

Direkte Geschwindigkeitsmessung
an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

Sebastian Lutz Lange

Der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
der Universität der Bundeswehr München
zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor Ingenieur
(Dr.-Ing)

vorgelegte Dissertation

Universität der Bundeswehr München

Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen durch nichtresonante Lichtstreuung

Sebastian Lutz Lange

| | |
|---|--|
| Vorsitzender des Promotionsausschusses: | Prof. Dr.-Ing Berthold Lankl |
| 1. Berichterstatter: | Prof. Dr.-Ing Jochen Schein |
| 2. Berichterstatter: | Prof. Dr.-Ing Klaus Landes |
| 3. Berichterstatter: | Prof. Dr. rer. nat. habil. Christian. Kähler |

Tag der Prüfung:
10.02.2012

Mit der Promotion erlangter akademischer Grad:
Doktor-Ingenieur
(Dr.-Ing.)

Neubiberg, den 09.03.2012

Danksagung

Ich möchte mich bei allen Menschen bedanken die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, wobei ich eine Reihe von Menschen zu besonderem Dank verpflichtet bin.

Herrn Prof. Dr.-Ing J. Schein danke ich für die Überlassung des Themas und der für diese Arbeit notwendigen Ausrüstung. Sein Hinweis, dass der Weg zum funktionierenden Experiment spannender als die Anwendung dieses ist, hat mich immer motiviert. Ich hoffe seinen Erwartungen als sein erster Doktorand gerecht geworden zu sein.

Herrn Prof. Dr.-Ing K. Landes möchte ich für seinen unermüdlichen und persönlichen Einsatz in Köln und seine Empfehlung an Herrn Prof. Schein danken, ohne sein Engagement wäre meine Verwendung hier sicherlich nicht möglich gewesen.

Herrn Dr.-Ing G. Forster danke ich für die professionelle Betreuung und die Bereitschaft sich meinen Fragen zu stellen. Seine Anmerkungen haben mich immer wieder aus ausgetretenen Pfaden herausgeführt.

Ein besonderer Dank gilt Herrn Dr. rer. nat J.-L. Marques-Lopez, ohne ihn hätten sich viele theoretische Betrachtungen dieser Arbeit deutlich länger hingezogen. Seine Bereitschaft mich auch am Wochenende bei so manchem Experiment zu unterstützen kann ich gar nicht hoch genug einschätzen. Die Diskussionen mit ihm führten oft zu neuen Ideen.

Meinen lieben Labor-Kollegen Dr.-Ing S. Zimmermann , Dr.-Ing J. Zierhut und Dipl.-Ing A. Jilg möchte ich für die vielen fachlichen und privaten Diskussionen danken, ohne ihre Hinweise und Erfahrungen hätte diese Arbeit wesentlich länger gedauert. Ihre Arbeitsweise hat mein Bild vom Ingenieur maßgeblich geprägt.

Den Herren Prof. Dr. rer. nat. habil. C. Kähler, Dr.-Ing J. Müller und Dr.-Ing R. Hain vom Institut für Strömungsmechanik und Aerodynamik der Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik möchte ich für die Unterstützung bei der Konstruktion und Vermessung der Überschallkaltgasströmung danken.

Ich möchte mich auch besonders bei allen nicht-wissenschaftlichen Mitarbeitern des Instituts bedanken, die durch ihre Arbeit immer für einen reibungslosen Ablauf des täglichen Dienstbetriebs gesorgt haben. Die Diskussionen mit ihnen waren aufschlussreich und haben meine Weltansicht entscheidend verändert.

Meinen anderen Kollegen Frau Dipl.-Ing M. Kauffeldt, den Herrn Dipl.-Ing B. Bachmann und E. Siewert, Herr Dipl.-Math. K. Hartz-Behrendt und Herrn Dipl.-Phys. M. Pietzka danke ich für die zahlreichen ansprechenden Diskussionen und wünsche ihnen viel Erfolg bei ihren jeweiligen wissenschaftlichen Arbeiten.

Allen Studenten die mittelbar oder unmittelbar an dieser Arbeit mitgewirkt haben danke ich für ihre vielen Fragen und Anregungen, diese haben mich dazu gebracht über den Tellerrand hinauszuschauen.

Meiner Frau Anna, die in den letzten Jahren immer wieder zurückgesteckt und mir den Rücken freigehalten hat, gilt ein besonders großes Dankeschön. Ohne ihre Unterstützung und ihr Verständnis hätte sich vieles als schwieriger erwiesen.

Meinen Eltern möchte ich für ihren Versuch danken, mich zu einem weltoffenen Menschen zu erziehen

Zusammenfassung

Das thermische Beschichten stellt eine der Schlüsselindustrien des 21. Jahrhunderts dar, dessen Entwicklung auch weiterhin durch den enormen Kostendruck getrieben werden wird. Für eine schnelle und kostengünstige Entwicklung neuer innovativer Oberflächen ist ein vertiefendes Verständnis des gesamten Beschichtungsprozesses notwendig. Dabei werden die schichtbildenden Partikel in einen heißen Gasstrahlstrahl eingebracht, welcher die Partikel dann wärmebehandelt und beschleunigt. Der Ort der Zugabe des Beschichtungsmaterials ist hierbei von entscheidender Bedeutung. Die Driftgeschwindigkeit ist einer der primären Faktoren für die Behandlung der Partikel in einem Gasstrahl. In dieser Arbeit wird ein neues, berührungsloses und rückwirkungsfreies Verfahren zur Bestimmung der Driftgeschwindigkeit durch Ausnutzung des Dopplereffektes an schnellen kalten und heißen Gasströmungen vorgestellt. Die neue Technik basiert dabei auf der geschwindigkeitsabhängigen Verschiebung nichtresonanter Lichtstreuung an gebunden (Rayleighstreuung) und freien Elektronen (Thomsonstreuung).

Die Bestimmung der geschwindigkeitsinduzierten Wellenlängenänderung bedingt eine hohe spektrale Auflösung des gestreuten Lichtes. In dieser Arbeit wird zu diesem Zweck ein Fizeau-Interferometer (FI) mit hoher Auflösung verwendet. Dieser Interferometertyp besteht im Vergleich zu den sonst meist verwendeten Fabry-Perot-Interferometern (FPI) aus zwei optischen Platten die leicht gegeneinander verkippt sind. In klassischen FPIs werden hohe Anforderungen an die Parallelität der verwendeten optischen Platten gestellt, diese Anforderungen sind für das FI nicht notwendig. Der geringe Reflexionsfaktor ($R=0.8$) der verwendeten optischen Platten des FI führt dabei zu einer höheren registrierten Intensität am Detektor. Durch die Verwendung zweier um 180° gegeneinander versetzter zeitlich getrennter Laserpulse können relative Wellenlängenänderungen unterhalb des Auflösungsvermögens des FI bestimmt werden. Die Möglichkeit, durch Aufbauvariationen die spektralen Eigenschaften des FIs zu modifizieren, erlaubt die Adaption des Systems sowohl an kalte als auch heiße Gasströmungen.

Zur Verifizierung des Systems für Kaltgas wurde eine deLavalische Überschalldüse konstruiert und mittels eines Particle imaging velocimetry (PIV) Verfahrens vermessen. Die Ergebnisse beider Verfahren weisen für unterschiedliche Arbeitspunkte des FIs eine große Übereinstimmung auf. Die hohe Empfindlichkeit des Systems bedingt besonders bei geringen gestreuten Intensitäten einen hohen Einfluss des Falschlichtes. Dieser Falschlichteinfluss auf die ermittelten Geschwindigkeiten kann durch ein einfaches Interferometermodell abgeschätzt werden.

Zur Untersuchung eines Gleichstromplasmas muss sowohl das Signal der Rayleigh- als auch der Thomsonstreuung detektiert werden. Die Bestimmung der Zusammensetzung erfolgt mittels eines theoretischen Modells, welches aus der effektiv in das Plasma abgegebenen elektrischen Leistung und dem Massenfluss die Neutralteilchen-, die Ionen- und die Elektronendichte am Ausgang des Plasmagenerators ermittelt. Aus diesem Modell kann für verschiedenen Temperatur- und Geschwindigkeitsverläufe ebenfalls die Elektronen- und Iontemperatur abgeschätzt werden.

Die interpretierten Geschwindigkeiten stimmen sowohl mit den theoretisch berechneten als auch mittels Fluktuationen gemessenen Geschwindigkeiten gut überein.

| | |
|---|-----------|
| ZUSAMMENFASSUNG..... | 5 |
| 1 EINLEITUNG | 9 |
| 2 MESSVERFAHREN | 13 |
| 2.1 Diagnostiken an kalten und heißen Gasströmungen - Ein Überblick | 13 |
| 2.2 Nichtresonante Lichtstreuung | 18 |
| 2.2.1 Die Dipolapproximation zur Beschreibung der Streuung einer elektromagnetischen Welle an einer Ladung | 19 |
| 2.2.2 Der Einfluss der Ladungsgeschwindigkeit auf die abgestrahlte Wellenlänge | 22 |
| 2.2.3 Das Spektrum eines Ensembles in einem kleinen Streuvolumen | 24 |
| 2.2.4 Die Betrachtung eines Volumenelementes innerhalb einer Gasströmung | 32 |
| 2.3 Interferometrische Spektralfilterung | 34 |
| 2.3.1 Das Fabry-Perot Interferometer | 35 |
| 2.3.2 Das Fizeau-Interferometer | 38 |
| 2.4 Zusammenhänge zwischen Streuprozess und Spektralfilterung..... | 45 |
| 2.4.1 Einfluss der Geschwindigkeit auf die Wahl des Plattenabstandes und des Einfallswinkels | 45 |
| 2.4.2 Einfluss der Temperatur auf die Wahl des Plattenabstandes | 46 |
| 2.5 Techniken zur Bestimmung der Driftgeschwindigkeit | 49 |
| 2.5.1 Das partikelbasierte Messverfahren | 50 |
| 2.5.2 Das diodenbasierte Messverfahren | 51 |
| 3 EXPERIMENT- AUFBAU, FUNKTION UND DATENAUFNAHME..... | 53 |
| 3.1 Prinzipieller Aufbau des Experimentes | 53 |
| 3.2 Sendeoptik..... | 54 |
| 3.3 Streuvolumen | 56 |
| 3.4 Empfangsoptik | 58 |
| 3.5 Streulichtdetektion | 59 |
| 4 DATENVERARBEITUNG | 62 |
| 4.1 Vorsortierung..... | 62 |
| 4.2 Finden der Interessenregion..... | 64 |
| 4.3 Berechnungen der Doppler-Verschiebung | 67 |
| 4.3.1 Lorentzfit | 67 |
| 4.3.2 Bestimmung des spektralen Eindeutigkeitsbereiches | 72 |
| 4.3.3 Ermittlung der Verschiebung..... | 72 |

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

| | | |
|----------|--|------------|
| 5 | MESSOBJEKT | 75 |
| 5.1 | Die Überschallkaltgasströmung..... | 75 |
| 5.1.1 | Kalorische Zustandsgleichungen | 75 |
| 5.1.2 | Relation zwischen Gasgeschwindigkeit und durchsetzter Fläche einer isentropen Strömung | 77 |
| 5.2 | Der thermische Plasmastrahl | 85 |
| 5.2.1 | Temperatur- und Geschwindigkeitsprofil am Generatorausgang | 86 |
| 6 | ERGEBNISSE | 90 |
| 6.1 | Fehlerbetrachtung | 90 |
| 6.1.1 | Temperatureinflüsse auf die optischen Bauteile | 90 |
| 6.1.2 | Falschlichteinfluss auf die detektierte Geschwindigkeit | 90 |
| 6.1.3 | Fehler in der Bestimmung des Winkels zwischen Laserstrahl und Gasströmung..... | 93 |
| 6.1.4 | Einfluss des Photonenrauschens | 94 |
| 6.1.5 | Die Rückwirkung des Laserstrahls auf das Messobjekt..... | 98 |
| 6.2 | Die Kaltgasströmung..... | 99 |
| 6.2.1 | Partikelbasierte Vergleichsmessungen..... | 99 |
| 6.2.2 | Geschwindigkeitsmessungen mittels Laserstreuung..... | 100 |
| 6.2.3 | Die Intensitätsverteilung | 103 |
| 6.3 | Der rekombinierende Plasmastrahl..... | 104 |
| 6.3.1 | Geschwindigkeitsverteilungen an einem Einkathoden-Einanoden Plasmasystem..... | 104 |
| 6.3.2 | Die relative Intensitätsverteilung und Rückschlüsse auf die Elektronentemperatur | 105 |
| 6.3.3 | Interpretation der gemessenen Geschwindigkeit mittels Falschlichtmodell | 108 |
| 7 | DISKUSSION UND AUSBLICK..... | 111 |
| 8 | ANHANG..... | 114 |
| 8.1 | Notation..... | 114 |
| 8.2 | Äquivalente Herleitung der Düsenzusammenhänge | 116 |
| 8.3 | Foelsch-Modell zur Bestimmung des Profils einer Überschallgeschwindigkeitsdüse.... | 119 |
| 8.3.1 | Spezielle Notation und Düsen-Parameter | 119 |
| 8.3.2 | Änderung der Strömungsrichtung bei Überschall..... | 120 |
| 8.3.3 | Übergang von kegelförmiger zu zylindrischer Überschallströmung | 122 |
| 8.3.4 | Düsen-Profil (I), Bogen AKB | 127 |
| 8.3.5 | Düsen-Profil (II), Bogen TDA..... | 133 |
| 8.3.6 | Zusammenfassung der Prozedur für das Foelsch-Modell:..... | 136 |
| 8.4 | Herleitung der Geschwindigkeits-Temperaturverteilung eines rotationssymmetrischen Plasmastrahls | 138 |
| 8.4.1 | Notation | 138 |
| 8.4.2 | Einführung in die Statistische Physik | 139 |
| 8.4.3 | Saha-Gleichung..... | 143 |
| 8.4.4 | Ionisierungsgrad eines Plasmas im Gleichgewicht | 148 |
| 8.4.5 | Thermodynamische Eigenschaften (I): Entropie und Enthalpie | 149 |

| | | |
|------------|---|------------|
| 8.4.6 | Thermodynamische Eigenschaften (II): Wärmekapazität bei konstantem Druck..... | 154 |
| 8.4.7 | Gesamte Prozedur zur Bestimmung der thermodynamischen Eigenschaften..... | 155 |
| 8.4.8 | Temperatur- und Geschwindigkeitsprofil am Generatorausgang | 157 |
| 8.5 | Die spektrale Verteilung des Thomsonspektrums | 160 |
| 8.6 | Theorie des Fizeauinterferometers | 162 |
| 8.7 | Verzeichnisse | 168 |
| 8.7.1 | Abkürzungsverzeichnis..... | 168 |
| 8.7.2 | Abbildungsverzeichnis..... | 168 |
| 8.7.3 | Tabellenverzeichnis | 174 |
| 8.7.4 | Literaturverzeichnis | 175 |

1 Einleitung

In vielen industriellen Bereichen finden heute multifunktionale Oberflächen Verwendung, deren neue Eigenschaften deutlich von den Eigenschaften der Einzelkomponenten abweichen.

Das thermische Beschichten mit allen darunter zu verstehenden Technologien bietet einen Ansatz zur Herstellung solcher Oberflächen, wobei die Anwendungsgebiete von der Beschichtung von Turbinenschaufeln in Gasturbinen bis zur Herstellung biokompatibler Oberflächen in der Implantattechnologie reichen. Der Einsatz von thermischen Beschichtungsverfahren führt zu einem sparsameren und daraus resultierend kostengünstigen Umgang mit knapper werdenden Ressourcen [1].

Allen thermischen Beschichtungsverfahren liegt ein ähnliches Funktionsprinzip zu Grunde. Das zu beschichtende Material wird einer thermischen und oder kinetischen Energiequelle zugegeben und in Richtung des zu beschichtenden Materials beschleunigt und eventuell an- oder aufgeschmolzen [2]. Durch Umwandlung der kinetischen Energie wird das auftreffende Material verformt, abgeflacht und aufgrund des Wärmeübertrages an das Substrat abgekühlt. Eine Steigerung der Effizienz kann durch ein verbessertes Verständnis des Gesamtprozesses erzielt werden, dazu werden komplexe Modelle benötigt [3; 4; 5].

Die Verwendung von Gleichstromplasmaquellen als Energiequelle erscheint trotz der hohen Investitions- und Betriebskosten interessant, da sowohl Keramiken als auch Metalle verarbeitet werden können. Die Zugabe des Beschichtungsmaterials erfolgt bei dieser Technik beispielsweise als Pulver oder Suspension, wobei unter anderem Gastemperatur und -geschwindigkeit für die Injektion eine zentrale Rolle spielen. Die speziellen Eigenschaften eines Plasmastrahls, vor allem die sehr hohe Temperatur (~ 10000 K) gestalten die Bestimmung solcher Parameter besonders in der Nähe des Generatorausganges schwierig.

Eine Möglichkeit zur Untersuchung eines Gleichstromplasmas stellen Sondenverfahren dar. Neben den klassischen Langmuirsonden zur Bestimmung des elektrischen Potentials, der Elektronendichte und der Elektronentemperatur finden ebenfalls Enthalpiesonden Verwendung, welche eine Untersuchung des Gasstrahles durch mechanische, kalorimetrische und chromatographische Verfahren erlauben [6; 7; 8]. Der Einfluss verschiedener Parameter auf die Plasmaeigenschaften wurde damit bereits in den 1980iger Jahren untersucht. Brossa und Pfender stellten 1988 den Einfluss des Massenflusses, des elektrischen Stroms und der umgebenden Atmosphäre auf das Temperaturprofil sowie die Vermischung des Plasmastrahls mit der umgebenden Atmosphäre vor [6], während Capetti und Pfender im Jahr 1989 das Geschwindigkeitsprofil einer solchen Plasmaquelle ermittelten [7]. Das Verfahren ist relativ einfach in der Handhabung und kann kommerziell erworben werden. Die Nutzung eines Massenspektrometers zur Ermittlung der Plasmagaszusammensetzung erlaubt die Bestimmung der Gastemperatur, während die Verwendung der Sonde als Pitotrohr eine Staudruckmessung und daraus resultierend die Berechnung der Gasgeschwindigkeit ermöglicht. Das Einführen der Sonden in den Plasmastrahl führt zu einer Änderung der zu bestimmenden Parameter am Messort. Diese Rückwirkung muss bei der Interpretation der Ergebnisse berücksichtigt werden.

Zur berührungslosen Untersuchung von Gleichstromplasmastrahlen existieren unterschiedlichste spektroskopische Ansätze. Die Emissionsspektroskopie ermöglicht, unter

Auswertung des Eigenleuchtens des Plasmas, die Bestimmung der Elektronendichte und der Elektronentemperatur. Unter der Annahme, dass mindestens lokales thermodynamisches Gleichgewicht am Messort vorherrscht, kann aus der Elektronentemperatur auf die Gastemperatur geschlossen werden. Chen, Heberlein und Pfender zeigten 1993 durch eine vergleichende Betrachtung der Emissionsspektroskopie mit einer Enthalpiesondenmessung, dass die Annahme eines lokalen thermodynamischen Gleichgewichts in den untersuchten Plasmastrahlen nicht immer gerechtfertigt ist [9].

Die integrale Messung der Intensität erlaubt, bei Vorliegen einer Rotationssymmetrie, unter Anwendung der Abel inversion die Bestimmung der Temperaturen aus lokalen Emissionskoeffizienten. Ein anderer Ansatz wird in [10; 11] verfolgt, in diesen Arbeiten wird unter Nutzung des Tomographie-Algorithmus die Intensitätsverteilung aus einer Anzahl verschiedener sukzessive aufgenommener Bilder gewonnen. Aus dieser Intensitätsverteilung können ebenfalls lokale Emissionskoeffizienten bestimmt und daraus auf die Gastemperatur geschlossen werden. Neben diesen passiven Spektroskopien konnten durch die Bereitstellung leistungsstarker Laserquellen aktive spektroskopische Verfahren entwickelt werden.

Die Nutzung fluoreszierender Eigenschaften ermöglicht die Bestimmung von Stoffkonzentrationen in Gasen [12]. Wenn die anregende Wellenlänge im Absorptionsbereich des untersuchten Stoffes liegt, dann führt die Laseranregung zu Fluoreszenz. Aufgrund des Funktionsprinzips ist dieses Verfahren nicht auf die Untersuchung Licht emittierender Strömungen, wie z.B. Plasmastrahlen [13] begrenzt und findet besonders in der Strömungsmechanik Verwendung [14; 15].

Die kohärente anti-Stokes Raman Spektroskopie (engl. Coherent anti-Stokes Raman spectroscopy CARS) stellt eine weitere Möglichkeit zur Untersuchung von Plasma aber auch anderen Gasströmungen dar. Die induzierte Änderung des Brechungsindex durch einen Laser führt zu einer Modulation eines zweiten Lasers anderer Wellenlänge. Aus den Daten können Druck, Temperatur, Dichte und Stoffkonzentrationen bestimmt werden [16; 17; 18], wobei die Technik ebenfalls sowohl auf heiße als auch auf kalte Gasströmungen anwendbar ist. Eine theoretische Möglichkeit mittels CARS auch Geschwindigkeiten an Gasströmungen zu bestimmen zeigt Kuehner 1995 [16]. Die Technik bedingt ähnlich wie LIF (engl. Laser Induzierte Fluoreszenz) eine geeignete Wahl der verwendeten Wellenlänge, aus diesem Grund finden meist durchstimmbare Laser Verwendung.

Ein weiterer Ansatz zur Untersuchung von Gasströmungen ist die nicht-resonante Streuung von Laserlicht an freien und gebundenen Elektronen. Abhängig vom untersuchten Medium enthält das gestreute Spektrum Informationen über Gastemperatur und -dichte bzw. Elektronentemperatur. Unter Nutzung des optischen Dopplereffektes kann aus der Wellenlängenverschiebung die Driftgeschwindigkeit der untersuchten Gasströmung bestimmt werden. Die Streuung an gebundenen Elektronen in Atomen und Molekülen findet besonders in der Strömungsdiagnostik [19; 20; 21] aber auch an thermischen Plasmen Anwendung [22; 23]. Die Bestimmung der Elektronentemperatur und -dichte erfolgt an thermischen Plasmen durch die Streuung an freien Elektronen [12; 18; 24; 25; 26; 27]. Die spektrale Breite des gestreuten Lichtes ist bei der Streuung an gebundenen Elektronen abhängig von der Gastemperatur und -art bzw. bei der Streuung an freien Elektronen von der Elektronentemperatur und der Wechselwirkung der Elektronen untereinander. Die spektrale Auswertung des gestreuten Lichtes erfolgt mittels Monochromatoren, spektraler Filter oder aus deren Kombination. Aufgrund des geringen Streuquerschnitts der nichtresonanten Lichtstreuung wird das gestreute und gefiltert

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

Licht mittels Photomultiplier (engl. photomultiplier tubes PMT) oder intensivierter Kameras registriert und anschließend ausgewertet. Die PMTs integrieren alle einfallenden Photonen auf und stellen am Ausgang eine Spannung zur Verfügung, deren Amplitude direkt mit der einfallenden Intensität korreliert ist. Die intensivierten Kameras bilden im Gegensatz dazu das einfallende Licht innerhalb eines Bildes ab. Abhängig von dem zu bestimmenden Parameter sind unterschiedliche Auflösungsvermögen notwendig, zur Bestimmung der Elektronentemperatur beispielsweise muss das gesamte Spektrum untersucht werden. In diesem Fall wird das Spektrum mittels Monochromator gefiltert und auf eine intensivierte Kamera abgebildet. Der Vergleich des ermittelten mit theoretisch berechneten Streulichtspektren ermöglicht die Bestimmung der Elektronentemperatur, der Elektronen- und der Ionendichte [24]. Die Ermittlung der geschwindigkeitsinduzierten Wellenlängenänderung erfordert eine wesentlich höhere spektrale Auflösung, deswegen verwendet Forster in diesem Fall ein variables Fabry-Perot-Interferometer. Die Wellenlängenverschiebung wird relativ gemessen, d.h. das gestreute Spektrum zweier entgegengesetzter Laserstrahlen wird nacheinander abgetastet und aus der relativen Lage der ermittelten Spektren zueinander kann die Geschwindigkeit bestimmt werden. Snyder 1993 verwendet zwei hintereinander angeordnete verstimmbare Fabry-Perot Interferometer zur Abtastung des gestreuten Spektrums [28]. Auch in dieser Arbeit wird das ermittelte Spektrum mit theoretischen Spektren verglichen und so die Elektronentemperatur bestimmt. Die Einkopplung des nicht gestreuten Laserlichts in die Detektionsoptik ermöglicht aus der Verschiebung zwischen dem gestreuten Spektrum und der Laserwellenlänge direkt die Bestimmung der Driftgeschwindigkeit. In [26] und [27] wird die Elektronentemperatur und – dichte mittels eines Monochromators und eines intensivierten Arrays bestimmt, wobei in diesen Arbeiten anstelle der Salpeternäherung ein Memory-function-formalism zur Berechnung der theoretischen Spektren verwendet wird.

Das Fabry-Perot Interferometer als Beispiel eines spektralen Filters ermöglicht die spektrale Untersuchung des gestreuten Lichtes mit einer Auflösung im pm – Bereich [20; 21; 24] während die Verwendung von Monochromatoren eine Auflösung im nm – Bereich erlaubt. In der Strömungsmesstechnik wurden bereits Techniken entwickelt, welche die zeitliche Änderung von Temperatur, Dichte und Geschwindigkeit erlauben [21]. Die spektrale Breite des an gebundenen Elektronen gestreuten Lichts ist wesentlich schmaler, sodass in diesem Bereich ausschließlich Interferenzfilter verwendet werden. Mielke nutzt einen Dauerstrichlaser und filtert das gestreute Licht mit einem hochauflösenden Fabry-Perot Interferometer. Das gefilterte Spektrum wird mittels eines speziell gefertigten Spiegels auf bis zu fünf verschiedene Spektralbereiche aufgeteilt. Das gestreute Licht der jeweiligen Spektralbereiche wird von PMTs registriert und anschließend ausgewertet.

Das Abtasten des gestreuten Spektrums durch Variation des Plattenabstandes zur Bestimmung der Geschwindigkeit ist zeitintensiv und stellt sowohl hohe Anforderungen an die Steuerung des Experimentes als auch an die Parallelität der verwendeten Platten. Basierend auf diesen Vorarbeiten wurde in der hier vorliegenden Arbeit eine neue Messmethode zur Bestimmung der Driftgeschwindigkeit entwickelt. Herzstück dieser Entwicklung war ein neues Filter bei welchem die Variation des Plattenabstandes nicht mehr notwendig ist, wodurch die Messzeit und gleichzeitig die Anforderungen an die Parallelität der optischen Platten stark verringert wurden, was zu einer verbesserten Robustheit von Streulichtbasierten Messverfahren führt.

Das, in dieser Arbeit vorgestellte, berührungslose und rückwirkungsfreie Verfahren ermöglicht, basierend auf der bekannten nicht-resonanten Lichtstreuung, die orts aufgelöste Ermittlung der Driftgeschwindigkeit im gesamten Gasstrahl. Die Verwendung eines neuen Fizeau-Interferometers ermöglicht die Bestimmung der Driftgeschwindigkeit mit einer hohen Ortsauflösung ($175\mu\text{m}\times 175\mu\text{m}\times 100\mu\text{m}$) in verschiedenen kalten und heißen Gasströmungen. In einem ersten Schritt wurde das neue Verfahren an einer Überschallkaltgasströmung getestet, da für dieses Messobjekt mit der PIV-Technik (engl. Particle imaging velocimetry) eine etablierte Diagnostik zur Verfügung steht. Anschließend wurde das Verfahren auf den rekombinierenden Plasmastrahl eines handelsüblichen Einlichtbogensystems adaptiert.

Im folgenden Kapitel wird ein Überblick über verschiedene aktuelle Diagnostiken gegeben, des Weiteren wird aus der Dipolapproximation, als klassische Beschreibung der nicht-resonanten Streuung einer elektromagnetischen Welle an einer Ladung, das resultierende Streuspektrum eines Volumenelementes innerhalb einer Gasströmung hergeleitet. Es wird gezeigt, dass das verwendete Fizeau-Interferometer zur Bestimmung der Driftgeschwindigkeit sowohl in kalten Gasströmungen als auch in rekombinierenden Plasmastrahlen geeignet ist. Der Zusammenhang zwischen den physikalischen Größen Gastemperatur und Driftgeschwindigkeit und den spektralen Eigenschaften des Interferometers wird diskutiert. Zum Abschluss des Kapitels wird jeweils eine Technik zur Bestimmung der Driftgeschwindigkeit an einer Kaltgasströmung bzw. an einem rekombinierenden Plasmastrahl vorgestellt.

Der prinzipielle Aufbau des Experimentes sowie die daraus resultierende hohe Ortsauflösung werden im dritten Kapitel diskutiert. Aufgrund der dem Experiment zugrunde liegenden Ablaufsteuerung ist es möglich, geschwindigkeitsinduzierte Wellenlängenschiebungen unterhalb des Auflösungsvermögens des verwendeten Interferometers zu bestimmen. Diese Steuerung wird im Detail beschrieben.

Das vierte Kapitel behandelt die Verarbeitung der gewonnenen Rohmessdaten. Nach einer ersten Bewertung der gestreuten Intensitäten und dem Finden der Interessenregionen wird das Vorgehen zur Bestimmung der geschwindigkeitsbasierten Verschiebung der korrespondierenden Maxima in den gefilterten Streulichtspektren ausführlich hergeleitet.

Im fünften Kapitel werden die beiden untersuchten Messobjekte, Überschallkaltgasströmung und rekombinierender Plasmastrahl ausführlich beschrieben. Die Konstruktion des divergenten Teils einer Überschalldüse nach Foelsch und ein Modell zur Abschätzung des Temperatur- und Geschwindigkeitsprofils eines klassischen Einlichtbogenplasmagenerators werden vorgestellt.

Eine Fehlerabschätzung ist für die Interpretation der gemessenen Geschwindigkeiten von eminenter Bedeutung, aus diesem Grund wird diese im sechsten Kapitel den gewonnenen Ergebnissen vorangestellt. Die ermittelten Geschwindigkeitsprofile werden für beide Messobjekte getrennt vorgestellt und mit den Ergebnissen der jeweiligen Referenztechniken verglichen.

Die Ergebnisse werden im siebten Kapitel zusammengefasst und mögliche Schlussfolgerungen für zukünftige Experimente aufgezeigt.

2 Messverfahren

Nach einem kurzen Überblick über gängige Diagnostikverfahren an kalten und heißen Gasströmungen wird die, diesem Experiment zugrunde liegende, Streuung einer elektromagnetischen Welle (engl. Electromagnetic Wave EMW) an einer Ladung beschrieben.

Ausgehend von der Dipolapproximation zur Beschreibung des verwendeten nicht-resonanten Streuprozesses wird der Einfluss der Streuung einer EMW an einem Ensemble von Streuzentren auf die resultierende spektrale Verteilung diskutiert. Zur Untersuchung dieses Streulichtspektrums wird ein neues Interferometer eingeführt und der Einfluss der spektralen Verteilung der gestreuten EMW auf das zu erwartende Interferenzmuster berechnet. Die Betrachtung des Temperatur- und Geschwindigkeitseinflusses der untersuchten Gasströmung auf die Wahl des Arbeitspunktes schließt dieses Kapitel ab.

2.1 Diagnostiken an kalten und heißen Gasströmungen - Ein Überblick

Für die Untersuchung von kalten (bis 2000K) und heißen (>2000K) Gasströmungen wurden verschiedenste Verfahren entwickelt. Neben Methoden zur qualitativen Untersuchung von Strömungen können auch einzelne physikalische Größen wie z.B. Gaszusammensetzung, Temperatur oder Geschwindigkeit quantitativ bestimmt werden. In diesem Abschnitt wird ein Überblick über verschiedenen Verfahren zur Diagnostik an kalten und heißen Gasströmungen vorgestellt und ausgewählte Techniken kurz besprochen.

| Messtechnik | Physikalische Größen | Vorteile | Nachteile | Quellen |
|--|---|--|---|---|
| Sonden | Geschwindigkeit Enthalpie Temperatur Zusammensetzung | Einfach, preisgünstig, kommerziell verfügbar, lokale Auflösung | Rückwirkung auf Messobjekt, Temperaturbegrenzung | [6] [9] [29] [30] [31] [32] [33] |
| Partikel-basierte Verfahren | Geschwindigkeit | kommerziell verfügbar, lokale Auflösung | Partikel Zugabe notwendig | [34] [35] [36] |
| Passive Spektroskopie | Zusammensetzung Temperatur | Berührungslos | Eigenemission notwendig, integrierende Messung | [9] [30] [31] [37] [38] [39] |
| Laserstreuverfahren (LIF, Rayleigh, CARS, Thomson) | Temperatur, Geschwindigkeit Dichte Zusammensetzung | Berührungslos, hohe Ortsauflösung, keine strengen Näherungen | sehr aufwendig | [12] [19] [24] [25] [26] [40] [41] [42] [43] [44] |

Tabelle 2-1 Übersicht über verschiedene Messtechniken für kalte und heiße Gasströmungen und die von ihnen bestimmten physikalischen Größen

Eine qualitative Untersuchung von kalten und heißen Gasströmungen ist mittels Schlieren- und Schattentechnik oder durch interferometrische Untersuchungen möglich. Alle drei Verfahren basieren auf der Brechung von Licht aufgrund von Dichteunterschieden

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

und deren Auswertung. Die Verfahren sind gut geeignet um einen Überblick über die zu untersuchende Gasströmung zu geben [29; 45; 46; 47; 48; 49].

Zur quantitativen Bestimmung von physikalischen Größen wie Temperatur, Dichte, oder Geschwindigkeit finden unter anderem die in Tabelle 2-1 dargestellten Verfahren Verwendung. Die Sondenmessverfahren zeichnen sich durch ihre einfache Handhabung und den relativ geringen Preis aus, auch sind diese Verfahren oft kommerziell verfügbar. Die Bestimmung der Geschwindigkeit kann entweder über das Staudruckverfahren (Prandtl- und Enthalpiesonde, konstante Anströmgeschwindigkeit) oder mittels thermischer Anemometrie (Hitzdrahtanemometer, konstante Temperatur) erfolgen. Die Bestimmung der Temperatur erfolgt mittels Enthalpiesonde oder Hitzdrahtanemometer. Die Langmuirsonde findet bei der Bestimmung der Elektronendichten und des Potentials in thermischen Plasmastrahlen Verwendung. Im Folgenden soll kurz auf die Enthalpiesonde eingegangen werden, da diese besonders in der Diagnostik thermischer Plasmen Verwendung findet.

Enthalpiesonde

Eine Enthalpiesonde besteht in erster Näherung aus einem wassergekühlten Röhrchen, das in den heißen Gasstrahl eingebracht wird, welcher dann in das Plenum eindringt. Die in [6] beschriebene Sonde besitzt einen Außendurchmesser von 3mm und einen Einlassdurchmesser von 0.68mm und wird durch Wasser gekühlt. Die Temperatur des Plasmas führt immer zur Erwärmung des Kühlmittels innerhalb der Sonde, allerdings ist diese Temperaturänderung davon abhängig ob das Plasmagas die Düse durchströmt ΔT_F oder nicht ΔT_{oF} . Die Stagnationenthalpie des Plasmagases kann, wenn die Gaszusammensetzung bekannt ist, aus der Differenz der Temperaturänderungen des Kühlmittels und der Gastemperatur am Ausgang der Sonde bestimmt werden:

$$h_P = h_S + \frac{\dot{m}_w c_p}{\dot{m}_G} (\Delta T_F - \Delta T_{oF}), \quad (2.1)$$

wobei \dot{m}_w den Massenfluss des Kühlmittels, \dot{m}_G den Gasfluss und c_p die spezifische Wärmekapazität des Kühlmittels bei konstantem Druck bezeichnen. Die Bestimmung der Restenthalpie h_S am Ausgang der Sonde erfolgt durch Vergleich mit tabellierten Werten der Gaskomponenten. Die Temperatur des Plasmagases kann für die ermittelte Enthalpie erneut aus Tabellen gewonnen werden. Die Notwendigkeit zwei Temperaturänderungen zu ermitteln verhindert eine kontinuierliche Bestimmung der Plasmagastemperatur. Für die Ermittlung der Geschwindigkeit wird die Sonde als Prandtlsonde verwendet. Aus der Differenz des am Düseneingang aufgrund des Aufstau-effektes anliegenden Gesamtdrucks p_{ges} und des statischen Drucks p_{stat} wird unter Verwendung der Bernoulli-Gleichung die Geschwindigkeit ermittelt (2.2). Diese Differenz der beiden Drücke wird auch als dynamischer Druck oder Staudruck bezeichnet [8].

$$v = \sqrt{2 \frac{p_{ges} - p_{stat}}{\rho}} \quad (2.2)$$

Die Dichte ρ kann ebenfalls unter Nutzung der Gastemperatur aus thermodynamischen Tabellen ermittelt werden. Zur Bestimmung der Gaszusammensetzung wird ein Massenspektrometer am Ausgang der Sonde verwendet. Das Enthalpiesondenverfahren ist verglichen mit anderen Verfahren einfach in der Handhabung und teilweise kommerziell verfügbar. Das Einbringen der Sonde in die zu untersuchende Plasmaströmung führt zu einer Rückwirkung auf das Messobjekt und muss bei der Interpretation der Ergebnisse Berücksichtigung finden.

Partikelbasierte Verfahren

Die partikelbasierten Verfahren, wie z.B. Laser Doppler Anemometrie (LDA) oder Particle imaging velocimetry (PIV) sind besonders in der Strömungsmesstechnik etabliert, können im Allgemeinen aber nicht in heißen Strömungen eingesetzt werden, da die zur Messung notwendigen injizierten Partikel meist auf Öl oder TiO_2 ¹ basieren. Die PIV – Technik wird als Referenzverfahren zur Validierung der in dieser Arbeit vorgestellten Technik verwendet. Eine ausführliche Betrachtung erfolgt in Abschnitt 2.5.

Emissionsspektroskopie

Die Verwendung passiver spektroskopischer Verfahren setzt eine genügend starke Eigenemission der untersuchten Gasstrahlen voraus, aus diesem Grund ist eine Anwendung an kalten Gasströmungen nicht möglich. Die zu untersuchende Plasmaströmung wird mittels Sammellinse und Spiegel auf einen Monochromator oder ein Spektrometer abgebildet und spektral gefiltert. Zur Auswertung der Emission existieren verschiedene Techniken, einige sollen hier kurz vorgestellt werden.

Die Strahlungsintensität eines atomaren Überganges ist unter anderem von der Elektronentemperatur und der Teilchendichte im betrachteten Bereich abhängig. Das Verhältnis der Intensitäten unterschiedlicher Übergänge der gleichen Ionisationsstufe ist daher nur noch von der Elektronentemperatur abhängig. Zur Bestimmung der Intensitäten der einzelnen Spektrallinien wird das emittierte Spektrum der Plasmaquelle mittels Monochromator aufgeteilt und die verschiedenen Spektralbereiche am Ausgang auf einen Photoelektronenvervielfacher (engl. photomultiplier tube) PMT abgebildet. Die resultierenden Spannungen für den jeweiligen Übergang werden nacheinander ermittelt. Das Spannungsverhältnis erlaubt unter Berücksichtigung der spektralen Empfindlichkeit des verwendeten PMTs einen Rückschluss auf das Verhältnis der abgestrahlten Intensitäten. Unter der Annahme eines lokalen thermodynamischen Gleichgewichts ist die Gastemperatur ebenfalls zugänglich.

Eine weitere Möglichkeit ist die Auswertung der Verbreiterung der betrachteten Linie. Die thermische Geschwindigkeit der Atome und Ionen führt zu einer Verschiebung der Wellenlänge des ausgestrahlten Lichtes, daraus resultiert eine Verbreiterung der Spektrallinie am Ort der Detektion, welche als Dopplerverbreiterung bezeichnet wird [50; 51]. Aus der Halbwertsbreite kann die Temperatur der Atome oder Ionen bestimmt werden. Die Stoßwechselwirkungen der emittierenden Atome und Ionen mit den Elektronen führt zu einer Phasenänderung des abgestrahlten Lichtes, was zu Starkverbreiterung der Linie führt [50; 51]. Ist die Temperatur bekannt, so kann aus dieser Verbreiterung die Elektronendichte ermittelt werden. Die Bestimmung von Elektronentemperatur

¹ Schmelztemperatur $\sim 1850^\circ\text{C}$

und -dichte bedingt eine Annahme über die thermische Geschwindigkeitsverteilung (Boltzmann-Verteilung). Das Vorliegen eines thermodynamischen Gleichgewichts wird in diesem Fall nicht vorausgesetzt.

In einem Gleichgewichtsplasma können aus den lokalen Emissionskoeffizienten sowohl die Ionen- als auch die Atomdichte bestimmt werden. In einem iterativen Prozess werden aus der Sahagleichung die Elektronentemperatur und -dichte ermittelt [52]. Die Bestimmung der lokalen Emissionskoeffizienten erfolgt bei Vorliegen einer Rotations-symmetrie aus einer Abelinversion der gemessenen integrierten Intensitäten entlang des Radius der betrachteten Plasmaströmung. Zur Gewinnung der Temperaturverteilung der gesamten Plasmaströmung werden solche transversalen Schnitte zur Bestimmung der Intensitätsverteilung an verschiedenen Punkten entlang der Strömung durchgeführt. Die Untersuchung der gesamten Gasströmung kann auch durch einen tomografischen Ansatz erfolgen, dazu wird die gesamte Strömung aus verschiedenen Richtungen mittels Kameras aufgenommen. Die gewonnenen Bilder ermöglichen durch den bekannten CT-Ansatz die Bestimmung der Intensitätsverteilung innerhalb der Strömung [10; 11; 53], in diesem Fall muss keine Rotationssymmetrie der untersuchten Plasmaströmung vorliegen.

Der Begriff Emissionsspektroskopie umfasst verschiedene etablierte Verfahren zu Untersuchung von Plasmaströmungen wobei die notwendige Annahme des lokalen thermodynamischen Gleichgewichts für zwei der drei vorgestellten Verfahren so nicht gerechtfertigt [9] ist. Die Nutzung der Verbreiterungseffekte hingegen bedingt zwar eine sehr hohe spektrale Auflösung ist sonst aber nicht an die Annahme eines lokalen thermodynamischen Gleichgewichts gebunden. Ein sehr hoher Geräteaufwand muss zur Realisierung der verschiedenen Verfahren betrieben werden.

Laserstreuverfahren

Unter dem Begriff Laserstreuverfahren sind sowohl nicht-resonante als auch resonante Streuverfahren zu verstehen. Im Folgenden werden verschiedene Techniken der Lichtstreuung kurz dargestellt.

Laser induzierte Fluoreszenz (LIF)

Das LIF-Verfahren stellt ein resonantes Streuverfahren dar, wobei die Energie eines einfallenden Photons ausreicht um ein Elektron von einem niedrigeren in einen höheren erlaubten Energiezustand anzuregen. Die Abregung des Elektrons in einen niedrigeren Zustand ist im Allgemeinen mit der Emission eines Photons verbunden kann aber auch strahlungslos durch Stoßlöschung erfolgen. Die Elektronen verbleiben für $10^{-9} - 10^{-8}$ s [14] im angeregten Zustand, daraus folgt, dass nach Ende der Beleuchtung die Fluoreszenz unmittelbar beendet ist und die kurze Lebensdauer zur Untersuchung schneller Vorgänge verwendet werden kann.

Die Intensität des emittierten Lichtes ist zunächst direkt proportional zur eingestrahnten Intensität, geht aber bei genügend hoher Intensität in eine Sättigung über [12; 13]. Die Teilchendichte im betrachteten Volumen ist proportional zur abgestrahlten Intensität des Streuprozesses, daher kann die LIF-Technik zur Bestimmung der angeregten Teilchendichte verwendet werden. In der Strömungsdiagnostik sind 2D und 3D Verfahren zur Untersuchung von Verbrennungsvorgängen bekannt. Der einfallende Laserstrahl wird

mittels Optiken in einen Laserschnitt geformt und in die zu untersuchende Strömung gelenkt. Das gestreute Licht wird senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des Lasers mittels Sammellinse auf eine Kamera oder ein Fotodiodenarray abgebildet. Die Bestimmung der Dichte unterschiedlicher Spezies innerhalb einer Strömung bedingt die Verwendung verschiedener Anregungswellenlängen, dies kann entweder durch Nutzung eines Lasers mit veränderbarer Wellenlänge oder durch Verwendung eines zweiten Lasers mit einer anderen Wellenlänge [54] erfolgen. Die Visualisierung des gestreuten Lichtes der beiden Laser wird in diesem Fall durch zwei Kameras oder Fotodiodenarrays, welche um 90° gegeneinander versetzt sind, realisiert. Für die Bestimmung der Fluktuation der Teilchendichte stellt Olofsson ein Lasersystem aus vier unterschiedlichen Lasern vor [55]. Um eine hohe zeitliche Auflösung gewährleisten zu können, werden die einzelnen Laser durch eine aufwendige Synchronisation aufeinander abgestimmt. Die Detektion des gestreuten Lichtes erfolgt dann mittels Hochgeschwindigkeitskamera. Dieses MehrLasersystem ermöglicht ebenfalls eine 3D – Bestimmung der Teilchendichte, wobei die einzelnen Laserpulse ebenfalls zeitlich versetzt durch einen variablen Spiegel nacheinander in die zu untersuchende Strömung gelenkt werden. In [13] werden zwei Laser zur Untersuchung eines Stickstoffplasmas verwendet. Ein Laserstrahl wird entweder senkrecht oder in Strömungsrichtung des Plasmas eingekoppelt, wobei die Detektion senkrecht zu beiden erfolgt. Aus der Intensität kann die Dichte eines der angeregten Stickstoffzustände bestimmt werden. Die thermische Bewegung der untersuchten Teilchen im Streuvolumen bedingt eine Verbreiterung des gestreuten Lichtes während die Driftgeschwindigkeit zu einer relativen Verschiebung des gesamten Spektrums führt. Die Notwendigkeit unterschiedlicher Wellenlängen zur Untersuchung verschiedener Bestandteile einer Gasströmung bedingt den hohen Aufwand dieser Technik. Aufgrund des im Vergleich zu anderen Streuverfahren hohen Wirkungsquerschnittes kann die Änderung der Dichte zeitaufgelöst bestimmt werden, auch sind keine hohen Laserleistungen notwendig.

Kohärente anti-Raman Spektroskopie

Die kohärente anti-Raman Spektroskopie ist im Gegensatz zum oben diskutierten LIF-Verfahren eine nicht-resonante Streutechnik. Zur Realisierung werden mindestens zwei Laser unterschiedlicher Wellenlänge benötigt. Der erste Laser führt zu einer kontinuierlichen Änderung des Brechungsindex der untersuchten Gasströmung, wobei diese Brechungsindexänderung gleichzeitig zur Modulation eines zweiten Lasers verwendet wird. Die Modulation dieses zweiten Lasers muss unter Nutzung mehrerer Filter vom eingestrahlten unmodulierten Laserlicht getrennt werden, so dass das resultierende gestreute Licht spektroskopisch ausgewertet werden kann [17]. Aus der spektralen Verteilung des gestreuten Lichtes kann die Temperatur und aus der Intensität die Dichte mittels spezieller Simulationsprogramme bestimmt werden [56]. Für die Ermittlung der Geschwindigkeit werden die Laser senkrecht zur Strömungsrichtung und anschließend unter einem Winkel eingestrahlt, aus der relativen Lage der Spektren zueinander kann auf die Driftgeschwindigkeit geschlossen werden. Eine weitere Möglichkeit besteht in der Bestimmung der relativen Lage des gestreuten Lichtes bezüglich einer Messung an einer Referenzgaszelle. Diese Technik stellt sehr hohe Anforderungen an die Justage der verwendeten Laser, für hochauflösende Varianten werden zwei Pumpelaser verwendet, so dass dann drei Laserstrahlen örtlich und zeitlich aufeinander abgestimmt werden müssen. Der technische Aufwand ist enorm, da zur Untersuchung von Strömungen un-

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

verschiedlicher Gase mehrere Laser verschiedener Wellenlängen notwendig sind. Die CARS-Technik findet sowohl in der Strömungsmechanik als auch in der Untersuchung von thermischen Plasmen Verwendung. Der hohe Aufwand ermöglicht allerdings auch eine selektive Untersuchung der Gasströmung auf einzelne Bestandteile.

Rayleigh- und Thomsonstreuung

Die Nutzung der Rayleighstreuung – an gebundenen Elektronen – als weiteres Beispiel einer nichtresonanten Lichtstreuung ermöglicht die Bestimmung der Gasgeschwindigkeit, der -dichte und der -temperatur an kalten und heißen Gasströmungen. Wenn die Anzahl der freien Elektronen groß genug ist (Plasma), tritt auch Thomsonstreuung auf, welche zusätzlich die Bestimmung der Elektronentemperatur und -dichte ermöglicht. Die Rayleighstreuung wird besonders in der Strömungsmechanik zur Untersuchung von Gasströmungen angewendet, hier wurden seit den 1970iger Jahren unterschiedliche Verfahren entwickelt [21; 57; 58; 59; 60; 61; 62]. Die Bestimmung von Temperatur- und Dichteverteilungen in kalten Gasströmungen wurde bereits am Ende der 1970iger und zu Beginn der 1980iger Jahre realisiert [41; 57; 63]. Die Ermittlung von Geschwindigkeitsverteilungen in Gasströmungen wurde in den 1990iger Jahren realisiert [19; 61]. Durch die Verwendung von leistungsstarken Dauerstrichlasern ist es möglich die Geschwindigkeit, Temperatur und Dichte von Gasströmungen zeitaufgelöst zu bestimmen [21; 64]. Der Falschlichteinfluss kann durch Blenden oder die geeignete Wahl von Absorptionsfiltern bei der Auswertung des gestreuten Lichtes minimiert werden [65]. Aufgrund der Wellenlängenabhängigkeit des Streuquerschnittes der Rayleighstreuung werden Strömungen mittels UV-Laser untersucht, um ein höheres Streusignal am Detektor zu erhalten [59; 66]. Zur Untersuchung von unterschiedlichsten Plasmen werden oft beide Streumechanismen verwendet [62], um sowohl die Gas- als auch die Elektronentemperatur durch Auswertung des gestreuten Lichtes an freien und an gebundenen Elektronen zu bestimmen. Die Filterung des gestreuten Lichtes erfolgt in dieser Arbeit durch ein Spektrometer mit drei unabhängigen Gittern, wobei der Einfluss des Falschlichtes durch eine spezielle Maske zwischen dem ersten und zweiten Gitter eliminiert wird. Das hier vorgestellte Experiment basiert auf diesen Streuarten, deren theoretische Grundlagen im folgenden Abschnitt dargelegt werden sollen.

2.2 Nichtresonante Lichtstreuung

Die Streuung einer elektromagnetischen Welle im sichtbaren Bereich ist ein sehr ineffektiver physikalischer Prozess, der trotz sehr hoher Sendeleistungen nur ein sehr geringes Streusignal am Detektor liefert. Die berührungslose und praktisch rückwirkungsfreie direkte Bestimmung verschiedenster Gas- und Plasmaparameter ist mit diesem Verfahren möglich und führte bereits in den 70iger Jahren zu ersten Anwendungen [67; 68; 69]. Wenn die Wechselwirkung von elektromagnetischer Strahlung und Materie nicht zu einer Änderung des internen Energiezustandes der Materie führt, wird von nicht-resonanter Lichtstreuung gesprochen.

2.2.1 Die Dipolapproximation zur Beschreibung der Streuung einer elektromagnetischen Welle an einer Ladung

Eine äußere einfallende elektromagnetische Welle, deren Energiefluss durch den Poyntingvektor $\vec{S}_{in} = \vec{E} \times \vec{H}$ beschrieben wird, trifft auf eine Ladung q_L im Raum, Abbildung 2.1. Das elektrische Feld der einfallenden Welle kann durch $E_{in}(\vec{r}, t) = E_{in,0} \cos(\omega_{in}t - \vec{k}_{in} \cdot \vec{r})$ angegeben werden, wobei E_{in} die Amplitude des elektrischen Feldes, ω_{in} die Kreisfrequenz und \vec{k}_{in} den Wellenvektor darstellen.

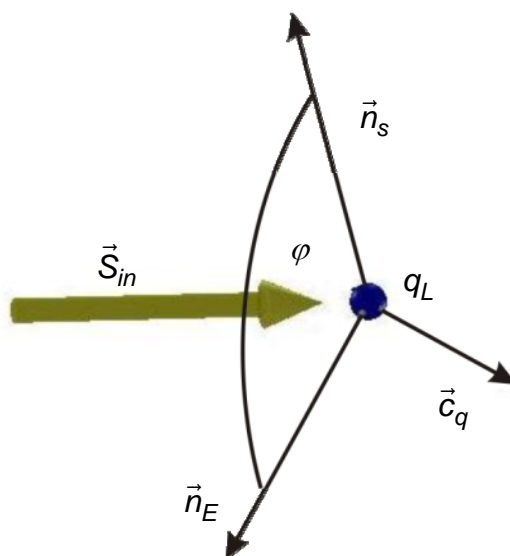


Abbildung 2.1 Darstellung der Streugeometrie einer einfallenden EMW und einer Ladung

Der Einheitsvektor der Polarisationsrichtung des elektrischen Feldes wird durch \vec{n}_E und der Einheitsvektor in Richtung der gestreuten EMW mit \vec{n}_s visualisiert. Der Winkel zwischen diesen Vektoren wird mit φ und die elektrische Permittivität mit ε bezeichnet. Die Amplitude des Poyntingvektors $|\vec{S}_{in}| = S_{in}$ lässt sich in Abhängigkeit des elektrischen Feldes, der magnetischen Permeabilität μ_0 und der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c_0 wie folgt beschreiben [70]:

$$S_{in} = \frac{1}{2} EH = \frac{1}{2\mu_0 c_0} E_{in}^2. \quad (2.3)$$

Aufgrund der zunächst ruhenden Ladung $\vec{c}_q = 0$ trägt das magnetische Feld nicht zur Kraftwirkung auf die Ladung bei und die resultierende Kraft ergibt sich zu $\vec{F} = q_L \vec{E}$.

Diese Kraft ist proportional zum äußeren elektrischen Feld \vec{E}_{in} , welches oszilliert und so die Ladung beschleunigt. Diese beschleunigte Ladung stellt einen Dipol dar, welcher

seinerseits eine elektromagnetische Welle abstrahlt. Der Betrag des elektrischen Feldes $|E_{Scat}|$ dieser Welle im Abstand $r = R_{max}$ vom Ort der Streuung ist proportional zur Beschleunigung $a(t)$ (2.4) [24].

$$|E_{Scat}(r, t)| = \frac{q_L}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sin(\varphi)}{c_0^2 R_{max}} a(t) \quad (2.4)$$

Das Strahlungsprofil der gestreuten Welle entspricht dem eines Hertzschen Dipols, wobei die Wellenlänge der gestreuten Welle ω_{Scat} der Wellenlänge der eingestrahlten Welle ω_{in} entspricht [12; 18; 24; 40; 51; 69; 71; 72; 73; 74]. Als Maß zur Beschreibung der Effektivität des Streuprozesses wird der differentielle Streuquerschnitt (2.5) angegeben, dabei handelt es sich um das Verhältnis der zeitlichen Mittelwerte der Beträge des gestreuten und des eingestrahlten Pointingvektor multipliziert mit dem Quadrat des Abstandes R_{max} zwischen Ort der Streuung und Ort der Beobachtung [73].

$$\frac{d\sigma_{Scat}}{d\Omega} = \frac{|\langle \vec{S}_{Scat} \rangle|}{|\langle \vec{S}_{in} \rangle|} R_{max}^2 = \left(\frac{q_L}{4\pi\epsilon c_0^2} \right)^2 \left(\frac{a_0}{E_{in,0}} \right)^2 \sin^2(\varphi) \quad (2.5)$$

Der zeitliche Mittelwert des Pointingvektors entspricht der Intensität der betrachteten EMW. Im weiteren Verlauf wird für die Ladung q_L ein Elektron mit $q_L = e = -1.602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$ angenommen. Grundsätzlich lassen sich zwei unterschiedliche, nicht-resonante Streuvorgänge beschreiben. Die Streuung an gebundenen und an freien Elektronen, wobei für letztere die Bezeichnung Thomsonstreuung und für erstere die Bezeichnung Rayleighstreuung bekannt sind. Zur Bestimmung der Amplitude des gestreuten elektrischen Feldes für die beiden angegebenen Fälle wird die Bewegungsgleichung anschließend gelöst.

2.2.1.1 Rayleighstreuung

Ein an den Kern gebundenes Elektron kann als an einer Feder befestigter, Massepunkt aufgefasst werden. Mit $K = m_e \omega_0^2$ wird das Federmoment angegeben, wobei m_e die Elektronenmasse und ω_0 die, das Energieniveau beschreibende, Resonanzfrequenz darstellt. Die gesamte, auf das Elektron wirkende, Kraft setzt sich aus der, durch das äußere elektrische Feld erzeugten, Kraft $F = eE_{in,0}$ und durch die aufgrund der Auslenkung aus der Ruhelage $x(t)$ bedingten Federkraft $F = m_e \omega_0^2 x(t)$ zusammen (2.6).

$$m_e a(t) = -eE_{in}(t) - m_e \omega_0^2 x(t) \quad (2.6)$$

Die Auslenkung aus der Ruhelage $x(t) = x_0 \cos(\omega_{in}t)$ aufgrund des äußeren elektrischen Feldes erfolgt mit der Frequenz der einfallenden Welle. Das Lösen der Gleichung liefert für die Amplitude der Auslenkung $x_0 = -\frac{e}{m_e} E_{in,0} \frac{1}{\omega_{in}^2 - \omega_0^2}$, daraus ergibt sich für den differentiellen Streuquerschnitt:

$$\frac{d\sigma_{Scat}}{d\Omega} = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c_0^2} \right)^2 \left(\frac{\omega_{in}^2}{\omega_{in}^2 - \omega_0^2} \right)^2 \sin^2(\varphi). \quad (2.7)$$

Durch Integration über den gesamten Raum $d\Omega = 2\pi \sin(\varphi) d\varphi$, Einführung des klassischen Elektronenradius $r_e = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c_0^2} \right) = 2.8 \cdot 10^{-15} m$ und unter der Annahme dass die Wellenlänge der einfallende Welle kleiner als die Wellenlänge des gebundenen Elektrons ist, ergibt sich der totale Streuquerschnitt zu:

$$\sigma_{Scat,total,Ray} \simeq \frac{8}{3} \pi r_e^2 \left(\frac{\omega_{in}}{\omega_0} \right)^4. \quad (2.8)$$

2.2.1.2 Thomsonstreuung

Die Bewegungsgleichung für ein freies Elektron vereinfacht sich, da die Federkraft nicht berücksichtigt werden muss (2.9).

$$m_e a(t) = -e E_{in}(t) \quad (2.9)$$

Das Ergebnis des totalen Streuquerschnitts für Thomsonstreuung (2.10) weist im Gegensatz zum oben diskutierten Ergebnis für die Rayleighstreuung (2.8) keine Abhängigkeit von der einstrahlenden Wellenlänge und dem Material auf.

$$\sigma_{Scat,total,Tho} \simeq \frac{8}{3} \pi r_e^2 \quad (2.10)$$

Die nahe liegende Vermutung, dass ein freies Elektron einem äußeren elektrischen Feld besser als ein gebundenes folgen kann, wird dadurch bestätigt, da

$$\sigma_{Scat,total,Ray} = \sigma_{Scat,total,Tho} \left(\frac{\omega_{in}}{\omega_0} \right)^4 \ll \sigma_{Scat,total,Tho}, \quad \omega_0 \gg \omega_{in} \text{ gilt.}$$

2.2.2 Der Einfluss der Ladungsgeschwindigkeit auf die abgestrahlte Wellenlänge

Die im vorherigen Abschnitt eingeführte Streuung einer äußeren EMW an einem ruhenden Elektron wird in diesem Abschnitt auf nicht relativistische Geschwindigkeiten $c_q \ll c_0$ erweitert.

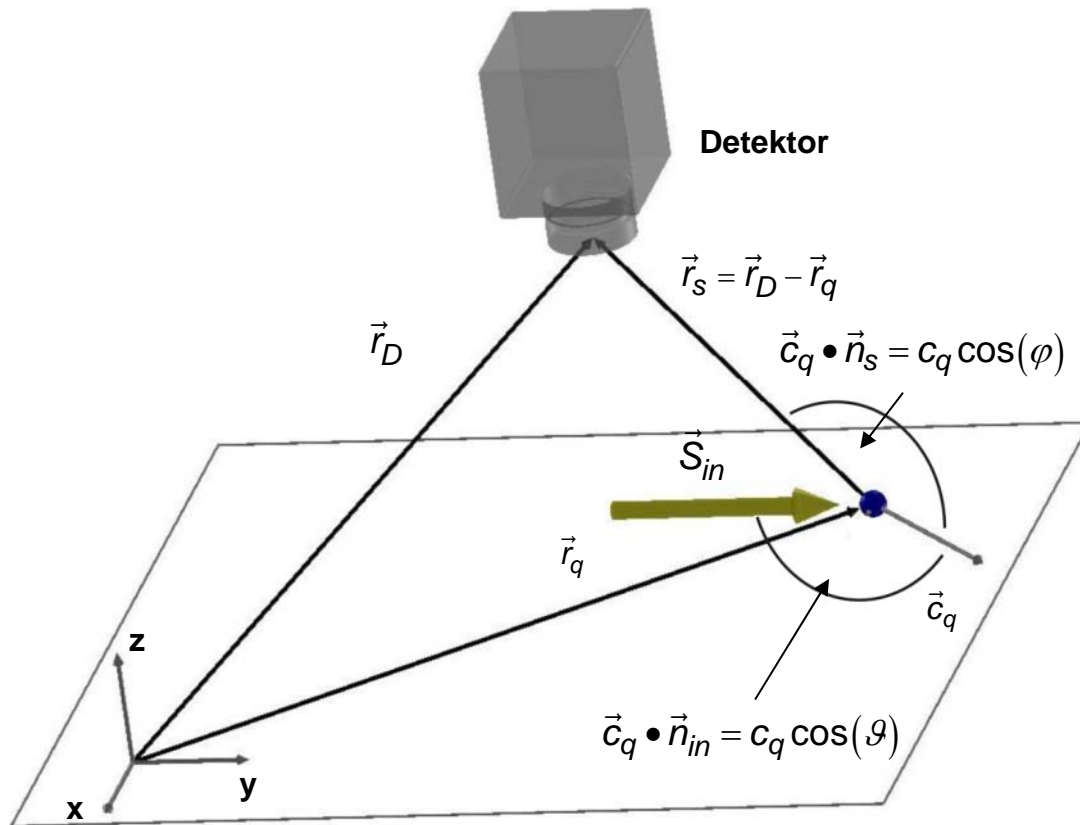


Abbildung 2.2 Darstellung der Streugeometrie einer einfallenden EMW \vec{S}_{in} und eines Elektrons am Ort \vec{r}_q , mit der Geschwindigkeit \vec{c}_q

Für diese Geschwindigkeiten ist der Einfluss des magnetischen Anteils $\vec{F}_m = q_L (\vec{c}_q \times \vec{B})$ der EMW auf die wirkende Gesamtkraft zu vernachlässigen [12; 24], so dass der oben gewählte Ansatz für eine ruhende Ladung ebenfalls anwendbar ist. Der Geschwindigkeitsvektor soll in der durch den Pointingvektor der EMW \vec{S}_{in} und den Normalenvektor \vec{n}_E des elektrischen Feldes aufgespannten Ebene liegen. Die in Abbildung 2.2 durch ihren Pointingvektor symbolisierte EMW breitet sich entlang der y-Achse aus und ist in x-Richtung horizontal polarisiert. Aufgrund des bereits bekannten Strahlungsprofils aus dem vorhergehenden Abschnitt kann der Beobachter nicht in Richtung der induzierten Schwingung des Elektrons positioniert werden, da in diesem Fall kein elektrisches Feld detektierbar ist. Der Wert des am Ort \vec{r}_q zum Zeitpunkt t_0 gestreuten elektrischen Feldes ergibt sich zu

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

$E_{Scat}(\vec{r}_q, t_0) = C_{R,T} \cos(\omega_{in} t_0 - \vec{k}_{in} \cdot \vec{r}_q)$ [24]. Der Faktor $C_{R,T}$ erfasst dabei die beiden möglichen Streuarten (Rayleigh und Thomsonstreuung ($\omega_0 \rightarrow 0$)):

$$C_{R,T} = E_{in,0} \frac{e}{4\pi\epsilon_0 m_e} \frac{\sin(\varphi)}{c_0^2 r} \frac{\omega_{in}^2}{\omega_{in}^2 - \omega_0^2}. \quad (2.11)$$

Das elektrische Feld am Ort des Detektors wird auf Grund der Laufzeit der Welle entlang der Strecke $|\vec{r}_D - \vec{r}_q(t_0)|$ zu einem Zeitpunkt t_1 detektiert. Die Laufzeit ist durch $t_1 - t_0 = |\vec{r}_D - \vec{r}_q(t_0)|/c_0$ gegeben. Der Ortsvektor des Elektrons $\vec{r}_q(t_0) = \vec{r}_0 + \vec{c}_q t_0$ zum Zeitpunkt t_0 besteht aus der Addition eines Vektors \vec{r}_0 und dem Einfluss der Geschwindigkeit $\vec{c}_q t_0$. Die Richtung der gestreuten EMW zwischen dem Ort der Streuung und dem Detektor wird erneut durch den Einheitsvektor \vec{n}_s beschrieben. Daraus ergibt sich für den Zeitpunkt der Streuung:

$$t_0 = \frac{t_1 - \frac{(-\vec{r}_0 + \vec{r}_D) \cdot \vec{n}_s}{c_0}}{1 - \frac{\vec{c}_q \cdot \vec{n}_s}{c_0}} = \frac{t_1 - \frac{|\vec{r}_0 + \vec{r}_D|}{c_0}}{1 - \frac{c_q \cos(\varphi)}{c_0}}. \quad (2.12)$$

Der Winkel zwischen der Richtung der Geschwindigkeit und der Richtung der einstrahlten Welle wird mit ϑ bezeichnet. Unter Definition der Kreisfrequenz

$$\omega_s = \omega_{in} \frac{1 - \frac{\vec{c}_q \cdot \vec{n}_{in}}{c_0}}{1 - \frac{\vec{c}_q \cdot \vec{n}_s}{c_0}} = \frac{1 - \frac{c_q \cos(\vartheta)}{c_0}}{1 - \frac{c_q \cos(\varphi)}{c_0}} \quad \text{und} \quad \text{des} \quad \text{Wellenvektors}$$

$$k_s = k_{in} \frac{1 - \frac{\vec{c}_q \cdot \vec{n}_{in}}{c_0}}{1 - \frac{\vec{c}_q \cdot \vec{n}_s}{c_0}} = \frac{1 - \frac{c_q \cos(\vartheta)}{c_0}}{1 - \frac{c_q \cos(\varphi)}{c_0}} \quad \text{der gestreuten und am Detektor einlaufenden}$$

Welle kann die zeitliche Änderung des elektrischen Feldes durch (2.13) angegeben werden.

$$E_{Scat}(t_1) = C_{R,T} \cos(\omega_s t_1 - (\vec{k}_{in} - \vec{k}_s) \cdot \vec{r}_0 - \vec{k}_s \cdot \vec{r}_D) \quad (2.13)$$

Die gestreute Wellenlänge ist aufgrund der Bewegung des Elektrons zwei Dopplereffekten unterworfen. Der erste Dopplereffekt aufgrund der Bewegung des Elektrons relativ

zur Ausbreitungsrichtung des Lasers, $1 - \frac{c_q}{c_0} \cos(\vartheta)$ und der zweite Dopplereffekt aufgrund der Bewegung relativ zum Detektor $\Delta\lambda = 0.5 \times 10^{-3} \text{ nm}$.

2.2.3 Das Spektrum eines Ensembles in einem kleinen Streuvolumen

In diesem Abschnitt wird der Einfluss von N_e Elektronen in einem Volumenelement $\alpha = 0.0065^\circ$ auf das gesamte Streulichtspektrum betrachtet. Die in Streulichtexperimenten eingesetzten Detektoren integrieren die Strahlungsleistung der gestreuten EMW über ein Zeitintervall Δt [42; 72]. Daraus ergibt sich für die Intensität der gestreuten Welle:

$$I_{\text{Scat}} = \langle S_{\text{Scat}} \rangle = \left\langle \frac{1}{2\mu_0 c_0} E_{\text{Scat}}^2 \right\rangle, \quad (2.14)$$

dies führt unter Verwendung des bereits eingeführten Faktors $C_{R,S}$ für die Intensität der gestreuten EMW am Detektor zu $I_{\text{scat}} = \left\langle \frac{C_{R,S}^2}{2\mu_0 c_0} \right\rangle$.

Zur Beschreibung der Vorgänge innerhalb des betrachteten Volumens soll Abbildung 2.3 den Sachverhalt illustrieren [24; 73]. Die einfallende und gestreute EMW werden durch die Wellenvektoren \vec{k}_{in} und \vec{k}_s beschrieben und bilden ein Interferenzmuster innerhalb des beobachteten Streuvolumens. Der Wellenvektor dieses Interferenzmusters ergibt sich aus geometrischen Überlegungen zu $\vec{k} = \vec{k}_{in} - \vec{k}_s$. Aufgrund der geringen Verschiebung der Wellenlänge werden die Beträge der eingestrahnten und der gestreuten EMWs kaum voneinander abweichen $|\vec{k}_{in}| \simeq |\vec{k}_s|$.

Aus der Betrachtung der gesamten gestreuten und am Detektor registrierten EMW wird ersichtlich, dass alle Elektronen die sich nicht in Richtung des Wellenvektors \vec{k} bewegen EMWs mit der gleichen Wellenlänge wie die einfallende EMW abstrahlen [24; 73]. Für Elektronen die sich mit einer Geschwindigkeit \vec{c}_q entlang des Wellenvektors \vec{k} bewegen wird die gestreute EMW eine im Vergleich zur eingestrahnten EMW leicht verschobene Wellenlänge $\lambda_s = \lambda_{in} - \delta\lambda$ besitzen. Für einen Detektor der M Wellenlängenbereiche $\Delta\lambda_i$ auflösen kann, werden alle an Elektronen mit der Geschwindigkeit \vec{c}_q gestreuten EMWs zur Intensität in dem dazugehörigen Wellenlängenbereich beitragen. Aus der Verteilung des gestreuten Gesamtspektrums können Rückschlüsse auf die Geschwindigkeitsverteilung, und daraus resultierend auf die Temperatur, innerhalb des betrachteten Streuvolumens gezogen werden.

Für die unwahrscheinliche Annahme, dass sich alle Elektronen gleichmäßig im Volumen verteilen, wird am Ort des Detektors kein Streulichtspektrum registriert werden, da es immer zwei gestreute Wellen mit gegenläufiger Phase geben wird, die sich auslö-

schen. Aus dem in Abbildung 2.3 dargestellten geometrischen Zusammenhang kann für das Interferenzmuster eine Wellenlänge λ_{int} abgeleitet werden (2.15).

$$\lambda_{\text{int}} = \frac{\lambda_{\text{in}}}{2 \sin(\Omega/2)} \quad (2.15)$$

Zur Beschreibung der Vorgänge wird in der Literatur der Formfaktor $S(\vec{k}, \omega)$ als Fouriertransformierte der Dichtefluktuations $n(\vec{r}, t)$ eingeführt [24; 67; 68; 75].

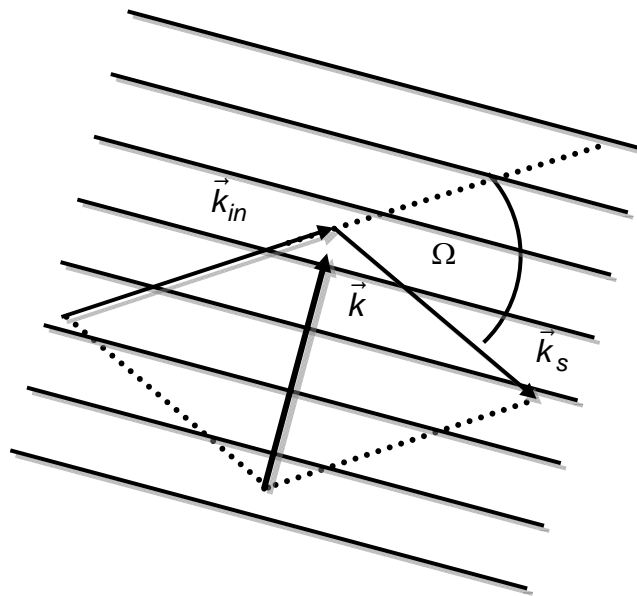


Abbildung 2.3 Darstellung des Streudiagramms

Dieser Formfaktor hängt sowohl von der Art der Streuung als auch von der Wechselwirkung der Streulichtzentren mit der Umgebung ab. Für Thomsonstreuung ist die Coulomb-Wechselwirkung der freien Ladungsträger und für Rayleighstreuung die Wechselwirkung der Atome und Moleküle ausschlaggebend. Bei der Untersuchung von Gasen mittels Rayleighstreuung wird der Einfluss makroskopischer Größen auf den Streuprozess und das zu erwartende Streuspektrum durch die Einführung eines dimensionslosen y -Parameters berücksichtigt $y \sim \frac{\lambda_{\text{int}}}{l_m}$ [20; 21; 67; 68; 73; 75; 76; 77; 78; 79]. Wel-

cher die Wellenlänge des Interferenzmusters und die mittlere freie Weglänge l_m der Moleküle bzw. Atome in Relation setzt. Aus der bereits eingeführten Abhängigkeit der gestreuten Wellenlänge

$$\omega_s = \omega_{in} \frac{1 - \frac{\vec{c}_q \cdot \vec{n}_{in}}{c_0}}{1 - \frac{\vec{c}_q \cdot \vec{n}_s}{c_0}} \underset{\frac{c_q \ll c_0}{c_0}}{\approx} \omega_{in} \left(1 - \frac{\vec{c}_q \cdot \vec{n}_{in}}{c_0} \right) \left(1 + \frac{\vec{c}_q \cdot \vec{n}_s}{c_0} \right) \approx \left(1 + \frac{\vec{c}_q \cdot (\vec{n}_s - \vec{n}_{in})}{c_0} \right) \quad \text{von}$$

der Geschwindigkeit der Ladung und den Vektoren der einfallenden und gestreuten EMW ergibt sich die Veränderung der Wellenlänge zu:

$$2\pi(f_s - f_{in}) \simeq \vec{c}_q \cdot (\vec{k}_s - \vec{k}_{in}) \approx c_q |\vec{k}_s - \vec{k}_{in}| \quad (2.16)$$

Der Betrag des Vektors $\vec{k} = -(\vec{k}_s - \vec{k}_{in})$ lässt sich mittels des Kosinussatzes direkt aus Abbildung 2.3 ableiten [80]

$$|\vec{k}| \simeq 2k_{in} \sin\left(\frac{\Omega}{2}\right). \quad (2.17)$$

Für den Fall, dass die mittlere freie Weglänge deutlich größer als die Interferenzwellenlänge ist, spielen Wechselwirkungen der Teilchen untereinander keine Rolle und das zu erwartende Spektrum wird nur von der Geschwindigkeit der Elektronen innerhalb des betrachteten Volumens bestimmt. Im Gleichgewichtszustand kann die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen entlang des Vektors \vec{k} durch eine eindimensionale Maxwell-Boltzmann Verteilung angegeben werden [81].

$$\rho(c_k) = \frac{1}{v_T \sqrt{\pi}} \exp\left(-\left(\frac{c_k}{v_T}\right)^2\right) \quad (2.18)$$

Die wahrscheinlichste thermische Geschwindigkeit $v_T = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$ ergibt sich aus der Boltzmann-Konstante k_B , der Temperatur T und der Molekülmasse m . Für die Verteilung der am Detektor registrierten Frequenzen folgt daraus:

$$g_f(f, T, \Omega) = \frac{\lambda_{in}}{2 \sin\left(\frac{\Omega}{2}\right) v_T \sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\lambda \frac{f - f_{in}}{2 \sin\left(\frac{\Omega}{2}\right) v_T}\right)^2\right]. \quad (2.19)$$

Analog zu dieser Betrachtung kann ebenfalls die Verteilung der registrierten Wellenlängen abgeleitet werden:

$$g_f(\lambda, T, \Omega) = \frac{c_0}{2 \sin\left(\frac{\Omega}{2}\right) \lambda_{in} v_T \sqrt{\pi}} \exp \left[- \left(\frac{c_0}{\lambda_{in}} \frac{\lambda_s - \lambda_{in}}{2 \sin\left(\frac{\Omega}{2}\right) v_T} \right)^2 \right]. \quad (2.20)$$

Die resultierende Breite bei halber Maximalintensität (engl. Full Width at Half Maximum FWHM) des gestreuten Spektrums $\Delta\lambda_{therm}$ ist in (2.21) angegeben.

$$\Delta\lambda_{therm} = 2 \frac{\lambda_{in}}{c_0} \sin\left(\frac{\Omega}{2}\right) \sqrt{\frac{8k_B T}{m} \ln(2)} \quad (2.21)$$

Für hohe Drücke und niedrige Temperaturen dominieren die Wechselwirkungen der Moleküle und Atome untereinander, das Gas verhält sich wie eine Flüssigkeit. Die mittlere freie Weglänge ist deutlich kleiner als die Interferenzwellenlänge und das zu erwartende Streulichtspektrum weist neben dem Lorentzförmigen Hauptmaximum zwei ebenfalls Lorentzförmige, mit der Schallgeschwindigkeit direkt verbundene, symmetrisch um das Hauptmaximum verteilte Nebenmaxima auf. Diese Art der Streuung wird als Brillouin-Mandelstam Streuung bezeichnet. Für den Übergangsbereich zwischen beiden Fällen wird das Spektrum einer abgeflachten Gaußverteilung ähneln. Auf eine nähere Betrachtung wird verzichtet, da die untersuchten Kaltgas-Strömungen primär im thermisch dominierten Bereich liegen [21; 73; 74; 76].

Zur Beschreibung der spektralen Verteilung des Thomsongestreuten Lichtes tragen nur die Elektronen bei [28; 82], wobei diese unter der Wirkung der einfallenden EMW den Einfluss der sie umgebenden anderen Ladungsträger im Plasma spüren. Um diesen Effekt zu berücksichtigen, wird ebenfalls ein Formfaktor $S(k, \omega) = S_e(k, \omega) + S_i(k, \omega)$ eingeführt. Dieser Formfaktor ist abhängig von den lokalen Ladungsträgerdichten und besteht aus dem Anteil der Wechselwirkung der Elektronen untereinander $S_e(k, \omega)$ und der Elektronen mit den Ionen $S_i(k, \omega)$. Unter Vernachlässigung von Stoßeffekten und Nutzung der Salpeter-Näherung $T_e \simeq T_i$ können die beiden Anteile des Formfaktors wie folgt abgeschätzt werden [40; 82]:

$$S_e(k) = \frac{1}{1 + \alpha'^2}$$

$$S_i(k) = \frac{Z_{i-Stufe} \alpha'^4}{(1 + \alpha'^2) \left[1 + \alpha'^2 \left(1 + Z_{i-Stufe} \frac{T_e}{T_i} \right) \right]}. \quad (2.22)$$

Der Anteil der Elektronen-Elektronen Wechselwirkung ist nur vom Parameter $\alpha' = \frac{1}{k\lambda_D} \approx \frac{\lambda_{in}}{4\pi\lambda_D \sin(\Omega/2)}$ abhängig. Die Debyelänge ist durch $\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{e^2 n_e}}$ gegeben.

ben, es sei hier angemerkt, dass dieser Ausdruck im Allgemeinen ebenfalls von der Ionendichte und -temperatur abhängt, deren Einfluss für ein dichtes Plasma allerdings vernachlässigt werden kann [82].

Für $\alpha' \ll 1$ spielen Wechselwirkungen der Elektronen und Ionen keine Rolle und das gestreute Spektrum weist einen Gaußförmigen Verlauf auf. Der Anteil aufgrund der Ionen-Elektronenwechselwirkung ist von der Ionisationsstufe Z_i -Stufe und dem Verhältnis der Elektronentemperatur T_e zur Iontemperatur T_i abhängig. Eine genauere Betrachtung des Formfaktors wird im Anhang durchgeführt, siehe 8.5.

Die in dieser Arbeit untersuchten Rekombinationsstrahlen stellen ein teilionisiertes Plasma dar [28], für ein solches Plasma besteht unter Vernachlässigung des Eigenleuchtens die am Detektor registrierte gestreute Intensität sowohl aus Rayleigh- als auch aus Thomsonstreuung $I_{Scat,total,Plasma} = I_{Rayleigh} + I_{Thomson}$.

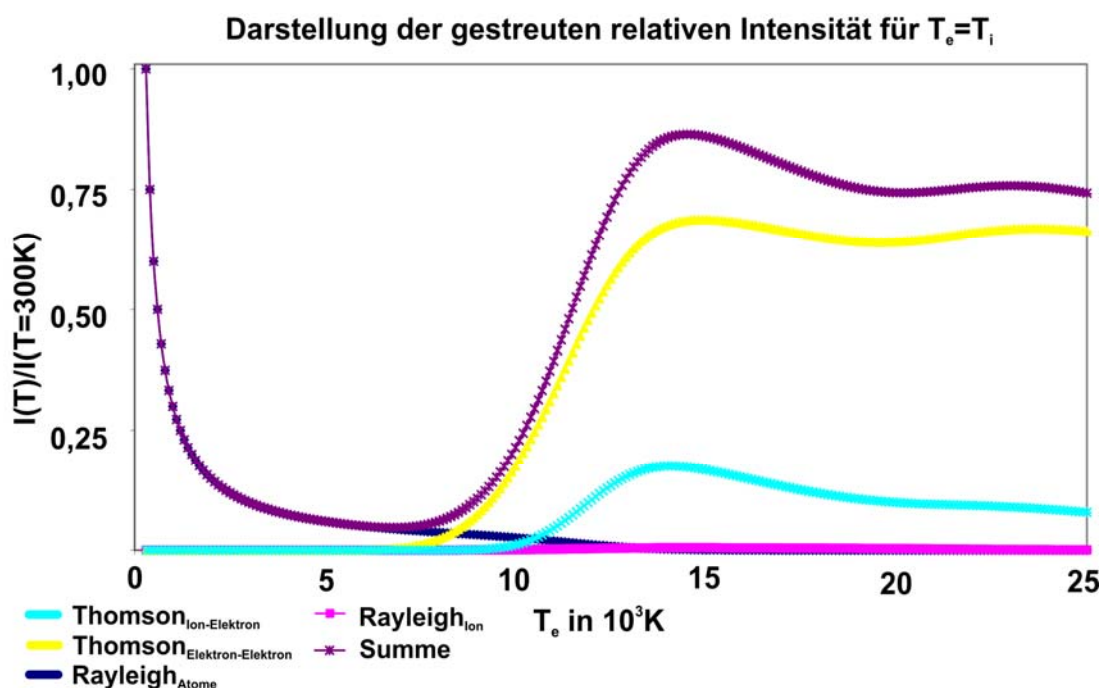


Abbildung 2.4 Einfluss der Elektronentemperatur auf die am Detektor registrierte Intensität des Thomson- und Rayleighgestreuten Laserlichtes an Argon bezogen auf die Intensität bei Raumtemperatur

In Abbildung 2.4 ist die gestreute Intensität als Funktion der Elektronentemperatur bezogen auf die gestreute Intensität bei $T=300K$ dargestellt (2.23), wobei das Verhältnis von Elektronen- zu Schwerteilchentemperatur 1 beträgt.

$$\frac{I_{Scat,total,Plasma}}{I_{Scat,total,T=300K}} = \underbrace{\frac{(n_{Ar} + 0.5n_{Ar^+})}{n_{Ar,T=300}}}_{Rayleigh} + \underbrace{\frac{(S_e(k) + S_i(k))n_e\sigma_{Scat,totalTho}}{n_{Ar,T=300}\sigma_{Scat,total,Ray}}}_{Thomson} \quad (2.23)$$

Das Verhältnis ist abhängig von den Teilchendichten der Argonatome n_{Ar} , der Argonionen n_{Ar^+} und der freien Elektronen n_e . Für Elektronentemperaturen unterhalb von $\sim 15000\text{K}$ kann der Beitrag der zweiten Ionisationsstufe vernachlässigt werden. Der Faktor 0.5 vor der Teilchendichte der Argonionen repräsentiert den verringerten Streuquerschnitt [28]. Zur Bestimmung der verschiedenen Teilchendichten stehen drei Gleichungen zur Verfügung:

1. Die Gleichung $p = nk_B T = [n_e T_e + (n_{Ar} + n_{Ar^+}) T_i] k_B$ für ein ideales Gas,
2. die Saha- Gleichung $K_{Saha} = \frac{n_e n_{Ar^+}}{n_{Ar}}$ und
3. die Quasineutralität $n_e = n_{Ar^+}$.

Die Bestimmung des Sahafaktors K_{Saha} erfolgt unter der Annahme, dass Ionisation und Rekombination im Gleichgewicht sind, dies ist direkt am Ausgang eines Plasmagenerators gegeben, da die Energiezufuhr nur innerhalb der Bogenzone und die Wechselwirkung mit der umgebenden Atmosphäre nach dem Ausgang stattfindet. Aus der Heisenbergschen Unschärferelation $\Delta x \Delta p \geq h_p$, wobei h_p das Plancksche Wirkungsquantum bezeichnet, der Annahme, dass die Elektronen aufgrund ihrer Temperatur T_e nur eine kinetische Energie $E_{kin} = k_B T_e = \frac{1}{2} m_e c_e^2$ besitzen und unter Berücksichtigung des Elektronenspins kann für die freie Elektronendichte (2.24) als Funktion der Temperatur gefunden werden.

$$n_e = 2 \left(\frac{2\pi m_e k_B T_e}{h_p^2} \right)^{3/2} \quad (2.24)$$

Das Verhältnis der Anzahldichten der Argonionen bezogen auf die Argonatome setzt sich aus dem Verhältnis der Summe der temperaturgewichteten Entartungen des Ionisations- g_{Ar^+} und des Grundzustandes g_{Ar} und der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Ionisation (Boltzmannfaktor) zusammen:

$$\frac{n_{Ar^+}}{n_{Ar}} = \frac{g_{Ar^+}}{g_{Ar}} \underbrace{\exp\left(-\frac{E_{ion}}{k_B T_e}\right)}_{\text{Boltzmann}} \quad (2.25)$$

Aufgrund der Beschränkung der Temperatur kann die Zustandssumme $Z_\Sigma = \sum_{s=1}^n g_s \exp\left(-\frac{E_s}{k_B T}\right)$, welche alle möglichen Energiezustände der Atome bzw. Ionen beschreibt, durch den Entartungsgrad der jeweiligen Grundzustände angenähert werden und der Sahafaktor ergibt sich zu [83]:

$$K_{Saha}(T) = n_e \frac{n_{Ar^+}}{n_{Ar}} = 2 \frac{g_{Ar^+}}{g_{Ar}} \left(\frac{2\pi m_e k_B T_e}{h_P^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_{ion}}{k_B T_e}\right). \quad (2.26)$$

Aus den drei oben bereits genannten Gleichungen kann nach kurzer Umformung und unter Vernachlässigung der zweite Ionisationsstufe für $T_e < 15000K$ (2.27) geschrieben werden.

$$n_e = -\frac{1+\theta}{2} K_{Saha} + \sqrt{\left(\frac{1+\theta}{2} K_{Saha}\right)^2 + \frac{p}{k_B T_e} \theta K_{Saha}} = n_{Ar^+} \quad (2.27)$$

$$n_{Ar} = \frac{p}{k_B T_e} \theta - n_e (1+\theta)$$

Eine genauere Betrachtung der Zusammenhänge erfolgt im Anhang 8.4 und in [84; 85]. Der bereits in (2.7) diskutierte differentielle Rayleighstreuquerschnitt enthält die natürliche Kreisfrequenz ω_0 , welche die Kreisfrequenz einer Oszillation eines gebundenen Elektrons zwischen dem Grundzustand und einem erlaubten angeregten Zustand beschreibt. Diese Kreisfrequenz ist meist deutlich größer als die Kreisfrequenz der einfallenden Welle ($\omega_0 \gg \omega_{in}$). Der differentielle Wirkungsquerschnitt der Rayleighstreuung kann aus diesem Grund durch folgende Beziehung angenähert werden:

$$\left. \frac{d\sigma_{Scat}}{d\Omega} \right|_{Rayleigh} = \underbrace{\left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c_0^2} \right)^2 \sin^2(\varphi)}_{\left. \frac{d\sigma_{Scat}}{d\Omega} \right|_{Thomson}} \left(\frac{\omega_{in}^2}{\omega_{in}^2 - \omega_0^2} \right)^2 \approx \left. \frac{d\sigma_{Scat}}{d\Omega} \right|_{Thomson} \left(\frac{\omega_{in}}{\omega_0} \right)^4. \quad (2.28)$$

Für die in diesem Experiment verwendete Wellenlänge $\lambda_{in} = \frac{2\pi c_0}{\omega_{in}} = 532nm$, und atomares Argon ist diese Näherung gut erfüllt, da die Wellenlänge einer Energie von 2.3eV entspricht und die Energiedifferenz zwischen Grundzustand und erstem angeregten Zustand 11.8eV beträgt [86]. Daraus ergibt sich für (2.28):

$$\frac{\left. \frac{d\sigma_{Scat}}{d\Omega} \right|_{Rayleigh}}{\left. \frac{d\sigma_{Scat}}{d\Omega} \right|_{Thomson}} \approx \left(\frac{\omega_{in}}{\omega_0} \right)^4 = 1.5 \cdot 10^{-3}. \quad (2.29)$$

Unter Berücksichtigung der Allen-Gleichung [87], welche den Brechungsindex aufgrund der gebundenen Elektronen im nicht ionisierten Argon herleitet, ergibt sich:

$$\left. \frac{d\sigma_{Scat}}{d\Omega} \right|_{Rayleigh} \approx \frac{1}{\lambda_{in}^4} \xi, \quad (2.30)$$

wobei $\xi = 4\pi^2 (1.039 \cdot 10^{-29})^2 m^6 / srad$ beträgt. Daraus lässt sich das Verhältnis der differentiellen Streuquerschnitte mit

$$\frac{\left. \frac{d\sigma_{Scat}}{d\Omega} \right|_{Rayleigh}}{\left. \frac{d\sigma_{Scat}}{d\Omega} \right|_{Thomson}} \approx \frac{5.41 \cdot 10^8}{(\lambda_{in} [nm])^4} = 6.75 \cdot 10^{-3}, \quad \lambda_{in} = 532nm, \quad (2.31)$$

angeben. In Tabelle 2-2 sind differentielle Rayleighstreuquerschnitte für verschiedene Gasspezies angegeben.

| Gasspezies | $\left. \frac{d\sigma_{Scat}}{d\Omega} \right _{Rayleigh} / 10^{-32} m^2 / srad$ |
|--|--|
| Ar | 5.24 ^{a)} |
| | 5.32 ^{b)} |
| | 5.44 ^{c)} |
| N ₂ | 6.13 ^{c)} |
| O ₂ | 5.04 ^{c)} |
| Luft | 5.89 ^{d)} |
| a) Streuquerschnitt gemäß [28] b) Berechneter Streuquerschnitt gemäß (2.30) c) Streuquerschnitt gemäß [20] d) berechneter Streuquerschnitt aus den Volumen Bestandteilen der Luft | |

Tabelle 2-2 Darstellung des differentiellen Rayleighstreuquerschnittes für Argon, Stickstoff, Sauerstoff und Luft

Für Argon wurden in der Literatur [20; 28] unterschiedliche Werte gefunden, welche beide von dem oben berechneten Wert abweichen. Der berechnete Wert entspricht in etwa dem Mittel der beiden Literaturwerte und wird daher in der weiteren Betrachtung verwendet. Der Streuquerschnitt für Luft wurde aufgrund der Volumenbestandteile aus den Streuquerschnitten von Stickstoff, Sauerstoff und Argon berechnet.

Wie bereits erwähnt, setzt sich die gesamte gestreute Intensität (lila) aus einem Rayleighanteil der gebundenen Elektronen in den Atomen (dunkelblau) und den Ionen (rosa) und dem Thomsonanteil der freien Elektronen zusammen, vgl. Abbildung 2.4.

Aufgrund der bereits kurz diskutierten Wechselwirkung der Elektronen mit den sie umgebenden freien Ladungsträgern besteht der Thomsonanteil aus einem Elektronen-Elektronen-Wechselwirkungsanteil (gelb) und einem Elektronen-Ionen-Wechselwirkungsanteil (hellblau). Der Anteil der Rayleighstreuung an gebundenen Elektronen in Atomen dominiert die gesamte Intensität für niedrige Elektronentemperaturen bis etwa 7500K, da in diesem Bereich kaum freie Elektronen vorhanden sind. Der Einfluss des Elektron-Elektron-Wechselwirkungsanteils beginnt merklich zur Gesamtinten-

sität ab dieser Temperatur beizutragen und dominiert ab circa 10000K die gestreute Intensität. Der Elektronen-Ionen-Wechselwirkungsanteil trägt erst ab einer Elektronentemperatur von mehr als 10000K merklich zur gesamten gestreuten Intensität bei, wobei der Rayleigh Anteil aufgrund des wesentlich kleineren Streuquerschnittes ab dieser Temperatur zu vernachlässigen ist. Die in dieser Arbeit untersuchten Rekombinationsplasmastrahlen besitzen eine Elektronentemperatur in diesem Bereich.

2.2.4 Die Betrachtung eines Volumenelementes innerhalb einer Gasströmung

Die Geschwindigkeit des im vorhergehenden Abschnitt betrachteten Volumenelementes dV wird im Folgenden als Überlagerung der bereits diskutierten thermischen Bewegung der Elektronen und einer viel langsameren Driftgeschwindigkeit aufgefasst Abbildung 2.5.

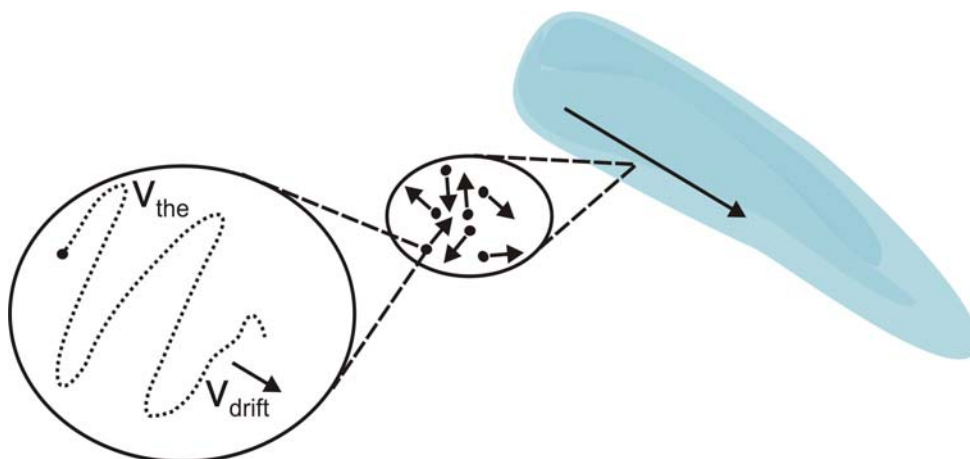


Abbildung 2.5 Darstellung der Geschwindigkeit innerhalb eines Volumenelementes einer Gasströmung als Summe von Driftgeschwindigkeit und thermischer Geschwindigkeit

Im Mittel ist die sehr schnelle thermische Bewegung aller Streuzentren in einem kleinen Volumen null, dennoch kann der Einfluss auf das gestreute Licht nicht vernachlässigt werden, vgl. 2.2.3. Zur Vereinfachung soll im Folgenden angenommen werden, dass alle Streuzentren in einem räumlich sehr kleinen Volumen dieselbe Driftgeschwindigkeit in Ausbreitungsrichtung des Gasstrahls besitzen.

In Abbildung 2.6 wird der geometrische Zusammenhang des beschriebenen Experimentes dargestellt. Eine durch den Pointingvektor \vec{S}_{1st} dargestellte EMW trifft auf ein Elektron mit einer Geschwindigkeit \vec{v}_{Drift} , deren Einheitsvektoren einen Winkel $\vartheta = 90^\circ - \phi$ einschließen. Wie bereits oben diskutiert ergibt sich für die Kreisfrequenz der gestreuten EMW:

$$\omega_{s,1st} = \omega_{in} \frac{1 - \frac{v_{Drift}}{c_0} \cos(\vartheta)}{1 - \frac{v_{Drift}}{c_0} \cos(\phi)}, \quad (2.32)$$

wobei der Winkel $\varphi = 90^\circ$ beträgt. Eine zweite EMW, durch ihren Pointingvektor \vec{S}_{2nd} dargestellt, ist der ersten EMW entgegengesetzt gerichtet und trifft ebenfalls auf das Elektron, auch in diesem Fall kommt es zu einer Streuung. Für diese EMW lässt sich analog die gestreute Kreisfrequenz angeben (2.33).

$$\omega_{s,2nd} = \omega_{in} \frac{1 + \frac{v_{Drift}}{c_0} \cos(\vartheta)}{1 - \frac{v_{Drift}}{c_0} \cos(\varphi)} \quad (2.33)$$

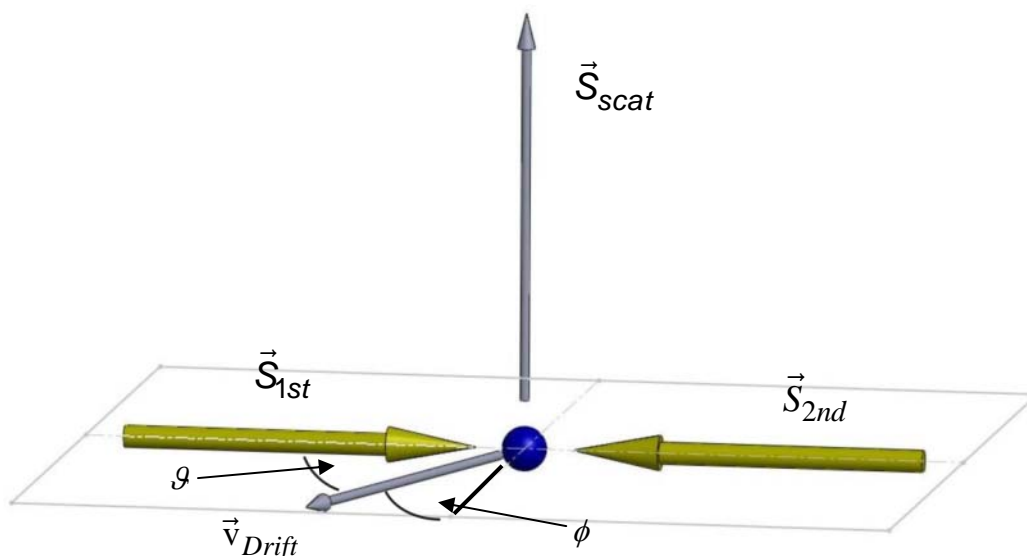


Abbildung 2.6 Darstellung der Streugeometrie des Experimentes, zwei um 180° versetzt einfallende EMWs treffen auf ein Elektron

Die relative Differenz der Kreisfrequenzen kann durch $\frac{\Delta\omega}{\omega_{in}} = \frac{\omega_{s,1st} - \omega_{s,2nd}}{\omega_{in}}$ beschrieben werden. Unter der bereits getroffenen Annahme, dass die Geschwindigkeit des Elektrons nicht relativistisch ist, beschreibt (2.34) die Verhältnisse ausreichend genau.

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_{in}} \simeq -2 \frac{v_{Drift}}{c_0} \cos(\vartheta) \quad (2.34)$$

Die Kreisfrequenz ist mit der Wellenlänge gemäß $\omega_{in} = 2\pi \frac{c_0}{\lambda_{in}}$ gekoppelt, daraus ergibt sich für $\Delta\omega$ in Abhängigkeit von der Änderung der Wellenlänge $\Delta\lambda$ der Zusammenhang $\Delta\omega = -2\pi \frac{c_0}{\lambda_{in}^2} \cos(\vartheta) \Delta\lambda$. Die induzierte Verschiebung der Wellenlänge

aufgrund der Bewegung des Elektrons relativ zu den einfallenden EMWs kann daraus durch $\Delta\lambda = 2\lambda_0 \frac{v_{Drift}}{c_0} \cos(\vartheta)$ angegeben werden.

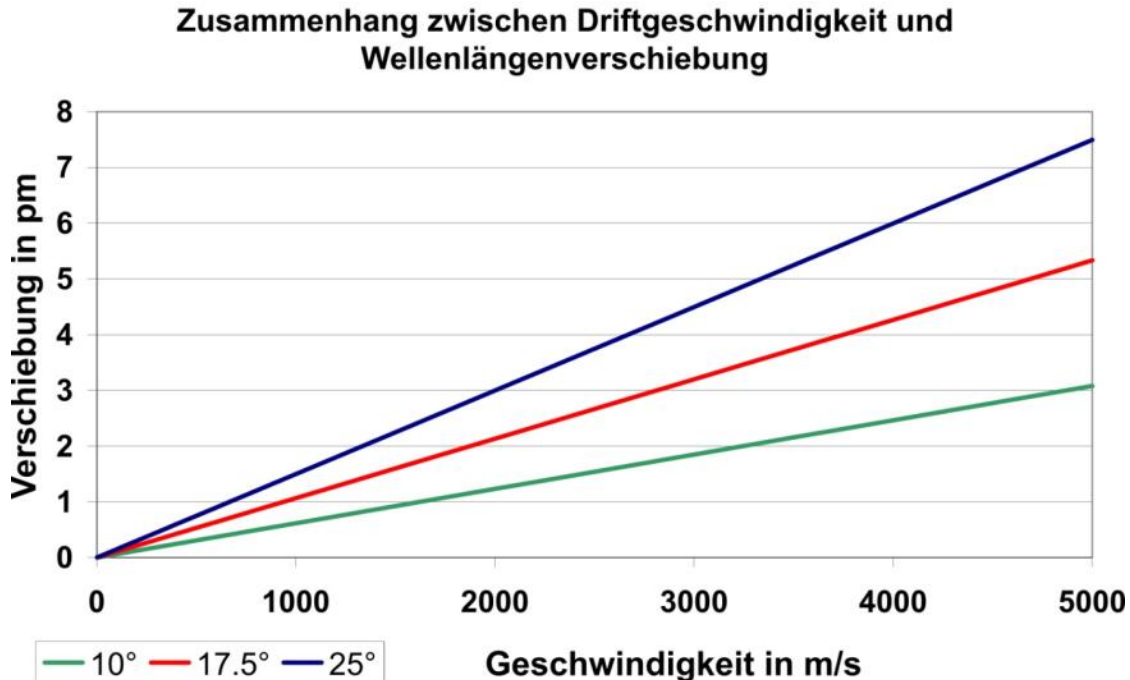


Abbildung 2.7 Darstellung des Einflusses der Geschwindigkeit auf die Änderung der Wellenlänge zwischen hin- und rücklaufender EMW für drei Winkel $\phi = 90^\circ - \vartheta$ 10°(grün), 17.5°(rot) und 25°(blau)

Der Zusammenhang zwischen der Driftgeschwindigkeit und der Wellenlängenverschiebung wird in Abbildung 2.7 für drei unterschiedliche Streuwinkel $\phi = 90^\circ - \vartheta$ dargestellt. Daher kann nach Detektion dieser Verschiebung bei bekannter Streugeometrie die Driftgeschwindigkeit bestimmt werden.

2.3 Interferometrische Spektralfilterung

Die Bestimmung der Verschiebung erfolgt durch die spektrale Untersuchung der gestreuten EMW, hierzu können hochauflösende optische Interferenzfilter verwendet werden. In vielen bisherigen Arbeiten fanden klassische Fabry-Perot Interferometer (FPI) Verwendung [21; 26; 28]. Die ausschließliche Bestimmung der Wellenlängenänderung des gestreuten Lichtes erlaubt den Einsatz eines Fizeau Interferometers (FI), welches wesentlich unempfindlicher gegenüber Temperatureinflüssen als das FPI ist. An Hand eines klassischen FPI soll in diesem Abschnitt das neu verwendete FI vorgestellt und diskutiert werden. Ausgehend vom berechneten Interferenzmuster des FI wird der Einfluss der spektralen Verteilung der untersuchten gestreuten EMW auf das resultierende gesamte Interferenzmuster betrachtet.

2.3.1 Das Fabry-Perot Interferometer

Im Folgenden wird die Vielstrahlinterferenz an einem FPI aus der Interferenz zweier EMW gleicher Wellenlänge und unterschiedlicher Amplitude hergeleitet.

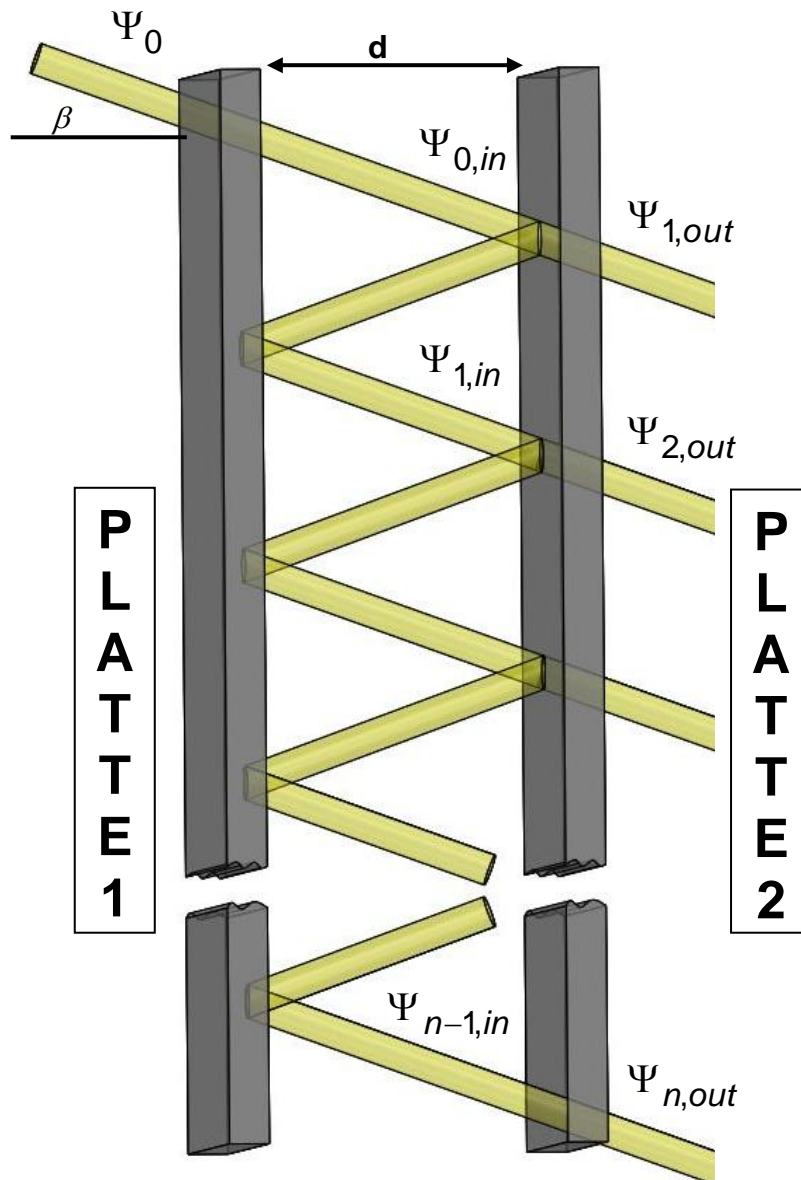


Abbildung 2.8 Darstellung der Zusammenhänge an einem idealen Fabry-Perot Interferometer

Die komplexe Amplitude $\underline{\Psi}$ einer monochromatischen linear polarisierten EMW wird durch $\underline{\Psi} = E \exp(-j\gamma)$ beschrieben, wobei γ die Phase dieser Welle bezeichnet. Zur Registrierung des gestreuten Lichtes finden photoelektrische Detektoren Verwendung, welche die Intensität $I \sim \underline{\Psi} \underline{\Psi}^*$ erfassen. Für die gesamt Intensität zweier linear polarisierte EMWs $\underline{\Psi}_1$ und $\underline{\Psi}_2$ ergibt sich $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} (\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2) \cos(\gamma_1 - \gamma_2)$. Aus die-

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

sem Zusammenhang lassen sich unter Voraussetzung der Parallelität der beiden Einheitsvektoren (\vec{n}_1, \vec{n}_2) der Polarisationsrichtungen und bei gleicher Phase zwei Extremwerte finden, das Maximum $I_{\max} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2$ und das Minimum [88].

Zur Beschreibung der Mehrstrahlinterferenz soll die Anordnung in Abbildung 2.8 benutzt werden. Zwei planparallele und unendlich dünne Platten mit identischen Reflexions- R und Transmissionskoeffizienten T für die Intensität einer EMW werden im Abstand d zueinander angeordnet. Das Medium zwischen den beiden optischen Platten besitzt den Brechungsindex n . Für die Betrachtung der Amplitude einer solchen EMW werden der Reflexionskoeffizienten $r_1^2 = r_2^2 = R$ und die Transmissionskoeffizienten $t_1 t_2 = T = 1 - R$ benutzt.

Eine monochromatische linear polarisierte Welle trifft unter einem Winkel β auf die erste Platte, wenn Absorptionseffekte in den Platten vernachlässigt werden ($A = 0$), dann ist die Summe der Amplituden der reflektierten $\underline{\Psi}_{0,ref} = r_1 \underline{\Psi}_0$ und der transmittierten $\underline{\Psi}_{0,in} = t_1 \underline{\Psi}_0$ Welle gleich der Amplitude $\underline{\Psi}_0$ der einfallenden Welle [88]. Der transmittierte Anteil $\underline{\Psi}_{0,in}$ trifft auf die zweite Platte, an dieser finden ebenfalls Transmission- und Reflexionsvorgänge statt. Für den die Anordnung verlassenden transmittierten Teil ergibt sich $\underline{\Psi}_{1,out} = t_1 t_2 \underline{\Psi}_0 = T \underline{\Psi}_0 = (1 - R) \underline{\Psi}_0$. Der zweimal reflektierte und dann transmittierte Anteil wird durch $\underline{\Psi}_{2,out} = r_2 r_1 T \underline{\Psi}_0 \exp(j\delta) = RT \underline{\Psi}_0 \exp(j\delta)$ beschrieben. Die Phasendifferenz δ zwischen diesen beiden benachbarten transmittierten Wellenzügen kann mit $\delta = \frac{2\pi}{\lambda_{in}} 2n \frac{d}{\cos(\beta)}$ angegeben werden.

Für einen $m = n' + 1$ mal reflektierten und dann transmittierten Anteil ergibt sich daraus $\underline{\Psi}_{m,out} = R^{n'} T \underline{\Psi}_0 \exp(jn' \delta)$. Die Zusammenfassung aller transmittierten Wellen an einem Punkt P mittels einer in der Abbildung nicht eingezeichneten Linse kann durch eine geometrische Reihe ausgedrückt werden (2.35).

$$\begin{aligned}
 \underline{\Psi}_{sum} &= \underline{\Psi}_{1,out} + \underline{\Psi}_{2,out} + \dots \\
 &= \sum_{n'=0}^{\infty} R^{n'} T \underline{\Psi}_0 \exp(jn' \delta) \\
 &= \underline{\Psi}_0 T \frac{1}{1 - R \exp(j\delta)}
 \end{aligned} \tag{2.35}$$

Wird der Einfallswinkel zu Null gesetzt und als Medium zwischen den Platten Luft ($n \simeq 1$) angenommen, dann kann die transmittierte Intensität mit (2.36) angegeben werden.

$$I = |\underline{\Psi}_{sum}|^2 = I_0 \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2\left(2\pi \frac{d}{\lambda}\right)} \quad (2.36)$$

AIRY

Das AIRY-Profil in dieser Gleichung beschreibt die Filtereigenschaften eines FPIs [50; 88; 89; 90; 91]. Die Funktion ist periodisch, wobei für die jeweiligen Maxima der Zusammenhang $2\frac{d}{\lambda} = k$, k eine ganze Zahl, gilt. Der Abstand zweier benachbarter Maxima wird als spektraler Eindeutigkeitsbereich (engl. Free Spectral Range FSR) bezeichnet. Für diesen FSR gilt:

$$\left|2\frac{d}{\lambda^2} \Delta\lambda\right| = \Delta k = 1 \Rightarrow FSR = |\Delta\lambda| = \frac{\lambda^2}{2d}. \quad (2.37)$$

Zur Bestimmung der Driftgeschwindigkeit sollen wie bereits erwähnt zwei gestreute EMW spektral ausgewertet werden, aus diesem Grund ist eine Betrachtung des Auflösungsvermögens eines Fabry-Perot Interferometers erforderlich. In Anlehnung an das Rayleighkriterium wird das Auflösungsvermögen eines idealen FPI durch die Breite bei halber Maximalintensität der resultierenden Interferenzfigur bestimmt. Die volle Halb-

wertsbreite des AIRY-Profiles ergibt sich zu $\phi_{1/2} = 4 \arcsin\left(\sqrt{\frac{(1-R)^2}{4R}}\right)$ [50; 89; 91].

Für verschiedene Abstände der optischen Platten d zueinander sind die resultierenden FSRs und Halbwertsbreiten in Tabelle 2-3 als minimal auflösbarer Wellenlängenabstand zweier spektral untersuchter EMWs gleicher Intensität dargestellt.

| Abstand d in mm | FSR in pm | $\Delta\lambda$ in pm (R=0.7) | $\Delta\lambda$ in pm (R=0.8) | $\Delta\lambda$ in pm (R=0.9) | $\Delta\lambda$ in pm (R=0.95) |
|-------------------|-----------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 1,97 | 71,83 | 8,24 | 5,13 | 2,41 | 1,18 |
| 5,00 | 28,30 | 3,25 | 2,02 | 0,95 | 0,46 |
| 6,40 | 21,11 | 2,42 | 1,50 | 0,71 | 0,35 |
| 10,00 | 14,15 | 1,62 | 1,01 | 0,48 | 0,23 |
| 15,00 | 9,43 | 1,08 | 0,68 | 0,32 | 0,15 |

Tabelle 2-3 Darstellung des FSR und der minimalen Halbwertsbreite in pm als Funktion des Plattenabstandes d für ein ideales FPI mit Reflexionskoeffizienten von R=0.7, 0.8, 0.9 und 0.95 und einer verwendeten Wellenlänge von $\lambda_{in} = 532nm$

Die im Experiment verwendeten Platten besitzen einen Reflexionsfaktor von $R \sim 0.8$, daraus ergibt sich für einen Abstand $d = 6.4mm$ ein $\Delta\lambda = 1.5\mu m$.

Die zu erwartende Differenz der Wellenlänge der beiden gestreuten EMWs für eine Geschwindigkeit von $v = 500 \frac{m}{s}$ und einem Winkel von $90^\circ - \vartheta = 25^\circ$ zwischen den einfallenden Laserstrahlen einerseits und der Strömungsrichtung der Gasströmung andererseits liegt bei $\Delta\lambda = 0.75\mu m$ (vgl. Abbildung 2.7) und damit unterhalb dieses Auflös-

sungsvermögens. Diesem Aspekt wurde beim Aufbau des Experimentes Rechnung getragen, indem die beiden gestreuten EMWs zeitlich getrennt betrachtet werden. Die am Detektor registrierte Intensität ist aufgrund des geringen Wirkungsquerschnittes des betrachteten Streuvorganges sehr klein. Eine Erhöhung des Reflexionskoeffizienten als Möglichkeit zur Verringerung der Halbwertsbreite führt zu einer Verringerung der gesamten Intensität am Detektor und ist deswegen nicht empfehlenswert. Eine andere Möglichkeit zur Untersuchung der spektralen Verteilung des gestreuten Spektrums liegt in der Variation des optischen Weges zwischen beiden Platten, dies kann durch Änderung des Abstandes d oder des Brechungsindex n erfolgen. Die Änderung der optischen Eigenschaften ist notwendig, wenn der Verlauf des gesamten Spektrums bestimmt werden soll, dies ist sehr zeitaufwendig und stellt wesentlich höhere Anforderungen an die Langzeitstabilität der optischen Aufbauten [50; 91; 92; 93; 94]. In diesem Experiment soll nur die Driftgeschwindigkeit der untersuchten Gasströmung bestimmt werden, deswegen muss der Verlauf des gestreuten Spektrums nicht ermittelt werden.

2.3.2 Das Fizeau-Interferometer

Aus diesem Grund wurde im vorliegenden Fall ein anders leicht modifiziertes Interferometer benutzt. Die Verkipfung der hinteren zweiten optischen Platte um einen kleinen Winkel aus der Parallellage führt zu einem Keil- oder auch Fizeau-Interferometer [94; 95]. Die resultierende Interferenzfigur weist verglichen mit einem klassischen AIRY-Profil ein unsymmetrisches Verhalten auf, ist aber aufgrund der wesentlich geringeren Anforderungen an die Parallelität der Platten als Interferometer zur spektralen Untersuchung der gestreuten EMWs verwendbar [95; 96; 97; 98; 99; 100]. Im Folgenden wird die Intensitätsverteilung eines solchen Filters hergeleitet und diskutiert. Der prinzipielle Aufbau eines Fizeau-Interferometers ist in Abbildung 2.9 dargestellt.

Die spektral zu untersuchende EMW trifft unter einem Winkel β von unten auf die erste optische Platte A, im Weiteren wird nur der transmittierte Teil der Welle betrachtet. Dieser Teil des einfallenden Wellenzuges trifft, da Effekte an der Grenzschicht zu vernachlässigen sind, am Punkt O_0 unter dem Winkel $\alpha + \beta$ auf die um den Winkel α verkippte zweite, obere Platte B. Auch an dieser Platte treten sowohl Reflexion als auch Transmission auf. Der transmittierte Teil der EMW trifft unter dem Winkel β am Punkt P_1 auf die Beobachtungsebene C, für die komplexe Amplitude ergibt sich analog zu einem klassischen FPI $\Psi_{1,out} = t_1 t_2 \Psi_0 \exp(j\nu_0)$, wobei ν_0 die Änderung der Phase aufgrund des zurückgelegten Weges zwischen A und C und t_1, t_2 die winkelabhängigen Transmissionskoeffizienten der Amplituden der beiden optischen Platten beschreiben. Im Experiment sind der Einfallswinkel $\beta \approx 0$ und der Verkipfungswinkel der hinteren Platte α sehr klein, so dass sowohl die Transmissions- (t_1 und t_2) als auch die Reflexionskoeffizienten (r_1 und r_2) der Amplituden der beiden Platten als konstant angesehen werden können. Der im Punkt O_0 reflektierte Wellenzug trifft unter dem Winkel $2\alpha + \beta$ auf die vordere erste Platte. Da die Beobachtungsebene oberhalb des Interferometers liegt, wird der nun an der ersten Platte transmittierte Teil nicht weiter betrachtet.

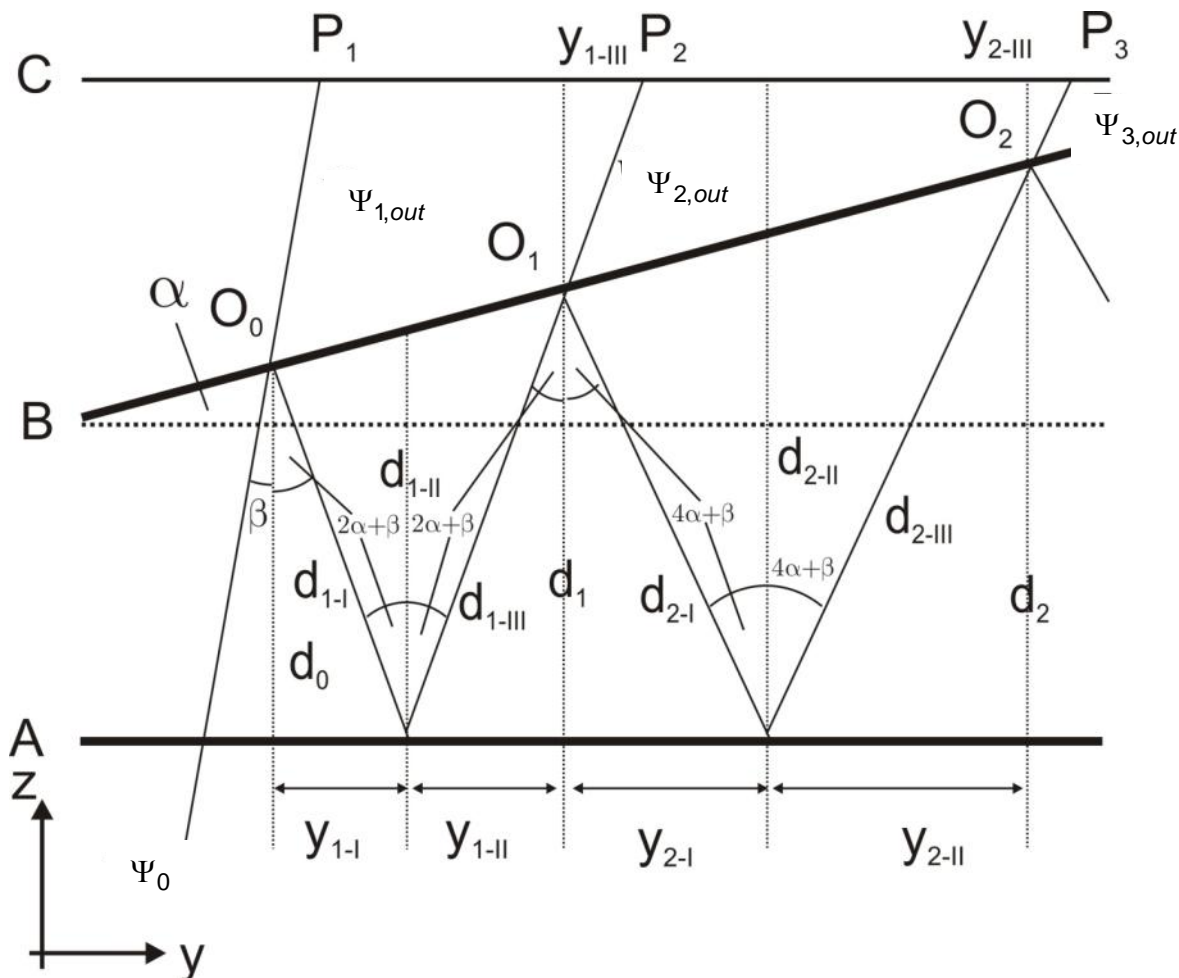


Abbildung 2.9 Darstellung des Zusammenhanges der drei ersten transmittierten Anteile eines einfallenden Wellenzuges an einem Fizeau-Interferometer

Der erneut reflektierte Teil des Wellenzuges trifft unter dem Winkel $3\alpha + \beta$ wiederum auf die zweite Platte. An der Stelle P_2 werden die Amplituden des zweimal reflektierten und dann transmittierten Wellenzuges $\Psi_{2,out} = TR\Psi_0 \exp(j\nu_1)$ mit einem direkt transmittierten Wellenzug phasenrichtig² addiert, wobei der Einfallswinkel gemäß Abbildung 2.9 $2\alpha + \beta$ beträgt. Für den erneut reflektierten Teil des Wellenzuges ergibt sich eine analoge Betrachtung. Für einen Punkt P_n müssen die Amplituden aller n vorherigen Wellenzüge betrachtet werden. Die resultierende Amplitude lässt sich durch (2.38) ausdrücken.

$$\Psi_{ges} = T\Psi_0 \left[\exp(j\nu_0) + R \exp(j\nu_1) + R^2 \exp(j\nu_2) + \dots \right] \tag{2.38}$$

$$\Psi_{ges} = T\Psi_0 \sum_{i=0}^n R^i \exp(j\nu_n)$$

² Der Begriff phasenrichtige Addition beschreibt die Summenbildung der sich an einem Punkt überlagernden komplexen Amplituden.

Diese Summe besitzt keine analytische Lösung, da die Phase ν_n des n-ten Wellenzuges

vom gesamten zurückgelegten Weg $d_{in,ges} = \sum_{i=1}^n (d_{i-I} + d_{i-III}) + d_0 \cos(\beta)$ innerhalb

des Interferometers sowie vom Weg $d_{n,out} = \frac{\overline{AC} - d_n}{\cos(2n\alpha + \beta)}$ zwischen dem Punkt

O_{n-1} an welchem der Wellenzug das Interferometer verlässt und dem Ort der Beobachtung P_n abhängt. Der Abstand $d_0 = d_{0,min} + y \tan(\alpha)$ ist eine Funktion des Ortes an welchem die betrachtete Wellenfront in das Interferometer eintritt. Die numerische Berechnung des Interferenzmusters soll eine maximale Abweichung der relativen Intensität ΔI liefern. In der gängigen Literatur [96; 97] wird die Anzahl der zu betrachtenden N Wellenfronten wie folgt abgeschätzt:

$$\Delta I \approx R^{2n}, \quad (2.39)$$

da die N-te Wellenfront $2N$ Reflexionen erfährt. Tabelle 2-4 zeigt für verschiedene Genauigkeitsanforderungen die Anzahl der zu betrachtenden Wellenfronten bei verschiedenen Reflexionsfaktoren. Für die im Experiment verwendeten optischen Platten wurde die Anzahl der zu betrachtenden Wellenzüge auf $N = 20$ festgelegt, gemäß (2.39) ergibt dies einen relativen Fehler von $\Delta I = 1.38 \cdot 10^{-4}$.

| ΔI | $R = 0.7$ | $R = 0.8$ | $R = 0.9$ | $R = 0.95$ |
|------------|-----------|-----------|-----------|------------|
| 10% | 3,23 | 5,16 | 10,93 | 22,45 |
| 5% | 4,22 | 6,71 | 14,22 | 29,20 |
| 1% | 6,46 | 10,32 | 21,85 | 44,89 |
| 0,1% | 9,68 | 15,48 | 32,78 | 67,34 |

Tabelle 2-4 Darstellung der Anzahl zu betrachtender Wellenzüge in Abhängigkeit von Reflexionsfaktor und Genauigkeitsanforderung der berechneten Intensität

Die elektrischen Felder der verschiedenen betrachteten Wellenzüge besitzen aufgrund der Häufigkeit der stattfindenden Reflexionen eine Orientierung bezüglich der Beobachtungsebene, welche bei der Bestimmung der resultierenden Amplitude berücksichtigt werden muss. Für alle im Folgenden betrachteten theoretischen Interferenzmuster beträgt der Verkipfungswinkel $\alpha = 0.0065^\circ$. Die Asymmetrie des Interferenzmusters ist in Abbildung 2.10 dargestellt, im Vergleich zu einem idealen FPI, dessen Interferenzmuster einer Lorentzkurve entspricht, weist dieses Muster keinen symmetrischen Verlauf auf, vielmehr sind neben dem Hauptmaximum weitere Nebenmaxima auf der Seite höherer Ordnung zu erkennen. Bei der Nutzung eines Fizeau-Interferometers hängt das resultierende Interferenzmuster ebenfalls von der Lage der Beobachtungsebene C ab.

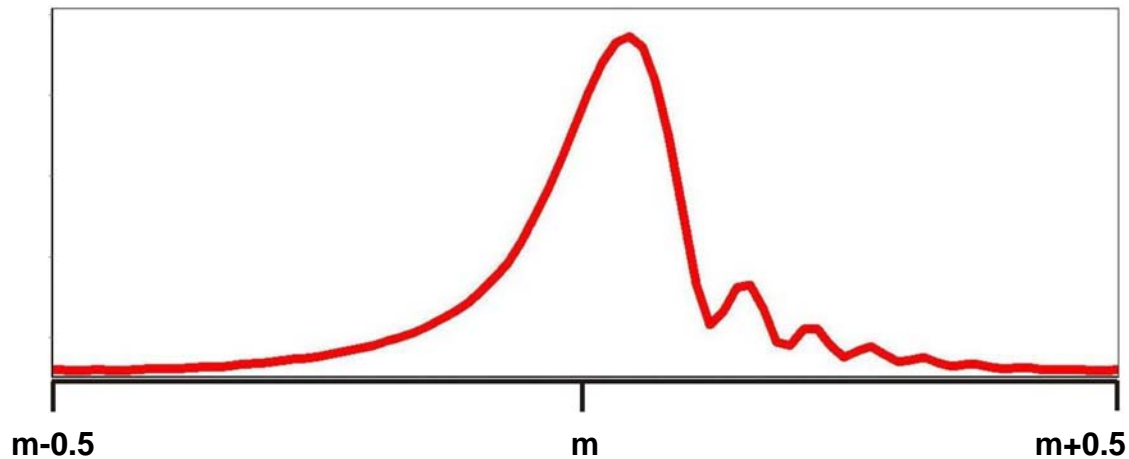


Abbildung 2.10 Darstellung des berechneten asymmetrischen Interferenzmusters der Ordnung m eines Fizeau-Interferometers für 168 Stützstellen zwischen $m - 0.5$ und $m + 0.5$

In Abbildung 2.11 sind für zwei um $2\Delta\lambda = 10^{-3} \text{ nm}$ gegeneinander verschobene EMWs die Interferenzmuster dargestellt, wobei die Grundwellenlänge $\lambda_0 = 532 \text{ nm}$ beträgt. Aus dem Abstand zweier korrespondierender Maxima und dem Abstand zweier benachbarter Maxima kann die Verschiebung der Wellenlänge ermittelt werden. Aus diesen theoretischen Betrachtungen lässt sich ableiten, dass das neu verwendete Interferometer zur spektralen Untersuchung des gestreuten Signals grundsätzlich geeignet ist. Die thermische Verbreiterung des gestreuten Spektrums hat naturgemäß einen Einfluss auf das resultierende gefilterte Signal. Unter der Annahme einer Maxwell-Boltzmann verteilten thermischen Geschwindigkeit der Streulichtzentren innerhalb des betrachteten Volumens und bei genügend großem Abstand der Streuzentren zueinander kann das resultierende Spektrum mittels einer Gaußverteilung abgeschätzt werden [20; 21]. Die Halbwertsbreite dieser Gaußglocke ergibt sich aus (2.21).

Das Spektrum des Thomsongestreuerten Lichts setzt sich wie bereits erwähnt aus einem Elektron-Elektron- Wechselwirkungsanteil und einem Elektron-Ion-Wechselwirkungsanteil zusammen. Für typische Elektronentemperaturen $T_e \sim 10000 \text{ K}$ liegt die spektrale Breite des Elektron-Elektron-Wechselwirkungsanteils im nm Bereich [24]. In Tabelle 2-4 wurde gezeigt, dass der spektrale Eindeutigkeitsbereich des verwendeten Interferometers deutlich kleiner ist, sodass dieser Anteil nicht zur Bildung des Interferenzmusters beiträgt. Für die untersuchten Rekombinationsstrahlen besteht das Streulichtspektrum sowohl aus einem Thomson- als auch Rayleighanteil. Die spektrale Breite des Elektron-Ion-Wechselwirkungsanteils liegt in der gleichen Größenordnung wie der Rayleighanteil und wird vereinfacht ebenfalls als gaußförmig angenommen.

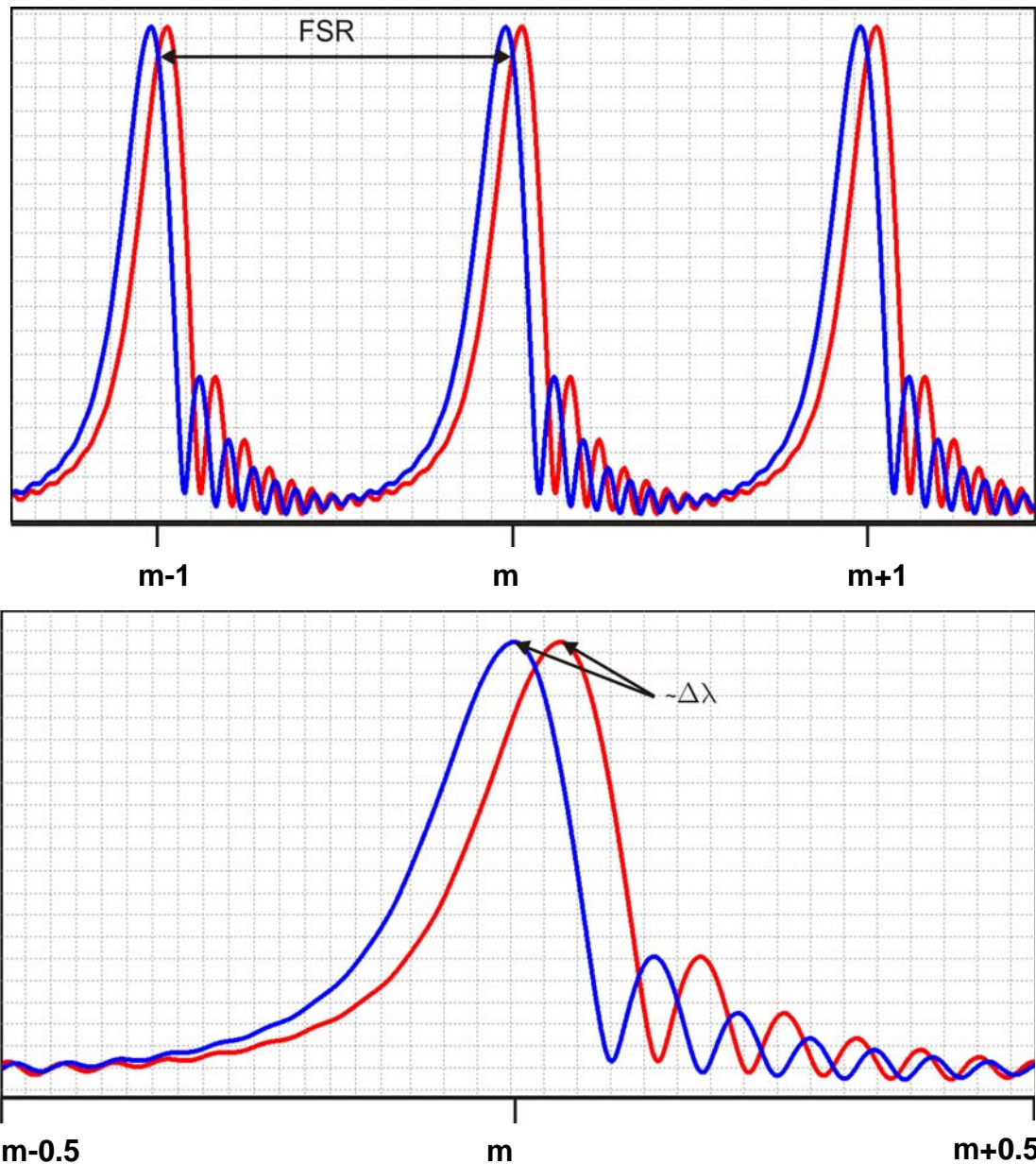


Abbildung 2.11 Gesamtübersicht (oben) und Betrachtung des m -ten Maximum für theoretisch berechnete Interferenzmuster zweier EMWs mit den Wellenlängen $\lambda_1 = \lambda_0 + \Delta\lambda$ (rot) und $\lambda_2 = \lambda_0 - \Delta\lambda$ (blau) für einem Plattenabstand $d=6.4\text{mm}$, $\lambda_0 = 532\text{nm}$, $\Delta\lambda = 0.5 \times 10^{-3}\text{nm}$, 20 phasenrichtig addierten Wellenzügen pro Punkt und einem Verkippungswinkel $\alpha = 0.0065^\circ$

Zur Berechnung des resultierenden Interferenzmusters wird diese spektrale Verteilung auf die Fläche eins normiert und in M Wellenlängenintervalle $\Delta\lambda_{therm,i}$ unterteilt, Abbildung 2.12. Für jede mittlere Wellenlänge $\Delta\lambda_{therm,i}$ wird die Verteilung der komplexen Amplitude auf der Beobachtungsebene berechnet. Aus der spektralen Verteilung wird für jede dieser komplexen Amplituden ein Gewichtungsfaktor bestimmt und die resultierende Gesamtamplitude des Interferenzmusters aus der Summe der gewichteten Teilamplituden numerisch berechnet.

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

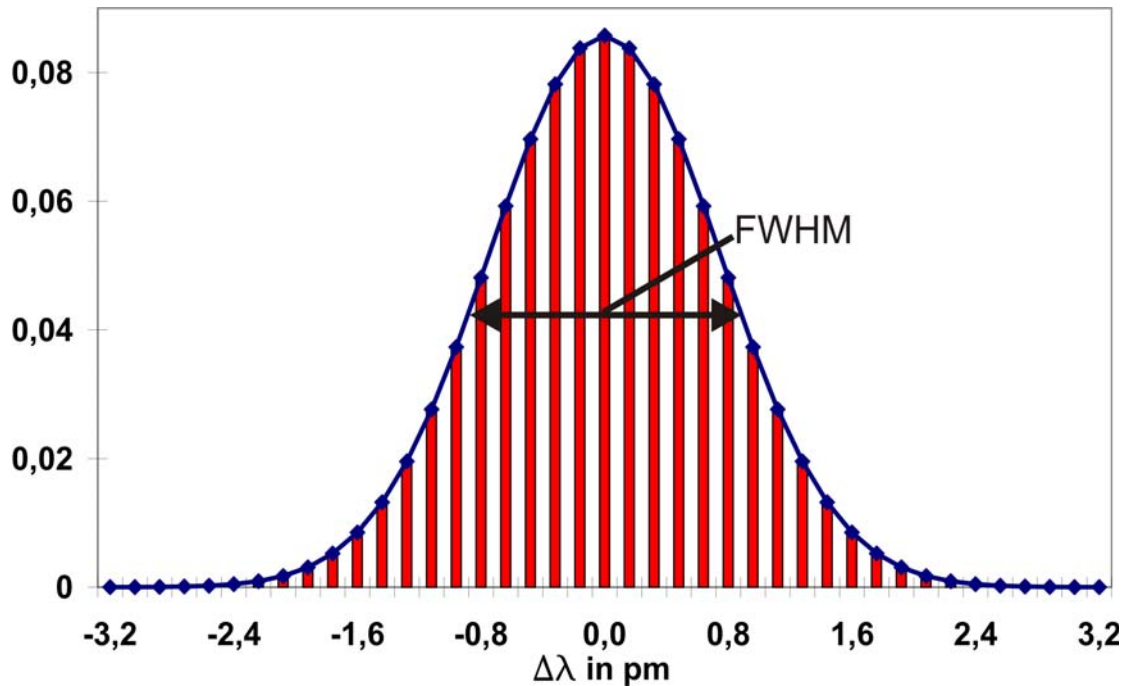


Abbildung 2.12 Darstellung der Unterteilung eines thermisch verbreiterten Gaußförmigen Spektrums in mittlere Wellenlängenintervalle $\Delta\lambda_{therm,i}$

In Abbildung 2.13 ist der Einfluss einer solchen Verbreiterung für eine Temperatur $T = 300K$ und Luft als streuendes Gas dargestellt.

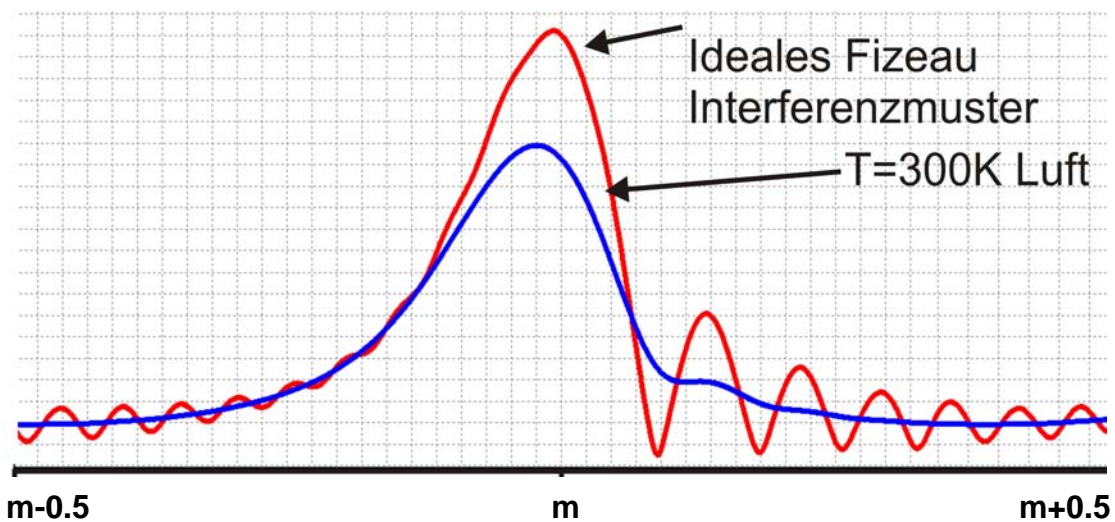


Abbildung 2.13 Gegenüberstellung eines ideal berechneten Fizeau Interferenzmusters (rot) und eines Interferenzmusters für eine Temperatur $T=300K$, einem Verkippungswinkel $\alpha = 0.0065^\circ$ und Luft als streuendes Gas in einer Entfernung von 15mm nach der zweiten optischen Platte

Das asymmetrische Interferenzmuster nimmt aufgrund des verbreiterten Spektrums einen Lorentzähnlichen³ Verlauf an, dieser Einfluss auf das untersuchte Spektrum wird für höhere Temperaturen noch deutlicher.

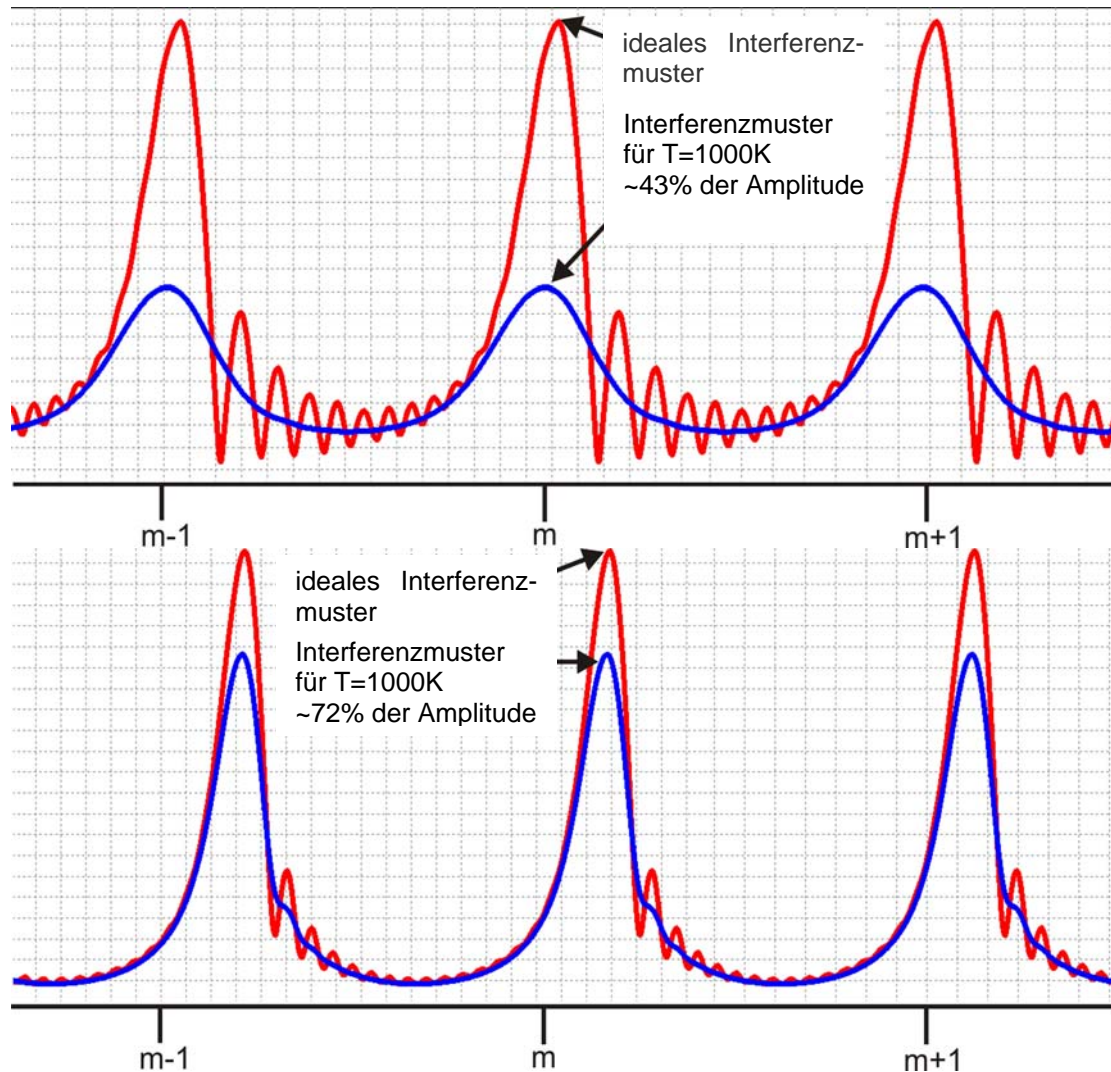


Abbildung 2.14 Darstellung des Interferenzmusters 15mm nach der hinteren optischen Platte einer gestreuten EMW mit einer Temperatur von $T=1000K$, einem Verkipfungswinkel $\alpha = 0.0065^\circ$ a) oben für einen Plattenabstand von 6.4mm und b) unten für einen Plattenabstand $d=1.97mm$

In Abbildung 2.14 sind für zwei unterschiedliche Plattenabstände die jeweiligen idealen⁴ Interferenzmuster des Fizeau-Interferometers und einer gestreuten EMW mit einer Temperatur von $T = 1000K$ dargestellt. Die obere Abbildung zeigt das Ergebnis für einen minimalen Plattenabstand von 6.4mm. Das resultierende Spektrum der gestreu-

³ Lorentzkurve gegeben durch: $f(x) = A \frac{1}{1 + \left(\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)}$

⁴ Unter einem idealen Spektrum ist ein Spektrum ohne thermische Verbreiterung zu verstehen

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen durch nichtresonante Lichtstreuung

ten EMW (blau) weist, verglichen mit dem idealen Interferenzmuster des Fizeau-Interferometers, eine starke Symmetrie auf. Allerdings beträgt der Maximalwert nur $\sim 43\%$ des eigentlichen Interferenzmusters (rot), wobei bei der Berechnung für beide Fälle die gleiche Leistungsdichte an der ersten Platte angesetzt wurde. Die untere Abbildung zeigt ebenfalls die Gegenüberstellung der Interferenzmuster, allerdings für einen minimalen Plattenabstand von $d = 1.97\text{ mm}$. Das Interferenzmuster der gestreuten EMW (blau) weist noch ein unsymmetrisches Verhalten auf, allerdings ist dieses wesentlich geringer als beim ursprünglichen idealen Interferenzmuster (rot). Der Maximalwert der Amplitude beträgt in diesem Fall $\sim 72\%$. Aufgrund der Änderung des Abstandes zwischen den beiden optischen Platten wird die gesamte Leistung in einen schmalen Bereich des Interferenzmusters abgebildet, so dass eine höhere resultierende Amplitude zu erwarten ist. Aus diesen theoretischen Überlegungen ist erkennbar, dass der Wahl des Plattenabstandes eine entscheidende Rolle bei der Untersuchung von Gasströmungen höherer Temperatur zukommt. In Folgenden Abschnitt soll der Zusammenhang zwischen den Streuvorgängen und der Spektralfilterung betrachtet und Rückschlüsse auf die Wahl des Plattenabstandes gezogen werden.

2.4 Zusammenhänge zwischen Streuprozess und Spektralfilterung

Für das beschriebene Messverfahren sind sowohl die Driftgeschwindigkeit als auch die Temperatur des untersuchten Gases signifikante Parameter. Durch eine geschickte Einstellung der Spektralfiltereigenschaften lässt sich zum Einen das Messsignal optimieren, zum Anderen das Anwendungsfenster bezüglich der Gasparameter maximieren. In diesem Abschnitt werden die Kriterien zur Einstellung des Interferenzfilters daher detailliert diskutiert.

2.4.1 Einfluss der Geschwindigkeit auf die Wahl des Plattenabstandes und des Einfallswinkels

Eine Zuordnung der Maxima gleicher Ordnung für den hin- und rücklaufenden Laserpuls ist für eine Verschiebung $\Delta\lambda \leq \frac{FSR}{4}$ eindeutig möglich. In Abbildung 2.15 ist das Verhältnis der relativen Wellenlängenverschiebung gegen den FSR für verschiedene Geschwindigkeiten und Plattenabstände und einen Einfallswinkels von 25° dargestellt. Für das verwendete Interferometer sind Abstände im Bereich bis $d = 15\text{ mm}$ möglich, für diesen Fall beträgt die maximal aufgelöste Geschwindigkeit $v_{\text{max}} \approx 1573\text{ m/s}$, so dass für eine Vermessung der Kaltgasströmung theoretisch der minimale Plattenabstand auf diesen Wert vergrößert und dadurch die Auflösung erhöht werden kann. Unter der oben getroffenen Annahme, dass die relative Verschiebung 25% des FSR nicht überschreiten darf, und bei Verwendung eines Lasers mit einer Wellenlänge von $\lambda = 532\text{ nm}$, ist erkennbar, dass für die in der Kaltgasströmung erwarteten Geschwindigkeiten von $v = 500\text{ m/s}$ der erste Arbeitspunkt (durchgezogene Linie) mit einem minimalen Plattenabstand von $d = 6.4\text{ mm}$ ausreichend ist, da die maximal messbare

Geschwindigkeit in diesem Fall $v_{\max} = 3687 \text{ m/s}$ beträgt. Die Vermessung von Gleichstrom-Plasmaquellen lässt Geschwindigkeiten in diesem Bereich erwarten [24], daraus kann abgeleitet werden, dass der Abstand der Platten zueinander verringert werden muss. Der zweite Arbeitspunkt (gestrichelte Linie) mit einem Plattenabstand von $d = 1.97 \text{ mm}$ ermöglicht, unter den oben getroffenen Annahmen, die Messung von Geschwindigkeiten bis $v_{\max} = 11981 \text{ m/s}$.

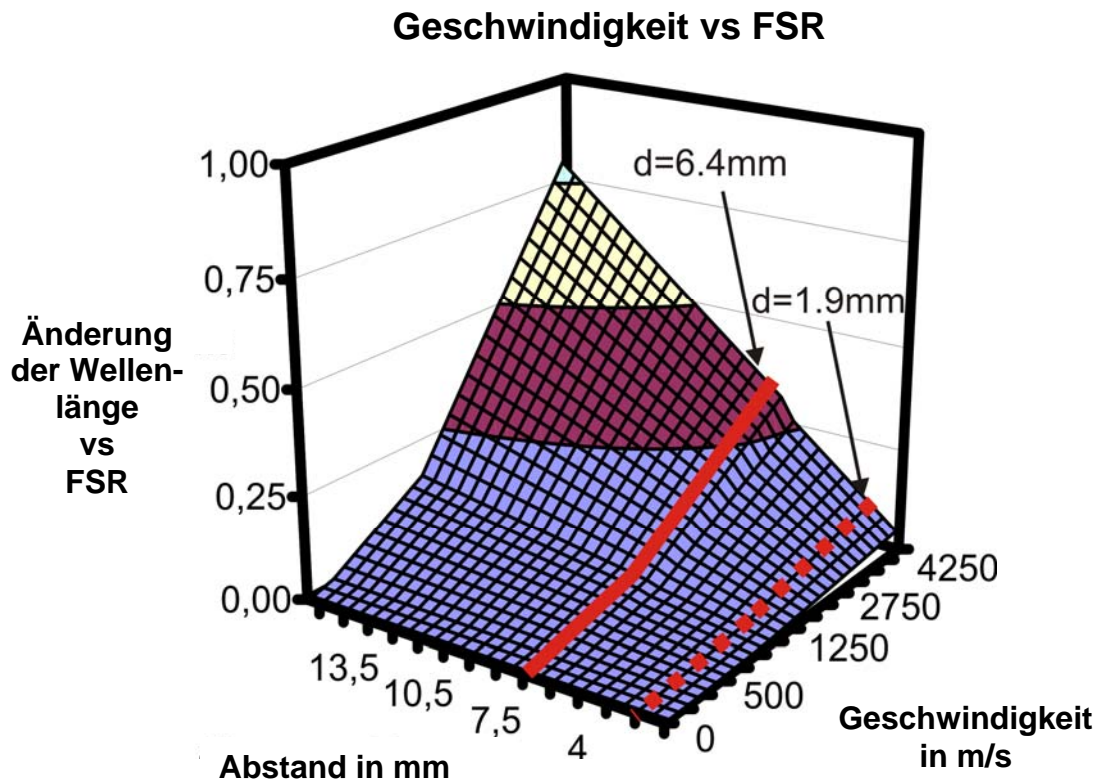


Abbildung 2.15 Darstellung des Verhältnisses von relativer Wellenlängenverschiebung und FSR für verschiedene Geschwindigkeiten der Gasströmung und Plattenabstände des Interferometers

2.4.2 Einfluss der Temperatur auf die Wahl des Plattenabstandes

Wie bereits in 2.3.2 diskutiert, besitzt die thermische Verbreiterung des gestreuten Spektrums einen Einfluss auf das registrierte Signal am Detektor. Aus der Nachrichtentechnik ist für die Abtastung eines analogen bandbegrenzten Signals im Zeitbereich bekannt, dass die Abtastfrequenz nach dem Shannonschen Abtasttheorem mindestens zweimal der maximal aufzulösenden Frequenz des Signals entsprechen muss und dass sich das resultierende Spektrum aus einer periodischen Fortsetzung des Spektrums des abgetasteten Signals zusammensetzt [101]. Für reale Systeme wird meist als Abtastfrequenz die vierfache Maximalfrequenz angesetzt. Die Filterung des Spektrums einer gestreuten EMW kann in analoger Weise betrachtet werden, wobei der FSR des Interferometers der Abtastfrequenz entspricht. Die Verwendung des zusätzlichen Interferenzfilters in der Empfangsoptik beschränkt das betrachtete Spektrum lediglich auf

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

$(532 \pm 5) \text{ nm}$. Diese Bandpasseigenschaften des Interferenzfilters sind nicht geeignet Überlappungseffekte innerhalb des resultierenden Spektrums zu verhindern. Durch die Betrachtung der resultierenden thermischen Verbreiterung des untersuchten Streuspektrums können Überlagerungseffekte zwischen benachbarten Maxima dennoch minimiert werden.

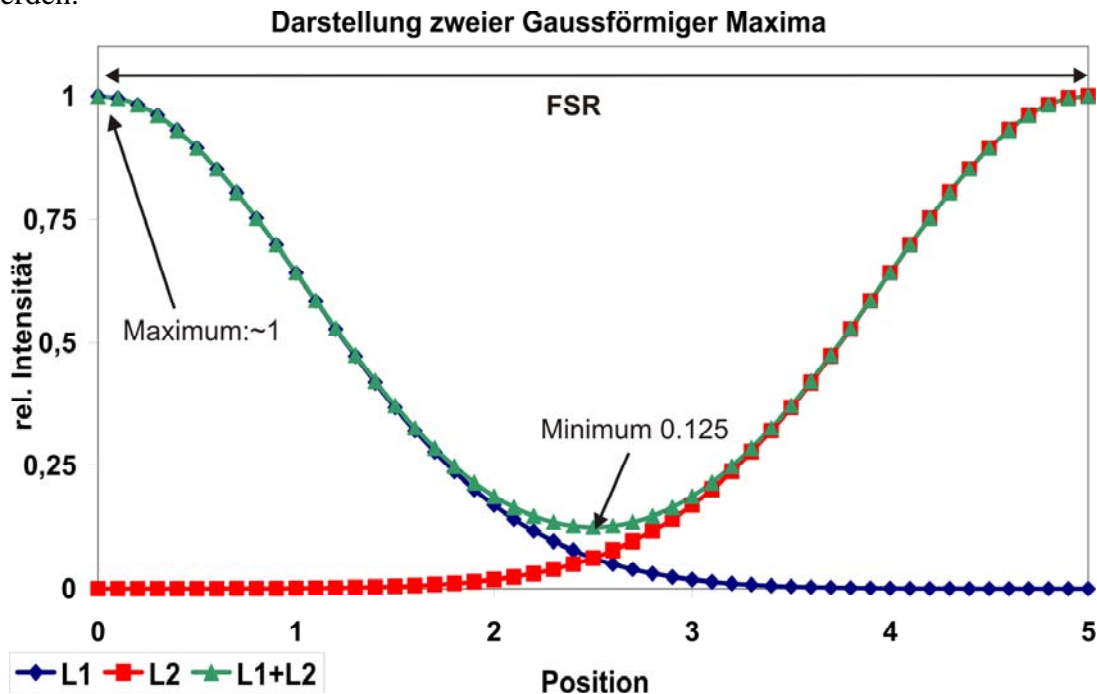


Abbildung 2.16 Darstellung zweier Gaußförmiger Spektren gleicher Intensität (blau und rot) und des resultierenden Gesamtspektrums (grün). Der FWHM beider Spektren beträgt 0.25 des FSRs, und das Minimum des resultierenden Spektrums 12.5% des Maximums

Bei der Verwendung eines idealen Fabry-Perot-Interferometers genügt die Betrachtung der Intensitäten [50; 89; 90; 91; 102; 103], daraus kann sofort das resultierende gefilterte Streulichtspektrum in der Beobachtungsebene durch Faltung des AIRY-Profiles, (2.36) mit dem Spektrum der gestreuten EMW gewonnen werden. Die Verwendung des Fizeau-Interferometers bedingt die Betrachtung der Amplituden, sodass das resultierende gefilterte Spektrum nicht durch Faltung des Filterprofils mit dem Spektrum der gestreuten EMW gewonnen werden kann, vgl. 2.3.2. Je größer der FWHM des Spektrums der gestreuten EMW, umso mehr geht das unsymmetrische Profil in ein symmetrisches Lorentzförmiges Spektrum über. Für ein ideales FPI mit einer FWHM deutlich kleiner als der FWHM eines thermisch verbreiterten Gaußförmigen Streulichtspektrums, kann das resultierende Intensitätsprofil als periodische Wiederholung des Gaußförmigen Spektrums betrachtet werden, wobei der Abstand zweier benachbarter Maxima durch den FSR des verwendeten FPIs gegeben ist. In Abbildung 2.16 sind zwei Gaußförmige Spektren gleicher Breite ($FWHM = 0.25FSR$) und Intensität und das resultierende Gesamtspektrum dargestellt, während in Abbildung 2.17 zwei Lorentzförmige Spektren gleicher Breite ($FWHM = 0.25FSR$) und Intensität sowie das daraus resultierende Gesamtspektrum visualisiert wurden. Für die Findung der Maxima der gefilterten Streulichtspektren wird wie in Kapitel 4 beschrieben eine Lorentzkurve an die Daten gefittet.

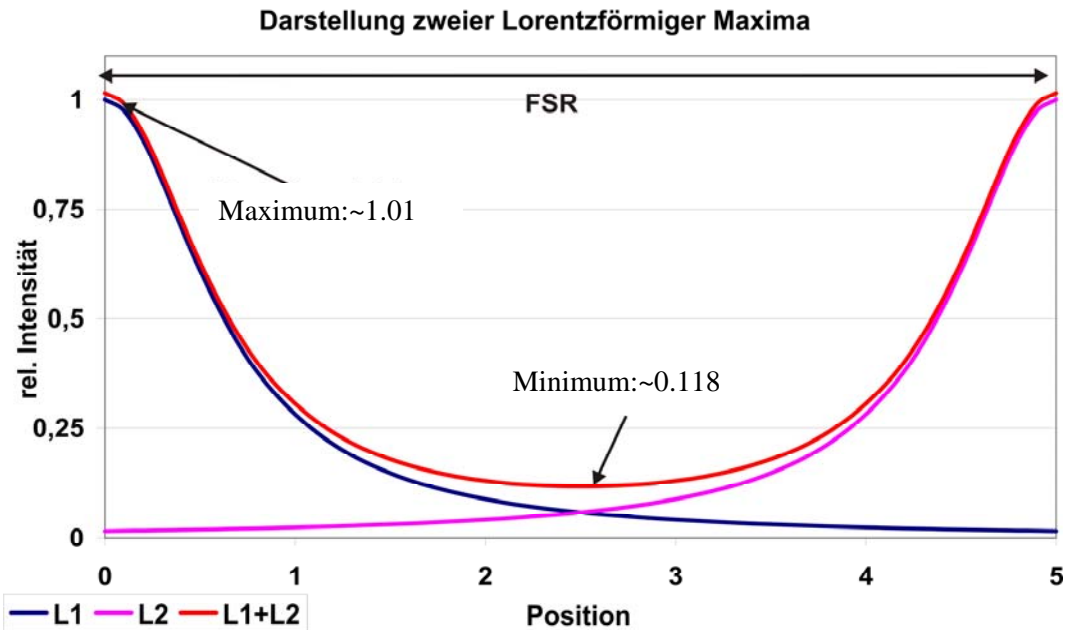


Abbildung 2.17 Darstellung zweier benachbarter Lorentzförmiger Maxima (blau & violett) mit gleicher Intensität und gleichem FWHM (0.25FSR) und dem resultierenden Spektrum (rot). Das Verhältnis von Minimum zu Maximum beträgt 0.118

In Abbildung 2.18 ist das Verhältnis des thermisch verbreiterten Streulichtspektrums zum FSR des Interferometers als Funktion der Temperatur und des Plattenabstandes bei einer Wellenlänge von $\lambda = 532\text{nm}$ und Luft als Gas dargestellt.

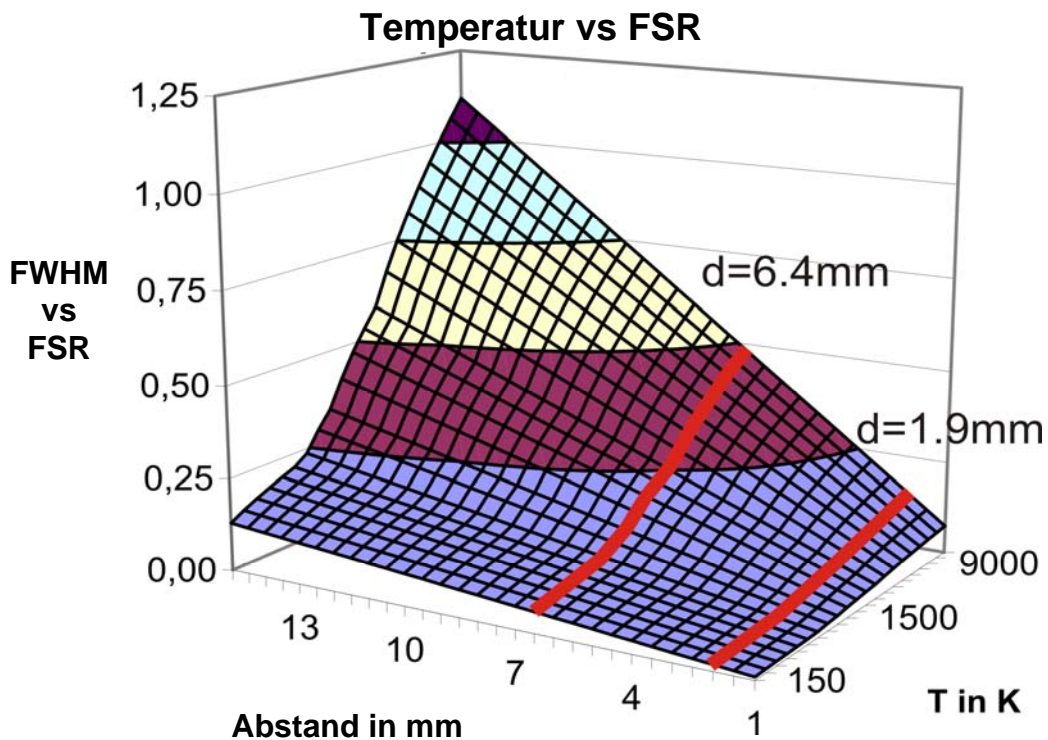


Abbildung 2.18 Einfluss der Temperatur auf die Wahl des Arbeitspunktes für Luft als verwendetes Gas

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

Die beiden Arbeitspunkte ($d = 6.4\text{mm}$ und $d = 1.97\text{mm}$) wurden hervorgehoben. Die Dissoziation der Moleküle ist nicht berücksichtigt worden, da die zu erwartenden Temperaturen der Gasströmung nicht oberhalb von 1700K liegen sollten.

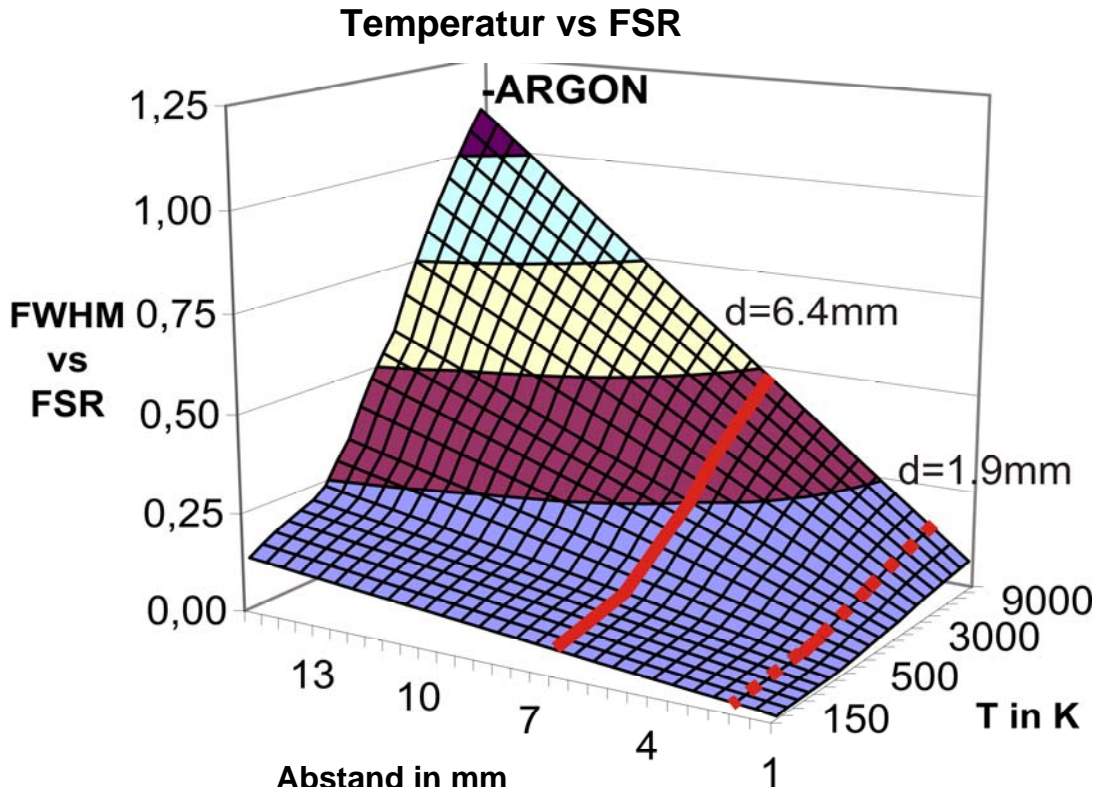


Abbildung 2.19 Darstellung des Temperatureinflusses auf die Wahl des Arbeitspunktes für ein Argon-Plasma bei Betrachtung der Rayleighstreuikomponente

Das Verhältnis der FWHM eines an Argon gestreuten Spektrums gegenüber dem FSR des verwendeten Interferometers bei einer Wellenlänge von $\lambda = 532\text{nm}$ ist in Abbildung 2.19 dargestellt. Der erste Arbeitspunkt bei $d = 6.4\text{mm}$ (durchgezogene Linie) zeigt, dass Untersuchungen für Temperaturen im Bereich von 10000K , wie sie bei thermischen Plasmastrahlen auftreten können, nicht möglich sind und der Abstand verringert werden muss.

2.5 Techniken zur Bestimmung der Driftgeschwindigkeit

Nach der Betrachtung der grundsätzlichen Einsatzmöglichkeiten des Experimentes werden in diesem Abschnitt zwei unterschiedliche Vergleichsmessverfahren kurz vorgestellt. Die beiden Verfahren sollen der Verifizierung der im weiteren Verlauf vorgestellten Ergebnisse dienen. Die PIV-Technik ist im Bereich der Strömungsmechanik zur Bestimmung der Geschwindigkeit etabliert und wurde deswegen als Referenzverfahren ausgewählt [8; 49; 104]. Aufgrund der notwendigen Zugabe von meist ölbasierten Partikeln in die Gasströmung ist eine Anwendung an rekombinierenden Plasmastrahlen

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

nicht möglich, deswegen soll an diesem Messobjekt ein diodenbasiertes Messverfahren zur Bestimmung der Driftgeschwindigkeit verwendet werden [105; 106].

2.5.1 Das partikelbasierte Messverfahren

In der PIV-Technik werden Partikel (Seeding) der zu untersuchenden Gasströmung zugesetzt, diese Partikel bestehen in der Regel aus Öl und werden im Seeding-Generator durch Zerstäubung mittels Pressluft erzeugt. Der Durchmesser der Partikel beträgt ungefähr $\varnothing = 0.5 - 2 \mu m$. Die Grundidee des PIV besteht darin aus der Bewegung dieser Partikel auf die Geschwindigkeit der Gasströmung zurückzuschließen. Die injizierten Partikel werden durch eine starke Lichtquelle, z.B. ein Laser beleuchtet, wobei der Laserstrahl mittels geeigneter Linsen in einen Lichtschnitt der Dicke Δz umgeformt wird. Alle Partikel der Strömung, welche innerhalb des durch den Laservorhang beleuchteten Volumens liegen, werden unter Nutzung einer Kamera detektiert. Die Wahl der Kamera und der Strahlungsintensität des Lasers bestimmen maßgeblich die messbare Geschwindigkeit. Für schnelle Gasströmungen, wie sie in dieser Arbeit zu erwarten sind, werden Hochgeschwindigkeitskameras mit sehr geringer Interframingzeit⁵ und Doppelpulslasers mit hoher Pulsenergie verwendet. Die Doppelpulslaser sind typischerweise frequenzverdoppelten Nd:YAG Laser mit einer Wellenlänge von $\lambda = 532 nm$ und einer zeitlichen Trennung der Pulse im ns – Bereich. Die Kamera wird auf den Laservorhang scharfgestellt und mit dem Laser synchronisiert. Ist der Abbildungsmaßstab bekannt, so kann aus der zeitlichen Trennung der Pulse $\Delta t = t'' - t'$ und der Verschiebung des Partikels $D(X; t', t'')$ der Betrag und die Richtung der Geschwindigkeit angegeben werden [107]:

$$D(X, t', t'') = \int_{t'}^{t''} v[X(t), t] dt, \quad (2.40)$$

wobei $X(t)$ den jeweiligen Ortsvektor des Partikels zu den Zeitpunkten (t', t'') bezeichnet. Wenn die Anzahl der zugegebenen Partikel im betrachteten Volumen groß und daraus resultierend der mittlere Abstand zwischen den Partikeln geringer als die zu erwartende Verschiebung ist, dann kann die Bewegung der einzelnen Partikel nicht mehr aufgelöst werden. In diesem Fall wird das Gesamtsystem über die statistischen Eigenschaften der Partikel beschreiben. Die aufgenommenen Bilder werden in verschiedene gleichgroße Interessenregionen (engl. Region of Interest – ROI) eingeteilt und eine 2D-Kreuzkorrelation für jede dieser ROI durchgeführt. Die Verschiebung des Maximums im Ergebnisfeld entspricht dem gesuchten Geschwindigkeitsvektor, die so erhaltenen Geschwindigkeitsvektoren der einzelnen ROIs bilden zusammen das Geschwindigkeitsfeld der untersuchten Strömung. Das System ist in dieser oder ähnlichen Versionen kommerziell erhältlich, allerdings sind die Kosten besonders für Hochgeschwindigkeitskameras und Doppelpulslaser erheblich. Als Vergleichssystem in dieser Arbeit wurde eine Hochgeschwindigkeitsversion des PIV, welche am Institut für Strömungs-

⁵ Jeder Pixelwert des ersten Bildes wird in separatem Speicher abgelegt und zusammen mit dem zweiten Pixelwert des zweiten Bildes ausgelesen

mechanik und Aerodynamik der Fakultät Luft- und Raumfahrttechnik an der Universität der Bundeswehr München vorhanden ist, verwendet. Das Auflösungsvermögen des Systems betrug ungefähr $200 \times 400 \times 1000 \mu\text{m}^3$. Die ermittelten Geschwindigkeiten stellen die Geschwindigkeiten der injizierten Partikel nicht aber der Gasströmung dar, im Bereich expandierender Strömungen können diese beiden Geschwindigkeiten aufgrund der Massenträgheit der Partikel differieren, auch handelt es sich bei den Partikelgeschwindigkeiten um Mittelwerte bezüglich der Breite des Laservorhangs [36; 107; 108; 109]. Für schnelle Gasströmungen werden die Partikel vor der Düse injiziert, dies ist in konventionellen Plasmaquellen aufgrund der bisher nicht realisierten Axialinjektion nicht möglich. Die bereits erwähnte Massenträgheit der injizierten Partikel schließt auch eine externe Injektion am Ausgang des Generators aus [24].

2.5.2 Das diodenbasierte Messverfahren

Zur Ermittlung der Geschwindigkeit des Plasmastrahls wird das emittierte Licht in mindestens zwei Lichtwellenleiter eingekoppelt, welche direkt mit zwei schnellen Fotodioden verbunden sind. Die Fotodioden wandeln die registrierte Intensität in eine Spannung um. Ändert sich die Intensität an der ersten Fotodiode zu einem Zeitpunkt t , so wird sich die Spannung $s_1(t)$ am Ausgang der Diode ebenfalls ändern. Wenn sich diese Intensitätsänderung entlang der Strömungsrichtung mit der Gasgeschwindigkeit ausbreitet, wird die Fluktuation zu einem Zeitpunkt $t + \Delta t$ an einem Ort Δx auftreten. Eine weitere, an diesem Ort positionierte, Fotodiode registriert diese Änderung, sodass für das Zeitsignal dieser Diode $s_2(t) = s_1(t + \Delta t)$ gilt. Wenn der Abstand Δx bekannt ist, kann aus der Laufzeit der Fluktuation sofort die Gasgeschwindigkeit $v = \Delta x / \Delta t$ berechnet werden. Zur Ermittlung der zeitlichen Verschiebung wird die Kreuzkorrelation zwischen den Signalen $s_1(t)$ & $s_2(t)$ bestimmt [101]:

$$a_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) s_2(t + \tau) dt. \quad (2.41)$$

Aus dieser Gleichung kann sofort die Autokorrelationsfunktion des Signals $s_1(t)$ mit

$a_{11}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) s_1(t + \tau) dt$ berechnet werden. Wie bereits diskutiert, soll das zweite

Signal nur um die Laufzeit Δt zum ersten Signal verschoben sein, daraus ergibt sich unter Nutzung des Verschiebungssatzes der Fouriertransformation sofort die Kreuzkorrelationsfunktion beider Signale

$$a_{12}(t) = a_{11}(t - \Delta t). \quad (2.42)$$

Das Maximum der Autokorrelationsfunktion liegt immer bei null, sodass durch Finden des Maximums der Kreuzkorrelationsfunktion sofort die Laufzeit der Fluktuation bestimmt werden kann.

3 Experiment- Aufbau, Funktion und Datenaufnahme

Die Bestimmung der lokalen Driftgeschwindigkeit in den untersuchten Messobjekten ist durch hohe messtechnische Anforderungen gekennzeichnet. Aufgrund des geringen Wirkungsquerschnittes der zugrunde liegenden physikalischen Streuprozesse sind umfangreiche und empfindliche Experimentaufbauten notwendig. Das Verhältnis der gestreuten zur eingestrahelten Leistung liegt im günstigsten Fall im Bereich von 10^{-14} ... 10^{-12} [24]. In diesem Kapitel werden der verwendete Aufbau und die zur Registrierung des gestreuten Laserlichtes notwendigen Bauteile beschrieben.

3.1 Prinzipieller Aufbau des Experimentes

Der Aufbau des gesamten Experimentes kann prinzipiell auf die in Abbildung 3.1 dargestellten Komponenten vereinfacht werden. Das Messobjekt ist in einem Unterdruckkessel auf einer Dreiaachsenverfahreinrichtung befestigt, so können Versuche bei unterschiedlichem Druck und an verschiedenen Positionen durchgeführt werden. Der Laserstrahl wird über eine Sendeoptik in das Messobjekt fokussiert und das gestreute Laserlicht mittels einer Detektionsoptik und spektraler Filterung auf eine Kamera abgebildet.

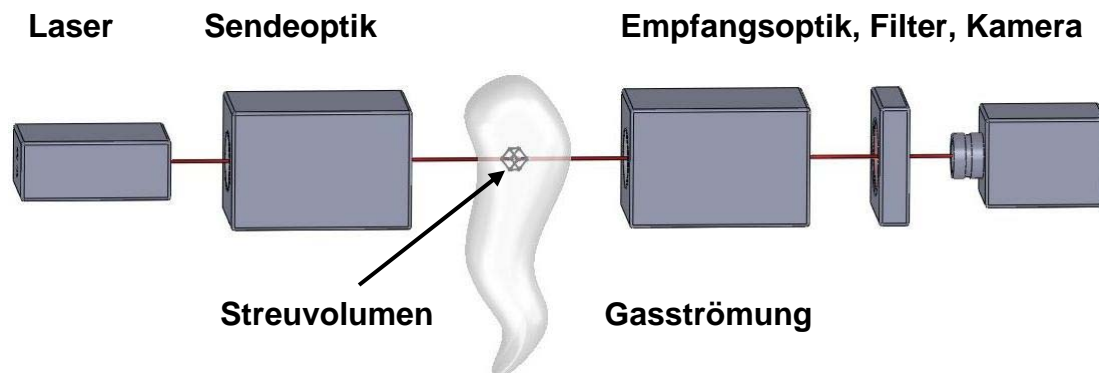


Abbildung 3.1 Prinzipieller Aufbau des Experimentes

Die Positionierung des Messobjektes mittels der Dreiachsverfahreinrichtung relativ zum ortsfesten Streuvolumen ermöglicht eine hochauflösende Vermessung. Als Quelle der elektromagnetischen Strahlung dient das Coherent Infinity Lasersystem, wobei es sich um einen Nd:YAG-Pulslaser (Neodym-Yttrium-Aluminium-Granat) handelt, der mittels Frequenzverdopplerkristall eine Wellenlänge von $\lambda = 532nm$ zur Verfügung stellt. Das System ist leistungsstabilisiert und kann Pulsenergien zwischen $1mJ$ und $600mJ$ mit verschiedenen variablen Repetitionsfrequenzen liefern. In diesem Experiment wird das System extern mit einer Frequenz von 25 Hz synchronisiert. Die Pulsbreite des Laserpulses wird durch den Hersteller mit 3ns bei halber Intensität angegeben. Zur Aufnahme des gefilterten Streulichtes dient eine MCP-CCD (Mikro-Channel-Plate Charged Coupled Device) Kamera (Stanford Computer Optics, 4Quick05), welche als Ausgangssignal ein standardisiertes 50Hz Videosignal liefert. Die Möglichkeit sehr kleiner Be-

lichtungszeiten bis zu 5ns erlaubt einen Einsatz auch an stark emittierenden Lichtquellen wie zum Beispiel thermische Plasmen.

3.2 Sendeoptik

In Abbildung 3.2 ist der Aufbau der Sendeoptiken schematisch dargestellt. Der Durchmesser des Laserpulses wird durch den Strahlaufler (BE1) von 6mm auf 12mm verdoppelt. Diese Verdopplung führt zu einer Verringerung der Strahlungsleistung an den Oberflächen der optischen Bauteile um den Faktor 4 und dient zur Erhöhung der Lebensdauer.

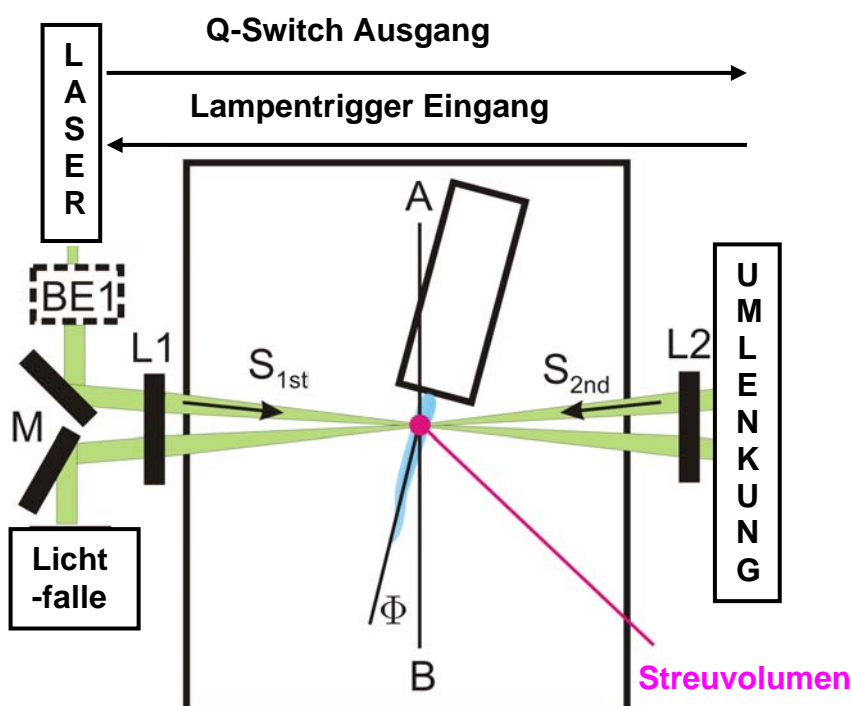


Abbildung 3.2 Schematische Darstellung der Sendeoptiken

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurden die zur Minimierung des Falschlichtanteils verwendeten Blenden nicht in Abbildung 3.2 dargestellt. Aufgrund der Anordnung der Sendeoptik kann diese in einen linken, Abbildung 3.3, und einen rechten, die Umlenkung des Laserstrahls darstellenden, Teil, Abbildung 3.4 untergliedert werden. In beiden Abbildungen ist die Laufrichtung des hin- und rücklaufenden Laserstrahls dargestellt. Die Linse L1 mit einer Brennweite von $f = 500\text{mm}$ ermöglicht die Fokussierung des Laserstrahls (S_{1st}) innerhalb der zu untersuchenden Gasströmung. Das von der Gasströmung gestreute Laserlicht ist leicht ins Blaue zu niedrigeren Wellenlängen verschoben. Der sich anschließend aufweitende Laserpuls wird durch eine zweite Linse L2 ($f = 500\text{mm}$) parallelisiert.

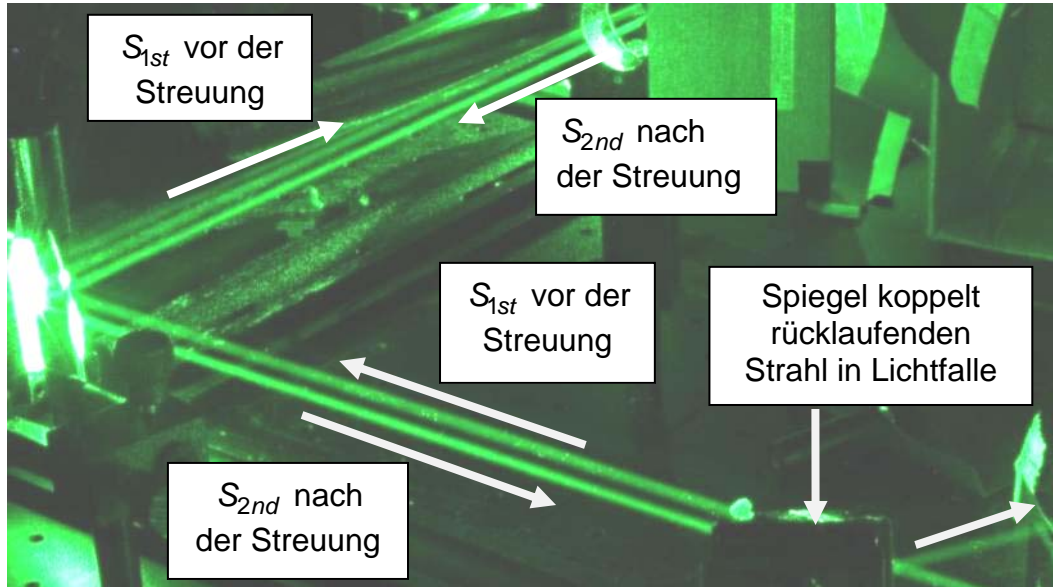


Abbildung 3.3 Darstellung der Sendeoptik links mit hinlaufendem Laserstrahl S_{1st} vor der ersten Streuung und rücklaufendem Laserstrahl S_{2nd} nach der zweiten Streuung

Die zur Umlenkung des Laserstrahls verwendeten sechs Spiegel wurden der Übersichtlichkeit halber durch die Bezeichnung „Umlenkung“ ersetzt. Ein Teil der Umlenkung ist in Abbildung 3.4 dargestellt.

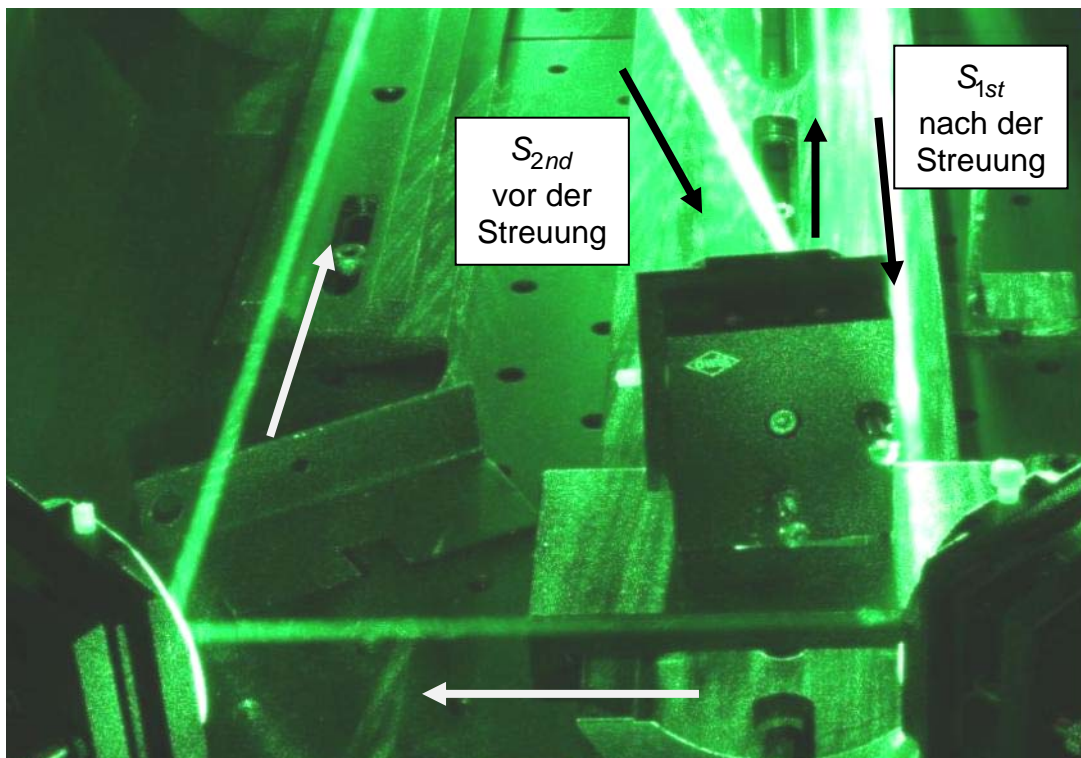


Abbildung 3.4 Teildarstellung der Umlenkung. die Ausbreitungsrichtung des Laserstrahls wird durch die Pfeile symbolisiert.

Der als S_{2nd} bezeichnete rücklaufende Laserpuls wird durch die Linse L2 erneut in den Gasstrahl fokussiert und ein zweiter Streuprozess findet statt, diesmal ist das gestreute Laserlicht leicht ins Rote zu höheren Wellenlängen verschoben. Der zusätzliche optische Weg $l \simeq 4m$ führt am Ort der Streuung zu einer zeitlichen Differenz von $\Delta t = 13ns$ zwischen den beiden Wellenfronten und ermöglicht eine getrennte Betrachtung beider Streuprozesse. Der sich anschließend erneut aufweitende Laserstrahl wird nach passieren der Linse L1 in eine Lichtfalle gelenkt, Abbildung 3.3. Die am Ort des Detektors registrierte Intensität des Streusignals ist unter anderem auch proportional zur Pulsenergie. Eine Erhöhung der Pulsenergie wird durch das Erreichen der Durchschlagsfeldstärke im Fokuspunkt begrenzt, da die Intensität solcher Durchschläge das schwache gestreute Signal maskiert. Die Vergrößerung des Durchmessers des Laserstrahls führt zu einer Verkleinerung der Fokustaille, um dennoch höhere Pulsenergie verwenden zu können, wurde die Verdopplung im zweiten Aufbau entfernt. Die Erhöhung der Intensität des Streusignals ermöglicht eine Reduktion der Messdauer.

3.3 Streuvolumen

Für eine Sammellinse mit Brennweite f kann der Durchmesser D_{Fokus} eines Laserstrahls mit totalem Divergenzwinkel 2θ im Fokuspunkt mittels Gleichung (3.1) abgeschätzt werden [100].

$$D_{Fokus} = f2\theta \quad (3.1)$$

Unter Verwendung einer Strahlaufweitung verringert sich der Divergenzwinkel zu $2\theta_{neu} = 2\theta \frac{f_1}{f_2}$, hierbei bezeichnen f_1 und f_2 die Brennweiten der benutzten Linsen.

Aus diesen Überlegungen lassen sich für das beschriebene Experiment ($f = 500mm$ und $2\theta < 0.7mrad$) die Strahldurchmesser angeben, Tabelle 3-1.

| Aufbau | Divergenzwinkel | f=100m | f=500mm | f=1000mm |
|----------|-----------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|
| ohne BE1 | <0.7mrad | <70x10 ⁻⁶ m | <350x10 ⁻⁶ m | <700x10 ⁻⁶ m |
| mit BE1 | <0.35mrad | <35x10 ⁻⁶ m | <175x10 ⁻⁶ m | <350x10 ⁻⁶ m |

Tabelle 3-1 Darstellung des Durchmessers der Fokustaille für verschiedene Brennweiten der Sammellinsen und Einfluss der Strahlaufweitung

Die Breite des verwendeten Präzisionsspalt ist variable und liegt im Bereich von $d = 100 \times 10^{-6} m$ bis $d = 400 \times 10^{-6} m$. In Abbildung 3.5 ist die Lage des fokussierten Laserstrahls bezüglich der Öffnung des Präzisionsspalt dargestellt.

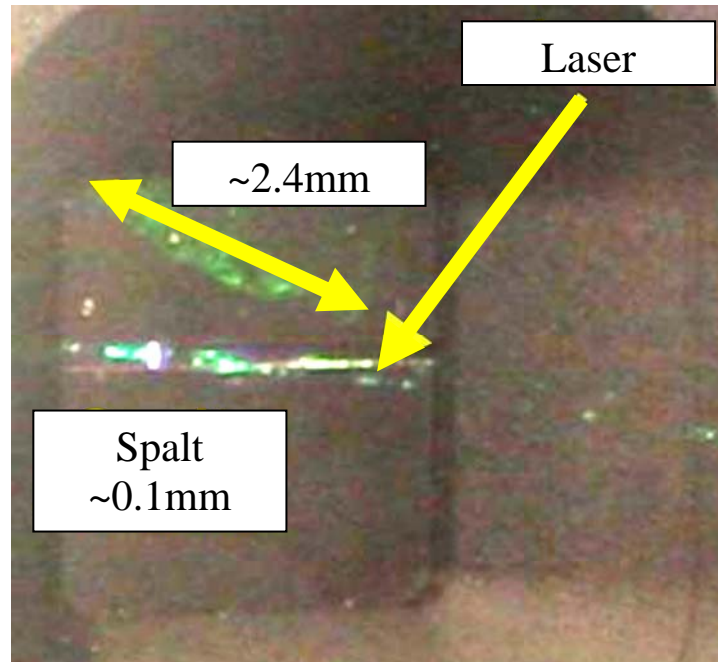


Abbildung 3.5 Abbildung des fokussierten Laserstrahls auf den Präzisionsspalt in der Bildebene der Linse L3

Der Verlauf des hinlaufenden Laserstrahls ist aufgrund von Durchschlägen gut erkennbar. Die durch Falschlicht beleuchtete lange Düse mit einem Außendurchmesser von $D_{aus} = 2.4\text{mm}$ ermöglicht die Abschätzung der Spaltbreite mit $d_{Slit} \sim 0.1\text{mm}$.

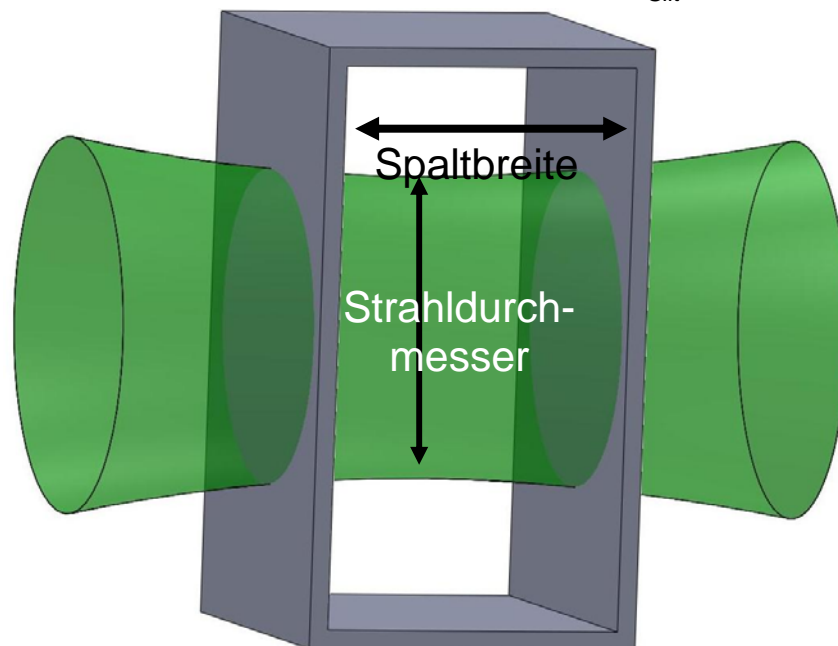


Abbildung 3.6 Schematische Darstellung des Streuvolumens

Eine schematische Darstellung des Streuvolumens ist in Abbildung 3.6 dargestellt, das am Detektor registrierte Streulicht stammt aufgrund des Aufbaues aus diesem Streuvo-

lumen. Die hohe nahezu punktförmige Ortsauflösung wird durch die berechnete Strahltaile und die Breite des Präzisionsspalt bestimmt.

3.4 Empfangsoptik

Die gesamte Detektionsoptik befindet sich oberhalb des Unterdruckkessels, da wie in Abschnitt 3.2 beschrieben aufgrund der horizontalen Polarisation des einfallenden Lasers, die maximale Intensität des gestreuten Lichtes oberhalb des Streuvolumens gemessen werden kann. Abbildung 3.7 zeigt schematisch und Abbildung 3.8 den tatsächlichen Aufbau. Die Linse L3 bildet die Streuebene auf einen Präzisionsspalt ab.

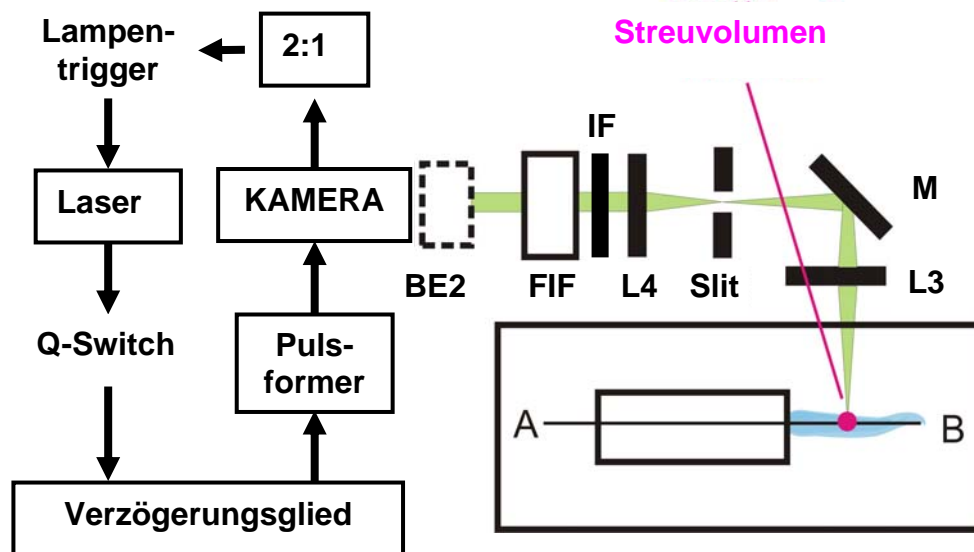


Abbildung 3.7 Schematische Darstellung der Empfangsoptik mit 50Hz Videonorm als Mastertakt des Experimentes

Die Breite dieses Spaltes und die Strahltaile der Laserstrahlen bilden das Streuvolumen des Experimentes. Die Linse L4 parallelisiert das Streulicht. Die eingezeichnete Strahlauflöschung BE2 vergrößert die benutzte Fläche des CCD-Chips, sodass eine höhere Auflösung möglich ist. Für eine Verkürzung der Messdauer wurde diese Strahlauflöschung entfernt um den zu digitalisierenden Bildausschnitt zu verkleinern. Die Verwendung eines Objektivs, welches auf die Linse oder den Ausgang des FIs scharf gestellt ist, ermöglicht, bei idealem Aufbau, theoretisch eine Abbildung des gefilterten Streulichtes ohne jegliche Ortsinformation. Die Beobachtung durch das optische Filter führt zur Bildung von Interferenzmustern auf dem CCD-Chip der Kamera. Die Wahl der Beobachtungsebene aufgrund der Bildebene des Objektivs ist ausschlaggebend für die Berechnung des zu erwartenden Interferenzmusters, vgl. 2.3.2.

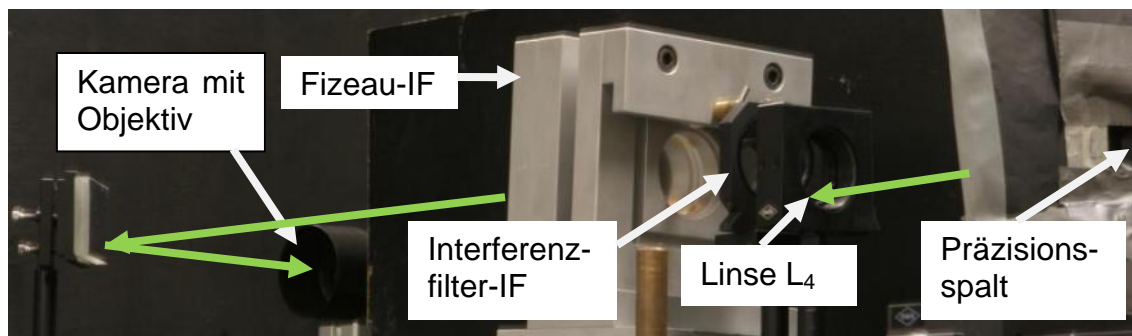


Abbildung 3.8 Darstellung der Empfangsoptik ab dem Präzisionspalt bestehen aus der Linse L_4 , dem Interferenzfilter, dem Fizeauinterferometer und der Kamera. Der Verlauf des gestreuten Lichtes ist ebenfalls schematisch angedeutet (grün)

Bei der Untersuchung von emittierenden Quellen, wie es zum Beispiel thermische Plasmen darstellen muss eine Begrenzung des Spektrums mittels eines zusätzlichen Interferenzfilters durchgeführt werden. Dieser Filter wird zwischen der Linse L_4 und dem FI positioniert und weist einen Durchlassbereich von $(532 \pm 5) \text{ nm}$ auf.

3.5 Streulichtdetektion

Zur Datenaufnahme wurde das in Abbildung 3.9 dargestellte Ablaufdiagramm entwickelt. Das 50Hz Videosignal der Kamera stellt für das gesamte System das Frequenznormal dar, da in diesen 20ms der elektronische Verschluss des Systems betätigt und der CCD-Chip ausgelesen werden muss. Aufgrund der notwendigen Digitalisierung der bereitgestellten Bilder sind, abhängig von der Größe der abgespeicherten Bilder, 15-20 fps (engl. Frames per second) möglich. Der am FSYNC Ausgang anliegende TTL-Puls wird mittels eines BCD-Zählers auf 25Hz herunter geteilt und auf den Triggereingang (Lamp-Trigger) des Lasers gegeben. Aufgrund von internen Signallaufzeiten und eines Jitters von 100ns innerhalb des Lasersystems wird dessen Ausgang QS-Sync zur Steuerung des elektrischen Verschlusses verwendet, da dieser einen Jitter kleiner 0,5ns besitzt und den Zeitpunkt der Abgabe des Laserpulses darstellt. Die Bauteile Kanalauswahl und TTL-Pulsgenerator dienen der Einstellung einer externen Verzögerungszeit und der Dauer der Belichtungszeit. Aufgrund des geringen Streuquerschnittes sind die am Detektor registrierten Strahlungsdichten sehr gering, weswegen die Kamera mit einem möglichst hohen Verstärkungsfaktor (10^7) betrieben wird. Zur Steuerung der Kamera dient ein Rechner welcher mittels RS232 Schnittstelle die entsprechenden Befehle übermittelt, durch den installierten Framegrabber das Videosignal digitalisiert und die Bilder abspeichert. Eine Belichtungszeit von 10-12ns hat sich durch wiederholte Tests als optimal herausgestellt, da so möglichst viel gestreute Intensität auf dem CCD-Chip registriert werden kann und gleichzeitig die zeitliche Trennung zwischen den beiden Laserpulsen möglich ist. Bei höheren Belichtungszeiten kann die zeitliche Trennung zwischen dem hin- und rücklaufenden Laserpuls nicht sichergestellt und Streulicht beider Pulse gleichzeitig detektiert werden. Zur Extrahierung des gefilterten Streulichtsignals werden sowohl Bilder mit als auch ohne Streulicht aufgenommen, gemittelt und von einander abgezogen. Aufgrund des sich zeitlich ändernden Hintergrundbildes ist die Aufnahme der Referenzbilder möglichst zeitgleich mit der Aufnahme der Messbilder

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

durchzuführen. Um mit einer Messung sowohl Referenzbilder als auch Bilder für den hin- und rücklaufenden Laserpuls aufnehmen zu können, wurde das Bauteil Kanalauswahl konstruiert. Dieses Bauteil stellt ausgehend vom eingehenden Triggersignal des Lasers drei Ausgangssignale zur Verfügung. Diese drei Signale repräsentieren den Zeitpunkt für die Messung der Referenz, des hinlaufenden und des rücklaufenden Laserpulses. Im Vorfeld der Messung müssen die Anzahl der aufzunehmenden Bilder sowie die Blockgröße, d.h. die Anzahl der hintereinander aufzunehmenden Bilder in einem Block, bestimmt werden.

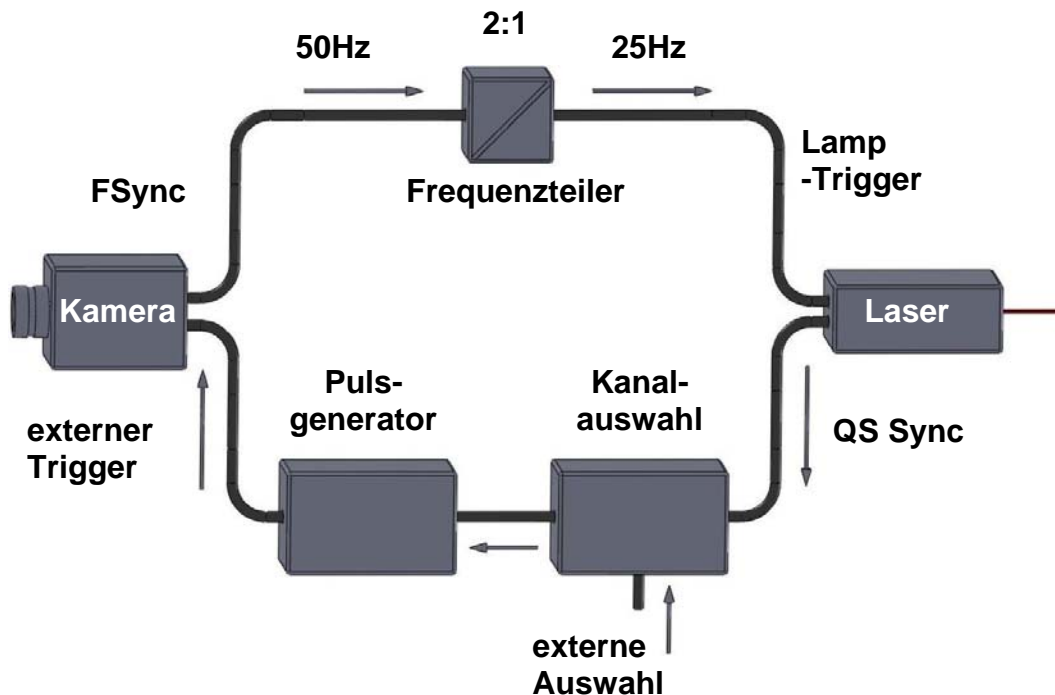


Abbildung 3.9 Signallaufplan des Experimentes

Aus diesen Angaben wird durch die Software die Anzahl N der Blöcke berechnet, Abbildung 3.10.a. Die Aufnahme der Bilder innerhalb eines Blockes wird softwareseitig durch Setzen entsprechender digitaler Ausgänge des Framegrabbers gesteuert. Das Bauteil Kanalauswahl schaltet, ausgehend vom jeweiligen Wert, einen der drei Kanäle auf den Ausgang. Der Ablauf eines Blockes soll im Folgenden beschrieben werden, Abbildung 3.10.b:

- Durch Setzen der digitalen Ausgänge des Framegrabbers auf den Wert eins wird die Verzögerung innerhalb des Bauteils Kanalauswahl zwischen Triggereingang und dem Beginn der Belichtungszeit auf $t \sim 90\text{ns}$ festgelegt, Abbildung 3.10.c. Die abgespeicherten Bilder enthalten kein Streulicht, da zu diesem Zeitpunkt der Laserpuls das Streuvolumen noch nicht erreicht hat und dienen als Referenzsignal.
- Für den Wert zwei der digitalen Ausgänge wird der Kanal mit einer Verzögerungszeit von $t \sim 285\text{ns}$ ausgewählt und die abgespeicherten Bilder enthalten gestreutes Licht des ersten, hinlaufenden Laserpulses.

- Der dritte Kanal mit einer Verzögerungszeit von $t \sim 295\text{ns}$ wird für den Wert vier der digitalen Ausgänge ausgewählt. Die abgespeicherten Bilder enthalten gestreutes Licht des zweiten, rücklaufenden Laserpulses.

Der gesamte Messvorgang ist beendet, sobald die vorher eingestellte Anzahl an Bildern abgespeichert wurde. Abbildung 3.10 zeigt den Ablauf eines solchen Messvorgangs.

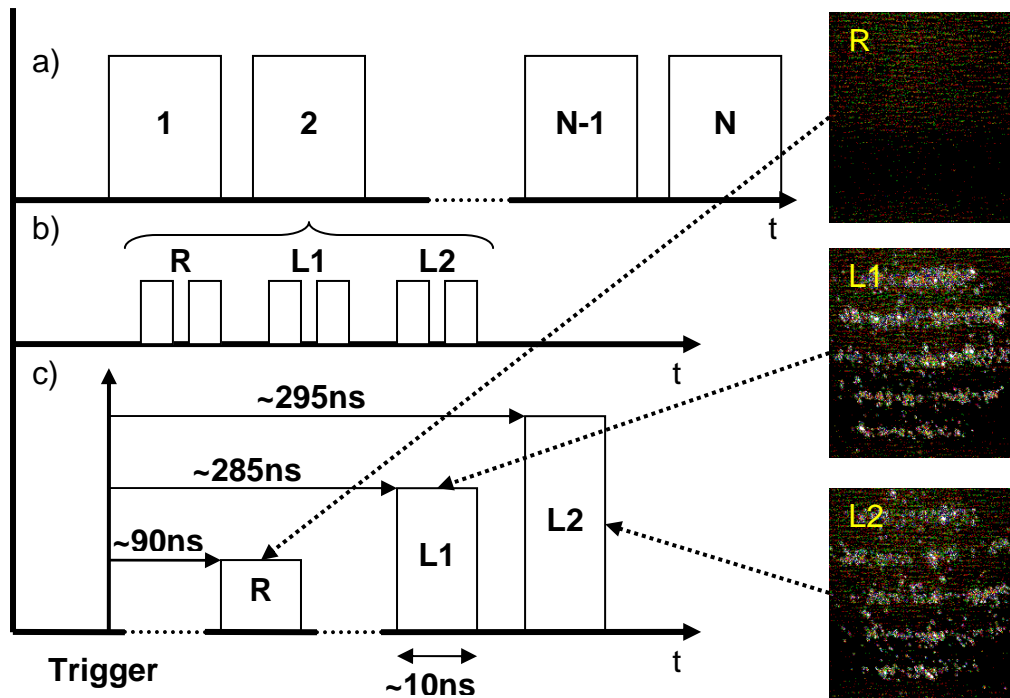


Abbildung 3.10 Darstellung des Ablaufdiagramms an einem Messpunkt innerhalb der Gasströmung und in Falschfarben drei Beispielbildern für die Referenz R, den hinlaufenden L1 und den rücklaufenden L2 Laserpuls

Zur Einstellung der Verzögerungszeiten wird eine Spitze in das Messvolumen gefahren und der rücklaufende Laserstrahl durch Einbringen eines Klappspiegels auf der rechten Seite der Sendeoptik in eine Lichtfalle gelenkt. Nach dem Einstellen der Verzögerungszeit für den hinlaufenden Laserstrahl, wird der Klappspiegel aus dem Strahlengang auf der rechten Seite der Sendeoptik entfernt und die Verzögerungszeit für den rücklaufenden Laserstrahl kann in analoger Weise eingestellt werden.

4 Datenverarbeitung

Die Rohmessdaten des Experimentes sind Bilder einer CCD-Kamera mit einer Auflösung von 768x576 Pixel und einer Dynamik von 8bit. Das gestreute und gefilterte Signal muss aus den Einzelbildern extrahiert werden. Die Anzahl der zu analysierenden Bilder ist bedingt durch den sehr kleinen Wirkungsquerschnitt groß, typischerweise werden bis zu 3000 Bilder (1000 R, 1000 L1, 1000 L2) pro Messung aufgenommen. Aufgrund dieser hohen Anzahl an Bildern ist eine rechnergestützte Datenverarbeitung notwendig. Zur Reduktion des Speicherplatzes wird je nach Aufbau nur ein Teil der Rohmessdaten mittels Framegrabber digitalisiert. Alle weiteren Datenverarbeitungsschritte werden nur auf diesen Ausschnitt angewendet. Die entwickelte Software zur Datenverarbeitung besteht aus einem dreiteiligen Auswerteverfahren, welches in diesem Kapitel vorgestellt werden soll.

4.1 Vorsortierung

In einem ersten Schritt müssen eventuell auftretende Fehler innerhalb der abgespeicherten Bilder aussortiert werden, dazu wird die Verteilung der registrierten Intensitäten ausgewertet. Aufgrund des im vorherigen Kapitel beschriebenen Ablaufes einer Messreihe können Ausreißer nach unten, d.h. Bilder ohne Streulicht, ausgeschlossen werden. Es können allerdings Ausreißer nach oben (zu hohe Intensität) auftreten. Diese Ausreißer werden durch zwei unterschiedliche Ereignisse hervorgerufen:

- Streuung an Staubpartikeln in der Größenordnung der Wellenlänge (Mie-Streuung) und
- Durchschlag aufgrund einer zu hohen Feldstärke des Laserstrahls.

Zur Minimierung von Mie-Streuung wird der Unterdruckkessel vor einer Messreihe gereinigt, evakuiert und anschließend bis zum gewünschten Druck (z.B. 0.1bar , 0.2bar oder 1bar) befüllt. Die Wahrscheinlichkeit eines Durchschlagsereignisses im Fokuspunkt der Laser kann durch geeignete Wahl der Pulsenergie minimiert werden. Trotz dieser Maßnahmen können beide Ereignisse während einer Messreihe auftreten, weswegen eine Bewertung der aufgenommenen Bilder vor der eigentlichen Auswertung durchzuführen ist.

Sowohl Rayleigh- als auch Thomsonstreuung sind Poissonprozesse [20; 21], welche durch den Mittelwert \bar{x} und die Standardabweichung σ beschrieben werden können. Zur Charakterisierung der aufgenommenen Bilder werden für beide Laserpulse getrennt die Pixelsummen Sum_i aller Messbilder bestimmt und anschließend ausgewertet. Die ermittelten Pixelsummen repräsentieren die Intensität der am Ort des Detektors registrieren EMWs. Der Mittelwert und die Wurzel aus dem mittleren quadratischen Abstand, als Abschätzung der Standardabweichung werden durch die Ausreißer stark beeinflusst. Aus diesem Grund werden stattdessen der Median \tilde{x} und der Median der absoluten Abweichung (engl. median absolute deviation MAD) zur Sortierung benutzt, (4.1) [110].

$$MAD = \text{median}(|x_i - \tilde{x}|) \quad (4.1)$$

Der Median bezeichnet den Wert innerhalb einer Reihe, für den genau 50% der Werte unterhalb und 50% oberhalb liegen. Als Ergebnis der Vorsortierung werden die untersuchten Bilder mittels der berechneten Pixelsummen nach folgenden Kriterien in fünf Kategorien eingeteilt:

$$\begin{aligned} Sum_i &< \tilde{x} \\ Sum_i &< \tilde{x} + 0.5MAD \\ Sum_i &< \tilde{x} + 1.0MAD, \\ Sum_i &< \tilde{x} + 1.5MAD \\ Sum_i &< \tilde{x} + 2.0MAD \end{aligned}$$

und zusammengefasst. Für eine Normalverteilung der gestreuten Intensitäten entspricht der Median dem Mittelwert. Die Ergebnisse der fünf genannten Kategorien unterscheiden sich in der jeweiligen mittleren Pixelsumme, allerdings ist mit bloßem Auge kaum ein Unterschied festzustellen.

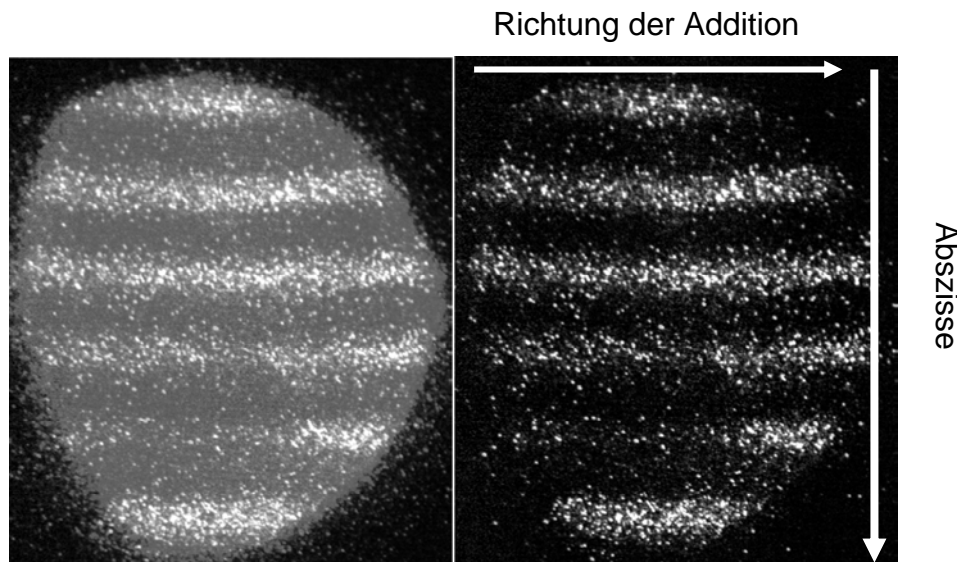


Abbildung 4.1 Darstellung des resultierenden Streulichtspektrums, unter Einfluss eines Ausreißers links und nach der Sortierung rechts für die fünfte Kategorie $Sum_i < \tilde{x} + 2 \cdot MAD$.

Die erstellte Software speichert für beide Laserpulse getrennt sowohl die zusammengefassten Interferenzbilder als auch die zugehörigen Summenbilder ab und erstellt eine Datei, in welcher die Anzahl der Bilder, das gefundene Maximum der aufsummierten Pixel sowie die durchschnittliche Pixelsumme der einzelnen Kategorien enthalten sind. Die Zuordnung der einzelnen Bilder der beiden Laserpulse wird in einer zweiten Datei abgespeichert. Der Einfluss des Rauschens [111] des CCD-Chips auf die Bildung der Summen kann durch Wahl einer unteren Grauwertstufe minimiert werden. Die Untersuchung von Referenzbildern zeigt, dass Grauwerte größer 10 sehr selten sind, deswegen wird dieser Wert als untere Stufe verwendet. Für die Zusammenfassung der Bilder finden alle Grauwerte Verwendung, da auch unterhalb der oben genannten Schwelle Informationen über das gefilterte Streulicht enthalten sein können. In Abbildung 4.1 ist

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

der Einfluss eines oder mehrere Ausreißer auf das zusammengefasste Spektrum einer gestreuten EMW dargestellt. Die starke Ausleuchtung des linken Bildes macht eine Auswertung unmöglich, während das rechte Bild für eine Auswertung geeignet erscheint.

4.2 Finden der Interessenregion

Nachdem bereits bei der Digitalisierung der Bilder eine Interessenregion (engl. Region of Interest ROI) definiert wurde, um sowohl die Bearbeitungsgeschwindigkeit zu erhöhen als auch den benötigten Speicherplatzbedarf zu minimieren, werden für die Auswertung des gefilterten Streulichtspektrums bezüglich der Lage der Maxima innerhalb dieser ROI weitere verschiedene Sub-ROIs bestimmt:

Aus diesem Grund werden sowohl die Periodizität des zugehörigen AIRY-Profiles als auch die örtliche Lage des gefilterten Streulichtes innerhalb des Ergebnisfeldes ausgewertet. Die Findung der Sub-ROIs erfolgt dabei in zwei Schritten:

- zuerst, unter Ausnutzung der Periodizität des AIRY-Profiles und der Symmetrie der Lorentzverteilung, die horizontale Eingrenzung und
- anschließend nach Findung der oberen⁶ und unteren Grenzen in einem zweiten Schritt, unter Ausnutzung der örtlichen Verteilung die vertikale Eingrenzung.

Horizontale Eingrenzung

Die Bestimmung der oberen und unteren Grenze einer Sub-ROI erfolgt durch Auswertung des gesamten aufgenommenen Interferenzbilds, dazu werden zeilenweise alle Pixel entsprechend der eingezeichneten Richtung aufaddiert. Die resultierende diskrete Folge ist in Abbildung 4.2 rot dargestellt. Zur Abschätzung der Anzahl der Maxima in einer automatisierten Auswertung wird unter Nutzung der Periodizität der maximalen Fourierkomponente eine diskrete Fouriertransformation (DFT) durchgeführt. Im hier betrachteten Beispiel ist das Ergebnis fünf. Dieses Vorgehen ist notwendig, um besonders bei niedriger registrierter Intensität die Anzahl der Maxima abschätzen zu können.

Die diskrete Folge wird mittels eines Gaußfilters (4.2) variabler Länge geglättet und anschließend mittels eines Gradientenfilters (4.3) auf Vorzeichenwechsel untersucht.

$$g[n] = A \exp\left(-\frac{(n-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad n = 0, \dots, N-1, \quad \mu = \frac{N}{2}, \quad \sigma = \frac{N}{3} \quad (4.2)$$

Der Gradientenfilter berechnet den Wert an der Stelle n aus dem vorherigen und dem nachfolgenden Wert, indem die Summe aus dem mit -1 multipliziertem vorherigen und dem nachfolgenden Wert gebildet wird. Ist der nachfolgende Wert kleiner als der vorherige, so ist das Ergebnis negativ, sonst positiv. Der Wechsel des Vorzeichens von positiv zu negativ zeigt dabei die Lage eines Maximums an.

$$g[n] = 0.5 \cdot [-1, 0, 1] \quad (4.3)$$

⁶ Die Bezeichnung obere/untere Grenze bezieht sich auf die Zeilennummer.

Sobald die Anzahl der Vorzeichenwechsel die Anzahl der vorher ermittelten Maxima übersteigt, wird die diskrete Folge mit einem breiteren Gaußfilter erneut geglättet und anschließend auf Vorzeichenwechsel untersucht.

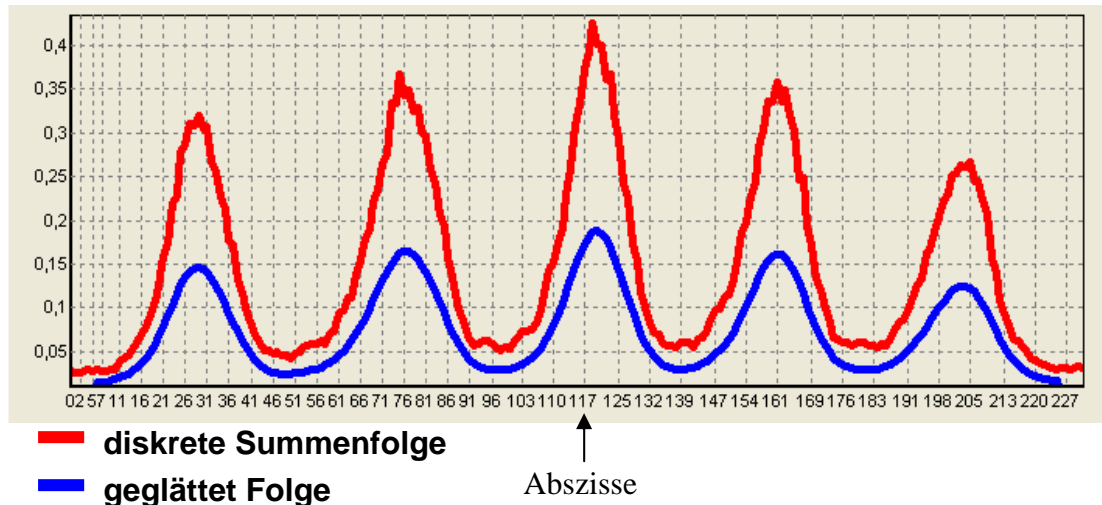


Abbildung 4.2 Darstellung der zeilenweise aufaddierten diskreten Folge(rot) und der geglätteten Folge(blau)

Dieser Vorgang wird iterativ solange wiederholt, bis die Anzahl der gefundenen Vorzeichenwechsel mit der Anzahl der Maxima übereinstimmt. Die blaue Kurve in Abbildung 4.2 zeigt die aus diesem Vorgang resultierende diskrete geglättete Folge. Anschließend wird diese Folge zwischen zwei benachbarten Maxima auf einen weiteren Vorzeichenwechsel, diesmal von negativ zu positiv untersucht. Dieser Vorzeichenwechsel symbolisiert ein Minimum der diskreten Folge und wird als obere Grenze für das Maximum n und als untere Grenze für das Maximum $n+1$ festgelegt. Zur Bestimmung der unteren Grenze des ersten sichtbaren Maximums wird die Symmetrie der Lorentzfunktion ausgenutzt. Der Abstand zwischen unteren Grenze und Maximum wird dem Abstand zwischen oberer Grenze und Maximum gleichgesetzt, sollte der so errechnete Wert kleiner Null sein, wird die untere Grenze auf null gesetzt, um einen Zugriffsfehler bei der Auswertung zu verhindern. In analoger Weise wird die obere Grenze für das letzte sichtbare Maximum bestimmt, wobei hier die Grenze maximal die um eins verminderte Länge der diskreten Folge ist. Nachdem alle Sub-ROIs horizontal eingegrenzt worden sind, werden anschließend die vertikalen Begrenzungen gefunden.

Vertikale Eingrenzung

Zur Bestimmung der linken bzw. rechten Grenze wird die örtliche Verteilung des Streulichtes innerhalb des Ergebnisfeldes ausgewertet.

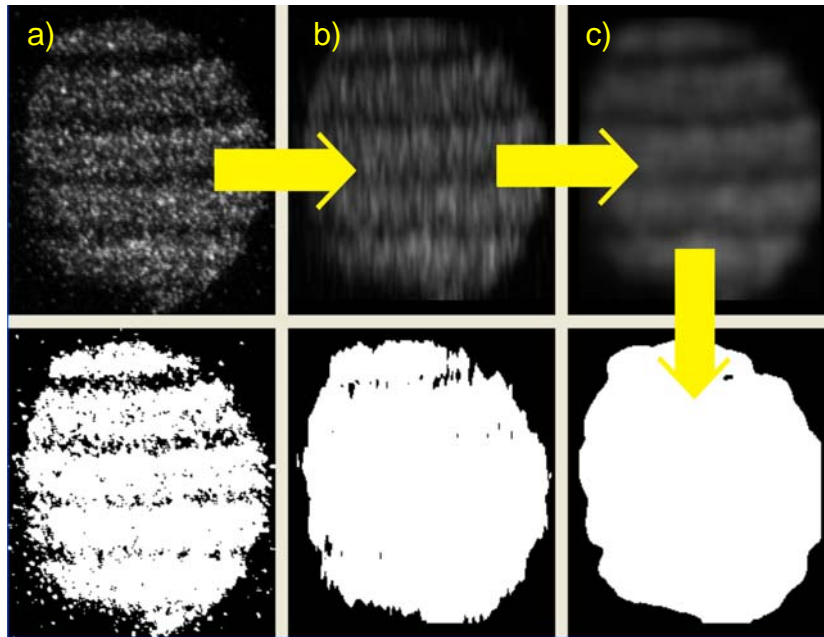


Abbildung 4.3 Darstellung des Ablaufes zum Auffinden der örtlichen Verteilung des Streulichtes
 a) Ausgangsbild und dazugehörige Binärbild b) vertikal geglättetes Zwischenbild und Binärbild
 und c) anschließend horizontal geglättetes Zwischenbild mit dazugehörigem Binärbild

Für die Ermittlung der örtlichen Verteilung werden entweder die aussortierten Bilder oder Ergebnisse welche nicht eindeutig auswertbar sind benutzt. Abbildung 4.3 zeigt die Vorgehensweise einer solchen Bestimmung der örtlichen Verteilung des Streulichtbildes am Beispiel eines nicht auswertbaren Ergebnisfeldes.

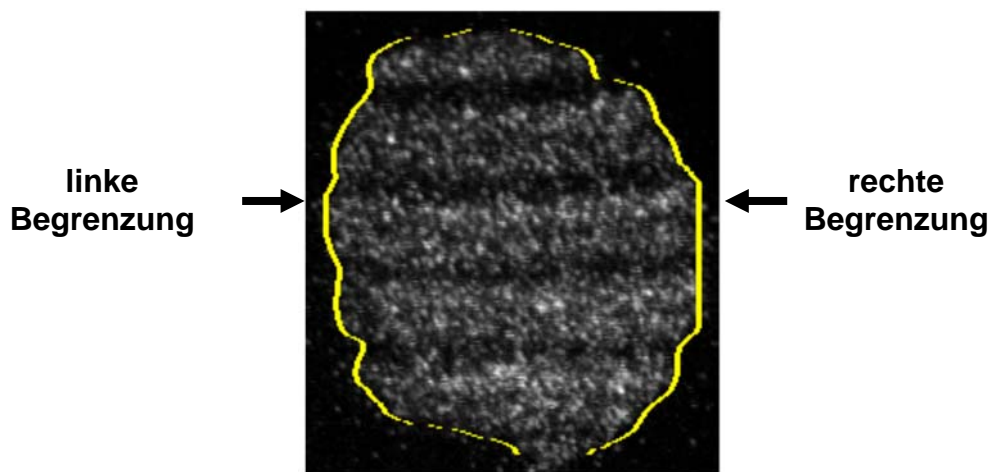


Abbildung 4.4 Darstellung der gefundenen linken und rechten örtlichen Begrenzung

Aus dem zum Ereignisfeld gehörenden Ergebnisbild wird unter Vorgabe einer Grenze durch den Benutzer ein erstes Binärbild (links unten) erzeugt. Nach der horizontalen und vertikalen Glättung des Bildes mittels Gaußfilter werden erneut Binärbilder erstellt. Die örtliche Lage des Interferenzbildes innerhalb des Ergebnisfeldes kann durch die Kontur beschrieben werden. Abbildung 4.4 zeigt die gefundene linke bzw. rechte Be-

begrenzung des Streulichtes nach der Glättung. Die so erhaltene örtliche Verteilung des Interferenzbildes kann anschließend zur Bestimmung der linken bzw. rechten Grenze der Sub-ROIs verwendet werden. Zur Ermittlung der linken Grenze werden die Schnittpunkte der vorher ermittelten oberen und unteren Begrenzung ausgewertet, wobei in diesem Fall der am weitesten rechts liegende Punkt als linke Grenze benutzt wird. Dieses Vorgehen stellt sicher, dass im späteren Verlauf der Auswertung auch immer eine Lorentzkurve betrachtet werden kann. Die Bestimmung der rechten Grenze erfolgt in analoger Weise, hierbei wird allerdings der Schnittpunkt der am weitesten links liegt ausgewählt. Wird kein Schnittpunkt für die untere (erstes Maximum) bzw. obere (letztes Maximum) Grenze gefunden, so liegt dieses Maximum zu nah am Rand der örtlichen Verteilung für eine Bestimmung der Verschiebung und kann nicht ausgewertet werden.

4.3 Berechnungen der Doppler-Verschiebung

Zur Berechnung der Verschiebung aufgrund des optischen Dopplereffektes müssen sowohl die relative Verschiebung innerhalb der verschiedenen Sub-ROIs als auch der spektrale Eindeutigkeitsbereich bestimmt werden. Obwohl die theoretischen Interferenzfiguren einen nicht symmetrisch Verlauf aufweisen, kann die Form als Lorentzähnlichen beschrieben werden, vgl. Abbildung 4.2. Aus diesem Grund wird zunächst das Vorgehen zur Findung einer Lorentzfunktion für eine zweidimensionale Messreihe vorgestellt.

4.3.1 Lorentzfit

Zur eindeutigen Beschreibung der Lage der Interferenzfiguren innerhalb der Sub-ROIs muss der Schwerpunkt der jeweiligen Profile mittels Lorentzfit gefunden werden. In diesem Abschnitt wird beschrieben, wie für eine 2 dimensionale Messreihe $\{(x_1, f_1), (x_2, f_2), \dots, (x_N, f_N)\}$, wobei alle f -Werte positiv sein müssen, die beste Lorentzkurve (4.4) angepasst wird.

$$f(x) = \frac{A}{1 + \frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (4.4)$$

Es soll bemerkt werden, dass die Lorentz-Kurve für x -Werte nah zum Maximum μ die Form eine Gauß-Kurve annimmt, d.h. für $\xi = \frac{x - \mu}{\sqrt{2}\sigma}$ klein gilt folgendes:

$$f(x)^{\xi, \text{klein}} \approx A \left[1 - \frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right]^{\xi, \text{klein}} \approx A \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right). \quad (4.5)$$

Das Integral der Lorentz-Kurve innerhalb eines Intervalls zwischen x_{\min} und x_{\max} ist gleich

$$I_L = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{A}{1 + \frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}} dx = A\sqrt{2}\sigma \left[\arctan\left(\frac{x_{\max} - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \arctan\left(\frac{x_{\min} - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right], (4.6)$$

was mittels des oben bereits eingeführten Wechsels der Variablen leicht berechnet werden kann. Für die Messreihe $\{(x_1, f_1), (x_2, f_2), \dots, (x_N, f_N)\}$ entspricht dieses der folgenden Summe

$$I_L \approx \sum_{i=2}^N \frac{f_i + f_{i+1}}{2} (x_i - x_{i+1}) \quad (4.7)$$

Aus (4.6) ergibt sich für die Amplitude A der Lorentz-Kurve die folgende Gleichung:

$$\ln(A) = \ln(I_L) - \ln(\sqrt{2}\sigma) = \ln \left[\arctan\left(\frac{x_N - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \arctan\left(\frac{x_1 - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right] \quad (4.8)$$

Im weiteren Verlauf werden die nächsten zwei Beziehungen benötigt und deswegen hier eingefügt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln(A)}{\partial \mu} &= \frac{1}{\arctan\left(\frac{x_N - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \arctan\left(\frac{x_1 - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)} \left[\frac{x_N - \mu}{1 + \frac{(x_N - \mu)^2}{2\sigma^2}} - \frac{x_1 - \mu}{1 + \frac{(x_1 - \mu)^2}{2\sigma^2}} \right] \left(\frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \right) \\ \frac{\partial \ln(A)}{\partial \sigma} &= -\frac{1}{\sigma} + \frac{1}{\arctan\left(\frac{x_N - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \arctan\left(\frac{x_1 - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)} \left[\frac{1}{1 + \frac{(x_N - \mu)^2}{2\sigma^2}} - \frac{1}{1 + \frac{(x_1 - \mu)^2}{2\sigma^2}} \right] \left(\frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \right) \end{aligned} \quad (4.9)$$

wobei I_L selbst dazu nicht beiträgt, da $I_L \approx \sum_{i=2}^N \frac{f_i + f_{i-1}}{2} (x_i - x_{i-1})$ gegeben und konstant

ist. Die Anpassung der zwei unbekannt Parameter μ und σ in der Lorentz-Kurve wird mittels der Technik des Maximum Likelihoods (ML) durchgeführt. Dafür werden in einem ersten Schritt die f -Werte auf Eins normiert (4.10), so dass eine Interpretation als Häufigkeit oder Wahrscheinlichkeit zulässig ist.

Schritt 2: In der äußeren Schleife wird $\mu = \frac{\mu_{\min} - \mu_{\max}}{2}$ gesetzt und folgende Schritte

durchgeführt:

Schritt 3: Initialisierung durch Setzen von $\sigma_{\min} = 0$ und $\sigma_{\max} = x_N - x_1$.

Schritt 4, in der inneren Schleife wird $\sigma = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$ gesetzt und die folgenden Größen

bestimmt:

$$\frac{\partial \ln(A)}{\partial \mu} = \frac{1}{\arctan\left(\frac{x_N - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \arctan\left(\frac{x_1 - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)} \left[\frac{1}{1 + \frac{(x_N - \mu)^2}{2\sigma^2}} - \frac{1}{1 + \frac{(x_1 - \mu)^2}{2\sigma^2}} \right] \left(\frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \right)$$

$$\frac{\partial \ln(A)}{\partial \sigma} = -\frac{1}{\sigma} + \frac{1}{\arctan\left(\frac{x_N - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \arctan\left(\frac{x_1 - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)} \left[\frac{x_N - \mu}{1 + \frac{(x_N - \mu)^2}{2\sigma^2}} - \frac{x_1 - \mu}{1 + \frac{(x_1 - \mu)^2}{2\sigma^2}} \right] \left(\frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \right)$$

$$\lambda_F = \sum_{i=1}^N \kappa_i \frac{x_i}{1 + \frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\lambda_G = \sum_{i=1}^N \kappa_i \frac{1}{1 + \frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$F = \frac{1}{\lambda_G} \left(\sigma^2 \frac{\partial \ln(A)}{\partial \mu} + \lambda_F \right)$$

$$G = \frac{\partial \ln(A)}{\partial \sigma} + \frac{2}{\sigma} - \frac{2}{\sigma} \lambda_G$$

Schritt 5: Wenn $G < 0$ erfüllt ist, befindet sich die Lösung für $\frac{\partial \ln(L)}{\partial \sigma} = 0$ zwischen σ_{\min} und dem aktuellen σ , d.h., die obere Grenze wird auf $\sigma_{\max} = \sigma$ gesetzt; sonst muss die untere Grenze auf $\sigma_{\min} = \sigma$ gesetzt werden. Die Schritte 4 und 5 werden bis zum Erreichen der Konvergenzkriterien wiederholt, d.h., sodass $\sigma_{\max} - \sigma_{\min} < \Delta\sigma_{abr}$ gilt, z.B. $\sigma_{\max} - \sigma_{\min} < 0.01$.

Schritt 6: Wenn $F \leq \mu$ erfüllt ist, befindet sich die Lösung für $\frac{\partial \ln(L)}{\partial \mu} = 0$ zwischen

μ_{\min} und dem aktuellen μ , d.h. die obere Grenze wird auf $\mu_{\max} = \mu$ gesetzt; sonst $\mu_{\min} = \mu$. Anschließend werden die Schritte 2-6 bis zur Konvergenz wiederholt, d.h., bis μ_{\min} und μ_{\max} nah genug zueinander liegen, z.B. $(\mu_{\max} - \mu_{\min}) \leq 0.01$.

Schritt 7: Mit der bereits gefundenen Lösung für μ und σ , wird die Amplitude der Lorentz-Kurve berechnet.

$$A_{final} = \frac{I_L}{\sqrt{2}\sigma \left[\arctan\left(\frac{x_n - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \arctan\left(\frac{x_1 - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right]} \quad (4.17)$$

4.3.2 Bestimmung des spektralen Eindeutigkeitsbereiches

Wie bereits im Abschnitt 2.3 beschrieben, stellt der Abstand zweier benachbarter Maxima eine Längeninformation dar, welche zur Bestimmung der relativen Wellenlängenverschiebung benutzt werden kann.

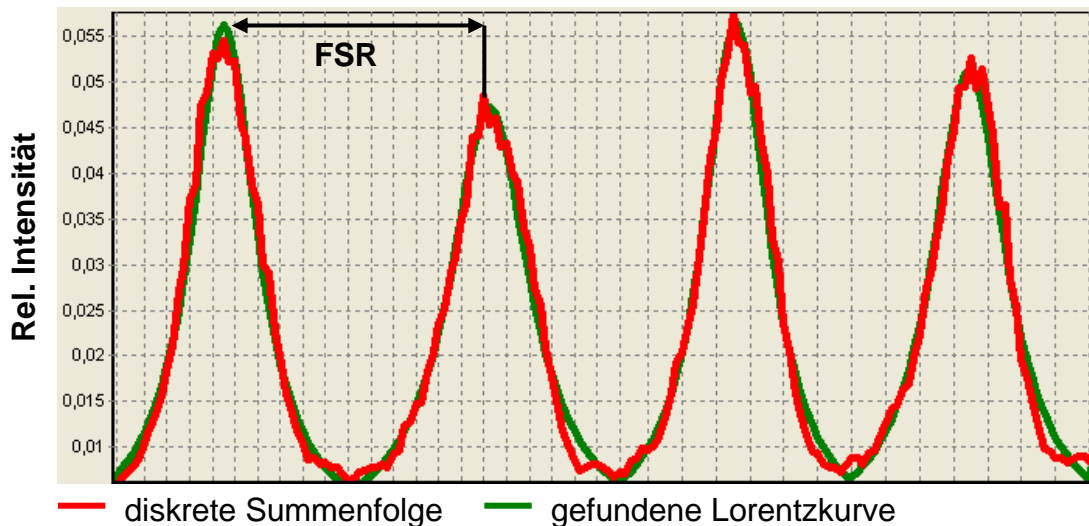


Abbildung 4.5 Darstellung der diskreten Summenfolge (rot) und der gefundenen Lorentzkurven (grün)

Der Abstand zweier Maxima in Pixel wird durch die Lage der dazugehörigen Lorentzähnlichen Profile bestimmt. Dieser Abstand entspricht dem spektralen Eindeutigkeitsbereich des verwendeten Interferometers. Abbildung 4.5 zeigt die zeilenweise Summation des gefilterten Interferenzbildes (rot) und die gefundenen Lorentzfunktionen (grün). Aus dem Abstand der Schwerpunkte zweier benachbarter Lorentzfunktionen kann der spektrale Eindeutigkeitsbereich bestimmt werden.

4.3.3 Ermittlung der Verschiebung

Nachdem die Sub-ROIs bestimmt wurden, werden in diesem Abschnitt die Kurven innerhalb der einzelnen Sub-ROIs ausgewertet. Für ein klassisches FPI ist ein kreisförmiges Interferenzmuster charakteristisch. Die Linien innerhalb des Ergebnisfeldes sind Kreisbogenabschnitte dieses Interferenzmusters und sollen über eine quadratische Funktion beschrieben werden. Für das verwendete Fizeau-Interferometer werden gerade Li-

nien erwartet, da für diesen Interferometertyp keine Zylindersymmetrie mehr vorherrscht. Auf den resultierenden Ergebnisbildern ist ebenfalls eine leichte Krümmung erkennbar. Jeder dieser Kreisbogenabschnitte wird als eine Spaltenweise Aneinanderreihung verschiedener Lorentzfunktionen aufgefasst und die Lage ihrer Maxima durch eine quadratische Funktion (Parabel) beschrieben. Zur Findung der quadratischen Funktion wird der Kreisbogenabschnitt in gleichbreite Unterabschnitte aufgeteilt, es werden z.B. jeweils drei Spalten zusammengefasst und für diese Zwischensumme ein Lorentzfit durchgeführt. Die ermittelten Lagen der Lorentzfunktionen innerhalb der Sub-ROI werden zur Bestimmung der quadratischen Funktion benutzt, indem das dazugehörige lineare Gleichungssystem gelöst wird Abbildung 4.6. Zur Bestimmung des Abstandes zwischen den beiden gefundenen Funktionen wird auf der ersten Funktion für jeden diskreten Wert innerhalb der Sub-ROI eine Senkrechte konstruiert und der Schnittpunkt mit der zweiten Funktion bestimmt, anschließend wird der Abstand zwischen den jeweiligen Start- und Schnittpunkten errechnet und alle so erhaltenen Abstände gemittelt. Zur Kontrolle werden anschließend die beiden Funktionen vertauscht und erneut der gemittelte Abstand bestimmt. Aufgrund von Ungenauigkeiten an den Rändern der Sub-ROI kommt es zu leichten Unterschieden zwischen den beiden gemittelten Beträgen. Ist ein deutlicher Unterschied zwischen den beiden ermittelten Abständen erkennbar, so war die Findung der quadratischen Funktionen nicht möglich und eine weitere Auswertung mit diesem Verfahren ist nicht sinnvoll.

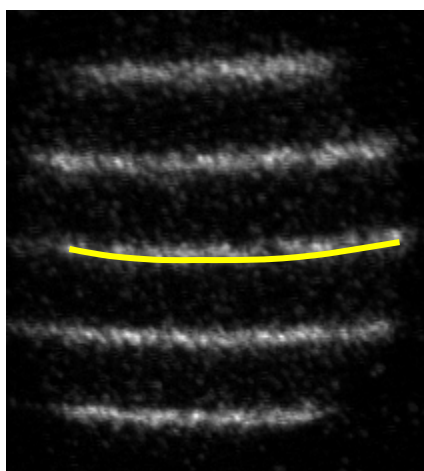


Abbildung 4.6 Darstellung einer ermittelten Interferenzfigur, wobei die Krümmung der Maxima gut zu erkennen ist

Ein solcher Unterschied tritt dann auf, wenn zum Beispiel aufgrund thermischer Einflüsse die Filtereigenschaften während der Messung nicht konstant waren und das Ergebnisfeld zwei zueinander verschobene gefilterte Streulichtbilder enthält. In diesem Fall ist entweder eine erneute Messung durchzuführen oder, wenn der Zeitpunkt der Änderung abschätzbar ist, sind die unbearbeiteten Ausgangsbilder aufzuteilen und separat auszuwerten. Zur Bestimmung der gesamten relativen Verschiebung $\Delta\lambda$ werden die ermittelten Verschiebungen innerhalb der verschiedenen Sub-ROIs im Anschluss gemittelt $\langle \Delta\lambda_{\text{Pixel}} \rangle$ und mittels des bereits bestimmten mittleren spektralen Eindeutigkeitsbereiches $\langle FSR_{\text{Pixel}} \rangle$ umgerechnet (4.18).

$$\Delta\lambda = \frac{\langle \Delta\lambda_{Pixel} \rangle}{\langle FSR_{Pixel} \rangle} FSR \quad (4.18)$$

Aus dieser relativen Verschiebung der gestreuten Wellenlängen zueinander kann die Geschwindigkeit bei bekannter Streugeometrie bestimmt werden (4.19).

$$v_{Drift} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \frac{c_0}{2} \frac{1}{\sin(\phi)} \quad (4.19)$$

Für einen idealen Aufbau des Experimentes entspricht die ermittelte Verschiebung aus (4.18) der geschwindigkeitsinduzierten Änderung der Wellenlänge. Ein solch idealer Aufbau ist nicht realisierbar, aus diesem Grund muss die aufbaubedingte Verschiebung zwischen den beiden gestreuten und gefilterten EMWs an einer ruhenden Atmosphäre bestimmt und anschließend von der ermittelten geschwindigkeitsinduzierten Verschiebung abgezogen werden.

Zur Bestimmung der Geschwindigkeit kann auch die relative Lage der bereits in 4.3.2 beschriebenen Schwerpunkte der zeilenweise summierten Sub-ROIs verwendet werden. Die gemittelte Verschiebung $\langle \Delta\lambda_{Pixel} \rangle$ wird dann wie in (4.18) beschrieben in die Wellenlängenverschiebung umgerechnet. Dieses Vorgehen war bei der Untersuchung der Plasmaströmungen notwendig, da die gestreute Intensität deutlich niedriger als an der untersuchten Kaltgasströmung war.

5 Messobjekt

Das in dieser Arbeit vorgestellte berührungslose und rückwirkungsfreie Verfahren zur Messung lokaler Driftgeschwindigkeiten in Gasströmungen ist eine Neuentwicklung. Um das innovative Potential des Messverfahrens demonstrieren zu können wurden zwei unterschiedliche Messobjekte ausgewählt:

1. Die Überschallkaltgasströmung
2. Der thermische Rekombinationsplasmastrahl

Die Existenz etablierter messtechnischer Verfahren zur Bestimmung der Driftgeschwindigkeit in Überschallkaltgasströmungen [49] sowie der Vergleich mit theoretisch berechneten Geschwindigkeiten erlauben die Nutzung einer solchen Strömung zur Referenzierung des Experimentes. Aus diesem Grund ist eine eingehende Betrachtung der Lavaldüse im nächsten Abschnitt notwendig.

Das zweite Messobjekt ist der Rekombinationsstrahl einer thermischen Plasmaquelle, für dieses Messobjekt sind sowohl Simulationen als auch andere Messverfahren nur bedingt verfügbar. Aus diesem Grund ist der Einsatz des hier neu beschriebenen Experimentes gerechtfertigt und eine vertiefende Betrachtung dieses Messobjektes erfolgt im zweiten Teil des Kapitels.

5.1 Die Überschallkaltgasströmung

Die Erzeugung einer definierten Überschallkaltgasströmung ist nur durch eine spezielle Düsengeometrie möglich, welche in diesem Abschnitt diskutiert werden soll.

Zur Beschreibung einer Überschalldüse nach deLaval kann eine isentrope Zustandsänderung herangezogen werden, da solche Änderungen im Vergleich mit der typischen Zeitskala für Stöße langsam genug sind (=quasistatisch) aber gleichzeitig für Dissipation schnell genug stattfinden, so dass irreversible Energieverluste vernachlässigbar sind [112]. Im Folgenden werden ausgehend von den kalorischen Zustandsgleichungen für innere Energie bzw. Enthalpie und der Zustandsgleichung idealer Gase die Isentropengleichungen hergeleitet [113; 114; 115; 116]. Unter Einführung der Schallgeschwindigkeit werden aus der Kontinuitätsgleichung die Zusammenhänge in einer isentropen Strömung sowie das Flächenverhältnis zwischen Düsenausgang und Düsenhals diskutiert und für die verwendete Düse berechnet.

5.1.1 Kalorische Zustandsgleichungen

Die im Inneren eines Systems gespeicherte Energie wird als innere Energie U bzw. als auf die Masse bezogene spezifische Energie oder Energiedichte u bezeichnet und ist eine Zustandsgröße [112; 115]. Diese Zustandsgröße lässt sich als Funktion der Zustandsgrößen Temperatur T und spezifisches Volumen v beschreiben $u = f(T, v)$. Zur

Angabe der Änderung der inneren Energie ist das vollständige Differential notwendig (5.1)

$$du = \left. \frac{\partial u}{\partial T} \right|_v dT + \left. \frac{\partial u}{\partial v} \right|_T dv \quad (5.1)$$

wobei $\left. \frac{\partial u}{\partial T} \right|_v$ die partielle Ableitung der inneren Energie nach der Temperatur bei konstantem spezifischen Volumen v darstellt. Für ein ideales Gas ist die innere Energie nur eine Funktion der Temperatur und die partielle Ableitung nach dem spezifischen Volumen bei konstanter Temperatur ergibt 0 [115]. Daraus kann für die Änderung der spezifischen inneren Energie $du = \left. \frac{\partial u}{\partial T} \right|_v dT \equiv c_v dT$ abgeleitet werden, mit c_v der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Volumen. Eine Änderung du der spezifischen inneren Energie wird durch eine Änderung der Wärme dq und oder durch mechanische Arbeit (Kompression) $p dv$ am spezifischen Volumen dv hervorgerufen

$$du = dq - p dv, \quad (5.2)$$

mit dem Druck p . Aufgrund der Tatsache, dass es sich bei der deLavalschen Düse im thermodynamischen Sinn um ein offenes System handelt [112], da der Druck anstatt des Volumens von außen kontrolliert wird, setzt sich die gesamte Energie eines Systems aus der inneren Energie und der Verschiebearbeit zusammen und wird als Enthalpie H bzw. auf die Masse normierte spezifische Enthalpie $h = u + pv$ bezeichnet, wobei pv die spezifische Verschiebearbeit darstellt. Die spezifische Enthalpie ist ebenfalls eine Zustandsgröße welche sich als Funktion der Zustandsgrößen Temperatur und Druck beschreiben lässt. Zur Angabe der Änderung der spezifischen Enthalpie wird ebenfalls das totale Differential eingeführt:

$$dh = \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p dT + \left. \frac{\partial h}{\partial p} \right|_T dp. \quad (5.3)$$

Für ein ideales Gas ist die spezifische Enthalpie unabhängig vom Druck und so wird die partielle Ableitung der spezifischen Enthalpie nach der Temperatur $dh = \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p dT \equiv c_p dT$ als spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck multipliziert mit der Änderung der Temperatur dT bezeichnet [115]. Aus den beiden eingeführten spezifischen Wärmekapazitäten kann sowohl der Isentropenexponent $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ als auch die Gaskonstante $R = c_p - c_v$ berechnet werden, wobei die Gaskonstante R der universellen Gaskonstante normiert auf die molare Masse des betrachteten Gases entspricht. Die Änderung der spezifischen Enthalpie als Summe aus spezifischer innerer Energie und der spezifischen Arbeit ist in (5.4) dargestellt.

$$dh = du + d(vp) = du + vdp + pdv = dq + vdp \quad (5.4)$$

Die spezifische Entropie als Maß für die Unordnung eines Systems hängt von der zugeführten Wärme bezogen auf die Temperatur ab [115].

$$ds = \frac{dq}{T} \quad (5.5)$$

Die Änderung der Entropie ist für reale irreversible Prozesse immer größer Null ($ds > 0$) und für ideale reversible Prozesse als Grenzfall realer Prozesse gleich Null ($ds = 0$) [112; 115]. In Abhängigkeit von der Entropie lässt sich für die Änderung der spezifischen inneren Energie eines Systems schreiben:

$$du = Tds - pdv. \quad (5.6)$$

Für einen isentropen, d.h. wärmeisolierten, und reversiblen Prozess ist die Änderung der spezifischen Entropie Null und aus (5.6) ergibt sich:

$$\frac{dh}{T} = \frac{v}{T} dp \Rightarrow \underbrace{c_p \frac{dT}{T}}_{dh=c_p dT} = \underbrace{R \frac{dp}{p}}_{pv=RT}. \quad (5.7)$$

Aus der Zustandsgleichung idealer Gase $p v = RT$ kann unter Nutzung des Zusammenhangs $v = \frac{1}{\rho}$ zwischen spezifischem Volumen und Dichte ρ die thermische Zustandsgleichung in differentieller Form abgeleitet werden (5.8).

$$\frac{dp}{p} - \frac{d\rho}{\rho} - \frac{dT}{T} = 0 \quad (5.8)$$

Beide Gleichungen (5.7) und (5.8) lassen sich zur Isentropengleichung zusammenfassen:

$$\frac{dp}{p} = \gamma \frac{d\rho}{\rho} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{dT}{T} \quad (5.9)$$

5.1.2 Relation zwischen Gasgeschwindigkeit und durchsetzter Fläche einer isentropen Strömung

Zur Bilanzierung einer isentropen und stationären eindimensionalen Strömung stehen drei Gleichungen zur Verfügung:

a) Die Eulersche Bewegungsgleichung entlang eines Stromfadens $c \frac{dc}{dx} + v \frac{dp}{dx} = 0$, wobei der Einfluss der Schwerkraft vernachlässigt wird. Diese Gleichung beschreibt die Änderung der Impulsdichte in der Strömung unter Vernachlässigung von Reibungskräften (isentrop).

b) Die Kontinuitätsgleichung $\dot{m} = \rho \dot{V} = \rho c A = \text{const}$, wobei \dot{m} den Massenfluss und c die mittlere Geschwindigkeit der Gasteilchen durch die Fläche A bezeichnet,

Und c) die Erhaltung der gesamten Energiedichte aus Enthalpie und kinetischer Energie, $\frac{dh}{dx} + \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2} c^2 \right) = 0$, wobei erneut die Dissipationsrate der Reibungskräfte vernachlässigt worden ist (isentrop).



Abbildung 5.1 Darstellung des Kontrollraumes 1-2 einer isentropen Düsenströmung

Die Kontinuitätsgleichung für eine isentrope Strömung und der Impulssatz liefern den Zugang zur Schallgeschwindigkeit $a = \sqrt{\gamma RT} = \sqrt{\left. \frac{dp}{d\rho} \right|_s}$, proportional zur isentropischen Änderung des Druckes als Funktion der Massendichte, und der, als das Verhältnis der Geschwindigkeit c_x zur Schallgeschwindigkeit a definierten, Machzahl $M = c_x/a$. Für eine isentrope Strömung, welche in einen Kontrollraum an der Stelle 1 ein- und an der Stelle 2 austritt, Abbildung 5.1, muss die totale Enthalpie konstant bleiben, deswegen gilt:

$$h_1 + \frac{c_1^2}{2} = h_2 + \frac{c_2^2}{2}. \quad (5.10)$$

Aus (5.10) kann unter Verwendung der Schallgeschwindigkeit und der Machzahl folgender Zusammenhang abgeleitet werden:

$$\frac{a_1^2}{\gamma-1} + \frac{c_1^2}{2} = \frac{a_2^2}{\gamma-1} + \frac{c_2^2}{2} \quad (5.11)$$

$$a_1^2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right) = a_2^2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2 \right) \quad (5.12)$$

Die Umsetzung der totalen spezifischen Enthalpie $h_{Total} = h + \underbrace{\frac{c_0^2}{2}}_{=0} = c_p T_0 = 2 \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{\rho_0}{\rho_0}$

eines in einem Behälter befindlichen Gases mit Ruhedruck p_0 , Ruhedichte ρ_0 , Ruhetemperatur T_0 und Ruheschwindigkeit $c_0 = 0 \text{ m/s}$ gegenüber dem totalen Vakuum ($p_2 = 0; T_2 = 0 \Rightarrow a_2 = 0$) ermöglicht das Erreichen einer maximalen Geschwindigkeit:

$$\frac{a_0^2}{\gamma-1} = \frac{c_2^2}{2} \Leftrightarrow c_2 = c_{max} = a_0 \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}}, \quad (5.13)$$

wobei a_0 die Schallgeschwindigkeit im Ruhezustand beschreibt.

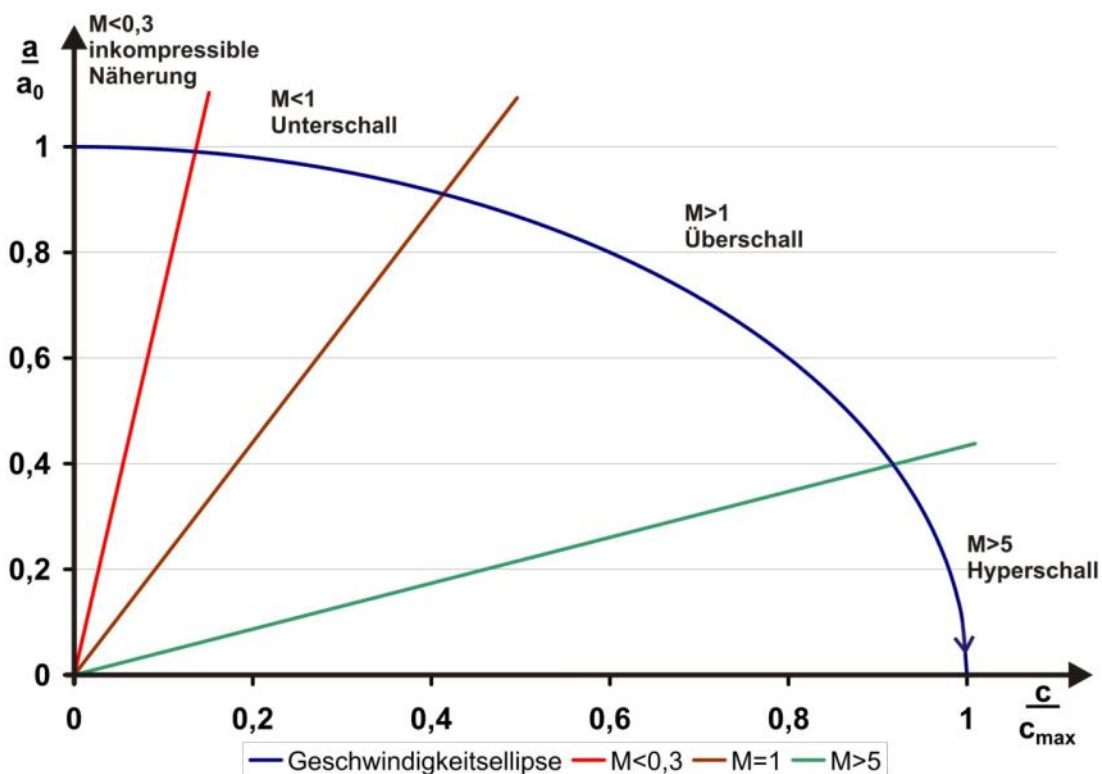


Abbildung 5.2 Darstellung des Zusammenhanges zwischen Strömungsgeschwindigkeit c_x , Schallgeschwindigkeit a und Machzahl M [112]

Diese Geschwindigkeit stellt bei allen Überlegungen zur Konstruktion einer deLaval-schen Überschalldüse einen nicht erreichbaren Grenzwert da. Aus (5.11) und (5.13) ergibt sich

$$1 = \left(\frac{a}{a_0} \right)^2 + \left(\frac{c}{c_{\max}} \right)^2, \quad (5.14)$$

welches eine Parabelgleichung darstellt und den Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit entlang einer isentropen Strömung und der Schallgeschwindigkeit sowie der Machzahl aufzeigt, Abbildung 5.2.

Wird (5.12) erneut aus dem Ruhezustand betrachtet, so kann für das Quadrat des Verhältnisses der Ruheschallgeschwindigkeit zu einer Schallgeschwindigkeit a_2 innerhalb einer isentropen Strömung

$$\left(\frac{a_0}{a_2} \right)^2 = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2 \right) \quad (5.15)$$

angegeben werden. Die Gleichung (5.9) und (5.14) liefern den Zugang zu den Verhältnissen entlang einer isentropen Strömung innerhalb einer deLaval-düse:

$$\left(\frac{c}{c_{\max}} \right)^2 = 1 - \left(\frac{a}{a_0} \right)^2 = 1 - \left(\frac{T}{T_0} \right) = 1 - \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma-1} = 1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}. \quad (5.16)$$

Zur Bildung der differentiellen Form der Kontinuitätsgleichung wird diese logarithmiert und anschließend partiell abgeleitet (5.17).

$$\frac{dA}{A} = -\frac{dc}{c} - \frac{d\rho}{\rho} \quad (5.17)$$

Unter Verwendung der Eulerschen Bewegungsgleichung, der Schallgeschwindigkeit und (5.17) kann die Relation zwischen Änderung der Fläche und der Geschwindigkeit

dargestellt werden $\frac{dA}{A} = (M^2 - 1) \frac{dc}{c}$.

| | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|--|---|
| $\left(\frac{a_{Hals}}{a_0} \right)$ | $\left(\frac{T_{Hals}}{T_0} \right)$ | $\left(\frac{\rho_{Hals}}{\rho_0} \right)$ | $\left(\frac{p_{Hals}}{p_0} \right)$ |
| $\sqrt{\frac{2}{\gamma-1}}$ | $\frac{2}{\gamma-1}$ | $\left(\frac{2}{\gamma-1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$ | $\left(\frac{2}{\gamma-1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$ |

Tabelle 5-1 Abhängigkeit zwischen Düsenhals und -eingang als Funktion des Isentropenexponenten γ

Zur Diskussion dieses Zusammenhanges werden drei Fälle unterschieden $M < 1$, $M = 1$ und $M > 1$. Für den ersten Fall ist die Änderung der Fläche umgekehrt proportional zur Geschwindigkeitsänderung, d.h. zur Beschleunigung muss die Fläche entlang einer isentropen Strömung kleiner werden. Für den zweiten Fall - die örtliche Geschwindigkeit erreicht gerade Schallgeschwindigkeit - ist die Änderung der Fläche null, hier liegt der Wendepunkt der Gleichung. Für den dritten Fall $M > 1$ ist eine Vergrößerung der Geschwindigkeit mit einer Zunahme der von der Strömung durchdrungenen Fläche verbunden. Für die deLaval'sche Überschalldüse ist der Punkt des engsten Querschnitts, auch als Hals bekannt, ein charakteristischer Punkt, da hier gerade die Schallgeschwindigkeit erreicht werden muss um anschließend eine weitere Beschleunigung im divergenten Düsenteil ermöglichen zu können. Für diesen Punkt lassen sich ausgehend von (5.9) und (5.12) charakteristische Verhältnisse aufstellen welche nur von der Art des Gases abhängig sind, Tabelle 5-1. Die Integration der Gleichung (5.17) an den Eintrittsflächen des oben genannten Kontrollraumes kann sofort ausgeführt werden

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{c_1 \rho_1}{c_2 \rho_2}.$$

Durch Verwendung der Isentropengleichung (5.9) wird das Dichteverhältnis in ein Temperaturverhältnis umgeformt und dieses anschließend mittels (5.15) in ein Geschwindigkeitsverhältnis. Unter Nutzung der Machzahl ergibt sich:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{M_1}{M_2} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad \downarrow M_1 = 1 \quad (5.18)$$

$$\frac{A_{aus}}{A_{Hals}} = \frac{1}{M_{aus}} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{aus}^2}{\frac{\gamma+1}{2}} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

Für das Erreichen der gewünschten Geschwindigkeit am Ausgang der Düse ist nur das Verhältnis zwischen Hals- und Austrittsfläche ausschlaggebend. Die Kontinuitätsgleichung liefert den Zusammenhang zwischen Massenfluss und Fläche, d.h. unter Berücksichtigung der örtlichen Temperatur kann die Fläche an charakteristischen Punkten (Düseneingang, -hals, -ausgang) bestimmt werden (5.19).

$$A_i = \frac{\dot{m}_i}{\rho_i c_i} \quad (5.19)$$

Für die Ermittlung der Düsenkontur wurde auf die Methode von Foelsch [117] zurückgegriffen. Für diese Methode müssen der Austrittsdurchmesser und die zu erreichende Machzahl bekannt sein, eine Zusammenfassung findet sich in [118; 119] und in 8.3.

Für den Entwurf der betrachteten deLaval'schen Überschalldüse stehen als Ausgangsparameter die Gasart (Luft $\gamma = 1.4$), die Eingangstemperatur ($T_0 = 298.15K$), der Druck

$\tau_E = \frac{1}{\sqrt{M_E}} \left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_E^2 \right) \right]^{\frac{\gamma+1}{4(\gamma-1)}}$ bezeichnet. Der Ausbreitungswinkel

$\Psi_E = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \arctan \left(\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} \sqrt{M_E^2 - 1} \right) - \arctan \left(\sqrt{M_E^2 - 1} \right) \right]$ der an diesem Punkt startenden Machlinie wird berechnet.

2. Bestimmung des Öffnungswinkels $\omega = \Psi_A = \frac{1}{2} \Psi_E$ und der zugehörigen Mach-Zahl M_A welche zum Ausbreitungswinkel der Mach-Linie

$\Psi_A = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \arctan \left(\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} \sqrt{M_A^2 - 1} \right) - \arctan \left(\sqrt{M_A^2 - 1} \right) \right]$ gehört. Da

$M_A < M_E$ gilt kann der dimensionslose Parameter

$\tau_A = \frac{1}{\sqrt{M_A}} \left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2 \right) \right]^{\frac{\gamma+1}{4(\gamma-1)}}$ berechnet werden.

3. Für beliebige Punkte P auf der Linie AE wird der jeweilige Strömungswinkel θ_P bestimmt. Wobei startend am Punkt A die Mach-Zahl M_P von $M_P = M_A$ in kleinen Schritten solange erhöht wird, bis am Ende die Machzahl $M_P = M_E$ am Punkt E erreicht wird. Für jede Machzahl M_P wird der entsprechende Ausbreitungswinkel

$\Psi_P = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \arctan \left(\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} \sqrt{M_P^2 - 1} \right) - \arctan \left(\sqrt{M_P^2 - 1} \right) \right]$ und der Strömungswinkel $\theta_P = \Psi_P - \Psi_E$ berechnet.

4. Nach diesen Vorbetrachtungen können die Koordinaten eines beliebigen Punktes K auf dem Profil AB im vierten Schritt bestimmt werden:

$$\frac{x_K}{R_{out}} = \frac{\tau_P}{2\tau_E \sin(\omega/2)} \frac{1}{\sin(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1} + \cos(\theta_P)} \times$$

$$\left[1 + \left(\cos(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1} - \sin(\theta_P) \right) B \right]$$

$$\frac{y_K}{R_{out}} = \frac{\tau_P}{2\tau_E \sin(\omega/2)} B$$

$$B = \sqrt{\sin^2(\theta_P) + 2(\cos(\theta_P) - \cos(\omega)) \left(\sin(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1} + \cos(\theta_P) \right)}$$

5. Zur Konstruktion der Düse soll der Koordinatenursprung am Hals der Düse liegen, deswegen muss der Wert

$$x_0 = \frac{R_{out}}{\tau_E} \left(\frac{1}{\tan(\omega)} - \frac{1}{2} \frac{\tau_E - \frac{1}{\cos(\omega/2)}}{\cos(\omega/2) + \sin(\omega/2)} \right) \text{ bestimmt und von jedem } \frac{x_K}{R_{out}}$$

aus dem vorherigen Schritt subtrahiert werden.

6. Zur Berechnung des Radius am Hals wird Gleichung $\frac{R_{throat}}{R_{out}} = \frac{1}{\tau_E}$ benutzt.
7. Im siebten Schritt wird der Krümmungsradius R_{curv} und die Länge λ welche die zylindrische Strömung an der Verengung in eine kegelförmige Strömung umwandelt, gleichgesetzt und mittels $\frac{R_{curv}}{R_{out}} = \frac{\lambda}{R_{out}} = \frac{1}{2\tau_E} \frac{\tau_A \cos(\omega/2) - 1}{\sin(\omega/2) \cos(\omega/2) + \sin(\omega/2)}$ bestimmt.
8. Zum Abschluss werden die Koordinaten des Punktes D, an welchem die kreisförmige expandierende Verengung in das gerade Segment λ übergeht bestimmt.

$$x_D = R_{curv} \sin(\omega)$$

$$y_D = R_{throat} + R_{curv} (1 - \cos(\omega))$$

Die Ergebnisse der Berechnung sind in Abbildung 5.4 dargestellt, wobei für den konvergenten Düsenteil ein strömungsmechanisch sinnvolles Profil verwendet wurde.

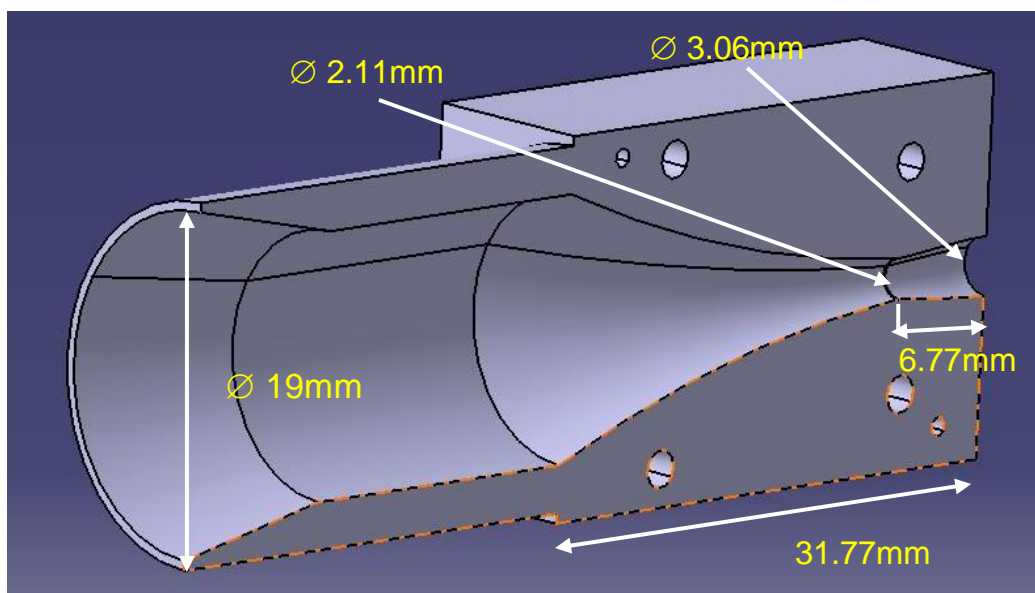


Abbildung 5.4 Darstellung der Geometrie der deLaval'schen Überschalldüse

Die Durchmesser von Hals und Ausgang und die Kontur zwischen beiden Punkten ergeben sich aus den obigen Überlegungen. Zum Betrieb der Düse wird Druckluft aus einer Flasche verwendet. Um die Anströmungsgeschwindigkeit vernachlässigen zu können, wurde der Durchmesser des Verbindungsschlauches auf 19mm festgelegt. Die Länge vor dem divergenten Düsenteil dient der mechanischen Stabilität der Düse und

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

hat keinen Einfluss auf die strömungsmechanischen Eigenschaften der Düse. Für den Betrieb der Düse im Auslegungspunkt muss anschließend der Eingangsdruck bestimmt werden, dieser ergibt sich ebenfalls aus (5.16) zu $p_0 = 11.87 \text{ bar}$. Für die festgelegte Düsengeometrie können auch andere Betriebsparameter gefunden werden, so führt die Absenkung des Ausgangsdruckes auf $p_{aus,2} = 0.2 \text{ atm}$ und die Verringerung des Massenflusses auf $\dot{m} = 90 \text{ s/m}$ ebenfalls zu den oben genannten geometrischen Verhältnissen und der gewünschten Machzahl [112].

5.2 Der thermische Plasmastrahl

Das zweite Messobjekt ist der Rekombinationsstrahl einer thermischen Plasmaquelle. Für die Simulationsrechnungen einer Atmosphärendruck Plasmaströmung ist, aufgrund der geringen Reynoldszahlen eine, bisher noch nicht implementierte, genaue Turbulenzmodellierung notwendig [120]. Die besonderen Eigenschaften des Messobjektes (hohe Temperatur, teilweise Ionisation) schränken die Nutzung klassischer Geschwindigkeitsmessverfahren (Enthalpiesonde, partikelbasierte Messverfahren) ebenfalls ein. Aus diesen beiden Gründen erscheint der hohe experimentelle Aufwand dieses Verfahrens gerechtfertigt.

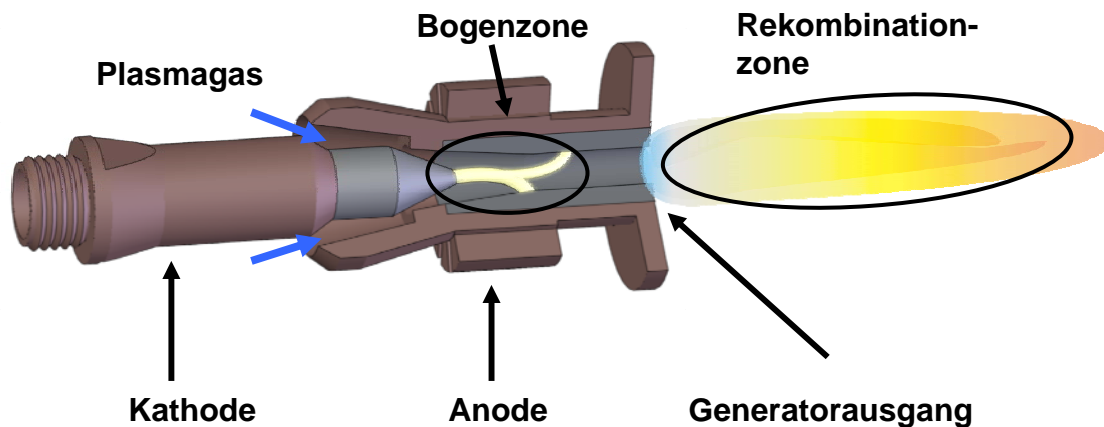


Abbildung 5.5 Darstellung der prinzipiellen Funktionsweise eines DC-Plasmagenerator

Am Markt sind momentan verschiedenste Systeme erhältlich, die sich in der Anzahl der verwendeten Anoden (DeltagunTM) bzw. Kathoden (Triplex-ProTM) unterscheiden [37; 121]. Die prinzipielle Funktionsweise der verschiedenen Systeme soll am Beispiel eines typischen Einlichtbogensystems beschrieben werden, Abbildung 5.5.

Das zu ionisierende Plasmagas (blau) wird an der stiftförmigen Kathode vorbeigeführt und in der Bogenzone, zwischen Kathode und ringförmiger Anode durch thermische Expansion und eigenmagnetischer Kräfte beschleunigt [12; 24]. Der austretende Plasmastrahl ist durch hohe Temperaturen und Geschwindigkeiten gekennzeichnet. In unmittelbarer Nähe der Düsenöffnung werden die für die Schichtbildung benötigten Partikel in den Plasmastrahl injiziert, beschleunigt, aufgeschmolzen und auf dem zu beschichtenden Substrat aufgetragen. Die Eingabe der Partikel erfolgt entweder mittels Trägergas oder Suspension [30; 122]. Die hohe thermische Belastung im Bereich des

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

Anodenfußpunktes bedingt eine Wasserkühlung, sodass nur etwa 50% der eingesetzten elektrischen Leistung tatsächlich im Plasmagas umgesetzt wird. Die Ionisation des Plasmagases in der Bogenzone führt zu einer Erhöhung der Zahl freier Elektronen. Aufgrund der teilweisen Ionisation treten bei der Untersuchung der Strömung in der Rekombinationszone sowohl Streuung an gebundenen als auch freien Elektronen auf. Die Anwendung solcher Plasmaquellen kann sowohl im Atmosphären- (engl. atmospheric plasma spraying APS) als auch Unterdruck (engl. vacuum plasma spraying VPS) erfolgen, je nach Anwendungsgebiet unterscheiden sich die Rekombinationsplasmastrahlen in der Form, Geschwindigkeit und Temperatur an verschiedenen Punkten nach dem Düsenausgang. Im Allgemeinen weisen bedingt durch die großen Massenunterschiede die freien Elektronen und die schweren Gasteilchen eine unterschiedliche Temperatur auf. Als Plasmagas finden hochreines Argon und unterschiedliche Sekundärgase (H_2 , N_2 , He) in verschiedenen Konzentrationen Verwendung. Die Zugabe der Sekundärgase erhöht die in das Plasmagas abgegebene elektrische Leistung. Im Folgenden soll sowohl das Geschwindigkeits- als auch das Temperaturprofil eines Einlichtbogengenerators hergeleitet werden.

5.2.1 Temperatur- und Geschwindigkeitsprofil am Generatorausgang

Die typische axialsymmetrische Strömung eines solchen Systems sollte dazu führen, dass alle Größen ausschließlich von der radialen Koordinate r abhängig sind. Wird der Radius am Düsenausgang mit R bezeichnet, so kann das Temperatur- und Geschwindigkeitsprofil an diesem Ort durch den folgenden Ansatz beschrieben werden [120]:

$$\begin{aligned}
 T(r) &= (T_c - T_0) \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^n \right] + T_0 \\
 v(r) &= v_c \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^m \right]
 \end{aligned}
 \tag{5.20}$$

In dieser Gleichung stellen $T_0 = 300K$ die Umgebungstemperatur und T_c bzw. v_c die maximalen Werte der Temperatur und Geschwindigkeit in der Mitte der Strömung dar. Zur Beschreibung einer Strömung soll diese aus sehr vielen sehr dünnen Schichten bestehen. Für eine laminare Strömung führen die Transportkoeffizienten Wärmeleitfähigkeit und Turbulenz dazu, dass in zwei benachbarten Schichten minimale Änderungen der Temperatur bzw. Geschwindigkeit auftreten, sodass eine merkliche Abnahme zwischen dem Zentrum und dem Rand der Strömung zu beobachten ist. Eine konvektive Durchmischung der Schichten findet hingegen nicht statt, zur Beschreibung einer solchen Strömung werden kleine Exponenten ($n, m \approx 2$) benutzt. Wenn die Schichten aufgrund von Turbulenzen durchmischt werden, führen die jeweiligen Transportkoeffizienten zu keiner merklichen Abnahme der Größen Temperatur und Geschwindigkeit. Das resultierende Profil ist flach und wird durch hohe Exponenten ($n, m \approx 6$) beschrieben. Die Werte der Temperatur und Geschwindigkeit im Zentrum einer Plasmaströmung

mung sollen im Folgenden für vorgegebene (n, m) bestimmt werden, wenn folgende Größen bekannt sind:

- Die im Generator umgesetzte effektive Leistung \dot{W}_{eff} , d.h. die elektrische Leistung ohne die abgegebene Wärme an die Kühlkreislauf des Systems und
- der in den Generator injizierte Massenfluss

Der injizierte Massenfluss verteilt sich gemäß (5.21) über den gesamten Ausgangsquerschnitt, wobei ρ die Massendichte und $v = v_{gas}$ die lokale Gasgeschwindigkeit darstellen.

$$\dot{m} = \int_0^R \rho(T(r)) v_c \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^m \right] 2\pi r dr \quad (5.21)$$

Die zugeführte effektive Leistung erhöht einerseits den Enthalpieinhalt und andererseits die kinetischen Energie der Strömung. Für die Leistungsbilanz der gesamten Strömung muss die anfängliche Leistung der kalten Gasströmung $\dot{m}h(T_0)$ ebenfalls berücksichtigt werden, sodass gilt:

$$\begin{aligned} \dot{W}_{eff} + \dot{m}h(T_0) &= \int_0^R v_c \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^m \right] \rho(T(r)) h(T(r)) 2\pi r dr \\ &+ \int_0^R v_c \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^m \right] \rho(T(r)) \frac{v_c^2}{2} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^m \right]^2 2\pi r dr \end{aligned} \quad (5.22)$$

Die spezifische Enthalpie h setzt sich aus der spezifischen inneren Energie u und der Verschiebearbeit $p v$ zusammen und ist eine Funktion der Temperatur. Die Definition der drei Folgenden nur von der Temperatur T nicht aber von der Geschwindigkeit v_c abhängigen Parametern

$$\begin{aligned} \kappa_m(T_c) &= \int_0^R \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^m \right] \rho(T(r)) 2\pi r dr \\ \kappa_h(T_c) &= \int_0^R \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^m \right] \rho(T(r)) h(T(r)) 2\pi r dr \\ \kappa_k(T_c) &= \frac{1}{2} \int_0^R \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^m \right]^3 \rho(T(r)) 2\pi r dr \end{aligned} \quad (5.23)$$

erlaubt die Umformung der Gleichung (5.22) zu:

$$\dot{W}_{\text{eff}} = -\dot{m}h(T_0) + \kappa_h(T_c)\frac{\dot{m}}{\kappa_m(T_c)} + \kappa_k(T_c)\left(\frac{\dot{m}}{\kappa_m(T_c)}\right)^2. \quad (5.24)$$

Um diese Gleichung zu lösen, werden in einem ersten Schritt für ein vorgegebenes Verhältnis $\theta = \frac{T_e}{T_h}$ der Elektronentemperatur T_e zur Gastemperatur T_h die jeweiligen Teilchendichten für verschiedene Elektronentemperaturen im Bereich zwischen 1000K und 20000K berechnet, vgl. 8.4.

Für jede Elektronentemperatur wird sowohl die Massendichte $\rho(T) = n_e m_e + n_A m_A + n_{A^+} m_{A^+} \approx m_A (n_A + n_{A^+})$ als auch die entsprechende spezifische Enthalpie $h(T)$ des Gases bestimmt.

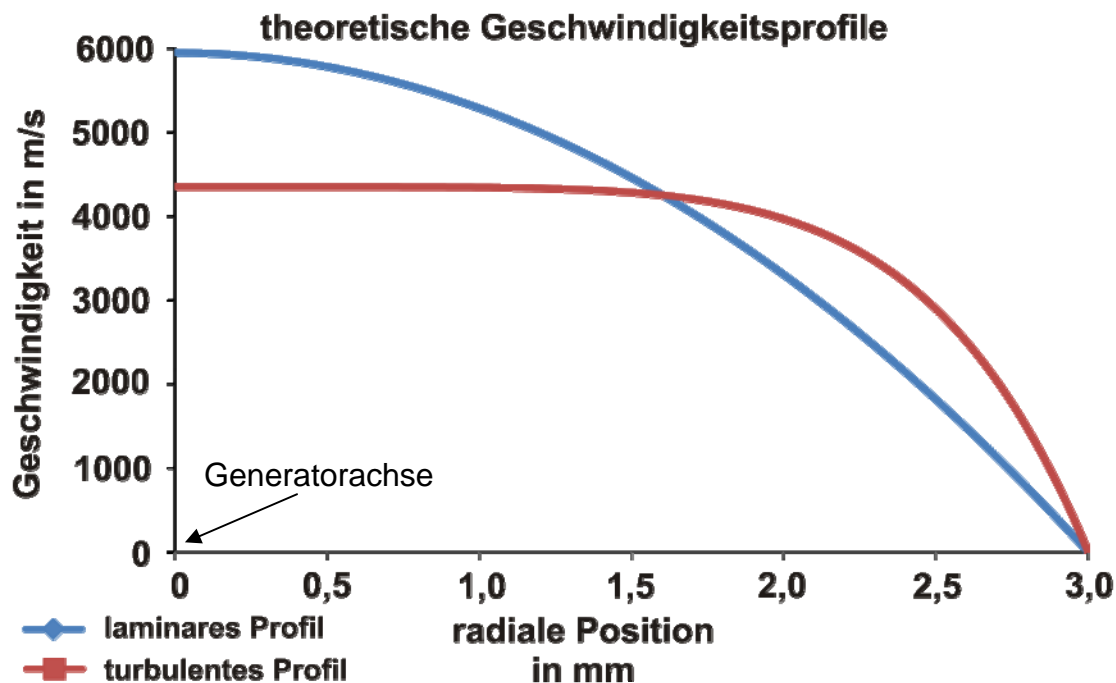


Abbildung 5.6 Darstellung der theoretischen Geschwindigkeitsprofile für ein turbulentes (rot) und ein laminares (blau) Profil bei einer effektiven Leistung von 7kW

Für jede mögliche maximale Elektronentemperatur T_c werden die drei oben genannten Koeffizienten $\kappa_m(T_c)$, $\kappa_h(T_c)$ und $\kappa_k(T_c)$ und daraus resultierend die notwendige effektive Leistung berechnet. Durch Vergleich dieser theoretischen Leistung mit der effektiv abgegebenen Leistung kann die Elektronentemperatur und daraus resultieren die maximale Geschwindigkeit der Gasströmung berechnet werden:

$$v_c = \frac{\dot{m}}{\kappa_m(T_c)} \quad (5.25)$$

In Abbildung 5.6 und Abbildung 5.7 sind die theoretisch berechneten Geschwindigkeits- und Elektronentemperaturprofile für ein laminares bzw. turbulentes Profil und einer effektiven in das Plasma abgegebenen Leistung von $P_{eff} = 7kW$ dargestellt.

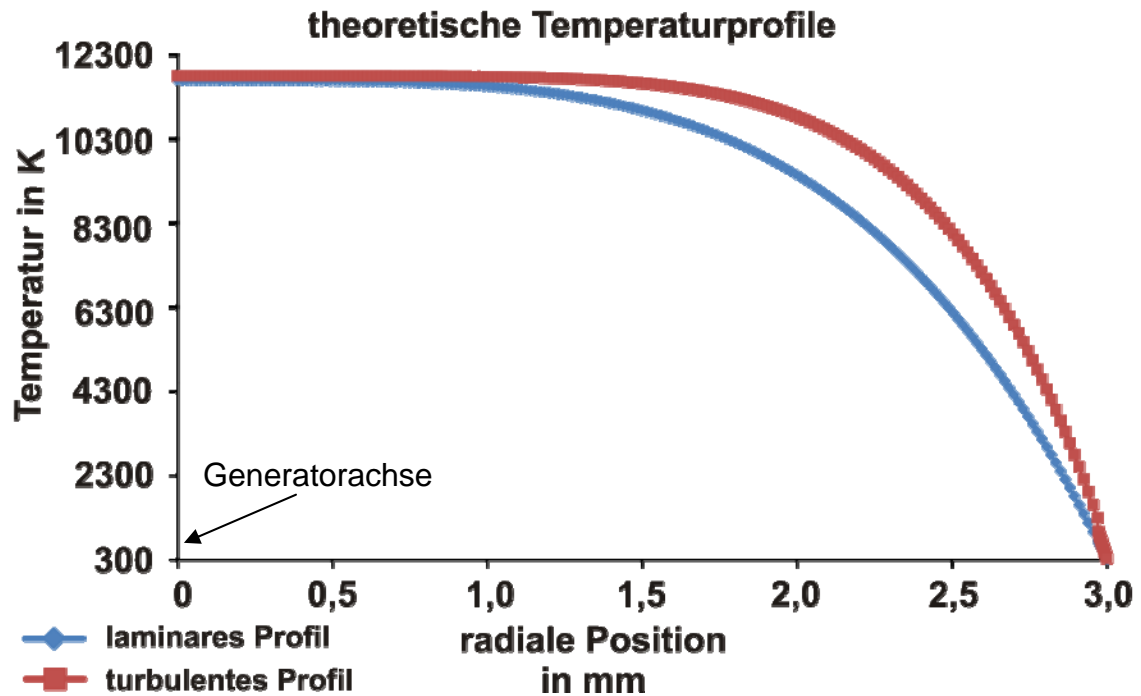


Abbildung 5.7 Darstellung der theoretischen Elektronentemperaturprofile für eine laminaire (blau) und eine turbulente (rot) Gasströmung bei einer effektiven Leistung von 7kW

6 Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Geschwindigkeitsmessung an einer Überschallkaltgasströmung und einem rekombinierenden Plasmastrahl vorgestellt und diskutiert.

Im ersten Abschnitt dieses Kapitels wird eine Fehlerbetrachtung durchgeführt, um die Interpretation der gemessenen Ergebnisse zu ermöglichen. Im zweiten Abschnitt werden die Ergebnisse für die Überschalldüse dargestellt. Zur Verifizierung der berechneten Geschwindigkeiten der Kaltgasdüse wurde diese mittels des partikelbasierten Messverfahrens PIV (engl. Particle imaging velocimetry) vermessen, die so gewonnenen Ergebnisse werden kurz diskutiert. Im Anschluss werden diese Ergebnisse mit den gemessenen Geschwindigkeiten des hier beschriebenen Experimentes verglichen und mögliche Ursachen für die beobachteten Abweichungen dargestellt. Im dritten Teil des Kapitels werden die Geschwindigkeiten an Gleichstromplasmaquellen besprochen und mit einem diodenbasierten Verfahren verglichen.

6.1 Fehlerbetrachtung

Im folgenden Abschnitt wird der Einfluss verschiedene systematischer und statistischer Fehlerquellen auf die Ergebnisse des vorgestellten Experiments diskutiert. Zu den systematischen Fehlerquellen werden der Temperatureinfluss auf die optischen Bauteile, der registrierte Falschlichtpegel am Detektor und Ungenauigkeiten bei der Bestimmung des Winkels zwischen den einfallenden Laserstrahlen und der Gasströmung gezählt. Das Photonenrauschen der verwendeten nicht-resonanten Streuprozesse stellt einen statistischen Einfluss auf die gewonnenen Ergebnisse dar, es wird eine Fehlerabschätzung durchgeführt. Am Ende des Abschnittes erfolgt eine Betrachtung des Lasereinflusses auf die Messobjekte.

6.1.1 Temperatureinflüsse auf die optischen Bauteile

Wie bereits in 4.3.3 beschrieben, ist zur Ermittlung der geschwindigkeitsbasierten Wellenlängenänderung die Verschiebung aufgrund der aufbaubedingten Ungenauigkeiten zu ermitteln und abzuziehen. Sowohl Sende- als auch Empfangsoptiken unterliegen einem Temperatureinfluss, welcher nur bedingt abschätzbar ist. Der Einfluss auf die Ergebnisse kann minimiert werden, wenn die Dauer einer Messung möglichst klein gewählt und die Geschwindigkeit am jeweiligen Punkt mehrfach gemessen wird. Auch wird die aufbaubedingte Verschiebung mehrfach während einer Messkampagne ermittelt, um eventuelle Änderungen zu erkennen und zu berücksichtigen.

6.1.2 Falschlichteinfluss auf die detektierte Geschwindigkeit

Unter dem Begriff Falschlicht soll in dieser Arbeit der gesamte Einfluss des nicht an der Gasströmung gestreuten und am Detektor registrierten Laserlichts verstanden werden. Aufgrund von Reflexionen und Transmissionen an optischen Übergängen kommt es

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

innerhalb des betrachteten Streuvolumens bzw. durch Einkopplung in der Empfangsoptik zur Registrierung solchen Falschlichts am Detektor. Das Spektrum des an der Gasströmung gestreuten Lichtes ist aufgrund der Temperatur und Driftgeschwindigkeit spektral verbreitert (2.3.2) und zu anderen Wellenlängen verschoben (2.2.4), während die spektrale Verteilung des registrierten Falschlichts dem des einfallenden Lasers entspricht. Eine Separierung beider Spektren am Ort des Detektors ist nicht möglich, daher führt das registrierte Falschlicht insgesamt zu einer Verringerung der ermittelten Verschiebung. Ausgehend von der Ermittlung des Falschlichtpegels soll das resultierende Gesamtspektrum am Detektor beschrieben und der Einfluss auf die ermittelte Geschwindigkeit diskutiert werden. Die Verwendung von Blenden entlang der optischen Wege sowie die Verbauung dieser Wege führen zu einer Reduktion des Falschlichtanteils, dennoch muss vor der Untersuchung eines neuen Messobjektes der Falschlichtanteil abgeschätzt werden.

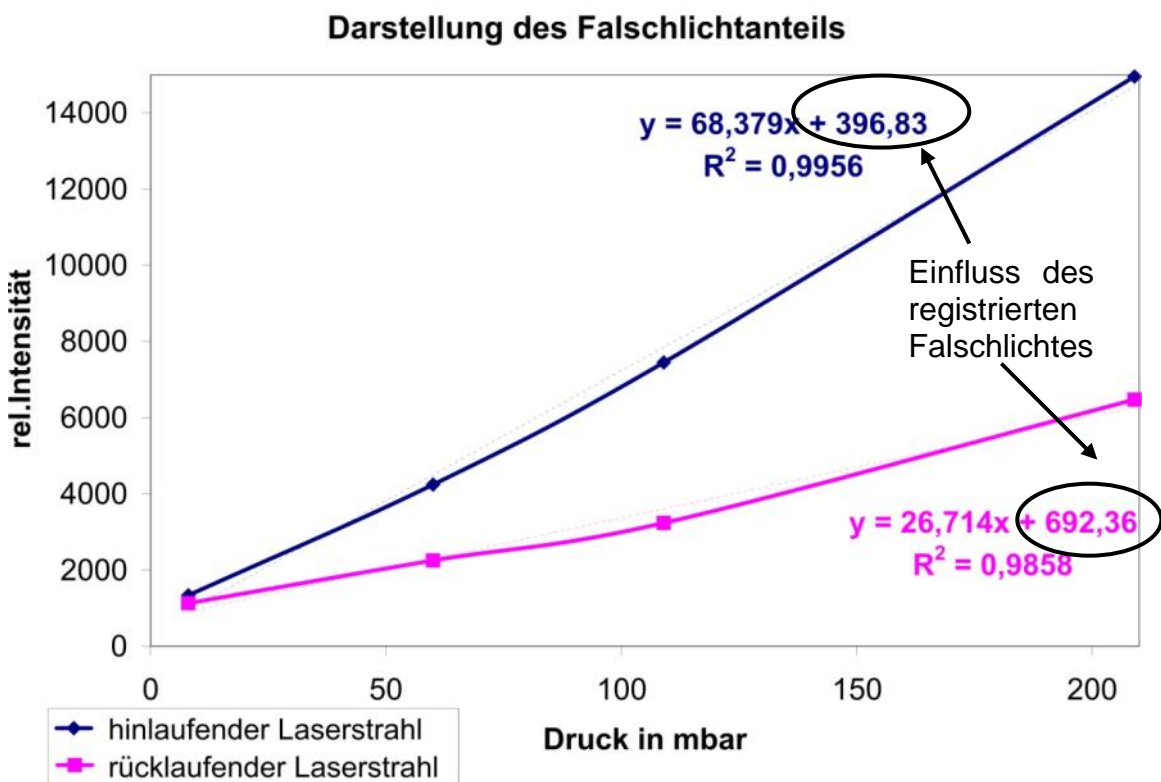


Abbildung 6.1 Darstellung des linearen Zusammenhangs zwischen gestreuter Gesamtintensität und absolutem Druck. Der absolute Falschlichtanteil für den hin- und rücklaufenden Laserstrahl entspricht den jeweiligen Gleichanteilen der Regressionsgeraden.

In Abbildung 6.1. sind die relativen Intensitäten für den hin- und rücklaufenden Laserstrahl bei unterschiedlichem Umgebungsdruck innerhalb des Unterdruckkessels an einer ruhenden Atmosphäre dargestellt. Die gestreute Intensität nimmt bei konstanter Pulsenergie linear mit der Anzahl der Streuzentren innerhalb des Streuvolumens zu. Eine solche Zunahme innerhalb des Streuvolumens ist für eine konstante Temperatur linear mit einer Erhöhung des Drucks verbunden. Die Interpolation der ermittelten Ergebnisse für totales Vakuum liefert den absoluten Falschlichtanteil, wie am Gleichanteil der jeweiligen Regressionsgeraden zu erkennen ist. Für die Bestimmung des relativen Falsch-

lichtpegels wird aus den gefundenen Anstiegen der Regressionsgeraden (m_1, m_2) die relative Intensität für den Arbeitsdruck bestimmt und anschließend das Verhältnis aus Gleichanteil und relativer Intensität ermittelt. Für den hinlaufenden Laserstrahl ergibt sich bei einem absoluten Druck von $p_{Kessel,abs} = 209\text{mbar}$ in diesem Beispiel ein Falschlichtpegel von $\eta_1 = 2.77\%$ und für den Rücklaufenden ein Falschlichtpegel von $\eta_2 = 12.40\%$. Die verwendeten Linsen zur Fokussierung bzw. die optischen Gläser zur Einkopplung der Laserstrahlen in den Unterdruckkessel bestehen aus handelsüblichem BK7 Glas. Für jeden der n optischen Übergänge Luft-Glas werden $\sim 4\%$ der gesamten Intensität reflektiert, sodass die gesamte Intensität des rücklaufenden Laserstrahls $I_{rück} = 0.96^n I_{hin}$ beträgt. Der gewählte Aufbau bedingt $n = 8$ Übergänge, sodass die Intensität des rücklaufenden Laserstrahls im Streuvolumen $\sim 72.1\%$ der Intensität des hinlaufenden Laserstrahls beträgt.

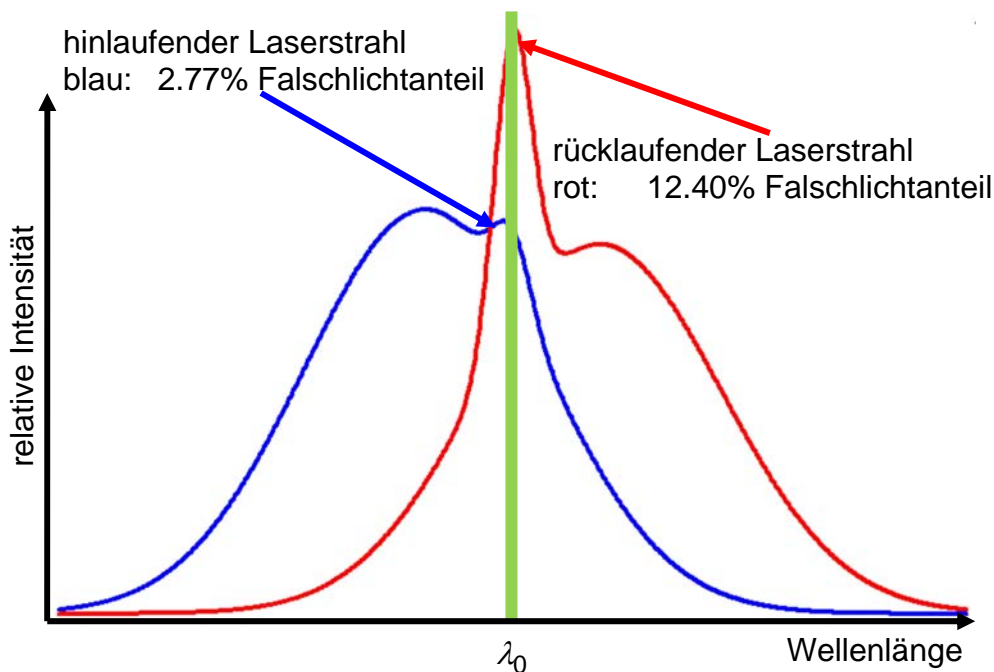


Abbildung 6.2 Darstellung des Falschlichteinflusses auf das resultierende Gesamtstreuungsspektrum für $\eta_1 = 2.77\%$ (blau) und $\eta_2 = 12.40\%$ (rot) bei einer Driftgeschwindigkeit von $v_{Drift} = 500\text{ m/s}$ und einem Streuwinkel von 25°

Das Reflexionsvermögen der verwendeten sechs Laserspiegel zur Umlenkung des Laserstrahls wird vom Hersteller mit $>99\%$ angegeben, werden diese Verluste ebenfalls berücksichtigt, so reduziert sich die relative Intensität des rücklaufenden Laserstrahls auf 67.9% der Intensität des hinlaufenden Laserstrahls. Das Verhältnis der gestreuten Intensitäten für die beiden Laserstrahlen kann aus den ermittelten Anstiegen bestimmt werden. In dem hier betrachteten Beispiel liegt das Verhältnis der Anstiege bei ~ 0.4 , woraus zu schließen ist, dass die eingestellte Verzögerung (3.5) nicht optimal gewählt wurde. Im Vorfeld der Messkampagnen konnten Werte im Bereich $0.62\text{-}0.65$ eingestellt werden, diese Werte liegen im Bereich der theoretischen Abschätzung. Eine optimale

Einstellung der Verzögerung ist notwendig, da sonst ein Teil der gestreuten Photonen des rücklaufenden Laserstrahls nicht detektiert werden.

Der Einfluss der beiden ermittelten Falschlichtanteile bei einer Driftgeschwindigkeit von $v_{Drift} = 500 \text{ m/s}$ und einem Streuwinkel von 25° auf das resultierende Streulichtspektrum ist in Abbildung 6.2 dargestellt. Der Falschlichteinfluss auf die jeweiligen Gesamtspektren ist im Bereich der Laserwellenlänge λ_0 (grün) deutlich erkennbar. Die so ermittelten resultierenden Streulichtspektren wurden zur Bestimmung des resultierenden Interferenzmusters benutzt. Die ermittelte Geschwindigkeit beträgt für den oben genannten Fall $v_{mess} \sim 458 \text{ m/s}$, dies entspricht ungefähr 92% der tatsächlichen Geschwindigkeit. Der Einfluss des detektierten Falschlichtes ist abhängig vom Streuwinkel, der Temperatur der betrachteten Gasströmung, sowie des Plattenabstandes. Für höhere Temperaturen nimmt der Einfluss des Falschlichtes zu, so verringert sich die ermittelte Geschwindigkeit von 92.9% der tatsächlichen Geschwindigkeit bei 150K auf 91.9% bei 1000K für einen minimalen Abstand von $d=1.97\text{mm}$ und einem Streuwinkel von 25° . In Tabelle 6-1 sind einige ausgewählte Beispiele für zwei verschiedene minimale Plattenabstände, zwei Streuwinkel und unterschiedliche Temperaturen dargestellt.

| Temperatur | Abstand $d=1.97\text{mm}$ | | Abstand $d=6.4\text{mm}$ | |
|------------|---------------------------|------------|--------------------------|------------|
| | 15° | 25° | 15° | 25° |
| 150K | 465.6 m/s | 462.7 m/s | 460.7 m/s | 457.7 m/s |
| 300K | 467.3 m/s | 463.4 m/s | 457.2m/s | 451.9 m/s |
| 1000K | 469.2 m/s | 460.3 m/s | 426,3 m/s | 416.8 m/s |

Tabelle 6-1 theoretisch errechnete Geschwindigkeiten für einen Falschlichtanteil von $\eta_1 = 2.77\%$ (blau) und $\eta_2 = 12.40\%$ für drei verschiedene Temperaturen ($T=150\text{K}$, 300K , 1000K), zwei unterschiedliche Streuwinkel (15° , 25°) und zwei unterschiedliche minimale Abstände ($d=1.97\text{mm}$, 6.4mm)

6.1.3 Fehler in der Bestimmung des Winkels zwischen Laserstrahl und Gasströmung

Der Einfallswinkel kann nur bis zu einem gewissen Maß ($\sim 1^\circ$) genau bestimmt werden. Diese Ungenauigkeit in der Bestimmung hat gemäß (4.19) direkten Einfluss auf die ermittelte Geschwindigkeit. In Abbildung 6.3 sind der resultierenden relativen Fehler eines um jeweils ein Grad falsch detektierter Einfallswinkels dargestellt. Aus dieser Abbildung ist erkennbar, dass der Winkel möglichst groß gewählt werden muss, um den relativen Fehler zu minimieren. Eine beliebige Erhöhung des Winkels ist für Messorte nah am Ausgang nicht möglich, da beide Laserstrahlen an den äußeren Abmessungen der Düse bzw. des Plasmagenerators vorbeigeführt werden müssen.

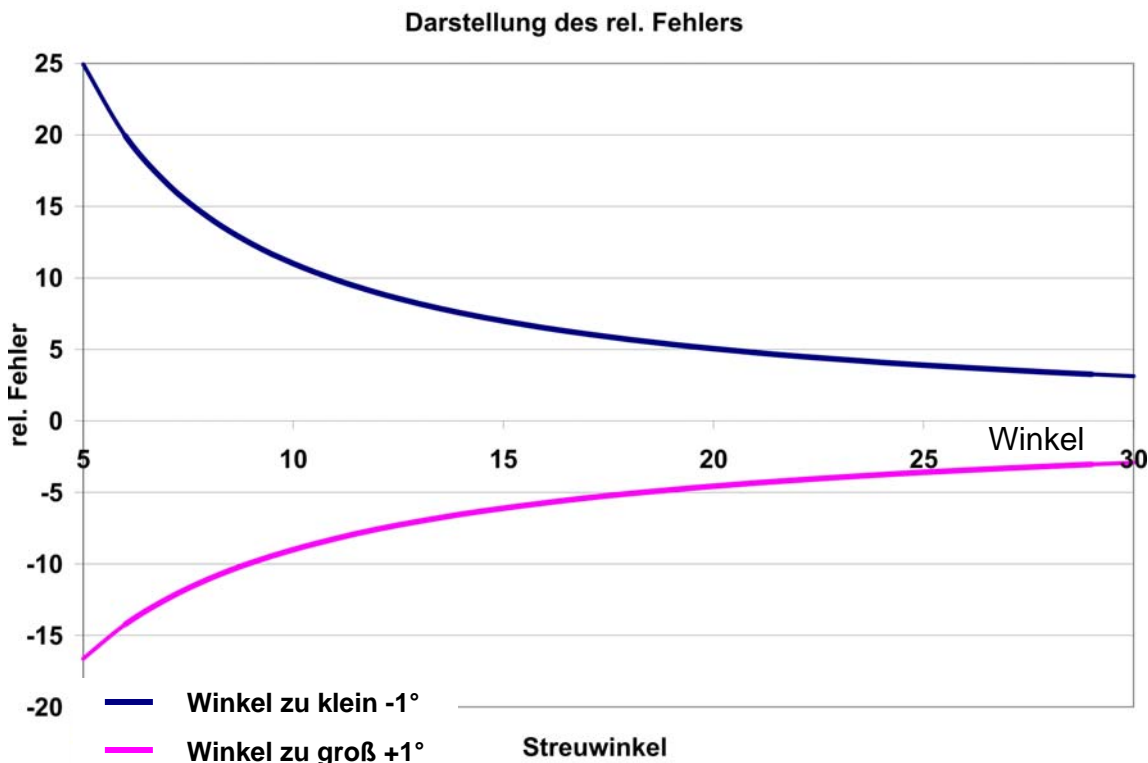


Abbildung 6.3 Darstellung des relativen Fehlers aufgrund falsch ermittelter Einfallswinkel (zu großer Winkel unten zu kleiner Winkel oben)

6.1.4 Einfluss des Photonenrauschens

Neben den bisher betrachteten systematischen Fehlern muss bei der Fehleranalyse des Experimentes ebenfalls das Photonenrauschen der zugrunde liegenden Streuprozesse Berücksichtigung finden. Zur Beschreibung dieses Phänomens wird der Streuprozess aufgrund der statistischen Unabhängigkeit zwei aufeinander folgender Streuprozesses als Poissonprozess angenommen [20; 21]. Ein Poissonprozess zeichnet sich dadurch aus, dass die Standardabweichung σ gleich der zu erwartenden mittleren Anzahl der Ereignisse ist. Die Anzahl N_R der gestreuten und am Empfänger detektierten Photonen eines Laserpulses der Energie E_0 kann mit (6.1) abgeschätzt werden [20; 21; 79].

$$N_R = \varepsilon \frac{E_0 d_{slit} n_L \lambda \Omega}{hc} \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (6.1)$$

Die nach Winkeln aufgelöste Streuwahrscheinlichkeit ist durch $dW = n_L \frac{d\sigma}{d\Omega} \Delta x d\Omega$

gegeben, wobei n_L die Dichte der Streuzentren, $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ den differentiellen Streuquerschnitt (winkelaufgelöster Wirkungsquerschnitt) und Δx die von den einfallenden Photonen innerhalb der streuenden Wolke zurückgelegte Wegstrecke, hier $\Delta x = d_{slit}$ beschreiben, Abbildung 3.8. Die Anzahl der, unter einer bestimmten Winkelrichtung, ge-

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

streuten Photonen ist gleich der Anzahl der einfallenden Photonen multipliziert mit der oben erwähnten Streuwahrscheinlichkeit. Diese Anzahl an einfallenden Photonen lässt sich aus dem Quotienten der Energie des Laserpulses E_0 und der Energie eines einzelnen Photons $hf = h\frac{c}{\lambda}$ bestimmen.

| Bauteile | resultierende Quanteneffizienz in % | Anzahl der detektierten Photonen | |
|----------|-------------------------------------|----------------------------------|--------|
| | | 100mJ | 200mJ |
| total | 100 | 82933 | 165865 |
| Kamera | 13.28 | 11013 | 22027 |
| Fizeau* | 1.5 | 1224 | 2448 |
| Linsen* | 1.3 | 1039 | 2079 |
| Filter* | 0.6 | 520 | 1040 |

* Diese Werte stellen keine Quanteneffizienz im eigentlichen Sinne dar, es wurden vielmehr die Transmissionseigenschaften der Bauteile auf die resultierende Effizienz des Gesamtsystems berücksichtigt.

Tabelle 6-2 Darstellung der detektierbaren Photonen abhängig von der Quanteneffizienz des Experimentes

Zur Berechnung der Anzahl der am Detektor registrierten Photonen wird die Anzahl der gestreuten Photonen mit der Quanteneffizienz des Detektors ε multipliziert. Die Quanteneffizienz des Detektors kann aus den Angaben des Herstellers für die spektrale Empfindlichkeit bestimmt werden und ergibt sich für einen Wellenlängenbereich von $\lambda = 500...550nm$ zu $\varepsilon_0 = 13.28\%$. Bei der Berechnung der Anzahl der detektierten Photonen müssen die abgeschätzten Reflexionseigenschaften des verwendeten Fizeau-Interferometers sowie gegebenenfalls weiterer optischer Elemente (Linsen, Spektralfilter) Berücksichtigung finden. In Tabelle 6-2 ist der Einfluss der verschiedenen Bauteile auf die resultierende Quanteneffizienz ε des Experimentes dargestellt.

Mittels der Cramer-Rao Ungleichung [21] lässt sich die minimale Messgenauigkeit angeben, diese beträgt für die Driftgeschwindigkeit:

$$\sigma_{v_{Drift}} = \frac{v_T}{\sqrt{2N_R}} \quad (6.2)$$

Die wahrscheinlichste Geschwindigkeit v_T ist wie bereits in 2.2.3 erwähnt eine Funktion der Temperatur und der Molekülmasse, daraus ist erkennbar, dass der relative Fehler nicht von der zu messenden Geschwindigkeit sondern bei gleichbleibender Gaszusammensetzung von der Temperatur der Gasströmung abhängt. Zur Ermittlung der Driftgeschwindigkeit muss die relative Verschiebung der gefilterten Streulichtspektren zueinander bestimmt werden. Der Fehler bei der Bestimmung des Schwerpunktes einer Lorentzförmigen Kurve der Breite Δ kann durch (6.3) angegeben werden [91].

$$\sigma_L = 1.11 \frac{\Delta}{\sqrt{N_R}} \quad (6.3)$$

Die Anzahl der gefundenen Sub-ROIs N_{ROI} und deren mittlere Breite $N_{BR} = \frac{1}{N_{ROI}} \sum N_{BR,i}$ definieren eine Anzahl $N_{ges} = N_{ROI} N_{BR}$ von gleichen Instrumenten zur spektralen Untersuchung des gefilterten Streulichtspektrums. Die gestreuten und gefilterten Photonen verteilen sich gemäß der Filterfunktion (Abbildung 2.13) des verwendeten Interferometers auf dem CCD-Chip. Die mittlere Anzahl der Photonen pro Pixel ergibt sich aus der gesamt Anzahl der Photonen dividiert durch die Anzahl der Pixel $N_{Pix} = \frac{N_R}{\text{Breite} * \text{Höhe}}$. Für ein einzelnes Instrument kann die Verschiebung zwischen den beiden gestreuten EMWs durch die Differenz der Schwerpunkte der gefundenen zugehörigen Lorentzförmigen Kurven bestimmt werden $\Delta y_i = y_{i,1} - y_{i,2}$. Die Standardabweichung dieser Differenz wird aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung abgeleitet.

$$\sigma_{\Delta y} = \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial y_{i,1}} \Delta y_i \sigma_{L,1} \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial y_{i,2}} \Delta y_i \sigma_{L,2} \right)^2} = \sqrt{(\sigma_{L,1})^2 + (\sigma_{L,2})^2} \quad (6.4)$$

Der rücklaufende Laserpuls besitzt aufgrund von Verlusten an den optischen Übergängen eine geringere Intensität als der hinlaufende Puls, daraus resultierend ist die Anzahl der Photonen auf dem CCD-Chip geringer. Der Fehler bei der Findung des Schwerpunktes ist aus diesem Grund um den Faktor $\frac{1}{\sqrt{n_{ab}}}$ größer. Der Dämpfungsfaktor

$n_{ab} < 1$ beschreibt die angegeben Verringerung der Intensität. Die Differenz innerhalb einer Sub-ROI wird durch Mittelung aller Verschiebungen bestimmt

$\Delta y_{ROI,i} = \frac{1}{N_{BR,i}} \sum_j \Delta y_j$. Aufgrund der Annahme, dass die gestreuten Photonen gleichmäßig auf dem CCD-Chip verteilt sind, kann der Fehler für die gemittelte Differenz direkt durch (6.5) angegeben werden.

$$\sigma_{\Delta y_{ROI,i}} = \frac{\sigma_{\Delta y_i}}{\sqrt{N_{BR,i}}} \quad (6.5)$$

Aus der Mittelung aller so gewonnen Verschiebungen der verschiedenen Sub-ROIs kann die resultierende Verschiebung $\Delta y_{ges} = \frac{1}{N_{ROI}} \sum_i \left(\Delta y_{ROI,i} \frac{N_{BR,i}}{N_{BR}} \right)$ zwischen den gefilterten Streulichtspektren bestimmt werden. Für den resultierenden Fehler ergibt sich:

$$\sigma_{\Delta y_{ges}} = \frac{1}{N_{ROI} N_{BR}} \sqrt{\sum_i \left(\sigma_{\Delta y_{ROI,i}} N_{BR} \right)^2} \quad (6.6)$$

Zur Berechnung der resultierenden Wellenlängenverschiebung $\Delta\lambda = \frac{\Delta y_{ges}}{FSR_{Pix}} FSR$ muss der mittlere Abstand der Sub-ROIs zueinander bestimmt werden (6.7).

$$FSR_{Pix} = \frac{1}{N_{ROI} - 1} \sum_{i=1}^{N_{ROI}-1} (y_{i,ROI} - y_{i-1,ROI}) \frac{N_{BR,i} + N_{BR,i+1}}{2N_{BR}} \quad (6.7)$$

Zur Vereinfachung wird im Folgenden die Breite der verschiedenen Sub-ROIs als gleich angenommen, so dass sich (6.7) zu (6.8) vereinfacht.

$$FSR_{Pix} = \frac{y_{1,ROI} - y_{N_{ROI},ROI}}{N_{ROI} - 1} \quad (6.8)$$

Für diese Vereinfachung ergibt sich der resultierende Fehler für die Bestimmung des gemittelten Abstandes der Maxima zu:

$$\sigma_{FSR_{Pix}} = \frac{\sqrt{2}}{N_{ROI} - 1} \sigma_{y_{i,ROI}} \quad (6.9)$$

Für den Fehler bei der Berechnung der Verschiebung der Wellenlänge $\sigma_{\Delta y}$ muss der Fehler bei der Ermittlung des FSR bestimmt werden $\sigma_{FSR} = FSR \frac{\Delta d}{d}$:

$$\sigma_{\Delta\lambda} = \sqrt{\left(\frac{FSR}{FSR_{Pix}} \sigma_{\Delta y_{ges}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y_{ges} FSR}{FSR_{Pix}^2} \sigma_{FSR_{Pix}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y_{ges}}{FSR_{Pix}} \sigma_{FSR}\right)^2} \quad (6.10)$$

Zur Bestimmung der resultierenden Verschiebung wird die Offsetverschiebung aufgrund von Ungenauigkeiten in der Justage berücksichtigt $\Delta\lambda_{res} = \Delta\lambda - \Delta\lambda_{off}$. Für den Fehler ergibt sich daraus:

$$\sigma_{\Delta\lambda_{res}} = \sqrt{(\sigma_{\Delta\lambda})^2 + (\sigma_{\Delta\lambda_{off}})^2} \quad (6.11)$$

Die Geschwindigkeit wird durch $v = \frac{\Delta\lambda_{res}}{\lambda_{in}} \frac{c_0}{2 \sin(\vartheta)}$ angegeben und der daraus resultierende Fehler mit (6.12) abgeschätzt.

$$\sigma_v = \frac{c_0}{2\lambda_0 \sin(\vartheta)} \sqrt{(\sigma_{\Delta\lambda_{ges}})^2 + \left(\frac{\Delta\lambda_{ges} \cos(\vartheta)}{\lambda_0 \sin(\vartheta)} \sigma_{\vartheta}\right)^2} \quad (6.12)$$

In Tabelle 6-3 sind die wichtigsten Ergebnisse der Fehlerbetrachtung für eine Pulsleistung von 250mJ(IR) und jeweils 166 gültigen Bildern für den hinlaufenden und rücklaufenden Laserpuls dargestellt. Die Standardabweichung für eine Geschwindigkeit $v = 500 \text{ m/s}$ über fünf Messreihen beträgt 2,7% bzw. 3,7%. Der erste Wert entspricht der Messung ohne zusätzliches Interferenzfilter in der Empfangsoptik, während das zweite Ergebnis dieses Filter berücksichtigt. Für eine Erhöhung der gültigen Bilderanzahl auf 666 liegen die Standardabweichungen für sonst gleich Einstellungen bei 1,7% (8,4m/s) bzw. 2,2% (10.8 m/s).

| zus. Filter | Photonen pro Schuss | | $\sigma_{\Delta y_{ges}}$ in Pixel | σ_{FSR} in Pixel | $\sigma_{\Delta\lambda}$ in pm | $\sigma_{\Delta v}$ in m/s | 5 Messungen | |
|-------------|---------------------|------|------------------------------------|-------------------------|--------------------------------|----------------------------|-------------|-----|
| | L1 | L2 | | | | | m/s | % |
| Nein | 2230 | 1515 | 0.055 | 0.051 | 0.0324 | 30.5 | 13.7 | 2.7 |
| Ja | 1115 | 757 | 0.077 | 0.073 | 0.0442 | 41,77 | 18.7 | 3.7 |

Tabelle 6-3 Ergebnisse der Fehlerabschätzung für eine Luftströmung bei 209mbar Umgebungsdruck, einer Temperatur von $T=150\text{K}$, einer Pulsenergie von 250mJ(IR), jeweils 166 gültigen Bildern für beide Pulse, einer Geschwindigkeit von 500m/s, einem Plattenabstand von $d=6.4\text{mm}$ und einem Streuwinkel von 25°

Tabelle 6-4 zeigt Ergebnisse für die Untersuchung eines Argon Plasmajets, allerdings wurden aufgrund der zu erwartenden geringeren Anzahl an Streuzentren im Streuvolumen die Messdauer auf 667 gültige Bilder pro Laserpuls und die Spaltbreite auf $d_{Slit} = 0.2\text{mm}$ erhöht. Zur Berechnung des Beitrages aus der Thomsonstreuung wurde nur der Elektronen-Ionenwechselwirkungsanteil betrachtet.

| zus. Filter | Photonen pro Schuss | | $\sigma_{\Delta y_{ges}}$ in Pixel | σ_{FSR} in Pixel | $\sigma_{\Delta\lambda}$ in pm | $\sigma_{\Delta v}$ in m/s | 3 Messungen | |
|-------------|---------------------|-------|------------------------------------|-------------------------|--------------------------------|----------------------------|-------------|-----|
| | L1 | L2 | | | | | m/s | % |
| Nein | 1458.1 | 990.3 | 0.178 | 0.178 | 0.379 | 252.9 | 146 | 5.5 |
| Ja | 729.1 | 495.2 | 0.252 | 0.252 | 0.527 | 351.3 | 203 | 7.6 |

Tabelle 6-4 Ergebnisse der Fehlerabschätzung für einen Argon Plasmajet bei 100mbar Umgebungsdruck, einer Elektronentemperatur von $T=11800\text{K}$, einer Pulsenergie von 250mJ(IR), jeweils 666 gültigen Bildern für beide Pulse, einer Geschwindigkeit von 2650m/s, einem Plattenabstand von $d=1.97\text{mm}$ und einem Streuwinkel von 25°

Die theoretisch bestimmte Standardabweichung beträgt für eine dreifache Wiederholung der Messung 7.6% oder 203m/s, dieser Wert stimmt gut mit der berechneten quadratischen Abweichung (9.33% bzw. 247m/s) aus den ermittelten Geschwindigkeiten für die untersuchte Plasmaströmung überein.

6.1.5 Die Rückwirkung des Laserstrahls auf das Messobjekt

Durch die Wahl einer zu hohen Pulsenergie kann es wie bereits beschrieben zu einem Durchschlag innerhalb des Messvolumens kommen. Der Durchschlag führt zur Erzeugung eines örtlichen Plasmas und einer Temperaturerhöhung am Messort. Auch für geringe Pulsenergien kann es zu einer Wechselwirkung mit dem Messobjekt kommen. Die freien Elektronen in einer Gasströmung werden durch das externe elektrische Feld

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

thermisch aufgeheizt während der Einfluss auf die Atome und Moleküle aufgrund der vergleichsweise hohen Masse zu vernachlässigen ist. Für eine Elektronentemperatur von $T_e = 10000K$ beträgt die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen $v_{therm} = 5.5 \times 10^5 m/s$. Die maximale Geschwindigkeit aufgrund der Einwirkung des elektrischen Feldes beträgt bei einer Pulsenergie von 250mJ, einer Pulsdauer von $t_{Puls} = 3ns$ und einem Strahldurchmesser von $D_{Fokus} = 350\mu m$ $v_{max} = 3.6 \times 10^4 m/s$, sodass eine merkliche Aufheizung nicht stattfindet. Für deutlich niedrigere Temperaturen kann die maximale Geschwindigkeit im Bereich der mittleren thermischen Geschwindigkeit liegen, allerdings sei hier angemerkt, dass die Anzahl der freien Ladungsträger bei Raumtemperatur zu vernachlässigen ist.

6.2 Die Kaltgasströmung

An der Kaltgasströmung wurden Untersuchungen mittels PIV, Schlierentechnik und Laserstreuverfahren durchgeführt. Die Ergebnisse der unterschiedlichen Techniken werden in diesem Abschnitt verglichen und mögliche Ursachen für die Abweichungen diskutiert.

6.2.1 Partikelbasierte Vergleichsmessungen

Das Vorgehen zur Vermessung der Düse ist detailliert in [119] beschrieben. Zur Ermittlung des Geschwindigkeitsprofils wurde die Düse mit unterschiedlichem Druck ($p_{abs} = 12bar|_{abs}$ & $12.5bar|_{abs}$) nacheinander betrieben. Die Ergebnisse für beide Betriebsdrücke sind in Abbildung 6.4 dargestellt. Aufgrund der geringen Ausmaße der Düse wurde die Düse aus zwei identischen Teilschalen gefertigt, wobei das Zusammenfügen beider Schalen zu einer geringen Abweichung von der berechneten Geometrie führen kann. Aufgrund von eventuell auftretenden Ungenauigkeiten bei der Fertigung wurden zur Verhinderung von Verdichtungsstößen in der Düse beide Betriebsdrücke oberhalb des Auslegungsdruckes gewählt. Die erwartete Nachexpansion außerhalb der Düse ist an den Knoten 2mm bzw. 9mm nach dem Düsenausgang erkennbar (in Abbildung 6.4. durch schwarze Kreise dargestellt). Die Düsenströmung zeigt für den ersten Betriebsdruck ein sehr symmetrisches Verhalten. Die Erhöhung des Betriebsdruckes um 0.5bar auf 12.5bar führt bereits zu einer merklichen Reduktion der Symmetrie. Die Abweichung der maximalen gemessenen Geschwindigkeit $v_{max} \sim 535 m/s$ zur theoretischen Geschwindigkeit $v_{theor} \sim 550 m/s$ beträgt weniger als 2.73% und kann einerseits durch die Fertigungstoleranzen der Düse und andererseits durch die Nutzung der Machzahl $M = 2.25$ statt $M_{theo} = 2.258$ bei der Berechnung der Düsengeometrie bedingt sein.

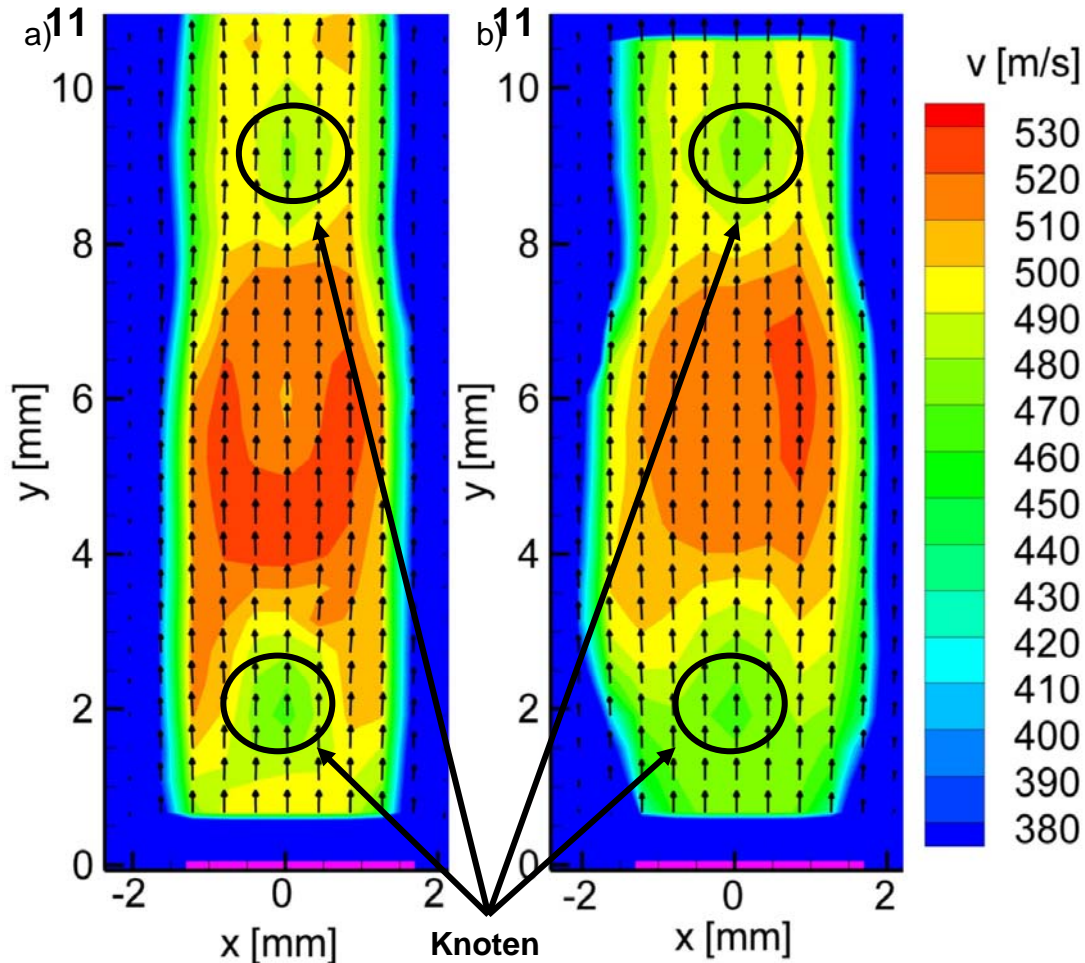


Abbildung 6.4 Geschwindigkeitsverteilungen der Überschalldüse für zwei verschiedene absolute Betriebsdrücke a) 12bar und b) 12.5bar.

6.2.2 Geschwindigkeitsmessungen mittels Laserstreuung

In diesem Abschnitt werden die ermittelten Geschwindigkeitsverteilungen für verschiedene Abstände vom Düsenausgang und für zwei Arbeitspunkte dargestellt und mit den durch das PIV- System bestimmten Geschwindigkeitsverteilungen verglichen. In Abbildung 6.5 und Abbildung 6.6 sind die gemessenen Geschwindigkeiten an verschiedenen Orten nach dem Düsenausgang für den minimalen Plattenabstand von $d_1 = 6.4\text{mm}$ dargestellt. Für jedes Geschwindigkeitsprofil wurden 6 Einzelmessreihen durchgeführt und das gemittelte Ergebnis dargestellt. Beide Geschwindigkeitsprofile zeigen eine gute Übereinstimmung mit dem PIV-Ergebnissen. Für die Abweichungen zwischen den Ergebnissen können mehrere Gründe angeführt werden.

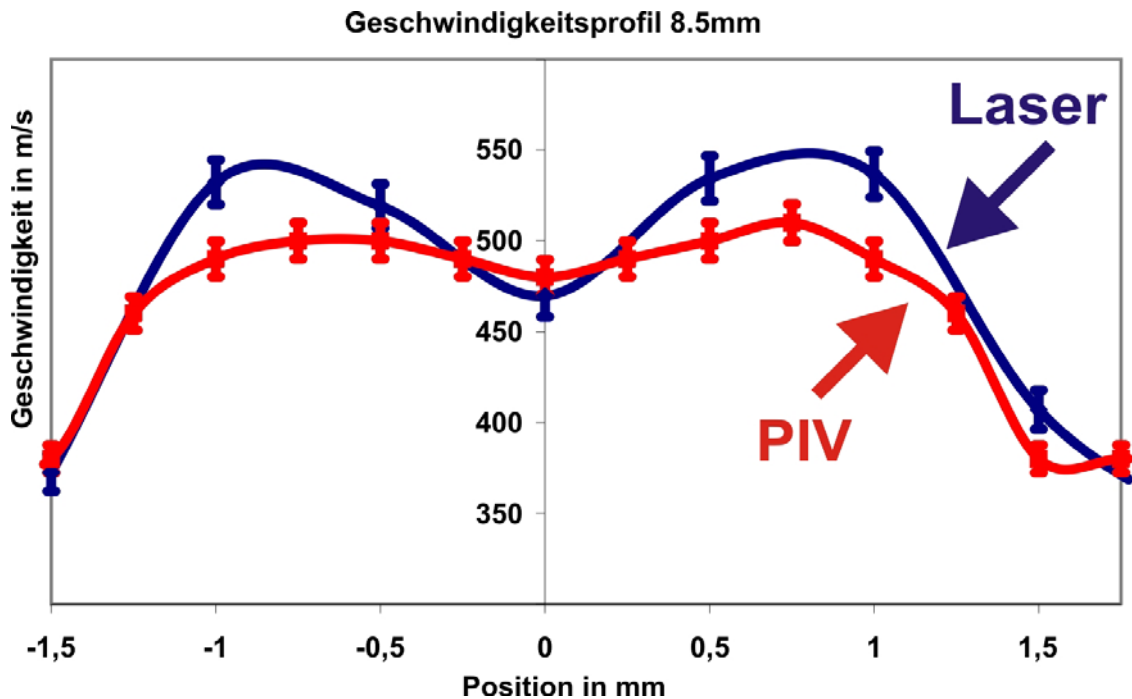


Abbildung 6.5 Gegenüberstellung der gemessenen Geschwindigkeitsprofile mit Laserstreuung (blau) und PIV (rot) für einen Abstand 8.5mm vom Düsenausgang und einen minimalen Plattenabstand des Interferometers von 6.4mm

Die räumliche Auflösung des Laserstreuverfahrens wird durch die Größe des Streuvolumens definiert und ist je nach gewähltem Aufbau bis zu einer Größenordnung höher als die des PIVs. Die Bestimmung des Streuwinkels hat, wie bereits diskutiert, einen Einfluss auf die berechneten Geschwindigkeiten des Laserstreuverfahrens. Es sei hier angemerkt, dass bei der Verwendung einer Überschalldüse die Umgebungstemperatur ebenfalls einen Einfluss auf die erreichte Geschwindigkeit am Ausgang hat. Die PIV-Messungen wurden in einem anderen Gebäude bei ungefähr 18°C Umgebungstemperatur durchgeführt, während die Messungen mittels Laserstreuung bei einer Raumtemperatur von $\sim 25^{\circ}\text{C}$ durchgeführt wurden, dieser Temperaturunterschied führt bereits zu einer Abweichung der Geschwindigkeit von mehr als 1%. In Abbildung 6.7 ist das Geschwindigkeitsprofil für einen minimalen Plattenabstand von $d = 1.97\text{mm}$ und einem Abstand von 11mm nach dem Düsenausgang dargestellt. Die ermittelten Geschwindigkeiten weichen deutlicher von den PIV-Ergebnissen ab als in Abbildung 6.6. Eine mögliche Erklärung liegt in der geringeren Anzahl (4 statt 6) der gemittelten Messreihen, auch führt die Vergrößerung des FSR durch Minimierung des Plattenabstandes zu einer Verringerung der Auflösung des Experimentes, was durch die größeren Fehlerbalken deutlich wird.

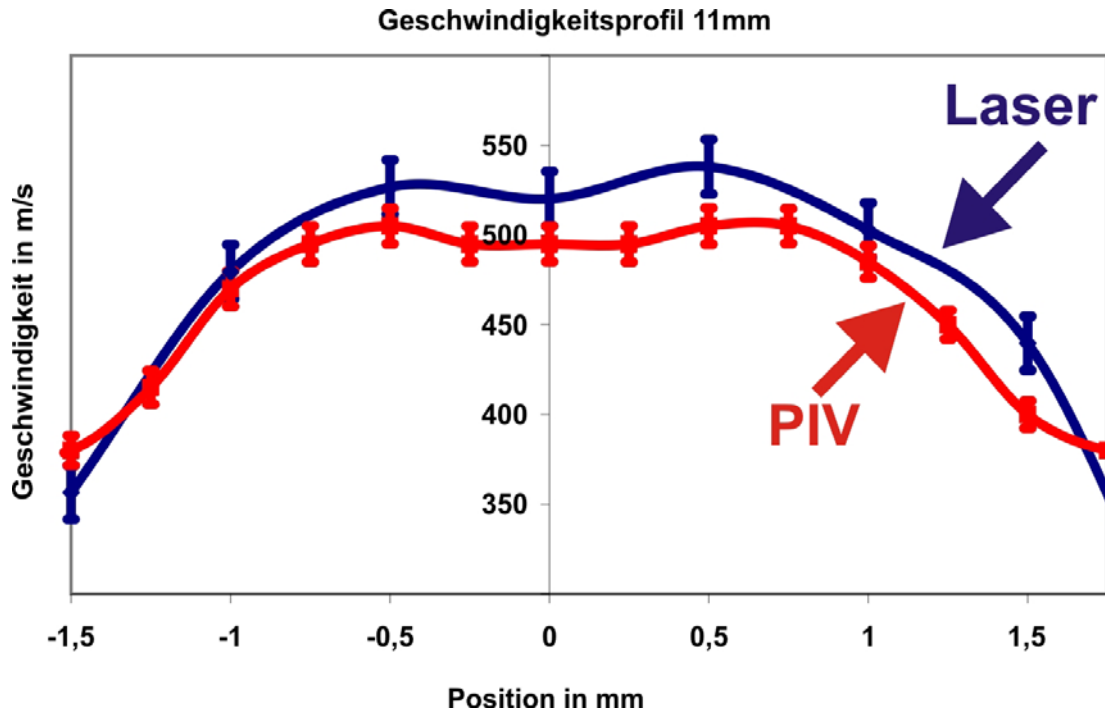


Abbildung 6.6 Darstellung der ermittelten Geschwindigkeitsprofile für einen Abstand 11mm nach dem Düsenausgang und einen minimalen Plattenabstand des Interferometers von 6.4mm für PIV (rot) und Laserstreuung (blau)

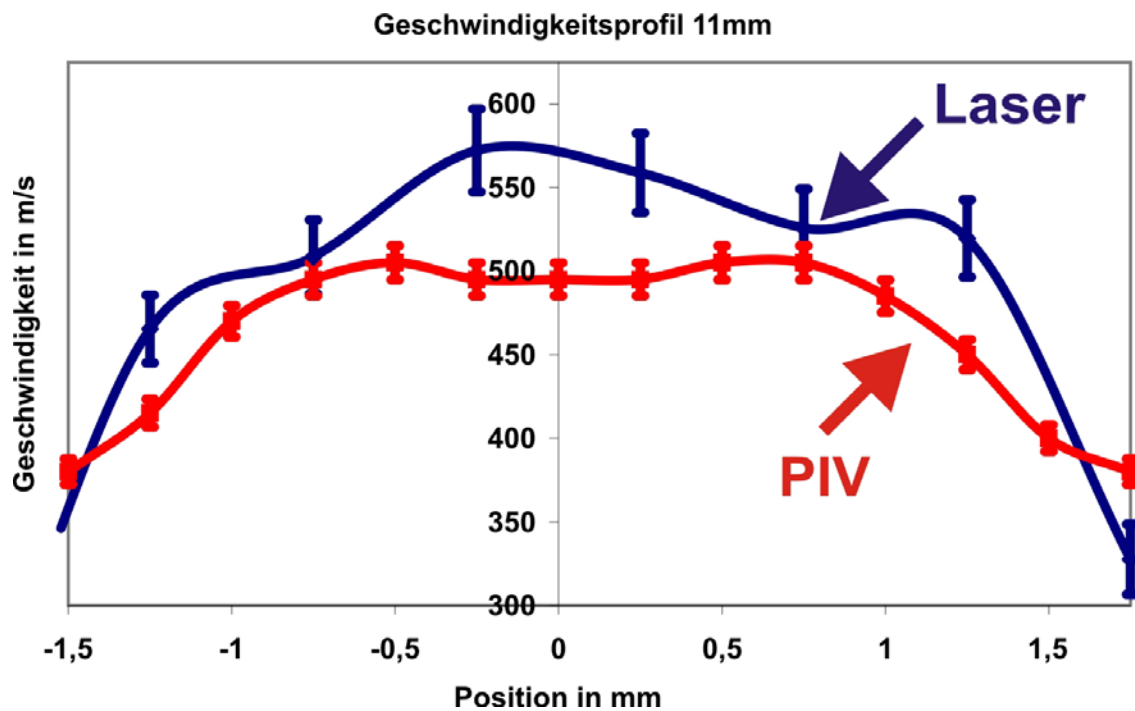
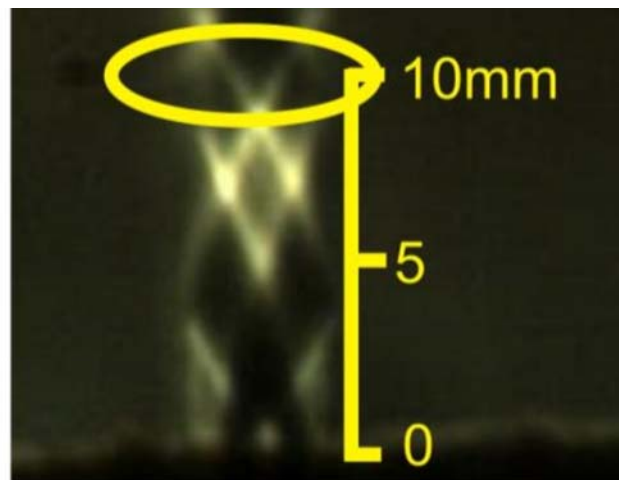


Abbildung 6.7 Darstellung der Geschwindigkeitsprofile für einen minimalen Plattenabstand von 1.97mm und einen Abstand von 11mm nach dem Düsenausgang

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

6.2.3 Die Intensitätsverteilung

Für Rayleighstreuung skaliert die am Detektor registrierte Intensität direkt mit der Anzahl gebundener Elektronen im Streuvolumen [20; 21]. Die Teilchendichte ist proportional zum Druck und umgekehrt proportional zur Temperatur am Messort. Unter der Annahme eines konstanten Druckes folgt für höhere Temperaturen daher eine Abnahme der gestreuten Intensität. Für nicht Wechselwirkungsdominierte Streuung, d.h. das gestreute Spektrum ist gaußförmig, kann aus der Breite des gestreuten Profils eine Aussage über die Temperatur und aus der gestreuten Gesamtintensität eine Aussage über die Dichte abgeleitet werden [20; 21; 73].



rel. Intensität 10 mm nach dem Düsenausgang

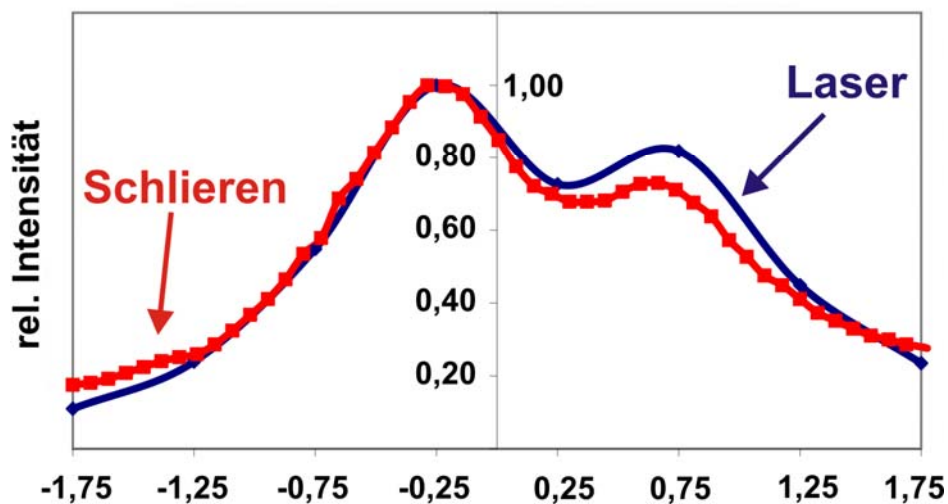


Abbildung 6.8 Darstellung der relativen Intensitätsverteilung für die gesamte Düsenströmung mittels Schlierentechnik oben und für einen transversalen Schnitt 10mm nach dem Düsenausgang für Laserstreuung (blau) und Schlierentechnik (rot)

Aufgrund des verwendeten Interferometers ist eine Bestimmung der Temperatur nicht möglich, so dass nur relative Intensitätsverteilungen betrachtet werden können. Als Vergleichstechnik wurde ein am Institut vorhandenes Schlieren-System verwendet,

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

welches auf der bekannten Toepplerschen z-Schlierenanordnung basiert. Die Schlieren-Technik ist ein etabliertes Verfahren in der Strömungsmesstechnik und ermöglicht die Visualisierung von Strömungsvorgängen aufgrund der Änderung des optischen Brechungsindex. Diese Änderung des Brechungsindex wird durch Änderung der Dichte hervorgerufen. Im oberen Teil der Abbildung 6.8 ist die düsennahe Strömung für einen absoluten Betriebsdruck von $P_{abs} = 12\text{bar}$ dargestellt. Die Ergebnisse 10mm nach der Düsenöffnung sind in Abbildung 6.8 dargestellt, beide Messverfahren weisen eine hohe Übereinstimmung auf, welche so nicht zu erwarten war, da die Schlieren-Technik ein integrierendes Messverfahren ist, während das Laserstreuverfahren orts aufgelöste Ergebnisse liefert.

Die an der Überschallströmung ermittelten Ergebnisse sowohl im Bereich der Geschwindigkeitsmessung als auch im Bereich der relativen Dichtemessung weisen eine hohe Übereinstimmung mit den Vergleichsverfahren auf. Die Abweichungen für die ermittelten Geschwindigkeiten können wie dargestellt entweder auf die unterschiedlichen Messverfahren oder Ungenauigkeiten bei der Durchführung der Messungen zurückzuführen sein.

6.3 Der rekombinierende Plasmastrahl

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Laserstreu-Messungen an einem konventionellen Einlichtbogenplasmagenerator vorgestellt. Das ermittelte Geschwindigkeitsprofil wurde 15mm nach dem Düsenausgang bei einem Umgebungsdruck von $p_{Kessel,abs} = 100\text{mbar}$ bestimmt und mit den Ergebnissen der Diodenmessung verglichen.

6.3.1 Geschwindigkeitsverteilungen an einem Einkathoden-Einanoden Plasmasystem

In Abbildung 6.9 ist das gemessene Geschwindigkeitsprofil eines rekombinierenden Plasmastrahls für einen Strom $I = 600\text{A}$ und 40slpm Argon als Plasmagas dargestellt. Der Umgebungsdruck innerhalb der Unterdruckkammer wurde auf $p_{Kessel} = 100\text{mbar}$ eingestellt, da für einen solchen geringen Druck die Wechselwirkung mit der umgebenden Atmosphäre sehr gering ist und die Plasmaeigenschaften am Messort (15mm nach der Generatoröffnung) kaum von den Eigenschaften am Ausgang des Generators abweichen. Der Düsendurchmesser des verwendeten Generators beträgt $\varnothing = 6\text{mm}$, aufgrund des geringen Umgebungsdruckes und der daraus resultierenden Nachexpansion ist der Durchmesser der Plasmaströmung am Messort 1.3–1.5 mal größer als der Generatordurchmesser. Die bei Atmosphärendruck stattfindende Dissipation in Strömungsrichtung wird aufgrund des niedrigen Umgebungsdruckes unterdrückt. Die höchste Geschwindigkeit beträgt im Mittel 2648m/s . Das gemessene Profil weist bezüglich der Generatorachse einen symmetrischen eher turbulenten Verlauf auf, da die Geschwindigkeiten in der Mitte kaum von denen am Rand ($v = 1946\text{m/s}$, $r = -3\text{mm}$)

abweichen. Ein laminares Profil wäre durch eine wesentlich größere Abnahme der mittleren Geschwindigkeit gekennzeichnet. Für jede Position innerhalb des Plasmastrahls wurden drei Messungen durchgeführt und die mittlere Geschwindigkeit dargestellt.

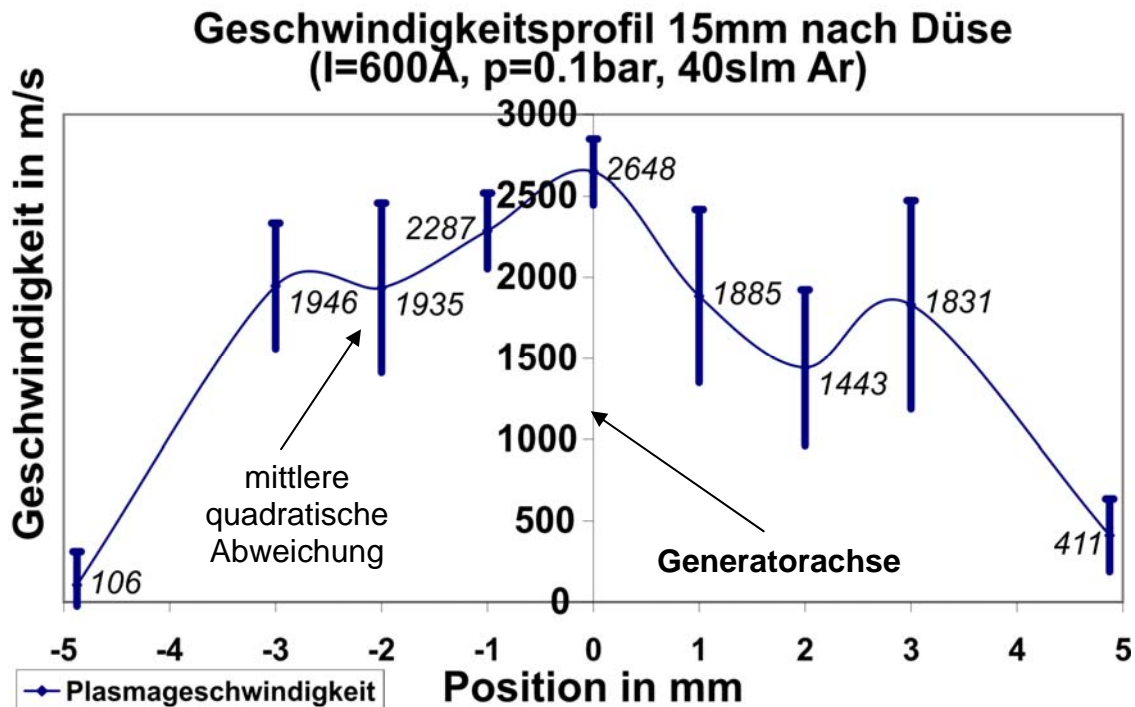


Abbildung 6.9 Darstellung des radialen Geschwindigkeitsprofils für einen Strom $I=600\text{A}$, einem Umgebungsdruck von $p=100\text{mbar}$ und einem Massenfluss von 40slm Ar gemessen 15mm nach dem Düsenausgang

Die ebenfalls dargestellte mittlere quadratische Abweichung wird ausgehend von der Generatorachse größer, was auf eine Abnahme der gestreuten Intensität schließen lässt. Die niedrigen Geschwindigkeiten können durch den registrierten Falschlichtanteil bedingt sein, dessen Einfluss im Folgenden abgeschätzt werden soll.

6.3.2 Die relative Intensitätsverteilung und Rückschlüsse auf die Elektronentemperatur

Die registrierte Intensität an einem rekombinierenden Plasmastrahl setzt sich wie bereits diskutiert aus der Streuung an gebundenen und freien Elektronen sowie der Eigenstrahlung (Bremsstrahlung, Rekombinationsstrahlung, Anregungsstrahlung der Ionen und Atome) des Plasmas zusammen [123],(6.13).

$$I_{\text{Plasma}} = I_{\text{Rayleigh}, T_{\text{gas}}} + I_{\text{Thomson}, T_e} + I_{\text{Eigenstrahlung}} \quad (6.13)$$

Aufgrund des gewählten Aufbaues kann der Anteil der Eigenstrahlung vernachlässigt werden, vgl. 2.2.3. In Gleichung (6.14) ist das Verhältnis der gestreuten Intensität an

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

einem rekombinierenden Plasmastrahl gegenüber der Intensität an der ruhenden Atmosphäre dargestellt und beschreibt die in Abbildung 6.10 visualisierten Verhältnisse.

$$\frac{I_{Plasma}}{I_{Ray,T=298K}} \approx \frac{I_{Ray,T_{GAS}} + I_{Ray,T_{GAS}Ar^+} + I_{Ray,T_{GAS}Ar^{++}} + I_{Thomson,T_e}}{I_{Ray,T=298K}} \quad (6.14)$$

Die Interaktion mit der ruhenden Atmosphäre führt an den Rändern des untersuchten Freistrahls zu einer Verringerung der Anzahl der freien Elektronen und der Gastemperatur verglichen mit dem Zentrum [28], sodass in diesem Bereich die gestreute Intensität als Rayleighstreuung dominiert angenommen werden kann. Wie bereits in Abbildung 2.4 dargestellt, nimmt die relative gestreute Intensität aufgrund des bis $T \sim 7500K$ dominierenden Rayleighanteils für größer werdende Temperaturen ab. Für den untersuchten Plasmastrahl kann aufgrund der von außen nach innen abnehmenden, gestreuten Intensität davon ausgegangen werden, dass in den äußeren Bereichen ($3 - 5mm$) von der Generatorachse entfernt die gestreute Intensität primär Rayleigh dominiert ist, Abbildung 6.10. Das ermittelte Verhältnis für den Bereich um die Generatorachse ist in Abbildung 6.11 verschiedenen theoretisch berechneten Intensitätsverhältnissen gegenübergestellt [28].

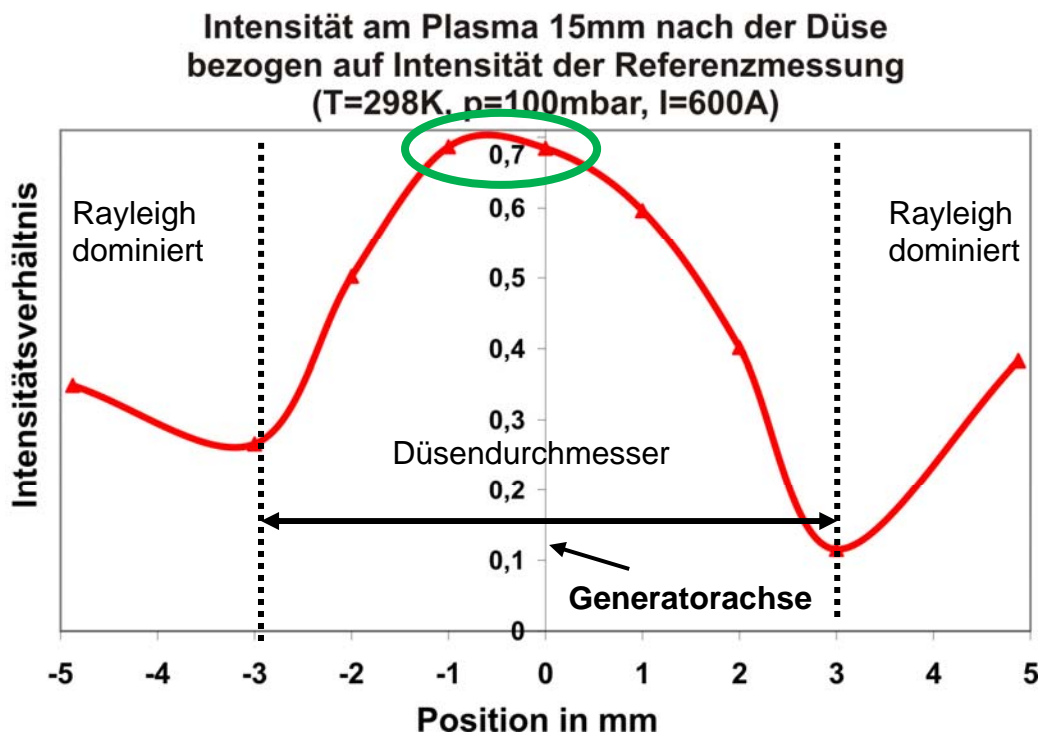


Abbildung 6.10 Darstellung des Verhältnisses der gestreuten Intensität am rekombinierenden Plasmastrahl für $I=600A$, $p=100mbar$ 15 mm nach der Düse bezogen auf die gestreute Intensität an der ruhenden Atmosphäre für eine Temperatur $T=298K$

Abhängig vom Verhältnis $\theta = T_e/T_i$ der Elektronen- T_e zur Schwerteilchentemperatur T_i kann für verschiedene Elektronentemperaturen das Geschwindigkeits- und Temperaturprofil am Ausgang des Plasmagenerators für eine effektiv in das Plasma abgegebene Leistung von $P_{eff} \sim 7kW$ und einen injizierten Massenfluss von $\dot{m} = 40s/m$ Argon berechnet werden, vgl. 5.2.1 und 8.4. Aus den daraus resultierenden Teilchendichten wird die relativ gestreute Intensität für die verschiedenen Elektronentemperaturen und Temperaturverhältnisse θ am Plasmastrahl bestimmt, vgl. 2.2.3 und 8.4. Der Vergleich (grüne Ellipse in Abbildung 6.10 und Abbildung 6.11) der berechneten und gemessenen relativen Intensitäten ergibt eine Abschätzung der Elektronentemperatur im Bereich von $T_e = 11700 - 12000K$. Aus der effektiven in das Plasma abgegebenen elektrischen Leistung und dem Massenfluss folgt sofort, dass die Gastemperatur T_i nicht in dieser Größenordnung liegen kann. Der Vergleich mit der effektiven Leistung von $\sim 7kW$ und dem Massenfluss $\sim 40s/pm$ liefert theoretisch ein Temperaturverhältnis in der Größenordnung $\theta = \frac{T_e}{T_i} \simeq 3$ und daraus resultierend eine Gastemperatur von $T_i \simeq 4000K$.

Zur Berechnung der maximalen Elektronentemperatur wurde sowohl eine laminare als auch turbulente Strömung angenommen, woraus die Angabe eines Temperaturbereiches herrührt. Die daraus resultierenden maximalen Geschwindigkeiten betragen $v_{turb} \sim 4350 m/s$ für eine turbulente respektive $v_{lam} \sim 5950 m/s$ für eine laminare Strömung.

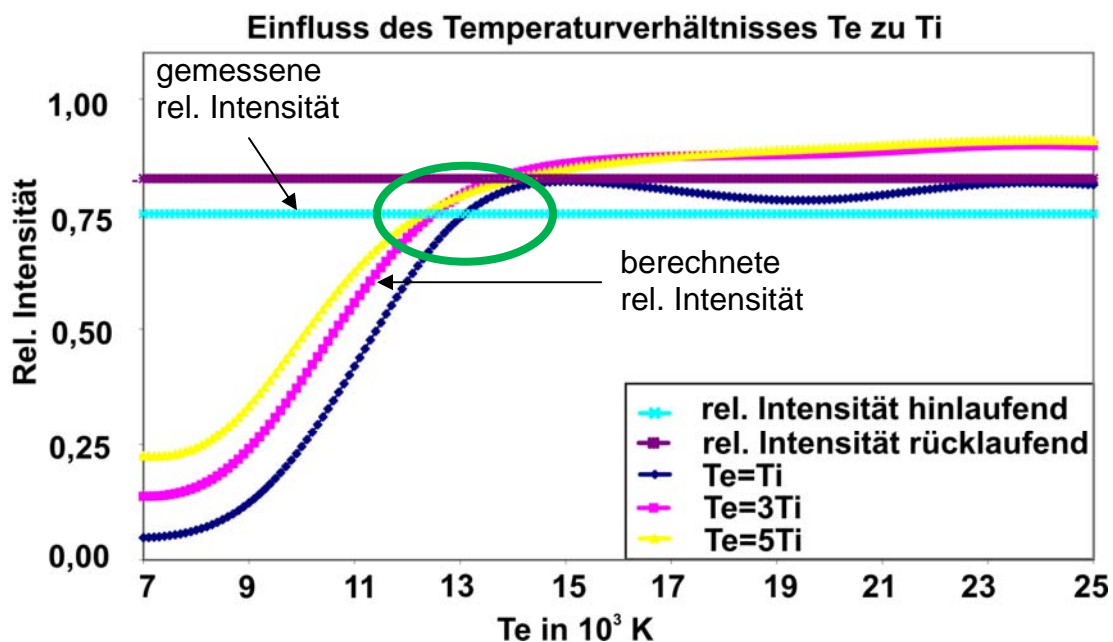


Abbildung 6.11 Darstellung der ermittelten Intensität des gestreuten Lichtes bezogen auf die gestreute Intensität an einer ruhenden Atmosphäre bei $T=300K$ gegenüber theoretisch berechneten Intensitätsverhältnissen für verschiedenen Elektronen-Ionentemperaturverhältnisse

Die spektrale Verteilung des an Argon-Atomen und -Ionen gestreuten Anteils wird aufgrund der Temperatur und des geringen Druckes ein gaußförmiges Profil aufweisen. Der größere Anteil des gestreuten Lichtes stammt von den freien Elektronen, wobei, wie bereits in 2.2.3 diskutiert, dieser Anteil abhängig von α' , vgl. (2.22), aus einem Elektron-Elektron-Wechselwirkungsanteil und aus einem Elektron-Ionen-Wechselwirkungsanteil besteht. Das verwendete Interferometer kann den Elektron-Elektron-Wechselwirkungsanteil, aufgrund dessen spektraler Breite im nm-Bereich, nicht auflösen, sodass zur Bildung der Maxima in der Beobachtungsebene nur der Elektronen-Ionen-Wechselwirkungsanteil beiträgt. Dieser Anteil besitzt eine spektrale Breite in der gleichen Größenordnung wie der Rayleighanteil und soll vereinfacht ebenfalls als gaußförmig angenommen werden. Für die Abschätzung des Einflusses der ermittelten Falschlichtpegel auf die gemessene Geschwindigkeit an einem rekombinierenden Plasmastrahl muss das in 6.1.2 diskutierte Modell erweitert werden.

6.3.3 Interpretation der gemessenen Geschwindigkeit mittels Falschlichtmodell

Die Gesamtintensität des Falschlichts ist für eine konstante Pulsenergie ebenfalls konstant wie bereits in 6.1.2 gezeigt wurde, d.h. eine Verringerung bzw. Vergrößerung der an einer Gasströmung gestreuten Intensität führt zu einer Änderung des Falschlichtpegels. Für die Bestimmung der absoluten Falschlichtintensität im Vorfeld einer Messkampagne existieren zwei unterschiedliche Vorgehensweisen. Die erste Möglichkeit ermittelt die Intensität unter Nutzung des verwendeten Plasmagases, z.B. Argon, während die zweite Möglichkeit in der Bestimmung der Intensität an einem anderen Gas, z.B. Luft und der anschließenden Umrechnung unter Nutzung der unterschiedlichen Rayleighstreuquerschnitte besteht. Das Verhältnis der Streuquerschnitte von Argon und

Luft beträgt $\frac{\sigma_{Ray,total,Ar}}{\sigma_{Ray,total,Luft}} \approx 0.903$. Für die Falschlichtpegel in der Nähe der Genera-

torachse (vgl. 6.1.2) wurden für den hinlaufenden $\eta_1 \approx 0.78\%$ und für den rücklaufenden Laserstrahl $\eta_2 \approx 8.5\%$ an Luft und Umgebungstemperatur ermittelt, daraus ergeben sich $\eta_{1,Ar} \approx 0.86\%$ bzw. $\eta_{2,Ar} \approx 9.41\%$ für die resultierenden Falschlichtpegel an einer Argon-Atmosphäre. Zur Bildung der Maxima tragen wie oben bereits beschrieben nur der Rayleighstreu- sowie der Elektron-Ionen-Wechselwirkungsanteil bei, daraus resultiert, dass die bisher berechneten Falschlichtpegel auf diese Intensität umgerechnet werden müssen. Für die oben abgeschätzten Elektronentemperaturen kann die relative Intensität dieser Anteile mit ~ 0.1 angegeben werden, sodass die resultierenden Falschlichtpegel $\eta_{1,Ar,res} \approx 8.6\%$ bzw. $\eta_{2,Ar,res} \approx 94.1\%$ betragen. Der Falschlichtpegel des rücklaufenden Laserstrahls ist sehr hoch, sodass zu vermuten ist, dass die tatsächliche Geschwindigkeit deutlich oberhalb der gemessenen Geschwindigkeit liegen wird. Die aus diesen Überlegungen resultierenden Werte für den Pegel des tatsächlich registrierten Falschlichtes können in das entwickelte Interferometermodell übernommen werden. Zur endgültigen Abschätzung des Falschlichteinflusses auf die gemessene Geschwindigkeit wird analog zur Betrachtung des Falschlichtanteils für eine Kaltgasströmung eine Gas-

temperatur benötigt, diese entspricht der Schwerteilchentemperatur T_i und ergibt sich für die oben ermittelten Elektronentemperaturen zu $T_i = T_e / \theta = 3900 \dots 4000 \text{ K}$.

Zur Bestimmung der tatsächlichen Geschwindigkeit der Gasströmung v_{Drift} wird unter Berücksichtigung des Falschlichtanteils für eine vorgegebene Geschwindigkeit $v_{\text{Drift,theor}}$ das resultierende Interferenzmuster und daraus die Wellenlängenverschiebung berechnet. Aus dieser Verschiebung kann sofort eine resultierende Geschwindigkeit $v_{\text{Drift,res}}$ bestimmt werden. Ist diese Geschwindigkeit kleiner als die gemessene ($v_{\text{Drift,res}} < v_{\text{Drift,Mess}}$), dann ist die theoretische Geschwindigkeit zu erhöhen sonst zu verkleinern. Dieses Vorgehen wird wiederholt bis die resultierende Geschwindigkeit mit der gemessenen in etwa übereinstimmt. Die verwendete theoretische Geschwindigkeit stellt dann eine Abschätzung der tatsächlichen Geschwindigkeit dar. Aus diesem Vorgehen ist erkennbar, welche Bedeutung der Reduktion des Falschlichtpegels zukommt.

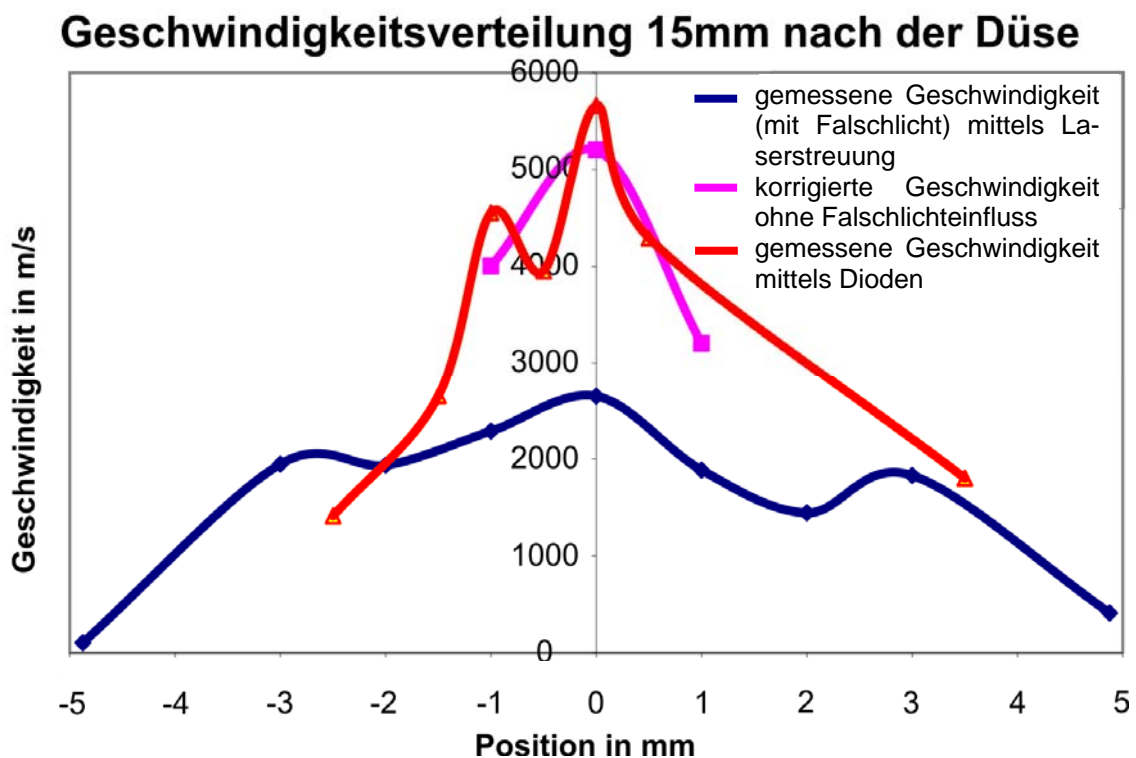


Abbildung 6.12 Interpretation des Falschlichtanteils und Vergleich mit gemessenen Geschwindigkeiten mittels Fotodioden und Spektralfilter

Eine Interpretation der gemessenen Geschwindigkeiten unter Berücksichtigung der ermittelten Falschlichtpegel wurde nur in der Mitte des Plasmastrahls durchgeführt, da die Gastemperatur und die Zusammensetzung des gestreuten Lichtes nur hier abschätzbar ist, Abbildung 6.12. Die aus dieser Betrachtung resultierenden Ergebnisse der Laserstreuung weisen eine hohe Übereinstimmung mit den Geschwindigkeiten mittels Diodenmessung auf, allerdings beträgt die gemittelte quadratische Abweichung für die Ergebnisse der Fotodiodenmessung bis zu 50%, obwohl eine sehr große Anzahl an Messreihen ausgewertet worden ist. Die maximal gemessenen Geschwindigkeiten beider

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

Messverfahren liegen zwischen den bereits abgeschätzten theoretischen Geschwindigkeiten für eine turbulente ($v_{turb} \sim 4350 \text{ m/s}$) bzw. eine laminare ($v_{lam} \sim 5950 \text{ m/s}$) Strömung.

7 Diskussion und Ausblick

In dieser Arbeit wurde ein neues Messverfahren zur direkten Bestimmung der Driftgeschwindigkeit an schnellen heißen und kalten Gasströmungen vorgestellt.

Durch die Nutzung der nicht-resonanten Lichtstreuung ist es möglich die räumliche Verteilung der Geschwindigkeit berührungslos und rückwirkungsfrei in verschiedenen Messobjekten zu bestimmen. Diese Technik erlaubt es, sowohl Überschallkaltgasströmungen als auch rekombinierende Plasmastrahlen zu untersuchen und so bestehende Modelle in der Strömungsmechanik und der Beschichtungstechnik zu überprüfen. Ohne die Zugabe von Partikeln gestattet dieses Verfahren die zu untersuchenden Strömungen aufgrund der hohen Ortsauflösung lokal zu vermessen. Das an einem Ladungsträgerensemble gestreute Licht wird spektral mittels Fizeau-Interferometer untersucht. Die Eigenschaften dieses Interferometers erlauben es, im Gegensatz zu den üblicherweise verwendeten Fabry-Perot-Interferometern, auf eine aufwendige Kontrolle und Regelung der Parallelität der optischen Platten zu verzichten. Die zeitlich getrennte Ermittlung der gestreuten Spektren ermöglicht die Bestimmung von geschwindigkeitsinduzierten Verschiebungen der einfallenden Wellenlänge unterhalb des Auflösungsvermögens des verwendeten Interferometers. Die daraus resultierende Verwendung optischer Platten mit einem niedrigeren Reflexionsfaktor verringert den Temperatureinfluss und die Messzeit.

Zur Verifizierung des Experimentes fand zunächst eine Überschallkaltgasströmung (*Machzahl*: 2.25) Verwendung. Die an zwei unterschiedlichen Messorten in der Strömung ($d_1 = 8.5\text{mm}$ & $d_2 = 11\text{mm}$) ermittelten Geschwindigkeitsprofile wurden mit den Ergebnissen einer PIV-Messung und theoretischen Berechnungen verglichen. Die theoretisch berechnete Austrittsgeschwindigkeit der Düse betrug $v_{theo} = 550\text{m/s}$ und die mittels PIV bestimmten maximalen Geschwindigkeiten lagen bei etwa $v_{max,PIV} \simeq 535\text{m/s}$, wobei die Geschwindigkeiten an den jeweiligen Messorten aufgrund der Nachexpansion der Düsenströmung etwas unterhalb dieser Werte lagen ($v_{PIV} = 495 - 505\text{m/s}$). Die maximalen ermittelten Geschwindigkeiten des Laserstreuverfahrens liegen je nach Arbeitspunkt des Interferometers etwas oberhalb dieser Ergebnisse ($v_{Scat} = 540 - 570\text{m/s}$). Trotz dieser Abweichungen stimmen die direkt gemessenen Geschwindigkeiten sowohl mit den theoretischen als auch mit den durch PIV ermittelten gut überein. Die Abweichungen zwischen den Geschwindigkeiten kann entweder durch das unterschiedliche Messprinzip oder durch Ungenauigkeiten in der Justage herrühren.

Als zweites Messobjekt wurde ein rekombinierender Plasmastrahl im Unterdruck ausgewählt. Die physikalischen Eigenschaften dieses Messobjektes ließen die Verwendung der PIV-Technik nicht zu, daher wurden Ergebnisse der durch Fotodioden ermittelten Ausbreitungsdauern von Fluktuationen als Referenz herangezogen. Die Nutzung eines theoretischen Modells zur Berechnung des Geschwindigkeits- und Temperaturprofils ermöglichte zusätzlich aus der effektiv in das Plasma abgegebenen elektrischen Leistung und der gestreuten Gesamtintensität eine Abschätzung der Elektronen- und Gas-

temperatur des Argon-Plasmastrahls. Das entwickelte Interferometermodell erlaubt die Bestimmung einer tatsächlichen Driftgeschwindigkeit v_{Drift} aus den ermittelten Falschlichtpegeln, der Gastemperatur, der spektralen Verteilung des gestreuten Lichtes und der gemessenen Geschwindigkeit v_{Mess} in der Nähe der Generatorachse. Das detektierte Falschlicht führt zu einer Verringerung der gemessenen Geschwindigkeit $v_{mess} = 2648 \text{ m/s}$. Die daraus resultierende Geschwindigkeit ohne Falschlichteinfluss liegt im Bereich $v_{Drift} = 5250 - 5300 \text{ m/s}$. Dieser Wertebereich stimmt sehr gut mit der Vergleichsmessung aus der Fluktuationsausbreitung mittels Fotodioden $v_{Diode} = 5500 \text{ m/s}$ überein. Beide Werte werden durch die aus der effektiven Leistung abgeleiteten theoretischen Geschwindigkeit bestätigt, je nach gewähltem Strömungsverlauf liegt diese zwischen $v_{turb} = 4350 \text{ m/s}$ für eine turbulente und $v_{lam} = 5950 \text{ m/s}$ für eine laminare Strömung. Aufgrund der Komplexität des gesamten Experimentes ist momentan nur eine Laborversion verfügbar. Der Arbeitspunkt des Interferometers muss sowohl der Temperatur als auch der Geschwindigkeit der zu untersuchenden Gasströmung angepasst werden. Der Abstand der optischen Platten ist zu erhöhen, wenn geringe Geschwindigkeiten vermessen werden sollen. Demgegenüber ist der Plattenabstand für die Vermessung einer heißen Gasströmung zu verringern, um ein Überlappen der resultierenden Maxima zu verhindern. Die Untersuchung einer heißen und langsamen Gasströmung, wie es für Plasmageneratoren mit großem Düsendurchmesser der Fall ist, gestaltet sich mit dem momentanen Aufbau schwierig.

Entwicklungspotentiale

Das vorgestellte Experiment kann durch Änderungen sowohl im Aufbau als auch in der Software effizienter und robuster gestaltet werden. Einige Möglichkeiten sollen kurz angesprochen werden.

In dieser Arbeit wurde nur Argon-Plasmaströmungen betrachtet. Für die Untersuchung von Plasmastrahlen aus mehreren Gasen muss das benutzte Modell zur Ermittlung der verschiedenen Teilchendichten erweitert und die Dissoziation eventuell verwendeter Molekül-gase berücksichtigt werden.

Eine Möglichkeit die Auflösung auf dem CCD-Chip zu erhöhen ohne den Plattenabstand zu vergrößern besteht in der Installation eines Strahlaufweiters innerhalb der Detektionsoptik. Die Vergrößerung des Plattenabstandes andererseits führt zu einer Überlagerung zweier benachbarter Maxima, wenn die daraus resultierende neue Form der Summenfolge abgeschätzt wird, kann ebenfalls eine Erhöhung der Auflösung erreicht werden. Diese beiden Maßnahmen können die Untersuchung heißer und langsamer Gasströmungen ermöglichen.

Durch Änderung des Aufbaues kann die Messdauer stark verkürzt werden, wenn statt einer relativen eine absolute Wellenlängenverschiebung bestimmt wird. Das gestreute Licht des rücklaufenden Laserstrahls wird in diesem Fall durch einen Teil des Laserstrahls ersetzt. Aufgrund der deutlich höheren Intensität kann die Anzahl der Bilder des rücklaufenden Laserstrahls auf ein Bild pro Sekunde verringert werden. Diese Maßnahme erlaubt weiterhin auf die empfindliche Umkehrung des Laserstrahls zu verzich-

ten und das gesamte Verfahren dadurch robuster gegenüber äußeren Einflüssen zu gestalten.

Die Verwendung eines Lichtwellenleiters am Ort des Präzisionsspaltens ermöglicht eine räumliche Trennung von Unterdruckkessel und Fizeau-Interferometer, dadurch ist es möglich das gestreute Licht mit zwei unterschiedlichen spektralen Instrumenten zu untersuchen, um sowohl Gastemperatur als auch Geschwindigkeit gleichzeitig zu ermitteln.

Die Nutzung eines UV-Lasers erhöht die Intensität des an gebundenen Elektronen gestreuten Lichtes, dadurch kann eine weitere Reduzierung der Messzeit erreicht werden. Die dem Experiment zugrunde liegenden Rayleightheorie erlaubt, unter der Voraussetzung dass der Partikeldurchmesser deutlich kleiner als die Wellenlänge des verwendeten Pulslasers ist, ebenfalls die Bestimmung von Partikelgeschwindigkeiten.

8 Anhang

8.1 Notation

Die in diesem Abschnitt aufgelistet Notation gilt für die gesamte Arbeit, zusätzliche Notationen für einige Abschnitte des Anhangs werden separat am Anfang des jeweiligen Abschnittes eingeführt.

| | |
|------------------------------------|--|
| U, u | innere Energie, spezifische innere Energie |
| T, T_e, T_h | Temperatur, Elektronen-, Schwerteilchentemperatur |
| m | Masse |
| V, v | Volumen, spezifisches Volumen |
| c_v, c_p | spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen bzw. Druck |
| Q, q | Wärme, spezifische Wärme |
| p | Druck |
| H, h | Enthalpie, spezifische Enthalpie |
| $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ | Isentropenexponent |
| k_B | Boltzmann-Konstante |
| N_{avo} | Avogadro-Konstante |
| $R = N_{Avo} k_B$ | Konstante des idealen Gases |
| S, s | Entropie, spezifische Entropie |
| ρ | Dichte |
| \vec{c} | Geschwindigkeit |
| c_0 | Lichtgeschwindigkeit |
| \dot{m} | Massenfluss |
| A | Fläche |
| a | Schallgeschwindigkeit |
| $M = \frac{c}{a}$ | Machzahl |
| d | Durchmesser |
| $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ | Pointingvektor |
| \vec{E} | elektrisches Feld |
| \vec{H} | magnetisches Feld |
| ω | Kreisfrequenz |
| \vec{k} | Wellenvektor |
| λ | Wellenlänge |
| μ_0 | magnetische Permeabilitätskonstante |
| \vec{F} | Kraft |

| | |
|-------------------------|---|
| q_L | Ladung |
| r | Radius |
| $a(t)$ | Beschleunigung |
| ϵ_0 | elektrische Permittivitätskonstante |
| e | Elementarladung |
| r_e | klassischer Elektronenradius |
| $\sigma_{Scat,total}$ | totaler Streuquerschnitt |
| \vec{r}, \vec{r}_q | Ortsvektor, Ortsvektor einer Ladung der Ladung |
| R_{max} | Abstand zwischen Ort der Streuung und Ort der Detektion |
| \vec{n}, \vec{n}_i | Einheitsvektor |
| $S(\vec{k}, \omega)$ | Formfaktor des gestreuten Spektrums |
| $n(\vec{r}, t)$ | Dichtefluktuation der Streuzentren |
| y | dimensionsloser Parameter zur Charakterisierung des Rayleighstreu- pektrums |
| l_m | mittlere freie Weglänge |
| $p(c_k)$ | Geschwindigkeitsverteilung |
| v_T | wahrscheinlichste thermische Geschwindigkeit |
| $\Delta\lambda_{therm}$ | resultierende Halbwertsbreite |
| α' | dimensionsloser Parameter zur Charakterisierung des Thomsonstreu- pektrums |
| $Z_{i-Stufe}$ | Ionisationsstufe |
| n_e, n_{Ar}, n_{Ar^+} | Teilchendichten der freien Elektronen, der Argonatome, der Argonionen |
| K_{Saha} | Saha-Faktor |
| E_{kin} | kinetische Energie |
| h_p | Plancksches Wirkungsquantum |
| g_{Ar}, g_{Ar^+} | Entartung des Grund- und des angeregten Zustandes |
| E_{ion} | Ionisationsenergie |
| Z_{Σ}, Z | Zustandssumme des Gesamtsystems |
| \vec{v}_{Drift} | Driftgeschwindigkeit der Gasströmung |
| $\underline{\Psi}$ | komplexe Amplitude einer elektromagnetischen Welle |
| ϕ_i | Phasenwinkel |
| μ | Brechungsindex |
| β | Einfallswinkel einer EMW auf das Interferometer |
| δ, δ_i | Phasenwinkel |
| α | Verkipfungswinkel der zweiten optischen Platte |
| t_i, r_i | Transmissions-, Reflexionsfaktoren einer komplexen Amplitude für die optischen Platten |

| | |
|------------|---|
| T, R | Transmission-, Reflexionskoeffizient der optischen Platten für die Intensität |
| v_{\max} | maximale Geschwindigkeit |

8.2 Äquivalente Herleitung der Düsenzusammenhänge

In diesem Abschnitt wird eine äquivalente Herleitung für die Zusammenhänge an der betrachteten deLavalschen Düse diskutiert.

1. Die Änderung in der eindimensionalen Gasgeschwindigkeit c kann unter Verwendung der Schallgeschwindigkeit (für ein ideales Gas) $a = \sqrt{\gamma RT}$ und der Definition der Machzahl $c = Ma$ folgendermaßen formuliert werden

$$\frac{dc}{c} = \frac{1}{2} \frac{dM^2}{M^2} + \frac{1}{2} \frac{dT}{T} \quad (8.1)$$

2. Wird die Impulsgleichung $c \frac{dc}{dx} + v \frac{dp}{dx} = 0$ durch c^2 geteilt und mit (8.1) kombiniert so ergibt sich die folgende Beziehung:

$$0 = \frac{dc}{c} + \frac{vp}{c^2} \frac{dp}{p} = \left(\frac{1}{2} \frac{dM^2}{M^2} + \frac{1}{2} \frac{dT}{T} \right) + \frac{RT}{M^2 \gamma RT} \frac{dp}{p} = \frac{1}{2} \frac{dM^2}{M^2} + \frac{1}{2} \frac{dT}{T} + \frac{1}{M^2 \gamma} \frac{dp}{p} \quad (8.2)$$

3. Aus der Erhaltung der gesamten Energiedichte, wobei erneut durch c^2 geteilt wird, ergibt sich die Gleichung zwischen der Änderung in der Temperatur und der Änderung in der Machzahl

$$0 = \frac{1}{c^2} dh + \frac{1}{c^2} d \left(\frac{1}{2} c^2 \right) \stackrel{dh=c_p dT}{=} \frac{\frac{\gamma}{\gamma-1} R}{M^2 \gamma R} \frac{dT}{T} + \frac{dc}{c} = \frac{1}{(\gamma-1)M^2} \frac{dT}{T} + \left(\frac{1}{2} \frac{dM^2}{M^2} + \frac{1}{2} \frac{dT}{T} \right)$$

oder äquivalenterweise

$$\frac{dT}{T} = -\frac{\gamma-1}{\gamma} M^2 \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} \frac{dM^2}{M^2} = -\frac{\gamma-1}{2} \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} dM^2 \quad (8.3)$$

4. Die letzte Gleichung kombiniert mit (8.1) liefert

$$\frac{dc}{c} = \frac{1}{2} \frac{dM^2}{M^2} + \frac{1}{2} \frac{dT}{T} = \frac{1}{2} \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} \frac{dM^2}{M^2} \quad (8.4)$$

und kombiniert mit (8.2)

$$\frac{dp}{\rho} = -\gamma M^2 \left(\frac{1}{2} \frac{dM^2}{M^2} + \frac{1}{2} \frac{dT}{T} \right) = -\frac{\gamma}{2} \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} dM^2 \quad (8.5)$$

Aus dieser Gleichung kann die entsprechende Beziehung für die Änderung in der Mas- sendichte $\rho = \frac{P}{RT}$ gewonnen werden

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{p} - \frac{dT}{T} = -\frac{1}{2} \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} dM^2 \quad (8.6)$$

5. Zuletzt ergibt sich aus der Massenerhaltung (8.4) und (8.6) die Beziehung zwischen der Änderung im Strömungs-Querschnitt und der Machzahl

$$\begin{aligned} \dot{m} = \rho c A = \text{const} &\Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dp}{p} + \frac{dA}{A} = 0 \\ \frac{dA}{A} = -\frac{d\rho}{\rho} - \frac{dp}{p} &= \frac{M^2 - 1}{2} \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} \frac{dM^2}{M^2} \end{aligned} \quad (8.7)$$

Zusammengefasst: ergibt sich aus diesen Überlegungen:

$$\begin{aligned} \frac{dT}{T} &= -\frac{\gamma-1}{2} \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} dM^2 \\ \frac{dp}{p} &= -\frac{\gamma}{2} \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} dM^2 \\ \frac{d\rho}{\rho} &= -\frac{1}{2} \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} dM^2 \\ \frac{dc}{c} &= \frac{1}{2} \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} \frac{dM^2}{M^2} \\ \frac{dA}{A} &= \frac{M^2 - 1}{2} \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} \frac{dM^2}{M^2} \end{aligned} \quad (8.8)$$

Die Integration zwischen den zwei Punkten 1 & 2 entlang der eindimensionalen statio- nären und isentropen Strömung liefert die aus der Literatur bekannten Zusammenhänge.

$$\frac{T_B}{T_A} = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_B^2}$$

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = \left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_B^2} \right]^{\gamma/\gamma-1}$$

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = \left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_B^2} \right]^{1/\gamma-1}$$

$$\frac{c_B}{c_A} = \frac{M_B}{M_A} \left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_B^2} \right]^{1/2}$$

$$\frac{A_B}{A_A} = \frac{M_A}{M_B} \left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_B^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2} \right]^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)}$$

8.3 Foelsch-Modell zur Bestimmung des Profils einer Überschallgeschwindigkeitsdüse

In diesem Abschnitt wird die von Kuno Foelsch vorgestellte Prozedur zur Berechnung der Kontur einer rotationssymmetrischen Überschalldüse beschrieben.

8.3.1 Spezielle Notation und Düsen-Parameter

8.3.1.1 Spezielle Notation

| | |
|----------------------------|---|
| $\overset{1}{c}$ | Geschwindigkeit (in m/s) |
| c_{sound} | Schallgeschwindigkeit |
| T, T_{tot} | Temperatur (in K), Stagnationstemperatur (oder gesamte Temperatur) |
| c_p, c_v | spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck oder Volumen (in J/kg m ³) |
| $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ | Adiabatexponent |
| ρ | Massendichte (in kg/m ³) |
| P | Druck (in Pa) |
| A | Querschnittfläche zum Fluss (in m ²) |
| V | Volumen (in m ³) |
| \dot{m} | Massenfluss (in kg/m ³) |
| M_{mol} | molare Masse (in kg/mol) |
| N_{avo} | Avogadro-Zahl (in mol ⁻¹) |
| k_B, R | Boltzmann-Konstante (in J/K), Konstante der idealen Gase $R = N_{avo} k_B$ (in J/K mol) |
| U, u | innere Energie (in J), innere Energiedichte (in J/m ³) |
| H, h | Enthalpie (in J), Enthalpiedichte (in J/m ³) |
| S, s | Entropie (in J/K), Entropiedichte (in J/K m ³) |
| W | Arbeit (in J) |
| M | Mach-Zahl |
| μ | Mach-Winkel |
| θ | Strömungswinkel |

8.3.1.2 Düsen-Parameter

r_0 Radius (in m) im Bereich einer kegelförmiger Strömung bei welchem die Mach-Zahl=1 beträgt

- r Radius (in m) gegenüber der gekrümmten Mach-Linie bei welcher der Übergang zu zylindrischen Strömung beginnt; $\tau = r/r_0$
- R_{out} Radius (in m) am Düsenausgang
- R_{throat} Radius (in m) an der größten Verengung in der Düse (Mach-Zahl=1)
- R_{curv} Krümmungsradius (in m) beim Übergang von größter Verengung zur kegelförmigen Strömung
- ψ "Ausbreitungswinkel" einer Mach-Linie
- L Länge (in m) der Expansionsdüse

8.3.2 Änderung der Strömungsrichtung bei Überschall

Eine Überschallströmung mit einer Geschwindigkeit $c > a$ wird von einem kleinen Objekt, in Abbildung 8.1 rot dargestellt, abgelenkt. Der Winkel für den Bereich der Strömung, in welchem ein Informationsaustausch stattfinden kann, soll in diesem Abschnitt hergeleitet werden.

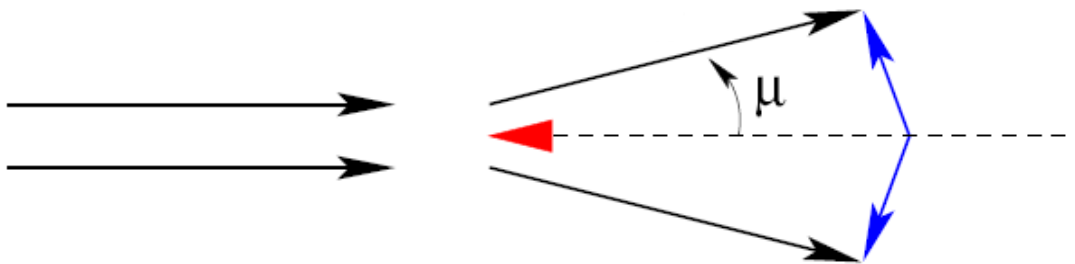


Abbildung 8.1 Darstellung der Ablenkung einer Überschallströmung an einem kleinen Objekt

Der Informationsaustausch erfolgt höchstens mit Schallgeschwindigkeit, sodass die Information in der Zeit Δt den Weg $a\Delta t$ zurücklegt, in der gleichen Zeit legt ein abgelenktes Gasteilchen den Weg $c\Delta t$ zurück. Der Bereich, welcher durch die Umlenkung beeinflusst wird, wird wie in der Abbildung dargestellt von diesen beiden Wegen begrenzt, wobei die Richtung der Informationsausbreitung senkrecht zur umgelenkten Randströmung verläuft. Für den Sinus des Machwinkels μ ergibt sich daraus:

$$\sin(\mu) = \frac{a\Delta t}{c\Delta t} = \frac{1}{M}. \quad (8.9)$$

Die Linie, welche den Bereich in der ein Informationsaustausch stattfinden kann mit der ungestörten Strömung verbindet, wird als Mach-Linie bezeichnet. Im Folgenden werden weitere trigonometrische Beziehungen für den Machwinkel hergeleitet:

$$\sin(\mu) = \frac{1}{M} \Rightarrow \begin{cases} \cos(\mu) = \sqrt{1 - \sin^2(\mu)} = \frac{\sqrt{M^2 - 1}}{M} \\ \tan(\mu) = \frac{\sin(\mu)}{\cos(\mu)} = \frac{1}{\sqrt{M^2 - 1}} \end{cases} \quad (8.10)$$

Wenn die Überschallströmung eine Änderung in der Strömungsrichtung erfährt, geschieht diese als Überlagerung von sehr kleinen (infinitesimalen) Änderungen $d\theta$. Eine einzige dieser infinitesimalen Änderungen kann direkt aus der Mach-Zahl der Strömung vor der Richtungsänderung hergeleitet werden, Abbildung 8.2. Vor der Änderung besitzt die Strömung eine Geschwindigkeit c und aufgrund der dort herrschende Temperatur einen Mach-Winkel μ , nach der Änderung hat sich die Geschwindigkeit auf $c + dc$ erhöht, was ebenfalls zu einer Änderung der lokalen Mach-Zahl führt.

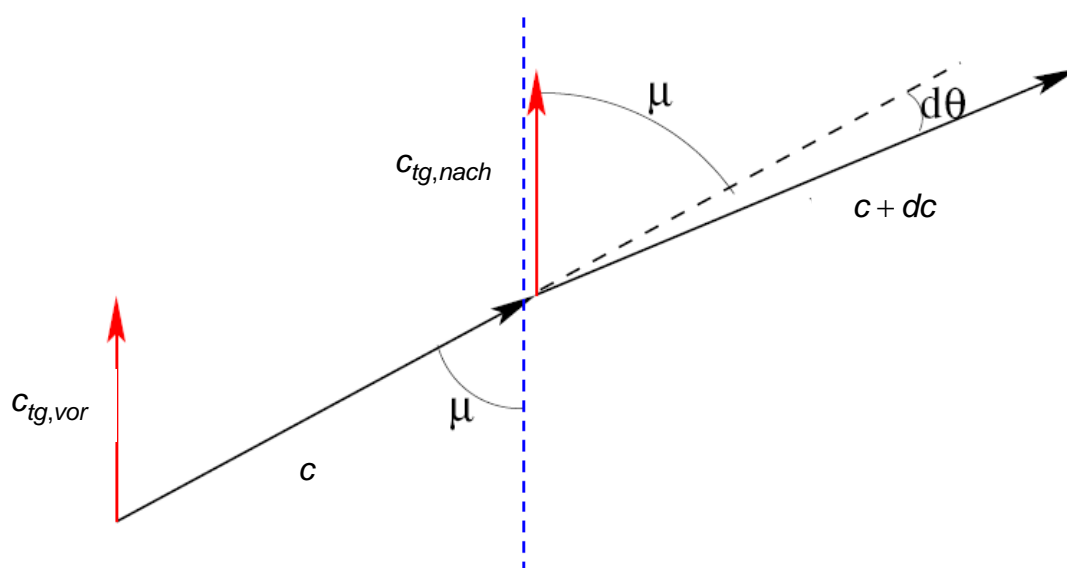


Abbildung 8.2 Darstellung der Änderung der Geschwindigkeitskomponenten bei einer kleinen Umlenkung der Geschwindigkeit

Die als rot dargestellte tangentielle Komponente der Geschwindigkeit $c_{tg,vor} = c \cos(\mu)$ vor der Änderung liegt parallel zur blau dargestellten Machlinie und wird durch die Änderung der Geschwindigkeit nicht verändert $c_{tg,nach} = (c + dc) \cos(\mu + d\theta)$. Die senkrecht zur Machlinie verlaufende Komponente erfährt hingegen die für die Beschleunigung verantwortliche Arbeit. Die Erhaltung der tangentialen Komponente führt zu folgender Beziehung:

$$c \cos(\mu) = (c + dc) \frac{\cos(\mu + d\theta)}{\cos(\mu) \cos(d\theta) - \sin(\mu) \sin(d\theta)} \quad (8.11)$$

Unter Verwendung der Additionstheoreme und bei Berücksichtigung, dass die Änderung des Winkels $d\theta$ sehr klein ist ($\cos d\theta \approx 1$ und $\sin d\theta \approx d\theta$) vereinfacht sich (8.11) zu:

$$c \cos(\mu) = (c + dc) \cos(\mu) - d\theta \sin(\mu) \quad (8.12)$$

Aus (8.12) lässt sich bei Vernachlässigung des Produktes $dc d\theta \sin(\mu) \ll 1$ der Zusammenhang zwischen der Änderung des Machwinkels und der Änderung der Geschwindigkeit herleiten:

$$d\theta = \frac{dc \cos(\mu)}{c \sin(\mu)} = \sqrt{M^2 - 1} \frac{dc}{c}. \quad (8.13)$$

8.3.3 Übergang von kegelförmiger zu zylindrischer Überschallströmung

Im Allgemeinen ist die Mach-Linie keine Gerade sondern eine Kurve da die Schallgeschwindigkeit entlang dieser Kurve nicht gleich sein muss.

Als Vorbereitung für das Foelsch-Modell, wird eine Strömungslinie in einer kegelförmigen Überschallströmung innerhalb eines rotationssymmetrischen Kanals unter dem Winkel θ betrachtet, Abbildung 8.3. Die Herleitung einer Gleichung für die Änderung der vertikalen Komponente der Geschwindigkeit aufgrund einer Änderung der Kanalgeometrie soll im Folgenden diskutiert werden. Diese Diskussion erfolgt unter der Annahme, dass die Kanalgeometrie zu geraden Mach-Linien führt, d.h. dass die Kegelsymmetrie erhalten bleibt und daraus resultierend die Anwendung von Gleichung (8.13) für komplizierte Strömungsanordnungen erlaubt ist.

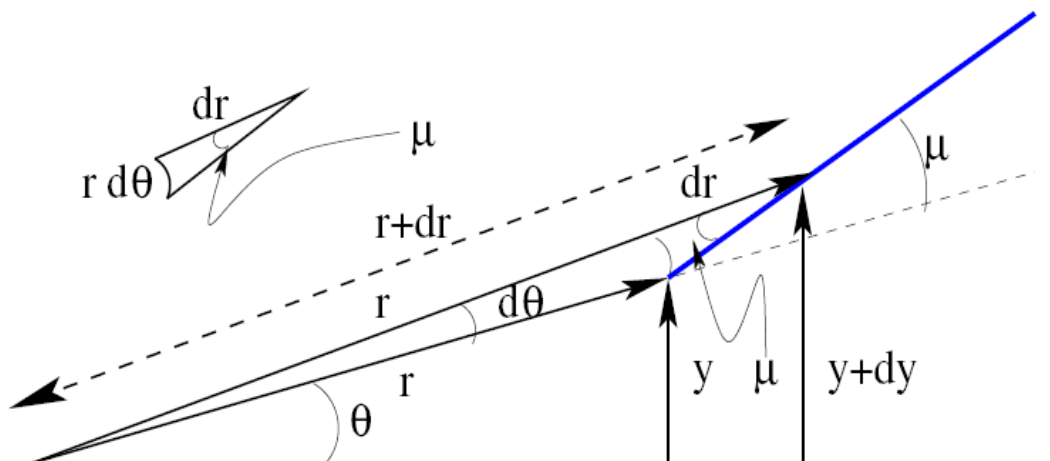


Abbildung 8.3 Darstellung der Änderung der Geschwindigkeit für eine kegelförmige Strömung

Sei r die radiale Koordinate bis zum Punkt an welchem die Änderung stattfindet und die Mach-Linie beginnt, und $y = r \sin(\theta)$ die entsprechende vertikale Koordinate. Die Mach-Linie (blau) liegt unter dem Winkel μ und $y + dy$ sei die Koordinate eines benachbarten Punktes entlang dieser Mach-Linie, wobei aus $\sin(\theta + d\theta)(r + dr) = y + dy$

unter Nutzung der Additionstheoreme, und unter Vernachlässigung von $drd\theta \cos(\theta) \ll 1$ folgender Ausdruck abgeleitet werden kann:

$$dy = dr \sin(\theta) + rd\theta \cos(\theta) \quad (8.14)$$

Dieser benachbarte Punkt hat eine radiale Koordinate $r + dr$ und aus dem kleinem Dreieck mit den Katheten dr und $rd\theta$ wird die folgende Beziehung hergeleitet:

$$\tan(\mu) = \frac{rd\theta}{dr} \Rightarrow \frac{dr}{r} = \frac{d\theta}{\tan(\mu)} = \sqrt{(M^2 - 1)} d\theta. \quad (8.15)$$

Daraus resultiert für diese kegelförmige Mach-Linie:

$$\begin{aligned} \left. \frac{dy}{y} \right|_{\text{Kegel}} &= \frac{\sin(\theta) dr + r \cos(\theta) d\theta}{r \sin(\theta)} = \frac{dr}{\underbrace{r}_{\sqrt{M^2+1}d\theta}} + \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)} \frac{d\theta}{\underbrace{1}_{\sqrt{M^2+1}} \frac{dc}{c}} \\ &= \left(\sqrt{M^2 + 1} + \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)} \right) \sqrt{M^2 + 1} \frac{dc}{\underbrace{c}_{\frac{1}{1+\frac{\gamma-1}{2}M^2}} \frac{dM}{M}}} \\ &= \frac{\left(\sqrt{M^2 + 1} + \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)} \right) \sqrt{M^2 + 1}}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} \frac{dM}{M} \end{aligned} \quad (8.16)$$

wobei die Ergebnisse $d\theta = \sqrt{M^2 - 1} \frac{dc}{c}$ und $\frac{dc}{c} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-1} \frac{dM}{M}$ für eine stationäre isentrope Überschallströmung verwendet wurden.

In Abbildung 8.4 ist eine Düse dargestellt, welche eine stationäre, isentrope und ohne Reibungsverluste behaftete kegelförmige in eine parallel zur Düsenachse gerichtete zylindrische Strömung überführt. Die braun dargestellte kegelförmige Geschwindigkeitsströmung mit einem Öffnungswinkel ω erreicht am Kreisbogen T die Schallgeschwindigkeit. Der radiale Abstand, bei welchem gerade die Schallgeschwindigkeit erreicht wird, beträgt r_0 und ist rot gestrichelt dargestellt. Die Geschwindigkeit nimmt weiter zu und wird beginnend an der Kurve AE durch ein noch zu bestimmendes Düsenprofil, grün dargestellt, in eine parallel zylindrische Strömung umgeformt und verlässt die Düse durch die Mach-Linie EB. An einem beliebigen Punkt P der Kurve AE startet eine Mach-Linie PK (blau dargestellt), die nicht mehr exakt gerade verläuft, da sich in der Konversions-Zone AEB die Schallgeschwindigkeit von Punkt zu Punkt ändert.

Im Modell von Foelsch wird der Verlauf einer beliebigen Mach-Linie PK innerhalb der Konversions-Zone als leichte Verallgemeinerung der Mach-Linie für eine kegelförmige

Strömung angenommen, da die Modifikation der Strömung in der Düse kaum von dieser abweicht.

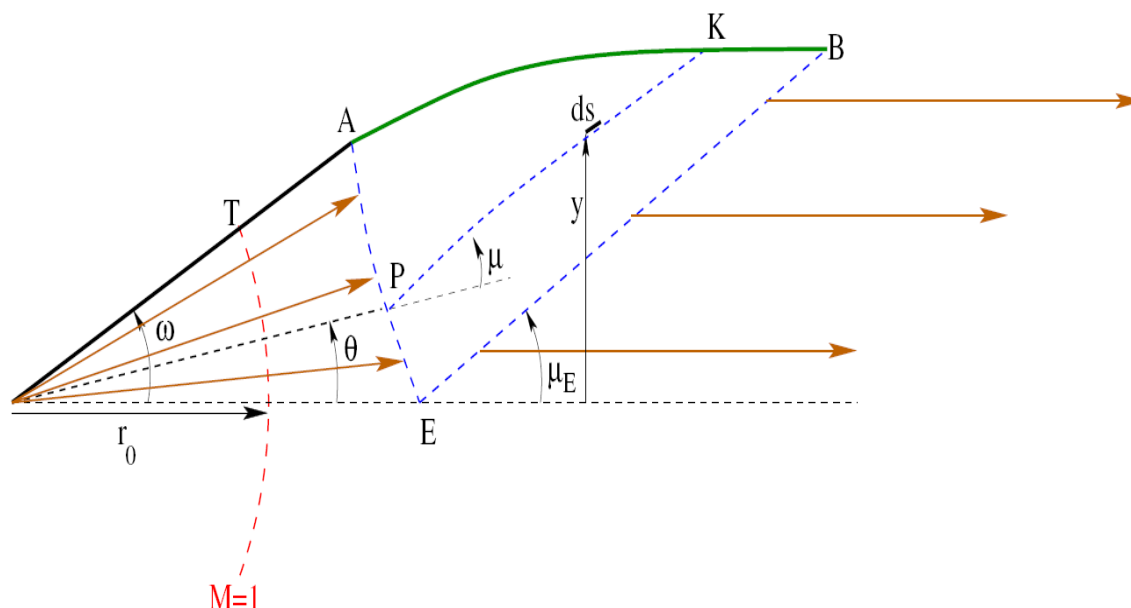


Abbildung 8.4 Darstellung einer Düse zur Überführung einer kegelförmigen in einer zylinderförmigen Strömung

In Anlehnung an Gleichung (8.16) gilt die folgende Näherung für die vertikale Koordinate y eines Punktes entlang der Mach-Linie PK:

$$\frac{dy}{y} \approx f \frac{\left(\sqrt{M^2 + 1} + \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)} \right) \sqrt{M^2 + 1}}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2} \frac{dM}{M} \quad (8.17)$$

Der konstante Koeffizient f liegt in der Größenordnung um 1. Die erste Näherung welche dieser Gleichung zugrunde liegt, ist die Annahme, dass f entlang der gesamten Mach-Linie PK konstant bleibt. Der Wert f einer, an einem anderen Punkt der Kurve AE gestarteten, benachbarten Linie sich aber vom Wert für die Mach-Linie PK unterscheiden kann. Eine weitere Näherung des Modells ist die Annahme, dass die Mach-Zahl entlang der Kurve PK kaum vom Wert am Punkt P abweicht, daraus folgt:

$$\frac{dy}{y} \approx f \frac{\left(\sqrt{M_P^2 + 1} + \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)} \right) \sqrt{M_P^2 + 1}}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_P^2} \frac{1}{M_P} dM \quad (8.18)$$

Wird (8.18) integriert, so ergibt sich:

$$\ln\left(\frac{y}{y_P}\right) \approx f \underbrace{\frac{\left(\sqrt{M_P^2 + 1} + \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)}\right) \sqrt{M_P^2 + 1}}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_P^2}}_{=\kappa_P} \frac{1}{M_P} (M - M_P) \quad (8.19)$$

$$\Rightarrow y \approx y_P \exp(f \kappa_P (M - M_P))$$

Mit (8.19) ist es möglich die vertikale Koordinate vom Punkt K zu bestimmen und auf diese Weise das gesamte Profil der Düse zu berechnen. Zur Bestimmung des unbekanntenen Parameters f muss anschließend ein zusätzlicher Weg betrachtet werden. In

Abbildung 8.5 ist der Bereich, zwischen dem Erreichen der Schallgeschwindigkeit (rot) und der Kurve AE bei welcher der Übergang in die zylindrische Strömung beginnt, dargestellt. Eine am Punkt R, hier ist die Machzahl gerade eins und der Machwinkel 90° , startende Mach Linie wird nach vorn gekrümmt, wenn sie in den Bereich höherer Mach-Zahlen eintritt. Die an der Wand reflektierte Mach-Linie läuft weiter bis zum Punkt P und überstreicht dabei den gesamten Winkel Ψ_P , grün dargestellt. Dieser Winkel wird in [117] als Ausbreitungswinkel der Mach-Linie bezeichnet. Der Ausbreitungswinkel für einen benachbarten Punkt entlang der Linie AE ändert sich minimal, wobei gleichzeitig der Strömungswinkel $d\theta$ geändert wird, allerdings mit negativem Vorzeichen. Je näher der Punkt an E liegt umso größer ist Ψ und umso kleiner ist θ , d.h. $d\Psi = -d\theta$.

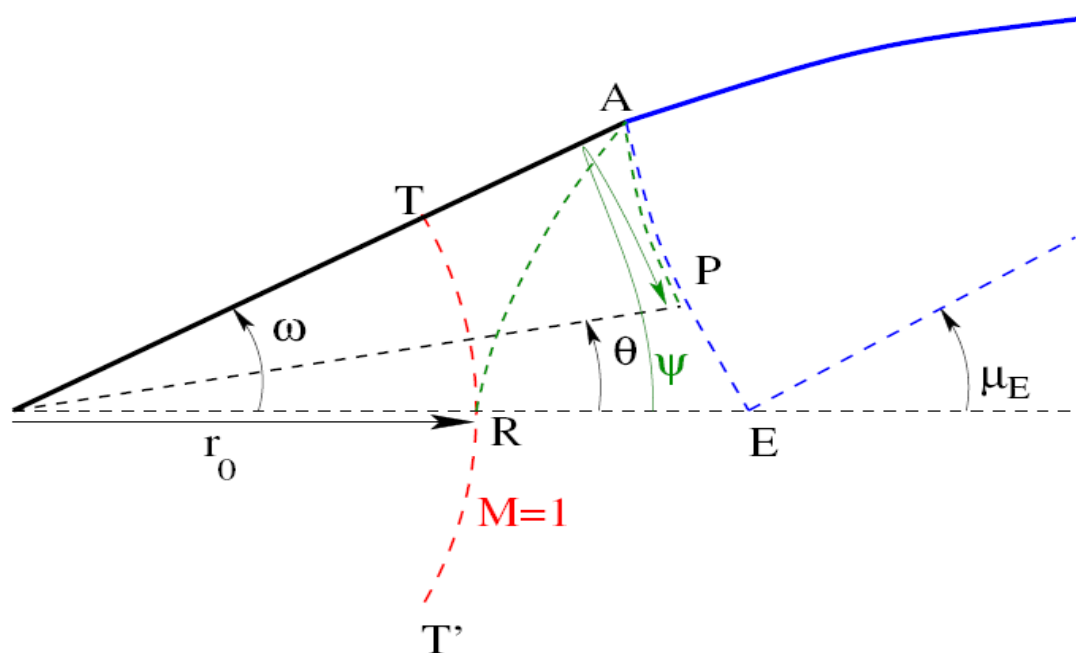


Abbildung 8.5 Darstellung zur Ermittlung des Faktors f

Dieser Ausbreitungswinkel, der bei R startenden Mach-Linie, kann für die zwei Punkte A und E sofort bestimmt werden:

$$\begin{aligned}\Psi_A &= \omega \\ \Psi_E &= 2\Psi_A = 2\omega\end{aligned}\quad (8.20)$$

wobei ω dem Öffnungswinkel der kegelförmigen Strömung entspricht. Für einen beliebigen Punkt entlang der Kurve AE gilt:

$$\Psi_E = \Psi_P - \theta_P \Rightarrow \theta_P = \Psi_P - \Psi_E \quad (8.21)$$

Dieser neu eingeführte Winkel kann sofort mit der Mach-Zahl korreliert werden, ohne dass dabei der unbekannte Faktor f wie in (8.19) vorkommt. Das Quadrat des dimensionslosen Parameters $\tau = \frac{r_P}{r_0}$ als Quotient des radialen Abstandes r_P eines Punktes P auf der Kurve AE und dem Radius für den Bogen der Mach-Linie r_0 ist proportional der Querschnittsfläche A , welche die kegelförmige Strömung aufspannt. Allgemein lässt sich der Quotient auch schreiben als:

$$d\tau = \frac{1}{r_0} dr \Rightarrow \frac{d\tau}{\tau} = \frac{dr}{r} \quad (8.22)$$

und unter Nutzung der Proportionalität folgt:

$$A : \tau^2 \Rightarrow \frac{d\tau}{\tau} = \frac{1}{2} \frac{dA}{A} \quad (8.23)$$

Die bereits bekannte Abhängigkeit $\frac{dA}{A} = (M^2 - 1) \frac{dc}{c} = \frac{M^2 - 1}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)} \frac{dM}{M}$ und daraus

resultierend $\frac{dA}{A} = \frac{1}{2} \frac{M^2 - 1}{M^2 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)} dM^2$ erlaubt die Überführung von (8.23) in:

$$\frac{d\tau}{\tau} = \frac{1}{2} \frac{dA}{A} = \frac{1}{4} \left[-\frac{1}{M^2} + \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2}}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2} \right] dM^2 \quad (8.24)$$

Unter Verwendung von (8.15) und Substitution von $M^2 = z^2 + 1$ ergibt sich daraus:

$$\begin{aligned}
 d\Psi &= \frac{1}{\sqrt{M^2-1}} \frac{1}{2} \frac{dA}{A} = -\frac{1}{4} \frac{1}{M^2} \frac{dM^2}{\sqrt{M^2-1}} + \frac{1}{4} \frac{1+\frac{\gamma-1}{2}}{1+\frac{\gamma-1}{2}M^2} \frac{dM^2}{\sqrt{M^2-1}} \\
 &\stackrel{z^2=M^2-1}{=} -\frac{1}{2} \frac{dz}{1+z^2} + \frac{1}{2} \frac{dz}{1+\frac{\gamma-1}{\gamma+1}z^2}
 \end{aligned} \quad (8.25)$$

was sofort integriert werden kann

$$\begin{aligned}
 \Psi - \Psi_{ref} &= -\frac{1}{2} \left[\arctan(z) - \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \arctan\left(\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}}z\right) \right] \\
 &= \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \arctan\left(\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}}\sqrt{M^2-1}\right) - \arctan\left(\sqrt{M^2-1}\right) \right],
 \end{aligned} \quad (8.26)$$

wobei Ψ_{ref} den Wert des Winkels für $M=1$ darstellt. Dieser Winkelwert ist gerade Null und entspricht dem Punkt R daher gilt für einen beliebigen Punkt P auf der Kurve AE:

$$\Psi = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \arctan\left(\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}}\sqrt{M^2-1}\right) - \arctan\left(\sqrt{M^2-1}\right) \right). \quad (8.27)$$

Es soll hier angemerkt werden, dass für eine bekannte Mach-Zahl am Düsenausgang Ψ_E aus (8.27) festgelegt ist und sich daraus der Öffnungswinkel zu $\omega = \frac{\Psi_E}{2}$ ergibt.

8.3.4 Düsen-Profil (I), Bogen AKB

Aus diesen Vorüberlegungen kann jetzt die Düsengeometrie bestimmt werden, Abbildung 8.6. Die Kurve AE wurde bereits im vorherigen Abschnitt charakterisiert, deswegen soll in diesem Abschnitt ein beliebiger Punkt P dieser Linie mit einem Punkt K des Profils verbunden werden. Sei $ds = \frac{dy}{\sin(\theta+\mu)}$ ein infinitesimales Segment entlang der

Mach-Linie, welche bei P startet und diesen Punkt mit dem Punkt K verbindet. Diese Linie ist keine exakte Gerade, da sich von P bis K die Mach-Zahl und somit der Mach-Winkel μ ändern. Der Anteil des Massenflusses zwischen dem Winkel θ_P und dem vollen Öffnungswinkel ω am Ort an dem gerade die Schallgeschwindigkeit erreicht wird beträgt:

$$\begin{aligned}
& (\rho c_0) 2\pi r_0^2 (\cos(\theta_P) - \cos(\omega)) \\
&= 2\pi (\rho c_0) \int_P^K \frac{M}{\left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \right]^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)}} \frac{y \sin(\mu) dy}{\sin(\theta) \cos(\mu) + \cos(\theta) \sin(\mu)} \\
&\approx 2\pi (\rho c_0) \frac{M_P}{\left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_P^2 \right) \right]^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)}} \frac{1}{\sin(\theta_P) \frac{\cos(\mu)}{\sin(\mu)} \Big|_P + \cos(\theta_P)} \int_P^K y dy \\
&= \pi (\rho c_0) \frac{M_P}{\left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_P^2 \right) \right]^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)}} \frac{y_P^2 \exp[2f_{\kappa_P} (M_K - M_P) - 1]}{\sin(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1} + \cos(\theta_P)} \\
&\quad \frac{1}{\tau_P^2}
\end{aligned} \tag{8.30}$$

Aus dieser Gleichung folgt auch

$$\begin{aligned}
& 1 + \left(\frac{r_0 \tau_P}{y_P} \right)^2 2 (\cos(\theta_P) - \cos(\omega)) \left(\sin(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1} + \cos(\theta_P) \right) \\
&\quad \approx \\
&\quad \exp[2f_{\kappa_P} (M_K + M_P)]
\end{aligned}$$

was mit der folgenden trigonometrischen Beziehung kombiniert

$$y_P = r_P \sin(\theta_P) = r_0 \tau_P \sin(\theta_P) \Rightarrow \frac{r_0 \tau_P}{y_P} = \frac{1}{\sin(\theta_P)} \tag{8.31}$$

zu dem Ergebnis:

$$\begin{aligned}
& \sqrt{\sin^2(\theta_P) + 2 [\cos(\theta_P) - \cos(\omega)] \left[\sin(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1} + \cos(\theta_P) \right]} \\
&\quad \approx \sin(\theta_P) \exp[f_{\kappa_P} (M_K - M_P)] \quad \text{führt. Dies kann}
\end{aligned}$$

ebenfalls mittels (8.32) ausgedrückt werden.

$$\begin{aligned}
& y_K \approx y_P \exp[f_{\kappa_P} (M_K - M_P)] \\
&\approx r_0 \tau_P \sqrt{\sin^2(\theta_P) + 2 [\cos(\theta_P) - \cos(\omega)] \left[\sin(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1} + \cos(\theta_P) \right]}
\end{aligned} \tag{8.32}$$

Obwohl $\frac{r_0 \tau_P}{y_P} = \frac{1}{\sin(\theta_P)}$ gilt, muss noch der unbekannte Radius r_0 bestimmt werden.

In analoger Weise kann ebenfalls die Betrachtung für den gesamten Massefluss \dot{m} durchgeführt werden.

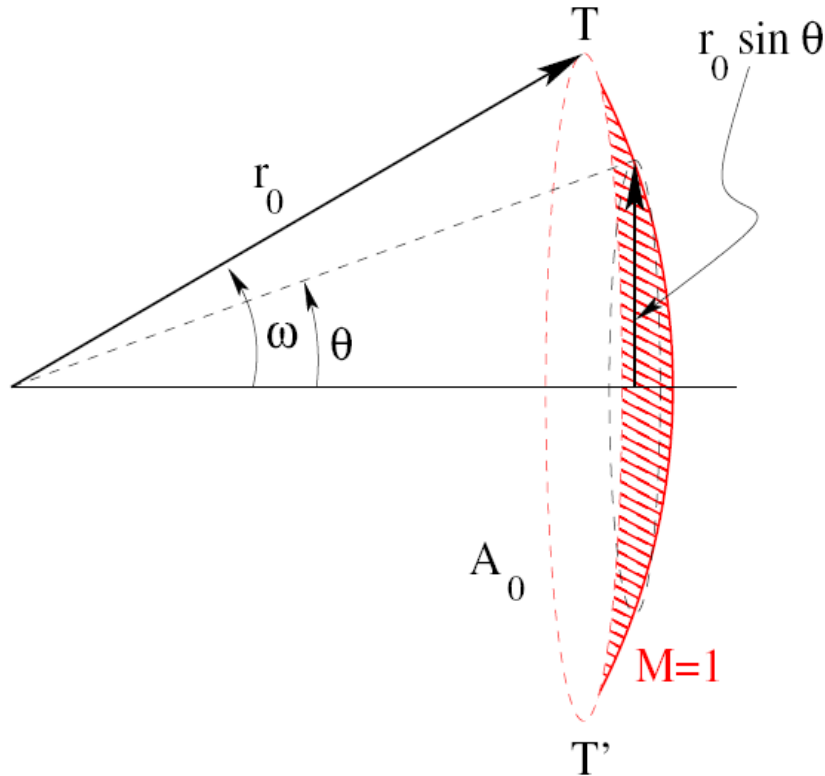


Abbildung 8.7 Betrachtung des gesamten Massenflusses zur Herleitung des Radius r_0

Durch die in Abbildung 8.7 als rote Kappe dargestellte Fläche A_0 tritt der gesamte Fluss hindurch. Für die Oberfläche der Kappe gilt:

$$A_0 = \int_0^{\omega} 2\pi r_0^2 \sin(\theta) d\theta = 4\pi r_0^2 \sin^2\left(\frac{\omega}{2}\right). \quad (8.33)$$

Der gesamte Fluss, welche in einer kegelförmigen Anordnung durch den Bogen TT' mit Mach-Zahl 1 fließt, verlässt die Düse mit Ausgangsradius R_{out} in einer zylindrischen Anordnung parallel zur Düsenachse (8.34).

$$\begin{aligned}
 \dot{m} &= (\rho c)_0 A_0 = (\rho c)_E \pi R_{out}^2 \\
 &= (\rho c)_0 \frac{M_E}{\left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_E^2 \right) \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} \pi R_{out}^2
 \end{aligned} \tag{8.34}$$

Außerdem kann aus dieser Gleichung die direkte Beziehung zwischen dem Ausgangsradius und dem Radius des Bereichs in welchem die Schallgeschwindigkeit erreicht wird r_0 hergeleitet werden:

$$r_0 = \frac{R_{out}^2}{2\tau_E \sin\left(\frac{\omega}{2}\right)}, \tag{8.35}$$

wobei $\tau_E = \frac{1}{\sqrt{M_E}} \left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_E^2 \right) \right]^{\frac{\gamma+1}{4(\gamma-1)}}$ Verwendung findet. Jetzt können die Koordinaten des Profils AKB bestimmt werden. Aus (8.32) und (8.35) ergibt sich folgende Beziehung für die vertikale Koordinate des Punktes K am Profil:

$$y_K \approx \frac{R_{out}}{2} \frac{\tau_P}{\tau_E} \frac{\sqrt{\sin^2(\theta_P) + 2[\cos(\theta_P) - \cos(\omega)] \left[\sin(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1} + \cos(\theta_P) \right]}}{\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)}. \tag{8.36}$$

Die entsprechende horizontale Koordinate von K wird aus der trigonometrischen Beziehung zwischen dy und dx entlang der Kurve PK gewonnen (8.37).

$$dx = \frac{dy}{\tan(\theta + \mu)} = \frac{1 - \tan(\theta) \tan(\mu)}{\tan(\theta) + \tan(\mu)} dy = \frac{\sqrt{M^2 - 1} - \tan(\theta)}{1 + \tan(\theta) \sqrt{M^2 - 1}} dy \tag{8.37}$$

Eine erneute Integration liefert sofort

$$\begin{aligned}
 x_K - x_P &= \int_{x_P}^{x_K} dx = \int_{y_P}^{y_K} \frac{dx}{\tan(\theta + \mu)} \approx \frac{\sqrt{M_P^2 - 1} - \tan(\theta_P)}{\tan(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1} + 1} (y_K - y_P) \\
 &= y_P \frac{\sqrt{M_P^2 - 1} - \tan(\theta_P)}{\tan(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1} + 1} \\
 &\quad \times \left[\frac{\sqrt{\sin^2(\theta_P) + 2[\cos(\theta_P) - \cos(\omega)] [\sin(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1} + \cos(\theta_P)]}}{\sin(\theta_P)} - 1 \right].
 \end{aligned}$$

Mit der trigonometrischen Beziehung $y_P = r_0 \tau_P \sin(\theta_P) = \frac{R_{out}}{2 \sin(\omega/2)} \frac{\tau_P}{\tau_E} \sin(\theta_P)$ und

daraus resultierend $x_P = \frac{y_P}{\tan(\theta_P)} = \frac{R_{out}}{2 \sin(\omega/2)} \frac{\tau_P}{\tau_E} \cos(\theta_P)$ kann für die x-Koordinate

des Punktes K geschrieben werden:

$$\begin{aligned}
 x_K &= \frac{R_{out}}{2 \sin(\omega/2)} \frac{\tau_P}{\tau_E} \left\{ \cos(\theta_P) + \frac{\sqrt{M_P^2 - 1} - \tan(\theta_P)}{1 + \tan(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1}} \times \right. \\
 &\quad \left. \left[\frac{\sqrt{\sin^2(\theta_P) + 2[\cos(\theta_P) - \cos(\omega)] [\sin(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1} + \cos(\theta_P)]}}{\sin(\theta_P)} - \sin(\theta_P) \right] \right\} \\
 &= \frac{R_{out} \tau_P}{2 \tau_E \sin(\omega/2)} \frac{1 + (\cos(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1} - \sin(\theta_P)) B}{\sin(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1} + \cos(\theta_P)} \quad (8.38)
 \end{aligned}$$

Sind die Ausgangsmachzahl M_E und die Machzahl M_P an einem Punkt P, auf der Linie AE bekannt, so können die kartesischen Koordinaten für den Punkt K auf dem Profil AB mit (8.39) bestimmt werden. Der Punkt P symbolisiert erneut den Startpunkt der zum Punkt K führenden Mach-Linie.

$$\begin{aligned}
\frac{x_K}{R_{out}} &= \frac{\tau_P}{2\tau_E \sin(\omega/2)} \frac{1}{\sin(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1} + \cos(\theta_P)} \\
&\times \left\{ 1 + \left(\cos(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1} - \sin(\theta_P) \right) \right. \\
&\times \left. \sqrt{\sin^2(\theta_P) + 2(\cos(\theta_P) - \cos(\omega)) \left(\sin(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1} + \cos(\theta_P) \right)} \right\} \\
\frac{y_K}{R_{out}} &= \frac{\tau_P}{2\tau_E \sin(\omega/2)} \sqrt{\sin^2(\theta_P) + 2(\cos(\theta_P) - \cos(\omega)) \left(\sin(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1} + \cos(\theta_P) \right)}
\end{aligned} \tag{8.39}$$

für das Verhältnis der beiden Parameter $\frac{\tau_P}{\tau_E}$ gilt:

$$\frac{\tau_P}{\tau_E} = \sqrt{\frac{M_E}{M_P}} \left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_P^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_E^2} \right]^{(\gamma+1)/4(\gamma-1)} \tag{8.40}$$

Die Länge der gesamten Expansionsdüse ergibt sich aus der horizontalen Koordinate für den Fall, dass der Punkt K mit B zusammenfällt, oder äquivalenterweise, dass P mit E zusammenfällt und daraus $\theta_p = 0$ gilt:

$$\begin{aligned}
L &= \frac{R_{out}}{2 \sin(\omega/2)} \left(1 + 2 \sin(\omega/2) \sqrt{M_E^2 - 1} \right) \\
&= R_{out} \left[\frac{1}{2 \sin(\omega/2)} + \sqrt{M_E^2 - 1} \right]
\end{aligned} \tag{8.41}$$

8.3.5 Düsen-Profil (II), Bogen TDA

In einer Düse kommt die ursprüngliche Strömung nicht als kegelförmig vor, so dass die Diskussion aus dem vorherigen Abschnitt nicht sofort verwendet werden kann. Die Beschleunigung der Strömung auf Schallgeschwindigkeit findet in einer Düse an einer zylindrischen Verengung statt, daher soll als letzter Schritt die Transformation einer solchen zylindersymmetrischen Strömung in eine kegelförmige Strömung betrachtet werden um die bisherigen Ergebnisse auf diesen Fall anwenden zu können.

$$\begin{aligned}x_D &= R_{curv} \sin(\omega) \\y_D &= R_{throat} - R_{curv} (1 - \cos(\omega))\end{aligned}\quad (8.44)$$

Aus der Tatsache, dass am Punkt D beide Strömungen den gleichen Öffnungswinkel ω und daraus resultierend die gleiche vertikale Koordinate $y_D = (x_D + x_0) \tan(\omega)$ besitzen kann der Ursprung der kegelförmigen Strömung berechnet werden:

$$\begin{aligned}x_0 &= \frac{y_D}{\tan(\omega)} - x_D = \frac{R_{throat}}{\tan(\omega)} - R_{curv} \left(\frac{1 - \cos(\omega)}{\tan(\omega)} - \sin(\omega) \right) \\&= \frac{R_{throat}}{\tan(\omega)} - R_{curv} \left(-\frac{\sin^2(\omega/2)}{\sin(\omega/2) \cos(\omega/2)} \right) \\&= \frac{R_{out}}{\tau_E \tan(\omega)} - R_{curv} \tan(\omega/2)\end{aligned}\quad (8.45)$$

Im nächsten Schritt muss der Krümmungsradius R_{curv} ermittelt werden. Das gerades Segment der Länge λ zwischen den Punkten D und A dient der vollständigen Umwandlung in eine kegelförmige Strömung, so dass der Punkt A exakt die gleiche Geschwindigkeit und Mach-Zahl wie im vorhergehenden Abschnitt besitzt.

$$\begin{aligned}r_A &= r_0 \tau_A = \frac{y_D}{\sin(\omega)} + \lambda \\&\Downarrow \\ \lambda &= \frac{R_{out}}{2\tau_E \sin(\omega/2)} \tau_A - \frac{\frac{R_{out}/\tau_E}{R_{throat} + R_{curv} (1 - \cos(\omega))} \cdot \frac{2\sin^2(\omega/2)}{\sin(\omega)}}{2\sin(\omega/2) \cos(\omega/2)}\end{aligned}\quad (8.46)$$

Die glatte Überführung von der Engstelle zum Punkt D wird durch den Krümmungsradius R_{curv} definiert, daraus folgt, dass die Länge λ von diesem Radius skaliert wird. Zur Vereinfachung werden beide Größen gleichgesetzt und ermöglichen sofort die Bestimmung des Krümmungsradius

$$R_{curv} = \lambda = \frac{R_{out}}{2\tau_E \sin(\omega/2)} \frac{\tau_A \cos(\omega/2) - 1}{\cos(\omega/2) + \sin(\omega/2)}\quad (8.47)$$

aus (8.45) folgt:

$$x_0 = \frac{R_{out}}{\tau_E} \left[\frac{1}{\tan(\omega)} - \frac{1}{2} \frac{\tau_A - \frac{1}{\cos(\omega/2)}}{\cos(\omega/2) + \sin(\omega/2)} \right]. \quad (8.48)$$

Der in (8.48) bestimmte Wert muss von allen vorherigen axialen Parametern abgezogen werden, wenn die x-Koordinaten künftig von der Engstelle bestimmt werden sollen.

8.3.6 Zusammenfassung der Prozedur für das Foelsch-Modell:

In diesem Unterabschnitt wird das gesamte Procedere zur Ermittlung der Düsengeometrie nochmals zusammengefasst.

Gegeben ist die Mach-Zahl am Ausgang M_E , der Adiabatenkoeffizient γ und die molare Masse des verwendeten Gases M_{mol} .

Gesucht wird das Düsenprofil, welches eine stationäre isentropische Strömung mit zylindrischer Symmetrie parallel zur Düsenachse erzeugt. Dazu werden folgende Schritte durchgeführt:

1. Berechnung von $\tau_E = \frac{1}{\sqrt{M_E}} \left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_E^2 \right) \right]^{(\gamma+1)/4(\gamma-1)}$ und

$$\Psi_E = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \arctan \left(\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} \sqrt{M_E^2 - 1} \right) - \arctan \left(\sqrt{M_E^2 - 1} \right) \right].$$

2. Bestimmung des Öffnungswinkels $\omega = \Psi_A = \frac{1}{2} \Psi_E$ und anschließend Suche nach der Mach-Zahl M_A , welche zum Ausbreitungswinkel der Mach-Linie

$$\Psi_A = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \arctan \left(\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} \sqrt{M_A^2 - 1} \right) - \arctan \left(\sqrt{M_A^2 - 1} \right) \right] \text{ gehört. Es gilt}$$

$M_A < M_E$ und daraus kann $\tau_A = \frac{1}{\sqrt{M_A}} \left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2 \right) \right]^{(\gamma+1)/4(\gamma-1)}$ berechnet werden.

3. Bestimmung der Werte für den Strömungswinkel θ_P für jeden Punkt P entlang der Kurve AE. Wobei startend am Punkt A die Mach-Zahl M_P von $M_P = M_A$ in kleinen Schritten solange erhöht wird, bis am Ende die Machzahl $M_P = M_E$ am Punkt E erreicht wird. Für jedes M_P wird das entsprechende

$$\Psi_P = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \arctan \left(\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} \sqrt{M_P^2 - 1} \right) - \arctan \left(\sqrt{M_P^2 - 1} \right) \right] \text{ und der Strömungswinkel } \theta_P = \Psi_P - \Psi_E \text{ berechnet.}$$

4. Schließlich werden die Koordinaten für den Punkt K, welcher am Profilrand liegt und mit dem Punkt P durch eine Mach-Kurve verbunden ist, gewonnen:

$$\frac{x_K}{R_{out}} = \frac{\tau_P}{2\tau_E \sin(\omega/2)} \frac{1}{\sin(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1} + \cos(\theta_P)} \times \left[1 + \left(\cos(\theta_P) \sqrt{M_P^2 - 1} - \sin(\theta_P) \right) B \right]$$

$$\frac{y_K}{R_{out}} = \frac{\tau_P}{2\tau_E \sin(\omega/2)} B$$

$$B = \sqrt{\sin^2(\theta_P) + 2(\cos(\theta_P) - \cos(\omega)) \left(\sin(\theta_P) \sqrt{M_P^2 + 1} + \cos(\theta_P) \right)}$$

5. Berechnung von $x_0 = \frac{R_{out}}{\tau_E} \left(\frac{1}{\tan(\omega)} - \frac{1}{2} \frac{\tau_E - \frac{1}{\cos(\omega/2)}}{\cos(\omega/2) + \sin(\omega/2)} \right)$ und Subtrak-

tion dieses Wertes von jedem $\frac{x_K}{R_{out}}$ aus dem vorherigen Schritt.

6. Bestimmung des Radius am Hals mittels $\frac{R_{throat}}{R_{out}} = \frac{1}{\tau_E}$

7. Bestimmung des Krümmungsradius R_{curv} und der Länge λ welche die zylindrische Strömung an der Verengung in eine kegelförmige Strömung umwandelt, $\frac{R_{curv}}{R_{out}} = \frac{\lambda}{R_{out}} = \frac{1}{2\tau_E \sin(\omega/2)} \frac{\tau_A \cos(\omega/2) - 1}{\cos(\omega/2) + \sin(\omega/2)}$.

8. Berechnung der Koordinaten des Punktes D, an welchem die kreisförmige expandierende Verengung in das gerade Segment λ übergeht:

$$x_D = R_{curv} \sin(\omega)$$

$$y_D = R_{throat} + R_{curv} (1 - \cos(\omega))$$

9. Der Radius R_{out} am Düsenausgang wird aus dem injizierten Massenfluss gewonnen. Wenn T_{in} und ρ_{in} jeweils die Temperatur und die Massendichte am Düseneingang vor der Verengung darstellen, dann gilt am Ausgang

$$T_E \approx \frac{T_{in}}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_E^2} \text{ und } \rho_E = \rho_{in} \left(\frac{T_E}{T_{in}} \right)^{1/(\gamma - 1)}. \text{ Die Strömungsgeschwindigkeit am}$$

Ausgang ist $c_E = M_E a = M_E \sqrt{\gamma \frac{R}{M_{mol}} T_E}$ und somit kann R_{out} aus dem bekannten Massenfluss $\dot{m} = \rho_E c_E \pi R_{out}^2$ bestimmt werden.

8.4 Herleitung der Geschwindigkeits-Temperaturverteilung eines rotationssymmetrischen Plasmastrahls

In diesem Abschnitt werden ausgehend von der Sahagleichung die thermodynamischen Eigenschaften eines Plasmas hergeleitet und anschließend zur Bestimmung des Geschwindigkeits- und Temperaturprofils am Ausgang eines Plasmagenerators benutzt.

8.4.1 Notation

| | |
|----------------------|--|
| A, A^+ | neutrales Atom, einfach ionisiertes Atom (=Ion) |
| $C_p; c_p$ | Wärmekapazität bei konstantem Druck; spezifische Wärmekapazität) bei konstanten Druck (Wärmekapazität pro Masseneinheit) |
| $E_{A,ion}$ | Ionisationsenergie des Atoms A |
| $E_{A,k}, E_{A^+,k}$ | Energie des k -ten gebundenen Elektron-Zustand im Atom A oder Ion A^+ , gemessen vom jeweiligen Grundzustand aus (d.h., $E_{A^+,k}$ enthält nicht die Ionisationsenergie $E_{A,ion}$) |
| e | Ladung des Elektrons |
| ϵ_0 | Dielektrische Permittivität des Vakuums |
| F | Helmholtz freie Energie |
| $g_{A,k}, g_{A^+,k}$ | Entartungsgrad des k -ten gebundenen Elektron-Zustand im Atom/Ion |
| $H; h$ | Enthalpie; spezifische Enthalpie (Enthalpie pro Masseneinheit), Plancksche Konstante |
| λ_D | Debye-Länge |
| m_{ref} | Referenz-Masse zur Bestimmung von spezifischen thermodynamischen Eigenschaften |
| m_e, m_A, m_{A^+} | Masse des Elektrons, des Atoms und des Ions |
| N_e, N_A, N_{A^+} | Partikelanzahl von Elektronen, Atomen und Ionen |
| n_e, n_A, n_{A^+} | Partikeldichte von Elektronen, Atomen und Ionen |
| P | Druck |
| $\frac{1}{p}; p$ | Impuls; Wahrscheinlichkeit |
| R | radiale Längenskala, Radius des Brennerausgangs |
| r | radiale Koordinate |
| S | Entropie |
| T, T_e, T_h | Temperatur, Elektronentemperatur, Temperatur der schweren Gas-Spezies |
| U | Innere Energie |
| V | Volumen |
| $\frac{1}{x}$ | Position, Ortsvektor |
| Z | Zustandssumme (dimensionslos) |

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

$\theta = \frac{T_e}{T_h} \geq 1$ Theta-Parameter in einem Zweitemperatur-Plasma

8.4.2 Einführung in die Statistische Physik

Für ein klassisches System, d.h. ohne Berücksichtigung des Ausschließungsprinzips, aus sehr vielen Teilchen N , mit mehreren diskreten Energiezuständen E_k im Gleichgewicht und bei der Temperatur T ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Teilchen im Energiezustand E_k befindet durch die Boltzmann-Verteilung gegeben:

$$\rho_k \sim \exp\left(-\frac{E_k}{k_B T}\right), \quad (8.49)$$

wobei k_B erneut die Boltzmann-Konstante bezeichnet. Die Summe über alle Wahrscheinlichkeiten ergibt immer eins, sodass (8.49) durch einen Normierungsfaktor Z_1 erweitert werden muss (8.50).

$$\rho_k = \frac{1}{Z_1} \exp\left(-\frac{E_k}{k_B T}\right) \quad (8.50)$$

Dieser Normierungsfaktor $Z_1 = \sum_k \exp\left(-\frac{E_k}{k_B T}\right) = Z_1(T, V)$ über alle möglichen Energien wird Zustandssumme eines einzigen Teilchens genannt und ist eine Funktion der Temperatur T und des Volumens V . Die Volumenabhängigkeit ist durch den Kontinuumsanteil bedingt, da die Unschärferelation einen zum Volumen proportionalen Faktor einführt. Die Entropie eines einzelnen Teilchens ist folgendermaßen definiert:

$$\begin{aligned} S_1 &= k_B \sum_k \rho_k \ln(\rho_k) = k_B \sum_k \frac{\exp(-E_k/k_B T)}{Z_1} \left[\frac{E_k}{k_B T} + \ln(Z_1) \right] \\ &= k_B \left[\frac{\sum_k \frac{E_k}{k_B T} \exp(-E_k/k_B T)}{\sum_k \exp(-E_k/k_B T)} + \ln(Z_1) \underbrace{\sum_k \rho_k}_{=1} \right] \end{aligned} \quad (8.51)$$

Die in (8.51) eingeführte Definition der Entropie kann zur Beschreibung der inneren Energie U und dem daraus ableitbaren Helmholtzpotential benutzt werden, beides sind thermodynamische Potentiale.

Die innere Energie U ist von der Entropie S und dem Volumen V abhängig, vgl. (5.6), d.h. $dU = TdS + pdV = \left. \frac{\partial U}{\partial S} \right|_V dS + \left. \frac{\partial U}{\partial V} \right|_S dV$. Die partielle Ableitung nach der Entro-

pie wurde für konstantes Volumen $\left|_V\right.$ und die partielle Ableitung nach dem Volumen wurde für konstante Entropie $\left|_S\right.$ durchgeführt. Das Helmholtzpotential, oder auch helmholtzsche freie Energie F ist von der Temperatur und dem Volumen abhängig $dF = d(U - TS) = -SdT - pdV$, wobei die Entropie $S = -\left.\frac{\partial F}{\partial T}\right|_V$ proportional zur partiellen Ableitung des Helmholtzpotentials nach der Temperatur bei konstantem Volumen ist. Alle thermodynamischen Eigenschaften im Gleichgewicht können aus der folgenden Beziehung für das Helmholtzpotential hergeleitet werden:

$$F_1 = -k_B T \ln(Z_1). \quad (8.52)$$

Um dies zu beweisen soll (8.52) partiell nach der Temperatur abgeleitet und mit -1 multipliziert werden:

$$\begin{aligned} -\left.\frac{\partial F_1}{\partial T}\right|_V &= k_B \ln(Z_1) + k_B T \frac{1}{Z_1} \left.\frac{\partial Z_1}{\partial T}\right|_V \\ &= k_B \left[\ln\left(\sum_k \exp\left(-\frac{E_k}{k_B T}\right)\right) + \frac{\sum_k \frac{E_k}{k_B T} \exp\left(-\frac{E_k}{k_B T}\right)}{\sum_k \exp\left(-\frac{E_k}{k_B T}\right)} \right], \end{aligned} \quad (8.53)$$

dieser Ausdruck entspricht der Entropie eines einzelnen Teilchens in (8.51). Für die innere Energie (8.54) kann die Definition als Erwartungswert der verschiedenen durch das Teilchen annehmbaren Energiewerte beschrieben werden.

$$U_1 = F_1 + TS_1 = \frac{\sum_k E_k \exp(-E_k/k_B T)}{\sum_k \exp(-E_k/k_B T)} = \sum_k E_k p_k \quad (8.54)$$

Im Folgenden soll die Betrachtung auf ein System mit sehr vielen N unabhängigen und ununterscheidbaren Teilchen erweitert werden. In die Zustandssumme des gesamten Systems (8.55) fließen aufgrund der Unabhängigkeit der Teilchen alle $(Z_1)^N$ einzelnen Zustandssummen und wegen der Ununterscheidbarkeit der Teilchen der Faktor $\frac{1}{N!}$ ein.

$$Z_{total} = Z = \frac{(Z_1)^N}{N!} \quad (8.55)$$

Für eine große Anzahl N^7 an Teilchen kann der Logarithmus wie folgt angenähert werden:

$$\ln(Z) = N \left[\ln \left(\frac{Z_1}{N} \right) + 1 \right]. \quad (8.56)$$

Die Systemzustandssumme (8.55) und der zugehörige Logarithmus (8.56), sind Funktionen der Temperatur T , des Volumens V und der Teilchenanzahl N , daraus kann die Definition der Entropie S eines aus N Teilchen bestehenden Systems

$$\begin{aligned} S &= NS_1 - k_B N [\ln(N) - 1] \\ &= k_B N \left[\ln \left(\frac{\sum_k \exp(-E_k/k_B T)}{N} + \frac{\sum_k \frac{E_k}{k_B T} \exp(-E_k/k_B T)}{\sum_k \exp(-E_k/k_B T)} \right) \right] \end{aligned} \quad (8.57)$$

hergeleitet werden. Aufgrund der Ununterscheidbarkeit der Teilchen enthält die Gesamtentropie im Gegensatz zur Entropie eines einzelnen Teilchens einen Mischanteil $-k_B N [\ln N - 1]^8$. Diese Definition der Gesamtentropie eines Systems ist konsistent mit jenen, bereits für die Entropie eines einzelnen Teilchens betrachteten, thermodynamischen Potentialen innere Energie und helmholtzsche freie Energie. Die innere Energie $dU = TdS - pdV + \mu'dN$ eines Systems aus N Teilchen und mit einem chemischen Potential μ' kann durch:

$$dU = TdS - pdV + \mu'dN = \left. \frac{\partial U}{\partial S} \right|_{V,N} dS + \left. \frac{\partial U}{\partial V} \right|_{S,N} dV + \left. \frac{\partial U}{\partial N} \right|_{S,V} dN \quad (8.58)$$

angegeben werden. Analog zur Diskussion des Helmholtzpotentials eines einzelnen Teilchens kann dieses ebenfalls für ein System aus N Teilchen betrachtet werden:

$$dF = d(U - TS) = -SdT - pdV + \mu'dN. \quad (8.59)$$

Aus (8.59) können erneut alle thermodynamischen Eigenschaften im Gleichgewicht hergeleitet werden:

⁷ $\ln N! = \sum_{k=1}^N \ln k \approx \int_1^{N \text{ sehr groß}} \ln x dx = [x \ln x - x]_1^N = N \ln N - N + 1 \approx N \ln N - N.$

⁸ Dieser Mischungsterm stammt aus $\ln N! = N \ln N - N$ und gilt nur für ein großes N ; eine bessere Näherung für $\ln N!$ wenn N nicht so groß ist, wäre $\ln N! = N \ln N - N + 1$. In diesem Fall wäre die Entropie eines Systems $S = NS_1 - k_B N [\ln N - 1]$, welche sich für ein einzelnes Teilchen auf S_1 reduziert.

$$F = -k_B T \ln(Z) = -k_B T N \left[\ln\left(\frac{Z_1}{N}\right) + 1 \right] = N F_1 + N k_B T [\ln(N) - 1], \quad (8.60)$$

wobei F_1 das Helmholtzpotential eines einzelnen Teilchens beschreibt. Die negative partielle Ableitung des Helmholtzpotentials liefert die Entropie des Gesamtsystems (8.61).

$$\begin{aligned} -\frac{\partial F}{\partial T} \Big|_{V,N} &= k_B N \left[\ln\left(\frac{Z_1}{N}\right) + 1 \right] + k_B N T \frac{\partial Z_1}{\partial T} \Big|_{V,N} \\ &= k_B N \left[\ln\left(\frac{\sum_k \exp\left(-\frac{E_k}{k_B T}\right)}{N} \right) + \frac{\sum_k \frac{E_k}{k_B T} \exp\left(-\frac{E_k}{k_B T}\right)}{\sum_k \exp\left(-\frac{E_k}{k_B T}\right)} + 1 \right] \end{aligned} \quad (8.61)$$

Aus dieser Gleichung kann erneut die innere Energie des Gesamtsystems, als Erwartungswert der verschiedenen möglichen Energiewerte der N Teilchen, bestimmt werden (8.62).

$$U = F + TS = N \frac{\sum_k E_k \exp\left(-\frac{E_k}{k_B T}\right)}{\sum_k \exp\left(-\frac{E_k}{k_B T}\right)} = N \sum_k p_k E_k \quad (8.62)$$

Eine Vereinfachung der obigen Betrachtung kann erfolgen, wenn mehrerer Zustände g_k die gleiche Energie E_k besitzen. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein 1-Teilchen-Energiezustand belegt ist, wird dann durch:

$$p_k = \frac{1}{Z_1} g_k \exp\left(-\frac{E_k}{k_B T}\right) \quad (8.63)$$

beschrieben, wobei für $Z_1 = \sum_k g_k \exp(-E_k/k_B T)$ gilt. Diese Vereinfachung wird Ent-

artung genannt und im Folgenden soll gelten, dass alle betrachteten Energiezustände unterschiedlich zueinander sind. Der Entartungsgrad beschreibt dann die Wiederholung der gleichen Energie mit welchem ein Elektron in einem Atom oder Ion gebunden ist.

8.4.3 Saha-Gleichung

Die hier durchgeführte Betrachtung der Saha-Gleichung lehnt sich an [84] an. Die Zustandssumme eines einzigen Teilchens $Z_{1A} = Z_{1A, frei} Z_{1A, in}$ besteht aus einem Beitrag der freien Bewegung $Z_{1A, frei}$ (charakterisiert durch eine kontinuierliche Verteilung der Energiewerte) und einem Beitrag aus den gebundenen Zuständen $Z_{1A, in}$ (charakterisiert durch diskrete Energiewerte). Im Folgenden wird angenommen, dass beide Beiträge unabhängig voneinander sind, woraus die Zustandssumme Z_A für ein System aus N_A ununterscheidbaren Teilchen hergeleitet wird:

$$Z_A = \frac{Z_{1A}^N}{N_A!} = \frac{(Z_{1A, frei} Z_{1A, in})^{N_A}}{N_A!}. \quad (8.64)$$

Für den Anteil der freien Bewegung wird nur die kinetische Energie der Teilchen betrachtet, wobei m_A die Masse, \vec{p} der Impulsvektor und T_A die Temperatur der Teilchen darstellen, (8.65).

$$Z_{1A, frei} \sim \iint_{\vec{p}, \vec{x}} \exp\left(-\frac{1}{k_B T_A} \frac{\vec{p}^2}{2m_A}\right) d^3 \vec{p} d^3 \vec{x} \quad (8.65)$$

Für ein Volumen V kann aus der heisenbergschen Unschärferelation

$$\begin{aligned} Z_{1A, frei} &= \iint_{\vec{p}, \vec{x}} \exp\left(-\frac{1}{k_B T_A} \frac{\vec{p}^2}{2m_A}\right) \frac{d^3 \vec{p} d^3 \vec{x}}{h^3} \\ &= \frac{V}{h^3} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{1}{k_B T_A} \frac{p^2}{2m_A}\right) 4\pi p^2 dp \\ &= 4\pi (2m_A k_B T_A)^{3/2} \frac{V}{h^3} \frac{1}{2} \int_{-\infty}^\infty \underbrace{y^2 \exp(-y^2)}_{\sqrt{\pi}/2} dy \\ &= \left(\frac{2\pi m_A k_B T_A}{h^2}\right)^{3/2} V \end{aligned} \quad (8.66)$$

hergeleitet werden. Der zweite Beitrag ist die Summe über alle möglichen Entartungsgrade $g_{A,k}$ der diskreten Energieniveaus $E_{A,k}$, (8.67).

$$Z_{1A, in} = \sum_{\substack{\text{alle geb. Elektron-} \\ \text{Zustände } k}} g_{A,k} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right) \quad (8.67)$$

Die Betrachtung erfolgt in analoger Weise für Elektronen und Ionen, wobei der Beitrag der freien Bewegung der Elektronen $Z_{1e, frei} = 2$ aus dem Elektronenspin herrührt. Die Belegung der gebundenen Zustände soll hauptsächlich durch die Elektronentemperatur T_e der freien Elektronen kontrolliert werden, d.h. unabhängig von der Temperatur T_A der freien Bewegung der schweren Teilchen. Aus diesen Überlegungen kann die gesamte Zustandssumme für ein, aus Elektronen e , nicht ionisierten Atomen A und einfach ionisierten Atomen A^+ bestehendes, Plasma durch (8.68) angegeben werden.

$$Z = \frac{(Z_{1e, frei} Z_{1e, in})^{N_e}}{N_e!} \frac{(Z_{1A, frei} Z_{1A, in})^{N_A}}{N_A!} \frac{(Z_{1A^+, frei} Z_{1A^+, in})^{N_{A^+}}}{N_{A^+!}} \quad (8.68)$$

Der Anteil der gebundenen Elektronen der einfach ionisierten Atome wird durch:

$$Z_{1A^+, in} = \sum_k g_{A^+, k} \exp\left(-\frac{E_{A^+, k}}{k_B T_e}\right) \exp\left(-\frac{E_{A, ion}}{k_B T_e}\right) \quad (8.69)$$

beschrieben. In (8.69) beschreibt $E_{A, ion}$ die Ionisationsenergie der Atome, wenn die diskreten Energiezustände $E_{A^+, k}$ vom Grundzustand des ionisierten Atoms und nicht vom Grundzustand des nicht ionisierten Atoms gemessen wird. Im Allgemeinen sind die betrachteten Plasmen Zwei-Temperatursysteme. Die Temperatur $T_h = T_A = T_{A^+}$ beschreibt die mittlere kinetische Energie der schweren Teilchen (Atome und Ionen) und kontrolliert den freien Anteil der Atome und Ionen innerhalb der Zustandssumme. Die Temperatur der freien Elektronen T_e beschreibt analog die mittlere kinetische Energie der durch die Ionisation freigesetzten Elektronen und kontrolliert den freien Anteil der Elektronen innerhalb der Zustandssumme. Unter der Annahme, dass die Anregung der gebundenen Elektronen in den Atomen und Ionen hauptsächlich aus die Stoßwechselwirkung der freien Elektronen mit den Atomen und Ionen resultiert, folgt, dass die Elektronentemperatur auch den diskreten Anteil der Zustandssumme der Atome und Ionen kontrolliert. Der Quotient aus Elektronen- und Schwerteilchentemperatur wird Theta-Faktor $\theta = \frac{T_e}{T_h}$ genannt. Aufgrund der großen Massendifferenzen zwischen

den freien Elektronen und den Atomen/Ionen wird bei der Stoßwechselwirkung nur ein sehr kleiner Teil des Impulses von den Elektronen an die schweren Partikel übertragen, sodass die mittlere kinetische Energie, also die Temperatur der Elektronen im Allgemeinen größer als die der schweren Teilchen ist.

Für ein System mit einer sehr hohen Anzahl an Partikeln ist die Zeit bis zum Erreichen eines Gleichgewichtszustandes aufgrund der Wechselwirkung der Teilchen untereinander sehr klein. Der Gleichgewichtszustand ist erreicht, wenn die Zustandssumme (8.70) trotz einer weiteren Ionisation konstant bleibt.

$$\begin{aligned}
 Z &= \underbrace{\left(2 \left(\frac{2\pi m_e k_B T_e}{h^2} \right)^{3/2} V \right)^{N_e}}_{N_e!} \\
 &\quad \underbrace{\left(\frac{2\pi m_A k_B T_h}{h^2} \right)^{3/2} V \sum_{\text{alle geb. Elektron-Zustände } k} g_{A,k} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right)}_{N_A!}^{N_A} \\
 &\quad \times \underbrace{\left(\frac{2\pi m_{A^+} k_B T_h}{h^2} \right)^{3/2} V \sum_{\text{alle geb. Elektron-Zustände } k} g_{A^+,k} \exp\left(-\frac{E_{A,ion}}{k_B T_e}\right)}_{N_{A^+!}}^{N_{A^+}} \\
 &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Ionenanteil}}
 \end{aligned} \tag{8.70}$$

Für diese weitere Ionisation $(N_e, N_A, N_{A^+}) \rightarrow (N_e + 1, N_A - 1, N_{A^+} + 1)$ ergibt sich

$$\begin{aligned}
Z &= \frac{\left(2 \left(\frac{2\pi m_e k_B T_e}{h^2} \right)^{3/2} V \right)^{N_e+1}}{(N_e+1)!} \\
&\times \frac{\left(\left(\frac{2\pi m_A k_B T_h}{h^2} \right)^{3/2} V \sum_{\text{alle geb. Elektron- Zustände } k} g_{A,k} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right) \right)^{N_A-1}}{(N_A-1)!} \\
&\times \frac{\left(\left(\frac{2\pi m_{A^+} k_B T_h}{h^2} \right)^{3/2} V \sum_{\text{alle geb. Elektron- Zustände } k} g_{A^+,k} \exp\left(-\frac{E_{A,ion}}{k_B T_e}\right) \right)^{N_{A^+}+1}}{(N_{A^+}+1)!} \\
&= \frac{\left(2 \left(\frac{2\pi m_e k_B T_e}{h^2} \right)^{3/2} V \right)^{N_e}}{(N_e)!} \\
&\times \frac{\left(\left(\frac{2\pi m_A k_B T_h}{h^2} \right)^{3/2} V \sum_{\text{alle geb. Elektron- Zustände } k} g_{A,k} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right) \right)^{N_A}}{(N_A)!} \\
&\times \frac{\left(\left(\frac{2\pi m_{A^+} k_B T_h}{h^2} \right)^{3/2} V \sum_{\text{alle geb. Elektron- Zustände } k} g_{A^+,k} \exp\left(-\frac{E_{A,ion}}{k_B T_e}\right) \right)^{N_{A^+}}}{(N_{A^+})!}
\end{aligned} \tag{8.71}$$

oder äquivalenterweise (mit N_e , N_A und N_{A^+} sehr groß)

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{2\pi m_e k_B T_e}{h^2} \right)^{3/2} \frac{V}{N_e + 1} \stackrel{\approx V/N_e = 1/n_e}{=} 2 \left(\frac{2\pi m_{A^+} k_B T_e}{h^2} \right)^{3/2} \frac{V}{N_{A^+} + 1} \stackrel{1/n_{A^+}}{=} 2 \times \\
& \sum_{\text{alle geb. Elektron-} \\ \text{Zustände } k} g_{A^+,k} \exp\left(-\frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e}\right) \exp\left(-\frac{E_{A,ion}}{k_B T_e}\right) \quad (8.72) \\
& = \\
& \left(\frac{2\pi m_A k_B T_e}{h^2} \right)^{3/2} \frac{V}{N_A + 1} \stackrel{1/n_A}{=} 2 \sum_{\text{alle geb. Elektron-} \\ \text{Zustände } k} g_{A,k} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right)
\end{aligned}$$

Die Anzahl der jeweiligen Teilchenarten werden durch die zugehörigen Teilchendichten $n_e = N_e/V$, $n_A = N_A/V$ und $n_{A^+} = N_{A^+}/V$ ersetzt. Aufgrund der sehr geringen Elektronenmasse kann die Vereinfachung $m_{A^+} = m_A - m_e \simeq m_A$ eingeführt werden. Die daraus resultierende Gleichung (8.73) wird als Sahagleichung oder auch Sahafaktor bezeichnet werden.

$$\begin{aligned}
\frac{n_e n_{A^+}}{n_A} &= 2 \left(\frac{2\pi m_e k_B T_e}{h^2} \right)^{3/2} \frac{\left(\frac{2\pi m_{A^+} k_B T_e}{h^2} \right)^{3/2}}{\underbrace{\left(\frac{2\pi m_A k_B T_e}{h^2} \right)^{3/2}}_{\simeq 1}} \\
& \times \frac{\sum_{\text{alle geb. Elektron-} \\ \text{Zustände } k} g_{A^+,k} \exp\left(-\frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e}\right) \exp\left(-\frac{E_{A,ion}}{k_B T_e}\right)}{\sum_{\text{alle geb. Elektron-} \\ \text{Zustände } k} g_{A,k} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right)} \\
& = 2 \left(\frac{2\pi m_e k_B T_e}{h^2} \right)^{3/2} \frac{\sum_{\text{alle geb. Elektron-} \\ \text{Zustände } k} g_{A^+,k} \exp\left(-\frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e}\right) \exp\left(-\frac{E_{A,ion}}{k_B T_e}\right)}{\sum_{\text{alle geb. Elektron-} \\ \text{Zustände } k} g_{A,k} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right)} \quad (8.73)
\end{aligned}$$

8.4.4 Ionisierungsgrad eines Plasmas im Gleichgewicht

Für ein Plasma im Gleichgewichtszustand und bei vorgegebenem Druck p sollen die drei Teilchendichten der Elektronen n_e , der Atomen n_A und der einfach ionisierten Atomen n_{A^+} bestimmt werden. Aufgrund des bekannten Gesamtdrucks existieren drei Gleichungen zur Berechnung dieser Dichten:

- Die Gleichung für ein ideales Gas

$$p = k_B T_e n_e + k_B T_h (n_{A^+} + n_A) = k_B T_e \left(n_e + \underbrace{\frac{T_h}{T_e}}_{=1/\theta} (n_{A^+} + n_A) \right),$$

- die Quasineutralität $n_e = n_{A^+}$ und
- die oben diskutierte Sahagleichung

$$\frac{n_e n_{A^+}}{n_A} = 2 \left(\frac{2\pi m_e k_B T_e}{h^2} \right)^{3/2} \frac{\sum_{\text{alle geb. Elektron-Zustände } k} g_{A^+,k} \exp\left(-\frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e}\right) \exp\left(-\frac{E_{A,ion}}{k_B T_e}\right)}{\underbrace{\sum_{\text{alle geb. Elektron-Zustände } k} g_{A,k} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right)}_{\equiv K_I}}.$$

Daraus resultiert eine quadratische Gleichung für die Elektronendichte

$$\frac{p}{k_B T_e} = n_e + \frac{1}{\theta} \left(\frac{n_e^2}{K_I} + n_e \right) \Rightarrow n_e^2 + n_e (1 + \theta) K_I - \theta K_I \frac{p}{k_B T_e} = 0 \quad (8.74)$$

mit der Lösung

$$n_e = n_{A^+} = -\frac{1+\theta}{2} K_I + \sqrt{\left(\frac{1+\theta}{2} K_I\right)^2 + \theta K_I \frac{p}{k_B T_e}} \Rightarrow n_A = \frac{n_e^2}{K_I}. \quad (8.75)$$

Wenn die Elektronendichte (und somit auch die Ionendichte) hoch ist, wird die Ionisationsenergie $E_{A,ion}$ aufgrund der Wechselwirkung der außerhalb des Atoms liegenden freien Ladungen (Elektronen & Ionen) mit den im Atom gebundenen Elektronen effektiv leicht verringert:

$$E_{A,ion} \rightarrow E_{A,ion} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\lambda_D}, \quad (8.76)$$

Wobei $\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B}{e^2 \left(\frac{n_e}{T_e} + \frac{n_{A^+}}{T_h} \right)}}$ die Debye-Länge für das Plasma aus Elektronen und

einfach ionisierten Atomen beschreibt. Aufgrund der Abhängigkeit der Debye-Länge von den Elektronen- und Ionendichten müssen die Dichten durch ein iteratives Vorgehen gefunden werden. In einem ersten Schritt wird der Sahafaktor mit der ursprünglichen Ionisationsenergie bestimmt und die resultierenden Dichten berechnet. Mit diesen Dichten wird im zweiten Schritt ein neuer Sahafaktor ermittelt, welcher zur Bestimmung neuer Dichten benutzt wird. Die Berechnung eines korrigierten Sahafaktors und der daraus resultierenden neuen Dichten wird bis zum Erreichen eines vorher vorgegebenen Konvergenzkriteriums zwischen zwei Berechnungsschritten wiederholt. Diese Vorgehensweise führt meist nach drei bis vier Schritten zu einem zufrieden stellenden Ergebnis.

8.4.5 Thermodynamische Eigenschaften (I): Entropie und Enthalpie

Wenn die Partikeldichten und die jeweiligen Zustandssummen berechnet sind, können die thermodynamischen Potentiale hergeleitet werden, wobei die mathematische Beziehung $\ln(N!) \stackrel{N \text{ sehr groß}}{\approx} N \ln(N) - N$ häufig Verwendung findet.

Helmholtzpotential F :

- Für Elektronen:

$$\begin{aligned}
 F_e &= -k_B T_e \ln \left[\frac{(Z_{1e, \text{frei}} Z_{1e, \text{in}})^{N_e}}{N_e!} \right] \\
 &= -k_B T_e N_e \left[\ln \left(2 \left(\frac{2\pi m_e k_B T_e}{h^2} \right)^{3/2} \frac{V}{N_e} \right) + 1 \right] \\
 &= -k_B T_e N_e \left[\ln \left(2 \left(\frac{2\pi m_e k_B T_e}{h^2} \right)^{3/2} \frac{1}{n_e} \right) + 1 \right]
 \end{aligned} \tag{8.77}$$

- Für nicht ionisierte Atome

$$\begin{aligned}
 F_A &= -k_B T_h \ln \left[\frac{(Z_{1A, frei} Z_{1A, in})^{N_A}}{N_A!} \right] \\
 &= -k_B T_e N_A \left[\ln \left(\left(\frac{2\pi m_A k_B T_h}{h^2} \right)^{3/2} \frac{1}{n_A} Z_{1A, frei} \right) + 1 \right]
 \end{aligned} \tag{8.78}$$

- Für einfach ionisierte Atome (=Ionen)

$$\begin{aligned}
 F_{A^+} &= -k_B T_h \ln \left[\frac{(Z_{1A^+, frei} Z_{1A^+, in})^{N_{A^+}}}{N_{A^+}!} \right] \\
 &= -k_B T_e N_{A^+} \left[\ln \left(\left(\frac{2\pi m_{A^+} k_B T_h}{h^2} \right)^{3/2} \frac{1}{n_{A^+}} Z_{1A^+, frei} \right) + 1 \right]
 \end{aligned} \tag{8.79}$$

Entropie: S Dabei wird $\frac{T}{Z_{1, frei}} \frac{\partial Z_{1, frei}}{\partial T} \Big|_{V, N} = \frac{T}{Z_{1, frei}} \frac{\partial}{\partial T} \left[\left(\frac{2\pi m k_B T}{h^2} \right)^{3/2} \frac{V}{N} \right] \Big|_{V, N} = \frac{3}{2}$

verwendet.

- Für Elektronen

$$\begin{aligned}
 S_e &= -\frac{\partial F_e}{\partial T_e} \Big|_{V, N_e} = -\frac{\partial F_e}{\partial T_e} \Big|_{V, n_e} \\
 &= k_B N_e \left[\frac{5}{2} + \ln \left(2 \left(\frac{2\pi m_e k_B T_e}{h^2} \right)^{3/2} \frac{1}{n_e} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{8.80}$$

- Für nicht ionisierte Atome

$$\begin{aligned}
S_A &= -\left. \frac{\partial F_A}{\partial T_h} \right|_{V, N_A} = -\left. \frac{\partial F_A}{\partial T_e} \right|_{V, n_A} \\
&= k_B N_A \left[\frac{5}{2} + \ln \left(\left(\frac{2\pi m_A k_B T_h}{h^2} \right)^{3/2} \frac{1}{n_A} Z_{1A, in} \right) \right] \\
&\quad + k_B N_A \frac{T_h \frac{\partial}{\partial T_h} \sum_k g_{A,k} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right)}{\sum_{\text{alle geb. Elektron-Zustände } k} g_{A,k} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right)}
\end{aligned} \tag{8.81}$$

Bei der Ableitung im letzten Term ist die Bedingung „bei konstantem Volumen und Partikelanzahl“ nicht mehr notwendig, da die die Zustandssumme der Elektronen eines Atoms vom Volumen und der Partikelanzahl unabhängig ist (solange die Anzahl nicht zu groß wird und das quantenmechanische Ausschließungsprinzip keine Rolle spielt).

Die Ableitung nach der Temperatur der schweren Partikel kann auch als Ableitung nach der Elektronentemperatur umgeschrieben werden: $T_h \frac{\partial}{\partial T_h} = T_e \frac{\partial}{\partial T_e}$,

mit $\theta = \frac{T_e}{T_h}$. Und somit gilt für die Entropie der nicht ionisierten Atome

$$\begin{aligned}
S_A &= \left. \frac{\partial F_A}{\partial T_h} \right|_{V, N_A} = \left. \frac{\partial F_A}{\partial T_h} \right|_{V, n_A} \\
&= k_B N_A \left[\frac{5}{2} + \ln \left(\left(\frac{2\pi m_A k_B T_h}{h^2} \right)^{3/2} \frac{1}{n_A} \sum_k g_{A,k} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right) \right) \right] \\
&\quad + \frac{\sum_k g_{A,k} \frac{E_{A,k}}{k_B T_e} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right)}{\sum_{\text{alle geb. Elektron-Zustände } k} g_{A,k} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right)}
\end{aligned} \tag{8.82}$$

- Für einfach ionisierte Atome (=Ionen)

$$\begin{aligned}
S_A = k_B N_{A^+} & \left[\frac{5}{2} + \ln \left(\left(\frac{2\pi m_{A^+} k_B T_h}{h^2} \right)^{3/2} \frac{1}{n_{A^+}} \sum_{\text{geb. Elektron-Zustände } k} g_{A^+,k} \exp \left(-\frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e} \right) \right) \right. \\
& \left. - \frac{E_{A,ion}}{k_B T_e} + \frac{T_e \frac{\partial}{\partial T_e} \sum_k g_{A^+,k} \exp \left(-\frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e} \right)}{\sum_{\text{geb. Elektron-Zustände } k} g_{A^+,k} \exp \left(-\frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e} \right)} + \frac{E_{A,ion}}{k_B T_e} \right] \\
& + k_B N_{A^+} \left[\frac{5}{2} + \ln \left(\left(\frac{2\pi m_{A^+} k_B T_h}{h^2} \right)^{3/2} \frac{1}{n_{A^+}} \sum_{\text{geb. Elektron-Zustände } k} g_{A^+,k} \exp \left(-\frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e} \right) \right) \right. \\
& \left. + \frac{T_e \frac{\partial}{\partial T_e} \sum_k g_{A^+,k} \exp \left(-\frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e} \right)}{\sum_{\text{geb. Elektron-Zustände } k} g_{A^+,k} \exp \left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e} \right)} \right]
\end{aligned} \tag{8.83}$$

da die Zustandssumme des einfach ionisierten Ions bereits den Faktor mit der Ionisationsenergie enthält:

$$Z_{1A^+,in} = \exp \left(-\frac{E_{A,ion}}{k_B T_e} \right) \sum_{\text{gebundene Zustände } k} g_{A^+,k} \exp \left(-\frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e} \right).$$

Ein Mischterm zwischen A und A^+ tritt trotz der gleichen Temperatur T_h nicht auf, da die Teilchenarten unterschiedliche und somit unabhängig sind.

Innere Energie $U = F + TS$:

- Für Elektronen

$$U_e = F_e + T_e S_e = \frac{3}{2} k_B T_e N_e \tag{8.84}$$

- Für nicht ionisierte Atome

$$U_A = F_A + T_h S_A = k_B T_h N_A \left[\frac{3}{2} + \frac{\sum_{\text{alle geb. Elektron-Zustände } k} g_{A,k} \frac{E_{A,k}}{k_B T_e} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right)}{\sum_{\text{alle geb. Elektron-Zustände } k} g_{A,k} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right)} \right] \quad (8.85)$$

- Für einfach ionisierte Atome (=Ionen)

$$U_{A^+} = F_{A^+} + T_h S_{A^+} = k_B T_h N_{A^+} \left[\frac{3}{2} + \frac{\sum_{\text{alle geb. Elektron-Zustände } k} g_{A^+,k} \frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e} \exp\left(-\frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e}\right)}{\sum_{\text{alle geb. Elektron-Zustände } k} g_{A^+,k} \exp\left(-\frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e}\right)} + \frac{E_{A,\text{ion}}}{k_B T_e} \right] \quad (8.86)$$

Enthalpie $H = U + PV$:

- Für Elektronen

$$\begin{aligned} H_e &= U_e + P_e V = U_e + (n_e k_B T_e) V \\ &= U_e + N_e k_B T_e = \frac{5}{2} N_e k_B T_e \end{aligned} \quad (8.87)$$

- Für nicht ionisierte Atome

$$\begin{aligned} H_A &= U_A + P_A V = U_A + N_A k_B T_h \\ &= N_A k_B T_A \left[\frac{5}{2} + \frac{\sum_{\text{alle geb. Elektron-Zustände } k} g_{A,k} \frac{E_{A,k}}{k_B T_e} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right)}{\sum_{\text{alle geb. Elektron-Zustände } k} g_{A,k} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right)} \right] \end{aligned} \quad (8.88)$$

- Für einfach ionisierte Atome (=Ionen)

$$\begin{aligned}
 H_{A^+} &= U_{A^+} + P_{A^+} V \\
 &= N_{A^+} k_B T_A \left[\frac{5}{2} + \frac{\sum_{\text{alle geb. Elektron-Zustände } k} g_{A^+,k} \frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e} \exp\left(-\frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e}\right)}{\sum_{\text{alle geb. Elektron-Zustände } k} g_{A^+,k} \exp\left(-\frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e}\right)} + \frac{E_{A,ion}}{k_B T_e} \right] \quad (8.89)
 \end{aligned}$$

8.4.6 Thermodynamische Eigenschaften (II): Wärmekapazität bei konstantem Druck

Die Wärmekapazität bei konstantem Druck ist die Änderung der vom System aufgenommenen Wärme mit der Temperatur bei konstantem Druck. Da die aufgenommene Wärme dQ mit der Entropie-Änderung dS durch die Beziehung $dQ = TdS$ korreliert

ist, gilt für die Wärmekapazität $C_p = \left. \frac{\partial Q_e}{\partial T_e} \right|_p + \left. \frac{\partial(Q_A + Q_{A^+})}{\partial T_h} \right|_p$ die folgende Beziehung

$$C_p = T_e \left. \frac{\partial S_e}{\partial T_e} \right|_p + T_h \left. \frac{\partial(S_A + S_{A^+})}{\partial T_h} \right|_p = T_e \left. \frac{\partial(S_e + S_A + S_{A^+})}{\partial T_e} \right|_p. \quad (8.90)$$

Es ist zu bemerken, dass diese Ableitung nicht bei einer konstanten Teilchenanzahl berechnet wird!

Wenn die Saha-Gleichung bei einem vorgegebenen Druck und für unterschiedlich viele Elektronentemperaturen in regelmäßigen Temperatur-Schritten gelöst worden ist, kann die Ableitung in der Wärmekapazität numerisch gefunden werden⁹:

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} \approx \frac{-f(x+2\Delta x) + f(x-2\Delta x) + 8f(x+\Delta x) - 8f(x-\Delta x)}{12\Delta x} \quad (8.91)$$

oder

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial S_{e,A,A^+}}{\partial T_e} &\approx \frac{-S_{e,A,A^+}(T_e + 2\Delta T_e) + S_{e,A,A^+}(T_e - 2\Delta T_e)}{12\Delta T_e} \\
 &\quad + \frac{+8S_{e,A,A^+}(T_e + \Delta T_e) - 8S_{e,A,A^+}(T_e - \Delta T_e)}{12\Delta T_e} \quad (8.92)
 \end{aligned}$$

⁹ Aus der Taylor-Reihenentwicklung

8.4.7 Gesamte Prozedur zur Bestimmung der thermodynamischen Eigenschaften

Zur Bestimmung der thermodynamischen Eigenschaften des Plasmas kann folgende Prozedur angewendet werden:

- Berechnung der Partikeldichten aus der Saha-Gleichung für einen vorgegebenen (konstanten) Druck p , einen konstanten Theta-Parameter $\theta = T_e / T_h$ und für eine ganze Reihe an unterschiedlich Elektronentemperaturen T_e in kleinen Temperatur-Schritten ΔT_e .

$$n_e = n_{A^+} = -\frac{1+\theta}{2} K_I + \sqrt{\left(\frac{1+\theta}{2} K_I\right)^2 + \theta K_I \frac{p}{k_B T_e}} \Rightarrow n_A = \frac{n_e^2}{K_I}$$

wobei der Saha-Faktor durch

$$K_I = 2 \left(\frac{2\pi m_e k_B T_e}{h^2} \right)^{3/2} \frac{\sum_{\text{alle geb. Elektron-Zustände } k} g_{A^+,k} \exp\left(-\frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e}\right) \exp\left(-\frac{E_{A,ion}}{k_B T_e}\right)}{\sum_{\text{alle geb. Elektron-Zustände } k} g_{A,k} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right)}$$

gegeben ist.

- Wahl einer beliebigen Referenzmasse m_{ref} , aus der die Teilchenanzahl gewonnen wird:

$$N_e = n_e \frac{m_{ref}}{n_e m_e + n_A m_A + n_{A^+} m_{A^+}}$$

$$N_A = n_A \frac{m_{ref}}{n_e m_e + n_A m_A + n_{A^+} m_{A^+}}, \quad N_{A^+} = n_{A^+} \frac{m_{ref}}{n_e m_e + n_A m_A + n_{A^+} m_{A^+}}$$

Da die Masse des Elektrons, verglichen mit der Masse des Atoms/Ions, vernachlässigbar ist, bedeutet eine konstante Referenzmasse auch eine konstante Anzahl an schweren Teilchen: $m_{ref} \approx N_A m_A + N_{A^+} m_{A^+}$.

- Bestimmung der Massendichte

$$\rho = n_e m_e + n_A m_A + n_{A^+} m_{A^+}$$

- Bestimmung der Enthalpien für die drei verschiedenen Teilchensorten

$$H_e = \frac{5}{2} k_B T_e N_e$$

$$H_A + H_{A^+} = \frac{k_B T_e}{\theta} \left[\frac{5}{2} (N_A + N_{A^+}) + N_A \frac{\sum_k g_{A,k} \frac{E_{A,k}}{k_B T_e} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right)}{\sum_k g_{A,k} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right)} + N_{A^+} \frac{\sum_k g_{A^+,k} \frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e} \exp\left(-\frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e}\right)}{\sum_k g_{A^+,k} \exp\left(-\frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e}\right)} + N_{A^+} \frac{E_{A,ion}}{k_B T_e} \right]$$

- Berechnung der Entropien für die drei verschiedenen Teilchensorten

$$S_e = k_B N_e \left[\frac{5}{2} + \ln \left(2 \left(\frac{2\pi m_e k_B T_e}{h^2} \right)^{3/2} \frac{1}{n_e} \right) \right]$$

$$S_{A^+} + S_A = k_B N_A \left[\frac{5}{2} + \ln \left(\left(\frac{2\pi m_A T_h}{h^2} \right)^{3/2} \frac{1}{n_A} \sum_k g_{A,k} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right) + \frac{\sum_k g_{A,k} \frac{E_{A,k}}{k_B T_e} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right)}{\sum_k g_{A,k} \exp\left(-\frac{E_{A,k}}{k_B T_e}\right)} \right) \right]$$

$$+ k_B N_{A^+} \left[\frac{5}{2} + \ln \left(\left(\frac{2\pi m_{A^+} T_h}{h^2} \right)^{3/2} \frac{1}{n_{A^+}} \sum_k g_{A^+,k} \exp\left(-\frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e}\right) + \frac{\sum_k g_{A^+,k} \frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e} \exp\left(-\frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e}\right)}{\sum_k g_{A^+,k} \exp\left(-\frac{E_{A^+,k}}{k_B T_e}\right)} \right) \right]$$

- Aus den Entropien wird die gesamte Wärmekapazität bei konstantem Druck gewonnen

$$C_p = T_e \left. \frac{\partial S_e}{\partial T_e} \right|_p + T_h \left. \frac{\partial (S_A + S_{A^+})}{\partial T_h} \right|_p = T_e \left[\left. \frac{\partial S_e}{\partial T_e} \right|_p + \left. \frac{\partial (S_A + S_{A^+})}{\partial T_e} \right|_p \right],$$

wobei die Ableitungen erneut numerisch berechnet werden da alle Werte von $S = S_{e,A,A^+}(T_e)$ bei gleichem vorgegebenem Druck bestimmt wurden.

- Die spezifische Enthalpie h und die spezifische Wärmekapazität c_p werden aus den jeweiligen Quotienten mit der Referenzmasse: $h = \frac{H}{m_{ref}}$ und $c_p = \frac{C_p}{m_{ref}}$ ermittelt.

8.4.8 Temperatur- und Geschwindigkeitsprofil am Generatorausgang

Aus diesen Vorbetrachtungen soll für einen typischen Einlichtbogenplasmagenerator das Geschwindigkeits- und Temperaturprofil berechnet werden.

Die typische axialsymmetrische Strömung eines solchen Systems führt dazu, dass alle Größen ausschließlich von der radialen Koordinate r abhängig sind. Der Radius am Düsenausgang wird mit R bezeichnet und das Temperatur- und Geschwindigkeitsprofil an diesem Ort kann durch den folgenden Ansatz beschrieben werden [120]:

$$\begin{aligned} T(r) &= (T_c - T_0) \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^n \right] + T_0 \\ v(r) &= v_c \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^m \right] \end{aligned}, \quad (8.93)$$

wobei T_0 Umgebungstemperatur (300K) und $\{T_c, v_c\}$ die (maximale) Temperatur und Geschwindigkeit in der Mitte der axialsymmetrischen Strömung darstellen. Die Exponenten n, m dienen zur Beschreibung der lateralen Abnahme im radialen Profil, für große Exponenten ergibt sich ein flaches Profil, d.h. die Strömung wird turbulent. In einer solchen turbulenten Strömung werden Temperatur und Geschwindigkeit über dem Profil kaum merklich verändert, da die jeweiligen Transportkoeffizienten Wärmeleitfähigkeit und Viskosität zu keiner merklichen Abnahme führen. Für eine laminare Strömung gilt $n, m \approx 2$, während die turbulente Strömung durch $n, m \approx 6$ beschrieben wird.

Im Folgenden sollen die Werte der zentralen Temperatur und Geschwindigkeit in der axialsymmetrischen Plasmaströmung bestimmt werden, wenn für vorgegebene n, m die folgenden Größen bekannt sind:

- Die effektive Leistung \dot{W}_{eff} im Generator, d.h., die elektrische Leistung ohne die abgegebene Wärme an die Wasserkühlung des Systems
- Der Massenfluss \dot{m} , welcher in den Generator injiziert wird.

Der Massenfluss \dot{m} ist das Integral über den Ausgangsquerschnitt von ρv , mit ρ der Massendichte und v der lokalen Gasgeschwindigkeit

$$\dot{m} = \int_0^R \rho(T(r)) v_c \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^m \right] 2\pi r dr. \quad (8.94)$$

Die effektive Leistung ist die notwendige Energie pro Zeit, welche in die Strömung injiziert werden muss, um die anfängliche Leistung der kalten Strömung $\dot{m}hT_0$ auf die Temperatur- und Geschwindigkeitsverteilung am Ausgang zu erhöhen. Diese Energie führt einerseits zu einer Erhöhung des Enthalpie-Inhalts, wobei $v h \rho$ der Fluss an Energie pro Zeit und Fläche ist, und andererseits zu einer Zunahme der kinetischer Energie, mit $v \rho \frac{v^2}{2}$ dem entsprechenden Fluss

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\text{eff}} + \dot{m}h(T_0) &= \int_0^R v_c \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^m \right] \rho(T(r)) h(T(r)) 2\pi r dr \\ &+ \int_0^R v_c \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^m \right] \rho(T(r)) \frac{v_c^2}{2} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^m \right]^2 2\pi r dr \end{aligned} \quad (8.95)$$

Mit der Definition der folgenden drei nur von der Temperatur T nicht aber von der Geschwindigkeit v_c abhängigen Parametern:

$$\begin{aligned} \kappa_m(T_c) &= \int_0^R \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^m \right] \rho(T(r)) 2\pi r dr \\ \kappa_h(T_c) &= \int_0^R \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^m \right] \rho(T(r)) h(T(r)) 2\pi r dr \\ \kappa_k(T_c) &= \frac{1}{2} \int_0^R \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^m \right]^3 \rho(T(r)) 2\pi r dr \end{aligned} \quad (8.96)$$

kann nun die Gleichung (8.95) folgendermaßen umformuliert werden

$$\dot{W}_{\text{eff}} = -\dot{m}h(T_0) + \kappa_h(T_c) \frac{\dot{m}}{\kappa_m(T_c)} + \kappa_k(T_c) \left(\frac{\dot{m}}{\kappa_m(T_c)} \right)^2 \quad (8.97)$$

Zur Lösung dieser Gleichung wird folgende Prozedur angewendet:

Bei einem vorgegebenen Theta-Parameter $\theta = \frac{T_e}{T_h}$ werden die Partikeldichten für eine ganze Reihe an Elektronentemperaturen innerhalb eines Bereichs zwischen 1000K und 20000K berechnet. Daraus wird die jeweilige Massendichte $\rho(T) = n_e m_e + n_A m_A + n_{A^+} m_{A^+} \approx m_A (n_A + n_{A^+})$ und die entsprechende spezifische Enthalpie $h(T)$ des Gases bestimmt. Für die vorgegebene Exponenten n, m und für jede mögliche Temperatur T_c werden die drei Koeffizienten $\kappa_m(T_c), \kappa_h(T_c)$ und

$\kappa_k(T_c)$ berechnet, daraus kann die Temperatur T_c bestimmt werden, welche Gleichung (8.97) für die eingesetzte effektive Leistung erfüllt. Sobald die Temperatur T_c gefunden worden ist, kann aus dieser die Geschwindigkeit unter Verwendung von (8.94) berechnet werden:

$$v_c = \frac{\dot{m}}{\kappa_m(T_c)} \quad (8.98)$$

8.5 Die spektrale Verteilung des Thomsonspektrums

Der Formfaktor $S_T(k, \omega)$ setzt sich aus der Wechselwirkung der freien Elektronen untereinander und der Wechselwirkung der freien Elektronen mit den Ionen zusammen.

$$S_T(k, \omega) = S_e(k, \omega) + S_i(k, \omega) \quad (8.99)$$

Unter Vernachlässigung von Stoßeffekten, der Annahme von Maxwellverteilten Geschwindigkeiten der Ladungsträger und für nicht relativistische Plasmen $a/c_0 \ll 1$,

wobei $a = \sqrt{\frac{2k_B T_e}{m_e}}$ die thermische Geschwindigkeit der Elektronen darstellt, können die Anteile der spektrale Verteilungsfunktion wie folgt dargestellt werden [82]:

$$\begin{aligned}
 S_e(k, \omega) &= \frac{2\sqrt{\pi} \exp(-x_e^2)}{ka|\varepsilon|^2} \alpha^{i4} \left[\left(\frac{1}{\alpha^{i4}} + Z_{i\text{-stufe}} \frac{T_e}{T_h} \operatorname{Re}\{w(x_i)\} \right)^2 \right. \\
 &\quad \left. + \left(Z_{i\text{-stufe}} \frac{T_e}{T_h} \operatorname{Im}\{w(x_i)\} \right)^2 \right] \\
 S_i(k, \omega) &= \frac{2\sqrt{\pi} \exp(-x_i^2) Z_{i\text{-stufe}}}{kb|\varepsilon|^2} \alpha^{i4} \left[\left(\operatorname{Re}\{w(x_e)\} \right)^2 + \left(\operatorname{Im}\{w(x_e)\} \right)^2 \right]
 \end{aligned} \quad (8.100)$$

Die Kreisfrequenz ω wird jeweils auf $k = \frac{4\pi}{\lambda_0} \sin\left(\frac{\Omega}{2}\right)$ und die thermischen Geschwindigkeiten der Elektronen $a = \sqrt{\frac{2k_B T_e}{m_e}}$ und Ionen $b = \sqrt{\frac{2k_B T_i}{m_i}}$ bezogen (8.101).

$$\begin{aligned}
 x_e &= \frac{\omega}{ka} \\
 x_i &= \frac{\omega}{kb}
 \end{aligned} \quad (8.101)$$

Das Quadrat des Betrages der longitudinal dielectric function kann durch folgende Gleichung angegeben werden:

$$|\varepsilon|^2 = \alpha^4 \left[\frac{1}{\alpha^2} + \operatorname{Re}\{w(x_e)\} + Z_{i\text{-stufe}} \frac{T_e}{T_i} \operatorname{Re}\{w(x_i)\} \right]^2 + \alpha^4 \left[\operatorname{Im}\{w(x_e)\} + Z_{i\text{-stufe}} \frac{T_e}{T_i} \operatorname{Im}\{w(x_i)\} \right]^2 \quad (8.102)$$

Der Verlauf der verwendeten Plasmadispersionsfunktion $w(x) = 1 - 2x \exp(-x^2) \int_0^x \exp(p^2) dp + jx\sqrt{\pi} \exp(-x^2)$ muss numerisch berechnet werden und ist in Abbildung 8.9 dargestellt. Aufgrund der Vernachlässigung von Stoßeffekten sind $x_{e,i}$ reell.

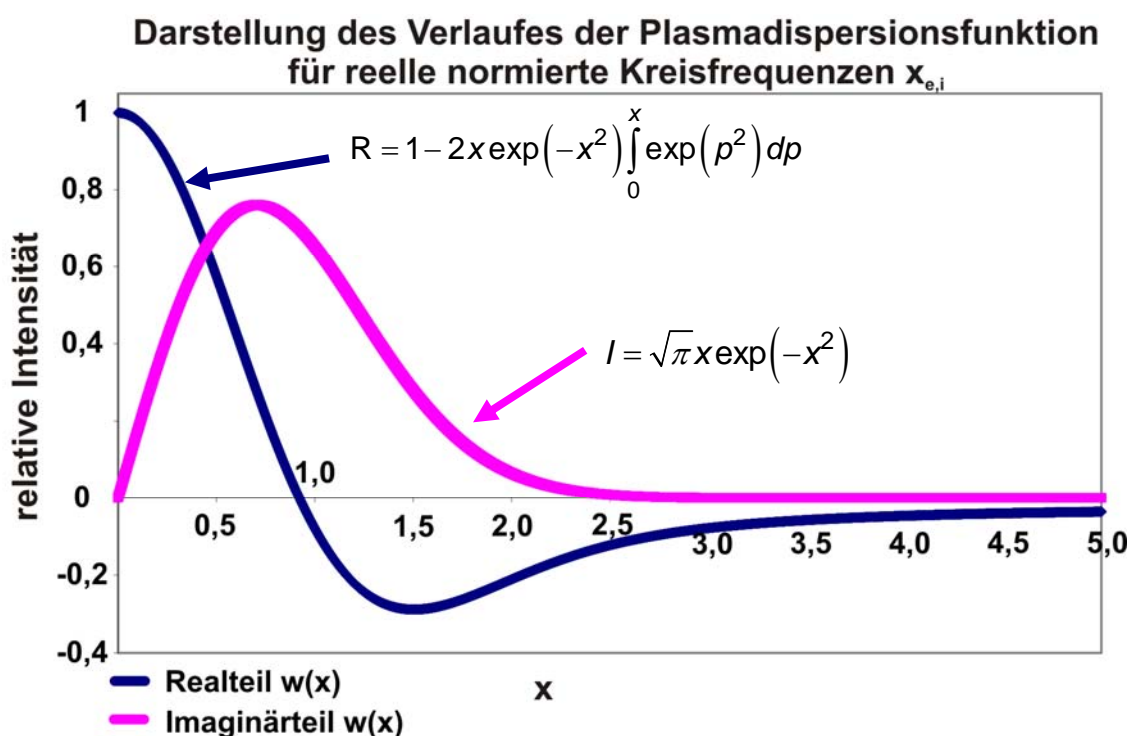


Abbildung 8.9 Verlauf des Real- und Imaginärteils der Plasmadispersionsfunktion für reelle normierte Kreisfrequenzen

wobei d_0 den kürzesten Abstand zwischen dem Punkt O_0 und der ersten optischen Platte bezeichnet. Unter Verwendung der Hilfsgröße d_{1-II} (8.104), welche mittels Sinussatz zugänglich ist, kann das zweite Teilstück ebenfalls mit dem Sinussatz bestimmt werden (8.105).

$$d_{1-II} = d_{1-I} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - (\alpha + \beta)\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} = d_0 \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos(2\alpha + \beta)\cos(\alpha)} \quad (8.104)$$

$$d_{1-III} = d_{1-II} \frac{\cos(\alpha)}{\cos(3\alpha + \beta)} = d_0 \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos(2\alpha + \beta)\cos(3\alpha + \beta)} \quad (8.105)$$

Daraus ergibt sich ein Zusammenhang für den gesamten Weg, welchen der am Punkt O_0 reflektierte Wellenzug bis zum Punkt O_1 zurücklegt:

$$d_{1-\Sigma} = d_0 \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos(2\alpha + \beta)} \left(\frac{1}{\cos(\alpha + \beta)} + \frac{1}{\cos(3\alpha + \beta)} \right) \quad (8.106)$$

Die Anzahl der Reflexionen, die ein Wellenzug zwischen dem Eintritt und dem Austritt an einem Punkt O_{n-1} erfährt ist immer gerade, die Summe zweier Phasensprünge ergibt 2π weswegen die Phasensprünge bei der Reflexion nicht berücksichtigt werden müssen. Am Punkt O_2 finden erneut sowohl Reflexion als auch Transmission statt, für die Berechnung der Phase des erneut reflektierten Anteils des Wellenzuges muss der Weg $d_{2-I} + d_{2-III}$ bestimmt werden. Dies geschieht in analoger Weise, allerdings wird eine

weitere Hilfsgröße $d_1 = d_{1-III} \cos(2\alpha + \beta) = d_0 \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos(3\alpha + \beta)}$ benötigt. Aus diesen

Überlegungen lässt sich der gesamte Weg zwischen den Punkten O_0 und O_{n-1} , den ein Wellenzug innerhalb des Interferometers als Summe über alle n Durchläufe zurück legt, beschreiben:

$$d_{n-\Sigma} = d_0 \sum_{i=1}^n \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos(2i\alpha + \beta)} \left(\frac{1}{\cos((2i-1)\alpha + \beta)} + \frac{1}{\cos((2i+1)\alpha + \beta)} \right) \quad (8.107)$$

Zur vollständigen Bestimmung der Phase des Wellenzuges am Punkt P_n sind zwei weitere Einflüsse zu betrachten. Der Weg, welchen der Wellenzug zwischen dem Punkt O_{n-1} und dem Punkt P_n zurücklegt und die Phase des Wellenzuges unmittelbar vor dem Punkt O_0 . Abbildung 8.11 zeigt die grundlegenden geometrischen Verhältnisse am Ausgang des Interferometers, wobei die dielektrische Grenzschicht als unendlich dünn angenommen und das Trägersubstrat vernachlässigt wurde. Für den schrägen Einfall

einer EMW auf eine dielektrische Grenzschicht hängt der Reflexionsfaktor an dieser Grenzschicht sowohl von der Polarisation der einfallenden EMW als auch vom Einfallswinkel der Welle auf die Grenzschicht ab. Der Winkel zwischen dem Pointingvektor der einfallenden EMW und der Normalen der Grenzschicht wird mit ϕ_1 und der Winkel zwischen dem Pointingvektor der transmittierten Welle und der Normalen als ϕ_2 bezeichnet. Für beide Winkel und unter der Annahme, dass die Verluste zu vernachlässigen sind, ergibt sich [70]:

$$\frac{\sin(\phi_2)}{\sin(\phi_1)} = \sqrt{\frac{\mu_{r1}\varepsilon_{r1}}{\mu_{r2}\varepsilon_{r2}}} \quad (8.108)$$

In dieser Gleichung repräsentieren μ_r die relativen Permittivitätszahlen und ε_r die relativen Permittivitätszahlen der beiden Medien. Aufgrund der gewählten Geometrie des Experimentes ist nur die vertikale Polarisation bezüglich der dielektrischen Grenzschicht möglich.

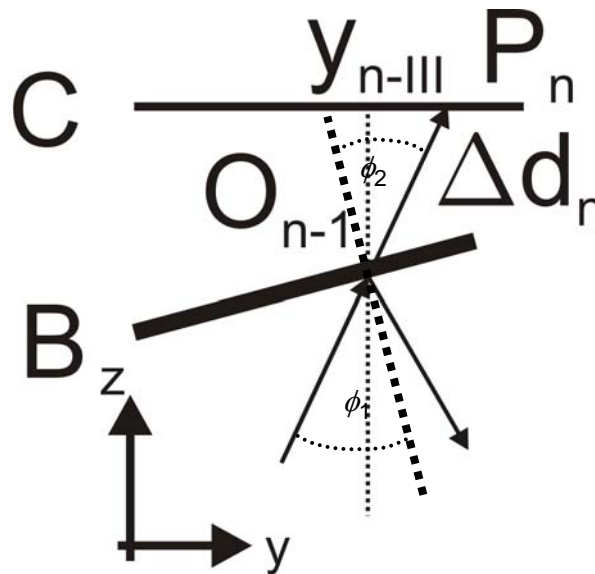


Abbildung 8.11 Darstellung des Austrittes eines Wellenzuges aus einem Fizeau Interferometer

Da sowohl der Einfallswinkel, der zu untersuchenden EMW gegenüber der Normalen der ersten optischen Platte, $\beta \approx 0$ als auch der Verkipfungswinkel, der hinteren optischen Platte, $\alpha \leq 0.01^\circ$ sehr klein sind und die Anzahl der zur Berechnung des Interferenzmusters notwendigen Wellenzüge mit $N=20$ abgeschätzt werden kann, ist eine Änderung des Reflexionsfaktors aufgrund der Änderung des Einfallswinkels bei der Berechnung des Interferenzmusters zu vernachlässigen. Aus den bisherigen Überlegungen kann der Weg zwischen dem Punkt O_0 und dem Punkt P_1 für den einmal das Interferometer durchlaufenden Wellenzug mit

$$\Delta d_1 = \frac{\overline{AC} - d_1}{\cos(2\alpha + \beta)} = \frac{1}{\cos(2\alpha + \beta)} \left(\overline{AC} - d_0 \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos(3\alpha + \beta)} \right) \quad (8.109)$$

angegeben werden. Aus dieser Gleichung lässt sich für den Weg Δd_n zwischen den Punkten O_{n-1} und P_n ableiten:

$$\Delta d_n = \frac{1}{\cos(2n\alpha + \beta)} \left(\overline{AC} - d_0 \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos((2n+1)\alpha + \beta)} \right). \quad (8.110)$$

Zur Bestimmung der Phase unmittelbar vor dem Punkt O_0 ist zunächst die Verschiebung des Wellenzuges in y-Richtung zwischen dem Punkt O_0 und dem Punkt P_n zu bestimmen. Die gesamte horizontale Verschiebung in y-Richtung zwischen den Punkten O_0 und P_2 ergibt sich aus der Summe $y_{1-I} = d_0 \tan(2\alpha + \beta)$,

$$y_{1-II} = d_0 \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos(3\alpha + \beta)} \tan(2\alpha + \beta) \quad \text{und}$$

$y_{1-III} = \left(\overline{AC} - d_0 \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos(3\alpha + \beta)} \right) \tan(2\alpha + \beta)$. Allgemein kann die Verschiebung innerhalb des Interferometers in y-Richtung durch (8.111) zusammengefasst werden.

$$y_{n-in} = d_0 \cos(\alpha + \beta) \left[\sum_{i=1}^n \tan(2i\alpha + \beta) \left(\frac{1}{\cos((2i-1)\alpha + \beta)} + \frac{1}{\cos((2i+1)\alpha + \beta)} \right) \right] \quad (8.111)$$

Für die Verschiebung außerhalb ergibt sich:

$$y_{n-III} = \tan(2n\alpha + \beta) \left(\overline{AC} - d_0 \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos((2n+1)\alpha + \beta)} \right) \quad (8.112)$$

Der in allen Formeln gewählte Abstand d_0 ist eine Funktion der y-Koordinate y_{in} des Ortes O_0 und des minimalen Abstandes d_0^* (8.113)

$$d_0 = d_0^* + y_{in} \tan(\alpha) \quad (8.113)$$

Zur Bestimmung dieses Ortes wird ausgehend von der y-Koordinate $y_{n,jetzt}$ des Ortes P_n die Verschiebung in y-Richtung gemäß (8.111) & (8.112) ermittelt und von dieser Koordinate abgezogen. Zur Bestimmung des Interferenzmusters einer gestreuten EMW mit einer Temperatur T werden die Interferenzmuster für verschiedene Wellenlängen einzeln berechnet und anschließend mit der angenommenen Verteilung des Spektrums gewichtet phasenrichtig aufaddiert. In Abbildung 8.12 ist der Gaußförmiger Verlauf des Spektrums über der Änderung der Wellenlänge $\Delta\lambda$ für T=300K (blau) dargestellt. Zur

Ermittlung der einzelnen Wellenlängen wird diese Gaußförmige Verteilung in M äquidistante Wellenlängenintervalle unterteilt (rot).

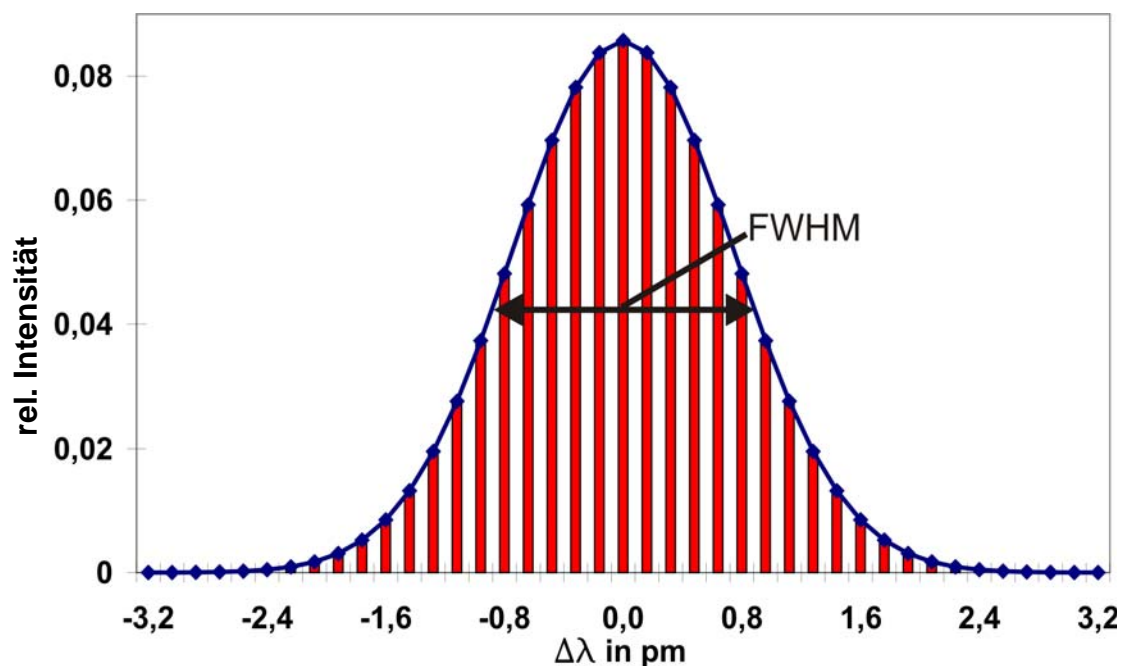


Abbildung 8.12 Darstellung der Ermittlung der Wellenlängenintervalle zur Berechnung des resultierenden Interferenzmusters

Abbildung 8.13 zeigt den Einfluss der Temperatur auf die Breite und maximal Amplitude des gestreuten Spektrums für $T=300\text{K}$ (blau) und $T=1000\text{K}$ (rot).

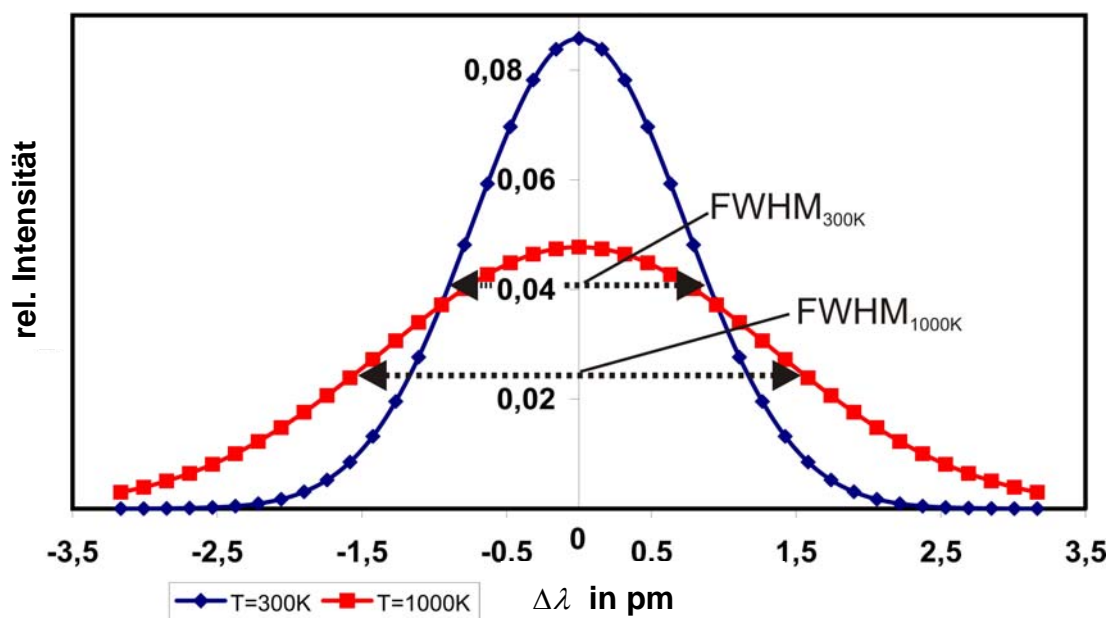


Abbildung 8.13 Darstellung des Einflusses der Temperatur des betrachteten Gases auf die Breite des zu erwartenden Gaußförmigen Spektrums $T=300\text{K}$ (blau) und $T=1000\text{K}$ (rot) bei gleicher Strahlungsleistung

Die Verteilung der Strahlungsleistung wird maßgeblich durch die thermische Geschwindigkeit der Streuzentren bedingt. Beide Kurven repräsentieren die gleiche Strahlungsleistung. Die Berechnung des Interferenzmusters auf der Beobachtungsebene C hängt ebenfalls von der Orientierung dieser Ebene zum jeweiligen einfallenden Wellenzug ab, aus diesem Grund muss vor Berechnung der gesamt Amplitude diese Orientierung berücksichtigt werden, Abbildung 8.14

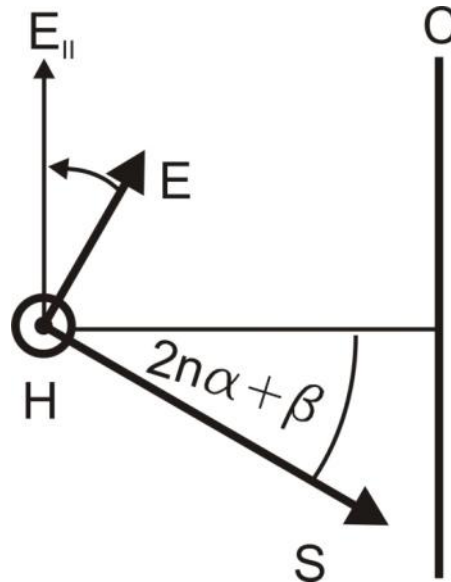


Abbildung 8.14 Darstellung des Zusammenhanges der Orientierung des E-Feldvektors gegenüber der Beobachtungsebene

8.7 Verzeichnisse

8.7.1 Abkürzungsverzeichnis

| | |
|------|---|
| EMW | Electromagnetic Wave |
| PIV | Particle imaging velocimetry |
| LDA | Laser Doppler Anemometry |
| LIF | Laser Induced Fluorescence |
| CARS | Coherent anti-Stokes Raman spectroscopy |
| FPI | Fabry-Perot-Interferometer |
| FI | Fizeau-Interferometer |
| FSR | Free Spectral Range |
| FWHM | Full Width Half Maximum |
| BE | Beam Expander |
| MAD | Median Absolute Deviation |
| ML | Maximum Likelihood |
| APS | Atmospheric Plasma Spraying |
| VPS | Vacuum Plasma Spraying |

8.7.2 Abbildungsverzeichnis

| | |
|---|----|
| Abbildung 2.1 Darstellung der Streugeometrie einer einfallenden EMW und einer Ladung | 19 |
| Abbildung 2.2 Darstellung der Streugeometrie einer einfallenden EMW \vec{S}_{in} und eines Elektrons am Ort \vec{r}_q , mit der Geschwindigkeit \vec{c}_q | 22 |
| Abbildung 2.3 Darstellung des Streudiagramms | 25 |
| Abbildung 2.4 Einfluss der Elektronentemperatur auf die am Detektor registrierte Intensität des Thomson- und Rayleighgestreuten Laserlichtes an Argon bezogen auf die Intensität bei Raumtemperatur | 28 |
| Abbildung 2.5 Darstellung der Geschwindigkeit innerhalb eines Volumenelementes einer Gasströmung als Summe von Driftgeschwindigkeit und thermischer Geschwindigkeit..... | 32 |
| Abbildung 2.6 Darstellung der Streugeometrie des Experimentes, zwei um 180° versetzt einfallende EMWs treffen auf ein Elektron | 33 |
| Abbildung 2.7 Darstellung des Einflusses der Geschwindigkeit auf die Änderung der Wellenlänge zwischen hin- und rücklaufender EMW für drei Winkel $\phi = 90^\circ - \vartheta$ 10°(grün), 17.5°(rot) und 25°(blau) | 34 |

| | |
|---|----|
| Abbildung 2.8 Darstellung der Zusammenhänge an einem idealen Fabry-Perot Interferometer..... | 35 |
| Abbildung 2.9 Darstellung des Zusammenhanges der drei ersten transmittierten Anteile eines einfallenden Wellenzuges an einem Fizeau-Interferometer | 39 |
| Abbildung 2.10 Darstellung des berechneten asymmetrischen Interferenzmusters der Ordnung m eines Fizeau-Interferometers für 168 Stützstellen zwischen $m - 0.5$ und $m + 0.5$ | 41 |
| Abbildung 2.11 Gesamtübersicht (oben) und Betrachtung des m -ten Maximum für theoretisch berechnete Interferenzmuster zweier EMWs mit den Wellenlängen $\lambda_1 = \lambda_0 + \Delta\lambda$ (rot) und $\lambda_2 = \lambda_0 - \Delta\lambda$ (blau) für einem Plattenabstand $d=6.4\text{mm}$, $\lambda_0 = 532\text{nm}$, $\Delta\lambda = 0.5 \times 10^{-3}\text{nm}$, 20 phasenrichtig addierten Wellenzügen pro Punkt und einem Verkippungswinkel $\alpha = 0.0065^\circ$ | 42 |
| Abbildung 2.12 Darstellung der Unterteilung eines thermisch verbreiterten Gaußförmigen Spektrums in mittlere Wellenlängenintervalle $\Delta\lambda_{therm,i}$ | 43 |
| Abbildung 2.13 Gegenüberstellung eines ideal berechneten Fizeau Interferenzmusters (rot) und eines Interferenzmusters für eine Temperatur $T=300\text{K}$, einem Verkippungswinkel $\alpha = 0.0065^\circ$ und Luft als streuendes Gas in einer Entfernung von 15mm nach der zweiten optischen Platte..... | 43 |
| Abbildung 2.14 Darstellung des Interferenzmusters 15mm nach der hinteren optischen Platte einer gestreuten EMW mit einer Temperatur von $T=1000\text{K}$, einem Verkippungswinkel $\alpha = 0.0065^\circ$ a) oben für einen Plattenabstand von 6.4mm und b) unten für einen Plattenabstand $d=1.97\text{mm}$ | 44 |
| Abbildung 2.15 Darstellung des Verhältnisses von relativer Wellenlängenverschiebung und FSR für verschiedene Geschwindigkeiten der Gasströmung und Plattenabstände des Interferometers | 46 |
| Abbildung 2.16 Darstellung zweier Gaußförmiger Spektren gleicher Intensität (blau und rot) und des resultierenden Gesamtspektrums (grün). Der FWHM beider Spektren beträgt 0.25 des FSRs. und das Minimum des resultierenden Spektrums 12.5% des Maximums | 47 |
| Abbildung 2.17 Darstellung zweier benachbarter Lorentzförmiger Maxima (blau & violett) mit gleicher Intensität und gleichem FWHM (0.25FSR) und dem resultierenden Spektrum (rot). Das Verhältnis von Minimum zu Maximum beträgt 0.118 | 48 |
| Abbildung 2.18 Einflusses der Temperatur auf die Wahl des Arbeitspunktes für Luft als verwendetes Gas | 48 |

| | |
|---|----|
| Abbildung 2.19 Darstellung des Temperatureinflusses auf die Wahl des Arbeitspunktes für ein Argon-Plasma bei Betrachtung der Rayleighstreuikomponente..... | 49 |
| Abbildung 3.1 Prinzipieller Aufbau des Experimentes | 53 |
| Abbildung 3.2 Schematische Darstellung der Sendeoptiken | 54 |
| Abbildung 3.3 Darstellung der Sendeoptik links mit hinlaufendem Laserstrahl S_{1st} vor der ersten Streuung und rücklaufendem Laserstrahl S_{2nd} nach der zweiten Streuung..... | 55 |
| Abbildung 3.4 Teildarstellung der Umlenkung. die Ausbreitungsrichtung des Laserstrahls wird durch die Pfeile symbolisiert..... | 55 |
| Abbildung 3.5 Abbildung des fokussierten Laserstrahls auf den Präzisionsspalt in der Bildebene der Linse L3..... | 57 |
| Abbildung 3.6 Schematische Darstellung des Streuvolumens | 57 |
| Abbildung 3.7 Schematische Darstellung der Empfangsoptik mit 50Hz Videonorm als Mastertakt des Experimentes | 58 |
| Abbildung 3.8 Darstellung der Empfangsoptik ab dem Präzisionsspalt bestehen aus der Linse L_4 , dem Interferenzfilter, dem Fizeauinterferometer und der Kamera. Der Verlauf des gestreuten Lichtes ist ebenfalls schematisch angedeutet(grün)..... | 59 |
| Abbildung 3.9 Signallaufplan des Experimentes | 60 |
| Abbildung 3.10 Darstellung des Ablaufdiagramms an einem Messpunkt innerhalb der Gasströmung und in Falschfarben drei Beispielbildern für die Referenz R, den hinlaufenden L1 und den rücklaufenden L2 Laserpuls | 61 |
| Abbildung 4.1 Darstellung des resultierenden Streulichtspektrums, unter Einfluss eines Ausreißers links und nach der Sortierung rechts für die fünfte Kategorie $Sum_i < \tilde{x} + 2 \cdot MAD$ | 63 |
| Abbildung 4.2 Darstellung der zeilenweise aufaddierten diskreten Folge(rot) und der geglätteten Folge(blau) | 65 |
| Abbildung 4.3 Darstellung des Ablaufes zum Auffinden der örtlichen Verteilung des Streulichtes a) Ausgangsbild und dazugehörige Binärbild b) vertikal geglättetes Zwischenbild und Binärbild und c) anschließend horizontal geglättetes Zwischenbild mit dazugehörigem Binärbild..... | 66 |
| Abbildung 4.4 Darstellung der gefundenen linken und rechten örtlichen Begrenzung..... | 66 |

| | |
|--|-----|
| Abbildung 4.5 Darstellung der diskreten Summenfolge (rot) und der gefundenen Lorentzkurven (grün) | 72 |
| Abbildung 4.6 Darstellung einer ermittelten Interferenzfigur, wobei die Krümmung der Maxima gut zu erkennen ist..... | 73 |
| Abbildung 5.1 Darstellung des Kontrollraumes 1-2 einer isentropen Düsenströmung | 78 |
| Abbildung 5.2 Darstellung des Zusammenhanges zwischen Strömungsgeschwindigkeit c_x , Schallgeschwindigkeit a und Machzahl M [112] | 79 |
| Abbildung 5.3 Schematische Darstellung des divergenten Teils der Düse | 82 |
| Abbildung 5.4 Darstellung der Geometrie der deLavalschen Überschalldüse.. | 84 |
| Abbildung 5.5 Darstellung der prinzipiellen Funktionsweise eines DC-Plasmagenerator | 85 |
| Abbildung 5.6 Darstellung der theoretischen Geschwindigkeitsprofile für ein turbulentes (rot) und ein laminares (blau) Profil bei einer effektiven Leistung von 7kW | 88 |
| Abbildung 5.7 Darstellung der theoretischen Elektronentemperaturprofile für eine laminare (blau) und eine turbulente (rot) Gasströmung bei einer effektiven Leistung von 7kW | 89 |
| Abbildung 6.1 Darstellung des linearen Zusammenhangs zwischen gestreuter Gesamtintensität und absolutem Druck. Der absolute Falschlichtanteil für den hin- und rücklaufenden Laserstrahl entspricht den jeweiligen Gleichanteilen der Regressionsgeraden. | 91 |
| Abbildung 6.2 Darstellung des Falschlichteinflusses auf das resultierende Gesamtstreupektrum für $\eta_1 = 2.77\%$ (blau) und $\eta_2 = 12.40\%$ (rot) bei einer Driftgeschwindigkeit von $v_{Drift} = 500 \frac{m}{s}$ und einem Streuwinkel von 25° | 92 |
| Abbildung 6.3 Darstellung des relativen Fehlers aufgrund falsch ermittelter Einfallswinkel (zu großer Winkel unten zu kleiner Winkel oben)..... | 94 |
| Abbildung 6.4 Geschwindigkeitsverteilungen der Überschalldüse für zwei verschiedene absolute Betriebsdrücke a) 12bar und b) 12.5bar. | 100 |
| Abbildung 6.5 Gegenüberstellung der gemessenen Geschwindigkeitsprofile mit Laserstreuung (blau) und PIV (rot) für einen Abstand 8.5mm vom Düsenausgang und einen minimalen Plattenabstand des Interferometers von 6.4mm | 101 |

| | |
|--|-----|
| Abbildung 6.6 Darstellung der ermittelten Geschwindigkeitsprofile für einen Abstand 11mm nach dem Düsenausgang und einen minimalen Plattenabstand des Interferometers von 6.4mm für PIV (rot) und Laserstreuung (blau) | 102 |
| Abbildung 6.7 Darstellung der Geschwindigkeitsprofile für einen minimalen Plattenabstand von 1.97mm und einen Abstand von 11mm nach dem Düsenausgang | 102 |
| Abbildung 6.8 Darstellung der relativen Intensitätsverteilung für die gesamte Düsenströmung mittels Schlierentechnik oben und für einen transversalen Schnitt 10mm nach dem Düsenausgang für Laserstreuung (blau) und Schlierentechnik (rot) | 103 |
| Abbildung 6.9 Darstellung des radialen Geschwindigkeitsprofils für einen Strom $I=600A$, einem Umgebungsdruck von $p=100mbar$ und einem Massenfluss von $40slpm$ Ar gemessen 15mm nach dem Düsenausgang | 105 |
| Abbildung 6.10 Darstellung des Verhältnisses der gestreuten Intensität am rekombinierenden Plasmastrahl für $I=600A$, $p=100mbar$ 15 mm nach der Düse bezogen auf die gestreute Intensität an der ruhenden Atmosphäre für eine Temperatur $T=298K$ | 106 |
| Abbildung 6.11 Darstellung der ermittelten Intensität des gestreuten Lichtes bezogen auf die gestreute Intensität an einer ruhenden Atmosphäre bei $T=300K$ gegenüber theoretisch berechneten Intensitätsverhältnissen für verschiedenen Elektronen-Ionentemperaturverhältnisse..... | 107 |
| Abbildung 6.12 Interpretation des Falschlichtanteils und Vergleich mit gemessenen Geschwindigkeiten mittels Fotodioden und Spektralfilter | 109 |
| Abbildung 8.1 Darstellung der Ablenkung einer Überschallströmung an einem kleinen Objekt..... | 120 |
| Abbildung 8.2 Darstellung der Änderung der Geschwindigkeitskomponenten bei einer kleinen Umlenkung der Geschwindigkeit..... | 121 |
| Abbildung 8.3 Darstellung der Änderung der Geschwindigkeit für eine kegelförmige Strömung | 122 |
| Abbildung 8.4 Darstellung einer Düse zur Überführung einer kegelförmigen in einer zylinderförmige Strömung..... | 124 |
| Abbildung 8.5 Darstellung zur Ermittlung des Faktors f | 125 |
| Abbildung 8.6 Betrachtung des Anteils des Massenflusses durch AP..... | 128 |
| Abbildung 8.7 Betrachtung des gesamten Massenflusses zur Herleitung des Radius r_0 | 130 |

| | |
|--|-----|
| Abbildung 8.8 Umwandlung einer zylindrischen in eine kegelförmige Strömung zur Nutzung der Abschätzung nach Foelsch..... | 134 |
| Abbildung 8.9 Verlauf des Real- und Imaginärteils der Plasmadispersionsfunktion für reelle normierte Kreisfrequenzen..... | 161 |
| Abbildung 8.10 Darstellung des prinzipiellen Aufbaues eines Fizeauinterferometers | 162 |
| Abbildung 8.11 Darstellung des Austrittes eines Wellenzuges aus einem Fizeau Interferometer..... | 164 |
| Abbildung 8.12 Darstellung der Ermittlung der Wellenlängenintervalle zur Berechnung des resultierenden Interferenzmusters..... | 166 |
| Abbildung 8.13 Darstellung des Einflusses der Temperatur des betrachteten Gases auf die Breite des zu erwartenden Gaußförmigen Spektrums T=300K (blau) und T=1000K (rot) bei gleicher Strahlungsleistung | 166 |
| Abbildung 8.14 Darstellung des Zusammenhanges der Orientierung des E-Feldvektors gegenüber der Beobachtungsebene..... | 167 |

8.7.3 Tabellenverzeichnis

| | |
|---|----|
| Tabelle 2-1 Übersicht über verschiedene Messtechniken für kalte und heiße Gasströmungen und die von ihnen bestimmten physikalischen Größen | 13 |
| Tabelle 2-2 Darstellung des differentiellen Rayleighstreuquerschnittes für Argon, Stickstoff, Sauerstoff und Luft | 31 |
| Tabelle 2-3 Darstellung des FSR und der minimalen Halbwertsbreite in pm als Funktion des Plattenabstandes d für ein ideales FPI mit Reflexionskoeffizienten von $R=0.7, 0.8, 0.9$ und 0.95 und einer verwendeten Wellenlänge von $\lambda_{in} = 532nm$ | 37 |
| Tabelle 2-4 Darstellung der Anzahl zu betrachtender Wellenzüge in Abhängigkeit von Reflexionsfaktor und Genauigkeitsanforderung der berechneten Intensität | 40 |
| Tabelle 3-1 Darstellung des Durchmessers der Fokustaille für verschiedene Brennweiten der Sammellinsen und Einfluss der Strahlaufweitung | 56 |
| Tabelle 5-1 Abhängigkeit zwischen Düsenhals und –eingang als Funktion des Isentropenexponenten γ | 80 |
| Tabelle 6-1 theoretisch errechnete Geschwindigkeiten für einen Falschlichtanteil von $\eta_1 = 2.77\%$ (blau) und $\eta_2 = 12.40\%$ für drei verschiedene Temperaturen ($T=150K, 300K, 1000K$), zwei unterschiedliche Streuwinkel ($15^\circ, 25^\circ$) und zwei unterschiedliche minimale Abstände ($d=1.97mm, 6.4mm$) | 93 |
| Tabelle 6-2 Darstellung der detektierbaren Photonen abhängig von der Quanteneffizienz des Experimentes | 95 |
| Tabelle 6-3 Ergebnisse der Fehlerabschätzung für eine Luftströmung bei 209mbar Umgebungsdruck, einer Temperatur von $T=150K$, einer Pulsenergie von 250mJ(IR), jeweils 166 gültigen Bildern für beide Pulse, einer Geschwindigkeit von 500m/s, einem Plattenabstand von $d=6.4mm$ und einem Streuwinkel von 25° | 98 |
| Tabelle 6-4 Ergebnisse der Fehlerabschätzung für einen Argon Plasmajet bei 100mbar Umgebungsdruck, einer Elektronentemperatur von $T=11800K$, einer Pulsenergie von 250mJ(IR), jeweils 666 gültigen Bildern für beide Pulse, einer Geschwindigkeit von 2650m/s, einem Plattenabstand von $d=1.97mm$ und einem Streuwinkel von 25° | 98 |

8.7.4 Literaturverzeichnis

- [1]. **Wielage, B. und Lampke, T.** Vorwort. *Materialwissenschaften und Werkstofftechnik*. 2010, Bd. 41.
- [2]. **Fahrenwaldt, H. J. und Heinrich, P.** Auftragsschweißen und Thermisches Spritzen. [Buchverf.] H. J. Fahrenwaldt und V. Schuler. *Praxiswissenschweißtechnik*. Wiesbaden: Vieweg Verlag, 2006.
- [3]. **Fauchais, P.** Understanding plasma spraying. *Journal of Physics: Applied Physics*. 2004, Bd. 37.
- [4]. **Wan, Y. P., et al.** Model and Powder Particle Heating, Melting, Resolidification, and Evapoartion in Plasma Spraying Processes. *Journal of Heat and Transfer*. 1999, Bd. 121.
- [5]. **Fauchais, P., et al.** Knowledge Concerning Splat Formation: An Invited Review. *Journal of Thermal Spray Technology*. 2004, Bd. 13.
- [6]. **Brossa, M. und Pfender, E.** Probe Measurements in Thermal Plasma Jets. *Plasma Chemistry and Plasma Processing*. 1988, Bd. 8, S. 75-90.
- [7]. **Capetti, A. und Pfender, E.** Probe Measurement in Argon Plasma Jets Operated in Ambient Argon. *Plasma Chemistry and Plasma Processing*. 1989, 9.
- [8]. **Nitsche, W. und Brunn, A.** *Strömungsmesstechnik*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. Kapitel 3.
- [9]. **Chen, W., Heberlein, J. und Pfender, E.** Diagnostics of a thermal plasma jet by optical Emission Spectroscopy and Enthalpy Probe. *Plasma Chemistry and Plasma Proceedings*. 1994, Bd. 14, S. 317-332.
- [10]. **Maurer, G., et al.** Improving powder Injection in Plasma Spraying by Optical Diagnostics of the Plasma and Particle Characterization. *Journal of Thermal Spray Technology*. 2011, 20.
- [11]. **Kirner, S.** *Bestimmung lokaler Gleichgewichts-Temperaturen thermischer Plasmen mittels tomografischer Emissionsspektroskopie*. München: Technische Universität München, Universität der Bundeswehr München, 2010. Bachelorarbeit.
- [12]. **Koch, A.** *Diagnostik von Plasmastrahlen mittels Laserstreuverfahren*. Neubiberg: Universität der Bundeswehr München, 1988. Dissertation.
- [13]. **Mazouffre, S., et al.** Two-photon laser induced fluorescence spectroscopy performed on free plasma jets. *Plasma Sources Science and Technology*. 2002, 11, S. 439-447.
- [14]. **Schorr, J.** *Entwicklung und Anwendung von Fluoreszenztracer-Verfahren für die lasergestützte, abbildende Spraydiagnostik*. Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg. Heidelberg: s.n., 2003. Dissertation.
- [15]. **Chen, Y.-C. und Mansour, M. S.** Topology of turbulent premixed flame fronts resolved by simultaneous planar imaging of LIPF of OH radical and rayleigh scattering. *Experiments in Fluids*. 1999, 26, S. 277-287.
- [16]. **Kuehner, J. P.** *Simultaneous Acquisition of Pressure, Temperatur, and Velocity using coherent Anti-Stokes Raman Scattering*. The Pennsylvania State University Urbana, Illinois: s.n., 1997. Masterarbeit.
- [17]. **Meulenbroeks, R. F.G., et al.** Coherent anti-Stokes Raman scattering performed on expanding arc plasmas. *Physical Review E*. 1996, 33.
- [18]. **Fincke, J. R., et al.** Entrainment in high-velocity, high-temperaure plasma jets. Part I experimental results. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2003, Bd. 46, S. 4201-4213.

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

- [19]. **Seasholtz, R. G.** High-Speed anemometry based on spectrally resolved rayleigh scattering. *Laser anemometry - Advances and applications*. 1991, Bd. 2, S. 465-471. Proceedings of the 4th International Conference.
- [20]. **Seasholtz, R. G., Buggele, A. E. und Reeder, M. F.** Flow Measurements Based on Rayleigh Scattering and fabry-Perot Interferometer. *Optics and lasers in Engineering*. 1997, S. 543-570.
- [21]. **Mielke, A. F.** *Development of a Molecular Rayleigh Scattering Diagnostic for Simultaneous Time-Resolved Measurement of Temperature, Velocity and density*. s.l.: Case Western Reserve University, 2008. Dissertation.
- [22]. **Wang, Z. und Kerney, R. J.** Rayleigh scattering from an argon plasma jet at atmospheric pressure. *Journal Quant. Spectroscopic Radiation Transfer*. 1990, 44, S. 339-343.
- [23]. **Murphy, A. B. und Farmer, A. J.D.** Temperature measurement in thermal plasmas by Rayleigh scattering. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 1992, 25, S. 634-643.
- [24]. **Forster, G.** *Bestimmung von Parametern thermischer Plasmen mittels Thomsonstreuung*. Neubiberg: Universität der Bundeswehr München, 1995. Dissertation.
- [25]. **Murphy, A. B.** Thomson Scattering diagnostics of thermal plasmas: Laser heating of electrons and the existence of local thermodynamic equilibrium. *Physical Review E*. 2004, Bd. 69, S. 016408-1-10.
- [26]. **Gregori, G., et al.** Thomson Scattering measurements in atmospheric plasma jets. *Physical Review E*. 1999, Bd. 59.
- [27]. **Gregori, G., et al.** Analysis of Thomson scattered light from an arc plasma jet. *Physical Review E*. 2002, 65.
- [28]. **Snyder, A. C., et al.** Determination of gas-temperature and velocity profiles in an argon thermal plasma jet by laser-light scattering. *Physical Review R*. 1993, Bd. 47, S. 1996-2005.
- [29]. **Schott, L.** *Plasma Diagnostics*. [Hrsg.] W. Lochte-Holtgreven. Amsterdam: North Holland Publishing Company, 1968. Kapitel 11.
- [30]. **Fauchais, P. und Vardelle, A.** Thermal Plasma. *IEEE Transaction on plasma science*. 1997, Bd. 25, S. 1258-1277.
- [31]. **Pfender, E.** Plasma jet behaviour and modelling associated with plasma spray process. *Thin Solid Films*. 1994, Bd. 238, S. 228-241.
- [32]. **Steffens, H.-D. und Duda, T.** Enthalpy Measurements of Direct Current Plasma Jet Used for ZrO₂Y₂O₃ Thermal Barrier Coatings. *Journal of Thermal Spray Technology*. 2000, Bd. 9, S. 235-240.
- [33]. **Rahmane, M., et al.** Fluid Dynamic Study of Current Plasma Jets for Plasma Spraying Applications. *Journal of Thermal Spray Technology*. 7, 1998, S. 349-356.
- [34]. **Wernet, M. P.** Digitale Particle Image Velocimetry. [Buchverf.] Mercer und C. *Optical metrology for fluids, combustions and solids*. Boston-Dordrecht-London: Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [35]. **Eder, A., Durst, B. und Jordan, M.** Laser-Doppler Velocimetry. [Buchverf.] F. Mayinger und O. Feldmann. *Optical Measurements - Techniques and Applications - 2*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2001.
- [36]. **Merzkirch, W.** Particle Image Velocimetry. [Buchverf.] F. Mayinger und O. Feldmann. *Optical Measurements - Techniques and Applications - 2*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2001.

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

- [37]. **Zierhut, J.** *Entwicklung von Diagnositikverfahren zur Optimierung von Plasmaspritzverfahren*. Neubiberg: Universität der Bundeswehr München, 2000. Dissertation.
- [38]. **Webner, R.** *Ermittlung lokaler Gleichgewichtsplasmatemperaturen aus Abelinvertierten Nettolinienemissionsspektren*. Neubiberg: Universität der Bundeswehr München, 2007. Diplomarbeit.
- [39]. **Zierhut, J., et al.** *Triplex - An Innovative Three Cathode Plasma Torch*. s.l.: ASM International, 1998. S. 1375-1379, Proceedings of the 15th International Thermal Spray Conference.
- [40]. **Kunze, H. J.** The laser as a tool for plasma diagnostics. [Buchverf.] W. Lochte-Holtgreven. *Plasma Diagnostics*. Amsterdam: Noth Holland Publishing, 1968. Kapitel 9.
- [41]. **Pitz, R. W., et al.** Temperature and density in a hydrogen air flame from rayleigh scattering. *Combustion and flame*. 1979, 27, S. 313-320.
- [42]. **Bonnett, J. P., et al.** Collective light scattering as non-particle laser velocimetry. *Measurement Science and Technology*. 1995, Bd. 6, S. 620-636.
- [43]. **Murphy, A. B.** Laser-scattering temperature measurements of a free burning arc in nitrogen. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 1994, Bd. 27, S. 1492-1498.
- [44]. **Kempkens, H. und Uhlenbusch, J.** Scattering diagnostics of low-temperature plasmas (Rayleigh scattering, Thomson Scattering, CARS). *Plasma Sources Science & Technology*. 2000, Bd. 9, S. 492-506.
- [45]. **Iwase, O., et al.** Laser-Produced Plasma Diagnostics by combination of Schlieren Method and Mach-Zender Interferometry. *Physica Scripta*. 1998, Bd. 58, S. 634-635.
- [46]. **Weinstein, L. M. und Settles, G. S.** Schlieren. [Buchverf.] C. Mercer. [Hrsg.] C. Mercer. *Optical metrology for fluids, combustions, and solids*. s.l.: Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [47]. **Eder, A. und Jordan, O.** The Schlieren Technique. [Buchverf.] F. Mayinger und O. Feldmann. *Optical Measurement - Techniques and Applications*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2001. Kapitel 10.
- [48]. **Tauscher, R.** Holographic Interferometry. [Buchverf.] F. Mayinger und O. Feldmann. *Optical Measurement - Techniques and Applications*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2001.
- [49]. **Estruch, D., Lawson, N. J. und Garry, K. P.** Application of optical Measurement techniques to Supersonic and Hypersonic Aerospace Flows. *Journal of Aerospace Engineering*. 2009, Bd. 22, S. 383-395.
- [50]. **Demtröder, W.** *Laserspektroskopie*. 3. Berlin-Heidelberg-Ney York: Springer-Verlag, 1993.
- [51]. **Griem, H. R.** *Principles of Plasma Spectroscopy*. s.l.: Cambridge University Press, 2005.
- [52]. **Schinköth, D.** *Laser-Streu-Diagnostik im Vergleich mit Emissionsspektroskopie an einem Freistrahplasma*. Elektrotechnik und Informationstechnik. Stuttgart: Universität Stuttgart, 2001. Dissertation.
- [53]. **Maurer, G., Vaßen, R. und Stover, D.** Plasma and Particle Temperature Measurements in Thermal Spray Approches and Applications. *Journal of Thermal Spray Technology*. 2011, 20.
- [54]. **Alden, M.;** *Combustion Institute British Section*. [Online] 2008. [Zitat vom: 01. 10 2010.] http://www.combustion.org.uk/ECM_2009/P999504.pdf.

- [55]. **Olofsson, J., et al.** Development of high temporally and spatially (three-dimensional) resolved formaldehyde measurements in combustion environments. *Review of Scientific Instruments*. 2006, 77.
- [56]. **Fincke, J. R., Rodriguez, R. und Pentecost, C. G.** *Coherent anti-Stokes Raman spectroscopic measurement of air entrainment in argon plasma jets*. Idaho Falls: Idaho National Engineering Laboratory EG&G Idaho, Inc, 1990. Spring meeting of the Materials Research Society, San Francisco 16-21.Apr.1990. AC07-76ID01570.
- [57]. **Dibble, R. W., Hollenbach, R. E. und Rambach, G. D.** Temperature measurement in turbulent flames via Rayleigh scattering. *Laser Probes for Combustion Chemistry*. 1980.
- [58]. **Bonnet, J. P., Gresillon, D. und Taran, J. P.** Nonintrusive measurements for high-speed, supersonic and hypersonic flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 1998, 30, S. 231-273.
- [59]. **Dam, N. J., et al.** Imaging of an underexpanded nozzle flow by UV laser Rayleigh scattering. *Experiments in Fluids*. 1998, 24, S. 93-101.
- [60]. **Seasholtz, R. G.** *2D Velocity and Temperature Measurements in High Speed Flows Based on Spectrally Resolved Rayleigh Scattering*. Le Faugue-Mauzac, France: NASA, 1992. Advanced Research Workshop: New Trends in Instrumentation for Hypersonic Research .
- [61]. **Seasholtz, R. G., Bugge, A. E. und Reeder, M. F.** *Instantaneous Flow Measurements in a Supersonic Wind Tunnel using Spectrally Resolved Rayleigh Scattering*. San Diego CA: NASA, 1995. Beitrag. International Symposium of Optical Science, Engineering and Instrumentation .
- [62]. **van Gessel, A. F.H., et al.** *Laser scattering on atmospheric plasmas*. Cancun, Mexico: 29th ICPIG, 2009.
- [63]. **Ötügen, M. V. und Namer, I.** Rayleigh scattering temperature measurements in a plane turbulent air jet at moderate Reynolds numbers. *Experiments in Fluids*. 1988, 6, S. 461-466.
- [64]. **Seasholtz, R. und Panda, J.** *Multiple Point Dynamic Gas Density Measurements Using Molecular Rayleigh Scattering*. Toulouse, France: NASA, 1999. 18th International Congress on Instrumentation in Aerospace Simulation Facilities Conference.
- [65]. **Elliot, G. S., Glumac, N. und Carter, C. D.** Molecular filtered Rayleigh scattering applied to combustion. *Measurements Science and Technology*. 2001, 12, S. 452-466.
- [66]. **Zetterberg, J.** *Development of Laser-Spectroscopic Techniques for New Detection Schemes in Combustion Diagnostics*. Department of Physics. Lund, Schweden: Lund University, 2008. Dissertation.
- [67]. **Clark, N. A.** Inelastic light scattering from density fluctuations in dilute gases. The kinetic-hydrodynamic transition in a monoatomic gas. *Physical Review A*. 1975, Bd. 12, S. 232-244.
- [68]. —. Inelastic light scattering from density fluctuations in dilute gases. II Nonhydrodynamic behaviour of binary gas mixture. 1975, 12, S. 2092-2104.
- [69]. **Seasholtz, R. G. und Panda, J.** Rayleigh scattering for dynamic measurement of velocity and temperature . *AIAA-99-0641*. 1999.
- [70]. **Lange, K. und Löcherer, K.-H.** *Meinke-Gundlach Taschenbuch der Hochfrequenztechnik*. Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag, 1986.
- [71]. **Hutchinson, I. H.** *Principles of Plasma diagnostics*. s.l.: Cambridge University Press, 1987.

- [72]. **Johnson, C. S. und Gabriel, D. A.** *Laser Light Scattering*. New York: Dover Publications, 1994.
- [73]. **Miles, R. B., Lempert, W. R. und Forkey, J. N.** Laser Rayleigh Scattering. *Measurement Science & Technology*. 2001, Bd. 12, S. R33-R51.
- [74]. **Murphy, A. B. und Farmer, A. J.D.** Temperature measurement in thermal plasmas by rayleigh scattering . *Journal of Physics D: Applied Physics*. 1992, S. 634-643.
- [75]. **Wehr, L. R. und Au, J. D.** Light scattering experiments and extended thermodynamics. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*. 1997, Bd. 9, S. 155-163.
- [76]. **Ghaem-Maghani, V. und May, A. D.** Rayleigh-Brillouin spectrum of compressed He, Ne, and Ar. I Scaling. *Physical Review A*. 1980, Bd. 22, S. 692-697.
- [77]. —. Rayleigh-Brillouin spectrum of compressed He, Ne, and Ar. II The hydrodynamic region. *Physical Review A*. 1980, S. 698-705.
- [78]. —. Comparison of the Rayleigh-Brillouin spectrum of compressed He, Ne, and Ar with the generalized Enskog theory. *Physical Review A*. 1980, Bd. 22, S. 1686-1698.
- [79]. **Forkey, J. N., Lempert, W. R. und Miles, R. B.** Accuracy limits for planar measurements of flow field velocity, temperature and pressure using Filtered Rayleigh Scattering. *Experiments in Fluids*. 1998, Bd. 24, S. 151-162.
- [80]. **Bronstein, I. N., et al.** *Taschenbuch der Mathematik*. 5. Frankfurt am Main: verlag Harri Deutsch, 2001.
- [81]. **Gustavsson, J.** *Molecular Velocity distribution in Air*. Term Paper CHM 6461.
- [82]. **Sheffield, J.** *Plasma Scattering of Electromagnetic Radiation*. New York: Academic press, 1975.
- [83]. **Mitchner, M und Kruger, C. H.Jr.** *Partially Ionized Gases*. New York, London, Sydney, Toronto: John Wiley & Sons, 1973.
- [84]. **Nickel, G. H.** Elementary derivation of the Saha equation. *American Journal of Physics*. 1980, Bd. 35, S. 448-450.
- [85]. **Ghosh, K. und Ghosh, G.** The saha ionization equation. *European Journal of Physics*. 1998, 19, S. 7-14.
- [86]. **NIST-Datenbank.** http://physics.nist.gov/PhysRefData/ASD/lines_form.html. [Online] National Institute of Standards and Technology, Februar 2005. [Zitat vom: 26. 10 2010.] http://physics.nist.gov/PhysRefData/ASD/lines_form.html.
- [87]. **Musiol, K., Czernichowski, A. und Chapelle, J.** The influence of the excited states and of the decrease of the ionization energy on the refraction of an Argon plasma. *Physica C: Superconductivity and its Applications*. 1981, Bd. 106, S. 123-129.
- [88]. **Perez, J.Ph.** *Optik*. Berlin: Spectrum-Verlag, 1996.
- [89]. **Richter, J.** *Quantitive Spectroscopy, Plasma Diagnostics*. [Hrsg.] W. Lochte-Holtgreven. Amsterdam: North Holland Publishing Co. S. 296-302.
- [90]. **Hernandez, G.** *Fabry-Perot Interferometers, Cambridge Studies in Modern Optics 3*. s.l.: Cambrifge University Press, 1998.
- [91]. **Vaughn, J. M.** *The Fabry-Perot Interferometer, History, Theory, Practice and Applications*. Bristol: Adam Hilger, 1989.
- [92]. **Wilkich, P. A.** Instrument Function of the Fabry-Perot Spectrometer. *Applied Optics*. 1985, Bd. 24, S. 1502-1511.
- [93]. **Burgess, D. D. und Cooper, J.** An interferometer designed for the detection of small shifts in wavelength of spectral lines emitted by plasmas and for measuring the ration of such shifts to the line width. *Journal of Scientific Instruments*. 1965, Bd. 42, S. 829-833.

- [94]. **Hall, T. A.** Fizeau Interferometer Profiles at Finite Acceptance Angles. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*. 1969, Bd. 2, S. 837-840.
- [95]. **Gupta, R. und Prasad, C. D.** Instrumental broadening caused by the misalignment function in a Fabry-Perot etalon assembly. *Applied Optics*. 1991, Bd. 30, S. 373-375.
- [96]. **Kajava, T. T., Lauranto, H. M. und Salomaa, R. E.E.** Fizeau Interferometer in Spectral Measurements. *Journal of the Optical Society of America B*. 1993, Bd. 10, S. 1980-1989.
- [97]. **Kajava, T. T., Laurento, H. M. und Salomaa, R. E.E.** Interference Pattern of the Fizeau Interferometer. *Journal of the Optical Society of America A*. 1994, Bd. 11, S. 2045-2054.
- [98]. **Xia, G., et al.** Transmitted characteristics for a Gaussian beam passing through a misaligned Fabry-Perot interferometer. *International Journal for Light and Electron Optics*. 2003, Bd. 114, S. 521-524.
- [99]. **Mikhailova, T. P.** Experimental Investigation of the spread function of the fizeau interferometer. *Measurement Techniques*. 1989, Bd. 32, S. 302-303.
- [100]. **Pedrotti, E., et al.** *Optik für Ingenieure*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2005. Kapitel 22.
- [101]. **Ohm, J.-R. und Lüke, H. D.** *Signmalübertragung*. Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag, 2005.
- [102]. **Khashan, M. A.** Analytical determination of Linewidth using the Fabry-Perot Spectrometer. *Physica C*. 1979, Bd. 98, S. 93-99.
- [103]. **Saunders, P. und Kane, D. M.** Calculation of Spectral Linewidth from Measured Fringe Visibility using a Fabry-Perot Interferometer. *Journal of Modern Optics*. 1988, Bd. 35, S. 1801-1812.
- [104]. **Blumrich und F.** *Optische korrelationsbasierte Messtechnik mittels zufälliger Punktmuster*. Stuttgart: Universität Stuttgart, 2009. Dissertation.
- [105]. **Lange, S., et al.** *Optische Messverfahren zur Untersuchung der Driftgeschwindigkeit und Fluktuation einer Einkathodenplasmaquelle*. Chemnitz: Eigenverlag TU-Chemnitz, 2009.
- [106]. **Hornschuch, C.** *Temperatur- und Geschwindigkeitsbestimmung eines Plasmas durch optische Emissivitätsmessung*. Neubiberg: Universität der Bundeswehr München, 2010. Bachelorarbeit.
- [107]. **Westerweel, J.** Fundamentals of digital particle image velocimetry. *Measurement Science and Technology*. 1997, 8, S. 1379-1392.
- [108]. —. *Digital Particle Image Velocimetry - Theory and Application* -. Delft: Delft University Press, 1993. Dissertation.
- [109]. **Adrian, R. J.** Particle-Imaging techniques for experimental fluid mechanics. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 1991, Bd. 23, S. 261-304.
- [110]. **Iglewicz, B.** Robust Scale Estimators and Confidence Intervals for Location. [Buchverf.] D. C. Hoaglin, F. Mosteller und J. W. Turkey. *Understanding robust and explorative data analysis*. s.l. : John Wiley, 1983, 12.
- [111]. **Steinbrecher, R.** *Bildverarbeitung in der Praxis*. 2. Auflage . München: R.Oldenbourg Verlag, 2002.
- [112]. **Surek, D. und Stempin, S.** *Angewandte Strömungsmechanik*. s.l.: B.G. Teubner Verlag, 2007.
- [113]. **Kümmel, W.** *Technische Strömungsmechanik*. s.l.: B.G. Teubner Verlag, 2007.
- [114]. **Dunn, D.** *Thermodynamik im Klartext*. s.l.: Person Studium , 2004.
- [115]. **Windisch, H.** *Thermodynamik*. s.l.: Oldenborg-Verlag, 2001.

Direkte Geschwindigkeitsmessung an schnellen Gasströmungen
durch nichtresonante Lichtstreuung

- [116]. **Rist, D.** *Dynamik realer Gase*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 1996.
- [117]. **Foelsch, K.** The Analytical Design of an Axially Symmetric Laval Nozzle for a Parallel and Uniform Jet. *Journal of the Aeronautical Sciences* , p- 161-166 and 185. 1949, S. 161-166 & 185.
- [118]. **Schwenk, A.** *Entwicklung und Erprobung neuartiger Düsen für das atmosphärische Plasmaspritzen*. [Hrsg.] B. Wielage. Chemnitz: TU-Chemnitz Eigenverlag, 2005. Bd. 20, Dissertation.
- [119]. **Sieber, M.** *Entwicklung einer deLaval'schen Düse zur Verifizierung der direkten Geschwindigkeitsmessung an kalten Gasströmungen*. Neubiberg: Universität der Bundeswehr München, 2010. Diplomarbeit.
- [120]. **Williamson, R. L., et al.** Eintrainment in high-velocity, high-temperature plasma jets. PART II: computational results and comparison to experiment. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2003, 46, S. 4215-4228.
- [121]. **Dzulko, M.** *Entwicklung eines Mehranoden DC-Plasmagenerator "Delta-Gun"*. Neubiberg: Universität der Bundeswehr München, 2007. Dissertation.
- [122]. **Fauchais, P., et al.** Understanding of Suspension DC Plasma Spraying of Finely Structured Coatings for SOFC. *IEEE Transaction on Plasma Science*. 2005, 33, S. 920-930.
- [123]. **Arzimowitsch, L. A.** *Elementare Plasmaphysik*. Berlin: Akademie-Verlag, 1972.