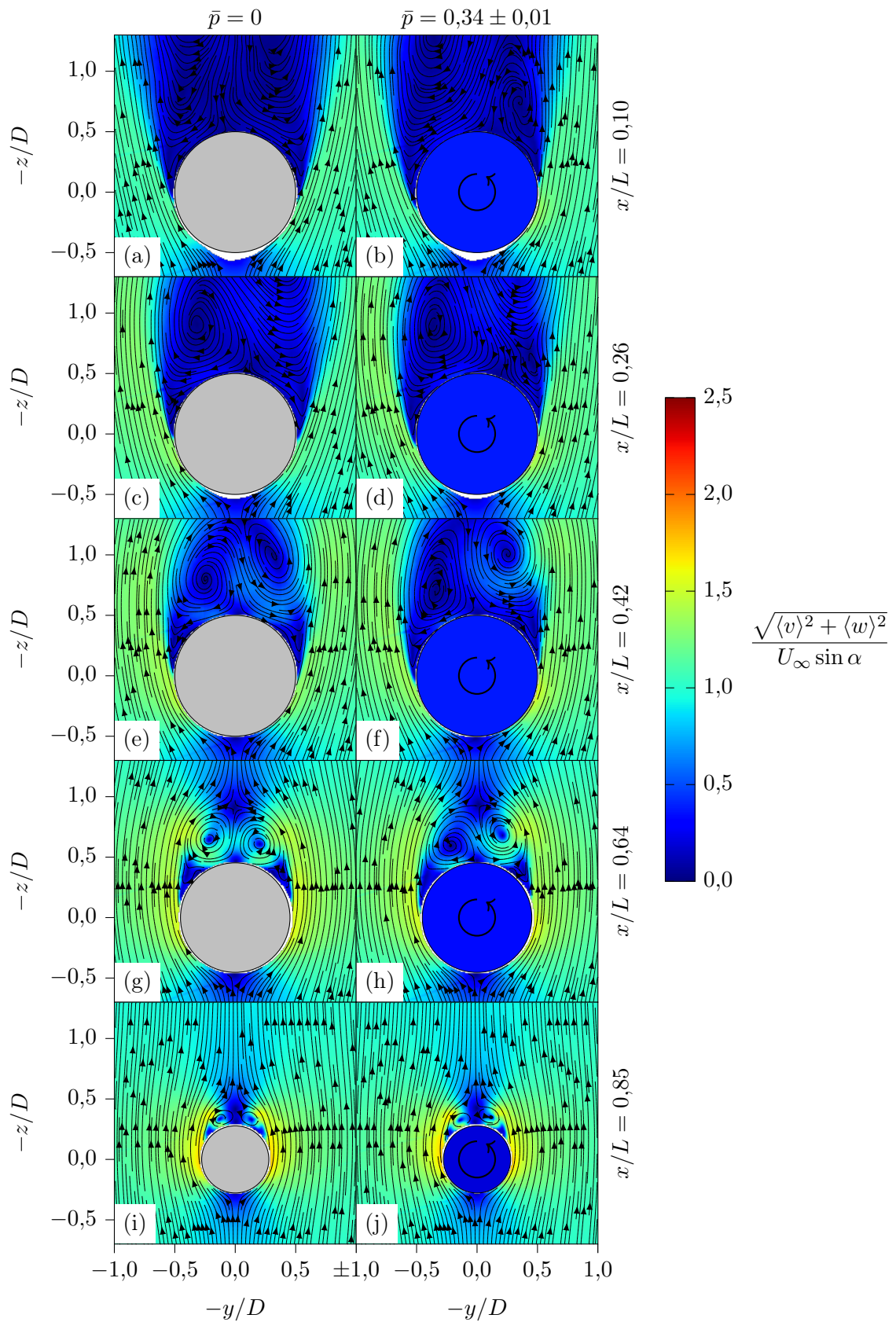


Abbildung A.5: In verschiedenen Transversalebenebenen bei  $\alpha = 65^\circ$  und  $\bar{p} = 0$  (linke Spalte) bzw.  $\bar{p} = 0,34$  (rechte Spalte) gemessene mittlere Geschwindigkeitsfelder. Das Geschoss ist als Kreis dargestellt, dessen Füllfarbe die normierte Oberflächen- <math>u\_s/(U\_\infty \sin \alpha)</math> anzeigt.

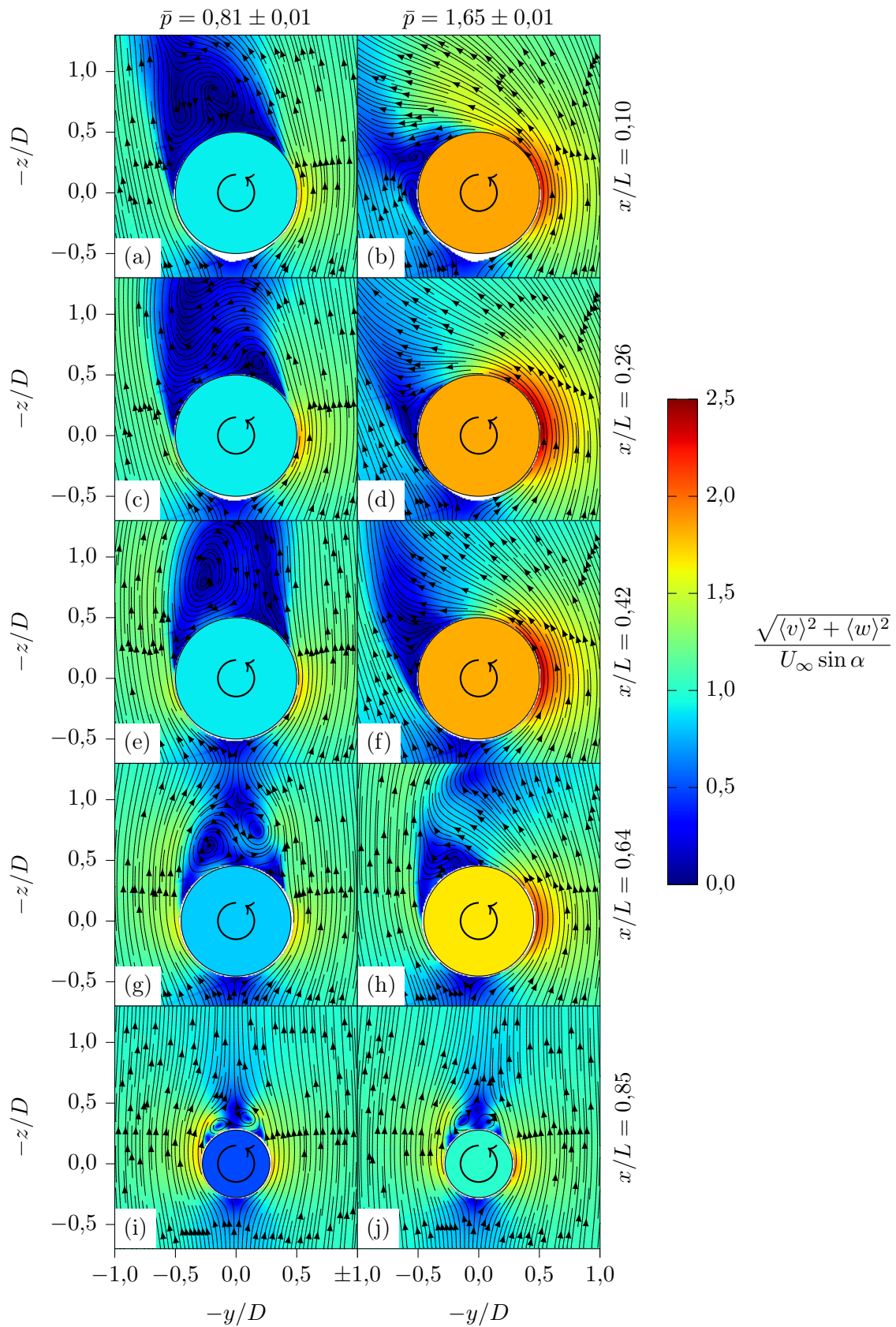


Abbildung A.6: In verschiedenen Transversalebene bei  $\alpha = 65^\circ$  und  $\bar{p} = 0,81$  (linke Spalte) bzw.  $\bar{p} = 1,65$  (rechte Spalte) gemessene mittlere Geschwindigkeitsfelder. Das Geschoss ist als Kreis dargestellt, dessen Füllfarbe die normierte Oberflächengeschwindigkeit  $u_s/(U_\infty \sin \alpha)$  anzeigt.

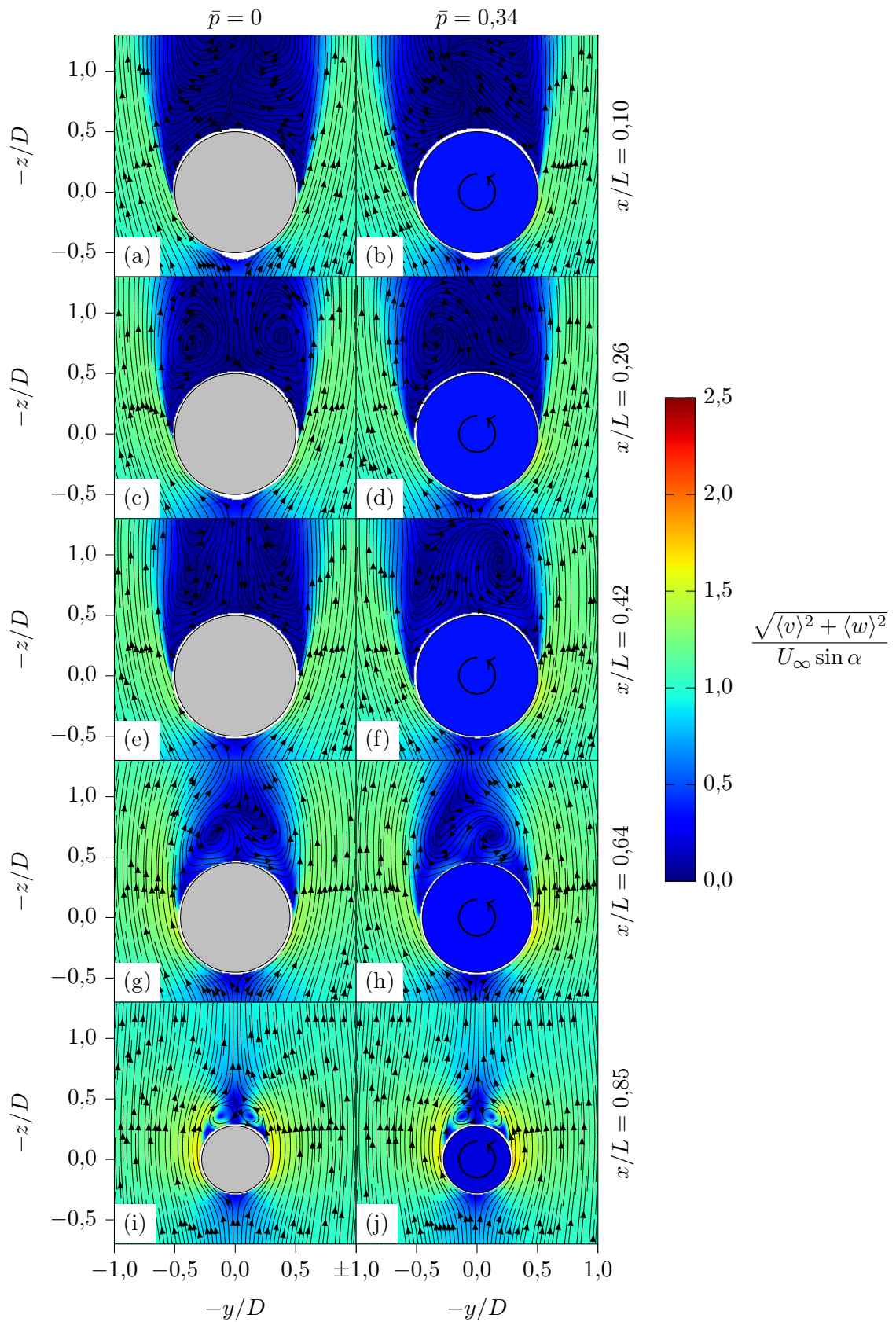


Abbildung A.7: In verschiedenen Transversalebene bei  $\alpha = 70^\circ$  und  $\bar{p} = 0$  (linke Spalte) bzw.  $\bar{p} = 0,34$  (rechte Spalte) gemessene mittlere Geschwindigkeitsfelder. Das Geschoss ist als Kreis dargestellt, dessen Füllfarbe die normierte Oberflächen- und Geschwindigkeit  $u_s/(U_\infty \sin \alpha)$  anzeigt.

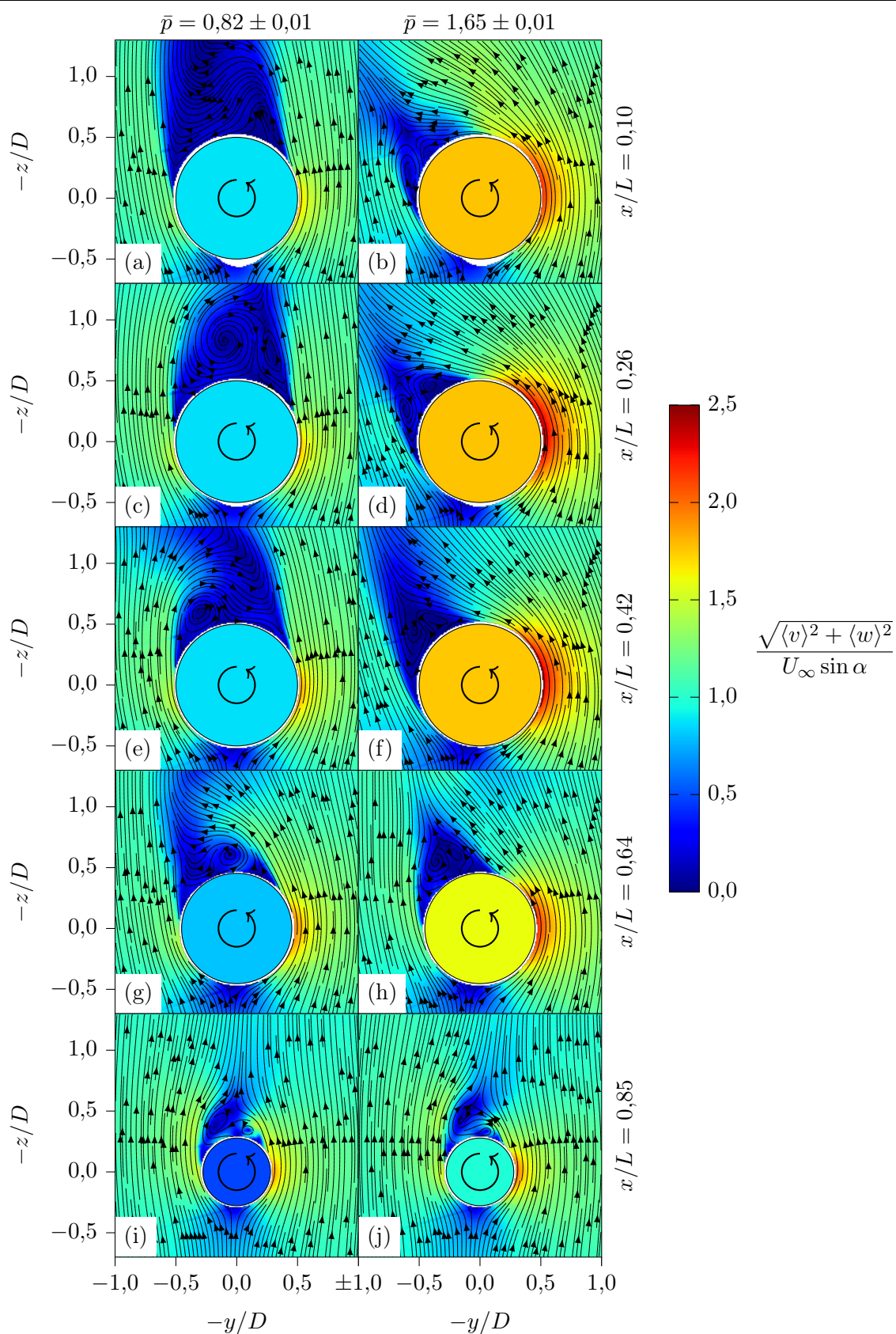


Abbildung A.8: In verschiedenen Transversalebene bei  $\alpha = 70^\circ$  und  $\bar{p} = 0,82$  (linke Spalte) bzw.  $\bar{p} = 1,65$  (rechte Spalte) gemessene mittlere Geschwindigkeitsfelder. Das Geschoss ist als Kreis dargestellt, dessen Füllfarbe die normierte Oberflächengeschwindigkeit  $u_s/(U_\infty \sin \alpha)$  anzeigt.

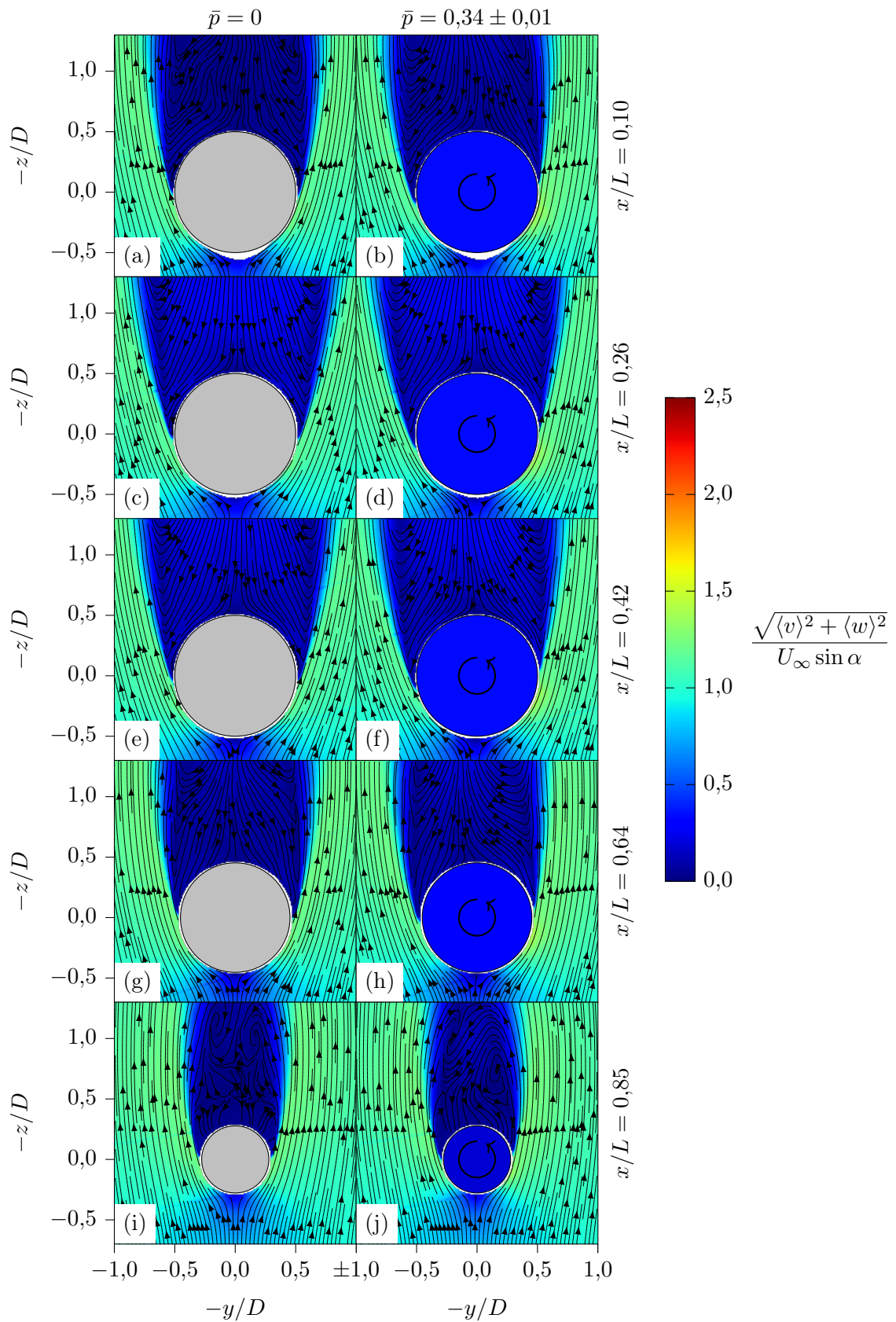


Abbildung A.9: In verschiedenen Transversalebene bei  $\alpha = 90^\circ$  und  $\bar{p} = 0$  (linke Spalte) bzw.  $\bar{p} = 0,34$  (rechte Spalte) gemessene mittlere Geschwindigkeitsfelder. Das Geschoss ist als Kreis dargestellt, dessen Füllfarbe die normierte Oberflächenrauheit  $u_s/(U_\infty \sin \alpha)$  anzeigt.

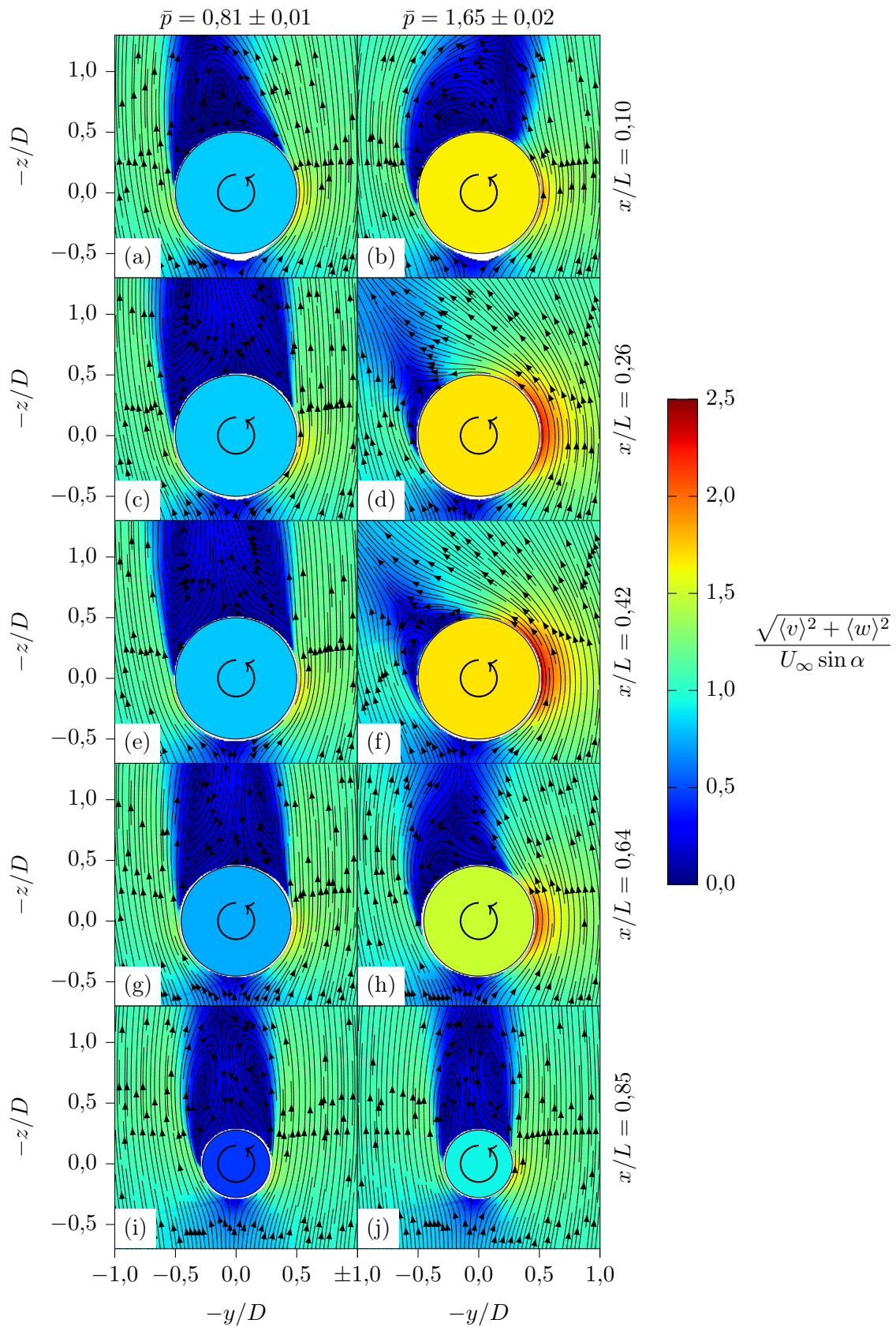


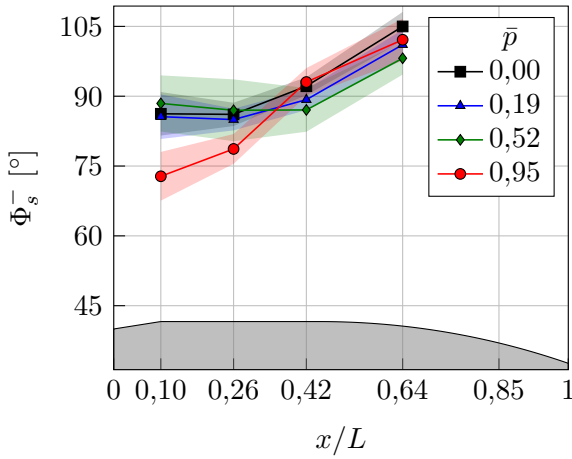
Abbildung A.10: In verschiedenen Transversalebene bei  $\alpha = 90^\circ$  und  $\bar{p} = 0,81$  (linke Spalte) bzw.  $\bar{p} = 1,65$  (rechte Spalte) gemessene mittlere Geschwindigkeitsfelder. Das Geschoss ist als Kreis dargestellt, dessen Füllfarbe die normierte Oberflächengeschwindigkeit  $u_s/(U_\infty \sin \alpha)$  anzeigt.



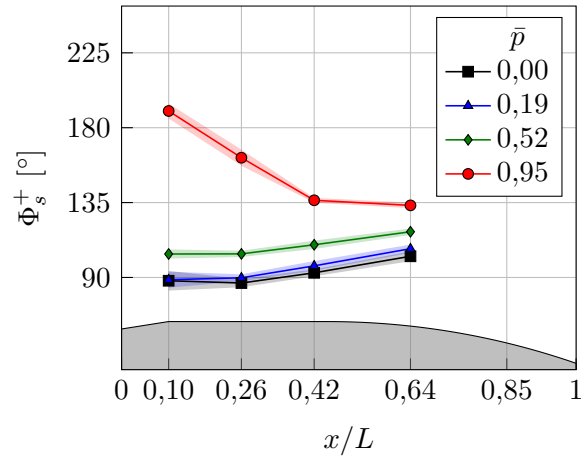
# Anhang B

## Ablösepunkte aus PIV-Messungen

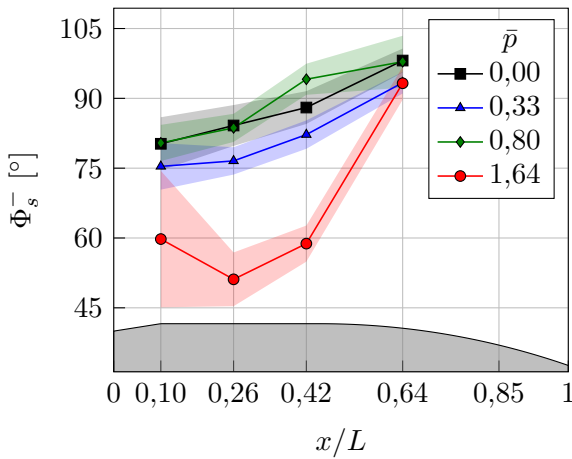
Mithilfe des in Abschnitt 4.3.2 beschriebenen Verfahrens konnten aus den mittels PIV gemessenen Geschwindigkeitsfeldern die Positionen der Strömungsablösung extrahiert werden. Für jedes instantane Geschwindigkeitsfeld wurden so der Ablösewinkel  $\Phi_s^+$  auf der mitrotierenden Seite und der entsprechende Wert  $\Phi_s^-$  auf der gegenrotierenden Seite ermittelt und daraus die jeweiligen Ensemble-Mittelwerte und Standardabweichungen berechnet. Statistische Ausreißer wurden mithilfe der Z-Score-Methode ( $Z = 3$ ) detektiert und von der Auswertung ausgeschlossen. Die Ergebnisse sind in den Abbildungen B.1 und B.2 dargestellt, aufgetragen über die Axialposition der Messebene. Da die Ablösewinkel in der vordersten Messebene aufgrund starker Laserreflexionen nicht zuverlässig bestimmt werden konnten, enthalten die Diagramme keine Daten für  $x/L = 0,85$ .



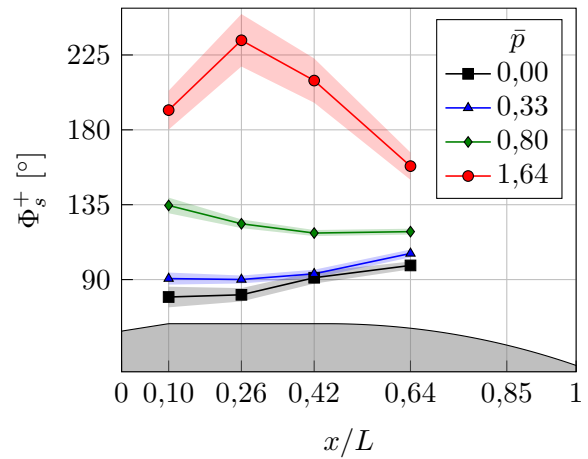
(a)  $\alpha = 50^\circ$ , gegenrotierende Seite.



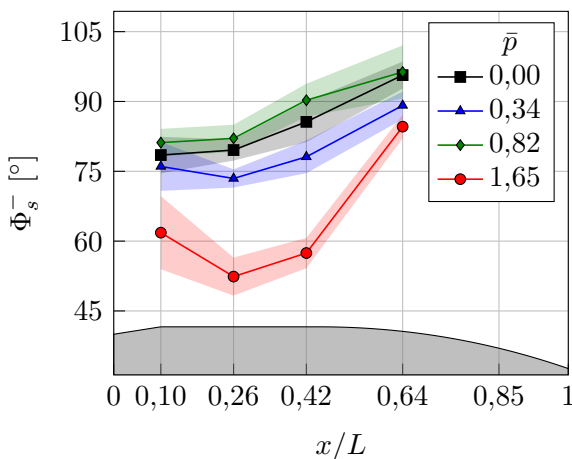
(b)  $\alpha = 50^\circ$ , mitrotierende Seite.



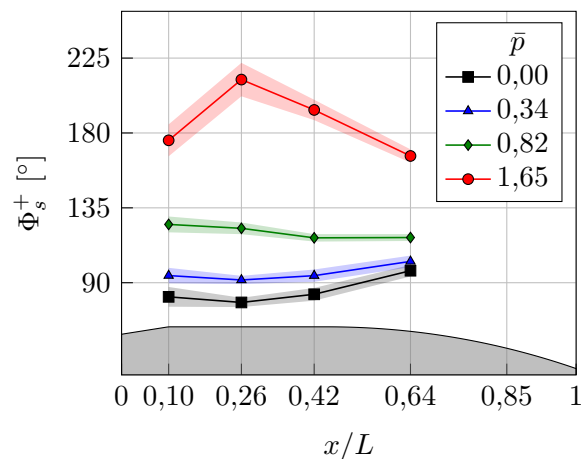
(c)  $\alpha = 60^\circ$ , gegenrotierende Seite.



(d)  $\alpha = 60^\circ$ , mitrotierende Seite.



(e)  $\alpha = 65^\circ$ , gegenrotierende Seite.



(f)  $\alpha = 65^\circ$ , mitrotierende Seite.

Abbildung B.1: Umfangswinkel der Strömungsablösung bei Anstellwinkeln von  $50^\circ$ ,  $60^\circ$  und  $65^\circ$  (Mittelwert  $\pm$  Standardabweichung).

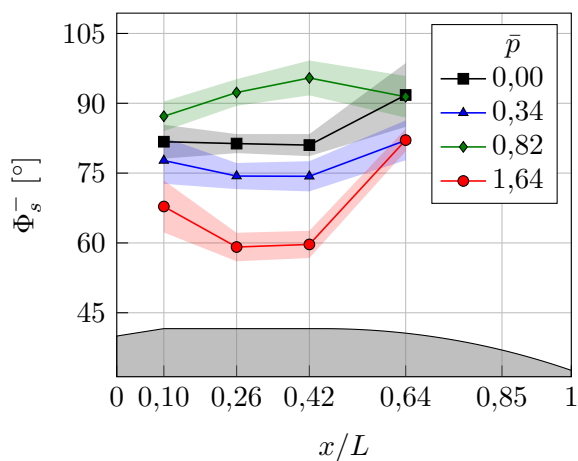
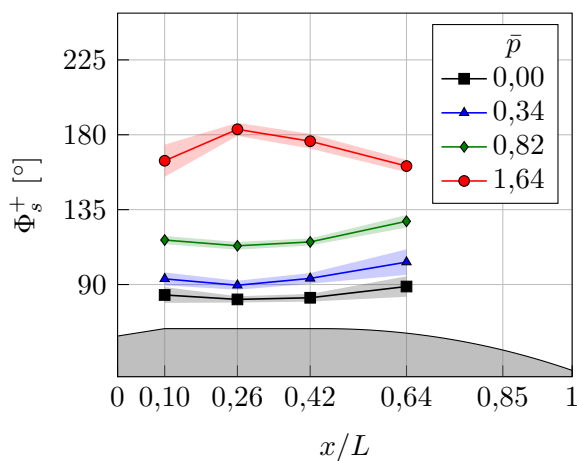
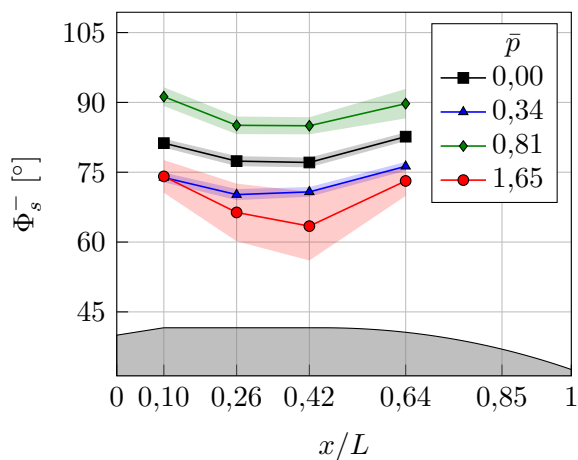
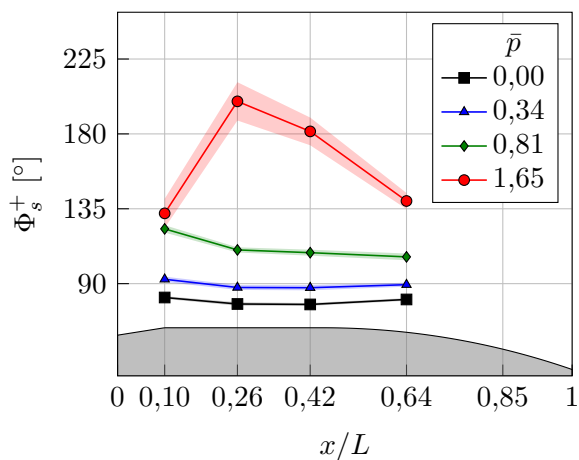
(a)  $\alpha = 70^\circ$ , gegenrotierende Seite.(b)  $\alpha = 70^\circ$ , mitrotierende Seite.(c)  $\alpha = 90^\circ$ , gegenrotierende Seite.(d)  $\alpha = 90^\circ$ , mitrotierende Seite.

Abbildung B.2: Umfangswinkel der Strömungsablösung bei Anstellwinkeln von  $70^\circ$  und  $90^\circ$  (Mittelwert  $\pm$  Standardabweichung).