Materialmodelle für Mörtel und Ziegel für die diskrete Modellierung von Mauerwerk unter dynamischen Einwirkungen

Tobias Linse

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieurwesen und Umweltwissenschaften der Universität der Bundeswehr München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktoringenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation.

Promotionsausschuss:

Vorsitzender:	Univ. Prof. DrIng. Michael Brünig
1. Berichterstatter:	Univ. Prof. DrIng. habil. Norbert Gebbeken
2. Berichterstatter:	Univ. Prof. DrIng. DiplWirtschIng. Oliver Fischer
	(Technische Universität München)

Die Dissertation wurde am 28. März 2012 bei der Universität der Bundeswehr München eingereicht und durch die Fakultät für Bauingenieurwesen und Umweltwissenschaften am 25. April 2012 angenommen. Die mündliche Prüfung fand statt am 30. Juli 2012.

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Materialmodellierung von Mörtel und Mauerwerkssteinen unter (hoch-)dynamischen Einwirkungen (Luftstoßwellen, Explosionen, Erdbeben) mit einem diskreten Modellierungsansatz (Mikromodellierung). Für derartige Anwendungsfälle werden zwei neue Materialmodelle vorgestellt, diese werden das Materialmodell von LINSE-GEBBEKEN für Mörtel und das Materialmodell LINSE-GEBBEKEN für Mauerwerkssteine genannt.

Zu Beginn dieser Veröffentlichung werden die Besonderheiten des Verbundmaterials Mauerwerk zusammengestellt, mögliche Modellierungsansätze diskutiert und Modellialmodelle anderer Wissenschaftler dargestellt. Als Grundlage für die zwei neuen Materialmodelle wird eine Materialdatenbasis für Mörtel und Mauerwerkssteine erstellt und mit eigenen Versuchsreihen ergänzt. Die zwei in dieser Arbeit vorgestellten Materialmodelle für Mörtel und Mauerwerkssteine basieren auf Vorarbeiten anderer Wissenschaftler und eigenen Überlegungen. Schwerpunkte sind zum Beispiel die Abbildung der dynamischen Materialeigenschaften (Verzerrungsrateneinfluss / Dehnrateneinfluss), die korrekte Erfassung aller möglichen Spannungszustände und die Abbildung des Nachbruchverhaltens (Restfestigkeiten nach Bruch in Abhänigkeit des Spannungszustandes).

Die zwei neuen Materialmodelle sind geeignet mit numerischen Simulationen das Verhalten von Mauerwerksstrukturen unter (hoch-)dynamischen Lasten detailliert abzubilden. Zum Abschluss der Arbeit werden numerische Simulationen vorgestellt, darunter die Simulation einer Mauerwerkswand, welche durch eine Luftstoßwelle beansprucht wird.

Abstract

This dissertation studies the material modeling of the materials mortar and bricks under (high-) dynamic loadings (blast waves, explosions, earthquakes) with a discrete modeling approach (micro model). For such scenarios two new material models are presented. They are called the LINSE-GEBBEKEN mortar material model and the LINSE-GEBBEKEN brick material model.

At the beginning of the publication, particularities of the composite material masonry are summed up, possible modeling approaches are discussed, and material models published by other authors are described. As a basis for the two new material models, a database with material data for mortar and bricks was prepared and extended with own material tests. The two material models for mortar and for bricks presented in this publication are based on elements of other scientists and extensions due to own considerations. Key aspects are the consideration of dynamic material properties (strain rate dependance), the correct representation of all possible stress states and the representation of the material comportment after fracture (residual strength in dependence of the stress state).

The two new material models are suitable to simulate masonry structures with numerical simulations under (high-)dynamic loadings. At the end of this publication numerical simulations are presented, e.g the simulation of a masonry wall under a blast load.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand zwischen 2008 und 2012 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Mechanik und Statik der Universität der Bundeswehr München. Besonderen Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Norbert Gebbeken, der mir die Möglichkeit gab an seinem Lehrstuhl mitzuarbeiten und mich zu dieser Arbeit ermutigte. Ich danke Herrn Gebbeken für die zahlreichen interessanten Aufgabenstellungen, Diskussionen und Herausforderungen. Ich habe in dieser Zeit sehr viel gelernt, nicht nur in fachlicher sondern auch in persönlicher Hinsicht, hatte Einblick in viele neue Themenbereiche und danke für die Freiheit, die er mir zur Verfügung stellte.

Besten Dank auch an Herrn Prof. Dr.-Ing. Oliver Fischer, der mit dem Materialprüfungsamt der TUM einen Teil der Versuchsserien durchführte, sich als Zweitgutachter zur Verfügung stellte und trotz vielerlei Verpflichtungen zügig das zweite Gutachten verfasste.

Herrn Professor Dr.-Ing. Michael Brünig möchte ich für die zahlreichen fachlichen Diskussionen und Hilfestellungen sowie für die Übernahme des Vorsitzes des Prüfungsausschusses danken.

Vielen Dank auch an meine Kollegen, die mich mit Diskussionen und moralisch kontinuierlich unterstützten. Hierbei ist besonders Herrn Dr.-Ing. Martien Teich, Herrn Dipl.-Ing. Achim Pietzsch und Herrn Dr.-Ing. Thomas Hartmann zu danken. Vielen Dank für zahlreichen Tricks und Kniffe zur Materialmodellierung und zur numerischen Simulationen. Herrn Dr.-Ing. Torsten Döge möchte ich für die Hilfe bei der Korrektur der Arbeit danken. Herrn Dipl.-Ing. Eberhard Pfeiffer, Herrn Dr.-Ing. Martin Larcher, Herrn Dipl.-Ing. Stefan Becker und allen anderen ebenfalls vielen Dank für ihre Unterstützung, die wertvollen Tipps und die Gestaltung der angenehmen Randbedingungen am Institut. Ohne alle diese Kollegen wäre diese Arbeit vermutlich nie abgeschlossen worden. Es war ein angenehmes Arbeitsumfeld in dem ich mich wohlgefühlt habe!

Meiner lieben Frau Christine und meiner Tochter Laura danke ich für die Geduld und die moralische Unterstützung.

Last but not least, möchte ich mich bei meiner Mutter und meinem Vater, für die kontinuierliche und tatkräftige Unterstützung auf meinem gesamten Bildungsweg bedanken, ohne Sie wäre diese Arbeit nie entstanden.

München im Dezember 2012,

Tobias Linse

Inhaltsverzeichnis

		entung		T
	1.1.	Ziel de	r Arbeit	2
	1.2.	Vorgeh	ensweise	2
	1.3.	Eigens	chaften von Mauerwerk	4
		1.3.1.	Mauerwerkstypen	4
		1.3.2.	Vielfältigkeit von Mauerwerkssteinen und deren Ausgangsmaterialien	6
		1.3.3.	Versagensmechanismen von Mauerwerk	6
		1.3.4.	Herausforderungen an die Modellierung	12
	1.4.	Stand	der Forschung	13
		1.4.1.	Modellierung von Mauerwerksstrukturen	14
		1.4.2.	Eigener Beitrag zur Simulation des Verhaltens von Mauerwerk	16
2.	Grun	ndlager		19
	2.1.	Grundl	agen der Kontinuumsmechanik	19
		2.1.1.	Beschreibung von Spannungen und Verzerrungen	20
		2.1.2.	Ermittlung der Hauptspannungen und Hauptspannungsrichtungen	22
		2.1.3.	Spannungsdeviatortensor	24
		2.1.4.	Spannungsräume, Ebenen und Meridiane im Spannungsraum	26
		2.1.5.	Wellen	27
		2.1.6.	Zustandsgleichungen - Equation of State (EOS)	32
	2.2.	Grundl	agen der Berechnungsverfahren	35
		2.2.1.	Implizite und explizite Berechnungsverfahren - Zeitintegrationsverfahren	36
		2.2.2.	Erhaltungsgleichungen	37
		2.2.3.	Räumliche Diskretisierung	39
		2.2.4.	Funktionsweise eines Hydrocodes	41
		2.2.5.	Netzabhängigkeit der Berechnungsergebnisse - Lokalisierung	42
	2.3.	Grundl	agen der Materialmodellierung	44
		2.3.1.	Klassische Festigkeitsmodelle	45
		2.3.2.	Druckabhängige Versagenskriterien	47

	2.3.3.	Kalibrierung von Bruchkriterien, Mehrflächenmodelle	51
	2.3.4.	Fließ- und Versagenskriterien für anisotropes Materialverhalten	55
	2.3.5.	Elastisches, plastisches und schädigendes Materialverhalten	56
	2.3.6.	Fließregel	59
	2.3.7.	Anpassung der Fließfläche zur Erfassung der Ver- und Entfestigung und der	
		Belastungsgeschichte des Materials	60
	2.3.8.	Dynamische Prozesse	62
		2.3.8.1. Verzerrungsraten	63
		2.3.8.2. Dynamische Materialfestigkeiten	64
2.4.	Bestim	nmung von Materialdaten	66
	2.4.1.	Statische Materialtests	66
	2.4.2.	Dynamische Materialtests	71
		2.4.2.1. TAYLOR-Test	71
		2.4.2.2. Split-HOPKINSON-Pressure-Bar (SHPB)	71
		2.4.2.3. Planar-Platten-Impakt-Versuch	74
Eige	enschaft	ten von Mauerwerksmaterialien	77
3.1.	Materi	aleigenschaften von Mauerwerkssteinen	78
	3.1.1.	Normative Regelungen	78
	3.1.2.	Ziegelsteine – gebrannte Tonziegel	80
	3.1.3.	Zusammenstellung von Versuchsdaten von Ziegel	84
	3.1.4.	Lehmsteine	87
	3.1.5.	Kalksandsteine	90
	3.1.6.	Querverformungszahlen für Mauerwerkssteine	91
	3.1.7.	Verzerrungsratenabhängigkeit	92
	3.1.8.	Eigene Versuche an Mauerwerkssteinen	95
		3.1.8.1. Zugversuche	96
		3.1.8.2. Druckversuche	98
		3.1.8.3. Ermittlung der Elastizitätsmoduln der Steine	00
		3.1.8.4. Dynamische Materialtests	01
3.2.	Materi	aleigenschaften von Mörtel	04
	3.2.1.	Anforderungen an und Zusammensetzung von Mörtel	04
	3.2.2.	Zusammenstellung von Versuchsdaten von Mörtel	04
		3.2.2.1. Druckfestigkeit	05
		3.2.2.2. Zugfestigkeit	07
		3.2.2.3. Druck-E-Modul	07
	2.4. Eige 3.1.	 2.3.3. 2.3.4. 2.3.5. 2.3.6. 2.3.7. 2.3.8. 2.4. Bestim 2.4.1. 2.4.2. Eigenschaf 3.1. Materi 3.1.1. 3.1.2. 3.1.3. 3.1.4. 3.1.5. 3.1.6. 3.1.7. 3.1.8. 3.2. Materi 3.2.1. 3.2.2. 	2.3.3. Kalibrierung von Bruchkriterien, Mehrflächenmodelle 1 2.3.4. Fließ- und Versagenskriterien für anisotropes Materialverhalten 1 2.3.5. Elastisches, plastisches und schädigendes Materialverhalten 1 2.3.6. Fließregel 1 2.3.7. Anpassung der Fließfläche zur Erfassung der Ver- und Entfestigung und der Belastungsgeschichte des Materials 1 2.3.8.1. Verzerrungsraten 1 2.3.8.2. Dynamische Materialfestigkeiten 1 2.3.8.1. Verzerrungsraten 1 2.3.8.2. Dynamische Materialfestigkeiten 1 2.4.1. Statische Materialtests 1 2.4.2.1. TAVLOR-Test 1 2.4.2.2. Split-HOPKINSON-Pressure-Bar (SHPB) 1 2.4.2.3. Planar-Platten-Impakt-Versuch 1 Bigenschaften von Mauerwerkssteinen 3 1.1. Normative Regelungen 3 1.2. 3.1.2. Ziegelsteine – gebrannte Tonziegel 3 3.1.3. Zusammenstellung von Versuchsdaten von Ziegel 3 3.1.4. Lehmsteine 3 3.1.5. Kalksandsteine

			3.2.2.4.	Zug-E-Modul	109
			3.2.2.5.	Querverformungszahl	110
			3.2.2.6.	Bruchenergie	112
			3.2.2.7.	$\label{eq:Versuche von Bierwirth} Versuche von Bierwirth \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ $	113
			3.2.2.8.	Verzerrungsratenabhängigkeit von Mörtel	115
			3.2.2.9.	Restfestigkeit	118
	3.3.	Verbur	dverhalte	n zwischen Stein und Mörtel	120
		3.3.1.	Haftzugf	estigkeit	120
		3.3.2.	Scherfest	igkeit und Haftscherfestigkeit	122
4.	Eige	ene Mat	terialmod	elle für Mörtel und Mauerwerkssteine	127
	4.1.	Bekanr	nte Materi	almodelle für Mauerwerk, Ziegel, Keramik und Beton	127
		4.1.1.	Materialr	nodell für Mauerwerk von LOURENÇO	127
		4.1.2.	Materialr	nodell für Keramik von JOHNSON-HOLMQUIST	130
		4.1.3.	Materialr	nodell für Beton von Hartmann-Pietzsch-Gebbeken	132
	4.2.	Eigene	s Material	modell für Mörtel - LG-Modell für Mörtel	136
		4.2.1.	Festigkei	tsmodell	136
		4.2.2.	Abgrenzı	ing elastisches und elastisch-plastisches Materialverhalten	141
		4.2.3.	Abgrenzı	ing elastisch-plastisches und elastisch-plastisch-schädigendes Mater-	
			ialverhalt	en	141
		4.2.4.	Berücksie	chtigung der Verzerrungsratenabhängigkeit	142
			4.2.4.1.	Zugfestigkeitssteigerung	142
			4.2.4.2.	Druckfestigkeitssteigerung	142
		4.2.5.	Schädigu	ngsmodell	143
			4.2.5.1.	Bruchverzerrungen auf dem Druckmeridian	145
			4.2.5.2.	Bruchverzerrungen auf dem Schubmeridian	147
			4.2.5.3.	Anpassung der Materialfestigkeiten durch das Schädigungsmodell .	147
			4.2.5.4.	Beschreibung des hydrostatischen Materialverhaltens	149
	4.3.	Eigene	s Material	modell für Mauerwerkssteine - LG-Modell für Mauerwerkssteine	150
		4.3.1	Festigkei	tsmodell	150
		4.3.2.	Berücksie	chtigung der Verzerrungsratenabhängigkeit	153
			4.3.2.1.	Zugfestigkeitssteigerung	153
			4.3.2.2.	Druckfestigkeitssteigerung	154
		4.3.3.	Zustands	gleichung	156
		4.3.4.	Schädigu	ngsmodell, Anpassung des Festigkeitsmodells nach Materialschädigun	g 156
		4.3.5	Anpassur	ng der Materialsteifigkeiten	157

	4.4.	Zusammenfassung der eigenen Modelle	159
5.	Veri	fizierung und Validierung der Materialmodelle	161
	5.1.	Verifizierung und Validierung der Materialmodelle unter Druck- und Zugbelastung $\ .$	162
	5.2.	Einfluss der Verzerrungsraten	164
	5.3.	Dreiaxiale Spannungszustände	166
	5.4.	Auswirkungen des Zeitschritts	167
	5.5.	Vergleichsberechnung der Zugversuche mit Kerbe	168
	5.6.	Schubversuche an Zwei-Steine-Probekörpern	171
	5.7.	Mehrsteineprobekörper	175
6.	Bere	chnungen einer Mauerwerkswand unter Explosionsbelastung	183
	6.1.	Versuchsbeschreibung	183
	6.2.	Beschreibung der Modellierung	183
	6.3.	Ergebnisvergleich Simulation und Experiment	187
	6.4.	Diskussion - Ausblick	189
7.	Zusa	ammenfassung und Ausblick	191
Α.	Forn	nelsammlung	195
в.	Übe	rlegungen zum Querzugversagen – analytische Modelle	199
C.	Geda	anken zu Makromodellen für Mauerwerk unter dynamischen Belastungen	203
D.	Geda	anken zur Ermittlung einer porösen Zustandsgleichung für Mörtel	207
Ε.	Norr	native Regelungen zu Mauerwerk	211
Lit	eratu	irverzeichnis	i

Symbolverzeichnis

Griechische Symbole

$\beta_{D,m}$	${\sf M\"orteldruckfestigkeit} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots $
$\beta_{D,st}$	${\sf Steindruckfestigkeit} \qquad \qquad [{\sf N}/{\sf mm^2}]$
β_D	Druckfestigkeit
β_{HS}	Haftzugfestigkeit zwischen Stein und Mörtel \ldots \ldots \ldots \ldots $[^{N}/mm^{2}]$
δ	Kronecker-Delta
ε	Verzerrungstensor
ε	Verzerrung
$\varepsilon_{eff,B}$	effektive Verzerrung bei Bruch
ε_{el}	elastische Verzerrung
$\varepsilon_{\it pl}$	plastische Verzerrung
$\varepsilon_{eff,R}$	effektive Verzerrung bei Erreichen der Restfestigkeit [–]
ϕ	Reibungswinkel
λ	Lamésche Konstante
λ	Parameter für Bruchfläche von Ottosen
μ	Lamésche Konstante, entspricht dem Schubmodul $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots [N/mm^2]$
η	Triaxialität des Spannungszustands
ν	Querverformungszahl
θ	$_{ m LODE} ext{-Winkel}$, Winkel zur Beschreibung der Richtung von $ ho$ \ldots [rad.,°]
ρ	${\rm HAIGH}\text{-}{\rm WESTERGAARD}\text{-}{\rm Koordinate \ für \ die \ deviatorische \ Spannung} . [^N/mm^2]$
$ ho_0$	Materialdichte
$ ho_{crush}$	Materialdichte am HUGONIOT-Elastic-Limit <i>p_{HEL}</i> [g/cm³]
$ ho_d$	Trockenrohdichte
$ ho_{ref}$	Referenzdichte des vollständig kompaktierten Materials

σ_{ij}	Spannungen	$\left[N/mm^{2}\right]$
σ	Cauchyscher Spannungstensor	· · [-]
σ_i	Hauptspannungen	$\left[N/mm^{2}\right]$
$\sigma_{Z,Stein}$	Zugfestigkeit des Mauerwerkssteins	$\left[N/mm^{2}\right]$
au	Schubspannung	$\left[N/mm^{2}\right]$
ξ	${\rm Haigh-Westergaard}{\rm -}{\rm Koordinate} \ {\rm für} \ {\rm die} \ {\rm hydrostatische} \ {\rm Spannung}$	$\left[N/mm^{2}\right]$

Lateinische Symbole

<i>a</i> ₀ , <i>a</i> ₁ , <i>a</i> ₂	Parameter Bruchfläche von WILLIAM und WARNKE
<i>b</i> ₀ , <i>b</i> ₁ , <i>b</i> ₂	Parameter Bruchfläche von WILLIAM und WARNKE
С	Elastizitätstensor
С	Kohäsion
cL	Wellengeschwindigkeit der Longitudinalwelle \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots $[m/s]$
c _T	Wellengeschwindigkeit der Transversalwelle
D	Schädigung des Materials
DIF	dynamischer Steigerungsfaktor - dynamic increase factor [–]
E	$Elastizit\"atsmodul~/~E\text{-}Modul~~\dots~~\dots~~\dots~~\dots~~\dots~~(^{N/mm^2})$
f _{bt}	${\sf Steinzugfestigkeit} \qquad \qquad [{\sf N}/{\sf mm^2}]$
f _b	${\sf Steindruckfestigkeit} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots $
f _{Drucker-Prager}	Bruchfläche nach DRUCKER-PRAGER
f _{dyn}	dynamische Festigkeit des Materials
f _{LG, Mauerwerksstein}	Bruchfläche von LINSE und $\operatorname{GEBBEKEN}$ für Mauerwerkssteine
<i>f</i> LG, Mörtel	Bruchfläche von LINSE und $\operatorname{GEBBEKEN}$ für Mörtel
f _{Ottosen}	Bruchfläche nach OTTOSEN
f _R	Restfestigkeit des Materials nach Bruch $[^{N}/_{mm^{2}}]$
f _{stat}	statische Festigkeit des Materials
f _t	Zugfestigkeit des Steins, der Fuge oder des Übergangs Stein-Fuge $\ [^{N}/mm^{2}]$
$g(\sigma_{ij})$	plastische Potential
G _f	Bruchenergie
<i>I</i> ₁ , <i>I</i> ₂ , <i>I</i> ₃	Erste, zweite und dritte Invariante des Spannungstensors
J_1, J_2, J_3	Erste, zweite und dritte Invariante des Spannungsdeviatortensors
<i>k</i> ₁ , <i>k</i> ₂	Parameter für Bruchfläche von Ottosen

p	hydrostatischer Druck \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots $[N/mm^2]$
<i>r</i> ₁ , <i>r</i> ₂	Radius des Zug- bzw. Druckmeridians im Deviatorschnitt
S	Spannungsdeviatortensor
SFK	Druckfestigkeitsklasse des Mauersteins
<i>w</i> _{D1} , <i>w</i> _{D2}	Wichtungsfunktionen für den Druckmeridian
<i>w</i> _{<i>S</i>1} , <i>w</i> _{<i>S</i>2}	Wichtungsfunktionen für den Schubmeridian

1. Einleitung

Weltweit werden verschiedenste Bauwerke in Mauerwerk errichtet. Nicht nur Wohn- und Bürogebäude, sondern auch Kirchen, Kathedralen, Arenen, Kanäle, Staumauern, Brücken, Schleusen und Kuppeln wurden und werden zum Teil immer noch in Mauerwerk erstellt. Mauerwerk ist daher eines der wichtigsten Baumaterialien. Genauso vielfältig wie die Verwendung von Mauerwerk sind die verschiedenen existierenden Mauerwerkstypen. Mauerwerk kann aus Natursteinen, Bruchsteinen, gebrannten oder ungebrannten Ziegeln, Vollziegeln oder Hochlochziegeln und mit oder ohne Fugen erstellt werden. Die vermutlich ältesten Mauerwerksbauten wurden bereits 2600 Jahre v.Chr. in Ägypten errichtet. Die Ausgrabungen in Mykene in Griechenland zeigen Reste einer Hochkultur mit beeindruckenden Mauerwerksbauten aus dem 14. Jahrhundert v. Chr. . Die Römer errichteten, selbst für heutige Maßstäbe, erstaunliche Bauwerke, wie zum Beispiel Arenen (Kolloseum in Rom) oder Aquädukte (Pont du Gard in der Provence) komplett aus Mauerwerk. Im Mittelalter entstanden imposante Kathedralen, wie zum Beispiel die Kathedralen in Chartres oder Strasbourg - ebenfalls komplett aus Mauerwerk. Es werden heute zwar keine derartigen Bauten mehr in Mauerwerk ausgeführt, dennoch spielt der Mauerwerksbau bei Gebäuden mit geringer Bauhöhe immer noch eine bedeutende Rolle. Insbesondere in Ländern, in denen noch sehr einfach und kostengünstig gebaut wird und die Personalkosten niedrig sind, spielt der Mauerwerksbau eine sehr große Rolle.

Der Einfachheit bei der Errichtung steht jedoch eine nicht zu unterschätzende Komplexität bei der Berechnung und der Bemessung von Mauerwerksstrukturen gegenüber. Die ingenieurmäßige Abschätzung des Tragverhaltens von Mauerwerk unter statischen und dynamischen Belastungen ist aufgrund der Vielfältigkeit der möglichen Ausgangsmaterialien, des Aufbaus aus Mörtel und Ziegel (Heterogenität), des unterschiedlichen Verhaltens in verschiedenen Raumrichtungen (Anisotropie), des nichtlinearen Material- und des nichtlinearen Strukturverhaltens keine triviale Aufgabe.

Zahlreiche Wissenschaftler entwickelten bisher Bemessungsverfahren und Berechnungsmethoden für Mauerwerksstrukturen für statische und teilweise auch für dynamische Lastfälle. Meist sind diese Verfahren jedoch nur für bestimmte Einzelfälle anwendbar. Es existieren Bemessungsverfahren für Mauerwerkswände unter vertikalen und horizontalen statischen Lasten, jedoch ist die Abschätzung der Auswirkung eines Stoßes, eines Impakts, einer Erdbebenbelastung oder einer Detonationswelle auf ein Mauerwerksbauteil nach wie vor eine große Herausforderung. Die Notwendigkeit, Mauerwerk unter dynamischen Lasten genauer beschreiben zu können, wird leider immer wieder in Reportagen der Medien deutlich (z.B. Erdbeben in Haiti und Chile 2010, Detonationen aufgrund terroristischer Anschläge, Einsturz eines Wohnhauses nach Gasexplosion in Lüttich im Januar 2010). Bei Erdbeben werden Mauerwerkswände mit derart hohen Lasten beansprucht, dass sie nach Rissbildung versagen und somit komplette Gebäude in sich zusammensinken. Aber auch bei Explosionen und Detonationen, Impakt und Beschuss, die durch Unfälle oder durch Anschläge hervorgerufen werden können, werden Mauerwerkswände kurzzeitig sehr hohen Lasten ausgesetzt. Alle diese Szenarien sind für die Bewohner und Nutzer der Gebäude lebensbedrohlich. Es ist daher notwendig zu erforschen, wie Mauerwerkswände sich unter dynamischen Lasten verhalten und wie dies mittels numerischer Simulationen abgebildet werden kann.

1.1. Ziel der Arbeit

Ziel dieser Arbeit ist es, für numerische Untersuchungen Materialmodelle zu entwickeln, mit denen Mauerwerk unter (hoch-)dynamischen Belastungen abgebildet werden kann. Die Belastungen der Mauerwerkswand sollen hierbei in der Ebene der Wand, aber auch senkrecht dazu wirken können. Der Grundgedanke dieser Arbeit ist, das Material der Mörtelfuge und das Material des Ziegels durch eigenständige Materialmodelle zu beschreiben und in der numerischen Simulation getrennt voneinander zu modellieren. Diese Modellierungsmethode wird als diskrete Modellierung bezeichnet. Sie stellt hohe Anforderungen an die Soft- und Hardware und erfordert verhältnismäßig lange Rechenzeiten. Der große Vorteil ist jedoch, dass auf diese Weise verschiedenste Mauerwerksgeometrien und Zusammensetzungen verschiedenster Mörtel-Stein-Kombinationen simuliert werden können. Außerdem kann das Versagen des Mauerwerks wirklichkeitsnah dargestellt werden. Bei entsprechender Modellierung des Materials ist es möglich, sowohl statische als auch dynamische Lasten und auch das Nachbruchverhalten abzubilden. Dies ist insbesondere für die Erfassung der Auswirkungen von Erdbeben oder Druckwellen aus Explosionen, wie sie bei Unfällen oder Anschlägen entstehen können, von entscheidender Bedeutung. Die in dieser Arbeit vorgestellten Materialmodelle können das Materialverhalten realistischer abbilden, als die bisher existierenden Materialmodelle. Numerische Berechnungen mit den entwickelten und implementierten Materialmodellen können mit entsprechender Software als numerischer Versuchsstand dienen, um aufwändige und teure experimentelle Untersuchungen zu ersetzen.

1.2. Vorgehensweise

Zur Berechnung von Mauerwerk wurden in den letzten Jahrzehnten unzählige Forschungsberichte, Dissertationen, Zeitschriften- und Bücherbeiträge und Normen verfasst. Die Berechnung, oder ge-

nauer gesagt, die Bemessung von Mauerwerk, ist auf Grundlage dieser Dokumente für im Bauwesen gewöhnliche Fragestellungen möglich. Es wurden ebenfalls zahlreiche Untersuchungen angestellt, wie Mauerwerk mittels computergestützter Verfahren untersucht werden kann. In der Regel wurde hierzu die Finite-Elemente-Methode verwendet, mit der u. a. statische und dynamische Fragestellungen behandelt werden können. Parallel dazu und weitgehend unabhängig von diesen Entwicklungen wurden computergestützte Methoden entwickelt, mit denen hochdynamische Phänomene erfasst und simuliert werden können. Zur Entwicklung von Hydrocodes, das sind Berechnungsprogramme zur Beschreibung hochdynamischer Vorgänge, und zur Materialmodellierung in Hydrocodes wurden ebenfalls eine große Anzahl von Publikationen verfasst. Ziel dieser Forschungsarbeit ist es, beides zusammen zubringen. Es handelt sich daher um eine Art Brückenschlag zwischen der klassischen ingenieurmäßigen Berechnung von Mauerwerk und den hochdynamischen Berechnungen mit Hydrocodes. Die Vorgehensweise für diese Forschungsarbeit orientiert sich daher an den Grundlagen, welche zur Berechnung von Mauerwerk und zur Simulation von hochdynamischen Vorgängen geschaffen wurden und erweitert diese derart, dass die Simulation von Mauerwerk unter hochdynamischen Lasten möglich wird. In Kapitel 1.3 werden die für Mauerwerk charakteristischen Eigenschaften zusammengestellt. Daran anschließend wird in Kapitel 1.4 der aktuelle Stand der Forschung detailliert dargestellt. Darauf folgend werden in Kapitel 2 die notwendigen Grundlagen der Kontinuumsmechanik und der Materialmodellierung zusammengefasst. Anschließend folgt die Zusammenstellung der Versuchsdaten in Kapitel 3. Diese Versuchsdaten wurden durch Auswertung und Zusammenstellung von Literaturrecherchen und eigenen Versuchsreihen gewonnen. In Kapitel 4 folgt die Beschreibung der eigenen Modelle, welche auf den in Kapitel 3 zusammengestellten Materialdaten beruhen. Daran anschließend werden die Materialmodelle in Kapitel 5 verifiziert und validiert. In Kapitel 6 wird die Simulation einer Mauerwerkswand unter einer Explosionsbelastung einem realen Versuch gegenübergestellt. Die Zusammenfassung, die Bewertung und der Ausblick sind in Kapitel 7 zu finden.

1.3. Eigenschaften von Mauerwerk

Um den Lesern die Besonderheiten und Vielfältigkeit von Mauerwerk und seinem Verhalten unter verschiedenen Lasten nahe zubringen, werden in diesem Abschnitt die wesentlichen Eigenschaften von Mauerwerk vorgestellt und diskutiert. Anschließend werden die bei der Modellierung von Mauerwerk zu berücksichtigenden Besonderheiten erläutert.

Mauerwerk besteht aus Mauerwerkssteinen und Fugen. Es ist daher ein anisotroper Werkstoff und kann als Verbundwerkstoff bezeichnet werden. Anisotrope Materialien zeigen im Vergleich zu isotropen Materialien besondere Bruchmechanismen. Bei Mauerwerk ist dies auf die unterschiedlichen Materialeigenschaften des Mörtels und des Steins zurückzuführen. Hinzu kommt, dass verschiedene Typen von Mauerwerk existieren und unterschiedlichste Steine und Mörtel verwendet werden, die noch dazu in verschiedenen Anordnungen verbaut werden. In den folgenden Absätzen werden zuerst verschiedene Mauerwerkstypen vorgestellt, anschließend verschiedene Steintypen. Zum Ende dieses Kapitels werden die verschiedenen Bruchmechanismen von Mauerwerk erläutert.

1.3.1. Mauerwerkstypen

Kaum ein anderer Werkstoff des Bauingenieurwesens liegt in einer derartigen Fülle von Variationen wie Mauerwerk vor. Genau genommen kann auch nicht von einem Werkstoff gesprochen werden, sondern es handelt sich um zwei Werkstoffe, die in verschiedenen Kombinationen zur Anwendung kommen. Mauerwerkstypen werden regional sehr unterschiedlich ausgeführt. Das Grundprinzip ist jedoch immer das Selbe: Mauerwerkssteine werden im Verband vermauert, die Fugen werden meist ausgemörtelt und gleichen die Maßtoleranzen aus. Natürlich unterschiedlen sich sowohl das Material der Steine, als auch das Material für die Fugen je nach Anwendung deutlich voneinander. Zwei ganz gegensätzliche Vertreter von Mauerwerkstypen sind in Abbildung 1.1 und in Abbildung 1.2 abgebildet. Das Mauerwerk der Hütte in Südamerika besteht aus getrockneten Lehmsteinen und weist ganz andere mechanische Eigenschaften als das Klinkermauerwerk auf. Auch Natursteinmauerwerk (Abbildung 1.4), die beide ohne Mörtelfuge ausgeführt wurden, unterscheiden sich hinsichtlich der Anordnung, der Abmessungen der Steine und der Gesteinstypen deutlich voneinander. Für weitere Vielfalt des Mauerwerks sorgt die Möglichkeit, die Mauerwerkssteine in verschiedenen Verbänden anzuordnen (Abbildung 1.5).





Abbildung 1.1.: Lehmhütte in Südamerika [38]

Abbildung 1.2.: Mauerwerk aus Klinker [103]



Abbildung 1.3.: Historisches Natursteinmauer- Abbildung 1.4.: Modernes Natursteinmauerwerk werk in Mykene (Griechenland)



Abbildung 1.5.: Verschiedene Mauerwerksverbandstypen [111]

1.3.2. Vielfältigkeit von Mauerwerkssteinen und deren Ausgangsmaterialien

Die Klassifizierung von Mauerwerkssteinen kann erstens anhand der Ausgangsmaterialien und zweitens anhand der Geometrie erfolgen. Typische Ausgangsmaterialien für Mauerwerkssteine sind

- Ton (gebrannt),
- Lehm (ungebrannt),
- Beton,
- Kalksandstein,
- Porenbeton,
- Bruchsteine.

Die Geometrie der Steine kann insbesondere anhand der

- Abmessungen der Steine und der
- Dichte (Vollziegel / Hochlochziegel)

klassifiziert werden. Abbildung 1.6 zeigt Geometrien verschiedener Hochlochziegel. Insbesondere die immer wichtiger werdenden Wärmedämmeigenschaften von Ziegeln führen zu Ziegeln mit immer feiner werdenden Kammern, die teils mit Wärmedämmstoffen verfüllt werden. Diese Vielfalt von Mauerwerkssteinen führt natürlich dazu, dass es schwierig wird, ein allgemein gültiges Modell aufzustellen, mit dem alle diese Mauerwerkstypen abgebildet werden können. Gleichzeitig ist es aber auch wenig sinnvoll, ein Modell zu entwickeln, das nur für einen bestimmten Mauerwerkstyp anwendbar ist. Daher wird ein numerisches Modell entwickelt, das anhand weniger Eingangsparameter schnell auf verschiedene Mauerwerkstypen angepasst werden kann.

1.3.3. Versagensmechanismen von Mauerwerk

Mauerwerk zeigt je nach Belastungskombinationen und Materialkombinationen verschiedenste Versagensmechanismen. Diese werden im Folgenden vorgestellt, weil das Versagen von Mauerwerk für das Verständnis des weiteren Vorgehens in dieser Arbeit von Bedeutung ist. In den Abbildungen 1.7a bis 1.8a sind verschiedene Versagenszustände von Mauerwerk abgebildet.

Schubversagen

Horizontale Aussteifungslasten können ein Schubversagen des Mauerwerks verursachen (Abbildung 1.7a). Bei diesem Versagensmechanismus werden bei geringen Auflasten die aufnehmbaren Schub-



Abbildung 1.6.: Aufsicht auf verschiedene Mauerwerkssteine mit Lochung [111]

kräfte in den Mauerwerksfugen überschritten und das Mauerwerk versagt, indem Risse entstehen, die diagonal über die Mauerwerkswand in den Fugen verlaufen. Bei höheren Auflasten steigen die aufnehmbaren Schubkräfte in den Fugen und die Risse verlaufen je nach Festigkeitsverhältnis der Steine und des Mörtels nicht mehr ausschließlich in den Fugen.

Biegeversagen

Wird eine Mauerwerkswand durch Lasten beansprucht, die senkrecht zur Ebene der Wand wirken, so kann ein Biegeversagen des Mauerwerks auftreten. Die aufnehmbare Belastung hängt in diesem Fall maßgeblich von der vertikalen Auflast ab. In Abbildung 1.7a ist eine Kalksandsteinwand abgebildet, die aufgrund des von außen wirkenden Erddrucks versagt, indem die horizontalen Fugen aufgehen. Bei Belastungen senkrecht zur Wandebene muss nicht zwangsläufig die gesamte Mauerwerkswand versagen. Bei lokal wirkenden Lasten kann ein Durchstanzen beobachtet werden, das dazu führt, dass nur einzelne Steine aus der Wand heraus gedrückt werden.

Querzugversagen

Zu hohe vertikale Auflasten haben Versagensmechnismen wie in Abbildung 1.8a zur Folge. Dieser Versagensmechanismus entsteht dadurch, dass die Fugen, welche einen geringeren E-Modul und eine höhere Querverformungszahl als die Steine aufweisen, sich in ihrer Querrichtung verformen. Der Stein wird daher senkrecht zu seiner Hauptbeanspruchung auf Zug beansprucht. Wird die Zugfestigkeit des Mauerwerkssteins ab einer gewissen Belastung überschritten, so bilden sich Risse in den Steinen, die parallel zur Hauptbeanspruchung verlaufen. Die Abbildung 1.8b stellt den dazugehörenden Spannungszustand in den Steinen und dem Mörtel grafisch dar. Die Folge ist, dass die entstehenden Druckstreben "ausknicken" und das komplette Bauteil versagt. Dieser Versagensmechanismus wird



(a) Schubversagen [151]

(b) Biegeversagen [151]

Abbildung 1.7.: Verschiedene Versagensarten von Mauerwerk

als Querzugversagen bezeichnet und wurde zum Beispiel von PROBST [114] ausführlich untersucht. Das Querzugversagen kann bei Beanspruchung von Mauerwerksscheiben in Scheibenebene und bei Beanspruchungen senkrecht zur Scheibenebene auftreten.

Versagensmechanismen bei Beanspruchung in Scheibenebene

In den bisher diskutierten Abbildungen handelte es sich um Schub-, Biege- und Querzugversagen von Mauerwerksstrukturen. Wird eine Wandscheibe unter Scheibenbeanspruchung detaillierter betrachtet, so sind weitere Versagensmechanismen zu erkennen, die in Abbildung 1.9 skizzenhaft dargestellt sind. Wird die Mauerwerksscheibe horizontal unter Zug belastet, dann versagt sie, indem die Stoßfugen aufgehen, weil die Haftzugfestigkeit überschritten ist, und die Lagerfugen versagen, weil die Schubfestigkeit oder die Haftschubfestigkeit überschritten ist (Abbildung 1.9 links). Natürlich spielt auch bei horizontaler Zugbelastung die vertikale Auflast eine entscheidende Rolle. Je größer die vertikale Auflast ist, umso mehr kann die Lagerfuge an Schubkräften aufnehmen und die Steinzugfestigkeit wird maßgebend für die aufnehmbare Belastung. Handelt es sich um horizontale Belastungen unter Druck, so sind analoge Versagensbilder zu erkennen. Wirken Zugkräfte senkrecht zu den Lagerfugen, so sind auch hier Brüche durch die Fugen und durch die Steine möglich (Abbildung 1.9 Mitte), wobei der Bruch in der Fuge der wahrscheinlichere ist. Bei Druckbelastungen wird in der Regel das bereits vorgestellte Querzugversagen maßgebend. Unter zweiaxialen Belastungen können treppenartige, durch die Fugen verlaufende Rissbilder entstehen, oder über die Wandscheibe diagonal verlaufende Rissbilder, welche durch die Steine verlaufen (Abbildung 1.9 rechts).





(a) Querzugversagen eines Mauerwerkpfeilers (b) Schematische Darstellung der Spannungen in





Abbildung 1.8.: Querzugversagen von Mauerwerk

Abbildung 1.9.: Bruchzustände von Mauerwerk unter Scheibenbeanspruchung

Bruchmodell von GANZ

Um die Traglast von Mauerwerkswänden unter den oben beschriebenen verschiedenen Versagensmechanismen bestimmen zu können, bieten sich experimentelle Versuche an, die anschließend ausgewertet werden und auf deren Basis ein mehrflächiges Versagensmodell erstellt werden kann. Dies wurde von GANZ durchgeführt und dokumentiert. Er untersuchte Mauerwerksscheiben unter zweiaxialen Beanspruchungen experimentell und stellte die Ergebnisse in [53] ausführlich dar. Auf der Basis seiner systematischen experimentellen Untersuchungen entwickelte er Bruchbedingungen für bewehrtes und unbewehrtes Mauerwerk [52]. Mit diesen Bruchbedingungen kann die Traglast von Mauerwerksscheiben unter Normalkraft und Schub bestimmt werden. Die Bruchbedingung ist in Abbildung 1.10 grafisch dargestellt. Die Bruchfläche setzt sich aus verschiedenen Flächen zusammen, die den oben skizzenhaft dargestellten Versagensmechanismen wie folgt zugeordnet werden können:

1	Zugversagen im Stein
П	Druckversagen im Stein
	(Druckfestigkeit im gesamten Querschnitt ausgenützt)
111	Schubversagen im Stein
	(Druckfestigkeit der zweiachsig beanspruchten Querschnittsteile ausgenützt)
IVa	Gleiten entlang der Lagerfugen
IVb	Zugversagen (Trennbruch) in den Lagerfugen



Abbildung 1.10.: Darstellung des Bruchmodells nach Ganz für Mauerwerk mit Zugfestigkeit [52]

GANZ entwickelte weitere Bruchbedingungen, oder anders formuliert, Makromodelle für Mauerwerk unter Beanspruchungen in Scheibenebene, mit und ohne Berücksichtigung der Mauerwerkszugfestigkeit und für bewehrtes Mauerwerk. Diese verfeinerten Modelle werden hier nicht vorgestellt, da nur das prinzipielle Vorgehen zur Erstellung von Makromodellen für Mauerwerk für diese Arbeit von Bedeutung ist.

Versagensmechanismen bei Belastungen senkrecht zur Wandebene

Bei Belastungen, wie zum Beispiel Stößen und Druckwellen, werden Mauerwerkswände senkrecht zu ihrer Ebene belastet. Diese Beanspruchungen der Wand unterscheiden sich deutlich von der Beanspruchung in Scheibenebene. Die Abbildung 1.11 stellt das Verhalten von Mauerwerk unter Biegung dar. Wird das Tragverhalten von Mauerwerk unter Biegung analysiert, so ist festzustellen, dass es, streng genommen, nicht in der Lage ist Biegung aufzunehmen, da die Fugen keine oder nur sehr geringe Zugkräfte aufnehmen können. Im Gegensatz zu klassischen Platten, wie zum Beispiel Stahlbetondecken, tragen Mauerwerkswände Belastungen senkrecht zu ihrer Ebene nicht über Biegung, sondern über Normalkräfte (Gewölbetragwirkung) ab, sofern die Lagerungsbedingungen der Mauerwerkswand dies zulassen. Das Versagen unter derartigen Belastungen zeichnet sich dadurch aus, dass die Fugen auf der, der Belastung gegenüberliegenden, Mauerwerksseite aufgehen und anschließend, bei weiterer Belastungssteigerung, ein Querzugversagen des Druckbogens zu beobachten ist. Die Lagerung der Mauerwerkswand hat auf das Verhalten der Mauerwerkswand entscheidenden Einfluss. Je nachdem wie steif oder wie weich sich das Auflager verhält oder ob die Lasten ein- oder zweiachsig abgetragen werden können, sind unterschiedlichste aufnehmbare Belastungen zu erwarten.



Abbildung 1.11.: Tragverhalten einer Wand aus Mauerwerk unter Beanspruchung senkrecht zur Wandebene

1.3.4. Herausforderungen an die Modellierung

In den vorhergehenden Abschnitten wurden die materialspezifischen Besonderheiten von Mauerwerk erläutert, zur Illustrierung der Aufgabenstellung wurde ein einfaches Materialmodell vorgestellt und die Tragwirkung von Mauerwerk bei Beanspruchung senkrecht zur Wandebene diskutiert. Numerische Simulationen, mit welchen das Verhalten realitätsnah abgebildet werden soll, müssen diese Eigenschaften abbilden können. Nach SCHLEGEL [131] ist für die Qualität der Berechnungsergebnisse entscheidend, dass

- das nichtlineare Materialverhalten konsistent beschrieben wird,
- die Anisotropie bei Steifigkeit und Festigkeit berücksichtigt wird,
- die Versagensmechanismen bzw. Versagensarten adäquat beschrieben werden,
- die Simulation das Nachrissverhalten (Schädigung) abbilden kann,
- die Berechnung am verformten System erfolgt (Berücksichtigung der Theorie II. Ordnung bzw. geometrischer Nichtlinearität),
- die Materialbeschreibung durch möglichst wenig und gut bestimmbare bzw. abschätzbare Parameter erfolgt.

Wie dieses Kapitel zeigt, sind die Herausforderungen bei der Modellierung vielfältig. Im folgenden Kapitel werden die Ansätze anderer wissenschaftlicher Arbeiten und Modellierungsstrategien vorgestellt und diskutiert.

1.4. Stand der Forschung

Die Berechnung von Mauerwerk ist vermutlich schon seit der Errichtung von Kathedralen im Mittelalter Thema von Forschungsarbeiten. Im Jahre 1742 wurden Berechnungen durchgeführt, mit denen Risse in der Mauerwerkskuppel des Peterdoms in Rom analysiert wurden [17, 159]. Bis heute ist eine Fülle von Veröffentlichungen zur Berechnung von Mauerwerk erschienen. Zentrales Thema ist die Bemessung von Mauerwerkswänden für statische Lasten, wie zum Beispiel vertikale Auflasten, horizontalen Aussteifungslasten und Kombinationen daraus. Viele der in der Vergangenheit durchgeführten Forschungsarbeiten bilden Grundlagen für Bemessungsverfahren, die in Mauerwerksnormen aufgenommen wurden.

Wie bereits erwähnt, entwickelte GANZ [52] Bruchbedingungen für Mauerwerk, mit denen die Traglast von Mauerwerkswänden unter Vertikalkraft und Schub beschrieben werden kann. Die anisotrope Festigkeit des Mauerwerks wird durch eine aus mehreren Definitionsbereichen zusammengesetzte Bruchfläche erfasst. Jede Fläche stellt eine Versagensart des Mauerwerks dar, wie z.B. das Zugversagen der Steine, das Druckversagen des Mauerwerks, das Schubversagen der Fuge, etc.. Dieses Bruchmodell wurde von GANZ für Mauerwerkswände unter Scheibenbeanspruchung entwickelt. SEIM [142] griff die Entwicklungen von GANZ auf und entwickelte ein Versagensmodell für die numerische Modellierung zweiachsig beanspruchter Mauerwerksscheiben. Auf Basis dieses Modells ist es möglich, mit der Finite-Elemente-Methode Nachweise der Standsicherheit von Mauerwerksstrukturen zu führen.

SCHLEGEL [134, 135, 136] erweiterte die Modelle von GANZ und SEIM für dreidimensionale Beanspruchungen des Mauerwerks und untersuchte die Standsicherheit diverser historischer Bauten mittels FEM-Berechnungen. Ein prominentes Beispiel hierfür ist die Göltzschtalbrücke, die weltweit größte Ziegelsteinbrücke, die zwischen 1846 und 1851 erbaut wurde und nach wie vor als Eisenbahnbrücke genutzt wird. Im "Mauerwerkskalender 2009" [133] stellt SCHLEGEL die aktuellen Möglichkeiten der numerischen Simulation von Mauerwerk anhand praktischer Beispiele dar. JAGFELD [78] untersuchte das nichtlineare Tragverhalten gemauerter Gewölbe bei großen Auflagerverschiebungen und nutzte hierzu ebenfalls die FEM. Trotz des Trends, Mauerwerk mit Finiten Methoden zu untersuchen, werden nach wie vor analytische Ansätze weiterentwickelt. Ein Beispiel hierfür ist KRANZLER [83], der analytische Bemessungsmodelle aufstellte. Einen umfassenden Überblick über die Forschungsarbeiten und Materialmodelle zu Mauerwerk verfasste ANTOINE [3]. LOURENÇO diskutiert versuchstechnische Fragestellungen und Aspekte zur numerischen Modellierung von Mauerwerk in [94].

Das Verhalten von Mauerwerk unter dynamischen Einwirkungen wurde ebenfalls von einigen Forscherteams experimentell und numerisch untersucht. GILBERT ET AL. [62, 61] untersuchten das Verhalten von Mauerwerksstrukturen unter Impakt mit langsamen Geschwindigkeiten experimentell. RAHMA-NIAN [116] entwickelte numerische Verfahren zur Simulation unter Lasten aus Erdbeben, Stößen und

Luftstoßwellen.

LOURENÇO [93] modelliert Wandscheiben, die in der Ebene mit statischen Lasten belastet werden, in numerischen Simulationen mit einem vereinfachten Mikromodell (Absatz 1.4.1). Die Mörtelfuge wird dabei mit einem eigenen Materialmodell abgebildet, welches auch das Steinversagen beinhaltet. Er wendet hierzu ein DRUCKER-PRAGER-Materialmodell mit einer Kappe zur Beschreibung des Steinversagens und einem Hauptzugkriterium zur Beschreibung des Zugversagens an. Die Festigkeit nach Bruch wird durch ein Schädigungsmodell beschrieben.

Aber auch die Bemessung von Wandscheiben für dynamische Lasten, insbesondere für den Lastfall Erdbeben, wurde in den vergangenen Jahrzehnten intensiv voran getrieben. Ein Beispiel hierfür ist die Dissertation von SCHERMER [130], der auf Basis von Versuchsdaten Bruchmodelle entwickelte.

Es existieren diverse normative Regelungen (DIN - Eurocodes) zur Berechnung von Mauerwerk, zur Prüfung von Mauerwerkssteinen und Mörtel. Ein Überblick über diese Normen ist in Anhang E zu finden. Es wird an dieser Stelle auf die normativen Regelungen nicht weiter eingegangen, da sie für diese Forschungsarbeit nur eine untergeordnete Rolle spielen. Dies liegt vor allem daran, dass die Normen darauf ausgelegt sind, die Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit von Wänden unter statischen Lasten zu bestimmen. Hier soll jedoch eine charakteristische Festigkeit unter statischen und dynamischen Belastungen beschrieben werden. Eine weit auf der sicheren Seite liegende Abschätzung ist für diese Aufgabenstellung nicht zielführend.

1.4.1. Modellierung von Mauerwerksstrukturen

Zur numerischen Modellierung von Mauerwerk existieren verschiedene Methoden. Die Modellierung kann mit Makromodellen oder mit Mikromodellen erfolgen. Bei letzteren wird zwischen detaillierten und vereinfachten Mikromodellen unterschieden. Abbildung 1.12 stellt die möglichen Modellierungsstrategien dar, welche im Folgenden einzeln erläutert werden.

Makromodell

Das inhomogene Material Mauerwerk wird in Makromodellen mittels eines homogenen Ersatzkontinuums abgebildet. Das heißt, dass die Eigenschaften des Ziegels, des Mörtels und der Übergangszone durch ein einziges Materialmodell beschrieben werden. Diese Modelle werden auch als "verschmierte" Materialmodelle bezeichnet, da die Materialeigenschaften der einzelnen Komponenten "verschmiert" erfasst werden.

Vereinfachtes Mikromodell

Bei dieser Modellierung wird die Fuge mit einem Interface-Element beschrieben, wel-

ches die Materialeigenschaften der Mörtelfuge abbildet und gleichzeitig die vorliegenden Festigkeiten zwischen Stein und Mörtelfuge beschreibt. Bei dieser Modellierung hat die Mörtelfuge keine Dicke. Die Abmessungen der Steine werden daher angepasst, um die realen Abmessungen wiedergeben zu können. Die "Distinct-Element-Method", die auch als "Discrete-Element-Method" bezeichnet wird, kurz DEM, gehört zu diesem Typ der Modellierung.

Detailliertes Mikromodell

Bei der Modellierung mit dem detaillierten Mikromodell werden die Mörtelfuge und der Ziegel durch Kontinuumselemente abgebildet und durch eigene Materialmodelle beschrieben. Die Mörtelfuge erhält im numerischen Modell die Abmessungen wie im realen Bauteil. Die Beschreibung des Übergangs zwischen Ziegel und Mörtel erfolgt durch Interface-Elemente, welche die Haftzug- und Haftscherfestigkeit beschreiben.



Abbildung 1.12.: Modellierungsstrategien für Mauerwerk (nach SCHLEGEL)

Im letzten Modell, dem detaillierten Mikromodell, werden der E-Modul, die Querverformungszahl und teilweise auch die inelastischen Eigenschaften des Mörtels abgebildet. Die Interface-Elemente stellen mögliche Versagensebenen dar und können Brüche oder Verschiebungen in der Übergangsschicht zwischen Mörtel und Stein abbilden. Diese Modellierung ermöglicht eine genaue Beschreibung des Verhaltens der einzelnen Versagensmechnismen der Mauerwerkswand, und sie kann auch die Interaktion zwischen Mörtel und Ziegel (Querzugversagen) abbilden.

Im vereinfachten Mikromodell wird jede Fuge, welche aus zwei Übergangsschichten und dem Mörtel besteht, durch ein Interface-Element abgebildet. Diese Beschreibung hat den Vorteil, dass die numerischen Modelle wesentlich handlicher werden. Es geht jedoch bei dieser Vereinfachung die Abbildung der Interaktion zwischen Ziegel und Mörtel verloren, da es mit Interface-Elementen in der Regel nicht möglich ist, die Querverformung des Mörtels zu erfassen. Wie bereits erwähnt, ist die DEM ein Vertreter dieser Modellierungsstrategie. Die einzelnen Mauerwerkssteine werden als einzelne Blöcke betrachtet, die über nichtlineare Federn miteinander interagieren. SARHOSIS ET AL. [129] haben mit der DEM das Versagen von Mauerwerksgewölben untersucht. Der Mörtel zwischen den Fugen wurde dabei mit Federn abgebildet, wobei eine Feder das Verhalten der Fuge unter Schubkräften, die andere das Verhalten unter Normalkräften abbildet. CHETOUANE [34] nützt die DEM auch zur Abbildung granularer Materialien.

Die erste Modellierungsstrategie, die "verschmierte" Modellierung mit Makromodellen, unterscheidet nicht zwischen Steinen und Mörtel, sondern bildet das Mauerwerk durch ein homogenes, in der Regel anisotropes, Material ab. Diese Modellierung ist geeignet, um größere Strukturen abzubilden. Dabei gehen gegenüber den Mikromodellen Informationen insbesondere über das Bruch- und Nachbruchverhalten verloren. Makromodelle sind für Untersuchungen geeignet, bei denen die Abmessungen der einzelnen Mauerwerkssteine im Verhältnis zu der zu untersuchenden Struktur klein sind und die entstehenden Versagensmechanismen nicht detailliert dargestellt werden müssen. Diese Methode hat den Vorteil, dass sie relativ einfach handhabbar ist und mit üblichen FEM-Programmen angewendet werden kann. Ein großer Vorteil ist, dass nicht jeder einzelne Stein und nicht jede einzelne Fuge modelliert werden müssen. Die Arbeiten von SCHLEGEL wurden alle mit Makromodellierungen durchgeführt. Die Makromodellierung kann auch für dynamische Fragestellungen angewendet werden (WEI [160]). Die adäquate Abbildung der Schädigung, des Nachbruchverhaltens und des Verhaltens unter Belastungen senkrecht zur Wand ist derzeit mit einem verschmierten Ansatz (noch) nicht möglich.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass die Modellierungsstrategie je nach Fragestellung zu wählen ist. Detaillierte Mikromodelle sind geeignet, das Bruchverhalten einzelner Wandscheiben zu untersuchen. Sie können das lokale Verhalten und Versagensmechanismen genau erfassen, und können die Grundlage für die Erstellung verschmierter Modelle sein, mit denen komplette Bauwerke, wie zum Beispiel historische Brücken oder Kirchen berechnet werden können. Die Makromodellierung wird in der Regel zur Bemessung von Tragwerken in der Praxis herangezogen, da hier schnelle und möglichst einfache Modelle benötigt werden. Sie ist somit ein Kompromiss zwischen der notwendigen Genauigkeit und Effizienz.

1.4.2. Eigener Beitrag zur Simulation des Verhaltens von Mauerwerk

Ziel dieser Arbeit ist es, einen Beitrag zur Simulation und Berechnung des Mauerwerkverhaltens unter dynamischen Lasten zu leisten. Als dynamische Lasten sollen Belastungen in der Ebene der Wand (z.B. Erdbeben) und Belastungen senkrecht dazu (Stoß, Impakt, Druckwellen) abgebildet werden können. Die Belastungen senkrecht zur Wandebene werden von Mauerwerkswänden überwiegend über Gewölbetragwirkung abgetragen und erzeugen daher in der Wandscheibe Normalkräfte. Eine weitere Anforderung an das Modell ist, dass es für möglichst verschiedene Mauerwerkstypen und Kombinationen aus Mörtel und Steinen anwendbar ist.

Die detaillierte Modellierung des Steines und der Fuge als Mikromodell bietet sich hierfür an. Ein Vorteil ist, dass verschiedenste Steine und Mörtel und deren Einflüsse untersucht und dass die verschiedenen Versagensmechanismen abgebildet werden können. Der Anwendungsbereich ist weit, da ein konsequent entwickeltes Modell für Mauerwerk, welches Belastungen senkrecht zur Mauerwerksscheibe abbilden kann, automatisch auch in der Lage ist, Beanspruchungen in Wandebene abzubilden. Ähnliche Ansätze, allerdings nicht für die Abbildung von dynamischen Belastungen, wurden von BROZONSKY ET AL. [23, 24] vorgestellt.

Die Materialmodelle für Mörtel und Mauerwerkssteine, die bisher zur Anwendung gekommen sind, sind sehr einfache intuitiv gewählte Modelle, die auf wenigen Versuchen basieren und nur die Schubtragfähigkeit der Fuge abbilden können. Für ebene Wandscheiben mit Belastungen in Scheibenebene mag dies ausreichend sein. Werden jedoch höhere Anforderungen an die Berechnungsergebnisse gestellt und sollen komplizierte Belastungen untersucht werden, so sind diese Modelle nicht mehr ausreichend. LOURENGO stellte die Entwicklung der Möglichkeiten der Strukturanalyse, die angewendeten Materialmodelle und die Möglichkeiten der Materialmodellierung für die letzten Jahrzehnte in Abbildung 1.13 dar. Die Abbildung zeigt, dass die Möglichkeiten der Strukturanalyse rasant gestiegen sind, dagegen sind bei den angewendeten Materialmodellen nur "kleine" Fortschritte zu erkennen. Natürlich sind auch die Möglichkeiten der Materialmodellierung gestiegen, doch oft wird noch mit sehr einfachen Modellen gearbeitet. Dies liegt daran, dass jedes Material einzeln untersucht werden muss und hierfür teils umfangreiche experimentelle Untersuchungen erforderlich sind. Deshalb verbleibt noch viel Forschungsbedarf in der Materialmodellierung, denn nur mit guten Materialmodellen kann das Stukturverhalten besser analysiert werden.

Die vorliegende Arbeit widmet sich dieser Fragestellung. Ziel ist es, die Materialbeschreibung der Mauerwerkskomponenten zu überdenken und genauere Ansätze zu entwickeln. Die zentrale Aufgabenstellung dieser Arbeit ist die konsequente Entwicklung von zwei Materialmodellen, eines für den Mauerwerksstein und eines für den Mörtel, mit denen eine möglichst exakte detaillierte Mikromodellierung möglich wird. Besondere Schwerpunkte sind die Abbildung von mehraxialen Spannungszuständen und eine sinnvolle Beschreibung der Versagenszustände, mit den dazugehörigen Steifigkeiten und Restfestigkeiten. Da die Materialmodelle für dynamische Untersuchungen geeignet sein sollen, werden entsprechende Überlegungen zum dynamischen Materialverhalten mit einbezogen. Die Entwicklung dieser Materialmodelle kann sich an Forschungsarbeiten zur Entwicklung von ähnlichen Materialien, wie zum Beispiel Beton [97, 70], orientieren.



Abbildung 1.13.: Entwicklung der Möglichkeiten der Strukturanalyse, der Materialmodellierung und verwendete Materialmodelle in den letzten Jahrzehnten [94]

2. Grundlagen

In diesem Kapitel werden die wichtigsten Grundlagen zusammengefasst, die für die Materialmodellierung nötig sind. Es wird mit der Kontinuumsmechanik begonnen, die zur Beschreibung von Spannungen, Verzerrungen und Spannungszuständen benötigt wird. Anschließend wird auf die Materialmodellierung eingegangen, die auf den Grundlagen der Kontinuumsmechanik aufbaut. Abschließend wird in diesem Kapitel zusammengefasst, wie Versuchsdaten gewonnen werden können, um Materialmodelle aufzustellen. Es können an dieser Stelle nur die wichtigsten Grundlagen zusammengefasst werden. Die Themenfelder sind recht umfangreich, daher wird auf weiterführende Literatur an den entsprechenden Stellen verwiesen.

2.1. Grundlagen der Kontinuumsmechanik

Die Kontinuumsmechanik ist das Teilgebiet der Mechanik, welches sich mit der Beschreibung des Verhaltens von Festkörpern befasst. Die Kontinuumsmechanik ist daher in vielen technischen Disziplinen, nicht nur im Bauingenieurwesen, sondern auch im Maschinenbau, in der Physik, in der Luft- und Raumfahrttechnik von großer Bedeutung. Der Begriff Kontinuumsmechanik geht auf den lateinischen Begriff *Continuum* zurück, der übersetzt das *Zusammenhängende* bedeutet.

Die Aufgabe der Kontinuumsmechnik ist es, das Verhalten von Werkstoffen unter Belastungen zu beschreiben. Dies können Drücke, Gravitationskräfte, Beschleunigungen aber auch Temperaturen sein. Jeder Werkstoff weist einen eigenen Aufbau aus Kristallen, Molekülstrukturen oder Ähnlichem auf (RÖSLER [126]). Zur Beschreibung eines Materials soll hier nicht auf den molekularen Aufbau des Materials zurückgegriffen werden, sondern das Material wird wie ein homogenes "Ersatzkontinuum" behandelt, dessen Eigenschaften durch verschiedene Materialtests erfasst werden. Aufbauend auf diesen Materialtests kann das Materialverhalten mit Hilfe der Kontinuumsmechanik derart beschrieben werden, dass mittels Ingenieurmethoden eine Aussage über das Materialverhalten getroffen werden kann.

Zur Beschreibung von Verzerrungen und Spannungen in einem Material oder Körper wird zunächst ein Zustand definiert, welcher als unverformt oder als Referenzkonfiguration bezeichnet wird. Davon ausgehend wird das Material in seinem aktuellen Zustand beschrieben. Dieser Zustand wird als Momentankonfiguration bezeichnet. Die Verformung wird mit Hilfe des Deformationsgradienten beschrieben, welcher die lokalen Drehungen und Streckungen beschreibt und aus dem Verzerrungen abgeleitet werden. Mit Hilfe von Integralsätzen können Feldgrößen, wie zum Beispiel Kräfte oder Wärmeströme bilanziert und daraus Bilanzgleichungen aufgestellt werden. Ein Beispiel für eine Bilanzgleichung ist das klassische Kräftegleichgewicht. Um eine Beziehung zwischen den Feldgrößen (z.B. Spannungen) und den Verzerrungen aufstellen zu können, ist ein Materialgesetz erforderlich. Dies können sehr einfache Ansätze wie zum Beispiel das HOOKEsche Gesetz sein. Aber für viele Anwendungen, wie auch bei der Modellierung von Mauerwerk, müssen außerdem das plastische Materialverhalten und die Entfestigung nach Bruch des Materials berücksichtigt werden. Als weiterführende Literatur werden die "Standardwerke" von BELYTSCHKO, ROESLER und PARISCH [8, 126, 107] empfohlen.

2.1.1. Beschreibung von Spannungen und Verzerrungen

Die auf das Material wirkende Beanspruchung wird durch den Spannungstensor beschrieben. Es existieren verschiedene Spannungstensoren. Der bekannteste und auch in dieser Arbeit maßgebende Spannungstensor ist der CAUCHY-Spannungstensor. Dieser bezieht sich auf die momentane Konfiguration, die PIOLA-KIRCHHOFFSCHE-Spannungstensoren dagegen auf die Referenzkonfiguration. Letztere sind daher zur Abbildung großer Verformungen geeignet. Für infinitesimal kleine Verformungen sind der CAUCHY- und die PIOLA-KIRCHHOFFSCHEN Spannungstensoren identisch [8]. Lehrbücher, welche die verschiedenen Spannungs- und Verzerrungsbeschreibungen umfassend erläutern, sind von HOLZAPFEL, BONET und WRIGGERS [76, 16, 164] verfasst worden. Obwohl die Materialmodelle, die in dieser Arbeit vorgestellt werden, für große Verformungen ausgelegt sind, ist die Beschreibung von Spannungen mit dem CAUCHY-Spannungstensor hier ausreichend, weil die gewählte explizite Lösungsstrategie das zu lösende Problem in viele kleine Zeitschritte aufteilt und jeder Zeitschritt als Momentankonfiguration betrachtet werden kann. Anders formuliert, die Verformungen zwischen den einzelnen Zeitschritten können als infinitesimal klein betrachtet werden.

Der CAUCHY-Spannungstensor σ setzt sich aus 9 Komponenten zusammen ((2.1)). Aufgrund von Gleichgewichtsbedingungen lässt sich feststellen, dass $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ sein muss (Gleichgewicht der zugeordneten Schubspannungen). Der Spannungstensor ist daher symmetrisch und besteht somit nur aus 6 unabhängigen Komponenten. Die Spannungskomponenten σ_{ii} , welche auf der Diagonalen des Spannungstensors liegen, sind die drei Normalspannungen. Die restlichen Anteile stellen Schubspannungen dar. Es existieren verschiedene Notationen. Die Schubspannungen werden oft auch mit τ bezeichnet (Gleichung (2.1)).

Der Spannungstensor lautet:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{x} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{y} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{z} \end{bmatrix}.$$
(2.1)

Abbildung 2.1.: Darstellungen der Spannungskomponenten des Spannungstensors

Spannungen gehen mit Verzerrungen einher, welche durch den Verzerrungstensor beschrieben werden. Der Verzerrungstensor ε ist genauso wie der Spannungstensor symmetrisch und setzt sich aus 6 unabhängigen Komponenten zusammen:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}.$$
 (2.2)

Durch ein Materialgesetz werden die Spannungen mit den Verzerrungen gekoppelt. Das Materialgesetz wird durch den Elastizitätstensor *C* beschrieben und koppelt den Spannungstensor mit dem Verzerrungstensor:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}.$$
 (2.3)

Im allgemeinen Fall handelt es sich bei dem Elastizitätstensor um einen Tensor 4. Stufe mit 81 unabhängigen Komponenten. Aufgrund der Symmetrie des Spannungs- bzw. Verzerrungstensors weist Steifigkeitsmatrix jedoch nur 21 unabhängige Konstanten auf:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix}.$$
(2.4)

Weisen Materialien in verschiedenen Raumrichtungen gleiches Materialverhalten auf, so kann der Elastizitätstensor weiter vereinfacht werden. Für orthotrope Materialien ergibt sich

$$\begin{vmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{12} \end{vmatrix} .$$

$$(2.5)$$

Für isotrope Materialien vereinfacht sich der Elastizitätstensor derart, dass nur noch zwei unabhängige Materialkennwerte, die so genannten LAMÉschen Konstanten benötigt werden. Die LAMÉschen Konstanten λ und ν sind wie folgt mit dem Elastizitätsmodul *E* bzw. dem Schubmodul *G* und der Querverformungszahl ν gekoppelt:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)},$$
(2.6)

$$\mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$
 (2.7)

Die Steifigkeitsbeziehung lautet dann

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & (1-\nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & (1-\nu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix}$$
(2.8)

bzw.

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\nu \varepsilon_{ij} \tag{2.9}$$

in abgekürzter Notation. Natürlich ist dieses sehr einfache Materialgesetz für den Großteil aller Materialien, wenn überhaupt, nur in einem sehr beschränkten Bereich gültig. Der E-Modul ist nicht konstant, sondern nimmt mit Materialschädigung ab, die Querverformungszahl verändert sich auch je nach Belastungsniveau.

2.1.2. Ermittlung der Hauptspannungen und Hauptspannungsrichtungen

Um die Festigkeit eines Materials beschreiben zu können, wird eine Funktion benötigt, die in Abhängigkeit vom Spannungszustand die Materialfestigkeit beschreibt. Wie oben erläutert, wird der Spannungszustand durch die 3 Normalspannungskomponenten und die 3 Schubspannungskomponenten beschrieben. Da eine Beschreibung anhand dieser 6 Variablen kompliziert ist, wird der Spannungszustand im Hauptspannungssystem beschrieben, in dem nur die 3 Hauptnormalspannungen verbleiben, die üblicherweise mit σ_1 , σ_2 und σ_3 bezeichnet werden. Die Beschreibung wird hierdurch erheblich vereinfacht und bietet sich zur Beschreibung des Spannungszustandes an.

Invarianten des Spannungstensors

Zur Überführung eines Spannungszustandes in sein Hauptspannungssystem, werden drei Spannungsvektoren gesucht, die nur die Normalspanungsanteile enthalten und die aufeinander senkrecht stehen. Zur Berechnung wird wie folgt vorgegangen: Es wird eine Ebene gesucht, auf die nur Normalspannungen wirken. Der Spannungsvektor *n* muss daher parallel zu dem Vektor der Normalen auf die Ebene sein. Dies führt zu einer Bestimmung der Eigenwerte und Eigenvektoren des Spannungstensors, die im Folgenden dargestellt wird:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} = \sigma_H \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}$$
(2.10)

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11}n_1 - \sigma_H n_1 & \sigma_{12}n_2 & \sigma_{13}n_3 \\ \sigma_{21}n_1 & \sigma_{22}n_2 - \sigma_H n_2 & \sigma_{23}n_3 \\ \sigma_{31}n_1 & \sigma_{32}n_2 & \sigma_{33}n_3 - \sigma_H n_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(2.11)

$$\det \begin{bmatrix} \sigma_{11} - \sigma_H & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} - \sigma_H & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} - \sigma_H \end{bmatrix} = 0$$
(2.12)

Dies führt zu folgender Gleichung:

$$-\sigma_H^3 + I_1 \sigma_H^2 + I_2 \sigma_H + I_3 = 0$$
 (2.13)

mit der ersten Invarianten des Spannungstensors

$$l_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \tag{2.14}$$

der zweiten Invarianten des Spannungstensors

$$I_2 = \sigma_{33}\sigma_{11} + \sigma_{33}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{11} - (\sigma_{31}^2 + \sigma_{21}^2 + \sigma_{32}^2)$$
(2.15)

und der dritten Invarianten des Spannungstensors

$$I_3 = \sigma_{11}\sigma_{22}\sigma_{33} - \sigma_{11}\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{13}^2 - \sigma_{33}\sigma_{12}^2 + 2\sigma_{21}\sigma_{32}\sigma_{13}.$$
 (2.16)

Die Beschreibung des Spannungszustandes mittels Hauptspannungen und Invarianten hat sich durchgesetzt, weil sie die einwirkende Spannungskombination bildlich vorstellbar macht und auf diese Weise der Spannungszustand schnell und einfach berechnet und beschrieben werden kann. Wie bereits erwähnt, verschwinden im Hauptachsenssystem die Scheranteile. Der Spannungstensor enthält daher nur noch die drei Diagonalelemente

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$
(2.17)

und die drei Invarianten werden zu

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \tag{2.18}$$

$$I_2 = \sigma_3 \sigma_1 + \sigma_3 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_1 \tag{2.19}$$

$$I_3 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \tag{2.20}$$

berechnet.

2.1.3. Spannungsdeviatortensor

Zur Beschreibung des Materialverhaltens kann der Spannungstensor in einen hydrostatischen und in einen deviatorischen Anteil aufgespalten werden. Der hydrostatische Anteil des Spannungstensors ruft die volumetrische Verformung des Materials hervor, der deviatorische Anteil die Gestaltänderung (Abbildung 2.2).



Abbildung 2.2.: Hydrostatische (links) und deviatorische (rechts) Verformung eines Volumenelementes

Der Druck, bzw. der hydrostatische Anteil kann mit

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3}I_1$$
(2.21)

berechnet werden. Der deviatorische Anteil des Spannungszustandes ergibt sich durch Subtraktion des hydrostatischen Anteils vom Gesamtspannungszustand

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{p}\delta_{ij} \tag{2.22}$$
wobei

s der Spannungsdeviatortensor δ das KRONECKERsymbol

p der hydrostatische Druck

sind. Ausgeschrieben lautet die Gleichung

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} - p \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
 (2.23)

Die Hauptachsenrichtungen des Spannungsdeviatortensors stimmen mit denen des Spannungstensors überein. Dies kann durch die Ermittlung der Eigenwerte von

$$\begin{bmatrix} s_{11} - s & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} - s & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} - s \end{bmatrix}$$
(2.24)

gezeigt werden. Die Berechnung der Determinate führt zu

$$-s^3 + J_1 s^2 + J_2 s + J_3 = 0 (2.25)$$

mit den Invarianten des Spannungsdeviatortensors

$$J_1 = s_{11} + s_{22} + s_{33} \tag{2.26}$$

$$J_2 = -s_{11}s_{33} + s_{31}s_{13} + s_{21}s_{12} - s_{22}s_{33} - s_{11}s_{22} + s_{23}s_{32}$$
(2.27)

$$J_3 = s_{11}s_{22}s_{33} - s_{11}s_{23}s_{32} + s_{21}s_{32}s_{13} - s_{21}s_{12}s_{33} + s_{31}s_{12}s_{23} - s_{31}s_{22}s_{13}.$$
(2.28)

Eine besondere Eigenschaft der ersten Invariante des Spannungsdeviatortensors ist, dass sie immer gleich null ist:

$$J_1 = 0.$$
 (2.29)

Die Invarianten des Spannungsdeviatortensors können auch durch die Invarianten des Spannungstensors ausgedrückt werden:

$$J_2 = \frac{1}{3}(I_1^2 - 3I_2), \tag{2.30}$$

$$J_3 = \frac{1}{27} (2I_1^3 - 9I_1I_2 + 27I_3). \tag{2.31}$$

25

Durch die in den vorhergehenden Absätzen vorgestellten Invarianten des Spannungstensors und des Spannungsdeviatortensors sind die Grundlagen zur Beschreibung von Spannungszuständen im Spannungsraum vorgestellt worden. Eine ausführliche Abhandlung dieser Thematik ist in [33] zu finden. Die grafische Darstellung von Fließ- und Bruchkriterien erfolgt mit Hilfe der Invarianten oft im HAIGH-WESTERGAARD Spannungsraum, der im Folgenden erläutert wird.

2.1.4. Spannungsräume, Ebenen und Meridiane im Spannungsraum

Zur Beschreibung von Spannungszuständen und zur Darstellung von Fließ- und Versagenskriterien existieren verschiedene Spannungsräume. Ein gebräuchlicher Spannungsraum ist der Hauptspannungsraum, dessen Koordinatenachsen σ_1 , σ_2 und σ_3 sind. Ein anderer Spannungsraum ist der HAIGH-WESTERGAARD-Spannungsraum, der im Grunde eine Darstellung in Zylinderkoordinaten ist. Das Bruchkriterium wird hierbei durch ξ , das die Höhe auf der hydrostatischen Achse darstellt, ρ , die Länge des Radius, und den Lodewinkel θ beschrieben. Wird der HAIGH-WESTERGAARD-Spannungsraum im Hauptspannungsraum σ_1 , σ_2 , σ_3 dargestellt, so stellt die Raumdiagonale, die durch $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ beschrieben wird und somit alle hydrostatischen Spannungszustände abbildet, die ξ -Achse des HAIGH-WESTERGAARD-Spannungsraumes dar. In Abbildung 2.3 sind die HAIGH-WESTERGAARD-Koordinaten im Hauptspannungsraum dargestellt.



Abbildung 2.3.: Darstellung der HAIGH-WESTERGAARD-Koordinaten im Hauptspannungsraum

Die Umrechnung von HAIGH-WESTERGAARD-Koordinaten in Hauptspannungen σ_1 , σ_2 , σ_3 erfolgt mit

$$\begin{cases} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{cases} = \begin{cases} p \\ p \\ p \end{cases} + \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{J_2} \begin{cases} \cos(\theta) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) \end{cases} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{cases} \xi \\ \xi \\ \xi \end{cases} + \sqrt{\frac{2}{3}}\rho \begin{cases} \cos(\theta) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) \end{cases}$$
(2.32)

Die drei Koordinaten des zylindrischen Koordinatensystems berechnen sich basierend auf den Invarianten des Spannungs- und Deviatortensors wie folgt:

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot I_1 \tag{2.33}$$

$$\rho = \sqrt{2 \cdot J_2} \tag{2.34}$$

$$\cos(3\theta) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{\frac{3}{2}}} = \frac{27 \det(S)}{2\sigma_{eff}^3}.$$
(2.35)

Zur Beschreibung der Spannungszustände werden häufig Ebenen oder Schnitte durch die Bruchfläche gelegt (vgl. Abbildung 2.4), die im Folgenden erläutert werden sollen. Alle Ebenen, die senkrecht zur hydrostatischen Achse stehen, werden als Deviatorebenen bezeichnet. Der Vektor ξ steht somit ebenfalls senkrecht zur Deviatorebene, der Radius ρ liegt in dieser Ebene. Unter Meridianschnitten oder den Meridianebenen versteht man Schnitte durch die Bruchfläche, welche die hydrostatische Achse enthalten. Die Kurven, welche sich durch den Schnitt der Bruchfläche mit der Meridianebene ergeben werden Meridiane genannt. Insbesondere der Druck- und der Zugmeridian sind für die Materialmodellierung von besonderer Bedeutung. Hierauf wird noch ausführlich in Kapitel 2.3 eingegangen.

2.1.5. Wellen

Zumeist sind den im Bauwesen tätigen Ingenieuren Begriffe wie Wellenausbreitung, Wellenausbreitungsgeschwindigkeit, elastische und plastische Wellen in Verbindung mit Werkstoffen unbekannt. Dies liegt daran, dass bei den überwiegenden technischen Problemstellungen im Bauwesen Wellenausbreitungsphänomene vernachlässigt werden können, da es sich um Belastungen handelt, die langsam auf das Bauwerk einwirken.

Unter hochdynamischen Einwirkungen spielen sich in Baustoffen wie zum Beispiel Beton, Ziegel oder Stahl die gleichen oder ähnliche Phänomene ab, wie zum Beispiel wenn ein Stein in Wasser geworfen wird. Um bei dem Beispiel des Steines, der ins Wasser fällt, zu bleiben: Der "Einschlag" des Steines



Abbildung 2.4.: Dreidimensionale Darstellung der Bruchfläche, der Deviator- und Meridianebene, des Zug- und des Druckmeridians

in die Wasseroberfläche lässt an der Oberfläche Wellen entstehen und ist unter Wasser, zum Beispiel für Taucher oder Meerestiere hörbar. Die Wellen an der Oberfläche breiten sich mit einer gewissen Geschwindigkeit aus, die deutlich langsamer ist als die Geschwindigkeit, mit der sich die Schallwellen unter Wasser ausbreiten. Treffen Oberflächenwellen auf Hindernisse, so werden sie reflektiert. Dabei überlagern sich die reflektierten Wellen mit den einfallenden Wellen. Gleiches gilt für die Schallwellen. Auch bei diesen sind Reflexionen und Überlagerungen zu beobachten. An diesem einfachen alltäglichen Beispiel sind die wichtigsten Eigenschaften von Wellenphänomenen gut zu erkennen:

- Es existieren unterschiedliche Arten von Wellen
- Verschiedene Wellenarten breiten sich unterschiedlich schnell aus
- Wellen werden beim Auftreffen auf andere Materialien reflektiert und transmittiert
- Treffen Wellen gleichen Typs aufeinander, so überlagern sie sich

Diese Wellenphänomene, welche hier anschaulich an dem Beispiel des Steinwurfs ins Wasser dargestellt wurden, sind in gleicher Weise bei Feststoffen zu beobachten. In Feststoffen laufen Wellenausbreitungsphänomene sehr viel schneller und zumeist mit kleineren Amplituden ab, weil Feststoffe wesentlich höhere Elastizitätsmoduln aufweisen. Aufgrund der kleineren Amplituden sind die Wellen nicht ohne technische Hilfsmittel erfassbar. Die verschiedenen Wellentypen werden in Abbildung 2.5 anhand eines Halbraumes grafisch dargestellt. Die Oberflächenwellen werden auch als RAYLEIGH-Wellen, die Längswellen auch als Longitudinalwellen, P-Wellen oder Primärwellen bezeichnet. Die Scherwellen werden auch als Transversalwellen, S-Wellen oder Sekundärwellen bezeichnet.



Abbildung 2.5.: Wellentypen und Wellenausbreitung in einem Halbraum nach MEYERS [101]

Wellen rufen in Materialien Beanspruchungen hervor, wie zum Beispiel positive als auch negative Drücke und Scherkräfte. Wird die Materialfestigkeit von der durchlaufenden Welle überschritten, so zeigt das Material entsprechende plastische Verformungen oder Materialschädigungen. Im Folgenden wird zuerst auf elastische Wellen, welche das Material nicht schädigen, und anschließend auf plastische Wellen und Stoßwellen eingegangen. Nachdem in den folgenden Absätzen nur die wichtigsten Grundlagen dargestellt werden, wird auf die ausführlicheren Darstellungen von Wellenphänomenen in den Werken von MEYERS [101], DE BOER & EHLERS [15] und WHITHAM [162] verwiesen. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Transversalwellen, bei denen die Partikel senkrecht zur Ausbreitungsrichtung schwingen, ist deutlich langsamer als die von Longitudinalwellen. Die unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Wellen können bei der Untersuchung von Erdbeben dazu genutzt werden, durch Messung der Zeitdifferenz des Durchgangs der Longitudinal- und Transversalwellen an mehreren Orten das Epizentrum des Bebens zu bestimmen.

Die Oberflächenwellen werden weiter in LOVE-, RAYLEIGH- und SCHOLTE-Wellen unterteilt. Diese Wellen entstehen durch Brechung von Longitudinal- und Transversalwellen an der Oberfläche. Die LOVE-Wellen sind den Longitudinalwellen zuzuordnen, die RAYLEIGH-Wellen den Transversalwellen. Letztere sind relativ langsam, verfügen aber über eine große Amplitude und sind daher maßgebend für die zerstörerische Wirkung von Erdbeben.

Diese Ausbreitungsgeschwindigkeiten von Longitudinal und Transversalwellen im Kontinuum sind

analytisch bestimmbar. Dagegen existieren für die Ausbreitungsgeschwindigkeiten von Love- und Rayleigh-Wellen nur empirische Ansätze.

Reflexion und Brechung von Wellen

Wenn Wellen auf eine Grenzfläche treffen, dies kann zum Beispiel eine Bauteiloberfläche oder ein Übergang in ein anderes Material sein, so wird die Welle je nach den Materialeigenschaften (Impedanzen) der Materialien teils reflektiert, teils transmittiert und abgelenkt. Dieses Phänomen wird durch das aus der Optik bekannte SNELLIUSSCHE BRECHUNGSGESETZ (auch SNELLIUSSCHES GESETZ, SNELL-GESETZ) beschrieben. Es gilt für alle Wellenarten und wird in Abbildung 2.6 dargestellt.



Abbildung 2.6.: Brechung und Transmission einer Longitudinalwelle als Longitudinal- und Transversalwelle beim Auftreffen auf eine Grenzschicht nach MEYERS [101].

Für die Verhältnisse der Ein- und Ausfallwinkel gilt

$$\frac{\sin(\theta_1)}{c_{1L}} = \frac{\sin(\theta_2)}{c_{1T}} = \frac{\sin(\theta_3)}{c_{1L}} = \frac{\sin(\theta_4)}{c_{2L}} = \frac{\sin(\theta_5)}{c_{2T}}$$
(2.36)

wobei c_{1L} und c_{1T} die Longitudinal- und Transversalwellengeschwindigkeiten des Materials 1 und c_{2L} und c_{2T} entsprechend für Material 2 sind.

Das Brechungsgesetz besagt nur, in welche Richtung die Welle abgelenkt wird, nicht aber, wie groß die Amplituden der transmittierten und reflektierten Wellen sind. Da eine ausführliche Beschreibung der Amplituden für den allgemeinen Fall an dieser Stelle zu weit gehen würde, wird im Folgenden das Beispiel einer senkrecht auf die Grenzschicht treffenden Welle beschrieben. In diesem Fall wird eine Longitudinalwelle lediglich als Longitudinalwelle und eine Transversalwelle als Transversalwelle transmittiert und reflektiert. Trifft die Longitudinalwelle auf ein Material mit höherer Impedanz, so bleibt eine Druckwelle eine Druckwelle und eine Zugwelle eine Zugwelle. Trifft sie dagegen auf ein Material mit geringerer Impedanz, so ändert die Welle ihr Vorzeichen und eine Druckwelle wird als Zugwelle reflektiert. Diese Phänomene sind in MEYERS [101] ausführlich beschrieben.

Das Phänomen, dass eine Druckwelle als Zugwelle reflektiert wird, spielt insbesondere bei Materialien, welche sich unter Druck- und Zugbeanspruchungen unterschiedlich verhalten, eine entscheidende Rolle. Bei Betonplatten unter Kontaktdetonation hat dies zur Folge, dass die als Zugwelle reflektierte Druckwelle die Festigkeit des Betons übertreffen kann und dass daher auf der Bauteilrückseite eine kraterförmige Abplatzung entsteht. Natürlich hängt es von der Amplitude der im Betonbauteil laufenden Welle ab, welche durch die Einwirkung (z.B. Hammerschlag, Ankeraufprall auf Tunneldecken, Impakt von Projektilen oder Explosionen) beeinflusst wird, ob eine Abplatzung auftritt oder nicht.

Plastische Wellen

Es ist bereits erwähnt worden, dass Wellen das Material beanspruchen, bei Überbeanspruchung das Material plastifiziert, sich dadurch die Materialeigenschaften verändern und das Material geschädigt werden kann. In diesem Fall spricht man von plastischen Wellen. Diese haben zur Folge, dass sich die Dichte und der Elastizitätsmodul des Materials ändern, was wiederum Einfluss auf die Wellenausbreitungsgeschwindigkeiten hat. Je nachdem, wie die Spannungs-Verzerrungs-Linie des Materials verläuft, ist die plastische Welle schneller oder langsamer als die elastische Welle. Ist sie schneller, so kann es zu Ausbildung einer Stoßwelle kommen, welche zu extremen Materialbeanspruchungen führen kann.

Stoßwellen

Die Thematik der Stoßwellen ist ein extrem vielseitiger eigener Forschungsbereich, der Spezialwissen erfordert. Für Baustoffe wie Beton, Ziegel und Mörtel ist das Materialverhalten unter plastischen Wellen noch nicht abschließend geklärt, obwohl schon einige Arbeiten in diesem Gebiet erschienen sind [63, 70, 120]. Für metallische Werkstoffe sind die Auswirkungen von Stoßwellen in MEYERS [101] ausführlich dargestellt. Das Verhalten von Wellen in elastisch-viskoplastischen Materialien wird von BOER [15] dargestellt. Eine Zusammenfassung von Theorie, Experiment und Numerik zu Stoßwellen findet sich z. B. in HIERMAIER [72].

Stoßwellen können in allen kompressiblen Materialien (wie Feststoffen, Flüssigkeiten und Gasen) entstehen und sind daher nicht nur in der Mechanik der Feststoffe, sondern auch in der Fluidmechanik (Rohrhydraulik, Überschallflugzeuge) bekannt. Zumeist breiten sich Störungen, die durch äußere Einwirkungen auf Bauteile, Festkörper in Flüssigkeiten oder Flugzeuge in der Luft entstehen, langsamer aus, als die Druckwellen im Medium, die sich mit der Longitudinalwellen- bzw. Schallgeschwindigkeit ausbreiten. In diesem Fall erlaubt dies der Druckwelle, sich in dem Medium zu verteilen. Breitet sich die Störung schneller aus, als die Druckwelle die sie erzeugt, z.B. wie das Überschallflugzeug in der Luft, dann kann das Medium nahe der Störungsquelle nicht schnell genug der Störung auszuweichen. Dies hat zur Folge, dass sich die Zustandsgrößen des Mediums (Dichte, Druck, Temperatur, Partikelgeschwindigkeit) sprunghaft verändern müssen. Eine Stoßwelle ist somit eine Diskontinuität in den Verläufen der Zustandsgrößen. Sobald das Medium die Stoßwellen absorbiert hat, z.B. durch Temperaturerhöhung oder plastische Verformung, klingen Stoßwellen zu Druckwellen ab.

Die Abbildung 2.7 stellt die Zustandsgrößen Druck p, Dichte ρ , innere Energie e und die Partikelgeschwindigkeit u_P sowie die Geschwindigkeit der Stoßwelle u_S schematisch dar. Die Indizes der Zustandsgrößen beschreiben den Zustand vor (0) und nach (1) Durchgang der Stoßwelle.



Abbildung 2.7.: Schematische Darstellung der Zustandsgrößen und der Partikelgeschwindigkeit hinter und vor der Schockfront

An der Stoßfront müssen die sogenanten RANKINE-HUGONIOT-Gleichungen, also die Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie, erfüllt sein .

2.1.6. Zustandsgleichungen - Equation of State (EOS)

Die Zustandsgleichung eines Materials beschreibt den Zusammenhang zwischen drei Zustandsgrößen (z.B. Druck, Dichte und Temperatur bzw. innerer Energie) des Materials. Die Zustandsgleichungen verschiedener Materialien können extrem unterschiedliche Eigenschaften aufweisen. Die Zustandsgleichung von Wasser, beinhaltet die Phasenübergänge (Änderung des Aggregatzustands) von Eis als Feststoff zu Wasser und als Fluid zu Wasserdampf als Gas. Eine andere bekannte Zustandsgleichung ist zum Beispiel die von Gasen. Bei der Beschreibung des Verhaltens von Materialien, wie Mörtel und Ziegel, unter hohen Drücken und dynamischen Belastungen sind ebenfalls Zustandsgleichungen notwendig. In diesem Fall erfüllen sie zwei Aufgaben: Erstens beschreiben sie die Dichte des Materials in Abhängigkeit vom Druck und innerer Energie. Zweitens kann aus der aktuellen Dichte und dem aktuellen Kompressionsmodul die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit bestimmt werden.

Die Erstellung einer vollständigen Zustandsgleichung ist nur mit sehr großem Aufwand zu bewältigen. Hierzu sind viele experimentelle Versuche erforderlich, die, je nach zu untersuchendem Bereich, extrem aufwändig sein können. Es sind daher gewisse Vereinfachungen geläufig, die zum Beispiel den



Abbildung 2.8.: Schematische Darstellung einer Zustandsgleichung

Einfluss der Temperatur (oder der inneren Energie) vernachlässigen. Die Zustandsgleichung, welche grafisch dargestellt eine Fläche im Raum darstellt, wird so auf eine Kurve reduziert, die sogenannte HUGONIOT-Kurve (Abbildung 2.8). Zur experimentellen Bestimmung einer Zustandsgleichung können verschiedene Versuche herangezogen werden. In der Hochdynamik werden hierfür zum Beispiel Planar-Platten-Impakt Versuche (engl. Flyer-Plate-Impact-Test) durchgeführt (Abschnitt 2.4.2.3). Bei einem derartigen Versuch können durch Messung der Partikelgeschwindigkeit auf der Probenrückseite Rückschlüsse auf den Materialzustand während des Versuches gewonnen werden. Ein Flyer-Plate-Impact-Test liefert somit zwei Punkte auf der Fläche der Zustandsgleichung, die durch die sogenannte RAYLEIGH-Gerade verbunden sind. Zur Bestimmung einer Zustandsgleichung sind viele einzelne Versuche erforderlich. Zur Auswertung von Flyer-Plate-Impact-Versuchen ist ein spezielles Expertenwissen erforderlich. Eine Darstellung würde im Rahmen dieser Arbeit zu weit führen. Daher wird auf MEYERS [101] verwiesen. MARSH stellt in [99] eine umfangreiche Datensammlung für Zustandsgleichungen für verschiedene Materialien zusammen, die auf Ergebnissen von Flyer-Plate-Impact-Tests basiert.

Überblick über Zustandsgleichungen

Es existiert eine große Anzahl an Zustandsgleichungen, die für verschiedene Anwendungsgebiete hergeleitet wurden. So existieren unter anderen die sogenannten linearen, polynomialen, Stoß-, TILLOTSONund MIE-GRÜNEISEN-Zustandsgleichungen. Für die hier behandelte Fragestellung spielen diese jedoch keine Rolle und werden daher nicht weiter behandelt. Für detaillierte Beschreibungen wird auf ZUKAS [167] und MEYERS [101] verwiesen.

Die poröse Zustandsgleichung

Poröse Materialien, zu denen zum Beispiel Beton, Mörtel, Ziegel und Kalksandstein zählen, werden üblicher Weise mit der so genannten porösen Zustandsgleichung beschrieben. Abbildung 2.9 zeigt eine poröse HUGONIOT-KURVE für Beton. Nachdem die innere Energie vernachlässigt wird, reduziert sich die poröse EOS zu einer HUGONIOT-KURVE. In der Modellvorstellung eines porösen Materials wird davon ausgegangen, dass das Material mit Poren durchsetzt ist. Die poröse Zustandsgleichung (oder genauer gesagt, die poröse HUGONIOT-KURVE) teilt sich in drei Abschnitte auf: Bei niedrigen Drücken verhält sich das Material elastisch und die Poren bleiben erhalten. Übersteigt der Druck einen gewissen Betrag, so beginnt die Matrix des Materials zu kollabieren und die Poren werden zusammengedrückt. Der dritte Abschnitt ist der Bereich, der das Materialverhalten nach vollständiger Kompaktion der Poren beschreibt. Es wird davon ausgegangen, dass das Material in diesem Bereich pulverisiert ist. Die Grenze, bis zu der sich das Material elastisch verhält, wird als das HUGONIOT-Elastic-Limit (HEL) bezeichnet. Nach BAR-ON ET AL. [6] wird das HEL durch den Beginn des Kollabierens der Poren bestimmt. Sicherlich spielen wesentlich mehr Einflüsse als nur das Kollabieren der Poren für das Kompaktionsverhalten von porösen Materialien eine Rolle. Die Phänomene spielen sich jedoch im kristallinen Bereich ab und sind daher schwer erfassbar.



Abbildung 2.9.: Schematische Darstellung der porösen HUGONIOT-Kurve für Beton [70]

2.2. Grundlagen der Berechnungsverfahren

Die Möglichkeiten, mit numerischen Simulationen statische und dynamische Fragestellungen abzubilden und zu lösen, entwickelten sich in den vergangenen Jahrzehnten rasant. So sind heute Berechnungen von komplexen Strukturen und Optimierungen von Bauteilen möglich, wie sie vor noch nicht all zu langer Zeit unvorstellbar waren.

Heute existieren diverse Verfahren zur Simulation statischer und dynamischer Analysen von Festkörpern und hydrodynamischen Vorgängen. Die Vielfältigkeit der Modellierungsverfahren macht es nicht immer leicht, den Überblick über die zur Anwendung kommenden Methoden zu behalten.

Für statische und dynamische Probleme werden verschiedene Lösungsmethoden verwendet bzw. benötigt. Dies ist zum Teil historisch bedingt, zum Teil sind für einige Fragestellungen verschiedene Methoden geeignet. Mauerwerksstrukturen werden zum Beispiel mit der Finite-Elemente-Methode (FEM), der Distinct-Element-Method (DEM) und mit Hydrocodes untersucht. Ziel dieses Abschnittes ist es, die existierenden Methoden zusammenzufassen, deren Funktionsweise zu skizzieren und die jeweiligen Anwendungsgebiete einzugrenzen.

Alle Problemstellungen des Ingenieurwesens, welche das Verhalten von Feststoffen, Fluiden oder Bauelementen unter äußeren Einwirkungen untersuchen, lassen sich durch Differentialgleichungen beschreiben. Dies gilt für alle statischen und dynamischen Fragestellungen, wie zum Beispiel das Tragverhalten von Stäben, Platten und Scheiben, das Schwingungsverhalten von Stäben und Seilen sowie für die Ausbreitung von Spannungswellen in Fluiden und Feststoffen. In der Regel lassen sich diese zumeist partiellen Differentialgleichungen nicht analytisch lösen und müssen deshalb mit Näherungsmethoden gelöst werden. Das Problem wird hierfür räumlich und zeitlich diskretisiert. Unter räumlicher Diskretisierung wird das Beschreiben oder "Aufteilen" der Struktur in kleine Abschnitte, Elemente oder Partikel verstanden, unter zeitlicher Diskretisierung das Aufteilen in kleine Zeitabschnitte bzw. Berechnungsschritte. Bei statischen Fragestellungen wird in der Regel nur ein Berechnungsschritt benötigt. Bei Nichtlinearitäten, die aus dem Struktur- oder dem Materialverhalten resultieren, werden mehrere Berechnungsschritte notwendig.

Die kleinen "Elemente" oder "Abschnitte" für die räumliche Diskretisierung werden als "Finite Elemente" bezeichnet. Wie die Bezeichnung besagt, handelt es sich um endlich kleine Teilsysteme. Die Diskretisierung kann mit verschiedenen Methoden erfolgen, die aber nicht zwangsläufig "Finite Elemente" im Sinne der Finite-Elemente-Methode sein müssen. Die Diskretisierung kann zum Beispiel auch mit Partikeln oder Finite-Differenzen erfolgen. Bei der Diskretisierung mittels "Finiter-Differenzen" wird die Ableitung an einer Stützstelle durch einen Differenzenquotient beschrieben.

2.2.1. Implizite und explizite Berechnungsverfahren - Zeitintegrationsverfahren

Je nach Anwendungsgebiet haben sich verschiedene Berechnungsverfahren durchgesetzt. Im klassischen Bauingenieurwesen hat sich zur Untersuchung von Tragwerken unter statischen Lasten die Finite Elemente Methode (FEM) mit impliziter Lösung des Gleichungssystems durchgesetzt. Zur Untersuchung von dynamischen Vorgängen werden im Bauingenieurwesen in der Regel ebenfalls implizite Lösungsverfahren verwendet. Dagegen werden zur Simulation von Crashs, wie zum Beispiel in der Automobilindustrie, zumeist explizite Lösungsverfahren genutzt. Grundsätzlich lassen sich Mauerwerksstrukturen mit impliziten oder expliziten Lösungsverfahren (Zeitintegrationsverfahren) berechnen. Der Unterschied der Lösungsverfahren liegt in der Lösung der Bewegungsgleichung. Implizite Verfahren berechnen die Lösung der Bewegungsgleichung im zunächst noch unbekannten Zustand $t + \Delta t$ durch Aufstellen und Lösen des Gleichungssystems

$$M^{t+\Delta t}\ddot{u} + C^{t+\Delta t}\dot{u} + K^{t+\Delta t}u = F_{ext}^{t+\Delta t}.$$
(2.37)

Hierbei ist M die Masse, C die Dämpfung, K die Steifigkeit und F die angreifende Last und u die Verschiebung, bzw. bei mehrdimensionalen Systemen die entsprechenden Matrizen und Vektoren. Explizite Verfahren berechnen die Lösung der Bewegungsgleichung zum bekannten Zeitpunkt t:

$$M^t \ddot{u} + C^t \dot{u} + K^t u = F^t_{ext} \tag{2.38}$$

Eine anschauliche Zusammenstellung der Lösungsstrategien ist in GROSS [64] zu finden. BONET [16] und WRIGGERS [164] verfassten hierzu ausführlichere Abhandlungen.

Beide Verfahren weisen Vor- und Nachteile für die nichtlineare Strukturberechnung auf. Implizite Verfahren lösen für jeden Zeitschritt Gleichung (2.37). Hierzu ist das Aufstellen der Strukturmatrizen (Massenmatrix M, Dämpfungsmatrix C, Steifigkeitsmatrix K) erforderlich. Diese Formulierung bietet vor allem bei Systemen mit geringen Verformungen und weitestgehend linearem Materialverhalten Vorteile, da für diese Aufgabenstellung schnell konvergente Lösungen erzielt werden. Bei der Berechnung von nichtlinearen, dynamischen Vorgängen ergibt sich durch die Abhängigkeit der Steifigkeitsmatrix vom Material- und Strukturverhalten ein Iterationsproblem. Außerdem ist bei pfadabhängigem Materialverhalten eine stufenweise Lastaufbringung (Lastinkrementierung) erforderlich. Starke Nichtlinearitäten oder auftretende Diskontinuitäten erfordern bei impliziten Verfahren eine entsprechend feine Inkrementierung, um eine Konvergenz der Ergebnisse zu erhalten.

Explizite Verfahren berechnen für alle Zeitschritte die Lösung der Bewegungsgleichung für jeden Diskretisierungspunkt entkoppelt, das heißt, die Aufstellung der Matrizen für die Steifigkeit, Dämpfung und Masse entfällt. Da viele kleine Zeitschritte erforderlich sind, deren Dauer durch das COURANT- FRIEDRICHS-LEVY-Kriterium beschränkt werden, sind explizite Verfahren für statische Analysen zumeist deutlich langsamer als implizite Verfahren. Bei nichtlinearen Problemstellungen, bei denen auch bei impliziten Verfahren Zeit- oder Lastschritte erforderlich werden, können bei expliziten Methoden für jeden Zeitschritt alle Variablen, welche zum Beispiel die Materialeigenschaften und die Struktur beschreiben, aktualisiert werden. Dies bedeutet, dass bei expliziten Verfahren, die Berücksichtigung von Nichtlinearitäten zu keinem erhöhten Aufwand führt. Stark nichtlineare Vorgänge, wie zum Beispiel Strukturversagen und Materialversagen, können daher einfacher und stabiler abgebildet werden, ohne dass aufwändige Iterationen erforderlich werden.

Zeitschrittweite

Verfahrensbedingt sind explizite Integrationsverfahren nur dann stabil, wenn die Zeitschrittweite kleiner als der sogenannte kritische Zeitschritt ist. Dieser orientiert sich an der höchsten Eigenfrequenz im System. In Hydrocodes wird die Zeitschrittweite durch das Stabilitätskriterium von COURANT-FIEDRICHS-LEVI (CFL-Kriterium)

$$\Delta t \le \frac{\Delta x}{c} \tag{2.39}$$

begrenzt. Hierbei ist Δt die Zeitschrittweite, c die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit und Δx die kleinste Länge des Elements. Anschaulich bewirkt das Kriterium, dass die Ausbreitung einer Welle oder Störung, die zum Beispiel aus einer äußeren Last resultiert, in einer Struktur sich pro Zeitschritt nicht mehr als die Größe eines Elementes hinwegbewegen darf. Ansonsten kann die Fortpflanzung der Welle nicht abgebildet werden.

Die erforderliche Zeitschrittweite ist bei impliziten Verfahren nicht so klar geregelt wie bei den expliziten Verfahren. Bei statischen Untersuchungen mit linearem Materialverhalten und kleinen Verformungen kann es ausreichend sein, das Problem mit nur einem Rechenschritt zu lösen. Dagegen ist bei Fragestellungen mit großen Verformungen und komplexerem Materialverhalten (geometrische und materialbedingte Nichtlinearitäten) ein inkrementell-iteratives Lösungsverfahren erforderlich. Bei derartigen nichtlinearen Fragestellungen muss der Rechenschritt klein genug sein, um Pfadabhängigkeiten erfassen zu können und somit eine konvergente Lösung zu erzielen.

2.2.2. Erhaltungsgleichungen

Ein entscheidender Unterschied der Ansätze verschiedener Methoden zur Berechnung von hydrodynamischen und strukturellen Fragestellungen ist, welche Erhaltungsgleichungen gelöst werden.

Die Berechnungsprogramme in der Strukturdynamik lösen Kräftegleichgewichtsbedingungen. Das Prinzip der virtuellen Verrückung, aus dem das Gleichgewicht abgeleitet werden kann, entspricht der sogenannten "schwachen" Formulierung des Gleichgewichts (engl.: weak form). Für jedes mit Masse,

	Explizit	Implizit		
Rechenzeit je Zeitschritt	gering	hoch		
Rechenaufwand abhängig von	Anzahl Elemente / Knoten, Integrationspunkte Elementkantenlänge	Knoten bzw. Freiheitsgraden		
Abbildung von Nichtlinearitäten	einfach abzubilden stabile Lösung	Konvergenzprobleme bei starken Nichtlinearitäten		
Anforderung an Arbeits- speicher und Prozessor	relativ gering, Prozessor- geschwindigkeit wichtig	viel Speicher notwendig Berechnung sollte im Arbeitsspeicher erfolgen		
typische Anzahl der Zeitschritte	viele, i. d. R. mehrere 10000	wenige, i. d. R. 1 - 50		
Zeitschrittweite	eingeschränkt durch CFL-Kriterium	unbeschränkt, Eigenfrequenz des Systems beachten		
Elementformulierungen	einfache Elementansätze, teils mit reduzierter Integration	aufwendige Elemente mit mehr Knoten, höherwertige Ansätze		
Lösungsverfahren	i.d.R. zentrales Differenzenverfahren	meistens Newmark Zeitintegration		
Gleichgewicht	zur Zeit <i>t_n</i>	zur Zeit <i>t_{n+1}</i>		
Gleichungssystem	entkoppelte Gleichung, nur Elementmatrizen, nur Massenmatrix invertieren, keine Iterationen notwendig, einfach	Gleichungssystem lösen, Gesamtsteifigkeitsmatrix, Steifigkeitsmatrix invertieren, iterative Lösung, aufwendig		

Tabelle 2.1 ·	Gegenüberstellung	explizite und	implizite	Lösungsverfahren
	Gegenuberstenung	explizite unu	mpnzite	Losungsvenamen

Steifigkeit und Dämpfung belegte Element muss zu jedem Zeitpunkt

$$m\frac{\partial u}{\partial t^2} + c\frac{\partial u}{\partial t} + ku = F$$
(2.40)

gelten. Hierbei ist *m* die Masse, *c* die Dämpfung, *k* die Steifigkeit, *u* die Verformung und *F* die auf das Element wirkende Kraft. Wird ein statisches Problem betrachtet, dann werden die Anteile der Massenträgheitkräfte (D'ALEMBERTSCHE Trägheitskraft) und der Dämpfung null, die Gleichung vereinfacht sich entsprechend. Die "klassische" Finite Elemente-Methode, wie sie für statische und dynamische Berechnungen in den Ingenieurwissenschaften genutzt wird, basiert auf derartigen Grundgleichungen. Ausführliche Darstellungen dieser Thematik ist in den von FISH und BELYTSCHKO [48] oder BATHE [7] verfassten Lehrbüchern ausführlich dargestellt.

Für viele andere Fragestellungen ist jedoch die Betrachtung des Kräftegleichgewichts alleine nicht ausreichend. In der Hydrodynamik oder Hochdynamik müssen neben dem Kräftegleichgewicht auch die Energieerhaltung und die Massenerhaltung berücksichtigt werden. Diese Erhaltungsgleichungen in den verschiedenen Betrachtungsweisen können in [82, 9, 72, 90, 167] nachgelesen werden. Die sogenannten "Hydrocodes", auch "Wave-Propagation-Codes" genannt, lösen diese Erhaltungsgleichungen. Die Bezeichnung Hydrocode ist eventuell etwas verwirrend, da Hydrocodes nicht mehr auf Probleme der Hydrodynamik beschränkt sind. Sie wurden ursprünglich für Probleme der Fluiddynamik, also für Fragestellungen, bei denen die Materialfestigkeit eine untergeordnete Rolle spielt, entwickelt, wurden aber weiterentwickelt und werden inzwischen auch für Impakt-, Crash- und Explosionssimulationen genutzt. Der zentrale Unterschied zwischen der klassischen FEM und den Hydrocodes sind die unterschiedlichen Erhaltungsgleichungen, die gelöst werden. Die Grundlagen zu Hydrocodes werden von BENSON [9] und ANDERSON [82] ausführlich sowie von ZUKAS [167], zwar etwas weniger ausführlich aber dafür anschaulicher, dargestellt.

2.2.3. Räumliche Diskretisierung

Die räumliche Diskretisierung der Aufgabenstellung erfolgt, wie bereits oben erwähnt, durch Elemente mit begrenzter Ausdehnung (Finite Elemente). Es sind zwei grundlegend unterschiedliche Ansätze möglich:

- Die Elemente bleiben ortsfest. Die Knoten der Elemente können nicht verschoben werden und das Material "strömt" durch das Netz aus Elementen. Diese Diskretisierungsmethode wird als EULERsche Betrachtungsweise bezeichnet.
- Das Material ist fest an die Elemente gekoppelt und die Knoten der Elemente werden durch die äußere Einwirkung verschoben. Das Material ist fest an die Elemente geknüpft. Diese Diskretisierungsmethode wird als LAGRANGEsche Betrachtungsweise bezeichnet.

Die EULERsche Betrachtungsweise stammt aus der Fluiddynamik und ist zur Abbildung von Strömungsvorgängen oder zur Berechnung der Ausbreitungen von Luftstoßwellen geeignet. Die LAGRAN-GEsche Betrachtungsweise stammt aus der Strukturmechanik und wird zur Abbildung von Bauwerken, Stäben, Platten, Bauteilen verwendet.

Komplizierter wird die räumliche Diskretisierung bei Strukturen mit großen Verformungen, wie sie zum Beispiel bei Crashsimulationen, Einwirkungen von Explosionen, Impakt auf Bauwerke oder Bauteile auftreten. Die großen Verformungen führen bei LAGRANGEscher Beschreibung zu starken Verformungen des Netzes aus Finite Elementen, was dazu führt, dass aufgrund numerischer Probleme die Berechnung nicht fortgeführt werden kann. Die gängige Notlösung bei derart großen Zellverformungen ist, dass die betroffenen Zellen gelöscht werden, um die Berechnung weiter führen zu können. Dieser Vorgang wird als "Erosion" bezeichnet und ist physikalisch nicht korrekt. Theoretisch können Strukturen, die große Verformungen erfahren, auch mit der EULERschen Betrachtungsweise abgebildet werden. Das Problem hierbei ist, dass es schwierig ist, komplexe Strukturen mit dem für die EULERsche Betrachtungsweise erforderlichen regelmäßigen Netz abzubilden.

Um derartige Probleme zu vermeiden, wurde die sogenannte ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) Formulierung entwickelt, deren Netz nicht wie bei der EULERschen Betrachtungsweise ortsfest ist und auch nicht das Material wie bei der LAGRANGEschen Betrachtungsweise an das FE-Netz geknüpft ist. Die Vorteile beider Betrachtungsweisen werden somit kombiniert. Während der Berechnung kann das Netz nach Bedarf optimiert werden, um große Elementverformungen auszuschließen und den Rand der Struktur gut abbilden zu können. Die ALE Formulierung hebt somit einen Großteil der Einschränkungen der LAGRANGEschen und EULERschen Betrachtungsweisen auf.

Bei einigen Fragestellungen treten derart hohe Verformungen auf, dass auch die ALE Modellierung nicht ausreichend flexibel ist. Noch dazu soll die Modellierung ermöglichen, dass das Material Risse ausbilden kann und nach Laständerungen sich diese Risse auch wieder schließen können. Die Modellierung von Rissen ist, obwohl diese Fragestellung im Stahlbetonbau ein alltägliches Problem ist, nach wie vor mit den verfügbaren FEM-Programmen nicht ohne weiteres möglich. HOFSTETTER zeigt in [75] die Erfordernis und die Vorteile einer genauen Modellierung von Rissen.

Für derartige Problemstellungen eignet sich die SPH-Methode (Smoothed Particle Hydrodynamics). Sie wird unter anderem in der Astrophysik, der Ballistik und bei Tsunami-Berechnungen eingesetzt. Bei dieser Methode wird die Struktur nicht durch ein Netz beschrieben, sondern durch Partikel. Jedem Partikel ist eine Masse zugeordnet. Daher wird diese Methode der LAGRANGEschen Betrachtungsweise zugeordnet. Die einzelnen Partikel interagieren miteinander mittels einer Wichtungsfunktion. Vereinfacht dargestellt beeinflussen sich die Partikel untereinander und der Abstand zueinander bestimmt die Größe des Einflusses. Dieser Abstand wird als "smoothing length" bezeichnet und wird empirisch ermittelt. Diese Modellierung hat den Vorteil, dass auch sehr große Verformungen abgebildet werden können. Da sich die Partikel untereinander lösen können, ist es möglich, Risse abzubilden. Natürlich ist dies ein sehr einfaches Rissmodell, aber immerhin können Bruchstücke entstehen und sich vom Rest der Struktur lösen. Die Grundlagen der SPH-Methode werden von LIU in [90] ausführlich beschrieben. GEBBEKEN ET AL. dokumentieren in [54] Berechnungen zu Beschuss von Stahlbeton mit den vier oben angesprochenen Modellierungsmethoden und diskutieren die Eignung und Konvergenz der Methoden ausführlich.

Eine weitere Methode der netzfreien Modellierung, welche auch die Beschreibung von Rissen ermöglicht, ist das Element freie GALERKIN Verfahren (EFG-Verfahren) [85, 86]. Eine Zusammenstellung verschiedener netzfreier Methoden ist in [90] zu finden. Prinzipiell ist festzuhalten, dass jede dieser Modellierung für bestimmte Anwendungen besonders gut geeignet ist. Es muss daher je nach Anwendungsfall und verfügbaren numerischen Programmen die geeignete Modellierung gewählt werden.

Für die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen wurden LAGRANGE-Netze verwendet. Bei diesen Elementen handelt es sich um lineare 8-Knoten Volumenelemente mit reduzierter Integration. Aufgrund der reduzierten Integration treten bei diesen Elementen keine Shear- und Volumen-Locking Phänomene auf, dagegen neigen sie zu Hourglassing (vgl. Abschnitt 5). Die Vor- und Nachteile dieser einfachen aber sehr verbreiteten Elemente werden von DANIELSON ausführlich diskutiert [37].

Materialmodellierung in expliziten und impliziten FE-Programmen

Der Vergleich von den bei der Materialmodellierung gewählten Herangehensweisen von verschiedenen Autoren [70, 92, 97, 121, 132, 144, 147] zeigt Unterschiede bezüglich der verwendeten Lösungsstrategien auf. Bei Materialmodellen, die für implizite Verfahren entwickelt wurden, fällt auf, dass aus Sicht der Kontinuumsmechanik genauere Formulierungen gewählt und mehr Überlegungen hinsichtlich Stabilitätskriterien getroffen werden. Dies hängt damit zusammen, dass aufgrund der relativ großen Schrittweiten der Berechnungen Konvergenzprobleme auftreten können. Es wird deshalb versucht, Bruchflächen zu entwickeln, die möglichst aus einer Funktion bestehen. Aus mehreren Flächen zusammengesetzte Bruchflächen werden vermieden, statt dessen werden "ausgerundete" Formulierungen entwickelt [147]. Bei der Materialmodellierung für expliziten Lösungsstrategien [121, 70] kommen teilweise Bruchflächen zum Einsatz, die abschnittweise definiert werden. Wegen der sehr kleinen Zeitschritte der Berechnung entstehen hierdurch keine nennenswerten Ungenauigkeiten. Aus den selben Gründen spielt bei expliziten Lösungsstrategien eine genaue Betrachtung der Fließregel eine untergeordnete Rolle. Eine VON MISES-assoziierte Fließregel (bzw. engl.: "radial return") ist daher ausreichend.

2.2.4. Funktionsweise eines Hydrocodes

Die Funktionsweisen aller Hydrocodes, wie zum Beispiel ZEUS, EPIC, AUTODYN oder LS-DYNA sind ähnlich, die Funktionsbeschreibung ist z. B. in den Handbüchern der Programme [30, 2] oder auch in [167] dargestellt.

Um ein strukturmechisches Problem abzubilden, muss in einem ersten Schritt ein Modell generiert werden, das die Geometrie mit Knoten und Elementen oder Partikeln beschreibt. Anschließend müssen den Elementen die Materialeigenschaften zugewiesen werden. Programm intern wird hierbei, bei Lagrange-

2. Grundlagen

Modellierung, die Masse den Elementknoten zugeordnet. Anschließend werden die Randbedingungen wie Festhaltungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen zugewiesen. Bevor die Berechnung gestartet werden kann, müssen noch Abbruchkriterien festgelegt werden, die entweder über die Zeit, die Anzahl der Rechenschritte oder den Energiefehler festgelegt werden. Diese Eingaben, die vor Beginn der Berechnung erforderlich sind, werden als "Pre-processing" bezeichnet. Nach Abschluss des "Pre-processing" kann die eigentliche Berechnung starten. In einem Rechenschritt (Abbildung 2.10) werden immer dieselben Berechnungen durchgeführt: Aus den Knotengeschwindigkeiten werden durch Integration die Knotenverschiebungen ermittelt. Aus den Knotenverschiebungen können die Verzerrungen berechnet werden, hieraus können mit dem Materialgesetz die Spannungen und die Drücke berechnet werden. Diese wiederum bilden die Grundlage um, zusammen mit externen Kräften, die auf die Knoten wirkenden Kräfte zu ermitteln und hieraus auf die Knotenbeschleunigungen zu schließen. Diese Rechenschritte werden so lange wiederholt, bis eines der Abbruchkriterien erreicht wird. Die Zeitschrittweite wird durch das CFL-Kriterium festgelegt (Gleichung 2.39).



Abbildung 2.10.: Schematische Darstellung des Berechnungsablaufes in einem Hydrocode, in Anlehnung an [167, 2]

2.2.5. Netzabhängigkeit der Berechnungsergebnisse - Lokalisierung

Die Diskretisierung eines mechanischen Problems erfolgt in den Finite-Elemente- oder Finite-Differenzen-Programmen durch Elemente, deren Größe vom Nutzer vorgegeben wird. Vergleichsberechnungen mit verschiedenen Netzfeinheiten zeigen, in der Regel Abhängigkeiten der Ergebnisse von dem Netz. Zum Teil können diese sogar deutliche Unterschiede in den Berechnungsergebnissen bewirken [54].

Ein Grund für diese Netzabhängigkeiten liegt in der Verzerrungslokalisierung des Materials bei Versagen. Als Beispiel sollen zwei Zugstäbe dienen, einer aus einem duktilen Material und einer aus einem spröden Material. Vor Versagen des Querschnitts aus dem duktilen Material wird sich eine große "Prozesszone" zeigen, in der das Material plastifiziert. Der Querschnitt aus dem spröden Material wird hingegen keine ausgeprägte "Prozesszone" zeigen, sondern es wird sich lediglich ein Riss ausbilden, es handelt sich somit um eine stark lokalisierte "Prozesszone". Das Verhalten des Materials in der Prozesszone bestimmt das lokale und globale Verhalten des Materials und sollte in der Finite-Elemente-Modellierung abgebildet werden. Ein Lösungsansatz ist, einen materialspezifischen Längenparameter einzuführen, der die Netzabhängigkeit der Lösung beseitigt. Eine ausführliche weiterführende Abhandlung zu diesem Thema wurde von SPRINGMANN [145] verfasst. In einigen kommerziellen Programmen sind derartige Ansätze bereits implementiert und in den dazugehörigen Handbüchern dokumentiert [91].

2.3. Grundlagen der Materialmodellierung

In diesem Kapitel werden die Grundlagen der Materialmodellierung erläutert. Wie in Abschnitt 1.4.2 dargestellt, wird die Modellierung des Mauerwerks als Mikromodell mit isotropen Materialmodellen für Mörtel und Ziegel angestrebt. Im Folgenden wird nur auf die wichtigsten Grundlagen der Materialmodellierung eingegangen und auf weiterführende Literatur verwiesen. Die Grundlagen der Plastizitäts- und Viskoplastizitätstheorie werden zum Beispiel von DE BOER [14] zusammengefasst, aber auch HIERMAIER, GREULICH und RUPPERT [72, 63, 127] behandelten diese Grundlagen ausführlich. Die zu entwickelnden Materialmodelle sollen für (hoch-)dynamische Belastungen, die große Verformungen und Verzerrungen der Struktur hervorrufen können, geeignet sein. Daher werden zuerst die Anforderungen und der Aufbau eines Materialmodells für dynamische Strukturuntersuchungen beschrieben. Die in den folgenden Absätzen diskutierten Eigenschaften sollen den Anwendungsbereich und den Aufbau des Materialmodells für dynamische Untersuchungen und den Unterschied zu verbreiteten Materialmodellen, wie sie für statische Untersuchungen angewendet werden, klären.

Im Allgemeinen ist es die Aufgabe eines Materialmodells, das Verhalten eines Materials unter äußeren Einwirkungen, wie z. B. Belastungen, Temperatur, Feuchtigkeit, Witterung oder Alter, zu beschreiben. Materialmodelle für dynamische Anwendungsfälle beschreiben das Materialverhalten unter schnellen Belastungen, deren Dauer in der Regel wesentlich kürzer als eine Sekunde ist. Diese schnellen Belastungen führen zu hohen Verzerrungsraten im Material, welche eine verzerrungsratenabhängige Änderung der Materialfestigkeit und -steifigkeit mit sich bringt. In den meisten Anwendungsfällen wird das Material weit über seine Bruchverzerrung hinaus beansprucht, so dass es irreversibel geschädigt wird. Wichtig ist bei der Modellierung, dass auch das Nachbruchverhalten adäquat abgebildet werden kann. Das Material wird überwiegend mehraxial beansprucht. Daher wird eine für alle Spannungszustände gültige Materialbeschreibung benötigt. Um die Festigkeit unter Einbeziehung der Verzerrungsraten, der Belastungsgeschichte und mehraxialen Spannungszuständen mit hohem hydrostatischen Anteil beschreiben zu können, werden in Hydrocode-Umgebungen üblicher Weise Materialmodelle verwendet, welche die folgenden Elemente beinhalten:

- Festigkeitsmodell (bestehend aus elastischer Grenzfläche, plastischer Grenzfläche, Bruchfläche, Restfestigkeitsfläche),
- Zustandsgleichung
- Schädigungsmodell
- Verzerrungsratenabhängigkeit

Das Festigkeitsmodell beschreibt die Materialfestigkeit unter deviatorischen Belastungen (Abschnitt 2.1.3). Es beinhaltet eine Beschreibung, bis zu welchem Spannungszustand sich das Material elastisch

verhält, ab wann es plastifiziert, welche Belastungen maximal aufgenommen werden können (Bruchfläche) und wie groß die Restfestigkeit nach dem Bruch ist. Um die Beschreibung der Festigkeit nach dem Bruch abbilden zu können, wird mit Hilfe eines Schädigungsmodells die Restfestigkeitsfläche des Festigkeitsmodells berechnet. Neben der Reduzierung der Festigkeit wird, in Abhängigkeit von der Schädigung, auch der Schubmodul angepasst, um das Verformungsverhalten korrekt beschreiben zu können. Ein weiterer Bestandteil ist eine Funktion, welche die Materialfestigkeit in Abhängigkeit von der Belastungsgeschwindigkeit beschreibt, um die Verzerrungsratenabhängigkeit erfassen zu können. Eine Besonderheit der Hydrocodes ist, dass das Materialmodell zusätzlich zu dem Festigkeitsmodell, welches das Verhalten unter deviatorischen Spannungen beschreibt, über eine Zustandsgleichung (engl. Equation of State, kurz EOS) verfügt, welche das Materialverhalten unter hydrostatischem Druck und somit die Volumenänderung beschreibt. Dies ist notwendig, weil aufgrund der in der Regel sehr hohen Drücke auch das volumetrische Verhalten des Materials beschrieben werden muss, wie zum Beispiel die Kompaktion der Materialporen bei sehr hohen Drücken. Außerdem kann mittels der EOS die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit beschrieben werden, die der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Störung (z.B. äußerer Belastung) entspricht.

2.3.1. Klassische Festigkeitsmodelle

Festigkeitsmodelle beschreiben die experimentell ermittelten Materialfestigkeiten durch mathematische Funktionen. Je nach Anwendungsbereich und Autor werden Festigkeitsmodelle auch als Fließ-, Versagens- oder auch Bruchkriterien bezeichnet. Es existieren diverse Festigkeitsmodelle für verschiedenste Materialien (z. B. Modelle von DRUCKER-PAGER, MOHR-COULOMB, RANKINE, TRESCA oder VON MISES). Verschiedene Materialien weisen verschiedenes Verhalten auf. Daher sind für Metalle andere Festigkeitsmodelle geeignet als für Glas, Beton, Gusswerkstoffe, Keramiken, etc.. Es existieren inzwischen unzählige Festigkeitsmodelle für alle nur denkbaren Materialien. YU erstellte eine ausführliche Zusammenstellung vieler dieser Kriterien [166], die bekanntesten sind auch von CHEN und HAN sehr anschaulich zusammengefasst worden [33].

Ausgangsbasis für Festigkeitsmodelle sind mechanische Hypothesen und experimentelle Versuche. Optimaler Weise stehen einaxiale, zweiaxiale und dreiaxiale Versuche mit verschiedensten Spannungskombinationen unter Druck, Zug und Scherung mit ausreichenden Wiederholungen der Versuche als Basis für die Aufstellung von Materialmodellen zur Verfügung.

Im Folgenden werden zuerst einfache bekannte Festigkeitsmodelle und ihre Hypothesen erläutert. Anschließend werden verfeinerte Formulierungen vorgestellt. Zur Formulierung der aufnehmbaren Belastungen des Materials kann von verschiedenen Hypothesen ausgegangen werden. Drei sehr bekannte Hypothesen sind die

- Normalspannungs-,
- Schubspannungs- und
- Gestaltänderungshypothese.

Bei erster wird davon ausgegangen, dass die Normal-(zug-)spannungen für das Materialversagen maßgebend sind, bei zweiter die Schubspannungen und bei letzterer die Gestaltänderungsarbeit. Diese drei Hypothesen finden sich in drei bekannten Festigkeitsmodellen wieder: Den Versagenskriterien von RANKINE, TRESCA und VON MISES.

Versagenskriterium von RANKINE

Ein sehr einfaches und anschauliches Versagenskriterium ist das Versagenskriterium von RANKINE. Dieses Versagenskriterium bezieht sich auf die Hauptnormalspannungen, wie sie zum Beispiel in einem Zugversuch bestimmt werden können. Fließen oder Versagen tritt nach diesem Kriterium ein, wenn eine Hauptspannung die einaxiale Zugfestigkeit überschreitet. Dieses Kriterium kann für spröde Materialien wie z. B. für Gusswerkstoffe oder Glas angewendet werden. Es ist auch geeignet, das spröde Versagen von Ziegeln unter Zug zu beschreiben. Als Gleichung formuliert, lautet das Kriterium

$$\max(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) - \sigma_t = 0. \tag{2.41}$$

Hierbei sind σ_1 , σ_2 und σ_3 die Hauptspannungen und σ_t die einaxiale Zugfestigkeit des Materials. Die allgemeine Form der RANKINEschen Fließfläche in der Darstellung mit den Invarianten des Spannungstensors und Deviatortensors lautet

$$I_1 + 2 \cdot \sqrt{3 \cdot J_2} \cdot \cos(\theta) - 3\sigma_t = 0 \qquad 0 \le \theta \le \frac{\pi}{3}$$
(2.42)

und sie definiert eine pyramidenförmige Fläche im Spannungsraum. Die Spitze der Pyramide liegt auf der hydrostatischen Achse im Punkt $\xi = \sqrt{3} \cdot \sigma_t$ und in der Deviatorebene bildet die Fläche ein gleichseitiges Dreieck.

Fließkriterium von TRESCA

Das Fließkriterium von TRESCA beruht auf der Annahme, dass das Material zu fließen beginnt, sobald die maximale Schubspannung einen kritischen Wert überschreitet (Schubspannungshypothese). Im Hauptspannungsraum lässt sich das Kriterium wie folgt darstellen:

$$\max\left(\frac{1}{2}|\sigma_1 - \sigma_2|, \frac{1}{2}|\sigma_2 - \sigma_3|, \frac{1}{2}|\sigma_3 - \sigma_1|\right) = k$$
(2.43)

Die Materialkonstante k kann mit einem einaxialen Zugversuch bestimmt werden und ergibt sich zu

$$k = \frac{\sigma_t}{2} \tag{2.44}$$

wobei σ_t der einaxialen Zugfestigkeit entspricht. Mit Invarianten dargestellt lautet das Kriterium

$$2 \cdot \sqrt{J_2} \cdot \sin(\theta + \frac{\pi}{3}) - \sigma_t = 0 \qquad 0 \le \theta \le \frac{\pi}{3}.$$
(2.45)

Das Fließkriterium von TRESCA kann zum Beispiel zum Nachweis von Schweißnähten verwendet werden.

Fließkriterium von VON MISES

Das Fließkriterium von VON MISES beruht auf der Gestaltänderungshypothese bzw. der Gestaltänderungsarbeit. Es wird angenommen, dass das Material versagt, sobald eine kritische Energie der Schubverformungen überschritten wird. Die Gestaltänderungarbeit ist proportional zu der zweiten Invariante des Spannungsdeviatortensors J_2 . Das Fließkriterium lautet daher

$$\sqrt{J_2} - \sigma_t = 0 \tag{2.46}$$

oder in Form der Hauptspannungen dargestellt,

$$\sqrt{1/6 (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 1/6 (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + 1/6 (\sigma_3 - \sigma_1)^2} - \sigma_t = 0.$$
 (2.47)

Im Deviatorschnitt ist das VON MISES Kriterium als Kreis zu erkennen. Im Hauptspannungsraum stellt diese Funktion einen Zylindermantel dar, dessen Achse der hydrostatischen Achse entspricht. Das Materialverhalten ist bei diesem Kriterium, genauso wie das Kriterium von TRESCA, unabhängig von der hydrostatischen Beanspruchung. Das Kriterium ist geeignet zur Abbildung der Beanspruchbarkeit von metallischen Werkstoffen.

2.3.2. Druckabhängige Versagenskriterien

Viele Materialien, wie zum Beispiel Sand, Beton oder Keramiken, weisen eine deutliche Abhängigkeit des Bruchkriteriums von den hydrostatischen Spannungen auf, da die Festigkeit dieser Materialien durch die innere Reibung beeinflusst wird. Da bei diesen Materialien in der Regel kein Fließen beobachtet werden kann, spricht man bei diesen Materialien statt von Fließbedingungen von Versagensoder Bruchkriterien.

Bruchkriterium von MOHR-COULOMB

Das MOHR-COULOMB-Bruchkriterium stellt eine Erweiterung des Kriteriums von TRESCA dar. Grundidee ist, dass die aufnehmbare Schubspannung abhängig von der in dem Punkt wirkenden Spannung ist. Die Fomulierung, die COULOMB 1776 veröffentlichte, lautet

$$|\tau| = c - \sigma \cdot \tan\phi \tag{2.48}$$



Abbildung 2.11.: Darstellung verschiedener Bruchflächen im Meridian- und Deviatorschnitt [33]

wobei c die Kohäsion und ϕ der Reibungswinkel des Materials ist. Angenommen, der Reibungswinkel ist null, dann geht obige Gleichung in das Festigkeitsmodell von TRESCA über. Die Darstellung des MOHR-COULOMB-Kriteriums in Abhängigkeit von Invarianten I_1 , J_2 und dem Lodewinkel θ lautet

$$f(I_1, J_2, \theta) = \frac{1}{3}I_1 \sin \phi + \sqrt{J_2} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{J_2}{\sqrt{3}} \cos \left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \sin(\phi) - c \cos(\phi) = 0.$$
(2.49)

Die komplette Herleitung ist in [33] dargestellt. Die Bruchfläche hat im dreidimensionalen Spannungsraum die Form einer sechsseitigen Pyramide, deren Grundfläche ein ungleiches Sechseck ist (Abbildung 2.11).

Versagenskriterium von DRUCKER-PRAGER

Im Spannungsraum ähnelt das Bruchkriterium von DRUCKER-PRAGER dem von MOHR-COULOMB. Es hat die Form eines Kegels und stellt die Einhüllende für das MOHR-COULOMB-Kriterium dar. Das Kriterium von DRUCKER-PRAGER ist eine Erweiterung des Modells von VON MISES, in das zusätzlich die Abhängigkeit von der ersten Invarianten *I*₁ eingeführt wurde. Dies hat zur Folge, dass mit zunehmenden Drücken sich der Kegel aufweitet. Das Bruchkriterium lautet

$$f(I_1, J_2) = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0.$$
(2.50)

Allgemeine Darstellungen von Bruchflächen nach PARISEAU

Nach PARISEAU [108] lassen sich viele Fließflächen allgemein durch

$$|J_2|^{\frac{1}{2}n} = A \cdot I_1 + B \tag{2.51}$$

darstellen, wobei A, B, n Materialkonstanten sind. Je nachdem wie diese Materialkonstanten gewählt werden, können verschiedene Formen der Bruchflächen erzeugt werden. Die Deviatorschnitte der so erzeugten Funktionen sind stets Kreise. Die Verläufe der Meridiane können konstant, linear oder z.B. parabolisch gewählt werden. Für n = 1 und A = 0 geht das Kriterium in das von VON MISES über, für n = 1 und $A = \alpha$ entspricht es dem von DRUCKER-PRAGER. Je nach Wahl der Funktion lassen sich verschiedene Bruchflächen mit mehr oder weniger steilen Öffnungswinkeln erzeugen.

Bei den bisher vorgestellten Kriterien wies der Großteil der Bruchflächen im Deviatorschnitt Kreise auf. Lediglich das RANKINE-, MOHR-COULOMB- und das TRESCA-Kriterium weisen im Deviatorschnitt sechseckige bzw. dreieckige Formen auf. Bruchkriterien, die im Deviatorschnitt als Kreise erscheinen, sind unabhängig von dem Lodewinkel θ , bzw. der 3. Invarianten des Spannungsdeviatortensors J_3 . Wird das Materialmodell unabhängig von J_3 formuliert, so können gewisse dreidimensionale Spannungszustände bei gewissen Materialien nicht genau erfasst werden. Es wird somit auch nicht zwischen Druckmeridian ($\theta = 60^\circ$), Schubmeridian ($\theta = 30^\circ$) und Zugmeridian ($\theta = 0^\circ$) unterschieden.

Bruchkriterium von OTTOSEN

OTTOSEN veröffentlichte 1977 [105] sein Bruchkriterium

$$f(I_1, J_2, \theta) = aJ_2 + \lambda\sqrt{J_2} + bI_1 - 1 = 0$$
(2.52)

mit

$$\lambda = \begin{cases} k_1 \cos\left(\frac{1}{3} \arccos\left(k_2 \cos(3\theta)\right)\right) & \cos(3\theta) \ge 0\\ k_1 \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \arccos\left(-k_2 \cos(3\theta)\right)\right) & \cos(3\theta) < 0 \end{cases}$$
(2.53)

zur Abbildung der Bruchfläche von Beton. Die Gleichungen (2.52) und (2.53) beschreiben im Spannungsraum eine Bruchfläche mit gekrümmten Meridianen. Die Meridiane verlaufen parabelförmig und sind konvex wenn a > 0 und b > 0 sind. Im Deviatorschnitt ist die Bruchfläche als konvexes "gerundetes" Dreieck zu erkennen (Abbildung 2.11). Für zunehmende hydrostatische Drücke geht das Dreieck von nahezu eckiger Form in einen Kreis über.

Für a = b = 0 und $\lambda = const.$ geht das Bruchkriterium von OTTOSEN in das Bruchkriterium von VON MISES über, für a = 0 und $\lambda = const.$ entspricht es dem Modell von DRUCKER-PRAGER. Die Parameter a, b, k_1 und k_2 können mit einem einaxialen Druck, einem einaxialen Zug und jeweils einem zwei- und dreiaxialen Versuch bestimmt werden, Tabelle 2.2 stellt diese zusammen. Um eine optimale Anpassung des Kriteriums zu gewährleisten, ist eine Vielzahl von Versuchen nötig, auf deren Basis mittels Ausgleichsrechnung die vier Parameter des Modells angepasst werden können.

 Tabelle 2.2.: Parameter der Bruchfläche für Beton von OTTOSEN [33]

$\frac{f_t}{f_c}$	а	b	k_1	<i>k</i> ₂
0,08	1,8076	4,0962	14,4863	0,9914
0,1	1,2759	3,1962	11,7365	0,9801
0,12	0,9218	2,5969	9,9110	0,9647

Hsieh-Ting-Chen Vier Parameter Modell

HSIEH ET AL. [77] schlugen vor, λ durch den wesentlich einfacheren Term

$$\lambda = b\cos(\theta) + c \qquad \theta \le 60^{\circ}. \tag{2.54}$$

als bei OTTOSEN zu ersetzen. Durch Einsetzen von (2.54) in (2.52) und Umformung (ausführlich in [33] beschrieben), kann das Bruchkriterium durch

$$AJ_2 + B\sqrt{J_2} + C\sigma_1 + DI_1 - 1 = 0 \tag{2.55}$$

dargestellt werden. Bei genauer Betrachtung fällt auf, dass es sich hierbei um eine Linearkombination der Bruchkriterien von VON MISES, DRUCKER-PRAGER und RANKINE handelt.

Tabelle 2.3.: Parameter der Bruchfläche von Hsieh-Ting-Chen

$\frac{f_t}{f_c}$	A	В	С	D
0,1	2,0108	0,9714	9,1412	0,2312

Bruchfläche von WILLAM-WARNKE

WILLAM und WARNKE entwickelten ebenfalls eine Bruchfläche speziell für Beton [163]. Die Bruchfläche verfügt über gekrümmte Meridiane und ist im Deviatorschnitt als ein ausgerundetes Dreieck zu erkennen. Diese Form im Deviatorschnitt wird durch das Zusammensetzen von mehreren Ellipsen erreicht. Der Zugmeridian ($\theta = 0^{\circ}$) wird durch

$$r_1(\sigma_a) = b_0 + b_1 \frac{\sigma_a}{f_{cu}} + b_2 \frac{\sigma_a^2}{f_{cu}^2}$$
(2.56)

und der Druckmeridian ($\theta = 60^{\circ}$) mit

$$r_2(\sigma_a) = a_0 + a_1 \frac{\sigma_a}{f_{cu}} + a_2 \frac{\sigma_a^2}{f_{cu}^2}$$
(2.57)

beschrieben. Hierbei sind

$\sigma_{a} = \frac{1}{3}I_1$	Mittlere Spannung,				
f _{cu}	einaxiale Druckfestigkeit,				
<i>a</i> ₀ , <i>a</i> ₁ , <i>a</i> ₂	Materialkonstanten,				
b_0, b_1, b_2	Materialkonstanten.				

Die Meridiane sind Polynome zweiter Ordnung. Die Bruchfläche ist daher auch gekrümmt (Abbildung 2.12a). Das Verhältnis $\frac{r_1}{r_2}$ muss zwischen 0,5 und 1 liegen und ist ausschlaggebend dafür, wie bauchig die Bruchfläche im Deviatorschnitt erscheint. Für $\frac{r_1}{r_2} = 1$ geht die Bruchfläche in einen Kreis über, für $\frac{r_1}{r_2} = 0,5$ ist sie ein Dreieck (Abbildung 2.12c). Der Faktor, mit dem der Radius der Bruchfläche in Abhängigkeit vom LODEwinkel beschrieben wird, wird mit

$$r(\sigma_a, \theta) = \frac{2r_1(r_1^2 - r_2^2)\cos(\theta) + r_c(2r_t - r_c)[4(r_c^2 - r_t^2)\cos^2(\theta) + 5r_t^2 - 4r_tr_c]^{\frac{1}{2}}}{4(r_c^2 - r_t^2)\cos^2(\theta) + (r_c - 2r_t)^2}$$
(2.58)

berechnet und stellt einen elliptischen Übergang zwischen dem Druck- und dem Zugmeridian dar. Diese Funktion ist nur für $0^{\circ} \le \theta \le 60^{\circ}$ gültig. Für größere Winkel θ können diese entsprechend der Similarität umgerechnet werden. Die sechs Parameter a_0 , a_1 , a_2 , b_0 , b_1 , b_2 werden zur Kalibrierung der Bruchfläche anhand von Versuchsdaten für Beton ermittelt. Da der Druckmeridian und der Zugmeridian die hydrostatische Achse im selben Punkt schneiden müssen, muss $a_0 = b_0$ sein. Es verbleiben somit 5 Werkstoffparameter.

2.3.3. Kalibrierung von Bruchkriterien, Mehrflächenmodelle

Die Bruchkriterien von WILLAM-WARNKE, OTTOSEN und HSIEH, wurden anhand einer Vielzahl von Versuchsdaten für Beton kalibriert. Für eine einfache Anpassung der Bruchkriterien, werden ein-, zwei- und dreiaxiale Versuchsdaten benötigt. Die Abbildung 2.13 zeigt schematisch die Lage verschiedener Versuchstypen auf einer Bruchfläche. Die Tabelle 2.4 führt für Versuche mit unterschiedlichen



Abbildung 2.12.: Grafische Darstellung des Versagensmodells nach WILLAM-WARNKE

Spannungszuständen die Invarianten I_1 , J_2 und den LODE-winkel θ auf. Umso umfangreicher die experimentelle Grundlage und je mehr verschiedene Versuchsaufbauten realisiert werden können, desto besser kann das Kriterium angepasst und überprüft werden. Für eine optimale Anpassung sollten verschiedene Versuchsaufbauten, die jeweils mit verschiedenen Spannungskombinationen durchgeführt werden, in ausreichender Wiederholung vorliegen. Insbesondere bei Materialien, die großen Streuungen unterliegen, ist eine ausreichende Anzahl der Versuchswiederholungen erforderlich.

Wie bereits mehrfach erwähnt wurde, ist, um eine qualitativ gute Kalibrierung des Bruchkriteriums für Ziegel durchführen zu können, eine große Anzahl von Versuchen notwendig. SPECK [144] überprüfte das Bruchkriterum von OTTOSEN für verschiedene hochfeste Betone anhand von Hunderten von experimentellen Untersuchungen. Die Tabelle 2.4 stellt beispielhaft Versuche für Mörtel zusammen. Für diese Versuche wurden die erste Invariante des Spannungstensors I_1 , die zweite Invariante des Spannungsdeviatortensors J_2 und der LODE-Winkel θ berechnet, um darstellen zu können, wo diese auf der Bruchfläche liegen. In der Abbildung 2.13 ist eine Bruchfläche für Mörtel und die Lage unterschiedlicher Versuche schematisch dargestellt.

Unter Umständen können die oben aufgeführten Bruchkriterien gewisse Spannungskombinationen nur schlecht abbilden. In solchen Fällen kann die Bruchbedingung aus verschiedenen Ansätzen zusammengesetzt und bereichsweise definiert werden. RIEDEL [121] und HARTMANN [70] beschreiben bei niedrigen hydrostatischen Drücken die Bruchfläche durch stückweise lineare Ansätze und nutzen bei höheren hydrostatischen Drücken die Beschreibung von WILLAM und WARNKE. In den Abschnitten 4.2 und 4.3 wird gezeigt, dass eine Kombination von verschiedenen Kriterien für die Materialien Ziegel und Mörtel sinnvoll und notwendig ist, um alle Spannungszustände gut erfassen zu können.

Versuchstyp	σ_{11}	σ_{22}	σ_{33}	σ_{12}	σ_{23}	σ_{31}	<i>I</i> ₁	J_2	Θ
1-axial Druck ¹	-19,41	0	0	0	0	0	-19,41	0	60° ³
2-axial Druck ⁷	-10	-10	0	0	0	0	-20	33,33	0° 4
3-axial Druck ⁷	-10	-10	-10	0	0	0	-30	0	undef.
3-axial Druck ¹	-23,68	-1,18	-1,18	0	0	0	-26,05	168,69	60° ³
3-axial Druck ¹	-27,17	-4,07	-4,07	0	0	0	-35,33	177,84	60° ³
3-axial Druck ¹	-34,94	-10,48	-10,48	0	0	0	-55,90	199,4	60° ³
1-axial Schub ²	0	0	0	10	0	0	0	100	30° 5
2-axial Schub ⁷	0	0	0	10	10	0	0	33,33	0° 4
1-axial Zug ⁷	10	0	0	0	0	0	0	0	0° 4
2-axial Zug ⁷	10	10	0	0	0	0	20	33,33	60° ³
Druck-Schub ²	-0,2	0	0	0,2	0	0	-0,2	0,0533	ca. 30° ⁶
Druck-Schub ²	-0,55	0	0	0,42	0	0	-0,55	0,277	ca. 30° ⁶
Druck-Schub ²	-1,0	0	0	0,77	0	0	-1	0,92	ca. 30° ⁶

Tabelle 2.4.: Übersicht über verschiedene Versuche, deren Invarianten und Lage auf der Bruchfläche

 $^1 {\sf Versuche}$ von ${\sf Bierwirth}$

 $^2 {\sf Versuche}$ von ${\sf WALLNER}$

³Druckmeridian

 4 Zugmeridian

⁵Schubmeridian

⁷Spannungswerte zur Illustration frei gewählt

⁶Lage nicht genau definierbar, da am Rand der Mörtelfugen ein anderer Spannungszustand als in Mitte der Fuge vorliegt



Abbildung 2.13.: Schematische Darstellung der Lage einzelner Versuche auf der Bruchfläche

2.3.4. Fließ- und Versagenskriterien für anisotropes Materialverhalten

Mauerwerkssteine und Mörtelfugen weisen in verschiedenen Raumrichtungen unterschiedliche Festigkeitseigenschaften auf. Es handelt sich somit um anisotrope Materialien. Die Anisotropie ist bei Ziegeln aufgrund der Lochung der Steine offensichtlich. Der Mörtel selber ist ein isotropes Material. Werden die Verbundeigenschaften zwischen Mörtel und Ziegel mit dem Mörtelmaterialmodell abgebildet, so ist die Haftzugfestigkeit des Mörtels am Stein unterschiedlich zu der Zugfestigkeit des Mörtels. Somit handelt es sich ebenfalls um ein anisotropes Materialverhalten.

Fließkriterium von HILL

Das Fließkriterium von HILL ist geeignet, Materialien abzubilden, die sich durch ein orthogonal anisotropes Materialverhalten auszeichnen. Die Hauptachsen der Anisotropie stimmen bei diesem Kriterium mit denen des Koordinatensystems überein. Bei Betrachtung der Gleichung

$$f(\sigma_{ij}) = a_1(\sigma_y - \sigma_z)^2 + a_2(\sigma_z - \sigma_x)^2 + a_3(\sigma_x - \sigma_y)^2 + a_4\tau_{yz}^2 + a_5\tau_{zx}^2 + a_6\tau_{xy}^2 - 1 = 0$$
(2.59)

fällt die Ähnlichkeit zu der Fließbedingung von VON MISES auf. Es ist für Materialien geeignet, die im Zug- und Druckbereich gleiche Eigenschaften aufweisen und deren Fließverhalten unabhängig von dem hydrostatischen Druck ist.

Anders als bei der Darstellung von Fließbedingungen für isotrope Materialien, welche im Hauptspannungsraum erfolgen kann, muss für anisotrope Materialien der Bezug auf ein raumfestes, anisotropiebezogenes Koordinatensystem hergestellt werden.

Fließkriterium von CHEN für Eis

Dieses Kriterium ist eine Erweiterung des Kriteriums von HILL um drei lineare Anteile der Normalspannungen:

$$f(\sigma_{ij}) = a_1(\sigma_y - \sigma_z)^2 + a_2(\sigma_z - \sigma_x)^2 + a_3(\sigma_x - \sigma_y)^2 + a_4\tau_{yz}^2 + a_5\tau_{zx}^2 + a_6\tau_{xy}^2 + a_7\sigma_x + a_8\sigma_y + a_9\sigma_z - 1 = 0$$
(2.60)

Damit ist es möglich, Materialien mit unterschiedlichem Druck- und Zugverhalten zu beschreiben. Sofern es sich um ein komplett anisotropes Material handelt, sind mindestens neun verschiedene Versuche zur Bestimmung der Koeffizienten in Gleichung (2.60) erforderlich. Es existieren noch weitere Bruchkriterien für anisotrope Materialien, z.B. entwickelten CAZACU ET AL. [29] ein Kriterium für Fels.

Anisotrope Materialbeschreibung durch Wichtung von Meridianen

MAHNKEN schlägt zur Beschreibung anisotroper Materialien einen anderen Ansatz vor. Bei isotropen Materialien zeichnet sich die Bruchfläche dadurch aus, dass sie aus drei Zug-, drei Druck- und sechs Schubmeridianen besteht, die jeweils identisch sind. Die zugehörenden LODE-Winkel sind 0°, 120°, 240° für die Zugmeridiane, 60°, 180°, 300° für die Druckmeridiane und 30°, 90°, 150°, 210°, 270°, 330° für die Schubmeridiane. Die Bruchfläche setzt sich demnach aus sechs Segmenten zusammen, die alle bis auf Spiegelung die selbe Form haben. Bei isotropen Materialien genügt die Beschreibung eines Bereiches zwischen Zug- und Druckmeridian ($\Theta = 0^{\circ} \dots 60^{\circ}$). Bei orthotropen Materialien existiert für jede Raumrichtung ein eigener Zug-, Schub- und Druckmeridian. Die Bruchfläche beinhaltet deshalb insgesamt drei unterschiedliche Zug- und Druckmeridiane. Die Kalibrierung der Bruchfläche erfolgt genauso wie für den isotropen Fall, mit der Einschränkung, dass für jede Raumrichtung ein eigenes Kriterium erstellt werden muss. Für die Wichtung zwischen den unterschiedlichen Meridianen schlägt MAHNKEN [96] Wichtungsfunktionen vor, die in der Summe immer 1 ergeben. Je nach Bedarf können Wichtungsfunktionen entwickelt werden, die zwischen Druck- und Zugmeridian interpolieren oder die auch die Möglichkeit bieten, den Schubmeridian extra zu beschreiben (Abbildung 2.14). Die Wichtungsfunktionen w_t für den Zugmeridian und w_c für den Druckmeridian sind trigonometrische Funktionen, die wie folgt aufgebaut sind:

$$w_{t,i}(\Theta) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(3\Theta + i \cdot \frac{\pi}{3})$$
 mit $i = 1, 2, 3$ (2.61)

$$w_{c,i}(\Theta) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(3\Theta - i \cdot \frac{\pi}{3})$$
 mit $i = 1, 2, 3$ (2.62)

Diese sechs Funktionen werden benötigt, wenn der Schubmeridian nicht mit berücksichtigt wird. Sie sind jeweils nur für einen Bereich von 120° definiert:

$$\begin{split} w_{t,1}(\Theta) & \text{für } \Theta = 0^{\circ} \dots 60^{\circ} \text{ und } \Theta = 300^{\circ} \dots 360^{\circ} \\ w_{t,2}(\Theta) & \text{für } \Theta = 60^{\circ} \dots 180^{\circ} \\ w_{t,3}(\Theta) & \text{für } \Theta = 180^{\circ} \dots 300^{\circ} \\ w_{c,1}(\Theta) & \text{für } \Theta = 0^{\circ} \dots 120^{\circ} \\ w_{c,2}(\Theta) & \text{für } \Theta = 120^{\circ} \dots 240^{\circ} \\ w_{c,3}(\Theta) & \text{für } \Theta = 240^{\circ} \dots 360^{\circ} \end{split}$$

Bei Berücksichtigung des Schubmeridians kommen sechs Funktionen für den Schubmeridian hinzu. Der Definitionsbereich der Funktionen verringert sich entsprechend.

2.3.5. Elastisches, plastisches und schädigendes Materialverhalten

Durch mechanische Beanspruchung des Materials können auf der Ebene der kristallinen Struktur Veränderungen hervorgerufen werden. Diese Umlagerungsprozesse sind zum einen für die Verfestigung



Abbildung 2.14.: Darstellung der Funktionen zur Interpolation zwischen den Meridianen, Oben: Lage der Meridiane im Deviatorschnitt, Mitte: Funktionen zur Interpolation zwischen Druck-, Schub-, und Zugmeridian, Unten: trigonometrische Funktionen zur Interpolation zwischen Druck- und Zugmeridian aus [143]

des Materials verantwortlich, zum anderen führen sie bei einer weiteren Zunahme der Beanspruchung zu einer Materialschädigung und einer Materialentfestigung. Das Materialverhalten wird daher im Allgemeinen in die drei folgenden Bereiche eingeteilt:

- elastisches Materialverhalten
- elastisch-plastisches Materialverhalten
- elastisch-plastisch-schädigendes Materialverhalten

Der erste Bereich, der in Abbildung 2.15 links dargestellt ist, beschreibt das elastische Materialverhalten. In diesem Bereich gehen die Verzerrungen nach Entlastung wieder komplett zurück. Der zweite Bereich, der das elastisch-plastische Materialverhalten beschreibt, zeichnet sich dadurch aus, dass bei Entlastung plastische Verzerrungen zurückbleiben, der E-Modul sich jedoch nicht verändert. Wird bei Entlastung ein Abfallen des E-Moduls registriert, so wird dies als Schädigung des Materials betrachtet und dem dritten Bereich, der das elastisch-plastisch-schädigende Materialverhalten beschreibt, zugeordnet. Wird die Belastung noch weiter gesteigert, so folgt der Bruch des Materials.



Abbildung 2.15.: Einteilung des Materialverhaltens in elastisches, elastisch-plastisches, elastischplastisch-schädigendes Materialverhalten

Diese Festlegung mag unter Umständen nicht unbedingt intuitiv sein. Es könnte auch argumentiert werden, dass die Schädigung mit Beginn des Plastifizierens des Materials beginnt, da hier schon Umlagerungen oder Veränderungen im Material hervorgerufen werden. Die Abgrenzung der drei Bereiche ist zudem nicht immer klar möglich. Bei Zugversuchen an Stahlproben ist diese Einteilung deutlicher nachvollziehbar als bei spröden Materialien. Von Druckversuchen an Betonwürfeln ist bekannt, dass schon lange bevor die maximal aufnehmbare Last erreicht ist, kleine Risse beobachtet werden, die als Schädigung aufgefasst werden können, obwohl noch kein merklicher Abfall des E-Moduls zu beobachten ist.

Als anschauliches Modell für die Materialschädigung, kann das Wachsen von Mikrodefekten im Material herangezogen werden. Das Modell von MCCLINTOCK [100] betrachtet Schädigung als das Wachstum eines zylindrischen Lochs in einem unendlichen Gebiet mit ideal plastischem Materialverhalten. RICE und TRACEY [119] stellten ein Wachstumsmodell für einen kugelförmigen Hohlraum auf. Aufbauend auf diesem Modell hat GURSON [67] eine Fließbedingung für duktile Metalle mit Poren hergeleitet. Um ein Zusammenschließen oder Vereinigen von Hohlräumen zu beschreiben und experimentelle Ergebnisse besser anpassen zu können, ist das GURSON Modell von TVERGAARD und NEEDLEMAN [150] mit zusätzlichen Termen für das Porenwachstum und mit zusätzlichen Materialparametern erweitert worden. Anders als bei dem mikromechanisch motivierten GURSON Modell hat ROUSSELIER [125] ein phänomenologisches thermodynamisch konsistentes Schädigungsmodell hergeleitet. Im ROUSSELIER Modell hängt das Porenwachstum, ähnlich wie im GURSON Modell, vom hydrostatischen Spannungszustand ab. VELDE [153] setzt die Materialschädigung für Metall aus dem Anteil des geschädigten Materials und der Änderung der Materialsteifigkeit zusammen. Üblicherweise wird das Material in den verschiedenen Raumrichtungen unterschiedlich geschädigt. Die Annahme, dass die Schädigung isotrop ist, ist deshalb nur eine Vereinfachung. BRÜNIG beschreibt in [22] die Theorie seines anisotropen Kontinuums-Schädigungs-Modells. Einen umfassenden Überblick über die Schädigungsmechanik verfasste LEMAITRE [87].

Grundsätzlich wäre ein anisotropes Kontinuums-Schädigungs-Modell auch für das Versagen von Mauerwerksmaterialien erstrebenswert. Die oben aufgeführten Veröffentlichungen, die sich alle auf Metalle beziehen, zeigen die Komplexität der Schädigungsmechanik. Diese für Metalle entwickelten komplexen Modelle sind nicht ohne weiteres auf spröde Werkstoffe zu übertragen. Es werden daher von Wissenschaftlern, die sich mit der Materialmodellierung von spröden Materialien in Hydrocode-Umgebungen befassen, einfachere Ansätze verfolgt [70, 79, 97, 120, 127]. Von diesen Autoren wird der Begriff "Schädigung" anders als in den oben aufgeführten Publikationen verwendet. Sie definieren die Schädigung über die plastischen Verzerrungen, indem sie die vorhandenen plastischen Verzerrungen den maximal aufnehmbaren plastischen Verzerrungen gegenüberstellen. Hierzu werden die plastischen Verzerrungsinkremente pro Zeitschritt summiert ("Akkumulation plastischer Verzerrungensinkremente") und mit der maximal aufnehmbaren Verzerrung verglichen.

2.3.6. Fließregel

In der Plastizitätstheorie setzen sich die Verzerrungen aus einem elastischen und einem plastischen Anteil zusammen:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_{pl} \tag{2.63}$$

Der elastische Anteil wird durch ein elastisches Stoffgesetz beschrieben. Plastische Verzerrungen treten erst auf, wenn der Spannungszustand auf oder außerhalb der Fließfläche (bzw. Bruchfläche) liegt. Anders formuliert, plastische Verzerrungen treten erst auf, wenn die Fließbedingung erfüllt ist. Zur Beschreibung des Fließens wird eine Fließregel benötigt, die den Zusammenhang zwischen den Spannungen und den plastischen Verzerrungen beschreibt.

Das plastische Verzerrungsinkrement $d\varepsilon_{ij,pl}$ lässt sich in Abhängigkeit von dem plastischen Potential

$g(\sigma_{ij})$ berechnen:

$$d\varepsilon_{ij,pl} = d\lambda \frac{\partial g(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}$$
(2.64)

Hierbei ist $d\lambda$ ein positiver Proportionalitätsfaktor, der immer dann größer null ist, wenn Fließen des Materials eintritt. Wird als Funktion des plastischen Potentials g die Fließfunktion f eingesetzt, so wird von einer assoziierten Fließregel gesprochen.

Anschaulich kann dies wie folgt erklärt werden: In der Realität kann kein Spannungszustand außerhalb der Fließfläche liegen. Bei numerischen Berechnungen wird methodenbedingt in einem Prädiktorschritt der Spannungszustand berechnet und anschließend verglichen, ob dieser von dem Material aufgenommen werden kann. Liegt dieser Spannungszustand außerhalb der Fließfläche, so muss der Spannungszustand auf die Fließfläche rückprojiziert werden (engl. "return mapping"). Hierfür existieren verschiedene Möglichkeiten: Entweder wird der Spannungszustand senkrecht zur Fließfläche zurück projiziert, dann wird von einer assoziierten Fließregel gesprochen. Oder der Spannungszustand wird senkrecht zur hydrostatischen Achse zurück projiziert, dann wird von einem "radial return" oder von einer VON MISES äquivalenten Fließregel gesprochen. Bei der Implementierung der eigenen Materialmodelle in AUTODYN wird eine VON MISES äquivalente Fließregel angewendet.

2.3.7. Anpassung der Fließfläche zur Erfassung der Ver- und Entfestigung und der Belastungsgeschichte des Materials

Die Fließfläche eines Materials verändert sich in Abhängigkeit von der Belastungsgeschichte. Von Stahl ist zum Beispiel bekannt, dass nach Überschreitung des Fließniveaus die Festigkeit noch weiter zunimmt. Dies wird als Verfestigung bezeichnet. Gleichzeitig ist bekannt, dass bestimmte Materialien, sobald sie über ihre Festigkeit beansprucht wurden, sich entfestigen. Das heißt, dass die Festigkeit aufgrund der vorhergegangenen Belastung reduziert ist. Für viele technische Anwendungen kann die Ver- und Entfestigung des Materials vernachlässigt werden, da diese Bereiche mit großen Verzerrungen einhergehen, die im Bauingenieurwesen und im Maschinenbau nicht tolerierbar sind. Wird hingegen gewünscht, das Tragverhalten unter Belastungen nach Materialbruch und großen Verformungen zu untersuchen, so wird das Fließniveau zwangsläufig überschritten und die Ver- und Entfestigung des Materials müssen berücksichtigt werden, um realitätsnahe Berechnungsergebnisse zu garantieren. Dies hat zur Folge, dass die Festigkeitsbeschreibung erstens eine Fläche benötigt, die das elastische Materialverhalten eingrenzt, zweitens eine Fläche benötigt, welche die Bruchfestigkeit definiert und drittens eine Fläche, die das Verhalten des geschädigten Materials beschreibt. Die Abbildung 2.16 stellt diese drei Flächen schematisch dar.

Die Bezeichnungen Fließfläche galt ursprünglich für metallische Werkstoffe. Für Materialien wie Beton, Mörtel und Ziegel sind die Begriffe "Fließfläche" und "fließen" missverständlich und nicht besonders


Abbildung 2.16.: Schematische Darstellung der elastischen Grenzfläche, der Bruchfläche und der Fläche der Restfestigkeit

präzise, da für diese Materialien kein eigentliches Fließen des Materials beobachtet werden kann. Vielleicht beschreiben die Begriffe "elastische Grenzfläche", "Bruchfläche" und "Restfestigkeitsfläche" den Materialzustand anschaulicher. Anhand von Versuchsdaten müssen diese drei Flächen definiert werden. Wenn die Fließfläche gleichmäßig aufgeweitet wird, so wird dies als isotrope Verfestigung bezeichnet. Wird die Fließfläche verschoben, so wird dies als kinematische Verfestigung bezeichnet. Die Abbildung 2.15 beschreibt schematisch einen Druckversuch. Ein für einen Zugversuch entsprechendes Spannungs-Dehnungs-Diagramm würde sich deutlich von diesem unterscheiden, insbesondere wenn es sich um spröde Materialien wie Beton, Ziegel oder Mörtel handeln würde. Dies bedeutet, dass die Aufweitung der elastischen Grenzfläche zur Bruchfläche für verschiedene Belastungen verschieden ist. Die aus den Grundlagen der Materialmodellierung bekannten Begriffe der isotropen oder kinematischen Verfestigung sind daher nicht ausreichend. Es ist deshalb ein uneinheitliches Verfestigungsgesetz notwendig, das wenig mit isotroper oder kinematischer Verfestigung zu tun hat. Die elastische Grenzfläche hat eine andere geometrische Form als die Bruchfläche, sie wird also nicht gleichmäßig "aufgebläht" wie es bei der isotropen Verfestigung der Fall wäre.

Anhand des Materials Betons soll dies noch genauer erläutert werden (Abbildung 2.17). Die Definitionen von σ_m , ρ und ξ sind in Anhang A zusammengestellt. Bei Beton ist zu beobachten, dass unter Zugbeanspruchung das elastische Limit und die Bruchspannung (Fließfläche und Bruchfläche) zusammenfallen. Es ist unter Zug keine plastische Verformung des Materials zu beobachten. Es handelt sich daher um ein sprödes Materialverhalten. Unter Druck hingegen sind unter reinen Druckbeanspruchungen sehr große plastische Verzerrungen möglich. CHEN [33] teilt den Spannungsraum zur Beschreibung des plastischen Verhaltens daher in vier Bereiche ein:





Abbildung 2.17.: Elastisches Limit mit Kappenformulierung und Bruchfläche von CHEN [33]

Zum leichteren Verständnis dieser Einteilung ist zu erwähnen, dass auf der Fläche $J_2 - \frac{1}{\sqrt{3}}I_1 = 0$ die einaxialen Zugversuche liegen und dass auf der Fläche $J_2 + \frac{1}{\sqrt{3}}I_1 = 0$ die einaxialen Druckversuche liegen. Diese Flächen entsprechen somit einer Triaxialität $\eta = 1/3$ bzw. -1/3. In Abbildung 2.17 sind diese Abgrenzungen und die Fließfläche (Yield) sowie die Bruchfläche (Failure) grafisch dargestellt.

2.3.8. Dynamische Prozesse

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Materialmodellierung von Mauerwerk unter statischen und (hoch-)dynamischen Belastungen. Unter dynamischen Belastungen müssen die Auswirkungen der dynamischen Beanspruchung auf das Material berücksichtigt werden. Diese werden in diesem Abschnitt dargestellt und erläutert.

Zuerst ist zu klären, was unter dem Begriff Dynamik verstanden wird. Im klassischen Bauingenieurwesen unterscheidet sich die Dynamik von der Statik, welche nur Fragestellungen mit ruhenden Lasten erfasst, dadurch, dass die (dynamische) Bewegung einer Struktur und die dabei auftretenden Belastungen (Beschleunigungskräfte) beschrieben werden. Hierzu muss die Massenträgheit der Struktur berücksichtigt werden. Die Annahmen zu Material und System bleiben jedoch meist gleich. Auf diese Weise können zum Beispiel Schwingungen von Bauwerken wie Kamine oder Brücken zutreffend beschrieben werden. Schon bei der Beschreibung des Verhaltens von Bauwerken unter Erdbebenlasten sind diese einfachen Beschreibungen in der Regel nicht mehr ausreichend, da aufgrund der hohen schnellen Belastungen das Material geschädigt und teilweise zerstört wird. Hinzu kommt, dass die Verformungen und Verzerrungen groß werden, so dass lineare Ansätze zu ihrer Beschreibung nicht mehr ausreichend sind. Noch komplexer wird die Beschreibung des Material- und Strukturverhaltens, wenn die Belastungsgeschwindigkeiten weiter ansteigen und sogenannte Wellenphänomene erfasst werden müssen. Derartige Vorgänge werden der "Hochdynamik" zugeordnet.

2.3.8.1. Verzerrungsraten

In Ergänzung zum klassischen Bauingenieurwesen, in dem in der Regel die Auswirkungen statischer Lasten untersucht werden, wird in dieser Arbeit das Materialverhalten unter hohen Belastungsgeschwindigkeiten untersucht. Hohe Belastungsgeschwindigkeiten rufen im Material hohen Verzerrungsraten hervor. Viele Materialien zeigen unter schnellen Belastungen ein anderes Verhalten als unter langsameren Belastungen. Die Vorgänge, die für dieses von den Verzerrungsraten abhängige Materialverhalten verantwortlich sind, sind äußerst komplex. Meist sind diese Effekte auf Vorgänge zurückzuführen, die sich im Kristallgitter des Materials oder auf der Ebene intermolekularer Bindungen abspielen.

Zur Beschreibung von hochdynamischen Vorgängen im Material wird die Verzerrungsrate (engl.: strain rate) eingeführt. Die Verzerrungsrate wird teilweise auch als Dehnrate bezeichnet. Jedoch ist diese Bezeichnung unpräzise, da die Dehnung für die längenbezogene Verlängerung steht, Materialien jedoch im Allgemeinen nicht nur gedehnt, sondern auch gestaucht und geschert werden. Da für Materialmodelle Verzerrungen in jeder Form in positiver sowie auch in negativer Richtung von Interesse sind, ist Verzerrung der geeignete allgemein gültige Begriff.

Im Folgenden wird anhand eines einaxialen Zugversuches der Begriff der Verzerrungsrate erläutert. Die Verzerrung ist das Verhätnis zwischen der Längenänderung ΔL und der ursprüngliche Länge L_0 :

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \tag{2.65}$$

Die Verzerrungsrate $\dot{\varepsilon}$ ist die Änderung der Verzerrung in Abhängigkeit von der Zeit und wird demnach durch die Ableitung von ε nach der Zeit

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \tag{2.66}$$

definiert.

Anhand der Verzerrungsrate lassen sich Belastungen grob klassifizieren. Die verschiedenen Bereiche sind schematisch in Abbildung 2.18 zusammengestellt. Abschließend wird darauf hingewiesen, dass eine Belastungsgeschwindigkeit je nach Bauteiltyp und betrachtetem Ort im Bauteil unterschiedliche Verzerrungsraten hervorruft.



Abbildung 2.18.: Übersicht über Verzerrungsraten für verschiedene Belastungen

2.3.8.2. Dynamische Materialfestigkeiten

Der Dynamic Increase Factor (DIF - zu deutsch: dynamischer Steigerungsfaktor) definiert die Zunahme einer Materialeigenschaft unter dynamischen Belastungen. Für den Fall der Materialfestigkeiten, wird die dynamische Materialfestigkeit σ_{dyn} der statischen Materialfestigkeit σ_{stat} gegenüberstellt:

$$DIF_{\text{Materialfestigkeit}} = \frac{\sigma_{dyn}}{\sigma_{stat}}$$
 (2.67)

Der DIF darf nicht mit dem dynamischen Überhöhungsfaktor der Strukturdynamik verwechselt werden. Der DIF ist im Allgemeinen für verschiedene Verzerrungsraten und verschiedene Spannungszustände, wie zum Beispiel Zug, Druck oder Scherung verschieden. Verzerrungsratenabhängiges Materialverhalten ist von vielen Materialien, wie zum Beispiel Beton, Stahl und verschiedenen Fasern bekannt.

Die Abbildung 2.19 stellt Spannungs-Dehnungs-Linien von Zugversuchen an Aramidfasern (Kevlar) mit verschiedenen Verzerrungsraten dar (aus TAN [146]). Es ist zu erkennen, dass mit zunehmenden Verzerrungsraten die Bruchspannung und die Bruchverzerrung zunehmen. Andere Materialien wie zum Beispiel Stahl verhalten sich ähnlich, jedoch kann dies nicht für alle Materialien verallgemeinert werden.

Die Phänomene, welche die Verzerrungsratenabhängigkeit hervorrufen, sind noch weitestgehend unerforscht. Es sind vermutlich vor allem Vorgänge, die sich im intramolekularen Bereich abspielen, die von den Bindungen der Moleküle untereinander, der Geometrie und der Länge der Moleküle bzw.



Abbildung 2.19.: Darstellung des Verhaltens von Aramidfasern im Zugspannungs-Dehnungs-Diagramm bei verschiedenen Belastungsgeschwindigkeiten TAN [146]

den Vorgängen im Kristallgitter beeinflusst werden. TAN zeigt mit Aufnahmen mit einem Elektronenrastermikroskop, dass bei bei den untersuchten Aramidfasern verschiedenen Verzerrungsraten sich unterschiedliche Bruchbilder ausbilden. Bei langsamer Belastung ist zu erkennen, dass die Fasern parallel zu ihrer Faserrichtung aufgetrennt werden, was durch ein "besenartiges" Bruchbild deutlich wird. Bei schnellen Belastungen entsteht ein schärferes Bruchbild ohne weitreichende Auftrennung der Fasern.

2.4. Bestimmung von Materialdaten

Sämtliche Materialmodelle basieren auf mechanischen Hypothesen und experimentellen Untersuchungen. Deshalb ist die Qualität der Materialmodelle auch immer von der experimentellen Grundlage abhängig. Je umfangreicher die experimentellen Untersuchungen sind, desto fundierter kann ein Materialmodell erstellt werden. Für die gesuchten Materialparameter existieren unterschiedliche Versuchsaufbauten, die relativ einfach oder auch sehr kompliziert sein können. Die Gewinnung von sinnvollen Versuchsdaten kann unter Umständen sehr aufwändig werden. Im Folgenden werden übliche Materialtests vorgestellt und die damit verbundenen Möglichkeiten und Einschränkungen diskutiert.

2.4.1. Statische Materialtests

Die weit verbreiteten und auch relativ einfachen quasi statischen Versuche unter Zug- oder Druckbelastungen sind allgemein bekannt. Doch schon hier ist zu beachten, dass, um aus Versuchsdaten Materialparameter, wie zum Beispiel die Festigkeit, zu ermitteln, es unbedingt erforderlich ist, dass die Randbedingungen, unter denen der Versuch durchgeführt wurde, genau bekannt sind. Schon an dem ganz "simplen" einaxialen Druckversuch wird diese Problematik ersichtlich. Weil die Druckplatten der Prüfmaschine während des Versuchs den Probekörper beeinflussen, liegt in der Materialprobe kein reiner einaxialer Druckspannungszustand vor. Diese Querbehinderung der Probekörper durch die Druckplatten ist, neben dem Einfluss der Geometrie, ein Grund dafür, dass an zylindrischen und würfelförmigen Probekörpern verschiedene Druckfestigkeitswerte ermittelt werden. Die experimentell ermittelte Druckfestigkeit von Mauerwerkssteinen muss daher korrigiert werden. Die DINV105-100:2005-10 [44] schlägt hierfür Korrekturfaktoren in Abhängigkeit von der Steinhöhe vor. Diese Korrekturfaktoren mögen für die Bemessung von Mauerwerkswänden ausreichend sein. Der Vergleich von Versuchsdaten an Mauerwerkssteinen mit unterschiedlichen Geometrien zeigt, dass diese Korrekturfaktoren zwar tendenziell stimmen, zur Bestimmung einer eindeutigen Mauerwerkssteindruckfestigkeit aber nicht ausreichend sind. Optimaler Weise werden Prüfkörpergeometrien verwendet, die schlank sind, so dass in der Mitte keine Einflüsse durch die Querbehinderung vorliegen. Weiter stellt sich bei einem Druckversuch an Mauerwerkssteinen vor Versuchsdurchführung die Frage, wie der Stein in die Presse gelegt werden soll und wie Unebenheiten der Steinoberfläche ausgeglichen werden können. Der Stein kann entweder geschliffen oder auf ein Mörtelbett gelegt werden, auch diese Lagerung beeinflusst die ermittelte Steindruckfestigkeit.

Neben der Druck-, Zug-, Schubfestigkeit der Steine sind für die numerische Modellbildung des Materialverhaltens auch die Steifigkeiten und die Bruchverzerrungen erforderlich. Theoretisch können diese Materialparameter aus dem an der Maschine gemessenen Weg bestimmt werden. Praktisch ist dies jedoch nur mit Einschränkungen möglich, da durch die Lasteinleitung ein in der Regel nicht komplett kompensierbarer Schlupf ergibt.

Zur Untersuchung von Mauerwerkssteinen unter Zug sind verschiedene Versuchsaufbauten denkbar: zentrische Zugversuche, Spaltzugversuche, Biegezugversuche, Keilspaltversuche oder der sogenannte "Modified Tension Test" [147]. Diese Vielzahl von Versuchsaufbauten wird durch Einschränkungen und Probleme bei der Versuchsdurchführung hervorgerufen. Der denkbar einfachste Versuchaufbau, der zentrische Zugversuch, wie er auch von Stahl bekannt ist, ist bei spröden Materialien nicht ohne Weiteres durchführbar. Bei Stahlproben wird in der Regel eine Probe hergestellt, die an den zwei Einspannstellen dicker ist und in der Mitte einen gleichmäßig schlanken Bereich aufweist. Eine Herstellung dieser Probengeometrie ist bei spröden Materialien nicht möglich. Insbesondere die Lasteinleitung ist kompliziert, denn ein Einspannen in Backen, wie es bei Stahlproben realisiert wird, ist nicht möglich. Auch geringe Exzentrizitäten in der Lasteinleitung würden das Versuchsergebnis verfälschen. Bei den Untersuchungen zur Zugfestigkeit, die am Institut für Werkstoffe des Bauwesens an der Universität der Bundeswehr in München durchgeführt wurden, wurde der in Abbildung 3.7 dargestellte Versuchsaufbau verwendet. Um Exzentrizitäten in der Lasteinleitung zu reduzieren, wurden Gelenke unter- und oberhalb des Probekörpers verwendet. Die Stirnseiten der Ziegel wurden geschliffen und anschließend an die Lasteinleitungsplatten geklebt. Um eine Sollbruchstelle zu schaffen wurden die Steine eingekerbt. Der Versuchsaufbau erwies sich insofern als brauchbar, da er relativ einfach war und gut reproduzierbare Versuchsergebnisse lieferte. Die Bruchspannung in der Kerbe konnte gut ermittelt werden. Der Nachteil dieses Versuchsaufbaus liegt jedoch darin, dass in der Kerbe kein reiner einaxialer Zugspannungszustand vorliegt. Aufgrund der Umlenkung der Hauptspannungstrajektorien liegt in der Kerbe auch Zug horizontal zur Belastungsrichtung vor. Die mit diesem Versuchsaufbau ermittelten Zugfestigkeiten sind daher kleiner als die tatsächliche Zugfestigkeit. Ein weiteres Problem ist, dass eine Ermittlung der Materialsteifigkeit aufgrund der Probekörpergeometrie schwierig ist. Es zeigte sich außerdem, dass eine realitätsnahe Messung der Verformungen nur über Messaufnehmer direkt am Probeköper gewährleistet werden kann, denn Spiel in den Gelenken, die zur Vermeidung von Exzentrizitäten angeordnet wurden, würde das Ergebnis verfälschen. Dieser Versuchsaufbau ist somit als Kompromiss zwischen Aufwand und optimalem Versuchsergebnis zu betrachten. Nachdem bei dieser Versuchsserie neben den Festigkeiten auch die Streuung der Versuchsergebnisse untersucht werden sollte, wurde Wert auf eine ausreichende Wiederholung der Versuche gelegt. Dies war ein ausschlaggebendes Argument für den relativ einfachen Versuchsaufbau.

Alternativ kann die Zugfestigkeit über Biegezugversuche ermittelt werden. Allerdings ist hierbei zu beachten, dass bei Mauerwerkssteinen aufgrund der kurzen Spannweite, in Verbindung mit der relativ großen Höhe, bei dem Biegeversuch die Balkentheorie nicht mehr gültig ist und dass Biegemomente wie in einer Scheibe abgetragen werden. Die Rückrechnung auf die Zugfestigkeit wird hierdurch erschwert. Als Alternativen sind noch Spaltzugversuche und Keilspaltversuche durchführbar. Aber auch hier sind die Auswertung und Rückrechnung auf Materialparameter schwierig. Diese Probleme bei der Versuchsauswertung sollen bei dem MTT (Modified Tension Test) vermieden werden. Jedoch ist die Versuchsvorbereitung aufwendig und erfordert sehr genaues Arbeiten. Die Tabelle 3.17 stellt Ergebnisse von eigenen Versuchen zur Bestimmung der Zugfestigkeit an Mauerwerkssteinen mit unterschiedlichen Versuchsmethoden zusammen. Die Unterschiede in den ermittelten Zugfestigkeiten sind deutlich zu erkennen.

Ähnliche Probleme wie bei den relativ einfachen Versuchsaufbauten sind auch bei mehraxialen Versuchen anzutreffen. Insbesondere die Lasteinleitung hat bei der Ermittlung von Festigkeiten einen entscheidenden Einfluss. Je nachdem wie die Lasteinleitung realisiert wurde, ob mit starren Platten, Druckkissen oder Bürsten, werden unterschiedliche zweiaxiale Festigkeiten ermittelt (Abbildung 2.20). HILSDORF [74] analysierte die Auswirkungen der Lasteinleitung auf den Spannungszustand und schlug zur querbehinderungsfreien Lasteinleitung Belastungsbürsten vor, die auch zunehmend verwendet werden ([12], [88], [144]).



Abbildung 2.20.: Versuchsergebnisse zur zweiaxialen Betonfestigkeit verschiedener Autoren aus LINSE [88]

Die Versuchsaufbauten zur Untersuchung mehraxialer Spannungszustände sind relativ aufwändig. Triaxialmaschinen, wie sie zum Beispiel zur Untersuchung von Beton verwendet werden, gibt es in Deutschland zum Beispiel an der TU-München und der TU-Dresden. Triaxialmaschinen arbeiten mit drei unabhängigen Hydraulikpressen die jeweils senkrecht zueinander stehen. Die drei Hauptspannungen σ_1 , σ_2 und σ_3 können unabhängig voneinander aufgebracht werden. Für kleinere Probekörpergeometrien können auch Druckzellen verwendet werden, wie sie BIERWIRTH zur Untersuchung von Mörtelproben nutzte (Abbildungen 2.21 und 2.22).



Abbildung 2.21.: Druckzelle zur Untersuchung von Mörtelproben [12]

LITEWKA verwendete für seine Untersuchungen an Mauerwerkssteinen eine ähnliche Druckzelle [89]. Bei diesen Druckzellen wird die zylindrische Materialprobe auf der Grund- und Deckfläche durch eine Presse belastet. Senkrecht zu dieser Richtung wird durch eine unter Druck stehende Flüssigkeit Druck auf die Mantelfläche aufgebracht. Es sind deshalb immer zwei der drei Hauptspannungen identisch $(\sigma_2 = \sigma_3)$. Die von BIERWIRTH verwendete Druckzelle verfügt über eine Membran, die radial zu der Längsachse der zylindrischen Probe Öldruck aufbringt und in vertikaler Richtung die Lastaufbringung über Lasteinleitungsbürsten realisiert. Zudem können während des Versuchs die radialen und vertikalen Verformungen aufgezeichnet werden. Dieser Versuchsaufbau wäre optimal geeignet, um auch für die Mauerwerkssteine dreiaxiale Festigkeitswerte zu ermitteln. Einen vom Grundprinzip sehr ähnlichen Versuchsaufbau, jedoch mit größeren Abmessungen und auf einem höheren Lastniveau, verwendet GABET [51], um Beton unter sehr hohen Drücken zu untersuchen.

Die Anforderungen an die Versuchstechnik sind, aufgrund der zu betrachtenden großen Verformungen und der hohen Drücke, für die die Materialmodelle für Mörtel und Ziegel entwickelt werden sollen, hoch. Insbesondere die Festigkeiten nach dem Bruch sind von großer Bedeutung und erfordern spezielle Versuchsaufbauten mit möglichst querbehinderungsfreien Lastaufbringungsarten. Außerdem sind die Materialsteifigkeiten, insbesondere der Druck- und der Zug-E-Modul wichtig. Aufgrund des enormen Aufwandes konnten bei der Bestimmung der Materialdaten mittels eigener Versuche nicht all die oben angesprochenen Versuchseinrichtungen verwendet werden und es sind daher für einige Materialparameter Annahmen erforderlich.



Abbildung 2.22.: Versuchsaufbau mit Druckzelle zur Untersuchung von Mörtelproben [12]

2.4.2. Dynamische Materialtests

Die Bestimmung dynamischer Materialeigenschaften ist relativ aufwändig und für viele Materialien noch Gegenstand der aktuellen Forschung. Wie bei statischen Werkstofftests ist auch für dynamische Werkstofftests viel Erfahrung und Fachwissen nötig, um aus Versuchsdaten sinnvolle und zuverlässige Materialdaten abzuleiten, die als Grundlage für Berechnungen dienen können. Wie der folgende Abschnitt zeigt, sind die dynamischen Versuche und deren Auswertung noch bei weitem komplizierter als bei quasi statischen Versuchen. Es kann daher an dieser Stelle nicht vollständig auf die Durchführung und Auswertung von dynamischen Materialtests eingegangen werden. Es handelt sich lediglich um einen knappen Überblick und es muss auf weiterführende Literatur (z.B. PERONI [109]) verwiesen werden.

2.4.2.1. TAYLOR-Test

Der TAYLOR-Test ist ein relativ einfacher Versuchsaufbau zur Ermittlung dynamischer Materialeigenschaften. Er wird vor allem zum Testen von weichen Metallen verwendet. WEIHRAUCH beschreibt den Versuchsaufbau und die Auswertung der Versuche in [161] ausführlich. Im TAYLOR-Test wird die Werkstoffprobe mit einer Pressluftkanone auf einige 100 m/s beschleunigt und auf ein, im Vergleich zur Probe, sehr viel schwereres, massives und aus höher festem Material gefertigtes Ziel geschossen. Die Aufprallgeschwindigkeit wird elektronisch gemessen und der Aufprall mit Höchstgeschwindigkeitskameras oder speziellen Fotografietechniken dokumentiert. Während des Aufpralls wird die Werkstoffprobe gestaucht und verformt. WEIHRAUCH beschreibt auch, wie durch geschickte Versuchsanordnung dynamische Werkstoffeigenschaften unter Zug mit einem abgeänderten Versuchsaufbau ermittelt werden können. Zur Auswertung des Versuchs werden meist numerische, aber auch analytische Modelle (JONES ET AL. [81] oder MEYERS [101]) zur Hilfe genommen, mit denen auf die in der Werkstoffprobe wirkenden Verzerrungsraten und Spannungszustände rückgeschlossen werden kann.

2.4.2.2. Split-HOPKINSON-Pressure-Bar (SHPB)

Der Split-HOPKINSON-Pressure-Bar ist ein gängiger Versuchsaufbau, mit dem Materialproben unter dynamischen Belastungen mit Verzerrungsraten zwischen 10² und 10⁴ 1/s untersucht werden können. Grundlegende Idee des Split-HOPKINSON-Pressure-Bars ist, durch Messungen von Wellen in einem bekannten Material auf die Verzerrungs- und Spannungszustände in der zu untersuchenden Probe zu schließen. Die im Folgenden dargestellte Funktionsweise des Split-HOPKINSON-Pressure-Bars orientiert sich an HIERMAIER [72]. PERONI beschreibt die Funktionsweise detailliert und ausführlich in [109].

In der Standardkonfiguration des SHPB wird die zu untersuchende Probe zwischen zwei zylinderförmigen Stäben mit bekannten Materialeigenschaften fixiert, welche als Ein- und Ausgabestab bezeichnet werden. Durch einen Impaktor wird in dem Eingabestab eine Druckwelle erzeugt, die an den Übergängen zwischen dem Eingabestab und der Materialprobe, und zwischen der Materialprobe und dem Ausgabestab, in Abhängigkeit von den Materialimpedanzen zum Teil reflektiert und zum Teil transmittiert wird. Der Eingabestab und der Ausgabestab werden mittels Teflonlagern derart gelagert, dass nur Verschiebungen in Stablängsrichtung auftreten können. Mittels Dehnmessstreifen können die Verzerrungen in dem Eingabestab und dem Ausgabestab gemessen werden. Mit diesen Messdaten ist es möglich, auf die in der Materialprobe herrschenden Verzerrungen und Spannungen rückzuschließen. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 2.23 schematisch dargestellt.



Abbildung 2.23.: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus eines Split-HOPKINSON-Pressure-Bars, nach HIERMAIER [72]

Die Berechnung der in der Probe wirkenden Spannungen und Verzerrungen erfolgt mit den folgenden Ansätzen (Abbildung 2.24):

Die Geschwindigkeit v1 an dem Ende des Eingabestabes kann mit

$$v_1 = C_0(\varepsilon_E - \varepsilon_R) \tag{2.68}$$

bestimmt werden. Die Geschwindigkeit am Beginn des Ausgabestabes mit

$$v_2 = C_0(\varepsilon_A), \tag{2.69}$$

wobei die Verzerrungen arepsilon durch die Dehnmessstreifen bestimmt werden können und

$$\varepsilon_E + \varepsilon_R = \varepsilon_A \tag{2.70}$$

gelten muss. Die mittlere Verzerrungsrate kann mit

$$\dot{\varepsilon}_E = \frac{v_1(t) - v_2(t)}{L}$$
(2.71)

bestimmt werden. Werden (2.68) und (2.69) in (2.71) eingesetzt, so ergibt sich für die mittlere Verzerrungsrate

$$\dot{\varepsilon} = \frac{C_0}{L} (\varepsilon_E - \varepsilon_R - \varepsilon_A). \tag{2.72}$$

Die Spannungen in der Probe können aufgrund des bekannten E-Moduls des Eingabe- bzw. Ausgabestabes und den mit den Dehnmesstreifen gemessenen Verzerrungen mit

$$\sigma(t) = E_0 \frac{A_0}{A} \varepsilon_A(t) \tag{2.73}$$

berechnet werden.



Abbildung 2.24.: SHPB, Bezeichnung der Variablen zur Versuchsauswertung

Versuchsaufbauten des Split-HOPKINSON-Pressure-Bars existieren in verschiedenen Varianten. Die Wahl der Versuchskonfiguration ist jeweils von den zu untersuchenden Materialparametern abhängig. Durch geschickte Wahl der Materialien für den Ein- und Ausgabestab können in dem Material gezielt Druck- und Zugspannungszustände untersucht werden. Hierbei wird der Impedanzunterschied zwischen den einleitenden Stäben und der Materialprobe ausgenutzt, der dafür verantwortlich ist, wie die Druckwellen reflektiert und transmittiert werden. In der Spallationskonfiguration wird auf den Ausgabestab verzichtet. Bei dieser Konfiguration wird an der freien Oberfläche der Probe die eingeleitete Druckwelle als Zugwelle reflektiert, die dann für das Versagen der Probe verantwortlich ist. Mit diesem Versuchsaufbau kann z.B. die verzerrungsratenabhängige Betonzugfestigkeit bestimmt werden. FORQUIN [49] berichtet über Versuche mit einem modifiziertem Split-HOPKINSON-Pressure-Bar, bei dem die Materialprobe in einen hohlen Zylinder aus Stahl eingebettet ist. Durch Messungen der radialen Verzerrungen des Stahlzylinders ist es möglich, den dreidimensionalen Spannungszustand des Materials zu berechnen. Auf diese Weise lassen sich zusätzliche und genauere Informationen für die Materialmodellierung gewinnen.

In Abhängigkeit von dem zu untersuchendem Material muss die Größe des Impulses angepasst werden. Dies kann zum Beispiel durch die Länge des Impaktors erreicht werden, da diese direkt mit der Länge der eingeleiteten Welle zusammenhängt. Um eine möglichst gleichmäßige Belastung zu erzeugen, wird bei der Untersuchung an Macor, das ist eine Keramik, von CHEN [32] eine Kupferplatte als "Pulse Shaper" zwischen dem Striker und dem Eingabestab gelegt. Mit dem "Pulse shaping" können unter Anderem die Amplitude der eingeleiteten Druckwelle und die Größe der Verzerrungsraten in der Probe variiert werden. Durch den modifizierten Versuchsaufbau von CHEN [31], der die Belastung mit zwei gekoppelten Impaktoren in den Eingabestab einleitet, wird die Materialprobe von zwei Druckwellen durchlaufen. Mit der Ersten kann die dynamische Antwort der intakten Keramikprobe untersucht werden, mit der Zweiten das Verhalten des zerstörten Materials unter Druck. Als Alternative zum Impaktor kann die Belastungswelle durch das Vorspannen des Eingabestabs und das schlagartige Lösen der Vorspannung eingeleitet werden. Diese Versuchsanordnung wird zum Beispiel am Joint-Research-Centre der Europäischen Kommission in Ispra angewendet. Durch diese Art der Lastaufbringung kann eine lange Zugwelle erzeugt werden. Um Zugfestigkeiten zu bestimmen, kann auch ein Querzugversuch (engl.: brazilian test) durchgeführt werden [110].

2.4.2.3. Planar-Platten-Impakt-Versuch

Ein weiterer Versuchsaufbau zur Gewinnung dynamischer Materialdaten ist der Planar-Platten-Impakt-Versuch (engl.: flyer plate impact test). Das Prinzip des Versuches beruht darauf, dass ein "Projektil" auf eine Probe geschossen wird und so in dieser eine Druckwelle erzeugt wird. Das Projektil und die Probe sind zylinderförmig und prallen mit den Stirnseiten planparallel aufeinander. Die Oberflächen müssen im Versuch exakt flächig aufeinanderprallen, damit eine optimale Welleneinleitung garantiert ist. Durch die Messung der Geschwindigkeit der freien Oberfläche der zu untersuchenden Probe können Rückschlüsse auf das Materialverhalten gezogen werden. Um einen möglichst eindimensionalen Wellenzustand zu erhalten, wird die Zielplatte sehr dünn ausgeführt. Das heißt, dass der Radius des Zylinders wesentlich größer als die Dicke der Probe gewählt wird. Auf diese Weise wird erreicht, dass die Verzerrungen vorwiegend in Impaktrichtung auftreten. Da die radialen Verzerrungen aufgrund der Massenträgheit behindert werden, stellt sich bei dieser Probengeometrie ein dreidimensionaler Spannungszustand ein. Außerdem können durch diese Geometrie radial reflektierte Rücklaufwellen reduziert werden. Das Verhalten des Zielmaterials wird mit Dehnmessstreifen erfasst. Meist werden hierzu aber die Oberflächengeschwindigkeiten des Probenmaterials auf der Probenrückseite mittels eines VISAR-Laserinterferometer (Velocity Interferometer System for Any Reflector) gemessen.

Dieser Versuchsaufbau ist zur Gewinnung von Materialdaten zur Erstellung einer HUGONIOT Zustandsgleichung weit verbreitet. Der Bereich der zu untersuchenden Verzerrungsraten liegt zwischen 10⁴ und 10⁶ 1/s. Detaillierte Angaben zur Auswertung von Planar-Platten-Impaktversuchen sind in [72] von HIERMAIER und in [101] von MEYERS zu finden.



Abbildung 2.25.: Prinzipskizze eines Flyer-Plate-Impact-Tests nach HIERMAIER [72]

3. Eigenschaften von Mauerwerksmaterialien

Alle numerischen Modellierungsmethoden benötigen zuverlässige Materialmodelle, um brauchbare Ergebnisse liefern zu können. Zur Erstellung und Anpassung dieser Materialmodelle ist eine gut dokumentierte und umfassende Datenbasis mit experimentellen Versuchsdaten erforderlich, die Festigkeiten, Steifigkeiten und Bruchverzerrungen unter verschiedenen Spannungszuständen beschreibt. Die Hauptproblematik bei Mauerwerk ist die Vielfältigkeit der Materialien, die bereits in Abschnitt 1.3 vorgestellt wurde. Hinzu kommt, dass Mauerwerk ein stark nichtlineares Materialverhalten zeigt. Neben den Materialeigenschaften des Mörtels und des Steines spielen auch die Verbundeigenschaften eine wichtige Rolle. Die Versuchsdatenbank muss demnach auch hierfür Versuchsergebnisse beinhalten. Obwohl Mauerwerk sehr weit verbreitet ist, ist es nicht einfach, gute Versuchsdaten zu finden, die zur Materialmodellierung geeignet sind. Dies liegt unter anderem daran, dass der Großteil der Forschungsarbeiten im Mauerwerksbau sich der Frage widmet, wie Bemessungsregeln, normative Nachweise und empirische Formeln erstellt werden können. Brauchbare experimentelle Daten zur Entwicklung von Materialmodellen sind in der Literatur nur im beschränkten Umfang zu finden. Aufgrund verschiedener Testverfahren und der Vielfältigkeit der getesteten Materialien streuen die vorliegenden Ergebnisse derart, dass ein Vergleich schwierig ist und eine Auswertung scheinbar unmöglich wird. Oft sind Versuche schlecht dokumentiert, so dass nur die Bruchlast angegeben ist. Dabei wären das Verzerrungsverhalten vor und nach dem Bruch sowie Angaben zur genauen Versuchsdurchführung, wie zum Beispiel Lagerung, Abmessungen, Belastungsgeschwindigkeiten und die Vorbereitung der Probe, von großer Bedeutung.

In diesem Kapitel werden Eigenschaften und Kennwerte von Mauerwerksmaterialien so weit wie möglich zusammengefasst. Zu Beginn dieses Kapitels werden normative Regelungen zusammengestellt. Anschließend wird auf Versuchsergebnisse verschiedener Forscherteams zu Mauerwerkssteinen und Mörtel eingegangen. Diese hier zusammengestellten Materialeigenschaften bilden anschließend die Grundlage für die eigenen Materialmodelle, die in Kapitel 4 vorgestellt werden.

3.1. Materialeigenschaften von Mauerwerkssteinen

Bereits in Kapitel 1.3 wurden einige Materialeigenschaften und die Vielfältigkeit von Mauerwerkssteinen angesprochen. Im Folgenden wird auf die für den Mauerwerksbau betreffenden Normen, auf die Rohmaterialien, die Herstellung und die Festigkeitseigenschaften von Ziegelsteinen, Lehmsteinen und Kalksandsteinen eingegangen.

3.1.1. Normative Regelungen

Im Grunde genommen sind die das Mauerwerk betreffenden normativen Regelungen für die Problemstellung der Hochdynamik relativ unwichtig. Dies liegt einmal daran, dass normative Regelungen zu Abmessungen, Rohdichten und Maßtoleranzen für die Materialmodellierung ohne Bedeutung sind. Bezüglich der Festigkeiten fordern die normativen Festlegungen Mindestfestigkeiten. Für die hier vorliegende Fragestellung sind jedoch die tatsächlichen Festigkeiten erforderlich, weil für die Modellierung eines Versagensbildes keine weit auf der sicheren Seite liegende Abschätzung gewünscht ist, sondern das Verhalten so realistisch wie möglich abgebildet werden soll. Es sind daher keine Fraktilwerte für die Materialfestigkeit maßgebend, sondern Mittelwerte. Ein weiterer Grund für die untergeordnete Rolle von Normen für diese Problemstellung ist, dass die Materialien, welche in historischen Bauten oder in Bauten in Ländern mit weitaus weniger weit entwickelten Bauweisen verbaut wurden, keiner Normung entsprechen, sondern nach lokaler Verfügbarkeit ausgewählt wurden. Dennoch können den Normen für Mauerwerk (Anhang E), deren Unübersichtlichkeit und Vielfalt mit der Einführung der Europäischen Normung noch weiter zugenommen hat, einige für dieses Projekt nützliche Richtwerte für die Materialtests und Materialauswahl entnommen werden. Daher werden in diesem Abschnitt die wichtigsten Normen kurz vorgestellt.

Eine tabellarische Übersicht über die wichtigsten deutschen Normenwerke zu Mauerziegeln und Mauerwerk ist im Anhang E zu finden. Bis April 2006 waren Mauerziegel in der DIN 105 geregelt. Die Norm DIN 105 "Mauerziegel" bestand aus folgenden Teilen:

- Teil 1: Vollziegel und Hochlochziegel der Rohdichteklassen \geq 1,2
- Teil 2: Wärmedämmziegel und Hochlochziegel der Rohdichteklassen < 1,0
- Teil 3: Hochfeste Ziegel und hochfeste Klinker
- Teil 4: Keramikklinker
- Teil 5: Leichtlanglochziegel und Leichtlangloch-Ziegelplatten
- Teil 6: Planziegel (Vornorm)

Im Mai 2005 wurde die Änderung 1 der europäischen Norm DIN EN 771-1 "Festlegungen für Mauersteine - Teil 1: Mauerziegel" [43] veröffentlicht, die zusammen mit der DIN V 105-100 "Mauerziegel - Teil 100: Mauerziegel mit besonderen Eigenschaften" [44] vom Oktober 2005 die bisherigen Normenteile der DIN 105 ersetzt. Da die europäische Norm fast ausschließlich eine Deklaration von Produkteigenschaften vorsieht, ist sie allein nicht kompatibel mit der DIN 1053 "Mauerwerk". Um Lücken zwischen der europäischen Norm und der DIN 1053 zu schließen und die Verwendung von ausschließlich CE-gekennzeichneten Mauersteinen für Mauerwerk nach DIN 1053 zu ermöglichen, wurde die Anwendungsnorm DIN V 20000-401 [45] herausgegeben.

Die DIN EN 771-1 gilt für zwei Gruppen von Mauersteinen aus gebranntem Ton (Mauerziegeln):

- LD-Ziegel: Mauerziegel mit einer Brutto-Trockenrohdichte ≤ 1000 kg/m³ zur Verwendung in geschütztem Mauerwerk.
- HD-Ziegel: Alle Mauerziegel zur Verwendung in ungeschütztem Mauerwerk sowie Mauerziegel mit einer Brutto-Trockenrohdichte > 1000 kg/m³ zur Verwendung in geschütztem Mauerwerk.

Sie definiert Produkteigenschaften, unter anderem bezüglich Maßabweichungen, Festigkeit und Rohdichte, legt aber keine Messverfahren oder Anforderungen hinsichtlich Toleranzen und Spannen für Maße, Winkel und Radien für Formsteine fest. Die jeweiligen Prüfverfahren sind in der Norm DIN EN 772 "Prüfverfahren für Mauersteine" festgelegt. Sie umfasst unter anderem folgende Teile:

- Teil 1: Bestimmung der Druckfestigkeit
- Teil 2: Bestimmung des prozentualen Lochanteils in Mauersteinen (mittels Papiereindruck)
- Teil 3: Bestimmung des Nettovolumens und des prozentualen Lochanteils von Mauerziegeln mittels hydrostatischer Wägung (Unterwasserwägung)
- Teil 4: Bestimmung der Dichte und der Rohdichte sowie der Gesamtporosität und der offenen Porosität von Mauersteinen aus Naturstein

Die DIN V 105-100 legt die Anforderungen an Mauerziegel fest, die durch CE-gekennzeichnete Mauerziegel nach DIN EN 771-1 für eine direkte Verwendung für Mauerwerk nach den Teilen 1, 3, 4 und 100 der DIN 1053 zusätzlich zu erfüllen sind. Sie gilt weiterhin nur für Mauerziegel der Kategorie I nach DIN EN 771-1. Mauersteine der Kategorie I nach DIN EN 771-1 sind Mauersteine mit einer deklarierten Druckfestigkeit, wobei die Wahrscheinlichkeit des Nichterreichens dieser Festigkeit nicht über 5 % liegen darf (DIN EN 771-1 Nr. 3.33).

3.1.2. Ziegelsteine – gebrannte Tonziegel

Heute sind Ziegelsteine in Deutschland die am weitest verbreiteten Mauerwerkssteine. Als Ausgangsmaterial dient Ton, der nach Aufbereitung im Strangpressverfahren zu Steinen geformt wird. Bereits vor Jahrtausenden wurde erkannt, dass durch hohe Temperaturen, beim sogenannten "Brennen", tonhaltige Materialien hohe Festigkeiten erreichen und darüber hinaus wasserfest werden können.

Rohstoffe

KRENKLER [84] beschreibt die Eigenschaften der Rohstoffe und deren Verarbeitung zu Ziegelsteinen ausführlich. Die folgende Beschreibung orientiert sich an der Beschreibung von KRENKLER. Der wesentliche Bestandteil für Ziegeleierzeugnisse ist Ton, ein Verwitterungsprodukt von festen Gesteinen, welcher meist in Gemischen mit anderen Lockergesteinen auftritt. Reiner Ton ist mit einer Korngröße von 0,1 bis 10 µm sehr feinkörnig. Hauptbestandteil der Tonminerale sind Aluminium-Silikate, denen Hydratwasser angelagert ist. Die feine Blattstruktur dieser Minerale ermöglicht die Wasseraufnahme zwischen den Kristallebenen. Die große Kornoberfläche sorgt für große Haftkräfte. Diese Aspekte ermöglichen die wichtigen Eigenschaften bei der Herstellung von keramischen Werkstücken, nämlich plastische Verformbarkeit und die Standfestigkeit des Formlings. Das zur plastischen Verformung notwendige Wasser führt umgekehrt beim Trocknen und Brennen zum Schwinden mit teilweise beträchtlicher Volumenminderung. Die meisten natürlichen Vorkommen von Ton enthalten Beimengungen, welche seine Verwendbarkeit bestimmen. Reiner Ton, auch "Kaolin" genannt, enthält meist nur Quarz als Reste des Ursprungsgesteins und wird in der Porzellanherstellung verwendet. Für die Herstellung von Ziegeln wird meistens kalkhaltiger Mergel und Lehm, eine Mischung aus Ton und Sand, verwendet. Die Abbildung 3.1 zeigt den Einsatzbereich verschiedener Ton-Sand-Gemische für Bauprodukte. Die Abbildung 3.2 zeigt die weite Anwendung von keramischen Massen im Bauwesen und in der technischen Industrie. Die im Bauwesen angewandten Keramiken gehören zu den Grobkeramiken.

Zur Verminderung des Schwindens, zur Verkürzung des Trocknungsprozesses und zur Herabsetzung der Brenntemperatur werden sogenannte "Hartstoffe", also Zuschläge ohne plastische Verformbarkeit, zu den tonigen Massen hinzugefügt. Hohe Anteile an Zuschlägen verringern jedoch die Festigkeit, da der Ton seine Bindekraft verliert. Ein hoher Tonanteil ermöglicht dünnwandigere Erzeugnisse.

Seine charakteristisch rote Färbung erhält der Ziegelstein durch Eisenhydroxid (Fe(OH)₃), welches für die braune Farbe des Lehms verantwortlich ist und beim Brennvorgang unter Wasserabspaltung zum roten Eisenoxid (Fe₂O₃) überführt wird. Einen kurzen Überblick über die verschiedenen Ziegelfarben und die dafür verantwortlichen Elemente gibt Tabelle 3.1.

	geeignet für					
20 40 60 80 10	20 40 60 80 100		Voll - ziegel	Loch- ziegel	Dach- ziegel	Rohre
Magerungs – mittel	0 bis 12	Sand				
	12 bis 22	lehmiger Sand				
	22 bis 32	sandiger Lehm				
	32 bis 42	Lehm				
	42 bis 50	toniger Lehm				
Ton	50 bis 60	lehmiger Ton				

Abbildung 3.1.: Klassifizierung der Rohmaterialien für Ziegeleiprodukte (aus: KRENKLER [84])



Abbildung 3.2.: Anwendungsgebiete keramischer Massen [95]

Herstellung

Bei der Aufbereitung der Rohmaterialien wird das Material verschiedener Vorkommen gemischt, um

Element	Farbe
Eisen	Rot
Eisen & Kalk	Gelb
Graphit	Grau
Mangan	Braun

 Tabelle 3.1.: Farbgebende Elemente bei der Ziegelherstellung nach SCHOLZ [137]

eine möglichst homogene Masse zu erhalten. Bei der Trockenaufbereitung werden die Rohmaterialien mit Heißluft getrocknet, fein gemahlen und unter Zugabe von Wasser, mit welchem die gewünschte Plastizität eingestellt wird, mit Zusätzen vermischt. Bei der Nassaufbereitung wird die gesamte grubenfeuchte Rohmasse unter Beimengung der Zusätze aufbereitet. Um die Masse gleichmäßig durchfeuchten zu lassen und zur vorübergehenden Aufbewahrung wird die fertige Masse in Mauktürmen oder Sumpfhäusern gelagert.

Die Formgebung geschieht heutzutage automatisch, meist mit einer Strangpresse. Flache Erzeugnisse wie Fliesen entstehen mit der Stempelpresse. Nach der Formgebung werden die Rohlinge getrocknet. Früher wurden zum Trocknen im Freien einige Wochen Zeit benötigt. Um diesen Prozess zu beschleunigen, werden sie heute in Trockenkammern bei etwa 80 °C gelagert. Nachdem der Trocknungsprozess beendet ist, werden Grobkeramiken in Tunnelöfen gebrannt. Der Brennprozess dauert Stunden bis Tage und die Brenntemperatur wird von der Zusammensetzung der Masse und der gewünschten Scherbendichte bestimmt. Einen Überblick über die verschiedenen Brenntemperaturen gibt Tabelle 3.2.

Temperatur	Erzeugnis		
900 bis 1100°C	Ziegelwaren		
1150 bis 1300 °C	Steinzeug, Klinker		
1100 bis 1300 °C	Steingut		
1300 bis 1450 °C	Porzellan		
1300 bis 1800 °C	feuerfeste Steine		

Tabelle 3.2.: Brenntemperaturen für keramische Erzeugnisse nach SCHOLZ [137]

Während des Brennvorganges treten in der Kristallstruktur des Tons Veränderungen ein. Bei ca. 400 °C werden OH-(Hydroxyl-)Gruppen abgespalten, die zwischen den Si- und Al-Atomen sitzen. Da über die Hydroxylgruppen bereits Wasser aufgenommen wird, führt dies zu einer verringerten Wasseraufnahme und somit auch zu einem geringeren Quellvermögen des Tons bzw. Lehms (Abbildung 3.3).

Bei Temperaturen über 500 °C bricht das Kristallgitter zusammen und es bildet sich sogenanntes "Metakaolin". Dieses besteht aus einem Gemenge von amorphem Siliciumdioxid (SiO_2) und Aluminiumoxid (Al_2O_3) . Ab einer Temperatur von 800 °C entstehen aus SiO_2 und Al_2O_3 Aluminiumsilikate in einer porösen Struktur. Über 1200 °C beginnen die Kristalle an ihren Kontaktflächen zu verschmelzen, was unter dem Begriff "Sinterung" bekannt ist. Die dadurch entstehende glasartige Struktur schließt nichtgeschmolzene Kristalle und Poren ein und verringert die Wasseraufnahme der Scherben erheblich. Je weiter der Porenraum durch Sintern verringert wird, umso höher sind die Dichte und die Festigkeit des fertigen Ziegelsteins. Solche Erzeugnisse haben im Gegensatz zum dumpfen Klang eines normalen Ziegels einen hellen Klang, d.h. sie "klingen" beim Anschlagen und erhielten daher den Namen "Klinker".



Abbildung 3.3.: Brenntemperatur und Festigkeit von Ziegeleierzeugnissen (aus: [84])



Abbildung 3.4.: Eigenschaften keramischer Baustoffe (aus: [84])

3.1.3. Zusammenstellung von Versuchsdaten von Ziegel

Im Folgenden werden Versuchsdaten zusammengestellt, die zur Aufstellung von Materialmodellen für Mauerwerkssteine dienlich sind. Da im Rahmen dieser Arbeit die Abschätzung des Tragverhaltens im Vordergrund steht und nicht die Bemessung einer Wandscheibe, sind die tatsächlichen Festigkeiten und Steifigkeiten des Materials von Interesse und nicht eine auf der sicheren Seite liegende Abschätzung. In der Regel gehen die Normen im Bauingenieurwesen immer von "Mindestfestigkeiten" des Materials aus, dies heißt, dass die angegebene Materialfestigkeit in 95% der Fälle übertroffen wird. Ähnlich ist es bei der Definition der Druckfestigkeitsklassen von Mauerwerkssteinen. Die Steindruckfestigkeitsklassen werden von der DIN V 105-100 [44], wie in Tabelle 3.3 dargestellt, festgelegt. Weiter ist zu beachten, dass die im Experiment gemessene Steindruckfestigkeit von der Form des Mauersteines abhängt, da die Querverformungsbehinderung der Platten der Prüfmaschine das Prüfergebnis beeinflusst. In der DIN V 105-100 wird dies durch Formfaktoren berücksichtigt (Tabelle 3.4). Ein direkter und genauer Rückschluss auf die Druckfestigkeit der Steine ist daher nicht möglich.

Im Folgenden werden Versuchsergebnisse von VAN DER PLUIJM [112] vorgestellt. Diese Versuche wurden zur numerischen Untersuchung von Mauerwerk durchgeführt und liefern gut dokumentierte Versuchsdaten zu Druckfestigkeit, Zugfestigkeit, E-Modul und Bruchenergie. Derartige Untersuchungen sind in der Literatur nur in sehr beschränktem Umfang zu finden. VAN DER PLUIJM untersuchte drei verschiedene Steintypen, die er mit "Joosten" (yellow wire cut brick), "Vijf Eiken" (red soft mud brick), "Sand Lime" (Kalksandstein) bezeichnet, sowie zwei Mörtelsorten. Die Abmessungen, Druckfestigkeiten und Rohdichten der untersuchten Steine sind in Tabelle 3.5 zusammengestellt.

Die Steinzugfestigkeit untersuchte VAN DER PLUIJM anhand von Prismen und Zylindern. Es zeigte

Druckfestig- keitsklasse	Kleinster Einzelwert [^{N/} mm²]	Umgerechnete mittlere Mindestdruckfestigkeit f _{st} [^N /mm ²]
2	2,0	2,5
4	4,0	5,0
6	6,0	7,5
8	8,0	10,0
10	10,0	12,5
12	12,0	15,0
16	16,0	20,0
20	20,0	25,0
28	28,0	35,0
36	36,0	45,0
48	48,0	60,0
60	60,0	75,0

Tabelle 3.3.: Druckfestigkeitsklassen nach DIN V 105-100 [44]

Tabelle 3.4.: Formfaktoren nach DIN V105-100 [44]

Nennmaß der Ziegelhöhe	Formfaktor f
[mm]	[-]
$40 \le h < 52$	0,6
$52 \leq h < 75$	0,8
$75 \leq h < 100$	0,9
$100 \leq h < 175$	1,0
$175 \leq h < 238$	1,1
≥ 238	1,2

 Tabelle 3.5.: Druckfestigkeiten für verschiedene Steinsorten für Versuche von VAN DER PLUIJM

 [112]

Steinsorte	Druckfestigkeit ^[N/mm²]	Rohdichte [^{kg/m³}]	Abmessungen [mm]
Joosten (JG)	66	1994	204 x 98 x 50
Vijf Eiken (VE)	33	1880	208 x 98 x 50
Sand Lime (CS)	35	1810	212 × 102 × 54

sich, dass die Geometrie der Probekörper einen starken Einfluss auf die Versuchsergebnisse hat. Die genaue Probengeometrie und der genaue Versuchsaufbau sind in [112] nicht dokumentiert.

Die Problematik der Durchführung von Zugversuchen an spröden Materialien ist inzwischen allgemein bekannt. Die Art der Lasteinleitung ist bei derartigen Materialien kompliziert. Zudem führen schon kleine Exzentrizitäten zur Verfälschung der Versuchsergebnisse. THOMÉE [148, 147] untersuchte die Zugfestigkeit von Beton daher an ringförmigen Proben (Modified Tension Test). Andere Forscherteams verwenden Spaltzugfestigkeitsversuche, Keilspaltversuche [156] oder Biegezugversuche (vgl. Absatz 2.4.1).

Steintyp	Zugfestigkeit	Variationskoeffizient	Anzahl der Tests
	[N/mm²]	%	
JG-Prisma	2,36	21	2
JG-Zylinder	3,51	3	3
VE-Prisma	2,47	14	3
VE-Zylinder	1,50	4	3
CS-Prisma	2,34	10	3

Tabelle 3.6.: Mittlere Steinzugfestigkeit, Versuche von VAN DER PLUIJM [112]

Ein wichtiger Parameter zur Beschreibung des Verformungsverhaltens nach Zugbruch ist die Bruchenergie, die üblicher Weise in [J/m²] angegeben wird. Diese Energie entspricht der durch das Spannungs-Dehnungs-Diagramm einbeschriebenen Fläche eines Zugversuches im Nachbruchbereich. VAN DER PLUIJM ermittelte die Bruchenergie anhand von Prismen und Zylindern. Auch hier ist ein Unterschied in den ermittelten Versuchswerten für zylindrische und prismatische Probekörper zu erkennen. Aufgrund des geringen Probenumfangs ist eine Bewertung des Einflusses der Probenkörpergeometrie nicht möglich. Die Bruchenergie der Steine ist etwa zehn mal so hoch wie die der Fugen (Tabelle 3.28). VAN DER PLUIJM ermittelte für die drei Steinsorten den Zug-E-Modul, der in Tabelle 3.8 dargestellt wird. Auffallend ist, dass die E-Moduln der Steine Vijf Eiken und Calcium Silicate weit auseinanderliegen, ihre Steindruckfestigkeiten sind annähernd gleich. Ein Rückschluss von der Festigkeit auf die Steifigkeit der Steine ist daher im allgemeinen Fall nicht möglich (von einigen Wissenschaftlern wurden derartige Zusammenhänge für Sonderfälle hergeleitet).

Steintyp	Bruchenergie G _f	Variationskoeffizient	Anzahl der Tests
	[J/m ²]	[%]	
JG-Prisma	117	-	1
JG-Zylinder	128	3	3
VE-Prisma	61	24	3
VE-Zylinder	73	3	3
CS-Prisma	67	14	3

Tabelle 3.7.: Bruchenergie von Mauerwerkssteinen, Versuche von VAN DER PLUIJM [112]

Tabelle 3.8.: E-Modul der Mauersteine unter Zug, Versuche von VAN DER PLUIJM [112]

Steintyp	E-Modul
	[N/mm ²]
Joosten (JG)	16700
Vijf Eiken (VE)	6050
Calcium Silicate (CS)	13400

3.1.4. Lehmsteine

Lehm spielt in Deutschland für den Mauerwerksbau keine nennenswerte Rolle mehr, ist aber, aufgrund des Trends zum ökologischen Bauen, wieder im Kommen. Im Ausland hingegen werden nach wie vor Lehmbauten im großen Stil erstellt, und zwar nicht nur für einfache kleine Wohngebäude, sondern auch für repräsentative große Bauten. Das Minarett in Tarim in Jemen aus handgefertigten Lehmsteinen weist eine Höhe von immerhin 38 m auf. Die weite Verbreitung des Lehmbaus, gerade in weniger industrialisierten, südlicheren Ländern, beruht auf den geringen technischen Anforderungen, dem weit verbreiteten Materialvorkommen und dem geringen Energiebedarf bei der Herstellung und der Verarbeitung.

Lehmprodukte existieren in verschiedenen Formen, wie zum Beispiel als Lehmschüttungen, Lehmsteine, Lehmplatten oder Lehmmörtel. Lehm wird in verschiedenen Arten verarbeitet und aufbereitet. Durch zusätzliche Bindemittel wie zum Beispiel Kalk oder Zement können die Materialeigenschaften verändert und verbessert werden. Als Zuschläge werden mineralische (z.B. Sand) oder organische Bestandteile (z.B. Stroh) verwendet. Um die Wärmedämmung des Materials zu verbessern werden Stroh, Sägespäne oder organische Fasern zugegeben, so dass Strohleichtlehm, Holzlehm oder Faserleichtlehm entsteht. Die Vielseitigkeit von Lehm, seine Anwendungsmöglichkeiten und die Bauausführung von Lehmmauerwerken werden von SCHROEDER [138], RAUCH [117] oder MINKE [102] ausführlich dargestellt. Lehmsteine können industriell, aber auch mit einfachen Pressen direkt auf der Baustelle gefertigt werden. Alternativ lässt sich das Material aber auch vor Ort einbauen ohne es in Steine zu formen. Die Bandbreite und die verschiedenen Typen von Lehm sind auch an den Trockenrohdichten zu erkennen, da diese deutlich streuen (Tabelle 3.9).

Einteilung	Trockenrohdichte $[kg/m^3]$
leicht	$ ho_{d}<~1200$
mittel	$1200 < ho_{d} < 1700$
schwer	$1700 < ho_d$

Tabelle 3.9.: Einteilung der Trockenrohdichten von Lehm

Materialeigenschaften von Lehm

Lehmsteine werden im Grunde aus ähnlichen Materialien wie Ziegel erstellt (Abbildung 3.1). Der Ausgangsstoff von Lehmsteine ist im Vergleich zu Ziegelsteinen weniger tonhaltig, dafür sind die Anteile an Zuschlägen und Magerungsmitteln größer. Anders als Ziegel werden Lehmsteine nicht gebrannt sondern nur getrocknet. Die EIWA Lehmsteine, für die im Folgenden einige Rohdichten und Festigkeiten vorgestellt werden, werden bei ca. 100 °C getrocknet.

Die Ziegelindustrie verkauft auch ungebrannte Ziegelrohlinge (auch Krönlinge oder Grünlinge genannt). Diese sind jedoch nicht mit Lehmsteinen zu verwechseln, da der Tongehalt wesentlich größer ist und daher andere Eigenschaften als Lehmsteine aufweisen.

Als Ausgangsstoff für Lehmsteine sind nicht alle Lehmvorkommen geeignet, da die Bindigkeit und Zugfestigkeit des Lehms, welche durch die Mineralstruktur bestimmt wird, eine wichtige Rolle spielen. Die Aufbereitung von Lehm durch Zugabe von Sanden und Fasern, zu einem Ausgangsmaterial für hochwertige Lehmsteine, ist keine triviale Aufgabe. MINKE stellt hierfür verschiedene Materialtests in [102] zusammen.

Im Rahmen dieses Projektes werden nur die Eigenschaften von Lehmsteinen weiter untersucht. Die Firma EIWA ist eine der wenigen Lehmsteinhersteller in Deutschland und bietet Vollsteine und gelochte Steine an. Lehmsteine der Firma EIWA wurden am Forschungs- und Prüfinstitut Steine und Erden in Karlsruhe hinsichtlich ihrer Druckfestigkeit untersucht [122, 123, 124]. Die Ergebnisse der Druckfestigkeitsprüfungen der Vollsteine und gelochten Steine sind in den Tabellen 3.10 bis 3.12 zusammengestellt. Die Steinfestigkeit liegt erwartungsgemäß im unteren Festigkeitsbereich der Steinfestigkeitsklasse. Nach den Lehmbauregeln [36] werden Lehmsteine mit Mörtel der Mörtelgruppe II verarbeitet. Es existieren jedoch auch Lehmmörtel, die in Deutschland aber nicht zur Anwendung kommen.

Nach MINKE [102] beträgt die (Trocken-)Druckfestigkeit von Lehmsteinen in der Regel zwischen 3 und 6 N/mm², die einaxiale Zugfestigkeit zwischen 10 und 11% der Druckfestigkeit.

Probe	Maße		Gewicht	Roh-	Bruch	Druck	kfestigkeit	
Nr.	Länge	Breite	Höhe		dichte	-last	β_{Pr}	β_{St}
		[mm]		[kg]	[^{kg} /dm ³]	[kN]	٩]	J/mm²]
1	233	360	240	17,960	0,89	248	3,0	3,5
2	234	359	241	18,020	0,89	255	3,0	3,6
3	233	359	240	18,120	0,90	253	3,0	3,6
MW	233	359	240	18,033	0,89	252	3,0	3,6

Tabelle 3.10.: Versuchsdaten zu Lehmsteinen, Typ EIWA gelocht [124]

Tabelle 3.11.: Versuchsdaten zu Lehmsteinen, Typ EIWA gelocht 10 DF [122]

Probe	Maße		Gewicht	Roh-	Bruch	Druc	kfestigkeit	
Nr.	Länge	Breite	Höhe		dichte	-last	β_{Pr}	β_{St}
		[mm]		[kg]	[^{kg} /dm ³]	[kN]	[N/mm²]
1	294	239	235	27,55	1,67	296	4,2	4,2
2	296	239	235	27,60	1,66	284	4,0	4,0
3	296	239	234	27,50	1,66	263	3,7	3,7
4	294	239	236	27,55	1,66	291	4,1	4,1
MW	295	239	235	27,55	1,66	283,5	4,0	4,0

Tabelle 3.12.: Versuchsdaten zu Lehmsteinen, Typ EIWA Vollsteine [123]

Probe	Maße		Gewicht	Roh-	Bruch	Druckfestigkeit		
Nr.	Länge	Breite	Höhe		dichte	-last	β_{Pr}	β_{St}
		[mm]		[kg]	[^{kg} /dm ³]	[kN]	י] [י	N/mm²]
1	234	114	70	3,551	1,9	88	6,6	6,6
2	234	115	69	3,524	1,9	85	6,3	6,3
3	235	115	69	3,492	1,87	83	6,1	6,1
MW	233	359	240	3,522	0,89	85	6,3	6,3

SARANGAPANI veröffentlichte Versuchsdaten [128] zu "Burnt Clay Bricks" - wörtlich übersetzt: gebrannte Lehmsteine. Es handelt sich um in Indien gebräuchliche Mauerwerkssteine. Leider ist nicht genau bekannt, bei welchen Temperaturen diese Steine gebrannt wurden und aus welchen Zusammensetzungen sie bestehen. Hinsichtlich der Druckfestigkeit (Tabelle 3.13) sind sie größenordnungsmäßig den Lehmsteinen zuzuordnen.

Tabelle 3.13.: Druckfestigkeiten für verschiedene gebrannte Lehmsteine aus Indien nach [128]

Druckfestigkeit [N/mm²]	10,67	4,29	3,17
Biegefestigkeit [N/mm²]	1,1	0,39	0,36
Sekanten E-Modul bei 25% der Bruchlast [N/mm²]	509	467	485

3.1.5. Kalksandsteine

Herstellung

Kalksandsteine sind künstlich hergestellte Mauersteine aus Sand, Branntkalk (Calciumoxid CaO) und Wasser (H_2O). Der Branntkalk und der Sand (überwiegend Quarzsand) werden im Verhältnis 1:12 unter Zugabe von Wasser gemischt. Nach Einstellung der gewünschten Konsistenz werden mit hydraulischen Pressen die Steinrohlinge geformt. In Autoklaven, das sind Dampfdruckkessel, werden die Rohlinge bei einem Druck von etwa 16 bar bei ca. 200 ° Celsius 4 bis 8 Stunden gehärtet. Unter diesen Umgebungsbedingungen bilden sich, in Verbindung mit dem durch das Kalkhydrat hervorgerufene basische Milieu, an der Oberfläche der Sandkörner sogenannte CSH-Phasen (x CaO · y SiO₂ · z H_2O). Diese entstehenden Kristalle verzahnen sich gegenseitig und rufen so die Festigkeitszunahme hervor.

Anwendung und Eigenschaften

Kalksandsteine werden in der Regel als Vollsteine oder als Steine mit geringem Lochanteil hergestellt und weisen daher eine große Rohdichte auf. Sie werden in den Steindruckfestigkeitsklassen (SFK) 4 bis 60 angeboten, zumeist jedoch in den Festigkeitsklassen 12 und 20. Die Mittelwerte der Druckfestigkeiten können der Tabelle 3.14 entnommen werden.

Produziert werden alle gängigen Mauersteinformate, angefangen von kleinformatigen Mauersteinen im Dünnformat (DF) und Normalformat (NF) über Blocksteine mit Steinhöhen von 25 cm bis hin zu großformatigen Kalksandsteinen mit Steinhöhen von 50 cm bzw. 62,5 cm. Es werden sowohl Steine für Normalmörtel mit einer Lagerfugendicke von 12 mm als auch Plansteine für Dünnbettmörtel mit einer Lagerfugendicke von 2 mm angeboten.

Kalksandsteinwände kommen im Innen- und Außenbereich zur Anwendung. Sie weisen eine hohe Druckfestigkeit aber auch eine, im Vergleich zu Hochlochziegeln, hohe Wärmeleitfähigkeit auf.

Tabelle 3.14.: Mittelwerte Druck	estigkeiten der Steindruckfest	gkeitsklassen ((SFK)	[21	L]
----------------------------------	--------------------------------	-----------------	-------	-----	----

Steindruckfestigkeitsklasse	10	12	16	20	28
Mittelwerte der Druckfestigkeit [N/mm²]	12,5	15,0	20,0	25,0	35,0

Zugfestigkeit von Kalksandsteinen

Nach SCHUBERT [139] kann die Steinzugfestigkeit β_Z von Kalksandsteinen mit

$$\beta_Z = 0,06 \cdot \beta_D \tag{3.1}$$

in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit β_D berechnet werden.

E-Modul von Kalksandsteinen

SCHUBERT [139] ermittelte für den Druck-E-Modul für Kalksandsteine anhand von 40 Versuchen

$$E_{D,l} = 320 \cdot \beta_D, \tag{3.2}$$

wobei in β_D der Formfaktor für die Steine berücksichtigt wurde. VAN DER PLUIJM [112] stellte experimentell für den E-Modul für Kalksandsteine mit einer Druckfestigkeit von 35 N/mm² einen Wert von 13400 N/mm² fest. Die Steinabmessungen der von VAN DER PLUIJM untersuchten Mauerwerkssteine betrug 212 x 102 x 54 mm. Die gemessene Druckfestigkeit muss daher mit dem Formfaktor 0,8 korrigiert werden. Die E-Moduln von SCHUBERT wurden anhand von Prismen ermittelt. Angaben über deren Abmessungen wurden nicht publiziert. Weiter ist unbekannt, wie die beiden Autoren den E-Modul anhand der Spannungs-Stauchungs-Kurven ermitteln. Berechnet man für die Steine von VAN DER PLUIJM den E-Modul mit (3.2), so erhält man unter Berücksichtigung des Formfaktors 8960 N/mm². Die Ergebnisse liegen somit in der gleichen Größenordnung.

Der Zug-E-Modul kann nach SCHUBERT [139] mit

$$E_Z = 4500 \cdot \beta_Z \tag{3.3}$$

berechnet werden.

WALLNER [157] nimmt für seine Berechnungen mit KS-Mauerwerkssteinen mit einer Zugfestigkeit von $f_{t,0} = 2,0 \text{ N/mm}^2$ und der Druckfestigkeit $f_{c,0} = 20,4 \text{ N/mm}^2$ einen E-Modul von 7560 N/mm² an. Für die Querverformungszahl wurde $\nu = 0,2$ und für die Bruchenergie $G_f = 0,0775 \text{ Nmm/mm}^2$ ermittelt.

3.1.6. Querverformungszahlen für Mauerwerkssteine

Die Querverformung der Mauerwerkssteine ist für das Querzugverhalten ein wichtiger Parameter. Die Bestimmung der Querverformungszahl wird üblicher Weise mit Druckversuchen durchgeführt, bei denen die Verformung quer zur Lastrichtung mit induktiven Wegaufnehmern oder Dehnmessstreifen gemessen wird. Bei spröden Materialien ist die Querverformungszahl keine konstante Größe, denn für geringe Belastungen und Belastungen nahe der Druckfestigkeit werden unterschiedliche Werte gemessen. Für die Materialmodellierung muss daher ein Wert angenommen werden, der den Mittelwert des Versuchs sinnvoll abbildet.

Insbesondere bei spröden Materialien, bei denen sich Bruchstücke bilden, ist die Bestimmung der Querverformungszahl nahe dem Bruch mit Dehnmessstreifen und Wegaufnehmern schwierig. Deshalb nutzte VASCONCELOS [152] zur Messung der Querverformung einen Ring, mit dem die Zunahme des Umfangs von dem zylindrischen Probekörper gemessen werden konnte. VASCONCELOS ermittelte für Granit eine mittlere Querdehnzahl von 0,28. Für niedrigere Lastniveaus lag die Querverformungszahl deutlich unter diesem Wert, für hohe Lastniveaus deutlich darüber, teilweise sogar über dem theoretischen Maximum von 0,5. Der Grund hierfür sind die Bruchstücke, die sich bilden und die hohe Querverformung hervorrufen. HAO & TARASOV ermittelten für Ziegelsteine mit einer Druckfestigkeit von 41,3 N/mm² eine Querverformungszahl von 0,12. Auch HAO & TARASOV diskutierten die Problematik der Bestimmung der Querverformungszahl ausführlich [69].

3.1.7. Verzerrungsratenabhängigkeit

HAO und TARASOV [69] untersuchten die dynamischen Materialeigenschaften von Mörtel und Ziegel systematisch mit einer umfassenden Versuchsserie. Die untersuchten Stauchungsraten der Druckversuche liegen zwischen 2,1 ·10⁻⁶, das entspricht einer quasi statischen Last, und 200 1/s. Auf Basis der Versuchsergebnisse, schlugen HAO und TARASOV DIF (dynamic increase factors - dynamische Steigerungsfaktoren) für die Steinbruchfestigkeit, die Bruchverzerrung, die Steinfließgrenze, die Verzerrung bei Erreichen der Fließgrenze, den E-Modul und die Querverformungszahl vor. Die Versuchsergebnisse für die verschiedenen Belastungsgeschwindigkeiten sind in Tabelle 3.15 zusammengestellt.

Die durch Ausgleichsrechnung hergeleiteten Funktionen, welche die DIF in Abhängigkeit von der Verzerrungsrate beschreiben, lauten für die Bruchfestigkeit

$$DIF_{\text{Bruchfestigkeit}} = \begin{cases} 0,0268 \ln \dot{\varepsilon} + 1,3504 & \text{für} & 2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1} \le \dot{\varepsilon} \le 3,2 \text{ s}^{-1} \\ 0,2405 \ln \dot{\varepsilon} + 1,1041 & \text{für} & 3,2 \text{ s}^{-1} \le \dot{\varepsilon} \le 150 \text{ s}^{-1} \end{cases}$$
(3.4)

für die Bruchverzerrung

$$DIF_{\text{Bruchverzerrung}} = 0,0067 \ln \dot{\varepsilon} + 1,0876$$
 für $2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1} \le \dot{\varepsilon} \le 150 \text{ s}^{-1}$ (3.5)

für die Fließgrenze

$$DIF_{\mathsf{Fließgrenze}} = \begin{cases} 0,0287 \ln \dot{\varepsilon} + 1,3753 & \text{für} & 2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1} \le \dot{\varepsilon} \le 3,5 \text{ s}^{-1} \\ 0,3367 \ln \dot{\varepsilon} + 0,9834 & \text{für} & 3,5 \text{ s}^{-1} \le \dot{\varepsilon} \le 150 \text{ s}^{-1} \end{cases}$$
(3.6)

	Verzerrungs-	Bruchfest-	Fließ-	Bruch-	Fließ-	E-Modul	Querver-
	rate $\dot{arepsilon}$	igkeit	grenze	verzerrung	verzerrung		formungszah
Bezugs-	$2,1 \cdot 10^{-6}$	41,28	32,96	0,0053	0,0038	9754,38	0,12
wert	[1/s]	[N/mm ²]	[N/mm²]	[-]	[-]	[N/mm ²]	[-]
	$2,1 \cdot 10^{-6}$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
eigerungsfaktor	$2,1 \cdot 10^{-5}$	1,062	1,066	1,015	1,045	1,003	1,02
	0,00021	1,123	1,132	1,031	1,090	1,006	1,039
	0,0021	1,185	1,198	1,046	1,135	1,009	1,059
	0,1	1,289	1,309	1,072	1,210	1,014	1,092
St	5	1,491	1,525	1,098	1,286	1,019	1,125
DIF – dyn.	20	1,825	1,992	1,108	1,313	1,329	1,137
	50	2,045	2,301	1,114	1,331	1,611	1,144
	100	2,212	2,534	1,118	1,345	1,824	1,150
	150	2,309	2,670	1,121	1,353	1,949	1,154

Tabelle 3.15.: Ziegelsteine, Statische Materialeigenschaften und dazugehörige DIF in Abhängigkeitvon verschiedenen Verzerrungsraten nach HAO und TARASOV [69]

für die Fließverzerrung

$$DIF_{\sf Fließverzerrung} = 0,0195 \ln \dot{\varepsilon} + 1,2550$$
 für $2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1} \le \dot{\varepsilon} \le 150 \text{ s}^{-1}$ (3.7)

für den E-Modul

$$DIF_{\text{E-Modul}} = \begin{cases} 0,0013 \ln \dot{\varepsilon} + 1,0174 & \text{für} & 2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1} \le \dot{\varepsilon} \le 7,3 \text{ s}^{-1} \\ 0,3079 \ln \dot{\varepsilon} + 0,4063 & \text{für} & 7,3 \text{ s}^{-1} \le \dot{\varepsilon} \le 150 \text{ s}^{-1} \end{cases}$$
(3.8)

und für die Querverformungszahl

$$DIF_{Querverformungszahl} = 0,0085 \ln \dot{\varepsilon} + 1,1112$$
 für $2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1} \le \dot{\varepsilon} \le 150 \text{ s}^{-1}$ (3.9)

In Abbildung 3.5 sind die Funktionen grafisch dargestellt. Diese dynamischen Materialparameter wurden mit einer Hochgeschwindigkeitsprüfmaschine ermittelt. Es ist unklar, inwiefern sich diese Versuchsergebnisse auf andere Steintypen übertragen lassen.



Abbildung 3.5.: Dynamische Änderung von Materialparametern für Ziegel nach HAO und TARASOV [69]

3.1.8. Eigene Versuche an Mauerwerkssteinen

Wie die vorhergehenden Abschnitte zeigen, ist das Kernproblem bei der Entwicklung von Materialmodellen für Mauerwerkssteine, dass wenig Informationen in der Literatur zu den Materialeigenschaften von Ziegeln zu finden sind und dass diese zudem noch schwer zuzuordnen sind. Dies liegt vor allem an den verschiedenen unterschiedlichen Mauerwerkssteinen. Außerdem sind die zu findenden Materialeigenschaften für die normativen Bemessungsansätze für Mauerwerk ausgelegt. Hierfür ist vor allem die Druckfestigkeit interessant. Die Zugfestigkeit, die Materialsteifigkeit und die dazugehörenden Verzerrungen spielen in der Regel keine Rolle. Die Entwicklung des Materialmodells musste deshalb mittels eigener Versuchsreihen unterstützt werden. Diese werden im Folgenden kurz beschrieben. Eine ausführliche Dokumentation der Versuchsserien ist in [59] GEBBEKEN et al. zu finden. Das Ziel bestand darin, fünf verschiedene Steintypen (Abbildung 3.6) zu charakterisieren. Die Ergebnisse bilden eine wichtige Datenbasis.



Abbildung 3.6.: Untersuchte Ziegeltypen, von links nach rechts: Klinker, normaler Ziegel, deutscher Lehmstein, afghanischer Lehmstein, Betonstein

Die Abmessungen und Dichten der untersuchten Steine sind in Tabelle 3.16 zusammengestellt. Aufgrund der großen Materialstreuungen wurden die Versuche in der Regel mindestens sechs mal wiederholt. Es konnten für die ausgewählten Steintypen wichtige Parameter wie Druck- und Zugfestigkeit ermittelt werden. Mehraxiale Versuche konnten nicht durchgeführt werden. Eigentlich wären diese zur Aufstellung eines allgemein formulierten dreiaxialen Festigkeitsmodells von großer Bedeutung, jedoch sind entsprechende Versuchsmaschinen selten und die Versuchsdurchführung ist teuer. Ziel musste deshalb sein, mit relativ einfachen und kostengünstigen Versuchen Kennwerte zu gewinnen, und die restlichen Teile der Bruchfläche anhand von ähnlichen Untersuchungen mit vergleichbaren Materialien abzuschätzen. Die Wahl dieser Vorgehensweise wurde auch unter Berücksichtigung der maßgebenden Versagenszustände der Steine getroffen. In den überwiegenden Belastungszuständen versagt der Mauerwerksstein auf Querzug. Dies liegt an dem so genannten Querzugversagen, das in Abschnitt 1.3.3 bereits erläutert wurde. Unter Schubbelastungen versagt in der Regel im Mauerwerk die Mauerwerksfuge. Mehraxiale Druckzustände sind in der Regel nur bei Impakt und Kontaktdetonationen zu erwarten.

	Klinker	normaler Ziegel	Lehmstein (D)	Lehmstein (Afg.)	Betonstein
Abmessungen					
Länge [mm]	237	239	247	207	241
Breite [mm]	110	115	118	100	114
Höhe [mm]	71	72	66	74	114
Rohdichte [g/dm ³]	2143	1807	1139	1497	1899
Reindichte [g/dm ³] ¹	2680	2669	2419	2854	2704

Tabelle 3.16.: Kennwerte für Mauerwerkssteine

3.1.8.1. Zugversuche

Die Steinzugfestigkeit wurde, damit das Querzugversagen gut abgebildet werden kann, möglichst genau bestimmt. Sie wurde mittels vier verschiedener Versuchsaufbauten ermittelt. Erstens mittels eines zentrischen Zugversuchs an gekerbten Mauerwerkssteinen (Abbildung 3.7), zweitens an ungekerbten Steinen (Abbildung 3.8), drittens mittels eines Spaltzugversuchs und viertens mittels eines Biegezugversuchs. Die vier verschiedenen Versuchsaufbauten ergaben sich aus verschiedenen Gründen: Anfangs wurde mit den gekerbten Versuchskörpern in einer relativ großen Versuchsserie die Zugfestigkeit geprüft. Anschließend wurden, um Zug-E-Module zu bestimmen, Versuche an Vollsteinen durchgeführt. Die statischen Spaltzugversuche an zylindrischen Probekörpern wurden durchgeführt, um einen direkten Vergleich mit den Split-HOPKINSON-Pressure-Bar Versuchen zu erhalten.

Zugversuche an gekerbten Proben

Zur Vorbereitung der Probeköper wurden diese an den Stirnseiten geschliffen, in der Mitte eingekerbt und an Stahlplatten geklebt, die zur Lastaufbringung dienen. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 3.7 dargestellt. Dieser Versuchsaufbau ließ sich relativ einfach und kostengünstig realisieren. Pro Steintyp wurden mindestens sechs Versuchswiederholungen durchgeführt. Die Versuchsergebnisse streuten relativ wenig. Im Nachgang zur Versuchsserie zeigte sich durch Vergleichsberechnungen (Abschnitt 5.5), dass der im Bereich der Kerbe vorliegende Spannungszustand sich deutlich von einem einaxialen Spannungszustand unterscheidet. Es zeigte sich außerdem, dass das Material in der Kerbe nicht

¹Volumen aufgemahlener Steine nach Ofentrocknung im Gaspyknometer


Abbildung 3.7.: Zentrischer Zugversuch an einem Mauerwerksstein mit Kerbe



Abbildung 3.8.: Zentrischer Zugversuch ohne Kerbe mit induktiven Wegaufnehmern zur Verformungsmessung

repräsentativ für den ganzen Ziegel ist, da der Ziegelstein naturgemäß unregelmäßig und mit vielen kleinen Rissen durchzogen ist, welche die Festigkeit herabsetzen. Diese Unregelmäßigkeit wird durch den Probekörper mit der Kerbe nur zufällig erfasst, was zumeist zu einer Überschätzung der Festigkeit führt. Mit diesem Versuch wird eine "lokale" Materialfestigkeit in der Kerbe ermittelt.

Zugversuche an ungekerbten Steinen

Die Zugversuche an den ungekerbten Steinen wurden ursprünglich dafür konzipiert, den Zug-E-Modul der Steine zu ermitteln. Sie liefern aber auch eine Aussage zur Zugfestigkeit der Steine. Genauso wie bei den gekerbten Steinen wurden die Stirnflächen der Steine geschliffen und Stahlplatten aufgeklebt. Zusätzlich wurden zur genauen Aufnahme der Verformungen des Steines seitlich an die Steine zwei induktive Wegaufnehmer angebracht. Die ermittelten Zugfestigkeiten liegen deutlich unter den Zugfestigkeiten, die an den gekerbten Steinen ermittelt wurden. Dies liegt daran, dass mit diesem Versuch eine "globale" Materialfestigkeit ermittelt wird. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 3.8 abgebildet.

Spaltzugversuche

Es wurden zwei kleine Serien von Spaltzugversuchen durchgeführt. Der Versuchsaufbau der einen Serie

entsprach den Vorgaben der DIN EN 12390-5 / -6. Die andere Serie wurde an zylindrischen Probekörpern durchgeführt, die aus den Steinen ausgebohrt wurden (Durchmesser und Höhe 40 mm). Diese Probengeometrie wurde gewählt, um statische Versuchsergebnisse zu erhalten, die auf den gleichen Probengeometrien basieren, wie die Split-HOPKINSON-Pressure-Bar-Versuche. Bei der Bewertung der Spaltzugversuche ist zu beachten, dass auch bei diesen Versuchen die Festigkeit an einer bestimmten vordefinierten Bruchfläche ermittelt wird ("lokale" Festigkeit) und die Unregelmäßigkeiten des inhomogenen Materials nicht erfasst werden kann.

Biegezugversuche

Die Biegezugversuche wurden an Vollsteinen nach DIN EN 12390-5 / -6 mit einer Stützweite von 200 mm durchgeführt. Die Lasteinleitungsflächen wurden plan geschliffen. Aufgrund der geringen Stützweite ist eine mechanisch korrekte Ermittlung der Zugfestigkeit mittels der Balkentheorie nur bedingt gegeben. Dennoch können diese Versuche als Anhaltswerte dienen.

Vergleich der Ergebnisse

Die Gegenüberstellung der Versuchsergebnisse ist in Tabelle 3.17 zu finden. Es zeigen sich deutliche Unterschiede in den ermittelten Werten der Zugfestigkeit. Der Zugversuch mit Kerbe und der Spaltzugversuch ermitteln lokale Festigkeitswerte. Der zentrische Zugversuch ohne Kerbe und der Biegezugversuch ermitteln globale Festigkeiten. Für die Materialmodellierung sind je nach Anwendungsfall die lokalen oder die globalen Festigkeitswerte die geeigneten Werte zur Beschreibung der Zugfestigkeit. Für lokale Beanspruchungen (z.B. Beschuss mit Kleinkalibermunition) sind lokale Festigkeiten von Interesse. Für Belastungen, die Versagen in einem Bereich des Steines hervorrufen (Mauerwerkswand auf Zug in Ebene der Scheibe) sind globale Festigkeiten maßgebend. Für die Berechnung von Querzugversagen ist ein Festigkeitswert sinnvoll, der zwischen der lokalen und der globalen Festigkeit liegt. Optimal wäre eine Festigkeitsbeschreibung des Steines, der die Streuung der Materialfestigkeit berücksichtigt (stochastische Verteilung der Festigkeit).

3.1.8.2. Druckversuche

Für die Druckversuche wurden zwei verschiedene Versuchsaufbauten realisiert. Bei dem ersten Versuchsaufbau wurden die Steine in ihrer Originalgröße in einer Prüfmaschine untersucht. Die Belastung wirkte auf die zwei größten Flächen der Mauerwerkssteine. Die Mauerwerkssteine wurden also derart belastet, wie sie in einer Wand belastet würden. Die so ermittelten Versuchswerte wurden entsprechend DIN V 105-100 [44] korrigiert. Bei der zweiten Versuchsdurchführung wurden zylindrische

Versuchstyp	Klinker	normaler Ziegel	Lehmstein (D)	Lehmstein (Afg.)	Betonstein
Zugversuch gekerbt	5,3	1,1	0,29	1,36	2,17
Zugversuch ungek. ¹	2,6	0,82	0,24	1,0	1,68
Biegezugversuch ²	8,4	2,9	0,71	4,6	3,3
Spaltzugversuch ²	16,5	4,8	0,74	4,8	5,1
Spaltzugversuch ³	5,29	2,8	-	1,15	-

 Tabelle 3.17.: Zugversuche an Mauerwerkssteinen, mit verschiedenen Versuchsaufbauten ermittelte

 Zugfestigkeiten in N/mm²

Probekörper (Durchmesser 40 mm, Höhe 40 mm) gewählt, wie sie für den SHPB-Versuch zum Einsatz kamen. Die Abbildung 3.9 stellt den Probekörper vor und nach der Versuchsdurchführung dar. Um die Querbehinderung zu reduzieren, wurden die Grundflächen der Zylinder im SHPB-Versuch mit Silikongel eingestrichen. Um einen direkten Vergleich zu gewährleisten und den Einfluss des Silikongels abschätzen zu können, wurde bei einem Teil der statischen Versuchen Silikongel aufgebracht. Die Tabelle 3.18 stellt die Versuchsergebnisse zusammen. Der Einfluss des Silikongels zur Reduzierung der Querbehinderung ist deutlich zu erkennen.



Abbildung 3.9.: Versuchsdurchführung Druckversuch an zylindrischen Proben, links vor und rechts nach Versuchsdurchführung

¹geringe Stichprobenanzahl, nur jeweils 3 Versuche

²Versuchsdurchführung nach DIN EN 12390-5 / -6

³Versuchsdurchführung an Zylinder (D = 40 mm, H = 40 mm)

	Klinker	normaler Ziegel	Lehmstein (D)	Lehmstein (Afg.)	Betonsteir
<i>f_c</i> - Versuchswert	120	43,5	3,0	12,7	38,7
f_c - korrigiert ⁴	96	34,8	2,4	10,2	38,7
Zylinderdruckfestigkeit ohne Silikongel	126	34,0	-	16,0	_
Zylinderdruckfestigkeit mit Silikongel	87	25,4	_	14,3	_

 Tabelle 3.18.: Druckversuche an Mauerwerkssteinen, ermittelte Druckfestigkeiten mit verschiedenen

 Versuchsaufbauten in N/mm²

3.1.8.3. Ermittlung der Elastizitätsmoduln der Steine

Die E-Moduln der Steine wurden ebenfalls untersucht. Insbesondere auf den Unterschied der E-Moduln unter Zug- und Druckbeanspruchung wurde besonderer Wert gelegt. Die E-Moduln unter Zug wurden mit dem in Abbildung 3.8 dargestellten Versuchsaufbau untersucht. Mittels zweier aufgekleber Winkel, an denen induktive Wegaufnehmer befestigt waren, wurde im mittleren Probekörperbereich, also außerhalb des Einflusses der Querbehinderung durch die Lasteinleitungsplatten, die Dehnung der Probe gemessen. Die Abbildung 3.10 stellt den Versuchsaufbau für den Druckversuch dar. Durch die aufgeklemmte Apparatur kann die Längsstauchung während des Versuchs genau gemessen werden. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3.19 gegenübergestellt.

Tabelle 3.19.: Mauerwerkssteine, Gegenüberstellung Zug- und Druck-E-Modul in N/mm²

Versuchstyp	Klinker	normaler Ziegel	Lehmstein (D)	Lehmstein (Afg.)	Betonstein
E-Modul Druck	24666	3666	800	6625	16800
E-Modul Zug	12750	1630	560	3210	10666

⁴Korrektur der Festigkeitswerte mittels Formfaktoren nach DIN V 105-100 [44]



Abbildung 3.10.: Versuchsaufbau zur Untersuchung des Druck-E-Moduls der Mauerwerkssteine

3.1.8.4. Dynamische Materialtests

Um die dynamischen Materialeigenschaften zu untersuchen, wurden in Kooperation mit dem JRC (Joint Research Center) in Ispra (Italien) Split-HOPKINSON-Pressure-Bar-Versuche durchgeführt. Es wurden zwei verschiedene Versuchsaufbauten realisiert, ein Druckversuch an zylindrischen Probekörpern (Durchmesser und Höhe 40 mm) und ein Spaltzugversuch, ebenfalls an zylindrischen Probekörpern mit gleichen Abmessungen. Die Versuche wurden 6 mal wiederholt. Es konnte jedoch nur für jeweils eine Verzerrungsrate die Festigkeitssteigerung bestimmt werden. Um weitere Verzerrungsraten untersuchen zu können, wären mehr Probekörper mit anderen Geometrien sowie andere Durchmesser der Ein- und Ausgabestäbe des SHPB-Versuchaufbaus erforderlich. Immerhin ist dank dieser Versuche eine Tendenz der ratenabhängigen Festigkeitssteigerung erkennbar. Die Festigkeitssteigerungen für die Druckversuche sind in Tabelle 3.20 zusammengestellt.

Die Gegenüberstellung (Abbildung 3.11) der verzerrungsratenabhänigen Festigkeitssteigerung von den untersuchten Ziegeln mit der Druckfestigkeitssteigerung von Beton zeigt, dass eine weniger ausgeprägte Festigkeitssteigerung vorliegt.

Für die Spaltzugversuche ergeben sich die in Tabelle 3.21 dargestellten Festigkeitssteigerungen. Auch

	Klinker	normaler Ziegel	Lehmstein (Afg.)
statische Festigkeit [N/mm²]	86,82	25,42	14,29
dynamische Festigkeit [N/mm²]	120,2	28,0	16,6
Festigkeitssteigerung (DIF) [–]	1,38	1,10	1,16
Verzerrungsrate [s⁻¹]	189	91	85

Tabelle 3.20.: Mauerwerkssteine, Zusammenstellung der Druckfestigkeitssteigerung



Abbildung 3.11.: Gegenüberstellung, Änderung der Druckfestigkeit der getesteten Ziegelsteine und Versuchswerte von Beton. Das Diagramm mit den Versuchswerten von Beton stammt aus [13]

hier zeigt der Vergleich mit Versuchswerten zu Beton eine geringere verzerrrungsratenabhängige Zugfestigkeitssteigerung als bei Beton (Abbildung 3.12).

	Klinker	normaler Ziegel	Lehmstein (Afg.)
statische Festigkeit [N/mm²]	5,29	2,80	1,15
dynamische Festigkeit [N/mm²]	11,88	3,29	3,49
Festigkeitssteigerung (DIF) [–]	2,25	1,18	3,03
Verzerrungsrate [s ⁻¹]	ca. 100	ca. 100	ca. 100

Tabelle 3.21.: Mauerwerkssteine, Zusammenstellung der Zugfestigkeitssteigerung



Abbildung 3.12.: Zugfestigkeitssteigerung der untersuchten Mauerwerkssteine im Vergleich zu Beton, das Diagramm mit Versuchswerten für Beton stammt aus [141]

3.2. Materialeigenschaften von Mörtel

Mörtel ist ähnlich vielfältig wie Mauerwerkssteine. Mörtel existiert in verschiedensten Kombinationen von Zuschlagsstoffen, Zement, Kalk und teilweise auch Zusatzstoffen. Mauerwerksfugen werden mit verschiedenen Mörteldicken, aber auch unvermörtelt ausgeführt. In diesem Kapitel werden zuerst die Bestandteile von Mörtel vorgestellt und anschließend wird auf seine Materialeigenschaften eingegangen.

3.2.1. Anforderungen an und Zusammensetzung von Mörtel

Die DIN 1053-1 Ausgabe 11-1996 [46] unterscheidet zwischen Normalmörtel (NM), Leichtmörtel (LM) und Dünnbettmörtel (DM). Normalmörtel werden in die Mörtelgruppen I, II, IIa, III und IIIa unterteilt und setzen sich entsprechend den Angaben in Tabelle 3.22 zusammen. Leichtmörtel und Dünnbettmörtel kommen in der Regel für Außenbauteile zur Anwendung, bei denen eine gute Wärmedämmung gewünscht wird.

Die Anforderungen an Mörtel sind in Normen geregelt. Die Konsistenz und die Rohdichte von Frischmörtel werden in der DIN 18555-2 [39] geregelt. Die Druckfestigkeit ist nach DIN 18555-3 [40] nachzuweisen und die Haftscherfestigkeit nach DIN 18555-5 [41]. Einige Anforderungen an Mörtel sind in Tabelle 3.23 zusammengestellt.

Mörtel müssen auf der Baustelle in regelmäßigen Abständen einer Güteprüfung unterzogen werden. Die Häufigkeit dieser Überprüfungen ist in der DIN 1053-1 in Abhängigkeit von der Mörtelgruppe und vom Bauvorhaben festgelegt. Weiter existiert noch die Eignungsprüfung für Mörtel, welche erforderlich wird beim Nachweis der Brauchbarkeit der Zuschlagsstoffe für Werkmörtel, bei Verwendung von Zusatzstoffen, bei Abweichung der Mörtelmischung von Tabelle 3.23, bei Leicht- und Dünnbettmörteln und bei Bauwerken, die mehr als sechs gemauerte Vollgeschosse aufweisen.

3.2.2. Zusammenstellung von Versuchsdaten von Mörtel

Zur Erstellung eines Materialmodells für Mauermörtel sind wiederum Versuchsdaten erforderlich. Im Folgenden werden Versuchsdaten aus verschiedenen Publikationen zusammengestellt. Ziel dieses Abschnitts ist es, die Vielfältigkeit der Mörteltypen zu erläutern, die verschiedenen Ergebnisse zusammenzustellen und die Grundlage für Materialmodelle zu schaffen.

3.2.2.1. Druckfestigkeit

Die Druckfestigkeit des Mörtels wird in der Regel nach der DIN 18555-3 [40] anhand von Normprüfkörpern geprüft. Diese Normprüfkörper haben eine Abmessung von 95x95x200 mm. Die Prüfkörper werden in Stahlschalungen erstellt, verdichtet und anschließend unter Normbedingungen vor dem Versuch gelagert. Die Prüfung der Druckfestigkeit wird nach 28 Tagen durchgeführt.

Der auf diese Weise ermittelte Wert für die Druckfestigkeit hat jedoch wenig mit der realen Druckfestigkeit des Mörtels gemein, da der Mörtel in Fugen zwischen den Steinen ganz anders als in der Stahlschalung abbindet. Dem Mörtel wird in der Fuge durch die angrenzenden Steine durch kapillares Saugen Wasser entzogen, was dazu führt, dass der Wasser-Zement-Wert des Mörtels deutlich abnimmt. Hinzu kommt, dass der Stein dem Mörtel während des Abbindens gleichmäßige feuchte Bedingungen bietet, so dass eine gute Nachbehandlung des Fugenmörtels zumeist gegeben ist. Zu beachten ist auch, dass bei der Erstellung der Mörtelprismen nach DIN 18555-3 der Mörtel mittels Stampfen oder Rütteln verdichtet wird und dies nicht der in Mauerwerksfugen vorliegenden Realität entspricht. Die Druckfestigkeit von Proben, die aus Mörtelfugen entnommen wurden, ist deutlich höher als Druckfestigkeiten von Normprismen. WALLNER [157] stellte bei seinen Untersuchungen eine Mörteldruckfestigkeit am Prisma von 2,5 N/mm² und an Fugenproben von 6,1 N/mm² fest. Natürlich spielen auch die unterschiedlichen Probekörpergeometrien eine Rolle. Die Karbonatisierung des Kalkhydrats bei Mörtel, welche wesentlich langsamer abläuft als die Hydratation des Zementes, kann die tatsächlich vorliegenden Festigkeiten zusätzlich verfälschen, da die Karbonatisierung bei Prüfung der Druckfestigkeit zumeist noch nicht abgeschlossen ist. Um realitätsnahe Probekörper untersuchen zu können, ist es daher für wissenschaftliche Untersuchungen üblich, die Mörtelproben aus Mauerwerksprobekörpern zu entnehmen. BIERWIRTH verwendete für seine Untersuchungen ausschließlich Mörtelproben aus Mörtelfugen von Mauerwerksprobekörpern. Hierzu wurden Mauerwerkssteine vermauert, gelagert und anschließend aus den Fugen die Probekörper entnommen. Um den Einfluss von trockenen und feuchten Mauerwerkssteinen zu untersuchen, wurden die Mauersteine teils vorgenässt und teils trocken vermauert.

Die Tabelle 3.23 stellt deutlich dar, welch breites Spektrum an verschiedenen Mauermörteln existiert. Mörtel in historischen Bauten und in Bauwerken auf anderen Kontinenten erweitern dieses Spektrum noch. Eine für die Modellierung wichtige Voraussetzung ist deshalb, dass gute Anhaltswerte für die Mörteldruckfestigkeit vorliegen. VERMELTFOORT und VAN DER PLUIJM [155] untersuchten Mauerwerksproben grundlegend, um Materialeigenschaften zur numerischen Modellierung zu gewinnen. Die ermittelten Druckfestigkeiten für verschiedene Mörtelmischungen sind in der Tabelle 3.24 zusammengestellt.

Mörtel- gruppe	Lu	ftkalk	Hydraulischer Kalk	Hydraulischer Kalk (HL 5)	Zement	Sand aus natürlichem
	teig	hvdrat	(HL2)	(MC.5)		(lagerfeucht)
	0.00	Ingarat	()	(
	1	-	-	-	-	4
1	-	1	-	-	-	3
I	-	-	1	-	-	3
	-	-	-	1	-	4,5
	1,5	-	-	_	1	8
	-	2	-	-	1	8
11	-	-	2	-	1	8
	-	-	-	1	-	3
	-	1	-	-	1	6
11a	-	-	-	2	1	8
	-	-	_	-	1	4
Illa ¹	-	-	-	-	1	4

Tabelle 3.22.: Zusammensetzung von Mörtel nach DIN 1053-1: 1996-11 [46] in Raumteilen

Tabelle 3.23.: Anforderungen an Normalmörtel nach DIN 1053-1: 1996-11 [46]

Mörtel- gruppe	Mindestdruck im Alter von	festigkeit 28 Tagen	Mindesthaftscherfestigkeit im Alter von 28 Tagen
	Mittelv	vert	Mittelwert
MG	bei Eignungsprüfung	bei Güteprüfung	bei Eignungsprüfung
	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]
I	_	-	-
	3,5	2,5	0,10
lla	7	5	0,20
	14	10	0,25
IIIa	25	20	0,30

¹größere Festigkeit wird durch Auswahl der Sande erreicht

Mörtel	Verhältnis von Ze	Druckfestigkeit	
	Volumenverhältnis	Massenverhältnis	(28 Tage) [N/mm²]
A	1:1:6	1:0,48:6,72	8,2
В	1:2:9	1:0,96:10,0	3,0
С	2:1:9	1:0,24:5,04	17,6

Tabelle 3.24.: Mörtelsorten für Zugversuche von VAN DER PLUIJM [112]

3.2.2.2. Zugfestigkeit

Die Zugfestigkeit von Mauermörteln ist wesentlich geringer als die Druckfestigkeit. Für Mauerwerkswände, die überdrückt sind, spielen die Festigkeiten unter Zug keine nennenswerte Rolle. Müssen jedoch Wände unter Biegung untersucht werden, dann kann die Zugfestigkeit nicht vernachlässigt werden. Anhand von 33 Versuchen ermittelte SCHUBERT in [140] für den Zusammenhang zwischen Mörtelzugfestigkeit β_Z und Mörteldruckfestigkeit β_D :

$$\beta_Z = 0, 11 \cdot \beta_D. \tag{3.10}$$

Diese Beziehung entspricht etwa der von Beton. Zur Zugfestigkeit von Mauermörtel sind extrem wenig Versuchsergebnisse zu finden. Dies liegt vermutlich erstens daran, dass sie versuchstechnisch schwierig zu bestimmen ist, und zweitens, dass die Haftzugfestigkeit zwischen Stein und Mörtel geringer ist und deshalb auch nicht ausschlaggebend ist. Es ist somit ausreichend, die geringere Haftzugfestigkeit versuchstechnisch zu ermitteln. Die Zusammenstellung der Haftzugfestigkeiten ist in Abschnitt 3.3.1 dargestellt.

3.2.2.3. Druck-E-Modul

Die von SCHUBERT in [139] ermittelten Zusammenhänge zwischen der Mörteldruckfestigkeit β_D und dem E-Modul des Mörtels lauten

$$E = 2100 \cdot \beta_D^{0,7}$$
 für Normalmörtel, (3.11)

$$E = 1200 \cdot \beta_D^{0,6}$$
 für Leichtmörtel mit Blähtonzuschlag und (3.12)

$$E = 1200 \cdot \beta_D^{0,7}$$
 für Leichtmörtel mit Perlitezuschlag. (3.13)

107

BIERWIRTH ermittelte ebenfalls Elastizitätsmoduln für den Mörtel der Lagerfugen in Abhängigkeit von der Lagerfugendruckfestigkeit. Die mittels Regressionsanalyse kalibrierten Funktionen lauten für Normalmörtel

$$E_0 = 741 \cdot f_{1c}^{0,73} \tag{3.14}$$

und für Leichtmörtel

$$E_0 = 563 \cdot f_{1c}^{0,67}. \tag{3.15}$$

Hierbei ist f_{1c} die einaxiale Druckfestigkeit des Mörtels. Es werden bewusst die Bezeichnungen der Wissenschaftler BIERWIRTH und Schubert für die Druckfestigkeit wie in ihren Veröffentlichungen übernommen, um zu verdeutlichen, dass die Druckfestigkeiten anhand verschiedener Probengeometrien und Lagerungsbedingungen ermittelt wurden. Die von BIERWIRTH ermittelten Elastizitätsmoduln sind deutlich kleiner als die mit dem Normversuch ermittelten E-Moduln von Schubert. Für den Normalmörtel betragen sie etwa nur ein Drittel, für den Leichtmörtel etwa zwei Drittel des E-Moduls des Normprismas. Hierbei ist aber zu beachten, dass die Funktionen von Schubert sich auf die Prismendruckfestigkeit beziehen und die Werte von BIERWIRTH auf kleinere zylindrische Proben, die aus Mauerwerksfugen gewonnen wurden. WALLNER ermittelte den Druck-E-Modul zu 3054 N/mm². Hierbei verwendete er einen Sekanten-E-Modul aus der Sekantensteifigkeit bei $\sigma = \frac{f_c}{3}$. Die Spannungs-Verzerrungs-Diagramme von WALLNER sind in Abbildung 3.13 dargestellt.



Abbildung 3.13.: Mörtel, Druckspannungs-Verformungs-Diagramm für Druckversuche [157] - Versuchsdurchführung am Normprisma

Stellt man die Funktionen und Werte für den E-Modul unter Druck der drei Autoren gegenüber, so sind extreme Unterschiede erkennbar. Die Funktionen von BIERWIRTH und SCHUBERT gleichen einander, jedoch sind deutliche Unterschiede der Funktionswerte erkennbar. Dieser deutliche Unterschied ist auch dem Diagramm in Abbildung 3.14 zu erkennen. Wie bereits erwähnt, liegt die Druckfestigkeit von Mörtel, die mittels Prismen erstellt wurde, deutlich unter den von Mörtelproben, die aus Fugen gewonnen wurden. Vermutlich ist dies auch der Grund für die stark voneinander abweichenden Funktionen für den E-Modul.



Abbildung 3.14.: Mörtel, Gegenüberstellung der Funktionen für die E-Moduln von Schubert und Bierwirth sowie Versuchsdaten von Wallner, Sarangapani [128] und Litewka [89]

BIERWIRTH ermittelte für die Verhältnisse zwischen den von ihm bestimmten E-Moduln E_0 und den Norm entsprechenden E-Moduln E_{Norm} :

$$\frac{E_0}{E_{Norm}} = 0,35 \qquad \text{für Normalmörtel und}$$
(3.16)

$$\frac{E_0}{E_{Norm}} = 0.7 \qquad \text{für Leichtmörtel.}$$
(3.17)

Mörtelmischungen nach SARANGAPANI

Als Anhaltswerte für internationale Mörteltypen wurden Versuchsdaten zu indischen Mörtelmischungen gefunden [128]. Interessanterweise wird in Indien offensichtlich neben Zement, Kalk und Sand teilweise lokal verfügbarer Boden in den Mörtel gemischt. Die von SARANGAPANI untersuchten Mischungsverhältnisse und die Druck-, Zugfestigkeiten und E-Moduln sind in Tabelle 3.25 zusammengefasst.

3.2.2.4. Zug-E-Modul

VAN DER PLUIJM ermittelte den Zug-Elastizitätsmodul von Mörtel mit Mauerwerksprobekörpern. Je nach Stein und Mörtelkombination unterscheiden sich die ermittelten E-Moduln erheblich. Die

Massenverhältnis	Wasser-Zement-	28-Tage Druck-	Sekanten E-Modul bei 25 %
Zement:Boden:	Wert	festigkeit	der Druckfestigkeit
Kalk:Sand		[N/mm ²]	[N/mm ²]
1:0:0:4	0,56	10,57	8997
1:0:0:6	0,8	7,32	5766
1:1:0:6	0,76	4,20	8666
1:0:1:6	1,05	4,11	5117

Tabelle 3.25.: Mörteleigenschaften nach SARANGAPANI [128] für indische Mörteltypen (Probenkörpergröße 150x150x300 mm)

Materialeigenschaften der verwendeten Mörtel sind in Tabelle 3.24 und die der Steine in Tabelle 3.5 zusammengestellt. Da ein und der selbe Mörteltyp in verschiedenen Steinen gänzlich unterschiedliche E-Moduln aufweist, liegt die Annahme nahe, dass auch der E-Modul entscheidend durch die Rahmenbedingungen des Abbindevorgangs und der Wechselwirkung Mörtel-Stein beeinflusst wird (Tabelle 3.26).

Tabelle 3.26.: E-Modul des Mörtels, gemessen in Mauerwerksprobekörpern, Versuche von VAN DERPLUIJM [112]

Steintyp- Mörtel-Komb.	Zug E-Modul [^N /mm ²]	Variationskoeffizient %	Anzahl der Tests
JG-B	2974	9	3
JG-C	6035	20	6
VE-B	700	22	5
VE-C	666	69	3
CS-B	2544	23	4
CS-A	2630	22	5

3.2.2.5. Querverformungszahl

BIERWIRTH [12] ermittelte für seine Versuche die Querverformungszahl (Querdehnzahl) und stellte die Ergebnisse für die Versuche mit unterschiedlichen Spannungszuständen dar (Abbildung 3.15). Damit sich die einzelnen Versuchskurven nicht überlagern, wählte BIERWIRTH unterschiedliche Abszissenachsen, die horizontal verschoben sind. Die Querverformungszahl für den Normalmörtel verfügen über einen Anfangswert von 0,07, bis zum Bruch steigt die Querverformungszahl auf etwa 0,25 an. Der

Anfangswert für den untersuchten Leichtmörtel beträgt 0,09 der Wert für die Querverformungszahl bei Bruch etwa 0,14. BIERWIRTH verglich die Werte der Querverformungszahlen, die für zylindrische Probekörper ermittelt wurden mit Werten, die an Proben mit der Form eines Prismas ermittelt wurden. Dabei stellt er fest, dass für die zylindrischen Probekörper ermittelten Werte deutlich geringer sind als die Werte, die mittels einem Versuch nach DIN 18555 Teil 4 an einem Prisma mit den Abmessungen 10/10/20 cm ermittelt wurden. BIERWIRTH führt als mögliche Ursache für diese deutlichen Unterschiede, die niederfesten Randzonen an der Deck- und Bodenfläche der zylindrischen Mörtelproben an.

Tabelle 3.27.: Querdehnzahlen für Mörtel, ermittelt an zylindrischen Proben und am NormprismaBIERWIRTH [12]

	Versuche r	nit Druckzelle	Versuche am Normprisma
	Anfangswert	Wert bei Bruch	nach DIN 18555 Teil 4
Normalmörtel MG IIa	0,07	0,25	0,18
Leichtmörtel LM21	0,09	0,14	0,27



Abbildung 3.15.: Darstellung des Verlaufs der Querdehnzahl aus BIERWIRTH [12], bearbeitet

WALLNER ermittelte für die Querverformungszahl 0,18. LITWEKA [89] ermittelte für die Querverformungszahl 0,175. Die Querverformungszahl spielt vor allem bei dem Querzugversagen eine wichtige Rolle. Die Versuche von BIERWIRTH zeigen, dass die Querverformungzahl nicht über den kompletten Versuch konstant ist. Je nach Lastniveau stellen sich verschiedene Querverformungszahlen ein.

3.2.2.6. Bruchenergie

VAN DER PLUIJM ermittelte ebenfalls die Bruchenergie von Mörtelfugen unter Zug für verschiedene Mörtel-Stein-Kombinationen. Die Abbildung 3.16 stellt die Definition der Bruchenergie grafisch dar. Die Bruchenergie ist ein Maß, mit dem das Entfestigungsverhalten nach einem Zugbruch beschrieben werden kann. Sie ist daher als Grundlage für die Materialmodellierung von Bedeutung.



Abbildung 3.16.: Schematische Darstellung des Verhaltens einer Mauerwerksfuge unter Zugbeanspruchung im verschiebungsgesteuerten Versuch und Definition der Bruchenergie

Die Tabelle 3.28 stellt die von PLUIJM ermittelten Ergebnisse für die Bruchenergie zusammen. Er untersuchte wiederum verschiedene Stein-Mörtel-Kombinationen. Die Eigenschaften der Steine wurden bereits in Tabelle 3.5 und die Mörtelzusammensetzung in Tabelle 3.24 beschrieben.

Mörtel-Stein- Kombination	Bruchenergie G _f [J/m ²]	Variationskoeffizient %	Anzahl der Tests
JG-B	12	64	3
JG-C	7	53	6
VE-B	8	66	4
VE-C	4	43	3

 Tabelle 3.28.: Bruchenergie von Mörtelfugen, Versuche von VAN DER PLUIJM [112]

3.2.2.7. Versuche von BIERWIRTH

BIERWIRTH [12] ermittelte für 184 Mörtelproben das Versagen unter verschiedenen Spannungsverhältnissen. Er verwendete hierzu eine Druckzelle, mit der zylinderförmige Proben untersucht werden können (Abbildungen 2.21 und 2.22). Die vertikale Auflast auf die Deck- und Bodenflächen der zylindrischen Proben wurde mit einer Presse erzeugt, die radiale Belastung auf die Mantelfächen mittels einer unter Druck stehenden Flüssigkeit, welche durch eine Membran von dem Probekörper getrennt war (siehe auch Beschreibung des Versuchsaufbaus in Abschnitt 2.4.1). Die zylindrischen Mörtelproben mit einem Durchmesser von 30 mm und einer Höhe von 14 mm wurden direkt aus Mauerwerksprobekörpern entnommen, um den Einfluss des Saugverhaltens der Steine während des Abbindens des Mörtels möglichst realitätsnah erfassen zu können. Wie schon bereits mehrfach erwähnt, bringt der Wasserentzug durch die Steine während des Aushärtens eine Erhöhung der einaxialen Druckfestigkeit des Mörtels mit sich. Um diesen Einfluss zu untersuchen, wurden die Steine teils nass und teils trocken verarbeitet. Das ermittelte Verhältnis der Druckfestigkeit der Lagerfugen zu der Druckfestigkeit an Mörtelproben, die am Norm-Prisma ermittelt wurden, liegt zwischen 0,87 und 3,94. Es wurden vier handelsübliche Trockenmörtel der Mörtelgruppe IIa, III und LM21 und LM36 verwendet, die jeweils mit einer Kalksandsteinsorte und zwei Hochlochziegeln kombiniert wurden. Mittels Versuchen mit Spannungsverhältnissen ($\sigma_r/\sigma_v = 0/0, 05/0, 15/0, 3$) wurde das Bruchkriterium von Ottosen für Mörtel kalibriert. Die auf die einaxiale Druckfestigkeit normierte Bruchbedingung lautet

$$f(I_1, J_2, \theta) = A \frac{J_2}{|f_{1c}|^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{|f_{1c}|} + \frac{BI_1}{|f_{1c}|} - 1 = 0$$
(3.18)

mit

$$\lambda = \begin{cases} k_1 \cos\left(\frac{1}{3} \arccos(k_2 \cos(3\theta))\right) & \cos(3\theta) \ge 0\\ k_1 \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \arccos(-k_2 \cos(3\theta))\right) & \cos(3\theta) < 0. \end{cases}$$
(3.19)

Die von BIERWIRTH ermittelten Parameter des Bruchmodells sind in Tabelle 3.29 für die Mörtelgruppe Ila und III dargestellt. Abbildung 3.17 zeigt die Versuchsergebnisse in einer auf die einaxiale Druckfestigkeit normierten Darstellung. Auf der vertikalen Achse sind die normierten vertikalen Spannungen und auf der horizontalen die normierten radialen Spannungen angetragen. Wie in Abbildung 3.17 zu erkennen ist, verlaufen die zwei Bruchflächen der zwei Mörteltypen annähernd gleich. Daher kann die Bruchfläche für beide Mörteltypen durch gemittelte Parameter ausreichend genau beschrieben werden (Tabelle 3.29). Die Versuchsdaten von BIERWIRTH liegen alle nur auf dem Druckmeridian der Bruchfläche. Der Zugmeridian der Bruchfläche wurde daher von BIERWIRTH anhand von Versuchen mit Leichtbeton angepasst. Der Zugbereich (p < 0) wird durch das von BIERWIRTH kalibrierte Kriterium nur sehr schlecht abgebildet.

Parameter	Mörtelgruppe Ila	Mörtelgruppe III	Mittelwert für MG IIa und MG III
А	4,079	8,803	2,847
В	1,376	2,665	0,598
k_1	1,761	1,265	1,896
k_2	0,88	0,97	0,892

Tabelle 3.29.: Parameter für das Bruchmodell von OTTOSEN für Mörtel



Abbildung 3.17.: Bruchflächen für Mauermörtel nach BIERWIRTH [12]

3.2.2.8. Verzerrungsratenabhängigkeit von Mörtel

Um das verzerrungsratenabhängige Materialverhalten beschreiben zu können, wurde nach entsprechenden Versuchsdaten recherchiert. Es existieren einige Untersuchungen zu Keramiken und Beton, zu Mörtel sind jedoch wenige Daten zu finden. Die einzigen systematischen Untersuchungen wurden von HAO und TARASOV [69] durchgeführt, die in diesem Abschnitt zusammengestellt sind. Die Tabelle 3.30 stellt die Versuchsergebnisse von HAO und TARASOV für verschiedene Verzerrungsraten zusammen. Weitere Untersuchungen zum dynamischen Verhalten von Mörtel wurden von BRAGOV dokumentiert [19, 18].

	nacn [09]					
	Verzerrungs-	Bruchfestig-	Fließ-	Bruch-	Fließ-	E-Modul
	rate $arepsilon$	keit	grenze	verzerrung	verzerrung	
Bezugs-	$2 \cdot 10^{-6}$	5,879	4,923	0,00267	0,00195	2650
wert	[1/s]	[N/mm²]	[N/mm ²]	[-]	[-]	[N/mm ²]
	$2 \cdot 10^{-6}$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
느	20	1,63	1,71	3,1	3,16	0,87
	70	2,06	2,26	3,29	3,35	0,64
	200	2,43	2,72	3,45	3,52	0,60

Tabelle 3.30.: DIF unter einaxialem Druck und die dazugehörigen statischen Werte für Mörtelnach [69]

Mit diesen Daten wurden von HAO & TARASOV durch Ausgleichsrechnung Funktionen für den dynamic increase factor (DIF) für die Bruchfestigkeit

$$DIF_{\mathsf{Bruchfestigkeit}} = \begin{cases} 0,0372 \ln \dot{\varepsilon} + 1,4025 & \text{für} & 2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1} \le \dot{\varepsilon} \le 13 \text{ s}^{-1} \\ 0,3447 \ln \dot{\varepsilon} + 0,5987 & \text{für} & 13 \text{ s}^{-1} \le \dot{\varepsilon} \le 200 \text{ s}^{-1} \end{cases}$$
(3.20)

für die Bruchverzerrung

$$DIF_{\text{Bruchverzerrung}} = 0,1523 \ln \dot{\varepsilon} + 2,6479 \qquad \text{für} \qquad 2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1} \le \dot{\varepsilon} \le 200 \text{ s}^{-1}$$
 (3.21)

für die Fließgrenze

$$DIF_{\mathsf{Fließgrenze}} = \begin{cases} 0,0463 \ln \dot{\varepsilon} + 1,501 & \text{für} & 2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1} \le \dot{\varepsilon} \le 16 \text{ s}^{-1} \\ 0,4377 \ln \dot{\varepsilon} + 0,3966 & \text{für} & 16 \text{ s}^{-1} \le \dot{\varepsilon} \le 200 \text{ s}^{-1} \end{cases}$$
(3.22)

für die Fließverzerrung

$$DIF_{\mathsf{Fließverzerrung}} = 0,1561 \ln \dot{\varepsilon} + 2,689 \qquad \mathsf{für} \qquad 2 \cdot 10^{-6} \ \mathsf{s}^{-1} \le \dot{\varepsilon} \le 200 \ \mathsf{s}^{-1} \tag{3.23}$$

für den Elastizitätsmodul

$$DIF_{\text{E-Modul}} = -0,02272 \ln \dot{\varepsilon} + 0,7601$$
 für $2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1} \le \dot{\varepsilon} \le 200 \text{ s}^{-1}$ (3.24)

und für die Querverformungszahl

$$DIF_{\text{Ouerverformungszahl}} = 0,0085 \ln \dot{\varepsilon} + 1,1112$$
 für $2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1} \le \dot{\varepsilon} \le 150 \text{ s}^{-1}$ (3.25)

hergeleitet. Die Graphen der Funktionen sind in Abbildung 3.18 dargestellt.



Abbildung 3.18.: Grafische Darstellung der DIF für Mörtel nach HAO & TARASOV für einaxiale Druckspannungszustände

Werden die Daten zur Steigerung der Druckfestigkeit von Mörtel unter Druck mit Daten von Beton, wie sie zum Beispiel von BISCHOFF & PERRY [13] zusammengestellt wurden, verglichen, so ist zu erkennen, dass die Versuchswerte anderer Forscherteams für Beton gut mit den Versuchswerten von HAO & TARASOV übereinstimmen (Abbildung 3.19).

Zur dynamischen Zugfestigkeitssteigerung von Mörtel wurden keine Werte gefunden. Als Anhaltswerte können die von SCHULER [141] zusammengestellten Versuchsdaten für Beton dienen (Abbildung 3.20). Wie derartige Zugversuchsdaten mittels SHPB-Experimenten gewonnen werden können, wird von WU in [165] ausführlich beschrieben.



Abbildung 3.19.: Vergleich der dynamischen Druckfestigkeitssteigerung von Mörtel und Beton ([13], bearbeitet)



Abbildung 3.20.: Zusammenstellung von Versuchsdaten zur Untersuchung der dynamischen Zugfestigkeitssteigerung [141]

3.2.2.9. Restfestigkeit

BIERWIRTH dokumentierte in [12] die Versuchsergebnisse an seinen zylinderförmigen Proben in Form von $\sigma_V/f_{1c} - \varepsilon$ -Diagrammen für Spannungsverhältnisse σ_r/σ_v von 0, 0,05, 0,15 und 0,3. Hierbei sind σ_V die axiale Spannung, σ_r die radiale Spannung (Abschnitt 2.4.1) und f_{1c} die einaxiale Druckfestigkeit. Die Diagramme reichen bis zu einer Stauchung der Probe von 15‰. Diese Diagramme sind für zwei Mörteltypen in den Abbildungen 3.21 und 3.22 dargestellt. Neben E-Moduln lassen sich auch Restfestigkeiten nach Bruch aus diesen Diagrammen ableiten. Die Tabellen 3.31 und 3.32 stellen die Ergebnisse der ermittelten Restfestigkeiten zusammen. Je nach Spannungsverhältnis sind höhere oder niedrigere Restfestigkeiten zu erkennen. Bei einer rein einaxialen Belastung beträgt die Restfestigkeit ca. 40% der einaxialen Druckfestigkeit. Bei einem Spannungsverhältnis größer als $\sigma_r/\sigma_v =$ 0,3 ist kein Abfall der Restfestigkeit mehr zu erkennen. Inwiefern diese Restfestigkeiten durch Lagerungsbedingungen während des Versuchs beeinflusst werden, bleibt ungeklärt. Jedoch konnte mit dem Versuchsaufbau von BIERWIRTH der Einfluss minimiert werden. Deshalb dienen die Ergebnisse von BIERWIRTH als Basis für das eigene Modell, welches in Abschnitt 4.2 vorgestellt wird. Die Versuchsdaten werden dazu genutzt, um ein Versagensmodell auf Basis der Verzerrungen des Materials zu erstellen. Nach Überschreiten der Bruchbeanspruchung, wird die Bruchfläche derart modifiziert, dass die Restfestigkeiten für verschiedene Beanspruchungen abgebildet werden können.



Abbildung 3.21.: (σ_V/f_{1c})-ε-Kurven für Mörtelproben der Mörtelgruppe IIa für verschiedene Spannungsverhältnisse [12], links radiale Verzerrungen (ε_r), rechts axiale Verzerrungen (ε_v), f_{1c} ist die einaxiale Druckfestigkeit



Abbildung 3.22.: $(\sigma_V/f_{1c}) - \varepsilon$ -Kurven für Mörtelproben Mörtelgruppe III [12]

Tabelle 3.31.: Restfestigkeit von Mauermörtel MG IIa für verschiedene Spannungskombinationen

Spannungskombination $\sigma_r/\sigma_{ m v}$	0	0,05	0,15	0,3
Restfestigkeit bezogen auf einaxiale Druckfestigkeit f_{1c}	0,3	0,7	1,35	1,8
Restfestigkeit bezogen auf max. σ_V	0,4	0,61	0,96	1

Tabelle 3.32.: Restfestigkeit von Mauermörtel MG III für verschiedene Spannungskombinationen

Spannungskombination σ_r/σ_v	0	0,05	0,15	0,3
Restfestigkeit bezogen auf einaxiale Druckfestigkeit f_{1c}	0,4	0,55	1,7	2,5
Restfestigkeit bezogen auf max. $\sigma_{m V}$	0,4	0,39	1	1

3.3. Verbundverhalten zwischen Stein und Mörtel

Allgemein betrachtet kann Mauerwerk als Verbundwerkstoff bezeichnet werden. Es ist daher wichtig, nicht nur die Eigenschaften der Einzelkomponenten, sondern auch die der Verbundeigenschaften abzubilden. Bei vielen Versagensbildern, insbesondere bei Mauerwerk unter Schub- und Zugbelastungen, können Schäden (Risse) im Übergang zwischen Mörtel und Stein beobachtet werden.

3.3.1. Haftzugfestigkeit

Die Haftzugfestigkeit beschreibt die Festigkeit bei Zugbeanspruchung senkrecht zur Kontaktfläche zwischen Mauerstein und Mörtel. Die Haftzugfestigkeit wird durch diverse Parameter wie die Oberflächenbeschaffenheit des Steines, den Mörteltyp, die Feuchtigkeit bei Verarbeitung und das Saugverhalten des Steines beeinflusst. Sie ist für verschiedene Fugen (Lager- und Stoßfugen) unterschiedlich, da diese verschieden verarbeitet werden und die Steinoberflächen verschiedene Eigenschaften aufweisen. Die ermittelten Werte der Haftzugfestigkeit variieren erheblich (Tabellen 3.33 und 3.34).

Mauerstein		Mauermörtel Prüfverfahren		Haftzugfestigkeit [N/mm ²]		
Art	Feuchtezustand	Madermorter	Fruivenamen	Mittelwert	Wertebereich	
	lufttrocken	NM IIa	Zentrisch	0,48	_	
	lufttrocken, feucht	NM IIa	Bond-Wrench	0,44	0,23 - 0,58	
HLz	lufttrocken	LM 21	Bond-Wrench	0,07	-	
	feucht	LM 21	Bond-Wrench	0,17	-	
	lufttrocken	DM	Bond-Wrench	0,19	0,1 bis 0,32	
	lufttrocken	NM IIa	Bond-Wrench	0,14	-	
KC.	feucht	NM IIa	Bond-Wrench	0,42	-	
N3	lufttrocken, feucht	DM	Bond-Wrench	0,61	Min: 0,43	
	lufttrocken	DM	Zentrisch	0,42	0,24 bis 0,82	
KS-	lufttrocken	DM	Zentrisch	0,67	0,49 bis 0,82	
PE	lufttrocken	DM	Zentrisch	0,29	0,26 bis 0,36	
	-	DM	Bond-Wrench	0,39	0,12 bis 0,7	
PP	lufttrocken	DM	Zentrisch	0,28	0,21 bis 0,33	
	feucht	DM	Zentrisch	0,38	0,22 bis 0,52	

 Tabelle 3.33.: Haftzugfestigkeit nach SCHUBERT [140]

Die Haftzugfestigkeit wurde von SARANGAPANI et al. [128] ausführlich für verschiedene gebrannte indische Lehmsteine mittels eines modifizierten Bond-Wrench-Tests untersucht. Er stellte hierbei

Mauaratain	Mörtelgruppe					
Mauerstein	II	lla		IIIa		
Mz	0,4	0,5	0,7	1,0		
Hochlochziegel	0,4	0,5	0,7	1,0		
Mauerziegel	0,15	0,2	0,3	0,4		
Porenbetonstein	0,4	0,6	0,7	0,9		
Betonstein	0,1	0,15	0,2	0,25		

Tabelle 3.34.: Haftzugfestigkeit nach Schubert [140] in N/mm²

Haftzugfestigkeiten zwischen 0,088 und 0,387 N/mm² fest. Er untersuchte ebenfalls verschiedene Mörtelzusammensetzungen und den Einfluss von gelochten und profilierten Steinoberflächen. VERMEL-FOORD [155] und VAN DER PLUIJM [113] zeigten, dass der mittlere Anteil der haftenden Fläche von einer Mauerfuge nur etwa 35 % beträgt (Abbildung 3.23). Die von VAN DER PLUIJM ermittelten Haftzugfestigkeiten sind in Tabelle 3.35, die dazugehörigen Steinfestigkeiten in Tabelle 3.5 und die Materialzusammensetzung des Mörtels in Tabelle 3.24 dargestellt.



Abbildung 3.23.: Netto Haftfläche einer Mauerwerksfuge nach [113] aus [27]

Steintyp- Mörtel-Komb.	Haftzugfestigkeit ^[N/mm²]	Variationskoeffizient %	Anzahl der Tests
JG-B	0,3	24	3
JG-C	0,5	29	6
VE-B	0,22	45	3
VE-C	0,13	100	3
CS-B	0,29	34	4
CS-A	0,33	51	5

Tabelle 3.35.: Mittlere Haftzugfestigkeit, Versuche von VAN DER PLUIJM [112]

BURNETT et al. [27] untersuchten das Verhalten von Mauerwerksfugen unter dynamischen Belastungen mit einer Verzerrungsrate von $\dot{\varepsilon}=1/s$ und stellten für die dynamische Festigungssteigerung fest, dass diese stark von dem Anteil der Nettohaftfläche abhängt. Bei 100 % Haftfläche konnte kein nennenswerter dynamic increase faktor (DIF) festgestellt werden. Bei kleineren Haftflächen nimmt die Haftzugfestigkeit ab: Bei 75 % Haftfläche werden nur noch 55 % der Festigkeit, bei 50 % Haftfläche nur noch 34 % der Festigkeit, jeweils bezogen auf die gesamte Prüffäche, erreicht. Die Tabelle 3.36 stellt auch die statische Haftzugfestigkeit der dynamischen gegenüber. Es ist zu erkennen, dass mit kleineren mitwirkenden Haftflächen der DIF ansteigt.

Mitwirkende	Mittlere statische	Mittlere dynamische	DIF
Haftfläche	Versagensspannung	Versagensspannung	
100 %	3,59	3,70	1,03
75 %	1,38	2,06	1,50
50 %	0,5	1,26	2,52

Tabelle 3.36.: Statische und dynamische Haftzugfestigkeit nach [27]

3.3.2. Scherfestigkeit und Haftscherfestigkeit

Die Scherfestigkeit von Mauerwerk ist für das Tragverhalten unter horizontalen Beanspruchungen in und senkrecht zu der Wandscheibe eine ganz entscheidende Eigenschaft. Sie bestimmt zum Beispiel die Tragfähigkeit unter Erdbebenlasten maßgeblich. Auch Wände, die Explosionen ausgesetzt wurden, zeigen ein Abscheren. Diese Eigenschaft wird zumeist durch die zwei Parameter Haftscherfestigkeit und Gleitreibungsbeiwert beschrieben. Das Tragverhalten unter Schub wird häufig mit dem MOHR-COULOMB-Materialmodell abgebildet. Die Kohäsion entspricht der Haftscherfestigkeit und der Reibungswinkel dem Gleitreibungsbeiwert. Durch Auflasten steigt erwartungsgemäß der Scherwiderstand der Mauerwerkswand. Die nach DIN EN 1052-3 durchgeführten Versuche von WALLNER zeigen den Einfluss der Vorbelastung der Fugen. Die Vorbelastung lag bei seinen Versuchen zwischen -0,2 und -1 N/mm². Auffallend ist, dass trotz einer sehr großen Verformung von bis zu 10 mm, die Fugen noch einen erheblichen Restwiderstand aufweisen. Die Versuchsergebnisse sind in Abbildung 3.24 abgebildet. Es ist bei Betrachtung des Diagrammes zu beachten, dass der Versuchsaufbau derart durchgeführt wird, dass vertikal stehende Fugen untersucht werden, die horizontal vorbelastet werden (Abbildung 3.26). Versuche von LOURENÇO (Abbildung 4.2) zeigen jedoch eine wesentlich geringere Restfestigkeit. Welche Faktoren diese sehr deutlichen Unterschiede hervorrufen, konnte nicht geklärt werden. Durch Ausgleichsrechnung ermittelte WALLNER einen linearen Zusammenhang zwischen der in der Fuge wirkenden Normalspannung und der Scherfestigkeit (Abbildung 3.25). WALLNER stellte fest, dass mit zunehmender Normalspannung in der Fuge das Versagen nicht im Übergangsbereich zwischen Stein und Mörtel, sondern in der Mörtelfuge stattfindet. Die Tabelle 3.37 stellt Scherfestigkeiten und Haftscherfestigkeiten für verschiedene Mörtel-Stein-Kombinationen zusammen.

Zur Bestimmmung der Haftscherfestigkeit existieren verschiedene Prüfverfahren. Durch Normen ist die



Abbildung 3.24.: Versuchsergebnisse Scherversuche, Schubspannungs-Verschiebungs-Diagramme für Vorbelastungen mit -0,2, -0,55 und -1,0 N/mm² [157]



Abbildung 3.25.: Versuchsergebnisse Scherversuche, aufnehmbare Schubspannung in Abhängigkeit von Vorbelastungsniveaus (-0,2, -0,55, -1,0 N/mm²) [157]

Prüfung der Scherfestigkeit in der DIN 18555-5 [41] bzw. DIN EN 1052-3 [42] geregelt. Aber es existieren auch weitere Prüfverfahren, wie zum Beispiel das Prüfverfahren von KRITSCHIG-ANSTÖTZ oder HOFMANN-STÖCKEL. Die Abbildung 3.26 stellt einige dieser Versuchsaufbauten dar. Die Lagerung der Steine und die Lastaufbringung während der Versuchsdurchführung haben einen deutlichen Einfluss auf die Versuchsergebnisse, da unterschiedliche Spannungsverteilungen in den Fugen wirken. BRA- MESHUBER [20] und VASCONCELOS [152] diskutieren die Prüfverfahren und die versuchstechnisch ermittelten Haftscherfestigkeiten ausführlich. BRAMESHUBER schlägt zur Umrechnung den Faktor 2 vor, um den die Werte nach dem alten Prüfverfahren (DIN 18555-5) größer sind, als die des neuen Prüfverfahrens (DIN EN 1052-3).



Abbildung 3.26.: Verschiedene Versuchsaufbauten zur Untersuchung der Schubtragfähigkeit von Mauerwerk [152]: (a) HOFMANN-STÖCKEL, (b) VAN DER PLUIJM, (c) CEN

Tabelle 3.37.:	Zusammenstellung von \	/ersuchswerter	ı zur H	Haftscherfestigkeit	(Kohäsion)	und zum
	Gleitreibungsbeiwert für	verschiedene	Stein-	Mörtel-Kombinatio	onen (erwei [.]	tert nach
	[152])					

	Steintyp	Mörteltyp	Kohäsion c [^{N/} mm²]	Gleitreibungs- beiwert μ	Quelle
Atkinson	Old clay units	1:2:9	0,127	0,695	[152]
(1989)	Old clay units	1:2:9	0,217	0,695	[152]
	New clay units	1:1,5:4,5	0,811	0,745	[152]
Amadio and Rajgeli (1990)	Solid bricks	Cement mortar - lime cement m.	0,65	0,723	[152]
MAGENED	Solid bricks	Hydraulic lime m.	0,65	0,813	[152]
(1992)	Solid bricks	lime m.	0,65	0,813	[152]
BINDA et al.	Sandstone	Hydraulic lime m.	0,33	0,74	[152]
(1994)	Calcareous Stone	Hydraulic lime m.	0,58	0,58	[152]
ROBERTI et al. (1997)	Bricks	Hydraulic lime m.	0,23	0,57	[152]
Lourenço et al. (2004)	Hollow bricks	Micro-concrete	1,39	1,03	[152]
VASCONCELOS (2005)	Granite units	Lime mortar	0,359	0,630	[152]
WALLNER (2007)	Kalksandstein	2:1:9 (K:Z:S)	0,7034	0,07	[157]
BRAMESHUBER	Kalksandstein	NM IIa	0,25	-	[20]
(2006)	Kalksandstein	NM III	0,3	-	[20]
	Kalksandstein	DM	0,85	0,6	[20]
	Hochlochziegel	NM IIa	0,45	1,16	[20]
	Hochlochziegel	LM 36	0,5	-	[20]
	Mauerziegel	NM IIa	0,35	-	[20]
	Porenbetonstein	DM	0,75	-	[20]
	Porenbetonstein	NM IIa	-	0,6	[20]
	Betonstein	NM IIa	0,55	-	[20]
	Betonstein	DM	1,7	-	[20]
	Hochlochziegel	LM 36	0,5	-	[20]

4. Eigene Materialmodelle für Mörtel und Mauerwerkssteine

Das Ziel dieser Arbeit ist die Aufstellung neuer Materialmodelle für die Mikromodellierung von Mauerwerk. In diesem Kapitel werden die eigenen Materialmodelle für Mörtel und Ziegel vorgestellt. Die eigenen Materialmodelle basieren auf der Versuchsdatensammlung, welche in Kapitel 3 beschrieben wurde. Bevor in Abschnitt 4.2 das eigene Materialmodell für Mörtel und in Abschnitt 4.3 das eigene Materialmodell für Mauerwerkssteine präsentiert werden, wird auf bekannte Materialmodelle für spröde Materialien eingegangen. Die eigenen Modelle beruhen auf Elementen der in Abschnitt 4.1 vorgestellten Modellen von LOURENÇO, JOHNSON-HOLMQUIST und HARTMANN-PIETZSCH-GEBBEKEN.

4.1. Bekannte Materialmodelle für Mauerwerk, Ziegel, Keramik und Beton

4.1.1. Materialmodell für Mauerwerk von LOURENÇO

LOURENÇO stellt in [92] ein Materialmodell für die diskrete Modellierung und ein Makromodell für die verschmierte Modellierung von Mauerwerksscheiben vor. Das von ihm entwickelte Materialmodell für die diskrete Modellierung wird im Folgenden zusammengefasst. Das Versagen des Mauerwerks wird in LOURENÇOS Modell allein durch Interfacelemente beschrieben. Er vereint die maßgeblichen Versagensmechanismen des Mauerwerks im Materialmodell der Mörtelfugen. Dieses Interfacemodell für die Mörtelfuge bildet nicht nur die Schub- und Zugtragfähigkeit der Mörtelfuge ab, sondern auch das Steinversagen. Das Verhalten des Mörtels und des Steines ist somit in dem Materialmodell für den Mörtel vereint. Dies wird insbesondere an der elliptischen Kappe der Versagensfläche deutlich, die dazu dient, das Versagen der Steine abzubilden. LOURENÇO wählte diese Modellierungsstrategie, weil sie sich aufgrund seiner Erfahrungen als einfach und numerisch stabil erwies. Der Aufbau von LOU-RENÇOS Materialmodell ist in Abbildung 4.1 schematisch dargestellt. Der größte Bereich wird über das COULOMB-Friction-Modell abgebildet. Im Zugbereich kommt ein "Tension-Cut-Off" Kriterium zur Anwendung. Bei hohen vertikalen Auflasten wird die Bruchfläche mit einer elliptischen Kappe ge-



Abbildung 4.1.: Schematische Darstellung des Interfacemodells von LOURENÇO [92]

schlossen. Die Festigkeitsbeschreibung des Materialmodells beinhaltet eine Beschreibung für die Verund Entfestigung des Materials. In Abbildung 4.1 werden diese Bruchflächen als *initial, intermediate,* bzw. *residual yield surface* bezeichnet.

Tension-Cut-Off-Kriterium

Die Formulierung zur Beschreibung der Zugfestigkeit und der Entfestigung der Zugfestigkeit lautet in der von LOURENÇO gewählten Notation

$$f_1(\sigma,\kappa_1) = \sigma - \bar{\sigma}_1(\kappa_1). \tag{4.1}$$

Hierbei sind

$$\bar{\sigma}_1(\kappa_1) = f_t \cdot e^{-\frac{f_t}{G_f^I} \cdot \kappa_1} \tag{4.2}$$

und κ_1

$$\dot{\kappa}_1 = |\Delta \dot{u}_n^p| = \dot{\lambda}_1. \tag{4.3}$$

Die verwendeten Variablen lauten

$\bar{\sigma_1}$	Festigkeit im Zugbereich	[N/mm²]
u ^p	plastische Verzerrung / Verschiebung	[mm]
G_f^I	Mode-1 Bruchenergie	[Nmm/mm ²]
f _t	Zugfestigkeit der Fuge bzw. des Übergangs Stein-Fuge	$[N/mm^2]$.

Die Entfestigung unter Zug wird durch die Exponentialfunktion (4.2) beschrieben. Der Abfall der Festigkeit wird durch die Mode I Bruchenergie bestimmt.

COULOMB-Friction-Modell

Das COULOMB-Friction-Modell bildet das Schubversagen der Fugen ab. LOURENÇO gibt die funk-



bbildung 4.2.: Vergleich Materialmodell mit Versuchswerten -Schubtragfähigkeit der Fugen [92]



tionale Beschreibung mit

$$f_2(\sigma,\kappa_2) = |\tau| + \sigma \tan \Phi(\kappa_2) - \bar{\sigma}_2(\kappa_2) \tag{4.4}$$

an, wobei

$$\bar{\sigma}_2 = c \cdot e^{-\frac{c}{G_f^{II}} \cdot \kappa_2} \tag{4.5}$$

und

$$\tan \Phi = \tan \Phi_r - \tan \Phi_0 \frac{c - \bar{\sigma_2}}{c} \tag{4.6}$$

sind. Hierbei sind

cKohäsion [N/mm²],Φ0Reibungswinkel (ungeschädigt) undΦrReibungswinkel (geschädigt).

Die Reduktion des Reibungswinkels verläuft proportional zu der Reduktion der Kohäsion.

Die Abbildungen 4.2 und 4.3 zeigen, dass durch diese Formulierungen das Materialmodell von LOU-RENCO in der Lage ist, das Zug- und Schubversagen gut abzubilden.

Kappen-Kriterium

Das Kappenkriterium dient dazu, das Versagen der Steine abzubilden. Es wird bei hohen Auflasten mit geringen Schubbelastungen maßgebend. Die Funktion der Kappe wird wie folgt definiert:

$$f_3(\sigma, k_3) = C_{nm}\sigma^2 + C_{ss}\tau^2 + C_n\sigma - (\bar{\sigma}_3(\kappa_3))^2$$
(4.7)

 C_{nm} , C_{ss} und C_n sind Materialparameter und $\bar{\sigma}_3$ ist die Fließgrenze. LOURENÇO wählt $C_{nm} = 1$ und $C_n = 0$. C_{ss} wird aus der Gleichung $\tau_u = f_m/\sqrt{C_{ss}}$ bestimmt, wobei f_m die Mauerwerksdruckfestigkeit und τ_u die Mauerwerksschubfestigkeit ist. Die Festlegung der Kappe erfolgt in späteren Veröffentlichungen aus der Arbeitsgruppe von LOURENÇO anhand von Versuchsdaten an Mauerwerksprobekörpern (OLIVEIRA [104] oder VASCONCELOS [152]).

Bewertung hinsichtlich der eigenen Materialmodelle

LOURENÇO zeigt an zahlreichen Versuchen die Leistungsfähigkeit seines Modells und stellt ein klares Konzept vor, wie Mauerwerk unter Scheibenbelastungen beschrieben werden kann. Sein Modell ist jedoch nur geeignet, Belastungen abzubilden, die in der Ebene der Wand wirken. Für das eigene Materialmodell für Mörtel, welches im Abschnitt 4.2 vorgestellt wird, dient der Aufbau der Bruchfläche von LOURENÇO als grundlegender Ansatz. Jedoch wird die Beschreibung des Nachbruchverhaltens verallgemeinert und es werden Verzerrungsrateneffekte mit einbezogen. Außerdem wird die Bruchfläche derart erweitert, dass auch Spannungskombinationen, die auf dem Druckmeridian liegen besser beschrieben werden. Die Interaktion zwischen Mauerwerkssteinen und Mörtel erfolgt bei LOURENÇOS Ansatz nur indirekt durch die gewählte Kappenformulierung. Diese muss für jede Mörtel-Stein-Kombination gesondert hergeleitet werden, dies ist jedoch nur mit Versuchen möglich und deshalb aufwendig. Die Kappenformulierung wird bei der Mikromodellierung nicht benötigt, weil die Mauerwerkssteine durch die Interaktion mit dem Mörtel beansprucht werden und hierdurch das Querzugversagen erfasst wird.

4.1.2. Materialmodell für Keramik von JOHNSON-HOLMQUIST

JOHNSON und HOLMQUIST [80] entwickelten ein Materialmodell für spröde Materialien, wie zum Beispiel für Keramiken und Glas. Das Modell ist geeignet für Untersuchungen von hochdynamischen Vorgängen in einer Hydrocode Umgebung. Es existieren zwei Versionen, das so genannte JH-1 und das JH-2 Materialmodell. Das JH-2 Materialmodell ist die Weiterentwicklung des JH-1 Modells und ermöglicht auch die Beschreibung der Materialentfestigung durch Schädigung.

Die Festigkeit des intakten Materials wird mit

$$\sigma_i^* = A(P^* + T^*)^N (1 + C \ln \dot{\varepsilon}^*)$$
(4.8)

beschrieben, die des geschädigten Materials mit

$$\sigma_f^* = B(P^*)^M (1 + C \ln \dot{\varepsilon}^*)$$
(4.9)

wobei A, N, C, B, M Materialparameter sind, die durch Versuche bestimmt werden müssen.

Die äquivalenten Spannungen wurden bezüglich des HEL (HUGONIOT Elastic Limit) normiert, so dass

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{\sigma_{HEL}} \tag{4.10}$$

gilt. Gleiches gilt für den normierten Druck

$$P^* = \frac{P}{P_{HEL}} \tag{4.11}$$

und für die normierte hydrostatische Zugspannung

$$T^* = \frac{T}{T_{HEL}}.$$
(4.12)

Die dimensionslose Verzerrungsrate wird mit

$$\dot{\varepsilon}^* = \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \tag{4.13}$$

berechnet, wobei $\dot{\varepsilon}_0 = 1,0$ ¹/s ist.

Der Parameter *D* beschreibt die Schädigung. Solange das Material im elastischen Bereich ist, ist D = 0, sobald es sich plastisch verhält wird *D* größer, bis bei Erreichen der maximalen plastischen Verzerrung des Materials D = 1 gilt. *D* wird berechnet, in dem für jeden Rechenschritt der Anteil der aufgebrachten plastischen Verzerrung aufsummiert wird:

$$D = \sum \frac{\Delta \varepsilon^P}{\varepsilon_f^P} \tag{4.14}$$

Hierbei ist $\Delta \varepsilon^P$ die Änderung der plastischen Verzerrung in einem Rechenschritt und ε_f^P die maximal aufnehmbare plastische Verzerrung, die durch

$$\varepsilon_f^P = D_1 \cdot (P^* + T^*)^{D_2} \tag{4.15}$$

beschrieben wird. D_1 und D_2 sind Materialparameter. Diese Formulierung ermöglicht es, dass bei niedrigen hydrostatischen Drücken das spröde Versagen und bei hohen Drücken das duktile Materialverhalten abgebildet werden kann.

Die aktuelle Festigkeit wird mit

$$\sigma^* = \sigma_i^* - D(\sigma_i^* - \sigma_f^*) \tag{4.16}$$

berechnet.

Zur Beschreibung des hydrostatischen Materialverhaltens wird

$$P = \begin{cases} K_{1} \cdot \mu + K_{2} \cdot \mu^{2} + K_{3} \cdot \mu^{3} & \mu > 0 \\ K_{1} \cdot \mu & \mu < 0 \end{cases}$$
(4.17)

131

mit

$$\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \tag{4.18}$$

verwendet, ρ ist die aktuelle Dichte und ρ_0 die Anfangsdichte. K_1 bis K_3 sind Materialparameter, die empirisch ermittelt werden müssen.

Bewertung hinsichtlich der eigenen Materialmodelle

Das Materialmodell von JOHNSON-HOLMQUIST wird häufig zur Simulation von spröden Werkstoffen unter hochdynamischen Vorgängen verwendet und stellt exemplarisch die Vorgehensweise der Materialmodellierung in der Hochdynamik dar. Die gewählte Schädigungsbeschreibung, welche die aktuellen plastischen Verzerrungen den maximal aufnehmbaren plastischen Verzerrungen gegenüberstellt, wurde von diversen anderen Forschern (z.B. [121], [127], [63], [70]) für die Entwicklung eigener Modelle übernommen. In CRONIN et al. [35] sind die Konstanten für das Materialmodell zur Beschreibung von B₄C, SiC, AlN, Al₂O₃ und Glas aufgeführt und es wird die Implementierung in LS-DYNA beschrieben. AI [1] nutzt das Modell, um das dynamische Materialverhalten von Granit zu beschreiben. Obwohl das Materialmodell von JOHNSON-HOLMQUIST für Keramiken und auch für Beton bereits angewendet wurde, ist es zur Modellierung von Mauerwerk nicht direkt geeignet. Die Hauptproblematik ist, dass weder für Ziegel noch für den Mörtel die zahlreichen erforderlichen Materialparameter (*A*, *N*, *B*, *T_{HEL}*, *P_{HEL}*, *K*₁, etc.) vorliegen, und dass sie nicht ohne weiteres ermittelt werden können.

4.1.3. Materialmodell für Beton von HARTMANN-PIETZSCH-GEBBEKEN

Ein erst kürzlich veröffentlichtes Materialmodell für Beton ist das Materialmodell von HARTMANN-PIETZSCH-GEBBEKEN [70, 71], welches die Vorteile aller bisher veröffentlichen Materialmodelle für Beton vereinen soll.

Die Versagensfläche $Y_{max}(\theta)$ wird durch den Druckmeridian $Y_{max}^{\theta=60^{\circ}}$ und durch die Formulierung von WILLAM und WARNKE $F_{J_3}(\theta)$ aufgespannt:

$$Y_{max} = Y_{max}^{\theta=60^{\circ}} \cdot F_{J_3}(\theta) \tag{4.19}$$

Der Druckmeridian wird durch

$$Y_{max}^{\theta=60^{\circ}} = (A_{trans} + M \cdot p^{*^{E}}) \cdot f_{c}$$
(4.20)

mit

$$A_{trans} = 1 - M \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^E \tag{4.21}$$

132
beschrieben. Die Form im Deviatorschnitt wird durch die Formulierung von WILLAM und WARNKE

$$F_{J_3}(\theta) = \frac{2(1-r_1^2) \cdot \cos\theta + (2r_1-1) \cdot \sqrt{4(1-r_1^2) \cdot \cos^2\theta + 5r_1^2 - 4r_1}}{4(1-r_1^2) \cdot \cos^2\theta + (1-2r_1)^2}$$
(4.22)

festgelegt. Hierbei sind

<i>r</i> ₁ Verhältnis der Radien zwischen Zug- und Druckmeridia	an,
--	-----

p* Druck, auf einaxiale Druckfestigkeit normiert,

M, *E* Materialparameter.

Der Druckmeridian wird durch die gewählte Formulierung (4.20) durch eine Potenzfunktion aufgespannt. Je nach Materialeigenschaften kann der Druckmeridian durch die Parameter M und E angepasst werden. Durch den Verschiebungsparameter A_{trans} , wird der Druckmeridian so angepasst, dass sich bei p/3 die einaxiale Druckfestigkeit ergibt.

Da die Formulierung mit der Potenzfunktion für die Beschreibung des Materialverhaltens bei niedrigen Drücken allerdings nicht ausreichend ist, wird für Drücke $p < \frac{1}{3} \cdot f_c$ das Materialverhalten durch lineare Ansätze abgebildet.

Die elastische Grenzfläche wird zu $\frac{2}{3}$ von der Bruchfläche Y_{max} angenommen. HARTMANN passt bei seinem Modell die Festigkeit in Abhängigkeit von den Verzerrungsraten an.

Schädigungsmodell

Das Schädigungsmodell setzt sich aus einem deviatorischen und einem hydrostatischen Schädigungsanteil zusammen. Die Schädigung aus Gestaltänderung (deviatorischer Anteil) basiert auf dem Ansatz von JOHNSON, HOLMQUIST und COOK [79]. Nach Überschreiten der maximal aufnehmbaren Spannung führt jede zusätzliche plastische Verzerrung des Materials zu Materialschädigung. Der Schädigungsanteil für einen Zeitschritt ΔD_{shear} wird in Abhängigkeit von dem hydrostatischen Druck p, der Verzerrungsrate $\dot{\varepsilon}$ und der Vorbelastung I_{pre} berechnet:

$$\Delta D_{shear} = \frac{\Delta \varepsilon_{pl}}{\varepsilon_{pl}^{f}(p, \dot{\varepsilon}, l_{pre})}$$
(4.23)

 ε_{pl}^{f} entspricht der maximal aufnehmbaren plastischen Verzerrung. Ist die maximal aufnehmbare Verzerrung erreicht, so wird das Material als komplett geschädigt betrachtet und die Schädigungsvariable nimmt den Wert 1 an. Der Ansatz von HARTMANN unterscheidet sich geringfügig von dem von HJC, da bei HJC auch plastische Verzerrungen vor Erreichen der Bruchlast zu Schädigung führen. Um das unterschiedliche Verhalten unter Zug und Druck zu beschreiben, wird die maximal aufnehmbare plastische Verzerrung (Verzerrungsreserve) druckabhängig definiert. Mit zunehmendem hydrostatischen Druck, nimmt die plastische Verzerrungsreserve zu.

Schädigung infolge Kompaktion

Hydrostatische Drücke rufen eine Kompaktion des Materials hervor. Für poröse Materialien ist die Modellvorstellung, dass durch hohe hydrostatische Drücke die Poren im Material zusammengedrückt werden. Das Material wird dabei pulverisiert und liegt nach vollständiger Kompaktion pulverisiert vor. Weil das pulverisierte Material andere Festigkeitseigenschaften aufweist als das intakte Material, muss dies durch das Schädigungsmodell berücksichtigt werden.

Abbildung 4.4 stellt die poröse Zustandsgleichung schematisch dar. GEBBEKEN und HARTMANN [58] gehen davon aus, dass die Kompaktion bei ρ_{crush} beginnt, und dass bei ρ_{solid} das Material vollkommen kompaktiert ist. In diesem Bereich beschreibt

$$\frac{\rho(\mathbf{p}) - \rho_{crush}}{\rho_{crush}} \tag{4.24}$$

das Kompaktionsvermögen, welches von der aktuellen Dichte $\rho(p)$ abhängt.

Die Schädigung aus Kompaktion wird durch Summation der Schädigungsinkremente berechnet. Das Schädigungsinkrement wird mit

$$\Delta D_{comp} = \gamma \cdot \left(\frac{\mu_{por}(p)}{\mu_{gran}}\right)^{\gamma - 1} \cdot \frac{\mu_{por}}{\mu_{gran}}$$
(4.25)

berechnet. Durch die Formulierung mit dem Parameter γ ist es möglich, duktiles ($\gamma > 1$) und sprödes ($\gamma < 1$) Materialverhalten abzubilden.

GEBBEKEN und HARTMANN koppeln die Schädigungen aus Gestaltänderung D_{shear} und Kompaktion D_{comp} zu einer Gesamtschädigung D:

$$D = 1 - (1 - D_{comp}) \cdot (1 - D_{shear})$$
(4.26)

Degradation der Materialeigenschaften nach Bruch

Der Schubmodul wird in Abhängigkeit von der Schädigungsvariablen D angepasst. Es gilt

$$G(D) = (1-D) \cdot G_0 + D \cdot G_{frac} \tag{4.27}$$

mit $G_{frac}/G_0=0.13$.

Die aktuelle Druckfestigkeit wird mit

$$f_{c,act}(\dot{\varepsilon}, D) = (1 - D) \cdot f_c(\dot{\varepsilon}) + D \cdot f_{c,dam}(\dot{\varepsilon})$$
(4.28)

berechnet, die aktuelle Schubfestigkeit mit

$$f_{s,act}(\dot{\varepsilon}, D) = (1 - D) \cdot f_S(\dot{\varepsilon}) \tag{4.29}$$



Abbildung 4.4.: Schematische Darstellung der porösen HUGONIOT-Kurve für Beton [58] und [70]

und die Zugfestigkeit wird mittels der HORDIJK-REINHARDT Formulierung

$$f_{TSL}(D) = (1 + (c_1 \cdot D)^3) \cdot e^{-c_2 \cdot D} - D \cdot (1 + c_1^3) \cdot e^{-c_2}$$
(4.30)

mit $c_1 = 3$ und $c_2 = 6,93$ angepasst.

Bewertung hinsichtlich der eigenen Materialmodelle

Das Materialmodell von HARTMANN-PIETZSCH-GEBBEKEN ist ein relativ aufwändiges Materialmodell, das den grundlegenden Aufbau eines Materialmodells in einer Hydrocodeumgebung darstellt. Dieser Ansatz kann für die Entwicklung der Materialmodelle für Mörtel und Ziegel übernommen werden. Die eigenen Materialmodelle müssen entsprechende Formulierungen für die Bruchfläche und die Zustandsgleichung für Mörtel und Ziegel beinhalten. Ein Kritikpunkt an dem von GEBBEKEN und HARTMANN vorgestellten Modell ist, dass es nur nach einer langen Einarbeitungsphase verständlich ist. Die Komplexität des Modells provoziert möglicher Weise, dass Nutzer das Modell "blind anwenden" ohne genau wissen zu können, was die Annahmen und Anwendungsgrenzen des Modells sind. Ziel der eigenen Modelle war daher auch, eine Modellierung vorzuschlagen, die leicht nachvollziehbar ist, um den sogenannten "Black Box Effekt" zu vermeiden. Außerdem müssen die Modelle für Mörtel und Ziegel aufgrund der großen Vielzahl an unterschiedlichen Mörteltypen und Steintypen flexibel und einfach anzupassen sein. Auch hierfür ist ein klarer und nachvollziehbarer Aufbau der Materialmodelle von großem Vorteil.

4.2. Eigenes Materialmodell für Mörtel - LG-Modell für Mörtel

Das im Folgenden vorgestellte Materialmodell für Mörtel besteht aus Elementen der zuvor beschriebenen Materialmodelle und eigenen Überlegungen, um alle möglichen Spannungszustände gut abbilden zu können. Hierzu wird auf die in Kapitel 3.2 vorgestellten Materialeigenschaften zurückgegriffen. Dieses neue hier vorgestellte Modell wird LG-Modell für Mörtel (LG steht für LINSE und GEBBEKEN) genannt.

4.2.1. Festigkeitsmodell

Das hier vorgestellte Festigkeitsmodell für Mörtel bildet nicht nur die Materialeigenschaften des Mörtels ab, sondern auch die Schub- und Zugfestigkeit des Materialübergangs zwischen Mörtel und Mauerwerksstein. Diese, im Vergleich zu bereits bestehenden Materialmodellen, zusätzliche Eigenschaft erfordert eine entsprechende Berücksichtigung im Festigkeitsmodell. Untersuchungen zu der Anwendbarkeit von bekannten Bruchflächen wie zum Beispiel von OTTOSEN oder WILLAM-WARNKE für das Material- und Interfacemodell für Mörtel zeigen, dass diese die Schubspannungskombinationen nur ungenügend abbilden können. Das von BIERWIRTH für Mörtel kalibrierte Modell von OTTOSEN kann Spannungskombinationen, die auf dem Druckmeridian der Bruchfläche liegen, sehr gut abbilden. Jedoch werden die Schub- und Zugtragfähigkeit von Mörtelfugen deutlich überschätzt. Es ist aber auch nicht für diese Spannungszustände entwickelt worden. Dagegen kann das Materialmodell von LOURENÇO (Abschnitt 4.1.1) die Schubbeanspruchung des Mörtels gut abbilden. Es liegt also nahe, die Beschreibung von BIERWIRTH, die für den Druckmeridian sehr gute Werte liefert, zu nutzen und den Schubmeridian durch eine Beschreibung abzubilden, welche die Versuchsdaten von WALLNER und VAN DER PLUJIM wiedergibt. Um das Zug- und das Haftzugverhalten des Mörtels abbilden zu können, kann das Hauptzugspannungskriterium von RANKINE verwendet werden. Die Bruchfläche wird deshalb aus verschiedenen Flächen zusammengesetzt. Zwischen den Druck-, Schub- und Zugmeridianen wird mittels Wichtungsfunktionen interpoliert. Die Gleichung (4.31) und die Abbildung 4.5 stellen den Aufbau der Bruchfläche schematisch dar. Die einzelnen Bestandteile des eigenen Modells für Mörtel werden in den folgenden Absätzen ausführlich beschrieben.

$$f_{\text{LG, Mörtel}}(I_1, J_2, \theta) = Min \begin{cases} f_{\text{Rankine}} \\ w_{D1} \cdot f_{\text{Ottosen}} + w_{S1} \cdot f_{\text{Drucker-Prager}} & 0 < \theta \le \theta_5 \\ w_{D2} \cdot f_{\text{Ottosen}} + w_{S2} \cdot f_{\text{Drucker-Prager}} & \theta_5 < \theta < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$
(4.31)

Beschreibung des Druckmeridians



Abbildung 4.5.: Aufbau der Bruchfläche für Mörtel

Wie bereits erwähnt, kann der Druckmeridian durch die von BIERWIRTH kalibrierte Bruchbedingung von OTTOSEN beschrieben werden. Die Bruchbedingung wurde auf die jeweilige Mörteldruckfestigkeit normiert, so dass die Bruchbedingung

$$f_{\text{Ottosen}}(I_1, J_2, \theta) = A \frac{J_2}{|f_{1c}|^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{|f_{1c}|} + \frac{BI_1}{|f_{1c}|} - 1 = 0$$
(4.32)

mit

$$\lambda = \begin{cases} k_1 \cos\left(\frac{1}{3} \arccos\left(k_2 \cos(3\theta)\right)\right) & \cos(3\theta) \ge 0\\ k_1 \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \arccos\left(-k_2 \cos(3\theta)\right)\right) & \cos(3\theta) < 0 \end{cases}$$
(4.33)

lautet. Die Tabelle 4.1 beinhaltet die von BIERWIRTH ermittelten Werte für die Parameter A, B, k_1 , k_2 .

 Tabelle 4.1.: Parameter f
 Gas Bruchmodell von Ottosen f
 Gas Bruchmodell von Ottosen f

Parameter	Mörtelgruppe IIa	Mörtelgruppe III	gemittelt für MGIIa und MG III
А	4,079	8,803	2,847
В	1,376	2,665	0,598
k_1	1,761	1,265	1,896
k_2	0,88	0,97	0,892

Beschreibung des Schubmeridians

Die in Abschnitt 3.3.2 dargestellten Versuchswerte zur Schubtragfähigkeit bieten sich an, um den Schubmeridian mittels des DRUCKER-PRAGER-Kriteriums darzustellen.



Abbildung 4.6.: Versuchsergebnisse eines Scherversuches an Mauerwerk, Vorbelastung -0,2, -0,55, -1,0 N/mm² [157]

Das Kriterium für den Schubmeridian lautet

$$f_{\text{Drucker-Prager}}(I_1, J_2) = \alpha \cdot I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0.$$
(4.34)

Für die Versuche von WALLNER ergeben sich für die Parameter $\alpha = 0,8932$ und für k = 5,48 · 10⁴ N/mm². Der Spannungszustand bei der Durchführung von Scherversuchen ist nicht eindeutig zu ermitteln, da an den Rändern der Fugen ein anderer Spannungszustand als in der Mitte der Mörtelfuge vorliegt. Als Näherung könnte angenommen werden, dass $\sigma_{12} = \tau$ und $\sigma_{11} = \sigma$ ist. Hieraus ließen sich die erste Invariante des Spannungstensors I_1 , die zweite Invariante des Spannungsdeviatortensors J_2 und der LoDEwinkel θ bestimmen. Der dazugehörige LODEwinkel θ würde zwischen 42,4° und 45,2° liegen. Numerische Vergleichsberechnungen zeigen, dass ein LODEwinkel von $\theta = 30^\circ$ besser zutrifft. Dies ist für die Interpolation zwischen den Meridianen, die in Abschnitt 4.2.1 erläutert wird, von Bedeutung.

Beschreibung des Zugmeridians

Es konnten keine Versuche in der Literatur gefunden werden, welche das Verhalten von Mörtel unter Spannungszuständen beschreiben, die auf dem Zugmeridian liegen. BIERWIRTH nahm zur Kalibrierung seiner Bruchfläche Versuchswerte für Leichtbeton. Da keine besseren Daten zur Verfügung stehen, wird die Formulierung von BIERWIRTH übernommen. Da im unteren Druckniveau das Versagenskriterium von RANKINE maßgeblich wird, ist dies eine ausreichend gute Approximation. Außerdem werden, wie bereits diskutiert, auf dem Zugmeridian vorliegende Spannungskombinationen im Mörtel selten vorliegen.

RANKINE-Kriterium für das "Tension-Cut-Off"

Die Zugfestigkeit des Mörtels und die Haftzugfestigkeit zwischen Mörtel und Stein werden durch das Hauptzugspannungskriterium von RANKINE beschrieben. Es wird dabei nicht zwischen der Zugfestigkeit des Mörtels und der Haftzugfestigkeit unterschieden. Das Kriterium lautet

$$f_{\text{Rankine}}(I_1, J_2, \theta) = 2 \cdot \sqrt{3J_2} \cos(\theta) + I_1 - 3 \cdot \sigma_0 = 0, \qquad (4.35)$$

 σ_0 ist hierbei die Zug- bzw. Haftzugfestigkeit. Natürlich stellt die Vernachlässigung des Unterschiedes von der Mörtelzugfestigkeit und der Haftzugfestigkeit eine Vereinfachung dar. Gegen eine genauere Abbildung mittels eines orthotropen Materialmodells spricht zum einen der wesentlich höhere Aufwand in der Materialmodellierung sowie zum anderen die programmtechnische Umsetzung. Es fehlen außerdem experimentelle Grundlagen. Zwar liegen Zugversuche an Mörtelprismen vor, jedoch ist fraglich, inwiefern diese Versuchsergebnisse auch für Mörtel zutreffen, der in Fugen ausgehärtet ist. Es ist auch hier, wie bereits von den Festigkeiten unter Druck bekannt, davon auszugehen, dass die unterschiedlichen Randbedingungen beim Aushärten einen deutlichen Einfluss zeigen. Insbesondere durch das Schwinden des Mörtels während des Aushärtens, welches durch den Kontakt mit dem Stein behindert wird, ist zu erwarten, dass bereits nach dem Aushärten Mikrorisse in der Mörtelfuge vorliegen. Angesichts dieses zusätzlichen Modellierungsaufwandes und der unsicheren Versuchsdatenbasis ist die oben beschriebene Vereinfachung sinnvoll.

Wichtungsfunktionen für Druck- Schub und Zugmeridian

In den vorhergehenden Absätzen wurden die Druck-, Schub-, und Zugmeridiane der Bruchfläche festgelegt. Um eine allgemein gültige Bruchfläche im Spannungsraum aufzuspannen, muss zwischen diesen Meridianen ein Übergang geschaffen werden. Wie bereits erwähnt, kann die Bruchflächendefinition von BIERWIRTH den Zugmeridian ($\theta = 0^{\circ}$) und den Druckmeridian ($\theta = 60^{\circ}$) beschreiben. Die in Abbildung 4.6 dargestellten Schubversuche liegen alle etwa auf dem Schubmeridian, dessen LODEwinkel θ 30° beträgt. Die genaue Lage dieser Versuche ist nicht eindeutig, weil in der Fuge unterschiedliche Spannungszustände vorliegen. Der Einfachkeit halber wird angenommen, dass sie alle auf dem Meridian mit 30° liegen. Die hier dargestellten Wichtungsfunktionen sind allgemein gültig und auch für andere LODEwinkel θ_S für den Schubmeridian gültig. Zur Interpolation zwischen den Meridianen werden die im Folgenden dargestellten Funktionen verwendet. Die Funktionen

$$w_{S1} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi \theta}{\theta_S}\right) \qquad 0 < \theta \le \theta_S \tag{4.36}$$

$$w_{52} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi \left(\theta_{5} - \theta\right)}{\frac{\pi}{3} - \theta_{5}}\right) \qquad \theta_{5} < \theta < \frac{\pi}{3}$$
(4.37)

$$w_{D1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi \theta}{\theta_S}\right) \qquad 0 < \theta \le \theta_S$$
(4.38)

$$w_{D2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi \left(\theta_{S} - \theta\right)}{\frac{\pi}{3} - \theta_{S}}\right) \qquad \theta_{S} < \theta < \frac{\pi}{3}$$
(4.39)

wichten den Einfluss der Meridiane in Abhängigkeit von dem Lodewinkel θ . Die Indizies S stehen für den Schubmeridian und D für die Wichtungsfunktion des Druck- und Zugmeridians. Es werden zwei Definitionsbereiche benötigt, einer bis zum Schubmeridian θ_S , und der zweite ab dem Schubmeridian. Die Wichtungsfunktionen werden in Abbildung 4.7 für einen angenommenen Schubmeridian von $\theta =$ 45° dargestellt. Die Summe der Funktionen w_D und w_S beträgt immer 1. Die Bruchfläche wird durch die Addition der gewichteten Anteile von $f_{Ottosen}$ und $f_{Drucker-Prager}$ aufgespannt. Es wird durch die Funktionen (4.40) und Abbildung 4.7 eine allgemeine Formulierung für die Wichtung dargestellt, mit der auch Zwischenmeridiane mit anderen Lodewinkeln θ_S beschrieben werden können.

$$f(I_1, J_2, \theta) = \begin{cases} w_{D1} \cdot f_{Ottosen} + w_{S1} \cdot f_{Drucker-Prager} & 0 < \theta \le \theta_S \\ w_{D2} \cdot f_{Ottosen} + w_{S2} \cdot f_{Drucker-Prager} & \theta_S < \theta < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$
(4.40)



Abbildung 4.7.: Grafische Darstellung der Wichtungsfunktionen für den Übergang zwischen den Meridianen

4.2.2. Abgrenzung elastisches und elastisch-plastisches Materialverhalten

Die Abgrenzung der Bereiche, in denen sich der Mörtel elastisch und elastisch-plastisch verhält, wird für die verschiedenen Teilbereiche der Bruchfläche unterschiedlich definiert. Da unter Zug ein sprödes Materialverhalten vorliegt und keine Plastifizierung des Materials zu beobachten ist, entfällt in diesem Bereich der plastische Bereich (Abbildung 2.15). Unter Druckbeanspruchung wird angenommen, dass sich der Mörtel elastisch verhält, solange die Beanspruchung kleiner als die maximal aufnehmbare Belastung ist. Einige Materialmodelle beschreiben noch die Verfestigung des Materials. HARTMANN nimmt zum Beispiel an, dass sich das Material elastisch verhält, solange die Beanspruchung kleiner als ²/3 der maximal aufnehmbaren Beanspruchung ist. Zwischen ²/3 der maximal aufnehmbaren Beanspruchung und der maximal möglichen Beanspruchung des Materials erfolgt Plastifizierung und Verfestigung des Materials [70]. Die Abbildung 4.8 verdeutlicht die Einteilung der Bereiche.



Abbildung 4.8.: Allgemeine Darstellung der Bereiche des Materialverhaltens sowie der wichtigsten Materialparameter zur Beschreibung des Materials

Mangels genauerer experimenteller Untersuchungen wird in dem eigenen Materialmodell angenommen, dass sich das Material bis zum Erreichen der maximalen Beanspruchung linear verhält. Auf eine Beschreibung mit Verfestigung, die in Abbildung 4.8 einskizziert ist, wird hier verzichtet.

4.2.3. Abgrenzung elastisch-plastisches und elastisch-plastisch-schädigendes Materialverhalten

Wie in Absatz 2.3.5 beschrieben, wird von Materialschädigung ausgegangen, wenn ein Abfall des E-Moduls zu beobachten ist. Weil keine Versuchsergebnisse vorliegen, aus denen diese Informationen gewonnen werden können, wird als Vereinfachung angenommen, dass die Schädigung eintritt, sobald die vom Spannungszustand abhängige Verzerrung $\varepsilon_{eff,B}$ überschritten wird (Abbildung 4.8). Das Material wird als komplett geschädigt betrachtet, wenn es keine Festigkeit mehr besitzt oder wenn es gegen eine konstante Restfestigkeit strebt.

4.2.4. Berücksichtigung der Verzerrungsratenabhängigkeit

Um die von der Verzerrungsrate abhängige Zunahme der Mörtelfestigkeiten zu berücksichtigen, werden entsprechende auf experimentellen Daten basierende Funktionen in das Materialmodell aufgenommen. Für einaxiale Zug- und Druckbeanspruchungen sind derartige Funktionen in der Literatur zu finden. Für alle anderen Spannungszustände, wie zum Beispiel Schubspannungszustände in der Fuge oder mehraxiale Druckspannungszustände liegen keine Untersuchungen vor. Es wird deshalb davon ausgegangen, dass sich die Festigkeitssteigerung dieser Spannungszustände analog verhält. Die dynamische Zugfestigkeitssteigerung bewirkt, dass sich die "Pyramide" des RANKINE-Kriteriums aufweitet. Die Druckfestigkeitssteigerung hat die Aufweitung des OTTOSEN und des DRUCKER-PRAGER-Kriteriums zur Folge.

4.2.4.1. Zugfestigkeitssteigerung

Für die Modellierung der Zugfestigkeitssteigerung können die von SCHULER [141] zusammengestellten Versuchsdaten für Beton unter Zug genutzt werden. Es wird angenommen, dass die Steigerung der Haftzugfestigkeit und der Zugfestigkeit des Mörtels sich analog zu der Zugfestigkeitsteigerung von Beton verhält. GEBBEKEN und HARTMANN [70, 58] schlugen zur Beschreibung vor, die Festigkeitssteigerung der Versuchsdaten abschnittsweise mit

$$\frac{f_{t,dyn}}{f_{t,stat}} = \begin{cases} 0,13 \cdot \log\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) + 1,78 & \text{für } \dot{\varepsilon} \le 2s^{-1} \\ 1,45 \cdot \ln\left(1 + \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) + 0,23 & \text{für } \dot{\varepsilon} > 2s^{-1} \end{cases} \text{ mit } \dot{\varepsilon}_0 = 1,0 \, s^{-1} \tag{4.41}$$

zu erfassen. Wie in Abbildung 4.9 zu erkennen ist, bildet diese Beschreibung die Festigkeitssteigerung gut ab. Die Formulierung wird für das Modell für Mörtel übernommen.

4.2.4.2. Druckfestigkeitssteigerung

Zur Beschreibung der Steigerung der Druckfestigkeit infolge hoher Verzerrungsraten können die Untersuchungen von HAO [69] herangezogen werden. Der Vergleich der von HAO ermittelten dynamischen Druckfestigkeitssteigerung mit vorangegangenen Untersuchungen an Beton zeigt eine sehr gute Übereinstimmung. Die Abbildung 4.10 stellt dies anschaulich dar. In dieser Abbildung ist die von GEBBEKEN und HARTMANN vorgeschlagene Beschreibung mittels der Exponentialfunktion (4.42)



Abbildung 4.9.: Versuchsdaten zur Steigerung der Zugfestigkeit von Beton [141] mit abschnittsweiser funktionaler Beschreibung nach [70, 58]

mit skizziert. Diese Funktion wird zur Beschreibung der Verzerrungsratenabhängigkeit unter Druck für das Materialmodell für Mörtel verwendet.

$$\frac{f_{c,dyn}}{f_{c,stat}} = 0.5 \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)^{0,13} + 0.9 \quad \text{mit} \quad \dot{\varepsilon}_0 = 1.0 \, s^{-1} \tag{4.42}$$

4.2.5. Schädigungsmodell

Das Schädigungsmodell wird benötigt, um das Nachbruchverhalten des Materials zu beschreiben. Es ist Grundlage zur Beschreibung des Verlaufs der Abnahme der Festigkeiten nach Überschreiten der vom Spannungszustand abhängigen effektiven Verzerrung $\varepsilon_{eff,B}$. Die Schädigung wird durch die Variable *D* beschrieben. Verschiedene Möglichkeiten zur Erstellung von Schädigungsmodellen wurden in Abschnitt 2.3.5 vorgestellt. Das hier zur Anwendung kommende Schädigungsmodell basiert auf den effektiven Verzerrungen des Materials. Hierzu wurden für verschiedene Spannungszustände die effektiven Verzerrungen bei Bruch $\varepsilon_{eff,B}$ und bei Erreichen der Restfestigkeit $\varepsilon_{eff,R}$, soweit möglich und vorhanden, ausgewertet. Falls keine Versuchsdaten vorliegen, muss $\varepsilon_{eff,R}$ geschätzt werden. Dies ist insbesondere für Spannungszustände mit einer hohen Triaxialität der Fall.

Die Schädigung beginnt mit dem Überschreiten der effektiven Bruchverzerrung $\varepsilon_{eff,B}$ (Abbildung 4.8). Das heißt, dass jede Verzerrung ε , die das Material zusätzlich aufnehmen muss, nachdem die effektive Bruchverzerrung $\varepsilon_{eff,B}$ überschritten wurde, zu einer Schädigung des Materials führt. Das Material wird als komplett geschädigt betrachtet, wenn die Verzerrung $\varepsilon_{eff,R}$ erreicht ist, bei der keine weitere



Abbildung 4.10.: Dynamische Druckfestigkeitssteigerung von Beton, Zusammenstellung der Versuchsdaten von BISCHOFF & PERRY [13] mit Eintragung der Versuchsdaten von HAO [69] und der Funktion zur Beschreibung der Druckfestigkeitssteigerung nach HARTMANN & GEBBEKEN [70, 58]

Abnahme der Festigkeit zu beobachten ist. Der Betrag der Bruchverzerrungen und Verzerrungen bei Erreichen der Restfestigkeit ist abhängig vom Spannungszustand. Zum Beispiel ist unter Zugbelastung die Bruchverzerrung kleiner als unter Druckbelastung. Je kleiner die Triaxialität η , das heißt, je höher die dreiaxiale Druckbelastung, desto größer wird die Bruchverzerrung $\varepsilon_{eff,B}$ und die Restfestigkeit f_R . Außerdem ist zu beachten, dass Spannungszustände, die auf dem Druckmeridian liegen, andere Bruchverzerrungen aufweisen, als Spannungszustände, die auf dem Schubmeridian liegen. Um es nochmals deutlich zu formulieren: Es wird festgelegt, dass die Materialschädigung D gleich null ist, solange die Bruchverzerrung $\varepsilon_{eff,B}$ nicht erreicht ist. Wird $\varepsilon_{eff,B}$ überschritten, so steigt die Materialschädigung an, bis bei Erreichen der Verzerrung $\varepsilon_{eff,R}$, bei welcher sich die Restfestigkeit einstellt, D den Wert 1 annimmt. Die Berechnung der Schädigung erfolgt entsprechend der Gleichung (4.43).

$$D = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad \varepsilon_{eff} \leq \varepsilon_{eff,B} \\ \frac{\varepsilon_{eff} - \varepsilon_{eff,B}}{\varepsilon_{eff,R} - \varepsilon_{eff,B}} & \text{für} \quad \varepsilon_{eff,B} < \varepsilon_{eff} < \varepsilon_{eff,R} \\ 1 & \text{für} \quad \varepsilon_{eff} \geq \varepsilon_{eff,R} \end{cases}$$
(4.43)

4.2.5.1. Bruchverzerrungen auf dem Druckmeridian

Die von BIERWIRTH durchgeführten ein- und dreiaxialen Versuche liefern eine gute Grundlage zur Beschreibung der Bruchverzerrung und der Verzerrung bei Erreichen der Restfestigkeit. In der Abbildung 4.11 sind oben rechts die Diagramme der Versuche von BIERWIRTH eingezeichnet. In der Abbildung 3.21 sind diese Versuche größer dargestellt. Die Versuche wurden an zylinderförmigen Proben durchgeführt, die in radialer Richtung mittels einer Membran und Öldruck belastet wurden. In diesen zwei Diagrammen sind jeweils acht Graphen eingetragen, von denen jeweils zwei einen Versuch mit identischer Lastaufbringung beschreiben. Die Graphen links beschreiben die vertikale Spannung in Abhängigkeit von der radialen Verzerrung, die rechten Graphen die vertikale Spannung in Abhängigkeit von der vertikalen Verzerrung. Die radiale Spannung betrug für die vier verschiedenen Versuchstypen 0, 0,05, 0,15 und 0,3 der vertikalen Spannung. Der Bruchzustand für die vier Versuchstypen wurde in den Diagrammen farbig eingezeichnet. Für diese Bruchzustände lassen sich anhand des Spannungszustandes die Invarianten I_1 , J_2 und die effektiven Bruchverzerrungen $\varepsilon_{eff,B}$ berechnen, die Basis für das Bruchverzerrungen-Triaxialität-Diagramm ($\varepsilon_{eff,B}$ - η -Diagramm) sind. Die Triaxialität η ist das Verhältnis zwischen der mittleren Normalspannung (Druck) und der äquivalenten Spannung:

$$\eta = \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} = \frac{\frac{1}{3}I_1}{\sqrt{3J_2}} \tag{4.44}$$

Die Berechnung der effektiven Verzerrungen bei maximaler Last (Bruch) wird durch lineare Ansätze beschrieben (Abbildung 4.11). Hierzu werden drei Spannungszustände benötigt: einaxialer Zug-, einaxialer Druck- und dreiaxialer Druckspannungszustand.

Die erforderlichen Eingabeparameter für die Berechnung der effektiven Bruchverzerrungen sind

$arepsilon_{eff,B,1D}$	Verzerrung bei Schädigungsbeginn, 1-axialer Druck
$\varepsilon_{eff,B,3D}$	Verzerrung bei Schädigungsbeginn, 3-axialer Druck
$\varepsilon_{eff,B,1Z}$	Verzerrung bei Schädigungsbeginn, 1-axialer Zug
$\eta_{B,1D}$	Triaxialität bei Schädigungsbeginn, 1-axialer Druck
$\eta_{B,3D}$	Triaxialität bei Schädigungsbeginn, 3-axialer Druck
$\eta_{B,1Z}$	Triaxialität bei Schädigungsbeginn, 1-axialer Zug.

Die Interpolation der Datenpunkte der effektiven Verzerrungen bei Bruch kann durch lineare Ansätze



Abbildung 4.11.: Grafische Darstellung des Berechnungskonzeptes für effektive Verzerrungen bei Maximallast für verschiedene Spannungszustände

beschrieben werden:

$$\varepsilon_{eff,B} = \begin{cases} \varepsilon_{eff,B,3D} & \eta \leq \eta_{B,3D} \\ \frac{\varepsilon_{eff,B,3D} - \varepsilon_{eff,B,1D}}{\eta_{B,3D} - \eta_{B,1D}} \cdot (\eta - \eta_{B,3D}) + \varepsilon_{eff,B,3D} & \eta_{B,3D} < \eta \leq \eta_{B,1D} \\ \frac{\varepsilon_{eff,B,1D} - \varepsilon_{eff,B,1Z}}{\eta_{B,1D} - \eta_{B,1Z}} \cdot (\eta - \eta_{B,1D}) + \varepsilon_{eff,B,1D} & \eta_{B,1D} < \eta \leq \eta_{B,1Z} \\ \varepsilon_{eff,B,1Z} & \eta > \eta_{B,1Z} \end{cases}$$
(4.45)

Neben den Bruchverzerrungen $\varepsilon_{eff,B}$ werden auch die Verzerrungen bei Erreichen der Restfestigkeit $\varepsilon_{eff,R}$ benötigt. Hierfür liegen jedoch keine ausreichenden Versuchsdaten vor. Jedoch lassen sich aus den Diagrammen 3.21 und 3.22 die Verzerrungen bei Erreichen der Restfestigkeit schätzen. Mangels Versuchsergebnissen sind nicht für alle Spannungszustände entsprechende Werte für die Restfestigkeit vorhanden. Für den einaxialen Druckversuch ist ε_R etwa drei mal so groß wie ε_B . Für die Versuche von BIERWIRTH auf dem Druckmeridian mit geringem Horizontaldruck trifft dieses Verhältnis ebenfalls zu. Es wird daher für alle Spannungszustände auf dem Druckmeridian angenommen, dass $\varepsilon_{eff,R} = 3 \cdot \varepsilon_{eff,B}$ gilt.

4.2.5.2. Bruchverzerrungen auf dem Schubmeridian

Auf dem Schubmeridian sind andere Bruchverzerrungen und andere Verzerrungen bei Erreichen der Restfestigkeit als auf dem Druckmeridian festzustellen. Dies bedeutet, dass eine Änderung der Duktilität auf den verschiedenen Meridianen vorliegt und berücksichtigt werden muss. Abbildung 3.24 zeigt Last-Verschiebungs-Kurven von Schubversuchen an Mauerwerksprobekörpern von WALLNER [157]. Diese Versuche dienen nicht nur als Basis zur Beschreibung des Festigkeitsmodells auf dem Schubmeridian (Absatz 4.2.1), sondern sie können auch zur Beschreibung der Verzerrungen herangezogen werden. Beispielhaft wird im Folgenden die Berechnung der effektiven Verzerrungen bei Bruch abgeschätzt. Sie ergeben sich größenordnungsmäßig zu

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0,05 & 0 \\ 0,05 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(4.46)

Die Berechnung der Hauptverzerrungen ergibt $\varepsilon_1 = 0.05$, $\varepsilon_2 = -0.05$ und $\varepsilon_3 = 0.0$. Die effektive Verzerrung bei Bruch $\varepsilon_{eff,B}$ ergibt sich zu

$$\varepsilon_{eff,B} = \frac{2}{3}\sqrt{|(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2) + 5(\varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_3\varepsilon_1) - 3(\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{23}^2 + \varepsilon_{31}^2)|}$$
(4.47)

Da die Bruchverzerrungen bei allen Vorbelastungen eine ähnliche Größenordnung aufweisen, wird diese für alle Spannungszustände gleich angenommen. Die effektive Verzerrung bei Erreichen der Restschubfestigkeit wird näherungsweise zu $\varepsilon_{eff,R}$ =0,425 festgesetzt. Die Restschubfestigkeit liegt bei den Versuchen von WALLNER bei etwa 80 % der maximalen Schubfestigkeit, die Restschubfestigkeit bei den Versuchen von VAN DER PLUIJM liegt dagegen wesentlich niedriger (Abbildung 4.2). Es muss daher je nach Mörtel-Stein-Kombination die Restschubfestigkeit gesondert angepasst werden. Neben den unterschiedlichen Steintypen spielt auch der unterschiedliche Versuchsaufbau (Abschnitt 3.3) eine große Rolle.

4.2.5.3. Anpassung der Materialfestigkeiten durch das Schädigungsmodell

Die Versuchsergebnisse in den Abbildungen 4.11 und 3.24 zeigen, dass je nach Spannungszustand die Restfestigkeit verschieden groß ist. Bildlich vorgestellt muss die Form der Bruchfläche in Abhängigkeit von der Triaxialität η und dem LODEwinkel θ unterschiedlich stark kontrahiert werden. Im Folgenden werden die einzelnen Bestandteile der Anpassung genauer erläutert.

Anpassung des RANKINE-Kriteriums zur Beschreibung der Zugfestigkeit

Wie bei allen spröden Materialien zeigen auch die experimentellen Untersuchungen von Mörtel unter Zug einen schnellen Abfall der Festigkeit ohne Restfestigkeit. Der Abfall der Zugfestigkeit kann mit der Funktion

$$f_{Zugfestigkeit}(D) = (1 + (c_1 \cdot D)^3) \cdot e^{-c_2 \cdot D} - D \cdot (1 + c_1^3) \cdot e^{-c_2}$$
(4.48)

von HORDIJK-REINHARDT beschrieben werden. Die Parameter $c_1 = 3$ und $c_2 = 6,93$ wurden empirisch für Beton ermittelt. Wird ein anderer Verlauf des Abfalls der Festigkeit benötigt, dann kann die Krümmung des abfallenden Astes durch diese zwei Parameter angepasst werden. Der Parameter D beschreibt die Schädigung des Materials (Absatz 4.2.5.1). Durch Reduktion der Zugfestigkeit wird die "Pyramide" im Spannungsraum, die durch das RANKINE-Kriterium beschrieben wird, in negative Richtung der hydrostatischen Achse verschoben.

Anpassung des OTTOSEN-Kriteriums

Die Tabelle 4.2 stellt die auf Basis von Abbildung 4.11 näherungsweise ermittelten Restfestigkeiten für verschiedene Spannungszustände für die Versuche von BIERWIRTH dar. Die Restfestigkeit für die Versuche mit einem Spannungsverhältnis $\sigma_r/\sigma_v > 0,15$ ist nur ungefähr abschätzbar, da diese außerhalb des Bereiches des Diagrammes liegen. Hinzu kommt, dass bei derart großen Verzerrungen der Versuchsaufbau und die Lasteinleitung einen nur schwer einzuschätzenden Einfluss ausüben. Auch die von BIERWIRTH verwendeten Lasteinleistungsbürsten werden die Restfestigkeit beeinflussen. Dass eine Restfestigkeit existiert, ist offensichtlich, denn auch feines Pulver oder feine Sande verfügen über eine Kohäsion und innere Reibung. Daher erscheinen die Restfestigkeiten mit den relativ hohen radialen Drücken σ_r (confining pressure) plausibel.

	Druck Spannungsverhältnis			
	1-axial	σ_r/σ_v		
		0,05	0,15	0,3
Triaxialität η	-0,333	-0,386	-0,510	-0,762
Restdruckfestigkeit bezogen auf max. Druckfestigkeit $R={ m f_R}/{ m f_{max}}$	0,35	0,67	1	1

Tabelle 4.2.: Restdruckfestigkeit in Abhängigkeit vom Spannungszustand

Die Berechnung des Anteils der Restdruckfestigkeit R erfolgt mit

$$R = \begin{cases} 1 & \eta \leq -0,510 \\ 4 \cdot \eta^2 + 0,078 \cdot \eta & -0,510 < \eta \leq 0 \\ 0 & \eta > 0 \end{cases}$$
(4.49)

Es wurde zur Beschreibung der Restdruckfestigkeit eine Formulierung in Abhängigkeit von der Spannungstriaxialität η gewählt. In Abbildung 4.12 wird die abschnittsweise definierte Funktion (4.49) grafisch dargestellt.



Abbildung 4.12.: Modell für Restfestigkeit in Abhängigkeit von der Spannungstriaxialität

Anpassung des Schubmeridians

Die Restschubfestigkeit variiert stark je nach Quelle für die Versuchsdaten. Die Versuchsdaten von WALLNER weisen eine höhere Restschubfestigkeit als die Versuchsdaten von VAN DER PLUIJM auf (Abbildung 4.2). Im Einzelfall ist zu entscheiden, welche Restfestigkeit unter Schub sinnvoll ist. Genauere experimentelle Untersuchungen hierzu wären sinnvoll. Es wird als Restschubfestigkeit auf dem Schubmeridian 80 % der maximalen Festigkeit angenommen. Diese Annahme beruht auf dem geringen Abfall der Schubfestigkeit, die in Abbildung 3.24 zu erkennen ist. Auffallend ist, dass die Restschubfestigkeiten auch bei sehr großen Verformungen nicht abfallen und auf einem relativ hohen Niveau bleiben.

4.2.5.4. Beschreibung des hydrostatischen Materialverhaltens

Das Materialverhalten unter hydrostatischen Drücken wird in der Hochdynamik mittels einer Zustandsgleichung (engl. Equation of State, kurz EOS) beschrieben (Abschnitt 2.1.6). Außerdem ist die EOS notwendig, um die Erhaltungsgleichungen zu lösen. Sie ist wichtig zur Abbildung von Phänomenen, die im Material Stoßwellen und sehr hohe hydrostatische Drücke verursachen. Um zum Beispiel Kontaktdetonationen gut abbilden zu können, ist eine EOS zur Abbildung der Stoßwellen unbedingt erforderlich. Für Belastungen, wie sie zum Beispiel durch Luftstoßwellen oder Erdbeben hervorgerufen werden, ist die Frage, ob eine ausführliche Beschreibung mittels einer detaillierten EOS wirklich notwendig ist oder ob einfache lineare Ansätze ausreichen, sicherlich gerechtfertigt. Durch Luftstoßwellen oder Erdbeben werden keine Stoßwellen im Mauerwerk hervorgerufen werden. Außerdem sind große dreiaxiale Spannungszustände bei Mauerwerkswänden in der Regel nicht möglich (Ausnahme: sehr lokale Einwirkungen), da die horizontalen Spannungen in der Mörtelfuge begrenzt sind. Dies ergibt sich aus dem erforderlichen Kräftegleichgewicht zwischen Mörtelfuge und Stein. Da die Steinzugfestigkeit relativ gering ist, können keine hohen horizontalen Druckspannungen in der Mörtelfuge auftreten. Nach BIERWIRTH ist das Verhältnis zwischen horizontaler Spannung und vertikaler Spannung (σ_r/σ_v) in der Mörtelfuge bei üblichen Mauerwerksbelastungen in der Regel kleiner als 0,3.

Dies bedeutet, dass eine genaue Beschreibung mit einer detaillierten Beschreibung der EOS entbehrlich ist, es wird daher ein linearer Ansatz verwendet, der auf der Materialdichte und dem Kompressionsmodul beruht. Sollen dagegen Auswirkungen von Kontaktdetonation oder Beschuss mit den Materialmodellen untersucht werden, so können lokal hohe dreiaxiale Spannungszustände und Stoßwellen im Material auftreten. Für diese Fälle würde eine detaillierte EOS (z.B. poröse EOS) die Materialmodellierung verbessern. Ein Ansatz, mit dem eine poröse EOS für Mörtel abgeschätzt werden kann, wird in Anhang D diskutiert.

4.3. Eigenes Materialmodell für Mauerwerkssteine - LG-Modell für Mauerwerkssteine

Die Entwicklung eines Materialmodells für Mauerwerkssteine ist neben der Entwicklung eines Materialmodells für Mörtel der zweite große Bestandteil dieser Arbeit. Dieses Modell wird LG-Modell (LG steht für LINSE und GEBBEKEN für Mauerwerkssteine genannt. Aufgrund der wenigen experimentellen Untersuchungen an Ziegeln, die für die Materialmodellierung brauchbare Eingangsdaten lieferten, war die Entwicklung des Materialmodells für Mauerwerkssteine eine Herausforderung. Um Kennwerte für die Mauersteine zu gewinnen, wurden eigene Untersuchungen durchgeführt, die in Abschnitt 3.1.8 zusammengestellt sind. Der Aufbau des Materialmodells wurde bewusst ähnlich dem Materialmodell des Mörtels gewählt. Dies geschah vor allem aus Gründen der Übersichtlichkeit. In den folgenden Abschnitten wird daher im Wesentlichen auf die Unterschiede zwischen den zwei Materialmodellen eingegangen. Gleiche Ansätze werden nicht nochmals ausführlich dargestellt.

4.3.1. Festigkeitsmodell

Kernbestandteil jedes Materialmodells ist das Festigkeitsmodell. Ein brauchbarer Ansatz für das Festigkeitsmodell konnte in der Literatur nicht gefunden werden. Die vorhandenen Ansätze basieren auf starken Vereinfachungen, die hier nicht akzeptabel sind. Daher orientiert sich das hier entwickelte Modell an Festigkeitsmodellen für ähnliche Materialien und wird entsprechend angepasst. Prinzipiell könnte die Beschreibung der Bruchfläche für den Mauerwerksstein mit verschiedenen Kriterien, wie zum Beispiel WILLAM & WARNKE [163], OTTOSEN [33] oder der von THOMÉE [147] vorgeschlagenen ausgerundeten Variante des RANKINE-Kriteriums erfolgen. Eine Kalibrierung der oben aufgeführten Kriterien anhand eines einaxialen Druck- und eines einaxialen Zugversuches ist nicht möglich. Es werden je nach Kriterium insgesamt bis zu fünf Versuchstypen benötigt, darunter auch dreiaxiale Versuchsergebnisse. Natürlich stellt auch dies noch eine Näherung dar. Besser ist es, mittels einer Ausgleichsrechnung, wie zum Beispiel der Methode der kleinsten Fehlerquadrate, die Bruchfläche mit verschiedenen Experimenten mit unterschiedlichen Spannungszuständen anzupassen. Um Versagenszustände unter Zug, dies sind die maßgeblichen zu erwartenden Versagenszustände von Mauerwerkssteinen, abbilden zu können, ist das Hauptspannungskriterium bestens geeignet. Deshalb wurde ein großer Teil der eigenen Versuche so ausgelegt, dass die Zugfestigkeit und Zugsteifigkeit (E-Modul) gut abgebildet werden können. Im Druckbereich überschätzt das RANKINE-Kriterium die Festigkeiten der Steine. Daher muss auch hier ein anderes Kriterium mit in das Festigkeitsmodell aufgenommen werden. SPECK [144] zeigt, wie das OTTOSEN-Modell für hochfeste Betone erweitert werden kann und zeigt den weiten Gültigkeitsbereich des Modells für normalfeste genauso wie für hochfeste Betone. Das Kriterium ist mit wenigen Formeln zu kalibrieren. Außerdem kommt es zur Beschreibung des Druck- und Zugmeridians für das zuvor vorgestellte Materialmodell Mörtel zur Anwendung und ist für die Anwendung von Beton weit verbreitet und bekannt. Aus diesen Gründen wird das OTTOSEN-SPECK-Modell zur Beschreibung des Ziegelsteines in Kombination mit dem RANKINE-Kriterium für die Beschreibung des Mauerwerksteins im Rahmen dieser Arbeit verwendet.

Beschreibung des Zugbereiches durch das RANKINE-Kriterium

Die Zugfestigkeit des Steines wird durch das Hauptzugspannungskriterium von RANKINE beschrieben. Das Kriterium lautet

$$f_{\mathsf{Rankine}}(I_1, J_2, \theta) = 2 \cdot \sqrt{3} \cos(\theta) + I_1 - 3 \cdot \sigma_{Z, Stein} = 0, \qquad (4.50)$$

 $\sigma_{Z,Stein}$ ist hierbei die Steinzugfestigkeit.

OTTOSEN-SPECK-Kriterium für den Druckbereich

SPECK erweiterte das Kriterium von OTTOSEN für hochfeste Betone, indem sie eine neue Berechnung für den Parameter k_1 entwickelte. Die Herleitung ist in [144] dargestellt. Das Kriterium lautet

$$f_{\text{Ottosen-Speck}}(I_1, J_2, \theta) = A \frac{J_2}{|f_{1c}|^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{|f_{1c}|} + \frac{BI_1}{|f_{1c}|} - 1 = 0$$
(4.51)

mit

$$\lambda = k_1 \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3}\arccos\left(-k_2\cos(3\theta)\right)\right)\cos(3\theta) < 0$$
(4.52)

Die Anpassung der Bruchfläche erfolgt mit den Gleichungen:

$$H = -\frac{\sqrt{2} \cdot x + y}{\frac{y}{\sqrt{2}} - \frac{1}{3}}$$
(4.53)

151

$$k = \frac{f_{ct}}{|f_c|}$$
 $f_{2c} = \frac{f_{cc}}{|f_c|}$ $x = \frac{\sigma_0}{|f_c|}$ $y = \frac{\tau_0}{|f_c|}$ (4.54)

$$\sigma_0 = \frac{\xi}{\sqrt{3}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \qquad \tau_0 = \frac{\rho}{\sqrt{3}}$$
(4.55)

$$B = \frac{\sqrt{2} - \frac{3 \cdot y}{k \cdot |f_{2c}|}}{H - \frac{9 \cdot y}{|f_{2c}| - k}}$$
(4.56)

$$A = \frac{H \cdot B - \sqrt{2}}{y} \tag{4.57}$$

$$\lambda_{c} = \left(1 - \frac{H}{3 \cdot y}\right) \cdot \sqrt{3} \cdot B + \sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot y}$$
(4.58)

$$\lambda_t = \left(2 \cdot \sqrt{3} - \frac{|f_{2c}| \cdot H}{\sqrt{3} \cdot y}\right) \cdot B + \frac{\sqrt{3}}{|f_{2c}|} + \frac{\sqrt{2} \cdot |f_{2c}|}{\sqrt{3} \cdot y}$$
(4.59)

$$K_{2} = \cos\left[3 \cdot \arctan\left(\frac{2 \cdot \frac{\lambda_{c}}{\lambda_{t}} - 1}{\sqrt{3}}\right)\right]$$
(4.60)

$$\mathcal{K}_{1} = \left[2 \cdot \cos\left(\frac{\arccos(\cos(3 \cdot \theta))}{3}\right) - 1\right] \cdot \lambda_{t} + \left[1 - \cos\left(\frac{\arccos(\cos(3 \cdot \theta))}{3}\right)\right] \cdot 4 \cdot \lambda_{c} \quad (4.61)$$

Die erforderlichen Eingangsparameter sind die einaxiale Druckfestigkeit f_c , die zweiaxiale Druckfestigkeit f_{cc} , die einaxiale Zugfestigkeit f_t sowie ein weiterer Versuchswert auf dem Druckmeridian, der durch σ_0 und τ_0 beschrieben wird. Die einaxiale Zug- und Druckfestigkeit wurden in den eigenen Versuchsreihen für die Steintypen untersucht (Abschnitt 3.1.8). Die zweiaxiale Druckfestigkeit und der weitere Versuchswert auf dem Druckmeridian konnten versuchstechnisch nicht ermittelt werden, weil keine geeigneten Versuchseinrichtungen zur Verfügung standen. Diese Werte müssen daher abgeschätzt werden. Hierfür wurde auf entsprechende Daten von Beton zurückgegriffen. Die Tabelle 4.3 stellt einige Werte für Materialparameter zusammen, die im Folgenden zur Orientierung bei der Abschätzung der Werte für Materialparameter für Mauerwerkssteine herangezogen werden.

Für Beton lässt sich feststellen, dass das Verhältnis $k = f_{ct}/|f_c|$ zwischen Zug- und Druckfestigkeit mit steigender Druckfestigkeit kleiner wird. Gleiches gilt für das Verhältnis zwischen der zweiaxialen Druckfestigkeit und der einaxialen Druckfestigkeit. Diese Zunahme hat zur Folge, dass die Bruchfläche im Deviatorschnitt zunehmend "eckiger" wird. Die Form der Bruchfläche tendiert daher dazu, vom

¹Versuchswerte von OTTOSEN [144]

²Versuchswerte nach SPECK [144]

	Normalbeton ¹	Hochfester Beton ²			
f _c	-25	-46	-72	-94	
$k = f_{ct}/ f_c $	0,1	0,068	0,062	0,053	
$f_{2c} = f_{cc} / f_c $	-1,16	-1,253	-1,093	-1,093	
$x = \sigma_0 / f_c $	-2,887	-2,01	-1,65	-1,58	
$y = \tau_0 / f_c $	2,31	1,73	1,43	1,37	

Tabelle 4.3.: Überblick, Festigkeitskennwerte für Beton

DRUCKER-PRAGER-Kegel weg zur RANKINE-Pyramide überzugehen. Die Materialtests der Mauerwerkssteine zeigen ebenfalls eine Abnahme des Verhältnisses $k = f_{ct}/|f_c|$ mit zunehmender Druckfestigkeit. Zweiaxiale Versuche zu Mauerwerkssteinen liegen nicht vor. Dennoch liegt die Annahme nahe, dass sich die Mauerwerkssteine ähnlich wie Beton verhalten. Für den vierten zur Kalibrierung erforderlichen Versuch, der durch die Versuchswerte x und y (Gleichung (4.54)) beschrieben wird und auf dem Druckmeridian der Bruchfläche liegt, stehen ebenfalls keine Versuchswerte für Ziegel zur Verfügung. Diese Versuchswerte zur Kalibrierung der Bruchfläche sind maßgebend dafür, wie sich die Bruchfläche für höhere Drücke aufweitet. Sie müssen deshalb anhand von Analogiebetrachtungen abgeschätzt werden. Hierzu können für höher feste Steine Versuchswerte von Beton dienen. Die deutschen Lehmsteine gleichen hinsichtlich ihrer Festigkeiten einem getrockneten Sand-Lehm-Gemisch, wie es zum Beispiel von [47] mit dreiaxialen Versuchen untersucht wurde. Als Parameter zur Beschreibung des Materialmodells für Mauerwerkssteine werden die in Tabelle 4.4 aufgeführten Werte vorgeschlagen.

4.3.2. Berücksichtigung der Verzerrungsratenabhängigkeit

4.3.2.1. Zugfestigkeitssteigerung

Die SHPB-Versuche (Abschnitt 3.1.8.4) zeigen, dass die dynamische Zugfestigkeitssteigerung von Ziegeln etwa um den Faktor 0,42 kleiner ist als bei Beton. Die dynamische Zugfestigkeitssteigerung wird berücksichtigt, indem der in Gleichung (4.41) dargestellte Ansatz für Beton mit diesem Faktor angepasst wird:

$$\frac{f_{t,dyn}}{f_{t,stat}} = \begin{cases} 0,42 \cdot \left(0,13 \cdot \log\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{0}}\right) + 1,78 - 1,0\right) + 1,0 & \text{für} & \dot{\varepsilon} \le 2s^{-1} \\ 0,42 \cdot \left(1,45 \cdot \ln\left(1 + \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{0}}\right) + 0,23 - 1,0\right) + 1,0 & \text{für} & \dot{\varepsilon} > 2s^{-1} \end{cases} \text{ mit } \dot{\varepsilon} = 1,0 \text{ s}^{-1}$$

$$(4.62)$$

4.3.2.2. Druckfestigkeitssteigerung

Für den Ansatz der Druckfestigkeitssteigerung bei Ziegeln wird analog vorgegangen: Abbildung 3.11 zeigt, dass die dynamische Druckfestigkeitssteigerung geringer ist, als die von Beton. Es wurde nur eine Verzerrungsrate untersucht. Daher ist nur eine größenordnungsmäßige Abschätzung möglich. Die dynamische Druckfestigkeitssteigerung ist etwa um den Faktor 0,7 kleiner als die von Beton. Sie wird berücksichtigt, indem der Ansatz in (4.42) mit dem Faktor 0,7 angepasst wird:

$$\frac{f_{c,dyn}}{f_{c,stat}} = 0.7 \cdot \left(0.5 \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)^{0.13} + 0.9 - 1.0\right) + 1.0 \quad \text{mit } \dot{\varepsilon} = 1.0 \text{ s}^{-1}$$
(4.63)

	Klinker Klinker	normaler Ziegel	Lehmsteine D	Lehmsteine Afg.	Beton- stein
$f_c [N/mm^2]$	-100	-34,8	-2,4	-10,2	-38,7
$f_t [N/mm^2]$	+5	1,1	0,293	1,37	2,17
f_{cc} [N/mm ²] ¹	-1,1·f _c	$-1,16 \cdot f_c^{2}$	-1,25·f _c ³	-1,25· <i>f</i> c ³	$-1,16 \cdot f_c^{2}$
$\sigma_0 \; [\mathrm{N/mm^2}]^{-1}$	-103,5 ⁵	2,887·f _c ^{2 8}	$3 \cdot f_c^{3}$	$3 \cdot f_c^{3}$	2,887 · f _c ²
$ au_0$ [N/mm²] 1	89,6 ⁵	$-2,31 \cdot f_c^{2}$	$3 \cdot f_c^{3}$	$3 \cdot f_c^{3}$	$2,31 \cdot f_c^2$
Bruchverzerrung					
1-axial Druck ⁴	$4,05 \cdot 10^{-3}$	$9,59 \cdot 10^{-3}$	3,00·10 ⁻³	$1,54 \cdot 10^{-3}$	2,30·10 ⁻³
1-axial Zug ⁶	3,92·10 ⁻⁴	$6,75 \cdot 10^{-4}$	$5,23 \cdot 10^{-4}$	$4,27 \cdot 10^{-4}$	2,04·10 ⁻⁴
3-axial Druck ⁷	$12,0.10^{-3}$	27,5·10 ^{-3 9}	$9\cdot 10^{-3}$	$4,5 \cdot 10^{-3}$	$7,1.10^{-3}$
Zug-E-Modul ¹¹	12750	1630	560	3210	10666
Druck-E-Modul ¹¹	24666	3666	800	6625	16800
Querverformungszahl ¹⁰	0,18	0,2	0,3	0,3	0,2
Zug-Schub-Modul ¹²	5403	679	215	1235	4444
Druck-Schub-Modul ¹²	10452	1528	308	2548	7000
Zug-KomprModul ¹²	6641	906	467	2675	5926
Druck-KomprModul ¹²	12847	2037	667	5521	9333

Tabelle 4.4.: Eingabeparameter für Mauerwerkssteine, Festigkeiten und Moduln in N/mm²

¹Anhand Analogiebetrachtungen zu Beton abgeschätzt

²Versuchswert für Normalbeton

⁸Versuchswerte f
ür Normalbeton zeigen sehr gute
Übereinstimmung mit Versuchsdaten zu diesem Steintyp von STE-PHEN AKERS - US Army Corps of Engineers

³aus Analogiebetrachtungen und Extrapolation der Versuchswerte für Beton (vgl. Tabelle 4.3)

⁴berechnet aus Druck-E-Modul und Druckfestigkeit

⁵Versuchswert für hochfesten Beton

⁶berechnet aus Zug-E-Modul und Zugfestigkeit

⁷sofern nicht anders angegeben Wert geschätzt, Annahme 3 mal 1-axiale Druck-Bruchverzerrung

 $^{^9 \}rm Versuchswert$ von $\rm Stephen \; Akers$ - US Army Corps of Engineers

¹⁰Werte aus Analogiebetrachtungen zu Keramik, Beton, Böden, Sand geschätzt

¹¹Werte versuchstechnisch ermittelt

¹²Werte aus Versuchswerten und Querverformungszahl berechnet

4.3.3. Zustandsgleichung

Für poröse Materialien würde sich für die Beschreibung des Kompaktionsverhaltens eine sogenannte poröse Zustandsgleichung anbieten (Abschnitt 2.1.6). Für die poröse Zustandsgleichung müssen genaue Materialinformationen, z. B. die poröse Wellengeschwindigkeit, der Druck am sogenannten HUGONIOT-Elastic-Limit (HEL), usw. vorliegen. Üblicher Weise würden hierfür Flyer-Plate-Impact Tests durchgeführt werden. Auf der anderen Seite werden Belastungszustände, die das Material in Bereichen belasten, in denen die Zustandsgleichung von Bedeutung ist, vor allem durch Kontaktdetonationen hervorgerufen. Bei derart extremen Belastungen wird das Verbundmaterial Mauerwerk sowieso weit überlastet, so dass das Versagen durch das Festigkeitsmodell abgebildet wird. Eine EOS für Mauerwerkssteine würde lediglich bei geringen Kontaktladungen, die so klein sind, dass größenordnungsmäßig nur ein Mauerwerksstein betroffen ist, zu besseren Simulationsergebnissen führen. Aus diesen Gründen wird die EOS mit einem linearen Ansatz (englisch: linear EOS) beschrieben. Wie oben erläutert, ist diese Vereinfachung für den überwiegenden Teil der Fragestellungen ausreichend. Sollten genauere Untersuchungen nötig werden, sind die Arbeiten von Gu [66, 65] hilfreich.

4.3.4. Schädigungsmodell, Anpassung des Festigkeitsmodells nach Materialschädigung

Das Schädigungsmodell zur Beschreibung der Festigkeiten der Mauerwerkssteine nach Bruch gleicht dem Schädigungsmodell des Mörtels. Der Schubmeridian wird jedoch nicht getrennt vom Druck- und vom Zugmeridian betrachtet. Die Eingangsparameter sind die effektiven Bruchverzerrungen und die Verzerrungen bei Erreichen der Restfestigkeit im einaxialen Zugversuch, im einaxialen Druckversuch und im dreiaxialen Versuch in einer Druckzelle vom Typ BIERWIRTH [12] (Abschnitt 2.4.1) mit einem Spannungsverhältnis $\sigma_r/\sigma_v = 0.3$. Es wird angenommen, dass für Triaxialitäten unterhalb des Zugversuches die effektive Bruchverzerrung nicht weiter abfällt und oberhalb des dreiaxialen Versuches nicht weiter ansteigt. Dazwischen wird abschnittsweise linear interpoliert (Abbildung 4.13).

Die Bruchverzerrungen für die verschiedenen Mauersteintypen sind in Tabelle 4.4 zusammengestellt. Es ist hierbei zu beachten, dass einige dieser Werte, insbesondere die effektive Verzerrung für den dreiaxialen Druckversuch geschätzt sind, da entsprechende Versuchsdaten derzeit nicht vorliegen.

Für die Verzerrungen bei Erreichen der Restfestigkeiten wird angenommen, dass diese das Dreifache der Bruchverzerrungen betragen. Bis zum Erreichen der Bruchverzerrung $\varepsilon_{eff,B}$ beträgt die Materialschädigung aus Scherung $D_{shear} = 0$, bei Erreichen der effektiven Verzerrung bei Restfestigkeit $\varepsilon_{eff,R}$ erreicht $D_{shear} = 1$. Zur Berechnung der Restfestigkeit wird der Ansatz des Materialmodells für Mörtel übernommen (Gleichung (4.49) und Abbildung 4.12). Jedoch wird von einer geringeren Restfestigkeit



Abbildung 4.13.: Schematische Darstellung der effektiven Verzerrungen bei Bruch $\varepsilon_{eff,B}$ in Abhängigkeit von der Triaxialität η

von nur 10 % der im einaxialen Druckversuch ermittelten Festigkeit ausgegangen.

4.3.5. Anpassung der Materialsteifigkeiten

Anpassung aufgrund der Triaxialität

Die Versuche mit den Mauerwerkssteinen haben gezeigt, dass der E-Modul unter Zugbeanspruchung sich deutlich von dem E-Modul unter Druckbeanspruchung unterscheidet (Abschnitt 3.1.8.3). Dies wird in dem Materialmodell berücksichtigt, indem in Abhängigkeit von der Triaxialität η der E-Modul, bzw. der Schubmodul angepasst wird. Die Gleichung

$$E = \begin{cases} E_{Zug} & \text{für} \quad \eta > 0\\ E_{Druck} & \text{für} \quad \eta \le 0 \end{cases}$$
(4.64)

beschreibt diesen Zusammenhang.

Anpassung aufgrund der Materialschädigung

Nach Bruch des Materials ist bei Entlastung ein Abfall der Steifigkeit zu erkennen. Die Spannungs-Stauchungs-Diagramme von OLIVEIRA in Abbildung 4.14 zeigen dies deutlich. In Tabelle 4.5 sind die Steifigkeiten von vier Versuchen für die Lastpfade angegeben. Näherungsweise lässt sich aus den Diagrammen Folgendes ableiten: Ist der Mauerwerksstein derart überbeansprucht worden, dass er nur noch 15% seiner ursprünglichen Festigkeit aufnehmen kann, so beträgt seine Steifigkeit nur noch ein Drittel der Anfangssteifigkeit (Probekörper VCBS8 - bei den anderen Probekörpern wurde der Versuch vor erreichen dieser Festigkeit abgebrochen). Diese Beobachtung dient als Grundlage für die Anpassung der Materialsteifigkeit (Schubmodul) in Abhängigkeit von der Schädigung D. Die Gleichung (4.65) stellt die Anpassung des Schubmoduls dar:



$$G_{Mauerwerksstein} = G_0 \cdot (1 - D) + \frac{1}{3} \cdot G_0 \cdot D \tag{4.65}$$

Abbildung 4.14.: Spannungs-Stauchungs-Diagramme für zyklische einaxiale Druckversuche [104]

Tabelle 4.5.: E-Moduln in 10³ N/mm² auf den verschiedenen Belastungsästen zyklischer Druckversuche (Abbildung 4.14)

	E-Modul auf					
Probekörper	Pfad 1	Pfad 2	Pfad 3	Pfad 4	Pfad 5	Pfad 6
VCBS6	13,07	13,45	11,88	10,61	10,43	10,29
VCBS7	11,55	11,27	10,34	8,99	-	_
VCBS8	14,98	15,05	12,96	10,20	5,51	-
VCBS9	13,76	13,97	13,14	11,35	8,90	-

4.4. Zusammenfassung der eigenen Modelle

In Abschnitt 4.2 und 4.3 wurden die zwei neuen Materialmodelle, genannt das LINSE-GEBBEKEN-Modell (LG-Modell) für Mörtel und das LINSE-GEBBEKEN-Modell (LG-Modell) für Mauerwerkssteine, vorgestellt.

LG-Modell für Mörtel

Das Materialmodell für Mörtel besteht aus einer Kombination der Festigkeitsmodellen von OTTOSEN, DRUCKER-PRAGER, RANKINE sowie Wichtungsfunktionen von MAHNKEN. Mittels der Kombination dieser Modelle lassen sich alle Spannungszustände, die der Mörtel erfahren kann, zutreffend abbilden. Neu ist auch die Beschreibung des Nachbruchverhaltens welches auf der Auswertung von triaxialen Versuchsdaten beruht. Je nach Spannungszustand wird die Bruchverzerrung und die Restfestigkeit des Materials zutreffend beschrieben.

Mit der Versuchsdatensammlung für Mörtel, welche in Abschnitt 3.2 zusammengestellt ist, ist es möglich das Materialmodell für unterschiedliche Mörteltypen anzupassen.

LG-Modell für Mauerwerkssteine

Das Festigkeitsmodell für Mauerwerkssteine basiert im Wesentlichen auf dem Festigkeitsmodell von OTTOSEN-SPECK, welches mit einem Modell zur Beschreibung des Nachbruchverhaltens erweitert wurde. Zur Kalibrierung des Modells wurden, soweit möglich, eigene Versuchsdaten durchgeführt. Für die verbleibenden Daten, für die keine eigenen Versuche durchgeführt werden konnten, wurden Versuchsdaten von ähnlichen Materialien analysiert und darauf aufbauend Materialdaten abgeleitet. Somit stehen Eingangsparameter für das Materialmodell für unterschiedlichste Mauerwerkssteintypen zur Verfügung.

In den folgenden zwei Kapiteln wird die Anwendung der Modelle, zunächst an einfachen und anschließend an komplexeren numerischen Simulationen gezeigt.

5. Verifizierung und Validierung der Materialmodelle

Die Entwicklung der Materialmodelle für Mörtel und Mauerwerkssteine ist nach Abschluss der beschriebenen Materialtests und der darauf aufbauenden mathematischen Beschreibungen abgeschlossen, zur Durchführung von numerischen Simulationen müssen die Materialmodelle jedoch erst noch in eine Softwareumgebung implementiert werden. Die Komplexität und der Aufwand, die eine derartige Implementierung mit sich bringt wird oft unterschätzt. Hauptproblem bei derartigen Implementierungen in bereits existierende Softwareumgebungen ist, dass der Entwickler der Materialmodelle nicht immer bis ins letzte Detail nachvollziehen kann, was sich die Entwickler der Softwareumgebung gedacht haben, wo die Anwendungsgrenzen sind, wie verschiedene Routinen zusammenarbeiten und so weiter. Hinzu kommen oft diverse kleinere Hürden, wie zum Beispiel Fragen zu der Definition und Sinn einer Variablen sowie der richtige Aufruf und Anwendung dieser. Nicht ausreichende Dokumentationen der Schnittstellen zur Implementierung der Materialmodelle scheinen die Regel zu sein. An vielen Stellen wäre die Implementierung wesentlich einfacher, wenn anhand von Beispielen vorgegangen werden könnte, jedoch sind viele Quellcodeabschnitte nicht zugänglich. Trotz zahlreicher Lehrbücher, Veröffentlichungen und Handbücher werden Finite-Elemente-Programme für den Anwender und auch für denjenigen, der das Materialmodell implementieren muss, zumindest in Teilbereichen, leider oft eine "Black Box" bleiben.

Diese "Black Box" Problematik ist inzwischen in vielen Bereichen des Ingenieurwesens bekannt. GEN-SICHEN [60] zeigt an Beispielen zur Berechnung von Stabwerken die Gefahren bei der Anwendung von komplexen Bemessungsprogrammen und dass diese durchaus auch gravierende Fehler aufweisen können. Problematik ist, dass der Anwender mit der Beurteilung der Ergebnisse oft überfordert ist. Oft liegt es auch daran, dass keine ausreichende Zeit und kein ausreichendes Budget zur Verfügung stehen, um Ergebnisse detailliert überprüfen zu können. Auch die Berechnung ein und desselben Systems mit unterschiedlichen Programmen liefert dem Anwender unter Umständen kein ausreichend sicheres Ergebnis, da die Berechnungsergebnisse deutlich voneinander abweichen können. So wird "die Suche nach der Wirklichkeit beschwerlich" [60].

Ein anderes Beispiel für die Undurchsichtigkeit von Berechnungsverfahren und die dafür entwickelten

Softwarelösungen ist die Berechnung des Energiebedarfs von Gebäuden. BUSCHBACHER und HOR-SCHLER [28] zeigten, dass bei der Berechnung des Energiebedarfs nach DIN 18599 für ein und dasselbe Gebäude mit verschiedenen Softwareprogrammen deutlich unterschiedliche Energiebedarfskennwerte ermittelt werden. Die Brisanz dieser unterschiedlichen Berechnungsergebnisse wird dadurch unterstrichen, dass die KREDITANSTALT FÜR WIEDERAUFBAU - KFW, welche die Errichtung und Sanierung von energieeffizienten Gebäuden fördert, im Herbst 2010 verkündete, dass Nachweise, die nach DIN 18599 geführt werden, aufgrund der großen Abweichungen der Berechnungsverfahren untereinander und der Undurchsichtigkeit der Berechnung nicht mehr akzeptiert werden.

Diese Beispiele zeigen sehr deutlich, dass die Zuverlässigkeit von Berechnungsprogrammen immer hinterfragt werden muss und dass die Zuverlässigkeit und Prognosefähigkeit immer bewiesen werden muss. Eine Anleitung oder Richtlinie, die sich dies zum Ziel setzt, ist der GUIDE FOR VERIFICATION AND VALIDATION [5]. Diese Richtlinie entstand unter der Schirmherrschaft der UNITED STATES ASSOCIATION FOR COMPUTATIONAL MECHANICS (USACM). Das Ziel dieser Richtlinie ist, Standards zu entwickeln, mit denen die Richtigkeit und Gültigkeit der Modellierung und Simulation der Berechnungen der Festkörpermechanik bewertet werden können. Kurz gefasst müssen zwei Punkte nachgewiesen werden: Erstens, dass die Implementierung richtig durchgeführt wurde. Dies bedeutet, es muss nachgewiesen werden, dass nicht versehentlich Fehler bei der Implementierung entstanden sind ("Verification"). Zweitens muss nachgewiesen werden, dass die Simulationen brauchbare Ergebnisse in ihrem Anwendungsbereich liefern ("Validation"). In der freien Enzyklopädie WIKIPEDIA ist unter dem Eintrag *Verifikation* folgende Begriffsdefinition gegeben: "In der Informatik und Softwaretechnik versteht man unter Verifikation einen Prozess, der für ein Programm oder ein System sicherstellt, dass es zu einer Spezifikation konform ist. Im Gegensatz dazu steht die Validierung, d.h. die dokumentierte Plausibilisierung, dass ein System die Anforderungen in der Praxis erfüllt."

Die Problematik der Zuverlässigkeit trifft natürlich auch für die hier entwickelten Materialmodelle und deren Implementierung zu. Um die Materialmodelle und die Implementierung zu verifizieren und zu validieren, werden auf den folgenden Seiten von einfachen Systemen Simulationsergebnisse vorgestellt und ausgewertet. Anschließend werden zur Validierung den Simulationen Versuchsdaten gegenübergestellt.

5.1. Verifizierung und Validierung der Materialmodelle unter Druck- und Zugbelastung

Zur Überprüfung der richtigen Implementierung wurden Simulationen an einzelnen Volumenelementen durchgeführt. Die verwendeten Volumenelemente sind 8-Knoten Elemente mit reduzierter Elementin-

tegration. Dieser sehr einfache Elementtyp ist für Hydrocodes typisch. Einige Problematiken, die dieser Elementtyp mit sich bringt, werden im Folgenden dargestellt. In allgemeiner Form werden sie von DA-NIELSON [37] diskutiert. Die Abmessungen des Volumenelementes wurden mit einer Kantenlänge von 1 m festgelegt. Diese Festlegung ermöglicht eine einfache Berechnung von Beanspruchungen und Verzerrungsraten. 4 Knoten des Elements werden in eine Raumrichtung fixiert, den 4 gegenüberliegenden Knoten wird eine Verschiebung (in ^m/s) in dieselbe Raumrichtung vorgegeben. In allen anderen Raumrichtungen ist keiner der Knoten gehalten. Durch die Verschiebung kann entweder eine Stauchung oder eine Dehnung des Elements vorgegeben werden. Ersteres entspricht einem einaxialen Druckversuch, zweiteres einem einaxialen Zugversuch. Die Abbildung 5.1 stellt die Simulation dar.



Abbildung 5.1.: Schematische Darstellung eines 8-Knoten-Elements zur Verifikation der Materialmodelle, den oberen Knoten wird eine Verschiebung in z-Richtung vorgegeben, die unteren sind in z-Richtung gehalten

Mittels dieser einfachen Modelle kann die Implementierung verifiziert werden. Die Ergebnisse der Simulation können leicht nachvollzogen und durch einfache Vergleichsberechnungen per Hand überprüft werden. Es lässt sich zeigen, dass der Elastizitätsmodul, die Querverformung, die Bruchspannung und das Nachbruchverhalten zutreffend erreicht werden. Die benötigten Materialparameter zur Vergleichsrechnung per Hand sind in der Tabelle 4.4 zu finden, die Steifigkeitsbeziehung ist in Gleichung (A.3) dargestellt. Auf eine ausführliche Darstellung der Verifizierung wird an dieser Stelle verzichtet.

Anschließend können die Simulationen Versuchen gegenübergestellt werden können. Für diese Simulationsreihen wurde die Verzerrungsratenabhängigkeit deaktiviert, um die Versuchsergebnisse den statischen Materialtests gegenüberstellen zu können. Diese Gegenüberstellungen sind in den Abbildungen 5.2 und 5.3 zu finden. An dieser Stelle muss erwähnt werden, dass die Versuchskurven unter



Abbildung 5.2.: Druckversuche - Gegenüberstellung der Simulationsdaten und der Versuchsdaten





Druckbeanspruchung aus zwei Materialtests, dem Versuch, mit dem die Druckfestigkeit ermittelt wurde und dem Versuch, mit dem der Druck E-Modul ermittelt wurde, zusammengesetzt wurden. Es wäre an dieser Stelle wünschenswert, eine Versuchsreihe mit verformungsgesteuerter Lastaufbringung mit Be- und Entlastungszyklen durchzuführen. Mit einer derartigen Versuchsdurchführung könnte genauer bestimmt werden, ab welchem Bereich plastisches Materialverhalten vorliegt, und auch die grobe Erfassung der Restfestigkeit, welche sich an den Versuchskurven von BIERWIRTH orientiert, könnte besser belegt werden.

5.2. Einfluss der Verzerrungsraten

Um die statischen Versuchsergebnisse besser den numerischen Simulationen gegenüberstellen zu können, wurde die Verzerrungsratenabhängigkeit in den Materialmodellen für die oben beschriebenen Untersuchungen deaktiviert. Anschließend wurde überprüft, ob der auf der Verzerrungsratenabhängigkeit basierende Festigkeitsanstieg richtig berücksichtigt wurde. Die Abbildungen 5.4 und 5.5 zeigen die numerisch ermittelten Spannungs-Verzerrungs-Diagramme für verschiedene Verzerrungsraten unter Zugund unter Druckbeanspruchung. Es wurden wieder Simulationen an Einzeller-Modellen durchgeführt. Die Versuchskurven zeigen den Verzerrungsrateneinfluss deutlich. Durch eine kurze Handrechnung mit Gleichung (4.62) kann verifiziert werden, dass der Verzerrungsrateneinfluss richtig implementiert wurde.



Abbildung 5.4.: Ergebnisse der numerischen Simulation mit Einzeller (vgl. Abbildung 5.1), Zugspannung-Verzerrungs-Diagramm für Klinker für unterschiedliche Verzerrungraten



Abbildung 5.5.: Ergebnisse der numerischen Simulation mit Einzeller (vgl. Abbildung 5.1), Druckspannung-Verzerrungs-Diagramm für Klinker für unterschiedliche Verzerrungraten

5.3. Dreiaxiale Spannungszustände

Zur Überprüfung der Implementierung für dreiaxiale Spannungszustände wird ein Volumenelement verwendet, welches diesmal zusätzlich auf den Seitenflächen durch eine Druckspannung belastet wird. In der numerischen Simulation wird zuerst eine horizontale Vorbelastung aufgebracht (Belastungsniveaus 0, 5, 10, 20 und 30 N/mm²). Anschließend wird die vertikale Verschiebung mit einer Geschwindigkeit von 1 m/s, dies entspricht einer Verzerrungsrate von 1/s, vorgegeben. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.6 für Klinker und in Abbildung 5.7 für Mörtel mit einer Druckfestigkeit von 10 N/mm² abgebildet. Die Zunahme der Festigkeit und der Restfestigkeit ist klar zu erkennen. Per Handrechnung kann dies verifiziert werden. Hierzu muss zuerst die Triaxialität η (vgl. Gleichung (4.44)) für den Spannungszustand bestimmt werden. Hiermit kann anschließend die Restfestigkeit berechnet werden (vgl. Gleichung (4.49)).



Abbildung 5.6.: Druckspannung-Verzerrungs-Diagramm für unterschiedliche Querdruckniveaus (confining pressures) für Klinker, Verzerrungsrate $\dot{\varepsilon} = 1,0^{-1/s}$



Abbildung 5.7.: Druckspannung-Verzerrungs-Diagramm für unterschiedliche Querdruckniveaus (confining pressures) für Mörtel, Verzerrungsrate $\dot{\varepsilon}$ = 1,0 ¹/s

5.4. Auswirkungen des Zeitschritts

In den in den zuvor dargestellten Abbildungen sind insbesondere im Nachbruchbereich bei höheren Verzerrungsraten Oszillationen im berechneten Spannungs-Verzerrungs-Diagramm zu beobachten. In Abhängigkeit von dem Spannungszustand, von der Verzerrungsrate und von dem Materialzustand (Schädigung) wird in jedem Berechnungszyklus die Bruchfläche neu berechnet. Liegt der berechnete Spannungszustand außerhalb dieser Bruchfläche, so muss der Spannungszustand neu berechnet werden. Dies hat zur Folge, dass auch die Bruchfläche korrigiert werden müsste. Bei dem derzeitigen Stand der Implementierung ist dies jedoch nicht berücksichtigt. Im Regelfall reicht es bei expliziten Verfahren aufgrund der kleinen Zeitschrittweite aus, auf eine iterative Lösung dieses Problems zu verzichten. Dennoch zeigen die Simulationen, dass sich der Fehler, der bei hohen Verzerrungsraten durch den fehlenden Interationsschritt entsteht, aufschaukeln kann. Für den Großteil der Simulationen wird dieses Phänomen keinen nennenswerten Unterschied in den Berechnungsergebnissen hervorrufen, da sich die Abweichungen nur im Nachbruchbereich auswirken. Für den Fall, dass sehr hohe Verzerrungsraten vorliegen und eine genauere Betrachtung gewünscht wird, kann das Problem umgangen werden, indem die Zeitschrittweite reduziert wird. Die Abbildung 5.8 zeigt deutlich, dass durch kleinere Zeitschritte das Problem ausgeräumt werden kann.



Abbildung 5.8.: Einfluss der Dauer eines Zeitschrittes auf die Abbildung des Nachbruchverhaltens, Verzerrungsrate $\dot{\varepsilon} = 1,0$ ¹/s

5.5. Vergleichsberechnung der Zugversuche mit Kerbe

Die in Abschnitt 3.1.8.1 zusammengestellten Versuche zeigen deutliche Unterschiede zwischen den Festigkeiten, die an gekerbten Proben und an ungekerbten Proben ermittelt wurden. Der Unterschied beruht darauf, dass bei den gekerbten Proben eine "lokale" Festigkeit des Steines und bei den ungekerbten eine "globale" Festigkeit ermittelt wird. Hinzu kommt, dass bei den gekerbten Versuchen ein mehraxialer Zugspannungszustand und Spannungsspitzen vorliegen. Dies lässt vermuten, dass die lokale Zugfestigkeit noch größer sein muss, als die mit den gekerbten Zugversuchen ermittelte Festigkeit.

Ziel der im Folgenden beschriebenen Simulation ist abzuschätzen, wie groß der Einfluss des mehraxialen Zugspannungszustandes im gekerbten Versuch ist und wie die derart ermittelte Zugfestigkeit korrigiert werden müsste.

Der Versuch wird in der Simulation unter Nutzung der Symmetrie als dreidimensionales Modell abgebildet. Die verwendeten LAGRANGE-Volumen-Elemente sind wie zuvor 8-Knoten-Elemente. Der zur Simulation verwendete Versuchskörper ist mit seinen Abmessungen in Abbildung 5.9 schematisch abgebildet. Der Ober- und Unterseite des Steines werden konstante Geschwindigkeiten vorgegeben, die einen verformungsgesteuerten Versuch abbilden. Die Kerben, die auf beiden Seiten eingeschnitten wurden, haben eine Tiefe von 27,5 mm, so dass ein Restquerschnitt von 70 x 55 mm verbleibt.

Die Abbildung 5.11 zeigt die Geschwindigkeitsvektoren, welche die Verformungen in der Kerbe dar-




Abbildung 5.9.: Simulation des Zugversuchs mit Kerbe

Abbildung 5.10.: Zugversuch an gekerbten Probekörpern

stellen. Schöner wäre eine Darstellung der Hauptspannungsrichtungen, doch das verwendete Finite-Elemente-Programm (ANSYS-AUTODYN, Version 11) bietet diese Darstellungsform nicht an. Deshalb muss auf die Geschwindigkeitsvektoren zurückgegriffen werden. Da die Verzerrungen mit den Geschwindigkeiten gekoppelt sind und die Spannungen mit den Verzerrungen, sind die Geschwindigkeitsvektoren zur Veranschaulichung ausreichend. Wird ein Element in der Mitte der Kerbe betrachtet, so ist zu erkennen, dass die Geschwindigkeitsvektoren etwa im 45°-Winkel zur Längsachse des Probekörpers verlaufen. In Mitte der Kerbe liegt demnach ein zwei-axialer Zug-Spannungs-Zustand vor. Es ist anzumerken, dass an keiner Stelle des verbleibenden Querschnitts bei der Kerbe der gleiche Spannungszustand vorliegt. Anders formuliert, in der Mitte ist ein mehraxialer Spannungszustand anzutreffen, am Kerbenrand ein einaxialer Spannungszustand, dazwischen entsprechende Spannungszustände die dazwischen liegen.

Die mit der Simulation berechneten größten Zugspannungen an der gekerbten Probe und an dem Einzeller sind in Abbildung 5.12 gegenüber gestellt. Obwohl in beiden Fällen dasselbe Materialmodell mit identischen Parametern verwendet wurde, wird an dem gekerbten Probekörper eine geringere Festigkeit ermittelt (Faktor $^{3,1}/_{5,0} = 62$ %). Bei der Berücksichtigung der oben diskutierten Analyse des Spannungszustandes in der Kerbe ist dieser Unterschied nicht verwunderlich. Die Erklärung dieses Phänomens ist, dass aufgrund des mehraxialen Spannungszustandes im Restquerschnitt bei den Kerben das Versagen aufgrund des RANKINE-Kriteriums früher eintritt.

In der Abbildung 5.12 ist neben dem Unterschied in der Festigkeit auch ein Unterschied in der Steifigkeit und in der Entfestigung nach Bruch festzustellen. Hierzu muss erwähnt werden, dass die Dehnung des Probekörpers aus der Länge des Probekörpers und der Geschwindigkeitsrandbedingung berechnet



Abbildung 5.11.: Darstellung der Kerbe mit Verschiebungsvektoren



Abbildung 5.12.: Vergleich der Festigkeiten Einzeller und Probekörper

wurde. Die Dehnung des Probekörpers ist deshalb nicht direkt mit der effektiven Verzerrung des Einzellers vergleichbar. Der Unterschied in der Entfestigung nach Bruch wird durch die starke Lokalisierung der Verzerrung in der Kerbe hervorgerufen, was zum abrupten Abfallen der Spannung führt.

Ein Ergebnis der Probekörpersimulation ist, dass die Festigkeit des Probekörpers mit der Kerbe 3,1 N/mm² beträgt. Diesem Wert steht die Festigkeit 5 N/mm² am Einzeller gegenüber, die dem Eingabewert des Materialmodells entspricht. Hieraus kann geschlossen werden, dass die tatsächliche einaxiale Zugfestigkeit in der Kerbe aufgrund des mehraxialen Spannungszustands in der Kerbe unterschätzt wird (Faktor ^{3,1}/₅). Streng genommen müssten alle Festigkeitswerte für die Zugfestigkeit, die in Tabelle 3.17 angegeben wurden, um diesen Faktor vergrößert werden. Hierauf wird jedoch verzichtet, weil für die Simulation von Mauerwerkssteinen eine derart lokale Festigkeit, also eine Festigkeit, die sich auf einen derart kleinen Bereich bezieht und materialbedingte Fehlstellen nicht berücksichtigt, nicht relevant ist.

Zur Auswertung und zur Bestimmung der Zugfestigkeit mittels Materialtests sollte immer ein homogener Spannungszustand in der Bruchstelle vorliegen. Bei den gekerbten Probekörpern ist dies leider nicht gegeben. Dennoch liefert der gekerbte Zugversuch eine wichtige Zusatzinformation: Die lokale Festigkeit ist deutlich höher als die globale, die Mauerwerkssteine sind nun einmal nicht homogen. Bei den Simulationen wird immer davon ausgegangen, dass die Festigkeit überall gleich ist. Eine Möglichkeit, das Materialmodell zu verbessern, wäre eine Festigkeitsverteilung mit in das Modell aufzunehmen (stochastisches Modell für die Verteilung der Festigkeiten). Hierzu wären genauere Untersuchungen über die Verteilung der Festigkeit in einem Stein hilfreich bzw. notwendig. Durch eine Berücksichtigung der Festigkeitsverteilung wäre es möglich, mit einem Materialmodell das lokale und das globale Materialverhalten besser zu beschreiben.

5.6. Schubversuche an Zwei-Steine-Probekörpern

Eine wichtige Materialeigenschaft des Mörtels ist das Verhalten unter Schubbelastung, welche durch die gesonderte Beschreibung des Schubmeridians im Materialmodell abgebildet wird (Abschnitt 4.2). Um die Implementierung des Materialverhaltens für derartige Spannungszustände zu überprüfen, wurden geeignete Simulationsmodelle untersucht. Ein einfacher, überschaubarer und naheliegender Ansatz wäre ein Einzellermodell mit geeigneten Randbedingungen. Es stellte sich jedoch heraus, dass es am Einzeller nicht möglich ist, die Randbedingungen derart festzusetzen, dass zuerst eine Auflast aufgebracht und anschließend eine Verschiebung aufgebracht werden kann. Hauptproblem war, dass bei Aufbringung der Verschiebung die Elementoberflächen nicht parallel bleiben. Es müsste somit eine Randbedingung eingeführt werden, die nach Aufbringen der Auflast die Parallelität der Oberflächen garantiert, ohne die Vorbelastung zu beeinflussen. Es wurde daraufhin ein Simulationsansatz gewählt, der den realen Versuchsaufbauten zur Untersuchung der Schubtragfähigkeit ähnelt. Die Schubversuche an Mauerwerk werden in der Regel an zwei- bzw. drei-Steine-Körpern durchgeführt (Abbildung 5.13). Die Abbildung 5.14 zeigt das Simulationsmodell, das aus zwei Mauerwerkssteinen und der Mörtelfuge besteht. Die Abbildung 5.15 zeigt das dazugehörige Netz aus Volumenelementen. Die Steine wurden mit 5 Zellen über ihre Höhe abgebildet, die Mörtelfuge mit einem Element über ihre Höhe.



Abbildung 5.13.: Verschiedene Versuchsaufbauten zur Untersuchung der Schubtragfähigkeit von Mauerwerk aus [152]: (a) Hofmann-Stöckel, (b) Pluijm, (c) CEN

Kritische Analyse der Modellierung - Netzfeinheit

Bei der Analyse der numerischen Berechnungsergebnisse (Abbildung 5.19) ist festzustellen, dass die Spannungszustände, die in den einzelnen finiten Elementen in der Mörtelfuge vorliegen, sich deutlich voneinander unterscheiden. Dies entspricht zwar in gewisser Weise der Realität, da am Rand liegende Bereiche weniger Querbehinderung erfahren als in der Mitte liegende Bereiche der Mörtelfuge, jedoch sind die stark unterschiedlichen Spannungszustände auch auf Hourglassing zurückzuführen. Hourglassing ist ein bekanntes Phänomen, das bei den einfachen 8-Knoten Elementen mit reduzierter





Abbildung 5.14.: Darstellung des Schubversuchs



Elementintegration auftreten kann und durch Dämpfungsalgorithmen reduziert werden soll. Hourglassing ist an der gegengleichen Verformung der Elemente zu erkennen, die mit etwas Fantasie Sanduhren (engl. hourglass) im FE-Netz erkennen lassen. Die Abbildung 5.16 zeigt das verzerrte Netz des Probekörpers, das Hourglassing ist deutlich im Netz zu erkennen. Die Abbildung 5.17 zeigt das verzerrte Netz der Mörtelfuge, auch hier ist das Hourglassing zu erkennen.

In der Abbildung 5.18 sind die Mörtelfuge und die Lage der Auswertungspunkte dargestellt, in der Abbildung 5.19 sind für diese Messpunkte die Verläufe des LODEwinkels aufgetragen. Dieses Diagramm zeigt, dass direkt nebeneinander liegende Messpunkte deutlich unterschiedliche Spannungszustände aufweisen. Es verdeutlicht auch, dass die Spannungszustände nicht nahe dem LODEwinkel von 30° (0,523 rad) liegen, der für einen Schubspannungszustand stehen würde. Dies bedeutet, dass es mit diesem Simulationsansatz nicht möglich ist, einen Schubspannungszustand in der Mörtelfuge zu erzeugen. Diese Problematik fällt jedoch erst bei sehr genauer Analyse auf, denn die Simulationsergebnisse werden in Finite-Elemente-Programmen in der Regel geglättet (Smoothing). Durch das Smoothing werden die Ergebnisse der benachbarten Elemente gemittelt. Auf diese Weise kann in vielen Fällen ein optisch ansprechenderes Ergebnis erzielt werden, jedoch werden Ungenauigkeiten und Probleme mit dem Elementnetz unterdrückt. In dem hier vorliegenden Fall hat dies zur Folge, dass für Elemente, die direkt nebeneinander liegen, deutlich unterschiedliche Festigkeiten ermittelt werden. Eine Abschätzung des dadurch entstehenden Fehlers und die Auswirkungen auf die Ergebnisse der Simulation, ist schwierig und müsste genauer untersucht werden. Vermutlich ist der Fehler für diesen Fall vertretbar gering, weil es sich auf dem Schubmeridian um einen linearen Ansatz (MOHR-COULOMB-Modell) handelt.

Die Abbildung 5.20 stellt für den Auswertungspunkt Nummer 7 (Abbildung 5.18), der einen LO-DEwinkel von etwa 30° aufweist, die Normal- und Schubspannungen dar. In dem ersten Bereich ist zu erkennen, dass die vertikale Spannung σ_{zz} linear ansteigt. Dies ist durch das Aufbringen der Vorbela-



Abbildung 5.16.: Verzerrtes Netz - Hourglassing



5.6. Schubversuche an Zwei-Steine-Probekörpern



Abbildung 5.17.: Mörtelfuge verzerrtes Netz



Abbildung 5.18.: Schubversuch, Lage der Messpunkte in der Mörtelfuge

Abbildung 5.19.: Schubversuch, Darstellung der Lodewinkel der Messpunkte

stung zu erklären. Anschließend wird die horizontale Verschiebung auf den Probekörper aufgebracht. Es ist zu erkennen, dass die vertikale Vorbelastung σ_{zz} etwas oszilliert, aber größenordnungsmäßig konstant bleibt. Die dazugehörige Schubspannung σ_{zx} wird durch die blaue Kurve dargestellt. Die Schubfestigkeit für diesen Spannungszustand entspricht dem MOHR-COULOMB-Modell, siehe Abschnitt 4.2.1. Aus dem Verlauf der Spannungen σ_{zz} und σ_{zx} kann geschlossen werden, dass die Implementierung richtig erfolgte. Obwohl die Spannung σ_{zz} über die gesamte Simulation konstant bleiben sollte, steigt sie nach etwa 0,15 s an. Dies ist auf das Hourglassing zurückzuführen.

Fazit

Die oben dargestellte Simulation zeigt die Problematik von grober Vernetzung deutlich. Eine feinere Vernetzung bringt deutlich bessere Simulationsergebnisse. Weitere Simulationen, die hier nicht dargestellt werden, zeigen, dass in dem hier vorliegenden Fall die Abbildung der Mörtelfuge mit mehr als 3 Elementen über ihre Dicke eine deutliche Reduzierung des Hourglassings mit sich bringt. Die Unzu-



Abbildung 5.20.: Messpunkt Nummer 7, Darstellung der Normal- und Schubspannungen im Verlauf der Simulation

länglichkeiten von groben Modellierungen sollen mit dem oben beschriebenen Modell dargestellt und erläutert werden. In der praktischen Anwendung ist eine feinere Vernetzung jedoch oft schwierig bzw. nicht möglich, da die Rechenzeiten für die Modelle deutlich ansteigen und die Simulationsmodelle schwierig handhabbar sind. Daher müssen oft grobe Netze als Näherung herangezogen werden.

5.7. Mehrsteineprobekörper

Zur Validierung der Materialmodelle und der numerischen Simulation wurden Versuche an Mehrsteineprobekörpern durchgeführt. Ziel dieser Versuchsserie und der dazugehörigen Simulationen ist es, zu überprüfen, ob die Simulation die Tragfähigkeit der Probekörper, welche durch die Interaktion zwischen Mörtel und Steinen bestimmt wird (Querzugversagen), abbilden kann.

Vorbemerkungen und Vorüberlegungen

Ein Einflussparameter, wie auch schon in dem vorgehendem Abschnitt diskutiert, ist der Einfluss der Netzfeinheit auf die Berechnungsergebnisse. Die Fragestellung ist somit, welche Netzfeinheit erforderlich ist, um realitätsnahe Ergebnisse zu erzeugen. Diese Problematik soll im Folgenden illustriert werden. Die Grafiken in Abbildung 5.21 zeigen Simulationen die zu Vorüberlegungen dienten. Sie zeigen die Materialschädigung (blau ungeschädigtes Material, rot geschädigtes Material). Für diese Simulationen wurde ein weit verbreitetes Materialmodell für Beton verwendet, das für die Ziegel und den Mörtel sinnvoll angepasst wurde. Für den Mörtel und dem Stein wurden jeweils Elemente gleicher Größe verwendet. Links ist die Mörtelfuge mit einem Element über die Höhe, bei den Probekörpern rechts daneben mit 2, 3 und 4 Elementen über die Höhe der Mörtelfuge abgebildet. Je feiner das FE-Netz, desto feiner und diskreter sind die roten Bereiche, welche Risse darstellen sollen. Die Simulationsergebnisse zeigen auch, dass je feiner die Modellierung ist, desto geringer ist die numerisch ermittelte Traglast des Probekörpers.



Abbildung 5.21.: Simulationsergebnisse von Vorüberlegungen an 4-Stein-Körpern mit unterschiedlichen Netzfeinheiten, dargestellt ist die Schädigung (blau ungeschädigt, rot geschädigtes Material).

Beschreibung der Versuchsserie der Mehrsteinkörper

Um kontrollieren zu können, ob die Simulation das Tragverhalten und die Tragfähigkeit richtig abbilden kann und welche Netzfeinheit dafür notwendig ist, wurden Versuchsserien durchgeführt und die Ergebnisse der Versuchsserie Simulationen mit verschiedenen Netzfeinheiten gegenübergestellt. Somit können die Kraft-Verformungs-Kurven des Versuchs und die der Simulation verglichen werden. Die Probekörper bestehen aus jeweils 5 Steinen mit 4 Mörtelfugen, die übereinander vermauert wurden. In Abbildung 5.22 sind der Versuchskörper und der Versuchsaufbau abgebildet. Die Versuchskörper werden verformungsgesteuert belastet. Der Versuch wird auch nach Überschreiten der maximalen Festigkeit fortgeführt, da auch das Nachbruchverhalten von Interesse ist. Es wurde für alle Steintypen Mauermörtel der Mörtelgruppe IIa verwendet. Nur die deutschen Lehmsteine wurden mit Lehmmörtel verarbeitet. Die Abmessungen der Steine sind in Tabelle 3.16 dargestellt. Die Dicke der Mörtelfuge betrugt etwa 8 bis 10 mm. Die vertikale Verformung der Probekörper wurde über vier Wegaufnehmer gemessen. Im Folgenden wird nur auf die Probekörper aus Klinkersteinen eingegangen.



Abbildung 5.22.: Versuchsaufbau der Mehr-Steine-Versuche

Beschreibung der Simulation

Die Simulation wurde mit verschiedenen Netzfeinheiten durchgeführt. Die in Kapitel 4.2 und 4.3 vorgestellen Materialmodelle wurden genutzt, um das Materialverhalten der Mörtelfuge und der Klinkersteine zu beschreiben. Die Dicke der Mörtelfuge wurde in ihrer Höhe mit 1, 2, 4, 6 und 8 Zellen abgebildet. Es wurden immer Elemente mit annähernd gleichen Kantenlängen verwendet. Die Netzfeinheiten der Simulationen sind in Abbildung 5.23 dargestellt. Links eine Zelle zur Abbildung der Dicke der Mörtelfuge, daneben 2, 4, 6 und 8 Zellen über die Dicke der Mörtelfuge. Um den verformungsgesteuerten Versuch in der Simulation abzubilden, wurden die an der Unterseite des Probekörpers liegenden Knoten in z-Richtung fixiert, in x- und y-Richtung sind die Knoten verschieblich gelagert. Die an der oberen Seite liegenden Knoten werden mit einer konstanten Geschwindigkeit entgegen der positiven z-Richtung verschoben (Abbildung 5.24). Die Geschwindigkeit wurde im ersten Bereich linear gesteigert, um die Einleitung von Druckwellen zu reduzieren und möglichst realitätsnah die Verformungsaufbringung abzubilden (Abbildung 5.25).

Auswertung und Vergleich der Ergebnisse

Die Abbildung 5.26 zeigt numerische und experimentell ermittelte Druck-Spannungs-



Abbildung 5.23.: Darstellung der 5-Steinprobekörper mit verschiedenen Netzfeinheiten, von links nach rechts: 1-Element über die Höhe der Mörtelfuge, 2-Elemente, 4-Elemente, 6-Elemente, 8-Elemente



Abbildung 5.24.: Schematische Darstellung des Simulationsmodells, Mörtelfuge durch eine Zelle abgebildet

Verzerrungskurven für die Probekörper aus Klinkersteinen. Es ist zu erkennen, dass mit groben Netzen die Tragfähigkeit deutlich überschätzt wird, feinere Modellierungen mit mindestens 4 Elementen über die Höhe der Mörtelfuge können die Tragfähigkeit des Probekörpers gut abbilden. Die numerisch ermittelte Traglast konvergiert mit zunehmender Netzfeinheit zu etwa 13 N/mm², der experimentelle

	Elemente in z-Richtung einer Mörtelfuge	Elemente insgesamt pro Probekörper	Festigkeit – Simulation ^[N/mm²]
Feinheit 1	1	24 × 11 × 39	23
Feinheit 2	2	48 x 22 x 78	17
Feinheit 4	4	96 x 44 x 78	14
Feinheit 6	6	144 x 66 x 234	13
Feinheit 8	8	192 x 88 x 312	12.5

Tabelle 5.1.: Simulation der Mehrsteinkörper aus Klinkersteinen mit Mörtelgruppe Ila



Abbildung 5.25.: Schematische Darstellung der Probekörperbelastung - Aufbringung einer Geschwindigkeit zur Abbildung eines verformungsgesteuerten Versuches

Versuchswert liegt im Mittel bei 13,5 N/mm² (Abbildung 5.27). Die Mörtelfuge sollte somit immer, mit mindestens 4 Zellen über die Höhe der Mörtelfuge abgebildet werden. Anderenfalls wird die Festigkeit der Probekörper überschätzt. Die Abbildungen 5.28 und 5.29 zeigen die Simulation mit Netzfeinheit 2 und die Abbildungen 5.30 und 5.31 mit Netzfeinheit 6. Die linken Abbildungen zeigen den Probekörper kurz vor dem Bruch, die rechten Abbildungen nach Überschreiten der Bruchlast. Es ist zu erkennen, dass vor Bruch in der feineren Modellierungen eine homogenere Verzerrungsverteilung vorliegt, als bei der groben Modellierung. Weiter ist zu erkennen, dass bei feineren Modellierungen nach dem Bruch klarere Bruchbilder zu erkennen sind (Anmerkung: Die Farbskalen sind unterschiedlich). In diesen zwei Abbildungen ist auch zu erkennen, dass der Mörtel sich von seinem Verformungsverhalten her weicher als der Stein verhält. Bei der feinen Modellierung (Abbildung 5.30) sind die Verzerrungen vor dem Bruch in der Mörtelfuge deutlich zu erkennen. Bei der gröberen Modellierung 5.28 ist zwar auch eine Konzentration der Verzerrungen in der Mörtelfuge zu erkennen, jedoch kann diese durch die grobe Vernetzung nicht ausreichend abgebildet werden.

Die in diesem Abschnitt dargestellten Simulationen zeigen, dass bei einer ausreichend feinen Vernetzung die Bruchlast und somit auch das Querzugversagen, des Probekörpers mit der numerischen Simulation gut abgebildet werden kann. Die Interaktion zwischen dem Mörtel und dem Ziegel kann mit dem diskretem Simulationsmodell und den entwickelten Materialmodellen gut abgebildet werden.



Abbildung 5.26.: Auswertung der Bruchspannungen für verschiedenen Netzfeinheiten und Versuchsergebnisse



Abbildung 5.27.: Auswertung des Einflusses der Netzfeinheit auf das Simulationsergebnis



Abbildung 5.28.: Probekörper kurz vor dem Bruch, Netzfeinheit 2



Abbildung 5.29.: Probekörper kurz nach dem Bruch, Netzfeinheit 2



Abbildung 5.30.: Probekörper kurz vor dem Bruch, Netzfeinheit 6



Abbildung 5.31.: Probekörper kurz nach dem Bruch, Netzfeinheit 6

6. Berechnungen einer Mauerwerkswand unter Explosionsbelastung

Um die Vorhersagegenauigkeit der Materialmodelle und des Simluationsmodells unter hochdynamischen Belastungen zu demonstrieren, wird in diesem Abschnitt die numerische Berechnung eines Versuchs beschrieben, bei dem eine Mauerwerkswand durch eine Luftstoßwelle belastet wurde.

6.1. Versuchsbeschreibung

Die WEHRTECHNISCHE DIENSTSTELLE 52 (WTD 52) in Oberjettenberg bei Bad Reichenhall führte in den Jahren 2009 und 2010 experimentelle Untersuchungen zum Tragverhalten von Mauerwerkswänden unter Beanspruchungen durch Stoßwellen aus Detonationen durch. Hierzu wurden verschiedene Mauerwerkstypen in einem Stahlrahmen aufgemauert und anschließend mit einer Stoßwelle beaufschlagt (Abbildung 6.9). Die Versuche wurden unter Tage in einem Stollen durchgeführt, der in einer Kaverne endet. Diese Versuche sind nach Kenntnis des Autors nicht veröffentlicht worden. Der Stollen, in dem die Stoßwelle durch eine Detonation erzeugt wurde, die Kaverne und der Versuchsaufbau sind schematisch in den Abbildungen 6.1 und 6.2 dargestellt. Die Mauerwerkswand wurde in einen Stahlrahmen eingemauert. Hinter der Wand wurde ein Raum aus Betonwänden ("Modulbox") erstellt, so dass die Rückseite der Mauerwerkswand nicht durch Druckwellen aus Reflexionen an der Oberfläche der Kaverne belastet wird. Der Stahlrahmen wurde mit den dahinter stehenden Betonwänden verbunden. Um den Einfluss von Reflexionen der Stoßwelle an der Oberfläche der Kaverne erfassen zu können, wurde vor der Wand mit vier Drucksensoren der Druckverlauf gemessen und aufgezeichnet. Der gemittelte, an der Vorderseite der Wand gemessene Druckverlauf ist in Abbildung 6.3 abgebildet.

6.2. Beschreibung der Modellierung

Für die Modellierung der Wand wurde angenommen, dass der sehr steif ausgeführte Stahlrahmen die Wand an ihren Auflagerkanten in alle Raumrichtungen fixiert. Es wurde schon während der Pla-



Abbildung 6.1.: Schematische Darstellung der Kaverne in der die Versuche durchgeführt wurden [26]



Abbildung 6.2.: Längsschnitt durch die Kaverne, mit Lage der Wand und der Modulbox aus Betonblöcken [26]

nung der Versuchsserie erkannt, dass die Nachgiebigkeit des Stahlrahmens das Tragverhalten der Mauerwerkswand maßgeblich beeinflussen wird. Aus diesem Grund wurde der Stahlrahmen sehr steif ausgeführt. In der numerischen Berechnung wurde der Stahlrahmen nicht abgebildet, die Auflagerung wurde durch feste Auflager an den Seitenflächen der Wand abgebildet. Die hier untersuchte Mauerwerkswand wurde aus den orangefarbenen, deutschen Mauerwerkssteinen erstellt, die auch im Rahmen der Materialversuche untersucht wurden (Abbildung 3.6, zweiter Mauerwerksstein von links). Als Mörtel wurde Mörtelgruppe IIa verwendet, die Dicke der Mauerwerkswand betrug 11,5 cm. Die interne Bezeichnung des Versuchs bei der WTD 52 ist Versuch Nr. 11. Zur Abbildung der Wand in der



Abbildung 6.3.: Überdruck-Zeit-Verlauf der auf die Mauerwerkswand wirkenden Druckwellen [26]

numerischen Simulation wurden die in Abschnitt 4.2 und 4.3 vorgestellten Materialmodelle verwendet.

Modellierungsfeinheit

Aufgrund der Größe des Simulationsmodells sind grafische Eingabe und Ausgabe des Systems langwierig und es sind lange Wartezeiten erforderlich, bis das System generiert wird. Die hier dargestellte Simulation erfolgte mit einem relativ groben Netz. Um den Erkenntnissen aus Abschnitt 5.7 Rechnung zu tragen, müsste die Mörtelfuge in ihrer Dicke mit mindestens vier Elementen abgebildet werden. Es wurde versucht feinere Netze zu erzeugen, doch, trotz intensiver Bemühungen, leider ohne Erfolg. Es konnten daher keine Untersuchungen zur Netzfeinheit durchgeführt werden, obwohl diese sicherlich interessante Ergebnisse geliefert hätten. Das verwendete Netz für die Finite-Elemente ist in Abbildung 6.4 abgebildet. Die Abbildung der Mörtelfuge mit nur einem Element über ihre Dicke führt zu einer Überschätzung der Mauerwerksdruckfestigkeit (Abschnitt 5.7), da das Querzugverhalten nicht ausreichend abgebildet werden kann. Die Zugfestigkeit der Mörtelfugen und der Steine kann mit dieser Vernetzung zutreffend (Abschnitt 5.1), die Schubfestigkeit kann weitestgehend korrekt (Abschnitt 5.6) abgebildet werden.

Bei den Volumenelementen handelt es sich, wie zuvor, um die 8-Knoten Volumenelementen mit reduzierter Elementintegration. Um die Größe des Modells zu reduzieren, wurde die vertikale Mittelachse der Wand als Symmetrieachse genutzt. Aus diesem Grund sind die Messpunkte, die in Abbildung 6.5 zu sehen sind, pro Wand je zweimal vorhanden. Diese Messpunkte werden im Folgenden genutzt, um die Berechnung auszuwerten und zu beurteilen. Die Wand wird durch die Druckwelle zum Schwingen angeregt. Dies kann in Videoaufnahmen ähnlicher Versuche beobachtet werden und auch die numerische Simulation zeigt das Schwingen der Wand (Abbildung 6.7). Die Überdruckphase der



Abbildung 6.4.: Netzfeinheit der Modellierung der Mauerwerkswand, die Modellierung erfolgte mit 8-Knoten-Volumen-Elemente mit reduzierter Elementintegration

Druckwelle hat eine Dauer von etwa 25 ms, anschließend folgen eine Unterdruckphase und Reflexionen von Druckwellen an der Oberfläche der Kaverne. Die Abbildung 6.5 und 6.6 zeigen die berechneten effektiven Verzerrungen nach 220 ms. Es wird angenommen, dass die Wand zu diesem Zeitpunkt die maßgeblichen Auswirkungen durch die Luftstoßwelle schon erfahren hat. Bei 220 ms ist die Wand in etwa in ihrer Ruhelage (Abbildung 6.7). Es kann daher davon ausgegangen werden, dass die zu diesem Zeitpunkt vorliegenden Verzerrungen bleibende Schäden darstellen.

Die in Abbildung 6.5 und 6.6 dargestellten Verzerrungen geben Hinweise auf die Bereiche, in denen Risse und Brüche im Mörtel und in den Steinen auftreten. Es ist in Abbildung 6.6 zu erkennen, dass die Fugen auf der Seite, auf welcher die Stoßwelle auftrifft, in den Randbereichen aufgegangen sind. Auf der Seite, die der Luftstoßwelle abgewandt ist, ist zu erkennen, dass sich die Fugen in Wandmitte geöffnet haben und die Mauerwerkssteine auf Zug versagt haben. In den gelben und roten Bereichen der Mauerwerkswand sind die Verzerrungen größer als 0,04. Dort sind starke Rissbildungen zu erwarten. In diesem Bereich sind die Mauerwerkssteine mehrfach gerissen und in kleine Stücke gebrochen. Die Abbildung 6.6 zeigt die halbe Mauerwerkswand, die Verformungen sind um Faktor 5 überhöht dargestellt. Genaueren Aufschluss über die Verformungen geben die Graphen in Abbildung 6.8. Es ist zu erkennen, dass sich im Mittel die Wandmitte um 27 mm verformt. Die zur Verfügung stehende Modellierung der Wand mit LAGRANGE-Elementen lässt leider keine Rückschlüsse über Ausbrüche und Bruchstücke aus der Wand zu. Dennoch kann aufgrund der festgestellten Zerklüftung der Mauerwerkssteine, der bleibenden Verformung und der Geschwindigkeit, welche die Mauerwerkssteine in Wandmitte nach 220 ms aufweisen, geschlossen werden, dass sich die Steine aus der Wand lösen. Zusammenfassend kann festgestellt werden: Die Simulation zeigt deutliche Verformungen und Rissbildungen in der Wand. Die Wandmitte verfügt über eine deutliche, bleibende Verformung, die bei Betrachtung der Wanddicke einen Durchbruch vermuten lässt.



Abbildung 6.5.: Simulationsergebnis, Verformung der Wand und Darstellung der Elementverzerrungen nach 220 ms

6.3. Ergebnisvergleich Simulation und Experiment

Werden die Bilder des realen Versuchs (Abbildung 6.9) den Bildern der Ergebnisse der Simulation (Abbildung 6.5) gegenübergestellt, so ist zu erkennen, dass diese relativ gut übereinstimmen. Das Versuchsergebnis (Abbildung 6.9) zeigt einen Durchbruch in Wandmitte, der jedoch größer ist als die rot und gelb eingefärbten Bereiche in Abbildung 6.5. Aufgrund der groben Modellierung, ist, wie zu Beginn dieses Abschnittes erläutert, davon auszugehen, dass die Mauerwerksdruckfestigkeit überschätzt wird. Dies ist sicherlich ein Grund dafür, dass die Größe des Durchbruchs von der Simulation unterschätzt wird. Ein zweiter Grund für die Unterschätzung der Größe des Durchbruch ist der Stahlrahmen, der, obwohl er sehr steif ausgeführt wurde, eine geringe Nachgiebigkeit aufweist. Da durch die Luftstoßwelle ein Druckbogen in der Wand hervorgerufen wird, wird durch die Nachgiebigkeit des Stahlrahmens die Tragfähigkeit der Wand reduziert. Der Vergleich des Experimentes mit der Simulation zeigt trotz aller Vereinfachungen und Näherungen, dass das Verhalten der Wand gut prognostiziert werden konnte. Die entwickelten Materialmodelle können das Verhalten von Mörtel und Mauerwerkssteinen unter hochdynamischen Lasten, so wie hier die Belastung durch eine Luftstoßwelle, abbilden. Es ist somit gelungen, ein Berechnungsmodell für Wandscheiben unter Luftstoßwellen zu erstellen.



Abbildung 6.6.: Simulationsergebnis, Darstellung der Verformung der Wand (um Faktor 5 überhöht) nach 220 ms



Abbildung 6.7.: Simulationsergebnisse, Geschwindigkeit in y-Richtung der Messpunkte 1 bis 13



Abbildung 6.8.: Simulationsergebnisse, Verschiebungen in y-Richtung der Messpunkte 1 bis 13



Abbildung 6.9.: Fotographie der zerstörten Mauerwerkswand nach Durchführung des Versuchs [26]

6.4. Diskussion - Ausblick

Die gewählte Modellierung mit LAGRANGE-Elementen zeigt die Schädigung der Wand durch die Luftstoßwelle deutlich und realitätsnah. Mit dem gewählten Modellierungsansatz ist es nicht möglich, die Bruchstücke und das Herausbrechen einzelner Steine aus der Wand zu zeigen. Dies liegt daran, dass die Berechnung bei großen Verzerrungen der LAGRANGE-Elemente abbricht, bzw. die Zeitschritte der Berechnung aufgrund des CFL-Kriteriums immer kleiner werden. Ein Lösungsansatz hierfür wäre, die betroffenen Elemente durch ein Erosionskriterium zu löschen. Jedoch ist diese weit verbreitete Vorgehensweise im Grunde genommen nur ein numerischer "Trick", um die Berechnung fortsetzen zu können. Das Erosionkiterium muss mit Vorsicht angewendet werden, da es die Ergebnisse unter Umständen sehr deutlich verfälscht. Besser wäre die Modellierung mit einer Methode, bei der diese Problematik nicht auftritt. Die SPH-Methode würde sich hierfür anbieten. GEBBEKEN et al. [54] zeigten, dass diese Modellierungmethode für Impaktberechnungen bezüglich Stabilität und realer Abbildung von Bruchstücken gut geeignet ist. Die Mauerwerkswände können grundsätzlich auch mit der SPH-Methode modelliert werden, jedoch ist derzeit noch keine Möglichkeit im Preprocessing verfügbar, welche das Zuordnen der Materialeigenschaften für Fuge und Steine automatisiert. Das Hauptproblem der numerischen Simulation ist, dass derzeit die Modellierung durch die begrenzte Anzahl von Elementen die verarbeitet werden können, eingeschränkt ist. Es ist derzeit nicht möglich wesentlich feinere und größere Modelle zu untersuchen. An dieser Stelle sollte für weitere Untersuchungen untersucht werden, wie Abhilfe geschaffen werden kann. Eventuell sind andere Finite-Element-Programme in der Lage größere Modelle abzubilden, eventuell können neuere Programmversionen besser mit größeren Modellen umgehen.

7. Zusammenfassung und Ausblick

Das Ziel dieser Arbeit bestand darin, die Materialmodellierung für Mauerwerk unter hochdynamischen Lasten zu verbessern. Hierzu wurde in vier Schritten vorgegangen, die im Folgenden dargestellt sind:

Analyse des Tragverhaltens von Mauerwerk und bisher verwendeter Modellierungsansätze, Begründung des eigenen Ansatzes mit der Mikromodellierung

Im ersten Schritt wurden die Besonderheiten des Verbundmaterials Mauerwerk hinsichtlich der möglichen Materialmodellelierungsansätze, hinsichtlich der Versagens- und Bruchzustände und hinsichtlich der anzutreffenden Materialkombinationen untersucht. Parallel dazu wurden bekannte Modelle für die Materialmodellierung von Mauerwerk zusammengestellt, analysiert und hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit für die Abbildung (hoch-)dynamischer Lasten beurteilt. Die Besonderheit bei den zu betrachtenden Lasten ist, dass die Mauerwerkswände teils lokal, teils global, teils senkrecht zu ihrer Ebene, teils in der Ebene der Wandscheibe beanspruchen. Druckwellen aus Explosionen zum Beispiel, die senkrecht auf die Wand auftreffen, belasten die Wand auf Biegung, jedoch wird aufgrund der geringen Biegetragfähigkeit ein großer Teil der Belastung über Druckbögen abgetragen. Um das Tragverhalten bestmöglich abbilden zu können, wurde die Mikromodellierung für die numerischen Simulationen gewählt. Bei diesem Modellierungsansatz wird zwischen der Mörtelfuge und dem Stein unterschieden. Beide Mauerwerkskomponenten werden durch ihre realen Abmessungen und durch eigenständige Materialmodelle abgebildet. Bisher spielte die Mikromodellierung für Mauerwerkswände nur eine untergeordetet Rolle und die bisher verwendeten Materialmodelle für die Mirkomodellierung basierten auf starken Vereinfachungen. Die Entwicklung von zwei Materialmodellen, eines für Mörtel und eines für Mauerwerkssteine sind der Schwerpunkt der Arbeit. Mit diesen neuen Modellen für die Mikromodellierung ist es jetzt möglich, das Tragverhalten von Mauerwerkswänden besser abzubilden.

Zusammenstellen einer Materialdatenbasis für Mörtel und Mauerwerkssteine

Um eigene Materialmodelle entwickeln zu können, die universell anwendbar sind, wurde eine Datenbasis von Materialparametern von Mörtel und Mauerwerkssteinen zusammengestellt. Hierzu wurde eine umfassende Literaturstudie durchgeführt und aus Publikationen Materialdaten für Mörtel und Ziegel gesammelt. Die Datenbasis zeigt, dass die Materialeigenschaften von Mörtel und Mauerwerkssteinen eine weite Bandbreite aufweisen. Einmal existieren sehr unterschiedliche Mörtelzusammensetzungen und Mauerwerkssteintypen, andererseits zeigen unterschiedliche Testverfahren deutlich unterschiedliche Ergebnisse. Die Gründe für die Abweichungen und Streuungen wurden ausführlich diskutiert. Der große Einfluss der Testverfahren wird insbesondere bei der Ermittlung der Druckfestigkeit und des E-Moduls des Mörtels deutlich. Die Probenkörpergeometrie, die Lagerung der Proben und die Umgebung während des Abbindens des Mörtels zeigen große Einflüsse. Für fünf Mauerwerkssteintypen wurden zusätzlich statische und dynamische Versuchsreihen durchgeführt. Die Versuchsergebnisse wurden zusammengestellt, so dass sie als Eingangsparameter für Materialmodelle dienen können.

Entwicklung eigener Materialmodelle für die Mikomodellierung

Für die Entwicklung der Materialmodelle für Mörtel und Ziegel wurden Materialmodelle ähnlicher Materialien analysiert. Darauf aufbauend wurden zwei neue Materialmodelle, eines für Mörtel und eines für Mauerwerkssteine, entwickelt und die Wahl des Aufbaus der Modelle begründet. Ein Schwerpunkt der Materialmodellentwicklung war die Beschreibung des Nachbruchverhaltens und der Verzerrungsratenabhängigkeit. Der erforderliche Aufbau der Bruchflächen, deren Aufweitung aufgrund der Verzerrungsratenabhängigkeit und die Anpassung im Nachbruchbereich wurden detailliert dargestellt. Die verwendeten Ansätze zur Beschreibung der verschiedenen Spannungskombinationen, die Annahmen zur Beschreibung des Verzerrungsrateneinflusses und dessen Auswirkung auf die Festigkeiten und auf das Schädigungsmodell, welches die Restfestigkeiten des Materials nach dem Bruch steuert, wurden hergeleitet und diskutiert. Beide Materialmodelle wurden derart konzipiert, dass sie für unterschiedliche Mörtel- und Steintypen angepasst werden können. Für die fünf experimentell untersuchten Steintypen sind Parameter für die Materialbeschreibung angegeben worden. Bei anderen Steintypen ist die Versuchsdatensammlung behilflich.

Numerische Simulationen von Mauerwerksprobekörpern und Mauerwerkswänden mit den neuen Materialmodellen

Die Materialmodelle wurden in ANSYS AUTODYN, einem kommerziellen expliziten Finite-Elemente-Programm, implementiert und anhand einfacher Modelle verifiziert. Anschließend wurden Berechnungen von Mauerwerksprobekörpern unter Druckbelastung durchgeführt und Versuchsserien gegenübergestellt. Dieser Vergleich zeigt realistische Ergebnisse hinsichtlich der Tragfähigkeit, der Verformung und der Bruchbilder. Berechnungen von Mauerwerkswänden unter Explosionsbelastung, die ebenfalls Versuchsserien gegenübergestellt wurden, ergeben ebenfalls realistische Prognosen. Es ist somit gelungen, ein Simulationsmodell für Mauerwerkswände unter dynamischen Belastungen und komplexen Randbedingungen zu entwickeln.

Ausblick

Bisher wurden mit dem Simulationsmodell nur einzelne Wandscheiben simuliert. Eine Anwendung zur Beurteilung größerer Strukturen ist denkbar. Mit den derzeit zur Verfügung stehenden gängigen Rechenkapazitäten normaler Personalcomputer ist dies noch aufwändig aber machbar. Durch Parallelisierung der Berechnungen oder Durchführung der Berechnungen auf leistungsstarken Servern können die Berechnungen beschleunigt werden. Vermutlich werden aufgrund der stetig ansteigenden Rechnerkapazitäten diese Einschränkungen in den kommenden Jahren zunehmend verschwinden.

Die Materialmodelle wurden für Vollziegel entwickelt. Dabei wird von isotropen Materialverhalten ausgegangen. Wenn Hochlochziegel und Wärmedämmziegel simuliert werden sollen, dann ist eine anisotrope Materialmodellierung erforderlich. Insbesondere aufgrund der zunehmenden Energieeinsparbemühungen und der damit verbundenen besseren thermischen Isolierung spielen diese Mauerwerkssteintypen eine immer bedeutendere Rolle. Diese Ziegel weisen in den verschiedenen Raumrichtungen unterschiedliche Festigkeitseigenschaften auf. Sie können daher mit dem vorgestellten Materialmodell nur größenordnungsmäßig abgebildet werden. Auch Dünnbettmörtel zeigen ein anderes mechanisches Verhalten. Um derartige Mauerwerkswände in (hoch-)dynamischen Simulationen sinnvoll abbilden zu können, müssen die vorgestellten Modelle auf der Grundlage von neuen Versuchsreihen weiterentwickelt werden. Die Orthotropie der Festigkeit könnte, wie von SPECK [144] für Beton vorgeschlagen, in Abhängigkeit vom LODEwinkel angepasst werden.

Die vorgestellte Materialdatenbasis für Mörtel und Mauerwerkssteine stellt einen gute Grundlage für die Mikromodellierung von Mauerwerk dar. Jedoch wären, wie in Kapitel 2.4 beschrieben und diskutiert, für die Beschreibung der Materialfestigkeit der Ziegel noch weitere, vor allem mehraxiale Versuchsdaten, hilfreich. Auch das Verformungsverhalten von Mörtel (E-Modul, Querverformungszahl) ist noch nicht abschließend über den gesamten Bereich von Belastungsbeginn bis hin zum Bruch geklärt. Die hier vorgestellten Modelle für Mauerwerkssteine können das Zugversagen und einen weiten Teil der Druckbelastungen gut abbilden und ermöglichen somit eine breite Anwendung. Jedoch werden dreidimensionale Spannungszustände, mittels Näherungen und Annahmen abgebildet. Weitere Versuchsreihen, welche das hochdynamische und hydrostatische Materialverhalten von Ziegeln und Mörtel beschreiben (Split-HOPKINSON-Pressure-Bar-Versuche, Flyer-Plate-Impakt-Tests, dreidimensionale Druckversuche wie sie zum Beispiel von GABET [50] für Beton durchgeführt wurden) können zur weiteren Verbesserung der Modelle beitragen.

A. Formelsammlung

Spannungstensor

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{x} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{y} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{z} \end{bmatrix}$$
(A.1)



Verzerrungstensor

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}$$
(A.2)

HOOKEsche Gesetz - isotropes Material

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & (1-\nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & (1-\nu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix}$$
(A.3)

bzw.

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\nu \varepsilon_{ij} \tag{A.4}$$

Invarianten des Spannungstensors

Allgemeine Formulierung, nicht auf Hauptspannungsraum bezogen

$$I_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \tag{A.5}$$

$$I_2 = \sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{11}\sigma_{33} - \sigma_{12}^2 - \sigma_{23}^2 - \sigma_{13}^2$$
(A.6)

$$I_3 = \sigma_{11}\sigma_{22}\sigma_{33} + 2 \cdot \sigma_{12}\sigma_{23}\sigma_{31} - \sigma_{12}^2 \cdot \sigma_{33} - \sigma_{23}^2 \cdot \sigma_{11} - \sigma_{13}^2\sigma_{22} = \det \sigma$$
(A.7)

Invarianten des Spannungsdeviatortensors

$$J_2 = \frac{1}{3}(I_1^2 - 3 \cdot I_2) \tag{A.8}$$

$$J_3 = \frac{1}{27} \cdot \left(2I_1^3 - 9I_1I_2 + 27I_3\right) \tag{A.9}$$

 ${\rm Haigh-Westergaard}\text{-}Koordinaten$

$$\xi = \sqrt{3} \cdot I_1 \tag{A.10}$$

$$\rho = \sqrt{2 \cdot J_2} \tag{A.11}$$

LODEwinkel

$$\cos(3\theta) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{\frac{3}{2}}} = \frac{27 \det(S)}{2\sigma_{eff}^3}$$
(A.12)

 $_{
m VON~MISES}$ Vergleichsspannung wird auch als "equivalent stress" bezeichnet

$$\sigma_{eff} = \sigma_{eq} = \sqrt{3J_2} = \sqrt{I_1^2 - 3I_2}$$
(A.13)

Druck

$$p = \frac{l_1}{3} \tag{A.14}$$

Oktaederspannungen

$$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3}J_2} \tag{A.15}$$

$$\sigma_{oct} = \sigma_m = p = \frac{1}{3} \cdot I_1 \tag{A.16}$$

196

$$\rho = \sqrt{3}\tau_{oct} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}J_2} = \sqrt{2J_2}$$
(A.17)

$$\tau_m = \sqrt{\frac{2}{5}J_2} \tag{A.18}$$

Triaxialität

$$\eta = \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} = \frac{\frac{1}{3}I_1}{\sqrt{3J_2}} \tag{A.19}$$

Effektive Verzerrungen

$$\varepsilon_{eff} = \frac{2}{3}\sqrt{|(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2) + 5(\varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_3\varepsilon_1) - 3(\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{23}^2 + \varepsilon_{31}^2)|}$$
(A.20)

Zusammenhänge E-Modul, G-Modul und Kompressionsmodul

$$K = \frac{E}{3 \cdot (1 - 2\nu)} \tag{A.21}$$

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)} \tag{A.22}$$

$$K = \frac{2G(1+\nu)}{3(1-2\nu)}$$
(A.23)

$$E = \frac{9 \cdot K \cdot G}{3 \cdot K + G} \tag{A.24}$$

B. Überlegungen zum Querzugversagen – analytische Modelle

Bei einaxialen Druck- und Zugversuchen ergeben sich im Probekörper beziehungsweise im Bauteil Querverformungen. Wird die Querverformung behindert, so entstehen Spannungen senkrecht zur Hauptbeanspruchungsrichtung (Querdruck oder Querzug). Die Behinderung der Querverformung führt in Verbundmaterialien, die aus Materialien mit unterschiedlichen Querverformungszahlen und Steifigkeiten bestehen, zu einer Interaktion der zwei Materialien. Diese Interaktion führt bei Mauerwerk in der Regel (je nach Materialeigenschaften) zu Querdruck in der Mörtelfuge und zu Querzug im Stein. Hieraus resultiert bei hohen vertikalen Lasten das Querzugversagen der Steine (Abbildung 1.8a).

Das Querzugversagen der Steine bei hoher vertikaler Auflast lässt sich anhand grundlegender mechanischer Prinzipien zeigen. Zur Illustration dieses Phänomens siehe Abbildung B.1.



Abbildung B.1.: Querzugversagen von Mauerwerk

Aus der Mechanik ist bekannt, dass die elastischen Verzerrungen bei homogenen Materialien gemäß

dem HOOKEschen-Gesetz wie folgt mit den Spannungen gekoppelt sind:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \tag{B.1}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \tag{B.2}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \tag{B.3}$$

Hierbei sind ν die Querverformungszahl und E der E-Modul des Materials, ε die Verzerrungen und σ die Spannungen. Die Gleichungen zeigen, dass alle Spannungskomponenten miteinander gekoppelt sind und dass die maßgebenden Parameter die Querverformungszahl und der Elastizitätsmodul sind. Bei dem Querzugversagen, das in der Regel unter vertikalen Drucklasten auftritt, treten Verzerrungen in allen drei Raumrichtungen auf. Es ist zu beachten, dass am Übergang Mörtel zum Stein die Kontinuität der Verzerrungen gilt. Sie ergibt sich aus der Annahme eines idealen Verbundes. Der E-Modul des Steines ist meist größer als der E-Modul des Mörtels und auch die Querverformungszahlen sind unterschiedlich. Dadurch ergibt sich anschaulich und auch gemäß Abbildung B.1 eine Querverformungsinteraktion zwischen Stein und Mörtel. Der Stein behindert den Mörtel an seiner seitlichen Ausdehnung. Der Stein wird hierdurch horizontal auf Zug beansprucht und der Mörtel unterliegt einem dreiaxialen Druckzustand. Die horizontalen Spannungen werden durch den Verbund zwischen Mörtel und Stein beeinflusst. Die Festigkeit des Mauerwerks liegt in der Regel zwischen der Mörtel- und der Steinfestigkeit.

Analytische Modelle zur Bestimmung der Festigkeit von Mauerwerk auf der Grundlage dieser Überlegungen wurden von den Forschern HILSDORF, MANN, BERNDT, PÖSCHL & SABHA [73, 98, 11, 10, 115] entwickelt.

Diese analytischen Modelle basieren auf verschiedenen Ansätzen. HILSDORF geht vereinfachend von einer konstanten horizontalen Druckspannung in der Mörtelfuge aus, welche aufgrund der Interaktion und dem erforderlichn Kräftegleichgewicht Zug im Stein hervorruft. Diese Vereinfachung ist nicht ganz richtig, denn der Verlauf der horizontalen Spannung hängt von der Oberflächenbeschaffenheit in der Übergangsschicht zwischen Mörtel und Stein ab. BERNDT verwendet einen verfeinerten Ansatz, der auch das Ausbrechen der Mörtelfugen im Randbereich berücksichtigt. Etwas komplexer ist der Ansatz von PÖSCHEL & Sabha, die das Versagen der Steine mit einem Hauptzugspannungskriterium beschreiben.

Diese analytischen Modelle zeigen, dass die Berechnung des Versagenszustandes von Mauerwerk aufgrund der komplexen dreiaxialen Spannungszustände, die in Stein und Mörtel vorliegen, kein triviales Problem ist. Sie zeigen deutlich, dass es sich um ein dreidimensionales Problem handelt, welches nur mit Vereinfachungen auf eine zwei- oder eindimensionale Betrachtung reduziert werden kann. Diese Analysen führen zu der Erkenntnis, dass für die numerische Berechnung von Mauerwerksscheiben unter Blast nur eine dreidimensionale Mikromodellierung genau sein kann.

Gedanken zu Makromodellen für Mauerwerk unter dynamischen Belastungen

Dieser Abschnitt fasst einige Gedanken sowie Vor- und Nachteile zur Makromodellierung zusammen und diskutiert diese. Die Mikromodellierung trifft an ihre Grenzen, wenn große Strukturen untersucht werden sollen. Dies liegt an dem hohen numerischen Aufwand der Mikromodellierung. Diese Modellierung erfordert leistungsstarke Rechner und bringt relativ lange Rechenzeiten mit sich. Aus diesen Gründen wird Mauerwerk häufig mit Makromodellen (verschmierten Materialmodellen) untersucht (z.B. [133]). Die Nachteile der Makromodellierung, wie zum Beispiel der Informationsverlust im Bruchbild, gröbere Approximationen sowie die Schwierigkeiten bei der Herleitung zutreffender Materialparameter für unterschiedliche Mörtel-Stein-Kombinationen, werden dabei bewusst in Kauf genommen. Die bisher entwickelten Makromodelle sind fast alle für Belastungen der Wandscheiben in ihrer Ebene entwickelt worden. Diese Makromodelle basieren entweder auf theoretischen Ansätzen zur Homogenisierung oder auf experimentellen Untersuchungen. Die geeignete Homogenisierung von Mauerwerk wurde vor allem von französich sprachigen Wissenschaftlern, wie zum Beispiel von DE BUHAN & DE FELICE, REKIK & LEBON und ANTHOINE [25, 118, 4] untersucht.

WEI und HAO [69, 160] entwickelten ein homogenisiertes dynamisches Materialmodell für Mauerwerk unter Einbeziehung von Verzerrungsrateneffekten. Zur Entwicklung des homogenisierten Modells wurde ein repräsentatives Volumenelement betrachtet, welches aus einem Ziegel und jeweils einer Mörtelfuge in horizontaler und vertikaler Richtung bestand. Dieses repräsentative Volumenelement wurde unter verschiedenen Belastungen mittels numerischer Simulationen mit LS-DYNA untersucht. Hieraus wurde auf das Makromodell geschlossen. Um die Materialien Mörtel und Ziegel zu modellieren, nutzten sie ein DRUCKER-PRAGER-Festigkeitsmodell für den Mörtel und für den Mauerwerksstein. Sie beschrieben die Schädigung mittels eines Ansatzes von MAZAR, der jedoch, zumindest in ihrer Veröffentlichung, nicht begründet wird. Weiter ist auch zu bemerken, dass das DRUCKER-PRAGER-Kriterium für den Mörtel als auch für den Ziegel nicht für alle Spannungszustände geeignet ist, da die einfache Form des Kegels die tatsächliche Bruchfläche der Materialien nicht abbilden kann. Der Ansatz zur Homogenisierung ist sinnvoll, jedoch wurde die Materialmodellierung der Einzelkomponenten zu einfach gehalten. Zudem wurden zur Verifikation und Validierung nur Berechnungen mit dem Makromodell dem Mikromodell gegenübergestellt, anstatt das Makromodell realen Experimenten gegenüberzustellen. Basierend auf den zuvor beschriebenen Untersuchungen von [160] bestimmte WANG [158] die Auswirkungen von Mauerwerksbruchstücken unter Explosionen mittels der SPH-Methode. Diese Veröffentlichung zeigt die Einschränkungen der Makromodellierung deutlich. Die von WANG ermittelten Bruchbilder und Fragmente haben nichts mit dem realen Bruchverhalten des Mauerwerks zu tun. Da nicht zwischen Mörtelfuge und Stein unterschieden wird, bricht die Wand, als ob sie aus einem homogenen Material wäre. Die ermittelten Größen und Geschwindigkeiten der Bruchstücke sind daher fraglich.

Die eben beschriebenen Punkte zeigen die Problematik bei der Entwicklung und Anwendung von Makromodellen. Neben dem eben beschriebenen Informationsverlust des Bruchverhaltens, ist ein Makromodell streng genommen nur für genau eine Kombination aus Stein, Mörtel und Geometrie gültig. Dies bedeutet, dass für jeden Verbandstyp ein eigenes Makromodell erforderlich ist. Sogar für zwei Mauerwerkstypen, die aus identischen Steinen, identischem Mörtel, identischem Verband, identischem Verhältnis von Fugen zu Steinabmessung, aber mit unterschiedlich großen Mauerwerkssteinen erstellt wurden, sind streng genommen zwei verschiedene Makromodelle erforderlich. Dies liegt daran, dass die im Mauerwerk vorliegenden Spannungsverteilungen unterschiedlich sind und daher unterschiedliche Bruchlasten zu erwarten sind.

Unterteilung von Makromodellen

Bei der Entwicklung von Makromodellen sind prinzipiell zwei Strategien denkbar: Die Mauerwerkswand kann entweder durch finite Volumenelemente oder durch finite Flächenelemente beschrieben werden. SCHLEGEL und WANG verwenden Volumenelemente für ihre Untersuchungen. Die Struktur besteht in der Simulation aus mehreren Elementen über die Dicke des Bauteils. WANG verwendet für seine Untersuchungen etwa fünf bis sieben SPH-Partikel über die Dicke der Mauerwerkswand. Anstatt die Mauerwerkswand mittels Volumenelementen mit mehreren Elementen über die Dicke zu diskretisieren, wäre es auch denkbar, ein Flächenelement zu verwenden. Die Wand würde somit auf eine Ebene reduziert werden. Diese Vorgehensweise, wie sie zur Untersuchung für ebene Tragwerks sehr häufig eingesetzt wird, wurde bisher, nach Kenntnis des Verfassers, für Mauerwerk, das senkrecht zur Ebene beansprucht wird, noch nicht angewendet. Dieser Modellierungsansatz hätte den Vorteil, dass die Elementanzahl erheblich reduziert werden könnte und somit sehr viel schneller Ergebnisse erzielt werden könnten.

Berücksichtigung der Anisotropie

Makromodelle für Mauerwerk sollten zwingend anisotrop sein, da in verschiedenen Raumrichtungen unterschiedliches Verhalten vorliegt. Dies wird zum Beispiel an der von GANZ entwickelten Bruchflä-
che und auch an den Bruchflächen von PAGE [106] deutlich. Die oben angesprochenen Homogenisierungsansätze sind für Belastungen in Wandebene sinnvoll, für Belastungen senkrecht zur Wandebene können Ansätze wie die von WANG sinnvoll sein.

Fazit

Für Belastungen senkrecht zur Wandebene bringt ein verschmiertes Makromodell mit Volumenelementen keine nennenswerten Vorteile, da die Anzahl der erforderlichen finiten Elemente nicht wesentlich reduziert wird und trotzdem ein erheblicher Informationsverlust vorliegt. Der einzige wirklich nachvollziehbare Grund für die Wahl des Modellierungsansatz von WANG ist, dass es mit der von ihm verwendeten Version von AUTODYN in Verbindung mit der SPH-Modellierung der Wand nicht ohne erheblichen Aufwand möglich ist, die Steine und die Fugen getrennt zu modellieren. Es handelt sich somit um ein reines Eingabeproblem, das technisch mit etwas Programmieraufwand zu lösen ist. Sinnvoll für ein neues Makromodell ist daher nur ein Modellierungsansatz, der die Wand auf eine Ebene reduziert. Wie dafür geeignete Materialmodelle entwickelt werden können, sollte in einem eigenem Forschungsvorhaben untersucht werden.

D. Gedanken zur Ermittlung einer porösen Zustandsgleichung für Mörtel

Die Ermittlung von Zustandsgleichungen für Beton wurde von GEBBEKEN, GREULICH & PIETZSCH [57, 56, 55] ausführlich untersucht. Einige Jahre später wurden von GEBBEKEN & HARTMANN [70, 58] diese Modelle für verschiedene Betone mit verschiedenen Sieblinien und verschiedenen Porositäten untersucht. Für diese Arbeit sind diese Forschungsarbeiten von Bedeutung, da angenommen wird, dass sich Mörtel, sofern seine Besonderheiten hinsichtlich Porosität, Dichte und der Sieblinie berücksichtigt werden, unter hydrostatischen Belastungen ähnlich wie Beton verhält. Ist eine genauere Abbildung des Mörtels gewünscht, so kann das volumetrische Materialverhalten des Mörtels mit einer sogenannten porösen HUGONIOT-Kurve (Abbildung 2.9) beschrieben werden. Die Notwendigkeit hierfür ist für Mauerwerkswände unter Luftstoßwellen nicht gegeben (Abschnitt 4.2.5.4). Dennoch werden an dieser Stelle einige Gedanken zur Entwicklung einer porösen Zustandsgleichung (bzw. HUGONIOT-Kurve) für Mörtel zusammengefasst.

Für die poröse HUGONIOT-Kurve werden die folgenden Parameter benötigt:

- poröse Dichte $\rho_{porös}$
- poröse Wellengeschwindigkeit c_{porös}
- Druck am HUGONIOT-Elastic-Limit *pHEL*
- Druck bei vollständiger Kompaktion p_{comp}
- Dichte bei vollständiger Kompaktion ρ_{comp}
- Wellengeschwindigkeit bei vollständiger Kompaktion ccomp

Eine genaue Ermittlung der Parameter, die zur Beschreibung von Mörtel mit einer porösen Zustandsgleichung erforderlich sind, würde umfassende Versuchsreihen erfordern. Da dies aufgrund von Kosten für derartige Experimente in der Regel nicht möglich ist, wurden von verschiedenen Wissenschaftlern Modelle entwickelt, mit denen die erforderlichen Parameter abgeschätzt werden können. RIEDEL [121] schlägt vor, zur Bestimmung von Materialeigenschaften, wie die Wellengeschwindigkeit oder die poröse Dichte eines Materials, die so genannte "HUGONIOT-Mischregel" anzuwenden. HARTMANN griff diesen Gedanken auf und entwickelte eine auf Volumenanteilen basierende Mischregel [70].

Derartige Mischregeln, die aus den Eigenschaften der Einzelbestandteile auf die Eigenschaften des Verbundmaterials schließen, sind teilweise exakt, teilweise nur grobe Näherungen. Aufgrund von chemischen und physikalischen Reaktionen entstehen neue Bindungszustände (z. B. Ausbildung von Kristallgittern) zwischen den Atomen und Molekülen, welche die Materialeigenschaften deutlich beeinflussen. Diese auf Vereinfachungen basierenden Mischregeln haben dennoch ihre Berechtigung, da es nur mit sehr aufwändigen Methoden möglich ist, EOS-Daten zu gewinnen. Eine wirklich gute versuchstechnische Basis für die Erstellung einer porösen Zustandsgleichung müsste diverse Flyer-Plate-Impact, Split-HOPKINSON-Bar und triaxiale Versuche umfassen. Die Ermittlung der EOS Daten für Mörtel könnte sich an der Vorgehensweise orientieren, die von GEBBEKEN & HARTMANN für Beton vorgeschlagen wurde. Es wird an dieser Stelle nochmals ausdrücklich darauf hingewiesen, dass es sich um eine Abschätzung handelt, die nur eine Näherung darstellt, aber nicht durch experimentelle Versuche belegt ist. Sollten genauere Beschreibungen notwendig sein, so sind experimentelle Untersuchungen zwingend erforderlich. Hierbei ist zwischen verschiedenen Mörteltypen zu unterscheiden.

Abschätzung der Zustandsgleichung

Zuerst muss die Zusammensetzung des Mörtels geklärt werden. Die Tabelle D.1 stellt diese für einen Mauermörtel der Mörtelgruppe III größenordnungsmäßig zusammen. Dieser Mörteltyp besteht aus vier Volumenanteilen Sand und einem Volumenanteil Zement. Der Wasser-Zement-Wert wird zu 0,5 angenommen (Massenverhältnis).

Material	Dichte [g/cm ³]	Volumen [cm ³]	Volumenanteil [%]	Masse [g]
Zement	3,1	140,5	14	435,4
Sand	2,0	561,84	56	1123,7
Wasser	1,0	217,7	22	217,7
Luftporen	0,0	80,0	8	0
Summe		1000	100	1776,8

Tabelle D.1.: Zusammensetzung eines Mörtels der Mörtelgruppe III pro dm³

Das Größtkorn für Mörtel beträgt in der Regel 4 mm. Trockener Sand hat größenordnungsmäßig eine Dichte von 1850 kg/m³, nass hat er eine Dichte von ca. 2200 kg/m³. Der Porenanteil, auch in der Bindemittelmatrix, und der Zementleimanteil müssen bekannt sein. Die Abbildung D.1 beschreibt den Anteil der Poren des Zementsteins in Abhängigkeit von dem Wasser-Zement-Wert (w/z-Wert). Bei einem w/z-Wert von 0,5 enthält die Zementmatrix demnach etwa 38 % Poren. Hiervon sind 12 % Kapillarporen.



Abbildung D.1.: Bestandteile des Zementsteins in Abhängigkeit vom Wasser-Zement-Wert [154]

Die poröse Dichte des Mörtels könnte nach dem Ansatz von GEBBEKEN & HARTMANN mit

$$\rho_{\text{M\"ortel, por\"os}} = f_{S} \cdot \rho_{S} + f_{ZG} \cdot \rho_{ZG} + f_{GP} \cdot \rho_{w} + 0, 5 \cdot f_{KP} \cdot (\rho_{w} + \rho_{I}) + f_{LP} \cdot \rho_{I}$$
(D.1)

bestimmt werden. Hierbei stehen die Indizes S für Sand, ZG für Zementgel, GP für Gelporen, KP für Kapillarporen und LP für Luftporen. f steht für die Volumenanteile und ρ für die Materialdichten. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Gelporen mit Wasser gefüllt sind und die Kapillarporen zur Hälfte mit Wasser und zur Hälfte mit Luft gefüllt sind. HARTMANN ermittelte für Beton die Dichte des porösen Zementsteins zu $\rho_{ZG} = 2,44 \text{ g/cm}^3$. Dieser Wert kann näherungsweise für den Zementleim im Mörtel übernommen werden.

Die Bestimmung der porösen Wellengeschwindigkeit des Mörtels kann mit der Gleichung

$$c_{B,Zementstein,pors} = f_S \cdot c_{B,S} + f_{ZG} \cdot c_{B,ZG} + f_{GP} \cdot c_{B,w} + 0, 5 \cdot f_{KP} \cdot (c_{B,w} + c_{B,I}) + f_{LP} \cdot c_{B,I}$$
(D.2)

erfolgen. Für Beton ergibt sich nach HARTMANN eine Wellengeschwindigkeit von etwa $c_{B,ZS} = 3217$ m/s.

Der Druck am HUGONIOT-Elastic-Limit für Zementstein wurde in [149] für Beton zu p_{HEL}=300 N/mm² ermittelt. Für Mörtel liegen keine entsprechenden Werte vor. Sie müssen deshalb geschätzt werden. Weiter muss der Druck bei vollständiger Kompaktion bekannt sein. Für Beton wird, basierend auf den Versuchsreihen von HALL, CHHABILDAS & REINHART, etwa 5000 N/mm² angenommen [68]. Nach Ende der Kompaktion wird davon ausgegangen, dass alle Poren verschwunden sind. Die Dichte kann entsprechend durch Anpassung von Gleichung (D.1) abgeschätzt werden. Analog kann die Wellengeschwindigkeit bestimmt werden. Aus diesen zwei Werten kann der Kompressionsmodul für eine lineare EOS für das kompaktierte Material berechnet werden.

Dieses Vorgehen kann theoretisch für alle Mörteltypen mit anderen Zusammensetzungen analog durchgeführt werden. Hierbei ist zu beachten, dass die Porosität verschiedener Mörteltypen durchaus stark variieren kann. Maßgebende Einflüsse sind einmal die Verdichtung des Mörtels und der Wasserentzug während des Abbindens. Weiter werden die anderen zum Einsatz kommenden Bindemittel, wie zum Beispiel Luftkalk oder hydraulischer Kalk Einflüsse zeigen. Die Karbonatisierung des Luftkalks, die erst im Laufe der Zeit erfolgt und zum Teil nach mehreren Monaten noch nicht abgeschlossen ist, wird die Materialeigenschaften auch beeinflussen.

Fazit

Werden für Mörtel genauere EOS-Daten benötigt, so empfiehlt es sich, zusätzliche Untersuchungen durchzuführen. Die oben aufgeführte Lösung kann als erste Näherung betrachtet werden.

E. Normative Regelungen zu Mauerwerk

Norm	Bezeichnung	Ausgabe
DIN V 105-6	Mauerziegel Teil 6: Planziegel	
DIN V 105-100	Mauerziegel Teil 100: Mauerziegel mit besonderen	
	Eigenschaften	
EN 771–1	Festlegungen für Mauersteine Teil 1: Mauerziegel	2003 + A1:2005
EN 771–2	Festlegungen für Mauersteine Teil 2: Kalksandsteine	2003 + A1:2005
EN 771–3	Festlegungen für Mauersteine Teil 3: Mauersteine aus	2003 + A1:2005
	Beton (mit dichten und porigen Zuschlägen)	
EN 771–4	Festlegungen für Mauersteine Teil 4: Porenbetonsteine	2003 + A1:2005
EN 771–5	Festlegungen für Mauersteine Teil 2: Teil 5:	2003 + A1:2005
	Betonwerksteine	
EN 771–6	Festlegungen für Mauersteine Teil 6: Natursteine	2005
EN 772–1	Prüfverfahren für Mauersteine Teil 1: Bestimmung der	2000
	Druckfestigkeit	
EN 772-2	Prüfverfahren für Mauersteine Teil 2: Bestimmung des	1998 + A1:2005
	prozentualen Lochanteils in Mauersteinen (mittels	
	Papiereindruck)	
EN 772–3	Prüfverfahren für Mauersteine Teil 3: Bestimmung des	1998
	Nettovolumens und des prozentualen Lochanteils von	
	Mauerziegeln mittels hydrostatischer Wägung	
	(Unterwasserwägung)	
EN 772-4	Prüfverfahren für Mauersteine Teil 4: Bestimmung der	1998
	Dichte und der Rohdichte sowie der Gesamtporosität	
	und der offenen Porosität von Mauersteinen aus	
	Naturstein	

Tabelle E.1.: Übersicht über Normen zu Mauerwerk

Norm	Bezeichnung	Ausgabe
EN 772–5	Prüfverfahren für Mauersteine Teil 5: Bestimmung des Gehalts an aktiven löslichen Salzen von Mauerziegeln	2001
EN 772–6	Prüfverfahren für Mauersteine Teil 6: Bestimmung der Biegezugfestigkeit von Mauersteinen aus Beton	2001
EN 772-7	Prüfverfahren für Mauersteine Teil 7: Bestimmung der Wasseraufnahme von Mauerziegeln für Feuchteisolierschichten durch Lagerung in siedendem Wasser	1998
EN 772-9	Prüfverfahren für Mauersteine Teil 9: Bestimmung des Loch und Nettovolumens sowie des prozentualen Lochanteils von Mauerziegeln und Kalksandsteinen mittels Sandfüllung	1998 + A1:2005
EN 772-10	Prüfverfahren für Mauersteine Teil 10: Bestimmung des Feuchtegehaltes von Kalksandsteinen und Mauersteinen aus Porenbeton	1999
EN 772-11	Prüfverfahren für Mauersteine Teil 11: Bestimmung der kapillaren Wasseraufnahme von Mauersteinen aus Beton, Porenbetonsteinen, Betonwerksteinen und Natursteinen sowie der anfänglichen Wasseraufnahme von Mauerziegeln	2000 + A1:2004
EN 772–13	Prüfverfahren für Mauersteine Teil 13: Bestimmung der Netto- und Brutto-Trockenrohdichte von Mauersteinen (außer Natursteinen)	2000
EN 772-14	Prüfverfahren für Mauersteine Teil 14: Bestimmung der feuchtebedingten Formänderung von Mauersteinen aus Beton und Betonwerksteinen	2001
EN 772–15	Prüfverfahren für Mauersteine Teil 15: Bestimmung der Wasserdampfdurchlässigkeit von Porenbetonsteinen	2000
EN 772-16	Prüfverfahren für Mauersteine Teil 16: Bestimmung der Maße	2000 + A2:2005
EN 772–18	Prüfverfahren für Mauersteine Teil 18: Bestimmung des Frostwiderstandes von Kalksandsteinen	2000
EN 772-19	Prüfverfahren für Mauersteine Teil 19: Bestimmung der Feuchtedehnung von horizontal gelochten großen Mauerziegeln	2000
EN 772-20	Prüfverfahren für Mauersteine Teil 20: Bestimmung der Ebenheit von Mauersteinen	2000 + A1:2005

Tabelle E.2.: Übersicht über Normen zu Mauerwerk - Fortsetzung

Norm	Bezeichnung	Ausgabe
EN 998-1	Festlegungen für Mörtel im Mauerwerksbau Teil 1: Putzmörtel	2003
EN 998–2	Festlegungen für Mörtel im Mauerwerksbau Teil 2: Mauermörtel	2003
EN 1052-1	Prüfverfahren für Mauerwerk Teil 1: Bestimmung der Druckfestigkeit	1998
EN 1052-2	Prüfverfahren für Mauerwerk Teil 2: Bestimmung der Biegezugfestigkeit	1999
EN 1052-3	Prüfverfahren für Mauerwerk Teil 3: Bestimmung der Anfangsscherfestigkeit (Haftscherfestigkeit)	2002 + A1:2007
EN 1052-4	Prüfverfahren für Mauerwerk Teil 4: Bestimmung der Scherfestigkeit bei einer Feuchtesperrschicht	2000
EN 1052-5	Prüfverfahren für Mauerwerk Teil 5: Bestimmung der Biegehaftzugfestigkeit	2005
DIN 1053-1	Mauerwerk Teil 1: Berechnung und Ausführung	November 1996
DIN 1053-2	Mauerwerk Teil 2: Mauerwerksfestigkeitsklassen aufgrund von Eignungsprüfungen	November 1996
DIN 1053-3	Mauerwerk Teil 3: Bewehrtes Mauerwerk Berechnung und Ausführung	Februar 1990
DIN 1053-4	Mauerwerk Teil 4: Fertigbauteile	Februar 2004
DIN 1053-11	Entwurf Mauerwerk Teil 11: Vereinfachtes Nachweisverfahren für unbewehrtes Mauerwerk	März 2009
DIN 1053-12	Entwurf Mauerwerk Teil 12: Konstruktion und Ausführung von unbewehrtem Mauerwerk	März 2009
DIN 1053-13	Entwurf Mauerwerk Teil 13: Genaueres Nachweisverfahren für unbewehrtes Mauerwerk	März 2009
DIN 1053–14	Entwurf Mauerwerk Teil 14: Bemessung und Ausführung von Mauerwerk aus Natursteinen	März 2009
DIN 1053-100	Mauerwerk Teil 100: Berechnung auf der Grundlage des semiprobabilistischen Sicherheitskonzepts	September 2007

Tabelle E.3.: Übersicht über Normen zu Mauerwerk - Fortsetzung

Norm	Bezeichnung	Ausgabe
DIN 18554–1	Prüfung von Mauerwerk Ermittlung der Druckfestigkeit und des Elastizitätsmoduls	Dezember 1985
DIN 18555–1	Prüfung von Mörtel mit hydraulischen Bindemitteln, Allgemeines, Probenentnahme, Prüfmörtel	September 1982
DIN 18555–2	Prüfung von Mörtel mit mineralischen Bindemitteln, Frischmörtel mit dichten Zuschlägen, Bestimmung der Konsistenz, der Rohdichte und des Luftgehalts	September 1982
DIN 18555–3	Prüfung von Mörteln mit mineralischen Bindemitteln, Festmörtel, Bestimmung der Biegezugfestigkeit, Druckfestigkeit und Rohdichte	September 1982
DIN 18555–4	Prüfung von Mörteln mit mineralischen Bindemitteln, Festmörtel, Bestimmung der Längs- und Querdehnung sowie von Verformungskenngrößen von Mauermörteln im statischen Druckversuch	März 1986
DIN 18555–5	Prüfung von Mörteln mit mineralischen Bindemitteln; Festmörtel; Bestimmung der Haftscherfestigkeit von Mauermörteln	September 1982
DIN 18555–6	Prüfung von Mörteln mit mineralischen Bindemitteln, Festmörtel, Bestimmung der Haftzugfestigkeit	November 1987
DIN 18555–7	Prüfung von Mörteln mit mineralischen Bindemitteln, Frischmörtel, Bestimmung des Wasserrückhaltevermögens nach dem Filterplattenversuch	November 1987
DIN 18555–8	Prüfung von Mörteln mit mineralischen Bindemitteln, Frischmörtel, Bestimmung der Verarbeitbarkeitszeit und der Korrigierbarkeitszeit von Dünnbettmörteln für Mauerwerk	November 1987
DIN 18555–9	Prüfung von Mörteln mit mineralischen Bindemitteln, Teil 9, Festmörtel, Bestimmung der Fugendruckfestigkeit	September 1999

Tabelle E.4.: Übersicht über Normen zu Mauerwerk - Fortsetzung

Literaturverzeichnis

- AI, H. A. und T.J. AHRENS: Numerical Modelling of Shock-Induced Damage for Granite under Dynamic Loading. In: Proceedings of the Conference of the American Physical Society, Seiten 1431–1434, 2005.
- [2] ANSYS: Ansys Training Manual: Introduction to explicit dynamics chapter 1, 2009.
- [3] ANTHOINE, ARMELLE: In-plane behaviour of masonry a literature review. Technischer Bericht, Commission of the European Communities, Joint Research Centre - ISPRA SITE, Institute of Savety Technology, 1991.
- [4] ANTHOINE, ARMELLE: Derivation of the in-plane elastisc characteristics of masonry through homogenization theory. International Journal Solids Structures, 32(2): Seiten 137–163, 1995.
- [5] ASME: Guide for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics, 2006.
- [6] BAR-ON, E., Y. PARTOM, M. B. RUBIN und D. Z. YANKELEVSKY: Porous compaction as the mechanism causing the Hugoniot Elastic Limit. International Journal of Impact Engineering, 27(5): Seiten 509-520, Mai 2002.
- [7] BATHE, KLAUS-JÜRGEN: Finite-Elemente-Methoden. Springer Verlag, 1990.
- [8] BELYTSCHKO, TED, WING KAM LIU und BRIAN MORAN: Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures. John Wiley & Sons, 2000.
- [9] BENSON, DAVID J.: Computational methods in Lagrangian and Eulerian hydrocodes. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 99: Seiten 235–394, 1992.
- [10] BERNDT, E.: Zur Druck- und Schubfestigkeit von Mauerwerk experimentell nachgewiesen an Strukturen aus Elbsandstein. Bautechnik 73, 4, 1996.
- [11] BERNDT, E. und I. SCHÖNE: Ein Bemessungsvorschlag für Mauerwerk aus Elbsandstein auf Grundlage experimentell nachgewiesener Tragfähigkeiten In: Jahrbuch 1992 Sonderforschungsbereich 315. Ernst & Sohn Verlag, 1992.
- [12] BIERWIRTH, HENRIC: Dreiachsiale Druckversuche an Mörtelproben aus Lagerfugen von Mau-

erwerk. Dissertation, Technische Universität München, 1995.

- [13] BISCHOFF, PETER H. und SIMON H. PERRY: Impact Behavior of Plain Concrete Loaded in Uniaxial Compression. Journal of Engineering Mechanics, June(6): Seiten 685-693, 1995.
- [14] BOER, R. DE und W. EHLERS: Grundlagen der isothermen Plastizitäts- und Viskoplastizitätstheorie. Technischer Bericht, Universität Essen Gesamthochschule, 1980.
- [15] BOER, R. DE und D. MEYER: Wellenfortpflanzung in elastisch-viskoplastischen Körpern. Technischer Bericht, Universität Gesamthochschule Essen, 1983.
- [16] BONET, JAVIER und RICHARD D. WOOD: Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis. Cambridge University Press, 1997.
- [17] BOSCOVICH, R.G., T. LE SEUR und F. JACQUIER: Parare di tre mattematici sopra i danni, che si sono trovati nella Cupola di S.Pietro sul fine dell Anno 1742. Dato per ordine di nostro Signore Papa Benedetto XIV. 1743.
- [18] BRAGOV, A., M. DEMEKO, L. KRUSZKA, A.K. LOMUNOV und R. REDUCKI: Mechanical behaviours of cement based materials at high rates of strain. Journal de physique, 1: Seiten 225-230, 2003.
- [19] BRAGOV, A., A. LOMUNOV und L. KRUSZKA: Study of dry and wet cement mortar based dynamic. Strength of Materials, 34: Seiten 233–237, 2002.
- [20] BRAMESHUBER, WOLFGANG, MARKUS GRAUBOHM und ULF SCHMIDT: Mauerwerkskalender 2006 - Festigkeitseigenschaften von Mauerwerk Teil 4: Scherfestigkeit, Kapitel A IV, Seiten 193–226. Ernst & Sohn Verlag, 2006.
- [21] BRECHNER, K., J. BRINKMANN, B. DIESTELMEIER, G. MEYER, W. RAAB, D. RUDOLPH, H. SCHULZE und H. SCHWIEGER: Kalksandstein: Planung, Konstruktion, Ausführung. Verlag Bau+Technik GmbH, 2009.
- [22] BRÜNIG, MICHAEL: An anisotropic continuum damage model: Theory and numerical analyses. Latin American Journal of Solids and Structures, 1: Seiten 185–218, 2004.
- [23] BROZONSKY, J. und O. SUCHARDA: Static Analsis of Masonry Structures Based on Chen Criteria. In: TOPPING, B.H.V. und PAPADRAKAKIS M. (Herausgeber): Proceedings of the Ninth International Conference on Computational Structures Technology, Seite 237 ff. Civil-Comp Press, 2008.
- [24] BROZONSKY, JIRI, IVAN KOLOS und ALOIS MATERNA: Non-linear constitutive model for mortar. Intersections - Intersectii, 3: Seiten 32-37, 2006.

- [25] BUHAN, PATRICK DE und GIANMARCO DE FELICE: A homogenization approach to the ultimate strength of brick masonry. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 45(7): Seiten 1085–1104, Juli 1997.
- [26] BURBACH, ALFRED. Versuchsdaten persönlich im Jahr 2010 übergeben, 2010.
- [27] BURNETT, S., M. GILBERT, T. MOLYNEAUX, A. TYAS, B. HOBBS und G. BEATTIE: The response of masonry joints to dynamic tensile loading. Materials and Structures, 40: Seiten 517-527, 2007.
- [28] BUSCHBACHER, PETER und STEFAN HORSCHLER: Ergebnis erschreckend: Sechs Rechenprogramme für die DIN V 18599 kommen zu völlig verschiedenen Ergebnissen. Deutsches Ingenieurblatt, 8: Seiten 28–32, 2010.
- [29] CAZACU, O., N. D. CRISTESCU, J. F. SHAO und J. P. HENRY: A new anisotropic failure criterion for transversely isotropic solids. Mechanics of Cohesive-frictional Materials, 3(1): Seiten 89–103, 1998.
- [30] CENTURY DYNAMICS: Theory Manual. Ansys Inc., Revision 4.3 Auflage, 2005.
- [31] CHEN, W. und H. LUO: Dynamic Compressive Response of Intact and Damaged Ceramics from a Single Split Hopkinson Pressure Bar Experiment. Experimental Mechanics, 44: Seiten 295–299, 2004.
- [32] CHEN, WEINONG: Dynamic Failure Behavior of Ceramics under Multiaxial Compression. Phdthesis, California Institute of Technology, 1995.
- [33] CHEN, W.F. und D.J. HAN: Plasticity for Structural Engineers. Springer Verlag, 1988.
- [34] CHETOUANE, B., F. DUBOIS, M. VINCHES und C. BOHATIER: NSCD discrete element method for modelling masonry structures. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 64(1): Seiten 65–94, 2005.
- [35] CRONIN, DUANE S., KHAHN BUI, CHRISTIAN KAUFMANN, GRANT MCINTOSH und TODD BERSTAD: Implementation and Validation of the Johnson-Holmquist Ceramic Material Model in LS-Dyna. In: 4th European LS-DYNA User Conference, 2003.
- [36] DACHVERBAND LEHM E. V. (Herausgeber): Lehmbau Regeln Begriffe, Baustoffe, Bauteile. Vieweg + Teubner / GWV Fachverlage GmbH Wiesbaden, 2009.
- [37] DANIELSON, KENT T. und JAMES L. O'DANIEL: Reliable second-order hexahedral elements for explicit methods in nonlinear solid dynamics. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 85: Seiten 1073-1102, 2011.

- [38] DEPARTMENT OF ANTHROPOLOGY WASHINGTON. http://anthropology.si.edu/canela /environment.htm. Abgerufen im November 2009.
- [39] DIN 18555-2: (1982-9): Pr
 üfung von M
 örtel mit mineralischen Bindemitteln, Frischm
 örtel mit dichten Zuschl
 ägen, Bestimmung der Konsistenz, der Rohdichte und des Luftgehalts.
- [40] DIN 18555-3: (1982-9): Prüfung von Mörteln mit mineralischen Bindemitteln, Festmörtel, Bestimmung der Biegezugfestigkeit, Druckfestigkeit und Rohdichte.
- [41] DIN 18555-5: (1982-9): Prüfung von Mörteln mit mineralischen Bindemitteln; Festmörtel; Bestimmung der Haftscherfestigkeit von Mauermörteln.
- [42] DIN EN 1052-3 (2002 + A1:2007): Pr
 üfverfahren f
 ür Mauerwerk Teil 3: Bestimmung der Anfangsscherfestigkeit (Haftscherfestigkeit).
- [43] DIN EN 771-1 (2005-05): Festlegungen für Mauersteine Teil 1: Mauerziegel.
- [44] DIN V 105-100 (2005-10): Mauerziegel Teil 100: Mauerziegel mit besonderen Eigenschaften.
- [45] DIN V 20000-401 (2005-06): Anwendung von Bauprodukten in Bauwerken Teil 401: Regeln für die Verwendung von Mauerziegeln nach DIN EN 771-1: 2005-05.
- [46] DIN1053-1 (1996-11): DIN 1053-1: 1996-11 Mauerwerk Teil 1: Berechnung und Ausführung.
- [47] DUTTINE, ANTOINE: Comportement des sables et des mélanges sables / argile sous solliciations statiques et dynamiques avec et sans "rotations d'axes". Dissertation, Ecole Nationale des Traveaux Publics de l'Etat, 2005.
- [48] FISH, JACOB und TED BELYTSCHKO: A First Course in Finite Elements. John Wiley & Sins, Ltd, 2008.
- [49] FORQUIN, P., A. ARIAS und R. ZAERA: Role of porosity in controlling the mechanical and impact behaviours of cement-based materials. International Journal of Impact Engineering, 35(3): Seiten 133-146, März 2008.
- [50] GABET, THOMAS: Comportement triaxial du béton sous fortes contraintes: Influence du trajet de chargement. Dissertation, Université Joseph Fourier, 2006.
- [51] GABET, THOMAS, YANN MALÉCOT und LAURENT DAUDEVILLE: Triaxial behaviour of concrete under high stresses: Influence of the loading path on compaction and limit states. Cement and Concrete Research, 38(3): Seiten 403–412, 2008.
- [52] GANZ, HANS RUDOLF: Mauerwerksscheiben unter Normalkraft und Schub. Institut für Bausta-

tik und Konstruktion Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, 1985.

- [53] GANZ, HANSRUEDI und BRUNO THÜRLIMANN: Versuche über die Festigkeit von zweiachsig beanspruchtem Mauerwerk. Institut für Baustatik und Konstruktion Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, 1982.
- [54] GEBBEKEN, N., S. GREULICH, T. LINSE und M. TEICH: Simulations of Projectile Impact on Concrete Structures. In: 12th International Symposium on Interaction of the Effects of Munitions with Structures ISIEMS Orlando USA, 2007.
- [55] GEBBEKEN, NORBERT, STEFAN GREULICH und PIETZSCH ACHIM: Equation of State Data for Concrete Determined by Full-Scale Experiments and Flyer-Plate-Impact Tests. Proc. 2nd European Conference on Computational Mechanics (ECCM), Cracow, Poland, 2001.
- [56] GEBBEKEN, NORBERT, STEFAN GREULICH und ACHIM PIETZSCH: Determination of shock equation of state properties of concrete using full-scale experiments and flyer-plate-impact tests. In: Trends in Computational Structural Mechanics, Editors: Wall, W. A. et al., CIMNE, Barcelona, 2001.
- [57] GEBBEKEN, NORBERT, STEFAN GREULICH und ACHIM PIETZSCH: Hugoniot properties for concrete determined by full-scale detonation experiments and flyer-plate-impact tests. International Journal of Impact Engineering, 32: Seiten 2017–2031, 2006.
- [58] GEBBEKEN, NORBERT und THOMAS HARTMANN: A New Methodology for the Assessment of the EoS Data of Concrete. International Journal of Protective Structures, 1(3): Seiten 299–317, 2010.
- [59] GEBBEKEN, NORBERT, TOBIAS LINSE und ANDREA KUSTERMANN: Arbeitstitel: Experimentelle Bestimmung von Materialdaten zu Mauerwerkssteinen, bisher unveröffentlicht, in Vorbereitung. Technischer Bericht, Universität der Bundeswehr München, 2012.
- [60] GENSICHEN, VOLKER: Die Qualitätssicherung von EDV-Programmen und die Suche nach der Realität. Der Prüfingenieur, 37: Seiten 40–49, 2010.
- [61] GILBERT, M., B. HOBBS und T. C. K. MOLYNEAUX: The performance of unreinforced masonry walls subjected to low-velocity impacts: experiments. International Journal of Impact Engineering, 27(3): Seiten 231–251, März 2002.
- [62] GILBERT, M., B. HOBBS und T. C. K. MOLYNEAUX: The performance of unreinforced masonry walls subjected to low-velocity impacts: mechanism analysis. International Journal of Impact Engineering, 27(3): Seiten 253–275, März 2002.
- [63] GREULICH, STEFAN: Zur numerischen Simulation von Stahlbeton- und Faserbetonstrukturen

unter Detonationsbeanspruchung. Dissertation, Institut für Mechanik und Statik, Universität der Bundeswehr München, Februar 2004.

- [64] GROSS, DIETMAR, WERNER HAUGER und PETER WRIGGERS: Technische Mechanik Band 4: Hydromechanik, Elemente der Höheren Mechanik, Numerische Methoden. Springer Verlag, 2007.
- [65] GU, YA BEI und G. RAVICHANDRAN: Erratum to Dynamic behavior of selected ceramic powders. International Journal of Impact Engineering, 34(2): Seiten 394–394, 2007.
- [66] GU, YA BEI und GURUSWAMI RAVICHANDRAN: Dynamic behavior of selected ceramic powders. International Journal of Impact Engineering, 32(11): Seiten 1768–1785, 2006.
- [67] GURSON, A. L.: Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth Yield criteria and flow rules for porous ductile media. Journal of Engineering Materials and Technology, 99(1): Seiten 2–15, 1977.
- [68] HALL, C. A., L. C. CHHABILDAS und W.D. REINHART: Shock Hugoniot and release in concrete with different aggregate sizes from 3 to 23 GPa. International Journal of Impact Engineering, 23: Seiten 341–351, 1999.
- [69] HAO, H. und B. G. TARASOV: Experimental study of dynamic material properties of clay brick and mortar at different strain rates. Australian Journal of Structural Engineering, 8: Seiten117-131, 2008.
- [70] HARTMANN, THOMAS: Zur mesomechanischen Modellierung von Beton und ihrer Anwendung zur makromechanischen Modellbildung. Dissertation, Institut für Mechanik und Statik, Universität der Bundeswehr München, 2009.
- [71] HARTMANN, THOMAS, ACHIM PIETZSCH und NORBERT GEBBEKEN: A Hydrocode Material Model for Concrete. International Journal of Protective Structures, 1(4): Seiten 443–468, 2010.
- [72] HIERMAIER, STEFAN: Numerik und Werkstoffdynamik der Crash- und Impaktvorgänge. Fraunhofer Institut für Kurzzeitdynamik, Ernst-Mach-Institut, 2003.
- [73] HILSDORF, H.: Untersuchungen über die Grundlagen der Mauerwerksfestigkeit. Materialprüfungsamt für das Bauwesen der TH München, 1965.
- [74] HILSDORF, HUBERT: Die Betstimmung der zweiachsigen Festigkeit des Betons Zusammenfassung und Kritik früherer Versuche - und - Vorschlag für eine neue Prüfmethode. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1965.
- [75] HOFSTETTER, G.: Konstitutive Modellierung von Beton, Kapitel V, Seiten 319-361. Beton-

kalender 2006 Teil 1. 2006.

- [76] HOLZAPFEL, G. A.: Nonlinear Solid Mechanics. Wiley, 2000.
- [77] HSIEH, S. S., E. C. TING und W. F. CHEN: A plastic-fracture model for concrete. International Journal of Solids and Structures, 18:181–197, 1982.
- [78] JAGFELD, MATTHIAS: Tragverhalten und statische Berechnung gemauerter Gewölbe bei großen Auflagerverschiebungen - Untersuchung mit der Finite-Element-Methode. Dissertation, Technische Universität München, 2000.
- [79] JOHNSON, GORDON R. und TIM J. HOLMQUIST: An improved computational constitutive model for brittle materials. Band 309, Seiten 981–984. AIP, 1994.
- [80] JOHNSON, GORDON R. und TIM J. HOLMQUIST: An improved computational constitutive model for brittle materials. High-pressure science and technology 1993, 309: Seiten 981–984, 1994.
- [81] JONES, S.E., JEFFREY A. DRINKARD, W. K. RULE und L. L. WILSON: An elementary theory for the taylor impact test. International Journal of Impact Engineering, 21: Seiten 1–13, 1998.
- [82] JR., CHARLES E. ANDERSON: An overview of the theory of hydrocodes. International Journal of Impact Engineering, 5: Seiten 33 – 59, 1987.
- [83] KRANZLER, THOMAS: Tragfähigkeit überwiegend horizontal beanspruchter Aussteifungsscheiben aus unbewehrtem Mauerwerk. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2008.
- [84] KRENKLER, KARL: Chemie des Bauwesens, Band 1: Anorganische Chemie. Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- [85] LARCHER, MARTIN: Numerische Simulation des Betonverhaltens unter Stoßwellen mit Hilfe des Elementfreien Galerkin-Verfahrens. Dissertation, Universität Fridericiana zu Karlsruhe, 2007.
- [86] LARCHER, MARTIN: Development of discrete cracks in concrete loaded by shock waves. International Journal of Impact Engineering, 36(5): Seiten 700–710, 2009.
- [87] LEMAITRE, JEAN: A Course on Damage Mechanics. Springer Verlag, 1996.
- [88] LINSE, DIETHELM: Lösung versuchstechnischer Fragen bei der Ermittlung des Festigkeitsund Verformungsverhaltens von Beton unter dreiachsiger Belastung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1978.
- [89] LITEWKA, ANDRZEJ und LESZEK SZOJDA: Tri-axial tests for brittle materials: motivation,

technique, results. Civil and Environmental Engineering Reports, 1: Seiten 169-187, 2005.

- [90] LIU, G.R. und LIU M.B.: Smoothed Particle Hydrodynamics a meshfree particle method. World Scientific Publishing, 2003.
- [91] LIVERMORE SOFTWARE TECHNOLOGY CORPORATION (LSTC): LS-Dyna keyword user's manual - Volume 1, Version 971, 2007.
- [92] LOURENÇO, P. J. B. B.: Computational Strategies for Masonry Structures. Dissertation, Technische Universiteit Delft, 1996.
- [93] LOURENÇO, PAULO B. und JAN G. ROTS: Multisurface Interface Model for Analysis of Masonry Structures. Journal of Engineering Mechanics, 123(7): Seiten 660–668, 1997.
- [94] LOURENÇO, P.B.: Experimental and numerical issues in the modelling of the mechanical behaviour of masonry. Structural analysis of historical constructions, II, 1998.
- [95] MACHMER, HORST. Wikipedia, März 2005.
- [96] MAHNKEN, ROLF: Creep simulation of asymmetric effects by use of stress mode dependent weighting functions. International Journal of Solids and Structures, 40(22): Seiten 6189–6209, 2003.
- [97] MALVAR, L. JAVIER, JOHN E. CRAWFORD, JAMES W. WESEVICH und DON SIMONS: A plasticity concrete material model for DYNA3D. International Journal of Impact Engineering, 19(9-10): Seiten 847-873, 1997.
- [98] MANN, W.: Zum Tragverhalten von Mauerwerk aus Natursandsteinen, Mauerwerks-Kalender 1983. 1983.
- [99] MARSH, S. P. (Herausgeber): LASL Shock Hugoniot Data. University of California Press, 1980.
- [100] MCCLINTOCK, F. A.: A criterion for ductile fracture by growth of holes. Journal of Applied Mechanics, 35: Seiten 363–371, 1968.
- [101] MEYERS, ANDRÉ MARC: Dynamic Behaviour of Materials. John Wiley & Sons, Inc., 1994.
- [102] MINKE, GERNOT: Handbuch Lehmbau, Band 7. Auflage 2009. ökobuch Verlag, Staufen bei Freiburg, 2004.
- [103] O-SOLEMIO.DE: Spoleto Umbrien. http://www.o-solemio.de/blog/category/umbrien/. Abgerufen am: 1. März 2010.
- [104] OLIVEIRA, DANIEL VITORINO DE CASTRO: Experimental and numerical analysis of blocky

masonry structures under cyclic loading. Dissertation, Universidade do Minho, 2003.

- [105] OTTOSEN, NIELS SAABYE: A failure criterion for concrete. Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE, 103:527-535, 1977.
- [106] PAGE, ADRIAN W.: Finite Element Model for Masonry. Journal of the Structural Devision, ST8, August: Seiten 1267-1285, 1978.
- [107] PARISCH, HORST: Festkörper-Kontinuums-Mechanik. Teubner Verlag, 2003.
- [108] PARISEAU, W.G.: Plasticity Theory for Anisotropic Rocks and Soils. Basic and applied rock mechanics, 15: Seiten 267–295, 1972.
- [109] PERONI, MARCO: Experimental methods for material characterization at high strain-rate: analytical and numerical improvements. Doktorarbeit, POLITECNICO DI TORINO, 2011.
- [110] PERONI, MARCO, GEORGE SOLOMOS, VALERIO PIZZINATO und MARTIN LARCHER: Experimental investigation of high strain-rate behaviour of glass. 1EC Joint Research Centre, IPSC, European Laboratory for Structural Assessment ELSA, 2011.
- [111] PFEIFER, GÜNTER, ROLF RAMCKE, JOACHIM ACHTZIGER und KONRAD ZILCH: Mauerwerk Atlas. Birkhäuser, 2001.
- [112] PLUIJM, ROB VAN DER: Material Properties of Masonry and its Comportements under Tension and Shear. In: 6th Canadian Masonry Symposium, University of Saskatchewan, 1992.
- [113] PLUIJM, VAN DER R.: Non-Linear Behaviour of Masonry under Tension. Heron, 42: Seiten 25-54, 1997.
- [114] PROBST, PETER: Ein Beitrag zum Bruchmechanismus von zentrisch gedrücktem Mauerwerk. Dissertation, Technische Universität München, 1981.
- [115] PÖSCHEL, G. und A. SABHA: Ein theoretisches Modell zum Tragverhalten von Elbsandsteinmauerwerk, In: Jahrbuch 1993 Sonderforschungsbereich 315. Ernst & Sohn Verlag, 1993.
- [116] RAHMANIAN, TAGHI: Numerische Untersuchung von Mauerwerk im gerissenen und ungerissenen Zustand unter dynamischer Beanspruchung. Dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, 2001.
- [117] RAUCH, MARTIN: Rammed Earth Lehm und Architektur. Birkhäuser Verlag, 2001.
- [118] REKIK, A. und F. LEBON: Homogenization methods for interface modeling in damaged masonry. Advances in Engineering Software, In Press, Corrected Proof, Available online 8 December 2010, 2010.

- [119] RICE, J. R. und D. M. TRACEY: On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 17(3): Seiten 201 – 217, 1969.
- [120] RIEDEL, WERNER: Beton unter dynamischen Lasten Meso- und makromechanische Modelle und ihre Parameter. Dissertation, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Universität der Bundeswehr München, 2000.
- [121] RIEDEL, WERNER und STEFAN HIERMAIER: Grundsatzuntersuchungen Erd-/Betonpenetration Abschlussbericht. Technischer Bericht Berichtsnummer EMI E48/00, Ernst-Mach-Institut, 2000.
- [122] ROUHANI, H.: Auftragsnr.: 1604. Technischer Bericht, Forschungs- und Prüfungsinstitut Steine und Erden e.V., Jahr unbekannt.
- [123] ROUHANI, H.: Auftragsnr.: 9861. Technischer Bericht, Forschungs- und Prüfungsinstitut Steine und Erden e.V., Jahr unbekannt.
- [124] ROUHANI, H.: Auftragsnr.: 9865. Technischer Bericht, Forschungs- und Prüfungsinstitut Steine und Erden e.V., Jahr unbekannt.
- [125] ROUSSELIER, G.: Ductile fracture models and their potential in local approach of fracture. Nuclear Engineering and Design, 105(1): Seiten 97–111, 1987.
- [126] RÖSLER, JOACHIM, HARALD HARDERS und MARTIN BÄKER: Mechanisches Verhalten der Werkstoffe. Vieweg + Teubner, 2008.
- [127] RUPPERT, MAX: Zur numerischen Simulation von hochdynamischen beanspruchten Betonstrukturen. Dissertation, Universität der Bundeswehr München, 2000.
- [128] SARANGAPANI, G., B. V. VENKATARAMA REDDY und K. S. JAGADISH: Brick-Mortar Bond and Masonry Compressive Strength. Journal of materials in civil engineering, 17(2): Seiten 229–237, 2005.
- [129] SARHOSIS, V., S.W. GARRITY und Y. SHENG: Distinct Element Modelling of Masonry Wall Panels with Openings. In: Proceedings of the Ninth International Conference on Computational Structures Technology, 2008.
- [130] SCHERMER, DETLEFF: Verhalten von unbewehrtem Mauerwerk unter Erdbebenbeanspruchung. Dissertation, Technische Universität München, 2004.
- [131] SCHLEGEL, R. und K. RAUTENSTRAUCH: Berechnung von Mauerwerk als Diskontinuum und Kontinuum - Entwicklung in ANSYS und LSDYNA. In: CAD-FEM Users' Meeting 19, 2001.
- [132] SCHLEGEL, ROGER: Numerische Berechnung von Mauerwerkstrukturen in homogenen und

diskreten Modellierungsstrategien. Dissertation, Bauhaus-Universität Weimar, 2004.

- [133] SCHLEGEL, ROGER: Mauerwerkkalender 2009, Kapitel Möglichkeiten der numerischen Simulation von Mauerwerk heute anhand praktischer Beispiele, Seiten 791–820. Ernst & Sohn Verlag, 2009.
- [134] SCHLEGEL, ROGER und KARL RAUTENSTRAUCH: Ein elastoplastisches Berechnungsmodell zur räumlichen Untersuchung von Mauerwerksstrukturen. Bautechnik, 77, Heft 6: Seiten 426– 436, 2000.
- [135] SCHLEGEL, ROGER, KARL RAUTENSTRAUCH, JOHANNES WILL und D. FISCHER: Tragfähigkeitsuntersuchungen der weltgrößten Ziegelsteinbrücke - Berechnung der Göltzschtalbrücke mit ANSYS. In: 20th CAD-FEM Users' Meeting, 2002.
- [136] SCHLEGEL, ROGER, KARL RAUTENSTRAUCH und HARALD ZROST: Dreidimensionale Berechnung ein- und mehrschaliger Mauerwerkskonstruktionen unter Einbeziehung des anisotropen Riß- und Entfestigungsverhaltens. Das Mauerwerk, 1: Seiten 2–10, 2003.
- [137] SCHOLZ, WILHELM: Baustoffkenntnis. Werner-Verlag, Düsseldorf, 11. Auflage, 1987.
- [138] SCHROEDER, HORST: Mauerwerkkalender 2009, Kapitel Mauerwerksbau mit Lehmsteinen heute - Konstruktion und Ausführung, Seiten 271–290. Ernst & Sohn Verlag, 2009.
- [139] SCHUBERT, PETER: Eigenschaftswerte von Mauerwerk, Mauersteinen und Mauermörtel. Mauerwerk-Kalender 2005, 30: Seiten 127–130, 2005.
- [140] SCHUBERT, PETER: Mauerwerkkalender 2007, Kapitel Eigenschaftswerte von Mauerwerk, Mauersteinen und Mauermörtel, Seiten 3–24. Ernst & Sohn Verlag, 2007.
- [141] SCHULER, HARALD, CHRISTOPH MAYRHOFER und KLAUS THOMA: Spall experiments for the measurement of the tensile strength and fracture energy of concrete at high strain rates. International Journal of Impact Engineering, 32(10): Seiten 1635 – 1650, 2006.
- [142] SEIM, WERNER: Numerische Modellierung des anisotropen Versagens zweiachsig beanspruchter Mauerwerksscheiben. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1994.
- [143] SHABAN, A., R. MAHNKEN, L. WILKE, H. POTENTE und H. RIDDER: Simulation of rate dependent plasticity for polymers with asymmetric effects. International Journal of Solids and Structures, 44(18-19): Seiten 6148-6162, 2007.
- [144] SPECK, KERSTIN: Beton unter mehraxialer Beanspruchung Ein Materialgesetz für Hochleistungsbetone unter Kurzzeitbelastung. Dissertation, Fakultät für Bauingenieurwesen, Technische Universität Dresden, Oktober 2007.

- [145] SPRINGMANN, MARCEL: Identifikation von Materialparametern schädigungsmechanischer Gesetze unter Einbeziehung der Dehnungslokalisierung. Dissertation, Technische Universität Bergakademie Freiberg, 2005.
- [146] TAN, V.B.C., X.S. ZENG und V.P.W. SHIM: Characterization and constitutive modeling of aramid fibers at high strain rates. International Journal of Impact Engineering, 35(11): Seiten 1303–1313, November 2008.
- [147] THOMÉE, BERNHARD: Physikalisch nichtlineare Berechnung von Stahlfaserbetonkonstruktionen. Dissertation, Technische Universität München, 2005.
- [148] THOMÉE, BERNHARD und KARL SCHIKORA: Stahlfaserbeton: Elastoplastisches Materialgesetz - Berechnungsmodelle - Versuche.
- [149] TSEMBELIS, K., J. C. F. MILLETT, W. G. PROUD und J. E. FIELD: The shock Hugoniot properties of cement paste up to 5 GPa. AIP Conference Proceedings, 505(1): Seiten 1267– 1270, 2000.
- [150] TVERGAARD, V. und A. NEEDLEMAN: Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar. Acta Metallurgica, 32(1): Seiten 157–169, 1984.
- [151] UNBEKANNT. im Internet an unbekannter Stelle gefunden.
- [152] VASCONCELOS, GRAÇA DE FATIMA MOREIRA DE: Experimental investigations on the mechanics of stone masonry. Dissertation, Universidade do Minho, 2005.
- [153] VELDE, JANA: 3D Nonlocal Damage Modeling for Steel Structures under Earthquake Loading. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 2010.
- [154] VEREIN DEUTSCHER ZEMENTWERKE, VDZ: Zement-Taschenbuch 2002. Nummer 50. Ausgabe. Verlag Bau + Technik, Düsseldorf, 2002.
- [155] VERMELTFOORT, A. TH. und R. VAN DER PLUIJM: Strength and deformation properties of masonry to be used in computercalculations. In: Proc. of the 9th IBMac (International Brick and Masonry Conference), Seiten 244-251, 1991.
- [156] VILLMANN, BEATE, NICK BRETSCHNEIDER, VOLKER SLOWIK und ALEXANDER MICHEL: Bestimmung von Materialeigenschaften zementgebundener Werkstoffe mittels inverser Analyse. Bautechnik, Band 83: Seiten 747–753, 2006.
- [157] WALLNER, CHRISTIAN: Erdbebengerechtes Verstärken von Mauerwerk durch Faserverbundwerksstoffe - experimentelle und numerische Untersuchung. Dissertation, Universität Fridericiana zu Karlsruhe, 2007.

- [158] WANG, MING, HONG HAO, YANG DING und ZHONG-XIAN LI: Prediction of fragment size and ejection distance of masonry wall under blast load using homogenized masonry material properties. International Journal of Impact Engineering, 36(6): Seiten 808-820, 2009.
- [159] WAPENHANS, WILFRIED und JENS RICHTER: Die erste Statik der Welt von 1742 zur Peterskuppel in Rom. im Selbstverlag veröffentlicht, 2001. download am 08.02.2012 www.wundr.com.
- [160] WEI, XUEYING und HONG HAO: Numerical derivation of homogenized dynamic masonry material properties with strain rate effects. International Journal of Impact Engineering, 36(3): Seiten 522-536, März 2009.
- [161] WEIHRAUCH, GÜNTER: Werkstoffproben unter Impaktbelastungen. Härterei-Technische-Mitteilungen, 41: Seiten 312–320, 1986.
- [162] WHITHAM, GERALD BERESFORD: Linear and nonlinear waves. Wiley-Interscience Publication, 1974.
- [163] WILLAM, K. J. und E. P. WARNKE: Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete.
 In: IVBH, IABSE AIPC (Herausgeber): Concrete Structures subjected on triaxial stresses, Band 17th - 19th May, 1974, ISMES - Bergamo Italy, 1974.
- [164] WRIGGERS, PETER: Nichtlineare Finite-Element-Methoden. Springer Verlag, 2001.
- [165] WU, HAIJUN, QINGMING ZHANG, FENGLEI HUANG und QIANKUN JIN: Experimental and numerical investigation on the dynamic tensile strenght of concrete. International Journal of Impact Engineering, 32: Seiten 605-617, 2005.
- [166] YU, MAO HONG: Advances in strength theories for materials under complex stress state in the 20th Century. Applied Mechanics Reviews, 55(3): Seiten 169–218, 2002.
- [167] ZUKAS, JONAS A.: Introduction to Hydrocodes. Elsevier, 2004.